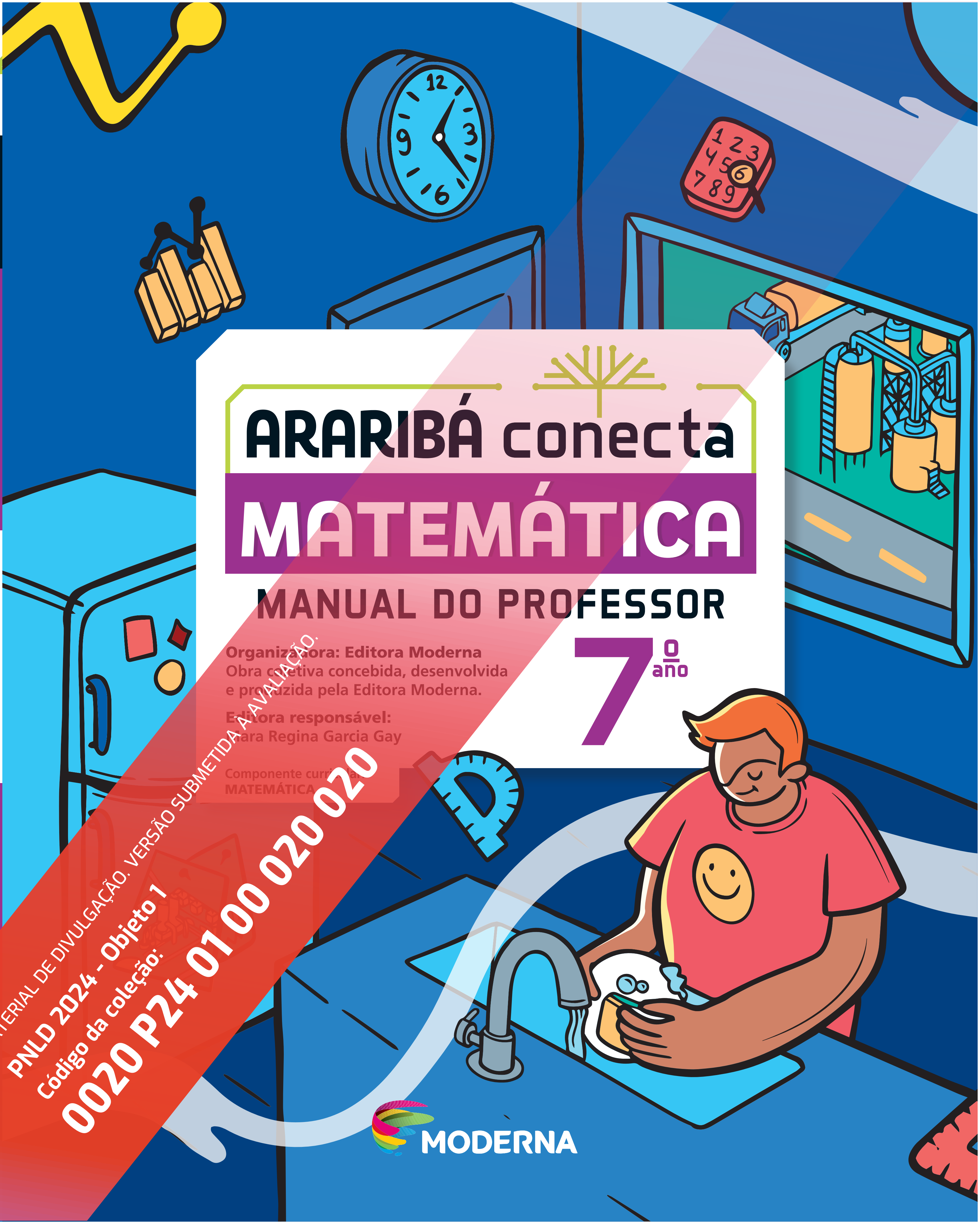


ARARIBÁ conecta

MATEMÁTICA

MANUAL DO PROFESSOR

7º ano

Organizadora: Editora Moderna
Obra coletiva concebida, desenvolvida
e produzida pela Editora Moderna.

Editora responsável:
Mara Regina Garcia Gay

Componente curricular:
MATEMÁTICA

MATERIAL DE DIVULGAÇÃO. VERSÃO SUBMETIDA À AVALIAÇÃO.

PNLD 2024 - Objeto 1

Código da coleção:

0020 P24 01 00 020 020

MODERNA

7º ano
MANUAL DO PROFESSOR
MATEMÁTICA
ARARIBÁ conecta
Componente curricular: MATEMÁTICA

ARARIBÁ conecta
MATEMÁTICA

MANUAL DO PROFESSOR

7º ano

Organizadora: Editora Moderna

Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

Editora responsável: Mara Regina Garcia Gay

Bacharel e licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
Licenciada em Pedagogia pela Universidade Iguaçu (RJ). Professora de Matemática em escolas públicas
e particulares de São Paulo por 17 anos. Editora.

Componente curricular: MATEMÁTICA

1ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

Elaboração dos originais:

Mara Regina Garcia Gay
Bacharel e licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Pedagogia pela Universidade Iguaçu (RJ). Professora de Matemática em escolas públicas e particulares de São Paulo por 17 anos. Editora.

Katia Tiemy Sido
Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Renata Martins Fortes Gonçalves
Mestre em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Bacharel em Matemática com Informática pelo Centro Universitário Fundação Santo André (SP). Editora.

Fabio Martins de Leonardo
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Maria Cecília da Silva Veridiano
Especialista em Educação Matemática: Fundamentos Teóricos e Metodológicos pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Mateus Coqueiro Daniel de Souza
Mestre em Ciências, no programa: Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, pela Universidade de São Paulo. Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Willian Raphael Silva
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Maria José Guimarães de Souza
Mestre em Ciências, no programa: Ciência da Computação, pela Universidade de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Romenig da Silva Ribeiro
Mestre em Ciências, no programa: Ciência da Computação, pela Universidade de São Paulo. Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Cassio Cristiano Giordano
Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Pesquisador e professor em escolas públicas e universidades.

Cintia Alessandra Valle Burkert Machado
Mestre em Educação, na área de Didática, pela Universidade de São Paulo. Assessora pedagógica.

Dario Martins de Oliveira
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Professor em escolas particulares e públicas de São Paulo por 20 anos. Editor.

Erica Toledo Catalani
Mestre em Educação, na área de Educação Matemática, pela Universidade Estadual de Campinas (SP). Licenciada em Ciências pela Universidade Braz Cubas (SP). Educadora.

Juliana Ikeda
Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Marcelo de Oliveira Dias
Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Docente na Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro por 8 anos. Professor da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

Selene Coletti
Licenciada em Pedagogia pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras "Prof. José Augusto Vieira" (MG). Colunista de revista destinada a educadores, professora e formadora de professores em escolas públicas.

Tais Saito Tavares
Mestre em Matemática Aplicada e Computacional e bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (PR). Editora.

Na capa, a imagem de pessoa usando água, ilustrada por Gabriel Sá de São Luis do Maranhão, propõe uma reflexão sobre a Matemática inserida em uma rede de conexões envolvendo a distribuição e o abastecimento de água para a população.

Edição de texto: Janaina Soler Caldeira, Katia Tiemy Sido, Renata Martins Fortes Gonçalves, Zuleide Maria Talarico
Assistência editorial: Daniela Santo Ambrosio, Danielle Fortes Teixeira Vieira, Luciane Lopes Rodrigues, Patricia Felipe, Rogério Lopes Leitão, Victor Hugo dos Santos Gois
Preparação de texto: Mariane de Mello Genaro Feitosa
Gerência de *design* e produção gráfica: Patricia Costa
Coordenação de produção: Denis Torquato
Gerência de planejamento editorial: Maria de Lourdes Rodrigues
Coordenação de *design* e projetos visuais: Marta Cerqueira Leite
Projeto gráfico: Aurélio Camilo, Vinicius Rossignol Felipe
Capa: Tatiane Porusselli, Daniela Cunha
Ilustração: Gabriel Sá
Coordenação de arte: Wilson Gazzoni Agostinho
Edição de arte: Adriana Santana
Editoração eletrônica: Setup Editoração Eletrônica
Coordenação de revisão: Elaine C. del Nero
Revisão: Alessandra Félix, Cárita Negromonte, Edna Lunna, Márcia Leme, Palavra Certa, ReCriar Editorial
Coordenação de pesquisa iconográfica: Flávia Aline de Morais
Pesquisa iconográfica: Mariana Alencar, Pamela Rosa
Coordenação de *bureau*: Rubens M. Rodrigues
Tratamento de imagens: Ademir Francisco Baptista, Ana Isabela Pithan Maraschin, Denise Feitoza Maciel, Marina M. Buzzinaro, Vânia Maia
Pré-impressão: Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
Coordenação de produção industrial: Wendell Monteiro
Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Araribá conecta matemática : 7º ano : manual do professor / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editora responsável Mara Regina Garcia Gay. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-16-13536-2

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Gay, Mara Regina Garcia.

22-112282 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

APRESENTAÇÃO

Caro professor, este *Manual do Professor* tem a finalidade de auxiliá-lo a desenvolver as situações didáticas propostas nesta coleção, auxiliando-o no encaminhamento do trabalho durante o ano letivo.

Organizamos o Manual em três partes:

- Na primeira parte (*Orientações gerais*), são apresentadas considerações em relação aos princípios norteadores da coleção, que consideraram a competência leitora e investigativa como abordagem metodológica; à BNCC e ao modo como as competências e habilidades previstas neste documento são propostas na coleção. São apresentadas também reflexões acerca da exploração de conhecimentos prévios dos estudantes, da resolução de problemas, dos Temas Contemporâneos Transversais (TCTs), do letramento matemático, do pensamento computacional, entre outros assuntos pertinentes à reflexão da prática docente e também do ensino e aprendizagem dos estudantes.
- Na segunda parte (*A coleção*), são apresentadas as seções da coleção, as habilidades exploradas, as sugestões de avaliações formativas relacionadas aos capítulos do *Livro do Estudante*, as resoluções e os comentários das atividades propostas no *Livro do Estudante*.
- Na terceira parte (*Orientações*), dispostas em formato lateral, o professor encontrará a reprodução comentada das páginas do *Livro do Estudante*. Nela são apresentadas as competências e as habilidades da BNCC desenvolvidas em cada tópico ou seção, os objetivos traçados e as orientações pertinentes ao tema em questão.

De modo geral, as orientações e sugestões deste *Manual do Professor* buscam auxiliar o desenvolvimento de conhecimentos e práticas pedagógicas que contribuam de maneira significativa para uma formação mais integral, humana e crítica do estudante e do professor. Queremos que os estudantes pensem matematicamente, resolvam problemas diversos e concluam essa etapa da Educação Básica preparados para continuar seus estudos.

Bom trabalho!

