

ORGANIZADORA: Editora Moderna
Obra coletiva concebida, desenvolvida
e produzida pela Editora Moderna.

EDITORA RESPONSÁVEL:
Lilian Aparecida Teixeira



MATERIAL DE DIVULGAÇÃO:
VERSÃO SUBMETIDA À AVALIAÇÃO.

Código da coleção:
0197P21202
Código da obra:
0197P21202133

DIÁLOGO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

**GRANDEZAS,
MEDIDAS E
MATEMÁTICA
FINANCEIRA**



Área do conhecimento:
Matemática
e suas Tecnologias



MODERNA

DIÁLOGO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

GRANDEZAS, MEDIDAS E MATEMÁTICA FINANCEIRA

Organizadora: Editora Moderna
Obra coletiva concebida, desenvolvida
e produzida pela Editora Moderna.

Editora responsável:

Lilian Aparecida Teixeira

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (Uenp).

Licenciada em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (Unimes).

Especialista em Educação Especial pelo Instituto de Estudos Avançados e
Pós-Graduação (Esap) das Faculdades Integradas do Vale do Ivaí (Ivaiporã-PR).

Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática
pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática
pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Atua como editora de livros didáticos.

Área do conhecimento:

Matemática e suas Tecnologias

MANUAL DO PROFESSOR

1ª edição

São Paulo, 2020

Elaboração dos originais:

André Luiz Steigenberger

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Atuou como professor de Matemática em escolas da rede pública de ensino.

Julio Cesar Jovino da Silva

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Atua como editor de livros didáticos.

Felippe Neves Manjavachi

Graduado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Licenciado com habilitação para o Magistério em

Matemática pelo Programa Especial de Formação

Pedagógica do Centro Universitário Filadélfia (Unifil-PR).

Atuou como professor de curso técnico do Instituto Federal do Paraná (IFPR) e como professor em escolas das redes pública e particular de ensino.

Alessandra Negrini Dalla Barba

Licenciada e Bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Especialista em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Mestre em Matemática Aplicada e Computacional pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Atua como professora nos cursos de Licenciatura em Matemática e Engenharia de instituições particulares de Ensino Superior.

Daiany Cristiny Ramos

Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Lavras (Ufla).

Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Atua como professora nos cursos de Licenciatura em Matemática e Engenharia de instituições particulares de Ensino Superior.

Projeto e produção editorial: Scriba Soluções Editoriais

Edição: Denise Maria Capozzi, Lilian Aparecida Teixeira

Assistência editorial: Alisson Henrique dos Santos, Octavio Bertochi Neto

Colaboração técnico-pedagógica: Eduardo Wagner

Gerência de produção: Camila Rumiko Minaki Hoshi

Projeto gráfico: Studio Scriba

Capa: Daniela Cunha

Ilustrações: Otávio dos Santos, Daniela Cunha, 23design/Shutterstock

Gerência de arte: André Leandro Silva

Edição de arte: Camila Carmona, Maryane Vioto Silva

Diagramação: Fernanda Miyabe Lantmann, Leticia Nakadomari Bula

Supervisão de editoração eletrônica: Luiz Roberto Lúcio Correa

Preparação de texto: Equipe Scriba

Revisão de texto: Equipe Scriba

Pesquisa iconográfica: Alessandra Roberta Arias

Tratamento de imagens: Johannes de Paulo

Coordenação de bureau: Rubens M. Rodrigues

Pré-impressão: Alexandre Petreca, Everton L. de Oliveira, Marcio H. Kamoto, Vitória Sousa

Coordenação de produção industrial: Wendell Monteiro

Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Diálogo : matemática e suas tecnologias : manual do professor / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editora responsável Lilian Aparecida Teixeira. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2020.

Obra em 6 v.

Conteúdo: Grandezas, Medidas e Matemática financeira -- Geometria plana -- Geometria espacial -- Geometria analítica, Sistemas e Transformações geométricas -- Estatística e Probabilidade -- Funções e Progressões

1. Matemática (Ensino médio) 2. Tecnologia educacional I. Teixeira, Lilian Aparecida.

20-37387

CDD-373.19

Índices para catálogo sistemático:

1. Ensino integrado : Livros-texto : Ensino médio
373.19

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

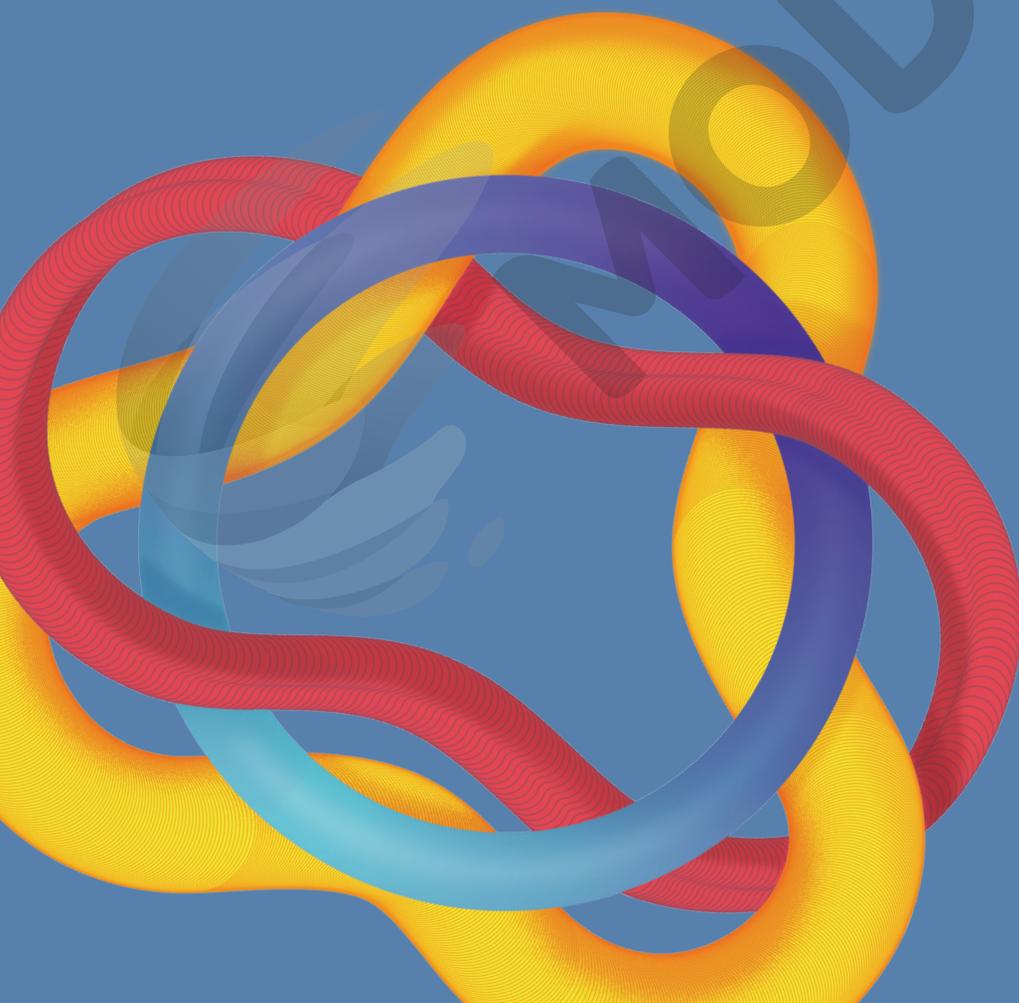
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Todos os direitos reservados

EDITORA MODERNA LTDA.

Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Vendas e Atendimento: Tel. (0__11) 2602-5510
Fax (0__11) 2790-1501
www.moderna.com.br
2020
Impresso no Brasil

Suplemento para o professor





Apresentação

Um meio de inclusão e democratização de oportunidades é a educação. O Ensino Médio representa um momento decisivo na vida de qualquer indivíduo. Assim, cabe ao livro didático auxiliar professores e alunos nessa fase, oferecendo-lhes ferramentas úteis no processo de ensino e aprendizagem. Pensando nisso, esta coleção procurou tratar a Matemática e suas Tecnologias como parte integrante do cotidiano dos alunos, além de estabelecer associação com outros componentes curriculares e com outras áreas do conhecimento.

Tomando diversos documentos oficiais como diretrizes, esta coleção contempla os conteúdos essenciais para esse nível de ensino, apresentando-os de maneira contextualizada e empregando uma linguagem clara e objetiva, em uma sequência que favorece a aprendizagem.

O objetivo é possibilitar aos alunos o desenvolvimento das competências gerais, competências específicas e habilidades listadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), referentes ao Ensino Médio. Porém, é importante que o professor tenha autonomia e consciência de que pode selecionar os conteúdos que serão abordados em sala de aula adotando uma ordem diferente da sugerida no livro do aluno, de acordo com a proposta didático-pedagógica da escola.

Este **Suplemento para o professor** busca oferecer aos docentes subsídios teórico-metodológicos, de maneira a auxiliar seu trabalho na utilização desta coleção em sala de aula e em suas demais atribuições.



Sumário

A estrutura da coleção	VI
Livro do aluno	VI
Suplemento para o professor	X
O Ensino Médio	XII
O aluno do Ensino Médio.....	XII
O professor.....	XIII
O combate à violência e a promoção da saúde mental dos alunos	XIV
O convívio social em sala de aula	XV
A Base Nacional Comum Curricular na etapa do Ensino Médio	XVI
As áreas do conhecimento.....	XVII
Temas contemporâneos transversais	XVIII
Orientações didáticas e metodológicas.....	XIX
Tendências no ensino de Matemática nesta coleção	XIX
O computador e o ensino da Matemática	XXII
O pensamento computacional.....	XXIII
O aluno no centro do processo de aprendizagem	XXIV
Estratégias	XXV
Avaliação.....	XXVII
A BNCC e a coleção	XXIX
Sugestão de cronograma	XXIX
Objetivos, comentários e sugestões.....	XXXII
Tema 1 Potenciação e notação científica.....	XXXII
Tema 2 Sistema Internacional de Unidades (SI)	XXXV
Tema 3 Tempo, comprimento e massa.....	XXXVI
Tema 4 Área, volume e velocidade	XLII
Tema 5 Grandezas, medidas e voluntariado.....	XLVIII
Tema 6 Algarismos significativos.....	XLIX
Tema 7 Capacidade de armazenamento.....	LI
Tema 8 Armazenamento de dados e medicina	LV
Tema 9 Taxa de transferência de dados	LVI
Tema 10 Velocidade de processamento.....	LIX
Tema 11 Porcentagem.....	LXII
Tema 12 Alíquotas do IPI	LXV
Tema 13 Indicadores socioeconômicos.....	LXVI
Tema 14 Acréscimos e descontos sucessivos	LXIX
Tema 15 Juro	LXXIII
Tema 16 Equivalência de capitais.....	LXXVIII
Tema 17 Sistema de amortização	LXXXII
Tema 18 Planejamento orçamentário	LXXXVII
Resoluções dos exercícios e problemas.....	XCI
Sugestões ao professor	CXVI
Leituras sobre o ensino de Matemática	CXVI
Leituras sobre a História da Matemática	CXIX
Leituras sobre os conteúdos deste volume.....	CXX
Sugestões de sites para o professor.....	CXXI
Referências bibliográficas ...	CXXIII



A estrutura da coleção

Esta coleção de Matemática e suas Tecnologias, destinada ao Ensino Médio, é composta de seis volumes, cujos conteúdos estão organizados por temas. Esses temas, por sua vez, foram elaborados com base nas competências gerais, competências específicas e habilidades elencadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), assim como nos temas contemporâneos transversais.

A seguir, são apresentadas as características das seções e de outros elementos que compõem esta coleção.

Livro do aluno

Páginas de abertura do tema

As páginas de abertura apresentam uma temática cujas características permitem estabelecer relações com os conteúdos que serão trabalhados naquele tema. Nessas páginas, há informações que se referem a outras áreas do conhecimento ou à própria Matemática, apresentadas por meio de diferentes recursos, como textos, fotogra-

fias, gráficos, infográficos e esquemas. Esses recursos são acompanhados por questões que buscam levantar os conhecimentos prévios dos alunos com relação a diversas situações de âmbito geral, bem como estabelecer intuitivamente relações entre o assunto abordado e alguns conteúdos matemáticos. Essas questões propiciam um momento de interação e troca de ideias entre os alunos, auxiliando no desenvolvimento de sua capacidade argumentativa, além de proporcionar momentos nos quais eles devem ouvir e lidar com pensamentos que possam ser divergentes dos seus. Neste Suplemento para o professor, no tópico **Objetivos**, comentários e sugestões, são apresentadas informações complementares sobre as páginas de abertura referentes a cada tema, além de sugestões para trabalhá-las em sala de aula, dicas de avaliação dos alunos e outros assuntos que podem ser propostos como ideia para a realização de pesquisas extraclasse. Também são sugeridos outros questionamentos, a fim de atingir os objetivos daquele tema específico.



Exercícios e problemas resolvidos

Exercícios e problemas resolvidos

R3 Utilizando uma calculadora, determine o montante obtido ao final de cada um dos três primeiros meses, ao investir um capital de R\$ 235,00 a juro composto de 5% ao mês.

Resolução
Para determinar o montante ao final do 1º mês, acrescentamos ao capital 5% do valor do capital, ou seja, multiplicamos 1,05 por 235. Utilizando a calculadora comum, digitamos a sequência de teclas a seguir.

1 → [=] → 0 → [=] → 5 → [=] → x → [=] → 2 → [=] → 3 → [=] → 5 → [=]



Para determinar o montante do 2º e do 3º meses, respectivamente, digitamos novamente a tecla [=] cinco vezes.



Ao digitar novamente a tecla [=], a calculadora repete a operação 1 → [=] → 0 → [=] → 5 → [=] → x → [=] → 2 → [=] → 3 → [=] → 5 → [=]. Isto é, multiplica o resultado anterior por 1,05. Desta modo, obtemos o

O objetivo dessa seção é complementar a teoria abordada e os exemplos apresentados com o auxílio de tarefas cujas resoluções são apresentadas aos alunos de maneira detalhada, facilitando-lhes compreender a apli-

cação prática do conteúdo em questão. Essa seção também tem por finalidade auxiliar os alunos a exercitar suas habilidades e estratégias na resolução de tarefas que serão propostas em outras seções, favorecendo o desenvolvimento de sua autonomia.

Resolvendo por etapas

Resolvendo por etapas

Leandro vai comprar uma geladeira. Para pagá-la, foram oferecidas a ele as seguintes opções.

- Opção 1: à vista, com 15% de desconto sobre o preço da geladeira.
- Opção 2: valor da geladeira dividido em três parcelas mensais iguais, com a primeira paga no ato da compra.
- Opção 3: valor da geladeira dividido em sete parcelas mensais iguais, com a primeira paga no ato da compra.

Se o dinheiro de Leandro rende 2% a.m., qual é a opção de pagamento mais vantajosa para ele?

A Compreendendo o problema

✓ O que se pede no problema?

A opção de pagamento mais vantajosa para Leandro.

✓ Quais são os dados apresentados no problema?

Pagamento à vista tem 15% de desconto; nas opções de parcelamento, as prestações são iguais e a primeira é paga no ato da compra; o dinheiro de Leandro rende 2% a.m.

Organizando as ideias e elaborando um plano

A seção **Resolvendo por etapas** apresenta maneiras de organizar o pensamento com o intuito de solucionar um problema. Tais problemas, além de contar com o auxílio do recurso textual, também podem apresentar imagens, gráficos, tabelas, esquemas e outros recursos necessários à compreensão dos alunos. O processo de resolução dos problemas é feito em quatro etapas, denominadas **Compreendendo o problema**, **Organizando as ideias e elaborando um plano**, **Executando o plano** e **Verificando a solução obtida**. Em cada uma dessas etapas, os alunos são orientados a analisar as informações fornecidas no enunciado do problema, separar e organizar os dados apresentados, elaborar e executar um plano que resolva o problema e, por fim, verificar se os procedimentos efetuados estão de acordo com o que foi solicitado. No boxe **Agora é você quem resolve!**, outro problema é apresentado aos alunos. Com isso, eles são levados a analisar se a resolução desse novo problema pode ser obtida seguindo os mesmos procedimentos utilizados na resolução do problema anterior.

Exercícios e problemas

Exercícios e problemas Anote as respostas no caderno.

- Copie os itens em seu caderno, substituindo cada pelo número adequado.

a) 45 GB = MB	d) 385 GB = bites
b) 1 TB = kB	e) 901 775,36 kB = GB
c) 88 268,8 MB = GB	f) 839,68 GB = TB
- Leia a tirinha.

Essa seção traz tarefas relacionadas ao conteúdo estudado em um ou mais tópicos do tema. Dispostas em nível gradual de complexidade, elas podem ser exploradas, em sua maioria, em sala de aula. Aquelas cuja resolução for indicada para ser realizada fora do ambiente escolar devem ser corrigidas, se possível, em aula imediatamente posterior, a fim de promover uma discussão acerca das diferentes maneiras de resolução que vierem a ser apresentadas pelos alunos. No tópico **Objetivos**, **comentários** e **sugestões** deste **Suplemento para o professor**, estão indicadas sugestões de condução para algumas das tarefas apresentadas no livro do aluno, que são propostas por meio de questionamentos adicionais, pesquisas complementares e trabalhos interdisciplinares e transdisciplinares a serem desenvolvidos com base no conteúdo ou na temática tratada, visando desenvolver a autonomia e o pensamento crítico dos alunos.

Nos exercícios, a tarefa solicitada está explícita, ou seja, os alunos deverão aplicar de imediato um conceito ou procedimento-padrão estabelecido anteriormente. Já nos problemas, é esperado que os alunos mobilizem co-

nhcimentos, competências e habilidades a fim de conceber estratégias para resolvê-los.

Acessando tecnologias

A seção **Acessando tecnologias** apresenta propostas de tarefas cujos contextos permitem desenvolver os conceitos estudados com o auxílio de recursos tecnológicos, oferecendo, assim, uma estratégia complementar àquela apresentada no livro do aluno. Tais recursos tratam-se, principalmente, de *softwares* de geometria dinâmica, planilhas eletrônicas, uso de linguagem de programação, indicações de *sites*, entre outras ferramentas tecnológicas que permitem aprofundar os conteúdos matemáticos trabalhados até então. Essa abordagem contribui para que os alunos visualizem e verifiquem, por meio dessas ferramentas, as propriedades estudadas, auxiliando-os, posteriormente, na resolução de problemas. O principal objetivo dessa seção é estimular o aluno a utilizar ferramentas tecnológicas computacionais com o intuito de agilizar diversas atividades práticas de seu dia a dia. É importante enfatizar que os recursos sugeridos nessa seção são disponibilizados gratuitamente na internet, estando, portanto, ao alcance de todos.

Programas em VisualG

Em muitas situações, é interessante programar um computador para que ele resolva determinado problema. Para isso, é necessário fornecer uma sequência de instruções que devem ser seguidas, ou seja, precisamos escrever um programa, que será interpretado e executado pelo computador.

Em informática, instrução é a informação que indica a um computador uma ação elementar a ser executada.

Como é formada por conjuntos específicos de "zeros e uns", a linguagem do computador é complexa. Assim, foram desenvolvidas as linguagens de programação.

Linguagem de programação é um método padronizado que expressa instruções para um computador.

Existem diversas linguagens de programação, cada uma com características específicas e níveis de complexidade e objetivos diferentes. Nesta coleção, utilizaremos o VisualG, linguagem com comandos em português voltada para iniciantes em programação.

Algumas tarefas, por apresentarem certas características, recebem destaques diferentes. Veja, a seguir, a descrição de cada um deles.

Desafio

O destaque **Desafio** indica tarefas que apresentam maior nível de dificuldade e cuja resolução vai além da aplicação imediata do conteúdo trabalhado. De modo geral, o aluno é levado a desenvolver as próprias estratégias de resolução e a aprimorar seu raciocínio lógico.

13 **Desafio** Devido a novos custos, um comerciante vai aumentar o preço de venda de certo produto. No entanto, para evitar uma queda nas vendas, ele aplicará, inicialmente, um acréscimo de $x\%$ e, após dois meses, outro acréscimo de $x\%$, obtendo um acréscimo final de 21% sobre o preço inicial desse produto. De quantos por cento será cada um desses acréscimos?

16

Calculadora

O destaque **Calculadora** é utilizado em tarefas cuja execução dos cálculos deve ser realizada com o auxílio de calculadoras, comuns ou científicas. Em alguns casos, esse instrumento possibilitará ao aluno criar as próprias estratégias de resolução, verificando resultados e regularidades.

3 De acordo com a planilha orçamentária de Ângelo, ele não conseguirá pagar as próximas parcelas do financiamento de seu automóvel. Diante dessa situação, ele entrou em contato com a instituição financeira para renegociar sua dívida de R\$ 12 000,00. Dessa forma, foram oferecidos a ele três prazos para pagamento.

- Prazo 1: 24 parcelas mensais fixas.
- Prazo 2: 36 parcelas mensais fixas.
- Prazo 3: 48 parcelas mensais fixas.

Sabendo que a taxa de juro para qualquer um

Elaborando

O destaque **Elaborando** indica tarefas que exploram o desenvolvimento da escrita, nas quais os alunos são levados a elaborar problemas, relatórios ou outros tipos de textos tomando como base imagens ou informações previamente apresentadas.

46 Observe no quadro a massa aproximada de algumas partículas atômicas.

Partícula	Massa
Átomo de urânio	$4 \cdot 10^{-25}$ kg
Nêutron	$1,6 \cdot 10^{-21}$ mg
Elétron	$9 \cdot 10^{-25}$ mg
Próton	$1,6 \cdot 10^{-24}$ g

Fontes de pesquisa: <[https://sistemas.eel.usp.br/docentes/arquivos/6495737/LOM3013/Capitulo1CienciaDosMateriais\(Prof.Durval\).pdf](https://sistemas.eel.usp.br/docentes/arquivos/6495737/LOM3013/Capitulo1CienciaDosMateriais(Prof.Durval).pdf)>. Acesso em: 10 abr. 2021. <<https://www.angelo.com.br>>

Em grupo

O destaque **Em grupo** é aplicado às tarefas cuja resolução será mais proveitosa aos alunos caso tenham o auxílio de um ou mais colegas, promovendo, assim, um momento de interação e permitindo que eles investiguem, expliquem e justifiquem os problemas resolvidos.

Junte-se a um colega e façam uma pesquisa sobre alguns impostos cobrados no Brasil e a que são destinados. Na opinião de vocês, há setores que precisariam receber uma parcela maior de investimento? Converse com seus colegas e com o professor a respeito dessas questões.

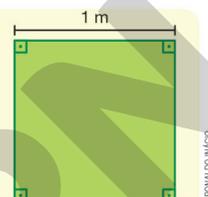
Elementos das teorias e das seções especiais

No decorrer do livro do aluno, alguns elementos, por possuírem certas características, serão apresentados com algum destaque. Os elementos visuais que caracterizam esses destaques estão descritos logo a seguir.

Quadro-teoria

Localizado junto à parte teórica, o **Quadro-teoria** tem o objetivo de formalizar alguns conceitos, apresentando propriedades, definições e relações importantes acerca do conteúdo estudado.

Um metro quadrado é igual à área da região delimitada por um quadrado cujo lado tem 1 m de comprimento.



Questão intervenção

Localizada junto à parte teórica, a **Questão intervenção**, que pode apresentar cunho matemático ou de caráter pessoal, leva os alunos a refletir a respeito das aplicações práticas que envolvem o conteúdo apresentado.

- B Em seu caderno, mostre que as igualdades são verdadeiras.
 - $1000 \text{ l} = 1 \text{ m}^3$
 - $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$
- C Escreva um algoritmo que converta uma medida em metros cúbicos em litros.

Exemplo

O destaque **Exemplo** tem o objetivo de apresentar aos alunos alguns exemplos práticos que retratam a teoria abordada.

- Exemplos**
- $2048 \text{ kbps} = \frac{2048}{1024} \text{ Mbps} = 2 \text{ Mbps}$
 - $2 \text{ Tbps} = 2 \cdot 1024^2 \text{ Mbps} = 2097152 \text{ Mbps}$

Boxe info

O destaque **Boxe info** apresenta lembretes, dicas ou informações complementares, cujo objetivo é fornecer subsídios que auxiliem os alunos na resolução de algumas tarefas ou na compreensão de determinadas teorias.

Os produtos que compõem a cesta são identificados em termos de participação na despesa. O arroz, por exemplo, tem peso maior do que o macarrão, por ser um dos itens mais consumidos pela população brasileira.

Vocabulário

O quadro **Vocabulário** traz o significado de algumas palavras em destaque no texto, geralmente pouco utilizadas ou desconhecidas por parte dos alunos, a fim de auxiliar na compreensão das informações apresentadas.

Alíquota: percentual com que um imposto incide sobre o valor de algo tributado.

Com a redução no IPI, o ano de 2012 bateu recordes, com um

Devido à crise f
provisoriamente o l
era incentivar o au
mais acessíveis. Al
trabalhadores dos
gerar uma grande c

Alíquotas do IPI

No contexto

O destaque **No contexto** indica tarefas que estabelecem relações do conteúdo trabalhado com as páginas de abertura do tema.

No contexto

15 Na tabela estão apresentadas as populações aproximadas dos 10 países mais populosos do mundo em 2019.

População aproximada dos 10 países mais populosos do mundo em 2019

País	População aproximada
China	1 400 000 000
Índia	1 300 000 000
Estados Unidos	329 000 000
Rússia	146 000 000

Ser consciente

O destaque **Ser consciente** tem o objetivo de abordar assuntos que podem, inclusive, ser relacionados aos temas contemporâneos transversais descritos na BNCC. Geralmente, os contextos que apresentam esse destaque procuram levar os alunos a refletir a respeito de questões que impactam diretamente em alguns aspectos da nossa sociedade, com o intuito de envolvê-los em uma avaliação cidadã e social da situação proposta.

Ser consciente

> Vimos que para construir casas com garrafas é preciso calcular a área e o perímetro da casa e o volume de concreto para preencher as garrafas e os espaços entre elas. Reúnam-se em grupos e pesquise algumas ações voluntárias que envolvam o cálculo de área, perímetro, volume, capacidade, escolham uma das ações que pesquisaram e elaborem um plano de trabalho para efetivar esse trabalho. Por fim, apresentem o plano de trabalho para a ação voluntária aos alunos de sua escola.

Ícones

Em certos momentos desta coleção, alguns ícones serão utilizados para indicar informações importantes. Veja, a seguir, a descrição de cada um deles.

Proporcionalidade

Indica que os objetos retratados não estão proporcionais entre si.

Cor

Indica que as cores dos objetos retratados não correspondem à realidade.

Entre os planetas



Ampliando seus conhecimentos

Encontrada no fim de cada volume, essa seção traz sugestões de livros, sites e podcasts para complementar o estudo dos conteúdos trabalhados nos temas. É essencial que os alunos sejam incentivados a consultar essas fontes de informação.

Suplemento para o professor

O livro do professor impresso é composto do livro do aluno, com comentários e respostas das tarefas apresentadas, e do **Suplemento para o professor**, constituído de parte geral, parte específica, resoluções dos exercícios e problemas e sugestões de leitura e de *sites*. A parte geral é composta dos pressupostos teóricos e metodológicos que fundamentam esta coleção, da descrição e das orientações acerca das seções e da estrutura de conteúdos, bem como de suas relações com a BNCC e do quadro de distribuição dos conteúdos da área de **Matemática e suas Tecnologias**. Já a parte específica, desenvolvida no tópico **Objetivos, comentários e sugestões**, apresenta ao professor orientações específicas dos conteúdos apresentados página a página.

Além do livro impresso, também é disponibilizado um videotutorial de caráter complementar, que tem o objetivo de destacar elementos-chave da obra em linguagem audiovisual atrativa e simplificada para o professor.

Conheça, a seguir, as características da parte específica deste **Suplemento para o professor**.

Objetivos específicos

No início de cada tema são apresentados os principais objetivos que se almejam atingir no trabalho com aqueles conteúdos.

Objetivos específicos

- Compreender e consolidar o conceito de grandeza.
- Revisar as grandezas tempo, comprimento e massa.
- Reconhecer algumas unidades de medida de base do Sistema Internacional de Unidades (SI).
- Realizar operações de conversão entre diferentes unidades de medida.
- Conhecer o conceito de linguagem de programação



No decorrer dos temas são destacadas e comentadas algumas relações entre o que está sendo abordado no livro do aluno e o que é proposto na BNCC.

BNCC

Na seção **Exercícios e problemas**, os alunos são desafiados a resolver e elaborar problemas envolvendo as grandezas área e densidade demográfica, contemplando assim parte do que é solicitado na habilidade EM13MAT314 e na **Competência específica 3** da área de Matemática e suas Tecnologias da BNCC. Além disso, nas tarefas em que os alunos devem inter-

Sugestão de avaliação

Apresenta sugestões e estratégias de avaliação para que o professor verifique a aprendizagem dos alunos em momentos oportunos.

Sugestão de avaliação

- 1 (Famerp-SP) Renato comprou um carro por R\$ 19 000,00. Meses depois, vendeu o carro para seu primo por R\$ 20 000,00. Passados mais alguns meses, Renato recomprou o carro do seu primo por R\$ 20 500,00 e, em seguida, o vendeu para outra pessoa por R\$ 22 000,00. Com o saldo de suas negociações, Renato teve um lucro aproximado, sobre o valor do carro inicialmente adquirido por ele, de:

Orientações página a página

As orientações e informações complementares importantes para o desenvolvimento dos conteúdos, das tarefas e das seções especiais encontram-se indicadas em tópicos, separadas de acordo com as páginas do livro do aluno.

Página 48

- Se julgar conveniente, antes de trabalhar com a tarefa 8, faça uma pesquisa prévia, de modo a encontrar valores referentes à vazão dos maiores rios do Brasil e do mundo em condições normais. Compare os valores obtidos com a vazão desses mesmos rios em períodos de muita seca ou muita chuva, chamando a atenção dos alunos para a divergência desses valores.
- Ao abordar a tarefa 9, comente com os alunos que, apesar de a Usina Três Gargantas, localizada na China,

Resolução e comentários

As resoluções das questões das páginas de abertura, das questões intervenção e de algumas tarefas específicas encontram-se em boxes como esse.

No decorrer do desenvolvimento dos temas, sempre que for oportuno, são apresentadas citações que enriquecem e fundamentam o trabalho com o conteúdo proposto.

Resolução e comentários

- A** Inicialmente, calculamos o perímetro exato do terreno. Nesse caso, temos:

$$4 \cdot 15,26 = 61,04$$

Logo, o perímetro exato do terreno é 61,04 m. Agora, arredondando o comprimento do lado do terreno para 15 m, calculamos seu perímetro aproximado. Assim:

$$4 \cdot 15 = 60$$

Nesse caso, o perímetro aproximado do terreno é 60 m. Por fim, calculamos a diferença entre o perímetro exato e o aproximado.

$$61,04 - 60 = 1,04$$

Portanto, a diferença entre o perímetro exato e o ob-

Sala dos professores

Esse boxe estará presente em abordagens e tarefas que permitam relacionar o conteúdo com outras áreas do conhecimento, apresentando sugestões e subsídios para a construção de aulas em conjunto com professores de outros componentes curriculares.

Sala dos professores

O tema apresentado nessas páginas propicia uma relação com a área de **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**, preferencialmente com os componentes curriculares **Matemática** e **História**. Uma possível abordagem dessa relação é debater os contextos históricos e econômicos em que surgiram os tributos e quais seus impactos até os dias de hoje. Proponha que os alunos pesquisem e dialoguem sobre acontecimentos históricos, como a crise de 2008 (que ocorreu devido à bolha imobiliária norte-americana), o baixo crescimento da economia em 2012

Tarefas extras

Apresenta sugestões de tarefas extras com o objetivo de complementar o trabalho com o conteúdo do respectivo tema.

1 Para poder preparar projetos mais detalhados em um tempo menor, um arquiteto precisa de um processador com 25% mais capacidade de processamento do que aquele que está em seu computador agora. Sabendo que o computador atual do arquiteto tem um processador de 2,7 GHz, qual é a capacidade de processamento, em mega-hertz, de que ele necessita?

2 Ana está pensando em comprar um *notebook* novo. Na loja em que ela pesquisou preços, ela encontrou três modelos diferentes: o modelo A tem processamento de 2,2 GHz e custa R\$ 2.200,00; o modelo B, com processador de 2,7 GHz, custa

Agora é você quem resolve! Resolução

Apresenta as respostas da seção Resolvendo por etapas.

va; por aviadores, e para traçar rotas de voo.

Agora é você quem resolve! Resolução

2 Resposta pessoal. Um possível plano para ser utilizado é: inicialmente, calculamos a área da base do recipiente cilíndrico que compõe o pluviômetro. Em seguida, de acordo com a área da base desse recipiente, determinamos quantos litros foram captados, mensalmente, pelo pluviômetro nos seis primeiros meses de 2019 – ou seja, o mesmo plano utilizado para resolver o problema proposto na seção.

Pensamento computacional

Selo utilizado para indicar que o texto apresenta informações a respeito do pensamento computacional.



- Complemente o trabalho com a seção **Acessando tecnologias** dizendo aos alunos que no cálculo do IMC é importante levar em consideração o fato de a pessoa ser atleta, criança ou idosa, pois, dependendo do grupo em que se encaixa, o valor de seu IMC pode não ser verdadeiro. Em razão das especificidades de cada grupo, o IMC, que só leva em consideração a altura e a massa de cada indivíduo, necessita de outras informações para poder indicar com precisão o estado de saúde das pessoas. Quem pratica musculação ou outros tipos de atividade física, por exemplo, pode ter um IMC alto em razão da grande quantidade de massa magra (músculos) que possui, podendo ser confundido com o IMC de uma pessoa acima do peso. Assim, além do cálculo do IMC, são neces-

Metodologia ativa

Selo utilizado para sinalizar que o texto apresenta indicações quanto ao uso das metodologias ativas.



- Para facilitar o trabalho com esse tema, avalie a possibilidade de aplicar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Para isso, solicite aos alunos que façam uma pesquisa prévia, de modo a determinar valores aproximados para algumas medidas de alta magnitude (como a circunferência da Terra, a distância do planeta ao Sol, a velocidade da luz no vácuo etc.) e de baixa magnitude (comprimento de uma bactéria ou um vírus, tamanho de um átomo, distância entre um próton e um nêutron na molécula de hidrogênio etc.), utilizando as unidades de medida mais adequadas para cada caso. Com essas informações, peça a eles que comparem os valores obtidos e opinem sobre as dimensões, promovendo a troca de informações em sala de aula. Mais esclarecimentos sobre a metodologia **Abordagem**

Agora é com você! Resolução

Apresenta as respostas da seção Acessando tecnologias.

Agora é com você! Resoluções

1 alternativa a

Sabemos que 1 UA corresponde a $1,496 \cdot 10^{11}$ m.

Desse modo, temos:

$$5,2 \text{ UA} = 5,2 \cdot 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m} = 7,7792 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Portanto, o resultado apresentado nesse aplicativo de calculadora corresponde a 7.7792E11.

2 O resultado apresentado será 1.3E23, pois:

$$13 \cdot (10)^{22} = 1,3 \cdot 10 \cdot (10)^{22} = 1,3 \cdot 10^{23}$$

O Ensino Médio

Nos últimos anos, o Ensino Médio no Brasil passou por uma reforma que instituiu novos parâmetros e diretrizes para esse segmento. O objetivo dessas mudanças foi combater índices de evasão escolar, promovendo um ensino que atendesse às expectativas dos jovens em relação ao seu projeto de vida pessoal e profissional e que estivesse alinhado com as necessidades e os anseios desse público. Além disso, almejava-se também ampliar o engajamento desses alunos, para que pudessem desenvolver maneiras autônomas de lidar com os desafios do mundo contemporâneo.

Com base nessas novas perspectivas educacionais, é necessário compreender o Ensino Médio como uma etapa de grande importância política e social, aspecto que supera o conceito de apenas ser uma fase passageira na vida dos jovens. Na verdade, o Ensino Médio constitui-se um momento fundamental de protagonismo e de desenvolvimento pessoal. É nessa fase que os alunos ampliam suas perspectivas culturais, convivendo em um espaço de ampla diversidade de ideias e de opiniões. Também desenvolvem suas capacidades de tomada de decisão, cujo maior desafio é aprender a fazer escolhas coerentes e alinhadas com seu projeto de vida.

Assim, é fundamental que a escola do Ensino Médio desenvolva uma atitude acolhedora das juventudes, estando preparada para os desafios que essa fase exige, principalmente no que se refere à formação profissional e à construção da cidadania dos jovens. Isso requer condutas que priorizem a construção da autonomia dos alunos, que em breve estarão atuando na vida pública sem o acompanhamento de adultos. Desse modo, como podemos preparar os jovens para participar da sociedade de forma responsável?

A experiência participativa representa uma das formas de os jovens vivenciarem processos de construção de pautas, projetos e ações coletivas. Além disso, a experiência participativa também é importante por permitir a vivência de valores, como os da solidariedade e da democracia, e o aprendizado da alteridade. O que significa, em última instância, aprender a respeitar, perceber e reconhecer o outro e suas diferenças. O exercício da participação pode ser, então, uma experiência decisiva para a vida dos jovens um efetivo contraponto – em uma sociedade que, ao se individualizar, enfraquece ideias, valores e práticas relacionadas à dimensão coletiva da vida social.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. *Formação de professores do ensino médio, etapa I – caderno II: o jovem como sujeito do ensino médio*. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica; [organizadores: Paulo Carrano, Juarez Dayrell]. Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2013, p. 46.

É no Ensino Médio também que ocorre a preparação mais intensa e aprofundada dos alunos para os vestibulares e os exames de larga escala, como o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Algumas instituições, inclusive, aceitam alunos que não tenham completado o Ensino Médio como uma espécie de “treineiros”, para testar suas habilidades e seus conhecimentos antes da prova efetiva ao final desse ciclo. Esses exames têm como objetivo verificar o desempenho e avaliar o preparo dos jovens para os desafios da vida adulta, seja no âmbito profissional, seja no social. Além disso, as avaliações em larga escala contribuem para monitorar as redes de ensino de modo a oferecer soluções educacionais viáveis por meio de políticas públicas.

Esta coleção apresenta diversos subsídios para auxiliar os alunos na preparação para esses exames, entre eles o Enem. Nas seções **Exercícios e problemas resolvidos** e **Exercícios e problemas**, por exemplo, sempre que possível, apresentamos questões extraídas diretamente do Enem e de vestibulares atuais para que os alunos possam se familiarizar com o formato das provas fornecidas por essas instituições. Além disso, há propostas de elaboração de problemas e articulações interdisciplinares e transdisciplinares, com abordagens que podem contribuir para o desempenho dos alunos em futuras avaliações.

O aluno do Ensino Médio

Existem diversas maneiras de conceituar a fase da juventude. Época de incertezas e de definição identitária, por muito tempo a juventude foi compreendida como um período de passagem, uma etapa prévia da vida adulta, marcada por uma faixa etária delimitada. Porém, de acordo com o estudioso Juarez Dayrell (2016), as pesquisas mais atuais têm demonstrado que a juventude deve ser compreendida como uma categoria socialmente construída na qual os jovens se assumem como verdadeiros sujeitos, ou seja, possuem determinada origem familiar, estão inseridos em relações sociais, apresentam uma historicidade específica, movem-se por desejos e se constituem como seres ativos e produtores de conhecimento.

A juventude constitui um momento determinado, mas que não se reduz a uma passagem. Ela assume uma importância em si mesma como um momento de exercício de inserção social, no qual o indivíduo vai se descobrindo e descortinando as possibilidades em todas as instâncias de sua vida, desde a dimensão afetiva até a profissional. Essa realidade ganha contornos próprios em contextos históricos, sociais e culturais distintos. As distintas condições sociais (origem de classe, por exemplo), a diversidade cultural (a cor da pele, as identidades culturais e religiosas, os diferentes valores familiares etc.), a diversidade de gênero e

de orientação afetiva e até mesmo as diferenças territoriais se articulam para a constituição das diferentes modalidades de se viver a juventude.

DAYRELL, Juez. (Org.). *Por uma pedagogia das juventudes: experiências educativas do Observatório da Juventude da UFMG*. Belo Horizonte: Mazza Edições, 2016, p. 27.

Para que as relações possam ser fecundas e mutuamente respeitadas no ambiente escolar, uma opção interessante é investir no trabalho com as diversas manifestações culturais juvenis, ou seja, fazer da escola um território de produção cultural da juventude e não apenas um local de aprendizado de uma cultura externa ou “adulta”. Nesse contexto, o jovem deve se identificar com as produções culturais com as quais convive, deve se sentir incluído e, principalmente, valorizado.

Os jovens sujeitos do Ensino Médio nos trazem cotidianamente desafios para o aprimoramento de nosso ofício de educar. Entre esses desafios, encontra-se a difícil tarefa de compreensão dos sentidos os quais os jovens elaboram no agir coletivo, em seus grupos de estilo e identidades culturais e territoriais que, em grande medida, nos são apenas “estranhos” (no sentido de estrangeiros) e diferem de muitas de nossas concepções (adultas) de educação (escolar ou não), de autoridade, de respeito, de sociabilidade “adequada” e produção de valores e conhecimentos.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. *Formação de professores do ensino médio, etapa I - caderno II: o jovem como sujeito do ensino médio*. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica; [organizadores: Paulo Carrano, Juez Dayrell]. Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2013, p. 20.

Realizar esse trabalho de aproximação e de valorização das culturas juvenis exige muito mais do professor. A primeira etapa é passar a compreender o jovem como um sujeito de interlocução, com o qual podemos aprender e expandir nossos horizontes culturais. Essa aproximação requer uma flexibilidade por parte dos professores, que muitas vezes terão de superar visões estereotipadas e superficiais sobre a juventude atual. Assim, deve-se considerar que os jovens não estão inseridos em uma cultura única. A juventude se constitui como categoria socialmente construída, que deve ser analisada com base no contexto de cada comunidade. Existem jovens, por exemplo, que já estão inseridos no mercado de trabalho e que vivenciam a juventude de um modo muito diferente daqueles que têm mais tempo de lazer ou de estudo.

Compreender essas múltiplas culturas juvenis que permeiam o contexto escolar faz parte do processo de inovação que tem marcado o curso educativo nos últimos anos. Em vez de “transmitirmos os saberes” aos jovens, por que não trocarmos e compartilharmos conhecimentos, abrindo espaços e criando condições para que as cul-

turas juvenis se expressem no ambiente escolar? Essas novas práticas compõem um caminho de construção coletiva do conhecimento. Sob esse ponto de vista, a aprendizagem passa a ser encarada como uma via de mão dupla, como uma troca e, assim, tende a criar um clima mais saudável e menos impositivo, sendo menos propício ao desenvolvimento de problemas indisciplinados e de relações conflituosas.

O professor

Diante desses novos desafios educacionais, que envolvem inclusive o trabalho com metodologias ativas e tecnologias, o professor assume cada vez mais o papel de mediador das relações entre os alunos e o conhecimento, orientando o caminho a ser adotado no processo de ensino e aprendizagem. Essa mediação ocorre de acordo com um planejamento bem definido das aulas, no qual são explicitadas as estratégias de engajamento e protagonismo dos alunos. Supera-se a postura de um profissional meramente transmissor de informações e almeja-se uma conduta mais interativa, que toma como base a colaboração.

O papel do professor é mais o de curador e de orientador. Curador, que escolhe o que é relevante entre tanta informação disponível e ajuda a que os alunos encontrem sentido no mosaico de materiais e atividades disponíveis. Curador, no sentido também de cuidador: ele cuida de cada um, dá apoio, acolhe, estimula, valoriza, orienta e inspira. Orienta a classe, os grupos e cada aluno.

MORAN, José. Mudando a educação com metodologias ativas. In: SOUZA, Carlos Alberto de; MORALES, Ofelia Elisa Torres (Orgs.). *Coleção Mídias Contemporâneas. Convergências midiáticas, educação e cidadania: aproximações juvenis*. v. II. Ponta Grossa: Foca Foto-PROEX/UEPG, 2015, p. 24.

Sabe-se que no Brasil as turmas de Ensino Médio são diversificadas e são formadas por grupos de alunos que possuem diferenças nos modos de aprender. O processo de ensino e aprendizagem é complexo e envolve diversas dimensões da vida dos sujeitos. Knud Illeris (2013), por exemplo, descreve a aprendizagem em três dimensões: a de conteúdo, a de incentivo e a de interação. A dimensão de **conteúdo** envolve a aprendizagem cognitiva, relacionada aos conhecimentos que são internalizados. Já a dimensão de **incentivo** se relaciona às sensibilidades, ao equilíbrio mental e às motivações que instigam as pessoas no aprendizado. Por fim, a dimensão de **interação** é aquela que está ligada à sociabilidade e à comunicação do indivíduo.

Desse modo, uma maneira de o professor lidar com a diversidade em sala de aula é identificar em qual dimensão de aprendizagem estão as defasagens dos alunos. Com esse diagnóstico, pode-se, então, desenvolver estratégias adequadas ao tipo de dificuldade específica apresentada por eles. Por exemplo, em casos de defasa-

gem na dimensão de interação, o professor poderá desenvolver estratégias de trabalho em grupo e dinâmicas que exijam a troca de ideias. Quando o problema for em relação à dimensão de incentivo, o professor poderá repensar as maneiras pelas quais aquele conteúdo instiga os alunos e se relaciona com o cotidiano deles.

Nesse sentido, sabe-se que não é fácil a adequação aos novos parâmetros que têm sido delimitados na educação no século XXI. Muitos professores vão precisar de um período de adaptação para renovar e implementar suas práticas. Para contribuir com esse processo, sugerimos a seguir algumas condutas que podem ser utilizadas durante o planejamento e durante as aulas com turmas do Ensino Médio.

- Observar os alunos de modo personalizado, adequando os desafios e as propostas às características de cada um e procurando colocar a diferença como um agregador e um ponto positivo em relação ao coletivo.
- Organizar planejamentos coletivos e individuais para lidar com as turmas como um todo e também de modo personalizado.
- Relacionar os temas e conteúdos à realidade próxima dos alunos, problematizando as experiências vivenciadas e alinhando os conteúdos aos interesses da turma.
- Dar importância à significação dos conteúdos que serão trabalhados em sala de aula.
- Propor constantemente diferentes maneiras de autoavaliação, permitindo aos alunos um momento de reflexão a respeito de suas atividades e seu aprendizado e, também, permitindo ao professor avaliar suas práticas em sala de aula.
- Desenvolver flexibilidade para improvisar, quando necessário, e para adequar as propostas metodológicas à realidade de cada turma.
- Acompanhar a evolução de cada grupo ou aluno, avaliando-a sob uma perspectiva processual.
- Evitar propostas que abordem capacidades meramente interpretativas e que não desafiem os alunos a desenvolver sua criatividade e seu pensamento crítico.
- Inserir opiniões e sugestões dos alunos no planejamento das tarefas, considerando suas dificuldades e preferências.
- Capacitar os alunos em determinadas atividades com as quais eles possam não estar acostumados, como a realização de uma pesquisa bem fundamentada ou a produção de um texto-síntese.
- Gerir o tempo de modo personalizado, observando os ritmos de aprendizagem específicos das turmas.

- Aderir a dinâmicas que alterem o posicionamento tradicional das carteiras em sala de aula, promovendo atividades em grupo e explorando os diversos ambientes da escola.
- Propor trabalhos em grupos, para que os alunos desenvolvam suas capacidades de expressão e de socialização.

O combate à violência e a promoção da saúde mental dos alunos

De acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS), a adolescência é o período de 10 a 19 anos de idade (BRASIL, 2018d). Nessa etapa da vida, o indivíduo ainda se encontra em desenvolvimento e vários fatores podem interferir em seu comportamento e em sua saúde mental. Trata-se de um período de mudanças e descobertas, no qual o jovem constrói e reconstrói sua identidade. Fatores emocionais associados à realidade social, econômica, histórica e cultural tornam essa parcela da população muito vulnerável mental e emocionalmente.

Entre os problemas relacionados à saúde mental que mais afetam os jovens, de acordo com entidades internacionais, está a violência familiar, o *bullying*, a depressão, a ansiedade e a dependência química.

Os casos de *bullying*, por exemplo, envolvem relações de poder e dominação que provocam violência psicológica e, muitas vezes, física, sem motivos aparentes. Em alguns casos, os indivíduos agressores recebem punição, mas é necessário promover um trabalho de conscientização para que esses jovens possam refletir sobre suas ações e analisar os impactos emocionais que elas acarretam para as vítimas. Os jovens que praticam *bullying* geralmente são atraídos por um imaginário preestabelecido de padrões de beleza, comportamento, consumo e configurações sociais. Por isso, as ações de combate a essa prática devem contribuir para a desconstrução desses padrões e para o respeito à diversidade.

Além disso, é preciso analisar o contexto familiar desses jovens, que, muitas vezes, vivem em ambientes onde há violência e/ou negligência. Por essas razões, é imprescindível o papel da escola no cuidado com a saúde mental dos alunos, combatendo ativamente todos os modos de discriminação e violência.

Para isso, são necessários programas para prevenir o *bullying* e qualquer outro tipo de violência, além do abuso de substâncias nocivas. Esses programas devem ter a participação da escola, dos familiares, da comunidade e de profissionais, como psicólogos e psicopedagogos. Tal união pode contribuir para detectar os sinais de problemas envolvendo a saúde mental dos alunos e para

tomar as medidas necessárias antes que esse tipo de comportamento resulte em alguma consequência grave.

Como a escola pode contribuir na promoção da saúde mental dos alunos?

A escola deve ser um espaço de disseminação do respeito e da proteção social dos jovens, atuando com a participação ativa das famílias. Nela, os alunos podem ser organizados em grupos a fim de possibilitar a troca de experiências em debates mediados por um psicólogo. Assim, os jovens tendem a se sentir mais à vontade para discutir e relatar sua realidade, compartilhando suas emoções e descobrindo os gatilhos que os fazem reagir com violência, ansiedade ou tristeza, por exemplo. Trata-se de uma oportunidade para trabalhar o autoconceito, a autoimagem e a autoestima dos jovens.

Averigüe a possibilidade de a escola oferecer espaços em horários alternativos para que os alunos desenvolvam atividades extracurriculares, como esportes, oficinas de teatro, atividades de cuidado com a escola e com os colegas, oficinas de dança, gincanas, competições e simulados. Nesses momentos, é importante incluir alunos de diferentes perfis. A convivência é essencial para o desenvolvimento do respeito mútuo e da empatia, colaborando com a saúde mental deles.

Atividades envolvendo atitudes solidárias podem contribuir para que os alunos se coloquem no lugar de outras pessoas, desenvolvendo a empatia. Uma sugestão é promover campanhas de coleta de produtos com o intuito de disponibilizá-los às pessoas vulneráveis e em situação de necessidade assistidas por instituições sociais do município.

Outras atividades podem envolver o futuro dos alunos, identificando os potenciais de cada um a fim de construir um projeto de vida. Mostrar que suas atitudes hoje influenciam o futuro incentiva-os a refletir sobre suas escolhas e opções. A escola, então, tem o papel de ajudá-los a ultrapassar as barreiras com atividades que envolvam a autoestima, o autoconhecimento e o autocuidado.

O professor deve ficar atento aos sinais que denotem mudança de comportamento dos alunos e que demandem o encaminhamento para avaliação da equipe formada pelos profissionais que cuidam da saúde mental, ações que contribuem para prevenir transtornos. Para isso, é muito importante que o professor converse com a administração da escola sobre a possibilidade de promover eventos de formação continuada relacionada à saúde mental.

O convívio social em sala de aula

A convivência social é um aspecto importante na vida de qualquer indivíduo. Vivemos constantemente em interação com outras pessoas e dependemos delas em muitas atividades do dia a dia. Por isso, é necessário ter harmonia no convívio social, com proveito mútuo e respeito

constante. Não ter preconceitos, compreender as necessidades do outro, aprender a lidar com as próprias limitações e contribuir para criar um ambiente propício para o crescimento em conjunto exige, além de boa vontade, ações de inclusão e integração comunitária.

Na socialização humana, em especial no ambiente escolar, lidamos com indivíduos de diferentes perfis, com diversas crenças e opiniões. Respeitar essas diferenças é dever de cada um e a palavra-chave, em todos os casos, é empatia.

Comumente, a escola é um dos primeiros lugares onde boa parte dos jovens tem contato com outras pessoas. Assim, entre as tarefas do professor, está a necessidade de orientar e instruir os alunos a ser empáticos, desenvolvendo a tolerância, a sensibilidade e, principalmente, o respeito para com os demais. Por meio de práticas saudáveis e bons exemplos, é possível que o professor consiga influenciar seus alunos em um sentido positivo de comportamento socialmente responsável, o qual poderá vir a ter impactos benéficos na sociedade como um todo.

Ações que podem facilitar a construção de um ambiente com essas características incluem, por exemplo, conversas amistosas nas quais, um a um, os alunos possam expressar suas opiniões e compartilhar suas emoções sobre os mais variados assuntos. Tal prática pode ser incrementada com atividades complementares, como a solicitação de pesquisas extraclasse, para posterior debate construtivo, a respeito de temas como as relações familiares, a importância dos vínculos de amizade, a aceitação de ideias contrárias às nossas e o respectivo respeito, o pluralismo cultural na escola e no ambiente de trabalho, a promoção da paz na comunidade escolar, entre outros.

A Matemática, nesse contexto, pode ser uma ferramenta para analisar dados acerca da distribuição de renda ou das discriminações em razão de etnia, sexo ou crença, investigando e interpretando as porcentagens de cada grupo sociocultural em diferentes estudos estatísticos. Com base em análises quantitativas, é possível discutir os desafios que a sociedade enfrenta rumo à efetividade da justiça social, que pode ser um ponto de partida para a troca de ideias e o autoconhecimento por parte dos alunos, inclusive com o envolvimento do professor. Para isso, noções de proporcionalidade, de causas e consequências lógicas e até mesmo da objetividade dos números na descrição dos fenômenos naturais, incluindo os socioeconômicos, são fatores importantes para a compreensão da realidade e, também, para aumentar a consciência dos jovens de modo a auxiliá-los no embasamento de argumentos.

Ademais, sempre que julgar conveniente, o professor pode conversar com os alunos, dispondo-se a ouvi-los e incentivando-os a expressar suas ideias. Atitudes desse tipo favorecem o respeito e a admiração mútuos, contribuindo para o engajamento saudável e natural em sala de aula.

Além disso, é importante conversar com os alunos sobre traçar planos em busca de sonhos e alcançar os meios necessários para consolidá-los pelo próprio esforço. Justamente por essa razão, também estão entre seus maiores desafios.

Nesse processo dinâmico, muitas vezes sem fim, a educação assume um papel importantíssimo, em especial nas peculiares etapas de transição entre a infância e a vida adulta. Ao lado da família, da sociedade e da auto-determinação do próprio sujeito, a escola é o fator mais importante na produção desse despertar de consciência e de responsabilidade no jovem, instruindo-o, tanto quanto possível, na estruturação gradativa e na viabilização sensata de um projeto de vida tão necessário. Tal projeto, constituindo o alicerce em que o futuro do jovem será edificado, deve levar em consideração os múltiplos âmbitos interconectados em que a vida se manifesta: pessoal, educacional, profissional, social, político, moral, intelectual e emocional.

O anseio por objetivos de vida maiores e mais realistas do que aqueles dos primeiros sonhos da infância costumam despontar com ímpeto durante a juventude, e normalmente o fazem de maneira desordenada, cheia de agitação, ingenuidades, inseguranças e receios. Assim, a escola deve se preocupar com a formação integral dos alunos e assumir o compromisso de lidar adequadamente com essas questões, elegendo a construção da autonomia como o eixo central em torno do qual organizar suas atividades.

Sendo a última etapa da Educação Básica, no Ensino Médio tais questões devem ser trabalhadas pelo professor com maior atenção e de maneira mais explícita, ora no contexto das tarefas do componente curricular, ora em conversas com a turma, mas sempre por meio de exemplos e de aconselhamentos que fomentem o delineamento de planos de vida e o recrudescimento do caráter.

Nesse sentido, a trajetória escolar deve ser capaz de dialogar com os jovens, desenvolvendo neles habilidades e conhecimentos que incentivem atitudes efetivas para lidar com os desafios da sociedade, promovendo a maturação de valores que incidirão sobre seus proces-

sos de tomada de decisão ao longo da vida. Além de prepará-los para o mercado de trabalho, fornecer orientação vocacional e capacitá-los para eventuais estudos mais complexos no ensino superior ou para aperfeiçoamento técnico em cursos profissionalizantes, conforme as circunstâncias de cada caso.

O estabelecimento do projeto de vida, como já frisado, é um processo dinâmico que conta com diálogos entre jovens, família, amigos, escola e sociedade. Contudo, a liberdade e o protagonismo são exclusivos do indivíduo: é ele que escolherá sua profissão, decidirá constituir família ou não, e vai direcionar sua atenção e seus esforços para a área de seu interesse. Desse modo, o projeto de vida que os alunos almejam, projetam e redefinem para si ao longo de suas trajetórias, praticamente coincidindo com o desenvolvimento da própria identidade, é apenas motivado e instruído pela escola, nunca imposto forçosamente por ela. As escolhas devem ocorrer naturalmente em uma multiplicidade de influências, experiências e aprendizagens que enriquecem à medida que se tornam plurais, de tal modo que os alunos de diferentes perfis aprendem uns com os outros por interação mútua e convívio constante, mediados – e não determinados – pela família, pelo professor, pela escola como um todo e, ainda mais amplamente, pelas conjunturas socioculturais nas quais o jovem está inserido.

É, enfim, no ambiente escolar que os jovens podem experimentar, de modo controlado, as interações com o outro e com o mundo, vislumbrando, na valorização da diversidade, oportunidades de crescimento para seu presente e futuro. É nessa riqueza de motivação que o jovem deve traçar o próprio caminho, explorando seus talentos e potencialidades, assumindo deveres e responsabilidades, aprendendo a fruir e a conter desejos, a dosar razão com emoção, a harmonizar lazer com labor, a mesclar estudos com diversão, disciplina com curiosidade. Com isso, ele estará apto a constituir-se um ser humano íntegro, seguro de si, cômico de quem é, dos próprios méritos e limitações, atento ao seu papel no mundo e ativo quanto às necessidades de seu tempo e de sua comunidade.

► A Base Nacional Comum Curricular na etapa do Ensino Médio

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o documento que estabelece os principais conhecimentos, competências e habilidades que os alunos devem desenvolver em cada etapa da Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio).

Com o intuito de substituir o currículo do Ensino Médio isolado em componentes curriculares, a BNCC apresenta, para essa etapa, as aprendizagens essenciais distribuídas por áreas do conhecimento. Assim, para cada área são definidas competências específicas que se rela-

cionam diretamente com as habilidades da área. Essa estrutura constitui a formação geral básica que, segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio (DCNEM), “[...] é composta por competências e habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e articuladas como um todo indissociável, enriquecidas pelo contexto histórico, econômico, social, ambiental, cultural local, do mundo do trabalho e da prática social [...]” (BRASIL, 2018b).

Além de estabelecer que os conteúdos sejam apresentados por área (formação geral básica), a BNCC prevê, tendo como documento orientador as DCNEM, os itinerários formativos, em que os alunos poderão escolher, por exemplo, a formação técnica como maneira de complementar sua formação escolar. Veja o esquema a seguir.



BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 469. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Com essa estruturação, a BNCC do Ensino Médio articula-se às habilidades e competências do Ensino Fundamental, com o objetivo de consolidar, aprofundar e ampliar a formação integral dos alunos, possibilitando, assim, a construção de uma sociedade mais justa e igualitária.

As áreas do conhecimento

O currículo do Ensino Médio deve ser elaborado por área e supõe um trabalho interdisciplinar e transdisciplinar. Isso requer um currículo que integre não só os conteúdos dos componentes de determinada área (interdisciplinaridade), mas também os componentes de outras áreas, estabelecendo relações transdisciplinares. As áreas do conhecimento e seus respectivos componentes curriculares são divididos na BNCC conforme apresenta o quadro a seguir.

ÁREAS DO CONHECIMENTO	COMPONENTES CURRICULARES
Linguagens e suas Tecnologias	- Arte - Educação Física - Língua Inglesa - Língua Portuguesa
Matemática e suas Tecnologias	- Matemática
Ciências da Natureza e suas Tecnologias	- Biologia - Física - Química
Ciências Humanas e Sociais Aplicadas	- Filosofia - Geografia - História - Sociologia

As dez competências gerais da Educação Básica, previstas na BNCC, têm como principal objetivo formar cidadãos conscientes do seu papel na sociedade e que saibam agir de maneira justa. Essas competências se desdobram na construção de conhecimentos, no desenvolvimento de habilidades, valores e atitudes.

1 – Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

2 – Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

3 – Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

4 – Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

5 – Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

6 – Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

7 – Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

8 – Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

9 – Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

10 – Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 9. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Para que os alunos desenvolvam as competências gerais é preciso, primeiramente, adquirirem as aprendizagens essenciais de cada área, por meio das habilidades, desenvolvendo, também, os princípios das competências específicas.

Esta coleção foi organizada de maneira a contemplar as habilidades e as competências específicas relacionadas à área do conhecimento **Matemática e suas Tecnologias**, bem como contemplar as competências gerais propostas na BNCC. Essas relações estão presentes nas

abordagens dos conteúdos, nas teorias, nas seções especiais e nas tarefas apresentadas. O livro do aluno aborda as relações entre as habilidades e/ou competências, de maneira que os conteúdos de Matemática estão destacados, permitindo que tanto os alunos quanto o professor confirmem como esses elementos são desenvolvidos. Já o **Suplemento para o professor** aborda as relações entre as habilidades e/ou competências e os conteúdos da área de **Matemática e suas Tecnologias**, assim como as competências específicas da área de **Ciências da Natureza e suas Tecnologias**, auxiliando o professor a verificar como esses itens podem ser desenvolvidos, a fim de contribuir com a formação integral dos alunos.

As diferentes maneiras de trabalhar com esses elementos serão explicitadas no tópico **Objetivos, comentários e sugestões** deste **Suplemento para o professor**. Além disso, no tópico **A BNCC e a coleção** há um mapeamento em que são apresentados os elementos da BNCC desenvolvidos em cada tema deste volume.

Temas contemporâneos transversais

Os temas contemporâneos transversais não são novidade nos documentos oficiais para a Educação Básica. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de 1997, eram chamados **temas transversais** e pressupunha-se que fossem incluídos nos currículos das escolas. Contudo, como os PCNs não tinham caráter obrigatório e os seis temas listados não eram pautados em nenhuma legislação ou norma específica, nem sempre essa inclusão acontecia no contexto escolar.

Com as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs) de 2013, os Temas transversais receberam o nome de **eixos temáticos** ou **eixos norteadores**, e pressupunham que os professores e os alunos escolhessem temas/assuntos afeitos ao componente curricular que desejassem estudar, contextualizando-os com outros. O trabalho interdisciplinar e transdisciplinar, por meio de eixos temáticos, tornou-se obrigatório a fim de conduzir os alunos na reflexão sobre a vida em sociedade.

Com a homologação da BNCC, em 2018, eles passaram a ser chamados **temas contemporâneos** e tornaram-se uma referência obrigatória para a elaboração dos currículos. Em 2019, com a publicação do documento *Temas contemporâneos transversais na BNCC*, passaram a ser chamados **temas contemporâneos transversais (TCTs)**. Essa mudança de nomenclatura é pautada na BNCC, que afirma: “[...] cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora.” (BRASIL, 2018a, grifo nosso).

Na BNCC, os TCTs foram distribuídos em seis áreas temáticas, conforme apresentado no quadro a seguir.

TEMAS CONTEMPORÂNEOS TRANSVERSAIS

CIÊNCIA E TECNOLOGIA	MEIO AMBIENTE	ECONOMIA	MULTICULTURALISMO	CIDADANIA E CIVISMO	SAÚDE
<ul style="list-style-type: none"> • Ciência e tecnologia 	<ul style="list-style-type: none"> • Educação ambiental • Educação para o consumo 	<ul style="list-style-type: none"> • Trabalho • Educação financeira • Educação fiscal 	<ul style="list-style-type: none"> • Diversidade cultural • Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras 	<ul style="list-style-type: none"> • Vida familiar e social • Educação para o trânsito • Educação em direitos humanos • Direitos da criança e do adolescente • Processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso 	<ul style="list-style-type: none"> • Saúde • Educação alimentar e nutricional

Os TCTs não pertencem a nenhuma área específica do conhecimento e devem ser abordados por todas elas de maneira integrada e complementar, possibilitando aos alunos a melhor compreensão da sociedade em que vivem. Seguindo essa premissa, e com o objetivo de orientar o professor no trabalho com os TCTs, esta coleção

aborda esses temas por meio de recursos e tarefas, tanto no livro do aluno quanto neste **Suplemento para o professor**. Essas abordagens percorrem as áreas do conhecimento e proporcionam aos alunos a reflexão sobre seu papel na sociedade, contribuindo para sua formação cidadã.

► Orientações didáticas e metodológicas

Tendências no ensino de Matemática nesta coleção

Esta coleção propõe a contextualização sociocultural do aluno, tornando-o protagonista de seu processo de aprendizagem. Embora a Matemática seja, “[...] por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados [...]” (BRASIL, 2018, p. 265), o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática tem importância considerável e deve fazer parte, sempre que possível, das tarefas discentes, a fim de produzir questionamentos saudáveis, levantar conjecturas e buscar contra-exemplos, entre outras situações. Nesse sentido, em diversos momentos desta coleção a condução dos conceitos busca ferramentas da tendência socioetnocultural, amparada na Etnomatemática, que propõe troca de conhecimento entre professor e aluno, incentivando sua autonomia crítica, criativa e transformadora na aprendizagem de um saber prático e dinâmico. Além disso, a realidade do aluno é, muitas vezes, problematizada e tomada como contexto para explorar novos conceitos e ampliar os conhecimentos prévios deles.

O ponto de partida da tendência socioetnocultural está pautado nos “problemas oriundos do meio cultural, das práticas cotidianas. Professor e alunos trocariam seus conhecimentos [...]. Isso se evidencia pelo trabalho pedagógico a partir da abordagem de temas envolvendo o conhecimento cotidiano dos alunos.” (ZIMER, 2008, p. 86-87).

Dessa maneira, a Matemática é uma ciência prática e dinâmica, produzida histórica e culturalmente em diversos contextos sociais, em que sua história desmitifica a realidade e estabelece estratégias que incentivam e facilitam as ações dos alunos, contribuindo para a construção de uma consciência cidadã e democrática. Além disso, as trocas de conhecimentos entre o professor e os alunos por meio de metodologias ativas objetivam a formação crítica, pessoal e social.

Ademais, os recursos tecnológicos são ferramentas potenciais de ensino ao apoiar a autoprodução de conhecimentos por parte dos alunos.

Sabe-se que os resultados matemáticos são obtidos por meio de deduções pautadas em axiomas, teoremas, corolários, lemas, postulados ou proposições. Grande parte do ensino atual está relacionada à mera reprodução de algoritmos. No entanto, não podemos reduzir a Matemática à simples aplicação de fórmulas e à resolução de exercícios, pois são procedimentos mecânicos, que não possibilitam o desenvolvimento do pensamento crítico do aluno. Com o objetivo de mudar essa abordagem em sala de aula, algumas concepções no ensino de Matemática podem ser adotadas, visando tornar o aluno protagonista do próprio processo de aprendizagem. Entre elas, temos a Etnomatemática, a História da Matemática, a Investigação matemática, a Resolução de problemas e a Modelagem matemática.

No Brasil, o precursor da Etnomatemática é o professor Doutor Ubiratan D’Ambrosio. Etimologicamente, Etnomatemática significa a maneira, a técnica ou a arte (*tica*) de explicar, conhecer e entender (*mathema*) a realidade natural e sociocultural em que o indivíduo está inserido (*etno*). Nesse sentido, o autor a concebe como “o reconhecimento que as ideias matemáticas, substanciadas nos processos de comparar, classificar, quantificar, medir, organizar e de inferir e de concluir, são próprias da natureza humana. Em todo ser humano, cérebro e mente se organizam para execução desses processos” (D’AMBROSIO, 2008, p. 164). Para D’Ambrosio, a Matemática é espontânea e individual, motivada e desenvolvida de acordo com o ambiente social e cultural em que o indivíduo se encontra. Ao sugerir um vínculo entre a Etnomatemática e a sala de aula, D’Ambrosio argumenta que “a proposta pedagógica da etnomatemática é fazer da matemática algo vivo, lidando com situações reais no tempo [agora] e no espaço [aqui]. E através da crítica, questionar o aqui e agora. Ao fazer isso, mergulhamos

nas raízes culturais e praticamos dinâmica cultural” (D’AMBROSIO, 2015, p. 46-47).

Nesta coleção, a Etnomatemática é trabalhada em alguns contextos e tarefas que apresentam o conhecimento matemático atrelado a diversas culturas, oportunizando momentos de reflexão quanto ao papel social que a Matemática representa nas relações humanas. Por meio dessa abordagem, é esperado que os alunos descubram métodos úteis para resolver, de maneira eficaz, problemas em contextos não tão comuns à própria realidade. No tópico **Objetivos, comentários e sugestões** deste **Suplemento para o professor**, são apresentadas diversas situações que permitem ao professor promover, junto aos alunos, um debate acerca da importância da Etnomatemática.

A História da Matemática, como uma tendência de ensino, excede a descrição de fatos históricos ou a apresentação de biografias de matemáticos famosos. Esse ramo envolve a recuperação do processo histórico de construção do conhecimento matemático, favorecendo a contextualização dos objetos de conhecimento. Segundo Lopes e Ferreira (2013), uma dinâmica interessante para introduzir um novo conteúdo em sala de aula é proporcionar aos alunos o contato com o desenvolvimento histórico desse conceito, apontando, sempre que possível, quais eram as condições sociais, econômicas e políticas que, possivelmente, levaram ao surgimento daquela ideia. Para Miguel e Miorim (2011), o professor pode buscar na História da Matemática o apoio de que necessita para atingir os objetivos pedagógicos que levem os alunos a perceber:

- (1) a matemática como uma criação humana;
- (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática;
- (3) as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das ideias matemáticas;
- (4) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc.;
- (5) a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias;
- (6) as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo;
- (7) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova.

MIGUEL, Antonio; MIORIN, Maria Ângela. *História na Educação Matemática: propostas e desafios*. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011. p. 53.

Nesta coleção, a História da Matemática é abordada, sempre que oportuno, por meio de situações motivadoras, que propiciam o trabalho com os aspectos históricos dos conceitos envolvidos. Tais situações podem ser encontradas tanto no decorrer das teorias quanto nos enunciados das tarefas propostas.

A Investigação matemática, por sua vez, consiste no

trabalho com situações abertas, isto é, situações em que a questão principal não está bem definida. Visto que os alunos podem tomar diferentes pontos de partida, é provável que os resultados obtidos também sejam diferentes ao final do processo de investigação. Para Ponte, Brocado e Oliveira (2016), a Investigação matemática pode ser concebida como uma atividade de ensino e aprendizagem que favorece “o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor” (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2016, p. 23). O desenvolvimento de atividades de investigação envolve quatro momentos distintos: exploração e formulação de questões; conjecturas; testes e reformulação; justificação e avaliação (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2016). Em um primeiro momento, os alunos devem reconhecer e explorar a situação-problema proposta, além de formular questões que serão investigadas no decorrer desse processo. Em um segundo momento, eles são levados a organizar os dados coletados e propor conjecturas com base nas informações obtidas até então. Depois, eles devem testar tais conjecturas, verificando sua validade e reformulando-as, caso necessário. Por fim, devem justificar essas conjecturas, avaliando o raciocínio desenvolvido e os resultados obtidos.

Nesta coleção, a Investigação matemática é trabalhada em contextos nos quais os alunos são levados a: investigar algoritmos e representá-los por meio de um fluxograma; elaborar enunciados de problemas, nos quais eles devem investigar problemas parecidos que envolvam os conceitos estudados, tomando-os como base para criar uma nova situação; investigar propriedades matemáticas e estabelecer relações entre diferentes conceitos, de modo a formular conjecturas e validá-las sempre que necessário; entre outros casos.

Outra tendência no ensino de Matemática é a Resolução de problemas, que consiste em trabalhar com situações cujos procedimentos que permitem sua resolução não estão predefinidos. Em primeiro lugar, é preciso definir o conceito de problema. Para Onuchic (1999), problemas são situações nas quais não se sabe o que fazer, mas há interesse em solucioná-las. Em outras palavras, são situações que levam o aluno a pensar em algum procedimento de resolução que ainda não está bem definido. A autora ainda destaca que, na abordagem da Resolução de problemas, o aluno, por um lado, aprende Matemática para resolver problemas e, por outro, aprende Matemática resolvendo problemas. Polya (1999), ao tratar da Resolução de problemas no ensino de Matemática, propõe uma heurística de resolução, isto é, resolver um problema consiste em seguir determinadas etapas. O primeiro passo é compreender o problema interpretando o enunciado. Em seguida, elaboram-se um plano de resolução, no qual é possível identificar procedimentos mate-

máticos que podem ser úteis. Definido o plano, deve-se colocá-lo em execução, encontrando uma solução para o problema. Por fim, a última etapa consiste na comparação dos resultados obtidos com o enunciado do problema, verificando todos os procedimentos utilizados e analisando se a solução é consistente com o que foi solicitado.

De acordo com a BNCC:

[...]

Para resolver problemas, os estudantes podem, no início, identificar os conceitos e procedimentos matemáticos necessários ou os que possam ser utilizados na chamada formulação matemática do problema. Depois disso, eles precisam aplicar esses conceitos, executar procedimentos e, ao final, compatibilizar os resultados com o problema original, comunicando a solução aos colegas por meio de argumentação consistente e linguagem adequada.

No entanto, a resolução de problemas pode exigir processos cognitivos diferentes. Há problemas nos quais os estudantes deverão aplicar de imediato um conceito ou um procedimento, tendo em vista que a tarefa solicitada está explícita. Há outras situações nas quais, embora essa tarefa esteja contida no enunciado, os estudantes deverão fazer algumas adaptações antes de aplicar o conceito que foi explicitado, exigindo, portanto, maior grau de interpretação.

Há, ainda, problemas cujas tarefas não estão explícitas e para as quais os estudantes deverão mobilizar seus conhecimentos e habilidades a fim de identificar conceitos e conceber um processo de resolução. Em alguns desses problemas, os estudantes precisam identificar ou construir um modelo para que possam gerar respostas adequadas. Esse processo envolve analisar os fundamentos e propriedades de modelos existentes, avaliando seu alcance e validade para o problema em foco. [...]

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 535. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Nesta coleção, a Resolução de problemas é abordada na seção **Resolvendo por etapas**, em que são apresentadas situações que complementam os conteúdos trabalhados no livro do aluno. Por meio de orientações específicas detalhadas em algumas etapas, os alunos são levados a determinar a resposta do problema proposto. Dependendo do que o professor julgar conveniente, o trabalho com essa seção poderá ser desenvolvido individualmente ou em grupos.

As atividades de cunho predominantemente investiga-

tivo, que não possuem procedimentos de resolução previamente determinados, não se restringem apenas à Resolução de problemas ou à Investigação matemática. A Modelagem matemática, enquanto tendência de ensino, também tem como base as atividades investigativas. Porém, o que a diferencia das outras tendências é o fato de que as atividades abordam situações do mundo real, em contextos próximos à realidade dos alunos. A Modelagem matemática pode ser considerada uma alternativa pedagógica, que aborda situações que não são matemáticas, isto é, reais, por meio da Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Nesse sentido, ao trabalhar com uma atividade na perspectiva da Modelagem matemática, os alunos têm como ponto de partida uma situação-problema cujo contexto está relacionado ao mundo real e cujos dados só serão conhecidos por meio da coleta de informações. Essa etapa leva os alunos a elaborar problemas que serão investigados por meio da Matemática, resultando em um modelo formado por um sistema conceitual expresso em linguagem matemática. A construção desse modelo matemático requer que os alunos criem estratégias que os auxiliem na resolução do problema, mesmo que tais estratégias não sejam determinadas *a priori*. Por fim, é necessário que eles determinem a resolução do problema por meio do modelo matemático elaborado, cuja resposta será confrontada com o enunciado, buscando possíveis divergências de valores. Essa interpretação do resultado pode resultar em uma solução que satisfaça o problema ou, então, em uma solução que não seja condizente com as informações previamente apresentadas. Nesse último caso, é necessário orientar o aluno para que retome os procedimentos a fim de encontrar o erro cometido e, assim, executar novamente os procedimentos com o intuito de encontrar a solução correta. Esse tipo de atividade, além de proporcionar uma aprendizagem significativa, pode causar motivação nos alunos, visto que são estudadas situações de seu cotidiano. O desenvolvimento de atividades sob a luz da Modelagem matemática exige que o professor desempenhe o papel de orientador, tornando o aluno o próprio protagonista de seu processo de aprendizagem.

Apesar das diferentes características entre as tendências citadas, todas elas destacam o papel do professor distinto do modelo usual de ensino. Quando inserido em atividades com as características descritas, ele deve se tornar um mediador do ensino, no sentido de fazer com que os alunos utilizem suas habilidades e técnicas na resolução dos problemas e/ou situações que surgirem. Nesse sentido, há dois caminhos que podem ser percorridos: primeiro, o professor encaminha os alunos na resolução do problema por meio de dicas e orientações que, na verdade, não os auxiliam no desenvolvimento do raciocínio crítico; segundo, o professor, por meio de questionamentos, auxilia os alunos na resolução da situação proposta sem revelar a solução do problema inicial. Em qualquer caso, cabe ao professor utilizar todo o conhecimento relacionado à sua prática pedagógica para refletir acerca do caminho mais adequado para aquela situação, de acordo com o trabalho que estiver sendo desenvolvido.

O computador e o ensino da Matemática

O advento da tecnologia beneficiou diversos setores importantes da nossa sociedade, um deles foi a educação. Os computadores, celulares, *tablets* e outros dispositivos eletrônicos estão presentes em qualquer ambiente, inclusive na sala de aula. Assim, é de se esperar que tais equipamentos passem a fazer parte do cotidiano escolar dos alunos, contrariando grande parte da população que considera instrumentos escolares apenas a lousa, o giz e o livro didático.

Apesar da constante presença em diversos setores e do comprovado auxílio de um computador a um ambiente escolar, muitos professores ainda apresentam certa resistência à sua implementação na sala de aula. Enquanto alguns encaram os equipamentos tecnológicos como eficazes transmissores de conhecimento (informática na educação), outros ainda acreditam que deveria ser criado um componente curricular específico no currículo escolar dos alunos com o intuito de auxiliá-los a manipular tais equipamentos (educação informática). Mas qual seria a diferença entre esses dois conceitos?

De maneira geral, o objetivo da educação informática é preparar o indivíduo para o mercado de trabalho, ensinando-lhe alguns conceitos computacionais, os fundamentos sobre como um computador funciona e a utilização de alguns *softwares* para trabalhos específicos. Contudo, esse tipo de serviço ainda é ofertado pelas escolas de informática em algumas localidades. Já em relação à informática na educação, o computador assume outro papel: sua inserção na rotina escolar tem participação no processo de ensino e aprendizagem. Nesse caso, é possível obter e trocar informações, desenvolver conceitos, entre outras possibilidades.

Focando no segundo conceito, informática na educação, podem surgir algumas perguntas que merecem reflexão.

- De quais maneiras é possível inserir o computador no ambiente escolar?
- Que tipo de contribuição esse instrumento pode trazer para o processo de ensino e aprendizagem?
- Quais são os *softwares* mais adequados para o trabalho em sala de aula?
- Que cuidados devemos ter para que o computador seja uma ferramenta efetiva utilizada para fins educativos?

As respostas para essas e outras perguntas devem surgir de acordo com o planejamento do projeto pedagógico da escola, tendo em vista os objetivos a serem alcançados.

O uso de um computador como recurso didático requer muito mais do que a simples instalação desse equipamento e de como os professores farão uso dele. É necessário que eles sejam capazes de extrair todo o potencial desse equipamento no ambiente escolar. Com o objetivo de alcançar resultados cada vez mais satisfatórios,

ao trabalhar com o auxílio da tecnologia, o professor deve explorá-la como uma ferramenta pedagógica capaz de auxiliar no processo de ensino e aprendizagem. É importante enfatizar que, diante de todas essas transformações, o professor em sala de aula deixa de ser apenas um transmissor de informações para ser mediador do processo de ensino e aprendizagem.

Os recursos computacionais em si mesmos, quando amplamente dominados pelo professor, não são suficientes para garantir uma ação educacional diferenciada, se não estiverem claras e fundamentadas as teorias. Assim, além da necessidade de saber lidar com o computador, o professor deve entregar-se ao processo de construir para si mesmo um novo conhecimento, incorporando não somente os princípios que estão sendo atualmente desenvolvidos sobre informática e educação, mas acima de tudo, passando pelas considerações teóricas sobre a aprendizagem que melhor explicam a aquisição do conhecimento e o desenvolvimento cognitivo. Trata-se de dominar o conhecimento científico de uma maneira ampla e necessária para o seu próprio aprimoramento intelectual.

OLIVEIRA, 2007, p. 59, apud FONTES, Maurício de Moraes; FONTES, Dineusa Jesus dos Santos; FONTES, Miriam de Moraes. O computador como recurso facilitador da aprendizagem matemática. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 1., 2009, Ponta Grossa. *Anais* [...]. Ponta Grossa: UTFPR, 2009. p. 1023.

Em certos momentos, especificamente nas aulas de Matemática, a utilização de alguns *softwares* pode facilitar algumas dinâmicas em sala de aula ou propiciar a exploração de algo que seria inviável sem esses recursos. Os *softwares* contribuem de maneira significativa no processo de ensino e aprendizagem, pois são interativos, promovem maior abertura para o desenvolvimento da criatividade dos alunos, estimulam a pesquisa e auxiliam na construção de um saber coletivo. Portanto, quanto maior a gama de *softwares* distintos conhecidos pelo professor, mais rica, dinâmica e produtiva será a aula ministrada.

[...] Inovações didáticas resultantes da utilização do computador podem ser ilustradas por *softwares* destinados ao ensino da geometria, incorporando o recurso do movimento e da simulação na representação de conceitos. Essa é uma novidade, uma vez que o movimento é um recurso mais próximo da flexibilidade da representação por imagens mentais, restritas ao cérebro humano.

[...]

PAIS, Luiz Carlos. *Educação escolar e as tecnologias da informática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. p. 40-41.

Nesta coleção, alguns temas relacionados ao uso do computador em sala de aula são abordados em diversos momentos. Por exemplo, na seção **Acessando tecnologias** são apresentados *softwares* e outros recursos tecnológicos que complementam o ensino dos conteúdos abordados no livro do aluno. O trabalho com essa seção poderá ser realizado no laboratório de informática da escola ou, ainda, proposto como atividade extraclasse.

O pensamento computacional

Vivemos em uma sociedade na qual a presença das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) provoca importantes transformações em diversos setores, como na economia, na cultura e na educação. Diante disso, pesquisadores de campos relacionados às políticas educacionais enfatizam a importância da implantação da programação e de conceitos oriundos da ciência da computação no currículo escolar, uma vez que o trabalho realizado no âmbito dessa ciência desenvolve capacidades relacionadas ao pensamento computacional, que, junto à leitura, à escrita e à aritmética, deveria ser uma das habilidades analíticas inerentes a cada indivíduo (RAABE, 2017).

Mas o que é o pensamento computacional?

[...]

Pensamento computacional é uma forma para seres humanos resolverem problemas; não é tentar fazer com que seres humanos pensem como computadores. Computadores são tediosos e enfadonhos; humanos são esportos e imaginativos. Nós humanos tornamos a computação empolgante. Equipados com aparelhos computacionais, usamos nossa inteligência para resolver problemas que não ousa-

ríamos sequer tentar antes da era da computação e construir sistemas com funcionalidades limitadas apenas pela nossa imaginação.

[...]

WING, Jeannette. *Computational Thinking*. Trad. Cleverson Sebastião dos Anjos. *Communications of the ACM*, n. 3, p. 4, 2006. Disponível em: <<https://periodicos.utfr.edu.br/rbect/article/view/4711>>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Um dos eixos do currículo de referência em tecnologia e computação, do Centro de Inovação para a Educação Brasileira, é o pensamento computacional, o qual disserta sobre a resolução de problemas que envolvem tecnologias digitais considerando quatro pilares: decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmo (CIEB, 2018; BRACKMANN, 2017).

- **Decomposição:** decompor o problema em problemas menores, conhecidos como subproblemas, mais fáceis de serem resolvidos.
- **Reconhecimento de padrões:** analisar os subproblemas individualmente, com o objetivo de reconhecer padrões e identificar características comuns que ajudam na sua resolução.
- **Abstração:** filtrar, classificar e organizar as informações relevantes ao considerar apenas os dados essenciais para a resolução do problema e ignorar as informações irrelevantes, atingindo uma generalização dos padrões identificados.
- **Algoritmo:** construção de estratégias ou instruções claras e ordenadas que auxiliam a resolução dos subproblemas e, conseqüentemente, a obter a solução do problema principal.

Para mais informações a respeito do currículo de referência em tecnologia e computação, acesse o site do CIEB. Disponível em: <https://curriculo.cieb.net.br/assets/docs/Curriculo_de_Referencia_em_Tecnologia_e_Computacao.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2020.



CENTRO DE INOVAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO BRASILEIRA

Centro de Inovação para a Educação Brasileira. Disponível em: <<https://curriculo.cieb.net.br/>>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Como estratégia didática para o desenvolvimento do pensamento computacional, os conceitos relacionados à linguagem de programação, quando o contexto assim solicitar, podem ser utilizados de modo contextualizado a fim de que os alunos exercitem sua aprendizagem e autonomia para estabelecer relações com situações de seu cotidiano. O uso de simulações, *softwares* ou equipamentos específicos, por exemplo, pode levar os alunos a estudar determinados fenômenos reais que dificilmente seriam possíveis sem o auxílio desses recursos.

No Ensino Médio, ao trabalhar com abordagens que desenvolvem o pensamento computacional, deve-se planejar a maneira como as atividades propostas serão efetuadas, considerando diferentes perfis de alunos, bem como as características de cada turma, além de fazer uso dos recursos disponíveis no ambiente escolar e de perseguir os objetivos a serem alcançados.

Sabe-se que as escolas públicas brasileiras, muitas vezes, não possuem o aparato tecnológico e computacional necessário para o desenvolvimento de atividades com essas tecnologias. Nesses casos, o professor deve recorrer ao trabalho com o pensamento computacional sem o auxílio de recursos tecnológicos, conhecido como pensamento computacional desplugado, ou *unplugged*. Segundo Brackmann (2017), essa alternativa, por ser de fácil aplicação em diferentes realidades, foi pensada justamente com o intuito de atender às escolas públicas que não possuem condições socioeconômicas de ter acesso a computadores ou outras tecnologias. Desse modo, o professor pode aplicar abordagens lúdicas, como truques de mágica e competições entre os alunos ou, ainda, usar objetos manipuláveis, como jogos (de tabuleiro, de cartas, de peças), livros, fichas, figuras e, até mesmo, o próprio material escolar dos alunos.

Além disso, de acordo com a BNCC (2018, p. 474), o pensamento computacional “envolve as capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos”.

Assim, nesta coleção, o pensamento computacional é incentivado eventualmente: em tarefas que envolvem a organização do pensamento; no registro e na análise de resultados e dados por meio de planilhas e gráficos; no uso de *softwares* de geometria dinâmica; nas construções de algoritmos e fluxogramas; por meio de linguagem de programação usando o *software* VisualG – programa que possibilita a criação, edição, interpretação e execução de algoritmos, bastante utilizado para o ensino da lógica de programação por ser de fácil manipulação.

No trabalho com o VisualG, os alunos são levados a interpretar as informações do problema proposto e organizá-las em uma sequência de instruções que devem ser transformadas em um algoritmo. Então, essas instruções são transcritas no *software*, realizando a codificação do problema, apresentado em linguagem materna, para uma linguagem de programação. Com isso, os alunos desenvolvem os quatro pilares do pensamento computacional. O VisualG é livre e seu *download* pode ser feito

por meio do *site* disponível em: <<https://visualg3.com.br/>>. Acesso em: 14 maio 2020.

Associado ao pensamento computacional, cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática. Um algoritmo é uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma. A linguagem algorítmica tem pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável. Outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 271. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Para auxiliar nas práticas que propiciam o desenvolvimento do pensamento computacional em sala de aula, veja algumas referências no tópico **Sugestões ao professor** deste **Suplemento para o professor**.

O aluno no centro do processo de aprendizagem

Metodologias ativas

Nas últimas décadas, o advento da tecnologia e as discussões envolvendo novos métodos de ensino têm gerado grandes desafios aos professores e às escolas. Estruturas de ensino tradicionais, nas quais professores transmitem conhecimentos aos alunos, têm sido cada vez mais questionadas quanto ao seu papel efetivo no processo de ensino e aprendizagem.

Nesse sentido, as metodologias ativas são uma maneira de transformar essa realidade, engajando o aluno e tornando o processo de ensino e aprendizagem mais significativo. As estratégias de metodologias ativas são um processo de ensino e aprendizagem em que o aluno é o protagonista da construção do conhecimento, tendo o professor como mediador para atingir um objetivo de aprendizagem de modo interativo, dinâmico, reflexivo e colaborativo.

Nesse tipo de abordagem, o professor deixa de ser o transmissor do conhecimento, passando a ser um mediador ao planejar as aulas com foco em orientar e incentivar os alunos.

As metodologias ativas dão ênfase ao papel protagonista do aluno, ao seu envolvimento direto, participativo e reflexivo em todas as eta-

pas do processo, experimentando, desenhando, criando, com orientação do professor [...].

MORAN, J. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In: BACICH, L; MORAN, J. (Org.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática*. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 02-25.

As dez competências gerais propostas pela BNCC estão alinhadas às situações de aprendizagem que podem ser conduzidas por meio da aplicação de estratégias de metodologias ativas, incentivando o protagonismo do aluno.

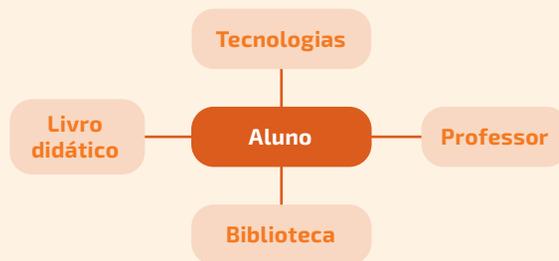
No novo cenário mundial, reconhecer-se em seu contexto histórico e cultural, comunicar-se, ser criativo, analítico-crítico, participativo, aberto ao novo, colaborativo, resiliente, produtivo e responsável requer muito mais do que o acúmulo de informações. Requer o desenvolvimento de competências para aprender a aprender, saber lidar com a informação cada vez mais disponível, atuar com discernimento e responsabilidade nos contextos das culturas digitais, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, conviver e aprender com as diferenças e as diversidades.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. p. 14. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2020.

As competências gerais da BNCC centralizam no aluno o processo de ensino e aprendizagem, colocando-o como produtor efetivo de conhecimento. Assim, as competências visam à mobilização de conhecimentos com o intuito de atender às demandas cotidianas e também aos problemas sociais mais complexos, sempre conferindo ao aluno um papel central e ativo nesse processo.

Ao empregar estratégias de metodologias ativas no processo de ensino e aprendizagem, os alunos são incentivados a construir o conhecimento de modo integrado às

necessidades de seu cotidiano. Nesse processo, é possível agregar o uso de recursos diversos, como o livro didático usado em sala de aula, os livros disponíveis na biblioteca e os recursos provenientes da tecnologia, como o computador, o celular, a internet e as plataformas digitais.



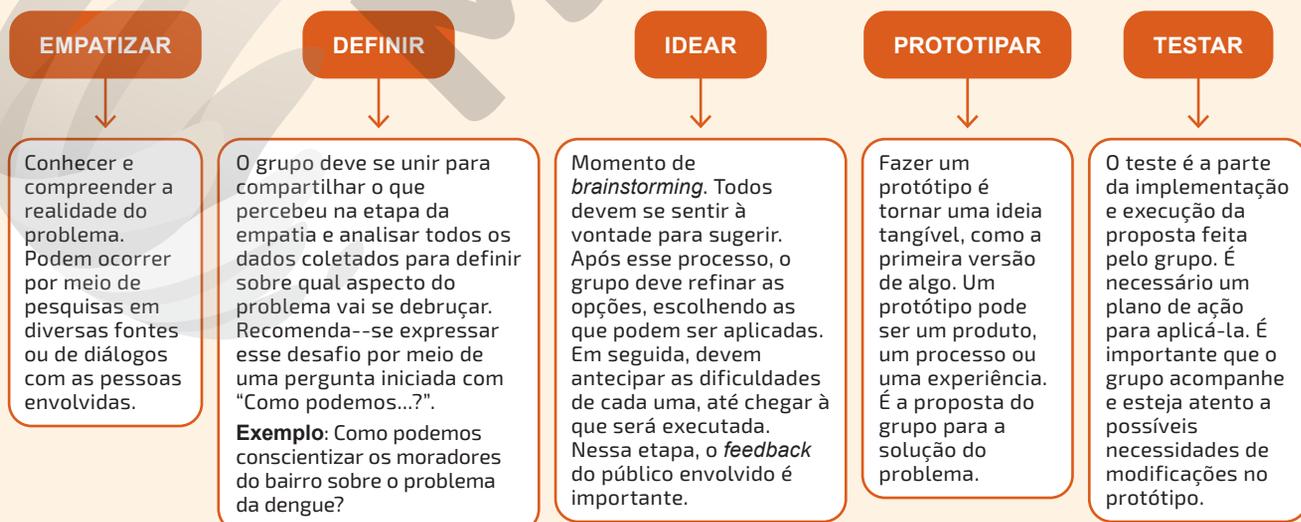
Considerando esse contexto, esta coleção busca explorar diferentes estratégias de metodologias ativas por meio de tarefas que incentivam o protagonismo dos alunos. No tópico **Objetivos, comentários e sugestões** deste **Suplemento para o professor**, encontra-se o destaque **Metodologia ativa**, que explica, de maneira geral, como algumas estratégias podem ser aplicadas em determinados momentos, orientando o professor, sempre que conveniente, sobre a metodologia ativa mais adequada para ser adotada naquele contexto específico.

Estratégias

Design thinking (Pensamento de *design*)

Design thinking (DT) é uma estratégia baseada em empatia, colaboração, criatividade e otimismo, que busca soluções para determinada necessidade por meio de um processo estruturado.

Inspirado na maneira como os *designers* resolvem problemas, o processo do Design thinking parte da compreensão de um problema para um *brainstorming* e, por fim, segue para a criação de soluções inovadoras. Veja a seguir as principais etapas do DT.



Fonte de pesquisa: ROCHA, Julciane. Design thinking na formação de professores: novos olhares para os desafios da educação. In: BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello (Orgs.). *Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação*. Porto Alegre: Penso, 2015. p. 161-163.

Na educação, a estratégia DT pode ser aplicada tanto em atividades que levem horas para serem resolvidas, como as problematizações de conteúdos em aulas expositivas, quanto em atividades que podem levar semanas ou meses, como as campanhas na escola. Essa metodologia ativa contribui para o desenvolvimento da empatia, da criatividade e da colaboração entre os alunos.

Peer instruction (Abordagem por pares)

A estratégia Peer instruction ou abordagem por pares consiste em uma dinâmica na qual a aprendizagem dos alunos não se baseia somente no estudo individual e na explicação do professor, mas também em auxiliar e ser auxiliado pelos colegas para compreender conceitos.

A estratégia é organizada da seguinte maneira.

- O aluno estuda os conteúdos antes da aula.

- Em sala de aula, o professor faz uma breve exposição do assunto e aplica um teste, preferencialmente oral e com respostas de múltipla escolha.
- Ao fazer a primeira pergunta, o professor deve avaliar as respostas da turma: se mais de 70% dos alunos acertarem a resposta, o professor faz uma breve explanação da resposta correta e dos motivos pelos quais as outras estão erradas e prossegue com o teste. Se menos de 30% dos alunos responderem corretamente, é necessário voltar aos conteúdos e revisá-los de maneira aprofundada. Se a porcentagem de acertos ficar entre 30% e 70%, o professor deve pedir aos alunos que se reúnam em duplas ou grupos para conversar sobre a questão, explicando ao colega o que foi entendido e chegando a um consenso. Ao terminarem a conversa, o professor faz a pergunta novamente, e segue nesse ciclo.



Fonte de pesquisa: FILATRO, Andrea; CAVALCANTI, Carolina Costa. *Metodologias inov-ativas na educação presencial, a distância e corporativa*. São Paulo: Saraiva Educação, 2018. p. 46.

Há diversas maneiras de aplicar o teste para os alunos: pode-se indicar alternativas e pedir que levantem as mãos; distribuir cartões coloridos e pedir que os levantem conforme a resposta; registrar em papel ou utilizar aplicativos.

Essa estratégia é válida, por exemplo, para iniciar os estudos sobre o tema e para revisar os conteúdos estudados. A abordagem por pares contribui com a interação, a colaboração e o diálogo entre os alunos.

Gallery walk (Caminhada na galeria)

Gallery walk é uma estratégia que desenvolve a habilidade de síntese e estimula a interação, o trabalho em equipe e a socialização do conhecimento. Nela, os alunos exibem seus trabalhos em cartazes que devem ser afixados em paredes, como obras de arte em uma galeria. Em seguida, a turma circula pela sala, observando os cartazes afixados, debatendo e refletindo sobre o tema proposto.

Há diversas possibilidades de condução dessa estratégia: trabalhos individuais apresentados enquanto a turma percorre a “galeria” em conjunto; circulação livre dos alunos pela “galeria”, colando notas adesivas nos cartazes com dúvidas ou sugestões; entre outras.

Essa dinâmica pode ser aplicada na apresentação, revisão ou mesmo na avaliação de conteúdos. Cabe ao professor definir os objetivos e o tema a serem trabalhados, orientando a turma em relação à atividade. Durante o processo, o docente assume o papel de observador, permitindo que os alunos se organizem e intervindo somente se for necessário. Ao final, é importante promover um debate geral com a turma ou fazer uma breve explanação sobre os trabalhos e o processo da Gallery walk.

Sorting strips (Tiras de classificação)

Na estratégia Sorting strips, trechos de informações ou conteúdos são separados em tiras de papel para serem organizados em sequência ou classificados em categorias.

Essa dinâmica auxilia a sistematização da aprendizagem de modo colaborativo, incentivando a troca de ideias entre os alunos e possibilitando a discussão de ideias opostas, complementares ou sequenciais ao conteúdo das tiras.

A estratégia pode ser aplicada para explorar a compreensão de processos, o encadeamento de ideias e o exercício de classificações.

Think-pair-share (Pensar-conversar-compartilhar)

Think-pair-share é uma estratégia de aprendizagem cooperativa que consiste em pensar, individualmente, sobre uma questão ou um problema levantado pelo professor, compartilhar o raciocínio individual com um colega e, em seguida, socializar com um grupo maior os pensamentos e as conclusões aos quais a dupla chegou.

Essa estratégia favorece os alunos que não se sentem à vontade em compartilhar suas opiniões ou seus conhecimentos com a turma ou com um grupo, mas são capazes de conversar com um colega sobre determinada situação antes de se posicionar diante de um grupo maior.



Think

O professor expõe o problema e o aluno reflete individualmente sobre a situação.



Pair

O aluno reúne-se com um colega para trocar percepções sobre a situação. É interessante que as duplas sejam definidas antes de a questão ser exposta, a fim de que as reflexões dos alunos não sejam interrompidas para que eles encontrem um par.



Share

As duplas se unem em grupos maiores para compartilhar as conclusões a que chegaram após a discussão conjunta. O grupo discute todas as percepções e chega a uma nova síntese das ideias com base na discussão coletiva.

Em outro modelo de socialização, o professor pode pedir a algumas duplas que compartilhem suas conclusões com toda a turma.

Essa estratégia desenvolve habilidades de oralidade e argumentação, além de incentivar os alunos a ouvir e respeitar diferentes opiniões.

Quick writing (Escrita rápida)

Quick writing é uma estratégia que consiste em escrever uma resposta relacionada a um conteúdo em, no máximo, cinco minutos.

Essa dinâmica desenvolve a fluência na escrita e a capacidade de síntese. A pergunta é feita pelo professor e pode se relacionar tanto aos assuntos estudados quanto à vivência dos alunos. É possível aplicar essa estratégia baseando-se em abordagens como: explicação de conceitos ou vocabulários de um texto; formulação de hipóteses; ou inferências e explanação de conhecimentos prévios.

Avaliação

A etapa escolar do Ensino Médio busca o desenvolvimento integral dos jovens alunos. Os objetivos pedagó-

gicos, portanto, de acordo com as orientações da BNCC, devem propiciar o desenvolvimento de **competências** nesses jovens, não apenas no sentido de **saber**, mas principalmente de **saber fazer**. Desse modo, nesta coleção, os alunos são envolvidos em situações de estudo que perpassam suas necessidades e seus interesses, ampliam seus conhecimentos e permitem a mobilização desses conhecimentos visando atender às demandas do mundo onde vivem.

Portanto, a **avaliação das aprendizagens** desses alunos, como parte indissociável do processo de ensino e aprendizagem, deve estar alinhada a esses objetivos na atividade escolar.

A prática avaliativa tem sido cada vez mais reconhecida por sua importância, pois auxilia o trabalho do professor, e por seu caráter legítimo na validação da condução didático-pedagógica. Desse modo, faz-se necessário compreender a essência de algumas modalidades de avaliação e implementá-las de acordo com os objetivos definidos para cada momento do processo de ensino e aprendizagem.

Avaliação diagnóstica

Toda avaliação tem caráter diagnóstico, pois tende a obter informações sobre a aprendizagem dos alunos. Essa é uma prática muito importante ao iniciar um conteúdo, pois, por meio dela, é possível identificar os conhecimentos prévios de cada um. Desse modo, é possível tomar decisões sobre seu planejamento de ensino, caso seja necessário complementá-lo ou resumí-lo.

Avaliação somativa

Em geral, é aplicada ao final do estudo de um conteúdo e pode valer-se de diferentes tipos de instrumentos. Fornece dados ou informações que sintetizam os avanços das aprendizagens dos alunos em relação a tal conteúdo. Busca, de maneira pontual e conclusiva, sintetizar e registrar os resultados verificados, com finalidade informativa ou classificatória.

Avaliação formativa

É parte integrante de todo o processo de ensino e aprendizagem, pois busca melhorias na atividade em curso. Oferece subsídios que respaldam a interferência no processo de atuação do professor e de aprendizagem dos alunos, com vistas ao seu aprimoramento. Desse modo, permite a retomada e a revisão de conceitos e temas, além do ajuste da prática pedagógica.

A avaliação e o trabalho do professor

Alguns fatores são fundamentais para que a prática avaliativa possa contribuir de modo efetivo com o professor em seu trabalho diário.

A avaliação e a prática pedagógica

É possível observar casos de práticas avaliativas que se limitam, na maioria das vezes, a uma verificação resumida de notas, seguida de progressão e certificação. Essas práticas, em geral, estão relacionadas a encaminha-

mentos pedagógicos em que o professor é um transmissor de conhecimento e os alunos, meros receptores. Por outro lado, em algumas metodologias, nas quais o aluno assume parte importante no processo de construção e ampliação de seu conhecimento, a avaliação preocupa-se mais com “como” o aluno aprende e menos com “o que” ele aprende. Portanto, o acompanhamento das aprendizagens dos alunos está intrinsecamente relacionado à opção teórico-metodológica escolhida, ou seja, o modo como se avalia diz muito sobre o modo como se ensina, e vice-versa.

Uma prática constante

A avaliação não deve ser estanque ou limitada a determinados momentos. Uma prova ao final do estudo de um conteúdo não é suficiente para obter todas as informações necessárias sobre a aprendizagem de cada aluno. Desse modo, a **diversificação** de dinâmicas e instrumentos de avaliação, assim como o registro das informações que elas fornecem sobre o processo de aprendizagem, devem ser analisados e confrontados constantemente, a fim de embasar o prosseguimento do trabalho do professor.

Há diferentes maneiras de registrar a trajetória dos alunos em relação à sua aprendizagem. Muitos professores fazem relatórios de observação diária, constroem um portfólio ou anotam comentários em um diário de aulas. Esses registros podem conter descrições ou conceitos que indiquem o progresso ou as dificuldades dos alunos de maneira individual, em pequenos

grupos ou de toda a turma. Com base neles, é possível decidir sobre a retomada de explicações, sugestões de leituras ou atividades paralelas, que auxiliem o acompanhamento dos alunos em relação aos objetivos de aprendizagem estabelecidos. Esse **aspecto qualitativo** da prática avaliativa exige do professor uma postura ativa, reflexiva e reguladora em relação ao processo de ensino e aprendizagem. E, portanto, é inevitável que a avaliação seja **constante**, estando inserida em diversos momentos desse processo.

A seguir, apresentamos um modelo de relatório que pode auxiliar no acompanhamento da aprendizagem dos alunos. O modelo traz itens de acompanhamento diferentes em cada linha a fim de exemplificar a variação a ser aplicada nesse documento. É possível considerar os objetivos de aprendizagem do estudo de cada tema ou outros objetivos propostos em seus planejamentos. Também é possível acompanhar o desempenho dos alunos em relação às habilidades a serem desenvolvidas. Outra alternativa é registrar os indicadores de aprendizagem dos alunos obtidos por meio de uma determinada tarefa que pode ser desenvolvida individualmente ou em grupos. O campo de observações é muito importante para que comentários e lembretes de detalhes sejam registrados, auxiliando nas futuras tomadas de decisões com base nesses relatórios.

Lembramos que esse relatório figura como modelo que pode (e deve) ser adaptado de acordo com as necessidades e realidade de trabalho de cada turma ou escola.

Modelo de relatório de acompanhamento da aprendizagem					
NOME DO ALUNO					MODELO
Componente curricular		Ano		Turma	
Objetivos/habilidades ou atividades propostas	Período letivo do registro			Apresentou progressos durante o período letivo indicado?	
	NÃO consegue executar	Executa com DIFICULDADE	Executa com FACILIDADE	SIM	NÃO
Reconhecer algumas unidades de medida de base do Sistema Internacional de Unidades (SI).					
(EM13MAT103) Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.					
Síntese conclusiva da utilização de diferentes unidades de medida de base pertencentes ou não ao Sistema Internacional de Unidades (SI).					
Observações					

Instrumentos de avaliação diversificados

Independentemente do instrumento de avaliação que o professor decida utilizar, é fundamental que os objetivos a serem atingidos estejam bem definidos. Obter **indicadores** da aprendizagem dos alunos deve ser a essência de cada instrumento de avaliação elaborado pelo professor. Portanto, provas objetivas ou discursivas, seminários, produções de textos, sínteses de pesquisas, debates, dramatizações, produção de esquemas ou desenhos e trabalhos em grupo ou individuais estão entre as variações possíveis.

Quanto ao professor, é preciso esclarecer os **objetivos** de ensino a serem investigados em relação à aprendizagem dos alunos. Já os alunos devem receber, por parte do professor, toda e qualquer **orientação** possível sobre a dinâmica proposta, de modo que estejam conscientes a respeito de como e quando serão avaliados.

Mas, por que a avaliação deve ter essa **diversificação**? Porque os alunos são diferentes, aprendem de maneiras distintas e expressam-se também de modos diversos. Alguns têm mais facilidade em aprender ouvindo explicações, enquanto outros precisam ler textos, resumos ou esquemas. Há aqueles que demonstram o que sabem por meio de conversas ou debates, mas apresentam dificuldade para se expressar por meio da escrita. Enquanto alguns têm facilidade em compreender raciocínios lógico-matemáticos, outros têm destreza na produção de textos.

A variedade de estratégias, como dinâmicas em grupo ou individuais, ou de participação anônima, por exemplo, também são recursos que auxiliam no trabalho com grupos de **diferentes perfis**. O incentivo à socialização e à junção de grupos heterogêneos, a relevância dos temas de estudos e o envolvimento dos jovens também são fatores que podem tornar eficaz o trabalho de professores e alunos no processo de ensinar, aprender e avaliar.

A avaliação nesta coleção

Nesta coleção, a opção por um trabalho que destaque o protagonismo dos alunos do Ensino Médio apresenta **oportunidades constantes** de avaliação do processo de

ensino e aprendizagem, privilegiando **dinâmicas diversificadas**, em especial aquelas fundamentadas em **metodologias ativas**. Para tanto, no trabalho com as diferentes unidades temáticas, são propostas dinâmicas e atividades variadas, com a exploração de diversos recursos (textuais e imagéticos), ocasiões que permitem o acompanhamento do professor em relação à aprendizagem dos alunos.

Também são disponibilizadas, no tópico **Objetivos, comentários e sugestões** deste **Suplemento para o professor**, diversas orientações com dicas pontuais, alinhadas aos objetivos de ensino e a uma avaliação formativa. Destacamos o boxe **Sugestão de avaliação**, que apresenta, em geral, orientações específicas para os momentos de avaliação, com sugestões de como obter informações a respeito da aprendizagem dos alunos, e as possibilidades de escolher o melhor procedimento a ser tomado.

A **autoavaliação** também é uma ferramenta que colabora coerentemente com o propósito de que os alunos assumam o protagonismo no processo de formação do seu conhecimento. Essa proposta de reflexão a respeito de sua aprendizagem, participação, limitações e potencialidades deve ser mediada pelo professor como um processo construtivo e positivo, para que não se encaminhe de modo depreciativo e interfira na autoestima dos alunos. Ao contrário, deve ser encarada e assimilada como um procedimento de verificação dos caminhos possíveis para superar os diferentes desafios que a vida lhes colocará.

Em se tratando de desafios, esta coleção também se preocupa em preparar os alunos para os **exames de larga escala**. Para isso, a condução dos estudos é norteada pelo objetivo de desenvolver **habilidades e competências** que permitam o embasamento em conhecimentos científicos, o exercício da criatividade, a resolução de problemas com base em saberes interdisciplinares e transdisciplinares, a valorização da cultura em suas diversas expressões, expressar-se e argumentar por meio de diferentes linguagens, inclusive a tecnológica e a digital, agindo com respeito a si mesmo e aos outros, sempre com responsabilidade.

Objetivos, comentários e sugestões deste **Suplemento para o professor** há o aporte para o desenvolvimento do trabalho com esses objetos.

Sugestão de cronograma

Apresentamos, a seguir, uma proposta de cronograma para elaborar o planejamento deste volume. No entanto, cabe ao professor a decisão de como utilizar o livro didático como apoio pedagógico, seguindo critérios de seleção dos temas e levando em consideração diversos fatores, como o projeto pedagógico da escola, as condições da turma, a carga horária e a grade

DA BNCC e a coleção

Cada volume desta coleção foi organizado e desenvolvido de maneira a contemplar as competências gerais, as competências específicas, as habilidades e os temas contemporâneos transversais elencados na BNCC, estabelecendo, sempre que possível, conexões com outras áreas do conhecimento. É possível perceber tais relações na maneira como os temas foram estruturados e abordados, nas questões-teoria ao longo do desenvolvimento dos conteúdos, nas seções especiais e nas tarefas propostas no decorrer do livro do aluno. No tópico

curricular. Da maneira como está estruturada, esta coleção permite que o professor tenha autonomia pedagógica para decidir sobre quais temas abordar ou deixar de abordar, no todo ou em partes; sobre seguir a ordem apresentada ou reagrupar os temas de acordo com os critérios organizacionais escolhidos e, com

isso, estabelecer as conexões entre os temas dentro desses critérios.

No caso de um cronograma bimestral, considerando que a duração do curso seja de 12 bimestres, este volume pode ser trabalhado, em sua totalidade, em 2 bimestres, ou seja, aproximadamente 16 semanas.

Sugestão de cronograma bimestral			
1º bimestre		2º bimestre	
1ª semana	Temas 1 e 2	9ª semana	Temas 11 e 12
2ª semana	Tema 3	10ª semana	Tema 13
3ª semana		11ª semana	Tema 14
4ª semana	Tema 4	12ª semana	Tema 15
5ª semana	Temas 5 e 6	13ª semana	
6ª semana	Temas 7 e 8	14ª semana	Tema 16
7ª semana	Tema 9	15ª semana	Tema 17
8ª semana	Tema 10	16ª semana	Tema 18

O quadro a seguir apresenta os principais conceitos, as competências gerais, as competências específicas, as habilidades e os temas contemporâneos transversais trabalhados neste volume, organizados de acordo com cada tema, especificando, também, as competências específicas da área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias, quando estas forem abordadas.

Neste quadro, por exemplo:

CG1 indica a **Competência geral 1**.

CE2MAT indica a **Competência específica 2** da área de **Matemática e suas Tecnologias**.

CE3CNT indica a **Competência específica 3** da área de **Ciências da Natureza e suas Tecnologias**.

Tema	Principais conceitos	Habilidades	Competências gerais; competências específicas de Matemática e suas Tecnologias e de Ciências da Natureza e suas Tecnologias	Temas contemporâneos transversais
1	<ul style="list-style-type: none"> Potenciação Potência com expoente natural e inteiro Propriedades das potências Notação científica 		<ul style="list-style-type: none"> CG1 CE2CNT 	
2	<ul style="list-style-type: none"> Sistema Internacional de Unidades (SI) Grandezas e unidades de base do SI 			
3	<ul style="list-style-type: none"> Tempo Comprimento Massa 	<ul style="list-style-type: none"> EM13MAT103 EM13MAT314 EM13MAT315 EM13MAT405 	<ul style="list-style-type: none"> CE1MAT; CE2CNT 	<ul style="list-style-type: none"> Ciência e tecnologia Educação ambiental Saúde

4	<ul style="list-style-type: none"> Área Volume Capacidade Velocidade média 	<ul style="list-style-type: none"> EM13MAT103 EM13MAT314 EM13MAT405 	<ul style="list-style-type: none"> CG4; CG5; CG7; CG10 CE3MAT; CE4MAT; CE1CNT 	<ul style="list-style-type: none"> Ciência e tecnologia Educação ambiental Educação em direitos humanos Educação para a valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras Educação para o trânsito Saúde
5	<ul style="list-style-type: none"> Grandezas Medidas 	<ul style="list-style-type: none"> EM13MAT201 	<ul style="list-style-type: none"> CE2MAT 	<ul style="list-style-type: none"> Educação ambiental Vida familiar e social
6	<ul style="list-style-type: none"> Instrumentos de medida Algarismos significativos Operações com algarismos significativos 	<ul style="list-style-type: none"> EM13MAT313 	<ul style="list-style-type: none"> CE3MAT 	<ul style="list-style-type: none"> Ciência e tecnologia
7	<ul style="list-style-type: none"> Capacidade de armazenamento 	<ul style="list-style-type: none"> EM13MAT103 EM13MAT315 EM13MAT405 	<ul style="list-style-type: none"> CG5 CE4MAT 	<ul style="list-style-type: none"> Ciência e tecnologia
8	<ul style="list-style-type: none"> Armazenamento de dados e medicina 	<ul style="list-style-type: none"> EM13MAT103 	<ul style="list-style-type: none"> CG1; CG7 CE1MAT; CE3CNT 	<ul style="list-style-type: none"> Ciência e tecnologia Saúde
9	<ul style="list-style-type: none"> Velocidade de transferência de dados 	<ul style="list-style-type: none"> EM13MAT103 EM13MAT315 	<ul style="list-style-type: none"> CE1MAT; CE3MAT 	<ul style="list-style-type: none"> Ciência e tecnologia
10	<ul style="list-style-type: none"> Velocidade de processamento 	<ul style="list-style-type: none"> EM13MAT103 	<ul style="list-style-type: none"> CE1MAT 	<ul style="list-style-type: none"> Ciência e tecnologia Educação para o consumo
11	<ul style="list-style-type: none"> Matemática financeira Porcentagem 			<ul style="list-style-type: none"> Saúde
12	<ul style="list-style-type: none"> Alíquotas do IPI 			<ul style="list-style-type: none"> Educação fiscal
13	<ul style="list-style-type: none"> Indicadores socioeconômicos Taxa de inflação Produto Interno Bruto (PIB) Taxa de desemprego Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) Coefficiente de Gini 	<ul style="list-style-type: none"> EM13MAT104 	<ul style="list-style-type: none"> CE1MAT 	
14	<ul style="list-style-type: none"> Acréscimos e descontos sucessivos 		<ul style="list-style-type: none"> CG7 	<ul style="list-style-type: none"> Educação financeira Educação para o consumo Saúde Trabalho
15	<ul style="list-style-type: none"> Juro simples e juro composto 	<ul style="list-style-type: none"> EM13MAT203 EM13MAT303 	<ul style="list-style-type: none"> CE2MAT; CE3MAT 	<ul style="list-style-type: none"> Educação fiscal Educação para o consumo
16	<ul style="list-style-type: none"> Equivalência de capitais 		<ul style="list-style-type: none"> CE3MAT 	<ul style="list-style-type: none"> Educação financeira
17	<ul style="list-style-type: none"> Sistema Price 		<ul style="list-style-type: none"> CE3MAT 	<ul style="list-style-type: none"> Educação fiscal Educação para o consumo
18	<ul style="list-style-type: none"> Controle do orçamento familiar Decisões financeiras 	<ul style="list-style-type: none"> EM13MAT203 	<ul style="list-style-type: none"> CG2 	<ul style="list-style-type: none"> Educação financeira Educação para o consumo

Objetivos, comentários e sugestões

Nesta seção do **Suplemento para o professor**, para cada tema que compõe o livro do aluno são apresentados objetivos, comentários e sugestões, oferecendo ao professor subsídios para seu trabalho em sala de aula.

Nos comentários de cada tema, são abordados inicialmente os objetivos específicos e questões relativas à organização do conteúdo. Há sugestões de condução e tarefas para a abordagem inicial, resgatando os conhecimentos prévios dos alunos. Essas sugestões estão relacionadas às páginas iniciais do tema, complementando a situação nelas tratada. No entanto, existem casos em que é sugerida outra abordagem inicial para o conteúdo, oferecendo a você, professor, novos elementos, de modo que possa escolher essas situações e adaptá-las segundo sua realidade.

Na sequência, encontram-se comentários e sugestões a respeito de algumas seções e tarefas que envolvem o tema. Por exemplo, há comentários adicionais sobre as páginas de abertura, sugestões de condução, tarefas que podem ser desenvolvidas em sala de aula e informações complementares às apresentadas no livro do aluno. Também são apresentadas demonstrações, sugestões de condução para a resolução de algumas tarefas, comentários e informações, entre outros recursos.

Potenciação e notação científica

Objetivos específicos

- Rever potências e suas propriedades operatórias.
- Utilizar notação científica para escrever números muito grandes ou muito pequenos.

Esse tema retoma a potenciação de números reais e suas principais propriedades, conteúdo estudado no Ensino Fundamental, e explora a utilização de potências de base 10 para escrever números em notação científica, a qual constitui um artifício útil e recorrente para lidar com quantidades e medidas muito grandes ou muito pequenas, facilitando os cálculos e ampliando a compreensão a respeito do sistema de numeração decimal. Ao longo do tema, são apresentadas tarefas, proporcionando aos alunos construir uma compreensão intuitiva acerca da necessidade e da utilidade da potenciação em diversas circunstâncias.

Ao rever as propriedades das potências e utilizar notação científica para escrever números muito grandes ou muito pequenos, são construídos subsídios para a aprendizagem dos conteúdos dos próximos temas do volume, nos quais serão trabalhadas medidas envolvendo grandezas diversas, como tempo, comprimento, massa, área, volume e velocidade.

Sugestão de avaliação

A fim de verificar o conhecimento prévio dos alunos sobre potenciação, proponha tarefas contextualizadas para as quais as resoluções possam ser desenvolvidas com o emprego de potências. Uma possibilidade é utilizar a simplificação de expressões envolvendo multiplicações e divisões sucessivas e, dessa maneira, analisar a maneira pela qual os alunos fazem os cálculos. Para isso, escreva na lousa os itens a seguir e peça a eles que os copiem no caderno e simplifiquem as expressões.

$$a) \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2}$$

$$b) \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right)$$

$$c) (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$$

$$d) \frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}$$

Resoluções e comentários

$$a) \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^2 = 4$$

$$b) \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) = \left(\frac{4}{3}\right)^7 = \frac{4^7}{3^7}$$

$$c) (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = (-1)^4 = 1$$

$$d) \frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{1}{10^6}$$

Outra possibilidade é pedir aos alunos que façam uma pesquisa sobre a quantidade de habitantes do município onde moram e escrevam um número aproximado para essa quantidade usando notação científica.

Páginas 10 e 11 **O futuro da população mundial**

- A abertura do tema apresenta informações sobre a quantidade de habitantes em todo o planeta e em alguns dos países mais populosos, incluindo o Brasil, bem como projeções quanto ao provável crescimento do número de habitantes nos próximos anos.

A ideia central é abordar uma situação com números muito grandes, no caso a população mundial, de modo que é conveniente utilizar uma notação que simplifique o registro desses números. Dessa maneira, ao trabalhar com potências e notação científica, suas vantagens se tornarão imediatamente notáveis para os alunos.



Para facilitar a introdução dos conceitos matemáticos, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Peça aos alunos que pesquisem em casa problemas envolvendo potências e notações científicas, inteirando-se das linhas gerais do assunto. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem** na parte geral deste Suplemento para o professor.

Sala dos professores

- Avalie a conveniência de preparar uma aula em conjunto com um professor da área de **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**, preferencialmente dos componentes curriculares **História** e **Geografia**, a fim de embasar os argumentos quanto aos fatores que influenciam na variação demográfica de um país e na qualidade de vida de sua população. Pode-se aproveitar a oportunidade para perguntar aos alunos o que eles conhecem da cultura desses países e de suas organizações políticas, buscando extrair conhecimentos de mundo e experiências de vida que tornem mais ricas as trocas de opiniões em sala de aula. Converse sobre os significados práticos dos números apresentados e as possíveis interpretações desses números, trazendo à tona assuntos como: taxas de natalidade e mortalidade no mundo e as diferenças dessas taxas em países desenvolvidos em relação aos subdesenvolvidos; possível diferença na proporção entre homens e mulheres, ou entre jovens e idosos, ou, ainda, entre ricos e pobres, nas diversas populações do globo; e a questão da viabilidade do crescimento no número de habitantes em decorrência da limitação dos recursos produtivos (alimentação, meio ambiente, infraestrutura etc.). Para fomentar as conversas, mencione fatos como o de que tanto a taxa de natalidade quanto a de mortalidade são maiores nos países menos desenvolvidos do que nos países mais desenvolvidos. Pergunte aos alunos que motivos levam a isso e quais são as relações entre tais índices e a qualidade de vida das diversas populações. Pode-se, ainda, levantar o questionamento quanto às influências socioculturais de cada país no número de habitantes, e até mesmo enfatizar a importância de fatores geográficos (relevo, solo, clima), históricos (migração, imigração, colonização, pragas, guerras) e políticos (incentivo ou desincentivo à natalidade por medidas públicas, educação sexual e informação de métodos contraceptivos para a população) na distribuição demográfica geral.
- Outra possibilidade é introduzir questões envolvendo a idade média da população de cada país. O Brasil, por exemplo, tem uma população consideravelmente

jovem, com quase 40% dos habitantes tendo entre 0 e 24 anos de idade, e apenas cerca de 17% com idade acima de 55 anos. Na China, por outro lado, a situação é diferente, com somente pouco mais de 30% da população tendo até 24 anos de idade e mais de 21% com idade superior a 55 anos.



O trabalho com as páginas 10 e 11 permite mobilizar aspectos da **Competência geral 1** da BNCC, contribuindo para o uso de conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade.

- Explique aos alunos que as projeções apresentadas nessas páginas são do ano de 2019 e que elas podem sofrer alterações por conta de alguns fatores, como a pandemia do COVID-19 do ano de 2020. Para isso, faça uma pesquisa prévia sobre as projeções relativas ao ano letivo corrente e apresente-as aos alunos.

Resoluções e comentários

A Inicialmente, calculamos:

- 18,5% de 7 713 468 205, ou seja, efetuamos:
 $0,185 \cdot 7\,713\,468\,205 = 1\,426\,991\,618$
- 17,7% de 7 713 468 205, ou seja, efetuamos:
 $0,177 \cdot 7\,713\,468\,205 = 1\,365\,283\,872$

Por fim, calculamos a diferença entre os resultados obtidos.

$$1\,426\,991\,618 - 1\,365\,283\,872 = 61\,707\,746$$

Portanto, a diferença entre a quantidade de habitantes da China e da Índia em 2019 era de, aproximadamente, 61 707 746 habitantes.

B Inicialmente, calculamos 18,2% de 7 713 468 205, ou seja, efetuamos:

$$0,182 \cdot 7\,713\,468\,205 = 1\,403\,851\,213$$

Por fim, adicionamos o resultado obtido ao número que expressa a população mundial em 2019.

$$1\,403\,851\,213 + 7\,713\,468\,205 = 9\,117\,319\,418$$

Portanto, de acordo com as projeções, em 2040, a população mundial será de 9 117 319 418 habitantes ou, aproximadamente, 9,1 bilhões de habitantes.

- Nos itens **A** e **B**, possivelmente surja alguma dificuldade, por se tratarem de números grandes, o que torna mais demorado o processo do cálculo, sujeitando-o a erros que podem ser evitados com o auxílio de uma calculadora. Essa dificuldade, contudo, é uma oportunidade para instigar os alunos quanto às vantagens de uma notação que simplifique os cálculos. Em um momento posterior, retome esses cálculos usando nota-

ção científica, aproximando a população do planeta Terra em 2019 para $7,7 \cdot 10^9$.

Quanto ao item C, é possível que os alunos sintam dificuldades de interpretar o que seria “outra maneira” de escrever um número. Se assim for, explique a eles que uma mesma quantidade pode ser representada de diversas formas, como é o caso das frações e da representação decimal ($\frac{1}{10} = 0,1$, por exemplo).

Página 13

- Na resolução do item d, da seção **Exercícios e problemas resolvidos**, avalie a conveniência de explicar aos alunos que essa potência também pode ser resolvida da seguinte maneira: $(5^0)^{-1} = 5^{0 \cdot (-1)} = 5^0 = 1$, pois $0 \cdot (-1) = 0$, lembrando que um número diferente de zero elevado a zero é igual a 1.

Páginas 14 e 15

- Uma dificuldade que os alunos podem ter nas tarefas é quanto às regras de sinais. Em potenciações, as regras de sinais não ficam, a princípio, tão evidentes quanto nas multiplicações, sendo comum em estágios iniciais os alunos darem respostas equivocadas, como $(-3)^2 = -9$, por não perceberem que $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$. Se isso ocorrer, um método é exercitar a escrita das potências, evidenciando as multiplicações respectivas, expressando todos os fatores repetitivos, e realizar a comparação de sinal caso a caso.

Assim, eles podem absorver a ideia de que uma potência de números reais de expoente par, desconsiderando o zero, sempre resulta em um número positivo, mesmo nos casos em que a base é negativa, além de que potências de expoente ímpar e base negativa resultam sempre em valores negativos.

Sala dos professores

- A tarefa 14 trata da quantidade de neurônios existentes no cérebro humano. Desse modo, avalie a possibilidade de preparar a aula em conjunto com um professor da área de **Ciências da Natureza e suas Tecnologias**, preferencialmente do componente curricular **Biologia**. É importante que o professor desse componente explique aos alunos o que são neurônios, quais suas funções e importâncias, como eles operam, os tipos de doença e as substâncias tóxicas que podem afetá-los negativamente, como nicotina e álcool em excesso, entre outras questões referentes a esse assunto.

BNCC

A partir das informações da tarefa 14 e dos conteúdos matemáticos abordados nesse tema, de-

envolvem-se aspectos da **Competência específica 2** da área de **Ciências da Natureza e suas Tecnologias**, que diz:

“Analisar e utilizar interpretações sobre a dinâmica da Vida, da Terra e do Cosmos para elaborar argumentos, realizar previsões sobre o funcionamento e a evolução dos seres vivos e do Universo, e fundamentar e defender decisões éticas e responsáveis.”

- Na tarefa 15, oriente os alunos a escrever as quantidades aproximadas das populações com todos os algarismos, a fim de facilitar a escrita em notação científica. Se julgar conveniente, para ampliar a compreensão dos alunos e fazê-los perceber a importância da notação científica, diga a eles que, em trabalhos científicos, para escrever números muito grandes ou muito pequenos, é preferível usar essa notação, que permite uma rápida visualização da grandeza e da quantidade de algarismos significativos. Esse assunto será estudado nos próximos temas deste volume.

Verifique se os alunos percebem a importância da notação científica como facilitadora da escrita de números muito grandes ou muito pequenos, isso em comparação com a escrita de todos os algarismos.

BNCC

Na tarefa 15, explique aos alunos que é muito comum que cientistas tenham de trabalhar com números grandes ou pequenos, como na **Astronomia** (em que se deve lidar com medidas relativas a planetas e galáxias) e na **Física atômica** (que trabalha com medidas relativas a prótons, nêutrons e elétrons). Esses valores são rotineiramente expressos em forma de notação científica.

Desse modo, abordam-se aspectos da **Competência específica 2** da área de **Ciências da Natureza e suas Tecnologias**, citada anteriormente. Nos próximos temas deste volume serão apresentadas algumas situações como essas.

- Ao fim do trabalho com esse tema, verifique a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Quick writing** para avaliar o aprendizado dos alunos, fazendo-os refletir sobre os conteúdos estudados. Em debate posterior, solicite, se possível, que eles expliquem o motivo de terem estudado tais assuntos e que dissertem quanto à importância das potências e das notações científicas na **Matemática**, bem como em outras áreas do saber científico, nas mais diversas situações. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



Sistema Internacional de Unidades (SI)

Objetivos específicos

- Reconhecer o Sistema Internacional de Unidades (SI).
- Identificar as grandezas e as unidades de base do SI.

Conhecer e compreender o comportamento de grandezas como tempo, comprimento, massa, área, volume e velocidade são componentes necessários para estreitar a relação com outros temas trabalhados neste volume. Grandezas como intensidade luminosa (cd), quantidade de substância (mol), corrente elétrica (A) e temperatura termodinâmica (K) são exemplos de unidades de base do SI, que são estudadas no Ensino Médio, especificamente nos componentes curriculares da área de **Ciências da Natureza e suas Tecnologias**.

Nos próximos temas, serão propostas situações-problema que envolvem diferentes grandezas, visando à consolidação e ao aprofundamento de aprendizagens relacionadas a Grandezas e Medidas. Tal abordagem favorece não apenas o desenvolvimento desse campo, mas auxilia também na ampliação dos conceitos relacionados a Álgebra, Números, Geometria, entre outros.

Páginas 16 e 17 A necessidade de medir

- Para instigar os alunos a reconhecerem a importância do SI, a temática dessas páginas apresenta a relevância de alguns fatos históricos que ocorreram ao longo do tempo – em razão da necessidade de o ser humano estabelecer unidades padronizadas, a fim de facilitar as transações comerciais e o intercâmbio científico entre países. Nesse momento, é possível solicitar que os alunos realizem uma pesquisa acerca de situações cotidianas em que as unidades de base estão presentes.
- Diga aos alunos que no SI as unidades são divididas em duas classes: unidades de base e unidades derivadas (unidades que, segundo relações algébricas, podem ser formadas combinando unidades de base).

[...]

Sob o aspecto científico, a divisão das unidades SI nessas duas classes é arbitrária porque não é uma imposição da física.

Entretanto, a Conferência Geral, levando em consideração as vantagens de se adotar um sistema prático único para ser utilizado mundialmente nas relações internacionais, no ensino e no trabalho científico, decidiu basear o

Sistema Internacional em sete unidades perfeitamente definidas, consideradas como independentes sob o ponto de vista dimensional: o metro, o quilograma, o segundo, o ampère, o kelvin, o mol e a candela. Estas unidades SI são chamadas unidades de base.

A segunda classe de unidades SI abrange as unidades derivadas, isto é, as unidades que podem ser formadas combinando-se unidades de base segundo relações algébricas que interligam as grandezas correspondentes. Diversas destas expressões algébricas, em razão de unidades de base, podem ser substituídas por nomes e símbolos especiais, o que permite sua utilização na formação de outras unidades derivadas.

[...]

INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA (Inmetro). *Sistema Internacional de Unidades – SI*. 8. ed. Rio de Janeiro, 2003. p. 18.

- Informe-os ainda que, nos temas **Tempo, comprimento e massa** e **Área, volume e velocidade**, estudaremos algumas unidades de base e unidades derivadas do SI.
- Com o intuito de motivar a curiosidade dos alunos, ao trabalhar com a página 17, pergunte se eles já identificaram o selo do Inmetro em algum produto. Explique-lhes que Inmetro refere-se ao Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia, um órgão do governo responsável por adotar critérios que visam à melhoria e à qualidade de produtos e serviços em diversos aspectos. Os materiais avaliados que se encaixam nos requisitos mínimos de segurança, tanto para o consumidor quanto para o meio ambiente, recebem o selo de certificação, estando, portanto, aptos a serem comercializados. Questione se algum deles já se deparou com algum produto comercializado que não possuía o selo de qualidade do Inmetro. Oriente-os quanto à importância de adquirir, quando necessário, produtos que possuam esse selo de certificação, uma vez que os não avaliados podem ocasionar riscos à saúde e à segurança dos consumidores.
- O contexto abordado nessas páginas permite trabalhar com a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Nesse sentido, oriente os alunos a pesquisarem previamente o conteúdo desse tema, levando para a sala de aula mais informações a respeito do assunto e possíveis dúvidas para serem sanadas. Outras informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



Tempo, comprimento e massa

Objetivos específicos

- Compreender e consolidar o conceito de grandeza.
- Revisar as grandezas tempo, comprimento e massa.
- Reconhecer algumas unidades de medida de base do Sistema Internacional de Unidades (SI).
- Realizar operações de conversão entre diferentes unidades de medida.
- Conhecer o conceito de linguagem de programação e aprender a construir programas simples.

O presente tema aborda o conceito de grandeza, já estudado no Ensino Fundamental, revisando o conteúdo sobre as principais unidades de medida de tempo, comprimento e massa. Além disso, apresenta o SI, que formaliza as unidades de medida padronizadas para cada tipo de grandeza. Ao longo do tema, são discutidos conceitos, exemplos e tarefas que levam os alunos a lidarem, de maneira adequada, com as diferentes unidades de medida, interpretando-as e empregando-as em diversos contextos e situações do dia a dia.

Com relação ao conteúdo, ao propiciar uma abordagem mais madura e rigorosa quando comparada às primeiras noções vistas no Ensino Fundamental, o estudo das unidades de medida no Ensino Médio busca levar os alunos a perceber suas aplicações em inúmeras circunstâncias, tanto na vida cotidiana quanto nas ciências em geral. Desse modo, é esperado que eles sejam capacitados a interpretar e compreender textos científicos e até mesmo informações divulgadas pelas diferentes mídias, sob um olhar cada vez mais crítico quanto às informações apresentadas.

Sugestão de avaliação

A fim de verificar o conhecimento prévio dos alunos sobre o conteúdo abordado, proponha algumas tarefas contextualizadas relacionadas às grandezas tempo, comprimento e massa, bem como às respectivas unidades de medida. Uma sugestão é pedir a eles que determinem a unidade de medida de massa e de comprimento associada a alguns objetos com dimensões contrastantes. A seguir, indicamos alguns exemplos de itens que podem ser utilizados para esse fim.

- Elefante-africano.

Unidade de medida de massa: quilogramas ou toneladas; unidade de medida de comprimento: metros.

- Moeda.

Unidade de medida de massa: miligramas; unidade de medida de comprimento: milímetros ou centímetros.

- Avião.

Unidade de medida de massa: quilogramas ou toneladas; unidade de medida de comprimento: metros.

- Smartphone.

Unidade de medida de massa: gramas; unidade de medida de comprimento: centímetros.

- Carro popular.

Unidade de medida de massa: quilogramas ou toneladas; unidade de medida de comprimento: metros.

- Comprimido de remédio.

Unidade de medida de massa: miligramas; unidade de medida de comprimento: milímetros.

- Bola de boliche.

Unidade de medida de massa: quilogramas; unidade de medida de comprimento: centímetros.

- Baleia-azul.

Unidade de medida de massa: quilogramas ou toneladas; unidade de medida de comprimento: metros.

Solicite aos alunos que determinem as unidades de medida mais convenientes a cada situação, o que pode ser um ótimo instrumento de avaliação de seus conhecimentos prévios a respeito do tema abordado. Mais informações sobre avaliações diagnósticas podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Páginas 18 e 19 Apollo 11

- O trabalho com essas páginas apresenta uma breve explicação a respeito da missão Apollo 11, expedição espacial responsável por fazer o ser humano pisar na Lua pela primeira vez na história, em 1969. Por meio de um esquema, os alunos são levados a compreender as principais partes que constituíram o Saturn V, foguete espacial utilizado nessa missão. Além disso, um infográfico mostra as principais etapas do projeto, desde a ida à Lua até o retorno à Terra.
- A viagem à Lua, além de ser um assunto que pode despertar a curiosidade por parte dos alunos, gera inúmeras dúvidas ligadas às grandezas tempo e espaço. Os questionamentos comumente feitos estão relacionados ao tempo necessário para se completar uma viagem dessas ou, ainda, à distância que deve ser percorrida pelo foguete para chegar ao destino. Dessa maneira, é possível relacionar esse contexto à importância de medir grandezas com o objetivo de facilitar, ou até mesmo viabilizar, as mais variadas atividades humanas. Para que isso seja possível, torna-se necessário adotar algumas unidades básicas de medida, viabilizando a troca de informações com dados objetivos.
- Se julgar conveniente, aproveite o contexto apresentado nessas páginas e estabeleça conexão com o tema contemporâneo transversal **Ciência e tecnologia**. Além de uma unidade de medida padronizada, é importante haver maneiras viáveis de realizar as medições. Para as medidas do cotidiano, utilizamos instrumentos bastante comuns, como relógios, réguas e balanças. Contudo, nem sempre uma medição pode ser realizada de maneira tão simples. No caso da distância da Terra à Lua, por exemplo, tal medida é determinada com o auxílio de um feixe de raios *laser* emitido

dos a partir da superfície terrestre, que são refletidos com o auxílio de um dispositivo especial instalado na superfície lunar. Um computador especial, localizado no planeta, utiliza sensores programados para determinar o tempo que esse feixe leva para percorrer o trajeto de ida e volta. Com isso, os cientistas são capazes de determinar a distância desejada com precisão.



- Para facilitar o trabalho com esse tema, avalie a possibilidade de aplicar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Para isso, solicite aos alunos que façam uma pesquisa prévia, de modo a determinar valores aproximados para algumas medidas de alta magnitude (como a circunferência da Terra, a distância do planeta ao Sol, a velocidade da luz no vácuo etc.) e de baixa magnitude (comprimento de uma bactéria ou um vírus, tamanho de um átomo, distância entre um próton e um nêutron na molécula de hidrogênio etc.), utilizando as unidades de medida mais adequadas para cada caso. Com essas informações, peça a eles que comparem os valores obtidos e opinem sobre as dimensões, promovendo a troca de informações em sala de aula. Mais esclarecimentos sobre a metodologia **Abordagem por pares** podem ser encontrados no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Resoluções e comentários

- A** Para escrever, em notação científica, a distância média entre a Terra e Lua devemos escrever 384 400 000 na forma $q \cdot 10^n$ em que q é um número racional maior ou igual a 1 e menor do que 10 e n é um número inteiro. Ou seja:

$$384\,400\,000 = 3,844 \cdot 10^8$$

Portanto, a distância média entre a Terra e Lua é $3,844 \cdot 10^8$ m.

- B** Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam não, pois há outras unidades de medida de tempo mais adequadas, como o dia e a hora.