SUMÁRIO

ORIENTAÇÕES GERAIS

Princípios norteadores da coleção

A produção desta coleção foi concebida tendo em vista o Decreto nº 9099, de 18 de julho de 2017, que normatiza o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), com o intuito de atender aos seis objetivos (*I – aprimorar o processo de ensino e aprendizagem nas escolas públicas de educação básica, com a consequente melhoria da qualidade da educação; II – garantir o padrão de qualidade do material de apoio à prática educativa utilizado nas escolas públicas de educação básica; III – democratizar o acesso às fontes de informação e cultura; IV – fomentar a leitura e o estímulo à atitude investigativa dos estudantes; V – apoiar a atualização, a autonomia e o desenvolvimento profissional do professor;* e *VI – apoiar a implementação da Base Nacional Comum Curricular*), além dos demais dispositivos. Conforme salientado pelo Edital de Convocação 01/2022, o PNLD 2024 – Anos Finais será disponibilizado em contexto pós-pandêmico. Nesse sentido, é necessário ter especial atenção ao objetivo IV supracitado, a fim de buscar reparar, durante o ciclo do PNLD 2024, problemas decorridos do isolamento social (BRASIL, 2022, p. 34). Assim, o intuito desta coleção é dar oportunidade aos estudantes de desenvolver a capacidade leitora, de modo que o aprendizado dos Anos Iniciais seja consolidado e eles se preparem para o Ensino Médio. Tendo esse panorama em vista, serão foco também, de forma transversal, a leitura e a pesquisa no apoio à implementação da BNCC.

O desenvolvimento da competência leitora e investigativa na linguagem da Matemática apresenta o desafio gerado pela relação entre duas linguagens diferentes: a língua materna e os símbolos matemáticos. A leitura é ferramenta essencial para a aprendizagem em qualquer área do conhecimento e, segundo Rocha, Melo e Lopes (2012, p. 4), trata-se de "um processo de compreensão de expressões formais e simbólicas que se dá a conhecer através de várias linguagens".

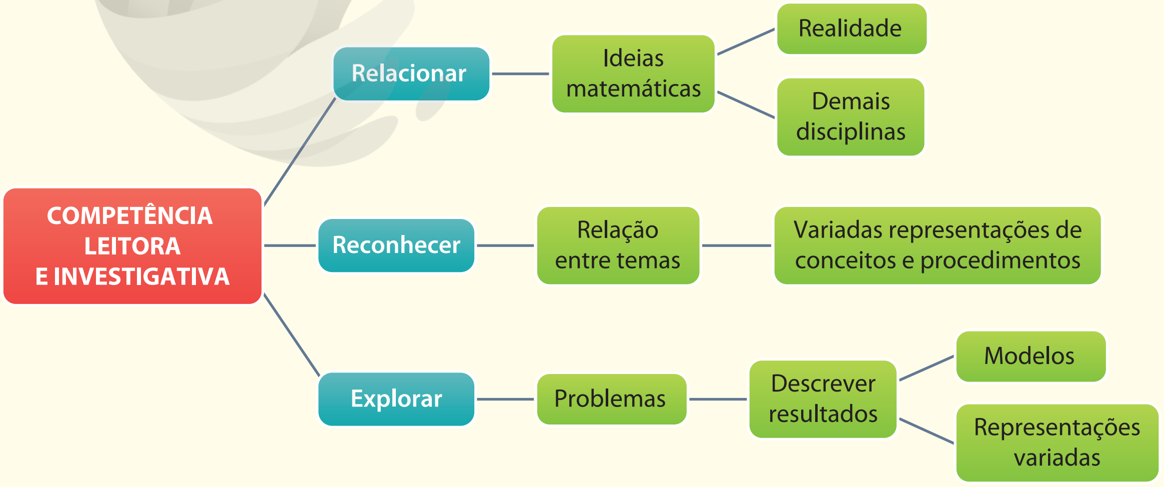
Smole, Cândido e Stancanelli (1997, p. 13) ressaltam as colaborações que a leitura e a Matemática podem desenvolver:

> **a)** relacionar as ideias matemáticas à realidade, de forma a deixar clara e explícita sua participação, presença e utilização nos vários campos da atuação humana, valorizando assim o uso social e cultural da matemática;
>
> **b)** relacionar as ideias matemáticas com as demais disciplinas ou temas de outras disciplinas;
>
> **c)** reconhecer a relação entre diferentes tópicos da matemática relacionando várias representações de conceitos ou procedimentos umas com as outras;
>
> **d)** explorar problemas e descrever resultados usando modelos ou representações gráficas, numéricas, físicas e verbais.

Nesse sentido, na produção desta coleção, foi considerada essa abordagem metodológica, que integra a competência leitora nas aulas de Matemática, com o intuito de "estimular, de forma recorrente, o pluralismo de ideias, o pensamento crítico e a investigação científica" (BRASIL, 2022, p. 39), operando como um verdadeiro fio condutor ao longo de toda a Educação Básica. Assim, busca-se uma competência leitora e investigativa, com caráter transversal e amplificado, que atue como bússola para o desenvolvimento de currículos de Matemática em consonância com os projetos político-pedagógicos de cada sistema e unidade de ensino.

Dessa forma, a coleção traz atividades cujo objetivo é permitir que os estudantes desenvolvam a capacidade de: (i) produzir análises críticas, criativas e propositivas; (ii) argumentar; e (iii) inferir informações, visando promover a competência leitora, por meio da análise de diversos tipos de texto, orais e escritos, a fim de que utilizem o conhecimento matemático para compreender fenômenos e os relacionem com fatos cotidianos, do mundo, do ambiente e da dinâmica da natureza.

Na figura, a seguir, é proposto um modelo de desenvolvimento de competência leitora e investigativa, com os pilares que podem ser trabalhados para que os estudantes a atinjam.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte: Elaborado pelos autores com base nas informações de SMOLE, K. C. S.; CÂNDIDO, P. T.; STANCANELLI, R. *Matemática e literatura infantil.* 2. ed. Belo Horizonte: Lê, 1997.

Modelo de desenvolvimento de competência leitora e investigativa.

Tendo esse modelo em vista, você, professor, também pode adequar seu trabalho às habilidades específicas da área, listadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e voltar seu olhar para as diversidades sociais e regionais, bem como para a reformulação curricular, considerando os desafios impostos pelo período pós-pandêmico.

Nesse sentido, além da revisão dos currículos, outro grande desafio envolve a garantia do direito à aprendizagem matemática aos estudantes. Demanda-se, assim, ações estruturadas entre os educadores para que haja um planejamento especial que apoie os estudantes a aprenderem os conceitos fundamentais em cada componente curricular da Educação Básica. Por isso, nesta coleção, ao longo das *Orientações* neste Manual, haverá subsídios para você, professor, a fim de que construa aulas em conjunto com professores de outras áreas do conhecimento.

Múltiplos foram os impactos da pandemia da covid-19 na implementação da BNCC, de modo que diversas correções de rota se fazem necessárias, a fim de apontar caminhos de superação dos desafios impostos pela atual conjuntura, notadamente no que diz respeito ao caráter transversal do desenvolvimento de competências gerais e específicas da área de Matemática pelos estudantes.

A proposta orientadora da coleção, ao enfatizar de forma transversal a leitura e a pesquisa alinhadas aos princípios da BNCC, pode auxiliar na implementação nas unidades escolares, garantindo a aprendizagem nesse contexto de pós-pandemia. Além disso, a coleção oferece a possibilidade de definir trajetórias específicas para cada grupo de estudantes, de acordo com seus desafios e interesses, por meio do planejamento de estratégias de apoio, respeitando os diferentes perfis e escolas.

A Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que delimita um conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais aos estudantes, em seu desenvolvimento, ao longo da trajetória na Educação Básica (BRASIL, 2018). Sua origem remonta à Constituição de 1988 e à Lei de Diretrizes e Bases (LDB) de 1996. Esses documentos determinam que todas as crianças e jovens do país aprendam, independentemente da idade, da origem, da raça, da religião, do gênero ou de qualquer outro elemento que, porventura, possa ameaçar a equidade educacional.

As discussões que culminaram na homologação da versão final da BNCC, em 14 de dezembro de 2018, iniciaram-se, de modo mais efetivo, em 2015, embora já houvesse diversas propostas desde a publicação da Constituição Federal de 1988. Contudo, foi em 2015, com a aprovação do Plano Nacional de Educação, que o movimento pela Base ganhou o impulso necessário. Em 2017, seguiu para o Conselho Nacional de Educação para análise final. A versão preliminar da Educação Infantil e do Ensino Fundamental foi homologada em 20 de dezembro desse ano, ao passo que a Base do Ensino Médio, apenas no ano seguinte.

A linha do tempo a seguir traz os principais marcos que culminaram na publicação da BNCC.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte: INSTITUTO REÚNA. *Linha do tempo*: documentos curriculares. [São Paulo, 2020?]. Disponível em: https://o.institutoreuna.org.br/downloads/primeirospassos/int/_INT_anexo_Linha-do-tempo-base-para-impressao_sem-marcos-locais.pdf. Acesso em: 2 jul. 2022.

Linha do tempo dos documentos curriculares.

A Base prevê a formação integral do cidadão, desde a Educação Infantil até a conclusão do Ensino Médio. De modo geral, podemos dizer que o principal objetivo da BNCC é fomentar a qualidade da Educação Básica, em todos os níveis e modalidades, assegurando um ensino de qualidade para todos, com melhoria do fluxo, da aprendizagem e dos indicadores avaliativos. Para isso, a BNCC visa oferecer igualdade de oportunidades por meio da definição das aprendizagens essenciais que crianças e jovens precisam desenvolver ano a ano durante a Educação Básica.

Competências gerais da BNCC

Com a missão de atender às demandas do século XXI de formar cidadãos participativos, conscientes e integrados à sociedade e ao mundo do trabalho, a BNCC propõe que, ao longo do percurso escolar, sejam desenvolvidas dez competências gerais da Educação Básica que se inter-relacionam, sobrepondo-se e interligando-se na construção de conhecimentos e habilidades e na formação de atitudes e valores. São elas:

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

1. Conhecimento

Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

2. Pensamento científico, crítico e criativo

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

3. Repertório cultural

Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

4. Comunicação

Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

5. Cultura digital

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

6. Trabalho e projeto de vida

Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

7. Argumentação

Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

8. Autoconhecimento e autocuidado

Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

9. Empatia e cooperação

Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

10. Responsabilidade e cidadania

Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

As dez competências gerais da Educação Básica propostas pela BNCC.

Fontes: BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília; DF: 2018; INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). *Competências gerais da nova BNCC*. Brasília, DF: [c. 2018]. Disponível em: http://inep80anos.inep.gov.br/inep80anos/futuro/novas-competencias-da-base-nacional-comum-curricular-bncc/79. Acesso em: 11 maio 2022.

Esse conjunto de competências gerais norteia e estrutura as competências específicas de todas as componentes curriculares, dos Temas Contemporâneos Transversais e dos Itinerários Formativos.

De nossa parte, buscamos, nesta coleção, propor atividades e situações para que os estudantes possam adquirir efetivamente as habilidades e competências específicas de Matemática, bem como as competências gerais preconizadas pela BNCC, em especial a 9.

A competência geral 9 e o conjunto das outras competências gerais prescritas na BNCC deverão ser desenvolvidos no decorrer do Ensino Fundamental (Anos Iniciais e Finais) e no Ensino Médio, explicitando o compromisso da educação brasileira com a formação humana integral e com a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

Unidades temáticas de Matemática

A BNCC propõe profundas mudanças na educação, em todos os níveis de ensino e em todas as componentes curriculares. Com a Matemática, não seria diferente. Nessa área, a BNCC indica cinco unidades temáticas (Álgebra, Números, Grandezas e medidas, Geometria e Probabilidade e estatística), intrinsecamente relacionadas, que orientam a formulação de habilidades e competências a serem desenvolvidas, assim como objetos de conhecimento a serem explorados ao longo do Ensino Fundamental. Tais objetos de conhecimento compreendem conteúdos, conceitos e processos cognitivos referentes às habilidades.

No campo da Álgebra, o foco recai sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico. Busca-se explorar objetos de conhecimento que permitam relacionar cognição, percepção e competências socioemocionais ao reconhecimento de padrões e regularidades, associados às propriedades operatórias, às ideias de proporcionalidade e à equivalência, entre outros conceitos. Nos Anos Finais do Ensino Fundamental, as equações não são mais trabalhadas de forma técnico-procedimental, que induz à memorização de algoritmos. Pelo contrário, privilegia-se a resolução de problemas contextualizados, para os quais as ferramentas algébricas revelam sua utilidade, envolvendo ou não equações e inequações.

A unidade temática Números dá menor destaque à construção dos conjuntos numéricos, buscando criar condições para que o estudante reconheça diversas categorias numéricas e operações matemáticas e elabore estratégias de cálculo mental, sem precisar necessariamente memorizar algoritmos. Nos Anos Finais do Ensino Fundamental, os estudos iniciais são aprofundados, sobretudo no ensino das frações, com a investigação de suas diferentes concepções como número (elemento dos racionais), operador (aplicado a inteiros discretos ou contínuos) ou representante de relações parte-todo ou razão entre partes.

Essa unidade temática também apresenta estreita relação com a unidade Grandezas e medidas, valorizando mais as grandezas não convencionais, por serem mais realistas e aplicáveis a situações-problema comuns ao contexto social do século XXI. Os conceitos de comprimento, massa, capacidade, área e temperatura estão alocados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, ao passo que, nos Anos Finais, a ênfase é dada à resolução de problemas (que não é mais compreendida como uma metodologia de ensino, mas sim uma filosofia de ensino), envolvendo medidas e mensurações com diferentes unidades, padronizadas ou não. Alguns conceitos matemáticos elementares, como área e volume, permitem uma articulação intramatemática direta com a unidade temática Geometria.

Em Geometria na BNCC, os objetos de estudo relativos à Geometria Clássica permanecem, mas o destaque é dado para a Geometria das Transformações, tanto nos Anos Iniciais quanto nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Assim como acontece na Álgebra, alguns objetos de conhecimento foram antecipados para os Anos Iniciais, como simetria e semelhança, além de noções práticas de Geometria aplicadas a movimentos humanos e da natureza, de modo geral. Nos Anos Finais, a BNCC sugere articular algoritmos e fluxogramas, desenvolvendo o pensamento computacional, além do próprio pensamento geométrico.

Por fim, temos a unidade Probabilidade e estatística. Desde os Anos Iniciais, o estudante é convidado a produzir conhecimento científico, realizando investigações estatísticas, desde a escolha do tema (de relevância social, política, econômica, cultural e ambiental), o delineamento da pesquisa e a coleta de dados até a análise e a divulgação dos resultados. Gráficos estatísticos e tabelas são introduzidos, em níveis de complexidade gradativamente maiores, dos Anos Iniciais até o Ensino Médio. Nos Anos Finais, há um grande salto qualitativo no campo da Probabilidade: do reconhecimento de fenômenos aleatórios, da presença do acaso no cotidiano e da perspectiva probabilística clássica, predominantemente teórica, até uma abordagem frequentista, empírica, que demanda elaboração, execução e análise de experimentos aleatórios e simulações com recursos computacionais.

Para desenvolver o que se espera em cada unidade temática, a BNCC prevê um conjunto de objetos do conhecimento e habilidades relacionadas. É o trabalho com esses objetos e as habilidades que vai assegurar o desenvolvimento das competências específicas de Matemática, que, por sua vez, promoverá o desenvolvimento das competências gerais, conforme mostra o esquema a seguir.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Além dessa articulação entre unidades temáticas, objetos do conhecimento, habilidades e competências, espera-se que sejam contemplados os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs). Nesta coleção, ao se trabalhar determinado conteúdo de uma unidade temática, contextualizado de acordo com os TCTs, há nas *Orientações* neste Manual indicações ao professor para que entenda como esse conteúdo se articula com outras temáticas e, quando for o caso, com outras disciplinas.

Competências específicas e as habilidades de Matemática para o Ensino Fundamental

Contemplar as diversas demandas apresentadas na BNCC para a área da Matemática constitui um grande desafio para os professores. No entanto, elas estão lá justamente para auxiliar os docentes, apontando direções, para que se atinjam os resultados desejados no processo de aprendizagem. As habilidades específicas de cada unidade temática, apresentadas em gradativa elevação do grau de complexidade, indicam um caminho para a organização e a gestão das situações de aprendizagem. Nesse sentido, faz-se necessário definir o que são competências e habilidades.

Uma competência pressupõe a existência de recursos mobilizáveis, mas não se confunde com eles. Nenhum recurso pertence exclusivamente a uma competência, pois pode ser mobilizado por outras. Dessa forma, a maioria dos conceitos é utilizável em muitos contextos e está a serviço de muitas intenções. Ocorre o mesmo com os conhecimentos. Philippe Perrenoud (2000) define competência como a capacidade de agir eficientemente em determinado tipo de situação, com o apoio de conhecimentos, mas sem se limitar a eles. Quase toda ação mobiliza conhecimentos, algumas vezes elementares, outras vezes complexos e organizados em rede.

Já Macedo (2009) estabelece que competência é um conjunto de saberes, de possibilidades ou de repertórios de atuação e compreensão. A BNCC, por sua vez, entende competência "como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho" (BRASIL, 2018, p. 8). Assim, as dez competências gerais definidas pela BNCC são aquelas que "[se inter-relacionam] e desdobram-se no tratamento didático proposto para as três etapas da Educação Básica [...], articulando-se na construção de conhecimentos, no desenvolvimento de habilidades e na formação de atitudes e valores". A Base também indica competências específicas por área do conhecimento, uma vez que cada uma tem suas características.

De acordo com a BNCC, o componente curricular de Matemática deve garantir aos estudantes, no decorrer dos anos do Ensino Fundamental (Anos Iniciais e Finais), o desenvolvimento das seguintes competências específicas:

> 1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
> 2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
> 3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
> 4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
> 5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
> 6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
> 7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
> 8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 2018, p. 267).

Sobre as habilidades matemáticas presentes na BNCC, vale a pena discutirmos alguns aspectos elementares sobre o tema. Primeiro, conforme a BNCC, as "habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos estudantes nos diferentes contextos escolares" (BRASIL, 2018, p. 29). Por mais que o professor organize as situações de aprendizagem do estudante almejando que ele desenvolva essa ou aquela habilidade, quando dá liberdade aos jovens, estes sempre apresentam respostas inusitadas. É uma grata surpresa quando, ao promover a discussão sobre as respostas, na institucionalização (BROUSSEAU, 1986), por meio de um quadro de respostas, por exemplo (SMOLE; DINIZ, 2009), o professor depara-se com uma solução mais rápida, mais prática, mais elegante, mais criativa do que a maioria dos estudantes e, às vezes, que ele mesmo pensou. Isso significa que planejamos o desenvolvimento de algumas habilidades específicas nas atividades matemáticas, mas aquelas que os estudantes desenvolverão não dependem exclusivamente do professor.

Nesta coleção, nossa intenção é consolidar, aprofundar e ampliar os conhecimentos, as habilidades, as atitudes e os valores desenvolvidos nos Anos Iniciais relacionados à Matemática. Muitas das atividades propostas estão contextualizadas às vivências dos estudantes e trabalham com observações empíricas do mundo real, a fim de que eles desenvolvam a capacidade de estabelecer relações entre essas observações e suas representações (tabelas, figuras e esquemas), fazendo induções e conjecturas.

As competências gerais e específicas da BNCC na coleção

A presente coleção, em sua organização, possui uma estrutura que favorece o desenvolvimento das competências gerais e específicas, bem como das habilidades propostas para a Matemática, indicadas na BNCC.

Os capítulos da coleção estão agrupados em quatro unidades. A seguir, descrevemos de que modo a coleção está alinhada às competências gerais e específicas.

Toda Unidade começa e termina com um texto relacionado às vivências do estudante ou a assuntos que abordam temas ou fatos de interesse dele. Cada texto possui questões relacionadas ao tema em foco, à vida do estudante, ao que ele já sabe e a conceitos abordados no decorrer da Unidade. Desse modo, é possível "valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade [...]" (competência geral 1), permitindo aos estudantes também, "exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses [...]" (competência geral 2). Atrelada a essas duas competências gerais (1 e 2), está a competência específica 2, "desenvolver [...] a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo" (BRASIL, 2018, p. 9; p. 267).

Em alguns textos de abertura e na seção *Compreender um texto*, os estudantes lidam com diferentes manifestações artísticas (competência geral 3), valorizam a diversidade de saberes e vivências culturais (competência geral 6), argumentam com base em fatos, dados e informações confiáveis (competência geral 7) e exercitam a empatia, o diálogo e a cooperação (competência geral 9). Além disso, a seção contribui para que os estudantes compreendam as relações entre conceitos dos diferentes campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento (competência específica 3) e para que discutam diferentes questões com seus pares (competência específica 8).

Discutindo juntos e, posteriormente, compartilhando as ideias, os estudantes poderão, nas atividades em grupos ou em duplas propostas na coleção, "exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade dos indivíduos" (competência geral 9), agindo "com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários" (competência geral 10) (BRASIL, 2018, p. 10).

O trabalho em grupo e sua socialização remetem à competência específica 8 (interagir com seus pares de forma cooperativa, resolvendo as questões, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles), reforçando as competências gerais 9 e 10, citadas anteriormente.

Vários textos da coleção remetem a discussões de projetos que apresentam questões sociais, valorizando sempre a diversidade de opiniões (competência específica 7).

No desenvolvimento dos capítulos de cada Unidade, a construção dos conceitos trabalhados é feita, na maioria das vezes, com base em situações vivenciadas pelos estudantes, permitindo que eles os liguem à realidade, de modo que tenham melhor compreensão dela. Há espaços para pensar, analisar e aplicar os conhecimentos que remetem à competência geral 1, valorizando e utilizando os conhecimentos construídos pela humanidade para entender e aplicar à realidade e, assim, continuar aprendendo e colaborando com a sociedade. Dessa forma, reconhece-se que "a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, que contribui para solucionar problemas" (competência específica 1) (BRASIL, 2018, p. 267). Nos capítulos em que a história da Matemática é resgatada, permite-se compreender o percurso percorrido pela humanidade, valorizando, assim, a diversidade de saberes e vivências culturais, apropriando-se de conhecimentos e experiências (competência geral 6).

As propostas de variadas atividades para serem resolvidas ao longo dos capítulos (problemas, questionamentos, investigações, análises, descobertas, reflexões) permitem desenvolver as competências específicas 2, 3, 5 e 6, pois os estudantes, por meio delas, vão "desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes" (competência específica 2), "compreender as relações entre os conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento" (competência específica 3) e utilizarão "processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas do conhecimento" (competência específica 5). É possível também desenvolver a competência específica 6, pois, ao resolver as atividades, os estudantes podem "expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e em outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados)" (BRASIL, 2018, p. 267).