Sala dos professores

- Avalie a conveniência de relacionar o conteúdo dessas páginas à área de **Ciências da Natureza e suas Tecnologias**, preferencialmente em um trabalho conjunto com o professor do componente curricular **Física**, a fim de associar os conceitos trabalhados com as teorias que explicam, descrevem e preveem fenômenos associados ao tempo e ao espaço.

Uma possibilidade é propor aos alunos que realizem, de maneira simplificada, os cálculos efetuados pelos cientistas, no experimento com o refletor e o feixe de raio *laser*, com o objetivo de determinar a distância aproximada entre a Terra e a Lua.

Para isso, faça uma pesquisa prévia com o intuito de descobrir os valores aproximados obtidos pelos cientistas durante esse experimento. Para esse tra-

balho, será necessário informar aos alunos a velocidade aproximada do feixe de luz emitido pelo raio *laser* e o tempo gasto por esse feixe para sair da fonte emissora, ser refletido pelo dispositivo acoplado na superfície lunar e retornar à origem. É importante esclarecer que essa proposta realizada em sala de aula trata-se apenas de uma experimentação, sem fundamentação científica. Com isso, espera-se que os alunos compreendam que os resultados obtidos são apenas aproximações dos valores reais, não podendo ser considerados para trabalhos acadêmicos mais complexos.

De modo a tornar o contexto mais atrativo, outras informações podem ser levantadas e apresentadas, como o tempo de duração total da viagem, o tempo que os astronautas efetivamente passaram em solo lunar, a velocidade que o foguete precisou atingir para escapar da atmosfera terrestre e a quantidade de combustível consumida nessa empreitada.

Outra proposta é relacionar o conteúdo dessas páginas à área de **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**, preferencialmente com os professores dos componentes curriculares **História** e **Geografia**. Nesse caso, é possível abordar, de maneira crítica, os aspectos políticos e socioeconômicos relacionados à corrida espacial, como os eventos que desencadearam esse fenômeno histórico, suas consequências nas civilizações ocidental e oriental no contexto da Guerra Fria, além dos impactos na economia e na cultura mundial e as representações que dela se fez em filmes (*2001: uma odisseia no espaço*, longa-metragem norte-americano, e *Solaris*, sua contraparte soviética, sendo casos proeminentes), livros de ficção, desenhos animados e até em músicas, marcando de maneira acentuada a cultura *pop* contemporânea.

- Além disso, o contexto abordado nessas páginas permite contemplar aspectos da **Competência específica 2** da área de **Ciências da Natureza e suas Tecnologias**, que diz:

“Analisar e utilizar interpretações sobre a dinâmica da Vida, da Terra e do Cosmos para elaborar argumentos, realizar previsões sobre o funcionamento e a evolução dos seres vivos e do Universo, e fundamentar e defender decisões éticas e responsáveis.”

- Nesse caso, os alunos são levados a analisar e utilizar interpretações sobre diversos aspectos para fundamentar e defender decisões éticas e responsáveis.

- É inegável que, da corrida espacial à atualidade, o setor de exploração espacial progrediu sobremaneira. Tecnologias cada vez mais sofisticadas permitem aos cientistas almejar viagens cada vez mais distantes e seguras, proporcionando o envio de sondas capazes de coletar dados de grande utilidade para os pesquisadores. Se julgar conveniente, comente com os alunos que essas sondas são conhecidas como “astromóveis” ou, ainda, “*rover* planetários”. Algumas das mais famosas são a Yutu, enviada pela China à Lua em 2013, e a estadunidense Rover Curiosity, enviada a Marte em 2012.

A exploração espacial, além de conferir avanços na busca por respostas ao anseio humano de compreender o Universo em sua vastidão, fomenta investimentos massivos que proporcionam o desenvolvimento em tecnologias empregadas na construção de satélites e motores e em inovações nas áreas de Engenharia mecânica e Aeronáutica, entre várias outras invenções e descobertas, por vezes revolucionárias, que impactam as ciências e as tecnologias em geral. Com esse intenso progresso tecnológico, a indústria aeroespacial exerce influência em diversas áreas, que, a princípio, em nada se relacionam com ela. A título de curiosidade, se julgar conveniente, comente com a turma que o GPS e o aspirador de pó portátil sem fio são exemplos de tecnologias cujas origens estão atreladas à indústria aeroespacial.

Página 21

- Se achar conveniente, explique aos alunos que, segundo a normativa ISO 5807, em um fluxograma é permitido o uso de outros símbolos cujos significados podem ser consultados no *site*. Disponível em: <http://www.cantareira.br/thesis2/ed_1/1_navarro.pdf>. Acesso em: 31 jul. 2020.
- Nesses casos, é normal haver dificuldade de encontrar meios para operacionalizar o raciocínio a fim de obterem uma resposta. Assim, é possível aproveitar a oportunidade e levá-los a perceber a liberdade que pode existir na busca por soluções criativas em Matemática, tendo em vista a não existência de um único método para chegar à resposta correta. Para determinar a solução de problemas dessa natureza, os alunos podem tomar caminhos diferentes. Se julgar conveniente, proponha a eles que escrevam suas resoluções na lousa, comparando-as com as dos colegas. Com isso, é possível fazê-los visualizar as vantagens e as desvantagens de cada método empregado, determinando assim a maneira mais rápida e sucinta de resolver o problema proposto.

BNCC

Na tarefa 4, ao escrever um algoritmo e organizá-lo em um fluxograma, é abordada a habilidade EM13MAT315.

- O contexto abordado na tarefa 5 proporciona o trabalho com o tema contemporâneo transversal **Educação ambiental**. Para incentivar a conscientização ambiental, promova um debate em sala de aula, abordando problemas que o descarte incorreto do lixo pode causar no meio ambiente e na própria saúde dos seres humanos.

Pergunte aos alunos se eles têm o hábito de separar o lixo orgânico do lixo reciclável. Incentive-os a expor suas opiniões a respeito do melhor destino para os resíduos domésticos, levando em consideração o meio ambiente e a movimentação econômica ocasionada pelos processos de reciclagem. Pergunte também se eles já se depararam ou até

mesmo conhecem algum local que seja utilizado para o descarte incorreto do lixo na região onde moram ou próximo à escola. Aproveite o contexto e proponha a elaboração de algumas medidas alternativas que podem ser adotadas pela comunidade, de modo a evitar, ou até mesmo acabar, com a criação desses depósitos irregulares de resíduos.

Página 22

- No trabalho com a tarefa 8, se julgar conveniente, mencione mais informações a respeito dos terremotos. Além dos efeitos imediatamente perceptíveis, como a destruição da infraestrutura do local atingido e o abalo da economia local, os terremotos também podem causar tsunamis, quando ocorrem em regiões oceânicas e, em casos mais extremos, também podem ocasionar mudanças no relevo. Terremotos de alta magnitude na Escala *Richter* podem causar fendas na superfície terrestre, desmoronamento de formações rochosas, abertura de falhas geológicas, além de uma mudança drástica na paisagem das regiões afetadas.

BNCC

Ao trabalhar com as tarefas 9, 10 e 11, explique aos alunos que o valor da tarifa da fatura de energia elétrica pode variar de acordo com a localidade. Nessas tarefas, ao resolver problemas que envolvem grandezas determinadas pelo produto de outras, é abordada a habilidade EM13MAT314.

- Com o objetivo de auxiliar os alunos na pesquisa proposta no item c da tarefa 10, informe que há *sites* que disponibilizam simuladores de consumo de energia elétrica, nos quais é possível calcular, de maneira aproximada, o valor da fatura mensal de acordo com alguns dados informados. Esses dados se resumem, basicamente, ao total de itens comumente utilizados nas residências, como chuveiros elétricos, aparelhos eletrodomésticos, lâmpadas LED, bem como ao período de tempo gasto em cada banho, elementos importantes e que fazem a diferença no valor da fatura de energia elétrica mensal. Um exemplo de simulador pode ser encontrado em: <<https://www.copel.com/scnweb/simulador/inicio.jsf#no-back>>. Acesso em: 16 abr. 2020.

Página 23

- Aproveite o trabalho com essa página e comente com os alunos que no passado a realização de conversões entre diferentes unidades de medida, sobretudo no comércio, era um trabalho por vezes maçante e, em algumas situações, até mesmo complicado. A calculadora de bolso foi inventada em 1958, mas só veio a se popularizar nas décadas seguintes, facilitando um pouco esse tipo de trabalho. Atualmente, as conversões podem ser feitas com facilidade, por meio de programas de computadores.

Sugira aos alunos que utilizem *sites* de busca na internet para realizar a conversão entre diferentes unidades de medida. Oriente-os na busca por programas de computador e aplicativos de *smartphones* que façam essas conversões e incentive-os a conhecer outras unidades de medida para a medição das grandezas estudadas nesse tema, comparando umas com as outras. Instigue a turma a conhecer as origens dessas unidades, investigando a razão de suas existências. Questione as bases históricas e culturais que levaram à adoção dessas unidades de medida em diferentes contextos, por exemplo, a milha náutica na navegação, a arroba na pecuária, a jarda na agrimensura inglesa, entre outras.

Página 24

- Ao trabalhar com a tarefa 16, explique aos alunos o fenômeno da superlua, que acontece quando o satélite natural está no perigeu, ou seja, quando se encontra mais próximo da Terra. Como a distância da Terra à Lua não é fixa, dado o formato de sua órbita, há momentos em que esse astro fica mais próximo do planeta, causando um efeito visualmente deslumbrante. Nesses momentos, é possível visualizar a Lua até 14% maior e 30% mais luminosa.
- A partir do contexto abordado na tarefa 18, é possível perceber que o conhecimento matemático se faz presente em diferentes situações do cotidiano, e não apenas em ambiente escolar. Explique aos alunos que, apesar de o método utilizado pelo garimpeiro não ser tão preciso, a diferença no resultado não ocasiona problemas naquele contexto específico, visto que as variações de poucos centímetros não levam a um prejuízo significativo. No entanto, torna-se necessário enfatizar que em determinadas situações, como nos projetos arquitetônicos, as medições realizadas devem, precisamente, ter mais rigor, já que nesses casos um erro de poucos centímetros pode comprometer toda a estrutura de uma construção.

Observe que essa tarefa tem como objetivo proporcionar um momento enriquecedor de aprendizado, levando os alunos a perceber que, embora a Matemática seja uma ciência exata, as técnicas matemáticas que os grupos de pessoas utilizam para suas atividades podem variar de contexto em contexto, de acordo com a necessidade do momento e os instrumentos de medição disponíveis. Esse tipo de reflexão é importante, pois permite a compreensão de que certos conceitos matemáticos também podem ser encarados como resultado da inventividade humana na resolução de problemas práticos, constituindo-se assim como verdadeiras ferramentas abstratas, mas nem por isso de menor importância.

Dessa maneira, é importante levar em consideração o conhecimento matemático de outras pessoas, pertencentes a diferentes regiões e culturas, mesmo daquelas de escolaridade reduzida, para que, com respeito, se possa tomar conhecimento das diversas ferramentas e dos métodos abstratos utilizados para lidar com questões envolvendo quantidades, formas e grandezas. Esse tipo de observação em torno das diversas práticas ma-

temáticas pode, inclusive, surpreender os alunos levando-os a descobrir, em lugares inusitados, métodos úteis e ideias ainda não cogitadas para resolver, de maneira eficaz, alguns problemas matemáticos em contextos não tão comuns a suas realidades.

O conhecimento matemático atrelado a diferentes contextos e culturas é estudado com mais afinco pela Etnomatemática. Para se inteirar mais quanto a esse assunto, leia o excerto a seguir.

O Programa Etnomatemática é um programa de pesquisa que tem como foco entender como a espécie humana desenvolveu seus meios para sobreviver na sua realidade natural, sociocultural e imaginária, e para transcender, indo além da sobrevivência. Recorre à análise da história das ideias e à origem e evolução do comportamento e do conhecimento da espécie humana, em distintos ambientes naturais e socioculturais. A ideia central é a Etnomatemática, que surge do reconhecimento de que diferentes culturas têm maneiras diferentes de lidar com situações e problemas do cotidiano e de dar explicações sobre fatos e fenômenos naturais e sociais. [...]

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática, justiça social e sustentabilidade. *Estudos Avançados*, São Paulo, v. 32, n. 94, set./dez. 2018, p. 189. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-40142018000300189>. Acesso em: 13 jun. 2020.

A Etnomatemática permite momentos de reflexão quanto a questões relacionadas ao papel social que as ciências exatas representam nas relações humanas e no progresso de suas tecnologias, bem como na compreensão da própria realidade.

Página 27

Agora é com você! Resoluções

- 1 alternativa a
Sabemos que 1 UA corresponde a $1,496 \cdot 10^{11}$ m.
Desse modo, temos:
 $5,2 \text{ UA} = 5,2 \cdot 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m} = 7,7792 \cdot 10^{11} \text{ m}$
Portanto, o resultado apresentado nesse aplicativo de calculadora corresponde a 7.7792E11.
- 2 O resultado apresentado será 1.3E23, pois:
 $13 \cdot (10)^{22} = 1,3 \cdot 10 \cdot (10)^{22} = 1,3 \cdot 10^{23}$

Página 28



A tarefa 23 aborda a habilidade EM13MAT103 e a Competência específica 1 da área de Matemática e suas Tecnologias da BNCC ao trabalhar com a

interpretação e a compreensão de um texto divulgado pela mídia, empregando uma unidade de medida adotada pelo SI, o quilômetro, e uma unidade de medida não adotada pelo SI, a unidade astronômica, demandando a realização de conversões entre elas.

Nessa tarefa, se julgar conveniente, peça aos alunos que, em grupos, pesquisem sobre o assunto da reportagem em outras fontes e comparem as informações, analisando criticamente o trecho da reportagem.

O contexto apresentado na tarefa 25 aborda o tema contemporâneo transversal **Ciência e tecnologia** ao mostrar como o poder de resolução dos telescópios avança cada vez mais, possibilitando a observação de informações sobre as galáxias, os astros e os demais componentes do espaço sideral. Um exemplo que ilustra os impressionantes avanços nessa área é o sucesso na obtenção da primeira foto de um buraco negro, conquistada em abril de 2019. A foto, que representa um marco histórico para a ciência, veio a confirmar as teorias propostas por Albert Einstein há 100 anos. Os pesquisadores responsáveis pelo projeto conseguiram criar a imagem por meio da unificação de dados coletados por uma rede composta de 8 radiotelescópios espalhados por vários pontos do globo terrestre, que em conjunto funcionam como um componente único, denominado Event Horizon Telescope.

- Na tarefa 26, diga aos alunos que um cometa é o menor corpo do Sistema Solar, sendo composto por um aglomerado de gelo, rochas, poeira e gases congelados, cuja trajetória em torno do Sol é mais alongada do que a dos planetas. Quando próximo ao Sol, esse envoltório é bombardeado pela radiação e pelos ventos solares, fazendo diversos de seus elementos se sublimarem, dando origem à cauda luminosa, que pode chegar a centenas de quilômetros de extensão.

Página 31



O assunto explorado na tarefa 30 permite abordar o tema contemporâneo transversal **Saúde**. Diga aos alunos que a bactéria *Staphylococcus* frequentemente coloniza o grupo etário infantil e causa uma grande quantidade de infecções, conhecidas como amigdalite, faringite, pneumonia, endocardite (infecção no revestimento interno do coração), septicemia (infecção na corrente sanguínea) e infecções perinatais (transmitidas pela mãe ao feto).

A tarefa 31 aborda aspectos da habilidade **EM13MAT103** ao trabalhar com a interpretação e a compreensão de um texto divulgado pela mídia que emprega, ou não, as unidades de medida adotadas pelo SI – nesse caso, milímetros, micrômetros e nanômetros (nano).

Após o trabalho com essa tarefa, peça aos alunos que acessem o artigo e identifiquem aspectos caracte-

rísticos de um texto de divulgação científica, como introdução, apresentação da metodologia da coleta de dados, citações de embasamento teórico, discussões, resultados, conclusão, além da bibliografia consultada. Se julgar conveniente, peça que, em grupos, pesquisem sobre o assunto do texto em outras fontes e comparem as informações, analisando criticamente o artigo.

Página 32

Resolução e comentários

- Como $1 \text{ t} = 1\,000 \text{ kg}$ e $1 \text{ kg} = 1\,000 \text{ g}$, então:
 $1 \text{ t} = 1\,000 \text{ kg} = 1\,000 \cdot 1\,000 \text{ g} = 1\,000\,000 \text{ g} = 1 \cdot 10^6 \text{ g}$
Da mesma maneira, como $1 \text{ g} = 1\,000 \text{ mg} = 1 \cdot 10^3 \text{ mg}$, então:
 $1 \text{ t} = 1 \cdot 10^6 \text{ g} = 1 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^3 \text{ mg} = 1 \cdot 10^9 \text{ mg}$

Páginas 34 e 35 Acessando tecnologias



- Complemente o trabalho com a seção **Acessando tecnologias** dizendo aos alunos que no cálculo do IMC é importante levar em consideração o fato de a pessoa ser atleta, criança ou idosa, pois, dependendo do grupo em que se encaixa, o valor de seu IMC pode não ser verdadeiro. Em razão das especificidades de cada grupo, o IMC, que só leva em consideração a altura e a massa de cada indivíduo, necessita de outras informações para poder indicar com precisão o estado de saúde das pessoas. Quem pratica musculação ou outros tipos de atividade física, por exemplo, pode ter um IMC alto em razão da grande quantidade de massa magra (músculos) que possui, podendo ser confundido com o IMC de uma pessoa acima do peso. Assim, além do cálculo do IMC, são necessárias outras informações que auxiliem na determinação da verdadeira situação do estado de saúde de uma pessoa, de modo a evitar uma possível interpretação equivocada dos dados.



Nesta seção ao utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos, é abordada a habilidade **EM13MAT405**.

A fim de que os alunos trabalhem com o programa apresentado, oriente-os a digitá-lo no *software* e a atribuir valores às variáveis definidas.

Agora é com você! Resoluções

- 1 Deve ser inserida a massa, em quilogramas, da pessoa.
- 2 Um possível programa em VisualG é:
1 Algoritmo "Massa_em_quilogramas"

- 2 Var
- 3 massa, altura: real
- 4 Início
- 5 escreva("Digite a altura, em metros:")
- 6 leia(altura)
- 7 massa <- 22*(altura*altura)
- 8 escreva("A massa da pessoa é ", massa, " quilogramas")
- 9 Fimalgoritmo

- Se julgar conveniente, comente com os alunos que outros métodos mais eficazes também são utilizados para quantificar a gordura corporal de uma pessoa. Um deles é o Índice de Adiposidade Corporal (IAC), que utiliza informações referentes à medida do quadril e à altura. O IAC é dado por:

As medidas do quadril e da altura devem ser dadas em metros.

$$\text{IAC} = \frac{\text{quadril}}{\text{altura} \cdot \sqrt{\text{altura}}} - 18$$

Proponha aos alunos que pesquisem mais informações sobre o IAC e compartilhem as informações encontradas com os colegas. Se julgar conveniente, desafie-os a criar um programa em VisualG que calcule a medida do IAC de um indivíduo, dadas a medida de seu quadril e a medida de sua altura. Esse tipo de abordagem possibilita que os alunos entrem em contato com o conhecimento científico por meio de ferramentas que fazem parte das culturas juvenis. Mais informações sobre as culturas juvenis podem ser encontradas no tópico **O aluno do Ensino Médio**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Páginas 36 e 37

- Complemente as informações apresentadas na tarefa 39 explicando aos alunos que quilate pode referir-se tanto à unidade de medida que indica a massa de uma pedra preciosa quanto ao grau de classificação da pureza do ouro. No primeiro caso, está relacionado à massa de uma pedra preciosa, indicado pela abreviatura "ct", em que 1 quilate equivale a 0,2 gramas (1 ct = 0,2 g). Esse tipo de quilate, em inglês, é chamado *carat*. Por isso, sua abreviatura é indicada por "ct". No segundo caso, o quilate que mede a pureza do ouro, em inglês, é chamado *karat* e abreviado simplesmente pela letra "K". Essa unidade de medida expressa a quantidade de ouro presente em determinada liga metálica, indicando quantas partes são efetivamente desse metal precioso, tomando como parâmetro um conjunto de 24 partes.
- As joias nem sempre são feitas de ouro puro; muitas são constituídas por um amálgama de metais, dos quais o ouro é apenas um dos componentes. Assim, quando uma joia tem 12 quilates (12 K), então 12 de 24 partes são de ouro (ou seja, apenas 50% da joia é ouro). Já quando ela tem 18 K, então ela é composta

por 75% de ouro. Portanto, um objeto feito em ouro puro, sem qualquer mistura, tem 24 K.



Aproveite o contexto abordado na tarefa 40 para desenvolver um trabalho envolvendo o tema contemporâneo transversal **Educação ambiental**. Questione os alunos a respeito de atitudes que poderiam ser tomadas para substituir o uso de sacolas plásticas. Mencione as caixas de papelão ou as sacolas reaproveitáveis, que já são alternativas sugeridas nos supermercados. Proponha a eles a apresentação de novas ideias criativas para que haja uma mudança global nesse cenário de desperdício irresponsável de lixo reciclável.

Uma sugestão é utilizar os dados apresentados na tarefa para enfatizar que esse tipo de hábito ambientalmente saudável, se adotado em larga escala, pode resultar na manutenção de um ambiente salubre e na preservação de inúmeras espécies animais, geralmente afetadas pelo impacto ambiental causado pela imprudência e pelo desrespeito do ser humano. Pode-se, ainda, estender a abordagem do tema para englobar outras atitudes similares que podem ser adotadas no dia a dia, como a substituição de canudos plásticos por canudos de metal ou biodegradáveis, estimulando a reflexão crítica quanto à viabilidade e aos benefícios dessas medidas.

Promova um debate com os alunos com o intuito de saber a opinião deles a respeito da intervenção do Estado, por meio de leis, de modo a tornar essas medidas obrigatórias para todos os cidadãos.

Sala dos professores

- A tarefa 38 permite uma articulação com a área de **Linguagens e suas Tecnologias**, preferencialmente com o professor do componente curricular **Língua Portuguesa** orientando os alunos a analisar a tirinha apresentada de maneira crítica, criativa e propositiva. Peça ao professor desse componente que auxilie a leitura considerando os procedimentos multimodal e inferencial desse gênero textual.
- Ao fim do trabalho com esse tema, verifique a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Quick writing** para avaliar o aprendizado dos alunos, fazendo-os refletir sobre os conteúdos estudados. Em debate posterior, solicite, se possível, que eles comentem a respeito da importância prática de estudar as unidades de medida e que expliquem o motivo de haver mais de uma unidade para medir a mesma grandeza.
- Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



Área, volume e velocidade

Objetivos específicos

- Revisar e aprofundar o conhecimento sobre as grandezas área, volume, capacidade e velocidade média.
- Realizar conversões entre unidades de medida.

Esse tema retoma e aprofunda o trabalho com as grandezas área, volume, capacidade e velocidade média, conteúdo estudado no Ensino Fundamental, e suas respectivas unidades de medida. Tal estudo busca levar os alunos a perceber a aplicação dessas grandezas e suas medidas em inúmeras circunstâncias, tanto na vida cotidiana quanto nas ciências em geral. Assim, espera-se capacitá-los para interpretar e compreender textos científicos e informações divulgadas pelas diferentes mídias, sob um olhar cada vez mais crítico.

Antes de iniciar o trabalho com o conteúdo proposto, é de suma importância avaliar o conhecimento prévio dos alunos. A seguir, é apresentada uma sugestão de dinâmica que possibilitará esse diagnóstico.

Sugestão de avaliação

Organize os alunos em grupos, leve-os à biblioteca ou ao laboratório de informática da escola e peça a eles que pesquisem imagens de objetos relacionados às grandezas área, volume, capacidade e velocidade média. Na sequência, para cada imagem, solicite-lhes que elaborem situações envolvendo a medida da grandeza correspondente. Por exemplo, supondo um terreno como imagem, uma possível situação é: João comprou um terreno cuja área mede 100 metros quadrados.

Caso não seja possível levá-los a um dos espaços da escola sugeridos, escreva na lousa o nome de alguns objetos e solicite aos alunos que, em grupos, elaborem situações envolvendo o objeto, uma grandeza e sua respectiva medida.

Com base nas situações elaboradas, é possível identificar as dificuldades dos alunos sobre o uso de unidades de medida adequadas. Mais informações sobre avaliações diagnósticas podem ser encontradas na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Páginas 38 e 39 De onde vem a energia que consumimos?

- Essas páginas temáticas propiciam uma relação entre os componentes curriculares **Matemática**, **Física**, **Química** e **Biologia**. Nelas, são apresentadas as diferentes fontes de energia elétrica e algumas de suas características.

Uma sugestão para a condução do trabalho com essas páginas é estabelecer um tempo para que os alunos leiam o texto, analisem as imagens e respondam às questões propostas. Em seguida, promova um debate com a turma e solicite a cada aluno que apresente sua compreensão sobre o tema abordado.

Ao conversar com os alunos a respeito das energias renováveis e não renováveis, explique a eles que estas últimas são consideradas poluentes, visto que sua utilização causa danos à natureza, no entanto as renováveis são limpas, com danos ao meio ambiente classificados como desprezíveis.

- Informe-os de que o Brasil, graças a suas características geográficas, tem um dos maiores parques hidrelétricos do mundo e que, entre as principais usinas hidrelétricas do Brasil, quatro estão localizadas na região Norte (Belo Monte, Tucuruí, Jirau e Santo Antônio) e uma na região Sul (Itaipu Binacional). Se julgar conveniente, incentive-os a acessar o *site* da usina de Itaipu Binacional, que traz informações sobre a maior geradora de energia limpa e renovável do planeta. Disponível em: <<https://www.itaipu.gov.br>>. Acesso em: 13 jun. 2020.

Caso considere propício, diga aos alunos que outro tipo de energia que vem sendo muito utilizado no Brasil é a energia eólica. Informe-os de que, no Brasil, as usinas eólicas concentram-se nas regiões Nordeste e Sul, sendo, em 2018, o Rio Grande do Norte o maior produtor de energia eólica no país, seguido por Bahia, Piauí, Rio Grande do Sul e Ceará. Além disso, vale informá-los de que, apesar de ser uma energia limpa, a implantação de uma usina eólica pode causar impactos na migração de pássaros e poluição sonora.

- A fim de complementar o texto sobre energia solar, explique aos alunos que a energia gerada por sistemas fotovoltaicos pode ser utilizada imediatamente ou armazenada em baterias para uso posterior. Além disso, solicite a eles que façam uma pesquisa sobre vantagens e desvantagens do uso desse tipo de energia. Já ao abordar o texto sobre energia nuclear, informe-os de que no Brasil, em 2020, havia duas usinas nucleares em operação, Angra 1 e Angra 2, ambas localizadas em Angra dos Reis, no estado do Rio de Janeiro. Se julgar conveniente, instigue-os a acessar o *site* da Eletrobras Eletronuclear, em que é possível obter mais informações sobre essas usinas. Disponível em: <<https://www.eletronuclear.gov.br/Paginas/default.aspx>>. Acesso em: 13 jun. 2020.



Após realizar o trabalho com essas páginas, proponha um bate-papo sobre o consumo consciente de energia elétrica. Desse modo, espera-se que os alunos desenvolvam autonomia, responsabilidade, flexibilidade e tomem decisões com base em princípios éticos, democráticos e sustentáveis, conforme orienta a **Competência geral 10** da BNCC.



- Para desenvolver o conteúdo proposto nesse tema, é possível utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Oriente os alunos para que se inteirem das linhas gerais dos conteúdos propostos e pesquisem problemas envolvendo as grandezas área, volume, capacidade e velocidade média, registrando suas possíveis dúvidas. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Sala dos professores

- Avalie a possibilidade de preparar uma aula em conjunto com professores da área **Ciências da Natureza e suas Tecnologias**, preferencialmente dos componentes curriculares **Física e Biologia**. Aproveite a oportunidade e converse com os alunos sobre o “trajeto” da energia elétrica de uma usina hidrelétrica até as residências. Nesse momento, é importante que o professor do componente curricular **Física** explique o funcionamento das hidrelétricas e as unidades de medida de energia. Os processos de produção de energia em usinas eólicas também podem ser abordados pelo professor desse componente. É importante destacar o funcionamento dos aerogeradores e como é feita a distribuição da energia gerada nesses equipamentos. Já o professor do componente curricular **Biologia** tem a possibilidade de proporcionar um debate sobre os impactos causados na fauna e na flora da região onde as usinas hidrelétricas e eólicas são construídas.



BNCC

O trabalho a respeito dos processos de produção de energia elétrica aborda aspectos da **Competência específica 1** da área de **Ciências da Natureza e suas Tecnologias**, que diz:

“Analisar fenômenos naturais e processos tecnológicos, com base nas interações e relações entre matéria e energia, para propor ações individuais e coletivas que aperfeiçoem processos produtivos, minimizem impactos socioambientais e melhorem as condições de vida em âmbito local, regional e global.”

Página 40

- Ao iniciar o trabalho com o tópico **Área**, destaque que o conceito de área é usado há muito tempo por diversos povos, que adotavam diferentes estratégias de cálculo e unidades de medidas. Explique aos alunos que no Sistema Internacional de Unidades (SI) a unidade de medida de área é o metro quadrado.
- Promova um debate sobre a unidade de medida de área mais adequada para algumas situações específicas. Por exemplo, pergunte aos alunos se o metro quadrado é a unidade mais adequada para expressar a

área de um país, e verifique se eles percebem que nessa situação não é, mas sim o quilômetro quadrado. Por fim, peça a eles que deem exemplos de situações em que o centímetro quadrado é a unidade mais adequada para expressar a área de uma região.

Resolução e comentários

- Por definição, um metro quadrado é igual à área de um quadrado com lados de 1 m de comprimento. Como:
- 1 hm = 100 m, podemos dizer que um metro quadrado é igual à área de um quadrado com lados de 0,01 hm de comprimento. Calculando a área desse quadrado, temos:

$$(0,01)^2 = 0,0001 = 1 \cdot 10^{-4}$$

$$1 \text{ m}^2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ hm}^2 \Rightarrow 1 \cdot 10^4 \text{ m}^2 = 1 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4 \text{ hm}^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 1 \cdot 10^4 \text{ m}^2 = 1 \text{ hm}^2$$

Portanto, $1 \text{ hm}^2 = 1 \cdot 10^4 \text{ m}^2$.

- 1 dam = 10 m, assim podemos dizer que um metro quadrado é igual à área de um quadrado com lados de 0,1 dam de comprimento. Calculando a área desse quadrado, temos:

$$(0,1)^2 = 0,01 = 1 \cdot 10^{-2}$$

$$1 \text{ m}^2 = 1 \cdot 10^{-2} \text{ dam}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10^2 \text{ m}^2 = 1 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 \text{ dam}^2 \Rightarrow 1 \cdot 10^2 \text{ m}^2 = 1 \text{ dam}^2$$

Portanto, $1 \text{ dam}^2 = 1 \cdot 10^2 \text{ m}^2$.

- 1 m = 10 dm, assim podemos dizer que um metro quadrado é igual à área de um quadrado com lados de 10 dm de comprimento. Calculando a área desse quadrado, temos:

$$10^2 = 100 = 1 \cdot 10^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 1 \cdot 10^2 \text{ dm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 = 1 \cdot 10^2 \cdot 10^{-2} \text{ dm}^2 \Rightarrow 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 = 1 \text{ dm}^2$$

Portanto, $1 \text{ dm}^2 = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$.

- 1 m = 100 cm, assim podemos dizer que um metro quadrado é igual à área de um quadrado com lados de 100 cm de comprimento. Calculando a área desse quadrado, temos:

$$100^2 = 10000 = 1 \cdot 10^4$$

$$1 \text{ m}^2 = 1 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 1 \cdot 10^4 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2 \Rightarrow 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 1 \text{ cm}^2$$

Portanto, $1 \text{ cm}^2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$.

- 1 m = 1000 mm, assim podemos dizer que um metro quadrado é igual à área de um quadrado com lados de 1000 mm de comprimento. Calculando a área desse quadrado, temos:

$$1000^2 = 1000000 = 1 \cdot 10^6$$

$$1 \text{ m}^2 = 1 \cdot 10^6 \text{ mm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 1 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2 \Rightarrow 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 1 \text{ mm}^2$$

Portanto, $1 \text{ mm}^2 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$.

**BNCC**

Na seção **Exercícios e problemas**, os alunos são desafiados a resolver e elaborar problemas envolvendo as grandezas área e densidade demográfica, contemplando assim parte do que é solicitado na habilidade **EM13MAT314** e na **Competência específica 3** da área de **Matemática e suas Tecnologias** da BNCC. Além disso, nas tarefas em que os alunos devem interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida, aborda-se a habilidade **EM13MAT103**.

Página 41

- Caso os alunos apresentem dificuldades nas tarefas propostas na seção **Exercícios e problemas**, solicite a eles que, em duplas, escrevam algoritmos que possibilitem realizar a conversão entre unidades de medida de área.

Página 42

**BNCC**

A tarefa 5 possibilita uma integração entre os componentes curriculares **Matemática** e **História**. Proponha aos alunos um debate estabelecendo relação com os temas contemporâneos transversais **Educação para a valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras** e **Educação em direitos humanos**. Converse com eles sobre a identidade étnica (ancestralidade comum, formas de organização política e social, elementos linguísticos, religiosos e culturais) dos quilombolas. Aproveite ainda o resultado obtido na pesquisa realizada no item **b**, a fim de explorar os direitos dos grupos quilombolas. Para mais informações sobre essas comunidades e seus direitos, acesse o *site* da Biblioteca Blanche Knopf da Fundação Joaquim Nabuco, disponível em: <<http://cpisp.org.br/direitosquilombolas/>>. Acesso em: 8 maio 2020.

- Ao argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis para defender suas ideias sobre os direitos dos quilombolas, os alunos desenvolvem a **Competência geral 7** da BNCC.
- Nessa tarefa, se julgar conveniente, peça aos alunos que, em grupos, pesquisem sobre o assunto da reportagem em outras fontes e comparem as informações, analisando criticamente o trecho da reportagem.
- No item **b** da tarefa 5, pergunte aos alunos se eles conhecem a Constituição Federal Brasileira e explique-lhes que é a lei suprema de nosso país, em que estão dispostos todos os deveres e direitos dos cidadãos brasileiros. Instigue-os a acessar o *site* do Governo Federal, no qual é possível ter acesso a esse documento. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/Constituicao.htm>. Acesso em: 9 abr. 2021.

- A fim de conhecer de perto um pouco mais sobre a cultura afro-brasileira e sua história, verifique a possibilidade de realizar, com a turma, uma visita guiada a uma comunidade quilombola. Essa visita possibilita também conhecer mais sobre os hábitos e costumes dessas comunidades.

Sala dos professores

- A tarefa 6 proporciona uma relação com os componentes curriculares **Matemática** e **Geografia**. Leve os alunos a perceber que a importância da densidade demográfica de uma região está na possibilidade de avaliar as aglomerações populacionais. Porém, essa medida é limitada, pois dá a impressão de que a distribuição populacional de certa região é homogênea, mesmo que algumas de suas partes não sejam povoadas. Explique-lhes que o mapeamento da densidade demográfica auxilia, por exemplo, no planejamento e na implantação de escolas e hospitais e na avaliação da demanda em transporte. Se julgar pertinente, solicite aos alunos que calculem a densidade demográfica da região onde vivem. Estabeleça um critério de comparação com as outras regiões apresentadas e peça a eles que classifiquem a medida calculada.

Página 43 Acessando tecnologias

- É possível desenvolver o trabalho com essa seção utilizando o GeoGebra, um *software* dinâmico de Matemática que representa conceitos de Geometria e Álgebra. Nesse programa, podemos realizar diversas construções geométricas utilizando pontos, retas, circunferências e outras curvas, considerando relações entre os elementos envolvidos, como posição relativa, pertinência e interseção.
Utilizado em escolas e universidades de diversos países, o *software* pode ser obtido gratuitamente e está disponível em vários idiomas, inclusive em português. O *download* pode ser feito no *site* <<https://www.geogebra.org>>. Acesso em: 22 abr. 2020. Caso essa seção seja realizada no laboratório de informática da escola, certifique-se de que todos os computadores estão com o *software* instalado. Uma alternativa é utilizar a versão *on-line* do GeoGebra, disponível no mesmo *site*.
- Após o trabalho com a tarefa 2 do boxe **Agora é com você!**, proponha aos alunos que façam o mesmo procedimento com as unidades federativas do Brasil de maior e menor área, ou seja, Amazonas (aproximadamente 1 500 000 km²) e Distrito Federal (aproximadamente 5 700 km²), respectivamente. Caso não tenha computadores em quantidade suficiente para todos, organize-os em grupos e atente para que, no decorrer da atividade, todos tenham a oportunidade de manipular o *software* em questão.
- Caso o estado onde os alunos moram seja o próprio Acre, peça a eles que escolham outro por meio de uma votação ou outra maneira que preferirem.



- Nesse momento, é possível desenvolver o trabalho com a metodologia ativa **Sorting strips**. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Agora é com você! Resoluções

- 1 Resposta pessoal. Uma possível resposta: construir um polígono com número maior de lados, de maneira a sobrepor melhor o mapa.
- 2 Resposta pessoal.



BNCC Ao desenvolver o trabalho com a seção **Acessando tecnologias**, os alunos podem, por meio de tecnologias digitais, se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, elaborar e resolver problemas, exercendo protagonismo na vida pessoal e coletiva, desenvolvendo assim a **Competência geral 5** da BNCC.

Páginas 44 e 45

- Informe os alunos que, no Sistema Internacional de Unidades, a unidade de medida de volume é o metro cúbico. Caso apresentem dificuldades na compreensão das conversões, organize-os em duplas e peça-lhes que escrevam algoritmos que possibilitem realizar a conversão entre unidades de medida de volume.
- Por meio de questionamentos, verifique se os alunos compreenderam a diferença entre os conceitos de volume e capacidade. É importante que essa diferenciação seja bem esclarecida.



BNCC Ao trabalhar com o exercício resolvido **R1**, explique aos alunos que as usinas termelétricas, também conhecidas como termelétricas, produzem energia elétrica a partir da queima de qualquer material que possa gerar calor. Se julgar conveniente, estabeleça uma relação com o tema contemporâneo transversal **Educação ambiental** e comente a respeito do impacto que a queima desse tipo de material traz ao meio ambiente. Retome as discussões realizadas nas páginas **38** e **39** e relacione as usinas termelétricas às que utilizam biomassa, combustíveis fósseis e energia nuclear para a geração de energia.

Resoluções e comentários

- A** Por definição, um metro cúbico é igual ao volume de um cubo com arestas de 1 m de comprimento.

Como:

- 1 hm = 100 m, podemos dizer que um metro cúbico é igual ao volume de um cubo com arestas de 0,01 hm de comprimento. Calculando o volume desse cubo, temos:

$$(0,01)^3 = 0,000001 = 1 \cdot 10^{-6}$$

$$1\text{m}^3 = 1 \cdot 10^{-6} \text{hm}^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10^6 \text{m}^3 = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 10^6 \text{hm}^3 \Rightarrow 1 \cdot 10^6 \text{m}^3 = 1 \text{hm}^3$$

$$\text{Portanto, } 1 \text{hm}^3 = 1 \cdot 10^6 \text{m}^3.$$

- 1 dam = 10 m, assim podemos dizer que um metro cúbico é igual ao volume de um cubo com arestas de 0,1 dam de comprimento. Calculando o volume desse cubo, temos:

$$(0,1)^3 = 0,001 = 1 \cdot 10^{-3}$$

$$1\text{m}^3 = 1 \cdot 10^{-3} \text{dam}^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10^3 \text{m}^3 = 1 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 \text{dam}^3 \Rightarrow 1 \cdot 10^3 \text{m}^3 = 1 \text{dam}^3$$

$$\text{Portanto, } 1 \text{dam}^3 = 1 \cdot 10^3 \text{m}^3.$$

- 1 m = 10 dm, assim podemos dizer que um metro cúbico é igual ao volume de um cubo com arestas de 10 dm de comprimento. Calculando o volume desse cubo, temos:

$$10^3 = 1000 = 1 \cdot 10^3$$

$$1\text{m}^3 = 1 \cdot 10^3 \text{dm}^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10^{-3} \text{m}^3 = 1 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \text{dm}^3 \Rightarrow 1 \cdot 10^{-3} \text{m}^3 = 1 \text{dm}^3$$

$$\text{Portanto, } 1 \text{dm}^3 = 1 \cdot 10^{-3} \text{m}^3.$$

- 1 m = 100 cm, assim podemos dizer que um metro cúbico é igual ao volume de um cubo com arestas de 100 cm de comprimento. Calculando o volume desse cubo, temos:

$$100^3 = 1000000 = 1 \cdot 10^6$$

$$1\text{m}^3 = 1 \cdot 10^6 \text{cm}^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10^{-6} \text{m}^3 = 1 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6} \text{cm}^3 \Rightarrow 1 \cdot 10^{-6} \text{m}^3 = 1 \text{cm}^3$$

$$\text{Portanto, } 1 \text{cm}^3 = 1 \cdot 10^{-6} \text{m}^3.$$

- 1 m = 1000 mm, assim podemos dizer que um metro cúbico é igual ao volume de um cubo com arestas de 1000 mm de comprimento. Calculando o volume desse cubo, temos:

$$1000^3 = 1000000000 = 1 \cdot 10^9$$

$$1\text{m}^3 = 1 \cdot 10^9 \text{mm}^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10^{-9} \text{m}^3 = 1 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9} \text{mm}^3 \Rightarrow 1 \cdot 10^{-9} \text{m}^3 = 1 \text{mm}^3$$

$$\text{Portanto, } 1 \text{mm}^3 = 1 \cdot 10^{-9} \text{m}^3.$$

- B** Por definição, um litro corresponde à capacidade de um recipiente com 1 dm³ de volume, ou seja, 1 l = 1 dm³.

- Do item anterior, temos 1 dm³ = 1 · 10⁻³ m³. Logo: 1 l = 1 · 10⁻³ m³ ⇒ 1 · 10³ l = 1 · 10⁻³ · 10³ m³ ⇒ ⇒ 1000 l = 1 m³

Portanto, $1\,000\text{ l} = 1\text{ m}^3$.

- Sabemos que $1\text{ dm} = 10\text{ cm}$. Logo:

$$1\text{ dm}^3 = 10^3\text{ cm}^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10^{-3}\text{ dm}^3 = 10^3 \cdot 10^{-3}\text{ cm}^3 \Rightarrow 1 \cdot 10^{-3}\text{ dm}^3 = 1\text{ cm}^3$$

Como $1\text{ l} = 1\,000\text{ ml}$ e $1\text{ l} = 1\text{ dm}^3$, então:

$$1\,000\text{ ml} = 1\text{ dm}^3 \Rightarrow 1 \cdot 10^3\text{ ml} = 1\text{ dm}^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}\text{ ml} = 1 \cdot 10^{-3}\text{ dm}^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1\text{ ml} = 1 \cdot 10^{-3}\text{ dm}^3 \Rightarrow 1\text{ ml} = 1\text{ cm}^3$$

Portanto, $1\text{ ml} = 1\text{ cm}^3$.

Páginas 46 e 47 Resolvendo por etapas

- No passo 1 da etapa **Executando o plano**, lembre aos alunos a fórmula da área do círculo e que o comprimento do raio é a metade do comprimento do diâmetro.



BNCC

Aproveite que o contexto trabalhado na seção **Resolvendo por etapas** aborda as previsões meteorológicas e estabeleça conexão com o tema contemporâneo transversal **Ciência e tecnologia**. Promova uma discussão com os alunos a respeito dos métodos empregados na coleta de informações meteorológicas, como a sondagem, que utiliza o balão meteorológico para colher os dados necessários. Explique a eles que esse método é utilizado por órgãos que coletam dados meteorológicos, no qual um dispositivo (sonda) é acoplado a um balão, que, ao ser inflado, sobe a elevadas altitudes, geralmente entre 20 e 25 km. Essa sonda faz a leitura de informações referentes ao clima e as envia a um receptor localizado em solo. O receptor, então, decodifica essas informações em uma mensagem numérica, que alimenta modelos matemáticos de previsão. Os dados são enviados aos órgãos responsáveis pela elaboração das previsões meteorológicas, como os centros de pesquisa, a Infraero e a Força Aérea Brasileira, que decodificam os dados numéricos e enviam as informações aos interessados. Essas informações podem ser utilizadas de diversas maneiras: por emissoras de televisão, para fornecer informações referentes à previsão do tempo; por agricultores, para determinar as épocas de estiagem ou de muita chuva; por aviadores, e para traçar rotas de voo.

Agora é você quem resolve! Resolução

- Resposta pessoal. Um possível plano para ser utilizado é: inicialmente, calculamos a área da base do recipiente cilíndrico que compõe o pluviômetro. Em seguida, de acordo com a área da base desse recipiente, determinamos quantos litros foram captados, mensalmente, pelo pluviômetro nos seis primeiros meses de 2019 – ou seja, o mesmo plano utilizado para resolver o problema proposto na seção.

Agora, executamos o plano. Inicialmente, calculamos, em metros quadrados, a área aproximada da base do recipiente cilíndrico de 8 cm de raio.

$$A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot (0,08)^2 = 0,020096$$

Ou seja, a área da base desse recipiente é $0,020096\text{ m}^2$.

Agora, vamos determinar a quantidade de água captada pelo pluviômetro no primeiro semestre do ano.

Janeiro

Área (em m^2)	Água captada (em ℓ)
1	157,6
0,020096	x

$$x = 157,6 \cdot 0,020096 \approx 3,17$$

Fevereiro

Área (em m^2)	Água captada (em ℓ)
1	183
0,020096	y

$$y = 183 \cdot 0,020096 \approx 3,68$$

Março

Área (em m^2)	Água captada (em ℓ)
1	125
0,020096	z

$$z = 125 \cdot 0,020096 \approx 2,5$$

Abril

Área (em m^2)	Água captada (em ℓ)
1	32,2
0,020096	w

$$w = 32,2 \cdot 0,020096 \approx 0,65$$

Mai

Área (em m^2)	Água captada (em ℓ)
1	85
0,020096	u

$$u = 85 \cdot 0,020096 \approx 1,71$$

Junho

Área (em m^2)	Água captada (em ℓ)
1	104
0,020096	v

$$v = 104 \cdot 0,020096 \approx 2,09$$

Portanto, de janeiro a junho, foram captados por esse pluviômetro, aproximadamente, 3,17 l, 3,68 l, 2,5 l, 0,65 l, 1,71 l e 2,09 l.

Página 48

- Se julgar conveniente, antes de trabalhar com a tarefa 8, faça uma pesquisa prévia, de modo a encontrar valores referentes à vazão dos maiores rios do Brasil e do mundo em condições normais. Compare os valores obtidos com a vazão desses mesmos rios em períodos de muita seca ou muita chuva, chamando a atenção dos alunos para a divergência desses valores.
- Ao abordar a tarefa 9, comente com os alunos que, apesar de a Usina Três Gargantas, localizada na China, possuir maior estrutura física, a Usina de Itaipu apresenta maior rendimento quando o assunto é produtividade de energia elétrica.

Página 49



BNCC

Na seção **Exercícios e problemas**, os alunos são desafiados a resolver e elaborar problemas envolvendo a grandeza velocidade média, contemplando assim a habilidade **EM13MAT314** e a **Competência específica 3** da área de **Matemática e suas Tecnologias** da BNCC.

- Ao abordar a tarefa 13, retome as discussões realizadas sobre esse tema nas páginas 38 e 39, com o intuito de relembrar os alunos a respeito das usinas eólicas. Se julgar conveniente, proponha uma pesquisa extraclasses, que poderá ser realizada em grupos, na qual os alunos deverão identificar as regiões brasileiras mais propícias à instalação dessas usinas, ou seja, onde há a maior incidência de ventos, bem como a velocidade média dos ventos nessas regiões.



BNCC

Ao trabalhar as questões do **Ser consciente**, verifique a possibilidade de desenvolver uma aula em conjunto com um professor da área de **Ciências da Natureza e suas Tecnologias**, preferencialmente do componente curricular **Física**. É importante que o professor desse componente aborde conteúdos que envolvam a produção e o consumo de energia elétrica, apresentando a relação entre matéria e energia. Em seguida, deve-se propor um bate-papo sobre possíveis ações que podem ser tomadas para melhorar o cenário atual, como a adoção de sistemas de aquecimento ou de produção de energia elétrica via sistemas solares instalados nos telhados das casas

– que a cada dia se tornam mais acessíveis, por conta do barateamento – ou sobre técnicas modernas de arquitetura, que buscam deixar construções, como casas ou prédios, mais iluminadas e frescas, reduzindo a energia gasta em iluminação e refrigeração. Com base nessas informações e nos conteúdos matemáticos abordados nesse tema, espera-se que os alunos desenvolvam o trabalho com a **Competência específica 1** da área de **Ciências da Natureza e suas Tecnologias**, citada anteriormente.

Páginas 50 e 51



BNCC

Aproveite o contexto abordado na tarefa 14 e estabeleça uma relação com o tema contemporâneo transversal **Saúde**. Pergunte aos alunos se eles praticam algum tipo de atividade física. Enfatize a importância dessa prática para a saúde do ser humano, assim como é importante a manutenção de uma dieta equilibrada. Em ambos os casos, torna-se imprescindível que o acompanhamento seja feito por um profissional especializado.

Aproveite o contexto abordado na tarefa 15 e trabalhe com o tema contemporâneo transversal **Educação para o trânsito**. Se julgar conveniente, faça uma pesquisa prévia com o intuito de levantar informações a respeito da quantidade de acidentes de trânsito ocorridos no último ano. Apresente tais informações aos alunos e promova um debate sobre esse assunto.

Acessando tecnologias

- O trabalho com a seção **Acessando tecnologias** pode ser realizado no laboratório de informática da escola. Para isso, certifique-se de que todos os computadores possuam o *software* VisualG instalado, por meio do qual a tarefa será realizada. O *download* pode ser feito gratuitamente no *site*. Disponível em: <<http://visualg3.com.br>>. Acesso em: 8 maio 2020.
- Caso não tenha computadores em quantidade suficiente, organize os alunos em grupos e atente para dar a todos oportunidade de manipular o *software* em questão no decorrer da tarefa.
- Esse tipo de tarefa possibilita aos alunos criarem suas próprias maneiras de divulgar suas opiniões e o conhecimento científico, por meio de ferramentas que fazem parte das culturas juvenis.

A fim de que os alunos trabalhem com o programa apresentado, oriente-os a digitá-lo no *software* e a atribuir valores às variáveis definidas.



- Nessa seção, os alunos são desafiados a decompor problemas, reconhecer padrões, filtrar, classificar e organizar informações relevantes e construir algoritmos.

mos, desenvolvendo assim o pensamento computacional. Para mais informações sobre esse assunto, veja o tópico **Pensamento computacional**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



- É possível desenvolver o trabalho com a metodologia ativa **Sorting strips**. Para isso, utilize os passos apresentados na seção ou até mesmo proponha outro problema. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



A seção **Acessando tecnologias**, quando desenvolve o trabalho com a linguagem VisualG, possibilita aos alunos a utilização de conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos, contemplando assim a habilidade **EM13MAT405** e a **Competência específica 4** da área de **Matemática e suas Tecnologias** da BNCC.

Além disso, nessa seção, eles utilizam diferentes linguagens, permitindo que se expressem e partilhem informações, experiência, ideias e sentimentos, como sugere a **Competência geral 4** da BNCC.

Agora é com você! **Resoluções**

- 1 Espera-se que os alunos respondam que a velocidade média do automóvel deve ser menor ou igual à velocidade máxima permitida no trecho.
- 2 Uma sugestão de programa em VisualG é:
 - 1 Algoritmo "tempo_gasto"
 - 2 Var
 - 3 tempo_seg, tempo_hora, distancia, vel_media: real
 - 4 Inicio
 - 5 escreva("Digite a distância entre os dois radares em km: ")
 - 6 leia(distancia)
 - 7 escreva("Digite a velocidade média registrada no trecho em km/h: ")
 - 8 leia(vel_media)
 - 9 tempo_hora <- distancia/vel_media
 - 10 tempo_seg <- tempo_hora*3600
 - 11 escreva("O veículo percorreu o trajeto em ", tempo_seg, " s.")
 - 12 Fimalgoritmo



- Ao fim do trabalho com esse tema, verifique a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Quick writing** para avaliar o aprendizado dos alunos, fa-

zendo-os refletir sobre os conteúdos estudados. Em debate posterior, solicite, se possível, que eles expliquem o motivo de estudar tais assuntos e que descrevam quanto à importância das grandezas estudadas na Matemática, nas Ciências e em outras áreas do conhecimento. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



Grandezas, medidas e voluntariado

Objetivos específicos

- Desenvolver a consciência quanto à importância do voluntariado para a sociedade.
- Identificar o uso de grandezas e medidas em ações de voluntariado.
- Propor ações envolvendo voluntariado e medições de grandezas como perímetro, área, volume, capacidade e massa.



As questões propostas nesse tema favorecem o trabalho com a habilidade **EM13MAT201** e a **Competência específica 2** da área de **Matemática e suas Tecnologias** da BNCC, ao incentivar a aplicação de conhecimentos matemáticos para realizar ações condizentes com as demandas da comunidade em que estão inseridos. Pesquisando e conhecendo projetos de voluntariado, os alunos terão a oportunidade de vislumbrar aplicabilidades práticas, de utilidade para a população em seu entorno, para os conceitos estudados envolvendo grandezas e medições, incluindo as ideias de área, perímetro, volume, capacidade e massa.

O tema também é fértil para abordar os temas contemporâneos transversais **Educação ambiental**, por tratar de projetos de eficácia social ecologicamente corretos, e **Vida familiar e social**, por ampliar os horizontes dos alunos quanto a suas possibilidades de atuação na sociedade.

Páginas 52 e 53 **Voluntariado, uma ideia construtiva**

Esse tema trata de atividades não remuneradas de cunho social. O voluntariado, como o próprio nome sugere, engloba atividades feitas de modo voluntário, em prol da comunidade, visando fornecer auxílio, em especial, a pessoas em situação de vulnerabilidade e a contribuir com causas relevantes para o bem-estar da coletividade. Pessoas engajadas em projetos de voluntariado dedicam seu tempo e seus talentos em trabalhos altruísticos que beneficiam hospitais, creches, asilos, organizações de proteção aos animais, entre diversos outros setores, sem-

pre com objetivos cívicos, culturais, educacionais, científicos, recreativos e/ou de assistência social.

Trabalhos de voluntariado são fonte de crescimento pessoal para quem os realiza e valiosos para a sociedade, sobretudo para grupos de minoria, entre outros benéficos. A doação de tempo e esforço para um ideal que busca trazer melhorias na vida de outros seres humanos confere sentido e sensação de cumprimento de dever nas pessoas, reforçando seus valores morais e nutrindo uma positiva satisfação pessoal. Esse tipo de abordagem contribui para a saúde mental dos alunos. Mais informações sobre esse assunto podem ser encontradas no tópico **O combate à violência e a promoção da saúde mental dos alunos**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Além disso, na realização de ações solidárias, os indivíduos exercitam e aperfeiçoam as próprias habilidades, obtendo reflexos positivos nos aspectos pessoal, profissional, emocional e intelectual.

Pensando nessas considerações, pergunte à turma quem já ouviu falar desse tipo de projeto, se conhecem pessoas que realizam serviços voluntários ou até mesmo se alguém entre os alunos pratica ou já praticou algum tipo de ação voluntária. Aproveite para conversar com eles a respeito da importância desse tipo de ação, levando-os a refletir sobre o papel que todo indivíduo representa na coletividade. Investigue se há grupos de voluntários no entorno da região onde a escola se localiza e, na medida do possível, incentive os alunos a participarem dos trabalhos ali desenvolvidos. Explique-lhes, ainda, que o voluntariado engloba não só ações altamente comprometidas que exigem vínculos de longo prazo, mas também atitudes simples que podem ser significativas, como doações a instituições de caridade da preferência de cada um, seja com dinheiro, roupas e brinquedos, seja com alimentos ou produtos de higiene e limpeza.



- Com o objetivo de uma ênfase a aspectos colaborativos, utilize a metodologia ativa **Gallery walk** ao propor que os alunos apresentem um plano para o desenvolvimento de uma ação voluntária. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

6 Algarismos significativos

Objetivos específicos

- Compreender que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.
- Identificar os algarismos corretos e o algarismo duvidoso no resultado de uma medição.
- Efetuar adições, subtrações, multiplicações e divisões envolvendo algarismos significativos.

Esse tema aprofunda o trabalho com Grandezas e Medidas ao apresentar o conceito de algarismos significativos. Procura-se desenvolver a compreensão de que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro e que o resultado de uma medição deve ser composto apenas pelos algarismos corretos e o primeiro algarismo duvidoso. Para dar mais significado ao conteúdo, busca-se apresentar situações cotidianas que podem ser reproduzidas pelos alunos em sala de aula, como a experiência de medir o comprimento de um lápis utilizando uma régua comum.

Os principais conteúdos estudados nesse tema são: medindo grandezas, algarismos significativos, algarismos duvidosos, adição e subtração envolvendo algarismos significativos e multiplicação e divisão envolvendo algarismos significativos.

Antes de iniciar o tema, promova um bate-papo com os alunos a fim de avaliar o conhecimento deles sobre os critérios de arredondamento e potências de base 10. Esses assuntos serão de suma importância para o desenvolvimento dos conteúdos estudados.



Esse tema tem por objetivo levar os alunos a compreender as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos e a utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida e reconhecer que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro, como sugere a habilidade **EM13MAT313** da BNCC. Desse modo, aborda-se aspectos da **Competência específica 3** da área de **Matemática e suas Tecnologias**.

Páginas 54 e 55 De palmos a paquímetros

- Nessas páginas é exposto, de maneira breve, como os instrumentos de medida contribuíram e contribuem para o desenvolvimento tecnológico e social da humanidade. Além disso, é demonstrado como realizar uma medição com um paquímetro.

Determine um tempo (por exemplo, 15 minutos) para que os alunos leiam o texto e respondam às questões propostas. Em seguida, comente que as sociedades primitivas já realizavam medições rudimentares, utilizando partes do corpo humano, para diversas tarefas como construções de habitações, molde de roupas e troca de alimentos ou matérias-primas.

- Se julgar conveniente, peça aos alunos que assistam a um vídeo sobre o funcionamento do paquímetro. Caso tenham acesso a internet, oriente-os a digitar, no campo de pesquisa de um *site* de busca, o texto “Como usar o paquímetro” e, na aba **Vídeos**, escolham um dos vídeos disponíveis. Além disso, a fim de trazer dinâmica para o estudo do paquímetro, leve-os ao laboratório de informática e permita que interajam com o simulador disponível em: <<https://www.stefanelli.eng.br/paquimetro-virtual-simulador-milimetro-05/>>. Acesso em: 22 abr. 2020.

- Durante o desenvolvimento da questão C, explique aos alunos que o micrômetro é um instrumento que permite medir, por leitura direta, as dimensões reais de um objeto com uma aproximação de até 0,001 mm. Informe-os, também, que esse instrumento é usado quando a medição requer uma exatidão superior à obtida com o paquímetro. Se possível, providencie e leve esses dois instrumentos para a sala de aula, a fim de que os alunos possam manuseá-los.

MAGDOVEN/SHUTTERSTOCK



Micrômetro.



- Para desenvolver o conteúdo proposto nesse tema, é possível utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Verifique se os alunos se apropriam das linhas gerais dos conteúdos propostos e solicite que pesquisem problemas envolvendo Algarismos significativos, registrando possíveis dúvidas. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



BNCC

A temática proposta nessas páginas possibilita o desenvolvimento do tema contemporâneo transversal **Ciência e tecnologia**. Aproveite esse momento para conversar com os alunos sobre a necessidade de instrumentos de medida cada vez mais precisos. Além disso, destaque que instrumentos de alta precisão como o paquímetro e o micrômetro não são adequados para medir o comprimento de uma mesa, por exemplo.

Resolução e comentários

- A** Inicialmente, calculamos o perímetro exato do terreno. Nesse caso, temos:

$$4 \cdot 15,26 = 61,04$$

Logo, o perímetro exato do terreno é 61,04 m. Agora, arredondando o comprimento do lado do terreno para 15 m, calculamos seu perímetro aproximado. Assim:

$$4 \cdot 15 = 60$$

Nesse caso, o perímetro aproximado do terreno é 60 m. Por fim, calculamos a diferença entre o perímetro exato e o aproximado.

$$61,04 - 60 = 1,04$$

Portanto, a diferença entre o perímetro exato e o obtido, considerando o arredondamento, é 1,04 m.

Página 57

- Ao trabalhar com a conversão de unidades, se julgar conveniente, retome o trabalho com potenciação e lembre os alunos de que $1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$. Além disso, apresente na lousa a conversão de 12,3 km em metros, ou seja:

$$12,3 \text{ km} = 12,3 \cdot 1\,000 \text{ m} = 12,3 \cdot 10^3 \text{ m}$$

Ressalte que nessa conversão o resultado obtido em metros possui dois algarismos certos e um duvidoso, assim como a medida expressa em quilômetros.

Resolução e comentários

- Como $1 \text{ t} = 1\,000 \text{ kg}$, temos que:
 $75,06 \text{ t} = 75,06 \cdot 1\,000 \text{ kg} = 75,06 \cdot 10^3 \text{ kg}$
 Portanto:
 $75,06 \text{ t} = 75,06 \cdot 10^3 \text{ kg}$

Página 59



BNCC

Ao desenvolver o trabalho com a tarefa 9, os alunos são expostos a uma situação em que se faz necessário expressar uma medida em notação científica, como sugere a habilidade **EM13MAT313** da BNCC.

- Após concluir o trabalho com a tarefa 10, se possível, proponha aos alunos um experimento envolvendo medições utilizando paquímetro e micrômetro, instrumentos que devem ser providenciados. Para isso, organize-os em grupos e solicite que meçam, por exemplo, o diâmetro de uma agulha. Os resultados obtidos devem ser registrados, utilizando Algarismos significativos, em um quadro.

Na sequência, proponha um bate-papo envolvendo todos os grupos sobre a precisão dos resultados obtidos.

É possível que não haja instrumentos para todos os grupos. Nesse caso, solicite que compartilhem os instrumentos disponibilizados.



- Ao fim do trabalho com esse tema, verifique a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Quick writing** para avaliar o aprendizado dos alunos, fazendo-os refletir sobre os conteúdos estudados. Em debate posterior, solicite, se possível, que eles expliquem o motivo de terem estudado tais assuntos e que dissertem quanto à importância dos Algarismos significativos ao expressar o resultado de uma medição. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



Capacidade de armazenamento

Objetivos específicos

- Reconhecer as principais unidades de medida de capacidade de armazenamento.
- Realizar conversões entre unidades de medida de capacidade de armazenamento.
- Interpretar informações envolvendo medidas de capacidade de armazenamento.

Nesse tema são estudadas as principais unidades de medida de capacidade de armazenamento de dados, como o bit, o baite (forma “aportuguesada” da palavra *byte*) e seus múltiplos: quilobaite, megabaite, gigabaite e terabaite. Entender o significado desses termos e desenvolver um senso de proporção quanto à magnitude de cada um deles já se tornou uma verdadeira necessidade no mundo atual, que está cada vez mais entremeado pelas tecnologias digitais.

Com foco em situações práticas do cotidiano digital, são trabalhadas, ao longo do tema, tarefas envolvendo a conversão entre essas unidades de medida, exigindo tanto a capacidade de interpretá-las de modo adequado quanto a habilidade de manipulá-las com precisão e naturalidade. Para tanto, uma multiplicidade de contextos, envolvendo computadores, *smartphones*, *videogames* e outras tecnologias que a modernidade trouxe ao nosso dia a dia, é estudada e debatida com riqueza de exemplos, em muitos dos quais os alunos por certo encontrarão paralelos com suas próprias experiências. Essas ferramentas fazem parte das culturas juvenis e possibilitam aos alunos entrarem em contato com o conhecimento científico. Mais informações sobre as culturas juvenis podem ser encontradas no tópico **O aluno do Ensino Médio**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Ter instrução quanto às unidades de medida do meio digital é, hoje, tão importante quanto conhecer as unidades de medida tempo, massa, comprimento e volume, por exemplo. Isso porque as mais diversas facetas da era contemporânea, do mais simples entretenimento às mais rigorosas exigências da vida profissional, dependem, em essência, de dados circulando digitalmente, sobretudo na internet. Desse modo, um conhecimento ao menos dos termos e conceitos básicos que permeiam o assunto é fundamental, com importância cada vez maior para uma convivência produtiva na sociedade. Ainda mais, conhecer esses conceitos também é indispensável para que os alunos sejam capazes de absorver, de modo crítico, informações advindas da mídia ou mesmo em contextos técnicos e científicos.



As situações e tarefas propostas visam mobilizar a compreensão e a utilização de ferramentas digitais de informação, como o armazenamento em nuvem e o VisualG, para que, por meio dessas tecnologias, os alunos possam comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismos na vida pessoal e coletiva, conforme solicita a **Competência geral 5 da BNCC**.

A fim de verificar o conhecimento prévio dos alunos sobre o tema, proponha tarefas e problemas contextualizados que os incitem a voltar suas atenções para unidades de medida de informática. Uma possibilidade é pedir a eles que comentem a capacidade de armazenamento de eventuais dispositivos que tenham consigo (*pen drives* e *smartphones*, por exemplo) e que tentem explicar, de modo informal, o que essas medidas significam, indicando, em estimativa, quanto suportam em aplicativos e arquivos de texto, vídeo, música e imagem.

Para verificar se os alunos se recordam das relações entre as unidades já estudadas no Ensino Fundamental e se têm alguma noção quanto à magnitude de cada uma delas, proponha a eles a seguinte tarefa.

Sugestão de avaliação

Organize as medidas apresentadas em ordem crescente.

- | | |
|------------------|--------------------|
| • 32 gigabaites | • 1,44 megabaite |
| • 700 megabaites | • 1 terabaite |
| • 16 gigabaites | • 1 025 gigabaites |

Resposta

1,44 megabaite; 700 megabaites; 16 gigabaites; 32 gigabaites; 1 terabaite; 1 025 gigabaites.

Mais informações sobre avaliações diagnósticas podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



O tema é fértil para o desenvolvimento do tema contemporâneo transversal **Ciência e tecnologia**. Conhecer as unidades de medida que fazem parte das tecnologias de informática contemporâneas é fundamental para que os alunos venham a lidar com elas com mais desenvoltura, autonomia e consciência. Levando em consideração que dispositivos eletrônicos e a internet fazem parte constante da sociedade atual em praticamente todos os níveis, tornou-se imprescindível que as pessoas tenham educação tecnológica suficiente para interpretar de modo correto as terminologias que o universo digital vem trazendo para nosso convívio diário. Assim, pensando nas transformações que as tecnologias recentes ocasionaram na humani-

dade em termos econômicos e socioculturais, promovendo verdadeiras revoluções tecnológicas nas últimas décadas, o trabalho com o presente tema permite aos alunos uma boa absorção dos princípios mais elementares para lidar com as tecnologias contemporâneas, favorecendo não só a utilização destas últimas para atividades recreativas e escolares, mas também, futuramente, para projetos científicos e/ou profissionais.

Páginas 60 e 61 Armazenamento em nuvem

- O estudo dessas páginas aborda conceitos de informática relacionados ao armazenamento de dados em nuvem. É apresentada a informação de que esse tipo de armazenamento ocorre por meio de servidores físicos gerenciados por alguma empresa que hospede informações. Dessa forma, é possível que esses servidores estejam espalhados em várias localidades, formando uma verdadeira rede. Como nem sempre é viável determinar a localização de um dado específico como estando neste ou naquele servidor em particular, convencionou-se utilizar a metáfora de que esses dados estão em “nuvens”.
- A ideia de “computação em nuvem” (originada do inglês *cloud computing*), embora só tenha ganhado ampla popularidade nos últimos anos, tem suas origens atreladas aos avanços tecnológicos da internet no final da década de 1990, quando pesquisadores e empresas passaram a perceber a possibilidade de criação de um sistema que permitisse o uso compartilhado de arquivos eletrônicos, de modo que dois ou mais usuários pudessem acessar, em locais distintos e a qualquer momento, o mesmo documento.
- Após os alunos lerem o texto dessas duas páginas, explique-lhes que, na prática, o armazenamento em nuvem funciona da seguinte maneira: um usuário qualquer envia seus documentos eletrônicos (textos, imagens, vídeos, áudios, jogos, aplicativos etc.) para um provedor, que se responsabiliza pelo armazenamento dos dados, com segurança e sigilo garantidos por processos de criptografia. Os dados, então, podem ser acessados de maneira remota pelo usuário ou por qualquer pessoa a quem ele permita o acesso, sem a necessidade de que esses dados estejam gravados no dispositivo pelo qual se esteja fazendo o acesso. Além disso, o usuário pode optar por deixar o arquivo em modo secreto (caso em que somente ele poderá acessá-lo) ou em modo público (caso em que qualquer pessoa que possua o *link* poderá acessá-lo), em que também é possível proteger as informações por meio de senha. Ademais, fica a cargo do usuário determinar quem poderá ou não realizar alterações no arquivo, como edição, atualizações ou exclusões, o que favorece o trabalho em grupo em um mesmo projeto, conferindo dinamicidade e agilidade.
- É importante ressaltar que as vantagens do armazenamento em nuvem são enormes para uma grande diversidade de usuários, principalmente no que tange à segurança e à praticidade. Explique aos alunos que a segurança se divide em dois aspectos: o de salvaguardar o usuário contra possíveis perdas e avarias (por

mais que o *smartphone* quebre ou seja furtado, por exemplo, suas informações pessoais poderão ser recuperadas, se estiverem salvas em nuvem) e o de garantir privacidade (pois todas as informações gravadas em nuvem são criptografadas, mantidas no nível de sigilo desejado pelo usuário). Quanto à praticidade, comente a possibilidade de salvar arquivos sem se preocupar com a capacidade de armazenamento do dispositivo. No entanto, explique que mesmo na nuvem há um limite de armazenamento de dados por conta, tendo a possibilidade de comprar mais espaço, caso seja necessário.



- Para desenvolver o conteúdo proposto nesse tema, é possível utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Verifique se os alunos se apropriam das linhas gerais dos conteúdos propostos e oriente-os a pesquisar problemas envolvendo capacidade de armazenamento de dados, registrando possíveis dúvidas. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste Suplemento para o professor.

Página 62

- Antes de propor a questão do final dessa página, se julgar necessário, retome com os alunos as etapas para a elaboração de um algoritmo apresentadas no problema resolvido R1 da página 20.

Resolução e comentários

- De acordo com o problema, temos:
 - > dados de entrada: medida em terabites;
 - > dados de saída: gigabites;
 - > procedimentos: multiplicar o número que expressa a medida em terabites por 1 024.

Agora, escrevemos o algoritmo.

Início

1. Leia a medida em terabites.
2. Multiplique o número que expressa a medida em terabites por 1 024.

Fim



A questão que está no final dessa página trabalha, entre outras habilidades, a **Competência específica 4** da área de **Matemática e suas Tecnologias**, pois exercita nos alunos a capacidade de se valer de diferentes registros matemáticos para a resolução de problemas práticos e para a comunicação adequada dessas resoluções. Na tarefa, exercita-se a construção de algoritmos, o que contribui em tornar mais claros os procedimentos empregados e mais precisa a escrita – em representação matemática – no momento de transmiti-los para outras pessoas ou de registrá-los em contextos mais técnicos.



- A criação de algoritmos favorece a apreensão dos primeiros rudimentos de princípios computacionais, de grande utilidade nos tempos atuais. A que está no final da página propicia treinar esse tipo de habilidade. Conforme sugerido pela BNCC, a aprendizagem de Matemática, acrescida desse tipo de abordagem, contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, levando-os a traduzir uma situação em outra linguagem (como, no caso em questão, um problema apresentado em língua materna para cálculos aritméticos e procedimentos algorítmicos). À vista disso, o professor pode, caso julgue oportuno, solicitar aos alunos que escrevam outros algoritmos relacionados com as medidas apresentadas (converter terabites em megabites ou quilobites em gigabites, por exemplo).
- Avalie a necessidade de explicar aos alunos que sempre que utilizamos o prefixo “quilo” queremos dizer “mil unidades de alguma coisa”, exceto quando se trata de quilobites (caso em que o quilo vale 1 024 unidades).
- Após apresentar as equivalências entre as unidades de medida e desenvolver o trabalho com a questão que está no final da página, proponha aos alunos a tarefa 1 da seção **Exercícios e problemas** para verificar se eles compreenderam as equivalências apresentadas.

Páginas 63 e 64



- Novamente é apresentada, no problema resolvido R2, uma situação em que é solicitada a construção de algoritmos e fluxogramas, reforçando o que foi comentado anteriormente quanto à relevância desse tipo de abordagem, sobretudo para o desenvolvimento do pensamento computacional. Nesse caso, contudo, o algoritmo e o fluxograma são mais sofisticados, pois envolvem tomadas de decisões. Para que os alunos desenvolvam a habilidade de construir algoritmos e fluxogramas, proponha outras tarefas semelhantes ao problema resolvido R2.
- A fim de avaliar como os alunos estão lidando com os conteúdos dessas páginas, proponha a seguinte tarefa.

Sugestão de avaliação

Samuel produz videodocumentários para seu canal na internet. Para não correr o risco de perder o trabalho feito, ele armazena os vídeos em um sistema de armazenamento em nuvem com 1,2 TB de espaço disponível.

- A** Com o espaço disponível, é possível que Samuel armazene 410 vídeos com tamanho médio de 3 GB cada um?
- B** É possível responder ao item a utilizando o algoritmo escrito no item b do problema resolvido R2? Justifique sua resposta.

Resoluções e comentários

- A** Para armazenar os 410 vídeos, são necessários 1 230 GB, pois $410 \cdot 3 = 1 230$. Como $1,2 \cdot 1 024 = 1 228,8$, ou seja, $1,2 \text{ TB} = 1 228,8 \text{ GB}$, não é possível armazenar esses vídeos no espaço disponível.
- B** Espera-se que os alunos respondam sim, pois o algoritmo escrito do item b do problema resolvido R2 possibilita resolver qualquer problema de armazenamento de dados, cuja quantidade de dados é expressa em gigabites e o espaço disponível, em terabites.

Página 65 Acessando tecnologias



- O contexto abordado nessa página permite trabalhar com a metodologia ativa **Sorting strips**, na qual as etapas do algoritmo são embaralhadas e entregues aos alunos, organizados em grupos, para que tentem reorganizá-las na sequência correta. Uma sugestão é aplicá-la com base no algoritmo apresentado na tarefa. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste Suplemento para o professor.



- Nessa seção o trabalho é voltado para desenvolver ainda mais as habilidades computacionais dos alunos, exercitando a capacidade de traduzir algoritmos em linguagem de programação. Assim, reforça-se o aprimoramento deles no manuseio de novas tecnologias.

A fim de que os alunos trabalhem com o programa apresentado, oriente-os a digitá-lo no *software* e a atribuir valores às variáveis definidas.

Agora é com você! Resoluções

- 1 A unidade inserida deve ser diferente de “GB”, “gigabaite”, “TB” e “terabaite”.
- 2 Uma possível resposta para a tarefa 2 é:
 - 1 Algoritmo “conversa”
 - 2 Var
 - 3 unidade: caractere
 - 4 numero: real
 - 5 Inicio
 - 6 escreva(“Escreva a unidade em que a medida está expressa: ”)
 - 7 leia(unidade)
 - 8 escreva(“Digite o valor a ser convertido: ”)
 - 9 leia(numero)

- 10 se((unidade="kB")ou(unidade="quilobaite"))
entao
- 11 escreva("Esse valor equivale a ",numero/1024, " MB")
- 12 senao
- 13 se((unidade="GB")ou(unidade="gigabaite"))
entao
- 14 escreva("Esse valor equivale a ",numero*1024, " MB")
- 15 senao
- 16 se((unidade="TB")ou(unidade="terabaite"))
entao
- 17 escreva("Esse valor equivale a ",numero*1024*1024, " MB")
- 18 senao
- 19 escreva("Unidade inválida!")
- 20 fimse
- 21 fimse
- 22 fimse
- 23 Fimalgoritmo

da na ambiguidade envolvendo os termos "bites" e "baites". No contexto da tirinha, tais termos se referem aos nomes das revistas, mas sabemos, pelo estudo realizado, que os termos também representam unidades de medida. Como uma unidade "baite" equivale a oito "bites", o personagem da tirinha supôs que oito revistas "bites" teriam o mesmo conteúdo da revista "baite", que ele queria comprar, mas não estava disponível na banca.

- Na tarefa 4, alguns alunos talvez nunca tenham ouvido falar em disquetes. Se for o caso, explique que se trata de um objeto de armazenamento de dados em formato quadrangular e achatado, atualmente já em desuso, mas muito popular na década de 1990 e no começo dos anos 2000. Em virtude da capacidade limitada para os padrões atuais e do surgimento de novos dispositivos mais eficazes, como os cartões de memória e o *pen drive*, hoje os disquetes já são tecnologia ultrapassada. Apesar de obsoletos, sua importância histórica justifica que os alunos venham a conhecê-los, sobretudo para adquirir noção quanto à evolução dos dispositivos de armazenamento, e percebam os avanços conquistados nessa área em um período de poucas décadas.
- Ao desenvolver o trabalho com a tarefa 6, converse com a turma a respeito dos *videogames*, tecnologia presente no cotidiano de muitos alunos. Deixe que expressem suas opiniões sobre esse espaço cultural e relatem suas vivências. Mais informações sobre as culturas juvenis podem ser encontradas no tópico **O aluno do Ensino Médio**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



Nessa seção, os alunos utilizam conceitos iniciais de uma linguagem de programação (VisualG) na implementação de algoritmos, assim como sugere a habilidade **EM13MAT405**. Além disso, eles são desafiados a utilizar, com flexibilidade e precisão, registros computacionais para solucionar problemas e comunicar resultados, conforme descreve a **Competência específica 4** da área de **Matemática e suas Tecnologias** da BNCC.

Páginas 66 e 67

- As tarefas apresentadas nessas páginas põem em treino a aptidão dos alunos de extrair informações relacionadas às unidades de medida de capacidade de armazenamento de dados, avaliando se sabem compará-las e convertê-las de maneira correta quando as circunstâncias assim exigirem. Para tirar um bom proveito das tarefas, leve os alunos a enxergarem situações práticas que acontecem todos os dias em sua realidade, enfatizando a presença e a utilidade da Matemática na viabilização de respostas para problemas palpáveis, sobretudo na informática.
- A tarefa 2 permite uma articulação com a área de **Linguagens e suas Tecnologias**, preferencialmente com o professor do componente curricular **Língua Portuguesa** orientando os alunos a analisar a tirinha apresentada de maneira crítica, criativa e propositiva. Peça ao professor desse componente que auxilie a leitura considerando os procedimentos multimodal e inferencial desse gênero textual.

Sala dos professores

Caso o humor da tirinha não seja captado de imediato pela turma, instrua-os a interpretar a ironia conti-



- Verifique a conveniência de aplicar a metodologia ativa **Think-pair-share** ao desenvolver a tarefa 7. Proponha essa tarefa como desafio para que os alunos resolvam individualmente e, depois, compartilhem a resolução com um colega. Em seguida, ambos deverão expor os resultados para os colegas, fundamentando seus pensamentos. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



Na tarefa 10, os alunos são levados a interpretar um texto composto com informações sobre tecnologias relacionadas ao armazenamento de dados, divulgadas pelo meio científico. Para interpretá-lo, é necessário que eles compreendam as unidades de medida de armazenamento e as possíveis conversões entre elas, contemplando assim a habilidade **EM13MAT103** da BNCC. Além disso, aproveite essa tarefa para abordar o tema contemporâneo transversal **Ciência e tecnologia**, conversando com a turma sobre a importância da ciência na evolução tecnológica.



- Ao finalizar o trabalho com esse tema, verifique a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Quick writing** para avaliar o aprendizado dos alunos, fazendo-os refletir sobre os conteúdos estudados. Em debate, solicite, se possível, que eles expliquem qual é a importância das unidades de medida de armazenamento de dados, tanto nas Ciências como em outras áreas de conhecimento. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste Suplemento para o professor.



8 Armazenamento de dados e medicina

Objetivos específicos

- Apreciar a aplicabilidade das unidades de medida de capacidade de armazenamento na Medicina.
- Realizar conversão entre unidades de medida de capacidade de armazenamento.

Esse tema tem por objetivo apresentar aos alunos como a capacidade de acesso a arquivos e dados de pacientes de maneira rápida e integrada é de suma importância na Medicina.



BNCC

Para explorar o tema proposto, utilizou-se um texto, divulgado em uma revista, em que as unidades de medida de capacidade de armazenamento são empregadas. Ao responder às questões propostas, é necessário que os alunos interpretem o texto e realizem conversões entre as unidades de medida nele apresentadas, contemplando assim a **Competência específica 1** da área de **Matemática e suas Tecnologias** e a habilidade **EM13MAT103**.

A fim de instigar os alunos a interpretar e compreender textos que abordam questões de diferentes áreas científicas, além de capacitá-los a utilizar conceitos matemáticos na leitura crítica dessas questões, proponha que, em grupos, pesquisem outros textos que empregam diferentes unidades de medida.

Páginas 68 e 69 *Big data a favor da medicina*

- Peça aos alunos que leiam o texto, analisem os gráficos e respondam às questões propostas, estipulando um tempo para isso (por exemplo, 20 minutos). Em seguida, organize um bate-papo e pergunte aos alunos se eles conhecem a revista que apresenta a entrevista e se a consideram uma fonte confiável de informações, explicando os motivos para essa análise. Incentive-os a conversar sobre os dados apresentados com a finali-

dade de observar se eles assimilaram as informações necessárias para compreender o texto.

- Na sequência, peça aos alunos que exponham suas opiniões sobre o armazenamento de dados de pacientes em meios tecnológicos digitais e solicite que listem os prós e os contras do uso desse tipo de armazenamento pelos médicos.



BNCC

No desenvolvimento dessas páginas, os alunos são levados a valorizar e utilizar conhecimentos construídos sobre o mundo físico, social e digital para entender e explicar a realidade e para colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, conforme solicita a **Competência geral 1** da BNCC. O trabalho com esse tema possibilita a argumentação sobre diferentes pontos de vista e ainda a tomada de decisões que respeitem e promovam os direitos humanos. Nesse sentido, o tema permite que ocorram debates em que o aluno possa ter um posicionamento ético em relação ao cuidado consigo mesmo e com o outro, no que se refere à área da saúde, possibilitando o desenvolvimento da **Competência geral 7** da BNCC.

- O tema possibilita a integração dos temas contemporâneos transversais **Ciência e tecnologia** e **Saúde**, uma vez que permite o reconhecimento do armazenamento de dados, na área da saúde, por meio de tecnologias digitais como um importante aliado da medicina. Proponha uma pesquisa e posterior debate sobre como isso auxilia no trabalho dos médicos e como essa ferramenta pode ajudar na obtenção de dados específicos da saúde de um paciente.

Sala dos professores

Caso julgue conveniente, proponha uma aula em conjunto com a área de **Ciências da Natureza e suas Tecnologias**, preferencialmente com o professor do componente curricular **Biologia**. Aproveite a oportunidade para trabalhar mais sobre exames médicos – tomografia, Raios X, mamografia, ressonância magnética e análise de um trecho do genoma humano – explorando como os resultados são apresentados nesses exames. É importante que o professor da área converse com os alunos sobre as implicações do conhecimento científico no mundo, abordando aspectos da **Competência específica 3** da área de **Ciências da Natureza e suas Tecnologias**, que diz:

“Investigar situações-problema e avaliar aplicações do conhecimento científico e tecnológico e suas implicações no mundo, utilizando procedimentos e linguagens próprios das Ciências da Natureza, para propor soluções que considerem demandas locais, regionais e/ou globais, e comunicar suas descobertas e conclusões a públicos variados, em diversos contextos e por meio de diferentes mídias e tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC).”

Resolução e comentários

$$\begin{aligned} \text{B } & 1\,024 \cdot [1 + (3 \cdot 120) + (2 \cdot 150) + (5 \cdot 30)] = \\ & = 1\,024 \cdot [1 + 360 + 300 + 150] = \\ & = 1\,024 \cdot 811 = \\ & = 830\,464 \end{aligned}$$

9 Taxa de transferência de dados

Objetivos específicos

- Reconhecer e utilizar unidades de medida de taxa de transferência de dados.
- Realizar conversões entre unidades de medida de taxa de transferência de dados.

Esse tema aborda as unidades de medida de taxa de transferência de dados mais utilizadas, com ênfase a quilobites por segundo, megabites por segundo, gigabites por segundo e terabites por segundo. Nele, buscou-se proporcionar uma ampliação dos conteúdos relacionados à taxa de transferência de dados, evidenciando sua aplicabilidade em situações cotidianas.

Se julgar conveniente, organize debates com o intuito de explorar situações em que se faz necessário conhecer e utilizar essas unidades de medida, tendo em vista que elas estão direta ou indiretamente relacionadas com o dia a dia das pessoas.

Páginas 70 e 71 Tecnologia 5G

- Essas páginas visam incentivar o conhecimento sobre o desenvolvimento das tecnologias, em especial a evolução tecnológica das redes móveis.

Disponibilize um tempo (por exemplo, 15 minutos) para que os alunos leiam o texto e respondam as questões propostas. Em seguida, promova um debate a fim de evidenciar o conhecimento deles acerca da tecnologia 5G que, em meados de 2020, estava sendo implementada com o intuito de sustentar o crescente volume de informações compartilhadas simultaneamente entre bilhões de dispositivos móveis espalhados por todo o mundo. Explique aos alunos que a tecnologia 5G foi desenvolvida para ser mais “inteligente” e causar menos impacto ao meio ambiente. Além disso, como comparação, diga-lhes que com essa tecnologia é possível fazer *download* de grandes arquivos em instantes, com mais rapidez do que na tecnologia 4G.

É importante, também, conhecer os benefícios que a tecnologia 5G pode trazer. Se julgar conveniente, reproduza o texto a seguir e entregue aos alunos para que exponham suas opiniões em debate posterior. Explique-lhes que a sigla MCTIC, apresentada no tex-

to, refere-se ao Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações brasileiro.

[...]

Quais são os benefícios que o 5G pode trazer?

A União Internacional de Telecomunicações (UIT), em documento sobre o tema, argumenta que o 5G pode ajudar as pessoas a aproveitarem os benefícios de uma “economia digital avançada e intensiva em dados”, irá contribuir na implantação das chamadas “cidades inteligentes” e permitirá um incremento na experiência *online* pelas novas aplicações que suportará e pelas maiores velocidades.

“O 5G provê uma oportunidade para operadoras moverem além de ofertar serviços de conexão, desenvolvendo ricas soluções e serviços para consumidores e indústrias em um rol variado de serviços, e a um custo acessível”, ressalta a UIT no documento “Definindo o cenário para o 5G: oportunidades e desafios”, destaca a entidade.

O 5G poderá dar suporte a diversos tipos de aplicações benéficas. Elas vão desde os sistemas de pagamento até a viabilização de carros autônomos (que funcionam sem motoristas), bem como outras soluções de Internet das Coisas envolvendo sensores e monitoramento em fábricas ou sem serviços públicos (como acompanhamento de consumo de água ou de lâmpadas de postes).

Na avaliação do MCTIC, a tecnologia poderá contribuir também na produção. “O 5G será um componente chave para o aumento da troca desembaraçada de dados entre máquinas, instalações, humanos e robôs, o que permitirá o desenvolvimento de uma logística inteligente, produção conectada de sistemas cyber-físicos e de comunicação máquina a máquina. A combinação dessas e de outras tecnologias digitais no setor secundário possibilita o avanço industrial conhecido como ‘Indústria 4.0’”, assinala o órgão no documento de consulta pública sobre a estratégia para o 5G, realizada no ano passado.

[...]

VALENTE, Jonas. Agência Brasil explica: o que é a tecnologia 5G. *Agência Brasil*, 2020. Disponível em: <<https://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2020-03/agencia-brasil-explica-o-que-e-tecnologia-5g#>>. Acesso em: 27 abr. 2020.



- Para desenvolver o conteúdo proposto nesse tema é possível utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Verifique se os alunos se apropriam das linhas gerais dos conteúdos propostos e oriente-os a pesquisar problemas envolvendo taxa de transferência de dados, registrando suas possíveis dúvidas. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste Suplemento para o professor.

Página 72

- O tema proposto inicialmente visa desenvolver a habilidade de interpretação de propagandas referentes a planos de internet. É de suma importância que os alunos compreendam o que significa, por exemplo, “100 Mega”.
- Explique aos alunos que em algumas literaturas o termo “velocidade de transferência de dados” é utilizado para referir-se à “taxa de transferência de dados”.
- Aproveite as questões apresentadas na página e converse com a turma sobre os conteúdos que eles acessam e compartilham em suas redes sociais. Deixe que se expressem sobre esse espaço cultural e relatem suas vivências. Durante essa conversa, é importante explicar que o compartilhamento, em redes sociais, de vídeos, textos, fotos e áudios que vinculem notícias falsas (*fake news*) pode acarretar sérios problemas ao usuário. Assim, esse tipo de abordagem contribui para a saúde mental dos alunos. Mais informações sobre a cultura juvenil podem ser encontradas no tópico **O aluno do Ensino Médio** da parte geral desse **Suplemento para o professor**.

Página 73 Acessando tecnologias

- Ao contratar uma empresa prestadora responsável por oferecer serviços de internet fixa, o usuário deve verificar, dentre os serviços oferecidos, se ela respeita os padrões mínimos de qualidade definidos na regulamentação. A Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel), órgão responsável por fiscalizar as operadoras que prestam este tipo de serviço, orienta ao consumidor que “a velocidade da conexão não deve ser inferior a 40% da velocidade que foi ofertada ao cliente. Ou seja, quando a prestadora oferece um pacote com velocidade de 1 Mbps, a velocidade nunca pode ser inferior a 400 kbps”. Além disso, a média mensal não pode ser inferior a 80% da velocidade (taxa de transferência) ofertada ao consumidor. Se julgar oportuno, oriente que os alunos acessem os direitos do consumidor sobre a banda larga no site da Anatel, disponível em: <<https://www.anatel.gov.br/institucional/>>. Acesso em: 5 maio 2020.
- Para que os alunos realizem testes de conexão no laboratório de informática ou em suas casas, compartilhe o endereço de alguns medidores, como o da Entidade Aferidora de Qualidade de Banda Larga e o da COPEL. Disponíveis em: <<https://www.brasilbandalarga.com.br/bbl/>> e <<https://www.copeltelecom.com/site/speedtest/>>. Acessos em: 5 maio 2020.

Agora é com você! Resoluções

- 1 Inicialmente, determinaremos a taxa de transferência de *download* (dados enviados do servidor para o dispositivo). Para isso, dividimos a

quantidade de informação pelo tempo necessário para completar a transferência.

$$\frac{76,8 \text{ Mb}}{8 \text{ s}} = 9,6 \text{ Mbps}$$

De maneira análoga, calculamos a taxa de transferência de *upload* (dados enviados do dispositivo para o servidor).

$$\frac{11,2 \text{ Mb}}{8 \text{ s}} = 1,4 \text{ Mbps}$$

Portanto, a taxa de transferência de *download* é 9,6 Mbps e de *upload*, 1,4 Mbps.

- 2 Inicialmente, calculamos 80% da taxa de:

- *download* contratada.

$$0,8 \cdot 10 \text{ Mbps} = 8 \text{ Mbps}$$

- *upload* contratada.

$$0,8 \cdot 2 \text{ Mbps} = 1,6 \text{ Mbps}$$

Como $9,6 \text{ Mbps} > 8 \text{ Mbps}$ concluímos que, no momento do teste, foi entregue uma taxa de *download* superior a 80% da taxa contratada, o que não ocorre com a taxa de *upload*, pois $1,4 \text{ Mbps} < 1,6 \text{ Mbps}$.

Páginas 74 e 75 Resolvendo por etapas

- Para desenvolver o trabalho com essa seção é possível utilizar a metodologia ativa **Design thinking**. Para isso, proponha que os alunos resolvam, em grupo, o problema proposto na seção antes de apresentar a solução. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Agora é você quem resolve! Resolução

- 2 Resposta pessoal. Pode-se utilizar o seguinte plano: inicialmente, escrevemos a quantidade de dados transferidos em megabites. Em seguida, calculamos o tempo necessário, em segundos, para transferir o arquivo para os respectivos dispositivos. Por fim, convertemos o tempo em horas, minutos e segundos.

Note que este plano foi obtido realizando alguns ajustes no plano proposto na seção.

Agora, executamos o plano. Para isso, convertemos inicialmente 4 GB em megabites. Como $1 \text{ GB} = 1\,024 \text{ MB}$ e $1 \text{ MB} = 8 \text{ Mb}$ temos:

$$4 \text{ GB} = 4 \cdot 1\,024 \text{ MB} = 4\,096 \text{ MB} = \\ = 4\,096 \cdot 8 \text{ Mb} = 32\,768 \text{ Mb}$$

Em seguida, determinamos o tempo necessário, em segundos, para transferir o arquivo para o:

- DVD, o qual indicamos por t_d .

Quantidade de dados transferidos (Mb)	Tempo (segundos)
4	1
32 768	t_d

$$t_d \cdot 4 = 32\,768 \cdot 1$$

$$t_d = \frac{32\,768}{4} = 8\,192$$

Assim, foram necessários 8 192 s para transferir o arquivo para o DVD.

- *pen drive*, o qual indicamos por t_p .

Quantidade de dados transferidos (Mb)	Tempo (segundos)
12,8	1
32 768	t_p

$$t_p \cdot 12,8 = 32\,768 \cdot 1$$

$$t_p = \frac{32\,768}{12,8} = 2\,560$$

Logo, foram necessários 2 560 s para transferir o arquivo para o *pen drive*.

- HD, o qual indicamos por t_H .

Quantidade de dados transferidos (Mb)	Tempo (segundos)
32	1
32 768	t_H

$$t_H \cdot 32 = 32\,768 \cdot 1$$

$$t_H = \frac{32\,768}{32} = 1\,024$$

Desse modo, foram necessários 1 024 s para transferir o arquivo para o HD.

Agora, calculamos o tempo necessário para transferir o arquivo para os respectivos dispositivos. Para isso, adicionamos o tempo necessário para transferir o arquivo para cada um dos dispositivos, ou seja:

$$8\,192\text{ s} + 2\,560\text{ s} + 1\,024\text{ s} = 11\,776\text{ s}$$

Por fim, convertemos 11 776 s em horas, minutos e segundos.

$$11\,776\text{ s} = 196\text{ min } 16\text{ s} = 3\text{ h } 16\text{ min } 16\text{ s}$$

Portanto, o tempo total gasto foi de 3 h 16 min 16 s.

Página 76



- Na tarefa 1 os alunos são desafiados a decompor problemas, reconhecer padrões, filtrar, classificar e organizar informações relevantes e construir algo-

ritmos, desenvolvendo assim o pensamento computacional. Para mais informações sobre esse assunto veja o tópico **Pensamento computacional**, na parte geral desse **Suplemento para o professor**.



- Ainda na tarefa 1, é possível desenvolver o trabalho com a metodologia ativa **Sorting strips**. Para isso, é possível utilizar as etapas do fluxograma apresentados. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



BNCC

Quando os alunos, no item d da tarefa 1, são desafiados a escrever um algoritmo e organizá-lo em um fluxograma, são abordadas a habilidade **EM13MAT315** da BNCC e a **Competência específica 3** da área de Matemática e suas Tecnologias.

Página 77

- Ao desenvolver o trabalho com a tarefa 2, converse com os alunos sobre a variação na taxa de *download* e de *upload* de uma região para outra. Informe que vários fatores interferem nesse quesito, como a quantidade de usuários simultâneos, aplicações acessadas, configuração dos servidores, infraestrutura das operadoras etc. A fim de complementar o assunto apresentado na tarefa, informe os alunos que, além de ter sido a primeira do *ranking* de taxa de transferência de *download*, em 2018, a Coreia do Sul é pioneira na tecnologia 5G.
- Aproveite a oportunidade e solicite aos alunos que, de acordo com os dados apresentados, elaborem um problema e então peçam a um colega que o resolva. Depois, oriente-os a verificar se as respostas estão corretas, pedindo que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** e, se julgar conveniente, que investiguem outros problemas e contextos disponíveis em provas como vestibulares e Enem. Desse modo, contribui-se para a ampliação do repertório de reflexões e questionamentos a respeito de determinadas situações.

Páginas 78 a 81



- Antes de desenvolver o trabalho com essas páginas, verifique a possibilidade de orientar os alunos a resolver um problema sob a perspectiva da metodologia ativa **Think-pair-share**. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

- Caso os alunos apresentem dificuldades nas interpretações dos problemas e nas conversões entre as unidades de medida de taxa de transferência de dados, organize-os em grupos e oriente-os para que refaçam a tarefa 1 da página 76.
- Antes de propor que os alunos resolvam algumas das tarefas apresentadas nessas páginas, solicite que elaborem planos que possibilitem resolver cada uma delas. Em seguida, organize-os em duplas para que conversem sobre os planos e, caso necessário, façam adequações e ajustes. Na sequência, proponha um debate para que eles identifiquem semelhanças e diferenças no que elaboraram. Por fim, solicite que algumas duplas resolvam, na lousa, os problemas propostos de acordo com os planos expostos.



BNCC

A tarefa 9 possibilita o desenvolvimento da habilidade **EM13MAT103** da BNCC, assim como aspectos relativos à **Competência específica 1** da área de **Matemática e suas Tecnologias**. Adquirir instrução matemática quanto à taxa de transferência de dados faz com que os alunos se tornem capazes de compreender textos científicos e divulgados pela mídia que envolvam unidades de medida ligadas aos avanços tecnológicos, inclusive para interpretar criticamente propagandas. Nesse sentido, desenvolvem-se estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos aptos a serem empregados tanto em atividades cotidianas quanto em contextos mais técnicos, contribuindo para a formação geral do aluno.

O contexto e os conteúdos abordados possibilitam o desenvolvimento do tema contemporâneo transversal **Ciência e tecnologia**. Ao final do trabalho, se possível, leve os alunos ao laboratório de informática e peça que pesquisem sobre a influência das tecnologias de transferência de dados no progresso e no desenvolvimento do mundo atual. Após o trabalho com essa tarefa, peça aos alunos que acessem o artigo e identifiquem aspectos característicos de um texto de divulgação científica, como introdução, apresentação da metodologia da coleta de dados, citações de embasamento teórico, discussões, resultados, conclusão, além da bibliografia consultada. Se julgar conveniente, peça que, em grupos, pesquisem sobre o assunto do texto em outras fontes e comparem as informações, analisando criticamente o artigo.



- Ao fim do trabalho com esse tema, verifique a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Quick writing** para avaliar o aprendizado dos alunos, fazendo-os refletir sobre os conteúdos estudados. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



Velocidade de processamento

Objetivos específicos

- Conhecer o conceito de velocidade de processamento e suas unidades de medida, em especial o hertz (Hz) e seus múltiplos, mega-hertz (MHz) e giga-hertz (GHz).
- Realizar conversão entre unidades de medida de velocidade de processamento.
- Identificar e interpretar contextos envolvendo velocidade de processamento, compreendendo a relevância do tema no manuseio das tecnologias contemporâneas.

Neste tema, são estudados o conceito de velocidade de processamento e as principais unidades utilizadas em sua medição, com ênfase ao hertz (Hz), ao mega-hertz (MHz) e ao giga-hertz (GHz). Esse conceito está diretamente relacionado ao funcionamento de dispositivos eletrônicos que, cada vez mais, ganham espaço em nosso dia a dia, como computadores, *tablets*, *smartphones* e os *wearables*.

A compreensão adequada do significado de velocidade de processamento e a capacidade de realizar conversões entre suas unidades de medida são habilidades importantes no mundo atual. Isso porque essas habilidades são necessárias para interpretar informações relativas às tecnologias que permeiam quase todas as facetas da vida contemporânea, capacitando os alunos a utilizá-las com maior segurança e naturalidade. Desde ter embasamento para escolher um *smartphone* com melhor desempenho até adquirir conhecimentos técnicos que podem ser úteis em âmbito profissional, o estudo da velocidade de processamento, nos dias de hoje, não é apenas mera curiosidade, mas verdadeira necessidade para saber usufruir das tecnologias modernas com o discernimento adequado.

Além disso, o estudo do tema pode ser útil para fazer com que os alunos adquiram certa percepção quanto ao grau de sofisticação do atual nível de desenvolvimento da ciência e da tecnologia, bem como quanto aos desafios que essas áreas têm de enfrentar para alcançar a evolução esperada, com dispositivos cada vez mais rápidos e funcionais. No caso de *wearables* como o *smartwatch*, por exemplo, que são de tamanhos diminutos, aumentar a velocidade de processamento para possibilitar novas funções, mas sem comprometer a versatilidade do produto, pode ser um obstáculo não tão fácil de se contornar. Nesse sentido, noções históricas comparativas entre dispositivos antigos e novos oferecidas ao decorrer do tema podem ser esclarecedoras e até surpreendentes para os alunos.

Sugestão de avaliação

- Como se trata de um conceito que talvez não seja tão intuitivo ou rotineiro para alguns alunos, convém sugerir que pesquisem sobre o assunto, ou então que compartilhem com a turma o que even-

tualmente já souberem. Uma possibilidade é solicitar uma pesquisa comparando a velocidade de computadores antigos com a de computadores modernos, ou mesmo as projeções feitas das expectativas para as tecnologias futuras.

Outra possibilidade é propor que eles verifiquem a velocidade de processamento de alguns de seus próprios aparelhos e, em momento posterior, que comentem sobre o que eles notaram no desempenho observado. “Travam” com frequência? Fazem barulho? Que tipo de funções eles são capazes de desempenhar (produção de imagens, exibição de animações 3D, implementação de jogos com gráficos mais detalhados etc.)? Incentive-os a pensar sobre os fatores que influenciam na performance de computadores e *smartphones*. Mais informações sobre avaliação diagnóstica podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



BNCC

Esse tema propicia o desenvolvimento da habilidade **EM13MAT103** da BNCC, assim como aspectos relativos à **Competência específica 1** da área de **Matemática e suas Tecnologias**. Adquirir instrução matemática quanto à velocidade de processamento faz com que os alunos se tornem capazes de compreender textos científicos e divulgados pela mídia que envolvam unidades de medida ligadas aos avanços tecnológicos, inclusive para interpretar de maneira crítica propagandas de aparelhos eletrônicos que possuam processadores (tangenciando, ainda, o tema contemporâneo transversal **Educação para o consumo**). Nesse sentido, desenvolvem-se estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos aptos a serem empregados tanto em atividades cotidianas quanto em contextos mais técnicos envolvendo **Ciências da Natureza e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**, contribuindo para a formação geral dos alunos.

Páginas 82 e 83 Como funciona um smartwatch

- Para iniciar o tema e introduzir o conceito de velocidade de processamento, o livro traz à tona, inicialmente, o assunto das chamadas “tecnologias vestíveis”, conhecidas como *wearables* (termo em inglês originado do verbo *to wear*, que significa “vestir”). Tais dispositivos são aparelhos que, além de terem funcionalidades digitais, também podem ser utilizados como acessórios. Assim, como no passado só se imaginava em filmes de ficção científica, esses aparelhos, cada vez mais acessíveis ao público em geral, possibilitam que peças tradicionais de vestuário funcionem como aplicativos digitais capazes de realizar monitoramentos de saúde, pôr o usuário em contato com suas redes sociais e até proporcionar experiências de realidade aumentada para fins recreativos ou mesmo corporativos.

Após os alunos lerem o texto e responderem as questões propostas, explique-lhes o que são processadores, como eles funcionam e de que são constituídos. Uma sugestão para o desenvolvimento desse assunto é propor que assistam ao vídeo **Processador (CPU) – O que é? 4 Principais Características**, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=zzx5p_VGf44&t=4s>. Acesso em: 26 abr. 2020. Nele, são expostas, de modo objetivo, as informações mais relevantes sobre os processadores. Em síntese, o vídeo explica que processadores funcionam como se fossem o cérebro de um aparelho digital, recebendo dados, processando-os e fornecendo os dados de saída. É ele “o *chip* responsável por execuções de cálculos, aceleração, endereçamento e por tomar todas as decisões lógicas que basicamente resultam em todas as tarefas do computador”. Quando digitamos um comando no teclado do computador, por exemplo, é o *chip* do processador que absorve os comandos e os traduz na ação devida. Se clicamos com o cursor do *mouse* para fechar uma janela, por exemplo, o clique é transmitido para o processador e, nele, por meio de relações lógicas pré-programadas, esse clique é convertido na ação responsável por fechar a janela.

Para aumentar a compreensão do assunto, pode ser interessante expor aos alunos algumas imagens de CPUs, desde as mais antigas até as mais modernas, comentando a incrível evolução que esse tipo de tecnologia teve em pouco tempo.

- Essas páginas evidenciam o tema contemporâneo transversal **Ciência e tecnologia**, em especial pela introdução da temática dos *wearables*. O assunto abordado permite levar os alunos a valorizar e utilizar conhecimentos sobre o mundo digital para entender e explicar a realidade, construindo bases mais sólidas para sua atuação na sociedade, a qual não se dissocia das tecnologias que a caracterizam. O enfoque em novidades tecnológicas como os *wearables*, além de atrair a atenção dos alunos, despertando vínculos de curiosidade ou até de familiaridade, também desperta um olhar mais atento em relação à evolução das tecnologias e ao papel fundamental exercido pela ciência nesse processo de evolução.



- Para desenvolver o conteúdo proposto nesse tema é possível utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Verifique se os alunos se apropriam das linhas gerais dos conteúdos propostos e oriente-os a pesquisar problemas envolvendo velocidade de processamento, registrando possíveis dúvidas. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

- Após os alunos resolverem a tarefa 3, experimente propor uma questão mais desafiadora. Pode-se, por exemplo, realizar o seguinte questionamento: se a capacidade de processamento do segundo modelo é de 1,84 GHz, e essa capacidade é 15% maior do que a do modelo anterior, qual era a capacidade de processamento do modelo anterior? Nesse caso, a resposta correta seria 1,6 GHz, pois, se indicarmos por x a capacidade de processamento do modelo anterior, temos:

$$x \cdot 0,15 + x = 1,84 \Rightarrow 1,15 \cdot x = 1,84 \Rightarrow x = \frac{1,84}{1,15} = 1,6$$

- Ao desenvolver a pesquisa proposta no item c da tarefa 5, converse com os alunos sobre a importância de ter harmonia no convívio social, não ter preconceitos, compreender as necessidades dos outros, aprender a lidar com as limitações e contribuir para a criação de um ambiente propício ao crescimento em conjunto, promovendo, sempre que possível, a paz na comunidade escolar e na sociedade. Mais informações sobre esse assunto podem ser encontradas no tópico **O convívio social em sala de aula** na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

- Ao trabalhar com a tarefa 7, verifique a viabilidade de explorar mais informações a respeito da história dos computadores. Se possível, comente com os alunos sobre a importância do trabalho de Alan Turing no desenvolvimento da ciência da computação e na criação do computador moderno, indicando o filme vencedor do Oscar de melhor roteiro adaptado “O Jogo da Imitação” (*The Imitation Game*, 2014), que dramatiza a biografia de Turing.

Comente, ainda, que o primeiro computador digital eletrônico, o ENIAC (sigla para *Electronic Numerical Integrator and Computer*, ou, em português, “Computador e Integrador Numérico Eletrônico”), foi criado em 1946, mas que a primeira CPU foi desenvolvida na década de 70. Até então, computadores como o ENIAC tinham de ser fisicamente desligados e religados para que pudessem realizar tarefas diferentes.

Diga aos alunos que, para o futuro da computação, a grande aposta é na implementação de computadores quânticos, já sob estudo e em desenvolvimento. Tais computadores, primeiramente propostos pelo físico Richard Feynman, virão a fazer uso de princípios da mecânica quântica em seu funcionamento e, ao contrário dos computadores tradicionais, que trabalham com bits de informação, os computadores quânticos devem utilizar uma unidade de informação conhecida como “qubit”, ou “bit quântico”.

A capacidade de armazenamento e a velocidade de computadores quânticos conseguirão superar estrondosamente as dos computadores atuais, inclusive as dos supercomputadores. Por essa razão, tais computadores conseguirão realizar cálculos e resolver algoritmos em tempo eficiente, podendo solucionar muitos problemas em aberto na ciência. Atividades que computadores comuns levariam milhões de anos para concluir poderão ser concluídas em questão de minutos. Dessa maneira, simulações físicas em modelos computacionais se tornarão mais rápidas e mais precisas, com uma das aplicações práticas mais imediatas sendo na previsão de condições atmosféricas, favorecendo a navegação (marítima e aérea) e a prevenção de desastres.

Em 1994, o matemático Peter Shor criou o primeiro modelo de um programa puramente quântico, ou seja, um programa que só pode ser rodado em computadores quânticos. Apesar de ainda não ter sido utilizado, é possível verificar que um computador quântico utilizando esse programa conseguiria fatorar números grandes em poucos segundos, ao passo que computadores eletrônicos convencionais levam meses.

- Para complementar o trabalho com estas páginas, proponha aos alunos as seguintes tarefas.

1 Para poder preparar projetos mais detalhados em um tempo menor, um arquiteto precisa de um processador com 25% mais capacidade de processamento do que aquele que está em seu computador agora. Sabendo que o computador atual do arquiteto tem um processador de 2,7 GHz, qual é a capacidade de processamento, em mega-hertz, de que ele necessita?

2 Ana está pensando em comprar um *notebook* novo. Na loja em que ela pesquisou preços, ela encontrou três modelos diferentes: o modelo A tem processamento de 2,2 GHz e custa R\$ 2 200,00; o modelo B, com processador de 2,7 GHz, custa R\$ 2 600,00; e o modelo C, com processador de 3 GHz, tem o preço de R\$ 3 300,00.

Ao escolher um *notebook* para compra, a capacidade de processamento por real pago é o melhor critério de escolha? Justifique sua resposta.

Resoluções e comentários

1 Inicialmente, calculamos 125% de 2,7 GHz, ou seja: $1,25 \cdot 2,7 = 3,375$. Portanto, 125% de 2,7 GHz é igual a 3,375 GHz. Convertendo essa medida para mega-hertz, obtemos: $1\ 000 \cdot 3,375 = 3\ 375$. Portanto, o arquiteto necessita de um processador com capacidade de processamento de 3 375 MHz.

2 Resposta pessoal. Contudo, é desejável que os alunos ponderem que a simples proporção entre a capacidade de processamento e o valor pago nem sempre é o método ideal de escolha.

Se Ana precisar de um *notebook* mais potente para realizar projetos grandes, por exemplo, não valerá a pena comprar um processador mais “fraco” só porque ele tem, considerando apenas a capacidade de processamento, melhor custo/benefício em valores brutos. Além disso, outros fatores podem influenciar no desempenho de um *notebook*, como memória, placa de vídeo, sistema operacional, dimensão da tela etc.

- Se achar conveniente, peça aos alunos que elaborem uma questão com as informações apresentadas na tarefa 7 e troquem com um colega para resolver. Depois, oriente-os a verificar se responderam corretamente.



- Ao fim do trabalho com esse tema, verifique a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Quick writing** para avaliar o aprendizado dos alunos, fazendo-os refletir sobre os conteúdos estudados. Em debate, solicite que os alunos expliquem qual é a importância do estudo da velocidade de processamento nas Ciências, no desenvolvimento tecnológico e em situações da vida cotidiana. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste Suplemento para o professor.



11 Porcentagem

Objetivos específicos

- Compreender o conceito de porcentagem.
- Efetuar cálculo de porcentagens em contextos de Matemática financeira.

O tema porcentagem está presente em várias situações do dia a dia, seja para expressar o aumento ou a redução de preços, para comparar grandezas, entre outros. O assunto desenvolvido nesse tema é de suma importância, não só para o cotidiano dos alunos, mas também para os conteúdos propostos em temas posteriores, como acréscimos, descontos e juros. Dessa forma, é importante que os alunos compreendam o que é porcentagem e saibam usar estratégias que os auxiliem no cálculo mental.

Para iniciar o trabalho com esse tema, faça com os alunos o seguinte problema.

Sugestão de avaliação

Certo clube de lazer cobra R\$ 220,00 de mensalidade. No início do ano, a fim de aumentar o número de sócios, o clube fez uma promoção em que prometia até 40% de desconto nas mensalidades para o associado que trouxesse novos sócios. Veja a ilustração do folheto explicativo distribuído aos associados.



GANHE ATÉ 40% DE DESCONTO NA SUA MENSALIDADE!

Aproveite! Durante este ano, para cada novo sócio indicado, você ganha 10% de desconto na sua mensalidade.

Número de sócios indicados	Descontos progressivos	Valor da mensalidade (R\$)
1	10%	198,00
2	20%	178,20
3	30%	160,38
4 ou mais	40%	144,34

O nome do clube que aparece nesta página é fictício.

Fernando, um dos sócios do clube, foi até a administração reclamar que os cálculos foram feitos de maneira errada ou que a propaganda do clube era enganosa. Você concorda com a afirmação de Fernando? Justifique sua resposta.

Resolução e comentários

Oriente os alunos a trabalhar em duplas para trocar ideias referentes ao problema.

Espera-se que os alunos percebam que, ao contrário do que se possa imaginar ao ler o panfleto, o desconto de 10%, oferecido pelo clube, a partir do segundo sócio indicado, não é calculado sobre o valor inicial da mensalidade, ou seja, sobre os R\$ 220,00, mas sobre os respectivos 90% restantes de cada valor anterior.

Isso faz os valores R\$ 178,20, R\$ 160,38 e R\$ 144,34 não corresponderem a, respectivamente, 20%, 30% e 40% de desconto sobre R\$ 220,00.

Para que os alunos entendam melhor, peça-lhes que calculem o valor das mensalidades com os descontos de 20%, 30% e 40% sobre os R\$ 220,00 iniciais. Os alunos devem chegar aos valores de R\$ 176,00, R\$ 154,00 e R\$ 132,00, respectivamente, e poderão compará-los com os valores do folheto.

Mais informações sobre avaliação diagnóstica podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, na parte geral deste Suplemento para o professor.

Aproveite o problema proposto e solicite que os alunos pesquisem a existência de propagandas enganosas ou duvidosas, que prometem vantagens ao consumidor, mas não cumprem as especificações, muitas vezes lesando o consumidor. Em seguida, converse com eles sobre a Fundação Proteção e Defesa do Consumidor (Procon), órgão responsável por defender os direitos do consumidor. Além disso, explique-lhes que cabe ao cidadão, quando se sentir lesado, denunciar o estabelecimento ou a entidade que o lesou.

Páginas 88 e 89 Meio circulante

- Essa abertura de tema apresenta uma abordagem da Matemática com a realidade próxima dos alunos. Nela, conceitos intuitivos da Matemática financeira são associados ao estudo do meio circulante brasileiro.

Uma sugestão de condução para o estudo dessas páginas é estabelecer um tempo para que os alunos leiam o texto (por exemplo, 10 minutos). Em seguida, promova um debate coletivo para explorar a opinião deles sobre o tema abordado.

Verifique se os alunos compreenderam a importância do surgimento do dinheiro para as relações comerciais. Comente com eles que, além dessa função, o dinheiro incorporou outras, como ser indicador de riqueza.

Após os alunos responderem à questão C, complemente as informações explicando que, mesmo tendo uma quantidade maior de moedas metálicas, há escassez de moedas com valores menores, pois muitas vezes a população as mantém guardadas em cofrinhos e gavetas.

Caso seja possível, leve os alunos ao laboratório de informática da escola para que acessem o *site* do Banco Central do Brasil e consultem o valor do meio circulante no dia. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br>>. Acesso em: 6 maio 2020. Uma sugestão de avaliação é propor aos alunos a comparação entre os valores das cédulas e moedas metálicas que estavam em circulação no Brasil com o valor apresentado no texto, verificando se ele aumentou ou diminuiu no período.

Resolução e comentários

E Como $6\,418\,220\,335 < 26\,774\,168\,839$, temos que a quantidade de moedas em circulação, no dia 14 de outubro de 2019, era maior do que a quantidade de cédulas. Em relação ao valor monetário, como $240\,741\,737\,322 > 6\,970\,205\,037,96$, conclui-se que a quantidade em cédulas em circulação nesse dia era maior do que a quantidade em moedas.

- Para desenvolver o conteúdo proposto neste tema é possível utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Oriente os alunos a pesquisar e estudar a respeito desse tema e a se familiarizar com problemas envolvendo porcentagem, registrando suas possíveis dúvidas. Mais informações a respeito dessa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Página 90

- Ao desenvolver o trabalho com essa página, solicite que os alunos pesquisem textos divulgados pela mídia nos quais seja possível identificar o conceito de porcentagem. É importante que eles interpretem esses textos, uma vez que a leitura e interpretação de situações variadas faz parte de sua formação e é fundamental na construção do pensamento crítico.

- Ao trabalhar com a reportagem apresentada no tópico **Estudando porcentagem**, promova um debate em grupo sobre o uso do computador conectado à internet. Converse com os alunos sobre a importância dessa ferramenta na busca de informações e como ela pode “diminuir” a distância entre as pessoas.

Outra sugestão que pode ser trabalhada nesse momento é solicitar que os alunos leiam o texto a seguir, que aborda o uso de porcentagem em um texto relacionado ao *bullying*.

No Brasil, aproximadamente um em cada dez estudantes é vítima frequente de *bullying* nas escolas. São adolescentes que sofrem agressões físicas ou psicológicas, que são alvo de piadas e boatos maldosos, excluídos propositalmente pelos colegas, que não são chamados para festas ou reuniões. O dado faz parte do terceiro volume do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) 2015, dedicado ao bem-estar dos estudantes.

O relatório é baseado na resposta de adolescentes de 15 anos que participaram da avaliação. No Brasil, 17,5% disseram sofrer alguma das formas de *bullying* “algumas vezes por mês”; 7,8% disseram ser excluídos pelos colegas; 9,3%, ser alvo de piadas; 4,1%, serem ameaçados; 3,2%, empurrados e agredidos fisicamente. Outros 5,3% disseram que os colegas frequentemente pegam e destroem as coisas deles e 7,9% são alvo de rumores maldosos. Com base nos relatos dos estudantes, 9% foram classificados no estudo como vítimas frequentes de *bullying*, ou seja, estão no topo do indicador de agressões e mais expostos a essa situação.

[...]

TOKARNIA, Mariana. Um em cada dez estudantes no Brasil é vítima frequente de *bullying*. *Agência Brasil*, 2017. Disponível em: <<https://agenciabrasil.ebc.com.br/educacao/noticia/2017-04/um-em-cada-dez-estudantes-no-brasil-e-vitima-frequente-de-bullying>>. Acesso em: 27 abr. 2020.

Converse e promova com os alunos uma dinâmica em formato de debate a fim de que percebam como o *bullying* pode ser prejudicial à saúde mental dos jovens. Explique-lhes que o *bullying* envolve relações de poder e dominação que provocam violência psicológica e, muitas vezes, física, sem motivos aparentes. Vale destacar a importância de que os alunos reflitam sobre suas ações e analisem os impactos emocionais que elas provocam em outras pessoas. Mais informações sobre esse assunto podem ser encontradas no tópico **O combate à violência e a promoção da saúde mental dos alunos**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

- Ao trabalhar a tarefa 4, comente com os alunos que o Índice Geral de Preços do Mercado (IGP-M) é uma medida que registra a inflação dos preços desde a matéria-prima até bens e serviços. É um índice calculado todo mês e leva em consideração 60% do Índice de Preços por Atacado – Mercado (IPA-M), 30% do Índice de Preços ao Consumidor – Mercado (IPC-M) e 10% do Índice Nacional do Custo da Construção – Mercado (INCC-M). Se julgar conveniente, peça que os alunos pesquisem mais informações a respeito desse índice e, em seguida, calculem o IGP-M no período dos últimos 12 meses.

A fim de complementar o trabalho com essa tarefa, proponha o seguinte problema.

O aluguel do apartamento em que Roberto mora será reajustado de acordo com o IGP-M, que, no período considerado, foi de 0,76%. Sabendo que Roberto paga R\$ 925,00 de aluguel, responda às seguintes questões.

- Qual deverá ser o novo aluguel após o reajuste?
- De quantos reais foi o aumento do aluguel?

Resoluções e comentários

- O valor do aluguel de Roberto sofrerá um aumento de 0,76%. Nesse caso, calculamos 100,76% de R\$ 925,00. Assim:

$$1,0076 \cdot 925 = 932,03$$

Portanto, o novo aluguel de Roberto será de R\$ 932,03.

- Para responder a essa questão, calculamos a diferença entre o novo e o antigo aluguel, ou seja:

$$932,03 - 925 = 7,03$$

Portanto, o aumento foi de R\$ 7,03.

Páginas 94 e 95

- Antes de propor que os alunos façam alguns dos problemas dessas páginas, solicite que elaborem planos que possibilitem resolver cada um deles. Em seguida, organize-os em duplas para que conversem sobre esses planos e, caso necessário, façam adequações e ajustes. Na sequência, proponha um debate para que a turma converse, identificando semelhanças e diferenças no que elaboraram. Por fim, solicite que algumas duplas resolvam, na lousa, os problemas propostos de acordo com os planos expostos.
- Ao trabalhar com a tarefa 11, comente com os alunos sobre o consumo consciente, que consiste em um modo social de avaliarmos nossas compras. O consumo consciente não se restringe a pesquisas de preços e compras mais vantajosas, mas inclui a verificação da procedência dos produtos, a avaliação de seus impac-

tos sociais e ambientais, a recusa de produtos piratas, a avaliação do crédito com responsabilidade, entre outras atitudes. Para mais informações sobre esse assunto, acesse os sites do Instituto Akatu e do Instituto Ressoar. Disponíveis em: <<https://www.akatu.org.br/>> e <<https://www.ressoar.org.br/>>. Acessos em: 6 maio 2020.



- Verifique a conveniência de aplicar a metodologia ativa **Think-pair-share** ao desenvolver a tarefa 13. Proponha essa tarefa para que os alunos resolvam individualmente e, depois, compartilhem a resolução com um colega para que, em seguida, a dupla exponha os resultados para toda a sala, fundamentando seus pensamentos. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.
- Após desenvolver o trabalho com a tarefa 16, converse com os alunos sobre a importância do voto consciente. Explique-lhes que o Brasil é um Estado Democrático de Direito, cujo conceito está explicitado no Artigo 1º da Constituição Federal de 1988: “Todo o poder emana do povo, que o exerce por meio de representantes eleitos ou diretamente, nos termos desta Constituição”. Além disso, resalte a importância de que os alunos se informem a respeito das ideias dos partidos políticos, a que seus possíveis candidatos estão afiliados. Outro fator importante é analisar o histórico dos candidatos para verificar se não estão envolvidos em crimes de corrupção ou outros desvios de finalidade. Mais informações a respeito do voto consciente podem ser encontradas no site do Tribunal Superior Eleitoral (STE), disponível em: <<http://www.tse.jus.br/>>. Acesso em: 6 maio 2020.

Sala dos professores

- Aproveite ainda o contexto da tarefa 16 e elabore um seminário para os alunos em conjunto com um professor de **Ciências Humanas e Sociais**, de preferência do componente curricular **Sociologia**. Alguns temas que podem ser abordados nesse seminário são: a conquista do voto feminino como resultado de lutas sociais e a importância da participação das mulheres no processo eleitoral. É importante que os alunos compreendam que a participação feminina na política contribui para a construção de um Estado Democrático de fato.

Se julgar conveniente, a fim de introduzir o seminário, apresente aos alunos o vídeo disponibilizado pelo Tribunal Superior Eleitoral (TSE) em uma de suas redes sociais, disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=SK3Jx4oRQNA>>. Acesso em: 27 abr. 2020.



Aproveite o contexto proposto na tarefa 23 para desenvolver o trabalho com o tema contemporâneo transversal **Saúde**. Verifique a possibilidade de levar folhetos informativos do tabagismo, que podem ser adquiridos em uma unidade de saúde, ou então informe aos alunos do poder de destruição do tabaco, que no século passado matou cerca de 100 milhões de pessoas em todo o mundo. Além disso, resalte que a cada ano 8 milhões de pessoas morrem no mundo devido ao uso do cigarro.

- Na tarefa 24, solicite aos alunos que pesquisem a cotação de algumas moedas utilizadas nos países da América Latina, por exemplo. Depois, oriente-os a formular atividades, como a apresentada por Tartaglia, para trocá-las com outro colega, fazendo, em seguida, as correções necessárias.



- Ao fim do trabalho com esse tema, verifique a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Quick writing** para avaliar o aprendizado dos alunos, fazendo-os refletir sobre os conteúdos estudados. Em debate, solicite que os alunos expliquem qual é a importância do estudo de porcentagem nas Ciências, no desenvolvimento tecnológico e em situações da vida cotidiana. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

12 Alíquotas do IPI

Objetivos específicos

- Calcular porcentagens.
- Resolver problemas envolvendo alíquotas do Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI).

O cálculo de porcentagens se faz necessário em diversas situações do dia a dia. Um exemplo é quando calculamos o Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI). A alíquota do IPI, ou seja, o percentual de incidência desse imposto federal sobre o valor de algo tributado varia de acordo com a mercadoria. É importante explicar aos alunos que, de modo geral, os valores arrecadados pelo governo com esse imposto devem ser revertidos em serviços e obras públicas. Alguns dos objetivos do recolhimento do IPI são: aumentar a arrecadação do Estado; auxiliar na regulamentação no mercado (pois o imposto onera artigos nocivos à saúde); e evitar que a indústria nacional seja enfraquecida.

O trabalho com esse tema desenvolve a formação cidadã e promove a consciência de direitos e deveres, tornando os alunos críticos e reflexivos em situações do cotidiano. Caso julgue pertinente, acesse a tabela atualizada do IPI e mais informações sobre esse imposto no *site* da Receita Federal, disponível em: <<https://receita.economia.gov.br/aceso-rapido/tributos/ipi>>. Acesso em: 11 maio 2020.

Sala dos professores

O tema apresentado nessas páginas propicia uma relação com a área de **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**, preferencialmente com os componentes curriculares **Matemática** e **História**. Uma possível abordagem dessa relação é debater os contextos históricos e econômicos em que surgiram os tributos e quais seus impactos até os dias de hoje. Proponha que os alunos pesquisem e dialoguem sobre acontecimentos históricos, como a crise de 2008 (que ocorreu devido à bolha imobiliária norte-americana), o baixo crescimento da economia em 2012 (que acarretou na redução do IPI de vários produtos, com destaque para a linha automobilística) e a crise econômica mundial provocada pelo Sars-CoV-2, o novo coronavírus, causador da doença denominada covid-19. Se achar conveniente, peça aos alunos que façam uma pesquisa a respeito das medidas de combate aos efeitos econômicos que o governo federal implementou em 2020, buscando minimizar as consequências sobre a economia do Brasil, como os riscos de falência de empresas e desemprego.

Páginas 96 e 97 O IPI e a crise financeira de 2012

- Uma sugestão de condução para o trabalho com essas páginas é estabelecer um tempo (por exemplo, 15 minutos) para que os alunos leiam o texto e respondam às questões propostas. Na sequência, organize um debate a fim de que os alunos exponham suas opiniões sobre a importância da arrecadação de impostos pelo governo. Se julgar conveniente, para que o debate seja mais produtivo, organize os alunos em duplas e solicite que realizem uma pesquisa prévia.



O trabalho com essas páginas possibilita o desenvolvimento do tema contemporâneo **Educação fiscal**, uma vez que apresenta aos alunos o IPI. Converse com eles sobre os direitos e deveres fiscais dos cidadãos e das entidades brasileiras, destacando a importância de compreender o processo de arrecadação, aplicação e fiscalização do dinheiro público.

Resoluções e comentários

C Indicando por x o valor do carro sem o IPI, temos:

$$x + 0,07x = 44\,833$$

$$1,07x = 44\,833$$

$$x = \frac{44\,833}{1,07}$$

$$x = 41\,900$$

$$44\,833 - 41\,900 = 2\,933$$

Portanto, o preço do automóvel passou a ser R\$ 41 900,00 e o valor economizado é R\$ 2 933,00.

D Indicando por x o preço da cama antes da redução do IPI, temos:

$$x - 0,05x = 800 \Rightarrow 0,95x = 800 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{800}{0,95} \approx 842,11$$

Logo, o preço da cama antes da redução do IPI era R\$ 842,11. Agora, calculando a diferença entre os preços, obtemos:

$$842,11 - 800 = 42,11$$

Portanto, a economia obtida pelo consumidor é de R\$ 42,11.

13 Indicadores socioeconômicos

Objetivos específicos

- Conhecer características do PIB, PIB *per capita*, taxa de desemprego, IDH e do coeficiente de Gini.
- Interpretar alguns indicadores socioeconômicos.
- Investigar processos de cálculos de alguns indicadores socioeconômicos.

Esse tema tem por objetivo apresentar alguns indicadores socioeconômicos, assim como expor os processos de cálculos referentes a cada um deles. Espera-se que ao final desse estudo os alunos estejam aptos para interpretar cada um desses indicadores em situações reais, desenvolvendo o pensamento crítico e social.

Explique aos alunos que com esses indicadores em mãos os governantes podem tomar decisões que visam alavancar o padrão de desenvolvimento das sociedades.

Antes de iniciar o trabalho com o conteúdo proposto, é de suma importância avaliar o conhecimento prévio dos alunos sobre porcentagem. A seguir, é apresentada uma sugestão de problema que possibilitará esse diagnóstico. Se julgar necessário, antes de propor o problema, explique

aos alunos que se a variação do salário de um trabalhador de um ano para o outro for:

- menor do que o índice de inflação, o trabalhador perde poder de compra.
- igual ao índice de inflação, o trabalhador mantém seu poder de compra.
- maior do que o índice de inflação, o poder de compra do trabalhador aumentará.

Sugestão de avaliação

(Uerj) Um índice de inflação de 25% em um determinado período de tempo indica que, em média, os preços aumentaram 25% nesse período. Um trabalhador que antes podia comprar uma quantidade X de produtos, com a inflação e sem aumento salarial só poderá comprar agora uma quantidade Y dos mesmos produtos, sendo $Y < X$.

Com a inflação de 25%, a perda do poder de compra desse trabalhador é de:

- a) 20% b) 30% c) 50% d) 80%

Resolução e comentários

Indicando por S o salário e por P o preço dos produtos, temos que:

$$\frac{S}{P} = X$$

Considerando o aumento de 25% nos preços, segue que:

$$\frac{S}{1,25 \cdot P} = Y$$

Agora, vamos calcular o poder de compra desse trabalhador após o reajuste de preços. Para isso, calculamos a razão entre Y e X .

$$\frac{Y}{X} = \frac{\frac{S}{1,25 \cdot P}}{\frac{S}{P}} = \frac{1}{1,25} = 80\%$$

Portanto, a perda do poder de compra desse trabalhador é de 20%, pois $100\% - 80\% = 20\%$.

- Mais informações sobre avaliações diagnósticas podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Após o trabalho com o problema proposto, organize um debate com a turma a fim de que exponham suas opiniões acerca das taxas de inflação e as possíveis causas de sua variação. Aproveite a ligação com o tema e introduza o trabalho com as páginas 98 e 99, cuja temática é inflação.



Durante o desenvolvimento desse tema, além de investigar o processo de cálculo de índices de natureza socioeconômica, como taxas de inflação, PIB,

taxa de desemprego, IDH e o coeficiente de Gini, os alunos são desafiados a interpretar esses índices, possibilitando uma análise crítica sobre questões econômicas e sociais, mobilizando a habilidade **EM13MAT104** da BNCC e aspectos da **Competência específica 1** da área de **Matemática e suas Tecnologias**.

Páginas 98 e 99 **Inflação**

- Essas páginas temáticas apresentam uma abordagem de um dos índices econômicos presentes no cotidiano dos alunos: a inflação. Nelas, é apresentada uma aplicação matemática na área da Economia.

Peça aos alunos que leiam o texto e respondam as questões propostas. Caso tenham dificuldades, promova um debate com toda a turma. Informe aos alunos que o público alvo do IPCA abrange as famílias com rendimentos mensais entre um e quarenta salários mínimos, qualquer que seja a fonte de rendimentos, e residentes nas áreas urbanas das regiões pesquisadas.

Já o INPC abrange as famílias com rendimentos mensais entre um e seis salários mínimos, sendo a pessoa de referência assalariada em sua ocupação principal e residente nas áreas urbanas das regiões pesquisadas. O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) é o órgão responsável por realizar essas medições.

Solicite aos alunos que façam uma pesquisa sobre a hiperinflação que ocorreu entre os anos de 1980 e 1990. Caso seja necessário, oriente-os a pedir auxílio ao professor do componente curricular **História**.

Para avaliar os alunos quanto ao conteúdo estudado nessas páginas, proponha-lhes que coletem os dados do INPC do último ano vigente. Na sequência, peça-lhes que respondam às seguintes questões:

- Qual mês apresentou a menor variação do INPC? E a maior?
- De acordo com as informações obtidas, qual é a variação do INPC acumulada no Brasil de janeiro a maio do ano vigente?

- Para desenvolver o conteúdo proposto nesse tema é possível utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Oriente os alunos a se inteirarem das linhas gerais dos conteúdos propostos e a pesquisarem sobre a taxa de inflação e seu impacto na economia. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Sala dos professores

Avalie a conveniência de elaborar uma aula em conjunto com o professor da área de **Ciências Humanas**

e **Sociais Aplicadas**, preferencialmente com o professor do componente curricular **Sociologia**. Aproveite a oportunidade e promova um debate sobre os efeitos do aumento ou da redução da inflação em nossa sociedade. É importante que os alunos compreendam como esses impactos influenciam as diferentes classes sociais do país. Aproveite a oportunidade para conversar sobre a demanda por produtos com maior capacidade de produção e o aumento nos custos de produção, que são algumas das causas da inflação.

- Ao trabalhar com a questão **D**, explique aos alunos que, além dos índices citados no texto, há outros que medem a inflação. O IBGE, por exemplo, considera outros quatro índices de inflação, a saber, Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo 15 (IPCA-15), Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo Especial (IPCA-E), Índice de Preços ao Produtor – Indústrias Extrativas e de Transformação (IPP) e Sistema Nacional de Pesquisa de Custos e Índices da Construção Civil (SINAPI). Há ainda instituições de pesquisa que consideram o Índice Geral de Preços (IGP) e o índice de Preços ao Consumidor (IPC).

Resoluções e comentários

- C** De acordo com o enunciado da questão, temos que 108,5% do salário de Luiza antes do reajuste é igual a R\$ 2 582,30. Assim, indicando por x o salário de Luiza antes do reajuste, segue que:

$$1,085x = 2\,582,30$$

$$x = \frac{2\,582,30}{1,085}$$

$$x = 2\,380$$

Portanto, o salário de Luiza antes do reajuste era R\$ 2 380,00.

Página 100

- Ao trabalhar com o tópico **Produto Interno Bruto**, informe aos alunos que o PIB é considerado o principal indicador macroeconômico de um município, estado ou país. Ao final desse tópico, os alunos devem compreender que o PIB é um importante referencial para o desempenho econômico, mas também que ele não mede o nível de desenvolvimento de um país.
- Caso julgue conveniente, oriente os alunos a fazer uma pesquisa sobre o PIB e a população do município onde residem – peça que considerem o ano mais recente. Em seguida, organize-os em duplas e solicite que calculem o PIB *per capita* para, depois, compará-lo com o de outros municípios brasileiros.

- A fim de complementar o trabalho com o tópico **Produto Interno Bruto**, proponha que os alunos resolvam o seguinte problema.

A tabela a seguir apresenta o PIB *per capita* e a população de cinco estados em 2020.

PIB *per capita* e população de alguns estados em 2020

Estado	População (em milhões)	PIB <i>per capita</i> (em reais)
A	5	12 500
B	2	9 500
C	12	5 000
D	23	17 000
E	1	3 000

Fonte de pesquisa: Registros do governo do país.

Qual é, em 2020, o PIB *per capita* da região composta por esses cinco estados?

Resolução e comentários

Inicialmente, calculamos o PIB, em milhões de reais, de cada um dos estados.

Estado A:

$$12\,500 \cdot 5 = 62\,500$$

Estado B:

$$9\,500 \cdot 2 = 19\,000$$

Estado C:

$$5\,000 \cdot 12 = 60\,000$$

Estado D:

$$17\,000 \cdot 23 = 391\,000$$

Estado E:

$$3\,000 \cdot 1 = 3\,000$$

Em seguida, calculamos o PIB *per capita* da região composta por esses cinco estados.

$$\frac{62\,500 + 19\,000 + 60\,000 + 391\,000 + 3\,000}{5 + 2 + 12 + 23 + 1} = \frac{535\,500}{43} \approx 12\,453,49$$

Portanto, em 2020, o PIB *per capita* dessa região era, aproximadamente, R\$ 12 453,49.

Página 102

- Complemente as informações do tópico **Índice de Desenvolvimento Humano**, apresentando os dez primeiros classificados no *ranking* do IDH em 2019.

Classificação	País	IDH
1º	Noruega	0,954
2º	Suíça	0,946
3º	Irlanda	0,942
4º	Alemanha	0,939
4º	Hong Kong, China (SAR)	0,939
6º	Austrália	0,938
6º	Islândia	0,938
8º	Suécia	0,937
9º	Singapura	0,935
10º	Holanda	0,933

Para obter a posição de outros países no ano indicado, acesse a classificação do IDH em 2019 publicada pela Organização das Nações Unidas (ONU). Disponível em: <<http://hdr.undp.org/en/2020-report>>. Acesso em: 9 abr. 2021.

Página 104

- Ao trabalhar com a tarefa 1, explique aos alunos que a Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF) é realizada pelo IBGE e avalia as estruturas de consumo, de gastos, de rendimentos e parte da variação patrimonial das famílias. Informe-os que a partir da análise dessas informações é possível traçar um perfil das condições de vida da população brasileira. Além disso, os resultados dessa pesquisa possibilitam que seja realizado um estudo sobre a composição dos gastos das famílias segundo as classes de rendimentos, as disparidades regionais, as situações urbana e rural, a difusão e o volume das transferências entre as diferentes classes de renda, bem como a dimensão do mercado consumidor para grupos de produtos e serviços. Ressalte que essa pesquisa é realizada em domicílio com apenas uma amostra da população.
- Ao trabalhar a tarefa 2, se julgar necessário, retome o conceito de porcentagem e proponha alguns problemas para serem resolvidos, em duplas, pelos alunos. Por fim, solicite que algumas duplas exponham, para a turma, suas estratégias de solução.
- Para o desenvolvimento do item b da tarefa 3, leve, se possível, os alunos ao laboratório de informática para que realizem a pesquisa solicitada. Por fim, sugira que alguns dos alunos exponham seus resultados para a turma.

Página 105

- Antes de trabalhar com a tarefa 4, explique aos alunos que o trabalho formal é aquele exercido com carteira assinada e que o trabalho informal é aquele sem vín-

culos registrados na carteira de trabalho ou documentação equivalente. Se julgar conveniente, organize um debate para que os alunos exponham suas opiniões sobre as vantagens e as desvantagens de cada um desses tipos de trabalho. Para que o debate seja mais produtivo, oriente-os a acessar, antecipadamente, o *site* da Biblioteca Digital da Justiça do trabalho. Disponível em: <<https://juslaboris.tst.jus.br>>. Acesso em: 29 abr. 2020. Nele, pode-se obter mais informações sobre o assunto.

- Caso julgue necessário, ao abordar a tarefa 7, solicite que os alunos voltem à página 102 e relembrem como é calculado o IDH. Além disso, sugira que efetuem os cálculos com auxílio de uma calculadora ou com o aplicativo Calculadora de seus *smartphones*. Caso não haja calculadoras (físicas ou em aplicativos) suficientes para todos os alunos, organize-os em grupos.