Além disso, ao resolver as atividades propostas nos capítulos, individualmente ou em grupo, o estudante poderá apresentar argumentos para suas ideias e hipóteses (competência geral 7) utilizando-se de diferentes linguagens – verbal, corporal, visual, sonora e digital – para expressar-se (competência geral 4). Essas ações dialogam com as competências específicas 2 e 5.

Se as atividades propostas forem em grupo, as competências gerais 9 e 10, já citadas anteriormente, estarão em desenvolvimento com a competência específica 8, pois, assim, os estudantes interagirão com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

A seção *Estatística e Probabilidade* e a seção *Informática e Matemática* favorecem a compreensão e a utilização das tecnologias digitais de forma significativa (competência geral 5), pois em variadas atividades é indicado o uso de *softwares* (de Geometria dinâmica e outros) para fazer investigações e construções, verificar hipóteses e organizar dados em tabelas e gráficos que representem o resultado de uma pesquisa, tornando o estudante protagonista de sua aprendizagem.

A seção *Informática e Matemática* também contribui para que os estudantes exercitem a curiosidade intelectual e desenvolvam o raciocínio lógico e o espírito investigativo para elaborar e testar hipóteses (competência geral 2 e competência específica 2). Ainda por meio dessa seção, os estudantes utilizam as tecnologias digitais para resolver problemas e validar resultados (competência específica 5).

As propostas da coleção permitem estabelecer e "compreender as relações entre os conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade)" (competência específica 3), além de possibilitar aos estudantes "fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes" (competência específica 4), utilizar ferramentas matemáticas, inclusive as digitais, para resolver os problemas propostos (competência específica 5) e "expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados)" (competência específica 6) (BRASIL, 2018, p. 267).

A competência geral 3 ("valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas") aparece nas situações em que obras artísticas são apresentadas para facilitar a compreensão dos conceitos que estão sendo trabalhados (BRASIL, 2018, p. 9).

Na seção *Trabalho em equipe*, as diferentes propostas abordam as competências gerais 9 e 10, porque, por meio das trocas para se chegar ao produto final (proposta solicitada), estão em jogo a empatia, a cooperação, o diálogo e o respeito ao outro, acolhendo e valorizando a diversidade dos saberes e de ideias, sem preconceitos de qualquer tipo (competência geral 9). Caminham juntas a responsabilidade, a flexibilidade, a resiliência, a autonomia e a tomada de decisões com base em princípios éticos e democráticos (competência geral 10). No que se refere às competências específicas relacionadas à seção *Trabalho em equipe*, estão a 7 ("desenvolver e/ou discutir projetos que abordem questões de urgência social, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos, sem preconceitos de qualquer natureza") e a de número 8 ("trocar com os pares, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, respeitando o modo de pensar de cada um") (BRASIL, 2018, p. 267).

Conforme algumas propostas de trabalho, pode ser atendida também a competência geral 8 ("compreender-se na diversidade humana para cuidar de sua saúde física e emocional") (BRASIL, 2018, p. 9).

Vale ainda ressaltar que, para produzir o solicitado em cada seção, os estudantes lançarão mão de diferentes linguagens para expressar suas respostas e sintetizar e compartilhar informações, ideias e conclusões (competência geral 4 e competência específica 4).

A seção *Educação financeira* apresenta diferentes situações nas quais os estudantes, ao pensar no que fariam se a vivessem, calculam e exercitam as competências gerais 1, 2, 4, 6, 7, 9 e 10, uma vez que se utilizarão de conhecimentos historicamente construídos, recorrendo ao pensamento científico, crítico e criativo para elaborar e testar suas hipóteses, argumentando, utilizando diferentes linguagens para expressar suas ideias e valorizando a diversidade de saberes dos grupos. No que se refere às competências específicas, podem ser desenvolvidas a 1 (Matemática como fruto das necessidades do ser humano), a 2 (argumentar), a 3 (compreender as relações entre as diferentes áreas da Matemática), a 4 (fazer observações sistemáticas/argumentação), a 5 (utilizar diferentes ferramentas para resolver os problemas), a 6 (expressar as respostas utilizando diferentes registros e linguagens) e a 8 (trabalhar em grupo respeitando as diferenças) (BRASIL, 2018, p. 267).

Na seção *Para finalizar*, os estudantes vão observar, retomar, registrar e novamente terão a oportunidade de desenvolver a competência geral 1 (conhecimentos), a 2 (pensamento científico, crítico e criativo), a 4 (comunicação) e a 7 (argumentação), indo ao encontro das específicas já citadas anteriormente: 1, 2, 3, 4, 6 e 7 (discutir projetos que abordem questões sociais, valorizando a diversidade de opiniões).

A mobilização das competências gerais e específicas, fortalecida pelo desenvolvimento das habilidades, permitirá aos estudantes exercitar o "saber fazer", utilizando-o em favor do seu crescimento pessoal como cidadão qualificado para o mundo do trabalho, participante de uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva.

A seguir, apresentamos um quadro-resumo que mostra a associação entre as competências gerais e específicas e algumas seções da coleção.

Algumas seções da coleção	Competências gerais	Competências específicas
Abertura/boxe "Para começar..."	3, 6, 7, 8, 9 e 10	2, 7 e 8
Estatística e Probabilidade	5, 7, 9 e 10	2, 3, 4, 5, 6 e 8
Informática e Matemática	2 e 5	2 e 5
Compreender um texto	3, 6, 7 e 9	3 e 8
Educação financeira	1, 2, 4, 6, 7, 9 e 10	1, 2, 3, 4, 5, 6 e 8
Trabalho em equipe	4, 8, 9 e 10	4, 7 e 8
Para finalizar	1, 2, 4 e 7	1, 2, 3, 4, 6 e 7

Há vários caminhos para o desenvolvimento dessas competências. Destacamos dois: exploração dos conhecimentos prévios do estudante e resolução de problemas.

Exploração dos conhecimentos prévios

Hoje, considera-se que o conhecimento escolar não é restrito aos conteúdos dos livros didáticos, nem somente aos conhecimentos dos professores. O estudante desse segmento já passou por diversas vivências escolares e familiares e, portanto, já acumulou certa "bagagem". Esses conhecimentos adquiridos, na escola ou fora dela, são chamados de *conhecimentos prévios*. Para muitos teóricos, como David Ausubel, eles são considerados uma âncora na aprendizagem de um novo conceito, em que o antigo conceito é modificado ou detalhado para se obter um novo. Ou seja, o novo se integra à estrutura cognitiva do estudante, ancorando-se em um conhecimento antigo.

> Segundo Ausubel, a essência do processo de aprendizagem significativa está em que ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira não arbitrária e substantiva (não literal) ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto relevante da sua estrutura de conhecimento (i.e., um subsunçor que pode ser, por exemplo, algum símbolo, conceito ou proposição já significativo (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 13-14).

Entendemos, então, que a aprendizagem terá significado se, antes de introduzir um novo conceito, o professor retomar um conteúdo matemático que os estudantes já dominam ou partir de uma situação do dia a dia, para que haja interação desse conhecimento com o novo.

Esse processo se contrapõe ao aprendizado mecânico, em que os estudantes devem saber resolver tipos de atividade ou decorar um conceito. A retomada de um conteúdo matemático e a conexão com um novo conceito permitem perceber algumas relações da rede de conceitos.

Outro aspecto relevante é a introdução de um conceito ancorado em uma situação cotidiana, o que, além de resgatar os conhecimentos prévios, pode ser motivador, criando um ambiente favorável ao aprendizado.

Também é preciso lembrar que o conhecimento matemático pode ser apresentado em relação com os contextos que lhe deram origem ou que demandam sua aplicação. Trata-se de um conhecimento historicamente construído, em estreita conexão com a realidade das comunidades que o produziram e com as outras ciências que nele se embasam, que lhe propõem novos problemas ou que utilizam seus instrumentos.

Resolução de problemas

Os aspectos estruturais da Matemática abarcam conhecimentos de termos, procedimentos e conceitos usualmente ensinados nas escolas, mas também incluem saber de que forma esses aspectos são estruturados e empregados. Muitas vezes, os estudantes estão familiarizados com os aspectos estruturais da Matemática, mas não conhecem a natureza desse conhecimento ou a maneira de utilizá-lo na resolução de um problema. Eles devem ser capazes de aplicar a Matemática aprendida na escola – problemas de livros didáticos – na vida diária, em contextos menos estruturados, nos quais as instruções não são tão claras.

Mesmo havendo concordância de que um problema se caracteriza por uma situação da qual se deseja partir para, por meio de uma série de operações, chegar a um estado final, existem diferenças entre os problemas escolares e os problemas do cotidiano. Em geral, os problemas do cotidiano são mais difíceis, por ser maior a quantidade de conhecimentos necessários à sua solução. Dessa forma, a natureza do problema e o tipo de conhecimento prévio que o sujeito que executa a tarefa possui são dois fatores relevantes no estudo dos processos de solução de problemas.

Cabe destacar que um aspecto importante da representação matemática de um problema é o conhecimento prévio que os estudantes têm sobre o assunto. Segundo Chi & Glaser (1992), ao formar uma representação do problema, os estudantes recuperam na memória os procedimentos adequados à situação. É essa representação que orienta a recordação de tais procedimentos. Ao deparar com um problema, os indivíduos recorrem a esquemas já assimilados que lhes permitem formar uma representação apropriada da situação.

Os estudantes devem, assim, tomar decisões quanto à relevância de certo conhecimento naquela situação e à maneira de aplicá-lo da forma mais útil, ou seja, devem aprender a empregar a Matemática em situações diversificadas.

A resolução de problemas requer dos estudantes o uso de competências e habilidades adquiridas durante sua escolarização e em experiências de vida. O processo de resolução de problemas é chamado pela Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE), no documento *PISA 2022 Quadro Conceptual de Matemática Draft* (2018), de modelagem matemática. Esse processo pode ser entendido em etapas:

- partir de um problema situado na realidade;
- organizá-lo de acordo com conceitos matemáticos e identificar ideias matemáticas relevantes;
- delimitar gradualmente a realidade por meio de processos, como formular premissas, generalizar e formalizar, que promovem os aspectos matemáticos da situação e transformam o problema do mundo real em um problema matemático que represente a situação;
- resolver o problema matemático;
- dar sentido à solução em termos de situação real, identificando as limitações da solução do problema real.

A modelagem matemática envolve, inicialmente, traduzir um problema da vida real para a Matemática. Esse processo inclui atividades como:

- identificar a Matemática relevante em relação a um problema situado na realidade;
- representar o problema de forma diferente, organizá-lo de acordo com conceitos matemáticos e formular premissas apropriadas;
- compreender relações entre a linguagem do problema e a linguagem simbólica e formal necessária para interpretá-lo matematicamente;
- encontrar regularidades, relações, padrões;
- reconhecer aspectos isomórficos em relação a problemas conhecidos;
- traduzir o problema para um modelo matemático.

Uma vez traduzido o problema para o modelo matemático, todo o processo deve prosseguir dentro da Matemática, empregando habilidades conhecidas. Essa parte do processo de modelagem inclui o uso de:

- diferentes representações e a conversão entre tais representações;
- linguagem e operações simbólicas, formais e técnicas;
- modelos matemáticos;
- argumentação;
- generalização.

O último passo do processo de resolução de problemas envolve a reflexão sobre todo o processo de modelagem matemática e seus resultados. Há necessidade, então, de interpretar os resultados com atitude crítica e de validar todo o processo. Nesse momento, o processo de modelagem passa da solução matemática para a solução real.

Um ponto importante é que, muitas vezes, acredita-se que as dificuldades apresentadas pelos estudantes ao ler e interpretar um problema ou exercício de Matemática estão associadas à pouca habilidade que eles têm para leitura nas aulas da língua materna. É cada vez mais importante que a leitura seja objeto de preocupação também nas aulas de Matemática, o que envolve não apenas a decodificação de termos e sinais específicos, mas também a compreensão da linguagem matemática e a organização da escrita, nem sempre similar à que encontramos nos textos da língua materna, o que exige um processo particular de leitura.

Uma das dificuldades dos estudantes ao resolver problemas está ligada à ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo com que os problemas de Matemática geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da Matemática – que, portanto, não fazem parte do cotidiano do estudante – e até mesmo de palavras que têm significados diferentes na Matemática e fora dela – como "total", "diferença", "ímpar", "fração", "média", "volume", "produto" – podem constituir obstáculos à compreensão de um problema. É imprescindível que o professor esteja atento a isso e ciente de que uma de suas tarefas mais importantes é ajudar os estudantes a resolver um problema; e isso não é fácil, pois demanda tempo e dedicação. Os estudantes devem adquirir experiência em trabalhar de forma autônoma, mas, se forem deixados sozinhos para resolver um problema, sem a ajuda do professor, talvez não progridam. Se, no entanto, o professor ajudar demais, também não progredirão.

Um problema envolve três componentes: as situações ou os contextos em que se situa o problema, o conteúdo matemático que deve ser utilizado para resolver o problema e as competências a serem ativadas para conectar a Matemática e o mundo real em que o problema é gerado.

Situações ou contextos

As situações ou os contextos em que se situam os problemas podem ser da vida real ou da própria Matemática. O contexto envolve todos os elementos para a resolução de um problema.

Um aspecto importante a avaliar é o "fazer Matemática em qualquer situação". Estudos mostram que a escolha de procedimentos e representações matemáticos depende da situação em que um problema é apresentado. Para a OCDE, há quatro tipos de contexto. São eles: o pessoal, que envolve atividades sobre o estudante, sua família ou conhecidos; ocupacional, que se relaciona ao mundo do trabalho; social, que se refere às questões da comunidade (local, nacional ou global); e científico, que são os tópicos relacionados à ciência e à tecnologia (OCDE, 2018, p. 29-30).

O contexto de um problema inclui todos os elementos detalhados usados para formulá-lo, incluindo os aspectos matemáticos.

Um problema da vida real deve oferecer um contexto autêntico para o uso da Matemática. Se uma tarefa se refere a objetos, símbolos ou estruturas matemáticas e não faz referência a termos estranhos ao mundo da Matemática, o contexto da tarefa é considerado *intramatemático*, e a tarefa é classificada como pertencente a uma situação científica. Mas os problemas encontrados nas vivências dos estudantes não são formulados em termos explicitamente matemáticos; eles se referem a objetos do mundo real. Esses contextos de tarefa são denominados *extramatemáticos*, e os estudantes precisam traduzi-los para uma forma matemática. Cabe destacar que é possível ainda introduzir nas atividades matemáticas um contexto hipotético, desde que apresente alguns dados reais, isto é, desde que não esteja tão distante da vida real, e permita o uso da Matemática para solucioná-lo.

Conteúdos matemáticos

O próximo componente do mundo real que deve ser considerado é o conteúdo matemático a que os estudantes recorrem na resolução de um problema. Os conteúdos matemáticos são apresentados nos currículos em torno de grandes eixos ou temas. O documento *PISA 2022* Quadro Conceptual de Matemática Draft destaca essa organização em quatro categorias: quantidade; incerteza e dados; variações e relações; e espaço e forma (OCDE, 2018, p. 10).

Já a BNCC orienta a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental por meio das cinco unidades temáticas – Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística –, que devem ser exploradas de forma integrada e com ênfase variável, dependendo do ano de escolarização.

Competências

As competências matemáticas necessárias para resolver um problema relacionam-se com a natureza do problema, com o sistema de representações utilizado e com os conteúdos envolvidos. Quando se fala em competências matemáticas, com alguma frequência elas são identificadas com as competências elementares de cálculo ou, no máximo, com competências para efetuar algumas operações algébricas. Trata-se de uma ideia equivocada. Aprender procedimentos de cálculo isolados, por si só, não promove o contato dos estudantes com as ideias e os modos de pensar fundamentais da Matemática e não garante que sejam capazes de ativar os conhecimentos relevantes quando tiverem de enfrentar as situações-problema – mesmo as mais simples – que surgem em contextos diferentes.

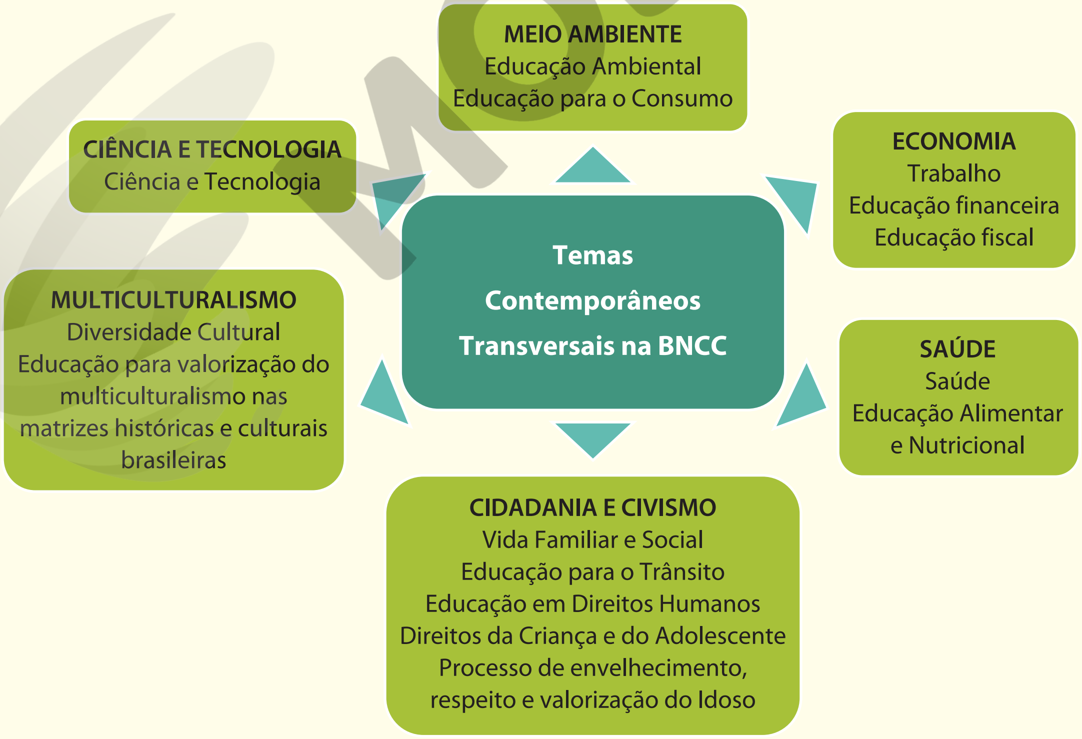
Temas Contemporâneos Transversais (TCTs)

Para trabalhar com as mudanças preconizadas pela BNCC e garantir a aprendizagem efetiva de todas as crianças e de todos os jovens do país, esta coleção traz diferentes situações de ensino de Matemática e de contextualização desses TCTs. Neste Manual, o professor terá subsídios para fazer essa articulação entre unidades temáticas e TCTs, por meio das orientações das atividades, nas quais terão indicação de cada Tema Contemporâneo Transversal trabalhado.

Os TCTs servem para contextualizar os conteúdos a serem ensinados, de modo a trazer assuntos de interesse dos estudantes e que sejam relevantes para que se desenvolvam como cidadãos (BRASIL, 2019a, p. 7). Assim, nesta coleção os Temas Contemporâneos Transversais foram contemplados por meio de diferentes atividades, buscando garantir aquilo que a BNCC preconiza a seu respeito:

> [...] cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora (BRASIL, 2018, p. 19).

Os TCTs não se referem a uma área específica, mas a todas elas, e são eles:



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Temas Contemporâneos Transversais da BNCC por macroáreas.

Fonte: BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: Contexto Histórico e Pressupostos Pedagógicos. Brasília, DF: MEC, 2019a.

Nesta coleção, os TCTs aparecem indicados por ícones, de acordo com sua macroárea.

ECONOMIA

MULTICULTURALISMO

CIDADANIA
E CIVISMO

MEIO
AMBIENTE

SAÚDE

CIÊNCIA E
TECNOLOGIA

Letramento matemático

A BNCC, bem como os currículos que dela emergem, ressaltam a importância da promoção do letramento em suas mais diversas manifestações: financeira, cartográfica, estatística, computacional, entre outras, incluindo o multiletramento. O mundo precisa de bons leitores, de pessoas que saibam interpretar as informações com facilidade e rapidez. Isso é verdade em todas as áreas e, em Matemática, não seria diferente.

Se, nas gerações anteriores, obter acesso à informação era dificultoso, no século XXI a situação é bem diferente. Estamos imersos em dados, e muitos deles podem ter origem e qualidade duvidosas. O aprimoramento das competências leitoras instrumentaliza o cidadão a ler o mundo, a compreendê-lo melhor e, assim, ser capaz de tomar decisões assertivas embasadas em evidências científicas.

Kleiman (1995) acredita que o letramento tem poder transformador sobre a ordem social. Dá ao indivíduo empoderamento que permite o acesso e a manipulação da informação. Segundo essa autora, o termo "letramento" surgiu nos meios acadêmicos durante a busca por uma forma de separação das investigações sobre os impactos da escrita sobre a sociedade e as investigações sobre os processos individuais de alfabetização. De modo simplista, a alfabetização está para a esfera individual assim como o letramento está para a esfera social.

Soares (2016), por sua vez, aponta duas dimensões de letramento, intrinsecamente relacionadas: a individual e a social. Individualmente, a pessoa letrada é aquela que tem domínio satisfatório sobre as tecnologias mentais de ler e escrever. No que se refere à dimensão social, o letramento é compreendido como um fenômeno cultural que reúne um conjunto de atividades sociais que dependem, direta ou indiretamente, da língua escrita. Nessa perspectiva, letrado é o indivíduo capaz de participar plenamente das atividades que requerem letramento em seu grupo social e em sua comunidade. Mais do que ler e escrever, letramento implica interação social consciente e crítica. E como isso está relacionado ao letramento matemático?