BNCC

Na tarefa 9 é apresentado um texto sobre o IDH ajustado à desigualdade e solicitado que o aluno aponte as possíveis características que devem ser melhoradas no país para que o IDH brasileiro aumente. Diante disso, o aluno é levado a utilizar estratégias e procedimentos matemáticos para interpretar situações socioeconômicas, conforme solicita a **Competência específica 1** da área de **Matemática e suas Tecnologias**.

Nessa tarefa, se julgar conveniente, peça aos alunos que, em grupos, pesquisem sobre o assunto da reportagem em outras fontes e comparem as informações, analisando criticamente o trecho da reportagem.

Resoluções e comentários

5 Resposta pessoal. Espera-se que os alunos concluam que o PIB não influencia na desigualdade de um país e que percebam a importância de analisar diferentes indicadores. O fato de o PIB não influenciar na desigualdade pode ser observado nos anos 2014 e 2015. Se julgar conveniente, peça aos alunos que pesquisem e indiquem fatores que possam ter contribuído para o aumento da desigualdade de renda no país, como o desemprego e a dificuldade de acesso à educação.

9 Resposta pessoal. Espera-se que os alunos considerem que os aumentos deveriam ocorrer nos índices de saúde, educação e renda, pois o IDH é dado pela média desses três índices. Porém, eles devem concluir, pela leitura do texto, que o foco deve estar em diminuir a pobreza por meio de uma melhor distribuição de renda, pois a fatia dos 10% mais ricos do Brasil concentra 40% da renda nacional. Ou seja, o IDH de 0,761 não apresenta a distribuição de renda ruim.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar o aprendizado dos alunos em relação aos conteúdos desse tema, solicite que resolvam o pro-

blema proposto a seguir, que relaciona os conteúdos estudados e potenciação (assunto estudado no tema 1 deste volume).

(Enem) O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida usada para classificar os países pelo seu grau de desenvolvimento. Para seu cálculo, são levados em consideração a expectativa de vida ao nascer, tempo de escolaridade e renda per capita, entre outros. O menor valor deste índice é zero e o maior é um. Cinco países foram avaliados e obtiveram os seguintes índices de desenvolvimento humano: o primeiro país recebeu um valor X , o segundo \sqrt{X} , o terceiro X^3 , o quarto X^2 e o último X^3 . Nenhum desses países zerou ou atingiu o índice máximo.

Qual desses países obteve o maior IDH?

- a) O primeiro. c) O terceiro. e) O quinto.
b) O segundo. d) O quarto.

Resolução e comentários

Dados a , x e y números reais com $0 < a < 1$, temos $a^x > a^y$, se e somente se, $x < y$. Assim, como

$0 < X < 1$ e $\frac{1}{3} < \frac{1}{2} < 1 < 2 < 3$, temos:

$$X^{\frac{1}{3}} > X^{\frac{1}{2}} > X > X^2 > X^3$$

Logo, o terceiro país obteve o maior IDH.

Portanto, a alternativa correta é **c**.



- Ao fim do trabalho com esse tema, verifique a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Quick writing** para avaliar o aprendizado dos alunos, fazendo-os refletir sobre os conteúdos estudados. Informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



Acréscimos e descontos sucessivos

Objetivos específicos

- Conhecer o conceito de acréscimos e descontos sucessivos.
- Diferenciar acréscimos e descontos sucessivos de acréscimos e descontos simples.
- Aplicar conhecimentos envolvendo acréscimos e descontos sucessivos em contextos do dia a dia, de modo a adquirir consciência como consumidor para tomar as melhores decisões de compra.

O tema trata de um dos assuntos matemáticos mais fundamentais nas relações de consumo: os acréscimos e descontos. Em especial, trabalha-se aqui com os acrés-

cimos e descontos sucessivos, que são aqueles que incidem uns sobre os outros.

A abordagem dada ao tema, além de englobar o devido rigor matemático, destina-se a enfatizar a relevância desse tipo de aprendizagem na vida diária dos alunos. Por essa razão, há um foco perceptível nas aplicações dos conceitos e cálculos matemáticos em práticas do dia a dia, sobretudo naquelas decorrentes de relações de compra e venda. Com essa proposta pragmática que busca aproximar-se da realidade dos alunos, espera-se que, além de adquirir instrução teórica, eles sejam capazes de construir razoável consciência financeira, tornando-se consumidores cientes de suas escolhas e aptos a tomar decisões sensatas, pautadas mais na objetividade mensurável dos números do que em meros instintos imediatos ou desejos consumistas. Em complemento, o tema também é fundamental para a futura vida profissional dos alunos, tendo em vista que raras são as atividades profissionais que não exigem contato com valores monetários.

Em síntese, o tratamento matemático dos acréscimos e descontos sucessivos favorece nos alunos a adequada interpretação crítica em situações rotineiras da vida de consumidor e exige o manuseio de expressões aritméticas envolvendo valores e percentuais, o que exercita o senso de proporção numérica em termos realistas, de utilidade imediata. Desse modo, evidencia-se o poder da Matemática em sugerir melhores opções pessoais e profissionais, bem como demonstrar sua aplicabilidade efetiva na resolução de questões prementes da convivência humana em sociedade, a qual está marcada por relações de comércio e de prestações de serviço monetariamente condicionadas.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar como os alunos estão lidando com os conteúdos estudados, proponha os dois problemas apresentados a seguir.

- 1 Em janeiro, o dono de um restaurante cobrava R\$ 10,00 em uma refeição. Contudo, em razão dos aumentos nos preços do arroz e da carne, em abril ele teve de aumentar em 10% o preço da refeição. Em agosto, novamente para evitar prejuízos, o comerciante precisou fazer um segundo aumento de 15% no valor dessa refeição. Se um consumidor comprasse essa refeição nesse restaurante em agosto, após o segundo aumento, quanto ele teria de pagar?

Resolução e comentários

Inicialmente, calculamos o preço da refeição aplicado após o primeiro aumento, ou seja, calculamos 110% de R\$ 10,00. Assim:

$$1,1 \cdot 10 = 11$$

Assim, após o primeiro aumento a refeição passou a custar R\$ 11,00. Agora, calculamos o

preço da refeição após o segundo aumento, ou seja, 115% de R\$ 11,00. Consequentemente:

$$1,15 \cdot 11 = 12,65$$

Portanto, se um consumidor comprasse uma refeição nesse restaurante, em agosto, ele teria de pagar R\$ 12,65.

- 2 Suponha que o dono do restaurante do problema anterior, temendo perder clientes, não tenha feito nenhuma mudança no preço da refeição em abril. Nesse cenário, tentando compensar a diminuição dos lucros nos meses anteriores, ele resolveu, em agosto, aumentar o preço inicial de R\$ 10,00 em 25%. Fazendo isso, qual passaria a ser o preço da refeição?

Resolução e comentários

Para determinar o preço da refeição após um aumento de 25% sobre o preço inicial (R\$ 10,00), calculamos 125% de R\$ 10,00. Assim:

$$1,25 \cdot 10 = 12,5$$

Portanto, nessa suposição, o preço da refeição passaria a ser R\$ 12,50.

O objetivo desses problemas é avaliar se os alunos compreendem a diferença entre acréscimos cujas taxas incidam sempre sobre o valor inicial e os acréscimos que se dão de maneiras sucessivas. Isto é, se eles percebem, por exemplo, que um desconto de 25% não é o mesmo que um desconto de 10% seguido de outro de 15%. Mais informações sobre avaliações diagnósticas estão disponíveis no tópico **Avaliação** deste Suplemento para o professor.

Páginas 106 e 107

Consumista ou consumidor consciente?

- O tema é introduzido com um incentivo ao debate quanto à distinção entre o consumista desenfreado e o consumidor consciente. O texto alerta para o fato de que, no mundo atual, em que somos bombardeados por propagandas que nos despertam desejos nem sempre compatíveis com nossas reais necessidades, existe o risco de que passemos a comprar de modo irrefletido e inconsequente, sem nos atentarmos aos limites do nosso orçamento ou sequer à utilidade dos produtos adquiridos. Para evitar esse risco, devemos nos instruir, com base na boa interpretação dos fatos e na objetividade da Matemática, para que nos tornemos consumidores conscientes, ou seja, consumidores que sabem distinguir necessidades verdadeiras de meros desejos impulsivos e que conseguem harmonizar essa distinção dentro do controle que detêm do próprio orçamento.

Espera-se que o texto desperte a reflexão dos alunos quanto aos próprios hábitos de compra e, mais amplamente, à relação que mantêm com o dinheiro. Por mais que, em certo nível, o debate sobre gerenciamento do nosso dinheiro seja um dos tabus velados da nossa sociedade, conversar sobre o tema é imprescindível na formação de consumidores mais conscientes. Compreender que se deve gastar menos do que se ganha, a fim de evitar dívidas, que se deve optar por produtos com melhor custo-benefício e que é possível encontrar formas de pagamento mais vantajosas para cada caso particular são noções indispensáveis no alicerce da formação da autonomia dos alunos em níveis financeiro, pessoal e profissional.

Se julgar conveniente, peça aos alunos que assistam a um vídeo sobre finanças e investimentos. Caso tenham acesso a internet, oriente-os a digitar, no campo de pesquisa de um *site* de busca, textos relacionados ao assunto e escolher, na aba Vídeos, um dos vídeos disponíveis.

Se possível, procure ampliar o debate para englobar outros pontos relevantes na educação financeira e na consciência para o consumo dos jovens. Pergunte se eles têm noções sobre Direito do Consumidor e se sabem como podem conseguir amparo a seus direitos. Converse com os alunos a fim de verificar se eles acham que a maior parte da população tem ou não conhecimentos matemáticos suficientes para avaliar porcentagens em promoções e taxas de juros em pagamentos parcelados, por exemplo, e o que eles pensam ser necessário para que o consumidor se veja protegido contra eventuais golpes ou até contra o endividamento inadvertido. Encaminhe os alunos a perceberem a relação direta que existe entre esses temas e o estudo da Matemática, sem o qual não há como realizar cálculos para se dimensionar com precisão valores monetários em negociações de consumo.



Para desenvolver o conteúdo proposto nesse tema, é possível utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Verifique se os alunos se apropriam das linhas gerais dos conteúdos propostos e oriente-os a pesquisarem problemas envolvendo acréscimos e descontos sucessivos, registrando possíveis dúvidas. Em seguida, permita que eles conversem em duplas sobre esses problemas para que, depois, apresentem as conclusões para toda a sala. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



Essas páginas são propícias para tratar dos temas contemporâneos transversais **Educação financeira e fiscal** e **Educação para o consumo**. Ao

viabilizar uma compreensão mais aprofundada quanto ao cálculo de acréscimos e descontos, que são práticas extremamente comuns no comércio, é fornecida, aos alunos, a possibilidade de crescimento em sua consciência financeira, tornando-os menos suscetível a golpes e mesmo a autoenganos. Aproveite o assunto e desperte a percepção de que a Matemática pode ser utilizada para fornecer um controle mais racional, organizado e previsível das finanças, conferindo maior segurança em gastos e despesas, em lucros e prejuízos. No mundo contemporâneo, regido por números, preços e valores, toda essa percepção é fundamental para que se possa tomar decisões lúcidas, tanto no sentido de escolher formas de pagamento mais benéficas quanto no de saber controlar os próprios impulsos a fim de ter um orçamento doméstico relativamente confortável, ou pelo menos sustentável. Além disso, reciprocamente, o fato de notar tais benefícios práticos pode representar um estímulo extra no próprio interesse dedicado aos estudos.

- Também é pertinente, nesse tema, que se trabalhe com a **Competência geral 7** da BNCC. O estudo aqui desenvolvido possibilita que o aluno saiba se amparar em informações e dados objetivos para formular, negociar e defender ideias que promovam o consumo responsável em âmbitos local, regional e global. Manter um controle atento de como e para que se utiliza o próprio dinheiro é a base individual que, em larga escala, possibilita uma economia estável em nível social.

Resolução e comentários

- B** Primeiro, vamos calcular o preço a prazo do televisor. Para isso, fazemos:

$$6 \cdot \text{R\$ } 309,90 = \text{R\$ } 1\,859,40$$

Em seguida, calculamos o preço do televisor à vista, ou seja, com desconto de 10% sobre o valor do televisor a prazo. Para isso, calculamos 90% de R\$ 1 859,40, ou seja:

$$0,9 \cdot \text{R\$ } 1\,859,40 = \text{R\$ } 1\,673,46$$

Portanto, o preço do televisor a prazo é R\$ 1 859,40 e à vista, R\$ 1 673,46.

Página 108

- Ao tratar de variações nos preços de produtos e serviços, é conveniente que se comente, ainda que de maneira breve, sobre os motivos que podem acarretar nessas oscilações. No exemplo 1, a alteração no preço do produto se deu em função da baixa produtividade na entressafra, mas outros fatores podem influir no preço de um produto ou de um serviço. Em geral, preço é regido pela lei da oferta e da procura, aumentando

quando a oferta é pequena e a procura é grande e diminuindo quando a oferta é grande e a procura é pequena, tendendo (mas nem sempre encontrando) a um equilíbrio entre a capacidade dos meios de produção e a demanda do mercado consumidor. Efeitos sazonais, volubilidade da natureza, eventos imprevisíveis e circunstâncias de força maior, contudo, são alguns fatores que podem alterar drasticamente o preço de um produto em um curto período de tempo. No caso de serviços, o grau de especialidade ou até a fama da pessoa ou empresa responsável pela execução são alguns pontos que elevam ou diminuem o valor a ser cobrado.

Página 110

- Ao trabalhar com o exercício resolvido R4, comente com os alunos que, embora no caso da fatura analisada o valor pago em atraso seja parecido com o original, nem sempre é isso que acontece. É importante alertá-los para o fato de que pagamentos atrasados aumentam consideravelmente o valor das faturas, principalmente quando os atrasos são longos e recorrentes.

Página 111



BNCC

Com base no problema resolvido R5, é possível trabalhar com o tema contemporâneo transversal **Saúde**. O problema envolve a relação das taxas de glicose com os estados de saúde de um indivíduo. Baixa taxa de glicose ocasiona hipoglicemia, que acarreta em sintomas de tontura, palidez, dor de cabeça, confusão mental, baixa concentração e desmaio. Para evitar os efeitos da hipoglicemia, recomenda-se a ingestão de alimentos ricos em carboidratos, como frutas, doces, arroz e batata. No caso oposto, quando há taxas muito elevadas de glicose, ocorre a hiperglicemia, caracterizada por boca seca, muita sede, fome excessiva, fadiga extrema, visão embaçada, sonolência e dificuldade para respirar. A hiperglicemia ocorre, em geral, por má alimentação e sedentarismo, e sua prevenção se dá com uma dieta mais equilibrada, ingestão de água com frequência e prática de atividades físicas.

Fonte de pesquisa: BRASIL. Ministério da Saúde. Secretaria de Atenção à Saúde. Departamento de Atenção Básica. *Diabetes Mellitus*. Brasília, 2006. (Cadernos de Atenção Básica, n. 16).

Página 112

- Na tarefa 8, enfatize que as habilidades desenvolvidas no estudo de acréscimos e descontos sucessivos é aplicável em uma ampla gama de fenômenos, e não apenas em relações envolvendo dinheiro.

Página 113

- Ao trabalhar com a tarefa 14, comente sobre a importância de participar de cursos de planejamento

financeiro ou se inteirar sobre o assunto por outros meios (vídeos, textos, palestras, *podcasts* etc.). No mundo contemporâneo, manter controle lúcido do dinheiro é essencial para o bem-estar das pessoas, mas nem sempre os indivíduos têm instrução sobre como fazer isso. Esse tipo de abordagem contribui para a saúde mental dos alunos. Mais informações sobre esse assunto podem ser encontradas no tópico **O combate à violência e a promoção da saúde mental dos alunos**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Desse modo, é crucial a existência de uma educação financeira que apresente maneiras inteligentes de se poupar dinheiro. Ainda que a curto prazo isso exija certa disciplina por vezes dolorosa, a médio e longo prazos os benefícios são compensadores. Uma economia bem planejada pode dar conforto financeiro posterior e garantir a realização de sonhos. A compra de um carro ou de uma casa, a realização de uma viagem de férias e o compromisso de um casamento, por exemplo, são planos de vida que exigem consciência financeira com anos de preparo.

- Ao abordar a tarefa 16, comente com os alunos que os dados indicam que as mulheres possuem jornada de trabalho menor (desconsiderando as horas dedicadas a afazeres domésticos, cuidados de pessoas, entre outros) e têm remuneração menor por hora trabalhada. Aproveite o momento e promova um debate acerca do *status* da mulher no mercado de trabalho. Questione o que os alunos pensam ser medidas adequadas para promover a igualdade entre os gêneros, atentando à igualdade formal (aquela que fica apenas “no papel”) e à igualdade material (aquela que envolve ações concretas e equilíbrio de condições e oportunidades). Para isso, coloque em pauta observações sobre diferenças salariais mesmo em cargos equivalentes, abusos e assédios, dificuldade de contratação em certos setores, entre outros obstáculos enfrentados pelas mulheres em contextos profissionais. Incentive a aplicação de conhecimentos de outras áreas para fundamentar seus pontos de vista, pensando inclusive nos preconceitos historicamente construídos contra as mulheres e na luta constante empreendida para que elas conquistassem direitos básicos, como o direito ao voto e o direito de frequentar universidades.



BNCC

Aproveite, também, o contexto proposto na tarefa 16 para tratar do tema contemporâneo transversal **Trabalho**. Ao pensar sobre a mulher no mercado de trabalho, problemáticas atuais ganham evidência, preparando os alunos para os desafios do mundo laboral.

Acrescente, se possível, comentários abordando a importância de políticas públicas que incentivem a

igualdade de oportunidades entre os cidadãos e de leis robustas que protejam o empregado (considerado como parte “hipossuficiente”) de possíveis abusos da parte contratante, em especial quando o empregado faça parte de grupos de minoria ou de classes culturalmente marcadas por discriminação sistêmica.



- Ao fim do trabalho com esse tema, verifique a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Quick writing** para avaliar o aprendizado dos alunos, fazendo-os refletir sobre os conteúdos estudados. Em debate, solicite, se possível, que os alunos comentem quais eles pensam ser as vantagens dos estudos matemáticos sobre acréscimos e descontos sucessivos na vida prática. Pergunte se eles sentem que o tema pode ser aplicável em seus cotidianos e se serão úteis no momento de pesquisar produtos e de avaliar opções de pagamento em suas próximas compras. Peça, ainda, para que eles comentem sobre a importância da educação financeira, com amparo matemático, para que uma pessoa adquira autonomia sustentável do próprio orçamento familiar e para que consiga realizar seus planos com base em organização realista de ganhos e gastos. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

15 Juro

Objetivos específicos

- Identificar a diferença entre o regime de juro simples e juro composto.
- Calcular juro simples e juro composto.
- Identificar as informações relevantes na resolução das situações-problema.
- Realizar um paralelo lógico entre as tarefas propostas e as situações do cotidiano.

Esse tema contempla as ideias básicas de juro simples e juro composto. Nele, faz-se uma abordagem próxima do cotidiano dos alunos para que eles possam, como consumidores, tomar decisões de compras que envolvem juro. Algumas das situações abordadas são: o tempo necessário de uma aplicação para que esta venha render certo juro, o juro pago em determinado empréstimo, a taxa de juro cobrada por uma loja ao vender seus produtos a prazo, entre outras. Sendo assim, devem ser lembrados alguns aspectos e conceitos relacionados à porcentagem.

Com o intuito de avaliar os conhecimentos prévios dos alunos, proponha situações-problema envolvendo conceitos de juro. Veja a seguir uma sugestão que pode ser trabalhada nesse momento.

Sugestão de avaliação

- Uma pessoa aplicou R\$ 1 500,00 com taxa de juro composto de 0,4% ao mês durante 4 meses. Qual será o montante (soma do capital com o juro) obtido por ela ao final dessa aplicação?

Resolução e comentários

Para determinar o montante obtido por essa pessoa, o qual indicaremos por M , vamos utilizar a fórmula de acréscimos sucessivos.

$$M = C \cdot (1 + i_1) \dots (1 + i_n)$$

Em que:

- C indica o capital aplicado;
- i_n indica a taxa de juro, em que n é um número natural de 1 até n ;
- n indica o tempo de aplicação.

Como a taxa de juro é igual em todos os meses e de acordo com os dados apresentados no problema, temos:

$$M = 1500 \cdot (1 + 0,004) \cdot (1 + 0,004) \cdot (1 + 0,004) \cdot (1 + 0,004) \simeq 1524,14$$

Portanto, o montante obtido ao final dessa aplicação será R\$ 1 524,14.

Mais informações sobre a avaliação diagnóstica podem ser encontradas na parte **Avaliação** deste **Suplemento para o professor**.

Páginas 114 e 115 Investimentos: poupar para conquistar

- Essas páginas apresentam uma abordagem da Matemática com a realidade próxima do aluno. Nela, conceitos de Matemática financeira são relacionados aos investimentos.

Uma sugestão para desenvolver o trabalho dessas páginas é estabelecer um tempo (por exemplo, 15 minutos) para que os alunos leiam o texto e respondam as questões propostas. Em seguida, organize um debate para que eles exponham suas opiniões sobre o assunto.

Verifique se os alunos conhecem ou já ouviram falar sobre outros tipos de investimentos em renda fixa, como o certificado de depósito bancário (CDB), debêntures e a poupança, e em renda variável, como os fundos de investimento, derivativos e *Exchange Traded Funds* (ETF).

Se julgar oportuno, solicite que os alunos acessem o *site* Portal do Investidor da Comissão de Valores Mobiliários (CVM), em que é possível obter informações cruciais para quem deseja fazer parte do mundo dos investimentos. Disponível em: <<https://www.investidor.gov.br/index.html>>. Acesso em: 11 maio 2020.

**BNCC**

O contexto abordado nessas páginas possibilita o desenvolvimento do tema contemporâneo transversal **Educação para o consumo**. Com o objetivo de formar cidadãos capazes de planejar sua vida pessoal e familiar, converse com os alunos sobre a importância de poupar dinheiro para alcançar seus objetivos. Além disso, explique-lhes que um bom planejamento financeiro auxilia na tomada de boas decisões.



- Para facilitar a introdução dos conceitos matemáticos, avalie a possibilidade de utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Peça aos alunos que, em casa, pesquisem problemas envolvendo juro simples e juro composto, inteirando-se do assunto de modo geral. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Página 118 Acessando tecnologias

- É possível desenvolver o trabalho com essa seção utilizando o programa Calc, que é uma planilha eletrônica do pacote LibreOffice, versão gratuita de aplicativos que inclui, além da planilha eletrônica, editores de textos, de apresentações, de desenhos e banco de dados. Para fazer o *download* e instalar o programa, basta acessar o *site*. Disponível em: <<https://pt-br.libreoffice.org/baixar/libreoffice-novo/>>. Acesso em: 30 abr. 2020.
- Uma sugestão para o trabalho com a seção **Acessando tecnologias** é utilizar, se possível, o laboratório de informática da escola. Para isso, verifique antecipadamente se todos os computadores possuem o *software* necessário para o desenvolvimento do contexto. Durante a tarefa, caso os alunos apresentem dificuldades, auxilie-os na execução das etapas propostas.
- Caso não haja computadores suficientes para todos os alunos, organize-os em grupos e atente-se para que, no decorrer da tarefa, todos eles tenham a oportunidade de manipular o *software* em questão.
- Esse tipo de abordagem possibilita que os estudantes entrem em contato com o conhecimento científico por meio de ferramentas que fazem parte das culturas juvenis. Mais informações sobre as culturas juvenis podem ser encontradas no tópico **O aluno do Ensino Médio**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

**BNCC**

Nessa seção, o aluno é instigado a utilizar conceitos matemáticos na construção de simuladores de juro simples em planilhas eletrônicas, conforme orienta a habilidade **EM13MAT203** da BNCC.

Agora é com você! Resoluções

- O valor inicial da dívida foi inserido na célula **C2**. Já o valor do montante correspondente ao dia do pagamento da dívida foi calculado na célula **C12**.
- Nessa planilha, o juro obtido ao final de cada mês é indicado em cada uma das cédulas do intervalo **B3:B12**. Sendo assim, ao final de cada mês o juro obtido foi R\$ 6,00.
- Para resolver essa questão, vamos utilizar os seguintes passos.

A. Preencha as células conforme apresentado.

	A	B	C
1	Período (dia)	Juro (R\$)	Montante (R\$)
2	0	0	135
3	1		
4	2		

- B. Preencha o intervalo **A2:A17** com a sequência dos números naturais de 0 a 15.
- C. Calcule o juro ao final do 1º dia. Para isso, digite = 0,0003*C2 na célula **B3** e pressione Enter.
- D. Calcule o montante ao final do 1º dia. Para isso, na célula **C3**, digite = C2 + B3 e pressione Enter.
- E. Preencha a planilha com o juro e o montante ao final de cada período. Para isso, selecione o intervalo **B3:C3**, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a linha 17 (correspondente ao 15º dia).

	A	B	C
1	Período (dia)	Juro (R\$)	Montante (R\$)
2	0	0	135
3	1	0,0405	135,04
4	2	0,0405	135,08
5	3	0,0405	135,12
6	4	0,0405	135,16
7	5	0,0405	135,2
8	6	0,0405	135,24
9	7	0,0405	135,28
10	8	0,0405	135,32
11	9	0,0405	135,36
12	10	0,0405	135,41
13	11	0,0405	135,45
14	12	0,0405	135,49
15	13	0,0405	135,53
16	14	0,0405	135,57
17	15	0,0405	135,61

Portanto, o valor da dívida será de R\$ 135,61.

- Após trabalhar com essa página, se julgar conveniente, construa na lousa um quadro comparativo entre juro simples e juro composto. Nessa construção, faça com que os alunos participem de modo ativo, solicitando que apresentem características de cada um desses sistemas de juro.

- Diga aos alunos que o exercício resolvido R3 também pode ser desenvolvido com uma calculadora científica ou com o aplicativo Calculadora de um *smartphone*. No caso da calculadora científica, para calcular o montante ao final do terceiro mês, por exemplo, basta digitar a seguinte sequência de teclas.

2 → 3 → 5 → × →
 → (→ 1 → + → 0 →
 → . → 0 → 5 →) →
 → ^ → 3 → =



Em algumas calculadoras científicas, as teclas ou a sequência utilizada para esse cálculo são diferentes das do modelo apresentado.

Sugestão de avaliação

A fim de avaliar como os alunos estão lidando com os conteúdos estudados até o momento, ao final da seção **Exercícios e problemas resolvidos**, se julgar conveniente, proponha que resolvam o seguinte problema.

(UEMG) Joaquim, um jovem empreendedor, estuda duas possibilidades para investir R\$10 000,00. A primeira opção é aplicar durante meio ano a uma taxa de juros simples de 0,5% a.m. e a segunda, aplicar o mesmo montante a uma taxa de juros compostos.

Assinale a alternativa que apresenta a taxa de juros compostos ao mês para que, com a mesma duração e com o mesmo montante inicial, Joaquim obtenha o mesmo rendimento da primeira possibilidade:

(Dados: $\sqrt[6]{1,18} = 102\,797 \cdot 10^{-5}$; $\sqrt[6]{1,03} = 1\,004\,939 \cdot 10^{-6}$)

- a) 2,797% a.m. c) 0,352% a.m.
 b) 1,555% a.m. d) 0,4939% a.m.

Resolução e comentários

Primeiro, determinamos o montante M obtido ao final da aplicação descrita na primeira opção. Nesse caso, temos:

$$M = 10\,000 \cdot (1 + 0,005 \cdot 6) = 10\,300$$

Assim, após 6 meses, o montante obtido será de R\$ 10 300,00.

Agora, calculamos qual deve ser a taxa de juro ao mês i de uma aplicação a juro composto para que, ao final de 6 meses, obtenha-se um montante de R\$ 10 300. Para isso, fazemos:

$$\begin{aligned}
 10\,300 &= 10\,000 \cdot (1 + i)^6 \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{10\,300}{10\,000} &= (1 + i)^6 \Rightarrow \sqrt[6]{1,03} = 1 + i \Rightarrow \\
 \Rightarrow i &= 1,004939 - 1 = 0,004939 = 0,4939\%
 \end{aligned}$$

Logo, a taxa de juro deve ser 0,4939% a.m.

Portanto, a alternativa correta é d.

- Após trabalhar com o problema proposto, organize um debate sobre a importância do conhecimento matemático para a tomada de decisões, como no caso de opção de investimento. No tópico **Situações envolvendo juro simples e juro composto** estudaremos mais sobre esse assunto.

Página 121 Acessando tecnologias

- Assim como mencionado anteriormente, para desenvolver o trabalho com essa seção, pode-se utilizar o programa Calc do pacote LibreOffice. Lembrando que para fazer o *download* e instalá-lo basta acessar o *site*. Disponível em: <<https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/>>. Acesso em: 30 abr. 2020.
- Uma sugestão para o trabalho com a seção **Acessando tecnologias** é utilizar, se possível, o laboratório de informática da escola. Para isso, verifique antecipadamente se todos os computadores possuem o *software* necessário para o desenvolvimento do contexto. Durante a atividade, caso os alunos apresentem dificuldades, auxilie-os na execução das etapas propostas.
- Caso não haja computadores suficientes para todos os alunos, organize-os em grupos e atente-se ao fato de que, no decorrer da tarefa, todos eles tenham a oportunidade de manipular o *software* em questão.



- É possível desenvolver o trabalho com a seção **Acessando tecnologias** por meio da metodologia ativa **Sorting strips**. Para isso, utilize os passos apresentados na página 121 ou, se julgar conveniente, proponha aos alunos outro contexto. Para mais informações a respeito dessa metodologia ativa, veja o tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste Suplemento para o professor.



- Nessa seção, os alunos são desafiados a decompor problemas e a reconhecer padrões, além de filtrar, classificar e organizar informações relevantes, desenvolvendo, assim, aspectos do pensamento computacional. Para mais informações a respeito desse assunto, veja o tópico **Pensamento computacional**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



Nessa seção, o aluno é instigado a utilizar conceitos matemáticos na construção de simuladores de juro composto em planilhas eletrônicas, conforme orienta a habilidade **EM13MAT203** da BNCC.

Agora é com você! Resoluções

1 Para resolver essa questão, inicialmente construímos a planilha de acordo com os passos apresentados na seção. Em seguida, dividimos o valor obtido na:

a) célula **C38** (correspondente ao 36^o mês ou 3 anos) pelo capital aplicado.

$$\frac{21\ 461,53}{15\ 000} \approx 1,43$$

Logo, o montante obtido ao final de 3 anos é, aproximadamente, 1,43 vez maior do que o capital aplicado.

b) célula **C62** (correspondente ao 60^o mês ou 5 anos) pelo capital aplicado.

$$\frac{27\ 250,45}{15\ 000} \approx 1,82$$

Assim, o montante obtido ao final de 5 anos é, aproximadamente, 1,82 vez maior do que o capital aplicado.

c) célula **C122** (correspondente ao 120^o mês ou 10 anos) pelo capital aplicado.

$$\frac{49\ 505,80}{15\ 000} \approx 3,3$$

Consequentemente, o montante obtido ao final de 10 anos é, aproximadamente, 3,3 vezes maior do que o capital aplicado.

d) célula **C242** (correspondente ao 240^o mês ou 20 anos) pelo capital aplicado.

$$\frac{163\ 388,30}{15\ 000} \approx 10,9$$

Deste modo, o montante obtido ao final de 20 anos é, aproximadamente, 10,9 vezes maior do que o capital aplicado.

2 Para resolver essa questão, utilizaremos os seguintes passos.

A. Preencha as células conforme apresentado.

	A	B	C
1	Período (ano)	Juro (R\$)	Montante (R\$)
2	0	0	18530
3	1		

B. Preencha o intervalo **A2:A32** com a sequência dos números naturais de 0 a 30. Para isso, selecione o intervalo **A2:A3**, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a célula **A32**.

C. Calcule o juro ao final do 1^o ano. Para isso, digite = 0,12*C2 na célula **B3** e pressione **Enter**.

D. Calcule o montante ao final do 1^o ano. Para isso, na célula **C3**, digite = C2 + B3 e pressione **Enter**.

E. Preencha a planilha com o juro e o montante ao final de cada período. Para isso, selecione o intervalo **B3:C3**, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a linha 32 (correspondente ao 30^o ano).

	A	B	C
1	Período (ano)	Juro (R\$)	Montante (R\$)
2	0	0	18350
3	1	2223,6	20753,6
4	2	2490,43	23244,03
5	3	2789,28	26033,32
6	4	3124	29157,31
7	5	3498,88	32656,19
8	6	3918,74	36574,93
9	7	4388,99	40963,93
10	8	4915,67	45879,6
11	9	5505,55	51385,15
12	10	6166,22	57551,37
13	11	6906,16	64457,53
14	12	7734,9	72192,44
15	13	8663,09	80855,53
16	14	9702,66	90558,19
17	15	10866,98	101425,17
18	16	12171,02	113596,19
19	17	13631,54	127227,74
20	18	15267,33	142495,07
21	19	17099,41	159594,47
22	20	19151,34	178745,81
23	21	21449,5	200195,31
24	22	24023,44	224218,75
25	23	26906,25	251124,99
26	24	30135	281259,99
27	25	33751,2	315011,19
28	26	37801,34	352812,54
29	27	42337,5	395150,04
30	28	47418	442568,05
31	29	53108,17	495676,21
32	30	59481,15	555157,36

Portanto, o montante será de R\$ 555 157,36.

Páginas 122 e 123

- Sempre que julgar conveniente, oriente os alunos a utilizarem uma calculadora ou possibilite que façam uso de planilhas eletrônicas para auxiliá-los nos cálculos propostos nas tarefas.



- Ao desenvolver o trabalho com essas páginas, verifique a possibilidade de aplicar um problema sob a perspectiva da metodologia ativa **Think-pair-share**. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

- Ao desenvolver a pesquisa proposta na tarefa 16, converse com os alunos sobre a importância de ter harmonia no convívio social, não ter preconceitos, compreender as necessidades dos outros, aprender a lidar com as limitações e contribuir para a criação de um ambiente propício para o crescimento em conjunto, promovendo, sempre que possível, a paz na comunidade escolar e na sociedade. Mais informações sobre esse assunto podem ser encontradas no tópico **O convívio social em sala de aula**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Resolução e comentários

17 A aplicação renderia R\$ 893,09.

Resposta pessoal. Alguns dos impostos cobrados no Brasil são: IPTU (Imposto Territorial Urbano), IOF (Imposto sobre Operações Financeiras), IPVA (Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores). Esses impostos são destinados a áreas como: saneamento básico, construção e recuperação de estradas, segurança pública, saúde e educação. Com a questão proposta espera-se que os alunos reflitam sobre como os impostos cobrados no país são gastos e exponham sua opinião aos colegas e professor.



BNCC Trabalhar com a questão do **Ser consciente**, na **página 123**, possibilita o desenvolvimento do tema contemporâneo transversal **Educação financeira e fiscal**. Converse com os alunos a fim de mobilizá-los para a compreensão da função socioeconômica dos tributos e suas conversões em benefícios para a sociedade. Além disso, solicite que realizem uma pesquisa sobre o papel do Estado e sua capacidade de financiar atividades essenciais.



- Durante o desenvolvimento da questão do **Ser consciente**, na **página 123**, com o objetivo de dar ênfase a aspectos colaborativos, utilize a metodologia ativa **Gallery walk** ao propor que os alunos apresentem suas opiniões sobre como os impostos são gastos e se a distribuição dos valores arrecadados com impostos está de acordo com a necessidade do país. Essa metodologia favorece a aprendizagem social, cognitiva e construtivista, além de destacar as opiniões, ideias e experiências do aluno. Mais informações sobre essa metodologia ativa podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Página 124



BNCC

Os contextos e tarefas propostos no tópico **Situações envolvendo juro simples e juro composto** visam o desenvolvimento da habilidade **EM13MAT303** da BNCC, uma vez que desafiam os alunos a interpretar e comparar situações que envolvem juro simples e juro composto, por meio de análise de planilhas eletrônicas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso. Além disso, em algumas situações, o aluno terá de tomar decisões por meio de análises e criação de simuladores de juro simples e juro composto, contemplando assim a habilidade **EM13MAT203** e mobilizando as **Competências específicas 2 e 3** da área de **Matemática e suas Tecnologias**.

Página 125 Acessando tecnologias

- Assim como mencionado anteriormente, para desenvolver o trabalho com essa seção, pode-se utilizar o programa Calc do pacote LibreOffice. Lembrando que para fazer o *download* e instalá-lo basta acessar o *site*. Disponível em: <<https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/>>. Acesso em: 30 abr. 2020.
- Uma sugestão para o trabalho com essa seção é utilizar, se possível, o laboratório de informática da escola. Para isso, verifique antecipadamente se todos os computadores possuem o *software* necessário para o desenvolvimento do contexto. Durante a tarefa, caso os alunos apresentem dificuldades, auxilie-os na execução das etapas propostas.
- Caso não haja computadores suficientes para todos os alunos, organize-os em grupos e atente-se para que, no decorrer da tarefa, todos eles tenham a oportunidade de manipular o *software* em questão.

Agora é com você! Resoluções

- 1 O valor inicial da aplicação sob regime de juro simples foi inserido na célula D2 e o valor inicial da aplicação sob o regime de juro composto, na célula E2.
- 2 Resposta pessoal. Espera-se que os alunos digam que para investir durante 8 meses eles optariam pela aplicação com taxa de juro simples de 1% a.m.; já para investir durante 60 meses, espera-se que eles optem pela aplicação com taxa de juro composto de 0,95% a.m.



- Ao fim do trabalho com esse tema, verifique a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Quick writing** para avaliar o aprendizado dos alunos, fazendo-os refletir sobre os conteúdos estudados. Em debate, solicite que expliquem qual é a importância do estudo de juro simples e juro composto em situações da vida cotidiana. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

16 Equivalência de capitais

Objetivos específicos

- Estudar a equivalência de capitais e sua fórmula fundamental.
- Utilizar o conceito de equivalência de capitais em situações cotidianas na tomada de decisões.

Esse tema introduz o conceito de equivalência de capitais, tomando como base situações que fazem parte do cotidiano dos alunos. Para desenvolver esse trabalho, são apresentadas algumas tarefas que auxiliam na construção da compreensão intuitiva acerca da necessidade e da aplicação da Matemática em diversas situações. Essas tarefas envolvem, principalmente, situações de compra e empréstimos, nas quais os alunos devem determinar qual é a melhor opção a ser escolhida.

Para um bom desenvolvimento dos conteúdos propostos, é de suma importância que os temas anteriores tenham sido compreendidos pelos alunos. A fim de verificar esse conhecimento prévio, proponha algumas tarefas contextualizadas relacionadas à Matemática financeira, como aquelas que envolvem o cálculo de porcentagens e juro.

A seguir são apresentadas duas sugestões de atividades que possibilitam esse diagnóstico.

Sugestão de avaliação

- 1 (Famerp-SP) Renato comprou um carro por R\$ 19 000,00. Meses depois, vendeu o carro para seu primo por R\$ 20 000,00. Passados mais alguns meses, Renato recomprou o carro do seu primo por R\$ 20 500,00 e, em seguida, o vendeu para outra pessoa por R\$ 22 000,00. Com o saldo de suas negociações, Renato teve um lucro aproximado, sobre o valor do carro inicialmente adquirido por ele, de:
a) 11%. c) 13%. e) 17%.
b) 15%. d) 19%.

Resolução e comentários

Primeiro, determinamos o lucro de Renato em cada uma de suas vendas.

1ª venda

$$R\$ 20\,000,00 - R\$ 19\,000,00 = R\$ 1\,000,00$$

2ª venda

$$R\$ 22\,000,00 - R\$ 20\,500,00 = R\$ 1\,500,00$$

Agora, calculamos o lucro total obtido por Renato.

$$R\$ 1\,000,00 + R\$ 1\,500,00 = R\$ 2\,500,00$$

Por fim, calculamos o lucro de Renato sobre o valor do carro inicialmente adquirido por ele.

$$\frac{2\,500}{19\,000} \approx 0,13 = 13\%$$

Logo, o lucro foi de, aproximadamente, 13%. Portanto, a alternativa correta é **c**.

- 2 (Fuvest) Maria quer comprar uma TV que está sendo vendida por R\$ 1 500,00 à vista ou em 3 parcelas mensais sem juros de R\$ 500,00. O dinheiro que Maria reservou para essa compra não é suficiente para pagar à vista, mas descobriu que o banco oferece uma aplicação financeira que rende 1% ao mês. Após fazer os cálculos, Maria concluiu que, se pagar a primeira parcela e, no mesmo dia, aplicar a quantia restante, conseguirá pagar as duas parcelas que faltam sem ter que colocar nem tirar um centavo sequer. Quanto Maria reservou para essa compra, em reais?
a) 1 450,20 c) 1 485,20 e) 1 490,20
b) 1 480,20 d) 1 495,20

Resolução e comentários

Indicando por C a quantia reservada por Maria, temos:

$$\begin{aligned} & ((C - 500) \cdot 1,01 - 500) \cdot 1,01 - 500 = 0 \Rightarrow \\ & \Rightarrow (1,01C - 505 - 500) \cdot 1,01 - 500 = 0 \Rightarrow \\ & \Rightarrow (1,01)^2 C - 1\,015,05 - 500 = 0 \Rightarrow \\ & \Rightarrow C = \frac{1\,515,05}{1,0201} \approx 1\,485,20 \end{aligned}$$

Logo, Maria havia reservado R\$ 1 485,20. Portanto, a alternativa correta é a **c**.

Mais informações a respeito de avaliação diagnóstica podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, na parte geral deste Suplemento para o professor.

Páginas 128 e 129 O cartão de crédito

- Comente com os alunos a respeito do comércio eletrônico e de como essa modalidade rapidamente ganhou força nos últimos anos. Explique-lhes sobre as facilidades de se realizar uma compra pela internet, como a comodidade em não precisar se deslocar até uma loja física e enfrentar filas; a possibilidade de comprar o que precisa a qualquer hora do dia, sem precisar se preocupar com o horário de fechamento do comércio; a viabilidade de se realizar a comparação de preços em diversos estabelecimentos, de maneira fácil e rápida, escolhendo o local mais acessível para efetivar a compra; entre outras. O cartão de crédito, débito em conta, boleto bancário e as carteiras digitais são os principais métodos de pagamento aceitos no comércio eletrônico.
- Se julgar conveniente, diga aos alunos que a evolução da tecnologia fez com que os cartões de crédito se aprimorassem, garantindo mais segurança ao consumidor. Inicialmente feitos de papel, hoje em dia os cartões contam com um *chip* que guardam as informações e dificultam ao extremo o processo de clonagem. Explique que algumas empresas já estão se adaptando para a implementação da tecnologia *contactless payment*, por meio da qual o pagamento pode ser efetuado não apenas com o uso do cartão de crédito, mas também de outros equipamentos, por exemplo, o *smartphone* e o *smartwatch*, apenas pela aproximação entre esses objetos e a máquina de cartão.
- Explique aos alunos que, hoje em dia, grande parte das instituições financeiras que fornecem cartões de crédito aos consumidores disponibiliza aplicativos para *smartphones* que podem ser utilizados, dentre outras funções, para o acompanhamento da fatura em aberto. Esse recurso facilita a gestão do controle econômico pessoal, permitindo que o consumidor se polície no sentido de não gastar além de suas possibilidades financeiras.

- Para desenvolver o conteúdo proposto nesse tema, é possível utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Verifique se os alunos se apropriam das linhas gerais dos conteúdos propostos e oriente-os a pesquisar problemas envolvendo equivalência de capitais, registrando possíveis dúvidas. Em seguida, permita que eles conversem aos pares sobre esses problemas para que, depois, apresentem as conclusões para toda a sala. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste Suplemento para o professor.



O assunto abordado nessas páginas permite o trabalho com o tema contemporâneo transversal **Educação financeira e fiscal**. Questione os alunos se eles, ou algum responsável, fazem uso do cartão de crédito. Explique que esse recurso, ao mesmo tempo que pode ser um aliado do consumidor, por facilitar o pagamento de bens e serviços, também pode se tornar um grande vilão, caso não seja utilizado com consciência. Saliente que o cartão de crédito deve ser utilizado apenas para os gastos realmente necessários e com muita cautela, de modo consciente e evitando futuras complicações financeiras.

Páginas 130 e 131

- Explique aos alunos que a fórmula fundamental da equivalência de capitais apresentada na página 130 está associada ao regime de juro composto. Nos casos em que o regime é o de juro simples, o valor futuro (VF) e o valor atual (VA) de um capital são dados pelas fórmulas a seguir.

$$VF = VA(1 + i \cdot t) \quad VA = \frac{VF}{(1 + i \cdot t)}$$

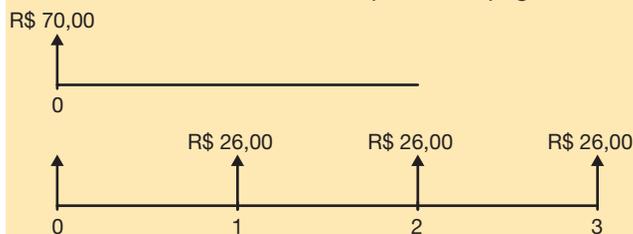
Do mesmo modo que no juro composto, nessas fórmulas:

- a taxa de juro deve ser escrita na forma decimal.
- a taxa de juro e o período devem estar na mesma unidade de medida de tempo.
- i* e *t* indicam, respectivamente, a taxa de juro e o tempo.

Se julgar conveniente, solicite aos alunos que refaçam os cálculos apresentados no exemplo 1 da página 130, considerando, agora, as capitalizações em regime de juro simples.

Resolução e comentários

- Inicialmente, construímos esquemas de pagamento.



Em seguida, para comparar as opções, determinamos o valor dos conjuntos de pagamento no mesmo período.

Considerando o período 0, temos:

- Opção 1: R\$ 70,00
- Opção 2: $\frac{26}{(1 + 0,018)^1} + \frac{26}{(1 + 0,018)^2} + \frac{26}{(1 + 0,018)^3} \approx 25,54 + 25,09 + 24,65 = 75,28$

Portanto, Marta deve escolher a opção 1, ou seja, o pagamento à vista de R\$ 70,00.

- Após trabalhar com a questão B, proponha que os alunos resolvam novamente o problema 2, proposto na página LXXVIII deste Suplemento para o professor, porém, utilizando os conhecimentos adquiridos no tópico Estudando equivalência de capitais. Nesse caso, determinamos o valor do conjunto de pagamento no período 0. Assim:

$$500 + \frac{500}{(1 + 0,01)^1} + \frac{500}{(1 + 0,01)^2} \approx$$

$$\approx 500 + 495,05 + 490,15 = 1\,485,2$$

Deste modo, como havíamos obtido anteriormente, Maria havia reservado R\$ 1 485,20. Portanto, a alternativa correta é a c.



- No trabalho com a seção Resolvendo por etapas, é possível recorrer à metodologia ativa Design thinking. Sugira aos alunos que realizem a tarefa em grupos, promovendo, assim, a colaboração entre os colegas e o desenvolvimento da criatividade, no sentido de encontrar uma solução adequada ao problema proposto. Mais informações a respeito dessa metodologia podem ser encontradas no tópico O aluno no centro do processo de aprendizagem, na parte geral deste Suplemento para o professor.

- A fim de complementar o trabalho com o tópico Verificando a solução obtida da página 133, se julgar conveniente, reproduza na lousa o quadro a seguir e auxilie os alunos a efetuar os cálculos para verificar a terceira opção de pagamento apresentada no problema da seção.

Período	P ₃		
	Valor da parcela (R\$)	Valor futuro, após um mês, do saldo do período anterior, a uma taxa de 2% a.m. (R\$)	Saldo (R\$)
0	300,00	-	1 980,43 - 300 = 1 680,43
1	300,00	1 680,43(1 + 0,02) ≈ 1 714,04	1 414,04
2	300,00	1 414,04(1 + 0,02) ≈ 1 442,32	1 142,32
3	300,00	1 142,32(1 + 0,02) ≈ 1 165,17	865,17
4	300,00	865,17(1 + 0,02) ≈ 882,47	582,47
5	300,00	582,47(1 + 0,02) ≈ 594,12	294,12
6	300,00	294,12(1 + 0,02) ≈ 300,00	300 - 300 = 0

Como ao final do 6º período o saldo é 0, então o valor obtido na opção 3 está correto.



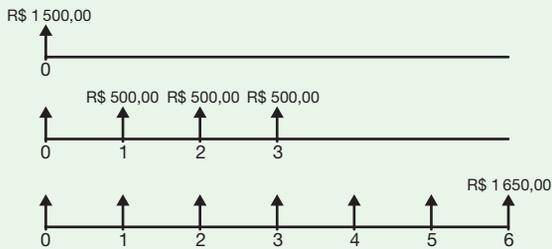
BNCC O contexto trabalhado na seção Resolvendo por etapas permite abordar aspectos da Competência específica 3 da área de Matemática e suas Tecnologias da BNCC, ao solicitar que os alunos utilizem conceitos e procedimentos matemáticos para resolver problemas em diversos contextos, analisando os resultados obtidos e, com base neles, construindo argumentos convincentes.

Agora é você quem resolve! Resolução e comentários

- Resposta pessoal. Um possível plano é determinar primeiro os valores dos conjuntos de pagamentos no mesmo período. Em seguida, comparar esses valores e escolher o mais vantajoso conforme as opções.
Executando o plano, indicaremos por:

- P_v o preço à vista no período 0;
- P_2 o valor do pagamento na opção 2, no período 0.
- P_3 o valor do pagamento na opção 3, no período 0.

Depois, construímos os esquemas de pagamento.



Na sequência, determinamos o valor dos conjuntos de pagamento no mesmo período. Considerando o período 0, temos:

$$P_v = 1500$$

$$P_2 = \frac{500}{(1 + 0,03)^1} + \frac{500}{(1 + 0,03)^2} + \frac{500}{(1 + 0,03)^3} \approx 485,44 + 471,30 + 457,57 \approx 1414,31$$

$$P_3 = \frac{1650}{(1 + 0,03)^6} \approx 1381,85$$

Portanto, a opção mais vantajosa para Denise é a opção 3, ou seja, uma parcela única de R\$ 1 650,00 paga 6 meses após a compra.

Página 135 Acessando tecnologias

- É possível desenvolver o trabalho com essa seção utilizando o programa Calc, que é uma planilha eletrônica do pacote LibreOffice, versão gratuita de aplicativos que inclui, além da planilha, editores de textos, de apresentações, de desenhos e banco de dados. Para fazer o *download* e instalá-lo, basta acessar o *site* <<https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/>>. Acesso em: 30 abr. 2020.
- Uma sugestão para o trabalho com a seção **Acessando tecnologias** é utilizar, se possível, o laboratório de informática da escola. Para isso, verifique antecipadamente se todos os computadores possuem o *software* necessário para o desenvolvimento do contexto.

Caso não haja computadores para todos os alunos, organize-os em grupos e atente-se para que, no decorrer da tarefa, todos eles tenham a oportunidade de manipular o *software* em questão.

Esse tipo de abordagem possibilita que os estudantes entrem em contato com o conhecimento científico por meio de ferramentas que fazem parte das culturas juvenis. Mais informações sobre as culturas juvenis podem

ser encontradas no tópico **O aluno do Ensino Médio**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



- É possível desenvolver o trabalho com a seção **Acessando tecnologias** por meio da metodologia ativa **Sorting strips**. Para mais informações a respeito dessa metodologia ativa, veja o tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



- Nessa seção, os alunos são desafiados a decompor problemas e a reconhecer padrões, além de filtrar, classificar e organizar informações relevantes, desenvolvendo, assim, aspectos do pensamento computacional. Para mais informações a respeito desse assunto, veja o tópico **Pensamento computacional** na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Agora é com você! Resoluções

- Para calcular o valor futuro, vamos usar a fórmula $VF = VA \cdot (1 + i)^t$ e os seguintes passos.
 - Preencha a planilha conforme apresentado a seguir.

	A	B	C	D
1	Período (mês)	VA (R\$)	Taxa mensal	VF (R\$)
2	6	1500	0,12	
3				
4				

- Em seguida, na célula D2, digite = B2 * (1 + C2) ^A2 e pressione Enter.

	A	B	C	D
1	Período (mês)	VA (R\$)	Taxa mensal	VF (R\$)
2	6	1500	0,12	2960,73
3				
4				

Portanto, o valor futuro é R\$ 2 960,73.

- Para efetuar o cálculo desejado, realizaremos os seguintes passos.
 - Preencha as células conforme apresentado.

	A	B	C	D
1	Período (mês)	Prestação (R\$)	Valor atual (R\$)	Resultado (R\$)
2	0	116,25		
3	1			
4				
5				

- B. Preencha o intervalo A2:A9 com a sequência dos números naturais de 0 a 7.
- C. Calcule o valor atual da quantia paga no ato da compra no período 0. Para isso, digite $= B2 / (1 + 0,015)^{A2}$ na célula C2 e pressione Enter.
- D. Preencha a planilha com a quantia paga em cada prestação. Para isso, selecione a célula B2, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a linha 9.
- E. Preencha a planilha com o valor atual de cada uma das prestações no período 0. Para isso, selecione a célula C2, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a linha 9.
- F. Calcule a soma dos valores atuais das prestações no período 0. Para isso, digite $= SOMA(C2 : C9)$ na célula D2.

	A	B	C	D
1	Período (mês)	Prestação (R\$)	Valor atual (R\$)	Resultado (R\$)
2	0	116,25	116,25	883,29
3	1	116,25	114,53	
4	2	116,25	112,84	
5	3	116,25	111,17	
6	4	116,25	109,53	
7	5	116,25	107,91	
8	6	116,25	106,32	
9	7	116,25	104,74	
10				
11				
12				

Portanto, como foi calculado para a opção 3, a soma dos valores atuais das prestações no período 0 é R\$ 883,29.

- Ao finalizar o trabalho com esse tema, verifique a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Quick writing** para avaliar o aprendizado dos alunos, fazendo-os refletir sobre os conteúdos estudados. Em debate posterior, solicite que eles expliquem o porquê de tais assuntos terem sido estudados, apontando as maiores dificuldades encontradas e enfatizando a importância dos conhecimentos relacionados à Matemática financeira em diversas situações cotidianas. Mais informações a respeito dessa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

17 Sistema de amortização

Objetivos específicos

- Conhecer o conceito de amortização.
- Entender como uma dívida é amortizada utilizando o sistema Price.

O presente tema trata do conceito de amortização, entendido como o processo de redução de uma dívida por meio de pagamentos periódicos parciais. Em especial, trabalha-se com o sistema Price de amortização, no qual o devedor faz pagamento de prestações fixas calculadas com base em uma fórmula que leva em conta o valor bruto da dívida, o juro composto que nela incide e o número de parcelas estipuladas entre os negociantes.

O assunto é importante para proporcionar um estudo mais avançado, com perceptível aplicabilidade prática, acerca de juro e das formas de pagamento de dívidas. Tal estudo, de grande relevância para o crescimento da consciência financeira dos alunos, favorece uma compreensão mais abrangente acerca das relações econômicas, particularmente para a aquisição de bens de preços mais altos.

As tarefas propostas buscam inserir os alunos em contextos realistas nos quais o manuseio correto das ferramentas matemáticas envolvendo amortização se revela algo útil e necessário. Nesse cenário, é conveniente abordar a existência de recursos tecnológicos que hoje se fazem disponíveis para dar maior praticidade a questões envolvendo juro e amortização, em especial àquelas mais complexas ou que envolvem uma quantidade muito elevada de dados (o que tornaria trabalhoso, quando não inviável, o cálculo manual). Além das calculadoras e planilhas eletrônicas, capazes de organizar e processar esses tipos de dados em uma multiplicidade de maneiras diferentes, existem, atualmente, *sites* especializados que facilitam a vida de comerciantes, consumidores e empresários em geral, como o da Calculadora do Cidadão e o DrCalc, já programados para calcular valores em empréstimos, financiamentos e toda espécie de parcelamento, inclusive levando em consideração a incidência de juro e impostos. Um trabalho inicial com a Calculadora do Cidadão é feito no livro do aluno.

A fim de verificar o conhecimento prévio dos alunos acerca do tema, proponha exercícios e problemas contextualizados que direcionem sua atenção à amortização de dívidas em que se leve em consideração a incidência de juro composto. Veja a seguir uma sugestão de avaliação.

Sugestão de avaliação

Sara deseja comprar uma geladeira que custa, à vista, R\$ 3 000,00. Como Sara não dispõe de todo esse montante disponível, ela resolveu pagar a compra em 3 prestações fixas, sem entrada, com juros de 3% ao mês. Mostre que, com prestações mensais fixas de R\$ 1 060,59,

ela consegue pagar a geladeira com o juro incluso. Em seguida, calcule a diferença entre o preço a prazo e o preço à vista dessa geladeira.

Resolução e comentários

Inicialmente, vamos calcular o juro pago por Sara e o saldo devedor ao final de cada período.

- 1º período

Juro (R\$)	Saldo devedor (R\$)
$\frac{90,00}{3\% \text{ de } 3000,00}$	$3000 - (1060,59 - 90) = 2029,41$

- 2º período

Juro (R\$)	Saldo devedor (R\$)
$\frac{60,88}{3\% \text{ de } 2029,41}$	$2029,41 - (1060,59 - 60,88) = 1029,70$

- 3º período

Juro (R\$)	Saldo devedor (R\$)
$\frac{30,89}{3\% \text{ de } 1029,70}$	$1029,70 - (1060,59 - 30,89) = 0$

Como, ao final do 3º período, o saldo devedor é 0 (zero), segue que é possível pagar essa compra, com o juro incluso, em 3 prestações mensais fixas de R\$ 1 060,59. Agora, vamos calcular a diferença entre o preço a prazo e o preço à vista. Para isso, fazemos:

$$3 \cdot 1060,59 - 3000 = 181,77$$

Portanto, a diferença é de R\$ 181,77.

Para resolver esse problema, é de suma importância que os alunos percebam que o valor amortizado ao final de cada período é igual a parcela paga menos o juro pago nesse período. Mais informações sobre avaliação diagnóstica estão disponíveis no tópico **Avaliação** deste Suplemento para o professor.

BNCC

Os contextos abordados nesse tema contemplam aspectos da **Competência específica 3** da área de **Matemática e suas Tecnologias**. Os conhecimentos matemáticos construídos ao longo do tema fornecem conceitos e estratégias numéricas que auxiliam na correta interpretação de fenômenos financeiros e viabilizam a resolução de problemas práticos que surgem em financiamentos com juro. Além disso, o trabalho com o tema permite que os alunos adquiram segurança numérica que os capacitem a construir uma argumentação consistente em contextos de quitação de dívidas com amortização e que, quando necessário, analisem a plausibilidade dos valores apresentados.

- Para iniciar os estudos, procure estabelecer uma conversa a fim de verificar o quanto os alunos já sabem sobre os temas de financiamento e amortização de dívidas, buscando situá-los no assunto. Com comentários e perguntas, fomente o debate quanto às vantagens e desvantagens de compras parceladas, e quanto aos planos que os alunos têm para o futuro a fim de realizar seus sonhos e conquistar seus objetivos materiais, levando-os a refletir sobre as opções mais factíveis. Instigue-os a aperfeiçoar seus planos com base na aprendizagem advinda deste tema sobre sistema de amortização.



O assunto abordado nessas páginas de abertura permite o trabalho com os temas contemporâneos transversais **Educação financeira e fiscal** e **Educação para o consumo**. Ter conhecimento acerca de formas de financiamento, com seus benefícios e seus riscos, pensando de modo bem fundamentado sobre quais são as circunstâncias em que essa modalidade de compra é vantajosa e quando não é, por causar perigo de endividamento, é algo fundamental no amadurecimento da visão de mundo dos alunos no que diz respeito à consciência financeira. Para tanto, as ferramentas matemáticas que auxiliam na interpretação e na descrição dessas questões são indispensáveis na boa estruturação de suas economias para alcançar os objetivos de médio e de longo prazo.



- Para desenvolver o conteúdo proposto neste tema, é possível utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Verifique se os alunos se apropriam das linhas gerais dos conteúdos propostos e oriente-os a pesquisar problemas envolvendo financiamentos e amortizações, registrando possíveis dúvidas. Em seguida, permita que eles conversem aos pares sobre esses problemas para que, depois, apresentem as conclusões para toda a sala. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste Suplemento para o professor.

Resolução e comentários

- **B** As instituições financeiras recomendam que o valor de cada prestação não ultrapasse 30% da renda mensal da família. Assim, o valor máximo de cada prestação é 30% de R\$ 3 800,00, ou seja:

$$0,3 \cdot 3800 = 1140$$

Portanto, o valor máximo da prestação seria de R\$ 1 140,00.

- A fim de complementar o estudo desse tema, apresente aos alunos o quadro a seguir, que resume o funcionamento de alguns sistemas de amortização.

	Característica	Prestações (amortização + juro)	Amortização	Juro	Particularidade
Sistema Price ou Francês (Price)	Consiste no pagamento da quantia devida, acrescida de juro, em parcelas iguais e com mesmo intervalo de tempo entre si.	Constantes	Crescentes	Decrescentes	Bastante utilizado por instituições financeiras e pelo comércio em geral, esse sistema tem a vantagem de manter as prestações constantes.
Sistema de Amortização Constante (SAC)	Nesse sistema, as parcelas são compostas por uma quantia constante, correspondente à amortização, e outra, decrescente, correspondente ao juro.	Decrescentes	Constantes	Decrescentes	Esse sistema é bastante utilizado para o financiamento da casa própria. Sua principal vantagem é que as prestações diminuem com o tempo.
Sistema de Amortização Misto (SAM)	No SAM, o valor de cada parcela é obtido por meio da média aritmética entre os valores das parcelas do Sistema Price e do SAC.	Decrescentes	Crescentes	Decrescentes	Esse sistema procura combinar as vantagens e minimizar as desvantagens do Sistema Price e do SAC.
Sistema de Pagamento Único	Consiste em um único pagamento no final do período, que corresponde à quantia devida acrescida do juro.	–	–	Crescentes	Vantajoso para empréstimos a curto prazo, esse sistema é utilizado principalmente para financiamentos empresariais de capital de giro.
Sistema de Pagamentos Variáveis	Nesse sistema, o valor das prestações é desigual, dependendo do acordo entre as partes.	Variáveis	Variáveis	Variáveis	Uma das vantagens desse sistema é que as parcelas podem ser ajustadas para suprir as necessidades de ambas as partes, credor e devedor.
Sistema Americano	No Sistema Americano, o valor devido é pago ao final, e o juro é pago periodicamente durante o período.	Variáveis	–	Constantes	Nesse sistema não há incidência de juro sobre juro, ou seja, o juro é calculado apenas em relação à quantia devida.

- É possível desenvolver o trabalho com essa seção utilizando o programa Calc, que é uma planilha eletrônica do pacote LibreOffice, versão gratuita de aplicativos que inclui, além da planilha, editores de textos, de apresentações, de desenhos e banco de dados. Para fazer o *download* e instalá-lo, basta acessar o site <<https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/>>. Acesso em: 30 abr. 2020.



- Ao utilizar uma planilha eletrônica para construir um demonstrativo de amortização, verifique a conveniência de aplicar a metodologia ativa **Sorting strips**. Organize os alunos em grupos e apresente-lhes o passo a passo, em instruções embaralhadas, para que eles as reorganizem e consigam concluir a tarefa de criar a tabela. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

- O trabalho com a seção **Acessando tecnologias** poderá ser realizado no laboratório de informática da escola. Para isso, certifique-se de que todos os computadores possuam um *software* de planilha eletrônica instalado, por meio do qual a tarefa será realizada. Caso não haja computadores suficientes para todos os alunos, organize-os em grupos e atente-se para que, no decorrer da seção, todos eles tenham a oportunidade de manipular o *software* em questão.



- Utilizar planilhas eletrônicas para a construção da tabela demonstrativa de amortização no sistema Price estimula o pensamento computacional. Com essa experiência, os alunos poderão perceber as diferentes maneiras de se resolver um mesmo problema, acostumando-se com a tradução de uma dada situação em diversas linguagens, encontrando aquela que melhor satisfaça as necessidades de cada caso. Assim, no aluno é estimulado um pensamento dinâmico, amplo e pragmático, sem descartar os benefícios de um método ou de outro, mas, sim, valorizando o que há de melhor em cada registro (numérico, algébrico, em tabelas etc.). Mais informações sobre o assunto podem ser encontradas no tópico **Pensamento computacional**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Agora é com você! Resoluções

- Espera-se que os alunos respondam que isso ocorre porque o saldo devedor, pelo qual é calculado o juro, diminui ao longo do tempo, enquanto a taxa de juro se mantém.

- Para resolver essa questão, inicialmente, determinamos o valor da prestação. Para isso, fazemos:

$$P = \frac{c \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} = \frac{35\,000 \cdot 0,0125}{1 - (1 + 0,0125)^{-60}} \approx 832,65$$

Portanto, a prestação será de R\$ 832,65.

Agora, vamos construir o demonstrativo de amortização. Para isso, realizamos os seguintes passos em uma planilha eletrônica.

- Preencha as células como apresentado a seguir.

	A	B	C	D	E
1	n	Pagamento (R\$)	Juro (R\$)	Amortização (R\$)	Saldo devedor (R\$)
2	0	-	-	-	35000
3	1				
4					
5					

- Na célula B3, digite o valor da prestação, ou seja, R\$ 832,65. Em seguida, calcule o juro relativo à primeira parcela. Para isso, digite = E2*0,0125 na célula C3 e pressione Enter.

- Calcule o valor amortizado relativo à primeira parcela. Para isso, digite = B3 – C3 na célula D3 e pressione Enter. Em seguida, para calcular o saldo devedor ao final do primeiro período, digite = E2 – D3 na célula E3 e pressione Enter.

- Preencha o intervalo A2:A26 com números naturais de 0 a 24. Para isso, selecione o intervalo A2:A3, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a célula A26.

- Preencha a planilha com o valor de cada parcela. Como esses valores são fixos, selecione a célula B3, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a linha 26 (correspondente à 24ª parcela).

- Preencha a planilha com o juro, a amortização e o saldo devedor correspondente a cada um dos períodos. Para isso, selecione o intervalo C3:E3, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a linha 26.

G. Para obter o valor pago ao final de dois anos (24 meses), digite = SOMA (C3 : C26) na célula C27 e pressione Enter.

	A	B	C	D	E
1	n	Pagamento (R\$)	Juro (R\$)	Amortização (R\$)	Saldo devedor (R\$)
2	0	-	-	-	35000
3	1	832,65	437,5	395,15	34604,85
4	2	832,65	432,56	400,09	34204,76
5	3	832,65	427,56	405,09	33799,67
6	4	832,65	422,5	410,15	33389,52
7	5	832,65	417,37	415,28	32974,23
8	6	832,65	412,18	420,47	32553,76
9	7	832,65	406,92	425,73	32128,03
10	8	832,65	401,6	431,05	31696,99
11	9	832,65	396,21	436,44	31260,55
12	10	832,65	390,76	441,89	30818,65
13	11	832,65	385,23	447,42	30371,24
14	12	832,65	379,64	453,01	29918,23
15	13	832,65	373,98	458,67	29459,56
16	14	832,65	368,24	464,41	28995,15
17	15	832,65	362,44	470,21	28524,94
18	16	832,65	356,56	476,09	28048,85
19	17	832,65	350,61	482,04	27566,81
20	18	832,65	344,59	488,06	27078,75
21	19	832,65	338,48	494,17	26584,58
22	20	832,65	332,31	500,34	26084,24
23	21	832,65	326,05	506,6	25577,64
24	22	832,65	319,72	512,93	25064,71
25	23	832,65	313,31	519,34	24545,37
26	24	832,65	306,82	525,83	24019,54
27			9003,14		

Portanto, o saldo devedor ao final de dois anos será de R\$ 24 019,54 e o total de juro pago ao final desse período será de R\$ 9 003,14.

Página 142

- Ao trabalhar com a tarefa 1, verifique a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Think-pair-share**. Desafie os alunos a determinar o valor máximo que, nas circunstâncias do problema, a pessoa pode receber de empréstimo do banco, com pagamento amortizado ao longo de um ano. Depois os reúna aos pares para conversar sobre as resoluções propostas e, em seguida, peça que as duplas apresentem suas conclusões de maneira fundamentada. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

- A tarefa 6 propicia aos alunos uma reflexão sobre as mais diversas propagandas presentes nos meios de comunicação, principalmente sobre aquelas que oferecem prestações a perder de vista e juros que muitas pessoas nem sabem que existem. Uma maneira de trabalhar essa tarefa é pedindo que os alunos levem para a sala de aula folhetos de promoções de lojas, ou pesquisem promoções na internet, para realizar cálculos e comparações entre os valores pagos à vista ou a prazo. Podem também ser feitas várias simulações de compra, com diferentes quantidades de prestações, para que os alunos tenham esse senso crítico no momento de decidir pela compra de um produto.

Página 143 Acessando tecnologias

- Se julgar conveniente, após o trabalho com a seção **Acessando tecnologias**, solicite aos alunos que refaçam algumas das tarefas propostas na seção **Exercícios e problemas** utilizando a Calculadora do Cidadão ou proponha novos problemas, a fim de ampliar a verificação do funcionamento dessa importante ferramenta.
- O trabalho com a seção **Acessando tecnologias** poderá ser realizado no laboratório de informática da escola. Para isso, certifique-se de que todos os computadores possuam acesso à internet. Caso não haja computadores suficientes para todos os alunos, organize-os em grupos e atente para dar oportunidade a todos de manipular a ferramenta em questão, no decorrer da atividade.
- Esse tipo de tarefa possibilita que os estudantes entrem em contato com o conhecimento científico por meio de ferramentas que fazem parte das culturas juvenis. Mais informações sobre as culturas juvenis podem ser encontradas no tópico **O aluno do Ensino Médio**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

Agora é com você! Resoluções

- 1 Para resolver essa questão, acessamos o *site* da Calculadora do Cidadão e selecionamos a opção **Financiamento com prestações fixas**. Em seguida, preenchemos os campos com os dados fornecidos na questão e, por fim, clicamos em **Calcular**. Assim, no campo **Valor da prestação**, será exibido o valor desejado, que neste caso é R\$ 1 555,65.
- 2 Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem o problema, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** e, se julgar conveniente, que investiguem outros contextos e problemas disponíveis em provas de larga escala, como as de vestibulares e as do Enem.

Objetivos específicos

- Resolver problemas envolvendo planejamento orçamentário.
- Organizar e analisar o orçamento familiar com o auxílio da planilha eletrônica.

O estudo sobre planejamento orçamentário é importante porque amplia a compreensão dos alunos, para que eles sejam capazes de fazer escolhas conscientes quanto à gestão de seus recursos. Entretanto, organizar um bom planejamento orçamentário pode não ser tarefa fácil, visto que é necessário estabelecer acompanhamento e controle de receitas e despesas da família. Promover debates sobre gastos fixos e variáveis pode levar à criação de estratégias que colaborem para manter as finanças em ordem e evitar gastos desnecessários.

Existem ferramentas que podem auxiliar nas tarefas de controle orçamentário, como é o caso das planilhas eletrônicas ou aplicativos para *smartphone*, por exemplo. Realizar um planejamento orçamentário pode ser uma forma eficiente de manter o equilíbrio financeiro, evitar endividamento e contribuir para a formação de cidadãos conscientes de seu papel na família e na sociedade.

Antes de iniciar o desenvolvimento do conteúdo proposto nesse tema, é de suma importância avaliar o conhecimento prévio dos alunos. Para isso, uma sugestão é propor que resolvam o seguinte problema.

Sugestão de avaliação

- 1** Certa família gasta $\frac{1}{5}$ da renda familiar com educação, $\frac{1}{6}$ com água, luz e telefone, 20% com alimentação e 35% com aluguel. Sabendo que todas essas despesas juntas somam R\$ 3 850,00, determine a receita dessa família.

Resolução e comentários

Indicando por x a receita familiar, temos:

$$\frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x + \frac{2}{10}x + \frac{35}{100}x = 3\,850 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{275}{300}x = 3\,850 \Rightarrow x = 4\,200$$

Portanto, a receita dessa família é R\$ 4 200,00.

Mais informações sobre avaliação diagnóstica podem ser encontradas no tópico **Avaliação**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.



Os conceitos propostos possibilitam o desenvolvimento dos temas contemporâneos transversais **Educação para o consumo** e **Educação financeira e fiscal**. Questione os alunos sobre despesas realmente necessárias e despesas supérfluas e que, portanto, podem ser revistas, com o intuito de melhorar a vida financeira familiar. Além disso, converse com eles sobre a importância da capacitação cidadã para a boa administração de seus recursos no orçamento doméstico e como isso pode refletir na solidez dos mercados financeiro, de capitais, de seguros, de previdência e de capitalização, por exemplo.

Páginas 144 e 145 Organizando as finanças

- Nessas páginas são apresentadas informações acerca da organização de finanças e, também, algumas ações para uma boa saúde financeira familiar.

Juntamente com os alunos, faça a leitura do texto e peça que respondam às questões propostas (estabeleça um tempo de 15 minutos, por exemplo). Em seguida, organize um debate para que eles falem sobre a necessidade de registrar despesas e receitas como uma forma eficiente de manter o equilíbrio financeiro e evitar endividamento.

Proponha uma reflexão sobre o papel dos jovens no orçamento familiar, ressaltando a importância de planejar os gastos em todas as esferas da vida e mostrando como evitar a compra de produtos ou serviços dos quais não têm necessidade. Caso julgue pertinente, traga para o debate trechos do livro *Dinheiro não dá em árvore* (GODFREY, Neale S.; EDWARDS, Carolina. *Dinheiro não dá em árvore*: um guia para os pais criarem filhos financeiramente responsáveis. 1. ed. São Paulo: Jardim dos Livros, 2007).



- Para desenvolver o conteúdo proposto nesse tema, é possível utilizar a metodologia ativa **Abordagem por pares**. Verifique se os alunos se apropriam das linhas gerais dos conteúdos, registrando possíveis dúvidas. Em seguida, permita que eles conversem aos pares sobre esses conteúdos para que, depois, apresentem as conclusões para toda a sala. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

- É possível desenvolver o trabalho com essa seção utilizando o programa Calc, que é uma planilha eletrônica do pacote LibreOffice, versão gratuita de aplicativos que inclui, além da planilha, editores de textos, de apresentações, de desenhos e banco de dados. Para fazer o *download* e instalá-lo, basta acessar o *site* <<https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo/>>. Acesso em: 13 maio 2020.

Uma sugestão para o trabalho com a seção **Acessando tecnologias** é utilizar, se possível, o laboratório de informática da escola. Para isso, verifique antecipadamente se todos os computadores possuem o *software* necessário para o desenvolvimento do contexto. Durante a atividade, caso os alunos apresentem dificuldades, auxilie-os na execução das etapas propostas.

Caso não haja computadores suficientes para todos os alunos, organize-os em grupos e verifique se, no decorrer da atividade, todos eles têm a oportunidade de manipular o *software* em questão.

Caso os alunos tenham dificuldade em coletar dados sobre a receita e as despesas das suas famílias, oriente-os a fazer uma simulação, usando dados fictícios ou coletados por meio de pesquisa na internet. Se necessário, forneça alguns possíveis exemplos de orçamento, como os disponíveis no *site* do Instituto Brasileiro de Defesa do Consumidor (Idec), <<https://idec.org.br/>>. Acesso em: 13 maio 2020.

- Durante o trabalho, explique aos alunos que a planilha apresentada é pessoal. Nesse caso, cada um, de acordo com suas necessidades, deve adicionar receitas, despesas fixas, despesas variadas e despesas extras. As sugeridas na imagem são apenas alguns exemplos. Além disso, diga aos alunos que para incluir receitas ou despesas devemos acrescentar linhas acima de uma linha selecionada. Para isso, clique com o botão direito do *mouse* sobre a linha e selecione a opção **Inserir**. Em seguida, selecione a opção **Linha inteira**.
- Esse tipo de abordagem possibilita que os estudantes entrem em contato com o conhecimento científico por meio de ferramentas que fazem parte das culturas juvenis. Mais informações sobre as culturas juvenis podem ser encontradas no tópico **O aluno do Ensino Médio**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.
- Complemente o trabalho com essa seção e diga aos alunos que no *site* da Escola de Educação Previdenciária, por exemplo, podemos fazer o *download* gratuito de uma planilha de orçamento pessoal. Disponível no *site* <<https://www.rioprevidencia.rj.gov.br/EscolaPrevidenciaria/Downloads/index.htm>>. Acesso em: 10 jun. 2020.

Agora é com você! Resoluções

- 1 Basta digitar =SOMA(D7:D8) na célula D9 e, em seguida, selecionar a célula D9, clicar sobre a **Guia de autopreenchimento** e arrastar até a coluna desejada.
- 2 Resposta pessoal. Oriente os alunos a registrar suas receitas e despesas mensais durante certo período de tempo, podendo fazer o controle semanalmente. Ao final do período, se julgar conveniente, solicite-lhes que construam um relatório sobre a composição de seus gastos, utilizando apenas as porcentagens de cada categoria, sem apresentar os valores específicos.
- 3 Resposta pessoal.



Nessa seção, os alunos são desafiados a aplicar os conceitos matemáticos estudados no Ensino Fundamental e, também, em temas anteriores na criação de uma planilha para auxiliar no orçamento familiar e na tomada de decisões, contemplando assim a habilidade **EM13MAT203** da BNCC. Além disso, ao compreender, utilizar e criar planilhas eletrônicas para o orçamento familiar, os alunos são levados a se comunicar de forma crítica, significativa, reflexiva e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva, assim como sugere a **Competência geral 2** da BNCC.

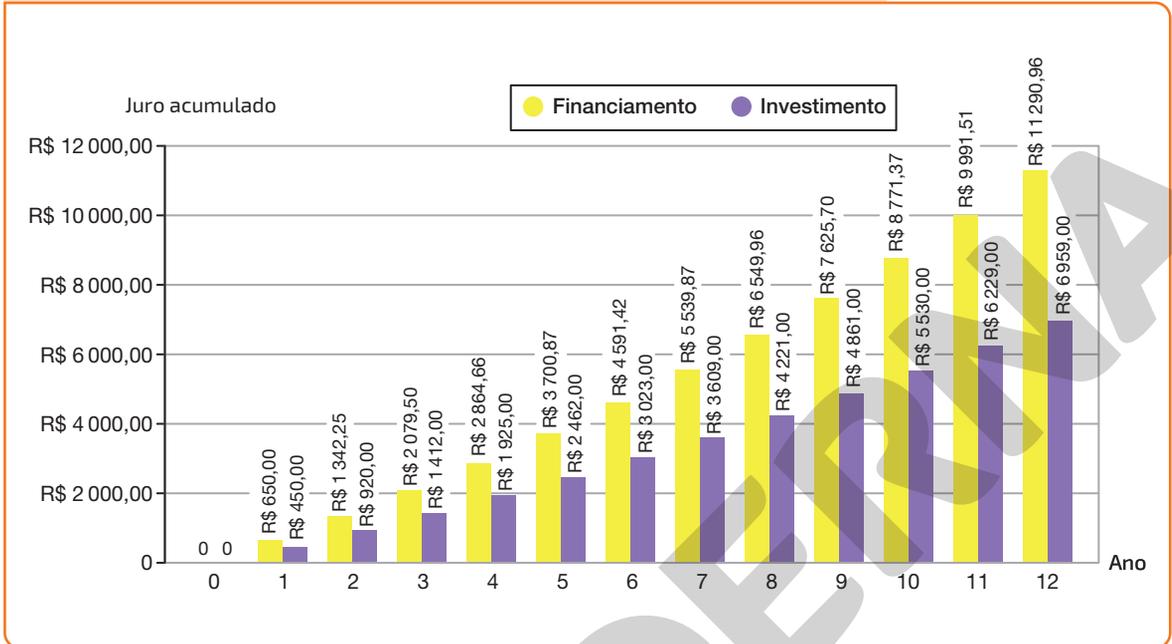
- Ao trabalhar com a questão **No contexto** da página 148, avalie a possibilidade de reproduzir a planilha da página **XC** deste **Suplemento para o professor** e entregar aos alunos para que eles possam, com as pessoas de seu convívio, anotar as despesas e receitas da família, de modo a analisar quais despesas mais comprometem as receitas e distinguir se elas são fixas, variáveis ou extras. Dessa maneira, eles podem perceber se existem despesas que podem ser reduzidas.

Além disso, se achar conveniente, promova uma conversa em sala de aula pedindo aos alunos que citem exemplos de despesas que eles consideram supérfluas e que poderiam ser evitadas a fim de economizar dinheiro. Explique que essa economia pode ser útil em alguma situação imprevista, como problemas de saúde, e também pode ser investida ou usada na realização de algum plano, como em uma viagem ou na compra de um bem.



- Ao trabalhar com a questão apresentada na teoria, se julgar conveniente, para auxiliar os alunos na interpretação dos juros acumulados no financiamento e no investimento, oriente-os a construir, com o auxílio de uma planilha eletrônica, o gráfico apresentado a seguir.

Comparação entre os valores acumulados com juro em um financiamento e os valores acumulados com juro em um investimento



Fonte de pesquisa: Simulação em uma instituição financeira.

- Antes de desenvolver o trabalho com a seção **Exercícios e problemas**, verifique a possibilidade de aplicar um problema sob a perspectiva da metodologia ativa **Think-pair-share**. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.
- Ao fim do trabalho com esse tema, verifique a conveniência de utilizar a metodologia ativa **Quick writing** para avaliar o aprendizado dos alunos, fazendo-os refletir sobre os conteúdos estudados. Em debate, solicite que os alunos expliquem qual é a importância do planejamento orçamentário da vida cotidiana. Mais informações sobre essa metodologia podem ser encontradas no tópico **O aluno no centro do processo de aprendizagem**, na parte geral deste **Suplemento para o professor**.

○	Mês						
○	Receitas						
○	Salário						
○	Horas extras						
○							
○							
○	Total						
○	Despesas						
○	Moradia						
○	Porcentagem da receita						
○	Alimentação						
○	Porcentagem da receita						
○	Transporte						
○	Porcentagem da receita						
○							
○							
○							
○							
○							
○							
○							
○							
○							
○							
○	Total						
○	Porcentagem da receita						
○	Saldo						

SERGIO L. FILHO

1 Potenciação e notação científica

1. a) $13^2 = 169$ g) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$
 b) $2^7 = 128$ h) $\left(\frac{8}{5}\right)^3 = \frac{512}{125}$
 c) $29^0 = 1$ i) $(3,3)^2 = 10,89$
 d) $7^1 = 7$ j) $7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$
 e) $(-6)^3 = -216$ k) $\left(\frac{5}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$
 f) $-6^3 = -216$ l) $(-9)^{-2} = \frac{1}{(-9)^2} = \frac{1}{81}$

$$2. \frac{(a^3 \cdot b)^2 \cdot (a^{-3})^2}{\left(\frac{b^{-2}}{a^3}\right)^2} = \frac{(a^3)^2 \cdot b^2 \cdot (a^{-3})^2}{\frac{(b^{-2})^2}{(a^3)^2}} = \frac{a^6 \cdot a^{-6} \cdot b^2}{\frac{b^{-4}}{a^6}} = \frac{a^{6+(-6)} \cdot b^2}{b^{-4} \cdot a^{-6}} = a^6 \cdot b^2 \cdot b^4 = a^6 \cdot b^{2+4} = (a \cdot b)^6$$

3. a) $3^5 \cdot 3^7 = 3^{5+7} = 3^{12}$
 b) $\frac{5^3 \cdot 25^4}{5^2} = 5^{3-2} \cdot (5^2)^4 = 5^{1+8} = 5^9$
 c) $\frac{4^3 \cdot 2^0 \cdot 2^3}{8^4 \cdot 2^4} = \frac{(2^2)^3 \cdot 2^9}{(2^3)^4 \cdot 2^4} = \frac{2^{6+9}}{2^{12+4}} = \frac{2^{15}}{2^{16}} = 2^{15-16} = 2^{-1}$
 d) $(x^5 \cdot x^2)^3 = (x^{5+2})^3 = (x^7)^3 = x^{21}$

4. alternativas a e c

Note que:

$$\bullet \frac{64}{343} = \frac{4^3}{7^3} = \left(\frac{4}{7}\right)^3$$

$$\bullet \frac{64}{343} = \frac{4^3}{343^1} = \frac{4^{-(-3)}}{343^{(-1)}} = \frac{343^{-1}}{4^{-3}}$$

5. a) $0,000001 = \frac{1}{1\,000\,000} = \frac{1}{10^6} = 10^{-6}$
 b) $0,01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$
 c) $\frac{1}{100\,000} = \frac{1}{10^5} = 10^{-5}$
 d) $\frac{1\,000}{10\,000} = \frac{10^3}{10^4} = 10^{3-4} = 10^{-1}$
 e) $10\,000 = 10^4$
 f) $1\,000\,000 \cdot 1\,000 = 10^6 \cdot 10^3 = 10^{6+3} = 10^9$

6. $-2^2 = -4$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$ $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$
 $(-2)^{-3} = -\frac{1}{8}$ $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} = -8$ $-3^0 = -1$
 $2^3 = 8$ $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ $(-3)^1 = -3$

Portanto:

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} < -2^2 < (-3)^1 < -3^0 < (-2)^{-3} < \left(\frac{2}{3}\right)^2 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} < \left(\frac{3}{2}\right)^2 < 2^3$$

7. alternativa c

$$\frac{4^3 \cdot 2^{-3} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \cdot 3^{-2}}{5 \cdot (1,2)^{-1}} = \frac{(2^2)^3 \cdot 2^{-3} + \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^4} \cdot 3^{-2}}{5 \cdot \left(\frac{12}{10}\right)^{-1}} = \frac{2^{6+(-3)} + \frac{1}{3^4} \cdot 3^{-2}}{5 \cdot \frac{1}{\frac{12}{10}}} = \frac{2^3 + 3^{-(-4)} \cdot 3^{-2}}{\frac{25}{6}} = \frac{2^3 + 3^2}{\frac{25}{6}} = \frac{102}{25}$$

8.

$$\frac{3 \cdot 2^2 - (3^{-2})^{-1} + (0,2)^{-3}}{p^2} = 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot 2^2 - 3^{(-2) \cdot (-1)} + \left(\frac{2}{10}\right)^{-3} = 8 \cdot p^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12 - 3^2 + \frac{1}{\left(\frac{2}{10}\right)^3} = 8 \cdot p^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 + \frac{1}{\frac{1}{5^3}} = 8 \cdot p^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 + 5^{-(-3)} = 8 \cdot p^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3 + 5^3}{8} = p^2 \Rightarrow p^2 = 16 \begin{cases} p = -4 \text{ ou} \\ p = 4 \end{cases}$$

9. alternativa b

Para determinarmos o enésimo termo dessa sequência, vamos obter a fórmula de seu termo geral.

Note que, para obter um termo dessa sequência, a partir do segundo, deve-se multiplicar o termo anterior por (-3) . Desse modo, fazemos:

$$a_1 = -3$$

$$a_2 = a_1 \cdot (-3)^1$$

$$a_3 = a_2 \cdot (-3) = a_1 \cdot (-3) \cdot (-3) = a_1 \cdot (-3)^2$$

$$\vdots$$

$$a_n = a_1 \cdot (-3)^{n-1}$$

Como $a_1 = -3$, temos que $a_n = (-3) \cdot (-3)^{n-1} = (-3)^n$.

Portanto, o enésimo número dessa sequência é $(-3)^n$.

10. Quando o expoente é ímpar, o algoritmo das unidades é 4, caso contrário, 6. Logo:

- a) 4, pois o expoente 9 é ímpar.
 b) 6, pois $4^7 \cdot 4^{13} = 4^{20}$ e o expoente 20 é par.
 c) 0, pois os números 4^8 e 4^{15} possuem algoritmo das unidades iguais a 6 e 4, respectivamente. Portanto, a soma deles possui algoritmo das unidades igual a 0.

11. Para obtermos o resultado de cada item, podemos utilizar a 1ª propriedade das potências.

a) Note que $3^9 = 3^{8+1}$.

$$\text{Portanto: } 3^9 = 3^{8+1} = 3^8 \cdot 3^1 = 6561 \cdot 3 = 19683$$

b) Note que $3^6 = 3^{8-2}$.

$$\text{Portanto: } 3^6 = 3^{8-2} = 3^8 \cdot 3^{-2} = \frac{3^8}{3^2} = \frac{6561}{9} = 729$$

c) Podemos escrever 3^{-7} como 3^{8-15} .

$$\text{Portanto: } 3^{-7} = 3^{8-15} = 3^8 \cdot 3^{-15} = \frac{3^8}{3^{15}} = \frac{3^8}{3^8 \cdot 3^7} = \frac{1}{2187}$$

12. Algumas possíveis respostas: $3^2 + 4^2 = 5^2$; $6^2 + 8^2 = 10^2$; $12^2 + 5^2 = 13^2$

Ao resolver essa questão, é possível que os alunos encontrem algumas semelhanças entre as possíveis respostas obtidas e o Teorema de Pitágoras. Isso acontece apenas quando o valor de m , no Teorema de Fermat, é igual a 2.

13. a) $952 = 9,52 \cdot 100 = 9,52 \cdot 10^2$

b) $34\,000 = 3,4 \cdot 10\,000 = 3,4 \cdot 10^4$

c) $45,52 = 4,552 \cdot 10^1$

d) $15\,000 = 1,5 \cdot 10\,000 = 1,5 \cdot 10^4$

e) $0,0002 = \frac{2}{10\,000} = 2 \cdot 10^{-4}$

f) $0,0168 = \frac{168}{10\,000} = 1,68 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4} = 1,68 \cdot 10^{-2}$

g) $0,00108 = \frac{108}{100\,000} = 1,08 \cdot 10^2 \cdot 10^{-5} = 1,08 \cdot 10^{-3}$

h) $2\,010\,000 = 2,01 \cdot 1\,000\,000 = 2,01 \cdot 10^6$

14. Calculando a diferença entre a quantidade de neurônios que acreditava-se existir no cérebro humano e a sugerida em pesquisas recentes, temos:

$$\frac{100\,000\,000\,000}{100 \text{ bilhões}} - \frac{86\,000\,000\,000}{86 \text{ bilhões}} = 14\,000\,000\,000 = 1,4 \cdot 10^{10}$$

15. a) China: $1\,400\,000\,000 = 1,4 \cdot 1\,000\,000\,000 = 1,4 \cdot 10^9$

Índia: $1\,300\,000\,000 = 1,3 \cdot 1\,000\,000\,000 = 1,3 \cdot 10^9$

Estados Unidos:

$329\,000\,000 = 3,29 \cdot 100\,000\,000 = 3,29 \cdot 10^8$

Indonésia: $270\,000\,000 = 2,7 \cdot 100\,000\,000 = 2,7 \cdot 10^8$

Paquistão: $216\,000\,000 = 2,16 \cdot 100\,000\,000 = 2,16 \cdot 10^8$

Brasil: $211\,000\,000 = 2,11 \cdot 100\,000\,000 = 2,11 \cdot 10^8$

Nigéria: $210\,000\,000 = 2,1 \cdot 100\,000\,000 = 2,1 \cdot 10^8$

Bangladesh: $163\,000\,000 = 1,63 \cdot 100\,000\,000 = 1,63 \cdot 10^8$

Rússia: $145\,000\,000 = 1,45 \cdot 100\,000\,000 = 1,45 \cdot 10^8$

México: $127\,000\,000 = 1,27 \cdot 100\,000\,000 = 1,27 \cdot 10^8$

b) Para determinar essa porcentagem, fazemos:

$$\frac{\text{pop. da Rússia}}{\text{pop. da China}} = \frac{1,45 \cdot 10^8}{1,4 \cdot 10^9} \approx 0,103 = 10,3\%$$

Portanto, a população da Rússia equivale a aproximadamente 10,3% da população da China.

c) O item correto é o II, pois o resultado da adição dos cinco primeiros países do ranking pode ser obtido da seguinte maneira.

$$1,4 \cdot 10^9 + 1,3 \cdot 10^9 + 3,29 \cdot 10^8 + 2,7 \cdot 10^8 + 2,16 \cdot 10^8 = 1,4 \cdot 10^9 + 1,3 \cdot 10^9 + 0,329 \cdot 10 \cdot 10^8 + 0,27 \cdot 10 \cdot 10^8 + 0,216 \cdot 10 \cdot 10^8 = (1,4 + 1,3 + 0,329 + 0,27 + 0,216) \cdot 10^9 = 3,515 \cdot 10^9$$

Portanto, os cinco primeiros países do ranking apresentados na tabela, juntos, têm uma população de $3,515 \cdot 10^9$ habitantes.

Para realizar essa adição, escrevemos todas as parcelas no formato $a \cdot 10^9$, em que a é um número real diferente de zero.

3 Tempo, comprimento e massa

1. a) $5,3 \text{ h} = 5,3 \cdot 60 \text{ min} = 318 \text{ min}$

b) $9,4 \text{ s} = 9,4 \cdot 10^6 \mu\text{s}$

c) $0,45 \text{ min} = 0,45 \cdot 60 \text{ s} = 27 \text{ s}$

d) $1\,344 \text{ min} = 1\,344 \cdot 60 \text{ s} = 80\,640 \text{ s} = 8,064 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \mu\text{s} = 8,064 \cdot 10^{10} \mu\text{s}$

e) $4,32 \cdot 10^4 \text{ s} = 4,32 \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{3\,600} \text{ h} = 12 \text{ h}$

2. Inicialmente, calculamos o mínimo múltiplo comum entre 8 e 6.

$$\text{mmc}(8, 6) = 2^3 \cdot 3 = 24$$

Assim, Teobaldo vai ingerir novamente os dois medicamentos juntos após 24 h, ou seja, 1 dia após o início do tratamento. Portanto, os dois medicamentos serão ingeridos juntos novamente às 8 h do dia 6.

3. Convertendo 369 900 s em dias, horas e minutos, temos:

$$369\,900 \text{ s} = 6\,165 \text{ min} = 102 \text{ h} + 45 \text{ min} = 4 \text{ dias} + 6 \text{ h} + 45 \text{ min} = 4 \text{ dias } 6 \text{ h } 45 \text{ min}$$

Portanto, a duração dessa viagem foi 4 dias, 6 horas e 45 minutos.

4. Algoritmo:

Início

1. Leia o número de episódios da série.

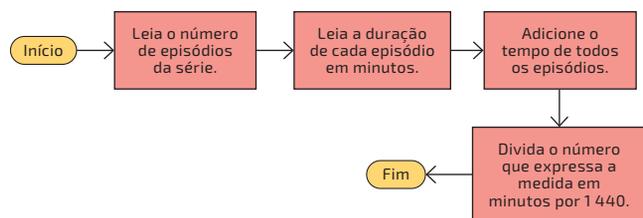
2. Leia a duração de cada episódio em minutos.

3. Adicione o tempo de todos os episódios.

4. Divida o número que expressa a medida em minutos por 1 440.

Fim

Organizando o algoritmo em um fluxograma, temos:



5. Primeiro, vamos converter $3,942 \cdot 10^7 \text{ min}$ em anos.

Para isso, fazemos:

$$3,942 \cdot 10^7 \text{ min} = 39\,420\,000 \cdot \frac{1}{60} \text{ h} = 657\,000 \text{ h}$$

$$657\,000 \text{ h} = 657\,000 \cdot \frac{1}{24} \text{ dias} = 27\,375 \text{ dias}$$

$$27\,375 \text{ dias} = 27\,375 \cdot \frac{1}{365} \text{ anos} = 75 \text{ anos}$$

Assim, $3,942 \cdot 10^7 \text{ min}$ equivale a 75 anos.

Portanto, as sacolas plásticas e os metais levam mais de $3,942 \cdot 10^7$ min para se degradarem.

- Resposta pessoal. Apresentamos a seguir algumas possíveis respostas: morte de diversos animais em oceanos e florestas; aquecimento global; proliferação de doenças.

6. alternativa d

Inicialmente, vamos determinar a quantidade de horas que há em um ano. Para isso, multiplicamos a quantidade de dias que há em um ano pela quantidade de horas que há em um dia.

$$\frac{365}{\text{quantidade de dias no ano}} \cdot \frac{24}{\text{quantidade de horas no dia}} = 8\,760$$

Assim, em um ano há 8 760 horas. Consequentemente, para determinar a quantidade de horas equivalente a 45 anos, fazemos:

$$8\,760 \cdot 45 = 394\,200$$

Logo, em 45 anos há 394 200 horas.

Agora, de acordo com as informações do texto, calculamos há quanto tempo a agricultura começou a ser praticada.

$$\frac{4,5 \cdot 10^9}{394\,200} \approx 11\,416$$

Portanto, a agricultura começou a ser praticada há cerca de 10 000 anos.

7. alternativa b

Para determinar a idade aproximada da Lua, fazemos:

$$\frac{4,56 \times 10^9}{4,56 \text{ bilhões}} - \frac{50 \times 10^6}{50 \text{ milhões}} = 4,56 \times 10^9 - 0,05 \times 10^9 = 4,51 \times 10^9$$

Portanto, a Lua tem, aproximadamente, $4,51 \times 10^9$ anos.

8. Inicialmente, escrevemos:

- 2,68 microsegundos em segundos.

$$2,68 \mu\text{s} = 2,68 \cdot \frac{1}{1\,000\,000} \text{ s} = 2,68 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

- 1 hora em segundos.

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 60 \cdot 60 \text{ s} = 3\,600 \text{ s}$$

Agora, calculamos a razão entre essas medidas.

$$\frac{2,68 \cdot 10^{-6} \text{ s}}{3\,600 \text{ s}} \approx 7,44 \cdot 10^{-10}$$

Por fim, escrevemos $7,44 \cdot 10^{-10}$ na forma percentual. Para isso, fazemos:

$$7,44 \cdot 10^{-10} = \frac{7,44 \cdot 10^{-8}}{100} = 7,44 \cdot 10^{-8} \%$$

Portanto, a redução na duração de um dia causada por esse terremoto equivale a aproximadamente $7,44 \cdot 10^{-8} \%$ de uma hora.

9. a) Inicialmente, determinamos a quantidade de horas que a televisão fica ligada por dia. Para isso, efetuamos:

$$18 \text{ h } 45 \text{ min} - 7 \text{ h } 15 \text{ min} = 11 \text{ h } 30 \text{ min} = 11,5 \text{ h}$$

Em seguida, determinamos quantas horas essa televisão fica ligada durante quatro semanas. Como a televisão fica ligada 5 dias por semana, temos:

$$11,5 \text{ h} \cdot 5 \cdot 4 = 230$$

Assim, em 4 semanas, a televisão fica ligada 230 horas. Como essa televisão tem 180 W de potência, segue que:

$$230 \cdot 180 = 41\,400$$

Ou seja, em quatro semanas, são consumidos 41 400 Wh. Por fim, convertemos essa medida em quilowatt-hora.

$$41\,400 \text{ Wh} = 41,4 \cdot 10^3 \text{ Wh} = 41,4 \text{ kWh}$$

Portanto, em quatro semanas, serão consumidos 41,4 kWh por essa televisão.

- b) Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem a questão, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** e, se julgar conveniente, que investiguem outros contextos em problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.

10. a) Inicialmente, de acordo com o tempo de uso indicado no problema, calculamos a quantidade de watts-hora consumida por:

- um ar condicionado.

$$1\,400 \cdot 6 \cdot 30 = 252\,000$$

Logo, são consumidos 252 000 Wh.

- um computador.

$$200 \cdot 8 \cdot 30 = 48\,000$$

Assim, são consumidos 48 000 Wh.

- duas lâmpadas.

$$2 \cdot 35 \cdot 5 \cdot 30 = 10\,500$$

Logo, são consumidos 10 500 Wh.

Na sequência, adicionamos essas medidas.

$$252\,000 \text{ Wh} + 48\,000 \text{ Wh} + 10\,500 \text{ Wh} = 310\,500 \text{ Wh}$$

Por fim, convertemos 310 500 Wh em quilowatts-hora.

$$310\,500 \text{ Wh} = 310\,500 \cdot \frac{1}{1\,000} \text{ kWh} = 310,5 \text{ kWh}$$

Portanto, uma pessoa vai gastar 310,5 kWh se utilizar um ar condicionado, um computador e duas lâmpadas por 6 h, 8 h e 5 h, respectivamente, durante 30 dias.

- b) Para resolver essa questão, inicialmente, escrevemos, em horas, o tempo que o computador fica ligado diariamente.

$$390 \text{ min} = 390 \cdot \frac{1}{60} \text{ h} = 6,5 \text{ h}$$

Em seguida, calculamos o gasto em reais. Como $200 \text{ W} = 0,2 \text{ kW}$, temos:

$$0,2 \cdot 6,5 \cdot 15 \cdot 0,64 = 12,48$$

Portanto, uma pessoa gastaria R\$ 12,48 com um computador ligado durante 390 min por dia, durante 15 dias.

- c) Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem a questão, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** e, se julgar conveniente, que investiguem outros contextos em problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.

11. Inicialmente, determinamos a quantia, em reais, paga pela agência antes da substituição das lâmpadas.

$$8 \cdot 0,035 \cdot 10 \cdot 30 \cdot 0,55 = 46,2$$

Portanto, antes da substituição das lâmpadas, a quantia paga era R\$ 46,20.

Agora, vamos calcular a quantia, em reais, paga pela agência após a substituição das lâmpadas.

$$8 \cdot 0,024 \cdot 10 \cdot 30 \cdot 0,55 = 31,68$$

Assim, após a substituição das lâmpadas, a quantia paga será R\$ 31,68.

Por fim, calculamos a diferença entre essas quantias.

$$46,2 - 31,68 = 14,52$$

Portanto, considerando o uso diário de 10 h, serão economizados R\$ 14,52.

- Resposta pessoal. Algumas possíveis respostas: diminuir o tempo no banho; retirar os aparelhos da tomada quando não estiverem ligados; não deixar lâmpadas acesas sem necessidade; e evitar abrir muitas vezes a geladeira.

12. a) $93,4 \text{ dm} = 93,4 \cdot 10^{-3} \text{ hm} = 0,0934 \text{ hm}$
 b) $1\,876 \text{ mm} = 1,876 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \text{ km} = 1,876 \text{ km}$
 c) $32 \text{ hm} = 32 \cdot 10^4 \text{ cm} = 320\,000 \text{ cm}$
 d) $7,3 \text{ dam} = 7,3 \cdot 10^{-2} \text{ km} = 0,073 \text{ km}$
 e) $0,576 \text{ km} = 0,576 \cdot 10^4 \text{ dm} = 5760 \text{ dm}$
 f) $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 1,5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^2 \text{ cm} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ cm} = 0,015 \text{ cm}$
 g) $6,521 \cdot 10^2 \text{ cm} = 6,521 \cdot 10^2 \cdot 10^{-3} \text{ dam} = 6,521 \cdot 10^{-1} \text{ dam} = 0,6521 \text{ dam}$
 h) $6,4 \cdot 10^{-3} \text{ km} = 6,4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4 \text{ dm} = 6,4 \cdot 10^1 \text{ dm} = 64 \text{ dm}$

13. a) Inicialmente, escrevemos as dimensões do campo em metros.

$$120 \cdot 0,9144 = 109,728$$

$$53 \frac{1}{3} = 53 + \frac{1}{3} = \frac{160}{3} = \frac{160}{3} \cdot 0,9144 = 48,768$$

Assim, as dimensões do campo são 109,728 m e 48,768 m. Agora, calculamos o perímetro do campo em metros. Como o campo tem formato retangular, fazemos:

$$2 \cdot 109,728 + 2 \cdot 48,768 = 219,456 + 97,536 = 316,992$$

Portanto, o perímetro do campo de futebol é 316,992 m.

- b) Para determinar a distância percorrida por um jogador ao completar 3 voltas ao redor do campo, basta multiplicar por 3 o perímetro do campo, ou seja:

$$3 \cdot 316,992 = 950,976$$

Portanto, se um jogador der 3 voltas completas ao redor desse campo, percorrerá 950,976 m.

14. Primeiro, convertamos 135 m em centímetros.

$$135 \text{ m} = 135 \cdot 10^2 \text{ cm} = 13\,500 \text{ cm}$$

Como uma polegada equivale a 2,54 cm, temos:

$$\frac{13\,500}{2,54} \approx 5\,315$$

Assim, 135 m equivalem a aproximadamente 5 315 polegadas.

Por fim, convertamos 5 315 polegadas em pés. Como um pé equivale a 12 polegadas, segue que:

$$\frac{5\,315}{12} \approx 443$$

Portanto, o diâmetro dessa roda-gigante é aproximadamente 443 pés.

15. Para realizar essa tarefa, os alunos devem, primeiro, converter as medidas para decímetros.

- Menor ave do mundo: $5,7 \text{ cm} = 5,7 \cdot 10^{-1} \text{ dm} = 0,57 \text{ dm}$
 - Maior ave do mundo: $2,75 \text{ m} = 2,75 \cdot 10^1 \text{ dm} = 27,5 \text{ dm}$
- Assim, calculando a diferença entre a altura dessas aves, temos:

$$27,5 \text{ dm} - 0,57 \text{ dm} = 26,93 \text{ dm}$$

16. a) Primeiro, calculamos a diferença entre as distâncias:

$$405\,363 \text{ km} - 357\,448 \text{ km} = 47\,915 \text{ km}$$

Escrevendo essa medida em decâmetros, temos:

$$47\,915 \text{ km} = 47\,915 \cdot 10^2 \text{ dam} = 4\,791\,500 \text{ dam}$$

Portanto, a diferença entre a distância da Terra à Lua no perigeu e no apogeu é 4 791 500 dam.

- b) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que seria mais vantajoso fazer a viagem no perigeu, pois a Lua estaria mais próxima e seria necessário menos combustível para chegar até lá, além de gastar menos tempo na viagem.

17. alternativa d

Inicialmente, determinamos as dimensões da representação do campo.

$$\frac{1}{60} \cdot 120 \text{ m} = 2 \text{ m} \qquad \frac{1}{60} \cdot 90 \text{ m} = 1,5 \text{ m}$$

Como a maquete precisa ter uma margem de 10 cm em cada um dos lados, é necessário adicionar 20 cm em cada uma das dimensões da maquete.

$$2 \text{ m} + \frac{20 \text{ cm}}{10 \text{ cm} + 10 \text{ cm}} = 2 \text{ m} + 0,2 \text{ m} = 2,2 \text{ m}$$

$$1,5 \text{ m} + \frac{20 \text{ cm}}{10 \text{ cm} + 10 \text{ cm}} = 1,5 \text{ m} + 0,2 \text{ m} = 1,7 \text{ m}$$

Portanto, eles devem comprar um compensado de madeira com dimensões mínimas de 2,2 m × 1,7 m.

18. a) Como quatro palmos e meio equivalem a um metro, temos:

$$\frac{13,5}{4,5} = 3$$

Portanto, o garimpeiro vai obter 3 m de corda.

- b) Resposta pessoal.

- c) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos citem, por exemplo, a utilização de palmos, pés, entre outros métodos.

19. Resolução na página CXIV.

20. Resolução na página CXIV.

21. Para resolver esse problema, devemos converter 384 400 000 m em unidades astronômicas, ou seja:

$$384\,400\,000 \text{ m} = \frac{3,844 \cdot 10^8}{1,496 \cdot 10^{11}} \text{ UA} \approx 2,569 \cdot 10^{-3} \text{ UA}$$

A distância média entre a Terra e a Lua é aproximadamente $2,569 \cdot 10^{-3}$ UA.

22. a) Escrevendo 2,3 bilhões de quilômetros em notação científica, temos:

$$2,3 \cdot 1\,000\,000\,000 \text{ km} = 2,3 \cdot 10^9 \text{ km}$$

- b) Primeiro, vamos converter 9 500 al em metros.

$$9\,500 \text{ al} = 9\,500 \cdot 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m} = 89\,870 \cdot 10^{15} \text{ m} = 8,987 \cdot 10^{19} \text{ m}$$

Agora, convertamos $8,987 \cdot 10^{19}$ m em UA.

$$8,987 \cdot 10^{19} \text{ m} = 8,987 \cdot 10^{19} \cdot \frac{1}{1,496 \cdot 10^{11}} \text{ UA} \approx 6 \cdot 10^8 \text{ UA}$$

Portanto, a distância entre a estrela UY Scuti e a Terra é aproximadamente $6 \cdot 10^8$ UA.

23. Primeiro, calculamos o comprimento da circunferência da Terra. Para isso, vamos considerar $\pi = 3,14$.

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 6\,370$$

$$C = 40\,003,6$$

Logo, o comprimento da circunferência da Terra é aproximadamente 40 003,6 km.

Agora, vamos calcular quantas voltas completas em torno da Terra foram realizadas pela:

- Voyager 1. Inicialmente, escrevemos 121,6 UA em quilômetros.

$$121,6 \text{ UA} = 1,216 \cdot 1,496 \cdot 10^{13} \text{ m} \approx 1,819136 \cdot 10^{10} \text{ km}$$

Dividindo essa medida pelo comprimento da circunferência da Terra, segue que:

$$\frac{1,819136 \cdot 10^{10} \text{ km}}{40\,003,6 \text{ km}} \approx 454\,743$$

- Voyager 2. Inicialmente, escrevemos 119 UA em quilômetros.

$$119 \text{ UA} = 1,19 \cdot 1,496 \cdot 10^{13} \text{ m} \approx 1,78024 \cdot 10^{10} \text{ km}$$

Dividindo essa medida pelo comprimento da circunferência da Terra, segue que:

$$\frac{1,78024 \cdot 10^{10} \text{ km}}{40\,003,6 \text{ km}} \approx 445\,020$$

Portanto, a Voyager 1 completou aproximadamente 454 743 voltas e a Voyager 2, aproximadamente 445 020 voltas.

24. Primeiro, convertamos $6,955882 \cdot 10^6$ UA em metros.

$$6,955882 \cdot 10^6 \text{ UA} =$$

$$= 6,955882 \cdot 10^6 \cdot 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m} \approx 1,04 \cdot 10^{18} \text{ m}$$

Agora, convertamos $1,04 \cdot 10^{18}$ m em anos-luz.

$$\frac{1,04 \cdot 10^{18}}{9,46 \cdot 10^{15}} \text{ al} \approx 0,1099 \cdot 10^3 \text{ al} \approx 110 \text{ al}$$

Portanto, a distância entre K2-18b e a Terra é aproximadamente 110 anos-luz.

25. $13,2 \cdot 10^9 \text{ al} = 13,2 \cdot 9,46 \cdot 10^{24} \text{ m} \approx 1,25 \cdot 10^{23} \text{ km}$

Portanto, a distância aproximada entre essa galáxia e os telescópios é $1,25 \cdot 10^{23}$ km.

26. alternativa b

$$\frac{4,94 \cdot 10^6 \text{ km}}{3,84 \cdot 10^5 \text{ km}} \approx 12,86$$

Portanto, o cometa passou a uma distância 12 a 13 vezes maior do que a distância entre a Terra e a Lua.

27. a) $179\,000 \text{ al} \approx 1,79 \cdot 10^5 \cdot 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m} \approx 1,693 \cdot 10^{21} \text{ m}$

A distância, em metros, entre a Via Láctea e a Grande Nuvem de Magalhães é aproximadamente $1,693 \cdot 10^{21}$ m.

- b) Para facilitar a compreensão dos alunos, sugira a eles que, inicialmente, convertam 210 000 al em metros para, em seguida, expressar essa medida em unidades astronômicas.

$$210\,000 \text{ al} = 2,1 \cdot 10^5 \cdot 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m} \approx 1,9866 \cdot 10^{21} \text{ m}$$

$$1,9866 \cdot 10^{21} \text{ m} =$$

$$= 1,9866 \cdot 10^{21} \cdot \frac{1}{1,496 \cdot 10^{11}} \text{ UA} \approx 1,328 \cdot 10^{10} \text{ UA}$$

Portanto, a distância entre a Via Láctea e a Pequena Nuvem de Magalhães é aproximadamente $1,328 \cdot 10^{10}$ UA.

- c) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que é o ano-luz.

- d) Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem a questão, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros contextos de problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.

28. a) $1,49 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 1,49 \cdot 10^{-4} \cdot 10^6 \mu\text{m} = 1,49 \cdot 10^2 \mu\text{m} = 149 \mu\text{m}$

b) $5,2 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 5,2 \cdot 10^{-9} \cdot 10^9 \text{ nm} = 5,2 \text{ nm}$

c) $2,3 \cdot 10^{-6} \text{ cm} = 2,3 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-2} \cdot 10^9 \text{ nm} = 23 \text{ nm}$

d) $1,713 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 1,713 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 \mu\text{m} = 1,713 \mu\text{m}$

e) $7,1 \mu\text{m} = 7,1 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2 \text{ cm} = 7,1 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$

f) $28 \mu\text{m} = 28 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

g) $8 \text{ nm} = 8 \cdot 10^{-9} \cdot 10^3 \text{ mm} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$

h) $64 \text{ nm} = 64 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 6,4 \cdot 10^{-8} \text{ m}$

29. Para realizar essa tarefa, os alunos devem primeiro calcular o comprimento da circunferência.

Assim, usando $\pi = 3,14$, temos:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 6\,370$$

$$C = 40\,003,6$$

Logo, o comprimento aproximado da circunferência da Terra é 40 003,6 km.

Convertendo 40 003,6 km em micrômetros, temos:

$$40\,003,6 \text{ km} = 4,00036 \cdot 10^4 \cdot 10^9 \mu\text{m} = 4,00036 \cdot 10^{13} \mu\text{m}$$

Portanto, o comprimento, em micrômetros, da Terra é aproximadamente $4,00036 \cdot 10^{13}$ μm .

- Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que não. Resposta pessoal. Uma unidade mais adequada para expressar essa medida seria o quilômetro.

30. a) Inicialmente, vamos escrever os comprimentos das respectivas bactérias em uma mesma unidade de medida, nesse caso, em nanômetros.

- $1,5 \mu\text{m} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ nm} = 1\,500 \text{ nm}$

- $0,75 \text{ mm} = 7,5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} \cdot 10^9 \text{ nm} = 7,5 \cdot 10^5 \text{ nm} = 750\,000 \text{ nm}$

Calculando a diferença desejada, temos:

$$750\,000 - 1\,500 = 748\,500$$

Portanto, a diferença entre o comprimento máximo das bactérias *Thiomargarita namibiensis* e *Staphylococcus* é 748 500 nm.

- b) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam nanômetros ou micrômetros.

31. a) comprimento: $0,1 \text{ mm} = 1 \cdot 10^{-1} \cdot 10^3 \mu\text{m} = 1 \cdot 10^2 \mu\text{m} = 100 \mu\text{m}$

largura: $0,03 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 \mu\text{m} = 3 \cdot 10^1 \mu\text{m} = 30 \mu\text{m}$

altura: $0,002 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 \mu\text{m} = 2 \mu\text{m}$

- b) Resposta pessoal. Uma possível resposta: para facilitar a compreensão ao permitir a comparação com uma unidade mais utilizada no cotidiano.

32. alternativa c

Para resolver essa tarefa, inicialmente vamos escrever a medida da bactéria em notação científica.

$$0,2 \mu\text{m} = 2 \cdot 10^{-1} \mu\text{m}$$

Em seguida, convertamos $2 \cdot 10^{-1} \mu\text{m}$ em milímetros.

$$2 \cdot 10^{-1} \mu\text{m} = 2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$$

Portanto, a *Chlamydia* mede $2 \cdot 10^{-4}$ mm.

33. Fazendo a conversão de 10 μm para nanômetros, temos:

$$10 \mu\text{m} = 1 \cdot 10 \cdot 10^3 \text{ nm} = 1 \cdot 10^4 \text{ nm}$$

Como queremos calcular quantas vezes o transistor de 10 μm é maior do que o de 7 nm, efetuamos a seguinte divisão:

$$\frac{1 \cdot 10^4 \text{ nm}}{7 \text{ nm}} \approx 1\,429$$

Portanto, o transistor de 10 μm é aproximadamente 1 429 vezes maior do que o transistor de 7 nm.

34. Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem a questão, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros contextos de problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.

35. a) $1,2 \cdot 10^5 \text{ mg} = 1,2 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \text{ g} = 1,2 \cdot 10^2 \text{ g} = 120 \text{ g}$
 b) $5,3 \cdot 10^7 \text{ mg} = 5,3 \cdot 10^7 \cdot 10^{-6} \text{ kg} = 5,3 \cdot 10 \text{ kg} = 53 \text{ kg}$
 c) $3,7 \cdot 10^{-5} \text{ kg} = 3,7 \cdot 10^{-5} \cdot 10^6 \text{ mg} = 3,7 \cdot 10 \text{ mg} = 37 \text{ mg}$
 d) $1,73 \cdot 10^{-5} \text{ t} = 1,73 \cdot 10^{-5} \cdot 10^6 \text{ g} = 1,73 \cdot 10 \text{ g} = 17,3 \text{ g}$
 e) $6,2 \cdot 10^6 \text{ g} = 6,2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6} \text{ t} = 6,2 \text{ t}$
 f) $5\,764 \text{ kg} = 5,764 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \text{ t} = 5,764 \text{ t}$
 g) $0,08 \text{ g} = 8 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 \text{ mg} = 8 \cdot 10 \text{ mg} = 80 \text{ mg}$
 h) $640 \text{ t} = 6,4 \cdot 10^2 \cdot 10^3 \text{ kg} = 6,4 \cdot 10^5 \text{ kg}$

36. Para resolver esse problema, é necessário que ambas as medidas estejam expressas na mesma unidade. Sendo assim, vamos primeiro escrever a massa de Júpiter em quilogramas. Nesse caso, fazemos:

$$1,898 \cdot 10^{30} \text{ g} = 1,898 \cdot 10^{27} \cdot 10^3 \text{ g} = 1,898 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

Agora, dividimos a massa do Sol pela massa de Júpiter, ou seja:

$$\frac{1,898 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{1,898 \cdot 10^{27} \text{ kg}} \approx 1\,048$$

Portanto, a massa do Sol é aproximadamente 1 048 vezes maior do que a massa de Júpiter.

37. Inicialmente, vamos determinar o IMC de uma pessoa com 110 kg de massa e 1,83 m de altura.

$$\text{IMC} = \frac{\text{massa em quilogramas}}{(\text{altura em metros})^2}$$

$$\text{IMC} = \frac{110}{(1,83)^2}$$

$$\text{IMC} = \frac{110}{3,3489}$$

$$\text{IMC} = 32,85$$

Portanto, o IMC dessa pessoa é 32,85 kg/m² e, consequentemente, seu estado nutricional é classificado como obesidade.

Ao "perder" 9 600 g, ou o equivalente a 9,6 kg, o IMC dessa pessoa será:

$$\text{IMC} = \frac{110 - 9,6}{(1,83)^2}$$

$$\text{IMC} = \frac{100,4}{3,3489}$$

$$\text{IMC} = 29,98$$

Nesse caso, o IMC dessa pessoa será 29,98 kg/m² e a classificação de seu estado nutricional será sobrepeso.

38. a) Verdadeira.

b) Falsa, pois 53 kg equivalem a $\frac{53\,000}{453,6}$ libras ou $\frac{53\,000}{28,35}$ onças.

c) Falsa, pois 68 libras equivalem a $\frac{68 \cdot 0,4536}{1}$ kg.

d) Verdadeira.

39. Inicialmente, escrevemos a massa da safira em quilogramas.

$$280,8 \text{ g} = 0,2808 \text{ kg}$$

Em seguida, escrevemos essa medida em quilates.

$$\begin{aligned} 0,2808 \text{ kg} &= 0,2808 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-4}} \text{ kg} = \\ &= \frac{0,2808}{2 \cdot 10^{-4}} \text{ quilates} = 1\,404 \text{ quilates} \end{aligned}$$

Portanto, a massa da maior safira azul do mundo é aproximadamente 1 404 quilates.

40. a) Inicialmente, determinamos a massa, em gramas, de 5 trilhões de sacolas plásticas.

$$5 \cdot 10^{12} \cdot 3 \text{ g} = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ g}$$

Em seguida, escrevemos essa medida em toneladas.

$$1,5 \cdot 10^{13} \text{ g} = 1,5 \cdot 10^7 \cdot 10^6 \text{ g} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ t}$$

Portanto, são consumidas anualmente em todo o planeta, aproximadamente, $1,5 \cdot 10^7 \text{ t}$ de sacolas plásticas.

b) Resposta pessoal. Algumas possíveis respostas: utilizar sacolas reaproveitáveis; fazer o descarte correto do lixo reciclando as sacolas que não serão mais utilizadas.

41. Calculando a razão entre as massas, temos:

$$\frac{5 \cdot 10^{15}}{5,97219 \cdot 10^{24}} \approx 8,372138 \cdot 10^{-10}$$

Portanto, a razão entre a massa de Eros e a da Terra é aproximadamente $8,372138 \cdot 10^{-10}$.

42. a) 400 mg = 0,4 g

Portanto, em 1 g de sal há 40% de sódio.

b) De acordo com o item a, em um grama de sal há 40% de sódio. Logo:

$$9 \text{ g} \cdot \frac{40}{100} = 3,6 \text{ g}$$

Portanto, ao ingerir 9 g de sal em um dia, uma pessoa terá ingerido 3,6 g de sódio.

43. Para resolver essa tarefa, utilizaremos uma regra de três.

Como 1 arroba equivale a 15 000 g, temos:

Proposta de venda (R\$)	Produção em gramas
2,70	453,6 g
x	15 000 g

$$\frac{2,7}{x} = \frac{453,6}{15\,000}$$

$$453,6 \cdot x = 40\,500$$

$$x = \frac{40\,500}{453,6}$$

$$x = 89,29$$

Portanto, o valor oferecido ao produtor, por arroba, foi aproximadamente R\$ 89,29.

Como 1 t equivale a 1 000 000 g, segue que:

Proposta de venda (R\$)	Produção em gramas
2,70	453,6 g
x	1 000 000 g

$$\frac{2,7}{x} = \frac{453,6}{1\,000\,000}$$

$$453,6 \cdot x = 2\,700\,000$$

$$x = \frac{2\,700\,000}{453,6}$$

$$x = 5\,952,38$$

Portanto, o valor oferecido ao produtor, por tonelada, foi aproximadamente R\$ 5 952,38.

44. alternativa a

Inicialmente, determinamos a produção de alimentos de plantio. Para isso, calculamos $\frac{2}{3}$ de 150 milhões de toneladas, ou seja:

$$\frac{2}{3} \cdot 150\,000\,000\,t = 100\,000\,000\,t$$

Por fim, determinamos o desperdício durante o processamento culinário e hábitos alimentares. Para isso, efetuamos: $(0,64 - 0,2 - 0,08 - 0,15 - 0,01)100\,000\,000\,t = 0,2 \cdot 100\,000\,000\,t = 20\,000\,000\,t$

Portanto, durante o processamento culinário e hábitos alimentares são perdidos 20 milhões de toneladas de alimento.

45. a) Indicando por c e g , respectivamente, o preço, em reais, por quilograma da ração do cão e da ração do gato, escrevemos e resolvemos o seguinte sistema.

$$\begin{cases} 10 \cdot c + 5 \cdot g = 160 \\ c + g = 22 \end{cases} \Rightarrow c = 10 \text{ e } g = 12$$

Portanto, o preço por quilograma da ração para o cão é R\$ 10,00 e da ração para o gato é R\$ 12,00.

- b) Inicialmente, calculamos a quantidade de ração consumida pelo cão em 30 dias. Para isso, fazemos:

$$30 \cdot 0,5 = 15$$

Assim, o cão vai consumir 15 kg de ração nesse período. Agora, vamos determinar quantos reais Pedro vai gastar para comprar essa quantidade de ração.

$$15 \cdot \text{R\$ } 10,00 = \text{R\$ } 150,00$$

Como Pedro possui R\$ 210,00 reais, sobrarão R\$ 60,00 para a compra da ração para o gato. Pelo item a, sabemos que 1 kg de ração para gato custa R\$ 12,00. Desse modo, Pedro poderá comprar 5 kg de ração para gato, pois:

$$\frac{60}{12} = 5$$

Por fim, determinamos por quantos dias essa quantidade de ração alimentará o gato de Pedro. Para isso, dividimos 5 kg pela quantidade de ração consumida pelo gato diariamente.

$$\frac{5\,kg}{200\,g} = \frac{5\,000\,g}{200\,g} = 25$$

Portanto, a quantidade de ração que Pedro comprará hoje para seu gato será suficiente para alimentá-lo por 25 dias.

46. Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem a questão, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros contextos em problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.

4 Área, volume e velocidade

1. a) $7\,mm^2 = 7 \cdot 10^{-6}\,m^2$
 b) $44\,cm^2 = 4,4 \cdot 10^1 \cdot 10^{-8}\,hm^2 = 4,4 \cdot 10^{-7}\,hm^2$
 c) $8,5\,dm^2 = 8,5 \cdot 10^{-8}\,km^2$
 d) $8\,745\,m^2 = 8,745 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}\,km^2 = 8,745 \cdot 10^{-3}\,km^2$
 e) $526\,m^2 = 5,26 \cdot 10^2 \cdot 10^6\,mm^2 = 5,26 \cdot 10^8\,mm^2$
 f) $0,35\,dam^2 = 3,5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^4\,dm^2 = 3,5 \cdot 10^3\,dm^2$
 g) $3,7\,hm^2 = 3,7 \cdot 10^8\,cm^2$
 h) $63\,km^2 = 6,3 \cdot 10^1 \cdot 10^{12}\,mm^2 = 6,3 \cdot 10^{13}\,mm^2$
 i) $142\,dm^2 = 1,42 \cdot 10^2 \cdot 10^4\,mm^2 = 1,42 \cdot 10^6\,mm^2$

2. a) Para realizar essa tarefa, faremos o seguinte cálculo:

$$\frac{1\,050\,MW}{0,25\,MW/km^2} = 4\,200\,km^2$$

Portanto, a usina hidrelétrica de Sobradinho tem 4 200 km² de área alagada.

- b) Como o índice de produção é dado por MW/km², temos:

$$\frac{6\,000\,MW}{2\,400\,km^2} = 2,5\,MW/km^2$$

Portanto, o índice de produção será 2,5 MW/km².

- c) Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem a questão, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros contextos em problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.

3. a) $110,2$ alqueires do Norte = $110,2 \cdot 27\,225\,m^2 = 3\,000\,195\,m^2 = 3\,000\,195 \cdot 10^{-6}\,km^2 \approx 3\,km^2$
 b) 155 alqueires mineiros = $155 \cdot 48\,400\,m^2 = 7\,502\,000\,m^2 = 7\,502\,000 \cdot 10^{-6}\,km^2 \approx 7,5\,km^2$
 c) 256 alqueires paulistas = $256 \cdot 24\,200\,m^2 = 6\,195\,200\,m^2 = 6\,195\,200 \cdot 10^{-6}\,km^2 \approx 6,2\,km^2$
 d) 480 hectares = $480 \cdot 10\,000\,m^2 = 4\,800\,000\,m^2 = 4\,800\,000 \cdot 10^{-6}\,km^2 = 4,8\,km^2$

4. alternativa b

Indicando por P e P_1 , respectivamente, a produção total e a produção inicial, temos:

$$P_1 = \underbrace{120 \cdot P}_{\text{área com menor produtividade}} + \underbrace{40 \cdot 2,5 \cdot P}_{\text{área com maior produtividade}}$$

$$P_1 = 120 \cdot P + 100 \cdot P$$

$$P_1 = 220 \cdot P$$

Agora, calculamos um aumento de 15% na produtividade, ou seja, calculamos 15% de $220P$.

$$\frac{15}{100} \cdot 220 \cdot P = 33 \cdot P$$

Portanto, o produtor deverá comprar uma área mínima de 33 hectares.

5. a) $755\,847,272$ hectares = $755\,847,272 \cdot 10^{-2}\,km^2 \approx 7\,558\,km^2$
 b) Resposta pessoal.

6. a) Região com maior densidade demográfica: Sudeste.
 Região com menor densidade demográfica: Norte.

- b) Região Norte: $\frac{18,4}{4,76} \approx 3,87$.

Portanto, a área da região Norte é, aproximadamente, 3,87 milhões de quilômetros quadrados.

Região Nordeste: $\frac{57}{36,7} \approx 1,55$.

Portanto, a área da região Nordeste é aproximadamente 1,55 milhões de quilômetros quadrados.

Região Sudeste: $\frac{88,3}{95,5} \approx 0,92$.

Portanto, a área da região Sudeste é aproximadamente 0,92 milhões de quilômetros quadrados.

Região Sul: $\frac{29,9}{51,9} \approx 0,58$.

Portanto, a área da região Sul é aproximadamente 0,58 milhões de quilômetros quadrados.

Região Centro-Oeste: $\frac{16,2}{10,1} \approx 1,61$.

Portanto, a área da região Centro-Oeste é aproximadamente 1,61 milhões de quilômetros quadrados.

- c) Resposta pessoal. Sugestão de resposta: os alunos podem citar, por exemplo, fatores como a urbanização, a natalidade, entre outros.
- d) Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem a questão, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros contextos de problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.
7. a) $25 \text{ mm}^3 = 2,5 \cdot 10^1 \cdot 10^{-9} \text{ mm}^3 = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ mm}^3$
 b) $657 \text{ cm}^3 = 6,57 \cdot 10^2 \cdot 10^{-12} \text{ hm}^3 = 6,57 \cdot 10^{-10} \text{ hm}^3$
 c) $83,3 \text{ l} = 8,33 \cdot 10^1 \text{ dm}^3 = 8,33 \cdot 10^1 \cdot 10^{-12} \text{ km}^3 = 8,33 \cdot 10^{-11} \text{ km}^3$
 d) $4\,156 \text{ m}^3 = 4,156 \cdot 10^3 \cdot 10^{-9} \text{ km}^3 = 4,156 \cdot 10^{-6} \text{ km}^3$
 e) $577 \text{ m}^3 = 5,77 \cdot 10^2 \cdot 10^6 \text{ cm}^3 = 5,77 \cdot 10^8 \text{ ml}$
 f) $0,41 \text{ dam}^3 = 4,1 \cdot 10^{-1} \cdot 10^6 \text{ dm}^3 = 4,1 \cdot 10^5 \text{ dm}^3$

8. a) Para resolver essa tarefa, precisamos calcular 8,27% de 209 000 m³/s, ou seja:

$$\frac{8,27}{100} \cdot 209\,000 \text{ m}^3/\text{s} \approx 17\,284 \text{ m}^3/\text{s}$$

Portanto, a vazão do rio Paraná é aproximadamente 17 284 m³/s.

- b) Primeiro, vamos converter um dia, ou 24 horas, em segundos:

$$24 \text{ h} = 24 \cdot 60 \text{ min} = 1\,440 \text{ min} = 1\,440 \cdot 60 \text{ s} = 86\,400 \text{ s}$$

Assim, calculamos o volume de água, em metros cúbicos, que esses dois rios despejam no oceano.

$$\text{Rio Amazonas: } 209\,000 \cdot 86\,400 = 18\,057\,600\,000$$

$$\text{Rio Paraná: } 17\,284 \cdot 86\,400 = 1\,493\,337\,600$$

Finalmente, calculando a diferença entre os resultados obtidos, temos:

$$18\,057\,600\,000 - 1\,493\,337\,600 \approx 1,66 \cdot 10^{10}$$

Portanto, a diferença entre os volumes é aproximadamente $1,66 \cdot 10^{10} \text{ m}^3/\text{s}$.

9. a) Inicialmente, devemos converter em litros por hora as medidas expressas em metros cúbicos por segundo.

Usina de Itaipu:

$$\frac{62\,200 \text{ m}^3}{1 \text{ s}} \cdot \frac{3\,600}{3\,600} = \frac{62\,200 \text{ m}^3 \cdot 3\,600}{3\,600 \text{ s}} = \frac{223\,920\,000 \text{ m}^3}{1 \text{ h}} = \frac{223\,920\,000 \cdot 1\,000 \text{ l}}{1 \text{ h}} =$$

$$= 2,2392 \cdot 10^{11} \text{ l/h}$$

Usina Três Gargantas:

$$\frac{120\,600 \text{ m}^3}{1 \text{ s}} \cdot \frac{3\,600}{3\,600} = \frac{120\,600 \text{ m}^3 \cdot 3\,600}{3\,600 \text{ s}} = \frac{434\,160\,000 \text{ m}^3}{1 \text{ h}} = \frac{434\,160\,000 \cdot 1\,000 \text{ l}}{1 \text{ h}} =$$

$$= 4,3416 \cdot 10^{11} \text{ l/h}$$

- b) Usina de Itaipu.

$$2,9 \cdot 10^1 \cdot 10^9 \cdot 10^3 \text{ l} = 2,9 \cdot 10^{13} \text{ l}$$

Usina Três Gargantas.

$$3,93 \cdot 10^1 \cdot 10^9 \cdot 10^3 \text{ l} = 3,93 \cdot 10^{13} \text{ l}$$

Portanto, na usina de Itaipu podem ser armazenados $2,9 \cdot 10^{13} \text{ l}$ e na usina de Três Gargantas, $3,93 \cdot 10^{13} \text{ l}$.

- c) Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem a questão, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** e, se julgar conveniente, que investiguem outros contextos de problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.

10. a) Inicialmente, determinamos o volume de água do Oceano Pacífico. Para isso, calculamos 50,1% de $1,335 \cdot 10^9 \text{ km}^3$, ou seja:

$$0,501 \cdot 1,335 \cdot 10^9 \text{ km}^3 = 668\,835\,000 \text{ km}^3$$

Em seguida, determinamos o volume de água do Oceano Ártico. Para isso, calculamos 1,4% de $1,335 \cdot 10^9 \text{ km}^3$, ou seja:

$$0,014 \cdot 1,335 \cdot 10^9 \text{ km}^3 = 18\,690\,000 \text{ km}^3$$

Portanto, o volume de água do Oceano Pacífico é 668 835 000 km³ e do Oceano Ártico, 18 690 000 km³.

- b) Maior, pois o Oceano Pacífico tem volume de água correspondente a 50,1% do volume total dos oceanos da Terra.

11. alternativa c

Note que a maquete foi feita na escala de 1:200, portanto 1 cm da maquete corresponde a 200 cm na realidade, ou seja, 2 m.

Logo, calculando o tamanho real do reservatório, temos:

$$V = 200^3 \cdot 45 \Rightarrow V = 360\,000\,000 \Rightarrow V = 3,6 \cdot 10^8$$

Assim, o volume real do reservatório é $3,6 \cdot 10^8 \text{ cm}^3$ ou $3,6 \cdot 10^5 \text{ l}$.

Finalmente, calculamos a quantidade máxima de dias necessários para esse reservatório abastecer o condomínio.

$$\frac{3,6 \cdot 10^5 \text{ l}}{30\,000 \text{ l}} = \frac{360\,000 \text{ l}}{30\,000 \text{ l}} = 12$$

Portanto, o reservatório cheio será suficiente para abastecer o condomínio por 12 dias.

12. a) $20 \text{ m/s} = \frac{20 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{20 \cdot 0,001 \text{ km}}{\frac{1}{3\,600} \text{ h}} = \frac{3\,600 \cdot 0,02 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 72 \text{ km/h}$

b) $65 \text{ m/s} = \frac{65 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{65 \cdot 0,001 \text{ km}}{\frac{1}{3\,600} \text{ h}} = \frac{3\,600 \cdot 0,065 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 234 \text{ km/h}$

c) $110 \text{ km/h} = \frac{110 \cdot 1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = \frac{110\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 30,5 \text{ m/s}$

d) $60 \text{ km/h} = \frac{60 \cdot 1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = \frac{60\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 16,6 \text{ m/s}$

13. a) Falsa, pois as velocidades médias anuais de ventos ficam entre $\frac{23,4}{6,5 \cdot 3,6} \text{ km/h}$ e $\frac{28,8}{8 \cdot 3,6} \text{ km/h}$.

- b) Verdadeira.

- Resposta pessoal.

14. Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem a questão, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros contextos de problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.

15. a) Para resolver esse problema, inicialmente, escrevemos 23 min 45 s e 28 min 33 s em segundos. Nesse caso:
 $23 \text{ min } 45 \text{ s} = 23 \cdot 60 \text{ s} + 45 \text{ s} = 1\,425 \text{ s}$
 $28 \text{ min } 33 \text{ s} = 28 \cdot 60 \text{ s} + 33 \text{ s} = 1\,713 \text{ s}$
 Agora, calculamos a diferença entre essas medidas.
 $1\,713 \text{ s} - 1\,425 \text{ s} = 288 \text{ s}$

Portanto, o motorista levou 288 s para percorrer esse trecho.

- b) Como $6 \text{ km} = 6\,000 \text{ m}$, então a velocidade média V_m é:

$$V_m = \frac{6\,000 \text{ m}}{288 \text{ s}} = \frac{6\,000}{288} \text{ m/s} = \frac{6\,000}{288} \cdot 3,6 \text{ km/h} = 75 \text{ km/h}$$

Portanto, a velocidade média do automóvel nesse trecho foi 75 km/h.

- c) Não. Espera-se que os alunos respondam que o motorista pode ter trafegado acima da velocidade máxima permitida em uma parte e reduzido a velocidade em outra, percorrendo o trecho em um tempo que determina uma velocidade média abaixo da máxima.

6 Algarismos significativos

1. a) Resposta pessoal. Algumas possíveis respostas: 6,21 cm; 6,22 cm; 6,25 cm.
 b) Os resultados corretos são 6 e 2.
 No caso dos resultados duvidosos, a resposta depende da aproximação realizada pelos alunos.
2. a) 4 algarismos significativos: 2, 9, 2 e 5
 b) O algarismo 5.
 c) $29,25 \text{ mm} = 2,925 \cdot 10^1 \cdot 10^3 \mu\text{m} = 2,925 \cdot 10^4 \mu\text{m}$
3. a) 263 t: 3 algarismos significativos
 b) 0,1005 m: 4 algarismos significativos
 c) 5,0003 s: 5 algarismos significativos
 d) 0,0005 m: 1 algarismo significativo
 e) 5,986 g: 4 algarismos significativos
 f) 0,005069 cm: 4 algarismos significativos
4. a) $238,34 \text{ cm} \approx 238 \text{ cm}$ d) $0,15478 \text{ g} \approx 0,155 \text{ g}$
 b) $5,875 \text{ s} \approx 5,88 \text{ s}$ ou $5,87 \text{ s}$ e) $1,888 \text{ dm}^3 \approx 1,89 \text{ dm}^3$
 c) $18,175 \text{ cm}^2 \approx 18,2 \text{ cm}^2$ f) $259,91 \text{ m} \approx 260 \text{ m}$
5. a) 100 cm em quilômetros:
 $100 \text{ cm} = 1,00 \cdot 10^2 \cdot 10^{-5} \text{ km} = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ km}$
 b) $25,60 \text{ km}^2$ em centímetros quadrados:
 $25,60 \text{ km}^2 = 25,60 \cdot 10^{10} \text{ cm}^2 = 2,56 \cdot 10^{11} \text{ cm}^2$
 c) 180,5 km/h em metros por segundo:
 $180,5 \text{ km/h} = 180,5 \cdot \frac{1}{3,6} \text{ m/s} \approx 5,014 \cdot 10^1 \text{ m/s}$
 d) 8,2 kg em gramas:
 $8,2 \text{ kg} = 8,2 \cdot 10^3 \text{ g}$
 e) $0,1005 \text{ km}^3$ em milímetros cúbicos:
 $0,1005 \text{ km}^3 = 0,1005 \cdot 10^{18} \text{ mm}^3 = 1,005 \cdot 10^{17} \text{ mm}^3$
 f) 5,98 t em quilogramas:
 $5,98 \text{ t} = 5,98 \cdot 10^3 \text{ kg}$
6. a) $9,36 \text{ cm} + 50,7 \text{ cm} = 60,06 \text{ cm} \approx 60,1 \text{ cm}$
 b) $100,3 \text{ t} + 49,83 \text{ t} = 150,13 \text{ t} \approx 150,1 \text{ t}$
 c) $8,179 \text{ s} + 9,18 \text{ s} = 17,359 \text{ s} \approx 17,36 \text{ s}$
 d) $8,15 \text{ km/h} - 2,957 \text{ km/h} = 5,193 \text{ km/h} \approx 5,19 \text{ km/h}$

- e) $198,28 \text{ km} - 50,7 \text{ km} = 147,58 \text{ km} \approx 147,6 \text{ km}$
 f) $135 \text{ g} - 101,85 \text{ g} = 33,15 \text{ g} \approx 33 \text{ g}$
 g) $25,3 \text{ cm} + 17,89 \text{ cm} + 189,145 \text{ cm} = 232,335 \text{ cm} \approx 232,3 \text{ cm}$
 h) $0,005 \text{ t} + 39,159 \text{ t} + 25,9841 \text{ t} = 65,1481 \text{ t} \approx 65,148 \text{ t}$

7. a) $78,41 \cdot 3,08 = 241,5028 \approx 241,5$
 b) $1,255 \cdot 10,9 = 13,6795 \approx 13,7$
 c) $100,138 \cdot 4,15 = 415,5727 \approx 416$
 d) $89,675 : 13,16 = 6,81421 \approx 6,814$
 e) $158,4 : 24,65 = 6,425963 \approx 6,426$
 f) $9,8888 : 3,4 = 2,90847 \approx 2,9$
8. a) Nessa medida, há 3 algarismos significativos: 1, 3 e 5.
 b) O algarismo 5 é o algarismo duvidoso.
 c) Não, pois nesse caso o 5 seria um algarismo correto, o que não é verdade.