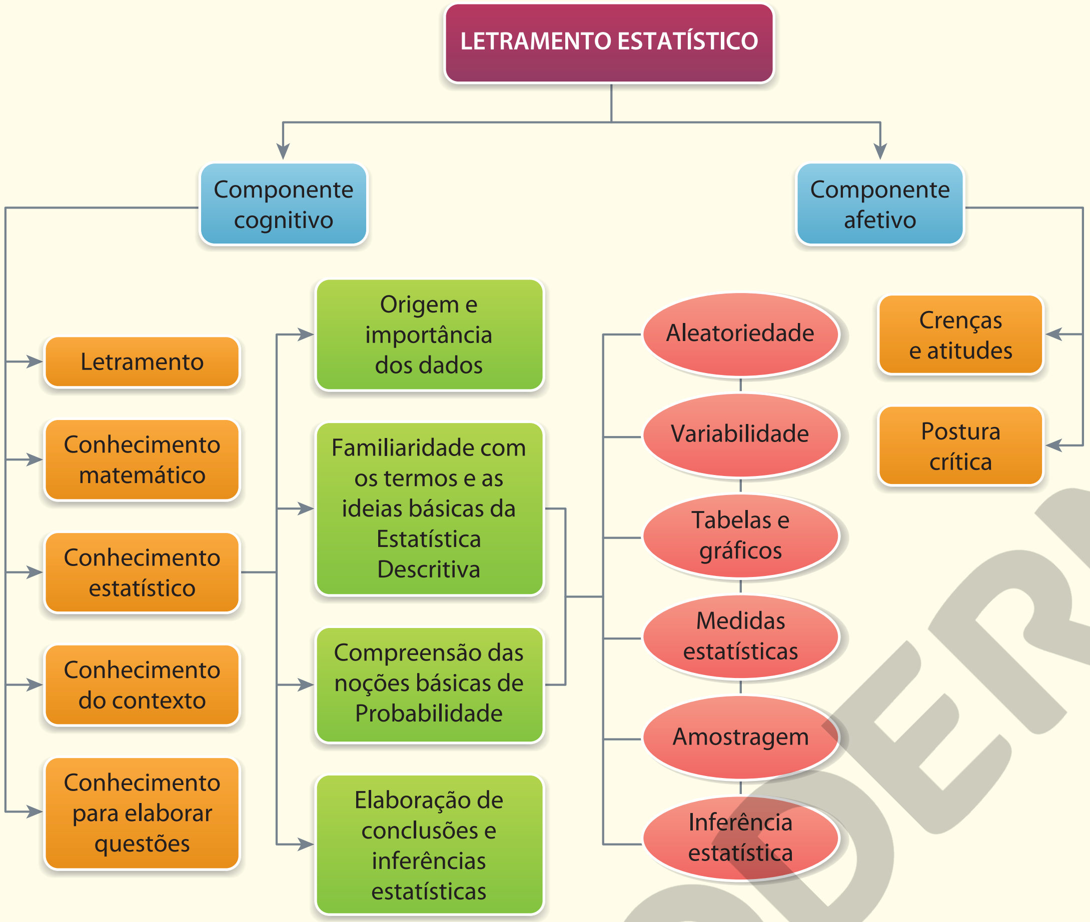
Segundo o PISA 2022 (OCDE, 2018, p. 7), o letramento matemático é a capacidade de um indivíduo de raciocinar matematicamente e de formular, empregar e interpretar a Matemática para resolver problemas em distintos contextos reais. Incluem-se raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e predizer fenômenos. Dessa maneira, possibilita aos indivíduos reconhecer o papel que a Matemática exerce no mundo, de modo que sejam cidadãos construtivos, engajados e reflexivos que possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar decisões.

Smole e Diniz (2009, p. 15) ressaltam que "aprender Matemática exige comunicação, pois é através dos recursos da comunicação que as informações, os conceitos e as representações são veiculados entre as pessoas". Um recurso básico da comunicação, além da oralidade, é a escrita, pois possibilita o enquadramento da realidade. Ler, interpretar, reorganizar as ideias, representar graficamente (escrita em língua materna, gráficos, diagramas, tabelas, quadros), expressar ideias oralmente e argumentar com base em dados são habilidades necessárias para a autonomia plena na sociedade da informação.

Em consonância com essas ideias, a BNCC orienta:

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como o aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (BRASIL, 2018, p. 266).

Não vamos, nesse momento, nos aprofundar nessa discussão, pois ela será retomada, sempre que necessário, ao longo desta obra, mas, para ilustrar a ideia, trazemos aqui uma das facetas do letramento.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Modelo de letramento estatístico.

Fonte: CAZORLA, I. M.; UTSUMI, M. C. Reflexões sobre o ensino de Estatística na Educação Básica. *In*: CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. R. S. (org.). *Do tratamento da informação ao letramento estatístico*. Itabuna: Via Litterarum, 2010.

O letramento estatístico exemplifica como elementos cognitivos e afetivos, intrinsecamente relacionados às competências socioemocionais, articulam-se para ampliar a visão de mundo das pessoas – em nosso caso, do estudante, que é o centro de nossas atenções nos processos de ensino e de aprendizagem.

Tendo em vista a relevância desse tema, esta coleção se propõe a oferecer recursos didáticos para dar subsídios ao professor na gestão e no desenvolvimento de situações de aprendizagem que visem promover o letramento matemático nos estudantes, de modo que desenvolvam a capacidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar.

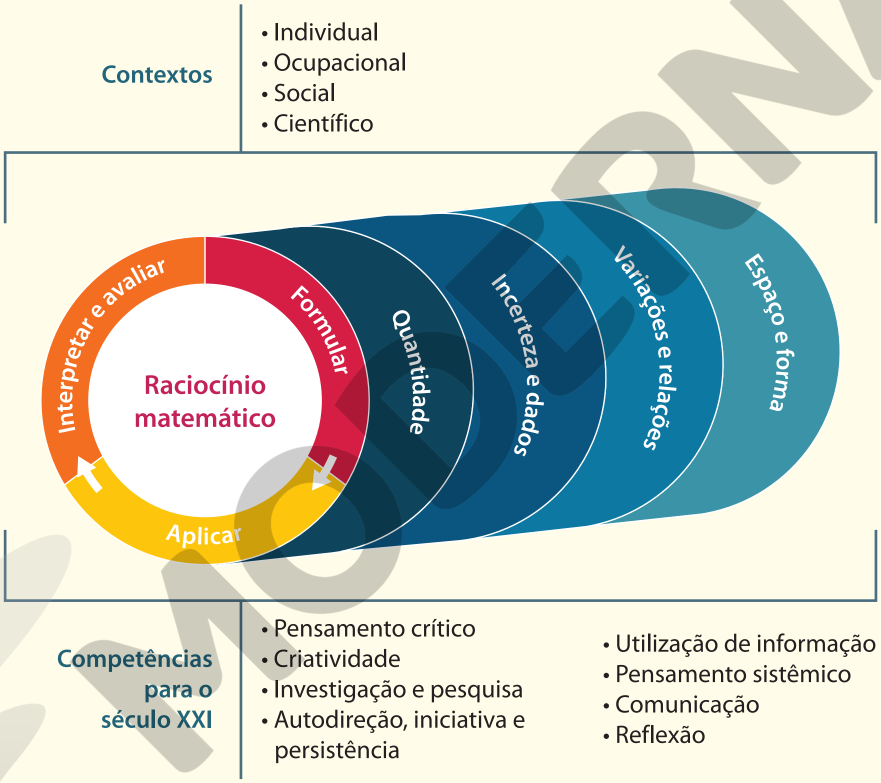
Sabemos que, muitas vezes, promover esse letramento nos estudantes é uma tarefa árdua tendo em vista as dificuldades enfrentadas no âmbito escolar. Estas podem estar relacionadas à infraestrutura da escola (desde o acesso a saneamento básico até a falta de recursos, como bibliotecas, laboratórios etc.), à realidade socioeconômica da região, aos diferentes perfis dos estudantes, entre outras. Na sala de aula, o professor tem o desafio de lidar com turmas numerosas, que abarcam estudantes dos mais diferentes perfis, podendo ser jovens com deficiências, que retornaram de evasão escolar, que conciliam trabalho e estudo, que têm diferenças significativas de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores.

Nesse sentido, uma das formas de se trabalhar com grupos grandes de forma mais eficaz é pensar nas tarefas matemáticas propostas. A professora Jo Boaler, autora do livro *Mentalidades Matemáticas*, propõe o uso das tarefas abertas, pois permitem a participação de toda a turma. Segundo ela, toda tarefa pode ser transformada em uma tarefa aberta desde que se pergunte aos estudantes “sobre suas diferentes maneiras de ver e resolver questões matemáticas e encorajando a discussão dos diversos modos de ver os problemas” (2018, p. 83). Outro ponto é oferecer diferentes opções de tarefa com distintos níveis e áreas da Matemática envolvidos, as quais são escolhidas pelo estudante e não pelo professor. É uma mudança de ponto de vista, o que possibilitará ao estudante escolher as próprias rotas de aprendizagem, “encontrando conteúdo individualizado, acompanhado por oportunidades para o trabalho em grupo e colaboração” (2018, p. 104).

Essa autora também sugere o uso das estratégias equitativas com o objetivo de tornar a Matemática mais inclusiva. Como uma forma de melhorar o desempenho coletivo, ela propõe que se ofereçam conteúdos matemáticos de alto nível a todos os estudantes e não somente àqueles que sempre tiram as melhores notas. Isso está imbricado a outra ideia que precisa ser mudada: a de que somente alguns podem ter êxito na Matemática. Por isso, é preciso oportunizar a todos – meninos e meninas, ricos e pobres, brancos, pardos e pretos – o pensar profundamente a Matemática. Isso implica, por sua vez, trazer experiências práticas, um currículo baseado em projetos e com aplicabilidade na vida real, além de trabalhar colaborativamente, o que, por sua vez, precisa ser ensinado. Trabalhar em grupo é fundamental para um bom desempenho matemático. E, por último, é preciso rever a ideia do dever de casa. Para a autora, é necessário mudar a natureza das tarefas, fazendo "perguntas que os incentive a pensar na matemática da aula e focar as ideias fundamentais" que são importantes para a aprendizagem (2018, p. 94).

Pensamento computacional

A evolução de técnicas e tecnologias representa um desafio para a formação de cidadãos construtivos, engajados e reflexivos. Nesse sentido, o Pisa 2022 (OCDE, 2018) compreende a Matemática no contexto de um mundo em rápida mudança, em que os indivíduos formulam juízos e tomam decisões não rotineiras para utilização individual e no âmbito da sociedade em que vivem. Isso coloca em foco a capacidade de raciocinar matematicamente, que sempre fez parte do quadro conceitual do Pisa, conforme a figura a seguir.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

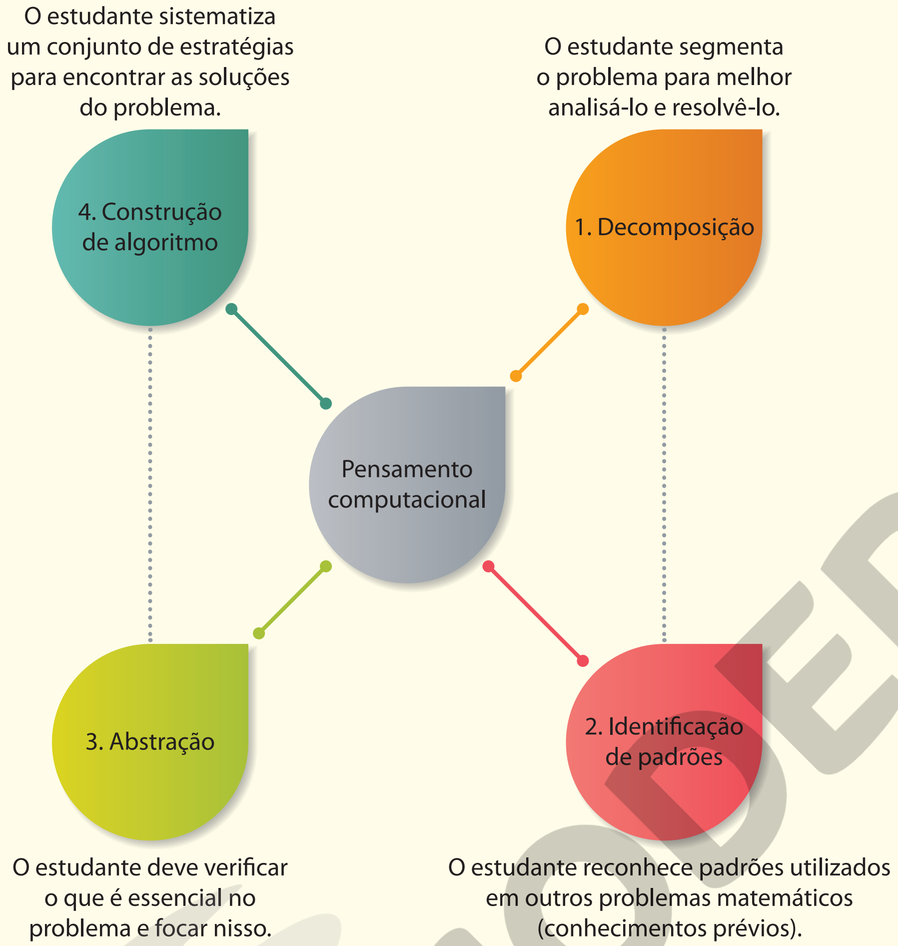
Quadro conceitual do Pisa 2022.

Fonte: ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). *Pisa 2022*: quadro conceptual de Matemática. 2018. Disponível em: https://pisa2022-maths.oecd.org/pt/index.html#Home. Acesso em: 2 jul. 2022.

Essa mudança tecnológica também cria a necessidade de os estudantes entenderem os conceitos de pensamento computacional que fazem parte da literacia matemática. Interpretar e avaliar na perspectiva do raciocínio matemático, segundo o Pisa 2022 (OCDE, 2018), inclui atividades em que se utilizam o pensamento matemático e o pensamento computacional para fazer previsões e fornecer evidências para argumentar, testar e comparar soluções propostas.

O conceito de pensamento computacional, de acordo com a definição de Wing (2006), está estritamente associado às ideias de resolução de problemas, design de sistemas e compreensão de comportamentos norteados por conceitos fundamentais da Ciência da Computação. Na concepção desse autor, o desenvolvimento do pensamento computacional ao longo da Educação Básica deve ser abordado nas perspectivas de conceituar em vez de programar; de contrapor habilidade fundamental e não utilitária; de complementar e combinar a Matemática com a Engenharia – ou seja, a Matemática como base de inovação para o crescimento econômico via ciência, tecnologia e engenharia –; *de gerar ideias, e não artefatos*; *de ser para todos e estar em qualquer lugar.*

O pensamento computacional configura-se como uma habilidade voltada à resolução de problemas de maneira sistemática, ou seja, uma habilidade que consiste em abstrair as informações de determinado problema, identificar padrões que geram esse tipo de problema e, finalmente, propor uma solução algorítmica, na qual se obtém a solução de uma classe de problemas por meio de uma sequência finita e bem definida de passos a serem seguidos, a exemplo da figura a seguir.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Processos cognitivos relacionados ao pensamento computacional.
Fonte: Os autores.

Apesar de haver indícios da transferência de competências entre os domínios da Matemática e do pensamento computacional, faz-se necessário um mapeamento no corpo de conhecimentos de ambas as áreas. A articulação entre pensamento computacional e Matemática exige clara identificação dos momentos em que essa relação pode ocorrer ao longo do currículo escolar (BARCELOS; SILVEIRA, 2012).

São exemplos dessa proximidade a ideia de variável e a identificação de padrões em sequências. Além disso, em Matemática, é muito comum encontrarmos o termo “algoritmo”; por exemplo, algoritmo da adição, algoritmo da subtração, algoritmo da divisão euclidiana e afins.

Nesse sentido, a BNCC, para a área de Matemática, enfatiza processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação e de desenvolvimento, considerados potencialmente ricos para o acréscimo de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. Este último é evidenciado na apresentação da área nas orientações de trabalho na unidade temática Álgebra conforme a seguir:

> Outro aspecto a ser considerado é que a aprendizagem de Álgebra, como também aquelas relacionadas a Números, Geometria e Probabilidade e estatística, podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, tendo em vista que eles precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa.
>
> Associado ao pensamento computacional, cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática. Um algoritmo é uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma. A linguagem algorítmica tem pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável. Outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos (BRASIL, 2018, p. 271).

Assim, em consonância com as ideias propostas na BNCC e no Pisa 2022, esta coleção dá a oportunidade de os estudantes desenvolverem noções de pensamento computacional, com a identificação de padrões, por meio de propostas de atividades ou exploração de conceitos que permitem que eles usem diferentes processos cognitivos, como analisar, compreender, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções. Esse conteúdo aparecerá em boxes, intitulados *Pensamento computacional*, ou em atividades, nas quais será identificado com o ícone de mesmo nome, que apresentam situações que ajudarão os estudantes a organizar sistematicamente o pensamento no processo de resolução de um problema. Neste Manual, haverá sugestões e orientações para o professor para o trabalho com o pensamento computacional.

Níveis de conhecimento

Este item descreve os três níveis de conhecimento que podem ser acionados em uma atividade matemática.

Para promover uma diversidade de possibilidades, é fundamental considerar o nível de conhecimento ativado na resolução de uma questão. Sugere-se como referência a classificação de Aline Robert, que, em seu artigo "Ferramentas de análise dos conteúdos matemáticos a ensinar" (1998), classifica o tipo de conhecimento acionado pelo estudante em três níveis: técnico, mobilizável e disponível.

Os estudantes põem em funcionamento um conhecimento de nível *técnico* quando resolvem uma atividade simples que corresponde à aplicação imediata de um conhecimento. Em geral, há indicação do método a adotar.

Os descritores principais são: reproduzir atividades já praticadas e realizar operações de rotina, como "resolva a equação", "calcule a média aritmética", "identifique as arestas do cubo".

No nível de funcionamento *mobilizável*, os conhecimentos a serem utilizados estão bem identificados no enunciado da atividade, mas necessitam de alguma adaptação ou de alguma reflexão antes de serem colocados em funcionamento.

Os itens associados a esse nível de conhecimento requerem alguma evidência do conteúdo presente na tarefa, por exemplo: "Uma porção de alimento com medida de massa igual a 500 g custa R$ 12,00, e uma porção do mesmo alimento medindo 800 g custa R$ 15,00. Qual das duas porções de alimento tem o melhor preço proporcionalmente?".

O nível de funcionamento *disponível* corresponde a resolver uma situação proposta sem nenhuma indicação ou sugestão em seu enunciado. É preciso achar os conhecimentos que favorecem a resolução, como: "Em um campo de futebol com medidas de comprimento e de largura iguais a 100 m e 50 m, respectivamente, foi realizado um *show*. Todos os lugares cobertos foram vendidos, e muitos espectadores ficaram na parte descoberta. É possível estimar o número de pessoas que havia nesse *show*?".

Entendemos que, para a aprendizagem acontecer de forma significativa, o tipo de conhecimento acionado pelo estudante deve circular entre os três níveis, o técnico, o mobilizável e o disponível, dependendo do momento em que os conteúdos são explorados. Procuramos dosar isso nesta coleção.

O processo de ensino e aprendizagem mediado pelas Tecnologias da Informação e Comunicação

O uso de tecnologias nos ambientes escolares vem se desenvolvendo intensamente nos últimos anos, com a ampliação de salas de informática e a capacitação de professores para atuar nessa área. Essa demanda está diretamente relacionada à velocidade das transformações tecnológicas vividas pela sociedade atual. A cada ano, as grandes empresas de tecnologia, que dominam o mercado mundial, divulgam e comercializam equipamentos e *softwares* cada vez mais potentes, mais ágeis, mais leves, mais interativos e mais acessíveis.

De acordo com a BNCC:

> Em decorrência do avanço e da multiplicação das tecnologias de informação e comunicação e do crescente acesso a elas pela maior disponibilidade de computadores, telefones celulares, *tablets* e afins, os estudantes estão dinamicamente inseridos nessa cultura, não somente como consumidores. Os jovens têm se engajado cada vez mais como protagonistas da cultura digital, envolvendo-se diretamente em novas formas de interação multimidiática e multimodal e de atuação social em rede, que se realizam de modo cada vez mais ágil. Por sua vez, essa cultura também apresenta forte apelo emocional e induz ao imediatismo de respostas e à efemeridade das informações, privilegiando análises superficiais e o uso de imagens e formas de expressão mais sintéticas, diferentes dos modos de dizer e argumentar característicos da vida escolar. Todo esse quadro impõe à escola desafios ao cumprimento do seu papel em relação à formação das novas gerações. É importante que a instituição escolar preserve seu compromisso de estimular a reflexão e a análise aprofundada e contribua para o desenvolvimento, no estudante, de uma atitude crítica em relação ao conteúdo e à multiplicidade de ofertas midiáticas e digitais. Contudo, também é imprescindível que a escola compreenda e incorpore mais as novas linguagens e seus modos de funcionamento, desvendando possibilidades de comunicação (e também de manipulação), e que eduque para usos mais democráticos das tecnologias e para uma participação mais consciente na cultura digital. Ao aproveitar o potencial de comunicação do universo digital, a escola pode instituir novos modos de promover a aprendizagem, a interação e o compartilhamento de significados entre professores e estudantes (BRASIL, 2018, p. 61).

Nesse novo cenário, o professor assume um papel importante, pois cabe a ele criar novas atividades e maneiras de utilizar o conhecimento, tendo nos recursos digitais a possibilidade de ampliar seu campo de ação didática.

Em relação à Matemática, o uso das tecnologias digitais é um facilitador, pois há inúmeros recursos disponíveis, como objetos de aprendizagem e *softwares*, que podem auxiliar na construção de conhecimentos matemáticos.

Nesta coleção, são propostas atividades que utilizam *softwares* de Geometria dinâmica e planilhas eletrônicas, além da calculadora. Também são indicados *sites* que complementam o processo de ensino e aprendizagem.

Ensino e aprendizagem

A diversidade dá cor ao mundo. No campo da educação, por muito tempo, buscou-se a padronização. Alguns, em uma atitude anacrônica, ainda a perseguem. No entanto, hoje é quase consenso entre os profissionais da educação que é preciso promover a inclusão, a tolerância às diferenças e a empatia.