9. Inicialmente, escrevemos a distância entre as cidades B e C utilizando potência de base 10.

$$81,0 \text{ km} = 0,81 \cdot 10^2 \text{ km}$$

Depois, determinamos a distância total percorrida entre as cidades:

$$1,25 \cdot 10^2 + 0,81 \cdot 10^2 + 1,0893 \cdot 10^2 = 3,1493 \cdot 10^2$$

Em adições, o resultado obtido deve ter a mesma quantidade de casas decimais da medida com menor precisão.

Portanto, Mariana percorreu $3,15 \cdot 10^2 \text{ km}$ nessa viagem.

10. Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem o problema, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros contextos e problemas disponíveis em provas, como vestibulares e Enem.

7 Capacidade de armazenamento

1. a) $45 \text{ GB} = 45 \cdot 1\,024 \text{ MB} = 46\,080 \text{ MB}$
 b) $1 \text{ TB} = 1 \cdot 1\,024^3 \text{ kB} = 1\,073\,741\,824 \text{ kB}$
 c) $88\,268,8 \text{ MB} = 88\,268,8 \cdot \frac{1}{1\,024} \text{ GB} = 86,2 \text{ GB}$
 d) $385 \text{ GB} = 385 \cdot 1\,024^3 \text{ B} = 413\,390\,602\,240 \cdot 8 \text{ bites} = 3\,307\,124\,817\,920 \text{ bites}$
 e) $901\,775,36 \text{ kB} = 901\,775,36 \cdot \frac{1}{1\,024^2} \text{ GB} = 0,86 \text{ GB}$
 f) $839,68 \text{ GB} = 839,68 \cdot \frac{1}{1\,024} \text{ TB} = 0,82 \text{ TB}$
2. a) Porque 8 bites é igual a 1 baite.
 b) O fato de o cliente brincar com as unidades de medida, baite e bite.
3. a) Convertendo 868 GB em megabaites, temos:
 $868 \text{ GB} = 868 \cdot 1\,024 \text{ MB} = 888\,832 \text{ MB}$
 Depois, dividimos o resultado obtido pelo tamanho médio do arquivo, ou seja, por 213 MB:
 $888\,832 : 213 \approx 4\,172,92$
 Portanto, João poderá armazenar, no máximo, 4 172 arquivos.
 b) Inicialmente, convertamos 868 GB em quilobaites:
 $868 \text{ GB} = 888\,832 \text{ MB} = 888\,832 \cdot 1\,024 \text{ kB} = 910\,163\,968 \text{ kB}$

Em seguida, calculamos 2% de 910 163 968 kB, ou seja:

$$\frac{2}{100} \cdot 910\,163\,968 \text{ kB} = 18\,203\,279,36 \text{ kB}$$

Portanto, o tamanho desse arquivo é 18 203 279,36 kB.

4. a) Resposta pessoal.

b) Calculando a quantidade de dados a serem armazenados, temos: $16 \text{ GB} = 16 \cdot 1\,024 \text{ MB} = 16\,384 \text{ MB}$

Agora, calculamos a quantidade de armazenamento disponível nos disquetes.

$$\underbrace{11\,374}_{\text{quantidade de disquetes}} \cdot \underbrace{1,44 \text{ MB}}_{\text{capacidade de armazenamento de cada disquete}} = 16\,378,56 \text{ MB}$$

Como o espaço disponível nos 11 374 disquetes é inferior ao tamanho dos arquivos a serem armazenados, então não é possível armazenar esses dados em 11 374 disquetes. Para esse armazenamento, seriam necessários, no mínimo, 11 378 disquetes, que totalizam um espaço de 16 384,32 MB.

5. Ao dar início ao desenvolvimento desse algoritmo, oriente os alunos a observar quais serão as variáveis utilizadas.

Programa em VisualG:

```

1 Algoritmo "armazenamento_de_arquivos"
2 Var
3 q, t, x: real
4 Inicio
5 escreva ("Digite a quantidade de arquivos: ")
6 leia (q)
7 escreva ("Digite o tamanho médio, em megabaites, de cada arquivo: ")
8 leia (t)
9 x<-q*t/1024
10 se (x<=2) entao
11 escreva ("É possível armazenar esses arquivos no dispositivo.")
12 senao
13 escreva ("Não é possível armazenar os arquivos no dispositivo.")
14 fimse
15 Fimalgoritmo
    
```

6. $75\% \text{ de } 512 \text{ GB} = \frac{75}{100} \cdot 512 \text{ GB} = 384 \text{ GB}$

$$\frac{384 \text{ GB}}{2\,048 \text{ GB}} = 0,1875$$

2 TB

Portanto, os jogos armazenados vão ocupar 18,75% da capacidade de armazenamento do HD externo.

7. a) A opção mais vantajosa para essa empresa é a 1ª opção, pois a empresa terá um gasto de R\$ 2 000,00.

b) Uma possível resposta: a 1ª opção, pois é a única que atende à necessidade de espaço para armazenamento destinado a cada um dos funcionários.

8. a) Inicialmente, convertamos o espaço disponível em gigabite em megabite.

$$1,1 \text{ GB} = 1,1 \cdot 1\,024 \text{ MB} = 1\,126,4 \text{ MB}$$

Em seguida, efetuamos:

$$\frac{1\,126,4}{5} = 225,28$$

capacidade média da foto em megabaites

Logo, Tais pode armazenar, em média, 225 fotos em seu *smartphone*.

b) Resposta pessoal. Algumas possíveis respostas: ela pode apagar algum aplicativo que não usa mais; transferir arquivos para um computador, cartão de memória, *pen drive*, HD externo ou armazenamento em nuvem.

9. Inicialmente, calculamos a capacidade de memória livre do cartão, em megabaites:

$$53 \text{ GB} = 53 \cdot 1\,024 \text{ MB} = 54\,272 \text{ MB}$$

Em seguida, calculamos a quantidade média de fotos:

$$\frac{54\,272}{16} = 3\,392$$

capacidade média de uma foto em megabaites

Portanto, é possível armazenar 3 392 fotos em um cartão de memória com 53 GB de espaço livre.

10. a) Algumas possíveis respostas: maior medida de capacidade de armazenamento; baixo custo por unidade; possibilidade de registrar acervos por tempo indeterminado; resistência a incêndios e a outros acidentes, pequeno tamanho do dispositivo que facilita o transporte e o armazenamento.

quantidade de obras a serem digitalizadas

b) $10\,000\,000 \cdot 70 \text{ MB} = 700\,000\,000 \text{ MB}$

Convertendo 700 000 000 MB em terabaites, temos:

$$700\,000\,000 \cdot \frac{1}{(1\,024)^2} \approx 667,57$$

Portanto, para essa quantidade de obras, seriam necessárias 2 placas de vidro com o equivalente a 720 TB.

• Calculando a capacidade de armazenamento dos dois HDs, em megabaites, temos:

$$2 \text{ TB} = 2 \cdot 1\,024^2 \text{ MB} = 2 \cdot 1\,048\,576 \text{ MB} = 2\,097\,152 \text{ MB}$$

Assim: $\frac{700\,000\,000}{2\,097\,152} \approx 333,8$

Portanto, serão necessários 334 HDs para armazenar o acervo dessa biblioteca.

9 Taxa de transferência de dados

1. a) Não, pois, para que seja possível obter o tempo necessário de *download*, a quantidade de dados deve ser expressa em terabite, gigabite, megabite, quilobite ou bite.

b) É preciso efetuar essa multiplicação para obter a quantidade de dados em bites.

Para isso, inicialmente, convertamos a quantidade de dados em terabite. Assim:

$$1 \text{ TB} = 1\,024^3 \text{ quilobaites} = 1\,073\,741\,824 \text{ quilobaites}$$

Depois, convertamos a quantidade de dados em quilobaites em quilobites.

$$1\,073\,741\,824 \text{ quilobaites} = 8 \cdot 1\,073\,741\,824 \text{ quilobites} = 8\,589\,934\,592 \text{ quilobites}$$

c) $17 \text{ MB} = 17 \cdot 1\,024 \text{ KB} = 17\,408 \cdot 8 \text{ Kb} = 139\,264 \text{ Kb}$

Assim, utilizando uma regra de três, calculamos o tempo t .

Quantidade de dados (Kb)	Tempo (em segundos)
512	1
139 264	t

$$t \cdot 512 = 139\,264 \cdot 1$$

$$t = \frac{139\,264}{512}$$

$$t = 272$$

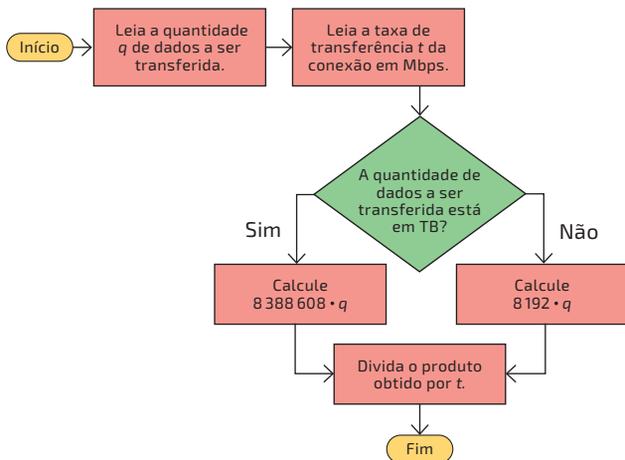
Portanto, seriam necessários 272 s para realizar o *download* de um vídeo de 17 MB.

d)

Início

1. Leia a quantidade q de dados a ser transferida.
2. Leia a taxa de transferência t da conexão em Mbps.
3. Se a quantidade de dados a ser transferida estiver em TB, calcule $8\,388\,608 \cdot q$, se não, calcule $8\,192 \cdot q$.
4. Divida o produto obtido por t .

Fim



2. a) $2\text{ GB} = 2 \cdot 1\,024\text{ MB} = 2\,048 \cdot 8\text{ Mb} = 16\,384\text{ Mb}$
 Utilizando uma regra de três, calculamos o tempo de *download* em cada um desses países.
 Considere t_c o tempo de *download* na Coreia do Sul.
 Desse modo:

Quantidade de dados (Mb)	Tempo (em segundos)
52,4	1
16384	t_c

$$t_c \cdot 52,4 = 16\,384 \cdot 1$$

$$t_c = \frac{16\,384}{52,4}$$

$$t_c \approx 313$$

Assim, são necessários aproximadamente 313 s para concluir o *download*.

Considere t_B o tempo de *download* no Brasil. Desse modo:

Quantidade de dados (Mb)	Tempo (em segundos)
13	1
16384	t_B

$$t_B \cdot 13 = 16\,384 \cdot 1$$

$$t_B = \frac{16\,384}{13}$$

$$t_B \approx 1\,260$$

Logo, são necessários aproximadamente 1 260 s para concluir o *download*.

Calculando a diferença entre esses tempos, temos:

$$1\,260\text{ s} - 313\text{ s} = 947\text{ s}$$

Finalmente, escrevemos a diferença obtida em minutos e segundos.

$$947\text{ s} = 15\text{ min} + 47\text{ s} = 15\text{ min } 47\text{ s}$$

Portanto, uma pessoa no Brasil leva aproximadamente 15 min 47 s a mais para fazer o *download* do que uma pessoa na Coreia do Sul.

- b) $7,5\text{ GB} = 7,5 \cdot 1\,024\text{ MB} = 7\,680 \cdot 8\text{ Mb} = 61\,440\text{ Mb}$
 Agora, utilizando uma regra de três calculamos o tempo de *upload* em cada uma das cidades.
 Considere t_s o tempo de *upload* em São Paulo. Desse modo:

Quantidade de dados (Mb)	Tempo (em segundos)
8,41	1
61 440	t_s

$$t_s \cdot 8,41 = 61\,440 \cdot 1$$

$$t_s = \frac{61\,440}{8,41}$$

$$t_s \approx 7\,306$$

Agora, vamos converter 7 306 s em horas, minutos e segundos. Para isso, fazemos:

$$7\,306\text{ s} = 121\text{ min} + 46\text{ s} = 2\text{ h} + 1\text{ min} + 46\text{ s} = 2\text{ h } 1\text{ min } 46\text{ s}$$

Agora, considere t_{BH} o tempo de *upload* em Belo Horizonte. Desse modo:

Quantidade de dados (Mb)	Tempo (em segundos)
7,86	1
61 440	t_{BH}

$$t_{BH} \cdot 7,86 = 61\,440 \cdot 1$$

$$t_{BH} = \frac{61\,440}{7,86}$$

$$t_{BH} \approx 7\,817$$

Agora, vamos converter 7 817 s em horas, minutos e segundos. Para isso, fazemos:

$$7\,817\text{ s} = 130\text{ min} + 17\text{ s} = 2\text{ h} + 10\text{ min} + 17\text{ s} = 2\text{ h } 10\text{ min } 17\text{ s}$$

Portanto, para fazer o *upload* do arquivo em São Paulo são necessárias 2 h 1 min 46 s e em Belo Horizonte, 2 h 10 min 17 s.

3. alternativa b

Como 1 Mbps = 1 024 kbps, temos:

$$\frac{128\text{ kbps}}{1\,024\text{ kbps}} = 0,125$$

Caso os alunos respondam a:

- alternativa a, eles não compreenderam que, no plano 4,5 G, a taxa de transferência máxima de *upload* corresponde a 10% da taxa de *download*, pois $\frac{512\text{ kbps}}{5\,120\text{ kbps}} = 0,1$.
- alternativa c, eles não compreenderam que, no plano 2 G, a taxa de transferência máxima de *upload* corresponde a menos do que 26,67% da taxa de *download*, pois $\frac{16\text{ kbps}}{60\text{ kbps}} = 0,2667$.
- alternativa d, eles não compreenderam que, no plano 2 G, a taxa de transferência máxima de *download* corresponde a 375% da taxa de *upload*, pois $\frac{60\text{ kbps}}{16\text{ kbps}} = 3,75$.
- alternativa e, eles não compreenderam que, no plano 3 G, a taxa de transferência máxima de *upload* corresponde a 12,5% da taxa de *download*, pois $\frac{128\text{ kbps}}{1\,024\text{ kbps}} = 0,125$.

4. a) Inicialmente, convertamos 40 GB em megabites.
 $40 \text{ GB} = 40 \cdot 1\,024 \text{ MB} = 40\,960 \cdot 8 \text{ Mb} = 327\,680 \text{ Mb}$
 Em seguida, utilizando uma regra de três, calculamos o tempo de *download*:

- na terça-feira t_t :

Quantidade de dados (Mb)	Tempo (em segundos)
68,5	1
327 680	t_t

$$t_t \cdot 68,5 = 327\,680 \cdot 1$$

$$t_t = \frac{327\,680}{68,5}$$

$$t_t \approx 4\,784$$

Portanto, o tempo de *download* na terça-feira foi aproximadamente 1 h 19 min 44 s.

- na quarta-feira t_s :

Quantidade de dados (Mb)	Tempo (em segundos)
78,6	1
327 680	t_s

$$t_s \cdot 78,6 = 327\,680 \cdot 1$$

$$t_s = \frac{327\,680}{78,6}$$

$$t_s \approx 4\,169$$

Portanto, o tempo de *download* na quarta-feira foi aproximadamente 1 h 9 min 29 s.

b) Inicialmente, convertamos 12 MB em megabites.

$$12 \text{ MB} \cdot 8 = 96 \text{ Mb}$$

Em seguida, utilizando uma regra de três calculamos o tempo t necessário para fazer o *upload*.

Quantidade de dados (Mb)	Tempo (em segundos)
7,3	1
96	t

$$t \cdot 7,3 = 96 \cdot 1$$

$$t = \frac{96}{7,3}$$

$$t \approx 13,2$$

Portanto, foram gastos 13,2 s para fazer o *upload* desse vídeo.

c) Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem o problema/questão, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros contextos e problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.

5. a) Sem instalar o repetidor, Heitor tinha acesso a apenas

$\frac{20\% \text{ de } 60 \text{ Mbps}}$

20% da taxa de transferência máxima, ou 12 Mbps.

Inicialmente, convertamos 37,5 GB em megabites.

$$37,5 \text{ GB} = 37,5 \cdot 1\,024 \text{ MB} = 38\,400 \cdot 8 \text{ Mb} = 307\,200 \text{ Mb}$$

Em seguida, dividimos 307 200 Mb pela taxa de transferência que Heitor tinha acesso.

$$\frac{307\,200}{12} = 25\,600$$

Portanto, Heitor levaria, no mínimo, 25 600 s para fazer o *download*.

b) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que deve ser o Modelo B, pois é o mais barato entre os que transferem os 60 Mbps contratados por Heitor.

c) A resposta depende da opção escolhida no item b. Caso os alunos escolham os modelos B, C ou D, o tempo necessário será 5 120 s. Mas se escolherem o modelo A, o tempo necessário será 6 144 s.

6. a) Inicialmente, convertamos 360 GB em megabites:

$$360 \text{ GB} = 360 \cdot 1\,024 \text{ MB} = 368\,640 \cdot 8 \text{ Mb} = 2\,949\,120 \text{ Mb}$$

Em seguida, calculamos a taxa de transferência em megabites por segundo:

$$30 \cdot 8 = 240 \text{ Mbps}$$

Utilizando uma regra de três, calculamos o tempo t .

Quantidade de dados (Mb)	Tempo (em segundos)
240	1
2 949 120	t

$$t \cdot 240 = 2\,949\,120 \cdot 1$$

$$t = \frac{2\,949\,120}{240}$$

$$t = 12\,288$$

ou 3 h 24 min 48 s

b) Algumas possíveis respostas: a taxa de transferência do HD antigo ser menor, as conexões e os cabos não suportarem a taxa de transferência anunciada, o computador estar realizando outras tarefas e reduzindo a taxa de transferência.

c) $180 \text{ MB} = 180 \cdot 8 \text{ Mb} = 1\,440 \text{ Mb}$

Utilizando regra de três, calculamos o tempo t .

Quantidade de dados (Mb)	Tempo (em segundos)
1 440	1
2 949 120	t

$$t \cdot 1\,440 = 2\,949\,120 \cdot 1$$

$$t = \frac{2\,949\,120}{1\,440}$$

$$t = 2\,048$$

Portanto, 2 048 s ou 34 min 8 s.

7. a) Para realizar essa tarefa, os alunos precisam compreender que, primeiro, devemos fazer a conversão da taxa de transferência máxima do USB 4 para Mbps:

$$40 \text{ Gbps} = 40 \cdot 1\,024 \text{ Mbps} = 40\,960 \text{ Mbps}$$

Em seguida, calculamos quantas vezes essa taxa máxima é maior do que a taxa máxima do USB 1.1:

$$\frac{\text{USB 4}}{\text{USB 1.1}} = \frac{40\,960 \text{ Mbps}}{12 \text{ Mbps}} \approx 3\,413$$

Portanto, a taxa de transferência máxima do USB 4 é aproximadamente 3 413 vezes maior do que a taxa de transferência máxima do USB 1.1.

b) Inicialmente, convertamos 10 GB em megabites.

$$10 \text{ GB} = 10 \cdot 1\,024 \text{ MB} = 10\,240 \cdot 8 \text{ Mb} = 81\,920 \text{ Mb}$$

Em seguida, calculamos o tempo de transferência na entrada:

- USB 2.0. $\frac{81\,920 \text{ Mb}}{480 \text{ Mbps}} \approx 171 \text{ s}$

- USB 3.0. $\frac{80 \text{ Gb}}{5 \text{ Gbps}} = 16 \text{ s}$

- USB 3.1. $\frac{80 \text{ Gb}}{10 \text{ Gbps}} = 8 \text{ s}$

8. a) Inicialmente, utilizamos uma regra de três para determinar quantos gigabytes tem o arquivo transferido.

Quantidade de dados (Mb)	Tempo (em segundos)
510	1
Q	40

$$Q \cdot 1 = 510 \cdot 40$$

$$Q = 20\,400$$

Portanto, o arquivo transferido tem 20 400 Mb.

Em seguida, convertamos 20 400 Mb em gigabytes. Como a quantidade de dados está em megabytes, devemos, inicialmente, multiplicar 1 024 por 8, pois 1 bite corresponde a 8 bytes. Em seguida, devemos dividir 20 400 pelo resultado obtido.

$$1\,024 \cdot 8 = 8\,192$$

$$\frac{20\,400}{8\,192} \approx 2,49$$

Portanto, o arquivo tem, aproximadamente, 2,49 GB.

- b) De acordo com o item a, sabemos que o arquivo transferido tem 2,49 GB. Assim, temos:

$$2,49 \text{ GB} = 2,49 \cdot 1\,024 \text{ MB} =$$

$$= 2\,549,76 \cdot 8 \text{ Mb} = 20\,398,08 \text{ Mb}$$

Convertendo o tempo de transferência de 10 min 37 s em segundos, temos:

$$10 \text{ min } 37 \text{ s} = (10 \cdot 60 + 37) \text{ s} = 637 \text{ s}$$

Assim, utilizando uma regra de três, calculamos a taxa de transferência t_x .

Quantidade de dados (Mb)	Tempo (em segundos)
t_x	1
20 398,08	637

$$t_x \cdot 637 = 20\,398,08 \cdot 1$$

$$t_x = \frac{20\,398,08}{637}$$

$$t_x \approx 32$$

Portanto, a taxa de transferência entre o SSD e o HD foi, aproximadamente, 32 Mbps.

- c) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que a escolha do dispositivo mais vantajoso depende das necessidades do usuário.
9. a) Utilizando uma regra de três, calculamos a quantidade de dados Q.

Quantidade de dados (Gb)	Tempo (em segundos)
85	1
Q	61 200

$$Q \cdot 1 = 85 \cdot 61\,200$$

$$Q = 5\,202\,000$$

Ou seja, $Q = 5\,202\,000 \text{ Gb}$.

Como a quantidade de dados está em gigabytes, devemos, inicialmente, multiplicar 1 024 por 8, pois 1 bite corresponde a 8 bytes. Em seguida, devemos dividir 5 202 000 pelo resultado obtido.

$$1\,024 \cdot 8 = 8\,192$$

$$\frac{5\,202\,000}{8\,192} \approx 635$$

Portanto, foram transferidos, aproximadamente, 635 TB.

- b) Inicialmente, convertamos 96,56 Gbps em megabytes por segundo.

$$96,56 \text{ Gbps} = 96,56 \cdot 1\,024 \text{ Mbps} = 98\,877,44 \text{ Mbps}$$

Assim, no segundo teste, foram transferidos em média 98 877,44 Mb por segundo.

Agora, vamos determinar o tempo necessário para transferir 98 877,44 Mb utilizando a taxa máxima de banda larga de uso doméstico no Brasil, ou seja, 10 Mbps. Para isso, utilizaremos uma regra de três.

Tempo em segundos	Quantidade de dados transferida em megabytes
1	10
x	98 877,44

$$\frac{1}{x} = \frac{10}{98\,877,44} \Rightarrow 10x = 98\,877,44 \Rightarrow x = 9\,887,744$$

Desse modo, são necessários 9 887,744 s. Por fim, vamos escrever essa medida em horas e minutos.

$$9\,887,744 \text{ s} \approx 9\,888 \text{ s} = 9\,888 \cdot \frac{1}{3\,600} \text{ h} \approx 2,75 \text{ h} =$$

$$= 2 \text{ h} + 0,75 \text{ h} = 2 \text{ h} + 45 \text{ min} = 2 \text{ h } 45 \text{ min}$$

Portanto, seriam necessárias, aproximadamente, 2 h 45 min.

- c) Resposta pessoal.

10 Velocidade de processamento

1. a) $3,2 \text{ GHz} = 3,2 \cdot 1\,000\,000\,000 = 3\,200\,000\,000$ ciclos por segundo
 b) $770 \text{ MHz} = 770 \cdot 1\,000\,000 = 770\,000\,000$ ciclos por segundo
 c) $2,4 \text{ GHz} = 2,4 \cdot 1\,000\,000\,000 = 2\,400\,000\,000$ ciclos por segundo
2. a) $440 \text{ Hz} = 4,4 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6} \text{ MHz} = 4,4 \cdot 10^{-4} \text{ MHz}$
 b) $52 \text{ MHz} = 5,2 \cdot 10^1 \cdot 10^{-3} \text{ GHz} = 5,2 \cdot 10^{-2} \text{ GHz} = 0,052 \text{ GHz}$
 c) $64 \text{ GHz} = 6,4 \cdot 10^1 \cdot 10^9 \text{ Hz} = 6,4 \cdot 10^{10} \text{ Hz}$
 d) $518 \text{ MHz} = 5,18 \cdot 10^2 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 5,18 \cdot 10^8 \text{ Hz}$
 e) $35\,700 \text{ Hz} = 3,57 \cdot 10^4 \cdot 10^{-9} \text{ GHz} = 3,57 \cdot 10^{-5} \text{ GHz}$
 f) $683 \text{ GHz} = 6,83 \cdot 10^2 \cdot 10^3 \text{ MHz} = 6,83 \cdot 10^5 \text{ MHz}$

3. Considere x a capacidade da versão anterior. Como a nova versão tem capacidade de processamento 20% maior do que a versão anterior e corresponde a 180 MHz, temos:

Capacidade de processamento (em MHz)	Porcentagem (%)
180	20
x	100

$$\frac{180}{x} = \frac{20}{100}$$

$$20x = 18\,000$$

$$x = \frac{18\,000}{20}$$

$$x = 900$$

Logo, a versão anterior possuía 900 MHz de capacidade de processamento.

Assim,

$$900 \text{ MHz} + 180 \text{ MHz} = 1\,080 \text{ MHz} = 1,08 \text{ GHz}$$

capacidade de processamento da versão anterior capacidade de processamento da versão nova

Portanto, a nova capacidade de processamento é 1,08 GHz.

4. $1\,400\,000\,000$ ciclos por segundo = $1,4 \cdot 10^9$ ciclos por segundo = 1,4 GHz

Como a capacidade de processamento é o dobro da atual, temos: $2 \cdot 1,4 \text{ GHz} = 2,8 \text{ GHz}$

Portanto, a CPU desse novo *smartphone* deve ser de 2,8 GHz.

5. a) Processador lançado em 1971: $740 \text{ KHz} = 740 \cdot 1\,000 = 740\,000$ ciclos por segundo
Processador lançado em 2010: $3,4 \text{ GHz} = 3,4 \cdot 1\,000\,000\,000 = 3\,400\,000\,000$ ciclos por segundo

- b) Processador lançado em 2000: $1 \text{ GHz} = 1 \cdot 1\,000\,000\,000 = 1\,000\,000\,000$ ciclos por segundo
Processador lançado em 1974: $2 \text{ MHz} = 2 \cdot 1\,000\,000 = 2\,000\,000$ ciclos por segundo
Calculando a diferença entre a quantidade de ciclos por segundo, temos:

$$1\,000\,000\,000 - 2\,000\,000 = 998\,000\,000 \text{ ciclos por segundo}$$

- c) Resposta pessoal.

6. a) Calculando quantos por cento a capacidade do modelo 1 é maior do que a capacidade do modelo 2, temos:

$$\frac{\text{modelo 1}}{\text{modelo 2}} = \frac{2,2 \text{ GHz}}{1,4 \text{ GHz}} \approx 1,571$$

Portanto, a capacidade de processamento do modelo 1 é aproximadamente 57,1% maior do que a capacidade do modelo 2.

- b) Inicialmente, calculamos a diferença entre as capacidades de armazenamento em gigabytes:

$$128 \text{ GB} - 32 \text{ GB} = 96 \text{ GB}$$

Fazendo a conversão para megabytes, temos:

$$96 \text{ GB} = 96 \cdot 1\,024 \text{ MB} = 98\,304 \text{ MB}$$

Portanto, a diferença entre a capacidade de armazenamento do modelo 1 e a do modelo 2 é 98 304 MB.

7. a) O Summit tem, em seu pico, uma capacidade de processamento de 200 petaflop/s. Sendo assim, o número de operações de ponto flutuante que podem ser realizadas por ele a cada segundo é igual a:

$$200 \cdot 10^{15} = 2 \cdot 10^{17}$$

Como $1 \text{ min} = 60 \text{ s}$, calculando o produto obtemos:

$$60 \cdot 2 \cdot 10^{17} = 120 \cdot 10^{17} = 1,2 \cdot 10^{19}$$

Logo, o número de operações em ponto flutuante que podem ser realizadas pelo Summit em um minuto é $1,2 \cdot 10^{19}$ operações.

- b) De acordo com o gráfico, a capacidade de processamento do Sierra é 94,64 petaflop/s e do Frontera é 23,51 petaflop/s.

Assim, a capacidade de processamento do Sierra é maior do que a do Frontera, pois $94,64 > 23,51$.

- c) $478,2 \text{ teraflop/s} - 70,72 \text{ teraflop/s} = 407,48 \text{ teraflop/s}$
capacidade de processamento no ano de 2007 capacidade de processamento no ano de 2004

Portanto, 407,48 teraflop/s é a diferença entre as capacidades de processamento do BlueGene/L em 2004 e em 2007.

11 Porcentagem

1. a) $\frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$ d) $\frac{24}{75} = 0,32 = 32\%$
 b) $\frac{17}{25} = 0,68 = 68\%$ e) $\frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$
 c) $\frac{7}{50} = 0,14 = 14\%$

2. a) $7\% = 0,07$ c) $90\% = 0,9$ e) $61,38\% = 0,6138$
 b) $48\% = 0,48$ d) $4,5\% = 0,045$

3. Calculando a razão entre a quantidade de peças defeituosas e a quantidade total de peças produzidas por minuto, temos:

$$\frac{3}{60} = 0,05 = 5\%$$

Portanto, a taxa de peças defeituosas é 5%.

4. Primeiro, calculamos o valor do reajuste, ou seja, 11,32% de 925. Para isso, fazemos:

$$\frac{11,32}{100} \cdot 925 = 104,71$$

Em seguida, adicionamos o valor do reajuste ao valor do aluguel:

$$925 + 104,71 = 1\,029,71$$

Portanto, Roberto deverá pagar R\$ 1 029,71 de aluguel após o reajuste.

5. Como cada desodorante custa R\$ 15,60 e cada embalagem contém dois desodorantes, seu preço é R\$ 31,20.

Calculando o desconto de 60% da segunda embalagem e, em seguida, adicionando esse valor ao preço de uma embalagem, temos:

$$\frac{0,4}{1 - 0,6} \cdot 31,20 = 12,48$$

$$\frac{31,20}{\text{preço de uma embalagem}} + \frac{12,48}{\text{preço da segunda embalagem com desconto}} = 43,68$$

Assim, uma pessoa que comprar, nessa promoção, pagará R\$ 43,68 por duas dessas embalagens.

6. a) 45% de 1 200, ou seja: $\frac{45}{100} \cdot 1\,200 = 540$.

Portanto, entre os produtos que a loja possui, 540 são calçados.

- b) 60% de 540, ou seja: $\frac{60}{100} \cdot 540 = 324$.

Portanto, entre os calçados dessa loja, 324 têm salto.

7. alternativa d

Inicialmente, calculamos a porcentagem do dia seguinte em relação ao dia anterior.

$$\frac{244\,897\,006\,758,96}{247\,711\,942\,359,96} \approx 0,989$$

Ou seja, aproximadamente 98,9%.

Podemos verificar que houve uma redução no valor percentual.

Para determinarmos o valor dessa porcentagem, fazemos:

$$\frac{1}{100\%} - 0,989 = 0,011$$

Portanto, houve uma redução entre 1% e 2%.

8. Primeiro, calculamos quanto o comerciante arrecadou na venda de cada unidade.

$$\frac{5\,113,60}{47} = 108,8$$

Sabemos que esse comerciante teve um lucro de 60% em cada uma delas, que corresponde a 160% no valor final da venda.

Assim:

$$\frac{108,8}{1,6} = 68$$

Portanto, o custo da unidade desse produto foi R\$ 68,00.

9. Para resolver o problema, calculamos 20% de 240, ou seja:

$$0,2 \cdot 240 = 48$$

Logo, antes da contratação havia 48 colaboradores com Ensino Superior completo.

Com a contratação de 80 novos colaboradores, o número total subiu para 320 e o de colaboradores que concluíram o Ensino Superior aumentou para 128.

Calculando essa porcentagem, temos:

$$\frac{\text{colaboradores com Ensino Superior completo}}{\text{número total de novos colaboradores}} = \frac{128}{320} = 0,4$$

Portanto, 40% do total de colaboradores dessa empresa têm Ensino Superior completo.

10. alternativa e

Seja x o salário de Bruno.

Logo, o salário de Marcos é $1,08 \cdot x$, ou seja, 8% maior do que o salário de Bruno.

Como Marcos receberá um aumento de 25% sobre o valor de seu salário temos:

$$(1,08 \cdot \underbrace{1,25}_{\substack{\text{aumento} \\ \text{de } 25\%}}) \cdot x = 1,35 \cdot x$$

Logo, no próximo mês, o salário de Marcos será 35% maior do que o de Bruno.

11. Loja A: $\frac{92}{100} = 92\%$ de 1 290, ou seja:

$$\frac{92}{100} \cdot 1\,290 = 0,92 \cdot 1\,290 = 1\,186,8$$

Loja B: $\frac{86}{100} = 86\%$ de 1 350, ou seja:

$$\frac{86}{100} \cdot 1\,350 = 0,86 \cdot 1\,350 = 1\,161$$

Portanto, é mais vantajoso realizar a compra à vista na loja B, onde Marisa pode pagar R\$ 1 161,00 pelo computador.

12. Sendo P o preço do automóvel, temos:

$$\frac{\text{lucro}}{P} = \frac{2\,520}{P} = \frac{0,12}{12\%} \Rightarrow P = 21\,000$$

Portanto, esse automóvel foi vendido por R\$ 21 000,00.

13. a) $\frac{8 + 7 + 9 + 6}{12 + 13 + 15 + 10} = \frac{30}{50} = 0,6 = 60\%$

- b) • Conhecimentos gerais: $\frac{8}{12} = \frac{0,6}{66,6\%}$

• Informática: $\frac{7}{13} \approx \frac{0,538}{53,8\%}$ • Português: $\frac{6}{10} = \frac{0,6}{60\%}$

• Matemática: $\frac{9}{15} = \frac{0,6}{60\%}$

Portanto, o melhor desempenho foi em Conhecimentos gerais e o pior, em Informática.

- c) Informática; Uma possível resposta: pois nessa matéria ele obteve o pior desempenho.

14. Denotando por P_M e P_A , respectivamente, os pontos de Mia e André ao final da segunda fase, temos:

$$\bullet P_A = P_M + 15 \quad (I) \quad \bullet P_M + \frac{0,05 P_M}{5\%} = 25 + P_A \quad (II)$$

Substituindo P_A por $P_M + 15$ em II, obtemos:

$$P_M + 0,05 P_M = 25 + P_M + 15 \Rightarrow 0,05 P_M = 40 \Rightarrow P_M = 800$$

Sendo assim, ao final da segunda fase, Mia estava com 800 pontos.

Agora, substituindo P_M por 800 em I, segue que:

$$P_A = P_M + 15 \Rightarrow P_A = 800 + 15 \Rightarrow P_A = 815$$

Portanto, a pontuação de André ao final da segunda fase era 815 pontos.

15. a) $\frac{100\%}{\text{preço da motocicleta}} + \frac{25\%}{\text{reajuste}} = \frac{125\%}{\text{preço da motocicleta após o reajuste}}$

Desse modo, sendo P o preço após o reajuste, temos:

$$\frac{P}{125} = \frac{12\,000}{100} \Rightarrow P = 15\,000$$

Portanto, o preço após o reajuste é R\$ 15 000,00.

- b) • $15\,000 - 12\,000 = \frac{3\,000}{\text{desconto}}$

$$\frac{3\,000}{15\,000} = 0,2 = 20\%$$

- c) Não, pois R\$ 3 000,00 corresponde a uma taxa de 25% referente a R\$ 12 000,00 e a uma taxa de 20% referente a R\$ 15 000,00 e essas taxas são diferentes.

16. • Candidato da situação:

$$32\% \text{ de } 10\,300, \text{ ou seja, } \frac{32}{100} \cdot 10\,300 = 0,32 \cdot 10\,300 = 3\,296$$

- Candidato da oposição:

$$41\% \text{ de } 10\,300, \text{ ou seja, } \frac{41}{100} \cdot 10\,300 = 0,41 \cdot 10\,300 = 4\,223$$

Portanto, houve $\frac{927}{4\,223 - 3\,296}$ votos de diferença.

17. Sendo m e n esses dois números, temos:

$$\begin{cases} m - n = 40 \\ 0,3m + \frac{0,6n}{60\%} = 75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m - n = 40 \\ 3m + 6n = 750 \end{cases} \Rightarrow m = 110 \text{ e } n = 70$$

Portanto, os números naturais são 110 e 70.

18. Denotando por A , B , C e D as áreas das partes em azul, amarelo, verde e vermelho, respectivamente, temos:

a) • $B = \frac{\frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2}}{2} = \frac{1}{8} x^2 = \frac{0,125}{12,5\%} \cdot x^2$. Ou seja, 12,5% do total

• $C = \frac{x \cdot \frac{x}{2}}{2} = \frac{1}{4} x^2 = \frac{0,25}{25\%} \cdot x^2$. Ou seja, 25% do total

b) • $A = \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2} = \frac{x^2}{4}$

• $D = \frac{x + \frac{x}{2}}{2} \cdot \frac{x}{2} = \frac{3x^2}{8}$

• $\frac{D}{A} = \frac{\frac{3x^2}{8}}{\frac{x^2}{4}} = \frac{3}{8} \cdot 4 = \frac{3}{2} = 1,5 = 150\%$

Portanto, a parte vermelha corresponde a 50% a mais do que a parte azul.

19. alternativa c

Seja P_1 o preço da mercadoria depois do desconto e P_2 o preço após o reajuste, temos:

$$P_1 = \frac{0,9}{100\% - 10\%} \cdot 40 = 36$$

$$P_2 = \frac{1,11}{100\% + 11\%} \cdot P_1 = 1,11 \cdot 36 = 39,96$$

Desse modo, o preço da mercadoria diminuiu R\$ 0,04 em relação ao inicial. R\$ 40,00 - R\$ 39,96

20. Denotando por F , P e C , respectivamente, as quantidades de empada de frango, palmito e creme de milho vendidas em fevereiro, temos:

• $F + P + C = 582$

• $F = P + 90$

• $C = \frac{0,4F}{40\%} \Rightarrow C = 0,4P + 36$

Desse modo:

• $F + P + C = 582 \Rightarrow$

$$\Rightarrow (P + 90) + P + (0,4P + 36) = 582 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2,4P + 126 = 582 \Rightarrow P = 190$$

Portanto, foram vendidas 190 empadas de palmito.

• $F = P + 90 \Rightarrow F = 190 + 90 \Rightarrow F = 280$

Portanto, foram vendidas 280 empadas de frango.

• $C = 0,4F \Rightarrow C = 0,4 \cdot 280 \Rightarrow C = 112$

Portanto, foram vendidas 112 empadas de creme de milho.

21. Denotando por P a quantidade total de parafusos e por P_A e P_B as quantidades produzidas pelas máquinas A e B, respectivamente, a quantidade de parafusos defeituosos que cada máquina produziu é dada por:

máquina A: $0,01 \cdot \frac{P_A}{60\% \text{ de } P} = 0,01 \cdot 0,6 \cdot P = 0,006 \cdot P$

máquina B: $0,03 \cdot \frac{P_B}{40\% \text{ de } P} = 0,03 \cdot 0,4 \cdot P = 0,012 \cdot P$

Assim:

$$0,006 \cdot P + 0,012 \cdot P = \frac{0,018}{1,8\%} \cdot P$$

Portanto, a porcentagem de parafusos defeituosos é 1,8%.

22. Denotando por S_1 o piso salarial sem o aumento e por S_2 o piso com o aumento de 13%, temos:

• $\frac{100\%}{S_1} + \frac{7\%}{\text{aumento}} = \frac{107\%}{\text{R\$ } 2.011,60}$

$$\frac{S_1}{100} = \frac{2.011,60}{107} \Rightarrow S_1 = 1.880$$

• $\frac{100\%}{S_1} + \frac{13\%}{\text{aumento}} = \frac{113\%}{S_2}$

$$\frac{S_2}{113} = \frac{1.880}{100} \Rightarrow S_2 = 2.124,40$$

Assim, o piso salarial dessa categoria será R\$ 2.124,40.

23. alternativa e

• $\frac{0,9}{90\%} \cdot 1.500 = 1.350$

• $\frac{0,8}{80\%} \cdot 500 = 400$

Estima-se que $\frac{1.750}{1.350 + 400}$ pessoas sejam fumantes.

24. Chamando A o valor em liras de Módena, temos:

$$\frac{100}{A} = \frac{115}{180} \Rightarrow A = \frac{100}{\frac{115}{180}} \approx 156,52$$

liras de Módena liras de Veneza

Assim, 156,52 liras de Módena equivalem a 150 liras de Corfu.

$$\frac{156,52}{A} = \frac{150}{240} \Rightarrow A = \frac{156,52}{\frac{150}{240}} \approx 250,43$$

liras de Módena liras de Corfu

Desse modo, 250,43 liras de Módena equivalem a 360 liras de Negroponete.

$$\frac{250,43}{A} = \frac{360}{666} \Rightarrow A = \frac{250,43}{\frac{360}{666}} \approx 463,30$$

liras de Módena liras de Negroponete

Portanto, 666 liras de Negroponete se cambiam por, aproximadamente, 463,30 liras de Módena.

13 Indicadores socioeconômicos

1. a) Afirmação verdadeira.

b) Afirmação verdadeira.

c) Afirmação falsa. Uma possível resposta: o aumento no peso do componente habitação entre as pesquisas significa que esses itens passaram a impactar mais o orçamento das famílias em 2017/2018.

d) Afirmação falsa. Uma possível resposta: se em certo período os custos com educação aumentarem em 2%, o IPCA no período vai considerar esse aumento de forma proporcional.

2. Calculando cada uma das porcentagens, temos:

• Venda: (3,75% de 1,40)

$$\frac{3,75}{100} \cdot 1,40 = 0,0525$$

• Gastos com a matéria-prima: (10% de 0,80)

$$\frac{10}{100} \cdot 0,80 = 0,08$$

• Custos com produção e armazenagem: (3,75% de 0,32)

$$\frac{3,75}{100} \cdot 0,32 = 0,012$$

Considerando x o novo lucro após o reajuste, temos a seguinte equação:

$$\frac{0,88}{0,80 + 0,08} + \frac{0,332}{0,32 + 0,012} + x = \frac{1,4525}{1,40 + 0,0525}$$

$$1,212 + x = 1,4525$$

$$x \approx 0,24$$

Portanto, após o reajuste, o comerciante terá um novo lucro, de aproximadamente R\$ 0,24.

Agora, vamos calcular a porcentagem do novo lucro, em relação ao lucro do comerciante antes dos acréscimos:

$$\frac{0,24}{0,28} \approx 0,857$$

Em seguida, calculamos a redução desse lucro.

$$1 - 0,857 = 0,143$$

Portanto, a porcentagem da redução do lucro por unidade é aproximadamente 14,3%.

3. a) • Opção A:

$$12\% \text{ de } 260 \text{ milhões} = \frac{12}{100} \cdot 260 \text{ milhões} = 31,2 \text{ milhões}$$

• Opção B:

$$6\% \text{ de } 620 \text{ milhões} = \frac{6}{100} \cdot 620 \text{ milhões} = 37,2 \text{ milhões}$$

Portanto, a melhor opção seria investir na indústria.

b) A resposta depende do município onde os alunos moram. Espera-se que eles identifiquem qual atividade econômica é predominante no município e façam comparações com outros da região ou com os que possuem características semelhantes.

4. a) Primeiro, calculamos a quantidade de pessoas ocupadas.

$$\frac{106,2}{\text{quantidade de pessoas economicamente ativas}} - \frac{12,5}{\text{quantidade de pessoas desocupadas}} = 93,7$$

Em seguida, calculamos a porcentagem que representa os trabalhadores informais.

$$\frac{\text{número de trabalhadores informais}}{\text{quantidade de pessoas ocupadas}} = \frac{38,8}{93,7} = 0,414$$

Portanto, aproximadamente 41,4% da população ocupada é informal.

b) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos levem em consideração o histórico das taxas de desemprego e de trabalho informal, além de características do mercado de trabalho em nível nacional.

5. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos concluam que o PIB não influencia na desigualdade de um país – fato que pode ser observado nos anos de 2014 e 2015 – e percebam a importância de analisar diferentes indicadores.

Se eles apresentarem alguma dificuldade para responder a essa questão, sugira uma pesquisa que indique fatores que possam ter contribuído para o aumento da desigualdade de renda no país, como o desemprego e a dificuldade de acesso à educação.

6. Seja x a quantidade de pessoas desalentadas no trimestre de março a maio de 2019. Como nos meses de junho a agosto de 2019 houve uma redução de 3,9%, temos:

$$100\% - 3,9\% = 96,1\%$$

Dessa maneira:

Quantidade de pessoas (em milhões)	Porcentagem
4,7	96,1
x	100

$$x \cdot 96,1 = 4,7 \cdot 100$$

$$x = \frac{470}{96,1}$$

$$x = 4,89$$

Portanto, o contingente de pessoas desalentadas no trimestre de março a maio de 2019 foi aproximadamente 4,89 milhões de pessoas.

7. a) Substituindo por 78,5 o valor de E na expressão, temos:

$$I_s = \frac{E - 25}{60}$$

$$I_s = \frac{78,5 - 25}{60}$$

$$I_s = \frac{53,5}{60}$$

$$I_s \approx 0,892$$

Portanto, o índice de saúde para esse país é aproximadamente 0,892.

b) Para resolver essa tarefa, usamos a expressão apresentada na página 102.

$$IDH = \frac{1}{3} \cdot I_s + \frac{1}{3} \cdot I_E + \frac{1}{3} \cdot I_R$$

$$IDH = \frac{1}{3} \cdot 0,892 + \frac{1}{3} \cdot 0,758 + \frac{1}{3} \cdot 0,723$$

$$IDH = 0,297 + 0,253 + 0,241$$

$$IDH = 0,791$$

Portanto, o IDH de 0,791 é classificado como alto, pois:

$$0,700 \leq IDH \leq 0,799.$$

8. a) Afirmação falsa. Uma possível resposta: entre dois países diferentes, aquele com índice de saúde maior não necessariamente terá o IDH maior.

b) Afirmação falsa. Uma possível resposta: se um país apresenta IDH de 0,765, nada podemos afirmar sobre sua distribuição de renda analisando apenas esse indicador.

9. Resposta pessoal. Para responder a essa questão, espera-se que os alunos considerem que os aumentos deveriam ocorrer em saúde, educação e renda, pois o IDH é dado pela média desses três índices. Porém, eles devem concluir, a partir da leitura do texto, que o foco deve estar em diminuir a pobreza por meio de uma melhor distribuição de renda, pois a fatia dos 10% mais ricos do Brasil concentra mais de 40% da renda nacional. Ou seja, o IDH de 0,761 não apresenta a distribuição de renda ruim.

14 Acréscimos e descontos sucessivos

1. a) $104\% \cdot 108\% = 1,04 \cdot 1,08 = 1,1232 = \underbrace{112,32\%}_{\text{acréscimo de } 12,32\%}$

b) $87\% \cdot 94\% = 0,87 \cdot 0,94 = 0,8178 = \underbrace{81,78\%}_{\text{desconto de } 18,22\%}$

c) $105\% \cdot 105\% \cdot 105\% = 1,05^3 \approx 1,1576 = \underbrace{115,76\%}_{\text{acréscimo de aproximadamente } 15,76\%}$

d) $97\% \cdot 97\% \cdot 107\% = 0,97^2 \cdot 1,07 \approx 1,0068 = \underbrace{100,68\%}_{\text{acréscimo de aproximadamente } 0,68\%}$

2. Sendo P o preço pago pelo consumidor final, temos que:

$$P = 0,60 \cdot (1 + 0,3) \cdot (1 + 0,4) \cdot (1 + 0,5) \Rightarrow \\ \Rightarrow P = 0,60 \cdot 1,3 \cdot 1,4 \cdot 1,5 \Rightarrow \\ \Rightarrow P = 1,64$$

Portanto, o consumidor final paga R\$ 1,64 pelo quilograma dessa hortaliça.

3. Sendo P o valor a ser pago à vista, temos:

$$P = 72 \cdot (1 + 0,08) \cdot (1 - 0,15) = \\ = 72 \cdot 1,08 \cdot 0,85 = 66,1$$

Portanto, o preço à vista é R\$ 66,10.

4. Indicando por S_0 o salário inicial e por A o aumento do salário de Roberta, temos:

$$\bullet 2\ 102,72 = S_0 \cdot (1 + 0,02) \cdot (1 + 0,06) \cdot (1 + 0,04) \Rightarrow \\ \Rightarrow 2\ 102,72 = S_0 \cdot 1,02 \cdot 1,06 \cdot 1,04 \Rightarrow S_0 = 1\ 870$$

Assim, antes dos aumentos, o salário de Roberta era R\$ 1 870,00.

$$\bullet A = 2\ 102,72 - S_0 = 2\ 102,72 - 1\ 870 = 232,72$$

Portanto, nesse período, o salário de Roberta aumentou R\$ 232,72.

5. a) Indicando por P o preço de venda à vista, temos:

$$P = 60 \cdot (1 + 0,25) \cdot (1 - 0,12) = \\ = 60 \cdot 1,25 \cdot 0,88 = 66$$

Portanto, o consumidor terá de desembolsar R\$ 66,00.

$$\text{b) } \frac{\overbrace{P - 60}^{\text{lucro}}}{\underbrace{60}_{\text{custo}}} = \frac{66 - 60}{60} = \frac{6}{60} = 0,1 = 10\%$$

Portanto, Alex lucrará 10% se a mercadoria for vendida à vista.

6. Indicando por P o valor do pagamento até o quinto dia útil, temos:

$$65,78 = P \cdot \underbrace{(1 + 0,04)}_{\substack{4\% \text{ de multa} \\ \text{pelo pagamento} \\ \text{após o 5}^{\text{a}} \text{ dia útil}}} \cdot \underbrace{(1 + 0,006)}_{\substack{\text{acr} \acute{e}\text{scimo de} \\ 0,6\% \text{ no } 1^{\text{a}} \text{ dia}}} \cdot \underbrace{(1 + 0,006)}_{\substack{\text{acr} \acute{e}\text{scimo de} \\ 0,6\% \text{ no } 2^{\text{a}} \text{ dia}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P \cdot 1,04 \cdot 1,006 \cdot 1,006 = 65,78 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P \cdot 1,0525 = 65,78 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{65,78}{1,0525} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = 62,5$$

Portanto, caso o pagamento tivesse sido feito até o 5º dia útil, o valor da mensalidade seria R\$ 62,50.

7. alternativa e

Indicando por P_F e P_S o valor da compra utilizando o cartão fidelidade e o valor da compra sem utilizar o cartão fidelidade, respectivamente, temos:

$$P_F = 50 \cdot (1 - 0,2) \cdot (1 - 0,1) = 50 \cdot 0,8 \cdot 0,9 = 36$$

$$P_S = 50 \cdot (1 - 0,2) = 50 \cdot 0,8 = 40$$

Portanto, se o cliente possuísse o cartão fidelidade, sua economia adicional seria R\$ 4,00.

8. Indicando por x , y e z a porcentagem de chuva no mês de janeiro, fevereiro e março, respectivamente, temos:

$$y = 1,18x$$

$$z = y - 0,15y = 1,18x - 0,15 \cdot (1,18x) =$$

$$= (1,18 - 0,177) \cdot x = 1,003x$$

Portanto, choveu 0,3% a mais em março do que em janeiro.

9. Inicialmente, indicamos por A o preço de um produto sem o desconto e por B o preço do mesmo produto com desconto. Agora, vamos analisar cada um dos tipos de desconto oferecidos aos clientes.

• Dois descontos sucessivos de 35%.

$$B = A \cdot (1 - 0,35) \cdot (1 - 0,35) = \\ = A \cdot 0,65^2 = A \cdot \frac{0,4225}{42,25\%}$$

• Um único desconto de 60%.

$$B = A \cdot (1 - 0,6) = A \cdot \frac{0,4}{40\%}$$

Portanto, um único desconto de 60% é mais vantajoso.

10. Indicando por A , b , e h , respectivamente, a área, o comprimento da base e o comprimento da altura do triângulo, temos:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Agora, vamos determinar de quantos por cento deve ser o aumento no comprimento da altura. Supondo que esse aumento seja $x\%$, temos:

$$1,5A = \frac{1,2b \cdot \left(\frac{100+x}{100}\right)h}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1,5 \left(\frac{b \cdot h}{2}\right) = \frac{1,2b \cdot \left(\frac{100+x}{100}\right)h}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 150h = 120h + 120xh \Rightarrow 30 = 1,2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{30}{1,2} \Rightarrow x = 25$$

Portanto, o aumento no comprimento da altura deve ser de 25%.

$$\text{11. a) } \left(1 + \frac{0,05}{5\%}\right) \cdot \left(1 + \frac{0,04}{4\%}\right) = 1,05 \cdot 1,04 = 1,092 =$$

$$= 1 + \frac{0,092}{9,2\%}$$

$$\bullet \left(1 + \frac{0,05}{5\%}\right) \cdot \left(1 + \frac{0,04}{4\%}\right) \cdot \left(1 + \frac{0,05}{5\%}\right) =$$

$$= 1,05 \cdot 1,04 \cdot 1,05 = 1,1466 =$$

$$= 1 + \frac{0,1466}{14,66\%}$$

Assim, considerando os dois primeiros reajustes, a taxa será 9,2% e, considerando os três primeiros reajustes, a taxa será 14,66%.

b) Indicando por v o valor da tarifa antes dos reajustes, temos:

$$v \cdot (1 + 0,05) \cdot (1 + 0,04) \cdot (1 + 0,05) = 4,65 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v \cdot 1,1466 = 4,65 \Rightarrow v = 4,06$$

Portanto, o valor da tarifa antes dos três reajustes era R\$ 4,06.

12. De acordo com os dados do problema, temos:

$$577,53 = 600 \cdot (1 - 0,07) \cdot \left(1 - \frac{x}{100}\right) \cdot (1 + 0,15) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 577,53 = 600 \cdot 1,0695 \cdot \left(1 - \frac{x}{100}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 577,53 = 641,7 - 641,7 \cdot \frac{x}{100} \Rightarrow 6,417x = 64,17 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{64,17}{6,417} \Rightarrow x = 10$$

13. Sabemos que serão aplicados dois acréscimos de $x\%$, obtendo um acréscimo final de 21%. Assim:

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right) = 1,21 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \cdot \frac{x}{100} + \frac{x^2}{10\,000} = 1,21 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 200x + 10\,000 = 12\,100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 200x - 2\,100 = 0$$

Resolvendo essa equação, obteremos $x = 10$ ou $x = -210$. Como $x > 0$, então $x = 10$.

Portanto, cada um desses acréscimos será 10%.

14. a) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que sim, pois Aroldo buscou conhecimento sobre planejamento financeiro e colocou em prática seus conhecimentos acerca do consumo consciente.

b) Calculando o rendimento de acordo com os respectivos meses, temos:

• Após o 1º mês. $1\,500 \cdot \underline{1,03} = 1\,545$
acrécimo em conta de 3%
do saldo disponível

• Após o 2º mês. $1\,545 + 700 = 2\,245$
 $2\,245 \cdot \underline{1,03} = 2\,312,35$
acrécimo em conta de 3%
do saldo disponível

• Após o 3º mês. $2\,312,35 + 700 = 3\,012,35$
 $3\,012,35 \cdot \underline{1,03} = 3\,102,72$
acrécimo em conta de 3%
do saldo disponível

Portanto, Aroldo possuía R\$ 3 102,72 ao final do 3º mês.

15. a) $(0,9) \cdot (0,95) = 0,855 = 85,5\%$

Portanto, é oferecido 14,5% de desconto sobre o preço do *smartphone*, pois $100\% - 85,5\% = 14,5\%$.

b) Indicando por x o preço do *smartphone* antes do aumento, temos:

$$(1,2x) \cdot (0,9x) \cdot (0,95x) = 1,026x$$

Portanto, o preço desse *smartphone* com os descontos é maior do que o preço antes do aumento de 20%.

16. Resolução na página CXIV.

15 Juro

1. Como o juro j recebido nesse período corresponde a $\frac{1}{5}$ do capital c aplicado, segue que: $j = \frac{1}{5} \cdot c$

Desse modo:

$$\begin{aligned} j &= c \cdot i \cdot t \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{5} \cdot c &= c \cdot i \cdot 4 \Rightarrow \\ \frac{1}{5} \cdot c &= i \cdot 4 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{20} &= i \Rightarrow \\ \Rightarrow i &= 0,05 = 5\% \end{aligned}$$

Portanto, a taxa de juro é 5% a.m.

2. Para resolver esse problema, indicamos por C_1 e C_2 os capitais aplicados por um ano.

Ao observarmos a primeira situação, temos:

$$C_1 \cdot 0,06 + C_2 \cdot 0,07 = 345$$

Ao analisarmos a segunda situação, obtemos:

$$C_1 \cdot 0,07 + C_2 \cdot 0,06 = 370$$

Assim, escrevemos e resolvemos o seguinte sistema de equações.

$$\begin{cases} C_1 \cdot 0,06 + C_2 \cdot 0,07 = 345 \\ C_1 \cdot 0,07 + C_2 \cdot 0,06 = 370 \end{cases} \Rightarrow C_1 = 4\,000 \text{ e } C_2 = 1\,500$$

Por fim, fazemos:

$$C_1 + C_2 = 4\,000 + 1\,500 = 5\,500$$

Portanto, o valor total aplicado por essa pessoa foi R\$ 5 500,00.

3. Como a cobrança de juro é diária, inicialmente, determinamos a taxa de juro ao dia. Para isso, fazemos:

$$2,4 : 30 = 0,08$$

Assim, a taxa de juro é 0,08% a.d. (ao dia). Desse modo, o valor V pago por Luiz é:

$$\begin{aligned} V &= 750 + 750 \cdot \frac{0,08}{100} \cdot 12 \Rightarrow \\ \Rightarrow V &= 757,2 \end{aligned}$$

Portanto, o valor pago por Luiz foi R\$ 757,20.

4. Calculamos, primeiro, o juro a ser pago:

$$298,35 - 270 = 28,35$$

Utilizando a fórmula de juro simples para $j = 28,35$, $t = 3$ (90 dias = 3 meses) e $c = 270$, obtemos a taxa i .

$$\begin{aligned} j &= c \cdot i \cdot t \Rightarrow \\ \Rightarrow 28,35 &= 270 \cdot i \cdot 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow i &= \frac{28,35}{270 \cdot 3} \Rightarrow \\ \Rightarrow i &= 0,035 \Rightarrow \\ \Rightarrow i &= 3,5\% \end{aligned}$$

Portanto, a taxa de juro é 3,5% a.m.

5. a) Inicialmente, calculamos o juro pago por Daniele. Para isso, fazemos:

$$2 \cdot 1\,100 - 2\,100 = 100$$

Assim, o juro pago por ela será R\$ 100,00. Em seguida, calculamos a taxa de juro mensal.

$$\frac{100}{1\,000} = 0,1 = 10\%$$

Portanto, a taxa de juro é 10%.

- b) Inicialmente, calculamos o preço à vista da geladeira. Para isso, calculamos 92% de R\$ 2 100,00, ou seja:

$$0,92 \cdot 2\,100 = 1\,932$$

Assim, o preço à vista da geladeira é R\$ 1 932,00. Por fim, calculamos a quantia que seria economizada caso a compra fosse paga à vista. Para isso, fazemos:

$$2 \cdot 1\,100 - 1\,932 = 268$$

Portanto, pagando a geladeira à vista, Daniele economizaria R\$ 268,00.

6. Utilizando a fórmula de juro composto para $c = 2\,600$, $i = 0,18$ e $t = 3$, obtemos o montante M .

$$M = c \cdot (1 + i)^t \Rightarrow M = 2\,600 \cdot (1 + 0,18)^3 \Rightarrow \\ \Rightarrow M = 2\,600 \cdot 1,643032 \Rightarrow M = 4\,271,88$$

Portanto, após três anos de investimento, Luís terá um montante de R\$ 4 271,88.

7. Indicamos por M_1, j_1 e c_1 , com $i = 1, 2$ e 3 , o montante e o juro obtido ao final de cada período. Assim:

- após o 1^o mês, temos:

$$j_1 = 1\,100 \cdot 0,032 \Rightarrow j_1 = 35,2$$

$$M_1 = 1\,100 + 35,2 \Rightarrow M_1 = 1\,135,2$$

- após o 2^o mês, temos:

$$j_2 = M_1 \cdot 0,032 \Rightarrow j_2 = 1\,135,2 \cdot 0,032 \Rightarrow j_2 \approx 36,33$$

$$M_2 = M_1 + j_2 \Rightarrow M_2 = 1\,135,2 + 36,33 \Rightarrow M_2 = 1\,171,53$$

- após o 3^o mês, temos:

$$j_3 = M_2 \cdot 0,005 \Rightarrow j_3 = 1\,171,53 \cdot 0,005 \Rightarrow j_3 \approx 5,86$$

$$M_3 = M_2 + j_3 \Rightarrow M_3 = 1\,171,53 + 5,86 \Rightarrow M_3 = 1\,177,39$$

Portanto, o montante ao final do 3^o mês foi R\$ 1 177,39.

8. Na fórmula de juro composto, $M = c \cdot (1 + i)^t$, substituímos M por $4 \cdot c$, pois o capital investido deve quadruplicar em 70 meses.

Assim:

$$M = c \cdot (1 + i)^t \Rightarrow \\ \Rightarrow 4 \cdot c = c \cdot (1 + i)^{70} \Rightarrow \\ \Rightarrow 4 = (1 + i)^{70} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt[70]{4} = \sqrt[70]{(1 + i)^{70}} \Rightarrow \\ \Rightarrow 4^{\frac{1}{70}} = 1 + i \Rightarrow \\ \Rightarrow 1,02 = 1 + i \Rightarrow \\ \Rightarrow i = 0,02 = 2\%$$

Portanto, a taxa anual de juro deve ser 2%.

9. Indicando por j , M e c , respectivamente, o juro, o montante e o capital, temos: $j = M - c$.

Assim:

$$j = 3\,500 \cdot (1 + 0,04)^4 - 3\,500 \Rightarrow \\ \Rightarrow j = 3\,500 \cdot 1,16985856 - 3\,500 \Rightarrow \\ \Rightarrow j = 4\,094,50 - 3\,500 \Rightarrow j = 594,5$$

Portanto, Fabiana pagará R\$ 594,50 por esse empréstimo.

10. a) Usando a fórmula de juro composto, temos:

$$729,15 = c \cdot (1 + 0,018)^{14} \Rightarrow c = \frac{729,15}{1,2837} \Rightarrow 568$$

Portanto, o capital investido foi R\$ 568,00.

- b) Inicialmente, calculamos a diferença entre o montante final e o capital investido.

$$729,15 - 568 = 161,15$$

Indicando por P o percentual, segue que:

$$P = \frac{161,15}{568} \Rightarrow P = 0,2837 = 28,37\%$$

Logo, o percentual de aumento dessa aplicação foi 28,37%.

11. Usando a fórmula de juro composto, temos:

$$17\,496 = 15\,000 \cdot (1 + i)^2 \Rightarrow 1,1664 = (1 + i)^2 \Rightarrow 1,08 = \\ = 1 + i \Rightarrow i = 0,08 = 8\%$$

Portanto, a taxa de juro anual dessa aplicação é 8%.

12. O valor da segunda parcela corresponde ao montante obtido, retirando-se o valor da entrada, assim:

$$M = c \cdot (1 + i)^t \Rightarrow 54,08 = \frac{50}{120-70} \cdot (1 + i)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 1,0816 = (1 + i)^2 \Rightarrow 1,04 = 1 + i \Rightarrow \\ \Rightarrow i = 0,04 = 4\%$$

Portanto, a taxa mensal de juro cobrada nessa loja é 4%.

13. a) Inicialmente, calculamos o montante M_1 obtido ao final do terceiro mês.

$$M_1 = 2\,300(1 + 0,017)^3 \approx 2\,419,31$$

Assim, o montante obtido ao final do terceiro mês é R\$ 2 419,31 e, conseqüentemente, o juro j_1 recebido é R\$ 119,31, pois:

$$R\$ 2\,419,31 - R\$ 2\,300,00 = R\$ 119,31$$

Em seguida, calculamos o montante M_2 , obtido ao aplicar o capital $c = M_1 + 1\,100$ durante 9 meses a uma taxa de juro de 1,7%. Para isso, fazemos:

$$M_2 = (M_1 + 1\,100) \cdot (1 + 0,017)^9 \Rightarrow \\ \Rightarrow M_2 = (3\,519,31) \cdot (1 + 0,017)^9 \Rightarrow \\ \Rightarrow M_2 \approx 4\,095,87$$

Logo, o montante obtido é R\$ 4 095,87 e, conseqüentemente, o juro j_2 recebido é R\$ 576,56, pois:

$$R\$ 4\,095,87 - R\$ 3\,519,31 = R\$ 576,56$$

Por fim, calculamos:

$$j_1 + j_2 = R\$ 119,31 + R\$ 576,56 = R\$ 695,87$$

Portanto, após a 1^a aplicação completar um ano, esses investimentos renderam R\$ 695,87.

- b) Inicialmente, calculamos o montante M_3 obtido ao final do sexto mês. Para isso, utilizaremos o valor de M_1 , calculado no item a.

$$M_3 = (M_1 + 1\,100) \cdot (1 + 0,017)^3 \Rightarrow \\ \Rightarrow M_3 = (3\,519,31) \cdot (1 + 0,017)^3 \Rightarrow \\ \Rightarrow M_3 \approx 3\,701,86$$

Assim, o montante obtido ao final do sexto mês é R\$ 3 701,86. Após a retirada de R\$ 3 000,00, sobram nesse investimento R\$ 701,86. Desse modo, calculamos o montante M_4 obtido 2 anos após a segunda aplicação da seguinte maneira.

$$M_4 = 701,86(1 + 0,017)^{24-3} \approx 999,98$$

Portanto, se 6 meses após a primeira aplicação esse investidor retirasse R\$ 3 000,00, o montante obtido 2 anos após a segunda aplicação seria R\$ 999,98.

14. a) Sabemos que dois anos após o empréstimo houve um pagamento de R\$ 3 700,00. Assim, considerando esse pagamento, calculamos o saldo devedor S dois anos após o empréstimo.

$$S = 8\,600(1 + 0,08)^2 - 3\,700$$

$$S = 10\,031,04 - 3\,700$$

$$S = 6\,331,04$$

Como três anos após o primeiro pagamento houve um pagamento de R\$ 4 900,00, calculamos o saldo devedor S_1 três anos após o primeiro pagamento.

$$S_1 = 6\,331,04(1 + 0,08)^3 - 4\,900$$

$$S_1 \approx 7\,975,29 - 4\,900$$

$$S_1 \approx 3\,075,29$$

Portanto, após o segundo pagamento, o saldo devedor era R\$ 3 075,29.

- b) Note que esse empréstimo foi pago em três parcelas e que a última delas equivale à quantia paga de juro, pois:

$$R\$ 3\,700,00 + R\$ 4\,900,00 = R\$ 8\,600,00$$

Desse modo, para determinar a quantia Q paga de juro, basta calcular o saldo devedor S_2 dois anos após o segundo pagamento. Assim:

$$Q = S_2 = 3\,075,29 \cdot (1 + 0,08)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q \approx 3\,587,02$$

Portanto, foram pagos R\$ 3 587,02 de juro.

15. a) Note que dois trimestres equivalem a 6 meses.

Assim:

$$M = c \cdot (1 + i)^t \Rightarrow M = 7\,500 \cdot \left(1 + \frac{0,025}{2,5\%}\right)^6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = 7\,500 \cdot 1,1596934 \Rightarrow M = 8\,697,7$$

Portanto, o montante ao fim desse período foi R\$ 8 697,70.

- b) Para determinar o valor líquido a ser retirado, basta calcularmos 97% de R\$ 8 697,70. Para isso, fazemos:

$$0,97 \cdot 8\,697,70 = 8\,436,77$$

Portanto, o valor líquido a ser retirado é R\$ 8 436,77.

16. a) Inicialmente, calculamos o montante M_A obtido ao final do 8º mês no investimento A.

$$M_A = c \cdot (1 + i)^t \Rightarrow M_A = 5\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,03}{3\%}\right)^8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_A = 5\,000 \cdot 1,26677 \Rightarrow M_A = 6\,333,85$$

Assim, o montante obtido ao final do 8º mês foi R\$ 6 333,85.

Em seguida, calculamos o montante M_B obtido ao final do 8º mês no investimento B.

$$M_B = c \cdot (1 + i)^t \Rightarrow M_B = 4\,500 \cdot \left(1 + \frac{0,035}{3,5\%}\right)^8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_B = 4\,500 \cdot 1,31681 \Rightarrow M_B = 5\,925,65$$

Logo, o montante obtido foi R\$ 5 925,65.

Por fim, adicionamos os montantes obtidos.

$$6\,333,85 + 5\,925,65 = 12\,259,5$$

Portanto, o montante obtido ao final do 8º mês com esses investimentos foi R\$ 12 259,50.

- b) Calculando o rendimento, em reais, de cada investimento, temos:

$$\text{Rendimento A: } 6\,333,85 - \frac{5\,000}{\text{investimento A}} = 1\,333,85$$

$$\text{Rendimento B: } 5\,925,65 - \frac{4\,500}{\text{investimento B}} = 1\,425,65$$

Portanto, o investimento B gerou maior rendimento.

- c) Resposta pessoal. Para responder a essa questão, espera-se que os alunos digam que sim, pois nesse caso o montante obtido seria R\$ 12 509,69, que é maior do que o montante obtido ao aplicar simultaneamente nos investimentos A e B.

17. Inicialmente, calculamos o montante M obtido ao aplicar R\$ 12 000,00, durante 12 meses (1 ano), a uma taxa de juro composto de 0,6% a.m.

$$M = c \cdot (1 + i)^t \Rightarrow M = 12\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,006}{0,6\%}\right)^{12} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = 12\,000 \cdot 1,074424 \Rightarrow M = 12\,893,09$$

Assim, o montante obtido seria R\$ 12 893,09.

Agora, calculamos o rendimento. Para isso, fazemos:

$$12\,893,09 - 12\,000 = 893,09$$

Portanto, durante um ano, essa aplicação renderia R\$ 893,09.

- Resposta pessoal. Alguns dos impostos cobrados no Brasil são: IPTU (Imposto Territorial Urbano), IOF (Imposto sobre Operações Financeiras) e IPVA (Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores). Esses impostos são destinados a áreas como: saneamento básico, construção e recuperação de estradas, segurança pública, saúde e educação. Com as questões propostas, espera-se que os alunos reflitam sobre como os impostos cobrados no país são gastos e exponham sua opinião aos colegas e ao professor.

18. Inicialmente, vamos calcular:

- o montante M_2 obtido ao final do segundo mês de aplicação.

$$M_2 = 20\,000(1 + 0,02)^2 = 20\,808$$

Assim, o montante será R\$ 20 808,00 e, consequentemente, faltarão R\$ 192,00.

- o montante M_3 obtido ao final do terceiro mês de aplicação.

$$M_3 = 20\,000(1 + 0,02)^3 = 21\,224,16$$

Logo, o montante será R\$ 21 224,16 e, consequentemente, sobrarão aproximadamente R\$ 225,00.

- o montante M_4 obtido ao final do quarto mês de aplicação.

$$M_4 = 20\,000(1 + 0,02)^4 = 21\,648,64$$

Logo, o montante será R\$ 21 648,64 e, consequentemente, sobrarão aproximadamente R\$ 649,00.

Portanto, de acordo com os nossos cálculos, a alternativa que apresenta a informação correta é a c.

19. alternativa c

Inicialmente, calculamos a rentabilidade do:

- investimento A: $(1,03)^{12} = 1,426$

- investimento B: $(1,36)^1 = 1,36$

- investimento C: $(1,18)^2 = 1,3924$

Desse modo, segue que as rentabilidades anuais de A, B e C são, respectivamente, 42,6%, 36% e 39,24%. Portanto, para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá escolher o investimento A, pois, como observado, sua rentabilidade anual é maior do que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.

20. a) Indicando por M_1 e M_2 , respectivamente, o montante obtido na opção 1 e o montante obtido na opção 2, temos:

$$M_1 = M_2 \Rightarrow C \cdot (1 + 0,065)^t = C \cdot (1 + 0,065 \cdot t) \Rightarrow (1,065)^t = 1,065 \cdot t$$

Essa igualdade é verdadeira apenas para $t = 1$. Portanto, após 1 ano, o investimento obtido em ambas as opções será o mesmo.

- b) Ao final de dois anos:

- o montante M_1 obtido na opção 1 será:

$$M_1 = 12\,000 \cdot (1 + 0,065)^2 \Rightarrow M_1 = 12\,000 \cdot 1,1344225 \Rightarrow M_1 = 13\,610,7$$

Assim, após dois anos, o montante obtido será R\$ 13 610,70.

- o montante M_2 obtido na opção 2 será:

$$M_2 = 12\,000 \cdot (1 + 0,065 \cdot 2) \Rightarrow M_2 = 12\,000 \cdot 1,13 \Rightarrow M_2 = 13\,560$$

Assim, após dois anos, o montante obtido será R\$ 13 560,00.

Agora, calculamos a diferença entre os montantes.

$$13\,610,7 - 13\,560 = 50,7$$

Portanto, a diferença entre os montantes é R\$ 50,70.

21. a) Crescimento exponencial: investimento B; crescimento linear: investimentos A e C. No caso dos investimentos A e C, verifique se os alunos observam que o aumento ocorre sempre na mesma razão, por isso, apresenta crescimento linear.

- b) Investimento A: $\frac{9\,861,83}{8\,965,30} = 1,1$, ou seja, um investimento de 10% a.m.

Investimento B: $\frac{13\,533,18}{12\,589,00} = 1,075$, ou seja, um investimento de 7,5% a.m.

Investimento C: $\frac{60\,200,00}{56\,000,00} = 1,075$, ou seja, um investimento de 7,5% a.m.

- c) Capital aplicado no investimento A: R\$ 8 965,30. O investimento C refere-se a uma aplicação a juro simples.

Assim:

$$M = C \cdot (1 + 0,075 \cdot 10) \Rightarrow M = 8\,965,30 \cdot 1,75 \Rightarrow M = 15\,689,28$$

Portanto, o montante ao final do 10º mês seria R\$ 15 689,28.

- d) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que, se o período de investimento for de 12 anos, é melhor optar pelo investimento B; já se o período de investimento for cinco meses, é melhor optar pelo investimento A.

22. a) Investimento A: $\frac{1\,020,00}{1\,000,00} = 1,02$, ou seja, um investimento de 2% a.m.

Investimento B: $\frac{1\,019,00}{1\,000,00} = 1,019$, ou seja, um investimento de 1,9% a.m.

- b) O investimento B, pois o valor acrescido ao montante aumenta com o passar do tempo, enquanto no investimento A o valor acrescido se mantém constante com o passar do tempo.

- c) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos estimem que 1,9% de R\$ 1 119,55 é maior do que 2% de R\$ 1 000,00.

- d) Inicialmente, calculamos o montante M_A obtido ao final do 7º mês no investimento A.

$$M_A = C \cdot (1 + i \cdot t) \Rightarrow M_A = 1\,000 \cdot (1 + 0,02 \cdot 7) \Rightarrow M_A = 1\,140$$

Portanto, ao final do 7º mês, o montante obtido no investimento A será R\$ 1 140,00.

Em seguida, calculamos o montante M_B obtido ao final do 7º mês no investimento B.

$$M_B = C \cdot (1 + i)^t \Rightarrow M_B = 1\,000 \cdot (1 + 0,019)^7 \Rightarrow M_B = 1\,140,83$$

Portanto, ao final do 7º mês, o montante obtido no investimento B será R\$ 1 140,83.

A resposta depende da estimativa realizada pelo aluno no item c.

- Espera-se que, após realizar a pesquisa, os alunos comentem, por exemplo, que, se a pessoa quer retornar do dinheiro em pouco tempo, o investimento a curto prazo, em média de dois anos, é o mais indicado. Por outro lado, se não houver pressa, os investimentos a médio e longo prazo são mais vantajosos.

16 Equivalência de capitais

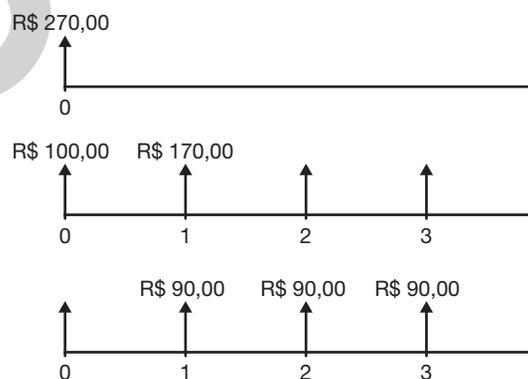
1. Inicialmente, estabelecemos notações para cada uma das opções de pagamento:

P_v : preço à vista no período 0.

P_2 : valor do pagamento na opção 2, período 0.

P_3 : valor do pagamento na opção 3, período 0.

Construindo os esquemas de pagamento, temos:



Em seguida, comparando os valores no período 0.

$$P_v = 270$$

$$P_2 = 100 + \frac{170}{(1 + 0,005)^1} \approx 100 + 169,15 \approx 269,15$$

$$P_3 = \frac{90}{(1 + 0,005)^1} + \frac{90}{(1 + 0,005)^2} + \frac{90}{(1 + 0,005)^3} \approx$$

$$\approx 89,55 + 89,11 + 88,66 \approx 267,32$$

Portanto, a opção 3 é a mais vantajosa para Lara.

2. Resolução na página CXIV.

17 Sistema de amortização

1. Inicialmente, calculamos a porcentagem: 25% de R\$ 1 150,00.

$$0,25 \cdot 1\,150 = 287,5$$

Em seguida, calculamos o valor da prestação:

$$P = \frac{c \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} \Rightarrow P = \frac{3\,000 \cdot \overbrace{0,019}^{1,9\%}}{1 - (1 + 0,019)^{-12}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{57}{0,20217} \Rightarrow P = 281,94$$

Assim, a prestação seria R\$ 281,94.

Portanto, é possível uma pessoa que recebe um salário de R\$ 1 150,00 emprestar R\$ 3 000,00 reais do banco, pois o valor da prestação (R\$ 281,94) é menor do que 25% do salário líquido (R\$ 287,50).

2. Utilizamos a fórmula para calcular o valor do capital:

$$P = \frac{c \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} \Rightarrow 928,46 = \frac{c \cdot \overbrace{0,014}^{1,4\%}}{1 - (1 + 0,014)^{-9}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 928,46 = \frac{c \cdot 0,014}{0,1176144} \Rightarrow c \cdot 0,014 = 109,20026 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c = \frac{109,20026}{0,014} \Rightarrow c = 7\,800,02$$

Portanto, esse cliente emprestou R\$ 7 800,02 do banco.

3. a) Como o valor do carro é R\$ 48 000,00 e Felipe deu uma entrada de R\$ 25 000,00, falta ainda pagar R\$ 23 000,00. Calculando o valor da parcela, temos:

$$P = \frac{c \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} \Rightarrow P = \frac{23\,000 \cdot 0,01}{1 - (1 + 0,01)^{-48}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{230}{0,37974} \Rightarrow P = 605,68$$

Portanto, o valor de cada parcela paga por Felipe é R\$ 605,68.

- b) Calculando o valor pago nas parcelas, temos:

$$\underbrace{48}_{\text{quantidade de parcelas}} \cdot \underbrace{605,68}_{\text{valor pago em cada parcela}} = 29\,072,64$$

Logo, serão pagos R\$ 6 072,64 de juros.
 $29\,072,64 - 23\,000,00$

4. Resolução na página CXV.

5. Resolução na página CXV.

6. a) Calculando o valor de cada parcela, temos:

$$P = \frac{c \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} \Rightarrow P = \frac{2\,378,27 \cdot 0,02}{1 - (1 + 0,02)^{-12}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{47,5654}{0,2115} \Rightarrow P = 224,89$$

$$\text{Total: } \underbrace{12}_{\text{quantidade de parcelas}} \cdot \underbrace{224,89}_{\text{valor a ser pago em cada parcela}} = 2\,698,68$$

Portanto, o valor de cada parcela é R\$ 224,89 e o total a ser pago, R\$ 2 698,68.

- b) Sim. Ao aumentar o número de parcelas, há um aumento no juro, pois este é mensal.

- c) Resposta pessoal.

18 Planejamento orçamentário

1. a) A maior despesa é com alimentação.

- b) Calculando a porcentagem correspondente a cada despesa, temos:

$$\text{Moradia: } \frac{750}{4\,200} \approx 0,179 \approx 17,9\%$$

soma total das receitas da família

$$\text{Alimentação: } \frac{1\,000}{4\,200} \approx 0,238 \approx 23,8\%$$

$$\text{Transporte: } \frac{300}{4\,200} \approx 0,0714 \approx 7,14\%$$

$$\text{Saúde: } \frac{100}{4\,200} \approx 0,0238 \approx 2,38\%$$

$$\text{Lazer: } \frac{150}{4\,200} \approx 0,0357 \approx 3,57\%$$

$$\text{Outros: } \frac{250}{4\,200} \approx 0,0595 \approx 5,95\%$$

2. Utilizando a Calculadora do Cidadão, temos:

Aplicação com depósitos regulares

Simule a aplicação com depósitos regulares

Número de meses	<input type="text" value="60"/>
Taxa de juros mensal	<input type="text" value="0,700000"/> %
Valor do depósito regular (depósito realizado no início do mês)	<input type="text" value="120,00"/>
Valor obtido ao final	<input type="text" value="8972,13"/>

Portanto, o montante obtido ao final desse período é R\$ 8 972,13.

3. Para cada uma das situações apresentadas a Ângelo para realizar o pagamento utilizando a fórmula do coeficiente de financiamento, temos:

- Prazo 1: $CF_1 = \frac{0,02}{1 - (1 + 0,02)^{-24}} \Rightarrow CF_1 = 0,052871$

Calculando o valor da prestação, temos:

$$12\,000 \cdot \overbrace{0,052871}^{CF_1} = 634,45$$

Total pago optando por esse prazo:

$$24 \cdot 634,45 = 15\,226,80$$

Assim, o valor total seria R\$ 15 226,80.

- Prazo 2: $CF_2 = \frac{0,02}{1 - (1 + 0,02)^{-36}} \Rightarrow CF_2 = 0,039232$

Calculando o valor da prestação, temos:

$$12\,000 \cdot \overbrace{0,039232}^{CF_2} = 470,79$$

Total pago optando por esse prazo

$$36 \cdot 470,79 = 16\,948,44$$

Assim, o valor total seria R\$ 16 948,44.

- Prazo 3: $CF_3 = \frac{0,02}{1 - (1 + 0,02)^{-48}} \Rightarrow CF_3 = 0,032602$

Calculando o valor da prestação, temos:

$$12\,000 \cdot \overbrace{0,032602}^{CF_3} = 391,23$$

Total pago optando por esse prazo:

$$48 \cdot 391,23 = 18\,779,04$$

Assim, o valor total seria R\$ 18 779,04.

Portanto, Ângelo deve escolher realizar o pagamento em 36 parcelas, ou seja, optar pelo prazo 2, pois o pagamento em 24 parcelas não cabe em seu orçamento mensal e o pagamento em 48 parcelas possui maior juro.

Resolução do tema 3

19. a) $2,992 \cdot 10^{11} \text{ m} = \frac{2,992 \cdot 10^{11}}{1,496 \cdot 10^{11}} \text{ UA} \approx 2 \text{ UA}$

b) $2,3188 \cdot 10^{10} \text{ km} = 2,3188 \cdot 10^{13} \text{ m} = \frac{2,3188 \cdot 10^{13}}{1,496 \cdot 10^{11}} \text{ UA} \approx 1,55 \cdot 10^2 \text{ UA} \approx 155 \text{ UA}$

c) $5 \text{ UA} = 5 \cdot 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m} \approx 7,48 \cdot 10^{11} \cdot 10^{-3} \text{ km} \approx 7,48 \cdot 10^8 \text{ km}$

d) $13 \text{ UA} = 13 \cdot 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m} \approx 19,448 \cdot 10^{11} \text{ m} \approx 1,9448 \cdot 10^{12} \text{ m}$

e) $3,2912 \cdot 10^{12} \text{ m} = \frac{3,2912 \cdot 10^{12}}{1,496 \cdot 10^{11}} \text{ UA} \approx 2,2 \cdot 10^1 \text{ UA} \approx 22 \text{ UA}$

f) $100 \text{ UA} = 100 \cdot 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m} \approx 1,496 \cdot 10^{13} \cdot 10^{-3} \text{ km} \approx 1,496 \cdot 10^{10} \text{ km}$

20. a) $17 \text{ al} \approx 17 \cdot 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m} \approx 160,82 \cdot 10^{15} \cdot 10^{-3} \text{ km} \approx 1,6082 \cdot 10^{14} \text{ km}$

b) $2,5 \text{ al} \approx 2,5 \cdot 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m} \approx 23,65 \cdot 10^{15} \text{ m} \approx 2,365 \cdot 10^{16} \text{ m}$

c) $5,2976 \cdot 10^{16} \text{ m} \approx \frac{5,2976 \cdot 10^{16}}{9,46 \cdot 10^{15}} \text{ al} \approx 0,56 \cdot 10^1 \text{ al} \approx 5,6 \text{ al}$

d) $1,2298 \cdot 10^{14} \text{ km} = 1,2298 \cdot 10^{17} \text{ m} = \frac{1,2298 \cdot 10^{17}}{9,46 \cdot 10^{15}} \text{ al} \approx 0,13 \cdot 10^2 \text{ al} \approx 13 \text{ al}$

e) $10 \text{ al} = 10 \cdot 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m} \approx 9,46 \cdot 10^{16} \cdot 10^{-3} \text{ km} \approx 9,46 \cdot 10^{13} \text{ km}$

f) $1 \text{ UA} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m} = \frac{1,496 \cdot 10^{11}}{9,46 \cdot 10^{15}} \text{ al} \approx 0,1581 \cdot 10^{-4} \text{ al} \approx 1,581 \cdot 10^{-5} \text{ al}$

Resolução do tema 14

16. a) Resposta pessoal.

b) Realizando os cálculos em cada um dos respectivos anos, temos:

$$(0,768) \cdot \underbrace{(1 + 0,0221)}_{\text{em 2015}} \cdot \underbrace{(1 + 0,0293)}_{\text{em 2016}} \cdot \underbrace{(1 - 0,0309)}_{\text{em 2017}} \cdot \underbrace{(1 + 0,0153)}_{\text{em 2015}} \approx 0,795$$

Portanto, a proporção entre os rendimentos médios totais é, aproximadamente, 79,5%.

Resolução do tema 16

2. Inicialmente, para calcular cada uma das opções, consideramos as variáveis a seguir.

P_v : preço à vista, com 3% de desconto.

P_2 : valor do pagamento na opção 2, duas prestações mensais de R\$ 150,00, com a primeira paga no ato da compra.

P_3 : valor do pagamento na opção 3, no cartão de crédito, em dez prestações de R\$ 30,00.

Agora, determinamos o preço à vista:

Preço à vista (P_v):

$$\underbrace{0,97}_{\substack{\text{desconto} \\ \text{de 3\%}}} \cdot 300 = 291$$

Assim, o preço à vista é R\$ 291,00.

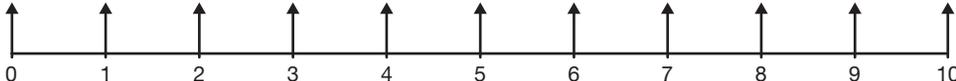
R\$ 291,00



R\$ 150,00 R\$ 150,00



R\$ 30,00 R\$ 30,00



$$P_2 = 150 + \frac{150}{(1 + 0,008)^1} \approx 150 + 148,81 \approx 298,81$$

$$P_3 = \frac{30}{(1 + 0,008)^1} + \frac{30}{(1 + 0,008)^2} + \frac{30}{(1 + 0,008)^3} + \frac{30}{(1 + 0,008)^4} + \frac{30}{(1 + 0,008)^5} + \frac{30}{(1 + 0,008)^6} + \frac{30}{(1 + 0,008)^7} + \frac{30}{(1 + 0,008)^8} + \frac{30}{(1 + 0,008)^9} + \frac{1}{(1 + 0,008)^{10}} \approx 29,76 + 29,53 + 29,29 + 29,06 + 28,83 + 28,60 + 28,37 + 28,15 + 27,92 + 27,70 \approx 287,21$$

Portanto, a opção 3 é a mais vantajosa, ou seja, pagamentos em dez prestações de R\$ 30,00 no cartão de crédito.

Resolução do tema 17

4. O juro, de acordo com os dados da tabela, é R\$ 60,00. Assim, podemos calcular a taxa fixa (i) de juro.

R\$	porcentagem
2 000	100
60	i

$$\frac{2\,000}{60} = \frac{100}{i} \Rightarrow 2\,000 \cdot i = 60 \cdot 100 \Rightarrow i = 3$$

Assim, a taxa fixa de juro é 3% a.m.

Para calcular o saldo devedor após o pagamento da 3ª parcela, completamos o quadro com os seguintes valores.

n	Pagamento	Juro	Amortização	Saldo devedor
0	-	-	-	2 000,00
1	234,46	60	174,46	1 825,54
2	234,46	$\frac{3\%}{0,03} \cdot 1\,825,54 = 54,77$	$234,46 - 54,77 = 179,69$	$\frac{1\,645,85}{1\,825,54 - 179,69}$
3	234,46	$\frac{3\%}{0,03} \cdot 1\,645,85 = 49,38$	$234,46 - 49,38 = 185,08$	$\frac{1\,460,77}{1\,645,85 - 185,08}$

Portanto, o saldo devedor após o pagamento da 3ª parcela é R\$ 1 460,77.

5. a) Inicialmente, calculamos o valor da parcela:

$$P = \frac{c \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} \Rightarrow P = \frac{75\,000 \cdot 0,02}{1 - (1 + 0,02)^{-8}} \Rightarrow P = \frac{1\,500}{0,14651} \Rightarrow P = 10\,238,21$$

Em seguida, completamos o quadro até a 6ª parcela.

n	Pagamento	Juro	Amortização	Saldo devedor
0	-	-	-	75 000,00
1	10 238,21	$\frac{2\%}{0,02} \cdot 75\,000,00 = 1\,500,00$	$10\,238,21 - 1\,500,00 = 8\,738,21$	$\frac{66\,261,79}{75\,000,00 - 8\,738,21}$
2	10 238,21	$\frac{2\%}{0,02} \cdot 66\,261,79 = 1\,325,24$	$10\,238,21 - 1\,325,24 = 8\,912,97$	$\frac{57\,348,82}{66\,261,79 - 8\,912,97}$
3	10 238,21	$\frac{2\%}{0,02} \cdot 57\,348,82 = 1\,146,98$	$10\,238,21 - 1\,146,98 = 9\,091,23$	$\frac{48\,257,59}{57\,348,82 - 9\,091,23}$
4	10 238,21	$\frac{2\%}{0,02} \cdot 48\,257,59 = 965,15$	$10\,238,21 - 965,15 = 9\,273,06$	$\frac{38\,984,53}{48\,257,59 - 9\,273,06}$
5	10 238,21	$\frac{2\%}{0,02} \cdot 38\,984,53 = 779,69$	$10\,238,21 - 779,69 = 9\,458,52$	$\frac{29\,526,01}{38\,984,53 - 9\,458,52}$
6	10 238,21	$\frac{2\%}{0,02} \cdot 29\,526,01 = 590,52$	$10\,238,21 - 590,52 = 9\,647,69$	$\frac{19\,878,32}{29\,526,01 - 9\,647,69}$

Portanto, o juro pago na 4ª parcela é R\$ 965,15.

- b) De acordo com o quadro apresentado no item a, a amortização na 5ª parcela é R\$ 9 458,52.
 c) De acordo com o quadro apresentado no item a, o saldo devedor após o pagamento da 6ª parcela é R\$ 19 878,32.

Sugestões ao professor

- Nesta seção, apresentamos sugestões de livros e sites que podem ser consultados com o objetivo de complementar os conteúdos tratados neste volume, bem como obter subsídios teórico-metodológicos para o trabalho em sala de aula. É importante, também, que seja consultada a seção **Ampliando seus conhecimentos**, onde há sugestões de livros e sites para os alunos.

Leituras sobre o ensino de Matemática

- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; SILVA, Karina Pessoa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. *Modelagem matemática na educação básica*. São Paulo: Contexto, 2012.

Este artigo apresenta algumas considerações a respeito da aplicação de uma tarefa sob a ótica da Modelagem matemática para uma turma de 1º ano do Ensino Médio, abordando conceitos de Geometria plana.

- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de et al. *Práticas de modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas*. Londrina: Eduel, 2015.

Este livro aborda aspectos da Modelagem matemática, apresentando resultados de pesquisas e experiências em sala de aula e destacando a possibilidade de trabalhar com essa metodologia na perspectiva da Educação Matemática.

- ARAÚJO, Jussara de Loiola. *Educação matemática crítica: reflexões e diálogos*. Belo Horizonte: Argvmentvm, 2007.

Este livro traz reflexões e diálogos sobre a Educação Matemática crítica, como uma preocupação educacional, incluindo sugestões sobre o que isso pode significar visando à justiça social.

- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.) *Educação matemática: pesquisa em movimento*. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

Nesta obra os autores tratam a respeito da ambiguidade gerada no processo de pesquisa. Embora os textos de vários autores expressem diferentes perspectivas, no geral convergem para o mesmo significado.

- BIEMBENGUT, Maria S.; HEIN, Nelson. *Modelagem matemática no ensino*. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2018.

O livro apresenta explicações sobre modelo matemático e Modelagem matemática. Também traz algumas orientações sobre como o professor pode proceder para utilizar a Modelagem no ensino de Matemática.

- BOLETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Rio Claro: Unesp.

O objetivo do BOLEMA é disseminar a produção de conteúdos relacionados à área da Educação Matemática, cujos trabalhos podem variar desde pesquisas empíricas até ensaios ou outros formatos nesse mesmo domínio do conhecimento.

- BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. *Informática e Educação matemática*. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. (Tendências em Educação Matemática).

Este livro trata da informática educativa, abordando aspectos que vão desde as políticas governamentais até as questões epistemológicas e pedagógicas. São apresentados exemplos de como usar informática com alunos e professores, bem como questões referentes ao uso de computadores e calculadoras gráficas em Educação Matemática.

- BUCK INSTITUTE FOR EDUCATION. *Aprendizagem baseada em projetos: guia para professores de Ensino Fundamental e Médio*. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

O livro descreve um conjunto de princípios que buscam ajudar os professores a planejar e implementar trabalhos com projetos. Contém, ainda, exemplos de projetos e mostra como desenvolvê-los em sala de aula.

- CAINELLI, Marlene Rosa; TOMAZINI, Elizabete Cristina de Souza. A aula-oficina como campo metodológico para a formação de professores em História: um estudo sobre o Pibid/História/UEL. *História & Ensino*, Londrina, v. 23, n. 2, p. 11-33, 2017.

Este estudo apresenta a aula-oficina como possibilidade de exercício da docência com base em relatórios e entrevistas concedidas por alunos de iniciação científica do curso de História da Universidade Estadual de Londrina (UEL).

- CARRAHER, Terezinha Nunes; CARRAHER, David William; SCHLIEMANN, Analúcia Dias. *Na vida dez, na escola zero*. 16. ed. São Paulo: Cortez, 2015.

O livro traz considerações sobre o motivo pelo qual muitas pessoas são capazes de utilizar a Matemática para resolver problemas em situações de seu cotidiano, mas, quando se trata da Matemática escolar, elas apresentam dificuldades.

- CURY, Helena Noronha. *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. (Tendências em Educação Matemática).

Neste livro é apresentada uma visão geral sobre a análise de erros, que, segundo a autora, pode ser encarada como uma abordagem de pesquisa e como uma

metodologia de ensino, em ambos os casos, utilizada com o intuito de auxiliar na prática em sala de aula. Também são indicadas pesquisas e sugestões sobre como os erros dos alunos podem ser utilizados nas aulas de Matemática.

- D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação matemática: da teoria à prática*. 23. ed. Campinas: Papirus, 2019.

Nesta obra, o autor propõe a adoção de uma nova abordagem do sistema de ensino e aprendizagem, tendo considerações sobre aspectos da cognição, da natureza da Matemática e das questões teóricas da educação, além de discutir temas ligados à sala de aula e às inovações na prática docente.

- _____. Etnomatemática, justiça social e sustentabilidade. *Estudos Avançados*, São Paulo, v. 32, n. 94, p. 189-204, set./dez. 2018. p. 189. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-40142018000300189>. Acesso em: 13 jun. 2020. Este artigo discute as contribuições da Etnomatemática para a formação de indivíduos capazes de produzir conhecimentos e de se comunicarem, colaborando para a superação das desigualdades sociais e garantindo dignidade a todos os cidadãos, independentemente das classes sociais nas quais estão inseridos, e voltados à preservação da natureza por meio da adoção de uma postura que defenda a sustentabilidade.
- FERREIRA, Mariana Kawall Leal (Org.). *Ideias matemáticas de povos culturalmente distintos*. São Paulo: Global, 2002. (Série Antropologia e Educação). O livro aborda tópicos relacionados à educação e à Matemática do cotidiano. Também trata a respeito da organização social e da Matemática de povos indígenas no Brasil, e da aritmética e da ornamentação geométrica no Brasil e na África.
- ZALESKI FILHO, Dirceu. *Matemática e Arte*. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. (Tendências em Educação Matemática). Com base em uma revisão integrada da História da Matemática e da História da Arte, o autor defende que a conciliação entre essas duas áreas do conhecimento pode ser muito benéfica para o ensino.
- FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2009. Esta obra é destinada a professores e pesquisadores em Educação Matemática, pois orienta esses profissionais sobre como iniciar uma pesquisa nessa área. O livro traz orientações a respeito do processo de investigação na área, além do surgimento e do desenvolvimento desse componente curricular no Brasil.

- GARDNER, Howard. *Inteligências múltiplas: a teoria na prática*. Trad. Maria A. V. Veronese. Porto Alegre: Artmed, 1995.

Neste trabalho, o autor explica as ideias fundamentais que desencadeiam uma revolução na aprendizagem e mostra como elas podem ser aplicadas em toda sala de aula onde se espera que os alunos pensem.

- HUETE, J. C. Sánchez; BRAVO, J. A. Fernández. *O ensino da Matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas*. Trad. Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2005.

O livro pode ser usado como uma ferramenta de estudo e análise teórica para a construção do conhecimento matemático e para a resolução de problemas, visando a melhoras nas práticas em sala de aula.

- KNIJNIK, Gelsa et al. *Etnomatemática em movimento*. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. (Tendências em Educação Matemática).

O livro apresenta textos, discussões e reflexões sobre a trajetória e os rumos dos estudos e pesquisas no âmbito da Etnomatemática, tendo como principal referência o professor Ubiratan D'Ambrosio.

- LUCKESI, Cipriano Carlos. *Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições*. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

Este livro pode servir de referência aos professores no sentido de propor uma reflexão sobre a avaliação da aprendizagem escolar em termos sociais e pedagógicos.

- MACHADO, Nilson José. *Matemática e educação: alegorias, tecnologias, jogo, poesia*. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2012. v. 43. (Questões da Nossa Época).

São abordados, neste livro, tópicos sobre o ensino de Matemática, a avaliação e a informática no currículo.

- MARTINS, Jorge Santos. *O trabalho com projetos de pesquisa: do Ensino Fundamental ao Ensino Médio*. 5. ed. Campinas: Papirus, 2007. (Papirus Educação).

Neste livro constam ideias de projetos que podem ser adaptadas e desenvolvidas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, de modo a integrar os diversos componentes curriculares e a vida cotidiana dos alunos.

- MENDES, Iran Abreu. *Investigação histórica no ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

O livro trata do uso de projetos de investigação histórica como uma alternativa metodológica para o ensino de Matemática. As experiências de tarefas investigativas apresentadas no livro evidenciam a relevância dessa abordagem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

- MENDES, Iran Abreu. *Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem*. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

O livro contém perspectivas didáticas que buscam contribuir para o ensino e aprendizagem mais significativo da Matemática, ampliando o conhecimento a respeito desse campo.

- MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. *Ensino: as abordagens do processo*. São Paulo: EPU, 1992.

Neste livro são analisados dez conceitos básicos (homem, mundo, sociedade/cultura, conhecimento, educação, escola, ensino-aprendizagem, professor-aluno, metodologia e avaliação) com cinco abordagens do processo de ensino e aprendizagem (tradicional, cognitivista, comportamentalista, humanista e sociocultural).

- MONTEIRO, Alexandrina; POMPEU JUNIOR, Geraldo. *A Matemática e os temas transversais*. São Paulo: Moderna, 2001. (Educação em Pauta: Temas Transversais).

O livro tece reflexões sobre transversalidade, ensino de Matemática, ciência e cultura, além de apresentar propostas de como viabilizar a ideia de transversalidade em sala de aula.

- MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria M. M. S. *A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. (Tendências em Educação Matemática).

O livro aborda questões referentes à formação do professor de Matemática, trazendo aspectos do conhecimento acadêmico e do conhecimento escolar. Para ilustrar sua posição, os autores apresentam como os conjuntos numéricos são trabalhados no nível escolar acadêmico e básico.

- NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela (Org.). *A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas*. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

Neste livro são abordados temas relacionados à formação docente. São apresentadas pesquisas, perspectivas e reflexões sobre, por exemplo, a formação inicial e continuada de professores de Matemática, a relação dos docentes com o saber e com a prática pedagógica e a constituição da identidade profissional.

- ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. *Pesquisa em Educação matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Unesp, 1999.

Este trabalho busca valorizar a interação tanto entre professor e aluno quanto entre os próprios alunos no processo de ensino e aprendizagem, apontando para a

importância de as tarefas matemáticas propostas em sala de aula assumirem uma natureza problemática. Além disso, trata da necessidade de o professor ser capaz de estabelecer um ambiente de trabalho estimulante, que propicie a aprendizagem e o desenvolvimento dos alunos.

- PAIS, Luiz Carlos. *Ensinar e aprender matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

Este livro levanta questões e propõe reflexões sobre aspectos metodológicos do ensino de Matemática, levando em consideração o saber matemático e os desafios de seu ensino e aprendizagem.

- SADOVSKY, Patricia. *O ensino de matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios*. Trad. Antonio de Padua Danesi. São Paulo: Ática, 2007. (Educação em Ação).

Neste livro são apresentadas propostas para rever e analisar a Matemática e, assim, reformular a relação entre professor e aluno.

- POLYA, George. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Trad. e adapt. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

Neste livro são apresentados passos para a resolução de problemas. No final, alguns problemas são propostos ao leitor, seguidos por suas respectivas soluções.

- _____. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 1999.

Este trabalho tece comentários a respeito das maneiras de resolver um problema, no qual o processo de solução é mais importante do que a própria solução em si. Para tanto, Polya estabelece as quatro fases da resolução de um problema: compreendendo o problema, elaborando um plano, executando o plano e fazendo o retrospecto.

- RIBEIRO, Alessandro J.; CURY, Helena N. *Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função*. Belo Horizonte: Autêntica, 2015. (Tendências em Educação Matemática).

Neste livro, os autores discutem a respeito do ensino e da aprendizagem da Álgebra, com enfoque especial aos assuntos relacionados a equações e funções, fazendo uma breve revisão histórica e apresentando pesquisas relacionadas ao tema.

- SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. Trad. Abigail Lins e Jussara L. Araújo. Campinas: Papirus, 2017.

O autor aborda a Educação Matemática por meio de uma perspectiva democrática, propondo que trabalhos com projetos de modelagem possam ser encarados como uma possível saída para a questão democrática na sala de aula.

- TOMAZ, Vanessa Sena; DAVID, Maria M. M. S. *Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. (Tendências em Educação Matemática).

Neste livro as autoras esclarecem como lidar com a interdisciplinaridade no ensino de Matemática. São tratadas, ainda, situações com diferentes abordagens interdisciplinares sobre os conteúdos escolares que possibilitam ao professor refletir sobre como a Matemática e os demais componentes curriculares auxiliam na formação do aluno como cidadão.

- VILA, Antoni; CALLEJO, María Luz. *Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas*. Trad. Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

Em textos que aliam teoria e prática em sala de aula, os autores propõem discussões e reflexões sobre as crenças que permeiam o ensino de Matemática e apontam sugestões de como elas podem ser trabalhadas.

- ZIMER, Tania Teresinha Bruns. *Aprendendo a ensinar Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental*. 2008. 299 f. Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em: <<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-24062008-162627/publico/TeseTaniaBrunsZimer.pdf>>. Acesso em: 26 maio 2020.

A tese apresentada neste documento disserta, entre outros assuntos pedagógicos, a respeito da importância do professor como elemento mediador entre as concepções pessoais e a prática pedagógica.

Leituras sobre a História da Matemática

- ALDER, Ken. *A medida de todas as coisas: a odisséia de sete anos e o erro encoberto que transformaram o mundo*. Rio de Janeiro: Objetiva, 2003.

Neste livro, o autor relata as expedições – que duraram sete anos – de Pierre François André Méchain e Jean Baptiste Joseph Delambre, que, com o intuito de medir o planeta e estabelecer um padrão comum de medida, seguiram em direções opostas. Nesse contexto foi definida uma nova medida – o metro – como sendo a décima milionésima parte da distância entre o Polo Norte e a linha do Equador.

- BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática*. 3. ed. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 2012.

A História da Matemática é abordada neste livro desde as origens primitivas até o século XX, passando por

informações relacionadas ao último teorema de Fermat e à conjectura de Poincaré, e finalmente chegando aos avanços recentes na teoria dos grupos finitos e demonstrações que contam com o auxílio do computador. Também são descritos fatos sobre a vida e as obras de alguns matemáticos famosos, como Euler, Newton e Bernoulli.

- CANE, Philip. *Gigantes da ciência*. Rio de Janeiro: Ediouro, [s.d.].

Biografia de 50 dos grandes nomes da humanidade, incluindo Pitágoras, Aristóteles, Arquimedes, Galileu, Einstein, Leonardo da Vinci, Euclides, bem como alguns inventos relacionados a esses gênios.

- CARVALHO, Luiz Mariano et al. (Org.). *História e tecnologia no ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008. v. 2.

O livro apresenta uma coleção de artigos que relaciona o uso de recursos tecnológicos e a História da Matemática ao ensino de Matemática.

- Coleção Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula. São Paulo: Atual.

Nesta coleção, em que os volumes são assinados por autores diferentes, são abordados conteúdos matemáticos, como Geometria, Álgebra e Trigonometria, com base em seus aspectos históricos.

- DAVIS, Philip J.; HERSH, Reuben. *O sonho de Descartes: o mundo de acordo com a matemática*. Trad. Mário C. Moura. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1988.

O livro trata de René Descartes e de quatro séculos de avanço matemático após o sonho desse estudioso francês sobre a matematização do mundo. Nesse contexto, são abordados conteúdos matemáticos presentes no cotidiano, como é o caso da utilização da linguagem computacional.

- EVES, Howard. *Introdução à história da Matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2007.

O livro é dividido em duas partes: antes do século XVII e depois do século XVII. Além de contar a história da Matemática, o livro apresenta, no decorrer do texto, tarefas de cunho matemático, com respostas e sugestões para a resolução.

- IFRAH, Georges. *História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo*. Trad. Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. 2 v.

No volume 1, a história dos algarismos é apresentada considerando a origem da representação simbólica dos números em diversas civilizações, como os gre-

gos, os romanos e os maias. Já no volume 2, é explicado por que a civilização indiana é considerada o berço da numeração moderna e são refeitos os caminhos que levaram o homem a inventar o computador.

- _____, *Os números: a história de uma grande invenção*. 11. ed. Trad. Stella Maria de Freitas Senra. São Paulo: Globo, 2005.

O livro aborda uma resumida História da Matemática e acompanha a evolução da arte de calcular, contada desde a Pré-História.

- LEAVITT, David. *O homem que sabia demais: Alan Turing e a invenção do computador*. Ribeirão Preto: Novo Conceito, 2011.

O livro traz a biografia do matemático Alan Turing, que, por meio da proposta de uma máquina ainda imaginária, abriu as portas para a era dos computadores.

- LOPES, Lidiane Schimitz; FERREIRA, André Luis Andrew. *Um olhar sobre a história nas aulas de matemática*. Abakós, Belo Horizonte, v. 2, n. 1, p. 75-88, nov. 2013.

Neste livro, os autores defendem o uso da História da Matemática como metodologia em sala de aula, realizando uma abordagem histórica dos conteúdos como meio de facilitar o entendimento da Matemática.

- MAOR, Eli. *e: a história de um número*. Trad. Jorge Calife. Rio de Janeiro: Record, 2003.

O livro traz em ordem cronológica desde o cálculo com logaritmos até descobertas mais recentes relacionadas ao número e.

- MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria Ângela. *História na Educação matemática: propostas e desafios*. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

Neste livro, os autores abordam a História da Matemática e a História da Educação Matemática, estabelecendo uma relação entre essas duas áreas e o modo pelo qual elas podem se relacionar com a Educação Matemática.

- MIORIM, Maria Ângela. *Introdução à história da Educação Matemática*. São Paulo: Atual, 1998.

O texto apresenta as principais questões e os momentos mais significativos do ensino da Matemática ao longo dos tempos.

- ROQUE, Tatiana. *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

O livro aborda a História da Matemática desde a Mesopotâmia até o século XIX. Um dos objetivos principais da autora é mostrar que a Matemática não é essencialmente abstrata e teórica. O livro também apresenta diferentes práticas matemáticas de povos da Antiguidade para a solução de problemas semelhantes.

- SINGH, Simon. *O livro dos códigos: a ciência do sigilo:*

do antigo Egito à criptografia quântica. 7. ed. Trad. Jorge Calife. Rio de Janeiro: Record, 2010.

O texto é uma narrativa sobre códigos e criptografia, bem como sobre os campos onde os códigos são e foram utilizados.

- STEWART, Ian. *Uma história da simetria na Matemática*. Trad. Cláudio Carina. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

O livro apresenta a busca por soluções de equações algébricas, relatando essa história por meio de uma linha do tempo que vai desde a antiga Babilônia até chegar à Física do século XXI.

Leituras sobre os conteúdos deste volume

- BARBOSA, João Lucas Marques. *Geometria euclidiana plana*. 11. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012. (Coleção do Professor de Matemática).

Este livro dá ao professor uma visão ampliada do que ele ensina em sala de aula, mostrando a Geometria euclidiana plana de um ponto de vista que vai além dos tópicos do Ensino Básico.

- BARBOSA, Ruy Madsen. *Descobrimos a geometria fractal: para a sala de aula*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. (Tendências em Educação Matemática).

O livro apresenta um estudo dos fractais voltado para a sala de aula. O livro contém características artísticas sem perder a precisão e o rigor matemático.

- CASTANHEIRA, Nelson Pereira. *Noções básicas de matemática comercial e financeira*. Curitiba: Intersaberes, 2012.

Com o propósito de facilitar o uso de cálculos matemáticos, o autor aborda temas como razão, proporção, regra de três, porcentagem, juros e capitalização, direcionando o conteúdo a profissionais das áreas de finanças, contábeis e logística, bem como a alunos das ciências exatas.

- Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática.

A coleção é destinada à formação de professores de Matemática, a alunos de licenciatura ou cursos de aperfeiçoamento de professores. Organizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (Impa), esta coleção está disposta em 20 volumes que tratam desde conteúdos relacionados à Matemática até temas sobre ensino e história da Matemática.

- Coleção Fundamentos de Matemática Elementar. São Paulo: Atual, 2013.

A coleção aborda uma grande variedade de conteúdos e conceitos dispostos em dez volumes direcionados a alunos dos ensinos Médio e Superior.

- COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (Org.). *As ideias da álgebra*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

Esta obra comenta a prontidão para conceitos, equações, expressões, resolução de problemas, utilização de computadores e calculadoras voltados ao aprendizado da Álgebra, entre outros temas de grande importância.

- DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de matemática elementar: geometria plana*. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

Este volume é composto de teorias e exercícios de aplicação, testes de vestibulares atualizados, selecionados criteriosamente e ordenados por grau de dificuldade, acompanhados das respostas correspondentes. Há ainda uma série de artigos sobre História da Matemática relacionados aos temas abordados.

- GUEDJ, Denis. *O teorema do papagaio*. Trad. Eduardo Brandão. São Paulo: Companhia das Letras, 1999.

Em meio a uma rede de intrigas envolvendo a máfia, sequestros e enigmas intelectuais, esse romance desafia o leitor a compreender e organizar a história do pensamento matemático desde a Antiguidade até os nossos dias.

- INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA (INMETRO). *Sistema Internacional de Unidades*: SI. 8. ed. Rio de Janeiro, 2003.

Este documento, elaborado pelo Inmetro, apresenta informações a respeito do Sistema Internacional de Unidades, o qual é adotado por todo o Brasil, estando alinhado também com outros países. Dessa forma, estabelece-se um padrão para as principais unidades de medidas adotadas, bem como para as unidades derivadas, além das grafias corretas que devem ser adotadas na representação dessas unidades.

- LIMA, Elon Lages. *Meu professor de matemática e outras histórias*. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012. (Coleção do Professor de Matemática).

O conteúdo desse livro é uma coleção de crônicas e comentários em torno de um tema comum: a Matemática estudada nos últimos três anos que antecedem a universidade.

- LIMA, Elon Lages et al. *A matemática do Ensino Médio*. 7. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016. v. 2. (Coleção do Professor de Matemática).

O livro aborda a Matemática discreta por meio do estudo de Progressões (com aplicações à Matemática financeira), Análise combinatória e Probabilidade, e apresenta exemplos de objetos do mundo real que ilustram conceitos importantes de Geometria espacial.

- MORGADO, Augusto César; WAGNER, Eduardo; ZANI, Sheila C. *Progressões e Matemática financeira*. 6. ed.

Rio de Janeiro: SBM, 2015. (Coleção do Professor de Matemática).

Além de explorar contextos que fazem parte do dia a dia, este livro traz um apêndice com o passo a passo para calcular a taxa de juros, progressões e fazer planilhas utilizando o Excel, e ensina como usar calculadoras financeiras.

- SAMANEZ, Carlos Patricio. *Matemática financeira*. 5. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2010.

Esta obra traz atualizações importantes, como as referentes aos títulos públicos federais, e pequenas mudanças pensadas para auxiliar ainda mais no entendimento teórico dos alunos.

- VERAS, Lília Ladeira. *Matemática financeira*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

Em linguagem simples e com exemplos práticos, este texto introduz o leitor no campo da Matemática financeira e no uso de sua principal ferramenta de trabalho: a calculadora. Partindo das operações comerciais, que em geral são do conhecimento de todos, procura, por analogia, chegar às operações financeiras em que o valor do dinheiro varia no tempo. São apresentadas muitas aplicações ao mercado financeiro, tanto no que se refere às operações ativas como às passivas.

Sugestões de sites para o professor

- Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Educação

Disponível em: <<https://anped.org.br/>>. Acesso em: 16 abr. 2020.

Neste site é possível obter informações sobre pós-graduação e pesquisa na área de educação, acessar publicações e consultar datas e locais de eventos sobre o tema.

- Centro de Informação e Biblioteca em Educação

Disponível em: <<http://inep.gov.br/pesquisa-ao-acervo>>. Acesso em: 5 ago. 2020.

O acervo da biblioteca do Cibec é composto de livros, periódicos, teses, dissertações, folhetos e relatórios de pesquisa, materiais de multimídia, além de obras raras e especiais e documentos a respeito da educação brasileira.

- Canal Colaborativo

Disponível em: <<https://www.augeducacional.com.br>>. Acesso em: 9 abr. 2021.

O site contempla um sistema de gestão escolar integrado com um ambiente colaborativo. Nele, escolas e redes de ensino públicas e privadas encontram recursos para construção e publicação de sites e serviços a alunos, educadores e comunidade.

- **Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática João Affonso Pascarelli**

Disponível em: <<https://www.ime.usp.br/caem/>>. Acesso em: 16 abr. 2020.

O *site* tem por objetivo a prestação de serviços para professores e, por meio dele, é possível se inscrever e participar de cursos de atualização profissional, oficinas, palestras e seminários.

- **Domínio Público – Biblioteca Digital Desenvolvida em Software Livre**

Disponível em: <<http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/PesquisaObraForm.jsp>>. Acesso em: 2 jun. 2020.

Com este *site*, o Governo Federal visa disponibilizar conhecimentos, colocando à disposição de todos uma biblioteca virtual. Alunos e professores podem utilizá-la para estudos, pesquisas e desenvolvimento profissional.

- **Educação Matemática e Tecnologia Informática (Edumatec)**

Disponível em: <<http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/index.php>>. Acesso em: 21 maio 2020.

O *site* contém *softwares* disponíveis para *download*, artigos e atividades que tratam da tecnologia informática no âmbito da educação matemática escolar.

- **Educação Matemática em Revista**

Disponível em: <<http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr>>. Acesso em: 5 ago. 2020.

Essa revista tem como foco o trabalho do professor em sua prática de educador matemático.

- **Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – FNDE**

Disponível em: <<https://www.fnde.gov.br/>>. Acesso em: 16 abr. 2020.

Com este *site* o Ministério da Educação busca prover ações para o desenvolvimento da educação, proporcionando ao professor uma fonte de informações sobre os programas gerenciados pelo FNDE, os financiamentos escolares, os projetos e as ações educacionais.

- **Mathema**

Disponível em: <<https://mathema.com.br/>>. Acesso em: 16 abr. 2020.

Neste *site* o professor encontrará informações sobre o Ensino Médio, cursos de aperfeiçoamento profissional, sugestões de livros, revistas, *sites*, *softwares* e vídeos que visam melhorar a prática docente, bem como reflexões sobre temas relacionados à Educação Matemática.

- **Ministério da Educação**

Disponível em: <<https://www.gov.br/mec/pt-br>>. Acesso em: 16 abr. 2020.

O *site* apresenta informações sobre o órgão governamental responsável pela Educação no Brasil (MEC). Além disso, o professor tem acesso aos projetos desenvolvidos pelo governo para a educação no país.

- **Nova Escola**

Disponível em: <<https://novaescola.org.br/>>. Acesso em: 21 maio 2020.

A edição *on-line* da revista Nova Escola proporciona ao leitor o acesso a diversas informações sobre a educação em várias áreas do conhecimento. Neste *site* pode-se ter acesso às edições da revista e pesquisar artigos publicados.

- **Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM)**

Disponível em: <<https://www.obm.org.br/>>. Acesso em: 21 maio 2020.

Neste *site* encontram-se informações sobre a Olimpíada Brasileira de Matemática, organizada pela Sociedade Brasileira de Matemática. Nele, estão disponíveis datas, provas e gabaritos, bem como outras informações relevantes sobre as Olimpíadas.

- **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**

Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/>>. Acesso em: 21 maio 2020.

O *site* contém várias informações sobre o evento e possibilita às escolas que se inscrevam *on-line*. Apresenta ainda informações sobre provas, gabaritos, datas, escolas inscritas, entre outras.

- **Portal do Núcleo de Pesquisas das Novas Tecnologias de Comunicação Aplicadas à Educação – Escola do Futuro USP**

Disponível em: <<https://www.futuro.usp.br/>>. Acesso em: 16 abr. 2020.

O *site* proporciona ao professor acesso a novas tecnologias da informação e comunicação, bem como a projetos de pesquisa e a produções científicas.

- **Revista Brasileira de Educação – Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação**

Disponível em: <<https://anped.org.br/site/rbe>>. Acesso em: 16 abr. 2020.

A revista é voltada à publicação de artigos acadêmico-científicos, visando fomentar e facilitar o intercâmbio acadêmico nos âmbitos nacional e internacional. Por meio do *site*, é possível ter acesso às edições da revista, pesquisar, enviar artigos etc.

- **Revista do Professor de Matemática**

Disponível em: <<http://rpm.org.br/>>. Acesso em: 16 abr. 2020.

O site abrange informações sobre a publicação da Sociedade Brasileira de Matemática. A revista é destinada àqueles que ensinam Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. No site, estão disponíveis artigos, edições da revista e informações a respeito da publicação de artigos.

- **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**

Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/>>. Acesso em: 16 abr. 2020.

Tem como finalidade congrega profissionais (pesquisadores, professores e alunos) da área de Educação Matemática e de áreas afins. No site, podem ser encontradas diversas informações sobre a Educação Matemática no Brasil e no exterior.

- **Sociedade Brasileira de Matemática**

Disponível em: <<https://www.sbm.org.br/>>. Acesso em: 16 abr. 2020.

O site busca estimular o desenvolvimento da pesquisa e do ensino da Matemática no Brasil. Nele, estão disponíveis ao professor informações sobre eventos e atividades da área.

- **Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência**

Disponível em: <<http://portal.sbpnet.org.br/>>. Acesso em: 21 maio 2020.

O site disponibiliza informações, eventos, publicações, vídeos, notícias, entre outras atividades relacionadas à Ciência.

- **Matemática #1: Matemática Financeira**

Disponível em: <

Referências bibliográficas

- ABRAMOVAY, Miriam; SILVA, Ana Paula da; FIGUEIREDO, Eleonora. *Guia para diretores e professores: reflexões e práticas sobre violência e convivência escolar: faça você mesmo*. Rio de Janeiro: Flacso Brasil/BID, 2018.

Guia que apresenta orientações aos professores sobre os principais temas da contemporaneidade, relacionados à violência e à convivência escolar, de maneira reflexiva e prática.

- ACTIVE learning strategies. *Berkeley Center for Teaching & Learning*. Disponível em: <<https://teaching.berkeley.edu/active-learning-strategies>>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Página elaborada pelo Centro de Ensino e Aprendizagem

da Universidade da Califórnia, em Berkeley, nos Estados Unidos, que apresenta definições, organização e exemplos de diversas estratégias associadas às metodologias ativas.

- ARAÚJO, Luciene da Costa; VIEIRA, Kay F. L.; COUTINHO, Maria da Penha de Lima. *Ideação suicida na adolescência: um enfoque psicossociológico no contexto do ensino médio*. *Psico-USF*, Itatiba, v. 15, n. 1, p. 47-57, jan./abr. 2010.

Artigo que apresenta um estudo sobre as representações sociais da ideação suicida e a presença desse fenômeno em adolescentes do Ensino Médio.

- BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello (Org.). *Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação*. Porto Alegre: Penso, 2015.

Este livro reúne artigos de professores que apresentam conceitos, reflexões, experiências e possibilidades de implementação do ensino híbrido nas escolas.

- BARCA, Isabel. Aula oficina: do projeto à avaliação. In: *Para uma educação de qualidade: atas da Quarta Jornada de Educação Histórica*. Braga, Centro de Investigação em Educação (CIED) / Instituto de Educação e Psicologia, Universidade do Minho, 2004. p. 131-144.

Artigo que apresenta, de maneira objetiva e estruturada, as etapas de uma aula-oficina.

- BARCELOS, Thiago Schumacher; SILVEIRA, Ismar Frango. Pensamento computacional e educação matemática: relações para o ensino de computação na educação básica. In: *WORKSHOP SOBRE EDUCAÇÃO EM COMPUTAÇÃO*, 20., 2012, Curitiba. Anais... Curitiba: SBC, 2012. p. 1-10. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/256439343_Pensamento_Computacional_e_Educacao_Matematica_Relacoes_para_o_Ensino_de_Computacao_na_Educacao_Basica/link/0deec5228dfbb4d377000000/download>. Acesso em: 22 jul. 2020.

Artigo que busca discutir as relações entre conhecimento, habilidades e atitudes possíveis de serem estabelecidas entre Matemática e Ciência da Computação.

- _____. Relações entre o pensamento computacional e a matemática através da construção de jogos digitais. In: *SIMPÓSIO BRASILEIRO DE GAMES E ENTRETENIMENTO DIGITAL*, 12., 2013, São Paulo. Anais... São Paulo: SBC, 2013. p. 52-55. Disponível em: <http://www.sbgames.org/sbgames2013/proceedings/cd/Thiago%20Schumacher%20Barcelos_CD_2013.pdf>. Acesso em: 9 abr. 2021.

Esta pesquisa busca estudar a relação entre a Matemática aprendida no Ensino Básico e o sucesso nos cursos

de introdução à Ciência da Computação, analisando o modo pelo qual os alunos estimulam as competências matemáticas no processo de desenvolvimento do pensamento computacional, tomando como base as atividades práticas de desenvolvimento de jogos digitais.

- BEFORE, during, or after reading: reflection quick write. *Lakehead University*. Disponível em: <<https://teachingcommons.lakeheadu.ca/sites/default/files/inline-files/Quick%20Writes%20explanation.pdf>>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Texto que apresenta um breve resumo a respeito da metodologia ativa **Quick writing**, publicado na página da Universidade de Lakehead, localizada no Canadá.

- BENINCASA, Miria; REZENDE, Manuel Morgado. Tristeza e suicídio entre adolescentes: fatores de risco e proteção. *Boletim de Psicologia*, São Paulo, v. 55, n. 124, p. 93-110, jun. 2006.

Artigo que apresenta informações sobre os fatores de risco e proteção relacionados ao suicídio.

- BOUCINHA, Rafael Marimon et al. Construção do pensamento computacional através do desenvolvimento de games. *Renote*, v. 15, n. 1, p. 1-10, jul. 2017. Disponível em: <<https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/75146>>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Este artigo apresenta uma proposta metodológica que busca desenvolver o pensamento computacional nos alunos por meio do desenvolvimento de *games*.

- BRACKMANN, Christian Puhmann. *Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica*. 2017. 226 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias na Educação, Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Porto Alegre, 2017. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/172208>>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Trabalho que busca verificar a possibilidade do desenvolvimento do pensamento computacional na Educação Básica por meio de atividades exclusivamente desplugadas, ou seja, sem o uso de aparatos eletrônicos.

- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018a. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br>>. Acesso em: 21 maio 2020.

A BNCC é o documento que norteia os currículos dos sistemas e redes de ensino das Unidades Federativas e as propostas pedagógicas das escolas públicas e privadas, estabelecendo os principais conhecimentos,

competências e habilidades que os alunos devem desenvolver em cada etapa da Educação Básica.

- _____. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. Resolução nº 3, de 21 de novembro de 2018. Atualiza as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. *Diário Oficial da União*, Brasília, DF, 22 nov. 2018b. p. 21-24. Disponível em: <<http://novoensinomedio.mec.gov.br/resources/downloads/pdf/dcnem.pdf>>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Esta resolução atualiza as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, publicadas em 2012. Nela, são apresentadas as mudanças necessárias para a implementação da proposta do Novo Ensino Médio.

- _____. Ministério da Educação. *Diretrizes para a Educação Básica*. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/expansao-da-rede-federal/323-secretarias-112877938/orgaos-vinculados-82187207/12992-diretrizes-para-a-educacao-basica>>. Acesso em: 20 maio 2020.

Conjunto de pareceres e resoluções que regulamentam a Educação Básica no Brasil.

- _____. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Matriz de referência Enem*. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf>. Acesso em: 20 maio 2020.

Matriz de referência é um termo utilizado especificamente no contexto das avaliações em larga escala para indicar habilidades a serem avaliadas em cada etapa da escolarização e orientar a elaboração de itens de testes e provas, bem como a construção de escalas de proficiência que definem o que e o quanto o aluno realiza no contexto da avaliação.

- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica*. Brasília: MEC/SEB/Dicei, 2013. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=15548-d-c-n-educacao-basica-nova-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 30 maio 2020.

As diretrizes reunidas neste documento estabelecem a base nacional comum, que orienta a organização, a articulação, o desenvolvimento e a avaliação das propostas pedagógicas de todas as redes de ensino do país.

- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Resolução CEB nº 3, de 26 de junho de 1998. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. *Diário Oficial da União*, Brasília, DF, 5 ago. 1998. p. 21. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rceb03_98.pdf>. Acesso em: 21 maio 2020.

Conjunto de definições sobre princípios, fundamentos e procedimentos a serem observados na organização pedagógica e curricular de cada unidade escolar, objetivando vincular a educação com o mundo do trabalho e com a prática social, consolidando a preparação para o exercício da cidadania e propiciando preparação básica para o trabalho.

- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Formação de professores do ensino médio, etapa I – caderno II: o jovem como sujeito do ensino médio*. Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2013.

Nesta obra, voltada à formação de professores, são discutidos diversos temas relacionados ao Ensino Médio. Em um primeiro momento, discute-se o conceito de juventude com o objetivo de propor mudanças nas maneiras de conceber essa faixa etária. Esses textos buscam valorizar o papel do jovem como sujeito de sua história. Em seguida, os textos destacam temas como juventude e tecnologia, questão do mercado de trabalho e projeto de vida, além do papel da escola no processo de formação dos jovens.

- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC/SEB, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 20 maio 2020.

O objetivo das Orientações Curriculares para o Ensino Médio é contribuir para o diálogo entre professor e escola sobre a prática docente. A qualidade da escola é a condição essencial de inclusão e democratização das oportunidades no Brasil para oferecer uma educação básica de qualidade, contribuindo com o desenvolvimento do país e a consolidação da cidadania, que é tarefa de todos.

- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Temas contemporâneos transversais na BNCC: contexto histórico e pressupostos pedagógicos*. Brasília: MEC/SEB, 2019. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Este documento apresenta o histórico dos Temas Contemporâneos Transversais, sua divisão em seis grandes áreas e a importância desses temas para os currículos da Educação Básica.

- _____. Ministério da Educação. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. *Diário Oficial da União*, Brasília,

DF, 23 dez. 1996. p. 27833. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>. Acesso em: 20 maio 2020.

Responsável por regulamentar a estrutura e o funcionamento do sistema de educação do país, esta lei definiu os objetivos a serem atingidos e reforçou o caráter federativo da educação brasileira.

- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: 20 maio 2020.

Este documento pretende discutir a condução do aprendizado nos diferentes contextos e condições de trabalho das escolas brasileiras, de modo a responder às transformações sociais e culturais da sociedade contemporânea, levando em conta as leis e diretrizes que redirecionam a Educação Básica.

- _____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)*. Brasília, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/expansao-da-rede-federal/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12598-publicacoes-sp-265002211>>. Acesso em: 20 maio 2020.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio auxiliam as equipes escolares na execução de seus trabalhos, servindo de estímulo e apoio à reflexão sobre a prática pedagógica, ao planejamento de aulas e, sobretudo, ao desenvolvimento do currículo da escola, contribuindo ainda para a atualização profissional.

- _____. Ministério da Saúde. Secretaria de Atenção à Saúde. Departamento de Ações Programáticas e Estratégicas. *Proteger e cuidar da saúde de adolescentes na atenção básica*. 2. ed. Brasília 2018c. Disponível em: <https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/proteger_cuidar_adolescentes_atencao_basica_2ed.pdf>. Acesso em: 27 abr. 2020.

Este documento do Ministério da Saúde foi elaborado para auxiliar as Equipes de Atenção Básica/Saúde da Família no trabalho com adolescentes, propondo o cuidado com a saúde, a adoção de hábitos saudáveis e a atenção aos principais aspectos clínicos.

- CAMARGO, Fausto; DAROS, Thuinie. *A sala de aula inovadora: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo*. Porto Alegre: Penso, 2018.

Este livro é organizado em duas partes: a primeira apresenta reflexões dos autores sobre possibilidades de inovação em sala de aula; a segunda aborda mais de 40 estratégias que contribuem para a aplicação dessas metodologias.

- CAMPOS, Herculano Ricardo; CARDOSO, Samia Dayana J. Violência na escola: uma reflexão sobre o *bullying* e a prática educativa. *Em Aberto*, Brasília, v. 23, n. 83, p. 107-128, mar. 2010.

Artigo que apresenta informações estatísticas sobre o *bullying* na escola e o papel do professor diante de situações como essa.

- CENTRO DE INOVAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO BRASILEIRA (CIEB). *Currículo de referência em tecnologia e computação*. Disponível em: <<https://curriculo.cieb.net.br/>>. Acesso em: 15 abr. 2020.

O objetivo deste currículo é oferecer diretrizes e orientações que visam apoiar as escolas a incluir em suas propostas curriculares os temas tecnologia e computação, potencializando o uso da tecnologia na aprendizagem.

- D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

O autor propicia uma análise do papel da Matemática na cultura ocidental e da noção de que a Matemática é apenas uma forma de Etnomatemática.

- DAYRELL, Juarez (Org.). *Por uma pedagogia das juventudes: experiências educativas do Observatório da Juventude da UFMG*. Belo Horizonte: Mazza Edições, 2016.

Juarez Dayrell é um pesquisador que investiga questões sobre a juventude e a educação, analisando a importância das culturas juvenis na construção de um cenário educativo mais democrático e significativo. Nessa obra, ele traz algumas experiências vivenciadas no projeto Observatório da Juventude, da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), que trabalha desde 2003 com a formação de professores e discussões envolvendo a juventude.

- DRIEU, Didier; PROIA-LELOUEY, Nadine; ZANELLO, Fabrice. Ataques ao corpo e traumatofilia na adolescência. *Ágora*, Rio de Janeiro, v. 14, n. 1, p. 9-20, jan./jun. 2011.

Artigo que apresenta um estudo sobre a relação entre as mudanças que ocorrem na puberdade e os comportamentos suicidas.

- FILATRO, Andrea; CAVALCANTI, Carolina Costa. *Metodologias inov-ativas na educação presencial, a distância e corporativa*. São Paulo: Saraiva Educação, 2018.

Este livro traz aplicações práticas e estratégias de trabalho com diversos tipos de metodologias que apresentam elementos de inovação nas práticas de ensino e aprendizagem, chamadas pelas autoras de metodologias “inov-ativas”.

- FONTES, Maurício de Moraes; FONTES, Dineusa Jesus dos Santos; FONTES, Miriam de Moraes. O computador

como recurso facilitador da aprendizagem matemática. In: *SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 1., 2009*, Ponta Grossa. *Anais...* Ponta Grossa: UTFPR, 2009. p. 1013-1026.

Aborda, com o auxílio de um *software* de Geometria dinâmica, a utilização de recursos de Tecnologia da Informação e Comunicação como tendência em Educação Matemática.

- FORTES, Isabel; MACEDO, Mônica Medeiros Kother. Automutilação na adolescência: – rasuras na experiência de alteridade. *Psicogente*, Barranquilla, v. 20, n. 38, p. 353-367, jul./dez. 2017. Disponível em: <<http://revistas.unisimon.edu.co/index.php/psicogente/article/view/2556>>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Artigo de reflexão teórica que aborda aspectos do comportamento de automutilação, propondo-se a analisar o tema com base em algumas narrativas em *blogs* de adolescentes.

- FRANÇA, Rozelma; TEDESCO, Patrícia. Desafios e oportunidades ao ensino do pensamento computacional na educação básica no Brasil. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 4., 2015, Maceió. *Anais...* Maceió: SBC, 2015. p. 1464-1473. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/283347058_Desafios_e_oportunidades_ao_ensino_do_pensamento_computacional_na_educacao_basica_no_Brasil>. Acesso em: 5 ago. 2020.

Este trabalho busca discutir os desafios do ensino do pensamento computacional na Educação Básica, apontando alguns dos principais desafios a serem vencidos, bem como oportunidades de pesquisa na área.

- FRANCISCO, Marcos Vinicius; LIBÓRIO, Renata Maria C. Um estudo sobre *bullying* entre escolares do Ensino Fundamental. *Psicologia: reflexão e crítica*, Porto Alegre, v. 22, n. 2, p. 200-207, 2009.

Artigo que busca caracterizar o *bullying* em escolas públicas, destacando os efeitos tanto sobre o comportamento quanto sobre o sentimento dos vitimados.

- ILLERIS, Knud (Org.). *Teorias contemporâneas da aprendizagem*. Porto Alegre: Penso, 2013.

Nesta obra, o pesquisador Knud Illeris reúne diferentes autores e teorias da aprendizagem que têm sido desenvolvidas na contemporaneidade e apresenta um conjunto de textos que tratam sobre o tema. Cada pesquisador contribui com suas reflexões, buscando caminhos na compreensão sobre o conceito de educar e sobre como funciona o complexo processo de ensino e aprendizagem na atualidade.

- LEAL, Edvalda Araújo; MIRANDO, Gilberto José; CASA NOVA, Silvia Pereira de Castro. *Revolucionando a sala de aula: como envolver o estudante aplicando técnicas*

de metodologias ativas de aprendizagem. São Paulo: Atlas, 2017.

Este livro aborda algumas metodologias ativas de aprendizagem utilizando tanto estratégias tradicionais quanto estratégias contemporâneas e inovadoras.

- MENTAL health atlas 2017. Genebra: World Health Organization, 2018.

Documento que reúne uma compilação de dados sobre a saúde mental da população em nível mundial.

- MORAN, José. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. In: BACICH, Lilian; MORAN, José (Org.). *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática*. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 2-25.

Este artigo apresenta práticas pedagógicas baseadas em metodologias ativas que valorizam o protagonismo dos alunos.

- ————. Mudando a educação com metodologias ativas. In: SOUZA, Carlos Alberto de; MORALES, Ofelia Elisa Torres (Org.). *Convergências midiáticas, educação e cidadania: aproximações jovens*. Ponta Grossa: Foca Foto/Proex/UEPG, 2015. v. 2. (Mídias Contemporâneas).

Esse texto aborda as diferentes facetas das tecnologias educacionais, trazendo reflexões sobre a educação no mundo contemporâneo e as novas concepções de ensino relacionadas às metodologias ativas.

- MORENO, Montserrat et al. *Falemos de sentimentos: a afetividade como um tema transversal*. Trad. Maria Cristina de Oliveira. São Paulo: Moderna, 1999. (Educação em Pauta: Temas Transversais).

Relacionando aspectos cognitivos e afetivos, este trabalho afirma que é possível aprender em sala de aula características relacionadas à solidariedade, à ajuda mútua e à luta contra a discriminação, com base em ações e reflexões sobre os próprios sentimentos e comportamentos.

- PAIS, Luiz Carlos. *Educação escolar e as tecnologias da informática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

Nesta obra é apresentada uma coletânea de ensaios que tratam da inserção da informática na educação escolar, promovendo articulações entre o uso dessa tecnologia e o fenômeno da cognição.

- PARA UMA ABORDAGEM multicultural: o Programa Etnomatemática. Nuno Vieira entrevista Ubiratan D'Ambrosio. Revista Lusófona de Educação, Lisboa, n. 11, p. 163-168, 2008.

Entrevista realizada com o precursor da Etnomatemática, Professor Doutor Ubiratan D'Ambrosio.

- PAULINO FILHO, Lucival Bento; PELLOSO, João Augusto Grecco; CAETANO, Willyan da Silva. Debates orientados: uma abordagem da aprendizagem ativa no

desafio da formação integral. In: ENCONTRO NACIONAL DE JOVENS INVESTIGADORES, 4., 2019, Salvador. *Anais...* Salvador: 2019. Disponível em: <<https://www.editorarealize.com.br/artigo/visualizar/57573>> Acesso em: 15 abr. 2020.

Artigo apresentado em evento promovido pela Universidade do Estado da Bahia (Uneb), que aborda a realização de debates sob a perspectiva da aprendizagem ativa.

- PENSAMENTO computacional e programação como ferramentas de aprendizagem. *Instituto Ayrton Senna*, 13 set. 2019. Disponível em: <<https://www.institutoayrtonsenna.org.br/pt-br/meu-educador-meu-idolo/materialdeeducacao/pensamento-computacional-e-programacao-como-ferramentas-de-aprendizagem.html>>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Nesse texto, o pensamento computacional e a programação são indicados como estratégias eficazes na busca por práticas pedagógicas que promovam o desenvolvimento pleno.

- PIVA JUNIOR, Dilermando. *Sala de aula digital: uma introdução à cultura digital para educadores*. São Paulo: Saraiva, 2013.

Esta obra discute questões relacionadas à utilização de recursos tecnológicos em ambiente escolar, oferecendo ferramentas para que os educadores possam fundamentar e utilizar a cultura digital a serviço de sua principal atividade: a arte de educar.

- PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

Nesta obra, os autores apresentam os possíveis modos de introduzir em sala de aula as práticas de investigação desenvolvidas por matemáticos, apontando as vantagens e desvantagens no trabalho com essa perspectiva. Também são analisados os papéis dos alunos e professores em sala de aula ao lidar com problemas relacionados às áreas de Geometria, Estatística e Aritmética.

- RAABE, André. Pensamento computacional na educação: para tod*s, por tod*s! *Computação Brasil*, Porto Alegre, Sociedade Brasileira de Computação (SBC), v. 34, n. 2, p. 54-63, jul. 2017. Disponível em: <<https://www.sbc.org.br/component/flippingbook/book/35/1?page=54>>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Com o intuito de apontar para a grande importância da ampliação do pensamento computacional no Ensino Básico, o autor discorre, neste artigo, a respeito dos esforços e das dificuldades encontradas no processo de valorização da Ciência da Computação como área de conhecimento.

- REIS, Angelina Fatima Moreno Vaz dos; BARRETO, Maria Auxiliadora Motta. *Uma experiência com Think-*

-pair-share no *Ensino Fundamental I*. Práxis, Volta Redonda, v. 9, n. 17, p. 55-67, jun. 2017.

Este artigo apresenta definições e a organização da estratégia **Think-pair-share** por meio da aplicação dessa abordagem em uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental.

- ROCHA, Julciane. *Design thinking* na formação de professores: novos olhares para os desafios da educação. In: BACICH, Lillian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello (Org.). *Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação*. Porto Alegre: Penso, 2015. p. 161-163. O objetivo é apresentar aos professores possibilidades de integração das tecnologias digitais ao currículo escolar e, com isso, trazer benefícios para o dia a dia da sala de aula, como engajamento, maior aproveitamento, personalização, comunicação e outros.
- ROCHA, Rical Spirandeli; CARDOSO, Iara Maria Dâmaso; MOURA, Monthelli Aparecida Estevão de. O uso da *gallery walk* como metodologia ativa em sala de aula: uma análise sistemática no processo de ensino-aprendizagem. *Revista Sítio Novo*, Palmas, v. 4, n. 1, p. 162-170, jan./mar. 2020. Este artigo apresenta possibilidades de aplicação da estratégia **Gallery walk** por meio da análise documental de publicações de sete experiências vivenciadas em salas de aula de Uberaba-MG.
- TARDIF, Maurice. *Saberes docentes e formação profissional*. 17. ed. Petrópolis: Vozes, 2014. O livro traz considerações e reflexões sobre os saberes docentes que servem de base para o trabalho dos professores, bem como sobre os fundamentos sociocognitivos do ensino e a análise do trabalho e da formação dos professores.
- TOKARNIA, Mariana. Um em cada dez estudantes no Brasil é vítima frequente de *bullying*. *Agência Brasil*, 19 abr. 2017. Disponível em: <<https://agenciabrasil.ebc.com.br/educacao/noticia/2017-04/um-em-cada-dez-estudantes-no-brasil-e-vitima-frequente-de-bullying>>. Acesso em: 27 abr. 2020. Diante da realidade das escolas brasileiras, esta reportagem apresenta um levantamento de dados a respeito da ocorrência de situações de *bullying* em escolas da Educação Básica, sustentada por informações coletadas do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa) de 2015. O texto discute as causas e consequências envolvendo esse tipo de situação e a atuação de pais, professores e demais estudantes no enfrentamento do *bullying*.

- VALENTE, Jonas. Agência Brasil explica: o que é a tecnologia 5G. *Agência Brasil*, 30 mar. 2020. Disponível em: <<https://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2020-03/agencia-brasil-explica-o-que-e-tecnologia-5g>>. Acesso em: 5 ago. 2020.

Esta reportagem mostra as principais características da tecnologia 5G, considerando os benefícios que podem ser obtidos com a implantação dessa nova tecnologia, em diversas áreas da sociedade, além de apresentar as perspectivas para seu desenvolvimento em relação à implantação no Brasil.

- VALENTE, José Armando. Integração do pensamento computacional no currículo da educação básica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do aluno. *e-Curriculum*, São Paulo, v. 14, n. 3, p. 864-897, 2016. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/curriculum/article/view/29051/20655>>. Acesso em: 22 jul. 2020.

Neste artigo, o autor busca analisar as diferentes estratégias de implantação do pensamento computacional no currículo da Educação Básica. Essas estratégias foram classificadas em três categorias: a inclusão de temas relacionados à Ciência da Computação, a inserção de componentes curriculares que explorem os conceitos do pensamento computacional por meio de tecnologias e, por fim, a exploração dos conceitos do pensamento computacional de maneira transversal ao currículo do aluno.

- VIOLÊNCIA escolar e *bullying*: relatório sobre a situação mundial. Brasília: Unesco, 2019. Relatório que busca fornecer dados atualizados sobre a violência escolar e *bullying*, destacando sua natureza, abrangência e impactos, assim como apresentar iniciativas para enfrentar esses problemas.
- WING, Jeannette. Pensamento computacional: um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. Trad. Cleverson Sebastião dos Anjos. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, Ponta Grossa, v. 9, n. 2, p. 1-10, maio/ago. 2016. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/download/4711/pdf>>. Acesso em: 15 abr. 2020.

Este artigo traz uma discussão a respeito do pensamento computacional, enfatizando sua importância como habilidade analítica que deve ser desenvolvida nos alunos do Ensino Básico, auxiliando na resolução de quaisquer tipos de problemas.

DIÁLOGO

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

GRANDEZAS, MEDIDAS E MATEMÁTICA FINANCEIRA

Organizadora: Editora Moderna
Obra coletiva concebida, desenvolvida
e produzida pela Editora Moderna.

Editora responsável:

Lilian Aparecida Teixeira

Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Norte do Paraná (Uenp).

Licenciada em Física pela Universidade Metropolitana de Santos (Unimes).

Especialista em Educação Especial pelo Instituto de Estudos Avançados e Pós-Graduação (Esap) das Faculdades Integradas do Vale do Ivaí (Ivaiporã-PR).

Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática
pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática
pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Atua como editora de livros didáticos.

Área do conhecimento:
Matemática e suas Tecnologias

1ª edição

São Paulo, 2020

Elaboração dos originais:**André Luiz Steigenberger**

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Atuou como professor de Matemática em escolas da rede pública de ensino.

Julio Cesar Jovino da Silva

Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Atua como editor de livros didáticos.

Felippe Neves Manjavachi

Graduado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Licenciado com habilitação para o Magistério em Matemática pelo Programa Especial de Formação Pedagógica do Centro Universitário Filadélfia (Unifil-PR). Atuou como professor de curso técnico do Instituto Federal do Paraná (IFPR) e como professor em escolas das redes pública e particular de ensino.

Alessandra Negrini Dalla Barba

Licenciada e Bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Especialista em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Mestre em Matemática Aplicada e Computacional pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Atua como professora nos cursos de Licenciatura em Matemática e Engenharia de instituições particulares de Ensino Superior.

Daiany Cristiny Ramos

Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Lavras (Ufla).

Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

Atua como professora nos cursos de Licenciatura em Matemática e Engenharia de instituições particulares de Ensino Superior.

Projeto e produção editorial: Scriba Soluções Editoriais**Edição:** Denise Maria Capozzi, Lilian Aparecida Teixeira**Assistência editorial:** Alisson Henrique dos Santos, Octavio Bertochi Neto**Colaboração técnico-pedagógica:** Eduardo Wagner**Gerência de produção:** Camila Rumiko Minaki Hoshi**Projeto gráfico:** Studio Scriba**Capa:** Daniela Cunha*Ilustrações:* Otávio dos Santos, Daniela Cunha, 23design/Shutterstock**Gerência de arte:** André Leandro Silva**Edição de arte:** Camila Carmona, Maryane Vioto Silva**Diagramação:** Fernanda Miyabe Lantmann, Leticia Nakadamari Bula**Supervisão de editoração eletrônica:** Luiz Roberto Lúcio Correa**Preparação de texto:** Equipe Scriba**Revisão de texto:** Equipe Scriba**Pesquisa iconográfica:** Alessandra Roberta Arias**Tratamento de imagens:** Johannes de Paulo**Coordenação de bureau:** Rubens M. Rodrigues**Pré-impressão:** Alexandre Petreca, Everton L. de Oliveira, Marcio H. Kamoto, Vitória Sousa**Coordenação de produção industrial:** Wendell Monteiro**Impressão e acabamento:****Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Diálogo : matemática e suas tecnologias /
organizadora Editora Moderna ; obra coletiva
concebida, desenvolvida e produzida pela Editora
Moderna ; editora responsável Lilian Aparecida
Teixeira. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2020.

Obra em 6 v.

Conteúdo: Grandezas, Medidas e Matemática
financeira -- Geometria plana -- Geometria
espacial -- Geometria analítica, Sistemas e
Transformações geométricas -- Estatística e
Probabilidade -- Funções e Progressões
Bibliografia.

1. Matemática (Ensino médio) 2. Tecnologia
educacional I. Teixeira, Lilian Aparecida.

20-37384

CDD-373.19

Índices para catálogo sistemático:

1. Ensino integrado : Livros-texto : Ensino médio
373.19

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Todos os direitos reservados

EDITORA MODERNA LTDA.

Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Vendas e Atendimento: Tel. (0__11) 2602-5510
Fax (0__11) 2790-1501
www.moderna.com.br
2020
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

Para conhecer seu livro

Olhar o mundo à nossa volta e compreendê-lo, interagir e participar criticamente dos rumos de nossa sociedade e do meio ambiente, contribuindo para o bem comum, são apenas algumas das atribuições que temos como cidadãos. Nesse sentido, o conhecimento matemático é essencial.

Ler e interpretar criticamente informações, tomar decisões com base em constatações matemáticas e lidar com os recursos tecnológicos são exemplos da importância da Matemática em nossa vida.

Esta coleção foi elaborada para auxiliá-lo nessa perspectiva e no caminho posterior a esta etapa de ensino, como o ingresso no Ensino Superior e no mercado de trabalho. Para ajudá-lo na compreensão dos assuntos tratados, são apresentados exemplos, exercícios e problemas resolvidos, seguidos de propostas de exercícios e problemas que buscam consolidar a aprendizagem, além de seções que tratam do uso de *softwares* e de linguagem de programação.

Por fim, desejamos a você, aluno ou aluna, que desenvolva suas habilidades matemáticas e, com as orientações de seu professor, faça uso deste material com dedicação, protagonismo e entusiasmo.

Bom estudo.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

9 Taxa de transferência de dados

Tecnologia 5G

As redes móveis são responsáveis por conectar diferentes dispositivos por meio de ondas eletromagnéticas, sem a necessidade do contato por cabos. Com o avanço da telefonia móvel, diferentes gerações de redes foram surgindo, sempre buscando corrigir os defeitos e as limitações das tecnologias anteriores. Termos como 4G e 5G são cada vez mais usados em notícias e propagandas e, muitas vezes, seus significados não são claros o suficiente. A seguir, veja os significados desses termos e algumas características de cada tecnologia.

A quarta geração (4G), implementada a partir de 2010, foi marcante por sua significante melhoria no desempenho das características da geração anterior. Os grandes avanços em transferência de dados, estabilidade e qualidade de conexão permitiram que muitas tecnologias utilizadas em nossos celulares fossem desenvolvidas. Também são usados termos como 4G para designar redes de quarta geração com mais opções de transferência, como aumento da velocidade de conexão e eliminação das falhas de conexão por excessos de tráfego.

A quinta geração (5G) possui muitas melhorias em relação às tecnologias anteriores. Além de uma alta taxa de transferência, é esperado que essa geração tenha como vantagens conectar e suportar uma grande quantidade de dispositivos conectados ao mesmo tempo. Um dos principais objetivos da rede 5G é permitir que os objetos de uso cotidiano possam se conectar à rede e operar de forma autônoma e inteligente. Exemplos dessa funcionalidade são as tecnologias de realidade virtual ou aumentada e veículos autônomos, que exigem conexões seguras, precisas e praticamente instantâneas. Além disso, é esperado que a geração 5G permita grandes avanços com relação à automação em diversos setores, como indústria e agricultura, com potencial de impactar a sociedade ainda mais do que as gerações anteriores.

1G

A primeira geração de redes móveis (1G) transmite apenas sinais de voz. Desenvolvida nas décadas de 1970 e 1980, possui capacidade de transmissão limitada, com baixa segurança e pouca qualidade sonora. Atualmente, essa tecnologia está praticamente em desuso no mundo. Na época de seu desenvolvimento, o funcionamento dos celulares que operavam na rede 1G era muito parecido com os telefones fixos, porém sua mobilidade causou grandes impactos na sociedade.

2G

A segunda geração (2G) foi desenvolvida nos anos 1990. Com ela, foi possível obter melhor qualidade sonora nos chamados e enviar mensagens de texto e imagens em baixa qualidade. Além disso, novas possibilidades surgiram, como identificação de chamadas, chamadas em espera e uso da própria rede em outros países. Atualmente, redes 2G são usadas para conexões de mensagens de texto de células pré-pagos, por exemplo.

3G

A terceira geração (3G) surgiu nos anos 2000, com a possibilidade de acesso à internet, o que permitiu o desenvolvimento de dispositivos móveis com diversas novas funcionalidades, as smartphones. Além disso, a qualidade e a taxa de transferência de sons, mensagens de texto e imagens aumentaram significativamente. O 3G é usado em regiões onde a quarta geração ainda não foi instalada.

4G

1 Você possui dispositivos com acesso à rede móvel? Em caso afirmativo, a rede em que se conecta pertence a qual geração?

2 Em certa plataforma de transmissão de filmes e séries, são necessários 4 minutos para fazer o download de determinado arquivo de vídeo em uma rede 4G, ou 7,5 segundos para baixar o arquivo em uma rede 5G. Considerando que as taxas de transferência sejam mantidas, quantas vezes mais rápido é possível fazer o download de um filme na rede 5G em comparação com a rede 4G?

5G

A qualidade de conexão na internet está relacionada com a taxa de transferência de dados. Nas próximas páginas, estudaremos, entre outras características, a respeito das unidades de medidas das taxas de transferências de dados em redes móveis e fixas e as conversões entre elas.

Abertura

Na abertura de cada tema você terá um contato inicial com os assuntos que serão estudados. Você poderá mostrar o que já sabe e aprimorar seus conhecimentos, trocando ideias com o professor e os colegas sobre diversas temáticas.

10. Certo loja concedeu 10% de desconto em um produto e logo após, pelo pagamento à vista, mais 40% de desconto no mesmo produto. Esses descontos correspondem a um único desconto de quantos por cento?

Resolução
Para calcular o desconto único, multiplicamos inicialmente os fatores de atualização.

$$\frac{100 - 10}{100} \cdot \frac{100 - 40}{100} = 0,9 \cdot 0,6 = 0,54 = 54\%$$

Portanto, descontos sucessivos de 10% e 40% equivalem a um único desconto de 46%, pois $100 - 54 = 46$.

11. Uma loja vende produtos pela internet e, sobre o preço eletrônico, são acrescentados 3% de comissão para o site. Quanto um consumidor vai pagar por um produto anunciado por R\$ 120,00 se ele receber desconto de 10% sobre o preço à disposição da comissão do site?

Resolução
O valor inicial $P_0 = 120$, a taxa de acréscimo $i_1 = 0,03$ e a taxa de desconto $i_2 = 0,1$. Logo:

$$P = 120 \cdot (1 + 0,03) \cdot (1 - 0,1) = 120 \cdot 1,03 \cdot 0,9 = 120,51$$

Portanto, o consumidor vai pagar R\$ 120,51 pelo produto.

12. Para acréscimos e descontos aplicados sucessivamente a um valor inicial P_0 , podemos calcular o valor final P_n utilizando a fórmula:

$$P_n = P_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot \dots \cdot (1 + i_n) \cdot (1 - d_1) \cdot (1 - d_2) \cdot \dots \cdot (1 - d_m)$$

13. Responda e justifique à seguinte questão.
Dado um valor inicial P_0 , se aplicarmos, sucessivamente, um acréscimo a um desconto, ambos de 10%, então obtemos o próprio valor P_0 ?

Resolução
Não, pois: $P_1 = P_0 \cdot (1 + 0,1) \cdot (1 - 0,1) = P_0 \cdot 1,1 \cdot 0,9 = P_0 \cdot 0,99$

14. Sobre uma futura, é cobrado 0,1% de acréscimo sucessivo por dia de atraso. Por essa futura foi pago R\$ 315,00, com quatro dias de atraso.
Determine o valor dessa futura caso ela tivesse sido paga:
a) sem acréscimo.
b) com um dia de atraso.

Resolução
a) O valor final da futura é $P = 311,24$. Assim, segue que:

$$311,24 = P_0 \cdot (1 + 0,001)^4 \cdot (1 + 0,001)^4 \cdot (1 + 0,001)^4 \cdot (1 + 0,001)^4$$

$$\Rightarrow 311,24 = P_0 \cdot 1,004 \Rightarrow P_0 = \frac{311,24}{1,004} = 310$$

Portanto, o valor da futura paga sem acréscimo seria R\$ 310,00.

b) O cálculo de 1000 pode ser realizado com uma calculadora científica:

$$1000 \rightarrow \div 1000 \rightarrow = 1 \rightarrow \times 1000 \rightarrow = 1000$$

Em algumas calculadoras, a tecla \rightarrow substitui a tecla \rightarrow .

b) De item a, sabemos que o valor inicial é R\$ 310,00. Logo:

$$P = 310 \cdot (1 + 0,001)^4 \cdot (1 + 0,001)^4 \cdot (1 + 0,001)^4 \cdot (1 + 0,001)^4 = 313,31$$

Portanto, o valor da futura paga com um dia de atraso seria R\$ 313,31.

15. (Enem) Um laboratório realiza exames em que é possível observar a taxa de glicose de uma pessoa. Os resultados são analisados de acordo com o quadro a seguir.

Hiperglicemia	Taxa de glicose maior ou igual a 120 mg/dl
Normal	Taxa de glicose maior que 70 mg/dl e menor ou igual a 100 mg/dl
Hipodisplasia	Taxa de glicose maior que 100 mg/dl e menor ou igual a 120 mg/dl
Hiperglicemia	Taxa de glicose maior que 120 mg/dl e menor ou igual a 200 mg/dl
Hiperglicemia	Taxa de glicose maior que 200 mg/dl

Um paciente fez um exame de glicose nesse laboratório e comprovou que estava com hiperglicemia. Sua taxa de glicose era de 200 mg/dl. Seu médico prescreveu um tratamento em duas etapas. Na primeira etapa ele conseguiu reduzir sua taxa em 30% e na segunda etapa em 10%.

Após calcular sua taxa de glicose após as duas reduções, o paciente verificou que estava na categoria de:

a) hipoglicemia. c) pré-diabetes. e) hiperglicemia.
b) normal. d) diabetes melito.

Resolução
Inicialmente, calculamos a taxa de glicose T após as reduções.

$$T = 200 \cdot (1 - 0,3) \cdot (1 - 0,1) = 119$$

Desse modo, com taxa de glicose igual a 119 mg/dl, ele estará na categoria de diabetes melito.

Exercícios e problemas resolvidos

Estes exercícios e problemas auxiliam a exercitar habilidades, competências e estratégias para resolver todas as outras tarefas propostas, favorecendo o desenvolvimento de sua autonomia.

Esta seção apresenta maneiras de organizar o pensamento com o intuito de solucionar um problema. Espera-se que, a partir dela, você seja capaz de desenvolver estratégias para resolver diversos problemas, matemáticos ou não.

Resolvendo por etapas

Resolvendo por etapas
Leandro vai comprar uma geladeira. Para pagar, foram oferecidas a ele as seguintes opções.

- Opção 1: à vista, com 15% de desconto sobre o preço da geladeira.
- Opção 2: valor da geladeira dividido em três parcelas mensais iguais, com a primeira paga no ato da compra.
- Opção 3: valor da geladeira dividido em sete parcelas mensais iguais, com a primeira paga no ato da compra.

Se o dinheiro de Leandro rende 2% a.m., qual é a opção de pagamento mais vantajosa para ele?

Compreendendo o problema
O que se pede no problema?
A opção de pagamento mais vantajosa para Leandro.
Quais são os dados apresentados no problema?
Pagamento à vista tem 15% de desconto; nas opções de parcelamento, as prestações são iguais à primeira e pagas no ato da compra; o dinheiro de Leandro rende 2% a.m.

Organizando as ideias e elaborando um plano
Registrar um passível plano.
Inicialmente, determinamos um suposto preço para a geladeira. Em seguida, calculamos 15% desse valor e, também, o valor de cada parcela nas opções de pagamento 2 e 3. Em seguida, determinamos e comparamos os valores dos conceitos de pagamento no mesmo período.

Escolhendo as notações.
• P_0 : preço à vista no período 0.
• P_1 : valor do conjunto de pagamentos da opção 2 no período 0.
• P_2 : valor do conjunto de pagamentos da opção 3 no período 0.

Executando o plano
Supondo que a geladeira custa R\$ 2 000,00, vamos determinar o preço à vista e o valor de cada parcela nas opções de pagamento 2 e 3.

Preço à vista:
Como $0,85 \cdot 2 000 = 1 700$, então a geladeira custaria R\$ 1 700,00 à vista.
• Valor da cada parcela na opção 2: $\frac{1 700}{3} = 566,67$
• Valor da cada parcela na opção 3: $\frac{1 700}{7} = 242,86$

Desse modo, na opção 2, o valor de cada parcela seria R\$ 566,67. Na opção 3, o valor de cada parcela seria R\$ 242,86.

Em seguida, construímos um gráfico de amortização de pagamento.

Passo 1
Comparando os valores no período 0, temos:

- $P_0 = 1 700$
- $P_1 = 700 + \frac{700}{(1 + 0,02)} + \frac{700}{(1 + 0,02)^2} = 2 009,09$
- $P_2 = 300 + \frac{300}{(1 + 0,02)} + \frac{300}{(1 + 0,02)^2} + \frac{300}{(1 + 0,02)^3} + \frac{300}{(1 + 0,02)^4} + \frac{300}{(1 + 0,02)^5} + \frac{300}{(1 + 0,02)^6} = 1 980,43$

Portanto, a opção mais vantajosa para Leandro é a opção 1, ou seja, o pagamento à vista.

Passo 2
Verificando a solução obtida
Utilizando outra de sete parcelas, percebemos que o valor obtido para P_2 está correto.

Quantia (R\$)	Previsões (R\$)	Saldo (R\$)
1 700	100	1 780,00
700	85	1 785,00
700	85	1 700,00

Agora, para verificar se o valor obtido para P_1 está correto, vamos construir um quadro.

Período	Valor de P_1	Valor futuro, após um mês, da soma de parcelas (R\$)	Valor futuro, após um mês, da soma de parcelas (R\$)	Saldo (R\$)
0	700	700	2 009,09 - 700 = 1 309,09	0
1	700	1 050,00 (1 + 0,02) = 1 061,00	1 309,09 - 700 = 609,09	0
2	700	686,27 (1 + 0,02) = 700	700 - 700 = 0	0

Como no final do 2º período o saldo é 0, verificamos se é possível utilizar, com algumas alterações, o plano apresentado na seção Resolvendo por etapas para obter a solução de alguns problemas semelhantes propostos na seção Exercícios e problemas de nível Enem.

Passo 3
Verifique se é possível utilizar, com algumas alterações, o plano apresentado na seção Resolvendo por etapas para obter a solução de alguns problemas semelhantes propostos na seção Exercícios e problemas de nível Enem.

Passo 4
Agora é a vez de você resolver!

1. Leia o problema.
Denise vai comprar um computador que custa R\$ 1 500,00. Para pagá-lo, foram oferecidas a ela as seguintes opções:

- Opção 1: à vista, no valor de R\$ 1 500,00.
- Opção 2: três parcelas de R\$ 500,00 por mês, com a primeira paga um mês após a compra.
- Opção 3: parcelas únicas de R\$ 650,00, 6 meses após a compra.

Sabendo que o dinheiro de Denise rende 3% a.m., qual é a opção mais vantajosa para ela?

2. É possível resolver o problema utilizando, com algumas adequações, o plano apresentado nesta seção? Qual é a resposta deste problema?

Exercícios e problemas

1. Copie os trechos em seu caderno, substitua cada x pelo número adequado.

a) $1,2 \cdot 10^3 \text{ mg} = x \text{ g}$ d) $3,7 \cdot 10^{-1} \text{ m} = x \text{ cm}$
b) $5,1 \cdot 10^3 \text{ mg} = x \text{ g}$ e) $5,2 \cdot 10^3 \text{ g} = x \text{ kg}$ h) $6,401 \text{ g} = x \text{ kg}$
c) $3,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = x \text{ g}$ f) $5,2 \cdot 10^3 \text{ g} = x \text{ kg}$ g) $1,2 \cdot 10^3 \text{ g} = x \text{ kg}$

2. Maria realizou uma pesquisa para determinar a massa do Sol e de Júpiter. Veja as medidas obtidas por ela.

Massa do Sol	Massa de Júpiter
aproximadamente $1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	aproximadamente $1,9 \cdot 10^{27} \text{ kg}$

Quantas vezes a massa do Sol é maior do que a de Júpiter?

3. Leia a tira.

Uma onça é uma unidade de medida de massa do sistema britânico. Com base nas informações apresentadas na tira e sabendo que uma libra é igual a, aproximadamente, 453,6 g, classifique as sentenças a seguir em verdadeiras ou falsas.

a) 125 onças equivalem a aproximadamente 1 543,75 g.
b) A massa de uma pessoa com 50 kg expressa em libras e onças é igual a, aproximadamente, 116 libras e 0,843 onças.
c) Uma libra de 16 onças de massa está abaixo do limite de 50 kg de carga permitida de ônibus.
d) Uma embalagem de 170 g possui, aproximadamente, 6 onças.

4. Alguns anos atrás, **gambôzios** do Sri Lanka afirmaram ter descoberto a maior safra azul do mundo com uma massa de, aproximadamente, 280,9 g.

Para expressar a massa de pedras preciosas, geralmente, utiliza-se o **quilate**. Sabendo que um quilate equivale a 200 miligramas, $2 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$, determine qual é a massa, em quilates, de **meia noiva azul** do mundo.

5. Responda e justifique se é possível identificar a natureza da pedra "meia noiva azul" e qual é sua massa.

Sensibilização
1. Segundo projeções da ONU (Mundo Ambiente, em todo o planeta, são consumidas cerca de 5 bilhões de sacolas plásticas por ano. Além disso, metade do plástico consumido no mundo é descartado e pelo menos 13 milhões de toneladas são parar nos oceanos anualmente, afetando aproximadamente 600 espécies de animais marinhos, das quais 10% estão ameaçadas de extinção.

2. De uma sacola plástica tem cerca de 3 g. Quantas toneladas de sacolas plásticas são consumidas anualmente em todo o planeta?

3. É uma opção, que atitudes deviam ser tomadas para reduzir esse consumo?

Resolução
1. Como aproximadamente $5 \cdot 10^9$ kg, isso faz um dos primeiros asteroides visitados por uma espaçonave. Qual é o maior entre a massa de Eros e a de Tera?

2. A Organização Mundial da Saúde (OMS) recomenda que sejam consumidos menos de 6 g de sal por dia. Cada grama de sal contém 400 mg de sódio, e o excesso desse componente no corpo humano é o aumento da pressão arterial e dos riscos de doenças cardiovasculares. Grande parte da população mundial consome mais de 10 g de sal por dia, e os alimentos com os conservantes são grandes responsáveis por esse excesso.

3. Além do grama e seus múltiplos, por questões de praticidade no cotidiano, outras unidades de medida de massa são utilizadas em situações específicas no Brasil. Alguns exemplos são a arroba e a libra, vistas nas páginas 32 e 36, respectivamente.

Certo produtor de algodão recebeu uma proposta para vender sua produção a R\$ 2,70 por libra de algodão. Qual foi o valor devido por arroba de algodão? E por tonelada?

4. (Enem, 2016) O Brasil é o quarto produtor mundial de alimentos e é também um dos maiores produtores mundiais de desperdício. São produzidos por ano, aproximadamente, 100 milhões de toneladas de alimentos e, desse total, $\frac{1}{3}$ são produtos de desperdício. Em relação ao que se planta, 64% são perdidos ao longo do ciclo produtivo; 20% perdem na colheita; 8% no transporte e armazenamento; 10% no indústrias de processamento; 1% no varejo e o restante no processamento culinário e hábitos alimentares.

Desperdício durante o processamento culinário e hábitos alimentares, em milhão de toneladas, é igual a:

a) 20. b) 30. c) 55. d) 64. e) 96.

5. (Enem, 2016) Pedro comprou, no pequeno comércio a que costuma ir, 10 kg de arroz para seu café e 5 kg para seu filho. Pagou um total de R\$ 300,00. Quando comprou, no mesmo comércio, 1 kg de cada arroz para cada animal, pagou o total de R\$ 22,00. Seu café consome 600 g e seu filho, 300 g de arroz diariamente.

Para Pedro pagar de R\$ 310,00 o mesmo comprar arroz com uma quantidade suficiente para alimentar sua família por 30 dias. Com o restante do dinheiro, comprará o máximo possível de arroz para seu café.

a) Determine os preços, por quilograma, de cada uma das variedades.
b) A quantidade de arroz que Pedro comprará hoje para seu café é suficiente para alimentá-lo por quantos dias?

6. Observe no quadro a massa aproximada de algumas partículas atmosféricas.

Partícula	Massa
Átomos de ar	$4 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$
Moléculas de ar	$1,8 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$
Bactérias	$9 \cdot 10^{-13} \text{ kg}$
Pólen	$1,6 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$

Fonte: Adaptado de: <http://www.observatorio.ufpa.br/pt-br/observatorio/observatorio-atmosferico/observatorio-atmosferico>, acessado em 10 de maio de 2017.

Utilizando as massas aproximadas no quadro, elabore em seu caderno um problema envolvendo notação científica. Em seguida, troque com um colega para que ele o resolva. Depois, verifique se as resoluções estão corretas.

Exercícios e problemas

Esta seção apresenta exercícios e problemas diversificados para você desenvolver as ideias e os conceitos estudados. Vários deles apresentam relações com outras áreas do conhecimento e outros componentes curriculares, além de questões de provas, como vestibular e Enem.

Controle do orçamento familiar

Uma das vitórias mais importantes na organização financeira é o registro e a análise de receitas e despesas. É comum que as receitas sejam divididas entre fixas, como o salário, e variáveis, como benefícios e horas extras. Outra opção é dividi-las conforme a fonte, ou seja, de quem ou de onde vem cada uma delas.

Já as despesas podem ser divididas em categorias de acordo com o motivo das gastos. Por exemplo, despesas com moradia devem estar separadas das despesas com saúde ou lazer. Dessa modo, é possível compreender com quais despesas a conta é recobrada familiar. É possível também dividir as despesas em fixas, variáveis e extras ou, então, em relação à necessidade.

Após definir as categorias das despesas, podemos adicionar a quantia gasta em cada uma delas e determinar a quantia por cento da receita cada uma corresponde. Assim, é possível compreender o impacto das tipos de gasto no orçamento e tomar decisões sobre como reduzi-las. Vamos analisar um exemplo.

Para controlar suas receitas e despesas, Renata se registra em um caderno. Veja os registros, referentes aos últimos seis meses, feitos por ela.

Mês	Fixas	Variáveis	Extras	Total	Fonte
Janeiro					
Receita	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Despesa	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Total	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Fevereiro					
Receita	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Despesa	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Total	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Março					
Receita	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Despesa	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Total	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Abril					
Receita	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Despesa	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Total	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Maio					
Receita	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Despesa	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Total	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Junho					
Receita	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Despesa	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	
Total	18 200,00	18 200,00	18 200,00	54 600,00	

Com esses registros, é possível perceber, por exemplo, que as despesas com transporte são as que compõem a maior parte da receita de Renata. Ao compreender o impacto dos gastos com transporte em seu orçamento, ela pode entender o motivo desse valor e procurar maneiras para reduzi-lo. Além disso, os gastos com transporte diminuídos de forma significativa, o dinheiro economizado pode ser poupado para projetos ou, até mesmo, utilizado em outros gastos que melhorem a qualidade de vida de Renata.

Planilha eletrônica de controle de gastos

Nesta seção, vamos apresentar a estrutura de uma planilha eletrônica de controle de gastos, que realiza cálculos automaticamente e é personalizável. Para isso, utilizamos o Excel.

Com a planilha eletrônica, preencha as células conforme apresentado no vídeo. **Escreva a fórmula** que possibilite calcular o percentual da receita total do mês de janeiro. Para isso, digite =D14/D15*100 na célula D15.

Escreva a fórmula que possibilite calcular a porcentagem das despesas fixas em relação à receita do mês de janeiro. Para isso, digite =D14/D15*100 na célula D16. **Escreva a fórmula** que possibilite calcular a porcentagem das despesas variáveis em relação à receita do mês de janeiro. Para isso, digite =D14/D15*100 na célula D17. **Escreva a fórmula** que possibilite calcular o saldo de cada um dos outros meses. Para isso, selecione a célula D18, clique sobre a Guia de Dependentes e arraste até a célula desejada.

Escreva o procedimento necessário para que o total das despesas fixas mensais seja preenchido automaticamente. **Escreva a fórmula** que possibilite calcular o percentual das despesas pessoais e adicione as fórmulas para que os cálculos sejam realizados automaticamente. **Escreva a fórmula** que possibilite calcular o saldo para o mês de janeiro. Para isso, digite =D15 - (D16 + D17) na célula D22. **Para formatar a planilha** com a fórmula que permite calcular o saldo de cada um dos outros meses. Para isso, selecione a célula D22, clique sobre a Guia de Dependentes e arraste até a célula desejada.

Acessando tecnologias

Nesta seção, você vai encontrar exemplos e tarefas que complementam o que foi estudado nos temas, utilizando softwares, linguagem de programação e aplicativos disponíveis em sites.

Esta seção, apresentada antes das Referências bibliográficas usadas neste volume, contém referências complementares de livros, vídeos, sites e podcasts para você conhecer mais sobre o que foi estudado nos temas e para ampliar seus conhecimentos.

Ampliando seus conhecimentos

Ampliando seus conhecimentos

Nesta seção, apresentamos as referências complementares com sugestões de livros, sites e podcasts que permitem a melhor compreensão dos conceitos trabalhados em sala de aula, envolvendo conteúdos que, de maneira geral, abordam a Matemática e suas Tecnologias de forma lúdica, curiosa e interessante.

- Para ler**
 - A Matemática das coisas** CRATO, Nuno. *A Matemática das coisas*. São Paulo: Livraria da Física, 2009. O livro apresenta diversos exemplos da importância da Matemática na vida de humanos, como o funcionamento do Sistema de Posicionamento Global (GPS) e a relação da Matemática com outras áreas do conhecimento.
 - A Matemática nas profissões** BARELLA, Elaine S.; MARTINS, Laura M. R. (Org.). *A Matemática nas profissões*. São Paulo: Paralela Editora, 2016. Resultado de pesquisas e entrevistas, o livro apresenta o relato de profissionais de diversas áreas sobre a relação deles com a Matemática em suas rotinas de trabalho.
 - A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemática** GABRI, Gilberto. *A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemática*. 4. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009. O livro é um relato de quatro milênios da história da Matemática, apresentado do maneira simples e compreensível.
 - A vida secreta dos números: 50 delícias ocultas sobre como trabalham e pensam os matemáticos** SZPIRO, George. *A vida secreta dos números: 50 delícias ocultas sobre como trabalham e pensam os matemáticos*. Trad. J. B. Souza. Rio de Janeiro: OAB, 2008. Por meio de histórias, anedotas e outros tipos de texto, esse livro apresenta como a Matemática está presente em quase todos os aspectos do cotidiano. O livro aborda conteúdos ligados a provas, conjecturas e representações gráficas da Matemática ao longo dos tempos.
 - O insólito matemático** DEVLIN, Keith. *O insólito matemático: 100 delícias ocultas sobre como trabalham e pensam os matemáticos*. Trad. J. B. Souza. Rio de Janeiro: OAB, 2008. O livro apresenta a vida de vários dos "reis" da Matemática, de Arquimedes, que se escondeu do seu inimigo, a Inquisição, até o matemático contemporâneo e habilidoso matemático conhecido como o "reino do infinito".
 - Os 100 números: uma história ilustrada da Matemática** BEVILEY, Peter. *Os 100 números: uma história ilustrada da Matemática*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2016. O autor busca revelar segredos e mistérios da Matemática e a relação sua presença no cotidiano, desde o cálculo até as artes, incluindo geometrias, álgebra, trigonometria, estatística, física e biologia, mostrando a importância da compreensão de situações em que a Matemática está envolvida.
 - Operários e a origem da ciné** COLLI, K. O. *Operários e a origem da ciné*. Trad. Elizabeth Lutz. Rio de Janeiro: Record, 2009. O livro mostra como a Matemática influenciou o cinema e está presente em muitas situações do dia a dia. Mostra, ainda, como surgiu a origem do movimento de câmera, que compreende todos os movimentos possíveis e permite o melhor entendimento do mundo em que vivemos.

Para navegar

- Domínio Público** Disponível em: <http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/PesquisaOrcam.asp>. Acesso em: 2 jun. 2020. Este site consiste em uma biblioteca digital, na qual é possível pesquisar livros, imagens, sons e vídeos de domínio público (livros, filmes e gravetes) gratuitos e descentralizados.
- Edumatica** Disponível em: <http://www.edumatica.com.br/>. Acesso em: 2 jun. 2020. Este site apresenta o site educacional mais avançado do Brasil, com uma coleção de conteúdos em português e inglês, com uma interface amigável e recursos interativos, como jogos, animações e simulações, e a possibilidade de gráficos de figuras geométricas.
- Enem** Disponível em: <http://www.fgv.br/enem>. Acesso em: 2 jun. 2020. Nesse site é possível fazer o teste Enem e acessar o resultado, os simulados e as provas aplicadas em anos anteriores, além de obter informações sobre os conteúdos cobrados na prova.
- IBGE** Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/>. Acesso em: 2 jun. 2020. Nesse site é possível obter informações estatísticas sobre o Brasil, como contagem da população e índices de desigualdade, além de dados referentes a estudos e pesquisas.
- Matemática e tecnologia** Disponível em: <http://www.matematica.com.br/>. Acesso em: 2 jun. 2020. Este site apresenta atividades e jogos matemáticos de diversos níveis de ensino, exemplos resolvidos e exercícios que geram respostas, e, em alguns casos, as respostas estão justificadas e explicadas, mostrando.
- Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas** Disponível em: <http://www.obmep.org.br/>. Acesso em: 2 jun. 2020. Trata-se de uma competição de matemática para alunos das Escolas Públicas, com o objetivo de estimular a participação dos alunos e despertar o interesse por essa área.

Para ouvir

- Número imaginário** Disponível em: <https://numeromagnifico.wordpress.com/2017/06/14/podcast/>. Acesso em: 2 jun. 2020. Uma série de podcasts abordando diversos tópicos relacionados à área da Matemática são disponibilizados neste site, tratando de assuntos que não são discutidos sobre o conteúdo do livro, mas que são interessantes para quem gosta de aprender mais sobre o assunto.
- Praxair** Disponível em: <https://www.praxair.com.br/>. Acesso em: 2 jun. 2020. Vai conhecer a produção ou pensa em fazer uma segunda faculdade, mas não tem tempo suficiente para fazer um curso em uma instituição? O Praxair apresenta um curso completo sobre o Faa 2020, com tudo o que você precisa saber.
- Resumo** Disponível em: <https://www.resumo.com.br/podcast/>. Acesso em: 2 jun. 2020. Crie seu próprio resumo e transforme o conteúdo de um livro em áudio para quem deseja ler uma obra mas não tem tempo suficiente para ler o livro.
- Sóciat** Disponível em: <https://www.sociat.com.br/podcast/>. Acesso em: 2 jun. 2020. Esse podcast é voltado para aqueles que precisam dar um gás nos estudos da área de Ciências exatas e humanas. Não é apenas um podcast, é um espaço de discussão de temas da área de Matemática, Química e Física de uma maneira mais dinâmica.

 **Calculadora**

As tarefas com destaque **Calculadora** exploram procedimentos para usar os recursos dessa ferramenta.

 **Desafio**

As tarefas com destaque **Desafio** possuem caráter desafiador, possibilitando o desenvolvimento de estratégias próprias de resolução.

 **No contexto**

As tarefas com destaque **No contexto** estabelecem relações do conteúdo trabalhado com as páginas de abertura do tema.

 **Em grupo**

As tarefas com destaque **Em grupo** serão mais proveitosas se realizadas com a colaboração de um ou mais colegas.

 **Elaborando**

As tarefas com destaque **Elaborando** exploram o desenvolvimento da escrita, da imaginação, da investigação e da reflexão.

 **Ser consciente**

Nas tarefas com destaque **Ser consciente** você refletirá a respeito de diferentes assuntos, como ética, educação financeira, saúde, cidadania, entre outros, possibilitando uma avaliação cidadã e social da temática abordada.



Este ícone indica que as cores retratados não correspondem às reais.



Este ícone indica que os objetos retratados não estão proporcionais entre si.

A finalidade deste volume é ampliar seus conhecimentos a respeito de **Grandezas e Medidas** e **Matemática financeira**. Os conteúdos nele abordados são apresentados de maneira simples e precisa, visando seu protagonismo na aprendizagem e a construção de uma visão integrada da Matemática em diversos contextos.

No que se refere a **Grandezas e Medidas**, o objetivo é que você amplie sua compreensão acerca das noções relacionadas às medidas por meio do estudo de diferentes grandezas, estabelecendo comparações e realizando conversões entre unidades bases e derivadas do Sistema Internacional de Unidades, assim como as não padronizadas. Espera-se que, com os conteúdos expostos, você amplie suas habilidades de interpretação e compreensão da realidade, contribuindo, assim, para sua formação enquanto cidadão.

Já com relação à **Matemática financeira**, a finalidade é apresentar relações com contextos cotidianos a fim de auxiliar na compreensão de noções relacionadas a cultura, sociedade, política, economia e trabalho. Assim, os conceitos aqui propostos, relacionados a vivências cotidianas, permitem o fortalecimento de suas competências pessoais e sociais, a fim de que haja um aprendizado significativo.

Além disso, durante o desenvolvimento dos conteúdos, você será desafiado a propor estratégias para modelar soluções de determinados problemas e escrevê-las em uma linguagem de programação.

Base Nacional Comum Curricular - BNCC

Em toda a coleção, visando favorecer o desenvolvimento das Competências Gerais da Educação Básica, das Competências Específicas de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e das Competências Específicas de Matemática e suas Tecnologias, além das habilidades relacionadas a cada uma delas, serão propostas tarefas (problemas, vivências, investigações etc.) para que você as resolva de maneira reflexiva.



A seguir, apresentaremos as competências e as habilidades cujo desenvolvimento é favorecido neste volume.

Competências gerais da Educação Básica

- 1 Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
- 2 Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
- 4 Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
- 5 Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
- 7 Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
- 10 Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Ciências da Natureza e suas Tecnologias: Competências específicas

- 1 **CE1CNT:** Analisar fenômenos naturais e processos tecnológicos, com base nas interações e relações entre matéria e energia, para propor ações individuais e coletivas que aperfeiçoem processos produtivos, minimizem impactos socioambientais e melhorem as condições de vida em âmbito local, regional e global.
- 2 **CE2CNT:** Analisar e utilizar interpretações sobre a dinâmica da Vida, da Terra e do Cosmos para elaborar argumentos, realizar previsões sobre o funcionamento e a evolução dos seres vivos e do Universo, e fundamentar e defender decisões éticas e responsáveis.
- 3 **CE3CNT:** Investigar situações-problema e avaliar aplicações do conhecimento científico e tecnológico e suas implicações no mundo, utilizando procedimentos e linguagens próprios das Ciências da Natureza, para propor soluções que considerem demandas locais, regionais e/ou globais, e comunicar suas descobertas e conclusões a públicos variados, em diversos contextos e por meio de diferentes mídias e tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC).

Matemática e suas Tecnologias: Competências específicas e habilidades

1 Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

EM13MAT103: Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.

EM13MAT104: Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

2 Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

EM13MAT201: Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.

EM13MAT203: Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

3 Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

EM13MAT303: Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

EM13MAT313: Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de Algarismos significativos e Algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.

EM13MAT314: Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).

EM13MAT315: Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

4 Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

EM13MAT405: Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

EM13MAT103

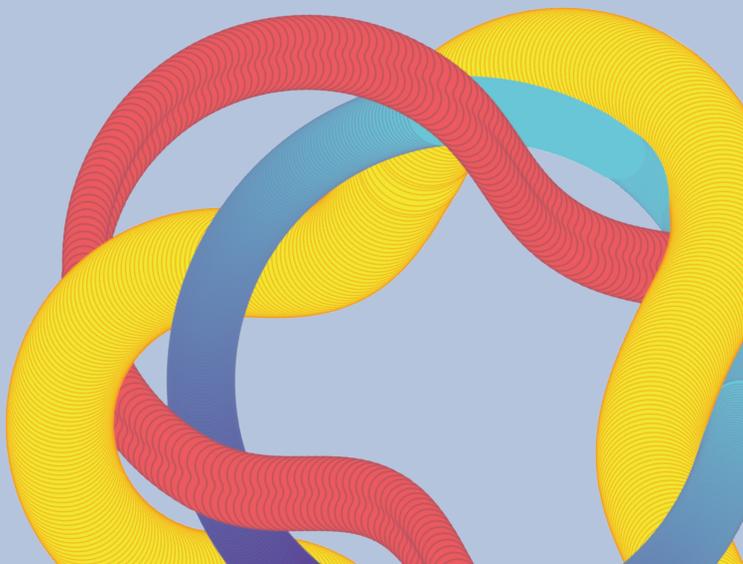
O primeiro par de letras indica a etapa do Ensino Médio.

O primeiro par de números (13) indica que as habilidades descritas podem ser desenvolvidas em qualquer série do Ensino Médio.

A segunda sequência de letras indica a área ou o componente curricular: **MAT** = Matemática e suas Tecnologias.

Os números finais indicam a competência específica à qual se relaciona a habilidade (1ª número) e a sua numeração no conjunto de habilidades relativas a cada competência (dois últimos números).

1	Potenciação e notação científica	10
	Reverendo potenciação.....	12
	Potência com expoente natural.....	12
	Potência com expoente inteiro.....	12
	Propriedades das potências.....	13
	■ Exercícios e problemas.....	14
	Notação científica.....	15
	■ Exercícios e problemas.....	15
2	Sistema Internacional de Unidades (SI)	16
3	Tempo, comprimento e massa	18
	Tempo.....	20
	■ Exercícios e problemas.....	21
	Comprimento.....	23
	■ Exercícios e problemas.....	24
	Medindo grandes comprimentos.....	25
	■ Acessando tecnologias	
	Usando o aplicativo de calculadora do <i>smartphone</i>	27
	■ Exercícios e problemas.....	27
	Medindo pequenos comprimentos.....	29
	■ Exercícios e problemas.....	30
	Massa.....	32
	■ Acessando tecnologias	
	Programas em VisualG.....	34
	■ Exercícios e problemas.....	36
4	Área, volume e velocidade	38
	Área.....	40
	Algumas unidades de medida de área.....	40
	■ Exercícios e problemas.....	41
	■ Acessando tecnologias	
	Área em mapas geográficos.....	43
	Volume.....	44
	Capacidade.....	45
	■ Resolvendo por etapas.....	46
	■ Exercícios e problemas.....	48
	Velocidade média.....	49
	■ Exercícios e problemas.....	49
	■ Acessando tecnologias	
	Condições no VisualG.....	50
5	Grandezas, medidas e voluntariado	52
6	Algarismos significativos	54
	Medindo grandezas.....	56
	Estudando algarismos significativos.....	56
	Operações com algarismos significativos.....	57
	Adição e subtração.....	57
	Multiplicação e divisão.....	58
	■ Exercícios e problemas.....	58
7	Capacidade de armazenamento	60
	Medindo capacidade de armazenamento.....	62
	■ Acessando tecnologias	
	Exemplo de um programa em VisualG – Conversão envolvendo unidades de medida de capacidade de armazenamento.....	65
	■ Exercícios e problemas.....	66
8	Armazenamento de dados e Medicina	68
9	Taxa de transferência de dados	70
	Medindo velocidade de transferência de dados.....	72
	■ Acessando tecnologias	
	Indicadores de qualidade da internet.....	73
	■ Resolvendo por etapas.....	74
	■ Exercícios e problemas.....	76



10 Velocidade de processamento 82

Medindo velocidade de processamento.....	84
■ Exercícios e problemas.....	84

11 Porcentagem 88

Estudando Matemática financeira.....	90
Estudando porcentagem.....	90
■ Exercícios e problemas.....	93

12 Alíquotas do IPI 96

13 Indicadores socioeconômicos 98

Indicadores econômicos.....	100
Taxa de inflação.....	100
Produto Interno Bruto.....	100
Taxa de desemprego.....	101
Indicadores sociais.....	102
Índice de Desenvolvimento Humano.....	102
Coefficiente de Gini.....	103
■ Exercícios e problemas.....	104

14 Acréscimos e descontos sucessivos 106

Estudando acréscimos e descontos sucessivos.....	108
■ Exercícios e problemas.....	112

15 Juro 114

O que é juro?.....	116
Juro simples.....	116

■ Acessando tecnologias	
Cálculo de juro simples em planilhas eletrônicas.....	118
Juro composto.....	119

■ Acessando tecnologias	
Cálculo de juro composto em planilhas eletrônicas.....	121
■ Exercícios e problemas.....	122

Situações envolvendo juro simples e juro composto.....	124
--	-----

■ Acessando tecnologias	
Comparando juro simples e juro composto.....	125
■ Exercícios e problemas.....	127

16 Equivalência de capitais 128

Estudando equivalência de capitais.....	130
■ Resolvendo por etapas.....	132

■ Acessando tecnologias	
Valor atual de uma quantia em planilha eletrônica.....	135
■ Exercícios e problemas.....	135

17 Sistema de amortização 136

Sistema Price.....	138
--------------------	-----

■ Acessando tecnologias	
Demonstrativo de amortização de um empréstimo no sistema Price.....	141
■ Exercícios e problemas.....	142

■ Acessando tecnologias	
Calculadora do Cidadão.....	143

18 Planejamento orçamentário 144

Controle do orçamento familiar.....	146
-------------------------------------	-----

■ Acessando tecnologias	
Planilha eletrônica de controle de gastos.....	147

Decisões financeiras.....	148
■ Exercícios e problemas.....	148

Ampliando seus conhecimentos... 149

Respostas..... 151

Referências bibliográficas..... 159

Lista de siglas..... 160

1

Potenciação e notação científica

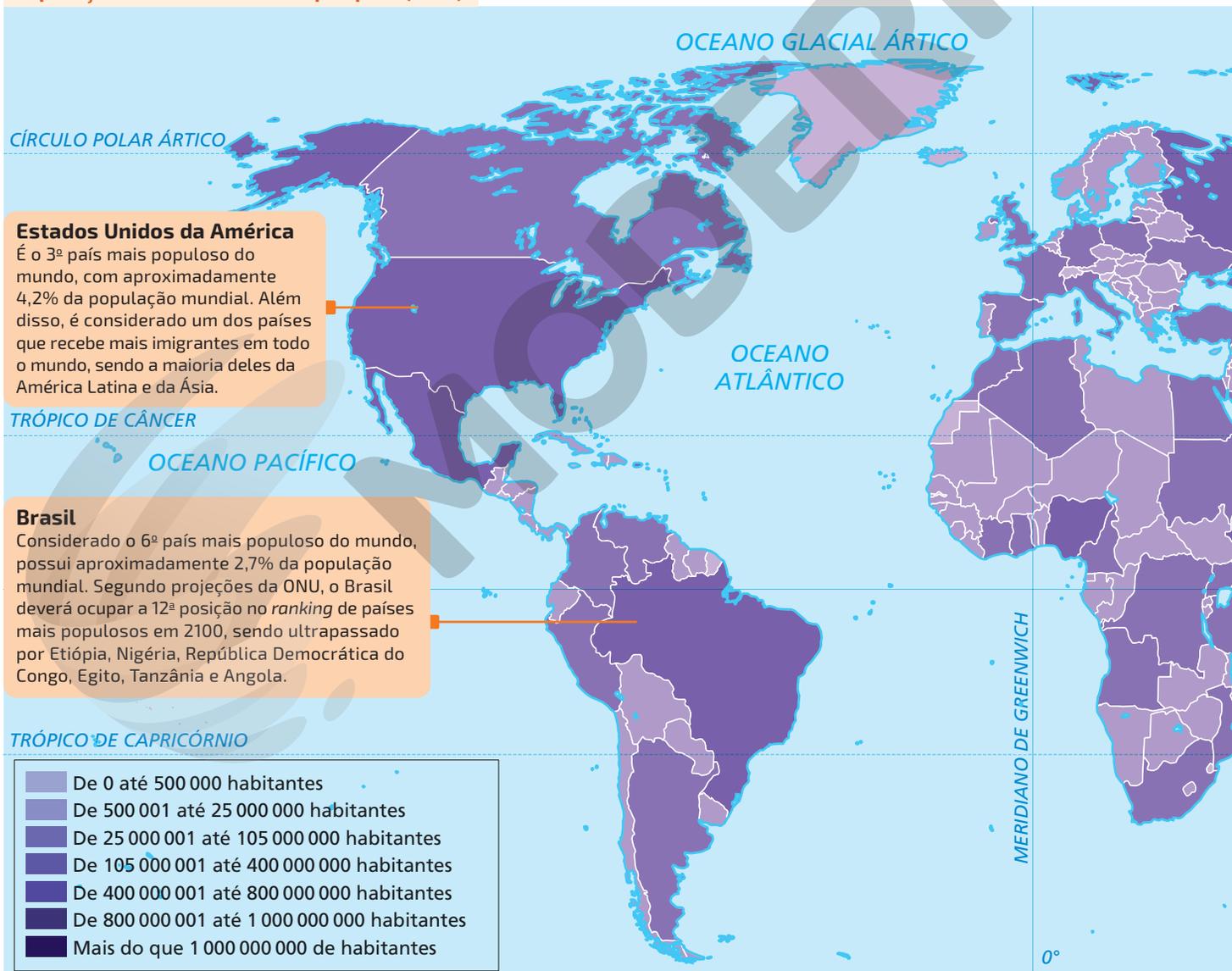
O futuro da população mundial

Segundo a Organização das Nações Unidas (ONU), estima-se que a população do planeta Terra chegou a 7 713 468 205 pessoas em 2019. A taxa de crescimento populacional teve seu pico no período de 1965 a 1970, quando aumentava, em média, 2,1% por ano. Desde então, o crescimento populacional desacelerou. Projeta-se um aumento populacional de, aproximadamente, 18,2% no período de 2019 a 2040.

Dada à incerteza presente na projeção populacional, conclui-se, com 95% de certeza, que a população mundial estará entre 9,4 e 10,1 bilhões em 2050 e entre 9,4 e 12,7 bilhões em 2100. Certamente a população aumentará nos próximos anos, porém, de acordo com a ONU, há 27% de chance de que a população estabilize ou comece a diminuir até 2100.



População mundial estimada por país (2019)



Oriente os alunos a escrever as respostas no caderno.

- A** De acordo com as informações apresentadas no mapa, determine a diferença, aproximada, entre a quantidade de habitantes da China e da Índia em 2019.
aproximadamente 61 707 746 de habitantes
- B** Segundo as projeções da ONU, qual será a população mundial aproximada em 2040?
9,1 bilhões de habitantes
- C** De que outra maneira podemos escrever o número que representa a população mundial estimada em 2019?
Uma possível resposta: aproximadamente 7,7 bilhões de habitantes.

O número que representa a população mundial estimada em 2019 contém muitos algarismos. Nas próximas páginas, revisaremos o conceito de **potenciação** e escreveremos números muito grandes e muito pequenos em **notação científica**. Essa notação facilita realizar comparações e efetuar cálculos.

FOTOMONTAGEM DE BRUNO BADAIN. FOTOS: 1.ARKA38/SHUTTERSTOCK; 2.JUST DANCE/SHUTTERSTOCK; 3.YUDINA_ELENA/SHUTTERSTOCK; 4.JUST DANCE/SHUTTERSTOCK; 5.VALERIYA KOZORIZ/SHUTTERSTOCK; 6.SUKJAI PHOTO/SHUTTERSTOCK; 7.SEAMIND224/SHUTTERSTOCK; 8.KONGSTOCK/SHUTTERSTOCK; 9.MOLPIX/SHUTTERSTOCK; 10.GIAMBRA/SHUTTERSTOCK; 11.ANDREI NEKRASSOV/SHUTTERSTOCK; 12.ROBERT KNESCHKE/SHUTTERSTOCK; 13.RAWPIXEL.COM/SHUTTERSTOCK; 14.AEKRITDEAH/SHUTTERSTOCK

Índia

Considerado o 2º país mais populoso do mundo, possui aproximadamente 17,7% da população do planeta Terra. De acordo com estimativas da ONU, a população da Índia vai superar a da China por volta de 2027, assumindo o título de país mais populoso do mundo.

China

Com aproximadamente 18,5% da população mundial, é o país mais populoso do mundo. Visando conter o crescimento populacional, introduziu em 1979 a política do filho único. Porém, para lidar com o ritmo de envelhecimento da sociedade, essa política foi revogada em 2015.

Indonésia

Com aproximadamente 3,5% da população mundial, é considerado o 4º país mais populoso do planeta Terra. Aproximadamente 40% de sua população trabalha com atividades agrícolas e a maioria das pessoas mora na zona rural.

Paquistão

Em 2017, a população do Paquistão superou a do Brasil. Com aproximadamente 2,8% da população mundial, ocupa a 5ª posição no **ranking** de países mais populosos do mundo. Possui a maior taxa de natalidade do sul da Ásia, com quase três filhos por mulher e, segundo estimativas da ONU, sua população pode alcançar 352 milhões de habitantes em 2100.



Fontes de pesquisa: <https://population.un.org/wpp/Publications/Files/WPP2019_Highlights.pdf>. Acesso em: 18 maio 2020.
<https://ideasbr.llorenteycuena.com/wp-content/uploads/sites/8/2016/02/150407_DI_relatorio_especial_pobla%C3%A7ao_latina_EEUU_BR.pdf>. Acesso em: 18 de maio de 2020.
<<https://escola.britannica.com.br/artigo/Paquistao/482143>>. Acesso em: 18 maio 2020.
<<https://escola.britannica.com.br/artigo/Paquistao/482143>>. Acesso em: 18 maio 2020.
<<https://population.un.org/wpp/>>. Acesso em: 18 maio 2020.
Fonte de pesquisa: IBGE. *Atlas geográfico escolar*. 7. ed. Rio de Janeiro, 2018. p. 32.

Reverendo potenciação

Provavelmente você já estudou a operação de **potenciação** com expoente natural maior do que 1, que corresponde a uma multiplicação de fatores iguais. Veja o exemplo:

$$\underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}_{5 \text{ fatores iguais}} = 4^5 = 1024$$

Na potenciação, podemos destacar os seguintes elementos:

$$\begin{array}{l} \text{expoente} \rightarrow \\ \text{potência} \rightarrow 4^5 = 1024 \\ \text{base} \rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \text{resultado da} \\ \text{potenciação} \end{array}$$

É importante compreender que a potenciação é diferente da multiplicação. Enquanto a multiplicação é utilizada para representar uma adição de parcelas iguais, a potenciação com expoente natural maior do que 1 representa uma multiplicação de fatores iguais, isto é:

- multiplicação: $\underbrace{7 + 7 + 7 + 7}_{4 \text{ parcelas iguais}} = 4 \cdot 7 = 28$
- potenciação: $\underbrace{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}_{4 \text{ fatores iguais}} = 7^4 = 2401$

Potência com expoente natural

Dados um número real a e um número natural m , com $m > 1$, denomina-se **potência** de base a e expoente m o número a^m , que corresponde ao produto de m fatores a .

$$a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m \text{ fatores}}$$

No caso de $m = 1$ ou $m = 0$, definimos:

- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$, com $a \neq 0$

Exemplos

- $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
- $(-3,1)^3 = (-3,1) \cdot (-3,1) \cdot (-3,1) = -29,791$
- $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3^3}{5^3} = \frac{27}{125}$
- $1^4 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$
- $(-4)^0 = 1$
- $\left(-\frac{1}{2}\right)^1 = -\frac{1}{2}$

Potência com expoente inteiro

Dado um número real a não nulo e um número natural m , definimos:

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

A potência a^{-m} , com $a \neq 0$, é o inverso de a^m .

Exemplos

- $2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$
- $5^{-1} = \frac{1}{5^1} = \frac{1}{5}$
- $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{25}} = \frac{25}{1} = 25$
- $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^3} = \frac{1}{\frac{27}{64}} = \frac{64}{27}$

No contexto



Calculadora

Com o auxílio de uma calculadora, determine qual das potências melhor representa a população estimada do planeta Terra em 2019.

- 5^{10}
- 2^{33}
- 10^{10}
- 7^{22}
- 10^{15}

alternativa b

Propriedades das potências

Agora, vamos rever algumas propriedades das potências.

- 1ª propriedade: Se n e m são números inteiros e a é um número real, então:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}, \text{ com } a \neq 0 \text{ se } n \leq 0 \text{ ou } m \leq 0$$

Exemplo

$$2^3 \cdot 2^2 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2^3} \cdot \frac{2 \cdot 2}{2^2} = 2^{3+2} = 2^5$$

As propriedades apresentadas podem ser demonstradas.

- 2ª propriedade: Se n e m são números inteiros e a é um número real não nulo, então:

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

Exemplo

$$6^5 : 6^3 = \frac{6^5}{6^3} = \frac{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \underbrace{6 \cdot 6}_{(5-3) \text{ fatores}} = 6^2$$

- 3ª propriedade: Se a e b são números reais e m é um número inteiro, então:

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m, \text{ com } a \cdot b \neq 0 \text{ se } m \leq 0$$

Exemplo

$$(4 \cdot 3)^2 = (4 \cdot 3)(4 \cdot 3) = 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 = 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 = 4^2 \cdot 3^2$$

- 4ª propriedade: Se a e b são números reais, com $b \neq 0$, e m é um número inteiro, então:

$$(a : b)^m = a^m : b^m, \text{ com } a \neq 0 \text{ se } m \leq 0$$

Exemplo

$$(15 : 7)^3 = \left(\frac{15}{7}\right)^3 = \frac{15}{7} \cdot \frac{15}{7} \cdot \frac{15}{7} = \frac{15^3}{7^3}$$

- 5ª propriedade: Se m e n são números inteiros e a é um número real, então:

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}, \text{ com } a \neq 0 \text{ se } m \leq 0 \text{ ou } n \leq 0$$

Exemplo

$$(7^2)^3 = 7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2 = 7^{2+2+2} = 7^{3 \cdot 2} = 7^6$$

Note que $(7^2)^3 \neq 7^2$,
pois $(7^2)^3 = 7^6$ e
 $7^2 = 7^2$.

R1 Calcule as potências.

a) $(2^3)^2$

b) 2^{3^2}

c) $\left(9 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{3^3}\right)^{-1}$

d) $\left[\frac{(5^2)^3}{(5^3)^2}\right]^{-1}$

Resolução

a) $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$

b) $2^{3^2} = 2^9 = 512$

c) $\left(9 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{3^3}\right)^{-1} = (3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^{-3})^{-1} = (3^{2+2-3})^{-1} = (3^1)^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

d) $\left[\frac{(5^2)^3}{(5^3)^2}\right]^{-1} = \left(\frac{5^{2 \cdot 3}}{5^{3 \cdot 2}}\right)^{-1} = \left(\frac{5^6}{5^6}\right)^{-1} = (5^{6-6})^{-1} = (5^0)^{-1} = 5^0 = 1$

1 Calcule as potências.

- a) 13^2 169 e) $(-6)^3$ -216 i) $(3,3)^2$ 10,89
 b) 2^7 128 f) -6^3 -216 j) 7^{-2} $\frac{1}{49}$
 c) 29^0 1 g) $(-\frac{1}{3})^4$ $\frac{1}{81}$ k) $(\frac{5}{2})^{-3}$ $\frac{8}{125}$
 d) 7^1 7 h) $(\frac{8}{5})^3$ $\frac{512}{125}$ l) $(-9)^{-2}$ $\frac{1}{81}$

2 Utilizando as propriedades das potências, mostre que

$$\frac{(a^3 \cdot b)^2 \cdot (a^{-3})^2}{(b^{-2})^2} = (a \cdot b)^6, \text{ com } a \neq 0 \text{ e } b \neq 0.$$

Resposta no final do livro.

3 Reduza as expressões a uma única potência.

- a) $3^5 \cdot 3^7$ 3^{12} c) $\frac{4^3 \cdot 2^0 \cdot 2^{3^2}}{8^4 \cdot 2^4}$ 2^{-1}
 b) $\frac{5^3 \cdot 25^4}{5^2}$ 5^9 d) $(x^5 \cdot x^2)^3$ x^{21}

4 O número $\frac{64}{343}$ é igual a: alternativas a e c

- a) $(\frac{4}{7})^3$ b) $(\frac{7}{4})^3$ c) $\frac{343^{-1}}{4^{-3}}$ d) $\frac{4^{-3}}{7^3}$

5 Escreva cada número como uma potência de base 10. Lembre aos alunos que 10^n , em que n é um número natural, tem sua escrita formada pelo

- a) 0,000001 10^{-6} b) 0,01 10^{-2} c) $\frac{1}{100000}$ 10^{-5}
 d) $\frac{1000}{10000}$ 10^{-1} e) 10 000 10^4
 f) 1 000 000 \cdot 1 000 10^9

6 Utilizando o símbolo $<$, escreva em ordem crescente as potências:

- -2^2 ; $(-2)^{-3}$; 2^3 ; $(\frac{1}{2})^{-1}$; $(-\frac{1}{2})^{-3}$; $(\frac{2}{3})^2$; $(\frac{3}{2})^2$; -3^0 ; $(-3)^1$. Resposta no final do livro.

7 O valor da expressão $\frac{4^3 \cdot 2^{-3} + (\frac{1}{3})^{-4} \cdot 3^{-2}}{5 \cdot (1,2)^{-1}}$ é: alternativa c

- a) $\frac{432}{25}$ b) $\frac{17}{6}$ c) $\frac{102}{25}$ d) $\frac{25}{23}$

8 Para quais valores de p , com $p \neq 0$, é verdadeira a igualdade

$$\frac{3 \cdot 2^2 - (3^{-2})^{-1} + (0,2)^{-3}}{p^2} = 8?$$

$p = -4$ ou $p = 4$

9 Observe a sequência numérica.

$$-3, 9, -27, 81, \dots$$

O n ésimo número dessa sequência é:

- a) -3^n b) $(-3)^n$ c) n^{-3} d) $(-n)^{-3}$ e) $-3n$
- alternativa b

10 Veja a seguir algumas potências de base 4.

$$\begin{matrix} 4^1 = 4 & 4^2 = 16 & 4^3 = 64 \\ 4^4 = 256 & 4^5 = 1024 & 4^6 = 4096 \end{matrix}$$

A partir dos padrões que podem ser identificados, determine o algarismo das unidades do resultado de:

- a) 4^9 4 b) $4^7 \cdot 4^{13}$ 6 c) $4^8 + 4^{15}$ 0

11 Sabendo que $3^8 = 6561$, calcule:

- a) 3^9 19 683 b) 3^6 729 c) 3^{-7} $\frac{1}{2187}$

12 Uma das personalidades mais interessantes da História da Matemática é o francês Pierre de Fermat (1601-1665). Advogado de profissão, Fermat dedicava boa parte de seu tempo livre ao estudo da Matemática, tendo nessa ciência seu principal passatempo. Mesmo não sendo um matemático de ofício, suas contribuições o tornaram conhecido por seus contemporâneos como o "príncipe dos amadores".



MARZO INO/SHUTTERSTOCK - COLEÇÃO PARTICULAR

Pierre de Fermat.

Às margens de um livro em que estudava, Fermat enunciou um teorema – denominado posteriormente "O Último Teorema de Fermat" – que se tornou um célebre problema na Matemática:

A equação $x^m + y^m = z^m$, na qual m é um número inteiro qualquer maior do que 2, não admite solução para x , y e z inteiros e diferentes de zero.

De acordo com Fermat, a demonstração desse teorema era fácil, contudo não iria fazê-la por falta de espaço na margem do livro. Ocorre que, desde sua publicação, diversos matemáticos tentaram demonstrá-lo, porém esse feito somente foi realizado há alguns anos, em 1993.

Fonte de pesquisa: BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática*. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

Junte-se a um colega e verifiquem, por meio de três exemplos, que a igualdade $x^m + y^m = z^m$, para $m = 2$, é válida para alguns números inteiros x , y e z , diferentes de zero. Algumas possíveis respostas: $3^2 + 4^2 = 5^2$, $6^2 + 8^2 = 10^2$ e $12^2 + 5^2 = 13^2$

Notação científica

Quando trabalhamos com números muito grandes ou muito pequenos, podemos utilizar uma escrita abreviada denominada **notação científica**. Os números representados com essa notação são escritos na forma $q \cdot 10^n$, em que:

- q é um número racional maior ou igual a 1 e menor do que 10;
- n é um número inteiro.

Veja alguns exemplos de números escritos em notação científica.

$$\begin{aligned} & \bullet 73\,420\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \\ & 73\,420\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 7,342 \cdot 10\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = \\ & = 7,342 \cdot 10^{22} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \bullet 0,00007 \\ & 0,00007 = \frac{7}{100\,000} = 7 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \bullet 0,00000001 \\ & 0,00000001 = \frac{1}{100\,000\,000} = 1 \cdot 10^{-8} \end{aligned}$$

No contexto

Nas páginas 10 e 11, vimos que, de acordo com estimativas da ONU, a população do planeta Terra chegou a 7 713 468 205 de pessoas em 2019. Escreva o número que representa essa estimativa em notação científica.
 $7,713468205 \cdot 10^9$

Exercícios e problemas

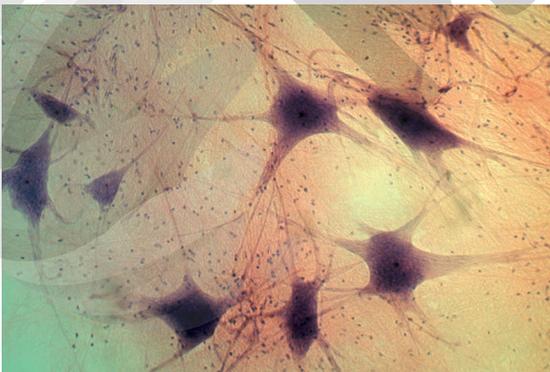
Anote as respostas no caderno.

13 Em cada item, escreva os números em notação científica.

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------|
| a) 952 $9,52 \cdot 10^2$ | e) 0,0002 $2 \cdot 10^{-4}$ |
| b) 34 000 $3,4 \cdot 10^4$ | f) 0,0168 $1,68 \cdot 10^{-2}$ |
| c) 45,52 $4,552 \cdot 10^1$ | g) 0,00108 $1,08 \cdot 10^{-3}$ |
| d) 15 000 $1,5 \cdot 10^4$ | h) 2 010 000 $2,01 \cdot 10^6$ |

14 Quantos neurônios existem em um cérebro humano adulto? Acreditava-se que eram, aproximadamente, 100 bilhões, mas pesquisas recentes sugerem que essa quantidade seja menor, em média, 86 bilhões.

Fonte de pesquisa: <<https://revistapesquisa.fapesp.br/n%C3%BAmeros-em-revis%C3%A3o/>>. Acesso em: 14 abr. 2020.



Neurônios (cérebro humano), aumento aproximado de 154 vezes.

Escreva, em notação científica, a diferença entre a quantidade de neurônios que acreditava-se existir no cérebro humano e a sugerida em pesquisas recentes. $1,4 \cdot 10^{10}$

No contexto

15 Na tabela estão apresentadas as populações aproximadas dos 10 países mais populosos do mundo em 2019.

População aproximada dos 10 países mais populosos do mundo em 2019

País	População aproximada
China	1 400 000 000
Índia	1 300 000 000
Estados Unidos	329 000 000
Indonésia	270 000 000
Paquistão	216 000 000
Brasil	211 000 000
Nigéria	210 000 000
Bangladesh	163 000 000
Rússia	145 000 000
México	127 000 000

Fonte de pesquisa: <https://population.un.org/wpp/Publications/Files/WPP2019_Highlights.pdf>. Acesso em: 14 abr. 2020.

- a) Escreva, em notação científica, os números que representam as populações apresentadas na tabela. **Resposta no final do livro.**
- b) A população da Rússia equivale a quantos por cento da população da China? **aproximadamente 10,3%**
- c) Os cinco primeiros países do *ranking* apresentados na tabela, juntos, possuem uma população de: **alternativa II**
- | | |
|------------------------|----------------------------|
| I) $3,515 \cdot 10^8$ | III) $3,515 \cdot 10^{12}$ |
| II) $3,515 \cdot 10^9$ | IV) $3,515 \cdot 10^{17}$ |

2

Sistema Internacional de Unidades (SI)

A necessidade de medir

A necessidade de medir existe desde que o ser humano lascava pedras e manuseava ossos para fabricar instrumentos de caça e de defesa. Porém, apenas a capacidade de medir não era suficiente. Para que as medidas fossem significativas, havia um problema: elas tinham de concordar com as medidas de outros seres humanos. Durante muito tempo, cada sociedade utilizou seu próprio sistema de unidades, que, geralmente, era baseado em partes do corpo.

Em 1789, a pedido do governo, a Academia de Ciências da França criou o Sistema Métrico Decimal, que era, inicialmente, constituído de três unidades básicas: o metro, o litro e o quilograma. No ano de 1960, o sistema métrico foi atualizado e, assim, na 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas, foi sancionado o Sistema Internacional de Unidades (SI).

As grandezas de base utilizadas no SI são: comprimento, massa, tempo, corrente elétrica, temperatura termodinâmica, quantidade de substância e intensidade luminosa. As unidades de base correspondentes do SI estão apresentadas no esquema.

Grandezas e unidades de base do SI



Grandeza: intensidade luminosa
Unidade de base: candela
Símbolo: cd



Grandeza: massa
Unidade de base: quilograma
Símbolo: kg

Grandeza: quantidade de substância
Unidade de base: mol
Símbolo: mol



Grandeza: comprimento
Unidade de base: metro
Símbolo: m

Grandeza: temperatura termodinâmica
Unidade de base: kelvin
Símbolo: K



Grandeza: corrente elétrica
Unidade de base: ampère
Símbolo: A



Grandeza: tempo
Unidade de base: segundo
Símbolo: s



Algumas possíveis respostas:
medir o tempo de duração de uma partida de futebol e o comprimento da sala de aula.

- Orienta os alunos a escrever as respostas no caderno.
- A** Cite algumas situações em que é necessário realizar medições.
 - B** Você conhece outras unidades de medida, além das apresentadas no esquema? Em caso afirmativo, cite-as. Algumas possíveis respostas: hora, quilômetro e grama.
 - C** Em sua opinião, qual é a importância do SI para a sociedade atual? Resposta pessoal. Espera-se que os alunos percebam que a padronização facilita, por exemplo, as atividades comerciais e proporciona negociações mais justas.
- No próximo tema, apresentaremos as definições das unidades metro, quilograma e segundo.

O SI no Brasil e o Inmetro

O Brasil adotou o SI em 1962 e, em 1988, seu uso tornou-se obrigatório em todo o território nacional. O órgão responsável pela manutenção das unidades de base do SI e por assegurar a exatidão das medições no país é o Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (Inmetro).

Além disso, esse órgão é responsável pela avaliação da conformidade de diversos produtos, assegurando se eles atendem a critérios relacionados, principalmente, a saúde, segurança ou proteção do meio ambiente, impacto econômico etc. Os produtos que cumprem esses requisitos recebem o selo do Inmetro. Já os que não estão de acordo com o regulamento não recebem o selo e não podem ser comercializados.

Mesmo com a avaliação do Inmetro, alguns produtos podem ocasionar acidentes de consumo, ou seja, mesmo manuseados de acordo com as instruções de uso, provocam danos ao consumidor. Veja algumas informações sobre acidentes de consumo recebidas, em 2018, pelo Inmetro.



O selo do Inmetro certifica que o produto foi submetido a testes e medições que garantem sua conformidade com os padrões das unidades de medida e com os padrões de segurança.

Em 2018, 12,01% do total de relatos recebidos foram descartados, por não serem enquadrados como acidente de consumo.

Diga aos alunos que há, também, relatos de face, parte inferior do tronco, cabeça, parte inferior da perna, parte inferior do braço, entre outras partes do corpo afetadas. Além disso, 55% dos relatos recebidos pelo Inmetro não registraram a ocorrência de lesão.

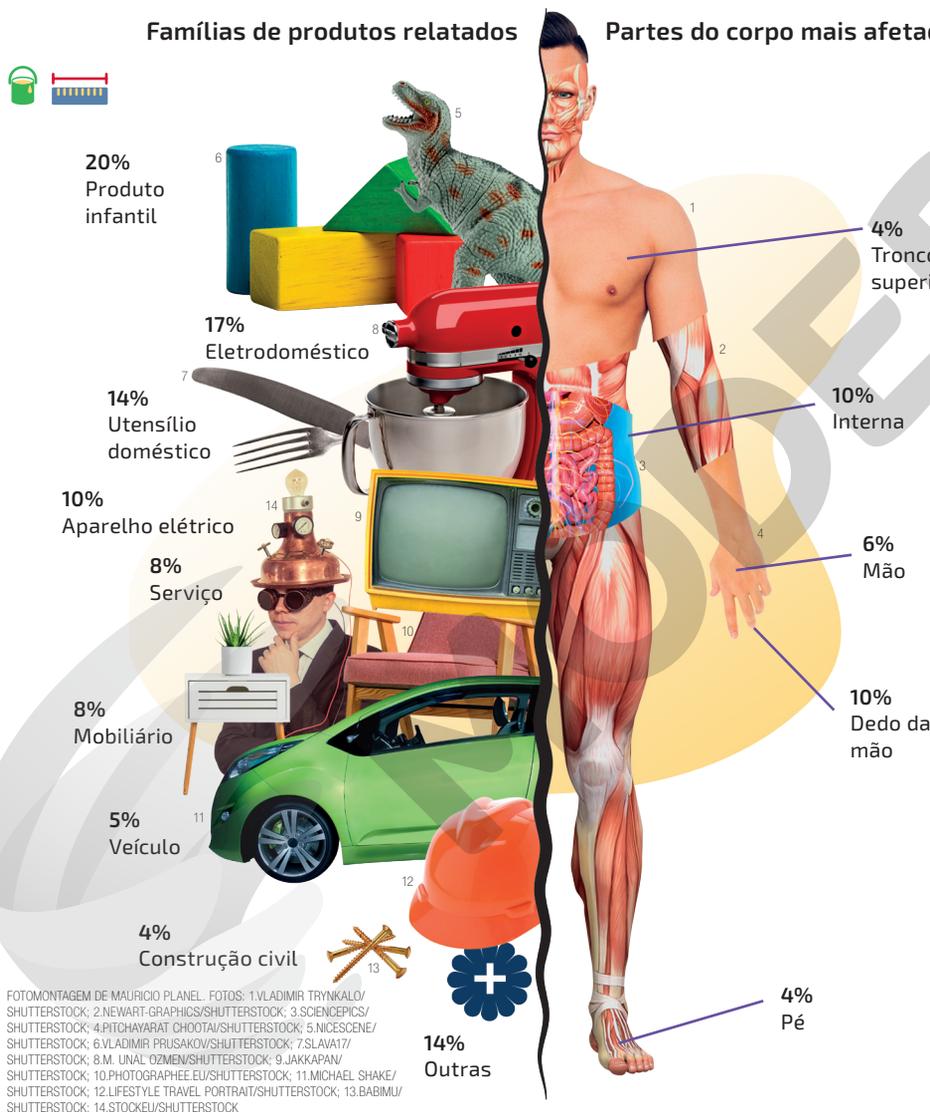
Lesões referentes a acidentes de consumo mais comuns relatadas em 2018

Corte	8%
Queimadura	6%
Luxação/Contusão	3%
Escoriação	3%
Alergia	2%
Contusão	2%
Fratura	3%
Dor	2%
Intoxicação química	4%
Amputação	3%
Ingestão de objetos	1%
Não houve	55%

<<http://inmetro.gov.br/consumidor/pdf/sinmac-2018.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2020.

Famílias de produtos relatados

Partes do corpo mais afetadas



Fonte de pesquisa: <<http://inmetro.gov.br/consumidor/pdf/sinmac-2018.pdf>>. Acesso em: 12 fev. 2020.

Ser consciente

A Junte-se a um colega e realizem uma pesquisa a respeito das vantagens de o Inmetro manter a exatidão das medições no país.

Resposta pessoal.

B Em sua opinião, qual é a importância de verificar se o produto contém o selo do Inmetro? Converse com o professor e os colegas a respeito.

Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que é para saber se o produto passou por avaliações que analisam requisitos relacionados a saúde, segurança ou proteção do meio ambiente, impacto econômico etc.

3

Tempo, comprimento e massa

Apollo 11

Na década de 1950, iniciou-se uma “corrida” espacial de cunho tecnológico entre algumas nações, com a finalidade de fazer viagens tripuladas à Lua, cuja distância média à Terra mede 384 400 000 m. A missão Apollo, um projeto da agência norte-americana Nasa (National Aeronautics and Space Administration), criada em 1961, foi a primeira a realizar esse feito.

Inicialmente, com o intuito de tornar possível e seguro o pouso na superfície lunar, a Apollo realizou algumas expedições tripuladas e não tripuladas que orbitaram a Lua e fizeram testes e manobras. Porém, a expedição mais importante foi a Apollo 11, em que três astronautas, no dia 16 de julho de 1969, decolaram da Terra a bordo do superfoguete Saturn V e aterrissaram na Lua após uma viagem de 369 900 s.

Saturn V
Medindo 110,6 m de comprimento, foi o foguete mais poderoso já produzido.

3 Terceiro estágio

2 Segundo estágio

1 Primeiro estágio

MÓDULO DE COMANDO

Era onde os astronautas viajavam. O comandante Michael Collins orbitou a Lua nesse módulo, enquanto o módulo lunar desceu à superfície do satélite. Foi a única parte do foguete a retornar à Terra.

MÓDULO DE SERVIÇO

Fazia parte do módulo de comando, mas os astronautas não tinham acesso a esse local, que era onde ficavam as reservas de combustível e de oxigênio, assim como os motores do sistema Apollo.

MÓDULO LUNAR

Esse módulo tinha dois estágios. Um foi responsável pelo pouso na superfície lunar realizado pelo piloto Buzz Aldrin e pelo comandante Neil Armstrong, primeiro homem a caminhar na Lua. O outro, de ascensão, levou esses dois astronautas de volta ao módulo de comando.

FOTOMONTAGEM DE GUSTAVO PEDROSA. FOTOS: 1.NEIPFV/SHUTTERSTOCK; 2.CASTLESKI/SHUTTERSTOCK; 3.ZAKHARCHUK/SHUTTERSTOCK; 4.IMAGEFLOW/SHUTTERSTOCK; 5.NERTHLIZ/SHUTTERSTOCK; 6.MART/SHUTTERSTOCK; 7.MARIE MAERZ/SHUTTERSTOCK; 8.APHELLEON/SHUTTERSTOCK; 9.DOTTED YETI/SHUTTERSTOCK



BNCC

- EM13MAT103
- EM13MAT314
- EM13MAT315
- EM13MAT405
- CE2CNT

Veja as etapas da missão Apollo para levar o homem à Lua.

TRAJETO DE IDA

1 DECOLAGEM

O Saturn V coloca o sistema Apollo em uma órbita baixa ao redor da Terra.

2 INJEÇÃO TRANSLUNAR

Uma reativação do terceiro estágio do Saturn V coloca as naves a caminho.

3 SEPARAÇÃO

O módulo de comando e serviço (CSM) se separa do foguete.

4 EXTRAÇÃO

O CSM se vira e acopla ao módulo lunar (LM). O terceiro estágio do Saturn V é descartado.

5 AJUSTES DE CURSO

A Apollo usa o propulsor do módulo de serviço para ajustar sua rota para a Lua.

6 INSERÇÃO ORBITAL

O módulo de serviço dispara para colocar a Apollo em órbita lunar.

7 POUSO

Dois dos três astronautas se transferem para o LM e com ele descem até a superfície da Lua.

NOGUEIRA, Salvador. A conquista da Lua. *Dossiê Superinteressante*, ed. 404-A, São Paulo, Abril, 2019, p. 21. © Salvador Nogueira/Abril Comunicações S.A.

TRAJETO DE VOLTA

8 PARTIDA

O estágio de ascensão do LM leva os astronautas de volta à órbita lunar com o CSM.

9 RETORNO

O propulsor do CSM é disparado para colocar a nave em um curso de volta para a Terra.

10 RETORNO

O módulo de serviço é ejetado e a cápsula do módulo de comando viaja sozinha para a Terra.

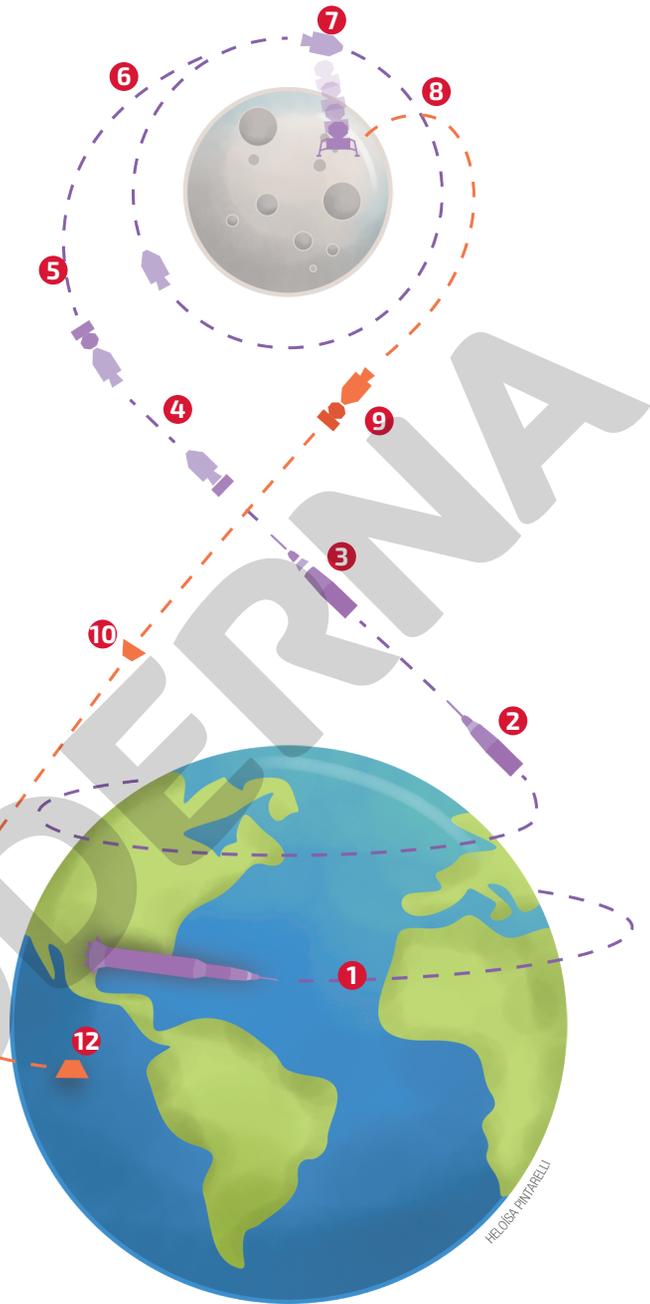
11 REENTRADA

O módulo de comando reentra na atmosfera.

12 POUSO NA ÁGUA

Com a ajuda de paraquedas, o módulo de comando desce em segurança no oceano, onde é resgatado por um navio.

Sistema Apollo



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

A fim de simplificar a escrita, não distinguiremos grandezas de suas respectivas medidas. Desse modo, utilizaremos expressões do tipo "5 m de comprimento" quando, na realidade, queremos nos referir à medida do comprimento, que nesse caso é 5 m.

Fonte de pesquisa: <<https://moon.nasa.gov/resources/348/apollo-mission-flight-plan-1967/>>. Acesso em: 20 jan. 2020.

Oriente os alunos a escrever as respostas no caderno.

- A** Escreva, em notação científica, a distância média, em metros, entre a Terra e a Lua. $3,844 \cdot 10^8$
- B** Em sua opinião, o segundo é a unidade de medida mais adequada para expressar o tempo de viagem da Terra até a Lua? Justifique sua resposta.

Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que não, pois há outras unidades de medida de tempo mais adequadas, como o dia e a hora.

Para expressar, por exemplo, o tempo de viagem da Terra à Lua, utilizamos o segundo, que é uma unidade de medida de base do SI. Nas próximas páginas, vamos relembrar e aprimorar o estudo a respeito da grandeza **tempo** e realizar conversões entre algumas de suas unidades de medida. Além disso, estudaremos as grandezas **comprimento** e **massa**.

Tempo

A necessidade de medir o tempo existe desde os primórdios da humanidade e pode-se dizer que continua atual. Acredita-se que as primeiras maneiras de medir essa grandeza tinham relação com fenômenos da natureza e movimentos de corpos celestes. Mais tarde, para medir intervalos de tempo mais específicos, foram criados os primeiros relógios, como o relógio de sol, a clepsidra ou relógio de água e a ampulheta.

Conforme o tempo passou, a evolução científica proporcionou a criação de relógios cada vez mais precisos. No século XIV, por exemplo, surgiram os primeiros relógios mecânicos. Já nos dias atuais, existem os relógios atômicos, que levam mais de um milhão de anos para adiantar ou atrasar um segundo.

O primeiro relógio atômico foi criado em 1949, nos Estados Unidos, com base em moléculas de amônia. Alguns anos depois, com a utilização de melhores osciladores, ele se tornou o instrumento mais preciso para medir o tempo.

Em 1967, com base no relógio de césio, a 13ª Conferência Geral de Pesos e Medidas adotou o **segundo** como padrão de medida de tempo.

Um **segundo** (s) é o intervalo de tempo que corresponde a $\frac{1}{9\,192\,631\,770}$ oscilações da frequência de ressonância do átomo de césio 133.

Além do segundo, podemos expressar uma medida de tempo utilizando outras unidades de medida, como **hora** (h), **minuto** (min) e **microsegundo** (μs).

$$1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s} \qquad 1 \text{ min} = 60 \text{ s} \qquad 1 \mu\text{s} = \frac{1}{1\,000\,000} \text{ s}$$

Amônia: solução aquosa de amoníaco, um gás incolor e com odor característico facilmente solúvel em água.

Césio 133: um ou mais átomos do elemento químico césio, cujo núcleo atômico possui a mesma quantidade de prótons, mas quantidade de nêutrons diferente.

Os átomos de césio 133 de um relógio atômico, por exemplo, oscilam, aproximadamente, de modo regular a cada $0,1 \cdot 10^{-10}$ segundo.

Exercícios e problemas resolvidos

R1 Escreva um algoritmo que possibilite converter uma medida em microssegundos em uma medida em horas. Em seguida, organize esse algoritmo em um fluxograma.

Resolução

Antes de apresentarmos os passos para a construção de um algoritmo, vamos relembrar sua definição.

Um **algoritmo** é uma sequência finita de passos (instruções) para resolver determinado problema.

Para construir um algoritmo, inicialmente, devemos ler o enunciado do problema, compreendendo-o e destacando os pontos mais importantes. Em seguida, é preciso responder às seguintes questões.

1ª Quais são os **dados de entrada**, ou seja, os dados fornecidos no problema?

Dados de entrada: medida em microssegundos.

2ª Quais são os **dados de saída**, ou seja, os dados gerados após a execução de todas as etapas do algoritmo?

Dados de saída: medida em horas.

3ª Conhecendo os dados de entrada e saída, que **procedimentos** devem ser realizados?

Para responder à questão 3, inicialmente, devemos determinar a equivalência entre microssegundos e horas. Como $1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s}$ e $1 \mu\text{s} = \frac{1}{1\,000\,000} \text{ s}$, fazemos:

$$1 \mu\text{s} = \frac{1}{1\,000\,000} \text{ s} = \frac{1}{1 \cdot 10^6} \cdot \frac{1}{3\,600} \text{ h} = \frac{1}{3,6 \cdot 10^9} \text{ h}$$

- Assim, $1 \mu\text{s} = \frac{1}{3,6 \cdot 10^9} \text{ h}$. Consequentemente, para converter uma medida em microssegundos em horas, devemos dividir o número que expressa a medida em microssegundos por $3,6 \cdot 10^9$.

Agora, escrevemos o algoritmo.

Início

- Leia a medida em microssegundos.
- Divida o número que expressa a medida em microssegundos por $3,6 \cdot 10^9$.

Fim

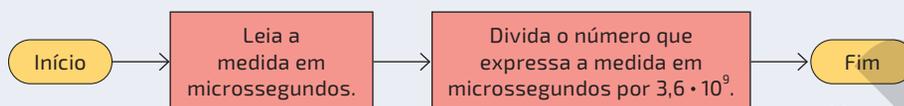
Em um fluxograma, cada tipo de figura possui um significado. No fluxograma abaixo, por exemplo, foram utilizadas as figuras a seguir. Figura utilizada para indicar o início e o fim do fluxograma.



Figura utilizada para indicar uma ação a ser tomada.



Finalmente, organizamos o algoritmo em um fluxograma.



Exercícios e problemas

Anote as respostas no caderno.

- Copie os itens em seu caderno, substituindo cada \bullet pelo número adequado.
 - $5,3 \text{ h} = \bullet \text{ min}$ **318**
 - $9,4 \text{ s} = \bullet \mu\text{s}$ **$9,4 \cdot 10^6$**
 - $0,45 \text{ min} = \bullet \text{ s}$ **27**
 - $1\,344 \text{ min} = \bullet \mu\text{s}$ **$8,064 \cdot 10^{10}$**
 - $4,32 \cdot 10^4 \text{ s} = \bullet \text{ h}$ **12**

- Teobaldo iniciou um tratamento com os medicamentos A e B. O medicamento A deve ser tomado de 8 em 8 horas e o medicamento B, de 6 em 6 horas. Sabendo que ele ingeriu os dois medicamentos às 8 h do dia 5, em que dia e horário ele vai ingerir novamente os dois medicamentos juntos? **No dia 6, às 8 h.**

No contexto

- Nas páginas 18 e 19, vimos que a missão Apollo 11 aterrissou na Lua após uma viagem de 369 900 s. Escreva a duração dessa viagem em dias, horas e minutos. **4 dias, 6 horas e 45 minutos**
- Assistir a séries de televisão é uma forma de lazer comum no cotidiano de muitas pessoas. Escreva um algoritmo que possibilite determinar o tempo mínimo, em dias, para que uma pessoa assista a todos os episódios de uma série, dadas a quantidade de episódios e a duração, em minutos, de cada um deles. Em seguida, organize o algoritmo em um fluxograma.

Resposta no final do livro.

- O descarte incorreto do lixo pode causar diversos problemas para o planeta, como a poluição de rios e aquíferos. A fim de evitar e diminuir esses problemas, a reciclagem e o descarte adequado do lixo são atitudes que devem ser tomadas pela população. Observe no quadro o tempo de degradação de alguns materiais, caso não sejam descartados corretamente.

Material	Tempo de degradação
Papel e papelão	0,5 ano
Chiclete	5 anos
Filtro de cigarro	5 anos
Cordas de nylon	30 anos
Sacolas plásticas	Mais de 100 anos
Metais	Cerca de 450 anos

Fonte de pesquisa: <http://www.projetoreciclar.ufv.br/?area=tempo_degradacao>. Acesso em: 4 jun. 2020.

Quais desses materiais levam mais de $3,942 \cdot 10^7 \text{ min}$ para se degradarem?
Sacolas plásticas e metais.

Ser consciente

- Em sua opinião, que outros problemas o descarte inadequado de lixo pode causar, além da poluição?
Resposta pessoal. Algumas possíveis respostas: morte de diversos animais em oceanos e florestas; proliferação de doenças.

O item b da tarefa 9 e o item c da tarefa 10 propõem aos alunos que elaborem uma questão utilizando os conceitos estudados, contribuindo assim para a ampliação do repertório de reflexões e questionamentos a respeito de determinadas situações.

O texto a seguir refere-se à tarefa 6.

(Enem) Se compararmos a idade do planeta Terra, avaliada em quatro e meio bilhões de anos ($4,5 \cdot 10^9$ anos), com a de uma pessoa de 45 anos, então, quando começaram a florescer os primeiros vegetais, a Terra já teria 42 anos. Ela só conviveu com o homem moderno nas últimas quatro horas e, há cerca de uma hora, viu-o começar a plantar e a colher. Há menos de um minuto percebeu o ruído de máquinas e de indústrias e, como denuncia uma ONG de defesa do meio ambiente, foi nesses últimos sessenta segundos que se produziu todo o lixo do planeta!

- 6 O texto permite concluir que a agricultura começou a ser praticada há cerca de **alternativa d**
- a) 365 anos. d) 10 000 anos.
b) 460 anos. e) 460 000 anos.
c) 900 anos.

- 7 Análises feitas por especialistas indicam que a Lua se formou 50 milhões de anos após o Sistema Solar. Sabendo que o Sistema Solar se formou há cerca de 4,56 bilhões de anos, há quantos anos, aproximadamente, a Lua se formou?
- a) $4,51 \times 10^7$ anos d) $4,61 \times 10^9$ anos
b) $4,51 \times 10^9$ anos e) $5,06 \times 10^9$ anos
c) $4,61 \times 10^7$ anos **alternativa b**

- 8 Além de destruições, os tremores de um terremoto podem causar alterações na rotação, na angulação e no formato da Terra. Alguns cientistas da Nasa calcularam que o terremoto da Indonésia, ocorrido em 2004, afetou a rotação do planeta, diminuindo a duração do dia em 2,68 microssegundos. A redução na duração de um dia causada por esse terremoto equivale a quantos por cento de uma hora?
- $7,44 \cdot 10^{-8} \%$**

- 9 A energia elétrica consumida, em watt-hora (Wh), por um aparelho durante certo período de tempo pode ser calculada multiplicando o tempo em horas pela potência do aparelho em watts (W), geralmente indicada na embalagem ou no próprio produto. Porém, a unidade de medida de energia elétrica mais usada pelas **distribuidoras** é quilowatt-hora (kWh). Sabendo que $1 \text{ kWh} = 1\,000 \text{ Wh}$, responda às questões.

Distribuidora: empresa responsável pela distribuição de energia elétrica em determinada região.

- a) Uma televisão, cuja potência é 180 W, fica ligada na sala de espera de um consultório médico das 07 h 15 min até as 18 h 45 min, 5 dias por semana. Em 4 semanas, quantos quilowatts-hora serão consumidos por essa televisão? **41,4 kWh**

Resposta pessoal. No item b da tarefa 9 e no item c da tarefa 10, antes de os alunos elaborarem a questão, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** desse tema e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.

- b) Elabore uma questão semelhante à do item a, porém com o tempo de funcionamento diário da televisão diferente do apresentado. Em seguida, peça a um colega que resolva a questão. **Resposta pessoal.**

- 10 Em certo município, o valor mensal da fatura de energia elétrica é dado pelo produto entre o consumo, em quilowatt-hora, e o valor da tarifa do quilowatt-hora, além dos impostos.

- a) Veja no quadro a potência aproximada de alguns aparelhos elétricos.

Equipamento	Potência em watts
Ar-condicionado	1 400
Computador	200
Telefone sem fio	10
Lâmpada fluorescente	35

Fonte de pesquisa: <http://arquivos.portaldaindustria.com.br/app/conteudo_18/2014/04/22/6281/Energiaeltrica-qualidade.pdf>. Acesso em: 4 jun. 2020.

Determine quantos quilowatts-hora uma pessoa vai gastar se utilizar um ar-condicionado, um computador e duas lâmpadas fluorescentes ligados, respectivamente, 6 h, 8 h e 5 h por dia, durante 30 dias. **310,5 kWh**

- b) Considerando que a distribuidora cobrou, no último mês, sem considerar os impostos, R\$ 0,64 por quilowatt-hora, determine quanto uma pessoa gastaria, em reais, mantendo um computador ligado durante 390 min por dia, por 15 dias. **R\$ 12,48**

- c) Faça uma pesquisa para determinar o preço do quilowatt-hora no município onde mora e da potência de alguns aparelhos elétricos que você mais utiliza. Em seguida, de acordo com as informações obtidas em sua pesquisa, elabore uma questão envolvendo o consumo de energia elétrica e a quantia paga, em reais, por determinado tempo de uso desses aparelhos.

- 11 Em uma agência de viagens há 8 lâmpadas fluorescentes de 35 W cada, ligadas 10 h por dia. Visando economizar energia elétrica, o proprietário substituiu essas lâmpadas por 8 lâmpadas LED de 24 W cada. Sabendo que a distribuidora de energia elétrica cobra, sem considerar os impostos, R\$ 0,55 por quilowatt-hora, determine quantos reais serão economizados durante 30 dias com as lâmpadas, após a substituição, considerando o uso diário de 10 h. **Serão economizados R\$ 14,52.**

Resposta pessoal. Algumas possíveis respostas: diminuir o tempo de uso do chuveiro elétrico, retirar os aparelhos da tomada quando não estiverem ligados, não deixar lâmpadas acesas sem necessidade e evitar abrir muitas vezes a geladeira.

Ser consciente

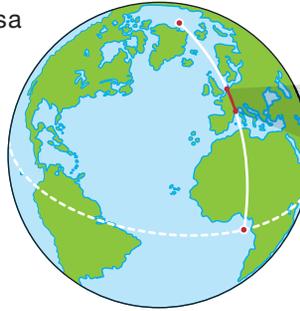
- > Em sua opinião, além de optar por lâmpadas mais econômicas, que outras atitudes podemos tomar para economizar energia elétrica no dia a dia?

Comprimento

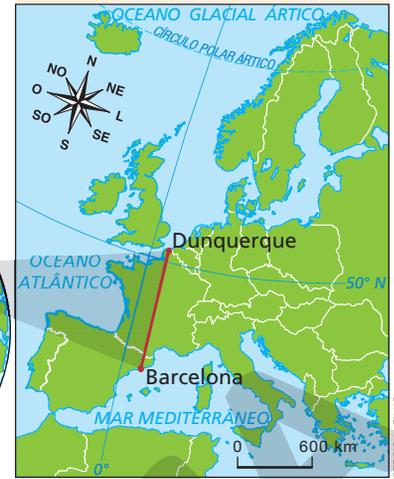
Nas páginas 16 e 17, vimos que, no SI, a unidade de medida de comprimento é o metro, a qual já teve sua definição modificada algumas vezes.

Em 1791, por exemplo, o metro foi definido como a décima milionésima parte do quadrante de meridiano terrestre, baseado nas medições de arco de meridiano compreendido entre Dunquerque, na França, e Barcelona, na Espanha. A materialização dessa definição foi feita com uma barra de platina-irídio, chamada barra do metro padrão.

Porém, em 1983, para atender à evolução da ciência e objetivando melhor precisão, a 17ª Conferência de Pesos e Medidas redefiniu o metro como a distância percorrida pela luz, no vácuo, em determinado intervalo de tempo.



Distância em linha reta entre Dunquerque e Barcelona



Fonte de pesquisa: IBGE. *Atlas geográfico escolar*. 8. ed. Rio de Janeiro, 2018. p. 32.

O metro é a distância percorrida pela luz no vácuo durante um intervalo de tempo de $\frac{1}{299\,792\,458}$ de segundo.

Além do metro, podemos expressar uma medida de comprimento utilizando outras unidades. Algumas delas são: o quilômetro (km), o hectômetro (hm), o decâmetro (dam), o decímetro (dm) e o centímetro (cm).

$$1 \text{ km} = 1 \cdot 10^3 \text{ m} \quad 1 \text{ dam} = 1 \cdot 10^1 \text{ m} \quad 1 \text{ cm} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$1 \text{ hm} = 1 \cdot 10^2 \text{ m} \quad 1 \text{ dm} = 1 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

No contexto

Vimos que a distância média da Terra à Lua é de 384 400 000 m.

Escreva essa distância em quilômetros. **384 400 km**



Reprodução da barra padrão do metro.

Exercícios e problemas resolvidos

R2 (Enem, 2016) Um motorista partiu da cidade A em direção à cidade B por meio de uma rodovia retilínea localizada em uma planície. Lá chegando, ele percebeu que a distância percorrida nesse trecho foi de 25 km. Ao consultar um mapa com o auxílio de uma régua, ele verificou que a distância entre essas duas cidades, nesse mapa, era de 5 cm. A escala desse mapa é

- a) 1 : 5 c) 1 : 5 000 e) 1 : 500 000
b) 1 : 1 000 d) 1 : 100 000

Lembre-se: escala é a relação entre a medida real de determinado espaço e a medida utilizada em sua representação planificada.

Resolução

Como $1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$ e $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, então $1 \text{ km} = 100\,000 \text{ cm}$ e, conseqüentemente, $25 \text{ km} = 2\,500\,000 \text{ cm}$. Desse modo:

$$\frac{5 \text{ cm}}{25 \text{ km}} = \frac{5 \text{ cm}}{2\,500\,000 \text{ cm}} = \frac{1 \text{ cm}}{500\,000 \text{ cm}}, \text{ ou seja, } 1 : 500\,000$$

Assim, a escala desse mapa é 1 : 500 000. Portanto, a alternativa correta é a e.

16. b) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que seria mais vantajoso viajar no perigeu, pois a Lua estaria mais próxima, sendo necessário menos combustível para chegar até lá, além de gastar menos tempo na viagem.

12 Copie os itens em seu caderno, substituindo cada \bullet pelo número adequado.

- a) $93,4 \text{ dm} = \bullet \text{ hm}$ e) $0,576 \text{ km} = \bullet \text{ dm}$
 b) $1876 \text{ m} = \bullet \text{ km}$ f) $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m} = \bullet \text{ cm}$
 c) $32 \text{ hm} = \bullet \text{ cm}$ g) $6,521 \cdot 10^2 \text{ cm} = \bullet \text{ dam}$
 d) $7,3 \text{ dam} = \bullet \text{ km}$ h) $6,4 \cdot 10^{-3} \text{ km} = \bullet \text{ dm}$

13 O futebol americano é um esporte que envolve velocidade, agilidade, força e capacidade tática de seus jogadores. Nessa modalidade, é usada uma unidade de medida de comprimento que não utilizamos frequentemente no Brasil: a jarda. Sabendo que 1 jarda equivale a 0,9144 m e que o campo de futebol americano tem formato retangular cujas dimensões são 120 jardas e $53\frac{1}{3}$ jardas, responda às questões.

a) Qual é, em metros, o perímetro do campo de futebol americano? **316,992 m**

A medida do perímetro de um polígono é a soma das medidas dos comprimentos de seus lados.

b) Se um jogador der 3 voltas completas ao redor desse campo, quantos metros ele percorrerá? **950,976 m**

14 A London Eye, localizada em Londres, na Inglaterra, foi construída para comemorar o início do terceiro milênio. Com 135 m de diâmetro, é considerada uma das maiores rodas-gigantes do mundo.



LAURENCE BERGER/SUTHERSTOCK

London Eye na cidade de Londres, na Inglaterra, em 2019.

Fonte de pesquisa: <<http://conselheirolafaiete.mg.gov.br/v2/wp-content/uploads/2020/04/Ensino-M%C3%A9dio-2%C2%BA-Ano-Matem%C3%A1tica-13-a-17-de-abril.pdf>>. Acesso em: 19 maio 2020.

Podemos expressar o diâmetro da London Eye utilizando a unidade de medida pé, que equivale a 12 polegadas e é habitualmente utilizada na Inglaterra. Considerando que 1 polegada equivale a 2,54 cm, escreva, em pés, o diâmetro dessa roda-gigante. **aproximadamente 443 pés**

15 O beija-flor-abelha (*Mellisuga helenae*), a menor ave do mundo, tem uma altura média de apenas 5,7 cm. Já a avestruz (*Struthio camelus*) é a maior ave do mundo, com uma altura média de 2,75 m. Qual é a diferença, em decímetros, entre a altura dessas aves? **26,93 dm**

No contexto

16 A órbita da Lua em torno da Terra não é uma circunferência perfeita, uma vez que há períodos em que está mais próximo da Terra (perigeu) e outros em que fica mais distante (apogeu).

Veja no quadro as distâncias médias entre a Lua e a Terra no perigeu e no apogeu.

Perigeu	Apogeu
357 448 km	405 363 km

Fonte de pesquisa: <http://zapper.xitizap.com/xitizap%2026/index_files/Page473.htm>. Acesso em: 19 maio 2020.

a) Qual é a diferença, em decâmetros, entre a distância da Terra à Lua no perigeu e no apogeu? **4 791 500 dam**

b) Seria mais vantajoso para o ser humano fazer a viagem até a Lua no apogeu ou no perigeu?

17



Desafio

Os alunos do 1º ano do Ensino Médio vão construir, sobre um compensado de madeira de formato retangular, a maquete de um campo de futebol na escala de 1 : 60. Sabendo que o campo de futebol tem lados com comprimentos de 120 m e 90 m e que a maquete deve ficar com 10 cm de margem em cada um dos lados, quais são as dimensões mínimas do compensado de madeira que os alunos devem comprar para construir essa maquete?

- alternativa d
- a) $2,0 \text{ m} \times 1,5 \text{ m}$ d) $2,2 \text{ m} \times 1,7 \text{ m}$
 b) $2,2 \text{ m} \times 1,5 \text{ m}$ e) $2,2 \text{ m} \times 1,9 \text{ m}$
 c) $2,0 \text{ m} \times 1,7 \text{ m}$

18 Alguns profissionais utilizam diferentes maneiras para medir comprimentos. Veja, por exemplo, como um garimpeiro obtém um padrão para o metro.

[...] basta você medir quatro palmos e meio em uma corda e cortá-la; pronto, você terá um pedaço de corda com um metro e poderá fazer sua mediação.

LIMA, Freudson Dantas de. *Etnomatemática no garimpo*: uma proposta de ação pedagógica para o ensino e aprendizagem de matemática na perspectiva da resolução de problemas. 2018. 186 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) — Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2018. Disponível em: <<https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/25793>>. Acesso em: 14 jan. 2020.

a) Se o garimpeiro medir com esse pedaço de corda uma distância que tem 13 palmos e meio de comprimento, quantos metros ele vai obter?



b) ^{3 m} Utilizando um barbante e seguindo o mesmo método desse garimpeiro, meça os comprimentos dos lados da sua sala de aula. Em seguida, compare sua resposta com as obtidas por seus colegas. **Resposta pessoal.**



c) Você conhece outro método que também é utilizado para obter medidas de comprimento? Converse com o professor e os colegas.

Resposta pessoal. Espera-se que os alunos citem, por exemplo, a utilização de palmos, pés, entre outros métodos.

Medindo grandes comprimentos

Veja a seguir a distância média aproximada, em quilômetros, entre os planetas do Sistema Solar e o Sol.



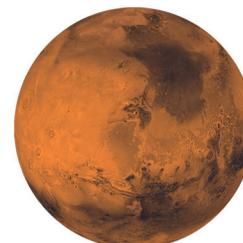
Mercúrio
57 900 000 km



Vênus
108 200 000 km



Terra
149 600 000 km



Marte
227 900 000 km



Júpiter
778 600 000 km



Saturno
1 433 500 000 km



Urano
2 872 500 000 km



Netuno
4 495 100 000 km

Para facilitar o trabalho com grandes distâncias, cientistas criaram a **unidade astronômica (UA)**, que é a distância média entre a Terra e o Sol.

$$1 \text{ UA} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

A unidade astronômica é a mais adequada para medir distâncias dentro do Sistema Solar. Já para medirmos distâncias fora do Sistema Solar, a unidade de medida mais adequada é o **ano-luz (al)**, equivalente à distância que a luz, propagando-se no vácuo, percorre em um ano.

$$1 \text{ al} \approx 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

Exercícios e problemas resolvidos

R3 A estrela mais próxima de nosso planeta, com exceção do Sol, é a Próxima Centauri, que dista, aproximadamente, 268 048 UA da Terra. Qual a distância, em anos-luz, entre a Terra e a Próxima Centauri?

Resolução

Inicialmente, escrevemos 1 UA em anos-luz.

$$\begin{aligned} 1 \text{ UA} &= 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m} = \frac{1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}}{9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}} \cdot 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m} \approx \\ &\approx \frac{1,496 \cdot 10^{-4}}{9,46} \text{ al} \approx 0,0000158 \text{ al} \end{aligned}$$

Desse modo:

$$268 \text{ 048 UA} \approx 268 \text{ 048} \cdot 0,0000158 \text{ al} \approx 4,24 \text{ al}$$

Portanto, a distância entre a Terra e a Próxima Centauri é, aproximadamente, 4,24 al.

- R4** Uma das galáxias “vizinhas” mais próximas de nós é Andrômeda. De acordo com a Nasa, a Terra está a uma distância de, aproximadamente, $2,365 \cdot 10^{19}$ km dessa galáxia. Qual é a distância, em anos-luz, entre a Terra e Andrômeda?



Galáxia de Andrômeda.

Resolução

Inicialmente, escrevemos a distância entre a Terra e a Galáxia de Andrômeda em metros.

$$2,365 \cdot 10^{19} \text{ km} = 2,365 \cdot 10^{19} \cdot 1\,000 \text{ m} = 2,365 \cdot 10^{22} \text{ m}$$

Em seguida, utilizando regra de três, convertemos essa medida em anos-luz.

Distância (em al)	Distância (em m)
1	$9,46 \cdot 10^{15}$
x	$2,365 \cdot 10^{22}$

$$\frac{1}{x} = \frac{9,46 \cdot 10^{15}}{2,365 \cdot 10^{22}}$$

$$2,365 \cdot 10^{22} = 9,46 \cdot 10^{15} \cdot x$$

$$x = \frac{2,365 \cdot 10^{22}}{9,46 \cdot 10^{15}}$$

$$x = \frac{2,365 \cdot 10^7}{9,46}$$

$$x = 0,25 \cdot 10^7 = 2,5 \cdot 10^6$$

Portanto, a distância entre a Terra e a Galáxia de Andrômeda é, aproximadamente, $2,5 \cdot 10^6$ al.

- R5** Determine o comprimento aproximado, em unidades astronômicas, da órbita de Vênus em torno do Sol, sabendo que a distância média entre esses corpos é, aproximadamente, 0,7233 UA.

Resolução

Para determinar a medida aproximada desse comprimento, vamos considerar que a órbita de Vênus em torno do Sol tenha formato circular. Assim:

Note que foi considerado $\pi = 3,14$.

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,7233$$

$$C \approx 4,54$$

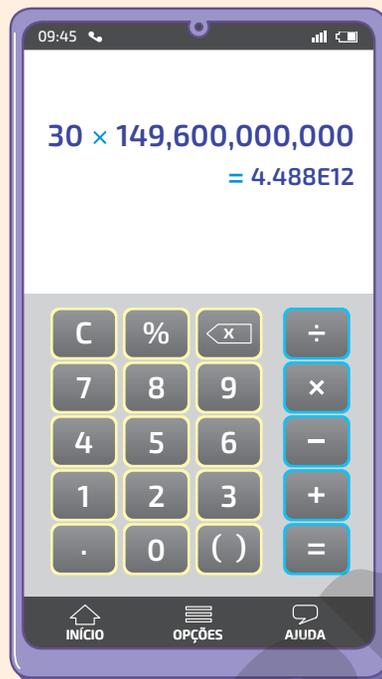
Portanto, o comprimento da órbita de Vênus em torno do Sol é, aproximadamente, 4,54 UA.

Usando o aplicativo de calculadora do smartphone

Para realizarmos conversões entre unidades de medida, podemos utilizar, para auxiliar nos cálculos, o aplicativo de calculadora do *smartphone*. Veja, por exemplo, como podemos escrever, em metros, a distância média entre Netuno e o Sol, que é, aproximadamente, 30 UA.

Em grande parte dos aplicativos de calculadoras de *smartphones*, é utilizado o símbolo E (ou e) no visor para indicar a expressão “vezes 10 elevado a”.

Portanto, o resultado obtido indica que a distância média entre Netuno e o Sol é, aproximadamente, $4,488 \cdot 10^{12}$ m.



Note que esse aplicativo de calculadora apresenta o resultado em notação científica.

Diga aos alunos que em alguns aplicativos de calculadora de *smartphones* o símbolo E é utilizado para indicar potências de base 10 com expoentes maiores do que 12.

Agora é com você!

Respostas no Suplemento para o professor.

- Sabendo que a distância média entre Júpiter e o Sol é, aproximadamente, 5,2 UA, determine qual das alternativas corresponde ao resultado apresentado nesse aplicativo de calculadora ao converter essa distância em metros.
 - 7.7792E11
 - 7.7792E12
 - 7.7792E13
- Se calcularmos $13 \cdot (10)^{22}$ nesse aplicativo, qual será o resultado apresentado? Justifique sua resposta.

Exercícios e problemas

Anote as respostas no caderno.

- Copie os itens em seu caderno, substituindo cada \bullet pelo número adequado.
 - $2,992 \cdot 10^{11}$ m = \bullet UA 2
 - $2,3188 \cdot 10^{10}$ km = \bullet UA 155
 - 5 UA = \bullet km $7,48 \cdot 10^8$
 - 13 UA = \bullet m $1,9448 \cdot 10^{12}$
 - $3,2912 \cdot 10^{12}$ m = \bullet UA 22
 - 100 UA = \bullet km $1,496 \cdot 10^{10}$
- Converta:
 - 17 al em quilômetros. aproximadamente $1,6082 \cdot 10^{14}$ km
 - 2,5 al em metros. aproximadamente $2,365 \cdot 10^{16}$ m
 - $5,2976 \cdot 10^{16}$ m em anos-luz. aproximadamente 5,6 al
 - $1,2298 \cdot 10^{14}$ km em anos-luz. aproximadamente 13 al
 - 10 al em quilômetros. aproximadamente $9,46 \cdot 10^{13}$ km
 - 1 UA em anos-luz. aproximadamente $1,581 \cdot 10^{-5}$ al

No contexto

- Vimos nas páginas 18 e 19 que a distância média entre a Terra e a Lua é 384 400 000 m. Escreva essa distância, em unidades astronômicas. aproximadamente $2,569 \cdot 10^{-3}$ UA
- Com diâmetro de, aproximadamente, 2,3 bilhões de quilômetros, a estrela UY Scuti é a maior já descoberta em nosso Universo. Essa estrela encontra-se a, aproximadamente, 9 500 al de distância da Terra.
 - Escreva, em notação científica, o diâmetro da estrela UY Scuti. $2,3 \cdot 10^9$ km
 - Qual é, em unidade astronômica, a distância entre a estrela UY Scuti e a Terra? aproximadamente $6 \cdot 10^8$ UA

27. d) Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem o problema, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção Exercícios e problemas desse tema e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros problemas disponíveis em provas de

23 Leia o texto. **vestibular e Enem.**

[...]

Em 2011, a Voyager 1 tornou-se o primeiro objeto artificial a ultrapassar a **heliosfera** [...]. Agora, uma série de cinco artigos publicados na revista *Nature Astronomy* revela que, em 5 de novembro de 2018, a Voyager 2 alcançou o mesmo ponto.

[...]

Até agora, os dados obtidos pela Voyager 2 têm surpreendido os cientistas. A começar pela sintonia — que não deveria existir — na chegada de ambas as naves. Em uma coletiva de imprensa por telefone, Stamatios Krimigis, o principal autor de um dos artigos, conta que a segunda sonda passou pela **heliopausa**, [...] quando estava a 119 unidades astronômicas do Sol [...]. A Voyager 1 fez a travessia praticamente à mesma distância: 121,6 UA.

[...]

OLIVETO, Paloma. Voyager 2 dá seu primeiro sinal. *Correio Braziliense*, Brasília, 5 nov. 2019. Ciência & Saúde, p. 14. © Paloma Oliveto/CB/D.A Press

Heliosfera: espécie de bolha criada pelo Sol que se estende bem além da órbita de Plutão.

Heliopausa: borda mais externa da heliosfera, que delimita o início do espaço interestelar.

Para nos auxiliar na compreensão das distâncias apresentadas no texto, podemos compará-las com o comprimento da circunferência da Terra. Sabendo que o raio de nosso planeta tem, aproximadamente, 6 370 km, determine quantas voltas completas em torno da Terra equivalem a essas distâncias. **121,6 UA: aproximadamente 454 743 voltas; 119 UA: aproximadamente 445 020 voltas.**

Considere $\pi = 3,14$.

24 Astrônomos da University College London, na Inglaterra, detectaram vapor de água na atmosfera de um **exoplaneta** potencialmente rochoso a $6,955882 \cdot 10^6$ UA de distância da Terra, chamado K2-18b (apelidado de Super Terra). Qual é, em anos-luz, a distância entre K2-18b e a Terra? **aproximadamente 110 al**

Exoplaneta: planeta que não faz parte do Sistema Solar.

25 Utilizando os telescópios espaciais Spitzer e Hubble da Nasa, alguns astrônomos descobriram o que pode ser a galáxia mais distante já avistada. Estima-se que a luz dessa galáxia viajou aproximadamente 13,2 bilhões de anos-luz antes de chegar a esses telescópios. Qual é, em quilômetros, a distância aproximada entre essa galáxia e os telescópios? **aproximadamente $1,25 \cdot 10^{23}$ km**

O item d da tarefa 27 propõe aos alunos que elaborem um problema utilizando os conceitos estudados, contribuindo assim para a ampliação do repertório de reflexões e questionamentos a respeito de determinadas situações.

26 Edmond Halley (1656-1742), astrônomo e matemático inglês, ficou famoso por observar a órbita e determinar a periodicidade de cometas. Ele previu corretamente que um cometa retornaria em 1758, mas faleceu 16 anos antes. Em sua homenagem, esse corpo celeste ficou conhecido como cometa Halley.

No ano de 837, foi registrada a passagem mais próxima desse cometa à Terra, a uma distância de $4,94 \cdot 10^6$ km. Sabendo que a distância entre a Terra e a Lua mede aproximadamente $3,844 \cdot 10^5$ km, o cometa passou a uma distância: **alternativa b**

- a) entre 11 e 12 vezes maior do que a distância entre a Terra e a Lua.
- b) entre 12 a 13 vezes maior do que a distância entre a Terra e a Lua.
- c) entre 13 e 14 vezes maior do que a distância entre a Terra e a Lua.
- d) entre 14 e 15 vezes maior do que a distância entre a Terra e a Lua.

27 Além da Via Láctea, galáxia da qual fazemos parte, outras galáxias podem ser vistas da Terra a olho nu, ou seja, sem o uso de equipamentos. Algumas delas são: a Galáxia de Andrômeda, vista na página 26, a Grande Nuvem de Magalhães e a Pequena Nuvem de Magalhães. Veja a seguir as distâncias aproximadas dessas galáxias da Via Láctea.

27. c) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que é o ano-luz.

Galáxia	Distância aproximada da Via Láctea (em al)
Grande Nuvem de Magalhães	179 000
Pequena Nuvem de Magalhães	210 000
Galáxia de Andrômeda	2 500 000

Fonte de pesquisa: <<http://www.astronoo.com/pt/galaxias-p1.html>>. Acesso em: 19 maio 2020.

- a) Calcule a distância, em metros, entre a Via Láctea e a Grande Nuvem de Magalhães. **aproximadamente $1,693 \cdot 10^{21}$ m**
- b) Calcule a distância, em unidade astronômica, entre a Via Láctea e a Pequena Nuvem de Magalhães. **aproximadamente $1,328 \cdot 10^{10}$ UA**
- c) Em sua opinião, é melhor utilizar o ano-luz ou a unidade astronômica para realizar cálculos com distâncias entre galáxias?
- d) Utilizando os dados apresentados, elabore em seu caderno um problema envolvendo as distâncias entre essas galáxias e troque com um colega para que ele o resolva. Depois, verifiquem se as respostas estão corretas.

Medindo pequenos comprimentos

Vimos, no tópico anterior, situações que envolvem comprimentos muito grandes. Agora, vamos estudar alguns cenários que envolvem comprimentos muito pequenos, como o diâmetro médio de um fio de teia de aranha, que é $1,5 \cdot 10^{-7}$ m.



PHOTOS/SHUTTERSTOCK

Teias de aranha, molhadas de gotículas de orvalho, retratadas ao nascer do Sol.

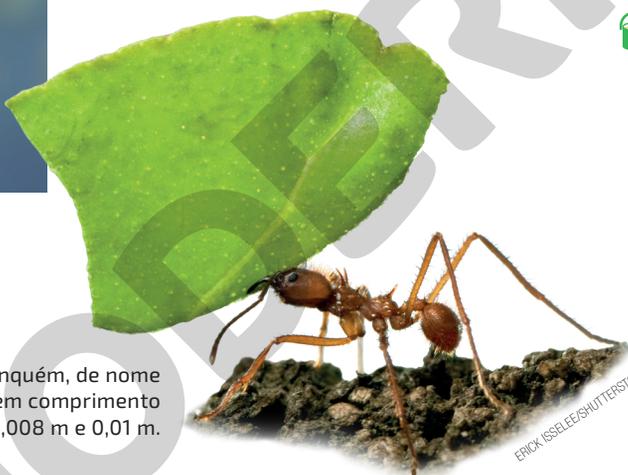
Veja outros exemplos.



GERD GUENTHER/SPL/FOOTARENA

O diâmetro de uma alga marinha *Volvox aureus* vai de 0,000005 m a 0,00001 m (aumento aproximado de 570 vezes).

Em condições normais, o olho humano é capaz de detectar objetos a uma distância de 10 cm com um diâmetro de até $2,5 \cdot 10^{-5}$ m.



A formiga operária quinquém, de nome científico *acromyrmex*, tem comprimento que varia entre 0,008 m e 0,01 m.

EPICK ISSELEE/SHUTTERSTOCK

Para expressar medidas em situações semelhantes às apresentadas, geralmente, utiliza-se o milímetro (mm), o micrômetro (μm) e o nanômetro (nm), que são submúltiplos do metro.

$$1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$1 \text{ nm} = 0,000000001 \text{ m} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$1 \mu\text{m} = 0,000001 \text{ m} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Exercícios e problemas resolvidos

R6 Escreva, em micrômetros, o diâmetro médio de um fio da teia de aranha.

Resolução

Como $1 \mu\text{m} = 1 \cdot 10^{-6}$ m, temos:

$$1,5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 1,5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-6} \text{ m} = 1,5 \cdot 10^{-1} \cdot 1 \mu\text{m} = 0,15 \mu\text{m}$$

Portanto, o diâmetro médio da teia de aranha é $0,15 \mu\text{m}$.

- R7** As informações genéticas de um organismo ficam armazenadas no DNA que, por sua vez, se localiza no interior do núcleo de uma célula. Em células típicas animais, o núcleo tem formato esférico, com diâmetro entre $1 \cdot 10^{-2}$ mm e $2 \cdot 10^{-2}$ mm. Escreva essas medidas em micrômetros.

Resolução

Inicialmente, determinamos a equivalência entre milímetros e micrômetros.

Como $1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$ e $1 \mu\text{m} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, temos:

$$1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m} = 10^{-3} \text{ m} \cdot \frac{10^3}{10^3} = 10^3 \cdot \frac{10^{-3}}{10^3} \text{ m} = 10^3 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 10^3 \cdot 1 \mu\text{m} = 10^3 \mu\text{m}$$

Por fim, convertemos $1 \cdot 10^{-2}$ mm e $2 \cdot 10^{-2}$ mm em micrômetros.

$$1 \cdot 10^{-2} \text{ mm} = 1 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 \mu\text{m} = 10 \mu\text{m}$$

$$2 \cdot 10^{-2} \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 \mu\text{m} = 20 \mu\text{m}$$

Portanto, $1 \cdot 10^{-2} \text{ mm} = 10 \mu\text{m}$ e $2 \cdot 10^{-2} \text{ mm} = 20 \mu\text{m}$.

- R8** Para formar os cromossomos, as células, em seu processo de divisão, condensam as moléculas de DNA fazendo suas fibras passarem de $3 \cdot 10^{-5}$ cm de espessura até sua condensação máxima, com espessura de $7 \cdot 10^{-1}$ μm . Dessa maneira, é possível armazenar todas as informações genéticas da célula.

Qual é, em nanômetros, a diferença entre a espessura de uma célula antes e depois de sua condensação máxima?

Resolução

Inicialmente, convertemos $3 \cdot 10^{-5}$ cm em nanômetros. Como $1 \text{ nm} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}$, temos:

$$\begin{aligned} 3 \cdot 10^{-5} \text{ cm} &= 3 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-2} \text{ m} = 300 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-7} \text{ m} = \\ &= 300 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 300 \cdot 1 \text{ nm} = 300 \text{ nm} \end{aligned}$$

Em seguida, convertemos $7 \cdot 10^{-1}$ μm em nanômetro. Como $1 \mu\text{m} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ e $1 \text{ nm} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}$, segue que $1 \mu\text{m} = 10^3 \text{ nm}$. Desse modo:

$$7 \cdot 10^{-1} \mu\text{m} = 7 \cdot 10^{-1} \cdot 10^3 \text{ nm} = 7 \cdot 10^2 \text{ nm} = 700 \text{ nm}$$

Por fim, calculamos a diferença desejada.

$$700 - 300 = 400$$

Portanto, a diferença entre as espessuras é 400 nm.

Exercícios e problemas

Anote as respostas no caderno.

- 28** Copie os itens em seu caderno, substituindo cada

● pelo número adequado.

a) $1,49 \cdot 10^{-4} \text{ m} = \bullet \mu\text{m}$ 149

b) $5,2 \cdot 10^{-9} \text{ m} = \bullet \text{ nm}$ 5,2

c) $2,3 \cdot 10^{-6} \text{ cm} = \bullet \text{ nm}$ 23

d) $1,713 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = \bullet \mu\text{m}$ 1,713

e) $7,1 \mu\text{m} = \bullet \text{ cm}$ $7,1 \cdot 10^{-4}$

f) $28 \mu\text{m} = \bullet \text{ m}$ $2,8 \cdot 10^{-5}$

g) $8 \text{ nm} = \bullet \text{ mm}$ $8 \cdot 10^{-6}$

h) $64 \text{ nm} = \bullet \text{ m}$ $6,4 \cdot 10^{-8}$

No contexto

- 29** Sabendo que o raio da Terra tem, aproximadamente, 6 370 km, determine, em micrômetros, o comprimento aproximado de sua circunferência.

Considere $\pi = 3,14$.

aproximadamente $4,00036 \cdot 10^{13} \mu\text{m}$

- Em sua opinião, o micrômetro é adequado para expressar essa medida? Em caso negativo, qual unidade de medida de comprimento seria mais adequada? **Resposta pessoal.**

Espera-se que os alunos respondam que não. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos digam que a unidade mais adequada para expressar essa medida é o quilômetro.

Massa

No SI, a unidade de medida de massa é o **quilograma**. Sua primeira definição equivalia a um decímetro cúbico de água destilada, no vácuo, em seu ponto de solidificação. Mais tarde, tal definição foi abandonada ao perceber que a pureza da água influencia em sua massa.

Para que o padrão se mantivesse e pudesse ser reproduzido, em 1889, o quilograma foi redefinido como a massa de uma liga de platina-irídio, a qual ficou armazenada na cidade de Sèvres, na França.

Em 2019, após muitas pesquisas, a 26ª Conferência Geral de Pesos e Medidas redefiniu quilograma com base em uma constante matemática chamada constante de Planck. A nova definição não afeta as medições de massa realizadas no dia a dia, mas permite aos cientistas trabalhar de maneira mais precisa.

Além do quilograma, podemos expressar uma medida de massa utilizando outras unidades de medida. Algumas delas são: a **tonelada (t)**, o **grama (g)** e o **miligrama (mg)**.

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg} = 1 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$1 \text{ g} = 0,001 \text{ kg} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$1 \text{ mg} = 0,00001 \text{ kg} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

Oriente os alunos a escrever as respostas no caderno.

- Uma tonelada equivale a quantos gramas? E a quantos miligramas?
 $1 \cdot 10^6 \text{ g}$; $1 \cdot 10^9 \text{ mg}$



Reprodução de um protótipo do quilograma de platina-irídio.

No contexto

A massa da Lua é $5,97219 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.
Escreva essa medida em toneladas.
 $5,97219 \cdot 10^{21} \text{ t}$

Exercícios e problemas resolvidos

R9 A unidade de medida de massa arroba é comumente utilizada na agropecuária para expressar a massa de bovinos e suínos e assume diferentes valores dependendo do país e da época. No Brasil, atualmente, uma arroba é considerada igual a 15 kg.

Um pecuarista precisa aplicar certo medicamento em 4 bovinos que têm, em média, 510 kg cada um. Sabendo que é dosado 0,2 mg para cada arroba do animal e que são vendidas embalagens com 10 mg, 30 mg, 50 mg e 100 mg desse medicamento, determine qual dessas embalagens o pecuarista deve comprar de modo que não falte medicamento e reste a menor quantidade possível.

Resolução

Inicialmente, calculamos a massa média total desses 4 animais.

$$4 \cdot 510 \text{ kg} = 2040 \text{ kg}$$

Em seguida, convertemos essa medida em arrobas. Como uma arroba é igual a 15 kg, fazemos:

$$2040 \text{ kg} = \frac{2040}{15} \text{ arrobas} = 136 \text{ arrobas}$$

Na sequência, calculamos a quantidade de medicamento necessário para os quatro bovinos. Como é necessário 0,2 mg de medicamento para cada arroba do animal, temos:

$$136 \cdot 0,2 \text{ mg} = 27,2 \text{ mg}$$

Portanto, o pecuarista deve comprar a embalagem de 30 mg, que contém a quantidade mínima necessária desse medicamento.

R10 O Índice de Massa Corporal (IMC) é utilizado para avaliar e classificar o estado nutricional de uma pessoa. Esse índice é calculado dividindo a massa pela altura elevada ao quadrado, em que a massa é expressa em quilogramas e a altura, em metros.

$$\text{IMC} = \frac{\text{massa em quilogramas}}{(\text{altura em metros})^2}$$

Veja no quadro a classificação do estado nutricional de pessoas adultas de acordo com o IMC.

Classificação	IMC
Baixo peso	menor do que 18,5 kg/m ²
Peso adequado	maior ou igual a 18,5 kg/m ² e menor do que 25 kg/m ²
Sobrepeso	maior ou igual a 25 kg/m ² e menor do que 30 kg/m ²
Obesidade	maior do que 30 kg/m ²

Certa pessoa adulta, que tem 1,60 m de altura, calculou corretamente seu IMC e obteve 16 kg/m² como resultado. Quantos gramas ela precisa “ganhar”, no mínimo, para que, de acordo com o IMC, seu estado nutricional seja classificado como “Peso adequado”?

Resolução

Inicialmente, determinamos a massa atual, em quilogramas, dessa pessoa, que indicaremos por x .

$$\begin{aligned} \text{IMC} &= \frac{\text{massa em quilogramas}}{(\text{altura em metros})^2} & 16 &= \frac{x}{2,56} \\ 16 &= \frac{x}{(1,6)^2} & x &= 16 \cdot 2,56 \\ & & x &= 40,96 \end{aligned}$$

Assim, a massa atual dessa pessoa é 40,96 kg.

Para que o estado nutricional seja classificado como “Peso adequado”, o IMC deve ser, no mínimo, igual a 18,5 kg/m². Assim, indicando por y a massa mínima desejada, em quilograma, temos:

$$\begin{aligned} \text{IMC} &= \frac{\text{massa em quilogramas}}{(\text{altura em metros})^2} & 18,5 &= \frac{y}{2,56} \\ 18,5 &= \frac{y}{(1,6)^2} & y &= 18,5 \cdot 2,56 \\ & & y &= 47,36 \end{aligned}$$

Logo, a massa mínima desejada é 47,36 kg.

Em seguida, calculamos a diferença entre essas massas.

$$47,36 \text{ kg} - 40,96 \text{ kg} = 6,4 \text{ kg}$$

Por fim, convertamos essa diferença em gramas. Como $1 \text{ g} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, temos:

$$6,4 \text{ kg} = 6,4 \cdot 10^3 \text{ g} = 6\,400 \text{ g}$$

Portanto, essa pessoa precisa “ganhar”, no mínimo, 6 400 g.

Programas em VisualG

Em muitas situações, é interessante programar um computador para que ele resolva determinado problema. Para isso, é necessário fornecer uma sequência de instruções que devem ser seguidas, ou seja, precisamos escrever um programa, que será interpretado e executado pelo computador.

Em informática, instrução é a informação que indica a um computador uma ação elementar a ser executada.

Como é formada por conjuntos específicos de “zeros e uns”, a linguagem do computador é complexa. Assim, foram desenvolvidas as linguagens de programação.

Linguagem de programação é um método padronizado que expressa instruções para um computador.

Existem diversas linguagens de programação, cada uma com características específicas e níveis de complexidade e objetivos diferentes. Nesta coleção, utilizaremos o VisualG, linguagem com comandos em português voltada para iniciantes em programação.

Estrutura de um programa em VisualG

Um programa escrito em VisualG é subdividido em três áreas distintas: o cabeçalho do programa, a área de declarações e o corpo do programa.

Cabeçalho do programa

Essa área é utilizada para indicar o início do programa e também seu nome. O cabeçalho do programa é atribuído pela instrução **Algoritmo**, seguida de um nome entre aspas. Veja um exemplo.

Algoritmo “soma”

Área de declarações

Área subdividida em algumas subáreas. Nesta coleção, restringiremos nosso estudo apenas à subárea dedicada à indicação das variáveis que serão utilizadas no programa. A declaração das variáveis é atribuída pela instrução **Var**, seguida da relação de variáveis.

Essas variáveis são identificadas por um rótulo e armazenam um valor ou texto. O rótulo pode conter letras, números ou *underline* (), porém deve começar com uma letra. Além disso, cada variável deve ter seu tipo definido.

Observe no quadro alguns dos tipos mais comuns de variável.

Tipo	Variável representa
inteiro	números inteiros
real	números reais
caractere	sequência de caracteres

Para definir o tipo da variável, deve-se escrever seu rótulo (ou vários rótulos, separados por vírgula), seguido por dois-pontos (:) e seu tipo. Veja alguns exemplos.

Var

x : real

al : caractere

a, b, c, d : inteiro

Corpo do programa

Essa área é utilizada para escrever as instruções que devem ser seguidas pelo computador. Seu início é indicado pela instrução **Início** e seu fim, pela instrução **Fimalgoritmo**.

Início
sequência de instruções
Fimalgoritmo

Ao utilizar caracteres especiais (como letras acentuadas, sinais de pontuação e espaço), alguns problemas de exibição e execução do programa podem ocorrer. Por isso, é utilizado e recomendado usar termos semelhantes sem caracteres especiais, como em **Início** e **Fimalgoritmo**.

Exemplo de um programa em VisualG – IMC

Agora, vamos colocar em prática os conceitos estudados. Para isso, considere o seguinte problema.

Escrever um programa que calcule o IMC de uma pessoa adulta, dadas sua massa, em quilogramas, e sua altura, em metros.

Inicialmente, interpretamos o problema e escrevemos um algoritmo que o resolva. Em seguida, codificamos nosso programa para a linguagem VisualG.

Algoritmo

Início

1. Leia a massa, em quilogramas, da pessoa.
2. Leia a altura, em metros, da pessoa.
3. Calcule:

$$\text{IMC} = \frac{\text{massa em quilogramas}}{(\text{altura em metros})^2}$$

Fim

Programa em VisualG

- 1 Algoritmo "IMC"
- 2 Var
- 3 IMC, massa, altura: real
- 4 Início
- 5 escreva ("Digite a massa em quilogramas: ")
- 6 leia (massa)
- 7 escreva ("Digite a altura em metros: ")
- 8 leia (altura)
- 9 IMC <- massa/(altura*altura)
- 10 escreva ("O IMC da pessoa é: ", IMC, "quilogramas por metro quadrado")
- 11 Fimalgoritmo

No corpo do programa em VisualG são indicados os comandos que fazem as operações. Veja a seguir o que fazem os comandos utilizados no exemplo.

escreva: apresenta na tela o conteúdo inserido entre parênteses.

leia: atribui o valor informado pelo usuário na variável indicada.

<-: atribui o valor da expressão à direita do sinal na variável indicada à esquerda.

Para a expressão, podem ser usados sinais como + (adição), - (subtração), * (multiplicação) e / (divisão), além dos parênteses, que no VisualG podem ser usados com outros parênteses, em vez de se usar chaves e colchetes.

Agora é com você!

Respostas no Suplemento para o professor.

- 1 Qual informação deve ser inserida pelo usuário quando o programa executar a instrução da linha 5?
- 2 Escreva um programa em VisualG que determine a massa, em quilogramas, de uma pessoa cujo IMC é igual a 22 kg/m², dada sua altura, em metros.

35 Copie os itens em seu caderno, substituindo cada ● pelo número adequado.

- a) $1,2 \cdot 10^5$ mg = ● g **120** d) $1,73 \cdot 10^{-5}$ t = ● g **17,3** g) 0,08 g = ● mg **80**
 b) $5,3 \cdot 10^7$ mg = ● kg **53** e) $6,2 \cdot 10^6$ g = ● t **6,2** h) 640 t = ● kg **$6,4 \cdot 10^5$**
 c) $3,7 \cdot 10^{-5}$ kg = ● mg **37** f) 5 764 kg = ● t **5,764**

36 Maria realizou uma pesquisa para determinar as massas do Sol e de Júpiter. Veja as medidas obtidas por ela.

Massa do Sol	Massa de Júpiter
aproximadamente $1,989 \cdot 10^{30}$ kg	aproximadamente $1,898 \cdot 10^{30}$ g

Quantas vezes a massa do Sol é maior do que a de Júpiter?
aproximadamente 1 048 vezes

37 Se uma pessoa adulta tem 1,83 m de altura e 110 kg, qual é a classificação de seu estado nutricional, de acordo com o IMC? Se ela “perder” 9 600 g, qual será, de acordo com o IMC, a classificação de seu estado nutricional? **obesidade; sobrepeso**

38 Leia a tirinha.



Calvin e Haroldo, de Bill Watterson. Fonte: <<https://www.gocomics.com/calvinandhobbes/1991/06/17>>. Acesso em: 9 mar. 2020.

A onça e a libra são unidades de medida de massa do sistema britânico. Com base nas informações apresentadas na tirinha e sabendo que uma libra é igual a, aproximadamente, 453,6 g, classifique as sentenças a seguir em verdadeira ou falsa.

- a) 125 onças equivalem a, aproximadamente, 3 543,75 g. **verdadeira**
 b) A massa de uma pessoa com 53 kg expressa em libras e onças é igual a, aproximadamente, 116 libras e 0,843 onças. **falsa**
 c) Uma mala de 68 libras de massa está abaixo do limite de 30 kg de certa empresa de ônibus. **falsa**
 d) Uma embalagem de 170 g possui, aproximadamente, 6 onças. **verdadeira**

39 Alguns anos atrás, **gemólogos** do Sri Lanka afirmaram ter descoberto a maior safira azul do mundo com uma massa de, aproximadamente, 280,8 g.

Para expressar a massa de pedras preciosas, geralmente, utiliza-se o **quilate**. Sabendo que um quilate equivale a, aproximadamente, $2 \cdot 10^{-4}$ kg, determine qual é a massa, em quilates, da maior safira azul do mundo. **aproximadamente 1 404 quilates**

Gemólogo: especialista na ciência que tem por fim identificar a natureza das gemas – “pedras preciosas” – e classificá-las.



Maiores safira azul do mundo.

A tarefa 46 propõe aos alunos que elaborem um problema utilizando os conceitos estudados, contribuindo assim para a ampliação do repertório de reflexões e questionamentos a respeito de determinadas situações.

Ser consciente

40 Segundo projeções da ONU Meio Ambiente, em todo o planeta, são consumidas cerca de 5 trilhões de sacolas plásticas por ano. Além disso, metade do plástico consumido no mundo é descartável e pelo menos 13 milhões de toneladas vão parar nos oceanos anualmente, afetando aproximadamente 600 espécies de animais marinhos, das quais 15% estão ameaçadas de extinção.

Fonte de pesquisa: <<https://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2018-06/poluicao-plastica-e-tema-do-dia-mundial-do-meio-ambiente-2018>>. Acesso em: 23 out. 2019.

a) Se uma sacola plástica tem cerca de 3 g, quantas toneladas de sacolas plásticas são consumidas anualmente em todo o planeta? **aproximadamente $1,5 \cdot 10^7$ t**

b) Em sua opinião, que atitudes deveriam ser tomadas para mudar esse panorama?

Resposta pessoal. Algumas possíveis respostas: utilizar sacolas reaproveitáveis; fazer o descarte correto do lixo reciclando as sacolas que não serão mais utilizadas.

No contexto

41 Com aproximadamente $5 \cdot 10^{15}$ kg, Eros foi um dos primeiros asteroides visitados por uma espaçonave. Qual é a razão entre a massa de Eros e a da Terra? **aproximadamente $8,372138 \cdot 10^{-10}$**

Lembre-se de que a massa da Terra é, aproximadamente, $5,97219 \cdot 10^{24}$ kg.

42 A Organização Mundial da Saúde (OMS) recomenda que sejam consumidos menos de 5 g de sal por dia. Cada grama de sal contém 400 mg de sódio, e o excesso desse componente no corpo contribui para o aumento da pressão arterial e dos riscos de doenças cardiovasculares. Grande parte da população mundial consome mais do que 9 g de sal por dia, e os alimentos com conservantes são grandes responsáveis por esse excesso.

Fonte de pesquisa: <<https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/salt-reduction>>. Acesso em: 21 jan. 2020.

a) Quantos por cento de sódio há em 1 g de sal? **40%**

b) Se uma pessoa ingerir 9 g de sal em um dia, quantos gramas de sódio ela terá ingerido? **3,6 g**

43 Além do grama e seus múltiplos, por questões de praticidade ou de costume, outras unidades de medida de massa são utilizadas em situações específicas no Brasil. Alguns exemplos são a arroba e a libra, vistas nas páginas 32 e 36, respectivamente.

Certo produtor de algodão recebeu uma proposta para vender sua produção a R\$ 2,70 por libra de algodão. Qual foi o valor oferecido por arroba de algodão? E por tonelada?

aproximadamente R\$ 89,29 por arroba; aproximadamente R\$ 5 952,38 por tonelada

44 (Enem, 2016) O Brasil é o quarto produtor mundial de alimentos e é também um dos campeões mundiais de desperdício. São produzidas por ano, aproximadamente, 150 milhões de toneladas de alimentos e, desse total, $\frac{2}{3}$ são produtos de plantio. Em relação ao que se planta, 64% são perdidos ao longo da cadeia produtiva (20% perdidos na colheita, 8% no transporte e armazenamento, 15% na indústria de processamento, 1% no varejo e o restante no processamento culinário e hábitos alimentares).

Disponível em: <<http://www.bancodealimentos.org.br/>>. Acesso em: 1 ago. 2012.

O desperdício durante o processamento culinário e hábitos alimentares, em milhão de tonelada, é igual a **alternativa a**

a) 20. b) 30. c) 56. d) 64. e) 96.

45 (UFJF-MG, 2019) Pedro comprou, na *petshop* próxima à sua casa, 10 kg de ração para seu cão e 5 kg para seu gato. Pagou um total de R\$ 160,00. Quando comprou, na mesma *petshop*, 1 kg de cada ração para cada animal, pagou o total de R\$ 22,00. Seu cão consome 500 g, e seu gato, 200 g de ração diariamente.

Hoje Pedro dispõe de R\$ 210,00 e decide comprar ração canina em quantidade suficiente para alimentar seu cão por 30 dias. Com o restante do dinheiro, comprará o máximo possível de ração para seu gato.

a) Determine os preços, por quilograma, de cada uma das rações. **Ração para o cão: R\$ 10,00 por quilograma; ração para o gato: R\$ 12,00 por quilograma.**

b) A quantidade de ração que Pedro comprará hoje para seu gato é suficiente para alimentá-lo por quantos dias? **25 dias**

46 Observe no quadro a massa aproximada de algumas partículas atômicas.

Partícula	Massa
Átomo de urânio	$4 \cdot 10^{-25}$ kg
Nêutron	$1,6 \cdot 10^{-21}$ mg
Elétron	$9 \cdot 10^{-25}$ mg
Próton	$1,6 \cdot 10^{-24}$ g

Fontes de pesquisa: <[https://sistemas.eel.usp.br/docentes/arquivos/6495737/LOM3013/Capitulo1CienciaDosMateriais\(Prof.Durval\).pdf](https://sistemas.eel.usp.br/docentes/arquivos/6495737/LOM3013/Capitulo1CienciaDosMateriais(Prof.Durval).pdf)>. Acesso em: 10 abr. 2021. <https://www.angelo.edu/faculty/kboudrea/periodic/structure_mass.htm>. Acesso em: 10 abr. 2021.

Resposta pessoal.

Utilizando as massas apresentadas no quadro, elabore em seu caderno um problema envolvendo notação científica. Em seguida, troque com um colega para que ele o resolva. Depois, verifique se as resoluções estão corretas.

Antes de os alunos elaborarem o problema, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** desse tema e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.

4

Área, volume e velocidade

BNCC

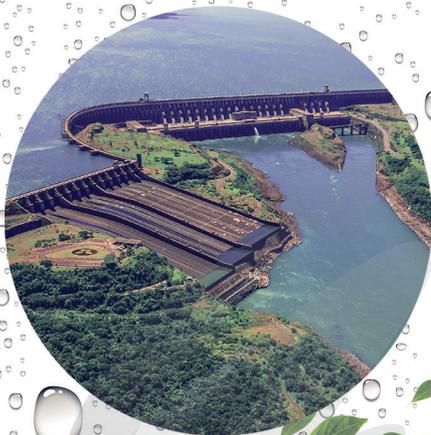
- EM13MAT103
- EM13MAT314
- EM13MAT405
- CE1CNT

De onde vem a energia que consumimos?

Um dos fatores que move a economia de um país é a energia elétrica. Esta, por sua vez, é obtida a partir de diversas fontes, que podem ser renováveis (hidráulica, eólica, solar, biomassa etc.) ou não renováveis (petróleo, carvão mineral, gás natural, nuclear etc.). A capacidade de renovação e exploração dessas fontes é o que as distingue: a primeira está em constante regeneração, independentemente da exploração, e a segunda tem sua capacidade de renovação inferior ao nível de exploração, esgotando-se quando suas reservas se extinguem.

A disponibilidade dos recursos energéticos é instável, principalmente pela variação dos custos de produção e importação. Porém, a produção total de energias renováveis e não renováveis vem aumentando.

Algumas fontes de energia elétrica renováveis e não renováveis



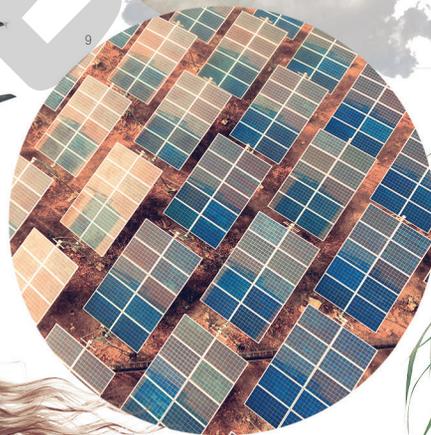
Hidráulica

A geração de energia elétrica é feita por meio da utilização do fluxo das águas dos rios na movimentação de turbinas. Por conta da variação nos períodos chuvosos nas cabeceiras dos rios, algumas usinas hidrelétricas constroem reservatórios com a finalidade de acumular água e, assim, utilizá-la em períodos de seca.



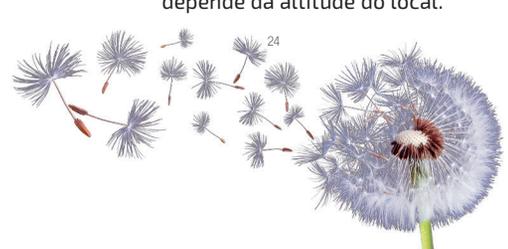
Eólica

Produz energia elétrica por meio de aerogeradores localizados em torres de aproximadamente 150 m de altura, com hélices mais ou menos do tamanho de uma asa de avião, que se movimentam graças à força do vento. Essa fonte só pode ser utilizada em locais com vento em intensidade e quantidade suficientes para fazer as hélices girarem, e isso depende da altitude do local.



Solar

A energia elétrica é gerada por meio da luz solar nos chamados painéis solares, ou fotovoltaicos, que são instalados nos telhados de residências e estabelecimentos comerciais, em estacionamentos, no chão etc. Além disso, nas chamadas usinas heliotérmicas, utiliza-se o calor do Sol para aquecer a água, transformando-a em vapor capaz de girar uma turbina, que por sua vez também produz energia elétrica.



- A** Oriente os alunos a escrever as respostas no caderno. Que fonte de energia elétrica depende diretamente do vento para produção? Essa é uma fonte renovável? **eólica; sim**
- B** Em 2019, mais da metade das fontes da **matriz elétrica** brasileira eram renováveis. Realize uma pesquisa a fim de determinar qual era, nesse ano, a principal fonte de energia elétrica de nosso país. **hidráulica**

Matriz elétrica: é o conjunto de fontes disponíveis apenas para geração de energia elétrica.

Ser consciente

Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que devemos utilizar mais as fontes renováveis, pois se renovam constantemente e, comparadas com as fontes não renováveis, poluem menos o meio ambiente.

- A** Em sua opinião, devemos utilizar mais as fontes de energia elétrica renováveis ou não renováveis? Justifique sua resposta.
- B** Junte-se a um colega e pesquisem a respeito dos impactos ambientais causados pela geração de energia elétrica. **Resposta pessoal.**

Para avaliar, por exemplo, o potencial eólico de uma região para geração de energia elétrica, é necessária a coleta de dados sobre a **velocidade média** dos ventos. Nas próximas páginas, estudaremos sobre essa grandeza e, também, sobre outras que estão relacionadas à geração de energia elétrica.

FOTOMONTAGEM DE BRUNO BADAIN. FOTOS:
 1.GENCHO PETKOV/SHUTTERSTOCK; 2.KINDLENA/
 SHUTTERSTOCK; 3.MYKOLA GOMENIUK/
 SHUTTERSTOCK; 4.NARITH THONGPHASUK/
 SHUTTERSTOCK; 5.NEONLIGHT/SHUTTERSTOCK;
 6.PHVE/SHUTTERSTOCK; 7.KURHAN/
 SHUTTERSTOCK; 8.AMANDA CARDEN/
 SHUTTERSTOCK; 9.LOVE SILHOUETTE/
 SHUTTERSTOCK; 10.ANTON STARIKOV/
 SHUTTERSTOCK; 11.SUCHAT MICRO/
 SHUTTERSTOCK; 12.M.THEEB/SHUTTERSTOCK;
 13.TONGFOUR/SHUTTERSTOCK; 14.VIKI2WIN/
 SHUTTERSTOCK; 15.DOMITSKY/SHUTTERSTOCK;
 16.MR.ANUT PHYTHONG/SHUTTERSTOCK; 17.
 BIORAVEN/SHUTTERSTOCK; 18.VALDIS TORMS/
 SHUTTERSTOCK; 19.VALDIS TORMS/
 SHUTTERSTOCK; 20.MACIEJ BLEDOWSKI/
 SHUTTERSTOCK; 21.JEAN VALJEAN/
 SHUTTERSTOCK; 22.VALDIS TORMS/
 SHUTTERSTOCK; 23.KUBAIS/SHUTTERSTOCK;
 24.BESS HAMITI/SHUTTERSTOCK; 25.SERGEY
 DZYUBA/SHUTTERSTOCK; 26.RONALD RAMPSCH/
 SHUTTERSTOCK; 27.PHOLOMINTH CHAYABIN/
 SHUTTERSTOCK; 28.KASKYNET STUDIO/
 SHUTTERSTOCK



Biomassa

A energia elétrica é gerada ao rotacionar turbinas e geradores com o calor produzido pela queima de matérias orgânicas (de origem florestal, agrícola ou urbana) ou com a alta pressão de vapor de água, que é aquecida por essas matérias. As principais vantagens dessa fonte incluem o baixo custo, o reaproveitamento de resíduos e o fato de ser menos poluente quando comparada ao carvão, por exemplo.

Fóssil

Composta por gás natural, carvão mineral e derivados do petróleo, é resultado do depósito de matéria orgânica submetido a grandes pressão e temperatura. A energia elétrica é gerada a partir da queima desses combustíveis, produzindo calor e pressão suficientes para acionar geradores. No entanto, são as fontes que mais acarretam impactos ambientais ao planeta.

Nuclear

A produção de energia elétrica é proveniente da fissão nuclear, processo que divide certos átomos, chamados radioativos, em dois átomos distintos. Esse processo aquece a água produzindo um vapor com alta pressão, que movimenta turbinas e aciona geradores elétricos. O elemento utilizado em usinas nucleares é o urânio, um mineral abundante na natureza.

Fonte de pesquisa: <<https://www.epe.gov.br/pt/abcdenergia/fontes-de-energia>>. Acesso em: 20 abr. 2020.

Área

O conceito de área já era utilizado pelos egípcios há milhares de anos. Na época das cheias, quando as águas do rio Nilo começavam a subir, uma região ao longo de suas margens era inundada. Passada a inundação, as mesmas margens ficavam cobertas por uma lama contendo vários nutrientes, que tornava o solo mais fértil para o cultivo. No entanto, ao baixarem as águas, as demarca es que delimitavam as propriedades eram desfeitas, tornando necessárias novas medi es.

Essas medi es eram realizadas pelos antigos agrimensores egípcios, que utilizavam cordas com vários nós, cuja distância entre um n  e outro indicava uma unidade de medida de comprimento.

Muitos dos registros envolvendo o cálculo de áreas podem ser encontrados no papiro de Rhind, importante documento egípcio de cerca de 1650 a.C.

Parte de uma das pinturas de parede do túmulo de Mena (por volta de 1400 a.C. a 1350 a.C.), na antiga Tebas (Egito), mostrando o trabalho de alguns agrimensores da época.



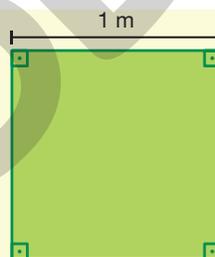
BIBELANDPICTURES/ALAMY/FOTOREMA - TEBAS, EGITO

Agrimensor: pessoa legalmente habilitada para medir, dividir e/ou demarcar terras ou propriedades rurais.

Algumas unidades de medida de  rea

A unidade de medida de área do SI é o metro quadrado (m^2).

Um metro quadrado é igual   área da região delimitada por um quadrado cujo lado tem 1 m de comprimento.



Outras unidades de medida de área são o quilômetro quadrado (km^2), o hectômetro quadrado (hm^2), o dec metro quadrado (dam^2), o dec metro quadrado (dm^2), o centímetro quadrado (cm^2) e o milímetro quadrado (mm^2).

Vamos determinar, por exemplo, a equivalência entre metros quadrados e quilômetros quadrados.

Por defini o, um metro quadrado é igual   área de um quadrado com lados de 1 m de comprimento. Como $1 km = 1\,000 m$, podemos dizer que um metro quadrado é igual   área de um quadrado com lados de 0,001 km de comprimento. Calculando a área desse quadrado, temos:

$$(0,001)^2 = 0,000001 = 1 \cdot 10^{-6}$$

Portanto, a área desse quadrado   $1 \cdot 10^{-6} km^2$. Consequentemente, $1m^2 = 1 \cdot 10^{-6} km^2$.

• Em seu caderno, mostre que as igualdades são verdadeiras.

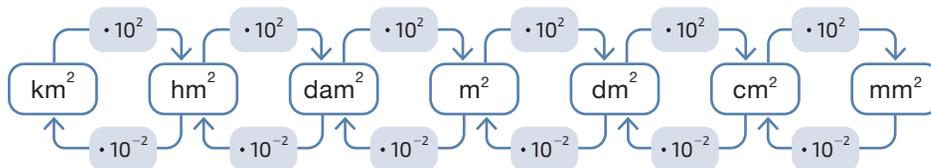
- $1 hm^2 = 1 \cdot 10^4 m^2$
- $1 dam^2 = 1 \cdot 10^2 m^2$
- $1 dm^2 = 1 \cdot 10^{-2} m^2$

- $1 cm^2 = 1 \cdot 10^{-4} m^2$
- $1 mm^2 = 1 \cdot 10^{-6} m^2$

Respostas no Suplemento para o professor.

Lembre-se de que a área da região delimitada por um quadrado cujo comprimento do lado é a é dada por a^2 .

Para realizar conversões entre as unidades de medida de área apresentadas, podemos utilizar o seguinte esquema.



Exercícios e problemas

Anote as respostas no caderno.

O item c da tarefa 2 propõe aos alunos que elaborem uma questão utilizando os conceitos estudados, contribuindo assim para a ampliação do repertório de reflexões e questionamentos a respeito de determinadas situações.

- 1** Copie os itens em seu caderno, substituindo cada \bullet pelo número adequado.

- a) $7 \text{ mm}^2 = \bullet \text{ m}^2$
 $7 \cdot 10^{-6}$
 b) $44 \text{ cm}^2 = \bullet \text{ hm}^2$
 $4,4 \cdot 10^{-7}$
 c) $8,5 \text{ dm}^2 = \bullet \text{ km}^2$
 $8,5 \cdot 10^{-8}$
 d) $8\,745 \text{ m}^2 = \bullet \text{ km}^2$
 $8,745 \cdot 10^{-3}$
 e) $526 \text{ m}^2 = \bullet \text{ mm}^2$
 $5,26 \cdot 10^5$
 f) $0,35 \text{ dam}^2 = \bullet \text{ dm}^2$
 $3,5 \cdot 10^3$
 g) $3,7 \text{ hm}^2 = \bullet \text{ cm}^2$
 $3,7 \cdot 10^8$
 h) $63 \text{ km}^2 = \bullet \text{ mm}^2$
 $6,3 \cdot 10^{13}$
 i) $142 \text{ dm}^2 = \bullet \text{ mm}^2$
 $1,42 \cdot 10^6$

- 3** Apesar de não fazerem parte do SI, algumas unidades de medidas agrárias, como alqueires do Norte, alqueires mineiros, alqueires paulistas e hectare, são amplamente utilizadas no Brasil. Observe no quadro a equivalência entre algumas unidades de medida agrária e o metro quadrado.

Medida agrária	Área (m^2)
Alqueire do Norte	27 225
Alqueire mineiro	48 400
Alqueire paulista	24 200
Hectare	10 000

De acordo com as equivalências apresentadas, escreva em quilômetros quadrados as seguintes medidas.

- a) 110,2 alqueires do Norte **aproximadamente 3 km^2**
 b) 155 alqueires mineiros **aproximadamente 7,5 km^2**
 c) 256 alqueires paulistas **aproximadamente 6,2 km^2**
 d) 480 hectares **4,8 km^2**

No contexto

- 2** As usinas hidrelétricas, responsáveis pela produção de grande parte da energia elétrica utilizada no Brasil, geram energia utilizando a pressão da água de seus reservatórios. Dependendo das características da região onde foi instalada e da maneira como foi construída, a usina pode aproveitar melhor a água disponível. É possível medir esse aproveitamento utilizando o índice de produção, obtido ao dividir a capacidade de geração de energia elétrica da usina pela área alagada.

A usina Binacional de Itaipu contém o que é considerado um bom aproveitamento de água na produção de energia, pois seu índice de produção é de 10,3 megawatts por quilômetro quadrado (MW/km^2) de área alagada. Já a usina de Sobradinho, na Bahia, tem uma capacidade instalada de 1 050 MW, mas o aproveitamento é de 0,25 MW/km^2 .

- a) Qual é, em quilômetros quadrados, a área alagada da usina hidrelétrica de Sobradinho?
 $4\,200 \text{ km}^2$
 b) Suponha que certa usina hidrelétrica construirá um reservatório que alagará uma área de $2\,400 \text{ km}^2$ e, com isso, terá uma capacidade instalada de 6 000 MW. Qual será o índice de produção, em megawatts por quilômetro quadrado, dessa usina?
 $2,5 \text{ MW}/\text{km}^2$

- c)** Elabore uma questão semelhante à do item **b**, porém com a área alagada e a capacidade instalada diferentes das apresentadas. Em seguida, peça a um colega que resolva essa questão. Por fim, verifiquem se as respostas estão corretas.

- 4** (Enem, 2018) Um produtor de milho utiliza uma área de 160 hectares para suas atividades agrícolas. Essa área é dividida em duas partes: uma de 40 hectares, com maior produtividade, e outra de 120 hectares, com menor produtividade. A produtividade é dada pela razão entre a produção, em tonelada, e a área cultivada. Sabe-se que a área de 40 hectares tem produtividade igual a 2,5 vezes à da outra. O fazendeiro pretende aumentar sua produção total em 15%, aumentando também o tamanho de sua propriedade. Para tanto, pretende comprar parte de uma fazenda vizinha, que possui a mesma produtividade da parte de 120 hectares de suas terras.

Qual é a área mínima, em hectare, que o produtor precisará comprar? **alternativa b**

- a) 36 c) 27 e) 21
 b) 33 d) 24

Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem uma questão, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção Exercícios e problemas desse tema e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.

5 Leia o texto a seguir sobre as comunidades quilombolas.

Quilombolas: grupos étnicos – predominantemente constituídos pela população afrodescendente rural ou urbana – autodefinidos com base em relações específicas com a terra, grau de parentesco, território, ancestralidade, tradições e práticas culturais próprias.

Desde a titulação pioneira da Terra Quilombola Boa Vista, no Pará, em 20 de novembro de 1995, apenas 163 terras foram tituladas. 92,5% das famílias quilombolas no Brasil ainda esperam que o governo garanta a efetividade do direito assegurado na Constituição Federal.

[...]

Nas 163 terras, que somam 755.847,272 hectares, vivem 16.095 famílias – o que representa somente 7,5% das 214 mil famílias que a (Secretaria de Políticas de Promoção da Igualdade Racial) SEPPIR estima ser a população quilombola no Brasil. [...]

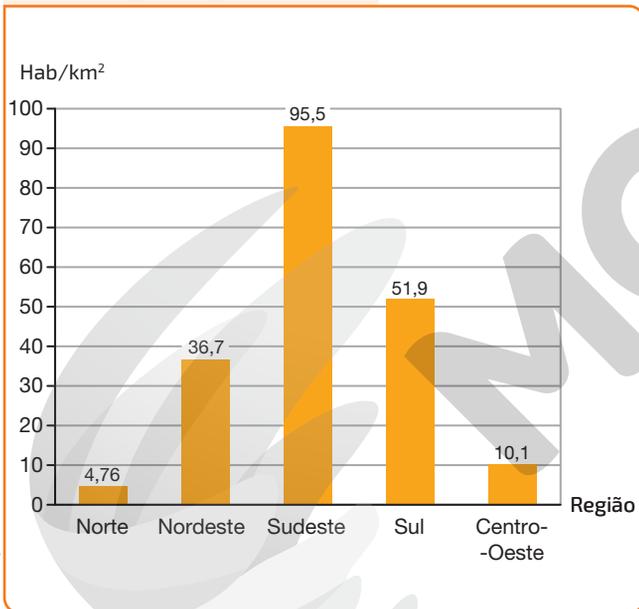
PYL, Bianca. Balanço 20 de novembro: Primeira titulação de terra quilombola no Brasil completa 20 anos. *Comissão Pró-Índio de São Paulo*, São Paulo, 19 out. 2015. Disponível em: <<http://cpisp.org.br/balanco-20-de-novembro-primeira-titulacao-de-terra-quilombola-no-brasil-completa-20-anos/>>. Acesso em: 12 dez. 2019.

aproximadamente 7 558 km²

- a) Qual é, em quilômetros quadrados, a área ocupada pelas 16 095 famílias quilombolas no Brasil?
b) Faça uma pesquisa sobre os direitos dos quilombolas assegurados pela Constituição Federal. **Resposta pessoal.**

6 A população estimada do Brasil, em 2019, era de cerca de 210 milhões de habitantes. Entretanto, não estava igualmente distribuída entre as cinco grandes regiões do país. Podemos confirmar essa informação ao calcular a densidade demográfica de cada região, que é tomar a população total daquela região e dividir por sua área em quilômetros quadrados. Assim, obtemos a quantidade de habitantes por quilômetro quadrado em determinada região. Observe as informações.

Densidade demográfica estimada por região em 2019



População brasileira estimada por região em 2019



O item d da tarefa 6 propõe aos alunos que elaborem uma questão utilizando os conceitos estudados, contribuindo assim para a ampliação do repertório de reflexões e questionamentos a respeito de determinadas situações.

Fonte de pesquisa: <<https://sidra.ibge.gov.br/tabela/6579#resultado>>. Acesso em: 6 dez. 2019.

Fonte de pesquisa: <<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9103-estimativas-de-populacao.html?=&t=downloads>>. Acesso em: 10 abr. 2021.

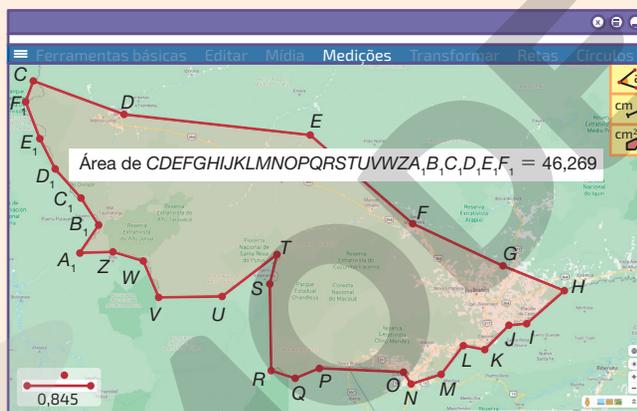
- a) Qual região brasileira possui a maior densidade demográfica? E qual possui a menor?
Sudeste; Norte
b) Qual é a área aproximada de cada região brasileira em milhões de quilômetros quadrados?
Resposta no final do livro.
c) Em sua opinião, quais fatores influenciam a diferença entre as densidades demográficas nas cinco regiões do Brasil? **Resposta pessoal.**
d) De acordo com os dados apresentados, elabore uma questão envolvendo densidade demográfica. Em seguida, peça a um colega que a resolva. Depois, verifiquem se as respostas estão corretas. **Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem a questão, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção Exercícios e problemas desse tema e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.**

Área em mapas geográficos

Nesta seção, vamos obter, por exemplo, uma aproximação da área do estado do Acre utilizando o GeoGebra, que é um dos *softwares* de Geometria dinâmica disponíveis. Para proceder com o exemplo, é necessário um mapa geográfico em formato digital com a indicação de escala.

É importante que a escala do mapa esteja na mesma imagem, para que não fique desproporcional ao realizar as medidas.

- A** Importe o mapa para o *software*. Para isso, selecione a opção **Inserir imagem** e clique dentro da **Janela de visualização**. Na janela que abrirá, acesse a pasta onde está salva a imagem do mapa, selecione o arquivo e clique em **Abrir**. Com isso, a imagem será inserida na Janela de visualização. Caso o mapa não esteja totalmente visível, mova-o pela tela utilizando a ferramenta **Mover**.
- B** A fim de facilitar a visualização e o uso da imagem, oculte os eixos e a malha. Para isso, com o botão direito do *mouse*, clique dentro da **Janela de visualização** e desmarque as opções **Exibir eixos** e **Exibir malha**.
- C** Com a ferramenta **Polígono**, selecione os pontos de maneira que o polígono construído se assemelhe ao mapa do estado do Acre.
- D** Selecione a ferramenta **Área** e clique sobre o polígono construído.
- E** Construa um segmento sobre a escala gráfica do mapa. Para isso, selecione a ferramenta **Segmento** e clique sobre as extremidades da escala. Em seguida, selecione a opção **Distância, comprimento ou perímetro** e clique sobre o segmento para visualizar seu comprimento.



FOTOMONTAGEM DE RONALDO INACIO. FOTO: DIGITAL GLOBE/GOOGL E EARTH IMAGES

- Como 0,845 unidade de comprimento no *software* equivale a uma distância de, aproximadamente, 50 km, então $\frac{0,714025}{0,845^2}$ unidade de área no *software* equivale a, aproximadamente, 2 500 km², pois $50^2 = 2 500$. Logo, a área do polígono, que corresponde à área aproximada do estado do Acre, é dada por:

$$\frac{2 500}{0,714025} \cdot 46,269 \approx 162 001$$

- Portanto, a área do estado do Acre é, aproximadamente, 162 001 km².

Agora é com você!

Respostas no **Suplemento para o professor**.

- 1** De acordo com o IBGE, a área do estado do Acre é 164 123,738 km². Em sua opinião, o valor obtido é uma boa aproximação? O que pode ser realizado para obter uma aproximação ainda melhor utilizando o processo apresentado?
- 2** De maneira semelhante, calcule, utilizando um *software* de Geometria dinâmica, a área aproximada do estado onde você reside. Em seguida, pesquise a área desse estado e a compare com o resultado obtido.

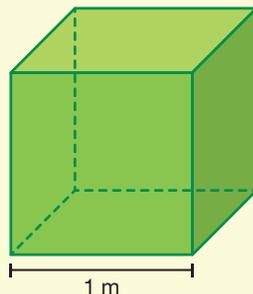
No **Suplemento para o professor** há mais informações sobre o *software* GeoGebra.

Volume

Assim como podemos medir a massa de um objeto, o comprimento de uma sala e a área de uma quadra esportiva, também é possível medir o volume de um objeto tridimensional.

A unidade de medida de volume do SI é o metro cúbico (m^3).

Um metro cúbico é igual ao volume de um cubo com arestas de 1 m de comprimento.



RONALDO INACIO

Outras unidades de medida de volume são quilômetro cúbico (km^3), hectômetro cúbico (hm^3), decâmetro cúbico (dam^3), decímetro cúbico (dm^3), centímetro cúbico (cm^3) e milímetro cúbico (mm^3).

Vamos determinar, por exemplo, a equivalência entre metros cúbicos e quilômetros cúbicos.

Por definição, um metro cúbico é igual ao volume de um cubo com arestas de 1 m de comprimento. Como $1 km = 1000 m$, podemos dizer que um metro cúbico é igual ao volume de um cubo com arestas de $0,001 km$ de comprimento. Calculando o volume desse cubo, temos:

$$(0,001)^3 = 0,000000001 = 1 \cdot 10^{-9}$$

Lembre-se de que o volume de um cubo cujo comprimento da aresta é a é dado por a^3 .

Portanto, o volume desse cubo é $1 \cdot 10^{-9} km^3$ e, conseqüentemente, $1m^3 = 1 \cdot 10^{-9} km^3$.

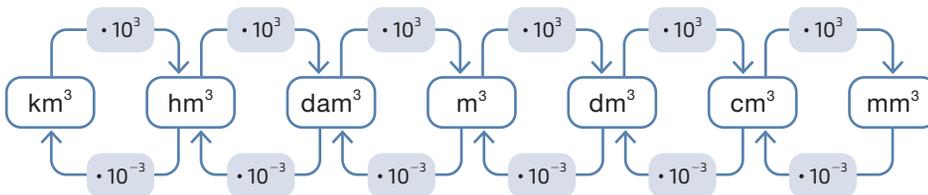
A Oriente os alunos a escrever as respostas no caderno.

Em seu caderno, mostre que as igualdades são verdadeiras.

- $1 hm^3 = 1 \cdot 10^6 m^3$
- $1 cm^3 = 1 \cdot 10^{-6} m^3$
- $1 dam^3 = 1 \cdot 10^3 m^3$
- $1 mm^3 = 1 \cdot 10^{-9} m^3$
- $1 dm^3 = 1 \cdot 10^{-3} m^3$

Respostas no Suplemento para o professor.

Para realizar conversões entre as unidades de medida de volume apresentadas, podemos utilizar o seguinte esquema.



Capacidade

As medidas de capacidade geralmente são utilizadas para indicar a quantidade de líquido ou gás que pode ser depositado em um recipiente, ou seja, a capacidade de um recipiente é igual a seu volume interno. A unidade de medida de capacidade é o litro (l), a qual não faz parte das unidades do SI, mas é aceita e amplamente utilizada. Um submúltiplo do litro, que também é muito utilizado no cotidiano, é o mililitro (ml).

$$1 \text{ l} = 1\,000 \text{ ml}$$

Podemos relacionar as unidades de medida de volume e de capacidade. Por exemplo, um recipiente cujo volume interno é 1 dm^3 tem capacidade igual a 1 l . Desse modo:

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$$

B Oriente os alunos a escrever as respostas no caderno. Em seu caderno, mostre que as igualdades são verdadeiras.

- $1\,000 \text{ l} = 1 \text{ m}^3$
- $1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3$

Resposta no Suplemento para o professor.

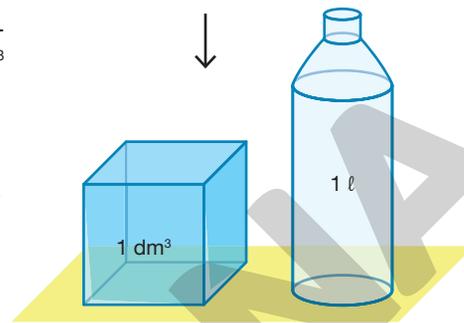
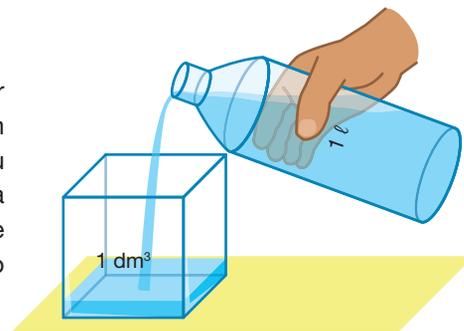
C Escreva um algoritmo que converta uma medida em metros cúbicos em litros.

Início.

1. Leia a medida em metros cúbicos.

2. Multiplique o número que expressa a medida em metros cúbicos por 1 000.

Fim.



ILUSTRAÇÕES: RONALDO INÁCIO E SÉRGIO L. FILHO

R1 Um caminhão dispõe de uma caçamba com formato de paralelepípedo retângulo com o comprimento das arestas igual a 18,5 m, 2,6 m e 4,4 m. Para transportar $1\,015,8 \text{ m}^3$ de bagaço de cana-de-açúcar para uma termelétrica, quantas viagens, no mínimo, esse caminhão terá de fazer?

Resolução

Inicialmente, calculamos, em metros cúbicos, o volume V da caçamba do caminhão.

$$V = 18,5 \cdot 2,6 \cdot 4,4 = 211,64$$

Em seguida, dividimos o volume que será transportado ($1\,015,8 \text{ m}^3$) pelo volume da caçamba ($211,64 \text{ m}^3$).

$$\frac{1\,015,8}{211,64} \approx 4,79$$

Portanto, o caminhão terá de fazer, no mínimo, 5 viagens.

R2 (Enem, 2019) O rótulo da embalagem de um cosmético informa que a dissolução de seu conteúdo, de acordo com suas especificações, rende 2,7 litros desse produto pronto para o uso. Uma pessoa será submetida a um tratamento estético em que deverá tomar um banho de imersão com esse produto numa banheira com capacidade de $0,3 \text{ m}^3$. Para evitar o transbordamento, essa banheira será preenchida em 80% de sua capacidade. Para esse banho, o número mínimo de embalagens desse cosmético é

- a) 9. b) 12. c) 89. d) 112. e) 134.

Resolução

Inicialmente, calculamos 80% da capacidade dessa banheira.

$$0,8 \cdot 0,3 \text{ m}^3 = 0,24 \text{ m}^3$$

Em seguida, escrevemos essa medida em litros. Como $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ l}$, fazemos:

$$0,24 \text{ m}^3 = 0,24 \cdot 1\,000 \text{ l} = 240 \text{ l}$$

Por fim, dividimos a capacidade obtida pelo rendimento da embalagem.

$$\frac{240 \text{ l}}{2,7 \text{ l}} = 88,8$$

Desse modo, serão necessárias, no mínimo, 89 embalagens desse cosmético. Portanto, a alternativa correta é a c.

Todos os dias, temos acesso a informações sobre a previsão do tempo, divulgadas em diferentes meios de comunicação, como televisão e internet. Para realizar essas previsões, os institutos de meteorologia consideram diversos fatores, como direção do vento, temperatura atmosférica e precipitação pluviométrica.

Em geral, a precipitação é dada em milímetros. Se em determinada região choveu 100 mm em certo mês, por exemplo, isso significa que, se despejarmos em um reservatório cúbico, com comprimento de 1 m de aresta, a quantidade de água que choveu nesse período, em uma área de 1 m^2 , o nível da água alcançaria 100 mm de altura, ou seja, 10 cm. Essa quantidade de água equivale a 10% da capacidade do reservatório, que é de 1 m^3 ou 1 000 l. Nesse exemplo, podemos afirmar que nessa região choveu 100 l de água por metro quadrado durante o mês especificado.

Na tabela, está registrada a quantidade de chuva acumulada, mensalmente, no município A, no primeiro semestre de 2019.

Chuva registrada de janeiro a junho de 2019 no município A

Mês	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Mai	Junho
Precipitação (mm)	157,6	183	125	32,2	85	104

Fonte de pesquisa: Relatório do instituto meteorológico do município A.

Considerando que a chuva tenha ocorrido de maneira homogênea, calcule quantos litros de água, aproximadamente, um pluviômetro cilíndrico com diâmetro da base igual a 10 cm, instalado no município, captou em cada um dos seis primeiros meses de 2019.

A Compreendendo o problema

✓ O que se pede no problema?

A quantidade de litros de água captada mensalmente nos seis primeiros meses de 2019 pelo pluviômetro instalado no município A.

✓ Quais são os dados apresentados no problema?

Diâmetro do recipiente cilíndrico que compõe o pluviômetro e a precipitação de chuva, em milímetros, dos seis primeiros meses de 2019.

B Organizando as ideias e elaborando um plano

✓ Registrando um possível plano.

Inicialmente, calculamos a área da base do recipiente cilíndrico que compõe o pluviômetro. Em seguida, de acordo com a área da base desse recipiente, determinamos quantos litros de água foram captados, mensalmente, pelo pluviômetro nos seis primeiros meses de 2019.

✓ Escolhendo as notações.

- A_b : área da base do recipiente cilíndrico em metros quadrados.
- x : quantidade, em litros, de água captada pelo pluviômetro no mês de janeiro.
- y : quantidade, em litros, de água captada pelo pluviômetro no mês de fevereiro.
- z : quantidade, em litros, de água captada pelo pluviômetro no mês de março.
- w : quantidade, em litros, de água captada pelo pluviômetro no mês de abril.
- u : quantidade, em litros, de água captada pelo pluviômetro no mês de maio.
- v : quantidade, em litros, de água captada pelo pluviômetro no mês de junho.

C Executando o plano

Passo 1

Considerando $\pi = 3,14$, calculamos, em metros quadrados, a área aproximada da base do recipiente cilíndrico. Como $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, então $10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$. Desse modo:

$$A_b = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot \left(\frac{0,1}{2}\right)^2 = 0,00785$$

Assim, a área aproximada da base do recipiente é $0,00785 \text{ m}^2$.

Passo 2

A área da base do recipiente e a quantidade de água captada são grandezas diretamente proporcionais. Desse modo, utilizando regra de três simples, determinamos a quantidade de água captada pelo pluviômetro no mês de:

• janeiro.

Área (em m^2)	Água captada (em ℓ)
1	157,6
0,00785	x

$$x = 157,6 \cdot 0,00785 = \\ = 1,23716$$

• março.

Área (em m^2)	Água captada (em ℓ)
1	125
0,00785	z

$$z = 125 \cdot 0,00785 = \\ = 0,98125$$

• maio.

Área (em m^2)	Água captada (em ℓ)
1	85
0,00785	u

$$u = 85 \cdot 0,00785 = \\ = 0,66725$$

• fevereiro.

Área (em m^2)	Água captada (em ℓ)
1	183
0,00785	y

$$y = 183 \cdot 0,00785 = \\ = 1,43655$$

• abril.

Área (em m^2)	Água captada (em ℓ)
1	32,2
0,00785	w

$$w = 32,2 \cdot 0,00785 = \\ = 0,25277$$

• junho.

Área (em m^2)	Água captada (em ℓ)
1	104
0,00785	v

$$v = 104 \cdot 0,00785 = \\ = 0,8164$$

Portanto, nos meses de janeiro, fevereiro, março, abril, maio e junho foram captados por esse pluviômetro, aproximadamente, $1,24 \ell$, $1,44 \ell$, $0,98 \ell$, $0,25 \ell$, $0,67 \ell$ e $0,82 \ell$, respectivamente.

Verifique se é possível utilizar, com algumas adequações, o plano apresentado na seção **Resolvendo por etapas** para obter a solução de algumas tarefas semelhantes propostas na seção **Exercícios e problemas** desse tópico.

Agora é você quem resolve!

1 Leia o problema

De acordo com os dados da tabela da página anterior, calcule quantos litros de água, aproximadamente, seriam captados mensalmente, no primeiro semestre de 2019, caso fosse instalado no município um pluviômetro com um recipiente cilíndrico cujo comprimento do raio da base é 8 cm .

2 É possível resolver o problema anterior utilizando, com algumas adequações, o plano apresentado nesta seção? Qual é a resposta desse problema? Resposta no Suplemento para o professor.

9. c) Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem o problema, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção **Exercícios e problemas** desse tema e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.

7 Copie os itens em seu caderno, substituindo cada \bullet pelo número adequado.

- a) $25 \text{ mm}^3 = \bullet \text{ m}^3$ d) $4\,156 \text{ m}^3 = \bullet \text{ km}^3$
 $2,5 \cdot 10^{-8}$ $4,156 \cdot 10^{-6}$
 b) $657 \text{ cm}^3 = \bullet \text{ hm}^3$ e) $577 \text{ m}^3 = \bullet \text{ ml}$
 $6,57 \cdot 10^{-10}$ $5,77 \cdot 10^8$
 c) $83,3 \text{ l} = \bullet \text{ km}^3$ f) $0,41 \text{ dam}^3 = \bullet \text{ dm}^3$
 $8,33 \cdot 10^{-11}$ $4,1 \cdot 10^5$

8 Vazão de um rio é o volume de água que passa por ele em determinado período de tempo. A vazão do rio Paraná, por exemplo, equivale a, aproximadamente, 8,27% da vazão do rio Amazonas, que é cerca de 209 000 metros cúbicos por segundo (m^3/s).

- a) Qual é, em metros cúbicos por segundo, a vazão do rio Paraná? *aproximadamente $17\,284 \text{ m}^3/\text{s}$*
 b) Em um dia, qual é a diferença de volume de água que esses dois rios despejam no oceano? *aproximadamente $1,66 \cdot 10^{10} \text{ m}^3/\text{s}$*

No contexto

9 Observe no quadro algumas comparações entre as maiores usinas hidrelétricas do mundo.

b) $2,9 \cdot 10^{13} \text{ l}$ no reservatório de Itaipu e $3,93 \cdot 10^{13} \text{ l}$ no reservatório de Três Gargantas.

	Usina de Itaipu	Usina Três Gargantas
País	Brasil	China
Potência instalada	14 000 MW	22 400 MW
Recorde de produção anual	103 milhões MW/ano (2016)	101,6 milhões MW/ano (2018)
Concreto utilizado na construção	12,57 milhões m^3	27,94 milhões m^3
Capacidade de vazão	62 200 m^3/s	120 600 m^3/s
Escavações realizadas para a construção	63,85 milhões m^3	134 milhões m^3
Armazenamento do reservatório	29 bilhões m^3	39,3 bilhões m^3

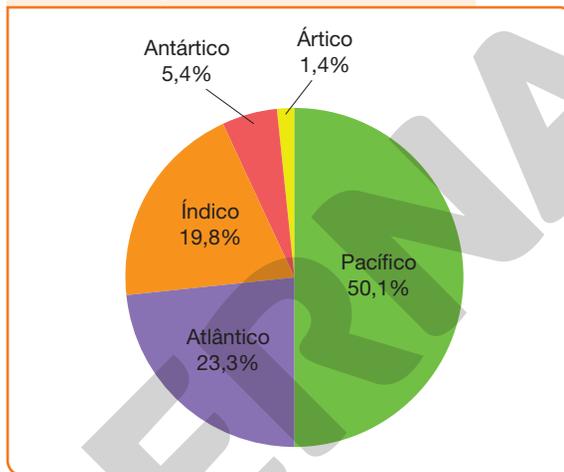
Fonte de pesquisa: <<https://www.itaipu.gov.br/energia/comparacoes>>. Acesso em: 10 jun. 2020.

- $2,2392 \cdot 10^{11} \text{ l/h}$; $4,3416 \cdot 10^{11} \text{ l/h}$
 a) Utilizando toda a capacidade de vazão, quantos litros de água passam por hora pela usina de Itaipu? E pela usina Três Gargantas?
 b) Quantos litros de água podem ser armazenados no reservatório de cada usina?
 c) De acordo com os dados sobre as usinas hidrelétricas, elabore um problema e, em seguida, peça a um colega que o resolva.

O item c da tarefa 9 propõe aos alunos que elaborem um problema utilizando os conceitos estudados, contribuindo assim para a ampliação do repertório de reflexões e questionamentos a respeito de determinadas situações.

10 Os oceanos correspondem a mais de $\frac{2}{3}$ da superfície terrestre e têm um volume estimado de 1,335 bilhão de quilômetros cúbicos de água. Veja no gráfico a seguir a distribuição em porcentagens do volume dos oceanos do planeta Terra.

Porcentagem do volume de água dos oceanos do planeta Terra, em 2010



Fonte de pesquisa: <https://www.ngdc.noaa.gov/mgg/global/etopo1_ocean_volumes.html>. Acesso em: 6 dez. 2019.

- a) Qual é o volume de água, em quilômetros cúbicos, do Oceano Pacífico? E do Oceano Ártico? *$668\,835\,000 \text{ km}^3$; $18\,690\,000 \text{ km}^3$*
 b) O volume de água do Oceano Pacífico é igual, maior ou menor do que os volumes de água dos oceanos Atlântico, Índico, Antártico e Ártico juntos? Justifique sua resposta. *Maior, pois o Oceano Pacífico tem volume de água correspondente a 50,1% do volume total de água dos oceanos da Terra.*

11

Desafio

- (Enem, 2019) Comum em lançamentos de empreendimentos imobiliários, as maquetes de condomínios funcionam como uma ótima ferramenta de *marketing* para as construtoras, pois, além de encantar clientes, auxiliam de maneira significativa os corretores na negociação e venda de imóveis. Um condomínio está sendo lançado em um novo bairro de uma cidade. Na maquete projetada pela construtora, em escala de 1 : 200, existe um reservatório de água com capacidade de 45 cm^3 . Quando todas as famílias estiverem residindo no condomínio, a estimativa é que, por dia, sejam consumidos 30 000 litros de água. Em uma eventual falta de água, o reservatório cheio será suficiente para abastecer o condomínio por quantos dias? *alternativa c*
 a) 30 c) 12 e) 3
 b) 15 d) 6

Velocidade média

Suponha que, em uma viagem, um automóvel percorreu uma distância de 180 km em 2 h. Dividindo a distância percorrida nessa viagem pelo intervalo gasto para completá-la, tem-se:

$$\frac{180 \text{ km}}{2 \text{ h}} = \frac{90 \text{ km}}{1 \text{ h}}, \text{ ou seja, a cada } 1 \text{ h o automóvel percorreu, em média, } 90 \text{ km.}$$

O valor obtido corresponde à velocidade média do automóvel nessa viagem.

A **velocidade média** (V_m) é a grandeza dada pela razão entre a distância percorrida (d) e o tempo gasto no percurso (t).

$$V_m = \frac{d}{t}$$

No SI, a velocidade média é expressa em **metro por segundo** (m/s). Porém, existem outras unidades de medida de velocidade, como o **quilômetro por hora** (km/h). Vamos determinar a equivalência entre essas duas unidades de medida de velocidade.

$$1 \text{ m/s} = \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{0,001 \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = \frac{3600 \cdot 0,001 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 3,6 \text{ km/h}$$

Portanto, $1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$.

! Ao calcular a velocidade média de um corpo, não são consideradas as variações de velocidade sofridas ao longo do percurso.

No contexto

Na central eólica em que Jurandir trabalha, a velocidade média dos ventos é de 39,6 km/h. Escreva essa medida em metros por segundo.
11 m/s

Exercícios e problemas

Anote as respostas no caderno.

12 Copie os itens em seu caderno, substituindo cada \bullet pelo número adequado.

- a) $20 \text{ m/s} = \bullet \text{ km/h}$ b) $65 \text{ m/s} = \bullet \text{ km/h}$ c) $110 \text{ km/h} = \bullet \text{ m/s}$ d) $60 \text{ km/h} = \bullet \text{ m/s}$
72 234 30,5 16,6

No contexto

13 Para avaliar o potencial eólico de uma região para geração de energia elétrica, é necessária a coleta de dados sobre a velocidade média dos ventos. Veja na tabela a classificação das velocidades de vento por região topográfica.

Na tabela, a classe 1 representa regiões de baixo potencial eólico. A classe 4 corresponde aos melhores locais para aproveitamento dos ventos no Brasil. Já as classes 2 e 3 podem ou não ser favoráveis, dependendo das condições topográficas.

Definição das classes de energia, em 2003

Classe	Mata	Campo aberto	Zona costeira	Morros	Montanhas
	V_m^*	V_m^*	V_m^*	V_m^*	V_m^*
4	> 6	> 7	> 8	> 9	> 11
3	4,5 a 6	6 a 7	6,5 a 8	7,5 a 9	8,5 a 11
2	3 a 4,5	4,5 a 6	5 a 6,5	6 a 7,5	7 a 8,5
1	< 3	< 4,5	< 5	< 6	< 7

* Valores correspondentes à velocidade média anual do vento a 50 m de altura em metros por segundo.

Fonte de pesquisa: <[http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/pdf/06-energia_eolica\(3\).pdf](http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/atlas/pdf/06-energia_eolica(3).pdf)>. Acesso em: 9 dez. 2019.

De acordo com as informações apresentadas, classifique as sentenças em **verdadeira** ou **falsa**.

- a) Um local de classe 3 na zona costeira pode apresentar velocidades médias anuais de vento entre 6,5 km/h e 8 km/h. **falsa**
- b) Um local em campo aberto que apresenta velocidades médias anuais de vento entre 28,8 km/h e 43,2 km/h corresponde a um dos melhores locais para aproveitamento de vento no Brasil. **verdadeira**

Ser consciente



Junte-se a um colega e realizem uma pesquisa a respeito de ações relacionadas ao consumo e produção de energia elétrica que minimizem impactos socioambientais e melhorem as condições de vida das pessoas. Em seguida, proponham-nas aos colegas, familiares e professores. **Resposta pessoal.** Para o desenvolvimento dessa questão, é sugerido que, em conjunto com os professores da área de Ciências da Natureza, preferencialmente com o professor do componente curricular Física, seja desenvolvida uma ou mais aulas em que os alunos, com base nos conhecimentos adquiridos em cada um dos componentes curriculares, tenham condições de pesquisar e propor essas ações. No Suplemento para o professor há orientações e sugestão sobre como realizar esse trabalho.

A tarefa 14 propõe aos alunos que elaborem um problema utilizando os conceitos estudados, contribuindo assim para a ampliação do repertório de reflexões e questionamentos a respeito de determinadas situações. Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem o problema, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção Exercícios e problemas desse tema e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.



14

O Ultraman é considerado uma das provas de triatlo mais desgastantes. Composta por natação, ciclismo e corrida, testa a resistência física e emocional dos competidores. Realize uma pesquisa e determine o tempo gasto e a distância percorrida em cada esporte pelo brasileiro Alexandre Ribeiro na prova disputada em novembro de 2012, no Havaí, Estados Unidos, na qual consagrou-se hexacampeão. Em seguida, de acordo com os dados obtidos, elabore um problema envolvendo velocidade média. Em seguida, peça a um colega que o resolva.

15

Trafegar com velocidade acima da máxima permitida é uma das maiores causas de acidentes. Um instrumento de fiscalização é o radar, que mede a velocidade do automóvel ao passar em determinado local e envia informações aos órgãos responsáveis para tomar medidas cabíveis. Com a finalidade de fiscalizar motoristas que excedem a velocidade máxima permitida, um modelo mais eficiente de radar de velocidade já está em uso em diversos países. Conhecido como radar de velocidade média, ele registra os horários em que o automóvel passa por dois radares diferentes e, conhecendo a distância entre eles, calcula a velocidade média do automóvel durante o percurso.

Certo motorista percorreu um trecho entre dois radares de velocidade média, cuja distância entre eles é de 6 km, passando pelo primeiro radar às 14 h 23 min 45 s e pelo segundo às 14 h 28 min 33 s. Sabendo que a velocidade máxima permitida no trecho é de 80 km/h, responda às questões.

- Quantos segundos o motorista levou para percorrer esse trecho? **288 s**
- Qual foi a velocidade média, em quilômetros por hora, do automóvel nesse trecho? **75 km/h**
- É possível afirmar que o motorista trafegou abaixo da velocidade máxima permitida durante todo o trecho? Justifique sua resposta. **Não. Espera-se que os alunos respondam que o motorista pode ter trafegado acima da velocidade máxima permitida em uma parte e reduzido a velocidade em outra, percorrendo o trecho em um tempo que determina uma velocidade média abaixo da máxima.**

Acessando tecnologias

Condições no VisualG

Em diversas situações cotidianas, formulamos proposições do tipo: **se** Luiz obtiver uma nota superior a 7,5, **então** ele será aprovado na disciplina; **se** eu receber meu salário hoje, **então** irei ao cinema, **senão** lerei um livro. Essa estrutura, além de estar presente em nosso cotidiano, é útil e, muitas vezes, necessária em programação. Ela indica para o sistema se o programa deve ou não executar certa sequência de instruções, dependendo se a condição atribuída é verdadeira ou falsa. Para isso, no VisualG, podemos utilizar as seguintes instruções.

se(condição)então
sequência de instruções
fimse

se(condição)então
sequência de instruções 1
senão
sequência de instruções 2
fimse

Note que, para indicar o fim da sequência de instruções com condição, deve-se adicionar a instrução **fimse**.

A instrução **se()**então tem por finalidade tomar uma decisão e executar determinada sequência de instruções, caso a condição, descrita entre os parênteses, seja verdadeira. Se a condição for falsa, a sequência de instruções deve ser desprezada. Assim como a instrução **se()**então, a instrução **se()**então...senão tem por finalidade tomar decisão e realizar um desvio no processamento. Se a condição, descrita entre os parênteses, for verdadeira, a sequência de instruções 1 será executada e a sequência de instruções 2, desprezada. Caso a condição seja falsa, a sequência de instruções 1 será desprezada e a sequência de instruções 2, executada.

Para as condições, são utilizados os seguintes operadores relacionais para testar a relação entre dois ou mais termos.

Comando	=	>	>=	<	<=	<>
Significado	igual	maior do que	maior ou igual	menor do que	menor ou igual	diferente

É possível utilizar dois ou mais operadores relacionais em uma mesma condição, por meio de operadores lógicos como **e**, **ou** e **nao**.

Exemplo de um programa em VisualG – Advertência em radar de velocidade média

Utilizando os conceitos de programação estudados, vamos resolver o problema a seguir.

Escrever um programa que determine se um motorista deve receber uma advertência por excesso de velocidade, dadas a distância, em quilômetros, entre os dois radares de velocidade média, a velocidade máxima, em quilômetros por hora, permitida no trecho e o tempo gasto, em segundos, para o automóvel ir de um radar ao outro. Nesse problema, considere que o automóvel não faz desvios nem paradas e que a passagem pelos dois radares ocorra em um mesmo dia.

Inicialmente, interpretamos o problema e escrevemos um algoritmo que o resolva. Em seguida, codificamos nosso programa para a linguagem VisualG.

Algoritmo

Início

1. Leia a distância, em quilômetros, entre os radares.
2. Leia a velocidade máxima permitida no trecho, em quilômetros por hora.
3. Leia o tempo gasto, em segundos, para o automóvel ir de um radar ao outro.
4. Escreva, em horas, o tempo gasto para o automóvel ir de um radar ao outro.
5. Calcule a velocidade média em quilômetros por hora do automóvel.
6. Compare a velocidade média do automóvel com a velocidade máxima permitida no trecho. Se a velocidade média for menor ou igual a velocidade máxima, o motorista não deve receber advertência. Caso contrário, o motorista deve ser advertido.

Fim

Programa em VisualG

```
1 Algoritmo "velocidade_media"
2 Var
3 temp_seg, temp_hora, distancia, vel_media,
  vel_max : real
4 Inicio
5 escreva("Digite a distância entre os dois radares em km: ")
6 leia(distancia)
7 escreva("Digite a velocidade máxima do trecho em km/h: ")
8 leia(vel_max)
9 escreva("Digite o tempo gasto, em segundos, para o automóvel ir de um radar ao outro: ")
10 leia(temp_seg)
11 temp_hora <- temp_seg/3600
12 vel_media <- distancia/temp_hora
13 se(vel_media <= vel_max) entao
14 escreva("O motorista não deve receber uma advertência.")
15 senao
16 escreva("O motorista deve receber uma advertência.")
17 fimse
18 Fimalgoritmo
```

Agora é com você!

Respostas no Suplemento para o professor.

- 1 Que condição deve ser satisfeita para que a instrução da linha 14 seja executada?
- 2 Escreva um programa para a linguagem VisualG que permita determinar o tempo gasto, em segundos, para um automóvel ir de um radar de velocidade média a outro, dadas a distância, em quilômetros, entre o trecho dos dois radares e a velocidade média registrada pelo automóvel no trecho.

5

Grandezas, medidas e voluntariado

Voluntariado, uma ideia construtiva

O voluntariado diz respeito a atividades de caráter social e comunitário, não remuneradas, desenvolvidas para contribuir com pessoas mais necessitadas e situações de acentuada emergência. Além das contribuições econômicas e sociais, essas atividades proporcionam entre os envolvidos sentimentos de satisfação em fazer o bem ao próximo, confiança e reciprocidade.



Alguns tipos de voluntariado

Há vários tipos de trabalho voluntário, o que permite às pessoas que exerçam o que mais se adapta à sua rotina ou estilo.



Presencial

O voluntário pode acompanhar continuamente o desenvolvimento de um grupo de pessoas tanto na área educacional quanto na saúde ou fazer participações pontuais ajudando em qualquer tarefa, como mutirões de limpeza, pintura e conservação do ambiente.



Assistencialista

O voluntário ajuda na arrecadação de recursos necessários para instituições ou comunidades, como alimentos, produtos de limpeza etc.



Empresarial

A empresa incentiva e apoia seus colaboradores a se engajarem em ações voluntárias. Além disso, a própria empresa pode realizar ou participar de campanhas sociais.



Voluntarismo

O voluntário utiliza parte de suas folgas ou férias para ajudar em diversos campos, até mesmo fora de sua cidade, como a limpeza de uma praia ou a participação em um bazar beneficente.



Em desastres naturais

O voluntário faz cadastro em um banco de dados para ser chamado em casos de emergências relacionadas a desastres naturais, como enchentes, terremotos e outros.



On-line

Como o próprio nome expressa, o voluntário pode ajudar alguém sem sair de casa. Pela internet, é possível, por exemplo, auxiliar financeiramente crianças que vivem em comunidades em risco social, acompanhando o desenvolvimento do beneficiado, mesmo a distância.

A Você já participou de trabalhos voluntários? Em caso afirmativo, conte suas experiências aos colegas e ao professor. **Resposta pessoal.**

Casas construídas com garrafas

Um tipo de casa que costuma apresentar custos menores em sua construção, quando comparadas, por exemplo, com as casas de alvenaria, são as que aproveitam garrafas PET ou até mesmo garrafas de vidro, como matéria-prima para a fabricação de tijolos ou em substituição a eles.



Quando as garrafas substituem os tijolos, as paredes são feitas com garrafas que, depois de preenchidas com entulhos, areia, cimento, barro, argila ou outro material, são amarradas e empilhadas horizontalmente.

Os telhados geralmente são feitos com telhas de cerâmica ou de fibrocimento, um composto de cimento e fibras sintéticas. Algumas dessas casas utilizam telhas transparentes em partes do telhado, facilitando a entrada de luz natural e contribuindo com a economia de energia elétrica.



O piso costuma ser de madeira, de cimento ou revestido com cerâmica.

O acabamento é realizado preenchendo os espaços entre as garrafas com, por exemplo, argila, cimento ou barro.

As portas e janelas são de madeira, alumínio ou outro material convencional.

FOTOMONTAGEM DE BRUNO BADAIN. FOTOS: 1.NIKOLAY KOROLKOV/SHUTTERSTOCK; 2.GOWITHSTOCK/SHUTTERSTOCK; 3.ALEXANDERUS/SHUTTERSTOCK; 4.ADW/SHUTTERSTOCK; 5.PHOTOGRAPHY BYKIT/SHUTTERSTOCK; 6.XPIXEL/SHUTTERSTOCK; 7.MAXX-STUDIO/SHUTTERSTOCK; 8.HAPPYAPRILBOY/SHUTTERSTOCK; 9.IROOMSTOCK/SHUTTERSTOCK; 10.ANDREA CRISANTE/SHUTTERSTOCK; 11.VALEMXXX/SHUTTERSTOCK; 12.LARINA MARINA/SHUTTERSTOCK; 13.DOCENT/SHUTTERSTOCK; 14.OKCM/SHUTTERSTOCK; 15.KOONDON/SHUTTERSTOCK; 16.U8/SHUTTERSTOCK; 17.KUES/SHUTTERSTOCK

Um exemplo de voluntariado envolvendo construções de casas com garrafas é o projeto Casas de Botellas, desenvolvido pela boliviana Ingrid Vaca Diez. Esse projeto já construiu mais de 300 casas na Bolívia e em países vizinhos e conta, principalmente, com a ajuda de doações e de voluntários. Para construir casas como essas, é preciso levar em conta diversos fatores, como: área e perímetro da casa; quantidade aproximada de garrafas que serão utilizadas por metro quadrado; quantidade total de garrafas necessárias para construção da casa; quantia que deve ser arrecadada; volume de material necessário para preencher as garrafas e espaços entre elas, entre outros fatores.

Oriente os alunos a escrever a resposta no caderno.

B Uma das primeiras casas edificadas pelo projeto Casas de Botellas foi uma creche. Sabendo que essa construção tinha 170 m² e que foram necessárias aproximadamente 212 garrafas por metro quadrado, quantas garrafas ao todo foram utilizadas? **aproximadamente 36 040 garrafas**

Além de ajudar quem precisa, as construções de casas com garrafas PET contribui para a preservação do meio ambiente, pois reutilizam garrafas que poderiam ser descartadas inadequadamente.

Ser consciente

> Vimos que para construir casas com garrafas é preciso levar em conta fatores como a área e o perímetro da casa e o volume de material necessário para preencher as garrafas e os espaços entre elas. Reúna-se com seus colegas e pesquisem algumas ações voluntárias que envolvem, por exemplo, a necessidade do cálculo de área, perímetro, volume, capacidade ou massa. Em seguida, escolham uma das ações que pesquisaram e elaborem um plano com os fatores necessários para efetivar esse trabalho. Por fim, proponham essa ação voluntária aos alunos de sua escola.

Resposta pessoal. Algumas sugestões de ações voluntárias são: pintura/limpeza de uma escola; revitalização/manutenção de uma quadra de esportes; coleta e reciclagem de resíduos sólidos; coleta de alimentos para famílias carentes ou instituições sociais; plantio de árvores em praças ou parques.

6

Algarismos significativos

De palmos a paquímetros

A realização de uma medição pressupõe o uso de instrumentos que forneçam um valor, a partir de uma unidade predefinida, a uma quantidade a ser medida. Medições rudimentares eram realizadas usando objetos e partes do corpo humano, procedimento que ainda é feito nos dias atuais em alguns contextos. Entretanto, a necessidade de obter medidas cada vez mais precisas, inicialmente impulsionada pelo comércio, e mais tarde pelas evoluções tecnológicas, contribuiu com o processo de busca pela padronização das unidades de medida e com o aprimoramento dos instrumentos usados para tal.

Assim, o uso de polegadas, palmos e braços, e mais tarde de réguas e balanças, foi gradativamente substituído por instrumentos que permitissem obter cada vez mais precisão nas medições realizadas e minimização nos erros cometidos, como paquímetros e micrômetros.

A precisão necessária na realização de uma medida implica diretamente na escolha do instrumento mais adequado.

O paquímetro

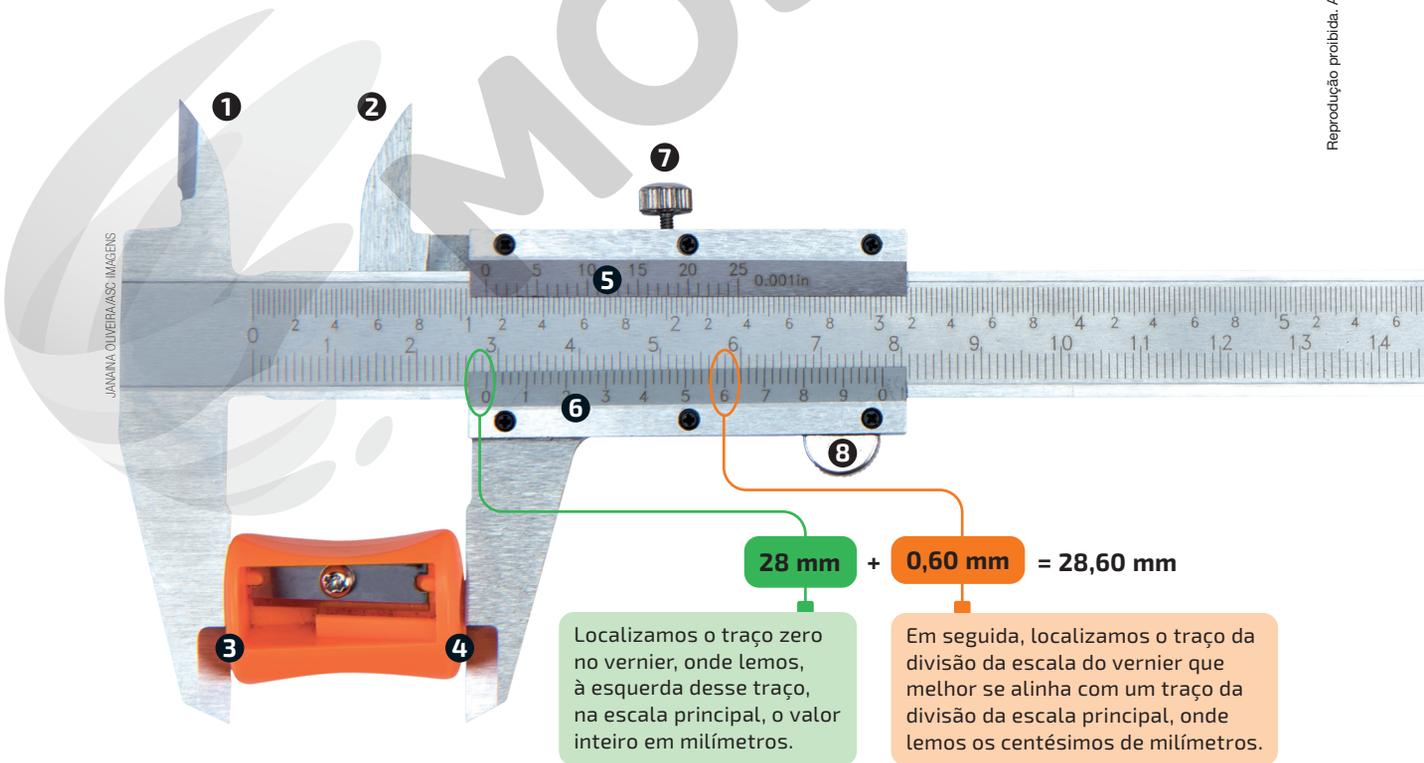
O paquímetro é um instrumento que permite medições relativamente precisas de dimensões internas, externas e de profundidade. Para realizar uma medição utilizando esse instrumento, a peça deve ser colocada de forma apropriada entre os bicos de medição ou penetrada pela haste do medidor de profundidade.

Na imagem, é apresentado um paquímetro realizando uma medição. Veja como é feita a leitura da medida obtida.

O paquímetro, assim como o micrômetro, é utilizado por profissionais que precisam medir dimensões de peças e objetos com maior precisão. Alguns exemplos de profissionais que usam esses instrumentos são arquitetos, eletricitas e torneiros.



JAVIANA OLIVEIRA/ASC/IMAGENS



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Oriente os alunos a escrever as respostas no caderno.

- A** Deseja-se efetuar o cálculo do perímetro de um terreno com formato quadrado cujo comprimento dos lados é 15,26 m. Se o comprimento do lado for arredondado para 15 m, qual será a diferença exata entre o perímetro desse terreno e o obtido com o arredondamento? **1,04 m**
- B** Você conhece outros instrumentos, além dos citados no texto, que possibilitam realizar medições com maior precisão?
- C** Realize uma pesquisa sobre o funcionamento do micrômetro, buscando informações acerca do uso e da precisão desse instrumento. A precisão do micrômetro é maior, menor ou igual à do paquímetro?

Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que a precisão do micrômetro é maior do que a do paquímetro.

Toda medida contém incertezas quanto à sua precisão, que pode ser pelo tipo de instrumento utilizado, pela habilidade de quem realizou a medição ou pela quantidade de vezes que o valor obtido foi verificado. Nas próximas páginas, identificaremos os Algarismos Confiáveis, ou significativos, de uma medida.

B) Resposta pessoal. Algumas possíveis respostas: sensores; voltímetros; balanças de precisão.

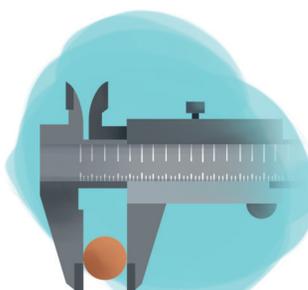
- | | |
|---|-----------------------------------|
| 1 orelha fixa | 7 parafuso fixador |
| 2 orelha móvel | 8 impulsor |
| 3 bico/encosto fixo | 9 escala principal em polegadas |
| 4 bico/encosto móvel | 10 escala principal em milímetros |
| 5 escala móvel em polegadas (nônio ou vernier) | 11 haste de profundidade |
| 6 escala móvel em milímetros (nônio ou vernier) | 12 indicador de precisão |



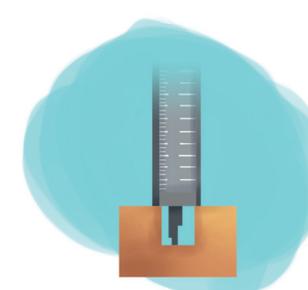
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.



Medição interna, como o diâmetro interno de um cano.



Medição externa, como o diâmetro externo de uma esfera.



Medição de profundidade, como o orifício de uma peça.

FOTOMONTAGEM DE MAURICIO PLANEL. FOTOS: 1.RUSLAN GUSHUTTERSTOCK; 2.DUNTRUNE STUDIOS/SHUTTERSTOCK; 3.MEGA PIXEL/SHUTTERSTOCK; 4.PIOTR WYTRAZEK/SHUTTERSTOCK; 5.XIAORUI/SHUTTERSTOCK; 6.IVONNE WIERINK/SHUTTERSTOCK; 7.KEATTIKORN/SHUTTERSTOCK; 8.NOEL V. BAEBLER/SHUTTERSTOCK; 9.SKOBRIK/SHUTTERSTOCK; 10.FLIPSER/SHUTTERSTOCK

ILUSTRAÇÕES: HELOISA PINTARELLI

Medindo grandezas

Medir é um processo experimental, em que o valor de uma grandeza é determinado a partir de uma unidade predefinida. Em geral, independentemente do instrumento utilizado, os resultados obtidos em uma medição são aproximações, pois dependem do processo de medição, dos equipamentos utilizados, da influência de variáveis que não estão sendo medidas e também do operador.

Ao medirmos uma grandeza, devemos levar em consideração algumas características do objeto e a precisão do instrumento. Por exemplo, para medir o comprimento de um lápis, podemos utilizar uma régua; já para medirmos o diâmetro de um parafuso, é mais adequado utilizar um paquímetro. Cada instrumento de medida tem uma precisão diferente, que é determinada a partir de sua fabricação.

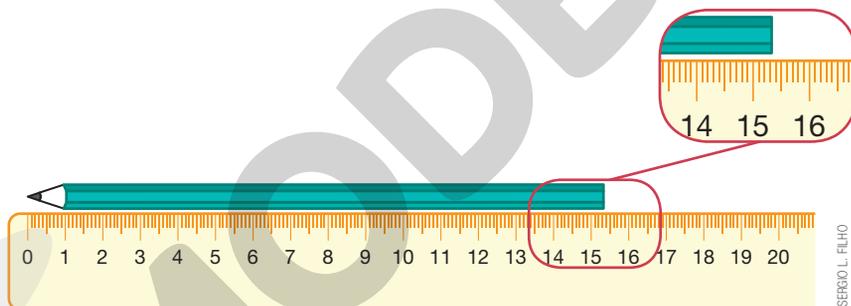
A menor medida que o instrumento pode determinar é sua **precisão**.

A seguir, estudaremos o conceito de algarismo significativo, que nos auxiliará a expressar e interpretar medidas de maneira adequada.

Estudando algarismos significativos

Imagine, por exemplo, que você está medindo o comprimento de um lápis utilizando uma régua comum e, ao realizar a leitura da medida, se depara com a seguinte situação.

Ao realizar uma medição utilizando uma régua comum, sua medida será confiável até o milímetro mais próximo.



Neste caso, podemos dizer que essa medida está compreendida entre 15,3 cm e 15,4 cm. Porém, não somos capazes de afirmar com certeza o comprimento desse lápis, pois a régua não apresenta subdivisões entre os milímetros. O que podemos estimar, por exemplo, é que essa medida seja igual a 15,38 cm.

Note que, no resultado apresentado, estamos seguros em relação aos algarismos 1, 5 e 3, pois foram obtidos por meio das divisões inteiras do instrumento. Estes são chamados **algarismos corretos** ou **exatos**. Já o algarismo 8 foi escolhido por meio de uma estimativa, e outra pessoa poderia escolher, por exemplo, o algarismo 7 ou o 9. Nesse caso, é chamado **algarismo duvidoso**.

Em geral, o resultado de uma medição deve ser composto pelos algarismos corretos e o primeiro algarismo duvidoso, ou seja, o resultado de uma medição deve ser representado apenas com os algarismos significativos.

Os algarismos corretos e o primeiro algarismo duvidoso no resultado de uma medição são chamados **algarismos significativos**.

Veja alguns resultados de medições com diferentes quantidades de algarismos significativos.

Exemplos

- 264 s
3 algarismos significativos
- 68,12 kg
4 algarismos significativos
- 5,0068 m
5 algarismos significativos
- 5,00680 m
6 algarismos significativos

Note que 5,0068 m e 5,00680 m representam a mesma medida, porém a precisão indicada é diferente.

Nos casos em que o algarismo zero estiver à esquerda do primeiro algarismo correto, antes ou depois da vírgula, ele não será significativo. Veja alguns exemplos.

Exemplos

- 0,001 cm
1 algarismo significativo
- 0,026 t
2 algarismos significativos
- 0,0142 g
3 algarismos significativos
- 0,01530 km
4 algarismos significativos

Em algumas situações, após obtermos o resultado de uma medição, precisamos escrevê-lo em outra unidade de medida. Quando for o caso, devemos estar atentos para não escrevermos zeros não significativos. Por exemplo, suponha que precisamos escrever, em metros, a medida 12,3 km. Se escrevêssemos $12,3 \text{ km} = 12\,300 \text{ m}$, concluiríamos que 3 é um algarismo correto, o que não é verdade. Para evitarmos esse erro, utilizamos potência de base 10, ou seja:

$$12,3 \text{ km} = 12,3 \cdot 10^3 \text{ m}$$

- Escreva a medida 75,06 t em quilogramas. Fique atento para não escrever zeros que não são significativos. $75,06 \cdot 10^3 \text{ kg}$

Operações com algarismos significativos

Ao realizarmos operações com algarismos significativos, os resultados obtidos não devem ser compostos por algarismos não significativos. Sabendo disso, antes de estudarmos as operações, vamos conhecer os critérios de arredondamento.

Critérios

- Se o algarismo a ser suprimido for menor do que 5, o algarismo da ordem à esquerda permanece inalterado.
- Se o algarismo a ser suprimido for maior do que 5, deve-se acrescentar uma unidade ao algarismo da ordem à esquerda.
- Se o algarismo a ser suprimido for igual a 5, será indiferente acrescentar ou não uma unidade ao algarismo da ordem à esquerda.

No caso em que o algarismo a ser suprimido é igual a 5, é indiferente acrescentar ou não uma unidade ao algarismo da ordem à esquerda, pois as respostas diferirão apenas pelo algarismo incerto.

Adição e subtração

Em adições, o resultado obtido deve ter a mesma quantidade de casas decimais da medida com menor precisão. Veja um exemplo.

$$2\,987,4 + 5\,412,382 = 8\,399,782$$

O resultado dessa operação deve ter uma casa decimal. Assim, de acordo os critérios apresentados, arredondamos o número 8 399,782 para 8 399,8. Portanto, o resultado arredondado de $2\,987,4 + 5\,412,382$ é 8 399,8.

Ao efetuarmos subtrações, o procedimento é análogo.

Multiplicação e divisão

Em multiplicações, o resultado deve ter a mesma quantidade de algarismos do fator que possui a menor quantidade de algarismos significativos. Veja um exemplo.

$$6,4 \cdot 13,24 = 84,736$$

O produto dessa multiplicação deve ter dois algarismos significativos. Assim, de acordo com os critérios apresentados, arredondamos o número 84,736 para 85. Portanto, o resultado arredondado de $6,4 \cdot 13,24$ é 85.

Ao efetuarmos divisões, o procedimento é análogo.

Exercícios e problemas resolvidos

R1 (PUC-Rio) Considerando-se os algarismos significativos dos números 28,7 e 1,03, podemos afirmar que a soma destes números é dada por:

- a) 29,7 b) 29,73 c) 29 d) 29,74 e) 29,0

Resolução

Inicialmente, adicionamos os números 28,7 e 1,03.

$$28,7 + 1,03 = 29,73$$

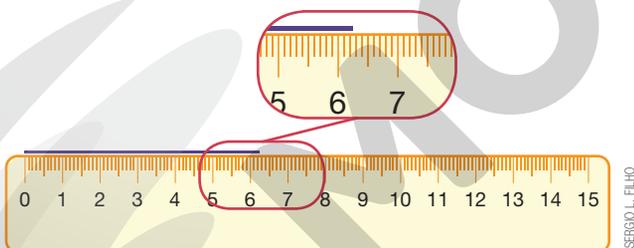
Como 28,7 é a parcela com a menor quantidade de casas decimais, o resultado deverá ter apenas uma casa decimal. Assim, arredondamos o número 29,73 para 29,7.

Portanto, a alternativa correta é a.

Exercícios e problemas

Anote as respostas no caderno.

- 1** Utilizando uma régua comum, Márcia mediu o comprimento de um segmento de reta.



a) Resposta pessoal. Algumas possíveis respostas: 6,21 cm; 6,22 cm e 6,25 cm.

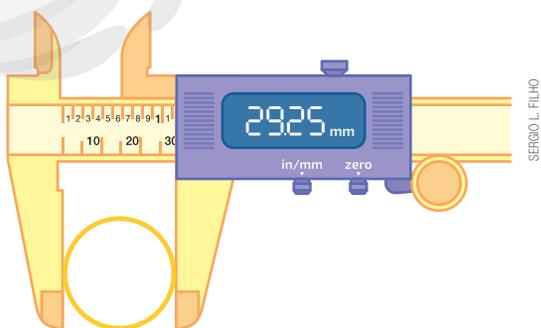
- a) Utilizando algarismos significativos, expresse o comprimento desse segmento de reta.

- b) No resultado que você escreveu no item anterior, quais são os algarismos corretos? E o duvidoso?

6 e 2; a resposta depende da aproximação realizada pelo aluno.

No contexto

- 2** Com um paquímetro digital, Haroldo mediu o diâmetro externo de sua aliança. Veja o resultado obtido por ele.



- a) No resultado obtido, quantos são os algarismos significativos? 4 algarismos significativos

- b) Qual é o algarismo duvidoso desse resultado? 5

- c) Escreva essa medida em micrômetros.
 $2,925 \cdot 10^4 \mu\text{m}$

- 3** Determine a quantidade de algarismos significativos em cada uma das medidas apresentadas.
- a) 263 t **3 algarismos significativos**
 - b) 0,1005 m **4 algarismos significativos**
 - c) 5,0003 s **5 algarismos significativos**
 - d) 0,0005 mm **1 algarismo significativo**
 - e) 5,986 g **4 algarismos significativos**
 - f) 0,005069 cm **4 algarismos significativos**

- 4** Em seu caderno, escreva as seguintes medidas com apenas três algarismos significativos.
- a) 238,34 cm **238 cm**
 - b) 5,875 s **5,88 s ou 5,87 s**
 - c) 18,175 cm² **18,2 cm²**
 - d) 0,15478 g **0,155 g**
 - e) 1,888 dm³ **1,89 dm³**
 - f) 259,91 m **260 m**

Lembre-se dos critérios de arredondamento.

- 5** Faça as conversões de unidades e apresente os resultados mantendo a mesma quantidade de algarismos significativos. **Uma possível resposta:**
- a) 100 cm em quilômetros. **$1,00 \cdot 10^{-3}$ km**
 - b) 25,60 km² em centímetros quadrados. **$2,56 \cdot 10^{11}$ cm²**
 - c) 180,5 km/h em metros por segundo. **$5,014 \cdot 10^1$ m/s**
 - d) 8,2 kg em gramas. **$8,2 \cdot 10^3$ g**
 - e) 0,1005 km³ em milímetros cúbicos. **$1,005 \cdot 10^{17}$ mm³**
 - f) 5,98 t em quilogramas. **$5,98 \cdot 10^3$ kg**

- 6** Efetue, em seu caderno, as adições e subtrações de modo que o resultado contenha apenas algarismos significativos.
- a) 9,36 cm + 50,7 cm **60,1 cm**
 - b) 100,3 t + 49,83 t **150,1 t**
 - c) 8,179 s + 9,18 s **17,36 s**
 - d) 8,15 km/h – 2,957 km/h **5,19 km/h**
 - e) 198,28 km – 50,7 km **147,6 km**
 - f) 135 g – 101,85 g **33 g**
 - g) 25,3 cm + 17,89 cm + 189,145 cm **232,3 cm**
 - h) 0,005 t + 39,159 t + 25,9841 t **65,148 t**

- 7** Efetue, em seu caderno, as multiplicações e divisões de modo que o resultado contenha apenas algarismos significativos.
- a) 78,41 · 3,08 **241,5**
 - b) 1,255 · 10,9 **13,7**
 - c) 100,138 · 4,15 **416**
 - d) 89,675 : 13,16 **6,814**
 - e) 158,4 : 24,65 **6,426**
 - f) 9,8888 : 3,4 **2,9**

A tarefa 10 propõe aos alunos que elaborem um problema utilizando os conceitos estudados, contribuindo assim com a ampliação do repertório de reflexões e questionamentos a respeito de determinadas situações.

- 8** Joice mediu o comprimento de seu lápis e obteve como resultado 135 mm.
- a) Quantos algarismos significativos há nessa medida? **3 algarismos significativos**
 - b) Qual é o algarismo duvidoso? **5**
 - c) Seria correto escrever essa medida como 135 000 μm? Justifique sua resposta. **Não, pois nesse caso o 5 seria um algarismo correto, o que não é verdade.**

- 9** Mariana realizou uma viagem da cidade A à cidade D, passando pelas cidades B e C. Utilizando um GPS, ela determinou as distâncias entre algumas dessas cidades, porém com diferentes precisões. Veja no esquema as distâncias obtidas por Mariana.



Respeitando-se os algarismos significativos, determine a distância total percorrida por Mariana nessa viagem. **$3,15 \cdot 10^2$ km**

- 10** Os dados da tabela abaixo mostram os tempos obtidos pelos atletas que participaram de uma das provas dos 100 m rasos nas Olimpíadas de 2016.

Tempo de prova de alguns atletas em uma das provas dos 100 metros rasos nas Olimpíadas de 2016

Atleta	País	Tempo (em segundos)
Usain Bolt	Jamaica	9,81
Justin Gatlin	Estados Unidos	9,89
Andre de Grasse	Canadá	9,91
Yohan Blake	Jamaica	9,93
Akani Simbine	África do Sul	9,94
Ben Youssef Meité	Costa do Marfim	9,96
Jimmy Vicaut	França	10,04
Trayvon Bromell	Estados Unidos	10,06

Fonte de pesquisa: <<https://www.olympic.org/rio-2016/athletics/100m-men>>. Acesso em: 22 abr. 2020.

De acordo com os dados apresentados, elabore um problema envolvendo algarismos significativos e troque com um colega para que ele o resolva. Em seguida, verifiquem se as respostas obtidas estão corretas. **Resposta pessoal. Antes de**

os alunos elaborarem o problema, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção Exercícios e problemas desse tema e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.



Capacidade de armazenamento

Armazenamento em nuvem

Ao guardar arquivos digitais em *smartphones* e computadores, por exemplo, corremos o risco de perdê-los, seja por distração ou furtos, seja por queima ou quebra do aparelho. Para não correr esse risco, uma opção é utilizar o armazenamento em nuvem. Assim, se algo acontecer com o dispositivo, os arquivos salvos na nuvem podem ser acessados de qualquer outro aparelho com acesso a internet.

Diversos editores de texto, planilhas eletrônicas e outras ferramentas de trabalho estão disponíveis diretamente no navegador, eliminando a necessidade de armazenar os arquivos no computador. Além disso, é possível que pessoas em diferentes lugares possam trabalhar em conjunto em um mesmo arquivo, sem que uma delas precise salvar e organizar as informações.

Com os serviços de *streaming*, é possível escutar as músicas dos artistas disponíveis sem a necessidade de armazenar os arquivos em dispositivos. Além dos catálogos diversificados, alguns serviços possuem funções extras, como descobrir novos artistas, disponibilidade de acesso a rádios e a programas gravados.

BNCC

- EM13MAT103
- EM13MAT315
- EM13MAT405



Streaming: sistema de distribuição digital, em que o usuário acessa o conteúdo disponível a qualquer momento sem a necessidade de armazenar os arquivos em seu dispositivo.

Os serviços de *streaming* permitem ao usuário acessar o conteúdo de jogos por um computador, *smartphone* ou outros dispositivos. Nesse serviço, o jogo é armazenado e executado nos servidores em nuvem e o usuário recebe a imagem gerada praticamente em tempo real.

FOTOMONTAGEM DE GUSTAVO PEDROSA.
FOTOS: 1.TANGO49/SHUTTERSTOCK;
2.GÜTEKSK7/SHUTTERSTOCK; 3.ROMAN ARBUZOV/SHUTTERSTOCK; 4.LIKE KIGHTCM/SHUTTERSTOCK; 5.ÓLEG GAWRILOFF/SHUTTERSTOCK; 6.ASTRÓ VECTOR/SHUTTERSTOCK; 7.VECTOR HOT/SHUTTERSTOCK; 8.COBALT88/SHUTTERSTOCK; 9.KARNOFF/SHUTTERSTOCK; 10.DROIDWORKER/SHUTTERSTOCK; 11.MARISH/SHUTTERSTOCK; 12.PESHKOVA/SHUTTERSTOCK; 13.ANDREA GRISANTE/SHUTTERSTOCK; 14.ALEXLMX/SHUTTERSTOCK

A palavra *nuvem* é utilizada apenas como expressão, pois os dados não são armazenados literalmente em uma nuvem. Ou seja, esse tipo de armazenamento não dispensa a necessidade de servidores físicos, mas, em vez de estarem nas residências ou nos estabelecimentos, ficam em data centers.

Data center: ambiente projetado para abrigar servidores voltados ao armazenamento de dados.

Oriente os alunos a escrever as respostas no caderno.

- A** Você possui fotos, músicas ou vídeos armazenados em algum dispositivo? Converse com seus colegas sobre os dispositivos que vocês conhecem ou utilizam para armazenar esses arquivos. *Resposta pessoal.*
- B** Você faz uso ou conhece alguém que utiliza algum serviço de armazenamento em nuvem? Converse com o professor e os colegas expondo sua opinião sobre as vantagens e desvantagens desse serviço. *Resposta pessoal.*
- C** Em sua opinião, quais unidades de medida são utilizadas para expressar a capacidade de armazenamento em nuvem? *Resposta pessoal.*

O *smartwatch* (em português, relógio inteligente) possui diversas funções, como receber chamadas, reproduzir músicas, acesso a calendário e mapas. Em alguns modelos, é possível sincronizar as informações com a nuvem sem a necessidade de armazená-las no próprio relógio ou em um *smartphone* conectado.



As redes sociais também funcionam com armazenamento em nuvem, pois os arquivos ficam salvos nos servidores que disponibilizam o espaço para armazenamento. Assim, é possível acessar fotos, vídeos e outros conteúdos compartilhados de qualquer lugar sem precisar armazená-los em dispositivos.



Serviços de *streaming* tornam possível assistir a filmes, séries, documentários, programas e outros conteúdos diretamente da internet, sem armazenar em dispositivos. Normalmente é cobrada uma tarifa fixa mensal, permitindo acesso de forma simples ao catálogo, a qualquer momento, com conteúdos do mundo inteiro.

Nas próximas páginas, estudaremos algumas unidades de medida de armazenamento de dados e a equivalência entre elas. Além disso, realizaremos comparações entre a capacidade de armazenamento de diferentes dispositivos.



Medindo capacidade de armazenamento

O armazenamento de dados é uma tecnologia que permite guardar arquivos e informações por meio de um dispositivo, como um disco rígido de computador, CDs, cartão de memória e o *pen drive*. A capacidade de armazenamento é medida em bytes e seus múltiplos. No entanto, para entendermos o que são bytes, é necessário, primeiro, definirmos os bits.

Caractere: letra do alfabeto, algarismo, sinal de pontuação ou símbolo de qualquer natureza que pode ser introduzido em um computador pelo teclado ou por outro dispositivo de entrada, assim como exibido na tela ou em outro dispositivo de saída.

Disco rígido: dispositivo de computador que armazena diferentes programas e arquivos.

Um **bite** é a menor quantidade de informação que um computador pode processar. São necessários 8 bits para formar 1 **baite** (B), que é a quantidade de espaço no dispositivo necessário para armazenar um caractere de informação.

Um computador opera informações na forma de zeros (0) e uns (1). Um 0 significa “não” e um 1 significa “sim”. Então, um bite pode ser um “sim” ou um “não”. Esse sistema de numeração é conhecido como **sistema binário**.

Para expressar capacidades maiores de armazenamento, é comum utilizar os múltiplos de bytes, como os **quilobytes** (kB), os **megabytes** (MB), os **gigabytes** (GB) e os **terabytes** (TB).

As palavras utilizadas para expressar a capacidade de armazenamento – **bite**, **baite**, **quilobaite**, **megabaite**, **gigabaite** e **terabaite** – são “aportuguesadas”, ou seja, adquiriram uma feição adequada à língua portuguesa. Veja a origem inglesa de cada uma delas.

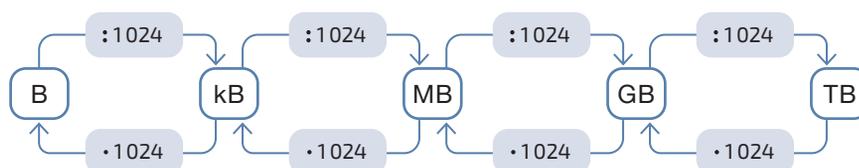
Palavra de origem inglesa	Palavra “aportuguesada”
<i>bit</i>	bite
<i>byte</i>	baite
<i>kilobyte</i>	quilobaite
<i>megabyte</i>	megabaite
<i>gigabyte</i>	gigabaite
<i>terabyte</i>	terabaite

Embora existam as palavras “aportuguesadas”, em algumas situações é preciso utilizá-las na versão original.

Observe a equivalência entre algumas das unidades de medida de capacidade de armazenamento apresentadas.

Unidade de medida	Quantidade de caracteres (bytes)	Espaço
1 baite (B)	1	8 bits
1 quilobaite (kB)	1 024	1 024 B
1 megabaite (MB)	$1\,024^2 = 1\,048\,576$	1 024 kB
1 gigabaite (GB)	$1\,024^3 = 1\,073\,741\,824$	1 024 MB
1 terabaite (TB)	$1\,024^4 = 1\,099\,511\,627\,776$	1 024 GB

Para fazer conversões entre essas unidades de medida, podemos utilizar o seguinte esquema.



- Em seu caderno, escreva um algoritmo que possibilite converter terabytes em gigabytes. **Resposta no Suplemento para o professor.**

- R1** Uma empresa decidiu armazenar as gravações das suas 16 câmeras de segurança em nuvem, de forma que elas fiquem armazenadas por pelo menos 30 dias. Sabendo que uma hora de gravação de cada câmera ocupa, em média, 180 MB e que as câmeras funcionam 24 h por dia, determine se um plano de 2 TB é suficiente para as necessidades dessa empresa.

Resolução

Inicialmente, determinamos qual deve ser, em megabites, a capacidade mínima para que a empresa armazene todas as gravações. Para isso, fazemos:

$$16 \cdot 30 \cdot 24 \cdot 180 = 2\,073\,600$$

Assim, a capacidade de armazenamento mínima deve ser 2 073 600 MB.

Em seguida, convertemos essa medida em terabites.

$$2\,073\,600 \text{ MB} = 2\,073\,600 \cdot \frac{1}{1\,024} \text{ GB} = 2\,025 \cdot \frac{1}{1\,024} \text{ TB} \approx 1,98 \text{ TB}$$

Portanto, o plano de 2 TB é suficiente para as necessidades dessa empresa.

- R2** Jonas precisa armazenar certa quantidade de arquivos em um dispositivo com 2 GB de espaço livre.

- É possível armazenar, nesse dispositivo, 127 arquivos com, em média, 0,7 MB cada um?
- Escreva um algoritmo que permita resolver o problema de Jonas, dados a quantidade de arquivos e o tamanho médio, em megabites, de cada um deles.
- Organize o algoritmo que você escreveu no item anterior em um fluxograma.

Resolução

- Inicialmente, determinamos a capacidade necessária para armazenar esses 127 arquivos. Para isso, fazemos:

$$127 \cdot 0,7 \text{ MB} = 88,9 \text{ MB}$$

Como 88,9 MB correspondem a uma capacidade menor do que 2 GB, é possível armazenar esses arquivos no dispositivo.

- De acordo com o problema, temos:

- dados de entrada:** quantidade de arquivos e tamanho médio de cada um deles.
- dados de saída:** a possibilidade de armazenamento dos arquivos.
- procedimentos:** multiplicar a quantidade de arquivos (q) pelo tamanho médio (t) de cada um deles; dividir $q \cdot t$ por 1 024; verificar se $\frac{q \cdot t}{1\,024} \leq 2$.

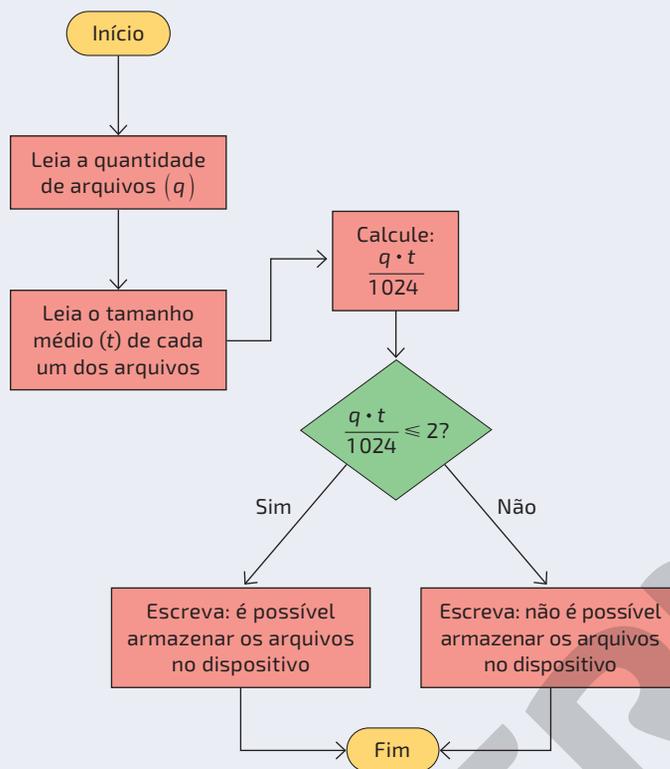
Agora, escrevemos o algoritmo.

Início

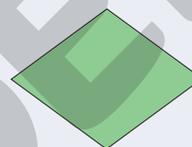
- Leia a quantidade de arquivos.
- Leia o tamanho médio, em megabites, de cada um dos arquivos.
- Calcule $\frac{q \cdot t}{1\,024}$, em que q indica a quantidade de arquivos e t , o tamanho médio, em megabites, de cada arquivo.
- Verifique se $\frac{q \cdot t}{1\,024} \leq 2$. Se a desigualdade for verdadeira, será possível armazenar os arquivos no dispositivo. Caso contrário, não será possível armazenar os arquivos no dispositivo.

Fim

c)



Neste fluxograma, utilizamos a figura ao lado. Essa figura serve para indicar o ponto de decisão do fluxograma.



R3 Leia o texto.

O primeiro computador eletrônico, o Eniac (*Electronic Numerical Integrator and Computer*), foi construído em 1945 nos Estados Unidos com o objetivo de realizar cálculos complexos. Ocupando uma sala inteira e consumindo energia elétrica equivalente à de uma pequena cidade, eram necessárias diversas pessoas para operá-lo. Mesmo com todas as dificuldades e limitações, o Eniac conseguiu, em 20 segundos, realizar cálculos que levariam 4 horas para serem feitos nas “máquinas de calcular” da época.

Para se ter uma ideia, o Eniac só conseguia armazenar 20 números de 10 dígitos cada. Atualmente, existem microcomputadores que armazenam mais de um terabyte de informação.

Fonte de pesquisa: <<https://www.cs.umd.edu/users/meesh/411/website/projects/ramguide/pastandfuture/pastandfuture.html>>. Acesso em: 30 jan. 2020.

Quantos caracteres de informação podem ser armazenados em um microcomputador com 2 TB de espaço livre?

Resolução

Inicialmente, convertamos 2 TB em bytes, pois 1 B é o espaço necessário para armazenar um caractere de informação. Para isso, fazemos:

$$2 \text{ TB} = 2\,048 \text{ GB} = 2\,097\,152 \text{ MB} = 2\,147\,483\,648 \text{ kB} = 2\,199\,023\,255\,552 \text{ B}$$

Portanto, em um microcomputador com 2 TB de espaço livre, é possível armazenar 2 199 023 255 552 caracteres de informação.

Exemplo de um programa em VisualG – Conversão envolvendo unidades de medida de capacidade de armazenamento

Utilizando os conceitos de programação estudados até o momento, vamos resolver o problema apresentado ao lado.

Escrever um algoritmo que possibilite converter uma medida expressa em gigabaites ou terabaites em megabaites.

Inicialmente, interpretamos o problema e escrevemos um algoritmo que o resolva. Em seguida, codificamos nosso programa para a linguagem VisualG.

Algoritmo

Início

1. Leia a unidade em que a medida está expressa.
2. Leia o valor a ser convertido.
3. A medida foi expressa em gigabaites?
Se sim, multiplique o valor a ser convertido por 1 024.
Se não, a medida foi expressa em terabaites?
Se sim, multiplique o valor a ser convertido por $1\ 024^2$.
Se não, escreva “unidade inválida”.

Fim

Programa em VisualG

```

1 Algoritmo "conversao_GB_ou_TB_em_MB"
2 Var
3 unidade: caractere
4 numero: real
5 Inicio
6 escreva("Escreva a unidade em que a medida está expressa: ")
7 leia(unidade)
8 escreva("Digite o valor a ser convertido: ")
9 leia(numero)
10 se((unidade="GB")ou(unidade="gigabaite"))entao
11 escreva("Esse valor equivale a ",numero*1024," MB")
12 senao
13 se((unidade="TB")ou(unidade="terabaite"))entao
14 escreva("Esse valor equivale a ",numero*1024*1024," MB")
15 senao
16 escreva("Unidade inválida!")
17 fimse
18 fimse
19 Fimalgoritmo
  
```

Agora é com você!

Respostas no [Suplemento para o professor](#).

- 1 Que condições devem ser satisfeitas para que a linha 16 seja executada?
- 2 Reescreva o programa em VisualG adicionando instruções para que ele também possibilite converter medidas expressas em quilobaite em megabaite.

- 1 Copie os itens em seu caderno, substituindo cada ● pelo número adequado.

a) 45 GB = ● MB 46 080	d) 385 GB = ● bites 3 307 124 817 920
b) 1 TB = ● kB 1 073 741 824	e) 901 775,36 kB = ● GB 0,86
c) 88 268,8 MB = ● GB 86,2	f) 839,68 GB = ● TB 0,82

- 2 Leia a tirinha.



- Por que o menino comprou oito revistas *Bite* para solucionar o problema da falta da revista *Baite*? **Porque 8 bites é igual a 1 baite.**
- O que provoca humor na tirinha?
O fato de o cliente brincar com as unidades de medida baite e bite.

- 3 João utiliza em seu computador um disco rígido (popularmente conhecido como HD) com 1 TB de capacidade de armazenamento. Porém, atualmente, ele tem 868 GB disponíveis.

HD é a sigla de *hard disk*, termo em inglês para disco rígido.



HD interno de 1 TB.

- Quantos arquivos, no máximo, com tamanho médio de 213 MB, João poderá armazenar nesse disco? **4 172 arquivos**
- João pretende armazenar em seu HD um arquivo cuja capacidade corresponde a 2% do espaço disponível que ele tem em seu HD. Qual é, em quilobaites, o tamanho desse arquivo?
18 203 279,36 kB

- 4 O disquete é um disco magnético composto de um disco fino e flexível que o usuário normalmente não vê, protegido por uma capa que pode ser de dois tamanhos físicos, de 3,5 polegadas ou de 5,25 polegadas. Os mais comuns desses dispositivos de armazenamento portátil, utilizados em meados dos anos 1990, tinham capacidade de armazenamento de 1,44 MB.



Disquete de 3,5 polegadas.

- Você já viu e/ou manuseou um disquete? Comente com seus colegas e o professor.
Resposta pessoal.
- É possível armazenar 16 GB de dados em 11 374 disquetes com 1,44 MB de espaço livre? Justifique sua resposta. **Não. Seriam necessários 11 378 disquetes.**

- 5 Codifique o algoritmo escrito no item b do problema R2, na página 63 da seção **Exercícios e problemas resolvidos**, para a linguagem VisualG. **Resposta no final do livro.**

6 O *videogame* de Alexandre tem 512 GB de capacidade de armazenamento, dos quais 75% já estão “ocupados” com jogos.

Para fazer o *download* de novos jogos, Alexandre comprou um HD externo de 2 TB e transferiu os jogos armazenados no *videogame* para esse dispositivo. Que porcentagem da capacidade de armazenamento do HD externo os jogos vão “ocupar”? **18,75%**

HD externo é um dispositivo que armazena os dados do computador ou *videogame* fora do aparelho. É portátil e, para usar, basta conectá-lo por meio de um cabo.

No contexto

7 Certa empresa pretende migrar seu banco de dados para um serviço de armazenamento em nuvem, com o objetivo de reduzir custos, aumentar a segurança e permitir aos funcionários que acessem o sistema de outros lugares. De acordo com os cálculos da empresa, são necessários 600 GB de espaço para cada um de seus 200 funcionários. Para essa necessidade, foram ofertadas as seguintes opções de planos.

- 1ª opção: 600 GB de espaço a R\$ 10,00 por mês para cada funcionário.
- 2ª opção: 120 TB de espaço a R\$ 2 200,00 por mês, sem limite de usuários.

- a) Qual é a opção mais vantajosa para a empresa? **A 1ª opção.**
- b) Supondo que a empresa contrate mais 50 funcionários e cada um deles necessite de 600 GB para armazenar seus dados, qual das opções é a mais vantajosa? Justifique sua resposta. **Uma possível resposta: a 1ª opção, pois é a única que atende a necessidade de espaço para armazenamento destinado a cada um dos funcionários.**

1ª opção, pois é a única que atende a necessidade de espaço para armazenamento destinado a cada um dos funcionários.

8 Ao acessar a opção “armazenamento” em seu *smartphone*, Taís se deparou com a tela ao lado.

- a) Quantas fotos com 5 MB, em média, Taís ainda pode armazenar em seu *smartphone*? **225 fotos**
- b) O que ela poderia fazer para aumentar a medida de capacidade de armazenamento de seu *smartphone*?



8. b) Resposta pessoal. Algumas possíveis respostas: ela pode desinstalar algum aplicativo que não usa mais; transferir arquivos para um computador, para um cartão de memória, um pen drive, HD externo ou armazenamento em nuvem.

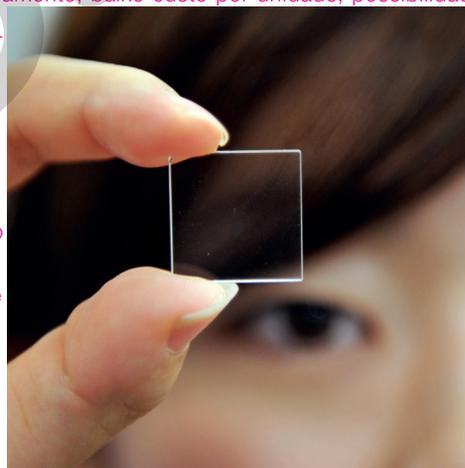
9 Se cada foto de certa câmera fotográfica digital possui, em média, 16 MB, quantas fotos é possível armazenar em um cartão de memória com 53 GB de espaço livre? **3 392 fotos**

10 Com o desenvolvimento de novas tecnologias, faz-se necessário o desenvolvimento de dispositivos de armazenamento com capacidade suficiente para armazenar os arquivos, que são cada vez maiores. Além disso, diversas características são levadas em consideração pelos usuários ao escolher dispositivos de armazenamento, como custo, segurança, resistência, tamanho, facilidade de uso e velocidade de acesso. Por isso, tecnologias são desenvolvidas, testadas e aprimoradas diariamente antes de chegarem aos usuários.

Uma das tecnologias em desenvolvimento é o armazenamento em pequenas placas de vidro. Estima-se que seja possível armazenar em cada placa 360 TB de dados por mais de 13,8 bilhões de anos. Atualmente, há placas com documentos históricos, livros e até filmes gravados, em caráter experimental. Espera-se desenvolver tecnologias de gravação e leitura de dados mais eficientes, de forma a reduzir custos e obter melhorias em outras características da tecnologia.

Fonte de pesquisa: <http://www.fapesb.ba.gov.br/giro-na-ciencia-minusculo-disco-de-vidro-e-capaz-de-armazenar-360-tb-de-dados-por-138-bilhoes-de-anos/>. Acesso em: 18 abr. 2020.

a) Algumas possíveis respostas: maior medida de capacidade de armazenamento; baixo custo por unidade; possibilidade de registrar acervos por tempo indeterminado; resistência a incêndios e outros acidentes; pequeno tamanho do dispositivo que facilita o transporte e armazenamento.



Placa de vidro utilizada para armazenamento de dados.

- a) Quais são as vantagens de utilizar armazenamento em placas de vidro?
- b) Uma biblioteca digitalizou seu acervo com 10 milhões de obras. Sabendo que cada obra tem, em média, 70 MB, determine:
 - quantas placas de vidro com 360 TB de capacidade seriam necessárias para armazenar o acervo dessa biblioteca. **2 placas de vidro.**
 - quantos HDs de 2 TB seriam necessários para armazenar o acervo dessa biblioteca. **334 HDs**

8

Armazenamento de dados e Medicina

Big data a favor da Medicina

“Declare o passado, diagnostique o presente e preveja o futuro”, dizia o fisiologista grego Hipócrates, apelidado de o pai da Medicina, no século V a.C. Com essa elegante definição do trabalho médico, o pensador indicava a relevância do acúmulo de conhecimento prévio para guiar os tratamentos. Ao receber um paciente, o profissional de saúde precisa, antes de tudo, relacionar os sintomas relatados a outros quadros similares para realizar o exame, prescrever medicamentos e prever qual será a eficiência da terapia recomendada. Até muito recentemente, porém, antes do desenvolvimento de exames de laboratório complexos e conclusivos, os doutores tinham de confiar apenas na memória de um enfermo para desenhar um caminho de cura.

Deu-se agora uma espetacular guinada com o avanço da era digital, da inteligência alimentada pelos algoritmos e do *big data* — termo que descreve a possibilidade de organizar e consultar, de forma automática, montantes colossais de dados em qualquer área do conhecimento humano.

[...]

O impacto das novas tecnologias de *big data* no trabalho médico pode ser medido em números. Ao longo da vida, um indivíduo gera o equivalente a 200 *terabytes* de informações ligadas à sua saúde. Entretanto, em torno de 90% desses dados se perdem porque não são armazenados, ainda. Estima-se que, se os médicos tivessem acesso ao histórico de todos os pacientes do mundo, seria possível reduzir em 20% a mortalidade global. A precisão nos diagnósticos possibilitaria ainda uma economia de 300 bilhões de dólares ao ano apenas para o sistema de saúde dos Estados Unidos. Esses benefícios levam a uma adoção cada vez mais ampla dessa inovação: a cada ano, aumenta em 20% a digitalização de informações médicas no planeta. Portanto, não está tão longe um futuro no qual não mais 90%, quiçá nem 1%, desse conteúdo será perdido.

Dada a imensidão de estatísticas que podem ser colhidas, como organizá-las e compreendê-las? A resposta está nos *softwares* de *big data*. Eles são resultado direto do exponencial barateamento da capacidade de armazenamento dos computadores, acompanhado pela multiplicação do processamento dessas máquinas e pelo avanço da tecnologia de sequenciamento genético. Tudo somado, temos a interpretação automática, mesmo por aparelhos comerciais como *smartphones* e *tablets*, de todo o conteúdo compilado pelos profissionais. E haja dados: um único hospital pode acumular 665 *terabytes* deles ao ano, o equivalente a três vezes todo o catálogo da Biblioteca do Congresso americano, a maior do mundo.

BEER, Raquel. Dados que curam. *Veja*, São Paulo, Abril, v. 25, ano 49, p. 84-86, 22 jun. 2016. © Raquel Beer/Abril Comunicações S.A.

O *big data* tem cinco pilares para organizar e consultar a enorme quantidade de informações coletadas, denominados 5 V: velocidade, volume, veracidade, valor e variedade.

Velocidade: comportamentos, tendências e informações mudam muito rápido.

Volume: refere-se à grande quantidade de dados gerada a cada segundo por meio de troca de e-mails, interações em redes sociais, registro de chamadas, entre outros.

Veracidade: além de verificar informações verdadeiras ou falsas, a veracidade está ligada à velocidade, pois as informações têm de ser atuais.

Valor: referente à utilidade das informações.

Variedade: os dados são gerados por diversas fontes.

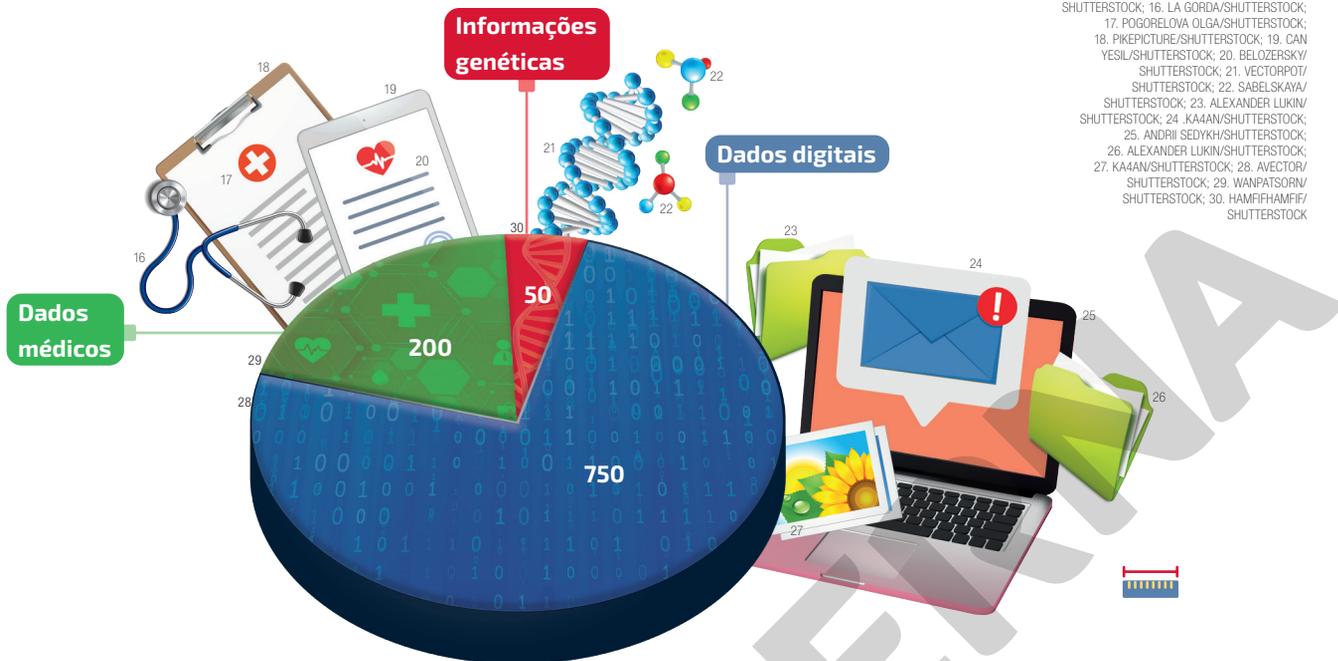
BNCC

• EM13MAT103
• CE3CNT



Quando nasce, o DNA humano contém o equivalente a 50 TB de informações digitalizáveis. Ao longo de sua vida, ele pode produzir até cerca de 1000 TB de informação.

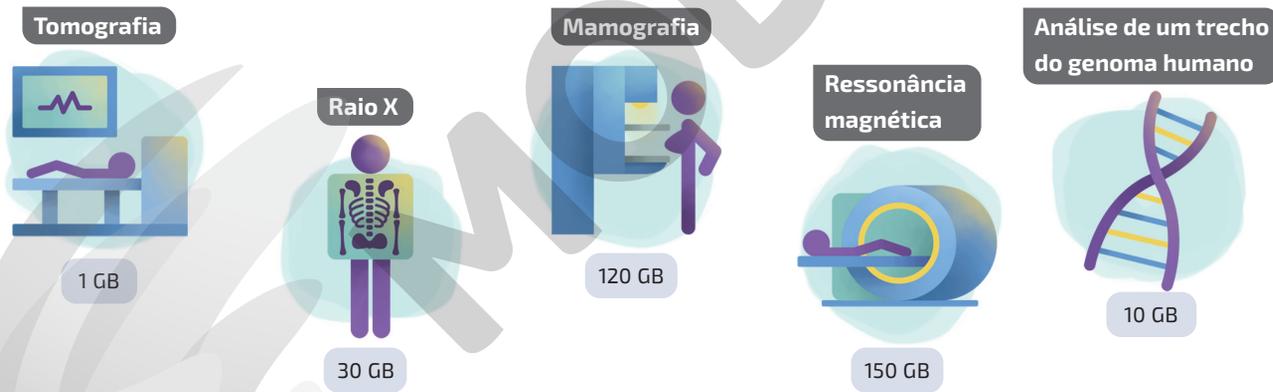
Quantidade de dados produzidos por um ser humano ao longo de sua vida, em terabites, em 2015



FOTOMONTAGEM DE GUSTAVO PEDROSA. FOTOS:
 1. AMAZEINDESIGN/SHUTTERSTOCK; 2. BEST PIXELS/SHUTTERSTOCK; 3. MACROVECTOR/SHUTTERSTOCK; 4. PAVLO S/SHUTTERSTOCK; 5. ANDRII SEDYKH/SHUTTERSTOCK; 6. HYWARDS/SHUTTERSTOCK; 7. LIYA GRAPHICS/SHUTTERSTOCK; 8. GREENLANDSTUDIO/SHUTTERSTOCK; 9. DERYADRAW/SHUTTERSTOCK; 10. MATTHEW25/SHUTTERSTOCK; 11. ANTIHOCK/SHUTTERSTOCK; 12. BEST PIXELS/SHUTTERSTOCK; 13. TEFVISHUTTERSTOCK; 14. LUCADP/SHUTTERSTOCK; 15. BEST PIXELS/SHUTTERSTOCK; 16. LA GORDA/SHUTTERSTOCK; 17. POGORELOVA OLGA/SHUTTERSTOCK; 18. PIKEPICTURE/SHUTTERSTOCK; 19. CAN YESIL/SHUTTERSTOCK; 20. BELOZERSKY/SHUTTERSTOCK; 21. VECTORPOT/SHUTTERSTOCK; 22. SABELSKAYA/SHUTTERSTOCK; 23. ALEXANDER LUKIN/SHUTTERSTOCK; 24. KAAAN/SHUTTERSTOCK; 25. ANDRII SEDYKH/SHUTTERSTOCK; 26. ALEXANDER LUKIN/SHUTTERSTOCK; 27. KAAAN/SHUTTERSTOCK; 28. AVECTORY/SHUTTERSTOCK; 29. WANIPATSORN/SHUTTERSTOCK; 30. HAMFIHAMFI/SHUTTERSTOCK

Fonte de pesquisa: BEER, Raquel. Dados que curam. *Veja*, São Paulo, v. 25, ano 49, p. 84-86, 22 jun. 2016.

Veja a quantidade de dados gerados por alguns tipos de exame médico em cada vez que é realizado.



Fonte de pesquisa: BEER, Raquel. Dados que curam. *Veja*, São Paulo, v. 25, ano 49, p. 84-86, 22 jun. 2016.

Orienta os alunos a escrever as respostas no caderno.

- Quais são as contribuições do *big data* para a Medicina? Converse com seus colegas sobre esse assunto. *Resposta pessoal. Algumas possíveis respostas: médicos podem trocar informações e realizar estudos inovadores mesmo distantes; informações do paciente, como tipo sanguíneo, histórico de alergias ou fraturas, podem ser obtidas rapidamente.*
- Se uma pessoa, durante sua vida, fez um exame de tomografia, três exames de mamografia, dois exames de ressonância magnética, e cinco exames de raio X, quantos megabites de informação essa pessoa gerou com esses exames?
830 464 MB
- Você já fez exames de raio X? Em caso afirmativo, quantos megabites de informação você gerou com esses exames? *Resposta pessoal.*
- Junte-se a quatro colegas e façam uma pesquisa a respeito dos cinco pilares do *big data*. Depois, escrevam um texto com exemplos e opiniões sobre a importância desses pilares para a Medicina. *Resposta pessoal.*

9

Taxa de transferência de dados

Tecnologia 5G

As redes móveis são responsáveis por conectar diferentes dispositivos por meio de ondas eletromagnéticas, sem a necessidade de conexão por cabos. Com o avanço da telefonia móvel, diferentes gerações de redes foram surgindo, sempre buscando corrigir os defeitos e as limitações das tecnologias anteriores. Termos como 4G e 5G são cada vez mais usados em notícias e propagandas e, muitas vezes, seus significados não são claros o suficiente. A seguir, veja os significados desses termos e algumas características de cada tecnologia.



1G

A primeira geração de redes móveis (1G) transmite apenas sinais de voz. Desenvolvida nas décadas de 1970 e 1980, possui capacidade de transmissão limitada, com baixa segurança e pouca qualidade sonora. Atualmente, essa tecnologia está praticamente em desuso no mundo. Na época de seu desenvolvimento, o funcionamento dos celulares que operavam na rede 1G era muito parecido com o dos telefones fixos, porém sua mobilidade causou grandes impactos na sociedade.



2G

A segunda geração (2G) foi desenvolvida nos anos 1990. Com ela, foi possível obter melhor qualidade sonora nas chamadas e enviar mensagens de texto e imagens em baixa qualidade. Além disso, novas possibilidades surgiram, como identificador de chamadas, chamadas em espera e uso da própria rede em outros países. Atualmente redes 2G são usadas para conexões de máquinas de cartão de crédito portáteis, por exemplo.



3G

A terceira geração (3G) surgiu nos anos 2000, com a possibilidade de acesso à internet, o que permitiu o desenvolvimento de dispositivos móveis com diversas novas funcionalidades, os smartphones. Além disso, a qualidade e a taxa de transferência de sons, mensagens de texto e imagens aumentaram significativamente. O 3G é usado em regiões onde a quarta geração ainda não foi instalada.

A quarta geração (4G), implementada a partir de 2010, foi marcada pelo significativo aperfeiçoamento das características da geração anterior. Os grandes avanços em transferência de dados, estabilidade e qualidade de conexão permitiram que muitas tecnologias utilizadas em nosso cotidiano fossem desenvolvidas. Também são usados termos como 4.5G para designar redes de quarta geração com mais opções de transmissão, como aumento da velocidade de conectividade e diminuição das falhas de conexão por excesso de tráfego.

A quinta geração (5G) possui muitas melhorias em relação às tecnologias anteriores. Além de uma alta taxa de transferência, é esperado que essa geração tenha baixo tempo de atraso nas conexões e suporte uma grande quantidade de dispositivos conectados ao mesmo tempo. Um dos principais objetivos da rede 5G é permitir que os objetos de uso cotidiano possam se conectar à rede e operar de forma autônoma e inteligente. Exemplos dessa funcionalidade são as tecnologias de realidade virtual ou aumentada e os veículos autônomos, que exigem conexões seguras, precisas e praticamente instantâneas. Além disso, é esperado que a geração 5G permita grandes avanços com comunicação e automação em diversos setores, como indústria e agropecuária, com potencial de impactar a sociedade ainda mais do que as gerações anteriores.



4G

5G

Oriente os alunos a escrever as respostas no caderno.

- A** Você possui dispositivos com acesso à rede móvel? Em caso afirmativo, a rede em que se conectam pertence a qual geração? **Resposta pessoal.**
- B** Em certa plataforma de transmissão de filmes e séries, são necessários 4 minutos para fazer o *download* de determinado arquivo de vídeo em uma rede 4G, ou 7,5 segundos para baixar o arquivo em uma rede 5G. Considerando que as taxas de transferência sejam mantidas, quantas vezes mais rápido é possível fazer o *download* de um filme na rede 5G em comparação com a rede 4G?
32 vezes mais rápido.

A qualidade de conexão na internet está relacionada com a taxa de transferência de dados. Nas próximas páginas, estudaremos, entre outras características, a respeito das unidades de medidas das taxas de transferências de dados em redes móveis e fixas e as conversões entre elas.

FOTOMONTAGEM DE GUSTAVO PEDROSA. FOTOS:
 1. WILLROW HOOD/SHUTTERSTOCK;
 2. SVEDOLIVER/SHUTTERSTOCK; 3. OLEG KRUGLIAK/SHUTTERSTOCK; 4. AOPSAN/SHUTTERSTOCK; 5. VINKO93/SHUTTERSTOCK; 6. LITVALIFA/SHUTTERSTOCK; 7. NAVISTOCK/SHUTTERSTOCK; 8. ZANIMAN/SHUTTERSTOCK; 9. ALEX KUZHAVAK/SHUTTERSTOCK; 10. KAVIONE/SHUTTERSTOCK; 11. VECTORPIXELSTAR/SHUTTERSTOCK; 12. OLEKSANDR LYTYVNEKO/SHUTTERSTOCK; 13. OSTILL IS FRANCK CAMHI/SHUTTERSTOCK; 14. KOYA979/SHUTTERSTOCK; 15. SKLEP SPOZYWCZY/SHUTTERSTOCK; 16. JIANG HONGYAN/SHUTTERSTOCK; 17. MALX-STUDIO/SHUTTERSTOCK; 18. SLAVO VALIGURSKY/SHUTTERSTOCK; 19. MOLLIART/SHUTTERSTOCK; 20. MIKHAIL MISHCHENKO/SHUTTERSTOCK; 21. KPHROM/SHUTTERSTOCK; 22. COBALT88/SHUTTERSTOCK; 23. BSD/SHUTTERSTOCK; 24. OSTILL IS FRANCK CAMHI/SHUTTERSTOCK; 25. EPNI/SHUTTERSTOCK; 26. NATALIA SIATOVSKAIA/SHUTTERSTOCK; 27. MARK NAZH/SHUTTERSTOCK; 28. EVZ/SHUTTERSTOCK; 29. ALLESS/SHUTTERSTOCK; 30. EUROVECTOR/SHUTTERSTOCK; 31. RAWPIXEL.COM/SHUTTERSTOCK; 32. VOLLODMYR BURDIAK/SHUTTERSTOCK; 33. GIRAPHICS/SHUTTERSTOCK

Medindo velocidade de transferência de dados

Ao nos depararmos com anúncios de planos de internet fixa, é comum identificarmos a expressão “Mega”, cujo significado nem sempre é apresentado ao consumidor.



Mas, afinal, o que significa, por exemplo, uma conexão de “50 Mega”? Essa expressão indica que podem ser transferidos, no máximo, 50 megabites de dados por segundo, ou seja, uma medida de taxa de transferência de dados. Além disso, o valor anunciado normalmente refere-se à taxa de transferência máxima de *download*, que é o processo de receber um arquivo da internet e armazená-lo em seu dispositivo. Já o processo de enviar um arquivo do dispositivo para a internet, chamado *upload*, costuma ter uma taxa de transferência menor do que a do *download*.

Embora a taxa de transferência seja a principal característica anunciada em planos de internet fixa, ela também está presente em diversas situações que envolvem transferência de dados, como internet móvel e transferência de arquivos entre dispositivos. Ao acessar um vídeo na internet, por exemplo, o sistema calcula a taxa de transferência de sua conexão e determina automaticamente a qualidade da imagem. Se a taxa de *download* for maior do que a necessária para a visualização do vídeo, não é necessário esperar o vídeo “carregar”.

- A** Você assiste a vídeos na internet? Qual é o conteúdo abordado nesses vídeos? *Resposta pessoal. Se julgar conveniente, sugira conteúdos, como música, finanças, ciência, games e cultura.*
- B** Você já fez *upload* de um vídeo, ou seja, você já “postou” algum vídeo em suas redes sociais? E fotos? *Resposta pessoal.*

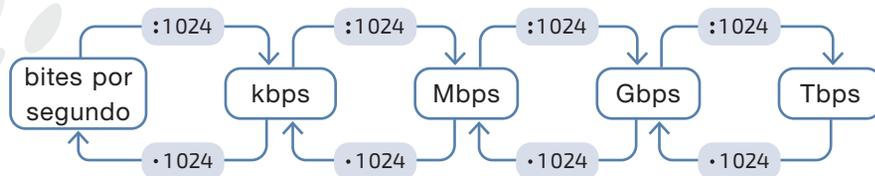
As unidades de medida de taxa de transferência de dados mais utilizadas são: quilobites por segundo (kbps), megabites por segundo (Mbps), gigabites por segundo (Gbps) e terabites por segundo (Tbps). Veja no quadro a equivalência entre algumas dessas unidades de medida.

Em algumas situações, para expressar a taxa de transferência de dados, são utilizadas unidades como terabites por segundo, gigabites por segundo e megabites por segundo.

Unidade de medida	Taxa de transferência equivalente
1 kbps	1 024 bites por segundo
1 Mbps	1 024 kbps
1 Gbps	1 024 Mbps
1 Tbps	1 024 Gbps

Se julgar pertinente, informe aos alunos que nas tarefas 6 e 8 deste tema serão apresentadas situações em que a taxa de transferência de dados é expressa em megabites por segundo.

Para fazer conversões entre essas unidades de medida, podemos utilizar o seguinte esquema.



Exemplos

- $2\ 048\ \text{kbps} = \frac{2\ 048}{1\ 024}\ \text{Mbps} = 2\ \text{Mbps}$
- $2\ \text{Tbps} = 2 \cdot 1024^2\ \text{Mbps} = 2\ 097\ 152\ \text{Mbps}$

Indicadores de qualidade da internet

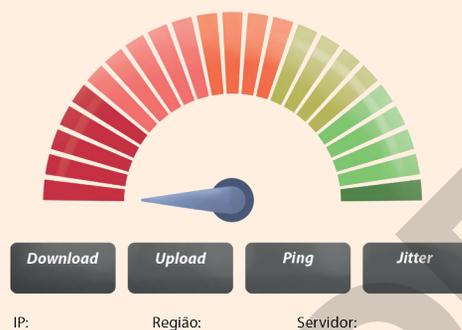
Ao contratar um plano de internet fixa, além das taxas de *download* e de *upload*, outras características devem ser analisadas, como o *ping* e o *jitter*.

- *Ping*: tempo, em milissegundos, necessário para enviar uma informação do dispositivo para o servidor e recebê-la de volta.
- *Jitter*: variação, em milissegundos, do atraso no tempo de entrega dos dados.

Um milissegundo (ms) equivale à milésima parte do segundo.

Algumas características têm valores definidos no contrato com a operadora. Além disso, todas elas possuem valores mínimos ou máximos definidos pela agência reguladora, a Anatel (Agência Nacional de Telecomunicações). Para verificar qual é o valor dessas características em determinado momento, podemos usar um dos testes de qualidade de internet. Esses testes funcionam enviando e recebendo dados de forma controlada e medindo o tempo de resposta em cada transferência. Disponíveis em *sites* da internet, eles podem determinar informações como o IP (identificador do dispositivo na rede), a região em que o usuário está e o servidor utilizado no teste.

Veja a seguir um exemplo de teste de qualidade de internet.



Para obter as informações de forma precisa, é necessário realizar o teste em um computador com conexão via cabo e desconectar os outros dispositivos da rede. Também é necessário suspender quaisquer outras transferências realizadas no momento, pois podem interferir nos valores finais. Se notar que o plano de internet está sendo entregue com taxas abaixo dos valores contratados e regulamentados, deve-se realizar o teste diariamente, sobretudo durante as instabilidades, e registrar essas informações para entrar em contato com a prestadora e tomar as medidas cabíveis caso o problema não seja solucionado.

Diversos testes para rede fixa também estão disponíveis em aplicativos para dispositivos móveis, no entanto, os valores podem sofrer alterações devido à conexão sem fio. Existem também testes de qualidade para redes móveis, que podem ser usados para verificar se a taxa de transferência contratada está sendo respeitada.

Agora é com você!

Respostas no Suplemento para o professor.

- 1 Durante um teste de qualidade de internet fixa, foram enviados em 8 segundos 76,8 Mb de informações do servidor para o dispositivo de um usuário. Em seguida, foram enviados 11,2 Mb de informações do dispositivo para o servidor, também em 8 segundos. Quais foram as taxas de transferência, em megabites por segundos, de *download* e *upload* registradas nesse teste?
- 2 O teste apresentado na questão 1 foi realizado seguindo todas as normas e o plano de internet tem taxas de *download* e de *upload* de 10 Mbps e 2 Mbps, respectivamente. No momento do teste, foi entregue uma taxa superior a 80% do valor contratado? Justifique sua resposta.

Utilizando seu computador, Roberta fez o *upload* de um arquivo de 1,25 GB em um serviço de armazenamento em nuvem a uma taxa de transferência de 0,8 Mbps. Em outro momento, ela fez o *download* desse arquivo a uma taxa de 4 Mbps. Qual foi o tempo total gasto, em horas e minutos, com o *upload* e com o *download* desse arquivo?

A Compreendendo o problema

✓ O que se pede no problema?

O tempo total gasto com o *upload* e com o *download* do arquivo.

✓ Quais são os dados do problema?

A quantidade de dados transferidos, a taxa de transferência do *upload* e a taxa de transferência do *download*.

B Organizando as ideias e elaborando um plano

✓ Registrando um possível plano.

Inicialmente, escrevemos a quantidade de dados transferidos em megabites. Em seguida, calculamos o tempo, em segundos, gasto para realizar o *upload* e o *download* do arquivo. Por fim, convertemos o tempo em horas e minutos.

✓ Escolhendo as notações.

- t_u : tempo, em segundos, gasto para realizar o *upload* do arquivo.
- t_d : tempo, em segundos, gasto para realizar o *download* do arquivo.
- t_t : tempo total, em segundos, gasto com o *upload* e o *download* do arquivo.

C Executando o plano

Passo 1

Inicialmente, observe que, da equivalência entre baite (B) e bite (b) ($1 \text{ B} = 8 \text{ b}$), temos:

- $1 \text{ TB} = 8 \text{ Tb}$ • $1 \text{ GB} = 8 \text{ Gb}$ • $1 \text{ MB} = 8 \text{ Mb}$ • $1 \text{ kB} = 8 \text{ kb}$
- terabite gigabite megabite quilobite

Diante dessas equivalências e sabendo que $1 \text{ GB} = 1\,024 \text{ MB}$, convertemos 1,25 gigabite em megabites. Para isso, fazemos:

$$1,25 \text{ GB} = 1,25 \cdot 1\,024 \text{ MB} = 1\,280 \text{ MB} = 1\,280 \cdot 8 \text{ Mb} = 10\,240 \text{ Mb}$$

Note que, para realizar essa conversão, utilizamos as seguintes equivalências: $1 \text{ GB} = 1\,024 \text{ MB}$ e $1 \text{ MB} = 8 \text{ Mb}$.

Passo 2

Utilizando regra de três simples, determinamos o tempo, em segundos, necessário para realizar o *upload* do arquivo.

Quantidade de dados (em Mb)	Tempo (em segundos)
0,8	1
10 240	t_u

$$t_u \cdot 0,8 = 10\,240 \cdot 1$$

$$t_u = \frac{10\,240}{0,8} = 12\,800$$

Assim, o tempo gasto para realizar o *upload* do arquivo foi 12 800 s.

Passo 3

De maneira semelhante, determinamos o tempo, em segundos, gasto para realizar o *download* do arquivo.

Quantidade de dados (em Mb)	Tempo (em segundos)
4	1
10 240	t_d

$$t_d \cdot 4 = 10\,240 \cdot 1$$

$$t_d = \frac{10\,240}{4} = 2\,560$$

Assim, o tempo gasto para realizar o *download* do arquivo foi 2 560 s.

Passo 4

Calculamos o tempo total, em segundos, gasto com o *upload* e o *download* do arquivo. Para isso, fazemos:

$$t_t = t_u + t_d = 12\,800 + 2\,560 = 15\,360$$

Desse modo, o tempo total gasto com o *upload* e o *download* do arquivo foi 15 360 s.

Passo 5

Por fim, escrevemos t_t em horas e minutos.

$$\text{Como } 15\,360 \text{ s} : 60 \text{ s} = 256 \text{ e}$$

$$60 \text{ s} = 1 \text{ min, temos:}$$

$$15\,360 \text{ s} = 256 \cdot 60 \text{ s} = 256 \text{ min} =$$

$$= 240 \text{ min} + 16 \text{ min} = 4 \text{ h} + 16 \text{ min}$$

Portanto, foram gastos, ao todo, 4 h 16 min para realizar o *upload* e o *download* do arquivo.

D Verificando a solução obtida

Para verificar a solução obtida, calculamos as taxas de transferência de *upload* e de *download* desse arquivo. *Se julgar conveniente, questione os alunos sobre outras maneiras de verificar a solução obtida. Uma possível resposta: refazer os cálculos e determinar o tamanho do arquivo com base na medida do tempo obtida e na taxa de transferência para cada etapa.*

- Taxa de transferência de *upload* em megabites por segundo (v_u).

$$v_u = \frac{10\,240}{12\,800} = 0,8$$

- Taxa de transferência de *download* em megabites por segundo (v_d).

$$v_d = \frac{10\,240}{2\,560} = 4$$

Assim, como havíamos calculado na etapa anterior, são necessários 12 800 s e 2 560 s para realizar, respectivamente, o *upload* e o *download* do arquivo.

Verifique se é possível utilizar, com algumas adequações, o plano apresentado na seção **Resolvendo por etapas** para obter a solução de algumas tarefas semelhantes propostas na seção **Exercícios e problemas** deste tópico.

Agora é você quem resolve!

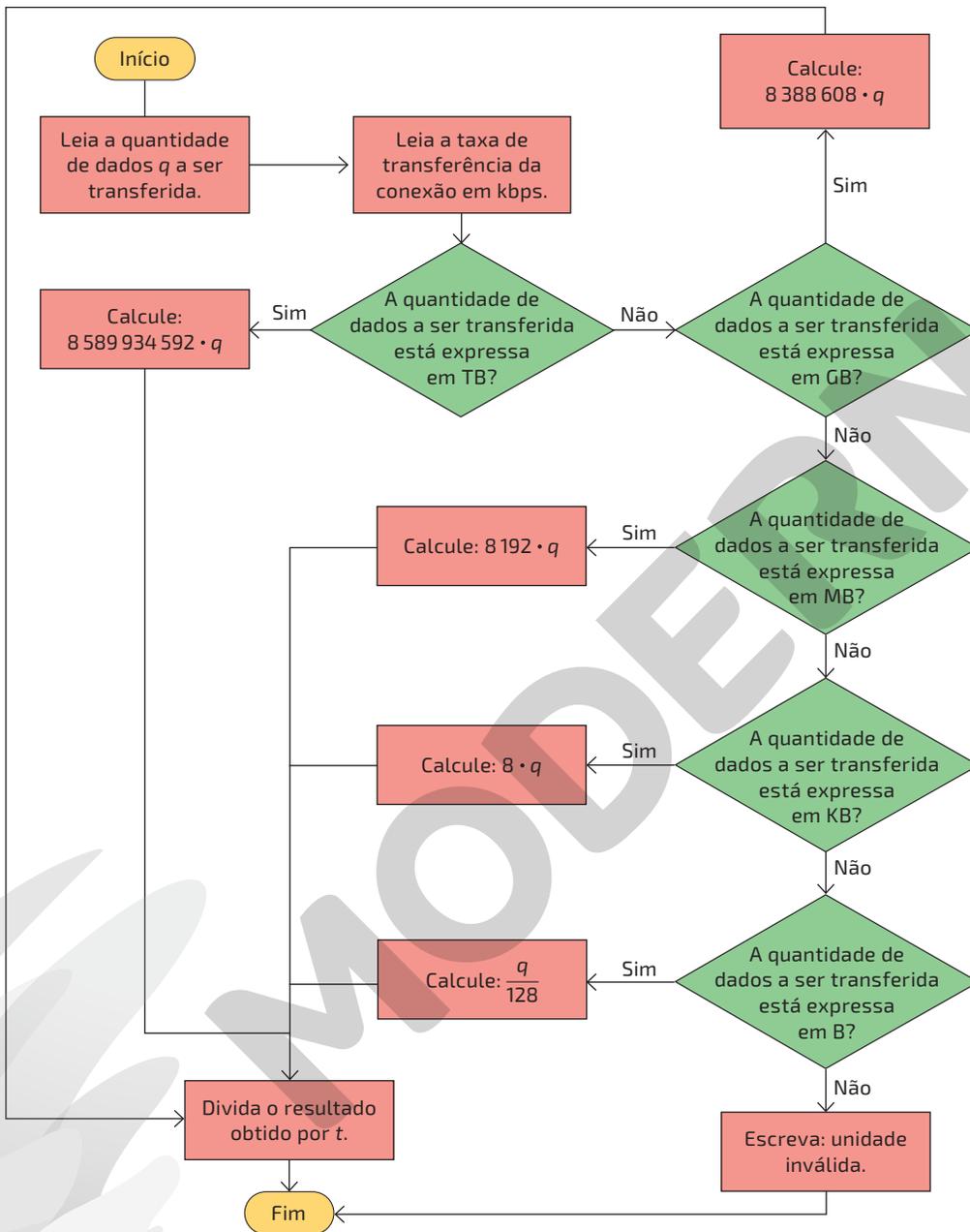
1 Leia o problema.

Pedro salvou três cópias de um arquivo de 4 GB em diferentes dispositivos. Uma cópia ele salvou em um DVD a uma taxa de transferência de 4 Mbps; outra, em um *pen drive* a uma taxa de transferência de 12,8 Mbps, e a última, em um HD a uma taxa de transferência de 32 Mbps. Sabendo que para iniciar uma nova transferência ele concluiu a anterior, determine o tempo total gasto, em horas, minutos e segundos, para salvar essas três cópias.

2 É possível resolver o problema acima utilizando, com algumas adequações, o plano apresentado nesta seção? Qual é a resposta desse problema?

Resposta no Suplemento para o professor.

- 1 O fluxograma a seguir possibilita calcular o tempo necessário, em segundos, para realizar o *download* de certa quantidade de dados, conhecendo a taxa de transferência de *download* em quilobites por segundo.



a) Não, pois, para que seja possível obter o tempo necessário para realizar o *download*, a quantidade de dados deve ser expressa em terabite, gigabite, megabite, quilobite ou bite.

- a) É possível obter, utilizando o fluxograma, o tempo necessário para realizar o *download* se a quantidade de dados estiver expressa em bite? Justifique sua resposta.
- b) No fluxograma, se a quantidade de dados estiver expressa em terabite, é necessário multiplicar o número que expressa essa quantidade por 8 589 934 592. Justifique a necessidade de efetuar essa multiplicação. *Resposta na seção Resolução dos exercícios e problemas do Suplemento para o professor.*
- c) Se a taxa de transferência de *download* é 512 kbps, quantos segundos são necessários para realizar o *download* de um vídeo de 17 MB? **272**
- d) Escreva um algoritmo que possibilite calcular o tempo necessário para realizar o *download* de certa quantidade de dados expressa em terabite ou gigabite, dada a taxa de transferência de *download* em megabites por segundo. Em seguida, organize-o em um fluxograma. *Resposta no final do livro.*

No contexto

- 2** A sigla 4G é utilizada para definir a quarta geração de telefonia móvel. Essa tecnologia trouxe taxas de transferência maiores e as transmissões *on-line* se tornaram comuns. Além de mais rápida, ela permite que mais pessoas se conectem sem perder a qualidade do sinal, isso porque ela prioriza o tráfego de dados na internet, como áudio, texto, vídeo e fotos, e não o tráfego de voz. A geração anterior – tecnologia 3G – trabalha priorizando a transmissão de dados de voz e serviços como navegação de *sites* e uso de aplicativos. O 3G foi responsável por popularizar o acesso à internet móvel no Brasil.

Fonte de pesquisa: <https://www2.ufrb.edu.br/bcet/components/com_chronoforms5/chronoforms/uploads/tcc/20190327163532_2015.2_-_TCC_Itala_Liz_-_Do_1g_Ao_5g_Evolucao_Das_Redes_de_Telefonia_Movel.pdf>. Acesso em: 7 maio 2020.

Veja algumas informações acerca das taxas de transferência de *download* e *upload* da rede 4G no Brasil e no mundo.

Ranking da taxa de transferência média de *download* da rede 4G no Brasil em comparação a outros países em 2018

Ranking	1º	2º	3º	4º	5º	50º
País	Coreia do Sul	Noruega	Canadá	Holanda	Singapura	Brasil
Taxa de transferência (Mbps)	52,4	42,8	42,5	42,4	39,3	13

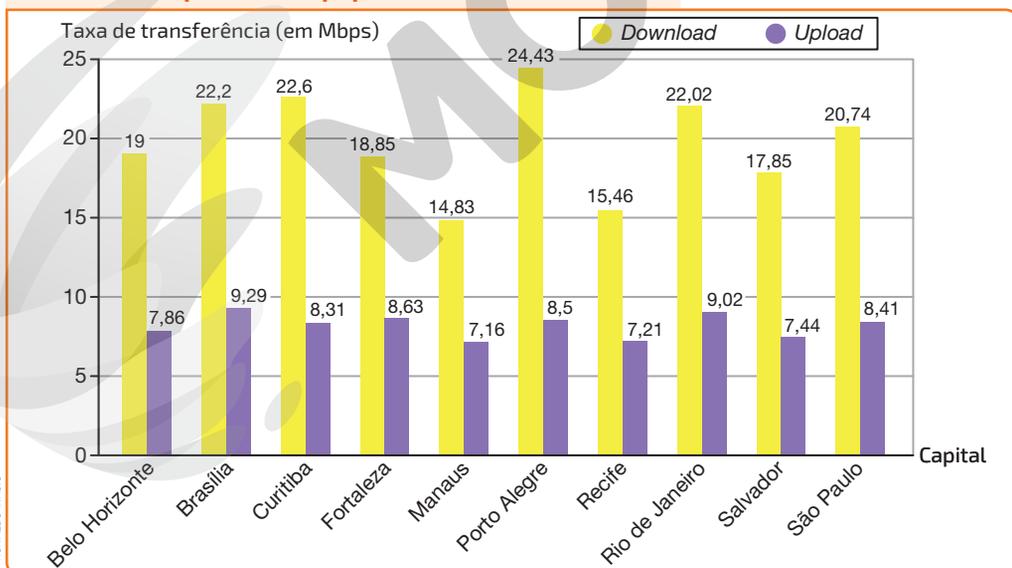
Fonte de pesquisa: <https://www.opensignal.com/sites/opensignal-com/files/data/reports/global/data-2019-05/the_state_of_mobile_experience_may_2019_0.pdf>. Acesso em: 7 maio 2020.

Ranking da taxa de transferência média de *upload* da rede 4G no Brasil em comparação a outros países em 2018

Ranking	1º	2º	3º	4º	5º	50º
País	Dinamarca	Coreia do Sul	Noruega	Singapura	República Tcheca	Brasil
Taxa de transferência (Mbps)	15,3	15,1	14,5	12,9	12,5	4,5

Fonte de pesquisa: <https://www.opensignal.com/sites/opensignal-com/files/data/reports/global/data-2019-05/the_state_of_mobile_experience_may_2019_0.pdf>. Acesso em: 7 maio 2020.

Taxas de transferência médias de *download* e *upload* entre as 10 capitais mais populosas do Brasil em 2018



Fonte de pesquisa: <<https://www.speedtest.net/reports/pt/brazil/#mobile/>>. Acesso em: 2 dez. 2019.

- a) Para fazer o *download* de um arquivo de 2 GB utilizando a rede 4G, quanto tempo, em média, uma pessoa no Brasil leva a mais do que uma pessoa na Coreia do Sul?
aproximadamente 15 min 47 s a mais
- b) Qual é o tempo médio, em horas, minutos e segundos, necessário para realizar o *upload* de um arquivo de 7,5 GB utilizando a rede 4G em São Paulo? E em Belo Horizonte?
aproximadamente 2 h 1 min 46 s; aproximadamente 2 h 10 min 17 s

No contexto

3 Em planos de internet móvel oferecidos por operadoras de telefonia, é possível que a taxa de transferência de *upload* seja menor do que a taxa de transferência de *download*. Essa diferença está regulamentada por lei e se justifica pela necessidade do usuário, que geralmente recebe mais informações do que envia.

Veja a seguir as taxas de transferência máxima de *download* e de *upload* de acordo com os planos oferecidos por certa operadora. *As informações apresentadas na tabela são fictícias.*

Taxa de transferência máxima oferecida pela operadora, em julho de 2010

Conexão	Download	Upload
4,5G	5 Mbps	512 kbps
3G	1 Mbps	128 kbps
2G	60 kbps	16 kbps

Fonte de pesquisa: Operadora de telefonia.

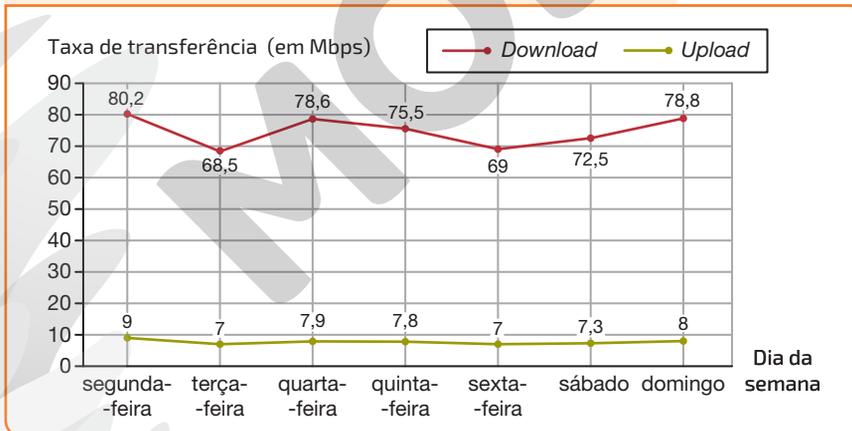
Entre as alternativas apresentadas a seguir, identifique qual é a correta. *alternativa b*

- a) No plano de conexão 4,5G, a taxa de transferência máxima de *upload* é 10% menor do que a de *download*.
- b) No plano de conexão 3G, a taxa de transferência máxima de *upload* é igual a 12,5% da taxa de transferência máxima de *download*.
- c) No plano de conexão 2G, a taxa de transferência máxima de *upload* corresponde a menos do que 16% da taxa de transferência máxima de *download*.
- d) No plano de conexão 2G, a taxa de transferência máxima de *download* é igual a 325% da taxa de transferência máxima de *upload*.
- e) No plano de conexão 3G, a taxa de transferência máxima de *upload* é igual a 10% da taxa de transferência máxima de *download*.

4 O gráfico apresenta as taxas médias de transferência de *download* e de *upload* do computador de Marcelo em alguns dias.

Taxas médias de transferência de *download* e *upload* do computador de Marcelo de 13 a 19 de abril de 2020

As informações apresentadas no gráfico são fictícias.



Fonte de pesquisa: Histórico do computador de Marcelo.

O item c da tarefa 4 propõe aos alunos que elaborem um problema utilizando os conceitos estudados, contribuindo assim para a ampliação do repertório de reflexões e questionamentos a respeito de determinadas situações.

- a) Na terça-feira, Marcelo fez o *download* de um jogo de 40 GB para seu computador.
 - Quanto tempo, em horas, minutos e segundos, foi necessário para realizar esse *download*? *aproximadamente 1 h 19 min 44s*
 - Se Marcelo tivesse feito o *download* desse jogo na quarta-feira, quanto tempo, em horas, minutos e segundos, seria necessário? *aproximadamente 1 h 9 min 29 s*
- b) No sábado, utilizando seu computador, Marcelo “postou” um vídeo de 12 MB em uma de suas redes sociais. Quantos segundos foram necessários para fazer o *upload* desse vídeo? *aproximadamente 13,2 s*
- c) De acordo com os dados apresentados, elabore um problema envolvendo *download* e *upload*. Em seguida, peça a um colega que o resolva. *Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem o problema, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção Exercícios e problemas desse tema e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.*

- 5 Após a instalação de uma rede de internet sem fio, com taxa de transferência máxima de 60 Mbps, Heitor percebeu que o acesso à rede em seu quarto estava com baixo desempenho, obtendo apenas 20% da taxa de transferência máxima disponível. Ao consultar um técnico, Heitor foi informado de que poderia melhorar o acesso à rede em seu quarto utilizando um repetidor de sinal, que é um dispositivo que aumenta a região de cobertura da rede sem fio. Ao pesquisar em uma loja *on-line*, ele encontrou os seguintes modelos.

O repetidor de sinal funciona retransmitindo o sinal que ele recebe. Por isso, deve ser colocado em um local que recebe um bom sinal de internet. Geralmente é colocado em corredores, na metade da distância entre o roteador e o local que se deseja melhorar a qualidade do sinal.

Roteador: aparelho que distribui o acesso à internet entre os dispositivos conectados.



Modelo A

Preço: R\$ 40,00
1 antena interna
Taxa de transferência:
50 Mbps
Alcance: 50 m



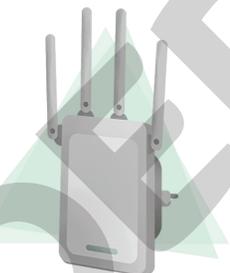
Modelo C

Preço: R\$ 100,00
3 antenas
Taxa de transferência:
100 Mbps
Alcance: 50 m



Modelo B

Preço: R\$ 60,00
2 antenas
Taxa de transferência:
100 Mbps
Alcance: 100 m



Modelo D

Preço: R\$ 500,00
4 antenas
Taxa de transferência:
500 Mbps
Alcance: 300 m

ILUSTRAÇÕES: HELOISA PINTARELLI

- a) Sem instalar um repetidor de sinal, quantos segundos, no mínimo, Heitor levaria para fazer o *download* de um arquivo de 37,5 GB com a taxa de transferência obtida em seu quarto?
25 600 s
- b) O quarto de Heitor fica a uma distância de 37 m do ponto em que ele pretende instalar o repetidor de sinal. Em sua opinião, qual modelo entre os apresentados Heitor deveria comprar?
Resposta pessoal. Espera-se que os alunos optem pelo Modelo B, pois é o mais barato dentre os que transferem os 60 Mbps contratados por Heitor.
- c) Se Heitor instalar o repetidor de sinal que você indicou no item b, quantos segundos seriam necessários para realizar o *download* do arquivo descrito no item a?
A resposta depende da opção escolhida no item b. Caso os alunos escolham os modelos B, C ou D, o tempo necessário será 5 120 s, mas, se escolherem o modelo A, o tempo necessário será 6 144 s.

- 6 Com o avanço da tecnologia, foi possível, por exemplo, aumentar a capacidade de armazenamento e a taxa de transferência de um HD. Além disso, houve uma redução em seu tamanho físico, no ruído gerado e no consumo de energia. Atualmente, mesmo com tecnologias mais rápidas e seguras, o baixo custo de um HD, aliado a seu desempenho, faz com que ele ainda esteja presente em grande parte dos microcomputadores.

- a) A fim de melhorar a taxa de transferência e a capacidade de armazenamento de seu computador, Mariana comprou um novo HD. Para transferir os 360 GB de dados do antigo HD para o novo, ela os conectou, simultaneamente, a seu computador. Sabendo que a taxa de transferência foi de 30 MB por segundo, determine quanto tempo, em horas, minutos e segundos, foi necessário para concluir a transferência.
3 h 24 min 48 s
- b) O HD que Mariana comprou foi anunciado com uma taxa de transferência de 180 MB por segundo. Cite alguns possíveis motivos pelos quais a taxa de transferência descrita no item a foi menor do que a anunciada.
- c) Se a transferência de dados descrita no item a fosse realizada à taxa anunciada na venda do HD, quanto tempo, em horas, minutos e segundos, seria necessário para concluí-la?
0 h 34 min 8 s
- b) Algumas possíveis respostas: a taxa de transferência do HD antigo era menor; as conexões e os cabos não suportaram a taxa de transferência anunciada; o computador estava realizando outras tarefas e, por isso, a taxa de transferência foi reduzida.

7 Nos primeiros computadores pessoais, existia uma grande variedade de cabos e conexões, cada uma com formato e funcionamento diferentes. Com o objetivo de padronizar as conexões entre diferentes dispositivos, foi criada a conexão USB, especificando padrões de formato e funcionamento, que são aprimorados e utilizados até hoje.

USB é a sigla de Universal Serial Bus, que é o termo em inglês para "porta universal".

A primeira versão que se popularizou foi o USB 1.1, com um padrão de funcionamento para todos os dispositivos e dois tipos de conectores, o USB-A e o USB-B.

Nessa versão, lançada em 1998, as taxas de transferência obtidas – máximo de 12 Mbps – eram suficientes para os dispositivos da época. No entanto, com maiores necessidades dos usuários e com o surgimento de concorrentes, foi necessário aprimorar a tecnologia. Atualmente, o padrão USB 1.1 é pouco utilizado.



USB-A



USB-B

USB MINI A

USB MINI B

USB MICRO A

USB MICRO B

Lançado em 2000, o USB 2.0, substituiu o USB 1.1, tem uma taxa de transferência máxima de 480 Mbps. Essa versão foi desenvolvida para ser compatível com o USB 1.1, de forma que tanto cabos quanto dispositivos de gerações diferentes possam ser conectados, sempre utilizando a taxa de transferência da tecnologia mais antiga. Além disso, os conectores foram mantidos e foram criadas as versões mini e micro dos conectores tipo A e tipo B. Devido ao baixo custo e ao bom desempenho, o USB 2.0 é utilizado até os dias atuais, mesmo com o desenvolvimento de novas versões.

Diante de novas demandas, em 2008 foi lançado o USB 3.0. Essa conexão possui uma taxa de transferência máxima de 5 Gbps e possibilita enviar e receber dados ao mesmo tempo, o que não era possível nas gerações anteriores. Além disso, foram criadas duas versões com maiores taxas de transferência: o USB 3.1 (lançado em 2013), com 10 Gbps, e o USB 3.2 (lançado em 2017), com 20 Gbps. Os conectores antigos foram mantidos e foi criado um novo, o USB-C, mantendo a compatibilidade com as gerações anteriores.



USB-C

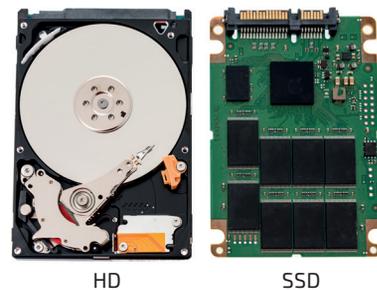
Uma tecnologia em desenvolvimento no ano de 2020 é o USB 4, que utiliza a conexão USB-C. Essa conexão é compatível com as versões anteriores e com diferentes entradas por meio de adaptadores. Além disso, outras tecnologias de transferência devem utilizar a mesma conexão do USB 4, reduzindo custos e aumentando a quantidade de dispositivos conectados. O USB 4 suporta taxas de transferência de até 40 Gbps.

Para resolver o item **b** da tarefa 7, considere a maior taxa de transferência possível.

- a) A taxa de transferência máxima do USB 4 é quantas vezes maior do que a taxa de transferência máxima do USB 1.1? **aproximadamente 3 413 vezes**
- b) Um arquivo de vídeo de 10 GB, armazenado em um *pen drive* com tecnologia USB 3.0, será transferido para um computador. Determine quantos segundos serão necessários para concluir essa transferência com o *pen drive* conectado a uma entrada com a tecnologia:
- USB 2.0. **aproximadamente 171 segundos**
 - USB 3.0. **16 segundos**
 - USB 3.1. **8 segundos**

HELOISA PINTARELLI

- 8** O SSD é um dispositivo de armazenamento de dados. Diferentemente do HD, o SSD não possui partes móveis, permitindo, por exemplo, melhores taxas de transferência, maior resistência a falhas mecânicas e menor consumo de energia. Com todas essas vantagens, o principal motivo que impede o SSD de se tornar o dispositivo mais utilizado é seu custo, que é alto, se comparado ao de um HD de mesma capacidade de armazenamento.



HD

SSD

A fim de verificar o desempenho de um SSD em relação ao de um HD, Jorge realizou duas transferências de um mesmo arquivo: a 1ª de um SSD para outro e a 2ª de um SSD para um HD. Os tempos gastos na 1ª e na 2ª transferências foram, respectivamente, 40 s e 10 min 37 s.

- Sabendo que na 1ª transferência a taxa foi 510 Mbps, determine quantos gigabites tem o arquivo transferido. **aproximadamente 2,49 GB**
- Qual foi a taxa de transferência realizada entre o SSD e o HD? **aproximadamente 32 Mbps**
- Sabendo que o SSD utilizado na experiência realizada por Jorge custa cinco vezes mais do que um HD de mesma capacidade, qual dispositivo, em sua opinião, é mais vantajoso para o uso em computadores pessoais? **Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que o tipo de dispositivo mais vantajoso depende das necessidades do usuário.**

SSD é a sigla de Solid State Drive, que é o termo em inglês para "unidade de estado sólido".

- 9** Embora as transmissões via satélite sejam cada vez mais eficientes, a maior parte das comunicações entre os continentes acontece por meio de cabos de transferência situados no fundo dos oceanos, que permitem uma comunicação mais rápida, segura e barata. Essa grande rede de cabos submarinos também vem sendo aprimorada com a criação de novas tecnologias e a instalação de novos cabos. Veja a seguir o trecho de uma notícia de janeiro de 2017.

Um grupo de pesquisadores e engenheiros do São Paulo Research and Analysis Center (Sprace) e do Núcleo de Computação Científica (NCC) da Universidade Estadual Paulista (Unesp), em colaboração com colegas da Academic Network of São Paulo (Rede ANSP) – todos apoiados pela Fapesp –, do Americas Pathways (AmPATH) e do California Institute of Technology (Caltech), dos Estados Unidos, conseguiu estabelecer um novo recorde de transmissão de dados entre os hemisférios Sul e Norte e vice-versa.

Em um primeiro experimento, eles transferiram dados do *datacenter* do NCC da Unesp, em São Paulo, para Miami, nos Estados Unidos, com grande estabilidade e por um período de 17 horas, a uma taxa de, aproximadamente, 85 Gigabits por segundo (Gbps) – uma capacidade de transmissão 8,5 mil vezes maior do que a da banda larga de internet de uso doméstico no Brasil, de até 10 megabits por segundo (Mbps).

Pouco tempo depois, em um novo experimento realizado no sentido contrário, conseguiram transferir dados durante uma hora a partir de Miami para o Sprace – cujos sistemas estão instalados no NCC – a uma taxa média de 96,56 Gbps, com pico de 97,56 Gbps e sempre acima de 95,86 Gbps – equivalente a quase 10 mil vezes a capacidade de transmissão da banda larga de internet de uso doméstico no Brasil.

[...]

ALISSON, Elton. Novo recorde de transmissão de dados pela internet entre hemisférios é estabelecido. *Agência Fapesp*, São Paulo, 20 jan. 2017. Disponível em: <<https://agencia.fapesp.br/novo-recorde-de-transmissao-de-dados-pela-internet-entre-hemisferios-e-estabelecido/24650/>>. Acesso em: 5 fev. 2020.

- Considerando o primeiro experimento apresentado na notícia, quantos terabites foram transferidos durante o período do teste? **aproximadamente 635 TB**
- Quantos megabites foram transferidos, em média, a cada segundo durante a realização do segundo teste? Quanto tempo, em horas e minutos, seria necessário para transferir essa quantidade de dados utilizando a taxa máxima da banda larga de internet de uso doméstico no Brasil? **98 877,44 Mb; aproximadamente 2 h 45 min**
- Faça uma pesquisa sobre os recordes de transmissão de dados obtidos atualmente em cabos submarinos no mundo todo e compare com os resultados apresentados na notícia. **Resposta pessoal.**

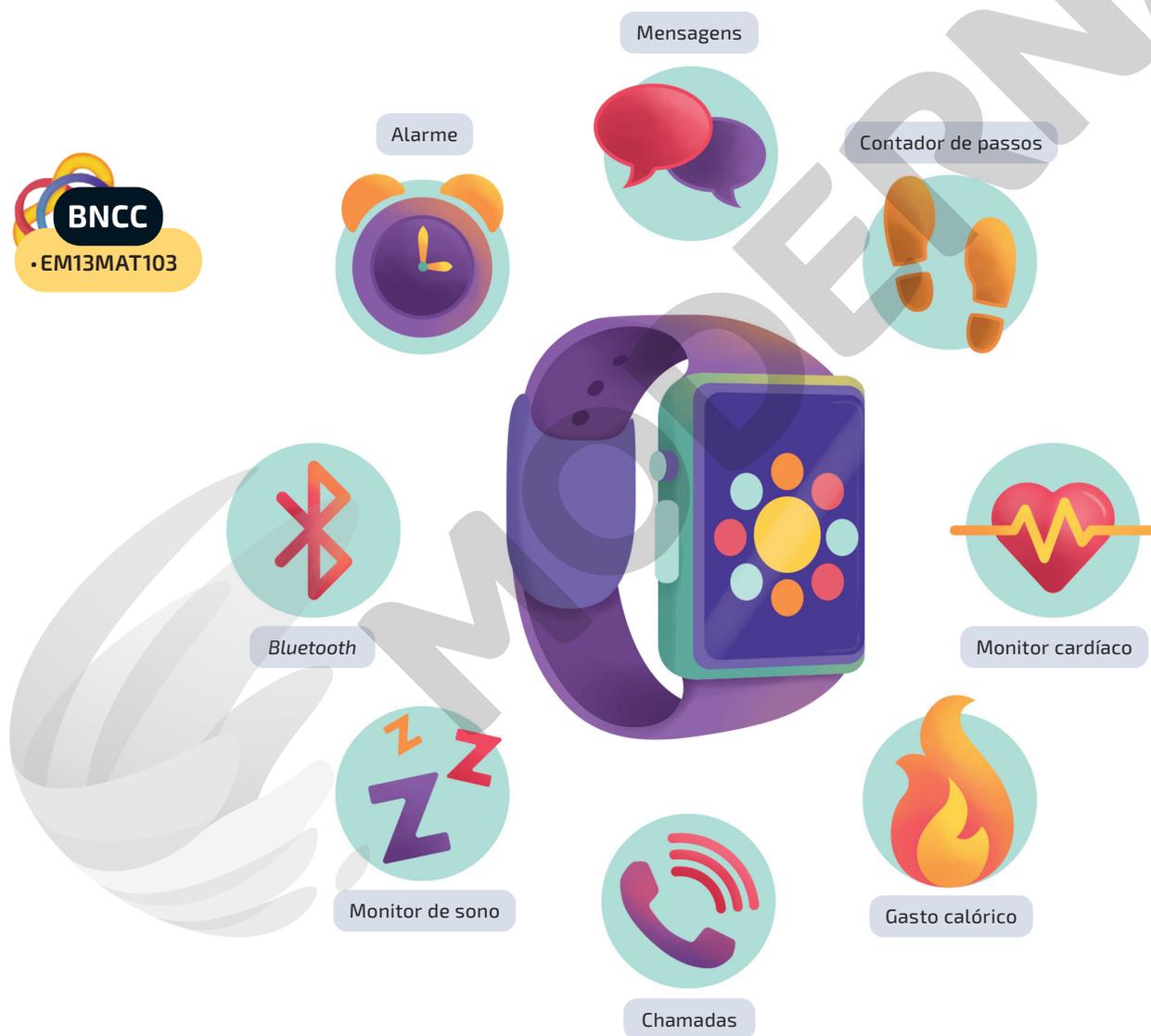
10

Velocidade de processamento

Como funciona um *smartwatch*

As *wearables*, ou tecnologias vestíveis, são produtos que têm despertado interesse de uma parte significativa dos consumidores. Entre eles, os mais populares atualmente são os *smartwatches*.

Um *smartwatch*, em geral, integra relógio e *smartphone*, possibilitando ao usuário receber notificações de redes sociais, realizar ou atender ligações, efetuar cálculos e traduções e, ainda, reproduzir arquivos de áudio e vídeo. Além disso, alguns modelos mais recentes oferecem recursos de monitoramento cardíaco, contador de passos e lembretes de atividades físicas diárias.



Oriente os alunos a escrever as respostas no caderno.

- A** Além dos *smartwatches*, que outras *wearables* você conhece? Resposta pessoal. Possíveis respostas: roupas inteligentes ou com luz de LED, *smart belt*, *smart glasses*.
- B** Tendo oportunidade de comprar um *smartwatch*, que critérios você utilizaria em sua escolha? Resposta pessoal. Possíveis respostas: questões visuais e estéticas, tamanho, preço, quantidade e tipos de funcionalidades oferecidas, velocidade de processamento (sendo esse o assunto a ser detalhado no capítulo).

Algumas funcionalidades de outros wearables

Além do *smartwatch*, outros *wearables* são utilizados atualmente, como o *smart glasses*, o *smart ring* e as roupas e calçados inteligentes.

Smart glasses

Com uma pequena tela na lente dos óculos, localizada acima de um dos olhos, o *smart glasses* possibilita misturar a visão humana com o mundo virtual. As informações exibidas na lente dos óculos permitem ao usuário, por exemplo, fazer fotos e vídeos, navegar pelas redes sociais, usar o GPS e ver a previsão do tempo.



Roupas inteligentes

Produzidas por meio de nanotecnologias, as roupas inteligentes são capazes de, por exemplo, conduzir eletricidade, ajudar no equilíbrio térmico, proteger de raios ultravioleta, impedir a reprodução de bactérias, promover a impermeabilidade dos tecidos ao repelir líquidos e detectar armas químicas.

Smart ring

Com um *smart ring*, ou anel inteligente, muitos recursos tecnológicos ficam à disposição do usuário. Ele pode, por exemplo, investigar atividades corporais, como o sono, a atividade cardíaca e a frequência de pulsação. Além disso, permite realizar pagamentos se estiver pareado via *bluetooth* com determinado terminal, desbloquear fechaduras e até mesmo controlar eletrodomésticos com gestos.



Calçados inteligentes

Pareado ao *smartphone*, os calçados inteligentes são destinados a corredores, ciclistas e turistas que precisam de orientações de localização, vibrando para avisar ao usuário as coordenadas de um destino predefinido.



FOTOMONTAGEM DE MAURICIO PLANEL. FOTOS: 1.ROMARIOEIEN/SHUTTERSTOCK; 2.EVARA/SHUTTERSTOCK; 3.PS_2/SHUTTERSTOCK; 4.MR.MIKLA/SHUTTERSTOCK; 5.MARIDAV/SHUTTERSTOCK; 6.MARIDAV/SHUTTERSTOCK; 7.RANGZZZ/SHUTTERSTOCK; 8.TCHARTS/SHUTTERSTOCK; 9.24NOVEMBERS/SHUTTERSTOCK; 10.MICROONE/SHUTTERSTOCK; 11.STARLINE/SHUTTERSTOCK

Um dos aspectos que diferencia os vários recursos tecnológicos de nosso dia a dia é sua CPU e, conseqüentemente, sua capacidade de processamento, assunto que será estudado nas próximas páginas.

CPU: sigla de Central Processing Unit, que é o termo em inglês para Unidade Central de Processamento.



Processador de CPU.

Medindo velocidade de processamento

Vimos anteriormente que um dos aspectos que diferencia os vários modelos de produtos tecnológicos disponíveis no mercado é sua CPU. Chamada muitas vezes de microprocessador ou processador, esse componente eletrônico é responsável por executar os programas. Quanto maior a capacidade de processamento da CPU, mais rápido os programas serão executados.

Geralmente, a capacidade de processamento da CPU é medida em **mega-hertz** (MHz) ou em **giga-hertz** (GHz), que são múltiplos do **hertz** (Hz). Essas unidades indicam a quantidade de ciclos por segundo que o componente eletrônico consegue processar.

Veja no quadro a quantidade de ciclos correspondente a cada uma dessas unidades de medida.

Diante dessas correspondências, temos as seguintes equivalências:

Medida	Ciclos por segundo
1 hertz (Hz)	1
1 mega-hertz (MHz)	1 000 000
1 giga-hertz (GHz)	1 000 000 000

- 1 GHz = 1 000 MHz
- 1 GHz = 1 000 000 000 Hz
- 1 MHz = 1 000 000 Hz

Os processadores são utilizados em aparelhos como computadores, smartphones, tablets, smartwatches e videogames.

Exercícios e problemas resolvidos

- R1** A CPU do *notebook* de Marina tem uma capacidade de processamento de 3,8 GHz.
- Escreva a capacidade de processamento da CPU do *notebook* de Mariana em mega-hertz.
 - Quantos ciclos por segundo a CPU do *notebook* de Mariana consegue processar?

Resolução

- a) Como 1 GHz = 1 000 MHz, temos:

$$3,8 \text{ GHz} = 3,8 \cdot 1\,000 \text{ MHz} = 3\,800 \text{ MHz}$$

Portanto, esse *notebook* tem CPU com 3 800 MHz de capacidade de processamento.

- b) Sabemos que 1 GHz corresponde a 1 000 000 000 ciclos por segundo. Assim:

$$3,8 \cdot 1\,000\,000\,000 \rightarrow 3\,800\,000\,000 \text{ ciclos por segundo}$$

Portanto, a CPU desse *notebook* consegue processar 3 800 000 000 ciclos por segundo.

Exercícios e problemas

Anote as respostas no caderno.

- Quantos ciclos por segundo correspondem à frequência de uma CPU de:
 - 3,2 GHz? $3\,200\,000\,000$ ciclos por segundo
 - 770 MHz? $770\,000\,000$ ciclos por segundo
 - 2,4 GHz? $2\,400\,000\,000$ ciclos por segundo
- Copie os itens em seu caderno, substituindo cada \bullet pelo número adequado.
 - 440 Hz = \bullet MHz $\frac{0,00044}{4,4 \cdot 10^{-4}}$, ou
 - 52 MHz = \bullet GHz $0,052$
 - 64 GHz = \bullet Hz $\frac{64\,000\,000\,000}{6,4 \cdot 10^{10}}$, ou
 - 518 MHz = \bullet Hz $\frac{518\,000\,000}{5,18 \cdot 10^8}$
 - 35 700 Hz = \bullet GHz
 - 683 GHz = \bullet MHz $\frac{683\,000}{6,83 \cdot 10^5}$

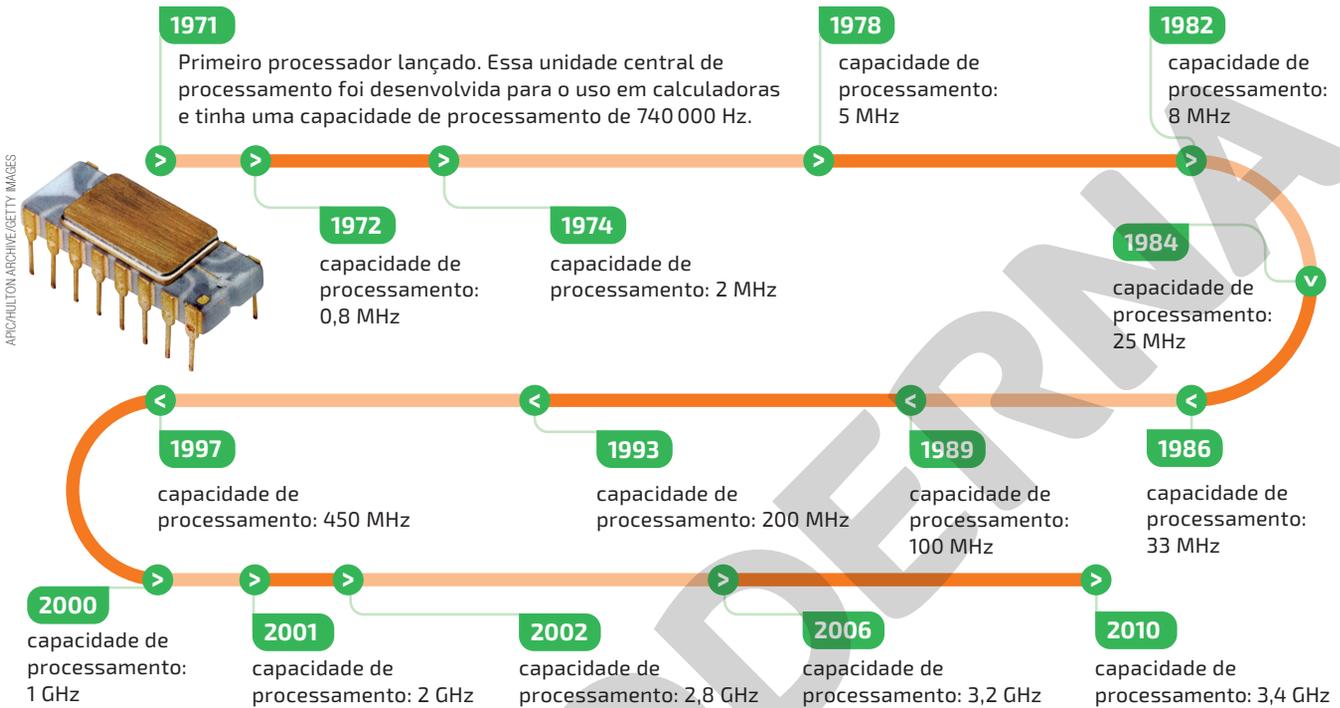
2. e) $0,0000357$ ou $3,57 \cdot 10^{-5}$

No contexto

- Certa fabricante de *smartwatches* sabe que o processador do dispositivo deve possuir uma capacidade de processamento suficiente para realizar todas as funções disponíveis. Após avanços tecnológicos, essa fabricante disponibilizou no mercado uma nova versão de *smartwatch*, com capacidade de processamento 20% maior do que a capacidade da versão anterior. Sabendo que essa nova versão tem 180 MHz a mais do que a versão anterior, determine sua capacidade de processamento, em giga-hertz. **1,08 GHz**

4 A CPU do *smartphone* atual de Aline processa 1 400 000 000 ciclos por segundo. Insatisfeita com o desempenho de seu dispositivo, ela pretende trocá-lo por um *smartphone* que tenha uma capacidade de processamento igual ao dobro da atual. De quantos giga-hertz deve ser a CPU desse novo *smartphone*? **2,8 GHz**

5 Os processadores nem sempre foram como os que utilizamos atualmente. Os processadores desenvolvidos totalmente em circuitos integrados e em um único *chip* surgiram somente na década de 1970. Depois de 1971, foram lançados diversos modelos, porém a busca por maior capacidade de processamento continua, e novas tecnologias estão por vir. Veja no esquema um pouco de como ocorreu a evolução na capacidade de processamento dos processadores de 1971 até 2010.



Fonte de pesquisa: <<https://itforum365.com.br/colunas/a-fantastica-evolucao-dos-processadores-intel-em-45-anos/>>. Acesso em: 7 maio de 2020.

- A frequência do processador lançado em 1971 correspondia a quantos ciclos por segundo? E a do processador lançado em 2010? **740 000 ciclos por segundo; 3 400 000 000 ciclos por segundo**
- Qual é a diferença entre a quantidade de ciclos por segundo correspondente à frequência do processador lançado em 2000 e a do lançado em 1974? **998 000 000 ciclos por segundo**
- Faça uma pesquisa a fim de determinar se foram lançados novos processadores com maiores capacidades de processamento. Converse com os colegas e o professor a respeito desse assunto. **Resposta pessoal.**

6 Veja as configurações de dois modelos de *tablet* anunciados em uma loja.

MODELO 1	MODELO 2
Processador: 2,2 GHz	Processador: 1,4 GHz
Tela: 10,5"	Tela: 8"
Conexão: 4G/Wi-Fi	Conexão: 3G/4G/Wi-Fi
Capacidade de armazenamento: 128 GB	Capacidade de armazenamento: 32 GB

- A capacidade de processamento do modelo 1 é quantos por cento maior do que a do modelo 2? **aproximadamente 57,1%**
- Qual é a diferença, em megabites, entre a capacidade de armazenamento do modelo 1 e a do modelo 2? **98 304 MB**

7 Os supercomputadores possuem uma grande capacidade de processamento. Eles são construídos para diversas aplicações que exigem cálculos complexos e tarefas intensivas, como previsão do tempo, pesquisas climáticas, simulações físicas e resolução de problemas com alta precisão numérica. Por ter milhares de processadores, a capacidade de processamento de um supercomputador é expressa em *flop/s*, que indica a quantidade de operações de **ponto flutuante** por segundo que ele consegue realizar.

Ponto flutuante: número real representado em um computador.

Veja no quadro os múltiplos do *flop/s* mais utilizados e a quantidade de operações de ponto flutuante por segundo correspondente a cada um deles.

Unidade de medida	Quantidade de operações de ponto flutuante por segundo
<i>Megaflop/s</i>	1 000 000
<i>Gigaflop/s</i>	1 000 000 000
<i>Teraflop/s</i>	1 000 000 000 000
<i>Petaflop/s</i>	1 000 000 000 000 000

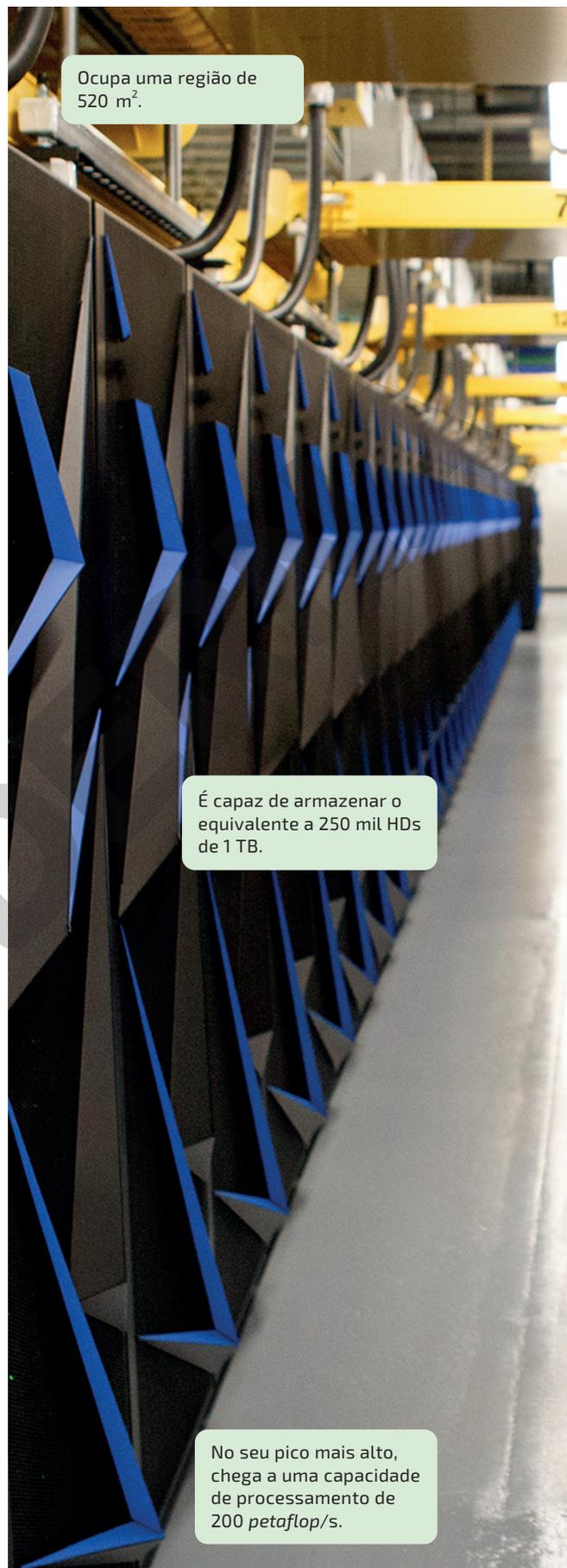
Com o passar dos anos, foram construídos diversos supercomputadores que disputavam e disputam o primeiro lugar do *ranking* de “supercomputador mais rápido do mundo”. Em novembro de 2019, de acordo com o projeto *Top 500*, uma lista com os 500 supercomputadores mais potentes do mundo, o computador mais rápido era o Summit.

O primeiro supercomputador tinha a capacidade de processamento de 3 milhões de operações de ponto flutuante por segundo e manteve a fama de ser o supercomputador mais rápido do mundo até 1968.

Porém, outros computadores já ocuparam esse posto. Por exemplo, com uma capacidade de processamento de 70,72 *teraflop/s*, o BlueGene/L ocupou a 1ª posição da lista *Top 500* publicada em novembro de 2004.



Supercomputador BlueGene/L, em Nova York, EUA, em 2010.



Ocupa uma região de 520 m².

É capaz de armazenar o equivalente a 250 mil HDs de 1 TB.

No seu pico mais alto, chega a uma capacidade de processamento de 200 *petaflop/s*.

Supercomputador Summit, em Oak Ridge, EUA, 2019.

Possui 37 mil processadores.

Para resfriar seus 37 mil processadores, são necessários 15 mil litros de água por minuto.

Auxilia em pesquisas médicas relacionadas ao câncer e a estudos sobre a doença de Alzheimer, identificando padrões e evoluções.

Na publicação de novembro de 2007 da *Top 500*, o BlueGene/L ainda ocupava a 1ª posição. Nesse ano, sua capacidade de processamento chegou a 478,2 *teraflop/s*. Já na publicação de junho de 2011, o K Computer, com uma capacidade de processamento de 8,16 *petaflop/s*, assumiu a 1ª posição. Fato que se repetiu na publicação de novembro de 2011, quando alcançou a marca de 10,51 *petaflop/s*.

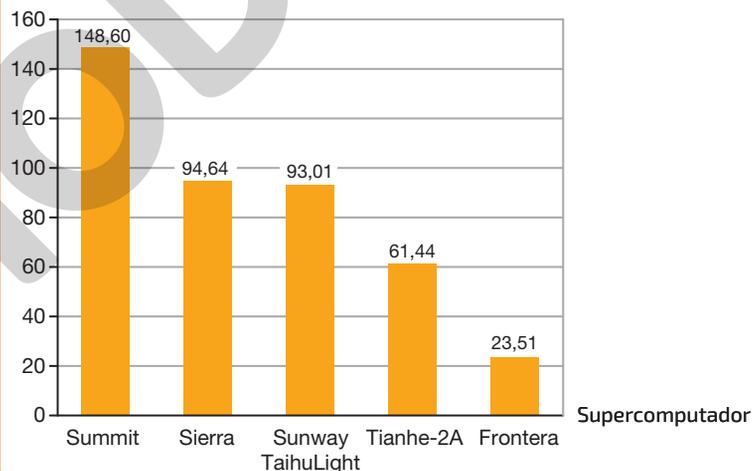


Supercomputador K Computer, em Kobe, Japão, em 2011.

Observe o gráfico a seguir e as informações da atividade e responda às questões.

Cinco supercomputadores com as maiores capacidades de processamento do mundo, em novembro de 2019

Capacidade de processamento (em *petaflop/s*)



Fonte de pesquisa: <<https://www.top500.org/lists/top500/2019/11/>>. Acesso em: 18 dez. 2019.

- Em seu pico mais alto, quantas operações de ponto flutuante o Summit pode fazer em 1 minuto? $1,2 \cdot 10^{19}$ operações
- Qual supercomputador possui a maior capacidade de processamento: Sierra ou Frontera? Justifique sua resposta. **Sierra, pois $94,64 > 23,51$.**
- Qual é a diferença, em *teraflop/s*, entre as capacidades de processamento do BlueGene/L em 2004 e em 2007? **$407,48$ *teraflop/s***

11

Porcentagem

Meio circulante

Você já parou para pensar como eram as relações comerciais quando não existia o dinheiro? Por muitos séculos, as pessoas utilizavam o escambo quando precisavam de alguma mercadoria, ou seja, para conseguir um produto, tinham de oferecer algo em troca a outro negociante, que, por sua vez, precisava estar disposto a realizar o câmbio. Essa necessidade mútua entre negociantes complicava, em muitos casos, as transações. Foi de situações como essas que surgiram as primeiras moedas.

No mundo, existem diversas moedas, como o real no Brasil, o iene no Japão e o dólar nos Estados Unidos.

No Brasil, a fabricação das cédulas e moedas do real é de responsabilidade da Casa da Moeda do Brasil (CMB), que também controla o meio circulante nacional, correspondente a cédulas e a moedas metálicas.

Escambo: troca de mercadorias sem uso de moeda.



É possível consultar o valor do meio circulante em determinada data no *site* do Banco Central do Brasil. Essa informação está disponível em: <<https://www3.bcb.gov.br/mec-circulante/>>. Acesso em: 12 set. 2020.

No dia 14 de outubro de 2019, por exemplo, o meio circulante nacional era R\$ 247 711 942 359,96, distribuídos da seguinte maneira:

Cédulas



Quantidade: 6 418 220 335
cédulas
Valor: R\$ 240 741 737 322,00

Moedas (comuns e comemorativas)

IMAGENS: BANCO CENTRAL DO BRASIL



Quantidade: 26 774 168 830
moedas
Valor: R\$ 6 970 205 037,96

Fonte de pesquisa: <<https://www3.bcb.gov.br/mec-circulante/>>. Acesso em: 12 set. 2020.

Oriente os alunos a escrever as respostas no caderno.

- A** Antes do surgimento das moedas, em geral, como eram feitas as transações de mercadorias? *Por meio de trocas, também chamadas escambos.*
- B** O que é o meio circulante nacional? *Espera-se que os alunos respondam que são as cédulas e moedas metálicas que estão em poder público e na rede bancária.*
- C** Em 14 de outubro de 2019, havia uma quantidade maior de cédulas ou de moedas de real em circulação no Brasil? Em relação a valor monetário, nesse mesmo dia, a quantia em circulação era maior em cédulas ou em moedas? Analise e compare suas respostas. *moedas; cédulas*

Ao analisar as respostas do item C, espera-se que os alunos percebam que, mesmo com uma quantidade menor em circulação, quando comparado à de moedas, havia maior valor monetário em cédulas no meio circulante. Isso ocorre por causa dos valores correspondentes de cada cédula e moeda em circulação.

A população também tem uma parcela de responsabilidade em colocar as moedas em circulação, bem como zelar pelo dinheiro, cuidando das cédulas para evitar que elas fiquem manchadas, rasgadas ou desfiguradas.

Além disso, para ter uma vida financeira saudável, é preciso conhecer alguns elementos da Matemática financeira, assunto que será introduzido neste tema e aprimorado em temas posteriores.

FOTOMONTAGEM DE MAURICIO PLANEL. FOTOS: 1.VIK Y/SHUTTERSTOCK; 2.EGROY/SHUTTERSTOCK; 3.VIRTU STUDIO/SHUTTERSTOCK; 4.LIGHTFIELD STUDIOS/SHUTTERSTOCK; 5.KLETR/SHUTTERSTOCK; 6.LJUPCO SMOKOVSKI/SHUTTERSTOCK; 7.VARUNA/SHUTTERSTOCK; 8.ERIC ISSELEE/SHUTTERSTOCK; 9.ERIC ISSELEE/SHUTTERSTOCK; 10.KONSTANTIN FARAKTINOV/SHUTTERSTOCK; 11.EMERSON ANDRE/SHUTTERSTOCK; 12.RICHARD PETERSON/SHUTTERSTOCK; 13.JAMES PINTAR/SHUTTERSTOCK; 14.DREAMERVE/SHUTTERSTOCK; 15.LIFETIMESTOCK/SHUTTERSTOCK; 16.OKNOART/SHUTTERSTOCK; 17.MICHAELJUNG/SHUTTERSTOCK; 18.EL SAR/SHUTTERSTOCK; 19.CHON PHOTO/SHUTTERSTOCK; 20.MERANNV/SHUTTERSTOCK; 21.LJUPCO SMOKOVSKI/SHUTTERSTOCK; 22.MICHAELJUNG/SHUTTERSTOCK; 23.GDVCOM/SHUTTERSTOCK; 24.GUAS/SHUTTERSTOCK; 25.RANGZZZ/SHUTTERSTOCK; 26.POLKADOT_PHOTO/SHUTTERSTOCK; 27.RED TIGER/SHUTTERSTOCK; 28.MIRIAM DOERF MARTIN FROMMHERZ/SHUTTERSTOCK; 29.COMICSANS/SHUTTERSTOCK

Estudando Matemática financeira

Utilizar o dinheiro de maneira adequada, sabendo gastar mensalmente uma quantia menor do que a que se ganha, e poupar alguma parte dessa remuneração são ações importantes para uma vida financeira equilibrada. Nesse sentido, estudar porcentagem, acréscimo, desconto e juro, que são alguns elementos que compõem a chamada Matemática financeira, é fundamental.

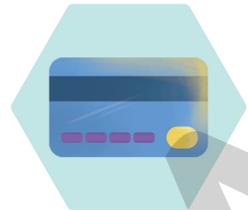
Observe algumas situações envolvendo a Matemática financeira.



Quando tomamos um empréstimo, temos de pagar juro e outras despesas.



Quando compramos um produto, podemos obter descontos pagando à vista, ou acréscimos, pagando a prazo.



O não pagamento do valor total da fatura do cartão de crédito pode ocasionar uma grande dívida, uma vez que a taxa de juro, nesse caso, costuma ser alta.

ILUSTRAÇÕES: HELOISA PINTARELLI



Ao pouparmos e realizarmos aplicações financeiras, costumamos receber juros.



Podemos frequentar um curso universitário em uma instituição particular fazendo um financiamento estudantil.

Neste tema, estudaremos várias situações envolvendo Matemática financeira. Antes, porém, vamos relembrar alguns conceitos relacionados à porcentagem.

Estudando porcentagem

Provavelmente você já estudou em anos anteriores assuntos envolvendo porcentagem. Leia a informação a seguir.

Segundo o Comitê Gestor da Internet no Brasil, em 2018, 42 em cada 100 domicílios brasileiros possuíam computador.

Fonte de pesquisa: <http://data.cetic.br/cetic/explore?idPesquisa5TIC_DOM>. Acesso em: 11 set. 2019.

A relação “42 em cada 100” pode ser representada por uma fração cujo denominador é igual a 100, isto é, $\frac{42}{100}$, que também pode ser representada na forma decimal ou na forma percentual.

$$\frac{42}{100} = 0,42 = 42\%$$

↑
lê-se: “quarenta e dois por cento”

A razão entre um número real x e o número 100, indicado por $x\%$, é denominada porcentagem ou taxa percentual.

Exemplo 1

Em uma sala de aula do 3º ano do Ensino Médio há 25 alunos, e, desses, 12 são do sexo masculino. Como dos 25 alunos 12 são do sexo masculino, obtemos a fração $\frac{12}{25}$. Para descrever essa fração na forma percentual, podemos:

- escrever uma fração equivalente com denominador igual a 100.

$$\frac{12}{25} = \frac{12 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{48}{100} = 48\%$$

- escrevê-la na forma decimal.

$$\frac{12}{25} = 0,48 = 48\%$$

- utilizar regra de três simples.

$$\frac{12}{25} = \frac{x}{100} \Rightarrow 25x = 1\ 200 \Rightarrow x = 48$$

Portanto, a taxa percentual de alunos do sexo masculino dessa sala é 48%.

No 1º caso do exemplo 1, foi simples obter a fração

equivalente a $\frac{12}{25}$ com

denominador 100. No entanto, isso nem sempre acontece. Dessa maneira, diga aos alunos que o modo mais conveniente para se obter a taxa percentual vai depender da situação.

Exemplo 2

O tanque de combustível de um carro, que tem capacidade para 45 l, estava cheio. Desse total, foram consumidos 18 l. Podemos determinar a taxa percentual do combustível consumido da seguinte maneira.

Como 18 l de 45 l foram consumidos, escrevemos a fração $\frac{18}{45}$. Assim:

$$\frac{18}{45} = 0,4 = \frac{40}{100} = 40\%$$

Portanto, a taxa percentual do combustível consumido é 40%.

Para escrever a fração $\frac{18}{45}$ na forma percentual nesse caso, também poderíamos escrever uma fração equivalente com denominador igual a 100 ou utilizar regra de três simples.

Exemplo 3

José vai pagar a taxa de condomínio do prédio onde mora, que esse mês é R\$ 512,00, antes do vencimento, obtendo um desconto de 8% sobre esse valor. Podemos calcular o valor do condomínio que José irá pagar da seguinte maneira.

- Calculamos, inicialmente, quantos reais correspondem a 8% do valor do condomínio.

$$8\% \text{ de } 512, \text{ ou seja, } \frac{8}{100} \cdot 512 = 0,08 \cdot 512 = 40,96$$

Subtraindo o valor obtido da taxa de condomínio:

$$512 - 40,96 = 471,04$$

- Outra maneira de obter a taxa de condomínio com desconto é considerar R\$ 512,00 como 100%. Com o desconto, o valor passa a ser $100\% - 8\% = 92\%$. Realizando o cálculo, temos:

$$92\% \text{ de } 512, \text{ ou seja, } \frac{92}{100} \cdot 512 = 0,92 \cdot 512 = 471,04$$

Portanto, José irá pagar R\$ 471,04 de condomínio com o desconto.

Exemplo 4

Fernanda pagou R\$ 375,00 em uma prestação do financiamento de sua motocicleta, o que corresponde a 12% de seu salário. Podemos calcular o valor do salário de Fernanda da seguinte maneira.

Indicando por s o salário de Fernanda, temos:

$$12\% \text{ de } s, \text{ ou seja, } \frac{12}{100} \cdot s = 375 \Rightarrow 12s = 37\ 500 \Rightarrow s = \frac{37\ 500}{12} \Rightarrow s = 3\ 125$$

Portanto, o salário de Fernanda é R\$ 3 125,00.

Exemplo 5

Certo eletrodoméstico teve um reajuste de 3%, passando a custar R\$ 590,00. Podemos calcular o valor desse eletrodoméstico antes do reajuste da seguinte maneira.

Indicando por x o preço do eletrodoméstico antes do reajuste, temos:

$$x + 3\%x = 590 \Rightarrow x + \frac{3}{100}x = 590 \Rightarrow \frac{103}{100}x = 590 \Rightarrow x = \frac{59\,000}{103} \Rightarrow x \approx 572,82$$

Portanto, o preço do eletrodoméstico antes do reajuste era aproximadamente R\$ 572,82.

- R1** A mensalidade de um curso de inglês no mês de setembro era R\$ 360,00. No mês seguinte, o valor da mensalidade sofreu um acréscimo de 9%. Qual o valor da mensalidade após o acréscimo?

Resolução

Podemos calcular o valor da mensalidade após o acréscimo de duas maneiras.

- **1ª maneira:** calculamos 9% do valor da mensalidade antes do acréscimo e, em seguida, adicionamos o valor obtido ao da mensalidade de setembro.

$$9\% \text{ de } 360, \text{ ou seja, } \frac{9}{100} \cdot 360 = 0,09 \cdot 360 = 32,4$$

$$360 + 32,4 = 392,4$$

- **2ª maneira:** consideramos o valor da mensalidade antes do acréscimo como 100%, que, então, após o acréscimo passou a ser $100\% + 9\% = 109\%$. Por fim, calculamos 109% do valor antes do acréscimo.

$$109\% \text{ de } 360, \text{ ou seja, } \frac{109}{100} \cdot 360 = 1,09 \cdot 360 = 392,4$$

Portanto, o valor da mensalidade após o acréscimo é R\$ 392,40.

- R2** Márcia paga mensalmente uma prestação correspondente a 5% do seu salário. Em certo mês, a prestação teve um desconto de 2,8%, e o salário de Márcia, um acréscimo de 8%. Nesse mês, a qual porcentagem do salário de Márcia correspondeu a prestação?

Resolução

Indicando por P_0 e S_0 os valores da prestação e do salário, antes do desconto e do acréscimo, respectivamente, temos que P_0 é igual a 5% de S_0 . Assim:

$$P_0 = \frac{5}{100} \cdot S_0 \Rightarrow \frac{P_0}{S_0} = \frac{5}{100}$$

Sejam P e S os valores da prestação e do salário, após o desconto e o acréscimo, respectivamente. A prestação diminuiu 2,8%, e o salário aumentou 8%, logo:

- P é igual a $\frac{97,2}{100}$ de P_0 , ou seja, $P = \frac{97,2}{100} \cdot P_0$.

- S é igual a $\frac{108}{100}$ de S_0 , ou seja, $S = \frac{108}{100} \cdot S_0$.

Desse modo, a razão entre o valor da prestação e do salário é:

$$\frac{P}{S} = \frac{\frac{97,2}{100} \cdot P_0}{\frac{108}{100} \cdot S_0} \Rightarrow \frac{P}{S} = \frac{97,2}{108} \cdot \underbrace{\frac{P_0}{S_0}}_{\frac{5}{100}} = \frac{P}{S} = \frac{97,2}{108} \cdot \frac{5}{100} \Rightarrow \frac{P}{S} = \frac{486}{10\,800} = 0,045 = 4,5\%$$

Portanto, nesse mês, o valor da prestação correspondeu a 4,5% do salário de Márcia.

R3 A fim de aumentar as vendas, certa loja fez uma promoção. Nela, foi oferecido 30% de desconto sobre o preço de todos os produtos. Após essa promoção, alguns dos produtos não foram vendidos e, então, foi aplicado um novo desconto de 15% sobre o preço promocional de cada um deles. Qual foi o desconto total aplicado sobre o preço dos produtos que não foram vendidos nessa promoção?

Resolução

Indicado por P_I , P_P e P_F o preço inicial, o preço promocional e o preço final do produto, respectivamente, temos:

- P_P é igual a $\frac{70\%}{100\% - 30\%}$ de P_I , ou seja, $P_P = \frac{70}{100}P_I$;
- P_F é igual a $\frac{85\%}{100\% - 15\%}$ de P_P , ou seja, $P_F = \frac{85}{100}P_P$.

Desse modo:

$$P_F = \frac{85}{100}P_P = \frac{85}{100} \cdot \frac{70}{100}P_I = \frac{5950}{10000}P_I = 0,595P_I = 59,5\%P_I$$

Como P_F é igual a $59,5\%P_I$, então o desconto total aplicado sobre os produtos que não foram vendidos nessa promoção foi:

$$P_I - 59,5\%P_I = 40,5\%P_I$$

Portanto, foi aplicado um desconto total de 40,5% sobre o preço dos produtos que não foram vendidos nessa promoção.

Ao trabalhar com as tarefas da seção **Exercícios e problemas**, sempre que julgar conveniente, oriente os alunos a utilizar uma calculadora para efetuar os cálculos necessários.

Exercícios e problemas

Anote as respostas no caderno.

1 Escreva cada fração na forma percentual.

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| a) $\frac{3}{10}$ 30% | d) $\frac{24}{75}$ 32% |
| b) $\frac{17}{25}$ 68% | e) $\frac{1}{8}$ 12,5% |
| c) $\frac{7}{50}$ 14% | |

2 Escreva cada porcentagem em sua forma decimal.

- | | |
|--------------------|-------------------------|
| a) 7% 0,07 | d) 4,5% 0,045 |
| b) 48% 0,48 | e) 61,38% 0,6138 |
| c) 90% 0,9 | |

3 O gerente de uma fábrica de peças de automóvel registrou que, de 60 peças produzidas por minuto, três apresentam defeitos. Qual é a taxa de peças defeituosas dessa fábrica? **5%**

4 O Índice Geral de Preços do Mercado (IGP-M) é o índice utilizado para o cálculo do reajuste de aluguéis de imóveis. O aluguel do apartamento em que Roberto mora será reajustado de acordo com esse índice, que, no período considerado, foi 11,32%. Sabendo que Roberto paga R\$ 925,00 de aluguel, qual deverá ser o novo valor após o reajuste? **R\$ 1 029,71**

5 Na compra de uma embalagem com dois desodorantes, um supermercado oferece a seguinte promoção.



Se um desodorante custa R\$ 15,60, quantos reais uma pessoa pagará se comprar, nessa promoção, duas dessas embalagens? **R\$ 43,68**

6 Em uma loja de roupas e acessórios femininos 45% dos produtos são calçados e, entre os calçados, 60% possuem salto alto.

- a) Sabendo que a loja possui, ao todo, 1 200 produtos, quantos deles são calçados? **540 são calçados**
- b) Entre os calçados dessa loja, quantos possuem salto alto? **324 calçados**

Na tarefa 3, se for necessário, explique aos alunos que arremessos convertidos são os que resultam em pontos, ou seja, que acertam a cesta.

No contexto

7 Vimos nas páginas **88** e **89** que o valor do meio circulante no Brasil no dia 14 de outubro de 2019 era R\$ 247 711 942 359,96. No dia seguinte, o meio circulante brasileiro contabilizou R\$ 244 879 006 758,96.

Essa diferença indica que entre esses dois dias ocorreu, no valor do meio circulante: **alternativa d**

- a) um aumento entre 0,5% e 1%.
- b) um aumento entre 1% e 2%.
- c) uma redução entre 0,5% e 1%.
- d) uma redução entre 1% e 2%.

8 Um comerciante tem um lucro de 60% sobre o preço de custo de um produto. No último mês, ele vendeu 47 unidades desse produto e arrecadou R\$ 5 113,60. Qual é o preço de custo de cada unidade desse produto? **R\$ 68,00**

9 Dos 240 colaboradores de uma empresa, 80% concluíram o Ensino Médio e 20%, o Ensino Superior. Devido à alta demanda de trabalho, essa empresa contratou 80 novos colaboradores, todos com Ensino Superior completo. Sabendo que nenhum colaborador foi demitido ou pediu dispensa, determine quantos por cento do novo total de colaboradores possuem Ensino Superior completo. **40%**

10 O salário de Marcos é 8% maior do que o salário de Bruno. Sabendo que no próximo mês Marcos receberá um aumento de 25% sobre o valor de seu salário, determine quantos por cento seu salário será maior do que o de Bruno. **alternativa e**

- a) 25%
- b) 31%
- c) 32%
- d) 33%
- e) 35%

11 Antes de concluir a compra de um computador, Marisa realizou uma pesquisa de preços de um mesmo modelo em duas lojas.

- Loja A: R\$ 1 290,00 com desconto de 8% no pagamento à vista.
- Loja B: R\$ 1 350,00 com desconto de 14% no pagamento à vista.

Em qual das duas lojas é mais vantajoso Marisa realizar a compra à vista? Nessa loja, quantos reais ela irá pagar pelo computador?

loja B; R\$ 1 161,00

12 Uma revendedora de automóveis usados tem um lucro de 12% por automóvel vendido, sobre o preço de venda. Supondo que em uma venda ela obtenha lucro de R\$ 2 520,00, por quantos reais foi vendido esse automóvel? **R\$ 21 000,00**

15. c) Não, pois R\$ 3 000,00 correspondem a uma taxa de 25% referente a R\$ 12 000,00 e a uma taxa de 20% referente a R\$ 15 000,00.

13 Guilherme fez a prova de um concurso público, mas não foi aprovado. Veja a seguir o seu desempenho.

Tema	Número de questões	Número de acertos
Conhecimentos gerais	12	8
Informática	13	7
Matemática	15	9
Português	10	6

- a) Quantos por cento das questões da prova ele acertou? **60%**
- b) Em qual tema Guilherme obteve o melhor desempenho? E o pior desempenho? **Conhecimentos gerais; Informática**
- c) Em seus estudos, a qual tema Guilherme deve se dedicar mais para tentar ser aprovado no próximo concurso? Por quê? **Informática; Uma possível resposta: pois nesse tema ele obteve o pior desempenho.**

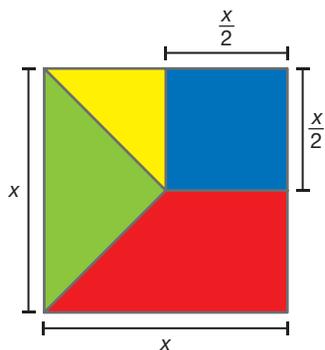
14 André e Mia estão jogando *videogame*. Ao final da segunda fase, Mia estava com 15 pontos a menos do que André. Analisando as pontuações, ela percebeu que se aumentasse em 5% seus pontos ficaria com 25 pontos a mais do que André. Qual era a pontuação de André ao final da segunda fase? **815 pontos**

15 O preço de uma motocicleta, que custava R\$ 12 000,00, teve aumento de 25%. Devido à queda nas vendas por causa do aumento, o preço dessa motocicleta sofreu uma redução, voltando a custar o mesmo que antes do aumento.

- a) Qual foi o preço dessa motocicleta após o aumento? **R\$ 15 000,00**
- b) Qual foi a taxa aplicada para que o preço da motocicleta voltasse a ser o mesmo de antes do aumento? **20%**
- c) As taxas de aumento e redução foram iguais? Justifique sua resposta.

16 Em um pequeno município, foram computados 10 300 votos para a eleição de prefeito. O candidato da situação (do mesmo partido político do atual prefeito) obteve 32% dos votos, e o candidato da oposição obteve 41% dos votos. Quantos votos de diferença houve entre esses dois candidatos? **927 votos**

- 17** A diferença entre dois números naturais é 40. Adicionando 30% do maior número com 60% do menor número obtemos 75. Quais são esses números? **110 e 70**
- 18** O logotipo de uma empresa pode ser formado por um símbolo que representa sua marca, indicando os serviços ou produtos que comercializa. Muito utilizado em anúncios, é um modo de tornar a empresa conhecida. Veja o logotipo, em formato de quadrado, de determinada escola infantil.



RONALDO INACIO

- a) Quantos por cento do total representa a parte amarela? E a parte verde? **12,5%; 25%**
- b) Em relação à parte azul, a parte vermelha corresponde a quantos por cento a mais? **50%**
- 19** O gerente de uma loja concedeu um desconto de 10% em certa mercadoria que custava R\$ 40,00. Devido ao grande volume de vendas dessa mercadoria, o preço sofreu um acréscimo de 11%. Podemos afirmar que o preço final dessa mercadoria, em relação ao preço inicial: **alternativa c**
- a) aumentou R\$ 0,40. d) aumentou R\$ 0,04.
 b) não sofreu alteração. e) diminuiu R\$ 0,40.
 c) diminuiu R\$ 0,04.

- 20** Pedro vende empadas de frango, creme de milho e palmito. Veja algumas informações sobre as vendas de fevereiro.
- Ao todo, foram vendidas 582 empadas.
 - Foram vendidas 90 empadas de frango a mais que de palmito.
 - A quantidade de empadas de creme de milho vendidas foi igual a 40% da quantidade de empadas de frango vendidas.
- Quantas empadas de cada sabor Pedro vendeu nesse mês?

- 21** Para produzir uma encomenda de certo tipo de parafuso, uma indústria colocou em funcionamento duas de suas máquinas. Da quantidade total, a máquina A produziu 60%, e a B, 40%. Sabendo que as máquinas A e B produzem, respectivamente, 1% e 3% de parafusos defeituosos, determine a porcentagem de parafusos defeituosos dessa encomenda. **1,8%**

20. frango: 280 empadas; creme de milho: 112 empadas; palmito: 190 empadas

- 22** Em uma negociação salarial entre o sindicato de uma categoria e as empresas, verificou-se que, se o piso salarial aumentasse 7%, passaria a ser R\$ 2 011,60. Mas, se o aumento for de 13%, qual será o piso salarial dessa categoria? **R\$ 2 124,40**

- 23** (Enem, 2003) O tabagismo (vício do fumo) é responsável por uma grande quantidade de doenças e mortes prematuras na atualidade. O Instituto Nacional do Câncer divulgou que 90% dos casos diagnosticados de câncer de pulmão e 80% dos casos diagnosticados de **enfisema pulmonar** estão associados ao consumo de tabaco. Paralelamente, foram mostrados os resultados de uma pesquisa realizada em um grupo de 2 000 pessoas com doenças de pulmão, das quais 1 500 são casos diagnosticados de câncer e 500 são casos diagnosticados de enfisema.

Com base nessas informações, pode-se estimar que o número de fumantes desse grupo de 2 000 pessoas é, aproximadamente: **alternativa e**

- a) 740 d) 1 620
 b) 1 100 e) 1 750
 c) 1 310

Enfisema pulmonar: doença caracterizada pela perda da elasticidade da musculatura pulmonar, geralmente causada por uma irritação prolongada.

- 24** **Desafio** Nicolo Tartaglia, também conhecido como “o gago”, devido a um ferimento no céu da boca, nasceu em Brescia (1499) e faleceu em Veneza (1557), na Itália. Credita-se a Tartaglia o mérito de ser o primeiro a utilizar Matemática na balística de artilharias. Ele também escreveu o que se considera a melhor Aritmética do século XVI, que contém discussões de operações numéricas e Aritmética mercantil de seu tempo.

Fonte de pesquisa: EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. 2. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2004. p. 307-308.

Resolva o problema a seguir proposto por Tartaglia, que envolve transações financeiras entre moedas distintas.

[...]

Se 100 liras de Módena equivalem a 115 liras de Veneza, 180 liras de Veneza valem 150 em Corfu, e 240 liras de Corfu montam a 360 liras de Negroponte, por quantas liras de Módena se cambiam 666 de Negroponte?

[...]

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. 2. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2004. p. 322.

aproximadamente 463,30 liras de Módena

12

Alíquotas do IPI

O IPI e a crise financeira de 2012

O Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI) é um tributo federal cobrado sobre mercadorias industrializadas, que depende da essencialidade do produto. Dessa maneira, as alíquotas são menores para produtos industrializados essenciais e maiores para produtos considerados supérfluos ou prejudiciais à saúde.

Devido à crise financeira internacional, em 2012, o governo brasileiro reduziu provisoriamente o IPI de vários produtos, como já havia feito em 2009. O objetivo era incentivar o aumento do consumo das famílias brasileiras por meio de preços mais acessíveis. Além disso, a redução do IPI se deu na condição de não demitir trabalhadores dos setores industriais beneficiados, o que, caso contrário, poderia gerar uma grande quantidade de desempregados.

Alíquota: percentual com que um imposto incide sobre o valor de algo tributado.

Com a redução no IPI, o ano de 2012 bateu recordes, com um total de 3 801 859 veículos vendidos.

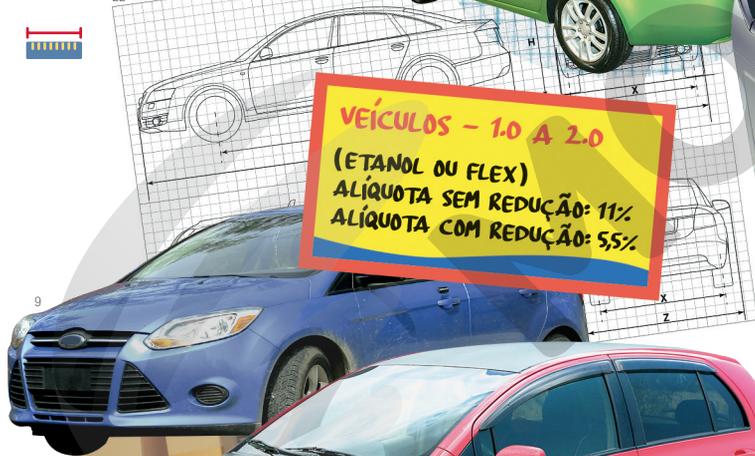
Fonte de pesquisa:
<<http://memoria.etc.com.br/agenciabrasil/noticia/2012-12-19/governo-prorroga-ipi-menor-para-carros-linha-branca-e-moveis-ate-junho>>. Acesso em: 7 maio 2020.

Alíquotas do IPI para produtos – 2012

**VEÍCULOS – 1.0 A 2.0
(GASOLINA)**
ALÍQUOTA SEM REDUÇÃO: 7%
ALÍQUOTA COM REDUÇÃO: 0



**VEÍCULOS – 1.0 A 2.0
(ETANOL OU FLEX)**
ALÍQUOTA SEM REDUÇÃO: 11%
ALÍQUOTA COM REDUÇÃO: 55%



MÁQUINAS DE LAVAR
ALÍQUOTA SEM REDUÇÃO: 20%
ALÍQUOTA COM REDUÇÃO: 10%



VEÍCULOS – ATÉ 1.0
ALÍQUOTA SEM REDUÇÃO: 7%
ALÍQUOTA COM REDUÇÃO: 0



Oriente os alunos a escrever as respostas no caderno.

- A** Em sua opinião, é adequado o IPI depender da essencialidade do produto? Converse com os colegas e o professor. **Resposta pessoal.**
- B** Por que o governo reduziu, em 2012, a alíquota do IPI de alguns produtos?
Uma possível resposta: a redução foi feita para incentivar o aumento do consumo das famílias brasileiras e evitar demissões.
- C** Um automóvel 1.0 foi lançado com o preço de R\$ 44 833,00 e teve seu valor alterado com a redução do IPI. Calcule o preço desse automóvel e a economia do consumidor considerando que o plano governamental tenha sido posto em prática. **R\$ 41 900,00, com economia de R\$ 2 933,00.**
- D** Com a redução no IPI, uma cama passou a custar R\$ 800,00. Qual é a economia obtida pelo consumidor, comparada ao preço da cama sem o imposto reduzido? **R\$ 42,11**



E De acordo com as informações apresentadas, elabore um problema envolvendo porcentagem. Em seguida, peça a um colega que o resolva e, depois, verifiquem se as respostas estão corretas. **Resposta pessoal. Antes de os alunos elaborarem o problema, peça a eles que analisem os contextos propostos na seção Exercícios e problemas desse tema e, se julgar conveniente, oriente-os a investigar outros problemas disponíveis em provas de vestibular e Enem.**

A questão E propõe aos alunos que elaborem um problema utilizando os conceitos estudados, contribuindo assim com a ampliação do repertório de reflexões e questionamentos a respeito de determinadas situações.

O valor de R\$ 44 833,00 corresponde ao preço do automóvel com IPI de 7%.

FOTOMONTAGEM DE BRUNO BADAHI.
FOTOS: 1. TED ALDRIDGE/SHUTTERSTOCK; 2. YAMABIKAW/SHUTTERSTOCK; 3. CYBRAIV/SHUTTERSTOCK; 4. COOLPHOTOGRU/SHUTTERSTOCK; 5. PPARIT/SHUTTERSTOCK; 6. PERLA BERANT WILDER/SHUTTERSTOCK; 7. DONATAS1205/SHUTTERSTOCK; 8. ALEXANDER TOLSTYKH/SHUTTERSTOCK; 9. ROMAN KOROTKOV/SHUTTERSTOCK; 10. COOLPHOTOGRU/SHUTTERSTOCK; 11. AMAPHOTO/SHUTTERSTOCK; 12. GRÁFICA INV/SHUTTERSTOCK; 13. AMAPHOTO/SHUTTERSTOCK; 14. KIBBI_HO/SHUTTERSTOCK; 15. ART KONOVALOV/SHUTTERSTOCK; 16. ART KONOVALOV/SHUTTERSTOCK; 17. BRIGH/SHUTTERSTOCK; 18. ART KONOVALOV/SHUTTERSTOCK; 19. HADRIAN/SHUTTERSTOCK; 20. AONPROM PHOTO/SHUTTERSTOCK; 21. OPTIMARCO/SHUTTERSTOCK; 22. GOLDEN SKORKA/SHUTTERSTOCK; 23. BONITA KONG/SHUTTERSTOCK



13

Indicadores socioeconômicos

Inflação

O aumento persistente e generalizado dos preços de bens e serviços é conhecido como **inflação**. Altas taxas de juro, desequilíbrio da balança de pagamentos, emissão de moeda para cobrir déficit público, aumento de preço e altos custos de produção são algumas causas desse crescimento desproporcional, que pode gerar desequilíbrio na economia de um país.

Entre 1980 e o início dos anos 1990, o Brasil passou por um período de hiperinflação, levando os comerciantes a trocarem o preço dos produtos quase diariamente. Nessa época, a taxa mensal de inflação permaneceu acima dos dois dígitos, chegando a 82,39% em março de 1990.

Na tentativa de combater a inflação, surgiram alguns planos que alteraram a moeda de circulação no país: o cruzado (1986), o cruzado novo (1989), o cruzeiro (1990), o cruzeiro real (1993) e o real (1994).

Para garantir que a inflação permanecesse em um patamar máximo preestabelecido, em 1999, o Brasil adotou metas controladas pelo Banco Central por meio da chamada taxa Selic. Além disso, passou a utilizar vários índices para calcular a inflação, como o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) e o Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC).

Déficit: saldo negativo entre a receita e a despesa, em um orçamento.

A baixa persistente e generalizada dos preços de bens e serviços é chamada **deflação**.

Explique aos alunos que Selic é a sigla de Sistema Especial de Liquidação e Custódia.



QUANTO MENOR A INFLAÇÃO, MAIS SE CONSUME

FOTOMONTAGEM DE GUSTAVO PEDROSA. FOTOS: 1. NEW AFRICA/SHUTTERSTOCK; 2. NERTHLIZ/SHUTTERSTOCK; 3. ALEX NORKIN/SHUTTERSTOCK; 4. ANTON STARIKOV/SHUTTERSTOCK; 5. ANDREY MERTSALOV/SHUTTERSTOCK; 6. OLGA RUTKO/SHUTTERSTOCK; 7. BILLION PHOTOS/SHUTTERSTOCK; 8. KAPITULA OLGA/SHUTTERSTOCK; 9. CHINCH/SHUTTERSTOCK; 10. FAT JACKEY/SHUTTERSTOCK; 11. ASKPDESIGNS/SHUTTERSTOCK; 12. ROBYN MACKENZIE/SHUTTERSTOCK; 13. EVILWATA/SHUTTERSTOCK; 14. STUDIO KIMI/SHUTTERSTOCK; 15. MYLISA/SHUTTERSTOCK; 16. VTG-DESIGN/SHUTTERSTOCK; 17. RANGSAN PAIDAEN/SHUTTERSTOCK; 18. KHVOST/SHUTTERSTOCK; 19. SANNIK/SHUTTERSTOCK; 20. VECTORPOCKET/SHUTTERSTOCK; 21. ROBYN MACKENZIE/SHUTTERSTOCK

Fontes de pesquisa:

<https://www.ipea.gov.br/desafios/index.php?option=com_content&id=2759:catid=28&Itemid=23>. Acesso em: 28 abr. 2020.

<<https://www.ibge.gov.br/explica/inflacao.php>>. Acesso em: 28 abr. 2020.

<<https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/taxaselic>>. Acesso em: 28 abr. 2020.

<<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos.html>>. Acesso em: 28 abr. 2020.

<<https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/oqueinflacao>>. Acesso em: 28 abr. 2020.

<https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/236/inpc_ipca_2019_set.pdf>. Acesso em: 28 abr. 2020.

QUANTO MAIOR A INFLAÇÃO, MENOS SE CONSUME



Como é calculada a inflação?

Os produtos que compõem a cesta são identificados em termos de participação na despesa. O arroz, por exemplo, tem peso maior do que o macarrão, por ser um dos itens mais consumidos pela população brasileira.



Primeira etapa

Pesquisadores visitam algumas residências e coletam informações referentes aos produtos que as famílias utilizam e os locais onde elas fazem as compras. Dessa maneira, são determinados os produtos e serviços que vão compor a cesta.



Segunda etapa

Com os produtos listados, os pesquisadores seguem até os estabelecimentos cadastrados, que apresentam as informações de preços a cada mês.



Terceira etapa

As informações coletadas são repassadas a um grupo técnico especializado em processamento de dados. Caso ocorra diferença significativa no valor, o pesquisador retorna ao estabelecimento para conferir o preço.



Quarta etapa

A inflação é calculada por meio da variação de um período para o outro por um grupo de especialistas (Coordenação de Índices de Preços - COINP) e, posteriormente, divulgada ao público.



Fonte de pesquisa: <<https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2017-01/entenda-como-inflacao-e-calculada-e-como-afeta-sua-vida>>. Acesso em: 28 abr. 2020.

Orienta os alunos a escrever as respostas no caderno.

- O que você entende por inflação? *Uma possível resposta: inflação é o aumento persistente e generalizado dos preços de bens e serviços.*
- Em sua opinião, é importante o país manter a inflação controlada? Por quê?
- Para compensar a inflação de 8,5% acumulada em certo período, a empresa reajustou o salário de Luiza nesse mesmo percentual, passando a R\$ 2 582,30. Qual era o valor do salário de Luiza antes desse reajuste? **R\$ 2 380,00**
- Escolha um dos índices de inflação e faça uma pesquisa para verificar os valores medidos nos últimos 12 meses. Em seguida, apresente os valores obtidos aos colegas e ao professor.

A taxa de inflação exerce um papel fundamental na economia, assim como o Produto Interno Bruto (PIB). Outros indicadores também são importantes, como é o caso da taxa de desemprego, do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) e do coeficiente de Gini, que nos auxiliam no conhecimento das necessidades básicas de uma população e seu desenvolvimento. Nas próximas páginas, estudaremos esses indicadores.

ILUSTRAÇÕES: HELOISA PINTARELLI

B) Resposta pessoal. Explique aos alunos que a inflação controlada auxilia no desenvolvimento econômico do país, aumentando o potencial de crescimento da economia e a geração de empregos e de renda.

D) A resposta depende do mês vigente.

Os valores de alguns desses índices podem ser obtidos no site do Banco Central do Brasil, disponível em: <<https://www.bcb.gov.br>>. Acesso em: 28 abr. 2020.

Explique aos alunos que existem outros índices que medem a inflação, além dos indicados no texto, como o Índice Geral de Preços (IGP).

Indicadores econômicos

*Não se aproximou do índice oficial, pois o índice pessoal de preços dessa família foi em torno de 5%, enquanto o índice oficial foi 3,75%. Uma diferença de, aproximadamente, 1,25%.

No contexto

Em 2018, os gastos aproximados de uma família aumentaram de R\$ 2 557,00 para R\$ 2 684,00, e o IPCA nesse ano foi 3,75%. Determine se o índice pessoal de inflação dessa família aproximou-se do índice oficial. *

No cálculo do PIB são considerados apenas os produtos comercializados por empresas. Nesse caso, não são considerados itens produzidos ilegalmente nem itens produzidos para o próprio usufruto ou para o usufruto de conhecidos. Além disso, não são incluídas vendas, como a motocicleta vendida para o irmão.

O cálculo do PIB é muito complexo e envolve uma série de dados estatísticos sobre empresas, pessoas físicas, investimentos públicos, destino de importações e exportações, entre outros. No Brasil, o órgão responsável por esse cálculo é o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

Bem final: refere-se ao bem que já está disponível para o consumidor.

Alguns indicadores econômicos, como a taxa de inflação, o PIB e a taxa de desemprego, servem como diagnóstico do desempenho e de possíveis problemas no cenário econômico, norteados por propostas governamentais para melhorias.

Taxa de inflação

Vimos nas páginas anteriores que a inflação é calculada pelos índices de preço, popularmente chamados índices de inflação, e que o índice oficial utilizado pelo governo brasileiro é o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA). Porém, como o IPCA se baseia em uma cesta padrão constituída com base em uma amostra da população brasileira, é possível que ocorram diferentes índices pessoais de inflação. Por exemplo, uma família que usa com pouca frequência transporte público ou veículo próprio, pode ter um índice pessoal de inflação diferente do oficial, que atribui peso significativo ao custo com transporte.

Vamos analisar, por exemplo, o índice pessoal de preços de uma família e compará-lo ao IPCA. Para isso, considere a seguinte situação.

Os gastos aproximados de uma família com produtos e serviços em dezembro de 2014 foi R\$ 3 427,00 e, em dezembro de 2015, R\$ 3 786,00. Considerando que a taxa de inflação em 2015, segundo o IPCA, foi 10,67%, vamos avaliar se o índice pessoal de inflação dessa família aproximou-se do índice oficial.

- Inicialmente, calcula-se o aumento dos gastos, em reais, de um ano em relação ao outro.

$$R\$ 3 786,00 - R\$ 3 427,00 = R\$ 359,00$$

- Utilizando regra de três simples, obtém-se o índice pessoal de preços dessa família.

$$\frac{359}{3 427} \approx 0,1048 = 10,48\%$$

Note que o índice pessoal de preços dessa família aproximou-se do índice oficial, que é 10,67%.

Produto Interno Bruto

O Produto Interno Bruto (PIB) é a soma de todos os bens e serviços produzidos por um país, estado ou cidade, em determinado período de tempo (geralmente, um ano ou um trimestre). Para efetuar esse cálculo, são utilizados os preços de mercado, ou seja, os preços que os consumidores estão dispostos a pagar.

A fim de evitar contagens duplas, o PIB mede apenas os bens e serviços finais. Por exemplo, se considerarmos a produção de R\$ 100,00 de cana-de-açúcar e de R\$ 250,00 de etanol – ao preço pago pelo consumidor –, o PIB será R\$ 250,00, pois o valor da cana-de-açúcar está incluído no valor do etanol.



Já a cana-de-açúcar exportada é um bem final e, conseqüentemente, considerada no cálculo do PIB.

O PIB ajuda a compreender um país, mas não expressa importantes fatores, como a distribuição de renda, a qualidade de vida e a educação. Em tópicos seguintes, serão estudados indicadores que ajudam a compreender alguns desses fatores sociais.

PIB per capita

O PIB *per capita* de um país ou território é dado pela divisão entre o PIB desse país ou território e sua população. Esse indicador expressa o nível médio de renda da população do país ou território em determinado período.

Vamos determinar, por exemplo, o PIB *per capita* do Brasil em 2018. Nesse ano, a população brasileira era aproximadamente 208 494 900 habitantes e o PIB nacional, 6,9 trilhões de reais. Desse modo, o PIB *per capita* é:

$$\frac{6,9 \cdot 10^{12}}{208\,494\,900} \approx 33\,094,33$$

Nesse caso, podemos dizer que, considerando o ano de 2018, o nível médio de renda da população brasileira era aproximadamente R\$ 33 094,33.

- Faça uma pesquisa para saber qual é o PIB e a população do município onde você vive, em determinado ano. Em seguida, determine o PIB *per capita* desse município no ano considerado. *Resposta pessoal. A resposta depende do município onde o aluno reside.*

Taxa de desemprego

Leia parte de uma reportagem.

Taxa de desemprego no Brasil cai para 11,8%

Os dados do IBGE revelam queda no trimestre referente aos meses de junho a agosto de 2019, em relação ao trimestre anterior. Porém, o aumento se dá devido ao número de trabalhadores informais, que bate recorde.

Fonte de pesquisa: IBGE. *PNAD continua trimestral*: Trimestre Móvel Jun. Ago. 2019. Rio de Janeiro. IBGE, 2019.

É comum nos depararmos com notícias que apresentam informações a respeito da “taxa de desemprego” atual no Brasil, quase sempre comparada a dados de períodos anteriores, o que ajuda a analisar e prever situações que influenciam no desenvolvimento socioeconômico do país.

De modo sucinto, a taxa de desemprego ou “taxa de desocupação” é o percentual da população residente economicamente ativa que se encontra sem trabalho no período de referência, em determinado espaço geográfico, no ano considerado.

Exemplo

Sabendo que no período da reportagem apresentada a população economicamente ativa era 106,2 milhões, para determinar a população desocupada, calculamos 11,8% de 106,2 milhões.

$$0,118 \cdot 106\,200\,000 = 12\,531\,600$$

Portanto, no Brasil, a população desocupada no trimestre referente aos meses de junho a agosto de 2019 era aproximadamente 12,5 milhões de pessoas.

Define-se como população economicamente ativa (PEA) o contingente de pessoas de 16 anos ou mais que está trabalhando ou procurando trabalho.

Fonte de pesquisa: <<https://www.ibge.gov.br/apps/snig/v1/?loc=0&cat=128,-1,1,2,-2,-3&ind=4726>>. Acesso em: 17 mar. 2020.

Indicadores sociais

Junto aos indicadores econômicos, os indicadores sociais, como o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) e o coeficiente de Gini – que mede o índice de desigualdade social –, formam um conjunto significativo de informações que possibilita analisar a qualidade de vida e bem-estar da população, o acesso a bens e serviços, a concretização de direitos humanos e sociais, as desigualdades e suas consequências na realidade social, para que possam ser implementadas políticas públicas.

Índice de Desenvolvimento Humano

Diferentemente dos indicadores com objetivos voltados à economia, como o PIB, o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) está voltado às pessoas, suas capacidades e oportunidades. Divulgado anualmente, desde 1990, pelo Relatório de Desenvolvimento Humano (RDH), o índice mede o progresso do desenvolvimento baseando-se em três dimensões: saúde, educação e renda.

O IDH é publicado pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD).

Dimensões	Saúde	Educação		Renda
Indicadores	Expectativa de vida ao nascer.	Taxa de alfabetização de pessoas com 15 anos ou mais.	Taxa bruta de frequência à escola (taxa bruta de matrículas nos três níveis de ensino (Fundamental, Médio e Superior) em relação à população residente no município na faixa etária de 7 a 22 anos).	Renda <i>per capita</i> (para obter esse valor, adiciona-se a renda de todos os residentes e divide-se a soma pela quantidade de pessoas que moram no município – inclusive crianças ou pessoas com renda igual a zero).
Índices	Índice de saúde (I_S)	Índice de educação (I_E)		Índice de renda (I_R)

O IDH varia de 0 (nenhum desenvolvimento humano) a 1 (desenvolvimento humano total).

O IDH é dado por:

$$IDH = \frac{1}{3} \cdot I_S + \frac{1}{3} \cdot I_E + \frac{1}{3} \cdot I_R$$

O quadro a seguir indica os grupos em que os países são classificados de acordo com seu IDH, considerando três casas decimais.

Muito alto desenvolvimento humano	$0,800 \geq IDH$
Alto desenvolvimento humano	$0,700 \leq IDH \leq 0,799$
Médio desenvolvimento humano	$0,550 \leq IDH \leq 0,699$
Baixo desenvolvimento humano	$IDH < 0,550$

Pesquise o IDH mais recente do Brasil. De acordo com o IDH obtido, qual é a classificação do Brasil?

O IDH da Noruega em 2019, por exemplo, foi 0,954, classificando-se como um país com desenvolvimento humano muito alto. Já Serra Leoa, no mesmo ano, teve 0,438 de IDH, sendo considerado um país com baixo desenvolvimento humano.

O IDH trouxe muitos avanços para análise de tendências locais e globais, sendo referência para os **Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS)**, para diminuição da pobreza, a proteção do planeta e para garantir que todas as pessoas tenham prosperidade. Contudo, é necessário considerar que o IDH não envolve todos os aspectos do desenvolvimento humano, como sustentabilidade, equidade e democracia. Essa é uma crítica que deve ser relevada ao analisar o índice.

A resposta depende do ano vigente. Em 2019, o IDH do Brasil era 0,761. Nesse ano, o país era classificado como Alto desenvolvimento humano.

Coeficiente de Gini

Quando um parâmetro numérico socioeconômico relativo a uma população é analisado, em geral, deve-se combiná-lo a outros dados para avaliar criticamente os resultados. Em 2019, o Brasil encontrava-se entre os 10 primeiros países com maior PIB do mundo, um bom resultado, que representava movimento na economia. Porém, ao ser analisada a concentração de renda da população, no mesmo ano, é possível verificar que o país está entre os países mais desiguais do mundo, sendo esse um dos principais problemas sociais que afetam a população brasileira.

Um dos modos de medir o grau de concentração de renda de determinada população é por meio do **coeficiente de Gini**, que aponta a diferença entre os rendimentos dos mais pobres e dos mais ricos. Numericamente, o coeficiente varia de 0 a 1 e possibilita algumas interpretações.

Interpretações do coeficiente de Gini

Quanto mais próximo de 0 (zero):

- maior é a igualdade de renda entre a população;
- a renda dos mais pobres é mais próxima da renda dos mais ricos;
- há menor desigualdade social.



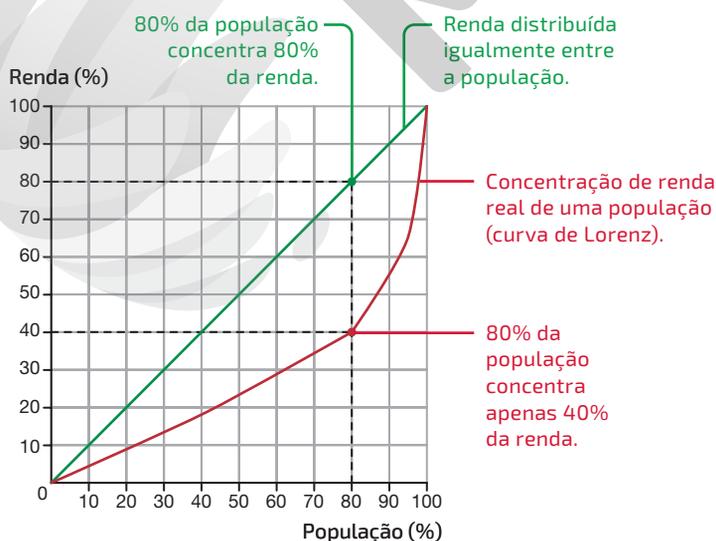
Quanto mais próximo de 1 (um):

- maior é a desigualdade de renda entre a população;
- a renda dos mais pobres é mais distante da renda dos mais ricos;
- há maior desigualdade social.

É importante observar que o coeficiente de Gini não se trata de um indicador de fluxo de produção de um país. Assim, um país pode ter uma forte representatividade econômica (alto PIB), porém a renda concentrada nas mãos dos mais ricos (alto coeficiente de Gini). Do mesmo modo, um país pode ter uma economia ruim (baixo PIB) e maior igualdade de renda (baixo coeficiente de Gini), e, nesse caso, todos ganham igualmente pouco.

Um recurso usado para visualizar a concentração de renda que está relacionado ao coeficiente de Gini é a **curva de Lorenz**, que é uma representação gráfica que indica a distribuição relativa de determinado rendimento.

Curva de Lorenz



A curva em verde representa rendimento completamente igualitário, ou seja, todos da população teriam a mesma renda. Nesse caso, o coeficiente de Gini é igual a zero. Já a curva em vermelho representa a concentração de renda de determinada população real. Quanto mais próxima à curva em verde, mais igualitária será a distribuição de renda e menor o coeficiente de Gini e, quanto mais distante da curva em verde, maior será o coeficiente de Gini e mais desigual será a distribuição de renda.

Fonte de pesquisa:

D'ANTONA, A. de O; BUENO, M do C. B. Distribuição da população e dispersão urbana no Estado de São Paulo, 2010. In: OJIMA, R; MARANDOLA JR., E. *Dispersão urbana e mobilidade populacional: Implicações para o planejamento urbano e regional*. São Paulo: Blucher, 2016. p. 137.

No contexto

1 Sabemos que o IPCA é calculado tomando como base os itens consumidos pelas famílias brasileiras. Porém, conforme a característica do consumo se altera, é possível que componentes sejam adicionados ou retirados da cesta, como também o peso de cada um deles seja alterado. De 2012 a 2019, esses pesos foram baseados na Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF) 2008/2009. Já em 2020, foi proposta a divisão determinada pela POF 2017/2018.

Veja na tabela o peso dos componentes nessas Pesquisas de Orçamentos Familiares.

Pesos dos componentes na POF 2008/2009 e na POF 2017/2018

Componente	Peso (%)	
	POF 2008/2009	POF 2017/2018
Alimentação e bebidas	22,0828	18,988
Artigos de residência	5,4323	4,0215
Vestuário	6,2289	4,801
Transportes	21,9527	20,8377
Saúde e cuidados pessoais	11,0797	13,4575
Despesas pessoais	9,1933	10,5972
Educação	4,1811	5,9519
Comunicação	5,574	6,1859
Habituação	14,2752	15,1593

Fonte de pesquisa: <<https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-sala-de-imprensa/2013-agencia-de-noticias/releases/25676-grupo-transportes-passa-a-ser-o-principal-componente-do-ipca-a-partir-de-2020>>. Acesso em: 7 nov. 2019.

Classifique cada uma das afirmações em **verdadeira** ou **falsa**. Em seguida, reescreva as falsas tornando-as verdadeiras.

- Os componentes alimentação e bebidas, artigos de residência, vestuário e transportes, que na POF de 2008/2009 representavam juntos mais da metade do orçamento familiar, passaram a representar, na POF de 2017/2018, menos da metade. **verdadeira**
- Na POF de 2017/2018 o componente alimentação e bebidas não é o de maior peso. **verdadeira**
- O aumento no peso do componente habituação, apresentado na POF de 2017/2018 em relação à de 2008/2009, significa que as famílias passaram a gastar mais dinheiro com esses itens.
- Se em certo período os custos com educação aumentarem em 2%, a inflação do período será de 2%. **Falsa. Uma possível resposta: se em certo período os custos com educação aumentarem em 2%, o IPCA no período vai considerar esse aumento de forma proporcional.**

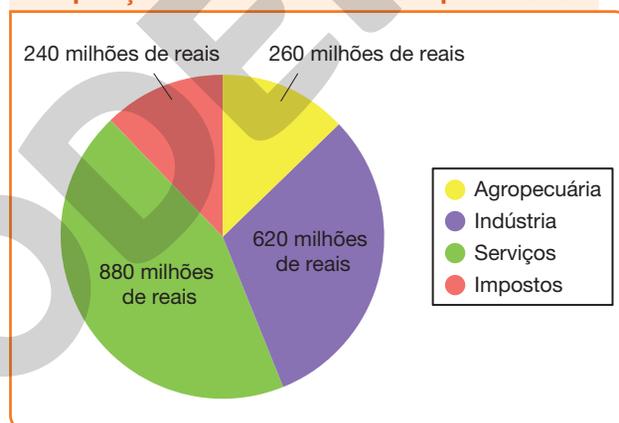
No contexto

2 Um comerciante produz sorvetes em seu estabelecimento, comprando a matéria-prima de um mesmo fornecedor, que reajusta os preços no final de cada ano. Em dezembro de 2017, após o reajuste, cada unidade de certo sorvete era vendida por R\$ 1,40, sendo gastos R\$ 0,80 com matéria-prima, R\$ 0,32 com custos de produção e armazenagem e R\$ 0,28 de lucro por unidade. Já em dezembro de 2018, o fornecedor aumentou o preço da matéria-prima em 10%, enquanto os custos de produção e armazenagem aumentaram de acordo com o IPCA, que foi de 3,75% no período. Se o preço de venda de cada unidade desse sorvete também foi reajustado de acordo com o IPCA, qual a porcentagem da redução do lucro por unidade? **aproximadamente 14,3%**

3 O gráfico a seguir apresenta a composição do PIB de determinado município.

As informações apresentadas no gráfico são fictícias.

Composição do PIB de certo município em 2020



Fonte de pesquisa: Prefeitura do município.

A prefeitura, com o objetivo de aumentar o PIB desse município, decidiu investir em infraestrutura. Com o investimento previsto, foram apresentadas duas opções.

- Opção A: investir em melhorias na agropecuária, prevendo aumento de 12% na produção desse setor.
 - Opção B: investir em melhorias na indústria, prevendo aumento de 6% na produção desse setor.
- Qual dessas opções apresenta uma previsão de maior valor para o PIB do município?
Investir em melhorias na indústria.
 - Pesquise sobre a composição do PIB do município onde você mora e apresente informações sobre a economia, identificando suas características e comparando os valores com os de outros municípios. **A resposta depende do município onde o aluno reside. Espera-se que o aluno identifique qual atividade econômica é predominante no seu município e que faça comparações com municípios da região ou com os municípios que possuem características semelhantes.**

*Se julgar apropriado, solicite aos alunos que façam pesquisas sobre o mercado de trabalho e as taxas de trabalho informal para responder ao item b.

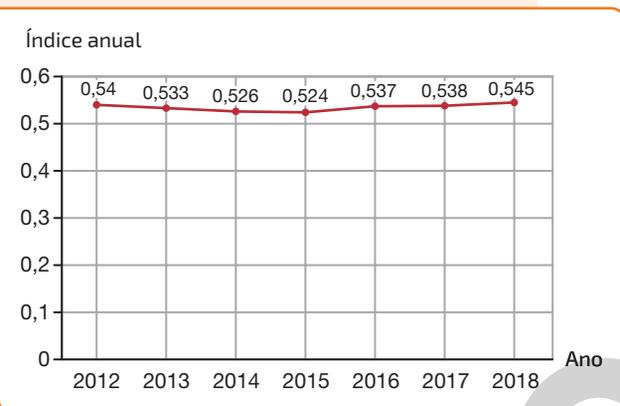
4 Vimos anteriormente que no trimestre referente aos meses de junho a agosto de 2019, o número de pessoas economicamente ativas era de 106,2 milhões. Além disso, calculamos a população desocupada, que era de, aproximadamente, 12,5 milhões de pessoas. Nesse mesmo período, o número de trabalhadores informais era de aproximadamente 38,8 milhões.

a) Quantos por cento da população ocupada os trabalhadores informais representam?

b) Em sua opinião, o trabalho informal deve aumentar ou diminuir nos próximos anos? Cite informações que fundamentem sua estimativa.

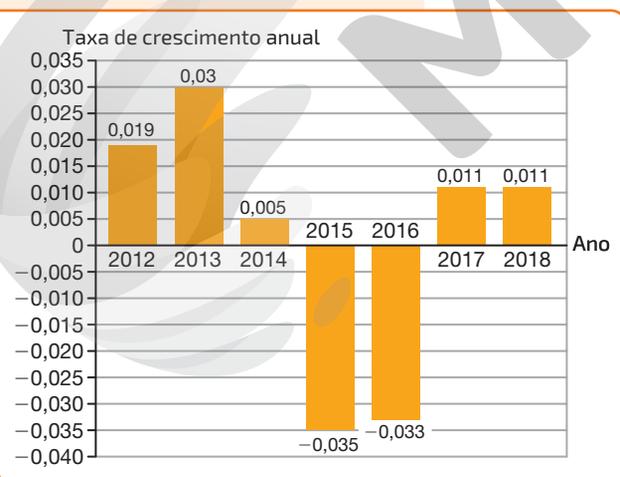
5 Uma maneira de compreender melhor as características de uma população é analisar dois ou mais indicadores socioeconômicos simultaneamente.

Coeficiente de Gini do rendimento médio mensal real domiciliar per capita no Brasil de 2012 a 2018



Fonte de pesquisa: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101673_informativo.pdf>. Acesso em: 7 nov. 2019.

Taxa de crescimento anual do PIB do Brasil de 2012 a 2018



Fonte de pesquisa: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/2121/cnt_2018_4tri.pdf>. Acesso em: 7 nov. 2019.

Resposta no Suplemento para o professor.

Em sua opinião, o que podemos concluir com base nas informações desses dois indicadores?

4. b) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos levem em consideração o histórico das taxas de desemprego e do trabalho informal, além de características do mercado de trabalho em nível nacional.

6 Um dos grupos analisados pelo IBGE é o de pessoas que gostariam de ter um trabalho, mas não procuram emprego por considerar que não se adéquam ao mercado, denominados desalentados. No trimestre referente aos meses de junho a agosto de 2019 o contingente de pessoas desalentadas foi estimado em, aproximadamente, 4,7 milhões. Em comparação com o trimestre anterior (março a maio de 2019) houve uma redução de 3,9%. Calcule qual era, aproximadamente, o contingente de pessoas desalentadas no trimestre de março a maio de 2019.

aproximadamente 4,89 milhões de pessoas

7 O índice de educação e o índice de renda de certo país são, respectivamente, 0,758 e 0,723.

a) Sabendo que o índice de saúde é calculado com base na expectativa de vida E , utilizando a expressão $I_s = \frac{E - 25}{60}$, e que a expectativa de vida desse país é de 78,5 anos, calcule I_s .

aproximadamente 0,892

b) Qual é o IDH desse país? Qual é a classificação desse país de acordo com seu IDH?

0,791; alto desenvolvimento humano

8 Classifique cada uma das afirmações em verdadeira ou falsa. Em seguida, reescreva as falsas tornando-as verdadeiras. Respostas no final do livro.

a) Entre dois países diferentes, aquele com índice de saúde maior também terá o IDH maior.

b) Se um país apresenta um IDH de 0,765, podemos afirmar, apenas analisando esse indicador, que ele possui uma boa distribuição de renda.

9 Leia o texto sobre o IDH brasileiro e aponte as possíveis características que devem ser melhoradas no país para que esse índice aumente.

[...] Diga aos alunos que, em geral, os países almejam alcançar um IDH de 0,800.

O IDH brasileiro foi de 0,761 em 2018, o que representou um leve aumento de 0,001 ponto na comparação com 2017. O Brasil permanece sendo considerado uma nação de alto desenvolvimento humano. No entanto, mesmo com o aumento, caiu no *ranking* geral porque outros países avançaram mais rapidamente.

Ao destacar os altos índices de desigualdade brasileiros, o relatório lembrou que pesquisas domiciliares no Brasil mostraram que os 10% mais ricos receberam mais de 40% da renda total do país em 2015. Quando consideradas todas as formas de renda, não apenas as reportadas nas pesquisas domiciliares, as estimativas sugerem que os 10% mais ricos de fato concentram 55% do total da renda do país.

[...]

Relatório de desenvolvimento humano do PNUD destaca altos índices de desigualdade no Brasil. *Nações Unidas Brasil*. 9 dez. 2019. Disponível em: <<https://brasil.un.org>>. Acesso em: 10 abr. 2021.

Resposta no Suplemento para o professor.

14

Acréscimos e descontos sucessivos

Consumista ou consumidor consciente?

A grande variedade de produtos, as facilidades nas formas de pagamento e a publicidade excessiva são alguns elementos que costumam incentivar as pessoas a comprar de modo impulsivo e exagerado, muitas vezes sem avaliar as consequências. Isso é o que chamamos **consumismo**.

Uma ideia básica para ser um **consumidor consciente** – o oposto do consumista – é, antes de comprar, fazer uma distinção entre necessidade e desejo. Por exemplo: você precisa se vestir; logo, comprar roupas é uma necessidade. Contudo, pagar muito mais caro por determinada marca de qualidade similar a outra de preço mais acessível apenas porque é famosa ou está na moda é um desejo, o que nem sempre pode ser atendido. Isso não significa deixar de comprar algo que desejamos, mas adquirir bens ou produtos de maneira consciente, sem desequilibrar nosso orçamento.

Atitudes simples para consumir de maneira consciente

Planeje suas compras.

Avalie se você realmente precisa do serviço/produto.

Não considere apenas a marca ou a publicidade, mas analise o custo-benefício do produto, ou seja, verifique se é de boa qualidade, se atende a suas necessidades e se o preço é justo.



Estudando acréscimos e descontos sucessivos

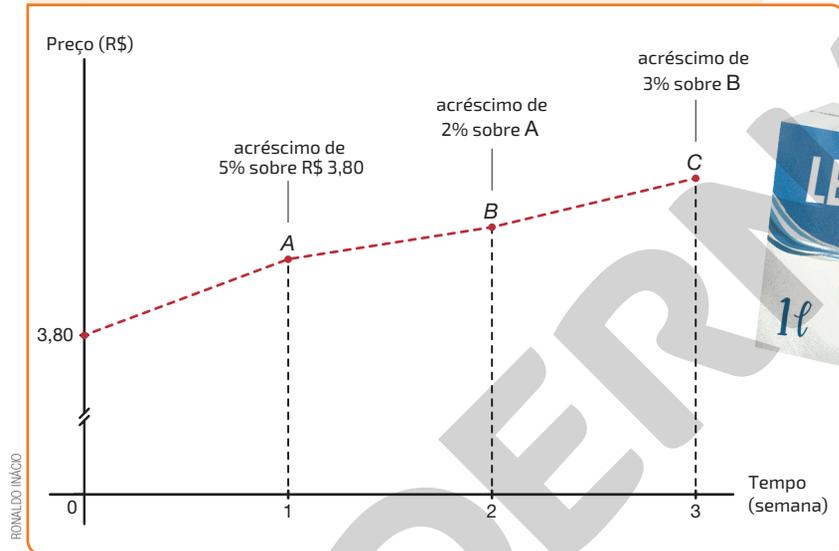
Vimos anteriormente algumas situações envolvendo acréscimos e descontos. Nelas, tanto os acréscimos quanto os descontos incidiam sobre o valor inicial. Agora, vamos estudar algumas situações envolvendo acréscimos e descontos sucessivos. Veja alguns exemplos:

Exemplo 1

Em um supermercado, 1 l de leite custava R\$ 3,80. Em razão da baixa produtividade na entressafra, o preço do produto teve, durante três semanas, acréscimos de 5%, 2% e 3%, respectivamente.

Os dados apresentados no gráfico são fictícios.

Preço de 1 l de leite em um supermercado em julho de 2020



Fonte de pesquisa: Supermercado.

Podemos calcular o preço do litro de leite nesse supermercado após os acréscimos da seguinte maneira.

Após o 1º acréscimo: $\frac{100\% + 5\%}{100}$ de 3,8, ou seja, $\frac{105}{100} \cdot 3,8 = 1,05 \cdot 3,8 = 3,99$

Após o 2º acréscimo: $\frac{100\% + 2\%}{100}$ de 3,99, ou seja, $\frac{102}{100} \cdot 3,99 = 1,02 \cdot 3,99 \approx 4,07$

Após o 3º acréscimo: $\frac{100\% + 3\%}{100}$ de 4,07, ou seja, $\frac{103}{100} \cdot 4,07 = 1,03 \cdot 4,07 \approx 4,19$

Observe que, nessa situação, não podemos adicionar 5%, 2% e 3% e calcular um único acréscimo de 10% sobre o valor de R\$ 3,80, pois, nesse caso, o litro do leite passaria a custar R\$ 4,18, o que não está correto. Para obter uma única porcentagem equivalente aos três acréscimos, devemos multiplicar os fatores de atualização, isto é:

$$1,05 \cdot 1,02 \cdot 1,03 = 1,10313 = 110,313\%$$

Agora, calculamos 110,313% de 3,8:

$$\frac{110,313}{100} \cdot 3,8 = 1,10313 \cdot 3,8 \approx 4,19$$

Portanto, o preço de 1 l de leite nesse supermercado após os três acréscimos sucessivos é R\$ 4,19.

Os acréscimos sucessivos de 5%, 2% e 3% equivalem a um único acréscimo de 10,313%.
 $110,313\% - 100\%$

Os valores 1,05; 1,02; 1,03 são chamados **fatores de atualização**.

Indicando por P_0 o valor inicial e por $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$ as taxas de acréscimos sucessivos na forma decimal, os valores obtidos após cada acréscimo, indicados por $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, respectivamente, são dados por:

$$P_1 = P_0 \cdot (1 + i_1)$$

$$P_2 = P_1 \cdot (1 + i_2) = P_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2)$$

$$P_3 = P_2 \cdot (1 + i_3) = P_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3)$$

⋮

$$P_n = P_{n-1} \cdot (1 + i_n) = P_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot \dots \cdot (1 + i_n)$$

Assim, o valor final $P_n = P$, obtido após todos os acréscimos sucessivos, é dado por:

$$P = P_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot \dots \cdot (1 + i_n)$$

Exemplo 2

Uma loja de eletrodomésticos está realizando uma liquidação. Um televisor de LED, por exemplo, que inicialmente custava R\$ 2 500,00, sofreu um desconto de 20%. Se o cliente pagar à vista, há mais 10% de desconto sobre o valor de liquidação do produto. Para determinar o preço do televisor pago à vista na liquidação, calculamos o preço do televisor após cada desconto.

Após o 1º desconto: $\overbrace{80\% - 20\%}^{100\% - 20\%}$ de 2 500, ou seja, $\frac{80}{100} \cdot 2\,500 = 0,8 \cdot 2\,500 = 2\,000$

Após o 2º desconto: $\overbrace{90\% - 10\%}^{100\% - 10\%}$ de 2 000, ou seja, $\frac{90}{100} \cdot 2\,000 = 0,9 \cdot 2\,000 = 1\,800$

Observe que, nessa situação, não podemos adicionar 20% e 10% e calcular um único desconto de 30% sobre o valor de R\$ 2 500,00, pois, nesse caso, teríamos que o televisor passaria a custar R\$ 1 750,00, o que não está correto. Para obter uma única porcentagem equivalente aos dois descontos, devemos multiplicar os fatores de atualização, isto é:

$$0,8 \cdot 0,9 = 0,72 = 72\%$$

Agora, calculamos 72% de 2 500:

$$\frac{72}{100} \cdot 2\,500 = 0,72 \cdot 2\,500 = 1\,800$$

Portanto, o preço do televisor após os dois descontos sucessivos é R\$ 1 800,00.

Os valores 0,8 e 0,9 também são chamados **fatores de atualização**.

Os descontos sucessivos de 20% e 10% equivalem a único desconto de 28%.
100% - 72%

Indicado por P_0 o valor inicial e por $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$ as taxas de descontos sucessivos na forma decimal, os valores obtidos após cada desconto, indicados por $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, respectivamente, são dados por:

$$P_1 = P_0 \cdot (1 - i_1)$$

$$P_2 = P_1 \cdot (1 - i_2) = P_0 \cdot (1 - i_1) \cdot (1 - i_2)$$

$$P_3 = P_2 \cdot (1 - i_3) = P_0 \cdot (1 - i_1) \cdot (1 - i_2) \cdot (1 - i_3)$$

⋮

$$P_n = P_{n-1} \cdot (1 - i_n) = P_0 \cdot (1 - i_1) \cdot (1 - i_2) \cdot (1 - i_3) \cdot \dots \cdot (1 - i_n)$$

Assim, o valor final $P_n = P$, obtido após todos os descontos sucessivos, é dado por:

$$P = P_0 \cdot (1 - i_1) \cdot (1 - i_2) \cdot (1 - i_3) \cdot \dots \cdot (1 - i_n)$$

- R1** Certa loja concedeu 10% de desconto em um produto e logo após, pelo pagamento à vista, mais 40% de desconto no mesmo produto. Esses descontos correspondem a um único desconto de quantos por cento?

Resolução

Para calcular o desconto único, multiplicamos inicialmente os fatores de atualização.

$$\begin{aligned} 100\% - 40\% &= 60\% \\ \underbrace{0,9} \cdot \underbrace{0,6} &= 0,54 = 54\% \\ 100\% - 10\% &= 90\% \end{aligned}$$

Portanto, descontos sucessivos de 10% e 40% equivalem a um único desconto de 46%, pois $100\% - 54\% = 46\%$.

- R2** Uma loja vende produtos pela internet e, sobre o preço do anúncio, são acrescidos 3% de comissão para o *site*. Quanto um consumidor vai pagar por um produto anunciado por R\$ 130,00 se ele receber desconto de 10% sobre o preço já acrescido da comissão do *site*?

Resolução

O valor inicial é $P_0 = 130$, a taxa de acréscimo é $i_1 = \frac{0,03}{3\%}$ e a taxa de desconto é $i_2 = \frac{0,1}{10\%}$. Logo:

$$P = 130 \cdot \underbrace{(1 + 0,03)}_{\text{acrécimo}} \cdot \underbrace{(1 - 0,1)}_{\text{desconto}} = 130 \cdot 1,03 \cdot 0,9 = 120,51$$

Portanto, o consumidor vai pagar R\$ 120,51 pelo produto.

Para n acréscimos e m descontos aplicados **sucessivamente** a um valor inicial P_0 , podemos calcular o valor final P utilizando a fórmula:

$$P = P_0 \cdot \underbrace{(1 + i_1) \cdot \dots \cdot (1 + i_n)}_{\text{acrécimos sucessivos}} \cdot \underbrace{(1 - i_1) \cdot \dots \cdot (1 - i_m)}_{\text{descontos sucessivos}}$$

- R3** Responda e justifique à seguinte questão.

Dado um valor inicial P_0 , se aplicarmos, sucessivamente, um acréscimo e um desconto, ambos de 10%, então obteremos o próprio valor P_0 ?

Resolução

$$\text{Não, pois: } P = P_0 \cdot \underbrace{(1 + 0,1)}_{\text{acrécimo de 10\%}} \cdot \underbrace{(1 - 0,1)}_{\text{desconto de 10\%}} = P_0 \cdot 1,1 \cdot 0,9 = P_0 \cdot \underbrace{0,99}_{99\%}$$

O valor final é 99% do valor inicial. Portanto, não é o próprio valor P_0 .

- R4** Sobre uma fatura, é cobrado 0,1% de acréscimo sucessivo por dia de atraso. Por essa fatura foi pago R\$ 311,24, com quatro dias de atraso.

Determine o valor dessa fatura caso ela tivesse sido paga:

- sem acréscimo.
- com um dia de atraso.

Resolução

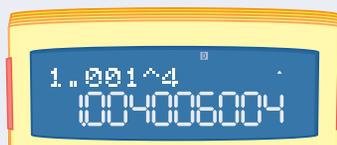
a) O valor final da fatura é $P = 311,24$. Assim, segue que:

$$311,24 = P_0 \cdot \underbrace{(1 + 0,001)}_{\text{acrécimo de 0,1\% no 1º dia}} \cdot \underbrace{(1 + 0,001)}_{\text{acrécimo de 0,1\% no 2º dia}} \cdot \underbrace{(1 + 0,001)}_{\text{acrécimo de 0,1\% no 3º dia}} \cdot \underbrace{(1 + 0,001)}_{\text{acrécimo de 0,1\% no 4º dia}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 311,24 = P_0 \cdot 1,001^4 \Rightarrow P_0 = \frac{311,24}{1,001^4} \approx 310$$

Portanto, o valor da fatura paga sem acréscimo seria R\$ 310,00.

O cálculo de $1,001^4$ pode ser realizado com uma calculadora científica:

1 → . → 0 → 0 → 1 → ^ → 4 → =



Em algumas calculadoras, a tecla x^y substitui a tecla \wedge .

b) Do item a, sabemos que o valor inicial é R\$ 310,00. Logo:

$$P = 310 \cdot \overbrace{(1 + 0,001)}^{\text{acrécimo de 0,1\%}} = 310 \cdot 1,001 = 310,31$$

Portanto, o valor da fatura paga com um dia de atraso seria R\$ 310,31.

R5 (Enem, 2012) Um laboratório realiza exames em que é possível observar a taxa de glicose de uma pessoa. Os resultados são analisados de acordo com o quadro a seguir.

Hipoglicemia	Taxa de glicose menor ou igual a 70 mg/dl
Normal	Taxa de glicose maior que 70 mg/dl e menor ou igual a 100 mg/dl
Pré-diabetes	Taxa de glicose maior que 100 mg/dl e menor ou igual a 125 mg/dl
Diabetes Melito	Taxa de glicose maior que 125 mg/dl e menor ou igual a 250 mg/dl
Hiperglicemia	Taxa de glicose maior que 250 mg/dl

Um decilitro (dl) equivale à décima parte de um litro, ou seja, $1 \text{ dl} = \frac{1}{10} \text{ l}$.

Um paciente fez um exame de glicose nesse laboratório e comprovou que estava com hiperglicemia. Sua taxa de glicose era de 300 mg/dl. Seu médico prescreveu um tratamento em duas etapas. Na primeira etapa ele conseguiu reduzir sua taxa em 30% e na segunda etapa em 10%.

Ao calcular sua taxa de glicose após as duas reduções, o paciente verificou que estava na categoria de

- a) hipoglicemia. c) pré-diabetes. e) hiperglicemia.
b) normal. d) diabetes melito.

Resolução

Inicialmente, calculamos a taxa de glicose T após as reduções.

$$T = 300 \cdot (1 - 0,3) \cdot (1 - 0,1) = 189$$

Desse modo, com taxa de glicose igual a 189 mg/dl, ele estará na categoria de diabetes melito.

Portanto, a alternativa correta é d.

- 1 Escreva as taxas acumulativas, de acréscimos ou descontos sucessivos, e represente-as por uma única porcentagem.
- acréscimos de 4% e 8%. **acréscimo de 12,32%**
 - desconto de 13% e 6%. **desconto de 18,22%**
 - três acréscimos de 5%. **acréscimo de aproximadamente 15,76%**
 - dois descontos de 3% e acréscimo de 7%. **acréscimo de aproximadamente 0,68%**
- 2 Um pequeno produtor rural vende um quilograma de certa hortaliça por R\$ 0,60 a um intermediário, que a revende a uma central de abastecimento com lucro de 30%. A central, por sua vez, vende a um supermercado, lucrando 40%, e o supermercado revende ao consumidor final com lucro de 50%. Quantos reais o consumidor final paga pelo quilograma dessa hortaliça? **R\$ 1,64**
- 3 Em uma loja, certo modelo de camiseta, que custava R\$ 72,00, teve aumento em seu preço de 8%. Como diminuíram as vendas desse modelo, a loja realizou uma promoção na compra à vista, oferecendo 15% de desconto. Qual é o valor a ser pago por um cliente que comprar esse modelo de camiseta efetuando o pagamento à vista? **R\$ 66,10**
- 4 Ao longo de dois anos, o salário de Roberta foi aumentado em 2%, 6% e 4%. Sabendo que após esses reajustes o salário dela passou a ser R\$ 2 102,72, em quantos reais aumentou o salário de Roberta nesse período? **R\$ 232,72**
- 5 Alex comprou certa mercadoria por R\$ 60,00 e a colocou à venda por um preço que vai lhe render 25% de lucro. Como não conseguiu vendê-la, resolveu conceder um desconto de 12%, caso a compra seja feita à vista.
- Quantos reais um consumidor terá de desembolsar caso efetue a compra à vista? **R\$ 66,00**
 - Qual é a porcentagem que Alex lucrará se a mercadoria for vendida à vista? **10%**
- 6 Para fazer a festa de formatura, a comissão de certa turma de 3º ano do Ensino Médio estipulou que todo formando pagasse uma mensalidade. Na tentativa de evitar atrasos no pagamento, foi combinada uma multa de 4% para pagamentos realizados após o quinto dia útil de cada mês e, após o cálculo da multa, mais 0,6% de acréscimos sucessivos por dia de atraso. Em certo mês, após 2 dias de atraso, um aluno pagou R\$ 65,78 de mensalidade. Qual seria o valor dessa mensalidade caso o pagamento tivesse sido feito até o quinto dia útil? **R\$ 62,50**
- 7 (Enem, 2013) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$ 50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de: **alternativa e**
- 15,00
 - 14,00
 - 10,00
 - 5,00
 - 4,00
- 8 Em certo ano, em determinada região, no mês de fevereiro, choveu 18% a mais do que no mês de janeiro. Em contrapartida, choveu no mês de março 15% a menos do que no mês de fevereiro. Em qual mês choveu mais nessa região, em janeiro ou em março? Quantos por cento? **março; 0,3%**
- 9 Certa loja promoveu uma liquidação na qual o consumidor poderia escolher entre dois tipos de desconto para pagamento à vista: dois descontos sucessivos de 35% ou um único desconto de 60%. Qual dos tipos de desconto é mais vantajoso para o consumidor? **Um único desconto de 60%.**
- 10 Para aumentar em 50% a área de um triângulo qualquer, quantos por cento devemos aumentar a altura, se aumentarmos o comprimento da base em 20%? **25%**
- 11 Uma empresa de transporte coletivo municipal reajustou 3 vezes a tarifa do ônibus nos últimos quatro anos. Os reajustes foram acréscimos de 5%, 4% e 5% respectivamente sendo que a tarifa passou a ser R\$ 4,65.
- Qual será a porcentagem da taxa de acréscimo considerando apenas os dois primeiros reajustes? E os três reajustes? **9,2%; 14,66%**
 - Qual era o valor da tarifa antes de ocorrer os três reajustes? **R\$ 4,06**
- 12 Determinado produto custava R\$ 600,00 e sofreu dois descontos sucessivos, de 7% e $x\%$, e, em seguida, um aumento de 15%. Calcule o valor do desconto de $x\%$, sabendo que o valor atual do produto é de R\$ 577,53. **10%**

13 Devido a novos custos, um comerciante vai aumentar o preço de venda de certo produto. No entanto, para evitar uma queda nas vendas, ele aplicará, inicialmente, um acréscimo de $x\%$ e, após dois meses, outro acréscimo de $x\%$, obtendo um acréscimo final de 21% sobre o preço inicial desse produto. De quantos por cento será cada um desses acréscimos? **10%**

No contexto

14 Aroldo fez um curso sobre planejamento financeiro e consumo consciente. Usando os conhecimentos adquiridos, ele estabeleceu um plano para poupar dinheiro e, assim, fazer uma viagem.

- a) Em sua opinião, a decisão tomada por Aroldo está correta? Justifique sua resposta.
- b) As quantias que Aroldo poupou mensalmente, nos quatro primeiros meses, estão apresentadas no quadro.

a) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam

Mês	Quantia (em reais)
1º	1 500
2º	700
3º	700
4º	700

que sim, pois Aroldo buscou conhecimento sobre planejamento financeiro e colocou em prática seus conhecimentos acerca do consumo consciente.

Por ter aplicado seu dinheiro em uma instituição financeira, ao final de cada mês Aroldo recebia 3% do saldo disponível em conta. Sabendo que os 3% recebidos não foram retirados em nenhum dos meses, e que os juros do próximo mês eram calculados sobre o saldo atual, determine quantos reais ele possuía ao final do 3º mês de aplicação.

R\$ 3 102,72 Resposta pessoal. Espera-se que o aluno responda que é importante aprender sobre o assunto para poupar, investir e comprar com consciência.

Ser consciente

- Em sua opinião, é importante fazer cursos e adquirir conhecimentos sobre planejamento financeiro e consumo consciente?

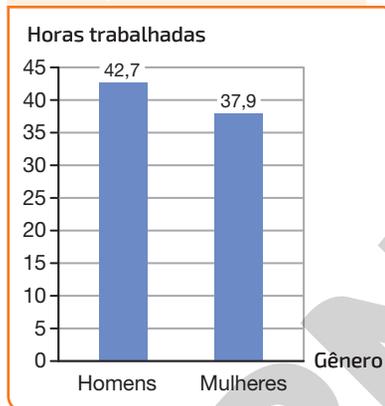
15 Renata pesquisou o preço de determinado modelo de *smartphone* e observou que, em certa loja *on-line*, o preço do aparelho aumentou em 20% uma semana antes de uma promoção. Durante essa promoção, os preços de todos os produtos dessa loja sofreram um desconto de 10% e os preços dos *smartphones* tinham um desconto adicional de 5%.

- a) Nessa promoção, de quantos por cento foi o desconto oferecido sobre o preço do *smartphone*? **14,5%**
- b) O preço desse *smartphone* com os descontos é maior ou menor do que o preço antes do aumento de 20%? Justifique sua resposta.

Maior, pois, se indicarmos por x o preço do *smartphone* antes do aumento de 20%, teríamos que, após os descontos, seu preço seria $1,026x$.

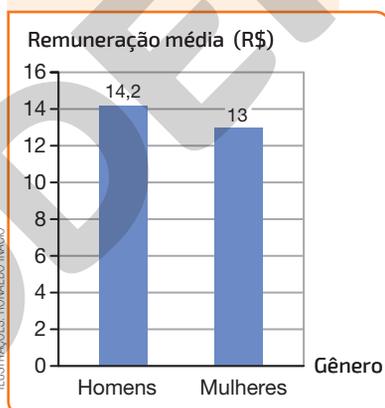
16 Pesquisas do IBGE apontam que, no país, há uma significativa disparidade entre as médias dos salários recebidos por homens e por mulheres. Veja nos gráficos a quantidade média de horas trabalhadas e a remuneração média de trabalhadores de 25 a 49 anos no Brasil em 2018.

Horas trabalhadas, em média, por semana em 2018



Fonte de pesquisa: <<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/9171-pesquisa-nacional-por-amostra-de-domicilios-continua-mensal.html?5&t5downloads>>. Acesso em: 31 out. 2019.

Remuneração média por hora trabalhada em 2018



*Explique aos alunos que rendimento refere-se ao total das importâncias recebidas por uma pessoa durante determinado período de tempo.

Fonte de pesquisa: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/media/com_media/ibge/arquivos/694dba51d3592761fcbf9e1a55d157d9.pdf>. Acesso em: 14 ago. 2020.

A diferença entre os rendimentos* médios de homens e de mulheres, embora tenha diminuído ligeiramente nos últimos anos, continua contribuindo para a desigualdade de gênero no Brasil.

- a) Faça uma pesquisa sobre o tempo gasto por homens e mulheres com afazeres domésticos no Brasil e converse com os colegas e o professor sobre as informações obtidas.
- b) Em 2014, o rendimento médio total da mulher correspondia a 76,8% do rendimento médio total do homem. Em 2015 e 2016, essa porcentagem aumentou em 2,21% e 2,93%, respectivamente. Já em 2017, houve um decréscimo de 3,09% e em 2018 voltou a aumentar em 1,53%. Com base nesses valores, determine a porcentagem entre os rendimentos médios totais da mulher e do homem em 2018. **aproximadamente 79,5%**

Investimentos: poupar para conquistar

Comprar um automóvel, a casa própria e realizar a viagem dos sonhos são conquistas que, geralmente, exigem bastante tempo de trabalho e investimento. Para alcançar tais objetivos e poupar dinheiro, é importante conhecer os diferentes tipos de investimento e identificar quais atendem às suas necessidades. O investidor necessita ter claro o período de tempo em que pretende investir, bem como os riscos que corre ao optar por um investimento: quanto maiores são as possibilidades de rentabilidade, maiores os riscos.

Investidor: pessoa que aplica suas disponibilidades na compra de ações e títulos negociados no mercado de capitais.

Os investimentos de renda fixa são comuns entre os mais conservadores, porém a rentabilidade é menor, quando comparada a outras formas. Nesse caso, geralmente, a remuneração é previamente definida ou atrelada a uma taxa de juro estabelecida pelo governo. O Tesouro Direto é um exemplo desse tipo de investimento.

Os investimentos de maior rentabilidade são os que também oferecem mais riscos de perda. Nesse caso, estão os investimentos de renda variável, nos quais não é possível prever qual será a rentabilidade da aplicação. O mercado de ações está entre os investimentos desse tipo e pode ser um bom negócio a longo prazo, mas é incerto e depende de vários fatores, ligados diretamente à empresa em que se está investindo, bem como ao câmbio, às contas do governo, à situação das bolsas de valores ao redor do mundo etc.

O melhor investimento é o que se encaixa ao perfil e aos objetivos de quem está investindo. Portanto, o essencial é estar bem informado antes de optar por algum deles.

FOTOMONTAGEM DE GUSTAVO PREDOSA. FOTOS: 1. AFRICA STUDIO/SHUTTERSTOCK; 2. B. 12. 15. KATE MACATE/SHUTTERSTOCK; 3. CHIARI VFX/SHUTTERSTOCK; 4. 6. AMONPHAN COMPHANY/SHUTTERSTOCK; 5. ORLA/SHUTTERSTOCK; 7. FOX STUDIO/SHUTTERSTOCK; 9. DENC6/SHUTTERSTOCK; 10. PINK CANDY/SHUTTERSTOCK; 11. PICKINGPOK/SHUTTERSTOCK; 13. SOMCHAI SOM/SHUTTERSTOCK; 14. GOODWIN_X/SHUTTERSTOCK

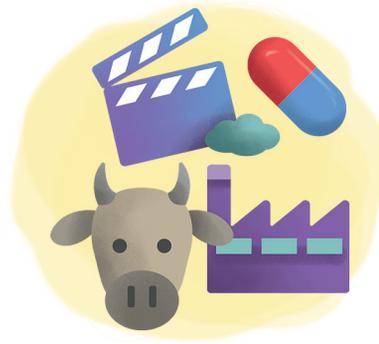


A Bolsa de valores



Bolsa de valores

A Bolsa de valores é um ambiente de negociação, no qual investidores podem comprar ou vender títulos emitidos por empresas. A compra e a venda desses títulos são intermediadas por uma corretora.



Empresa

Em busca de investimentos, uma empresa abre seu capital e disponibiliza **ações** para venda.

Ações são títulos que representam uma pequena parcela do capital de uma empresa.



Investidor

Quando o investidor compra uma ação, ele compra um "pedaço" de determinada empresa, tornando-se sócio dela.



Corretora

O investidor procura uma corretora, que deve ser credenciada na Comissão de Valores Mobiliários (CVM), para comprar ou vender ações na Bolsa de valores. As corretoras, geralmente, disponibilizam a seus clientes o *Home Broker*, sistema que permite acesso à plataforma de negociação eletrônica via internet. Com esse sistema, o usuário pode enviar ordens de compra e venda de ações pelo *site* da corretora.

No Brasil, a principal Bolsa de valores é a B3 (Brasil, Bolsa, Balcão), estabelecida em março de 2017, que é a quinta maior Bolsa de valores do mundo em termos de valor de mercado.

Orienta os alunos a escrever as respostas no caderno.

A Seus pais ou responsáveis fazem algum tipo de investimento? Em caso afirmativo, qual?

Resposta pessoal.

B Se você fosse investir certa quantia em dinheiro, qual investimento você escolheria: ações ou Tesouro Direto? Resposta pessoal. Espera-se que os alunos analisem qual investimento se enquadra em seu perfil e a seus objetivos. Além disso, espera-se que eles percebam que o investimento em ações oferece possibilidade de maior rentabilidade, porém, com maior risco de perda; investimentos no Tesouro Direto têm risco mínimo, porém, a

Não é possível determinar o rendimento de um investimento em renda variável.

rentabilidade é menor.

Porém, em alguns investimentos de renda fixa é possível realizar essa previsão, pois a taxa de juro é prefixada de acordo com o período em que a quantia ficará aplicada. Nas próximas páginas, estudaremos as fórmulas de cálculo de juro, bem como outras situações que envolvem esse conceito.

O que é juro?

Quando uma pessoa realiza um empréstimo no banco, ela deve pagar, além da quantia emprestada, um valor a mais, correspondente ao juro, isto é, um tipo de “aluguel” pelo período em que o dinheiro ficou emprestado.

Outra circunstância envolvendo juro acontece quando uma pessoa faz uma aplicação de certa quantia, seja no Tesouro Direto, seja em outro investimento. Nesse caso, a pessoa recebe juro de acordo com o período em que essa quantia ficou aplicada.

Quando o pagamento de uma fatura é efetuado com atraso, ela é acrescida de juro correspondente ao tempo de atraso.

A seguir, veja alguns termos utilizados em situações que envolvem juro.



Capital (c): quantia em dinheiro investida ou emprestada.



Juro (j): rendimento ou acréscimo pago pelo investimento ou empréstimo de certa quantia.



Taxa de juro (i): percentagem que se recebe de rendimento em um investimento ou que se paga pelo empréstimo de certa quantia.



Montante (M): soma do capital com o juro, indicado por $M = c + j$.

ILUSTRAÇÕES:
HELOISA PIVARELLI



Tempo (t): período em que se investe ou empresta certa quantia, podendo ser dado em dias, meses, anos etc.

Neste tópico, vamos estudar o **juro simples** e o **juro composto**.

Juro simples

Simone pretende fazer um curso sobre investimentos na Bolsa de valores. A organizadora do curso oferece dois tipos de pagamento: R\$ 1 000,00 à vista no momento da matrícula ou, ao final de um ano de curso, esse valor acrescido de uma taxa de juro simples de 12,5% a.a. (ao ano). Podemos calcular o montante pago por Simone, caso ela opte pelo pagamento ao final do curso, da seguinte maneira.

- capital (c): R\$ 1 000,00
- tempo (t): 1 ano
- taxa de juro (i): 12,5% a.a.

Calculamos o juro simples referente a um ano, ou seja, 12,5% de R\$ 1 000,00.

$$0,125 \cdot 1\,000 = 125$$

Assim, ao final do curso, Simone pagará R\$ 125,00 de juro. Como queremos determinar o montante pago por Simone ao final desse período, adicionamos o capital e o juro.

$$M = c + j$$

$$M = 1\,000 + 125$$

$$M = 1\,125$$

Portanto, ao final dos 12 meses, Simone pagará R\$ 1 125,00.

Supondo que o período para pagamento do curso realizado por Simone fosse expandido e que a taxa fosse mantida, teríamos a cada ano um acréscimo de R\$ 125,00 no montante, pois no regime de juro simples a taxa é aplicada sempre sobre o capital inicial.

Calculamos o juro simples por meio da fórmula:

$$j = c \cdot i \cdot t$$

Nessa fórmula:

- j : juro
- c : capital
- i : taxa de juro simples
- t : período de tempo

Para calcular o montante, utilizamos a seguinte fórmula:

$$M = c + \overbrace{j}^{c \cdot i \cdot t} \Rightarrow M = c + c \cdot i \cdot t \Rightarrow M = c(1 + i \cdot t)$$

Nessas fórmulas, ao substituir a taxa de juro, devemos escrevê-la na forma decimal.

Ao utilizar as fórmulas apresentadas anteriormente, precisamos verificar se a taxa de juro e o período de tempo estão em uma mesma unidade de medida de tempo. Por exemplo, se a taxa de juro é dada ao ano, o período de tempo também deve estar em anos. Nos casos em que isso não ocorre, devemos converter a taxa ou o período à mesma unidade de tempo.

No juro simples, uma taxa de 2,1% a.m. (ao mês), por exemplo, é equivalente a 25,2% a.a., pois $\underbrace{0,021}_{2,1\%} \cdot 12 = \underbrace{0,252}_{25,2\%}$.

De maneira semelhante, uma taxa de 36% a.a. no juro simples é equivalente a 3% a.m., pois $\underbrace{0,36}_{36\%} : 12 = \underbrace{0,03}_{3\%}$.

Duas taxas são equivalentes quando, se aplicadas em um mesmo capital e durante um mesmo período de tempo, produzem montantes iguais.

R1 Sérgio comprou R\$ 12 000,00 em móveis para sua nova loja. Uma das condições de pagamento oferecidas a ele foi pagar R\$ 12 900,00 depois de 15 dias da data da compra. Considerando o sistema de juro simples e que a cobrança seja diária, qual foi a taxa de juro mensal oferecida nessa condição?

Considere o mês com 30 dias.

Resolução

Inicialmente, escreveremos o tempo em meses. Para isso, fazemos:

$$\frac{15}{30} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Utilizando a fórmula $M = c \cdot (1 + i \cdot t)$, para $M = 12 900$, $c = 12 000$ e $t = 0,5$, temos:

$$12 900 = 12 000 \cdot (1 + i \cdot 0,5) \Rightarrow \frac{12 900}{12 000} = 1 + i \cdot 0,5 \Rightarrow \frac{1,075 - 1}{0,5} = i \Rightarrow i = 0,15 = 15\%$$

Portanto, a taxa de juro simples oferecida foi 15% a.m.

R2 Para o cliente que atrasa o pagamento da fatura mensal, uma companhia de abastecimento de água cobra multa diária de 0,4% sobre o valor da fatura do mês. O fornecimento de água é interrompido quando o valor da multa torna-se maior do que 20% do valor da fatura sobre o qual incide a multa. Considerando o mês com 30 dias, determine o número de meses e dias de atraso até que a companhia faça o corte do fornecimento de água por falta de pagamento.

Resolução

De acordo com o enunciado, 20% do valor de c da fatura é dado por:

$$\frac{20}{100} \cdot c = 0,2c$$

Assim, segue que:

$$j > 0,2c \Rightarrow c \cdot i \cdot t > 0,2c \Rightarrow c \cdot 0,004 \cdot t > 0,2c \Rightarrow 0,004t > 0,2 \Rightarrow t > \frac{0,2}{0,004} \Rightarrow t > 50$$

Portanto, o corte no fornecimento de água será feito após 50 dias de atraso.

Cálculo de juro simples em planilhas eletrônicas

As planilhas eletrônicas são tabelas que podem ser preenchidas com diversas informações, como textos, dados numéricos e fórmulas. Além disso, elas possibilitam a organização de dados e possuem recursos para realizar cálculos, esboçar gráficos, restringir dados, fazer preenchimentos automáticos, entre outras funcionalidades. Algo importante a destacar é que uma planilha se divide em regiões retangulares, denominadas células, indicadas pelo cruzamento de uma linha (indicada por um número) com uma coluna (indicada por uma letra). As planilhas eletrônicas são úteis para abordar diversos assuntos, como os que estão relacionados à Matemática financeira.

Apresentaremos a seguir um exemplo envolvendo juro simples. Para isso, vamos utilizar o Calc, que é uma das planilhas eletrônicas disponíveis.

Arnaldo pagou uma dívida de R\$ 15 000,00, cuja cobrança era diária, com 10 dias de atraso. Sabendo que nessa dívida era cobrado juro de mora de 1,2% a.m. e considerando o mês com 30 dias, determine a quantia, em reais, paga por Arnaldo.

A Com uma planilha eletrônica “aberta”, preencha as células conforme apresentado ao lado.

B Preencha o intervalo **A2:A12** com a sequência dos números naturais de 0 a 10. Para isso, selecione o intervalo **A2:A3**, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a célula **A12**.

C Calcule o juro ao final do 1º dia. Para isso, digite $= 0,0004 * C\$2$ na célula **B3** e pressione **Enter**.

Para que o juro simples calculado na célula **B3**, relacionado ao capital de R\$ 15 000,00 (célula **C2**), seja mantido nas células abaixo, na **Guia de autopreenchimento**, utilizamos o símbolo \$ (cifrão) em $=0,0004 * C\$2$.

D Calcule o montante ao final do 1º dia. Para isso, na célula **C3**, digite $= C2 + B3$ e pressione **Enter**.

E Preencha a planilha com o juro e o montante ao final de cada período. Para isso, selecione o intervalo **B3:C3**, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a linha 12 (correspondente ao 10º dia).

Portanto, o valor da dívida que Arnaldo pagou é R\$ 15 060,00.

Juro de mora é aquele cobrado sobre pequenos atrasos no pagamento de uma dívida.

	A	B	C
1	Período (dia)	Juro (R\$)	Montante (R\$)
2	0	0	15000
3	1		
4	2		

Note que uma taxa de 1,2% a.m. é equivalente a 0,04% a.d. (ao dia).

	A	B	C
1	Período (dia)	Juro (R\$)	Montante (R\$)
2	0	0	15000
3	1	6	15006
4	2	6	15012
5	3	6	15018
6	4	6	15024
7	5	6	15030
8	6	6	15036
9	7	6	15042
10	8	6	15048
11	9	6	15054
12	10	6	15060

Agora é com você!

- 1** Resposta no Suplemento para o professor. Em qual célula foi inserido o valor inicial da dívida? Em qual célula foi calculado o valor do montante correspondente ao dia do pagamento dessa dívida?
- 2** De acordo com essa planilha, qual foi o valor do juro obtido ao final de cada dia?
- 3** Utilizando uma planilha eletrônica, determine qual será o valor pago de uma dívida de R\$ 135,00 que foi quitada 15 dias após o vencimento, sobre a qual incidiu juro de mora de 0,9% a.m.

Auxilie os alunos no uso da **Guia de autopreenchimento**, orientando-os a clicar no quadrado preto no canto inferior direito da célula e arrastar sobre as células em que se deseja reaplicar o conteúdo ou as fórmulas.

No **Suplemento para o professor** há mais informações sobre a planilha eletrônica Calc.

Juro composto

A Matemática primitiva começou a ser desenvolvida a partir de embasamentos práticos, quando, ao longo dos rios Nilo, Tigre, Eufrates, entre outros, surgiram sociedades desenvolvidas, como os babilônios e os egípcios. A partir de tarefas como o controle de inundações desses rios e da drenagem de pântanos, possibilitou-se o desenvolvimento de tecnologias e da Matemática, originando-se a chamada Matemática primitiva. Essas práticas requeriam o cálculo de calendários funcionais, o desenvolvimento de um sistema de medidas, a criação de métodos de agrimensura, a instituição de práticas financeiras e comerciais para o lançamento e a arrecadação de taxas etc. Alguns dos documentos, registrados em tábulas de argila, mostram que os sumérios, antiga civilização que viveu na região da Mesopotâmia por volta de 2100 a.C., já utilizavam vários tipos de conhecimentos financeiros, como os atualmente denominados juro simples e juro composto.

Fonte de pesquisa: EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 2004. p. 57-60.



MUSEU DO LOUVRE, PARIS, FRANÇA.
FOTO: BRIDGEMAN IMAGES/ISTOCK

Tábula mesopotâmica que apresenta cálculos financeiros, exposta no Museu do Louvre, em Paris, França.

Para iniciarmos o estudo com **juro composto**, considere o seguinte exemplo.

Exemplo

Talita aplicou R\$ 2 580,00 a uma taxa de juro composto de 3% a.m. durante três meses. Podemos calcular o montante obtido ao final dessa aplicação da seguinte maneira.

O sistema de juro composto corresponde a um caso particular de acréscimos sucessivos, cujas taxas de acréscimo são todas iguais. Para calcular os acréscimos sucessivos, utilizamos a seguinte fórmula:

$$P = P_0 \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot \dots \cdot (1 + i_n)$$

Fazendo $P = M$ e $P_0 = c$, temos:

$$M = c \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot \dots \cdot (1 + i_n)$$

Substituindo na fórmula c por 2 580 e $i_1 = i_2 = i_3$ por 0,03:

$$M = 2\,580 \cdot (1 + 0,03) \cdot (1 + 0,03) \cdot (1 + 0,03) \approx 2\,819,24$$

Portanto, o montante obtido ao final da aplicação foi R\$ 2 819,24.

Calculamos o montante obtido ao aplicar um capital a juro composto da seguinte maneira.

$$M = c \cdot (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot \dots \cdot (1 + i_n), \text{ em que } i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_n = i$$

Como as taxas de acréscimos estão associadas a um período de tempo, temos $n = t$. Logo:

$$M = c \cdot \underbrace{(1 + i) \cdot (1 + i) \cdot (1 + i) \cdot \dots \cdot (1 + i)}_{t \text{ fatores iguais}}$$

$$M = c \cdot (1 + i)^t$$

Nessa fórmula:

- a taxa de juro deve ser escrita na forma decimal;
- o tempo e a taxa de juro devem estar na mesma unidade de medida de tempo.

Utilizando essa fórmula para obter o montante da situação apresentada no exemplo, temos:

$$M = c \cdot (1 + i)^t$$

$$M = 2\,580 \cdot (1 + 0,03)^3 = 2\,580 \cdot 1,03^3 \approx 2\,819,24$$

No juro composto, não podemos multiplicar ou dividir uma taxa dada em certo período e obter uma equivalente em outro período, como ocorre no juro simples. No caso do juro composto, é necessário realizar outros cálculos.

No contexto

João aplicou R\$ 1 500,00 em um investimento de renda fixa a uma taxa de juro composto de 0,38% a.m. durante um ano. Qual é o montante obtido por João ao final desse investimento?

R\$ 1 569,85

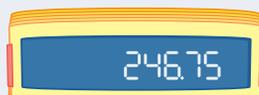
R3 Utilizando uma calculadora, determine o montante obtido ao final de cada um dos três primeiros meses, ao investir um capital de R\$ 235,00 a juro composto de 5% ao mês.

Resolução

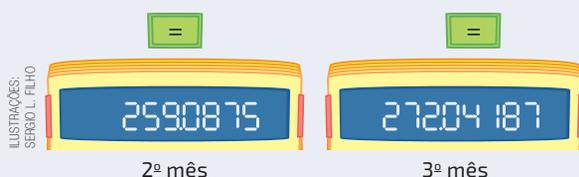
Para determinar o montante ao final do 1º mês, acrescentamos ao capital 5% do valor do capital, ou seja, multiplicamos $1,05$ por 235. Utilizando a calculadora comum, digitamos a sequência de teclas a seguir.

1 → . → 0 → 5 → × → 2 → 3 → 5 → =

As etapas de cálculo necessárias na resolução desta tarefa podem variar de acordo com o modelo da calculadora.



Para determinar o montante do 2º e do 3º meses, respectivamente, digitamos novamente a tecla = duas vezes.



ILUSTRAÇÕES:
SERGIO L. FILHO

Ao digitar novamente a tecla =, a calculadora repete a operação $1 \cdot 0 \cdot 5 \times$, isto é, multiplica o resultado anterior por 1,05. Desse modo, obtemos o montante do mês seguinte no sistema de juro composto.

R4 Jonas aplicou, no investimento A, R\$ 10 000,00 durante 12 meses a uma taxa de juro composto de 4% a.m. Supondo que Jonas opte por investir durante 12 meses na caderneta de poupança a uma taxa de juro de 0,5% a.m., qual deve ser o capital aplicado para que ele obtenha o mesmo montante obtido no investimento A?

Caderneta de poupança: um dos investimentos mais populares do país, que conta com simplicidade e baixo risco. Além disso, é garantida pelo governo e suas regras de funcionamento são reguladas pelo Banco Central.

Resolução

Indicando por M_A o montante obtido no investimento A, temos:

$$M_A = c \cdot (1 + i)^t \Rightarrow M_A = 10\,000 \cdot (1 + 0,04)^{12} \approx 16\,010,32$$

Seja M_p e c_p , respectivamente, o montante desejado com a aplicação na caderneta de poupança e o capital aplicado na caderneta de poupança. Assim:

$$M_p = c_p \cdot (1 + i)^t \Rightarrow 16\,010,32 = c_p \cdot (1 + 0,005)^{12} \Rightarrow c_p = \frac{16\,010,32}{1,005^{12}} \approx 15\,080,21$$

Portanto, a fim de obter o mesmo montante alcançado no investimento A, Jonas deveria aplicar R\$ 15 080,21 na caderneta de poupança.

R5 Resolva o item a do problema R4 da seção Exercícios e problemas resolvidos da página 110 utilizando a fórmula $M = c \cdot (1 + i)^t$.

Resolução

No item a do problema R4 da página 110, utilizamos acréscimos sucessivos para calcular o valor inicial de uma fatura, ou seja, o valor sem acréscimos.

Utilizando a fórmula $M = c(1 + i)^t$, para $M = 311,24$, $i = 0,001$ e $t = 4$, temos:

$$311,24 = c \cdot (1 + 0,001)^4 \Rightarrow 311,24 = c \cdot 1,001^4 \Rightarrow c \approx \frac{311,24}{1,004} \approx 310$$

Portanto, como concluímos no problema R4, o valor da fatura paga sem acréscimo seria R\$ 310,00.

Cálculo de juro composto em planilhas eletrônicas

Nas páginas anteriores, resolvemos uma situação envolvendo juro simples utilizando a planilha eletrônica Calc. Agora, utilizando esse mesmo recurso, vamos resolver uma situação envolvendo juro composto.

Márcia aplicou, em um investimento de renda fixa, R\$ 15 000,00 durante 10 meses a uma taxa de juro composto de 1% a.m. Qual foi o montante obtido por ela ao final desses 10 meses?

A Com uma planilha eletrônica “aberta”, preencha as células conforme apresentado ao lado.

	A	B	C
1	Período (mês)	Juro (R\$)	Montante (R\$)
2	0	0	15000
3	1		

B Preencha o intervalo **A2:A12** com a sequência dos números naturais de 0 a 10. Para isso, selecione o intervalo **A2:A3**, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a célula **A12**.

C Calcule o juro ao final do 1º mês. Para isso, digite $= 0,01 * C2$ na célula **B3** e pressione **Enter**.

Note que nesse caso não utilizamos o símbolo \$, pois não desejamos que o capital (célula **C2**) seja mantido.

D Calcule o montante ao final do 1º mês. Para isso, na célula **C3**, digite $= C2 + B3$ e pressione **Enter**.

E Preencha a planilha com o juro e o montante ao final de cada período. Para isso, selecione o intervalo **B3:C3**, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a linha 12 (correspondente ao 10º mês).

	A	B	C
1	Período (mês)	Juro (R\$)	Montante (R\$)
2	0	0	15000
3	1	150	15150
4	2	151,5	15301,5
5	3	153,02	15454,52
6	4	154,55	15609,06
7	5	156,09	15765,15
8	6	157,65	15922,8
9	7	159,23	16082,03
10	8	160,82	16242,85
11	9	162,43	16405,28
12	10	164,05	16569,33

Para exibir os montantes ao final de cada período com no máximo duas casas decimais, como na planilha ao lado, selecione o intervalo **C2:C12** e clique sobre a opção **Excluir casa decimal** três vezes.

Portanto, o montante obtido, ao final desses dez meses, foi R\$ 16 569,33.

Agora é com você!

Respostas no **Suplemento para o professor**.

1 No exemplo apresentado, selecione as células referentes ao 10º mês e, utilizando a **Guia de autopreenchimento**, arraste-as até a linha 242. Calcule quantas vezes o montante é maior do que o capital inicial ao final de:

- a) 3 anos.
- b) 5 anos.
- c) 10 anos.
- d) 20 anos.

2 Utilizando uma planilha eletrônica, determine qual será o valor do montante obtido em uma aplicação de R\$ 18 530,00 durante 30 anos, a uma taxa de juro composto de 12% a.a.

No **Suplemento para o professor** há mais informações sobre a planilha eletrônica Calc.

Nas tarefas desta seção, quando necessário, considere o mês com 30 dias.

1 Sabendo que um capital c , aplicado a juro simples, rende em 4 meses o equivalente a $\frac{1}{5}$ de seu valor, determine a taxa de juro simples mensal. **5% a.m.**

2 Uma pessoa aplicou uma quantia **A** em um investimento de 6% a.a. e uma quantia **B**, em um investimento de 7% a.a., ambos no sistema de juro simples, obtendo R\$ 345,00 de rendimento total ao final de um ano. Sabendo que o rendimento total seria de R\$ 370,00 se as quantias **A** e **B** fossem aplicadas, respectivamente, nos investimentos de 7% a.a. e 6% a.a., calcule o valor total aplicado por essa pessoa. **R\$ 5 500,00**

3 Luiz pagou um boleto bancário, no valor de R\$ 750,00, com 12 dias de atraso. Sabendo que foi cobrado 2,4% a.m. de juro de mora e que a cobrança é diária, determine o valor pago por Luiz. **R\$ 757,20**

4 Certa loja de informática vende uma impressora à vista por R\$ 270,00 ou em parcela única de R\$ 298,35, paga 90 dias após a compra. Caso um consumidor deseje comprar pagando após os 90 dias, qual será a taxa mensal de juro simples a pagar? **3,5% a.m.**

5 Em certa loja, Daniele comprou o refrigerador indicado no cartaz em duas parcelas iguais de R\$ 1 100,00: a 1ª no ato da compra, e a 2ª após 30 dias, acrescida de juro.



- Qual é a taxa de juro mensal cobrada por essa loja? **10% a.m.**
- Quantos reais Daniele economizaria se pagasse o valor total à vista, sabendo que nessa modalidade de pagamento a loja ainda concede ao consumidor 8% de desconto sobre o preço do cartaz? **R\$ 268,00**

6 Luís aplicou R\$ 2 600,00 em um fundo de investimento que lhe rende juro composto de 18% a.a. Qual será o montante obtido por Luís após três anos de investimento? **R\$ 4 271,88**

8. Caso julgue necessário, oriente os alunos a utilizar uma calculadora científica ou uma calculadora de *smartphone*,

7 Um investidor aplicou R\$ 1 100,00 em certo investimento. Veja no quadro a taxa de juro em cada um dos três primeiros meses de aplicação.

Mês	1º	2º	3º
Taxa de juro	3,2% a.m.	3,2% a.m.	0,5% a.m.

Nesse período o investidor não aplicou outra quantia nem fez retiradas.

Qual foi o montante ao final do 3º mês?
R\$ 1 177,39

8 Qual deve ser a taxa de juro mensal, para que um capital investido sob o regime de juro composto quadruple em 70 meses? **2%**

9 Fabiana tomou como empréstimo a importância de R\$ 3 500,00 de certa instituição financeira que cobra uma taxa fixa de 4% a.m., no regime de juro composto. Sabendo que ela pretende pagar essa dívida em parcela única após quatro meses, quantos reais de juro Fabiana pagará por esse empréstimo? **R\$ 594,50**

10 Certo capital foi aplicado à taxa de juro composto de 1,8% a.m. durante um ano e dois meses, gerando um montante de R\$ 729,15.

- Qual foi o capital investido nessa aplicação? **aproximadamente R\$ 568,00**
- Ao final do período, qual foi o percentual de aumento dessa aplicação? **aproximadamente 28,37%**

11 Uma pessoa aplicou R\$ 15 000,00 em um fundo de investimento que rende certa taxa de juro composto. Sabendo que após dois anos o montante obtido foi R\$ 17 496,00, determine a taxa de juro composto anual dessa aplicação. **8%**

12 Em certa loja, uma bola de futsal que custa R\$ 120,00 à vista pode ser paga em duas parcelas, sendo uma de entrada, no ato da compra, no valor de R\$ 70,00, e outra dois meses após a compra, no valor de R\$ 54,08, capitalizada a juro composto. Qual é a taxa mensal de juro composto cobrada por essa loja? **4%**

13 Um investidor aplicou R\$ 2 300,00 em um fundo monetário que rende juro composto de 1,7% a.m. Passados três meses, ele aplicou mais R\$ 1 100,00 nesse mesmo fundo.

- Quantos reais de juro esses investimentos renderam juntos após a 1ª aplicação completar um ano? **R\$ 695,87**
- Se seis meses após a 1ª aplicação esse investidor retirasse R\$ 3 000,00, qual seria o montante dois anos após a 2ª aplicação? **R\$ 999,98**

16. c) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos digam que sim, pois nesse caso o montante obtido seria R\$ 12 509,69, que é maior do que o montante total obtido ao aplicar simultaneamente nos investimentos A e B.

14 Um empréstimo de R\$ 8 600,00 a uma taxa de juro composto de 8% a.a. foi quitado da seguinte maneira:

- dois anos após o empréstimo, houve um pagamento de R\$ 3 700,00.
- três anos após o 1º pagamento, houve outro, agora no valor de R\$ 4 900,00.
- dois anos após o 2º pagamento, a dívida foi liquidada.

Com base nessas informações, responda às questões.

- a) Qual era o saldo devedor após o 2º pagamento? **R\$ 3 075,29**
 b) Quanto foi pago de juro ao término do pagamento da dívida? **R\$ 3 587,02**

15 Júlio aplicou, sob o regime de juro composto, a importância de R\$ 7 500,00, com taxa de 2,5% a.m., por dois trimestres.

- a) Qual foi o montante ao fim desse período? **R\$ 8 697,70**
 b) Devido a pagamentos de impostos, o montante a ser retirado por Júlio sofrerá uma redução de 3%. Qual será o valor líquido retirado após esse investimento? **R\$ 8 436,77**

16 Certo investidor aplicou simultaneamente, em regime de juro composto, durante oito meses, dois capitais da seguinte maneira:

- investimento A: R\$ 5 000,00 com taxa de juro de 3% a.m.
- investimento B: R\$ 4 500,00 com taxa de juro de 3,5% a.m.

- a) Qual foi o montante total obtido ao final do 8º mês com esses investimentos? **R\$ 12 259,50**
 b) Qual dos investimentos gerou o maior rendimento? **investimento B**
 c) Em sua opinião, seria mais vantajoso se esse investidor fizesse apenas uma aplicação, com todo o capital, no investimento de maior rentabilidade? Justifique sua resposta.

17 Em 2019, os contribuintes brasileiros tiveram de trabalhar até o dia 2 de junho somente para pagar impostos. Suponha que nesse mesmo ano uma pessoa pagou R\$ 12 000,00 de impostos. Se esse capital tivesse sido aplicado a uma taxa de juro composto de 0,6% a.m., durante um ano, quantos reais renderia essa aplicação? **R\$ 893,09**

Ser consciente



Em grupo

Junte-se a um colega e façam uma pesquisa sobre alguns impostos cobrados no Brasil e a que são destinados. Na opinião de vocês, há setores que precisariam receber uma parcela maior de investimento? Converse com seus colegas e com o professor a respeito dessas questões. **Respostas no Suplemento para o professor.**

15. Se julgar conveniente, diga aos alunos que um trimestre corresponde a um período de três meses.

18 (Enem, 2000) João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os descontos possíveis, é R\$ 21 000,00, e esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R\$ 20 000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, e escolhe deixar todo o seu dinheiro aplicado até que o montante atinja o valor do carro.

Para ter o carro, João deve esperar: **alternativa c**

- a) dois meses, e terá a quantia exata.
 b) três meses, e terá a quantia exata.
 c) três meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$ 225,00.
 d) quatro meses, e terá a quantia exata.
 e) quatro meses, e ainda sobrarão, aproximadamente, R\$ 430,00.

19 (Enem, 2011) Considere que uma pessoa decida investir uma determinada quantia e que lhe sejam apresentadas três possibilidades de investimento, com rentabilidades líquidas garantidas pelo período de um ano, conforme descritas:

Investimento A: 3% ao mês

Investimento B: 36% ao ano

Investimento C: 18% ao semestre

As rentabilidades, para esses investimentos, incidem sobre o valor do período anterior. O quadro fornece algumas aproximações para a análise das rentabilidades:

n	$1,03^n$
3	1,093
6	1,194
9	1,305
12	1,426

Para escolher o investimento com a maior rentabilidade anual, essa pessoa deverá: **alternativa c**

- a) escolher qualquer um dos investimentos A, B ou C, pois as suas rentabilidades anuais são iguais a 36%.
 b) escolher os investimentos A ou C, pois suas rentabilidades anuais são iguais a 39%.
 c) escolher o investimento A, pois a sua rentabilidade anual é maior que as rentabilidades anuais dos investimentos B e C.
 d) escolher o investimento B, pois sua rentabilidade de 36% é maior que as rentabilidades de 3% do investimento A e de 18% do investimento C.
 e) escolher o investimento C, pois sua rentabilidade de 39% ao ano é maior que a rentabilidade de 36% ao ano dos investimentos A e B.

Situações envolvendo juro simples e juro composto

Nas páginas anteriores, calculamos juro simples e composto. Agora, vamos analisar uma situação em que uma pessoa precisa decidir sob qual desses sistemas ela vai aplicar determinada quantia.

Certo investidor vai aplicar R\$ 23 000,00 durante cinco anos. Nessas condições, foram-lhe oferecidos dois tipos de investimento: o investimento A e o investimento B. Nos quadros, são apresentados os montantes obtidos ao final de cada período nos cinco primeiros meses de aplicação.

Investimento A sob o regime de juro simples

Taxa de juro: 7% a.m.

Período (mês)	Montante
0	R\$ 23 000,00
1	R\$ 24 610,00
2	R\$ 26 220,00
3	R\$ 27 830,00
4	R\$ 29 440,00
5	R\$ 31 050,00
:	:

Investimento B sob o regime de juro composto

Taxa de juro: 5% a.m.

Período (mês)	Montante
0	R\$ 23 000,00
1	R\$ 24 150,00
2	R\$ 25 357,50
3	R\$ 26 625,38
4	R\$ 27 956,64
5	R\$ 29 354,48
:	:

Na situação fictícia apresentada, o regime de juro utilizado no investimento A é o de juro simples. Vale destacar que em situações cotidianas não há investimento sob esse regime de juro.

No investimento A, por ser utilizado o sistema de juro simples, sempre é acrescido ao montante um mesmo valor, ou seja, o montante apresenta um crescimento linear. Já no investimento B, por ser utilizado o sistema de juro composto, o montante aumentará cada vez mais rápido com o passar do tempo, pois o juro é calculado sempre sobre o montante obtido no período anterior. Nesse caso, dizemos que o montante apresenta um crescimento exponencial.

- A** Em sua opinião, qual dos investimentos é o mais vantajoso para esse investidor?

Resposta pessoal. Espera-se que para responder a essa questão os alunos levem em consideração o montante obtido ao final de cinco anos, e não o montante correspondente ao 5º mês de aplicação.

Agora, vamos calcular o montante obtido ao final da aplicação, em cada um dos investimentos, para verificarmos qual é o mais vantajoso para o investidor.

- Investimento A

$$M = c \cdot (1 + i \cdot t)$$

$$M = 23\,000 \cdot (1 + 0,07 \cdot 60)$$

$$M = 119\,600$$

- Investimento B

$$M = c \cdot (1 + i)^t$$

$$M = 23\,000 \cdot (1 + 0,05)^{60}$$

$$M = 429\,621,28$$

Logo, o montante obtido ao final da aplicação no investimento A seria de R\$ 119 600,00 e no investimento B, R\$ 429 621,28. Note que, mesmo aparentando ser mais vantajoso nos cinco primeiros meses de aplicação, o investimento A oferece, ao investidor, um montante inferior ao oferecido pelo investimento B. Portanto, o investimento B é o mais vantajoso.

- B** Se esse investidor aplicasse esse capital durante sete meses, qual seria o investimento mais vantajoso? E se ele fosse investir durante dois anos? Justifique suas respostas.

B. O investimento A. Espera-se que os alunos respondam que, caso a aplicação fosse em um período de sete meses, o investimento A traria, ao investidor, um rendimento de R\$ 11 270,00, enquanto o investimento B, um rendimento de R\$ 9 363,31; O investimento B. Espera-se que os alunos respondam que, caso a aplicação fosse em um período de dois anos, o investimento A traria, ao investidor, um rendimento de R\$ 38 640,00 enquanto o investimento B, um rendimento de R\$ 51 177,30.

Comparando juro simples e juro composto

Na página anterior, comparamos dois investimentos: um sob o regime de juro simples com uma taxa de 7% a.m. e outro sob o regime de juro composto a uma taxa de 5% a.m. Agora, vamos analisar dois investimentos aplicados a uma mesma taxa, porém em regimes de juro diferentes.

Para isso, suponha uma aplicação de R\$ 10 000,00 a uma taxa de juro de 3,5% a.a. sob o regime de juro simples e juro composto. A fim de comparar os montantes obtidos ao longo do tempo em cada uma dessas aplicações, vamos utilizar a planilha eletrônica Calc.

Para preencher a planilha, utilize os recursos apresentados nas páginas **118** e **121**.

	A	B	C	D	E
1	Período (ano)	Juro simples (R\$)	Juro composto (R\$)	Montante na aplicação sob juro simples (R\$)	Montante na aplicação sob juro composto (R\$)
2	0	0	0	10000	10000
3	1	350	350	10350	10350
4	2	350	362,25	10700	10712,25
5	3	350	374,93	11050	11087,18
6	4	350	388,05	11400	11475,23
7	5	350	401,63	11750	11876,86
8	6	350	415,69	12100	12292,55
9	7	350	430,24	12450	12722,79
10	8	350	445,3	12800	13168,09
11	9	350	460,88	13150	13628,97
12	10	350	477,01	13500	14105,99
13	11	350	493,71	13850	14599,7
14	12	350	510,99	14200	15110,69
15	13	350	528,87	14550	15639,56
16	14	350	547,38	14900	16186,95
17	15	350	566,54	15250	16753,49
18	16	350	586,37	15600	17339,86
19	17	350	606,9	15950	17946,76
20	18	350	628,14	16300	18574,89
21	19	350	650,12	16650	19225,01
22	20	350	672,88	17000	19897,89
23	21	350	696,43	17350	20594,31
24	22	350	720,8	17700	21315,12
25	23	350	746,03	18050	22061,14
26	24	350	772,14	18400	22833,28
27	25	350	799,16	18750	23632,45
28	26	350	827,14	19100	24459,59

Note que, a partir do 1º ano (1º período), o montante da aplicação sob regime de juro composto aumenta mais rápido do que o da aplicação sob regime de juro simples. Além disso, podemos observar que a variação do montante é constante na aplicação sob regime de juro simples, o que não ocorre na aplicação sob regime de juro composto.

Agora é com você!

Respostas no Suplemento para o professor.

- 1 Em quais células foram inseridos os valores iniciais de cada aplicação?
- 2 Em uma planilha eletrônica, faça a simulação de uma aplicação de R\$ 5 000,00 a uma taxa de juro simples de 1% a.m. e outra de mesmo capital a uma taxa de juro composto de 0,95% a.m. Em qual das duas aplicações você optaria por investir durante 8 meses? E para investir durante 60 meses?

Diga aos alunos que, em situações reais, os investimentos geralmente obedecem ao regime de juro composto.

No Suplemento para o professor há mais informações sobre a planilha eletrônica Calc.

- R6** Na planilha eletrônica a seguir, estão os montantes obtidos ao final dos seis primeiros períodos em dois investimentos: um com taxa de juro simples e o outro com taxa de juro composto.

	A	B	C
1	Período (mês)	Montante no investimento A (R\$)	Montante no investimento B (R\$)
2	0	23560	23560
3	1	25916	24384,6
4	2	28272	25238,06
5	3	30628	26121,39
6	4	32984	27035,64
7	5	35340	27981,89
8	6	37696	28961,26

SERGIO L. FILHO

- Qual dos investimentos utiliza o regime de juro composto?
- Qual é a taxa de juro mensal do investimento A? E do investimento B?
- Qual investimento é mais vantajoso, caso o período de aplicação seja de 12 anos?

Resolução

- Calculando, para cada um dos investimentos, a diferença entre o montante obtido ao final do 2º mês e o obtido ao final do 1º mês, temos:

- Investimento A

$$28\,272 - 25\,916 = 2\,356$$

- Investimento B

$$25\,238,06 - 24\,384,6 = 853,46$$

Agora, calculando, para cada um dos investimentos, a diferença entre o montante obtido ao final do 3º mês e o obtido ao final do 2º mês, temos:

- Investimento A

$$30\,628 - 28\,272 = 2\,356$$

- Investimento B

$$26\,121,39 - 25\,238,06 = 883,33$$

Como o valor acrescido ao montante no investimento B aumenta com o passar do tempo, então esse investimento utiliza o regime de juro composto.

- Sabemos que o juro obtido ao final do primeiro mês no investimento A é R\$ 2 356,00. Assim:

$$\frac{2\,356}{23\,560} = 0,1 = 10\%$$

Já no investimento B, o juro obtido ao final do primeiro mês é dado por 24 384,60 – 23 560. Assim:

$$\frac{24\,384,6 - 23\,560}{23\,560} = \frac{824,6}{23\,560} = 0,035 = 3,5\%$$

Portanto, a taxa de juro do investimento A é 10% a.m. e a do investimento B, 3,5% a.m.

- Calculando o montante obtido ao final de 12 anos para:

- o investimento A, temos:

$$M = c(1 + i \cdot t) \Rightarrow M = 23\,560 \cdot (1 + 0,1 \cdot 12 \cdot 12) = 362\,824$$

- o investimento B, temos:

$$M = c(1 + i)^t \Rightarrow M = 23\,560 \cdot (1 + 0,035)^{12 \cdot 12} \approx 3\,338\,763,5$$

No expoente do cálculo acima, 12 vezes 12 corresponde a 144 meses, ou seja, 12 anos. Como R\$ 3 338 763,50 é maior do que R\$ 362 824,00, então o investimento B é o mais vantajoso caso o período de aplicação seja de 12 anos.

20 Arlindo está em dúvida entre as seguintes opções para investir R\$ 12 000,00.

- Opção 1: investir sob regime de juro composto a uma taxa de 6,5% a.a.
 - Opção 2: Investir sob regime de juro simples a uma taxa de 6,5% a.a.
- a) Após quanto tempo o investimento obtido em ambas as opções será o mesmo? **1 ano**
- b) Caso Arlindo aplique esse capital por dois anos, qual é a diferença entre o montante obtido em cada uma das opções? **R\$ 50,70**

21 A planilha eletrônica apresenta o montante obtido ao final de alguns períodos em três investimentos diferentes.

Sabendo que nesses investimentos é utilizado o regime de juro simples ou de juro composto, responda.

- a) Em qual desses investimentos o montante apresenta um crescimento exponencial? E em qual apresenta crescimento linear? **investimento B; investimentos A e C.**
- b) Qual é a taxa de juro mensal de cada um desses investimentos?
- c) Se o capital aplicado no investimento A fosse aplicado no investimento C, qual seria o montante ao final do 10^o mês? **R\$ 15 689,28**

	A	B	C	D
1	Período (mês)	Montante no investimento A (R\$)	Montante no investimento B (R\$)	Montante no investimento C (R\$)
2	0	8965,3	12589	56000
3	1	9861,83	13533,18	60200
4	2	10758,36	14548,16	64400
5	3	11654,89	15639,28	68600
6	4	12551,42	16812,22	72800
7	5	13447,95	18073,14	77000
8	6	14344,48	19428,62	81200
9	7	15241,01	20885,77	85400
10	8	16137,54	22452,2	89600
11	9	17034,07	24136,12	93800
12	10	17930,6	25946,33	98000

b) investimento A: 10% a.m.; investimento B: 7,5% a.m.; investimento C: 7,5% a.m.

Para responder ao item d, utilize uma planilha eletrônica.

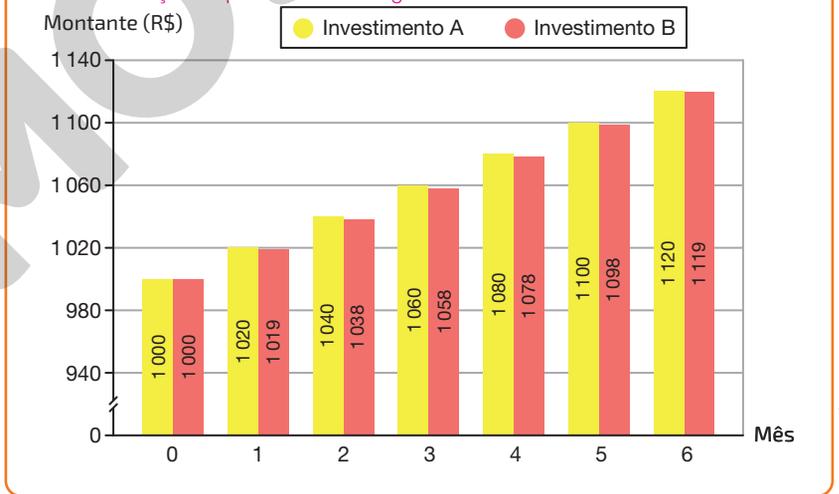
- d) Suponha que você precise escolher entre um desses investimentos para aplicar R\$ 27 000,00 durante 12 anos. Por qual dos investimentos você optaria? E se o período de investimento fosse de cinco meses? **Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que, se o período de investimento for 12 anos, é melhor optar pelo investimento B; já se o período de investimento fosse cinco meses, eles optariam pelo investimento A.**

22 O gráfico ao lado apresenta o montante obtido ao final de cada mês em dois investimentos.

- a) Qual é a taxa de juro mensal de cada um desses investimentos?
- b) Em qual desses investimentos é utilizado o sistema de juro composto? **investimento B**
- c) Em sua opinião, o montante obtido ao final do 7^o mês será maior em qual dos investimentos? Justifique sua resposta.
- d) Calcule o montante obtido ao final do 7^o mês em cada um dos investimentos. A previsão feita por você no item c está correta?

Montante obtido ao final de cada período nos investimentos A e B

As informações apresentadas no gráfico são fictícias.



Fonte de pesquisa: Instituição financeira em abril de 2020.

a) investimento A: 2% a.m.; investimento B: 1,9% a.m.

c) Resposta pessoal. Espera-se que os alunos estimem que 1,9% de R\$ 1 119,55 é maior do que 2% de R\$ 1 000,00.

d) investimento A: R\$ 1 140,00; investimento B: R\$ 1 140,83; A resposta depende da estimativa realizada pelo aluno no item c.

Ser consciente

- > Faça uma pesquisa a respeito das características dos investimentos de longo, médio e curto prazo. Em sua opinião, quando devemos aplicar um capital em investimentos de longo prazo? E em investimentos de curto prazo? Converse com os colegas e professores a respeito dessas questões e, também, sobre a importância de poupar. **Espera-se que, após realizar a pesquisa, os alunos comentem, por exemplo, que se a pessoa quer retorno do dinheiro em pouco tempo, o investimento a curto prazo, em média de dois anos, é o mais indicado, e que se não houver pressa, os investimentos a médio e longo prazo são mais vantajosos.**

16

Equivalência de capitais

O cartão de crédito

Diante do avanço da popularização da internet residencial e móvel, a utilização de meios digitais para realizar compras de roupas ou de alimentos, pagar meios de transporte e até mesmo impostos torna-se cada vez mais comum e fácil. Exemplo desse fato, o *e-commerce* (do inglês, comércio eletrônico), termo relacionado a compras realizadas em plataformas eletrônicas, faturou mais de 53 bilhões de reais em 2018, representando um aumento de 15% em relação ao ano anterior.

O aumento de compras *on-line* gerou uma mudança nos métodos de pagamento de parte da população brasileira. As lojas em plataformas virtuais, em sua maioria, oferecem como métodos de pagamento, entre outros, o boleto, o débito em conta-corrente, as carteiras digitais e os cartões de crédito e de débito, substituindo grande parte dos modos de pagamento mais tradicionais, como o cheque, o crediário e o dinheiro.

No Brasil, há três modalidades de cartão disponíveis: cartão de crédito, cartão de débito e cartão pré-pago. Entre elas, o de crédito é o que mais se destaca.

Funcionamento do cartão de crédito e dicas para um uso consciente

O consumidor ou a empresa que utiliza o cartão de crédito tem um limite de crédito predefinido, que pode ser utilizado para comprar bens ou serviços nos estabelecimentos que aceitam essa modalidade de pagamento.

Bandeira: representa a marca do cartão, responsável por processar, em comunicação com a instituição emissora, todas as transações comerciais efetuadas pelo portador.



Com o cartão de crédito, você pode fazer compras parceladas. As compras realizadas com o cartão devem ser pagas até a data de vencimento da fatura.

O cartão de crédito oferece ao consumidor praticidade e prazo de pagamento.



O cartão de crédito, quando bem utilizado, como em casos do parcelamento de um produto com valor muito elevado ou para as compras no fim de um mês com gastos não previstos, é um grande aliado do consumidor. Por outro lado, o juro rotativo, cobrado sobre os valores não pagos da fatura, em caso de atraso ou por pagamento parcial, chega a 317% ao ano.

Orienta os alunos a escrever as respostas no caderno.

- A** Que opções de pagamento as lojas virtuais normalmente oferecem a seus clientes?
- B** Cite um caso no qual o uso do cartão de crédito pode ser benéfico ao consumidor.
- C** Se você tivesse a opção de fazer um pagamento à vista ou no cartão de crédito, qual você escolheria? *Resposta pessoal.*

A) Algumas possíveis respostas: boleto, débito em conta-corrente, carteiras digitais, cartão de crédito e cartão de débito.

B) Uma possível resposta: para realizar a compra parcelada de um produto de que o cliente precise, mas com valor muito elevado em relação a seu rendimento.

Algumas instituições cobram anuidade, que é a taxa de uso do cartão de crédito, geralmente, em parcelas mensais.

FATURA



O limite do cartão de crédito deve ser respeitado pelo consumidor. No consumo do limite, estão inclusos os gastos do mês atual e também os dos meses anteriores que ainda não foram quitados.

Confira sua fatura

A falta de controle de sua fatura pode acarretar em uma surpresa desagradável. Confira sua fatura ao menos uma vez por semana. Com a ajuda dos aplicativos ou através do site da operadora, ficou mais fácil realizar essa tarefa.

Pague o valor total da fatura

O juro praticado no crédito rotativo é um dos mais altos do mercado, por isso evite entrar nele.

Não use seu cartão de crédito como um adiantamento do salário

Evite faturas com valores próximos ou iguais a seu salário ou rendimento. Em caso de alguma eventualidade, você pode acabar entrando no crédito rotativo do cartão.

Compre só o necessário

Evite comprar algo por impulso. Só conclua a aquisição tendo a certeza de que precisa do item e que isso é o melhor negócio a ser feito.

Aos consumidores que atrasarem ou deixarem de pagar a fatura, é cobrado juro. Atualmente, o consumidor pode optar por pagar o valor mínimo da fatura (estipulado pela instituição financeira), porém sobre o saldo restante incide juro.

Ao realizar uma compra utilizando o cartão de crédito, parte do limite (ou mesmo todo o limite) é comprometida. No caso de compra à vista, o limite é restabelecido após o pagamento da fatura. Já em compras parceladas, à medida que as prestações são pagas, restabelece-se o limite.

Um fator importante, muitas vezes desconsiderado ao decidir a opção de pagamento de uma compra, é o valor de seu dinheiro no decorrer do tempo. Nas próximas páginas, analisaremos algumas situações que nos permitirão decidir quais opções de pagamentos são mais vantajosas para cada uma delas.

FOTOMONTAGEM DE BRUNO BADAIN. FOTOS: 1.YAMABIKAWA/SHUTTERSTOCK; 2.AONPROM PHOTO/SHUTTERSTOCK; 3.PHOTKA/SHUTTERSTOCK; 4.TUMANA/SHUTTERSTOCK; 5.ANN PATCHANAN/SHUTTERSTOCK; 6.GCAPTURE/SHUTTERSTOCK; 7.VOLOGYMYR KRASYUK/SHUTTERSTOCK; 8.PROSTOCK-STUDIO/SHUTTERSTOCK; 9.ALFMALER/SHUTTERSTOCK; 10.LUANATEUTZ/SHUTTERSTOCK

Estudando equivalência de capitais

Pagar R\$ 100,00 hoje ou R\$ 110,00 daqui a um mês? É mais vantajoso pagar à vista ou em prestações mensais iguais? Em seis vezes de R\$ 60,00 ou em oito de R\$ 48,00? Para responder a perguntas como essas, devemos analisar o valor de uma quantia no decorrer do tempo.

A. Resposta pessoal. Espera-se que os alunos respondam que, como o dinheiro rende 8% a.m., daqui a um mês R\$ 100,00 renderão um montante de R\$ 108,00. Assim, é mais vantajoso pagar R\$ 100,00 hoje do que R\$ 110,00 daqui a um mês.

- A** Considere que você encontrou um investimento que faça seu dinheiro render 8% a.m. Nesse caso, ao fazer uma compra, você optaria por pagar R\$ 100,00 hoje ou R\$ 110,00 daqui a um mês?

No tema anterior, vimos que um capital c no regime de juro composto, aplicado por t períodos de tempo a uma taxa i resulta em um montante $M = c \cdot (1 + i)^t$. Em outras palavras: uma quantia C_0 equivalerá no futuro, depois de t períodos de tempo, a uma quantia $C_F = C_0 \cdot (1 + i)^t$. Essa é a fórmula fundamental da equivalência de capitais.

Para determinar a equação de equivalência de capitais, é preciso saber se a capitalização é simples ou composta. Nesta coleção, abordaremos somente casos que envolvem capitalização composta. Caso o problema não especifique o tipo de capitalização, deve-se utilizar o regime de juro composto.

Veja informações sobre o cálculo de equivalência de capitais envolvendo juro simples no Suplemento para o professor.

O valor futuro (VF) de um capital é dado pelo produto entre o valor atual (VA) e $(1 + i)^t$. Já o valor atual de um capital é dado pelo quociente entre o valor futuro e $(1 + i)^t$. Ou seja:

$$VF = VA(1 + i)^t$$

$$VA = \frac{VF}{(1 + i)^t}$$

Nessas fórmulas:

- a taxa de juro deve ser escrita na forma decimal;
- a taxa de juro e o período devem estar na mesma unidade de medida de tempo.

Exemplo 1

- Depois de 12 meses a uma taxa de juro de 5% a.a., uma quantia de R\$ 1 300,00 equivalerá a uma quantia de R\$ 1 365,00, pois:

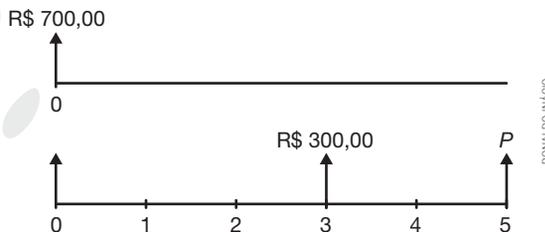
$$VF = VA(1 + i)^t \Rightarrow VF = 1\,300(1 + 0,05)^1 = 1\,365$$

- Daqui a 25 meses, uma quantia de R\$ 7 368,00 a uma taxa de 0,9% a.m. equivale hoje a uma quantia de R\$ 5 889,39, pois:

$$VA = \frac{VF}{(1 + i)^t} \Rightarrow VA = \frac{7\,368}{(1 + 0,009)^{25}} \approx 5\,889,39$$

Exemplo 2

Aroldo tomou um empréstimo de R\$ 700,00 a uma taxa de juro de 12% a.m. Ele quitou esse empréstimo da seguinte maneira: três meses após o empréstimo, pagou R\$ 300,00; dois meses após o primeiro pagamento, a dívida foi quitada. Para determinarmos qual foi o valor do último pagamento P , podemos construir esquemas de pagamento.



Os esquemas de pagamento são equivalentes.

Agora, igualamos os valores, no mesmo período, dos pagamentos nos dois esquemas. Vamos considerar, por exemplo, o período 0. Desse modo, temos:

$$700 = \frac{300}{(1 + 0,12)^3} + \frac{P}{(1 + 0,12)^5} \Rightarrow P \approx 857,32$$

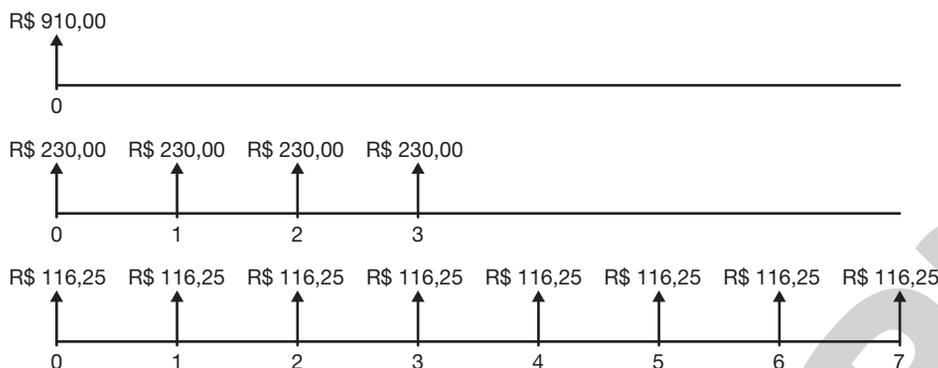
Portanto, o último pagamento foi R\$ 857,32.

Exemplo 3

Ao realizar certa compra, um consumidor pode escolher as seguintes opções de pagamento.

- Opção 1: à vista, por R\$ 910,00.
- Opção 2: quatro prestações mensais de R\$ 230,00 cada, com a primeira parcela paga no ato da compra.
- Opção 3: oito prestações mensais de R\$ 116,25 cada, com a primeira parcela paga no ato da compra.

Sabendo que o dinheiro desse consumidor rende 1,5% a.m., vamos determinar qual é a melhor opção para ele. Para isso, construímos os esquemas de pagamento.



Em seguida, para comparar as opções, determinamos o valor dos conjuntos de pagamento no mesmo período. Considerando o período 0, temos:

- Opção 1: 910
- Opção 2:

$$230 + \frac{230}{(1 + 0,015)^1} + \frac{230}{(1 + 0,015)^2} + \frac{230}{(1 + 0,015)^3} \approx 899,81$$

- Opção 3:

$$116,25 + \frac{116,25}{(1 + 0,015)^1} + \frac{116,25}{(1 + 0,015)^2} + \frac{116,25}{(1 + 0,015)^3} + \frac{116,25}{(1 + 0,015)^4} + \frac{116,25}{(1 + 0,015)^5} + \frac{116,25}{(1 + 0,015)^6} + \frac{116,25}{(1 + 0,015)^7} \approx 883,29$$

Portanto, esse consumidor deve optar pelo pagamento em oito prestações.

Fique atento! A melhor opção para uma pessoa nem sempre é a melhor para outra.

- B** Considerando que o dinheiro de Marta está investido para render 1,8% a.m., que opção de pagamento ela deve escolher entre as apresentadas a seguir?

- Opção 1: à vista, por R\$ 70,00.
- Opção 2: três prestações de R\$ 26,00, com a primeira parcela paga um mês após a compra.

Quando não for dito nada sobre a data de pagamento da primeira parcela, considere que ela será paga um mês após a compra.

Na página 135, na seção **Acessando tecnologias**, é apresentado como efetuar o cálculo da opção 2 em uma planilha eletrônica. Caso julgue pertinente, desenvolva o trabalho com essa seção ao apresentar o exemplo 3.

Leandro vai comprar uma geladeira. Para pagá-la, foram oferecidas a ele as seguintes opções.

- Opção 1: à vista, com 15% de desconto sobre o preço da geladeira.
- Opção 2: valor da geladeira dividido em três parcelas mensais iguais, com a primeira paga no ato da compra.
- Opção 3: valor da geladeira dividido em sete parcelas mensais iguais, com a primeira paga no ato da compra.

Se o dinheiro de Leandro rende 2% a.m., qual é a opção de pagamento mais vantajosa para ele?

A Compreendendo o problema

✓ O que se pede no problema?

A opção de pagamento mais vantajosa para Leandro.

✓ Quais são os dados apresentados no problema?

Pagamento à vista tem 15% de desconto; nas opções de parcelamento, as prestações são iguais e a primeira é paga no ato da compra; o dinheiro de Leandro rende 2% a.m.

B Organizando as ideias e elaborando um plano

✓ Registrando um possível plano.

Inicialmente, determinamos um suposto preço para a geladeira. Em seguida, calculamos 15% desse valor e, também, o valor de cada parcela nas opções de pagamento 2 e 3. Na sequência, determinamos e comparamos os valores dos conjuntos de pagamentos no mesmo período.

✓ Escolhendo as notações.

- P_v : preço à vista no período 0.
- P_2 : valor do conjunto de pagamentos da opção 2 no período 0.
- P_3 : valor do conjunto de pagamentos da opção 3 no período 0.

C Executando o plano

Passo 1

Supondo que a geladeira custe R\$ 2 100,00, vamos determinar o preço à vista e o valor de cada parcela nas opções de pagamento 2 e 3.

- Preço à vista.

Como $0,85 \cdot 2\ 100 = 1\ 785$, então essa geladeira custará R\$ 1 785,00 à vista.

- Valor de cada parcela na opção 2.
- Valor de cada parcela na opção 3.

$$\frac{2\ 100}{3} = 700$$

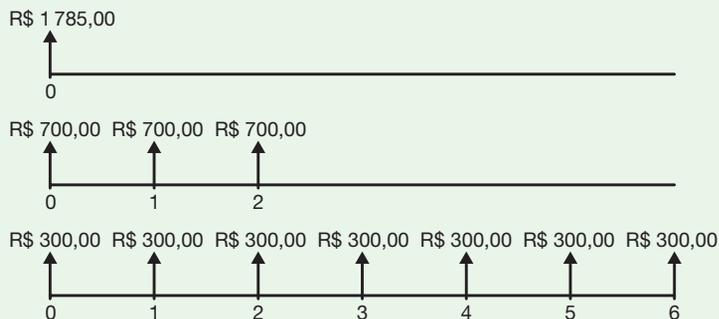
Desse modo, na opção 2, o valor de cada parcela será R\$ 700,00.

$$\frac{2\ 100}{7} = 300$$

Desse modo, na opção 3, o valor de cada parcela será R\$ 300,00.

Passo 2

Em seguida, construímos os esquemas de pagamento.



RONALDO INACIO

Passo 3

Comparando os valores no período 0, temos:

$$\bullet P_v = 1\,785$$

$$\bullet P_2 = 700 + \frac{700}{(1 + 0,02)^1} + \frac{700}{(1 + 0,02)^2} \approx 2\,059,09$$

$$\bullet P_3 = 300 + \frac{300}{(1 + 0,02)^1} + \frac{300}{(1 + 0,02)^2} + \frac{300}{(1 + 0,02)^3} + \frac{300}{(1 + 0,02)^4} + \frac{300}{(1 + 0,02)^5} + \frac{300}{(1 + 0,02)^6} \approx 1\,980,43$$

Portanto, a opção mais vantajosa para Leandro é a opção 1, ou seja, o pagamento à vista.

D Verificando a solução obtida

Utilizando regra de três simples, percebemos que o valor obtido para P_v está correto.

Quantia (R\$)	Porcentagem (%)
x	100
1 785	85

$$85x = 100 \cdot 1\,785$$

$$x = \frac{178\,500}{85}$$

$$x = 2\,100$$

Agora, para verificar se o valor obtido para P_2 está correto, vamos construir um quadro.

Período	P_2		
	Valor da parcela (R\$)	Valor futuro, após um mês, do saldo do período anterior, a uma taxa de 2% a.m. (R\$)	Saldo (R\$)
0	700	-	$2\,059,09 - 700 = 1\,359,09$
1	700	$1\,359,09 \cdot (1 + 0,02) \approx 1\,386,27$	$1\,386,27 - 700 = 686,27$
2	700	$686,27 \cdot (1 + 0,02) \approx 700$	$700 - 700 = 0$

Como no final do 2º período o saldo é 0, o valor obtido está correto. De maneira semelhante, verificamos que o valor obtido para P_3 está correto.

Verifique se é possível utilizar, com algumas adequações, o plano apresentado na seção **Resolvendo por etapas** para obter a solução de alguns problemas semelhantes propostos na seção **Exercícios e problemas** deste tópico.

Oriento os alunos a efetuar os cálculos para confirmar o valor da terceira opção de pagamento. Veja os cálculos no Suplemento para o professor.

Agora é você quem resolve!

Respostas no Suplemento para o professor.

1 Leia o problema.

Denise vai comprar um computador que custa R\$ 1 500,00. Para pagá-lo, foram oferecidas a ela as seguintes opções.

- Opção 1: à vista, no valor de R\$ 1 500,00.
- Opção 2: três parcelas de R\$ 500,00 por mês, com a primeira paga um mês após a compra.
- Opção 3: parcela única de R\$ 1 650,00, 6 meses após a compra.

Sabendo que o dinheiro de Denise rende 3% a.m., qual é a opção mais vantajosa para ela?

2 É possível resolver o problema utilizando, com algumas adequações, o plano apresentado nesta seção? Qual é a resposta deste problema?

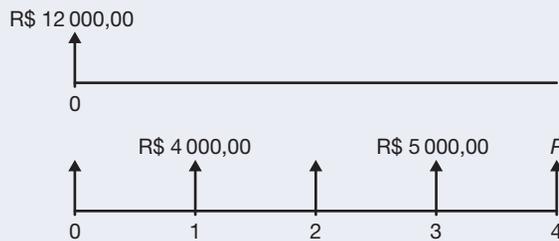
R1 Edvaldo captou um empréstimo de R\$ 12 000,00 a uma taxa de juro de 22% a.a. Ele quitou esse empréstimo da seguinte maneira:

- um ano após o empréstimo, pagou R\$ 4 000,00;
- dois anos após o 1º pagamento, pagou R\$ 5 000,00;
- um ano após o 2º pagamento, quitou o empréstimo.

Qual foi o valor pago por Edvaldo no último pagamento?

Resolução

Para que seja determinado o valor do último pagamento, indicamos o valor desconhecido por P e construímos os esquemas de pagamento.



Em seguida, igualamos os valores, no mesmo período, dos pagamentos nos dois esquemas. Considerando o período 0, temos:

$$12\,000 = \frac{4\,000}{(1 + 0,22)^1} + \frac{5\,000}{(1 + 0,22)^3} + \frac{P}{(1 + 0,22)^4} \Rightarrow P \approx 13\,220,62$$

Portanto, o último pagamento realizado por Edvaldo foi R\$ 13 220,62.

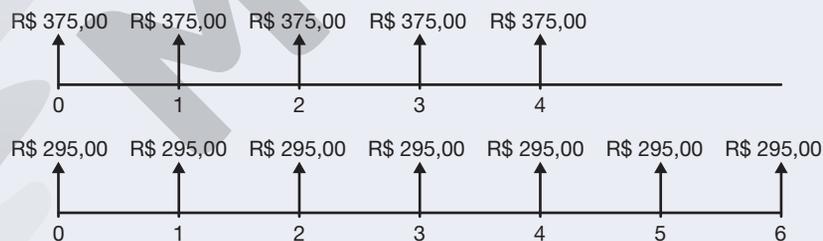
R2 Elaine comprou um televisor. Para pagá-lo, ela pode escolher uma das opções apresentadas a seguir.

- Opção A: cinco prestações mensais de R\$ 375,00 cada.
- Opção B: sete prestações mensais de R\$ 295,00 cada.

Sabendo que em ambas as opções a primeira parcela é paga no ato da compra e que o dinheiro de Elaine rende 4% a.m., qual é a opção mais vantajosa para ela?

Resolução

Inicialmente, representamos os esquemas de pagamento.



Comparando os valores no período 4, temos:

- Opção A:

$$375 \cdot (1 + 0,04)^4 + 375 \cdot (1 + 0,04)^3 + 375 \cdot (1 + 0,04)^2 + 375 \cdot (1 + 0,04)^1 + 375 \approx 2\,031,12$$

- Opção B:

$$295 \cdot (1 + 0,04)^4 + 295 \cdot (1 + 0,04)^3 + 295 \cdot (1 + 0,04)^2 + 295 \cdot (1 + 0,04)^1 + 295 + \frac{295}{(1 + 0,04)} + \frac{295}{(1 + 0,04)^2} \approx 2\,154,21$$

Portanto, Elaine deve optar pelo pagamento em cinco prestações, ou seja, a opção A.

Valor atual de uma quantia em planilha eletrônica

Vamos efetuar o cálculo proposto no exemplo 3 da página 131, correspondente à opção 2, com o auxílio da planilha eletrônica Calc.

- A** Com a planilha “aberta”, preencha as células conforme o exemplo apresentado ao lado.

	A	B	C	D
1	Período (mês)	Prestação (R\$)	Valor atual (R\$)	Resultado (R\$)
2	0	230		
3	1			

- B** Preencha o intervalo A2:A5 com a sequência dos números naturais de 0 a 3. Para isso, selecione o intervalo A2:A3, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a célula A5.
- C** Calcule o valor atual da quantia paga no ato da compra no período 0. Para isso, digite $= B2/(1 + 0,015)^{A2}$ na célula C2 e pressione **Enter**.
- D** Preencha a planilha com a quantia paga em cada prestação. Para isso, selecione a célula B2, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a linha 5.
- E** Preencha a planilha com o valor atual de cada uma das prestações no período 0. Para isso, selecione a célula C2, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a linha 5.

ILUSTRAÇÕES:
SERGIO L. FILHO

	A	B	C	D
1	Período (mês)	Prestação (R\$)	Valor atual (R\$)	Resultado (R\$)
2	0	230	230	899,91
3	1	230	226,6	
4	2	230	223,25	
5	3	230	219,95	

Para exibir os valores de cada período com no máximo duas casas decimais, como na planilha ao lado, selecione o intervalo C2:C5 e clique sobre a opção **Excluir casa decimal** três vezes.

- F** Calcule a soma dos valores atuais das prestações no período 0. Para isso, digite $= SOMA(C2 : C5)$ na célula D2.

Portanto, como foi calculado para a opção 2, a soma dos valores atuais das prestações no período 0 é R\$ 899,81.

Agora é com você!

Respostas no **Suplemento para o professor**.

- Utilizando uma planilha eletrônica, determine o valor futuro, após seis meses, de R\$ 1 500,00 a uma taxa de 12% a.m.
- De maneira semelhante à apresentada, efetue o cálculo correspondente à opção 3, proposto no exemplo 3 da página 131.

No **Suplemento para o professor** há mais informações sobre a planilha eletrônica Calc.

Exercícios e problemas

Anote as respostas no caderno.

As tarefas desta seção devem ser resolvidas com o auxílio de uma calculadora ou planilha eletrônica.

- Para pagar um perfume, Lara tem as seguintes opções.
 - Opção 1: à vista, por R\$ 270,00.
 - Opção 2: uma entrada de R\$ 100,00 e, após um mês, uma parcela de R\$ 170,00.
 - Opção 3: sem entrada e três parcelas mensais e consecutivas de R\$ 90,00 cada.

Sabendo que o dinheiro de Lara rende 0,5% a.m., qual é a opção de pagamento mais vantajosa para ela? **opção 3**

No contexto

- No dia 10/05/2020, Carlos comprou uma calça e um sapato e gastou, ao todo, R\$ 300,00. A loja ofereceu a ele três opções de pagamento:
 - à vista, com 3% de desconto;
 - duas prestações mensais de R\$ 150,00, com a primeira parcela paga no ato da compra;
 - no cartão de crédito, em dez prestações de R\$ 30,00.

Sabendo que o dinheiro de Carlos rende 0,8% ao mês e que no cartão de crédito a primeira prestação vence apenas no dia 10/06/2020, determine qual opção é a mais vantajosa para ele.

Pagamento em dez prestações de R\$ 30,00 no cartão de crédito.



Compra financiada

Ao adquirir bens de alto preço, como imóveis e automóveis, é comum compradores não terem a quantia necessária para efetuar o pagamento à vista e, assim, recorrerem a outras estratégias.

Uma dessas estratégias é o financiamento, no qual a instituição financeira faz o pagamento para o vendedor e cobra do comprador o valor em parcelas acrescidas de juro e outras taxas. Assim, o comprador pode desfrutar do bem antes de terminar de pagá-lo, sem precisar esperar “juntar” todo o dinheiro.

No entanto, é necessário ficar atento com os valores do financiamento, pois, mesmo com uma taxa de juro baixa, há sempre a possibilidade de o valor total pago no financiamento ficar próximo ou até ultrapassar o dobro do valor do bem. Isso acontece devido ao grande número de meses para o pagamento e a forma com que o saldo devedor é abatido com o passar do tempo.

Obtenção de um financiamento

1 Escolha o investimento



Ao decidir qual produto será comprado, é necessário verificar se ele está adequado a suas necessidades atuais e futuras, pois provavelmente ficará com você durante e depois do financiamento. Além disso, é necessário verificar se o valor é compatível com sua renda, pois geralmente as instituições financeiras determinam que o valor da prestação não pode ultrapassar 30% da renda familiar. Outra decisão importante é em relação à instituição financeira, pois elas oferecem diferentes taxas e opções de pagamento. Assim, você pode optar pelo pagamento mais bem ajustado a suas características ou, ainda, pelo mais vantajoso.



2



2 Verifique os pré-requisitos

As instituições financeiras analisam características da pessoa que vai pagar o financiamento, como idade, compatibilidade de renda e restrições de crédito. Além disso, são analisadas características do produto, como condições físicas, utilização e fatores de risco.

1



5



6



7



3 Faça simulações

Simule os valores oferecidos pela instituição financeira, inclusive considerando taxas e correções, verificando se o valor das parcelas "cabem" em seu orçamento. Além das simulações oferecidas pela própria instituição financeira, calcule esses valores por conta própria e avalie se são adequados. Lembre-se de que até mesmo taxas de juro pequenas podem gerar grandes valores se aplicadas por muito tempo.

FOTOMONTAGEM DE MAURICIO PLANEL. FOTOS:
 1.WAYHOME STUDIO/SHUTTERSTOCK; 2.MANY WISTERIA/SHUTTERSTOCK; 3.WACOMKA/SHUTTERSTOCK; 4.DEAN DROBOT/SHUTTERSTOCK; 5.MARIDA/SHUTTERSTOCK; 6.WAYHOME STUDIO/SHUTTERSTOCK; 7.KAISAYA/SHUTTERSTOCK; 8.BIBADASH/SHUTTERSTOCK; 9.PANDA VECTOR/SHUTTERSTOCK; 10.PHOTO MELON/SHUTTERSTOCK; 11.MARCUES/SHUTTERSTOCK; 12.QIANG HO/SHUTTERSTOCK; 13.WACOMKA/SHUTTERSTOCK; 14.TAA22/SHUTTERSTOCK; 15.WACOMKA/SHUTTERSTOCK; 16.IFIN-K/SHUTTERSTOCK; 17.WACOMKA/SHUTTERSTOCK; 18.ADRIANOSOLO/SHUTTERSTOCK; 19.KHANBUA.SIL/SHUTTERSTOCK; 20.NEW AFRICA/SHUTTERSTOCK; 21.BILLION PHOTOS/SHUTTERSTOCK; 22.ROBERT_S/SHUTTERSTOCK; 23.LIFE MORNING/SHUTTERSTOCK; 24.GRAPHICGEOFF/SHUTTERSTOCK

3



4



4 Prepare a documentação

As informações apresentadas para a instituição financeira devem ser comprovadas por meio dos respectivos documentos, porque eles serão solicitados antes da assinatura do contrato. Tê-los à disposição pode facilitar o financiamento e evitar gastos desnecessários em cima da hora, ou até mesmo a perda da oportunidade de negócio, pela demora na obtenção do que é necessário. Alguns exemplos são os documentos pessoais, de moradia e de comprovação de renda.

Ao receber ou juntar uma quantia, considere a possibilidade de antecipar algumas prestações do financiamento. Assim, você recebe desconto no valor do juro a pagar, fica livre da dívida mais cedo e pode poupar o dinheiro que seria gasto com juro para outros objetivos. Entre em contato com a instituição financeira e verifique o valor do desconto. Dependendo da taxa de juro e do desconto oferecido, pode ser mais vantajoso aplicar o dinheiro e continuar pagando o financiamento normalmente.

Em temas anteriores, estudamos um caso semelhante ao financiamento: o empréstimo. A diferença entre eles é que o financiamento oferece mais segurança para as instituições, que podem, em muitos casos, retomar a posse do bem mediante falta de pagamento.

- Oriente os alunos a escrever as respostas no caderno.
- A** Você conhece alguém que pagou ou está pagando um financiamento? Se sim, qual foi o bem adquirido? **Resposta pessoal.**
 - B** Uma família que possui renda de R\$ 3 800,00 deseja financiar um imóvel. Considerando a porcentagem normalmente utilizada, qual seria o valor máximo das prestações desse financiamento? **R\$ 1 140,00**

Mas, afinal, de que maneira são calculadas as prestações em empréstimos e financiamentos? Nas próximas páginas, estudaremos como é calculada a prestação em um financiamento com parcelas fixas.



Sistema Price

Vimos nas páginas anteriores que, em algumas situações, a indisponibilidade de capital para adquirir um bem pode levar um indivíduo a realizar um financiamento. Ao efetuar os pagamentos parciais para saldar uma dívida, ocorre sua amortização.

Amortização é o processo de redução de uma dívida por meio de pagamentos parciais, que podem ser mensais, bimestrais, anuais, entre outros. Cada pagamento (ou prestação) realizado corresponde ao juro e parte do capital (valor da dívida), sendo o juro calculado sobre o saldo devedor.

O saldo devedor corresponde à diferença entre o valor da dívida e o que já foi pago.

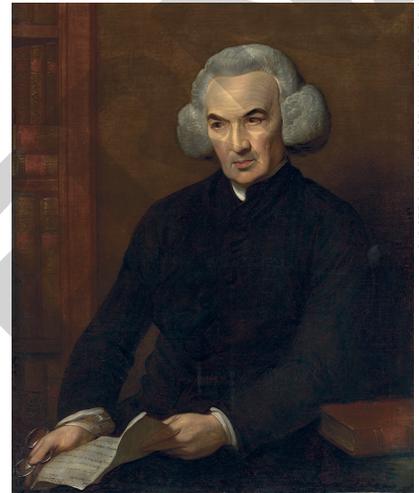
De maneira resumida, a prestação é dada por:

$$\text{Prestação} = \text{Amortização} + \text{Juro}$$

As maneiras de pagamento de uma dívida estão associadas a diferentes sistemas de amortização, sendo dois dos principais o Sistema de Amortização Constante (SAC), em que a amortização da dívida é constante, igual em cada período, e o sistema Price ou Francês, com prestações fixas.

Neste tema iremos estudar o sistema Price, em que o devedor paga o empréstimo em prestações fixas, sendo o número de prestações variável, de acordo com o contrato entre as partes (devedor e credor).

Esse sistema foi desenvolvido e utilizado pela primeira vez na França, no século XIX. No entanto, foi concebido pelo economista e matemático inglês Richard Price (1723-1791), que incorporou a teoria de juro composto às amortizações de empréstimos. Dessa maneira, recebeu a denominação de sistema Price ou, ainda, “Tabela Price”.



Richard Price.

Fonte de pesquisa: DI AGUSTINI, Carlos Alberto; ZELMANOVITS, Nei Schilling. *Matemática aplicada à gestão de negócios*. 1. ed. Rio de Janeiro: FGV, 2005. p. 87-89.

Para calcular o valor de cada prestação de um empréstimo no sistema Price, utilizamos a fórmula:

Quando não informarmos o regime de juro, considere o regime de juro composto.

$$P = \frac{c \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

A fórmula apresentada não será demonstrada, pois o mais importante neste momento é que o aluno perceba a relação entre as variáveis e sua aplicação.

Nessa fórmula:

- P : valor da prestação
- c : valor do bem ou empréstimo
- i : taxa de juro na forma decimal
- n : número de prestações

Quando nada for dito sobre a data de pagamento da primeira parcela, considere que ela será paga um mês após a compra ou o empréstimo.

Exemplo

Paula fez um empréstimo de R\$ 3 000,00, que deve ser pago em cinco prestações mensais à taxa de juro de 2,5% a.m., no sistema Price. Utilizando a fórmula apresentada acima, podemos calcular o valor de cada prestação da seguinte maneira:

$$P = \frac{c \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} = \frac{3\,000 \cdot 0,025}{1 - (1 + 0,025)^{-5}} \approx 645,74$$

Portanto, o valor de cada prestação é, aproximadamente, R\$ 645,74.

Diga aos alunos que os cálculos podem ser realizados em uma calculadora científica. Os procedimentos para isso serão trabalhados no problema R1 da seção Exercícios e problemas resolvidos da página 139.

Como no sistema Price os pagamentos são parcelados, é conveniente construir um demonstrativo indicando a situação da dívida em cada período de tempo. Veja como ficaria o demonstrativo em relação ao empréstimo feito por Paula.

<i>n</i>	Pagamento (R\$)	Juro (R\$)	Amortização (R\$)	Saldo devedor (R\$)
0	–	–	–	3 000,00
1	645,74	$\frac{75,00}{3\,000 \cdot 0,025}$	$\frac{570,74}{645,74 - 75}$	$\frac{2\,429,26}{3\,000 - 570,74}$
2	645,74	$\frac{60,73}{2\,429,26 \cdot 0,025}$	$\frac{585,01}{645,74 - 60,73}$	$\frac{1\,844,25}{2\,429,26 - 585,01}$
3	645,74	46,11	599,63	1 244,62
4	645,74	31,11	614,63	629,99
5	645,74	15,75	629,99	0

No demonstrativo, os cálculos para obter os valores para $n = 1$ e $n = 2$ estão indicados. Nas demais linhas, os resultados são obtidos de maneira semelhante, e por isso não foram indicados.

Observando o demonstrativo, nota-se que a quantia correspondente ao juro é cada vez menor, pois é calculada sobre o saldo devedor, que também é cada vez menor.

Exercícios e problemas resolvidos

R1 Construa um demonstrativo do sistema Price de acordo com as informações apresentadas no anúncio.

Resolução

Inicialmente, calculamos o valor de cada parcela utilizando a fórmula.



$$P = \frac{c \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} \Rightarrow P = \frac{1\,400 \cdot 0,025}{1 - (1 + 0,025)^{-6}} = \frac{35}{1 - (1,025)^{-6}} \approx 254,17$$

Utilizando uma calculadora científica, podemos efetuar esse cálculo com a sequência de teclas a seguir.

3 → 5 → ÷ → (→ 1 →
 → - → 1 → · → 0 → 2 →
 → 5 → ^ → - → 6 →) → =



Logo, o valor de cada parcela é R\$ 254,17.

Em seguida, construímos o demonstrativo.

<i>n</i>	Pagamento (R\$)	Juro (R\$)	Amortização (R\$)	Saldo devedor (R\$)
0	–	–	–	1 400,00
1	254,17	$\frac{35,00}{1\,400 \cdot 0,025}$	$\frac{219,17}{254,17 - 35}$	$\frac{1\,180,83}{1\,400 - 219,17}$
2	254,17	29,52	224,65	956,18
3	254,17	23,90	230,27	725,91
4	254,17	18,15	236,02	489,89
5	254,17	12,25	241,92	247,97
6	254,17	6,20	247,97	0

R2 André pretende comprar um imóvel no valor de R\$ 150 000,00. Para isso, ele vai dar uma entrada de R\$ 50 000,00 e fazer um financiamento imobiliário para pagar o restante. Após pesquisar algumas opções, ele recebeu a seguinte proposta: pagamento de 120 parcelas mensais, com juro de 0,5% a.m. no sistema Price. Qual é o valor de cada prestação no financiamento oferecido a André?

Resolução

Inicialmente, calculamos a quantia c que André vai financiar.

$$c = 150\,000 - 50\,000 = 100\,000$$

Assim, a quantia financiada será R\$ 100 000,00. Agora, calculamos o valor de cada prestação utilizando a fórmula.

$$P = \frac{c \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} \Rightarrow P = \frac{100\,000 \cdot 0,005}{1 - (1 + 0,005)^{-120}} \approx 1\,110,21$$

Portanto, o valor de cada uma das prestações é R\$ 1 110,21.

R3 Tatiana comprou um automóvel. O pagamento dessa compra será realizado da seguinte maneira: entrada de R\$ 19 000,00 mais 18 parcelas mensais fixas de R\$ 1 369,49, com juro mensal de 2,3%. Qual é o preço desse automóvel?

Resolução

Inicialmente, calculamos o valor financiado c por Tatiana.

$$P = \frac{c \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} \Rightarrow 1\,369,49 = \frac{c \cdot 0,023}{1 - (1 + 0,023)^{-18}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1\,369,49 = c \cdot \frac{0,023}{1 - (1,023)^{-18}} \Rightarrow c = \frac{1\,369,49 \cdot (1 - 1,023^{-18})}{0,023} \approx 20\,000$$

Desse modo, Tatiana financiou R\$ 20 000,00. Adicionando o valor financiado e a entrada paga por ela, temos:

$$\text{R\$ } 19\,000,00 + \text{R\$ } 20\,000,00 = \text{R\$ } 39\,000,00$$

Portanto, esse automóvel custa R\$ 39 000,00.

R4 Para comprar um produto que custa R\$ 2 000,00, Lucas pode escolher uma das opções apresentadas a seguir.

- Opção A: três prestações mensais sem entrada, no sistema Price.
- Opção B: parcela única, paga após três meses da compra.

Sabendo que em ambas as opções a taxa de juro é 2% a.m., em qual delas o preço final do produto é menor?

Resolução

Inicialmente, calculamos o valor de cada prestação P na opção A.

$$P = \frac{c \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} \Rightarrow P = \frac{2\,000 \cdot 0,02}{1 - (1 + 0,02)^{-3}} \approx 693,51$$

Desse modo, o preço final do produto na opção A é:

$$3 \cdot \text{R\$ } 693,51 = \text{R\$ } 2\,080,53$$

Agora, vamos calcular o preço final M do produto na opção B.

$$M = c \cdot (1 + i)^n \Rightarrow M = 2\,000 \cdot (1 + 0,02)^3 \approx 2\,122,42$$

Portanto, o preço final do produto é menor na opção A.

Demonstrativo de amortização de um empréstimo no sistema Price

Utilizando a planilha eletrônica Calc, podemos construir o demonstrativo de amortização de um empréstimo no sistema Price. Como exemplo, considere um empréstimo de R\$ 10 000,00, para ser pago em 12 prestações mensais, com taxa de juro de 1,8% a.m., no sistema Price.

Utilizando a fórmula apresentada na página 138, obtemos o valor P de cada prestação.

$$P = \frac{c \cdot i}{1 - (1 + i)^{-n}} \Rightarrow P = \frac{10\,000 \cdot 0,018}{1 - (1 + 0,018)^{-12}} \approx 934,02$$

- A** Com a planilha “aberta”, preencha as células como apresentado ao lado.
- B** Na célula **B3**, digite o valor da prestação, ou seja, R\$ 934,02. Em seguida, calcule o juro relativo à 1ª parcela. Para isso, digite = E2*0,018 na célula **C3** e pressione **Enter**.

	A	B	C	D	E
1	n	Pagamento (R\$)	Juro (R\$)	Amortização (R\$)	Saldo devedor (R\$)
2	0	-	-	-	10000
3	1				
4	2				
5	3				
6	4				
7	5				
8	6				
9	7				
10	8				
11	9				
12	10				
13	11				
14	12				

- C** Calcule o valor amortizado relativo à 1ª parcela. Para isso, digite = B3 – C3 na célula **D3** e pressione **Enter**. Em seguida, para calcular o saldo devedor ao final do 1º período, digite = E2 – D3 na célula **E3** e pressione **Enter**.
- D** Preencha a planilha com o valor de cada parcela. Como esses valores são fixos, selecione a célula **B3**, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a linha 14 (correspondente à 12ª parcela).
- E** Preencha a planilha com o juro, a amortização e o saldo devedor correspondente a cada um dos períodos. Para isso, selecione o intervalo **C3:E3**, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a linha 14.

	A	B	C	D	E
1	n	Pagamento (R\$)	Juro (R\$)	Amortização (R\$)	Saldo devedor (R\$)
2	0	-	-	-	10000
3	1	934,02	180	754,02	9245,98
4	2	934,02	166,43	767,59	8478,39
5	3	934,02	152,61	781,41	7696,98
6	4	934,02	138,55	795,47	6901,5
7	5	934,02	124,23	809,79	6091,71
8	6	934,02	109,65	824,37	5267,34
9	7	934,02	94,81	839,21	4428,13
10	8	934,02	79,71	854,31	3573,82
11	9	934,02	64,33	869,69	2704,13
12	10	934,02	48,67	885,35	1818,78
13	11	934,02	32,74	901,28	917,5
14	12	934,02	16,52	917,5	-0

ILUSTRAÇÕES: SÉRGIO L. FILHO

No Suplemento para o professor há mais informações sobre a planilha eletrônica Calc.

Agora é com você!

Respostas no Suplemento para o professor.

- 1** Observando a coluna do juro, percebemos que os valores são decrescentes ao longo do tempo. Por que isso ocorre?
- 2** Em uma planilha eletrônica, construa um demonstrativo de amortização no sistema Price de um cliente que realizou um empréstimo no valor de R\$ 35 000,00, a uma taxa de juro de 1,25% a.m., no período de 60 meses. Caso o cliente queira quitar o restante de sua dívida ao final de dois anos, qual será o saldo devedor? Nesse caso, quanto ele já terá pagado de juro?

- 1** Para realizar empréstimos em certo banco que cobra juro no sistema Price, é exigido que o valor da prestação não ultrapasse 25% do salário líquido do cliente. É possível que uma pessoa que recebe R\$ 1 150,00 de salário líquido mensal empreste R\$ 3 000,00 desse banco, para serem pagos em um ano com prestações mensais fixas e juro de 1,9% a.m. no sistema Price? Justifique sua resposta. **Sim, pois o valor da prestação (R\$ 281,94) é menor do que 25% do salário líquido (R\$ 287,50).**
- 2** Certo cliente de um banco realizou um empréstimo que será pago em 9 prestações mensais de R\$ 928,46 sem entrada, com juro de 1,4% a.m. no sistema Price. Quantos reais esse cliente emprestou do banco? **R\$ 7 800,02**

- 3** Felipe trocará seu automóvel usado por um novo. Veja ao lado o anúncio do automóvel que ele deseja comprar.

Sabendo que ele dará seu automóvel como entrada, no valor de R\$ 25 000,00, e pagará o restante em 48 parcelas mensais no sistema Price, determine:

- a) o valor de cada parcela paga por Felipe.
R\$ 605,68
- b) quantos reais de juro Felipe pagará?
R\$ 6 072,64



- 4** Veja parte de um demonstrativo de amortização no sistema Price.

<i>n</i>	Pagamento (R\$)	Juro (R\$)	Amortização (R\$)	Saldo devedor (R\$)
0	–	–	–	2 000,00
1	234,46	60	174,46	1 825,54

Com base nos dados apresentados, determine o saldo devedor após o pagamento da 3ª parcela. **R\$ 1 460,77**

- 5** Uma empresa tomou emprestado uma quantia de R\$ 75 000,00, a ser paga em oito parcelas mensais no sistema Price. Admitindo que a taxa de juro é de 2% ao mês, determine o valor:
- a) do juro embutido na 4ª parcela. **R\$ 965,15**
- b) da amortização na 5ª parcela. **R\$ 9 458,52**
- c) do saldo devedor após o pagamento da 6ª parcela. **R\$ 19 878,32**

- 6** Poupar é adiar o consumo no momento presente, a fim de consumir mais no futuro. Tal ação garante um acúmulo de reservas a serem utilizadas posteriormente e um consumo que não ultrapasse a renda.

Contudo, as pessoas costumam poupar e investir pouco. Geralmente, quando compramos a prazo, deixamos de ganhar descontos e, até mesmo, podemos pagar juro e outros custos adicionais.

A questão não está entre comprar e não comprar, mas entre receber a mercadoria pagando prestações e juro, ou poupar e comprar a mercadoria com desconto no futuro.

Portanto, a melhor solução nem sempre é alongar o prazo de pagamento. O segredo para a melhor compra, muitas vezes, consiste na pesquisa de preços e em pagamentos à vista.

- a) Suponha que o consumidor queira comprar um televisor que custa à vista R\$ 2 378,27, em 12 parcelas mensais iguais, com juro de 2% a.m. Calcule o valor de cada parcela e o total a ser pago. **valor da parcela: R\$ 224,89; total pago: R\$ 2 698,68**
- b) Quanto maior a quantidade de parcelas, maior é o preço pago pelo produto? Justifique sua resposta. **Resposta no final do livro.**
- c) Faça uma pesquisa sobre o preço à vista e a prazo de um produto e construa uma tabela indicando a situação da dívida em cada período de tempo. **Resposta pessoal.**

Calculadora do Cidadão

A **Calculadora do Cidadão** é um serviço disponibilizado gratuitamente pelo Banco Central do Brasil que simula algumas operações financeiras. O acesso pode ser feito através do *site* do Banco Central ou via aplicativo, disponível em grande parte dos *smartphones*.

A Calculadora do Cidadão está disponível em:
<https://www3.bcb.gov.br/CALCIDADA0/jsp/index.jsp>.
 Acesso em: 6 maio 2020.

Na opção **Financiamento com prestações fixas**, é possível fazer cálculos que simulam financiamentos realizados no sistema Price. Para isso, o usuário deve inserir o valor de três parâmetros e clicar em **Calcular**. Desse modo, é apresentado o quarto parâmetro.

É importante compreender que os valores obtidos com a Calculadora do Cidadão devem ser usados como referência para situações reais, e não como valores oficiais. Utilizando a ferramenta, é possível ter ideia de valores antecipadamente, podendo comparar diferentes opções de investimento e financiamento e até verificar se os valores anunciados condizem com os praticados.

Utilizando a ferramenta **Financiamento com prestações fixas**, vamos determinar, por exemplo, o prazo de pagamento de um empréstimo de R\$ 2 200,80, realizado no sistema Price, a uma taxa de juro de 1,9% a.m. cuja prestação mensal é R\$ 170,00. Para isso, preenchemos os parâmetros: **Taxa de juro mensal**, **Valor da prestação** e **Valor financiado**. Em seguida, clicamos em **Calcular**.

Explique aos alunos que, nessa ferramenta, a taxa de juro é inserida diretamente na forma percentual, e não na forma decimal.

Portanto, o prazo de pagamento desse empréstimo é 15 meses.

Agora é com você!

Respostas no **Suplemento para o professor**.

- 1 Utilizando a ferramenta **Financiamento com prestações fixas**, determine o valor da prestação de um empréstimo de R\$ 35 000,00, que deve ser pago em 36 prestações mensais, com taxa de juro de 2,8% a.m., no sistema Price.
- 2 Elabore um problema cujo resultado pode ser obtido utilizando a ferramenta **Financiamento com prestações fixas**. Em seguida, peça a um colega que o resolva utilizando essa ferramenta.

18

Planejamento orçamentário



Organizando as finanças

Cuidar do orçamento familiar é um passo importante para a realização de planos e objetivos, tanto coletivos quanto individuais. No entanto, conseguir pagar todas as despesas e poupar dinheiro é um grande desafio para a maioria das famílias brasileiras. Embora os responsáveis pela renda, geralmente, prefiram preservar seus familiares de preocupações, compartilhar as decisões financeiras pode gerar mais comprometimento com as despesas da família e influenciar positivamente o orçamento e a educação financeira de todos.

O orçamento familiar é composto pelas **receitas**, que são as rendas recebidas por todos os componentes da família, como salário e outros rendimentos, e pelas **despesas**, ou seja, todos os gastos familiares, como despesas mensais, gastos coletivos e pessoais.

É possível, por exemplo, que uma família com receitas mensais maiores do que as despesas mensais consiga poupar dinheiro para planos e possíveis emergências. Por outro lado, famílias com despesas mensais maiores do que receitas mensais estão sujeitas a adquirir dívidas e a se depararem com dificuldades no planejamento.



Ações para uma boa saúde financeira familiar



Faça o detalhamento das receitas da família, diferenciando as quantias destinadas ao uso coletivo e as destinadas ao uso individual.



Determine se as receitas são suficientes para arcar com as despesas.



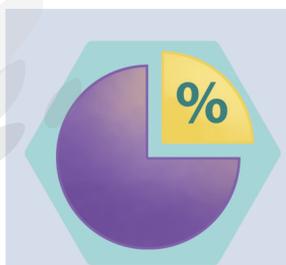
No caso de dívidas, verifique a possibilidade de renegociá-las e pagá-las antes de poupar dinheiro.



Poupe dinheiro considerando prazos e objetivos. Deve-se escolher a melhor aplicação para cada uma das situações.



Detalhe as despesas familiares, registrando os valores gastos mensalmente nas diferentes categorias.



Determine a porcentagem correspondente a cada categoria no orçamento e defina valores máximos para cada uma delas.



Verifique quais despesas podem ser reduzidas e determine um plano para essa redução.



Antes de obter novas dívidas ou despesas, considere o impacto que elas podem causar no orçamento familiar.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

HELOISA PINTARELLI

Controle do orçamento familiar

Geralmente, é mais simples organizar as receitas do que as despesas, porém, compreender "de onde vem" o dinheiro pode auxiliar no planejamento das despesas e de projetos.

As despesas podem ser feitas diariamente e a maneira com que é feita a divisão interfere diretamente na compreensão de como é gasto o dinheiro.

Uma das etapas mais importantes na organização financeira é o registro e a análise de receitas e despesas. É comum que as receitas sejam divididas entre **fixas**, como o salário, e **variáveis**, como benefícios e horas extras. Outra opção é dividi-las conforme a **fonte**, ou seja, de quem ou de onde vem cada uma delas.

Já as despesas podem ser divididas em categorias de acordo com o **motivo dos gastos**. Por exemplo, despesas com moradia devem estar separadas das despesas com saúde ou lazer. Desse modo, é possível compreender com quais despesas é gasta a receita familiar. É possível também dividir as despesas em fixas, variáveis e extras ou, então, em relação à necessidade.

Após definir as categorias das despesas, podemos adicionar a quantia gasta em cada uma delas e determinar a quantos por cento da receita cada uma corresponde. Assim, é possível compreender o impacto dos tipos de gasto no orçamento e **tomar decisões** sobre como reduzi-los. Vamos analisar um exemplo.

Para controlar suas receitas e despesas, Renata as registra em um caderno. Veja os registros, referentes aos últimos seis meses, feitos por ela.

Mês	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maior	Junho
Receitas						
Salário	R\$ 2 500,00					
Horas extras	—	R\$ 500,00	—	R\$ 250,00	—	—
Total	R\$ 2 500,00	R\$ 3 000,00	R\$ 2 500,00	R\$ 2 750,00	R\$ 2 500,00	R\$ 2 500,00
Despesas						
Moradia	R\$ 750,00					
Porcentagem da receita	30%	25%	30%	=27,3%	30%	30%
Alimentação	R\$ 280,00	R\$ 290,00	R\$ 270,00	R\$ 275,00	R\$ 280,00	R\$ 280,00
Porcentagem da receita	11,2%	=9,7%	10,8%	10%	11,2%	11,2%
Transporte	R\$ 900,00	R\$ 880,00	R\$ 920,00	R\$ 900,00	R\$ 900,00	R\$ 920,00
Porcentagem da receita	36%	=29,3%	36,8%	=32,7%	36%	36,8%
Outros	R\$ 270,00	R\$ 230,00	R\$ 280,00	R\$ 320,00	R\$ 250,00	R\$ 410,00
Porcentagem da receita	10,8%	=7,7%	11,2%	=11,6%	10%	16,4%
Total	R\$ 2 200,00	R\$ 2 150,00	R\$ 2 220,00	R\$ 2 245,00	R\$ 2 180,00	R\$ 2 360,00
Porcentagem da receita	88%	=71,7%	88,8%	=81,6%	87,2%	94,4%
Saldo	R\$ 300,00	R\$ 850,00	R\$ 280,00	R\$ 505,00	R\$ 320,00	R\$ 140,00

Com esses registros, é possível perceber, por exemplo, que as despesas com transporte são as que comprometem a maior parte da receita de Renata. Ao compreender o impacto dos gastos com transporte em seu orçamento, ela pode entender os motivos desse valor e procurar maneiras para reduzi-lo. Afinal, se os gastos com transporte diminuírem de forma significativa, o dinheiro economizado pode ser poupado para projetos ou, até mesmo, utilizado em outros gastos que melhorem a qualidade de vida de Renata.

Planilha eletrônica de controle de gastos

Nesta seção, vamos apresentar a estrutura de uma planilha eletrônica de controle de gastos, que realiza cálculos automaticamente e é personalizável. Para isso, utilizaremos o Calc.

A Com a planilha “aberta”, preencha as células conforme apresentado ao lado.

B Escreva a fórmula que possibilite calcular a receita total do mês de janeiro. Para isso, digite =SOMA(D2:D4) na célula D5.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1			Mês	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio	Junho	Julho	Agosto
2		Receitas	Salário								
3			Horas extras								
4			Outros								
5			Total								
6											
7		Fixas	Aluguel								
8			Plano de saúde								
9			Total								
10			Porcentagem da receita								
11											
12		Variáveis	Alimentação								
13			Transporte								
14			Total								
15			Porcentagem da receita								
16											
17		Extras	Médico								
18			Dentista								
19			Total								
20			Porcentagem da receita								
21											
22			Saldo								

C Em seguida, preencha a planilha com a fórmula que permite calcular a receita total para cada um dos outros meses. Para isso, selecione a célula C5, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a coluna desejada.

D Assim como nos passos B e C, preencha a planilha com as fórmulas correspondentes ao total das despesas fixas, variáveis e extras para cada um dos meses.

E Escreva a fórmula que possibilite calcular a porcentagem das despesas fixas em relação à receita do mês de janeiro. Para isso, digite = D14/D5*100 & "%" na célula D10. Depois, preencha a planilha com a fórmula que permite calcular a porcentagem das despesas fixas em relação à receita total para cada um dos outros meses. Para isso, selecione a célula D10, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a coluna desejada. De maneira semelhante à apresentada, preencha a planilha com as fórmulas correspondentes à porcentagem das despesas variáveis e extras para cada um dos meses.

F Escreva a fórmula que possibilite calcular o saldo para o mês de janeiro. Para isso, digite = D5 - (D9 + D14 + D19) na célula D22.

G Por fim, preencha a planilha com a fórmula que permite calcular o saldo de cada um dos outros meses. Para isso, selecione a célula D22, clique sobre a **Guia de autopreenchimento** e arraste até a coluna desejada.

Agora é com você!

Respostas no **Suplemento para o professor**.

- 1 Escreva os procedimentos necessários para que o total das despesas fixas mensais seja preenchido automaticamente.
- 2 Registre, em uma planilha eletrônica, suas receitas e despesas pessoais e adicione as fórmulas para que os cálculos sejam realizados automaticamente.
- 3 De acordo com a planilha construída na questão 2, o que você pode perceber em relação a seu orçamento pessoal? Em sua opinião, é necessário tomar alguma atitude para economizar em alguma despesa?

Explique aos alunos que essa planilha é pessoal. Nesse caso, cada um, de acordo com suas necessidades, deve adicionar receitas, despesas fixas, despesas variáveis e despesas extras. As sugeridas na imagem são apenas alguns exemplos.

SERGIO L. FILHO

No **Suplemento para o professor** há mais informações sobre a planilha eletrônica Calc.

Decisões financeiras

Quando se trata de opções que envolvem taxa de juro, é sempre importante simular os valores ao longo do tempo e verificar qual opção gera um retorno melhor.

Após registrar, organizar e compreender o orçamento familiar, é possível tomar decisões sobre o que fazer com o dinheiro. Para realizar planos e sonhos, além de poupar, é necessário saber investir.

Quando uma pessoa tem uma dívida e a quantia para quitá-la, é melhor que ela quite sua dívida ou invista o dinheiro para quitá-la posteriormente?

Para responder a essa pergunta, vamos comparar, por exemplo, os valores acumulados com juro em um financiamento a uma taxa de 6,5% a.a. e os acumulados com o juro recebido em um investimento a uma taxa de 4,5% a.a., ambos com o mesmo capital inicial de R\$ 10 000,00.

- De acordo com as informações apresentadas, em sua opinião, é mais vantajoso quitar a dívida ou investir o dinheiro? Justifique sua resposta.

Realizando alguns cálculos é possível observar que os valores acumulados com o juro do financiamento são muito maiores do que os acumulados com o juro do investimento. Isso acontece, em geral, porque as taxas de juro praticadas pelas instituições financeiras são maiores para dívidas do que para investimentos. A recomendação é sempre quitar as dívidas e depois iniciar sua poupança.

Resposta pessoal. Espera-se que os alunos optem por quitar a dívida, pois, ao realizar algumas comparações, podemos perceber que os valores acumulados com o juro do financiamento são muito maiores do que os acumulados com o juro do investimento.

No contexto

Converse com seus familiares e, da maneira que preferir, registre as receitas e despesas de sua família. Quais despesas comprometem a maior parte das receitas: as fixas, as variáveis ou as extras? Em sua opinião, é necessário tomar alguma providência para reduzir essas despesas? **Resposta pessoal.**

Exercícios e problemas

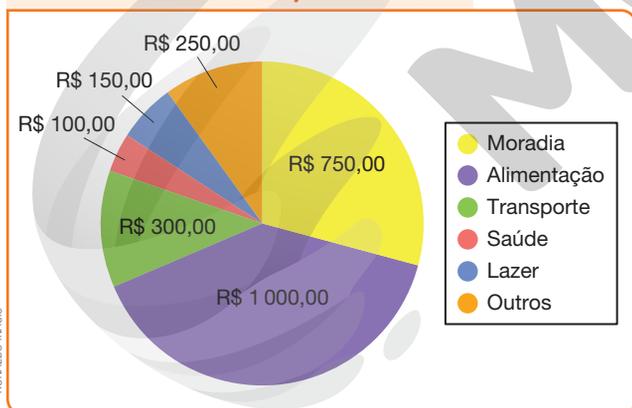
Anote as respostas no caderno.

3. Caso não haja calculadoras para todos os alunos, reúna-os em grupos para que possam realizar a tarefa ou, então, veja a possibilidade de levar algumas calculadoras para a sala de aula.

- 1 Observe a composição das despesas da família de Gustavo em julho de 2020.

Os dados apresentados no gráfico são fictícios.

Quantia gasta por categoria pela família de Gustavo em julho de 2020



Fonte de pesquisa: Registros de Gustavo.

- a) Entre as despesas da família de Gustavo, qual é a maior? **alimentação**
- b) Sabendo que as receitas da família de Gustavo somam R\$ 4 200,00, determine a quantos por cento da receita corresponde cada uma das despesas. **Moradia: aproximadamente 17,9%; alimentação: aproximadamente 23,8%; transporte: aproximadamente 7,14%; saúde: aproximadamente 2,38%; lazer: aproximadamente 3,57%; outros: aproximadamente 5,95%.**

- 2 Após analisar a planilha de orçamento familiar, a família de Marcela decidiu investir, mensalmente, R\$ 120,00 durante cinco anos, a uma taxa de juro de 0,7% a.m.

Utilizando a ferramenta **Aplicação com depósitos regulares** da Calculadora do Cidadão, determine qual será o montante obtido ao final desse período. **Se julgar conveniente, diga aos alunos para rever a Calculadora do Cidadão que foi trabalhada na página 143 do tema 17.**

- 3 De acordo com a planilha orçamentária de Ângelo, ele não conseguirá pagar as próximas parcelas do financiamento de seu automóvel. Diante dessa situação, ele entrou em contato com a instituição financeira para renegociar sua dívida de R\$ 12 000,00. Dessa forma, foram oferecidos a ele três prazos para pagamento.

- Prazo 1: 24 parcelas mensais fixas.
- Prazo 2: 36 parcelas mensais fixas.
- Prazo 3: 48 parcelas mensais fixas.

Sabendo que a taxa de juro para qualquer um dos prazos é de 2% a.m. e que Ângelo dispõe de R\$ 500,00 mensais para realizar o pagamento dessa dívida, qual dos prazos ele deve escolher? Justifique sua resposta. **Uma possível resposta: Marcelo deve escolher o pagamento em 36 parcelas, pois a opção em 24 parcelas não cabe em seu orçamento mensal e o pagamento em 48 parcelas possui maior juro.**

Ampliando seus conhecimentos

Nesta seção, apresentamos as referências complementares com sugestões de livros, *sites* e *podcasts* que propiciam a melhor compreensão dos conceitos trabalhados em sala de aula, envolvendo conteúdos que, de maneira geral, abordam a Matemática e suas Tecnologias de forma lúdica, curiosa e interessante.

Para ler

- **A Matemática das coisas**

CRATO, Nuno. *A Matemática das coisas*. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

O livro apresenta diversos exemplos da importância da Matemática na vida do ser humano, como o funcionamento do Sistema de Posicionamento Global (GPS) e a relação da Matemática com outras áreas do conhecimento.

- **A Matemática nas profissões**

BARELLA, Elaine S.; MARTINS, Laura M. R. (Org.). *A Matemática nas profissões*. São Paulo: Portal Editora, 2010.

Resultado de pesquisas e entrevistas, o livro apresenta o relato de profissionais de diversas áreas sobre a relação deles com a Matemática em suas rotinas de trabalho.

- **A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemática**

GARBI, Gilberto G. *A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemática*. 4. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

O livro é um relato de quatro milênios da história da Matemática, apresentado de maneira simples e compreensível.

- **A vida secreta dos números: 50 deliciosas crônicas sobre como trabalham e pensam os matemáticos**

SZPIRO, George. *A vida secreta dos números: 50 deliciosas crônicas sobre como trabalham e pensam os matemáticos*. Trad. J. R. Souza. Rio de Janeiro: Difel, 2008.

Por meio de histórias, anedotas e outros tipos de textos, este livro nos mostra como a Matemática está presente em quase todos os aspectos do cotidiano. O livro aborda curiosidades históricas pouco conhecidas e apresenta grandiosos praticantes da Matemática ao longo dos tempos.

- **O instinto matemático**

DEVLIN, Keith. *O instinto matemático*. Trad. Michelle Dysman. Rio de Janeiro: Record, 2009.

O autor defende a ideia de haver dois “tipos” de Matemática: a simbólica, que é exclusiva do ser humano; e a natural, que pertence a qualquer animal e corresponde a habilidades matemáticas relacionadas à sobrevivência, senso de direção e captura de presas.

- **O livro dos números: uma história ilustrada da Matemática**

BENTLEY, Peter. *O livro dos números: uma história ilustrada da Matemática*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2010.

O autor busca revelar segredos e mistérios da Matemática e mostrar sua presença no cotidiano, desde a ciência até as artes. Ilustrado com fotografias, gravuras, pinturas, entre outros, o livro é organizado de maneira a facilitar a compreensão de situações em que a Matemática está envolvida.

- **O universo e a xícara de chá**

COLE, K. C. *O universo e a xícara de chá*. Trad. Elizabeth Leal. Rio de Janeiro: Record, 2006.

O livro mostra como a Matemática transcende os números e está presente em muitas situações do dia a dia. Mostra, ainda, como enxergar a lógica presente nessas situações, cuja compreensão nos torna mais aptos a tomar decisões e permite o melhor entendimento do mundo em que vivemos.

Para navegar

- **Domínio Público**

Disponível em: <<http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/PesquisaObraForm.jsp>>. Acesso em: 2 jun. 2020.

Este *site* consiste em uma biblioteca digital, na qual é possível pesquisar textos, imagens, sons e vídeos de domínio público (acesso livre e gratuito) referentes a diversas áreas.

- **Edumatec**

Disponível em: <<http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/>>. Acesso em: 2 jun. 2020.

Este *site* apresenta e disponibiliza material que relaciona Matemática e informática. Na seção *softwares*, são disponibilizados diferentes programas computacionais que permitem, por exemplo, a construção de gráficos ou de figuras geométricas.

- **Enem**

Disponível em: <<https://enem.inep.gov.br/>>. Acesso em: 2 jun. 2020.

Neste *site* é possível fazer a inscrição para o Enem e acessar os resultados, os simulados e as provas aplicadas em anos anteriores, assim como a matriz de referência dos conhecimentos avaliados no exame.

- **IBGE**

Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/pt/inicio.html>>. Acesso em: 2 jun. 2020.

Neste *site* é possível obter informações estatísticas sobre o Brasil, como contagem da população e índices da economia, além de dados referentes a estados e municípios.

- **Matemática essencial**

Disponível em: <<http://www.uel.br/projetos/matesencial/>>. Acesso em: 2 jun. 2020.

Este *site* apresenta definições e conceitos matemáticos de diversos níveis de ensino, exemplos resolvidos e exercícios que possuem respostas, e, em alguns casos, as respostas estão justificadas e as resoluções, detalhadas.

- **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas**

Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/>>. Acesso em: 2 jun. 2020.

Neste *site* é possível obter diversas informações relacionadas à Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, como efetuar a inscrição, verificar a data das provas e acessar as provas aplicadas em anos anteriores.

Para ouvir

- **Número imaginário**

Disponível em: <<https://numeroimaginario.wordpress.com/2017/06/14/podcasts/>>. Acesso em: 2 jun. 2020.

Uma série de *podcasts* abordando diversos tópicos relacionados à área de Matemática são disponibilizados neste *site*, tratando de assuntos que vão desde a discussão sobre 0 pertencer ou não ao conjunto dos números naturais até o infinito de Cantor.

- **Pravaler**

Disponível em: <<https://soundcloud.com/canal-pravaler/guia-fies-2020-saiba-tudo-sobre-essa-edicao-1>>. Acesso em: 2 jun. 2020.

Vai começar a graduação ou pensa em fazer uma segunda faculdade, mas não tem renda o suficiente para pagar um curso em uma instituição privada? O Pravaler preparou um guia completo sobre o Fies 2020, com tudo o que você precisa saber.

- **Resumov**

Disponível em: <<https://www.resumov.com.br/podcast/>>. Acesso em: 2 jun. 2020.

Criado por Susane Ribeiro, o Resumov é um *podcast* que dá dicas de estudos para quem deseja ter uma boa nota no Enem ou passar nos vestibulares mais difíceis do país.

- **Scicast**

Disponível em: <<https://www.deviant.com.br/podcasts/scicast/>>. Acesso em: 2 jun. 2020.

Esse *podcast* é voltado para aquele que precisa dar um gás nos estudos da área de Ciências exatas e naturais. Nele, o apresentador utiliza de situações do dia a dia para explicar Matemática, Química e Física de uma maneira mais didática.

1 Potenciação e notação científica

- 1 a) 169
 b) 128
 c) 1
 d) 7
 e) -216
 f) -216
 g) $\frac{1}{81}$
 h) $\frac{512}{125}$
 i) 10,89
 j) $\frac{1}{49}$
 k) $\frac{8}{125}$
 l) $\frac{1}{81}$

$$2 \frac{(a^3 \cdot b)^2 \cdot (a^{-3})^2}{\left(\frac{b^{-2}}{a^3}\right)^2} =$$

$$= \frac{(a^3)^2 \cdot b^2 \cdot (a^{-3})^2}{\frac{(b^{-2})^2}{(a^3)^2}} =$$

$$= \frac{a^6 \cdot a^{-6} \cdot b^2}{\frac{b^{-4}}{a^6}} = \frac{a^{6+(-6)} \cdot b^2}{b^{-4} \cdot a^{-6}} =$$

$$= a^6 \cdot b^2 \cdot b^4 =$$

$$= a^6 \cdot b^{2+4} = (a \cdot b)^6$$

- 3 a) 3^{12}
 b) 5^9
 c) 2^{-1}
 d) x^{21}

4 alternativas a e c

- 5 a) 10^{-6} d) 10^{-1}
 b) 10^{-2} e) 10^4
 c) 10^{-5} f) 10^9

6 Resposta no final da página.

7 alternativa c

8 $p = -4$ ou $p = 4$

9 alternativa b

- 10 a) 4
 b) 6
 c) 0

- 11 a) 19 683
 b) 729
 c) $\frac{1}{2187}$

12 Algumas possíveis respostas:

$$3^2 + 4^2 = 5^2; 6^2 + 8^2 = 10^2;$$

$$12^2 + 5^2 = 13^2$$

- 13 a) $9,52 \cdot 10^2$
 b) $3,4 \cdot 10^4$
 c) $4,552 \cdot 10^1$
 d) $1,5 \cdot 10^4$
 e) $2 \cdot 10^{-4}$
 f) $1,68 \cdot 10^{-2}$
 g) $1,08 \cdot 10^{-3}$
 h) $2,01 \cdot 10^6$

14 $1,4 \cdot 10^{10}$

- 15 a) China: $1,4 \cdot 10^9$;
 Índia: $1,3 \cdot 10^9$;
 Estados Unidos: $3,29 \cdot 10^8$;
 Indonésia: $2,7 \cdot 10^8$;
 Paquistão: $2,16 \cdot 10^8$;
 Brasil: $2,11 \cdot 10^8$;
 Nigéria: $2,1 \cdot 10^8$;
 Bangladesh: $1,63 \cdot 10^8$;
 Rússia: $1,45 \cdot 10^8$;
 México: $1,27 \cdot 10^8$

b) aproximadamente 10,3%

c) alternativa II

Resposta da questão 6 do tema 1

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} < -2^2 < (-3)^1 < -3^0 < (-2)^{-3} < \left(\frac{2}{3}\right)^2 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} < \left(\frac{3}{2}\right)^2 < 2^3$$

3 Tempo, comprimento e massa

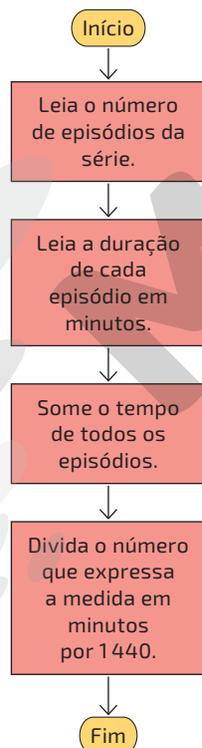
- 1 a) 318
b) $9,4 \cdot 10^6$
c) 27
d) $8,064 \cdot 10^{10}$
e) 12
- 2 no dia 6, às 8 h
- 3 4 dias, 6 horas e 45 minutos
- 4 Algoritmo:

Início

1. Leia o número de episódios da série.
2. Leia a duração de cada episódio em minutos.
3. Some o tempo de todos os episódios.
4. Divida o número que expressa a medida em minutos por 1 440.

Fim

Organizando um fluxograma, temos



- 5 Sacolas plásticas e metais.
- 6 alternativa d

- 7 alternativa b
- 8 $7,44 \cdot 10^{-8}\%$
- 9 a) 41,4 kWh
b) Resposta pessoal.
- 10 a) 310,5 kWh
b) R\$ 12,48
- 11 Serão economizados R\$ 14,52.
- 12 a) 0,0934
b) 1,876
c) 320 000
d) 0,073
e) 5 760
f) 0,015
g) 0,6521
h) 64
- 13 a) 316,992 m
b) 950,976 m
- 14 aproximadamente 443 pés
- 15 26,93 dm
- 16 a) 4 791 500 dam
- 17 alternativa d
- 18 a) 3 m
- 19 a) 2
b) 155
c) $7,48 \cdot 10^8$
d) $1,9448 \cdot 10^{12}$
e) 22
f) $1,496 \cdot 10^{10}$
- 20 a) aproximadamente $1,6082 \cdot 10^{14}$ km
b) aproximadamente $2,365 \cdot 10^{16}$ m
c) aproximadamente 5,6 al
d) aproximadamente 13 al
e) aproximadamente $9,46 \cdot 10^{13}$ km
f) aproximadamente $1,581 \cdot 10^{-5}$ al
- 21 aproximadamente $2,569 \cdot 10^{-3}$ UA
- 22 a) $2,3 \cdot 10^9$ km
b) aproximadamente $6 \cdot 10^8$ UA

- 23** 121,6 UA:
aproximadamente 454 743 voltas;
119 UA:
aproximadamente 445 020 voltas.
- 24** aproximadamente 110 al
- 25** aproximadamente $1,25 \cdot 10^{23}$ km
- 26** alternativa b
- 27** a) aproximadamente $1,693 \cdot 10^{21}$ m
b) aproximadamente $1,328 \cdot 10^{10}$ UA
- 28** a) 149
b) 5,2
c) 23
d) 1,713
e) $7,1 \cdot 10^{-4}$
f) $2,8 \cdot 10^{-5}$
g) $8 \cdot 10^{-6}$
h) $6,4 \cdot 10^{-8}$
- 29** aproximadamente $4,00036 \cdot 10^{13}$ μm
- 30** a) 748 500 nm
- 31** a) 100 μm de comprimento, 30 μm de largura e 2 μm de altura
- 32** alternativa c
- 33** aproximadamente 1 429 vezes
- 35** a) 120
b) 53
c) 37
d) 17,3
e) 6,2
f) 5,764
g) 80
h) $6,4 \cdot 10^5$
- 36** aproximadamente 1 048 vezes
- 37** obesidade; sobrepeso
- 38** a) verdadeira
b) falsa
c) falsa
d) verdadeira
- 39** aproximadamente 1 404 quilates
- 40** a) aproximadamente $1,5 \cdot 10^7$ t

41 aproximadamente $8,372138 \cdot 10^{-10}$

42 a) 40%
b) 3,6 g

43 aproximadamente R\$ 89,29 por arroba;
aproximadamente R\$ 5 952,38 por tonelada.

44 alternativa a

45 a) Ração para o cão: R\$ 10,00 por quilograma; ração para o gato: R\$ 12,00 por quilograma.
b) 25 dias

4 Área, volume e velocidade

1 a) $7 \cdot 10^{-6}$
b) $4,4 \cdot 10^{-7}$
c) $8,5 \cdot 10^{-8}$
d) $8,745 \cdot 10^{-3}$
e) $5,26 \cdot 10^8$
f) $3,5 \cdot 10^3$
g) $3,7 \cdot 10^8$
h) $6,3 \cdot 10^{13}$
i) $1,42 \cdot 10^6$

2 a) 4 200 km^2
b) 2,5 MW/km^2

3 a) aproximadamente 3 km^2
b) aproximadamente 7,5 km^2
c) aproximadamente 6,2 km^2
d) 4,8 km^2

4 alternativa b

5 a) aproximadamente 7 558 km^2

6 a) Sudeste; Norte

b) Região Norte: aproximadamente, 3,87 milhões de quilômetros quadrados;
Região Nordeste: aproximadamente, 1,55 milhões de quilômetros quadrados;
Região Sudeste: aproximadamente, 0,92 milhões de quilômetros quadrados;
Região Sul: aproximadamente, 0,58 milhões de quilômetros quadrados;
Região Centro-Oeste: aproximadamente, 1,61 milhões de quilômetros quadrados.

- 7** a) $2,5 \cdot 10^{-8}$
 b) $6,57 \cdot 10^{-10}$
 c) $8,33 \cdot 10^{-11}$
 d) $4,156 \cdot 10^{-6}$
 e) $5,77 \cdot 10^8$
 f) $4,1 \cdot 10^5$
- 8** a) aproximadamente 17 284 m³/s
 b) aproximadamente $1,66 \cdot 10^{10}$ m³/s
- 9** a) $2,2392 \cdot 10^{11}$ l/h; $4,3416 \cdot 10^{11}$ l/h
 b) $2,9 \cdot 10^{13}$ l no reservatório de Itaipu e $3,93 \cdot 10^{13}$ l no reservatório de Três Gargantas.
- 10** a) 668 835 000 km³;
 18 690 000 km³
 b) Maior, pois o Oceano Pacífico tem volume de água correspondente a 50,1% do volume total de água dos oceanos da Terra.

11 alternativa c

- 12** a) 72
 b) 234
 c) $30,5$
 d) $16,6$

- 13** a) falsa
 b) verdadeira

- 15** a) 288 s
 b) 75 km/h
 c) Não. Espera-se que os alunos respondam que o motorista pode ter trafegado acima da velocidade máxima permitida em uma parte e reduzido a velocidade em outra, percorrendo o trecho em um tempo que determina uma velocidade média abaixo da máxima.

6 Algarismos significativos

- 1** b) 6 e 2
- 2** a) 4 algarismos significativos
 b) 5
 c) $2,925 \cdot 10^4$ μm

- 3** a) 3 algarismos significativos
 b) 4 algarismos significativos
 c) 5 algarismos significativos
 d) 1 algarismo significativo
 e) 4 algarismos significativos
 f) 4 algarismos significativos

- 4** a) 238 cm
 b) 5,88 s ou 5,87 s
 c) 18,2 cm²
 d) 0,155 g
 e) 1,89 dm³
 f) 260 m

- 5** a) Uma possível resposta: $1,00 \cdot 10^{-3}$ km
 b) Uma possível resposta: $2,56 \cdot 10^{11}$ cm²
 c) Uma possível resposta: $5,014 \cdot 10^1$ m/s
 d) Uma possível resposta: $8,2 \cdot 10^3$ g
 e) Uma possível resposta: $1,005 \cdot 10^{17}$ mm³
 f) Uma possível resposta: $5,98 \cdot 10^3$ kg

- 6** a) 60,1 cm
 b) 150,1 t
 c) 17,36 s
 d) 5,19 km/h
 e) 147,6 km
 f) 33 g
 g) 232,3 cm
 h) 65,148 t

- 7** a) 241,5
 b) 13,7
 c) 416
 d) 6,814
 e) 6,426
 f) 2,9

- 8** a) 3 algarismos significativos
 b) 5
 c) Não, pois nesse caso o 5 seria um algarismo correto, o que não é verdade.

- 9** $3,15 \cdot 10^2$ km

7 Capacidade de armazenamento

- 1** a) 46 080
 b) 1 073 741 824
 c) 86,2
 d) 3 307 124 817 920
 e) 0,86
 f) 0,82

- 2** a) Porque 8 bites é igual a 1 baite.
 b) O fato de o cliente brincar com as unidades de medida baite e bite.

- 3** a) 4 172 arquivos
b) 18 203 279,36 kB

- 4** b) Não. Seriam necessários 11 378 disquetes.

5

Programa em VisualG

```

1 Algoritmo
  "armazenamento_de_arquivos"
2 Var
3 q, t, x: real
4 Inicio
5 escreva ("Digite a quantidade de
  arquivos: ")
6 leia (q)
7 escreva ("Digite o tamanho médio
  em megabaites, de cada arquivo: ")
8 leia (t)
9  $x \leftarrow q * t / 1024$ 
10 se  $(x \leq 2)$  entao
11 escreva ("É possível armazenar
  esse arquivo no dispositivo.")
12 senao
13 escreva ("Não é possível armazenar
  os arquivos no dispositivo.")
14 fimse
15 Fimalgoritmo
  
```

- 6** 18,75%

- 7** a) A 1ª opção.
b) Uma possível resposta: a 1ª opção, pois é a única que atende a necessidade de espaço para armazenamento destinado a cada um dos funcionários.

- 8** a) 225 fotos

- 9** 3 392 fotos

- 10** a) Algumas possíveis respostas: maior medida de capacidade de armazenamento; baixo custo por unidade; possibilidade de registrar acervos por tempo indeterminado; resistência a incêndios e outros acidentes; pequeno tamanho do dispositivo que facilita o transporte e armazenamento.

- b) • 2 placas de vidro.
• 334 HDs

9 Taxa de transferência de dados

- 1** a) Não, pois, para que seja possível obter o tempo necessário para realizar o *download*, a quantidade de dados deve ser expressa em terabaite, gigabaite, megabaite, quilobaite ou baite.

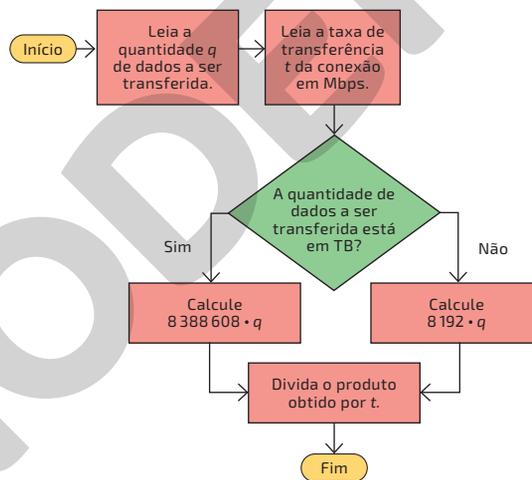
- c) 272

- d)

Início

1. Leia a quantidade q de dados a ser transferida.
2. Leia a taxa de transferência t da conexão em Mbps.
3. Se a quantidade de dados a ser transferida estiver em TB, calcule $8\,388\,608 \cdot q$, senão calcule $8\,192 \cdot q$.
4. Divida o produto obtido por t .

Fim



- 2** a) aproximadamente 15 min 47 s a mais
b) aproximadamente 2 h 1 min 46 s; aproximadamente 2 h 10 min 17 s

- 3** alternativa b

- 4** a) • aproximadamente 1 h 19 min 44 s
• aproximadamente 1 h 9 min 29 s
b) aproximadamente 13,2 s

- 5** a) 25 600 s

- 6** a) 3 h 24 min 48 s

- b) Algumas possíveis respostas: a taxa de transferência do HD antigo era menor; as conexões e os cabos não suportaram

a taxa de transferência anunciada; o computador estava realizando outras tarefas e, por isso, a taxa de transferência foi reduzida.

c) 0 h 34 min 8 s

- 7** a) aproximadamente 3 413 vezes
b) • aproximadamente 171 segundos
• 16 segundos
• 8 segundos

- 8** a) aproximadamente 2,49 GB
b) aproximadamente 32 Mbps

- 9** a) aproximadamente 635 TB
b) 98 877,44 Mb; aproximadamente 2 h 45 min

10 Velocidade de processamento

- 1** a) 3 200 000 000 ciclos por segundo
b) 770 000 000 ciclos por segundo
c) 2 400 000 000 ciclos por segundo

- 2** a) 0,00044 ou $4,4 \cdot 10^{-4}$
b) 0,052
c) 64 000 000 000 ou $6,4 \cdot 10^{10}$
d) 518 000 000 ou $5,18 \cdot 10^8$
e) 0,0000357 ou $3,57 \cdot 10^{-5}$
f) 683 000 ou $6,83 \cdot 10^5$

3 1,08 GHz

4 2,8 GHz

- 5** a) 740 000 ciclos por segundo;
3 400 000 000 ciclos por segundo
b) 998 000 000 ciclos por segundo

- 6** a) aproximadamente 57,1%
b) 98 304 MB

- 7** a) $1,2 \cdot 10^{19}$ operações
b) Sierra, pois $94,64 > 23,51$
c) 407,48 teraflop/s

11 Porcentagem

- 1** a) 30%
b) 68%

- c) 14%
d) 32%
e) 12,5%

- 2** a) 0,07
b) 0,48
c) 0,9
d) 0,045
e) 0,6138

3 5%

4 R\$ 1 029,71

5 R\$ 43,68

- 6** a) 540 são calçados
b) 324 calçados

7 alternativa d

8 R\$ 68,00

9 40%

10 alternativa e

11 loja B; R\$ 1 161,00

12 R\$ 21 000,00

- 13** a) 60%
b) Conhecimentos gerais; Informática
c) Informática. Uma possível resposta: pois nesse tema ele obteve o pior desempenho.

14 815 pontos

- 15** a) R\$ 15 000,00
b) 20%
c) Não, pois R\$ 3 000,00 correspondem a uma taxa de 25% referente a R\$ 12 000,00 e uma taxa de 20% referente a R\$ 15 000,00.

16 927 votos

17 110 e 70

- 18** a) 12,5%; 25%
b) 50%

19 alternativa c

20 frango: 280 empadas; creme de milho: 112 empadas; palmito: 190 empadas

- 21 1,8%
- 22 R\$ 2 124,40
- 23 alternativa e
- 24 aproximadamente 463,30 libras de Módena

13 Indicadores socioeconômicos

- 1 a) verdadeira
b) verdadeira
c) Falsa. Uma possível resposta: o aumento no peso do componente habitação entre as pesquisas significa que esse item passou a impactar mais o orçamento das famílias em 2017/2018.
d) Falsa. Uma possível resposta: se em certo período os custos com educação aumentarem em 2%, o IPCA no período vai considerar esse aumento de forma proporcional.
- 2 aproximadamente 14,3%
- 3 a) Investir em melhorias na indústria.
- 4 a) aproximadamente 41,4%
- 6 aproximadamente 4,89 milhões de pessoas
- 7 a) aproximadamente 0,892
b) 0,791; alto desenvolvimento humano
- 8 a) Falsa. Uma possível resposta: entre dois países diferentes, aquele com índice de saúde maior não necessariamente terá o IDH maior.
b) Falsa. Uma possível resposta: se um país apresenta um IDH de 0,765, nada podemos afirmar sobre sua distribuição de renda analisando apenas esse indicador.

14 Acréscimos e descontos sucessivos

- 1 a) acréscimo de 12,32%
b) desconto de 18,22%
c) acréscimo de aproximadamente 15,76%
d) acréscimo de aproximadamente 0,68%
- 2 R\$ 1,64
- 3 R\$ 66,10
- 4 R\$ 232,72

- 5 a) R\$ 66,00
b) 10%
- 6 R\$ 62,50
- 7 alternativa e
- 8 março; 0,3%
- 9 Um único desconto de 60%.
- 10 25%
- 11 a) 9,2%; 14,66%
b) R\$ 4,06
- 12 10%
- 13 10%
- 14 b) R\$ 3 102,72
- 15 a) 14,5%
b) Maior, pois, se indicarmos por x o preço do *smartphone* antes do aumento de 20%, teríamos que, após os descontos, seu preço seria 1,026x.
- 16 b) aproximadamente 79,5%

15 Juro

- 1 5% a.m.
- 2 R\$ 5 500,00
- 3 R\$ 757,20
- 4 3,5% a.m.
- 5 a) 10% a.m.
b) R\$ 268,00
- 6 R\$ 4 271,88
- 7 R\$ 1 177,39
- 8 2%
- 9 R\$ 594,50
- 10 a) aproximadamente R\$ 568,00
b) aproximadamente 28,37%
- 11 8%

12 4%

13 a) R\$ 695,87

b) R\$ 999,98

14 a) R\$ 3 075,29

b) R\$ 3 587,02

15 a) R\$ 8 697,70

b) R\$ 8 436,77

16 a) R\$ 12 259,50

b) investimento B

17 R\$ 893,09

18 alternativa c

19 alternativa c

20 a) 1 ano

b) R\$ 50,70

21 a) investimento B; investimentos A e C.

b) investimento A: 10% a.m.; investimento B: 7,5% a.m.; investimento C: 7,5% a.m.

c) R\$ 15 689,28

22 a) investimento A: 2% a.m.; investimento B: 1,9% a.m.

b) investimento B

d) investimento A: R\$ 1 140,00; investimento B: R\$ 1 140,83; A resposta depende da estimativa realizada pelo aluno no item c.

16 Equivalência de capitais

1 opção 3

2 Pagamento em dez prestações de R\$ 30,00 no cartão de crédito.

17 Sistema de amortização

1 Sim, pois o valor da prestação (R\$ 281,94) é menor do que 25% do salário líquido (R\$ 287,50).

2 R\$ 7 800,02

3 a) R\$ 605,68

b) R\$ 6 072,64

4 R\$ 1 460,77

5 a) R\$ 965,15

b) R\$ 9 458,52

c) R\$ 19 878,32

6 a) valor da parcela: R\$ 224,89; total pago: R\$ 2 698,68

b) Sim. Ao aumentar o número de parcelas, há um aumento no juro, pois o juro é mensal.

18 Planejamento orçamentário

1 a) alimentação

b) Moradia: aproximadamente 17,9%; alimentação: aproximadamente 23,8%; transporte: aproximadamente 7,14%; saúde: aproximadamente 2,38%; lazer: aproximadamente 3,57%; outros: aproximadamente 5,95%.

2 R\$ 8 972,13

3 Uma possível resposta: Marcelo deve escolher o pagamento em 36 parcelas, pois a opção em 24 parcelas não cabe em seu orçamento mensal e o pagamento em 48 parcelas possui maior juro.

Referências bibliográficas

- ALISSON, Elton. Novo recorde de transmissão de dados pela internet entre hemisférios é estabelecido. *Agência Fapesp*, São Paulo, 20 jan. 2017. Disponível em: <<https://agencia.fapesp.br/novo-recorde-de-transmissao-de-dados-pela-internet-entre-hemisferios-e-estabelecido/24650/>>. Acesso em: 23 jul. 2020.

Nesta reportagem, são apresentadas informações a respeito de um recorde de transmissão de dados, alcançado em 2017, entre centros de pesquisa de São Paulo e de Miami, destacando as altas velocidades alcançadas em transmissões de dados via fibra ótica.

- ASSIS, Odílio B. G. A asa da borboleta e a nanotecnologia: cor estrutural. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo, v. 35, n. 2, p. 1-9, 2013. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1806-11172013000200001&script=sci_abstract&lng=pt>. Acesso em: 22 jul. 2020.

O autor do artigo discute a respeito das diferenças entre cores químicas e cores estruturais com base em conceitos básicos de ótica, relacionando-as principalmente à geração de cores nas asas das borboletas.

- BEER, Raquel. Dados que curam. *Veja*, São Paulo, Abril, ano 49, v. 25, p. 84-86, 22 jun. 2016.

Esta reportagem apresenta de que forma os avanços tecnológicos atuais têm contribuído para o campo da medicina, principalmente no que se refere ao acesso às informações pelos médicos e demais profissionais da saúde.

- BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. *Informática e educação matemática*. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. (Tendências em educação matemática).

Este livro trata da informática educativa, abordando aspectos que vão desde as políticas governamentais até as questões pedagógicas. São apresentados exemplos do uso da informática com alunos e professores e questões referentes ao uso de computadores e calculadoras gráficas em Educação Matemática.

- BOYER, Carl B; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática*. 3. ed. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 2012.

A história da Matemática é abordada neste livro desde as origens primitivas até o século XX, passando por informações relacionadas ao último Teorema de Fermat e à conjectura de Poincaré, e finalmente chegando aos avanços recentes na teoria dos grupos finitos e demonstrações que contam com o auxílio do computador. Também são descritos fatos sobre a vida e as obras de alguns matemáticos famosos, como Euler, Newton e Bernoulli.

- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br>>. Acesso em: 3 jun. 2020.

A BNCC é o documento que norteia os currículos dos sistemas e redes de ensino das Unidades Federativas e as propostas pedagógicas das escolas públicas e privadas, estabelecendo as competências e habilidades que os alunos devem desenvolver em cada etapa da Educação Básica.

- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Orientações curriculares para o Ensino Médio*. Brasília, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 3 jun. 2020.

O objetivo das Orientações Curriculares para o Ensino Médio é contribuir para o diálogo entre professor e escola sobre a prática docente. A qualidade da escola é condição essencial de inclusão e democratização das oportunidades no Brasil, e o desafio de oferecer uma educação básica de qualidade para a inserção do aluno, o desenvolvimento do país e a consolidação da cidadania é tarefa de todos.

- EVES, Howard. *Introdução à história da Matemática*. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2007.

O livro é dividido em duas partes: antes do século XVII e depois do século XVII. Além de contar a história da Matemática, o livro apresenta, no decorrer do texto, tarefas de cunho matemático, com respostas e sugestões para sua resolução.

- IFRAH, Georges. *História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo*. Trad. Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. 2 v.

No volume 1, a história dos algarismos é apresentada considerando a origem da representação simbólica dos números em diversas civilizações, como a dos gregos, dos romanos e dos maias. Já no volume 2, é explicado por que a civilização indiana é considerada o berço da numeração moderna, e são refeitos os caminhos que levaram o homem a inventar o computador.

- LIMA, Freudson Dantas de. *Etnomatemática no garimpo: uma proposta de ação pedagógica para o ensino e aprendizagem de matemática na perspectiva da resolução de problemas*. 2018. 186 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) — Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2018. Disponível em: <<https://repositorio.ufrn.br/jspui/handle/123456789/25793>>. Acesso em: 14 jan. 2020.

Esta dissertação apresenta os resultados de uma investigação a respeito da produção de conhecimentos matemáticos por um grupo de garimpeiros, que trabalha na zona rural de Parelhas/RN, tomando por base os pressupostos da Etnomatemática na concepção de Ubiratan D'Ambrosio.

- NAÇÕES UNIDAS BRASIL. *Relatório de desenvolvimento humano do PNUD destaca altos índices de desigualdade no Brasil*. 9 dez. 2019. Disponível em: <<https://nacoesunidas.org/relatorio-de-desenvolvimento-humano-do-pnud-destaca-altos-indices-de-desigualdade-no-brasil/>>. Acesso em: 7 maio 2020.

Analisando as informações divulgadas pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (Pnud), a reportagem destaca os resultados referentes ao Brasil em relação ao Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), comparando-os aos de outras nações e relacionando a queda da posição ocupada pelo país, no ranking internacional, com os altos níveis de desigualdade presentes em nossa nação.

- OLIVETO, Paloma. *Voyager 2 dá seu primeiro sinal*. *Correio Braziliense*, Brasília, p. 14, 5 nov. 2019. Ciência & Saúde.

Apesar de ter sido lançada há 43 anos, a nave espacial Voyager 2 continua enviando informações importantes para os cientistas. Assim, esta reportagem apresenta algumas das informações que têm sido enviadas por essa nave para a Terra, evidenciando as contribuições desse tipo de pesquisa para o desenvolvimento das ciências e de novas tecnologias.

- POLYA, George. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Trad. e adapt. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

Neste livro, são apresentados passos para a resolução de problemas. No final, alguns problemas são propostos ao leitor, seguidos por suas respectivas soluções.

- PYL, Bianca. *Balanco 20 de novembro: primeira titulação de terra quilombola no Brasil completa 20 anos*. *Comissão Pró-Índio de São Paulo*, São Paulo, 19 nov. 2015. Disponível em: <<http://cpisp.org.br/balanco-20-de-novembro-primeira-titulacao-de-terra-quilombola-no-brasil-completa-20-anos/>>. Acesso em: 22 jul. 2020.

Esta reportagem apresenta o panorama da titulação de terras quilombolas, tomando por base o ano de 1995, quando ocorreu a titulação pioneira do Brasil nesse sentido.

- VERAS, Lília Ladeira. *Matemática financeira*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

Este texto introduz o leitor no campo da Matemática financeira e no uso de sua principal ferramenta de trabalho: a calculadora. Partindo das operações comerciais, que em geral são do conhecimento de todos, procura, por analogia, chegar às operações financeiras em que o valor do dinheiro varia no tempo.

Lista de siglas

Enem: Exame Nacional do Ensino Médio

UFMG-MG: Universidade Federal de Minas Gerais



MODERNA

ISBN 978-65-5779-071-7



9 786557 790717