Conforme salienta o Parecer 11/2010,

> tem se firmado, ainda, como resultado de movimentos sociais, o direito à diferença, como também tem sido chamado o direito de grupos específicos verem atendidas suas demandas, não apenas de natureza social, mas também individual. Ele tem como fundamento a ideia de que devem ser consideradas e respeitadas as diferenças que fazem parte do tecido social e assegurado lugar à sua expressão. O direito à diferença, assegurado no espaço público, significa não apenas a tolerância ao outro, *aquele que é diferente de nós*, mas implica a revisão do conjunto dos padrões sociais de relações da sociedade,

> exigindo uma mudança que afeta a todos, o que significa que a questão da identidade e da diferença tem caráter político. O direito à diferença se manifesta por meio da afirmação dos direitos das crianças, das mulheres, dos jovens, dos homossexuais, dos negros, dos indígenas, das pessoas com deficiência, entre outros, que para de fato se efetivarem, necessitam ser socialmente reconhecidos (BRASIL, 2010).

Nesse sentido, é preciso olhar cuidadosamente para o estudante dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Ele está inserido na transição entre a infância e a adolescência, período marcado por intensas e profundas mudanças nos aspectos físico, psicológico, social e emocional. Ele é um sujeito, como define a BNCC, "em desenvolvimento, com singularidades e formações identitárias e culturais próprias, que demandam práticas escolares diferenciadas, capazes de contemplar suas necessidades e diferentes modos de inserção social" (BRASIL, 2018, p. 60).

No ambiente escolar, o professor é um dos atores que mais têm contato com esse estudante, por isso o papel docente é essencial na promoção dos direitos dos estudantes (à aprendizagem, à diferença etc.). Por meio da interação do professor com seus estudantes, é possível compreender como vivem, suas necessidades, seus anseios, seu projeto de vida e o que pode motivá-los para uma aprendizagem significativa. Por meio dessa interação, é possível explorar problemas reais e buscar as informações de maneira coletiva, reconhecendo que os próprios estudantes podem ser a fonte de conhecimento. É importante encorajar a troca e a construção entre eles e se envolver em discussões e trabalhos.

O professor também é, muitas vezes, a ponte entre os estudantes e os demais profissionais da escola. Não raro, parte-se da observação do docente de um problema real em sala de aula e chega-se à sua solução em âmbito da comunidade escolar. Quando o professor se depara com estudantes de educação inclusiva, por exemplo, é possível que articule projetos que propiciem a real inclusão desses estudantes, promovendo um aprendizado de fato. Um exemplo dessa situação aconteceu no Pará, por meio do Projeto Libras na Escola, que foi viabilizado quando observou-se que estudantes surdos da Escola do Município de Vigia não tinham suas diferenças contempladas. Esse projeto expandiu-se e chegou a outras escolas. Para saber mais sobre ele, acesse o artigo "Projeto Libras na Escola e as interações inclusivas em uma comunidade escolar", de Ataíde, Furtado e Silva-Oliveira (2020), disponível na seção *Referências bibliográficas comentadas*, neste Manual.

Acreditamos que o professor deve tentar se apropriar do maior número possível de metodologias de ensino, explorando-as com os estudantes, aprendendo com eles. Diversificar estratégias de ensino permite atender de forma mais ampla turmas heterogêneas.

Em consonância com essa realidade, proliferam por todo o mundo novas metodologias de ensino. As chamadas metodologias ativas ganham força no Brasil, impulsionadas pela BNCC, oferecendo estratégias inovadoras aos docentes para que possam explorar ao máximo o potencial dos estudantes, os protagonistas de suas aprendizagens, de forma reflexiva (BACICH; MORAN, 2018).

Algumas das metodologias às quais o professor pode recorrer estão indicadas na imagem a seguir.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Metodologias ativas.

Fonte: Os autores.

Tais metodologias dão oportunidade aos estudantes de construir ativamente os conhecimentos, para empoderá-los nos processos de tomada de decisões e, assim, incentivá-los a conquistar maior autonomia, aptidão na resolução de problemas, criticidade, empatia, responsabilidade, confiança e participação em trabalho colaborativo. Elas permitem a integração entre as componentes curriculares tradicionais, os Temas Contemporâneos Transversais (BRASIL, 2019a) e os Itinerários Formativos (BRASIL, 2019b).

Nas salas de aula, estão estudantes com os mais variados perfis. Além da realidade socioeconômica de cada um, que interfere na aprendizagem do indivíduo, há características individuais que se somam ao contexto onde os estudantes estão inseridos para determinar a forma como eles se sentirão mais motivados para compreender o conteúdo. Há os cinestésicos, que privilegiam os sentidos do olfato, do tato e do paladar para registrar suas experiências. Há também estudantes com perfil auditivo, que privilegiam a oralidade, a escuta ativa, gostam de gravar palestras, assistir a vídeos, ouvir *podcasts* e de participar de *chats*, debates, rodas de conversa, saraus. Muitas vezes, gravam suas próprias ideias em vez de anotá-las. Temos ainda os estudantes com perfil visual, que se destacam ao desenhar, elaborar esquemas, gráficos, fluxogramas, que costumam grifar seus textos, copiar o que está no quadro, elaborar listas e tabelas, colorir, sublinhar e circular palavras-chave, usar mapas mentais. Finalmente, temos estudantes que se destacam na leitura e escrita: são geralmente aqueles que conseguem conciliar características dos estudantes auditivos e visuais.

Embora essa seja uma tipologia um pouco simplista e haja muitas outras categorizações possíveis, o que queremos destacar é que, por mais que o professor se esforce, sempre que optar por determinada metodologia de ensino, beneficiará mais alguns estudantes do que outros. Não há uma estratégia que contemple a todos da mesma maneira, ainda que direcionemos nossos esforços para agir com equidade e respeito às diversidades, o que nos leva de volta à nossa ideia inicial: trabalhar com múltiplas abordagens para atender aos interesses de todos os estudantes.

Hoje, novas propostas emergem no mundo pós-pandêmico. Fala-se de neurociências, *mindset*, *big data*, *machine learning*, competências socioemocionais, inteligências múltiplas (GARDNER; CHEN; MORAN, 2009). A pluralidade de estratégias, públicos e conceitos matemáticos envolvidos na implementação de metodologias ativas (BACICH; MORAN, 2018) oferece novas oportunidades de contemplar os diferentes perfis de inteligência.

Ao expor para o mundo a necessidade do reconhecimento de múltiplas inteligências, Gardner (1995) leva em conta que nem todas as pessoas apresentam os mesmos interesses, habilidades e competências, tampouco aprendem da mesma maneira, e que ninguém pode aprender tudo o que há para ser aprendido. Cabe aos educadores o desafio de tentar compreender as capacidades e os interesses dos estudantes e, tendo em vista esse conhecimento, desenvolver situações de aprendizagem e elaborar instrumentos de avaliação. Os especialistas responsáveis pela construção de propostas curriculares deveriam tentar combinar os perfis, os objetivos e os interesses dos estudantes com a organização curricular e com determinados estilos de aprendizagem. A maior preocupação de Gardner está direcionada aos estudantes que não se destacam nos testes padronizados e que, por esse motivo, são taxados como não possuidores de nenhum tipo de talento especial. Seu trabalho evidencia a necessidade de o professor oferecer oportunidades para que todos os estudantes possam brilhar, cada qual à sua maneira.

Refletindo sobre essas questões no campo da Educação Matemática Crítica, Skovsmose (2013) enaltece a criação de um currículo crítico com princípios imbuídos de valores que duelam com os currículos atuais, que são dissociados de problemas distantes do ambiente escolar. Sendo o *bullying* um tema que atinge diversas classes sociais, dentro do universo escolar, ele pode ser visto como uma possibilidade para a elaboração de atividades que podem servir de base para o desenvolvimento de projetos por meio de tarefas significativas e humanizadas.

Segundo o caderno de práticas e aprofundamentos de apoio à implementação da BNCC (BRASIL, 2019c), as competências socioemocionais como fator de proteção à saúde mental e ao *bullying* encontram-se presentes em todas as competências gerais e sugerem que as escolas as contemplem em seus currículos.

Diante dessa demanda, a educação socioemocional refere-se ao processo de entendimento e manejo das emoções, com empatia e pela tomada de decisão responsável, sinalizando que, para que isso ocorra, é fundamental a promoção desse tipo de educação nas mais diferentes situações, dentro e fora da escola, pelo desenvolvimento de competências como a habilidade de interação social, que se relaciona com as habilidades de ouvir com empatia, falar clara e objetivamente, cooperar com os demais, resistir à pressão social inadequada (ao *bullying*, por exemplo), solucionar conflitos de modo construtivo e respeitoso, bem como auxiliar o outro quando for o caso.

Em uma perspectiva de caracterização daquilo que é quantificável, Ferreira (2019) sugere que os dados matemáticos a respeito do *bullying*, por exemplo, podem se constituir de significados quando interpretados à luz das questões sociais. Com esse olhar, a investigação matemática pode ser utilizada pelo professor como metodologia ativa, visando à interpretação de dados e de informações pelos estudantes, além dos números dispostos em uma tabela. Nesse sentido, dados estatísticos a respeito do *bullying* podem nortear a compreensão do processo, do como e do porquê ele acontece. Da mesma maneira, dados históricos a respeito de casos de *bullying* podem ser interpretados em uma tentativa de compreendê-los para, porventura, abordá-los por meio da promoção de debates sobre dados estatísticos reais, que fizeram ou fazem parte da realidade.

Em uma atividade como essa, é possível envolver outros professores ou até diferentes profissionais, como psicólogos, e promover palestras ou outras ações que tratem da importância de combater os diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*.

Nessa linha, a educação socioemocional também permite a promoção da saúde mental. Segundo o *Levantamento internacional de boas práticas de saúde mental nas escolas* (2021), uma “escola promotora de saúde é aquela que se fortalece constantemente como ambiente seguro e saudável para viver, aprender e trabalhar, envolvendo aspectos físicos, socioemocionais e psicológicos, além dos resultados educacionais positivos”. Assim, é importante ter em vista que devem ser pensadas ações de promoção, prevenção e recuperação da saúde mental, que devem ser adotadas em momentos oportunos (VOZES DA EDUCAÇÃO; FUNDAÇÃO LEMANN, 2021).

Nesse sentido, há algumas possibilidades de atividades que podem ser desenvolvidas para a promoção da saúde mental de modo interdisciplinar, considerando a participação de profissionais da saúde, que consistem em rodas de conversa, nas quais os estudantes treinem a habilidade de reconhecer os próprios sentimentos, de ouvir os outros de forma respeitosa e de expressar o próprio ponto de vista sobre temas relevantes a eles. Também podem ser ofertados materiais diversos que gerem um gatilho para as conversas com os estudantes, como *podcasts*, filmes, livros, artigos, histórias em quadrinhos etc.

No entanto, embora as atividades extracurriculares proporcionem um bom momento para o trabalho com as competências socioemocionais, é importante o professor ter em vista que elas devem ser estimuladas a todo momento, ou seja, todas as aulas geram oportunidades para o trabalho com as competências socioemocionais, que pode vir à tona por causa de um conflito surgido entre estudantes, de um tema proposto no livro didático, do trabalho com algum Tema Contemporâneo Transversal ou até de um assunto que esteja em voga na sociedade.

Essas novas demandas trazem desafios e oportunidades. Nesta obra, há atividades que podem e devem ser adaptadas pelos docentes de acordo com a realidade de sua escola e, dentro de uma mesma unidade escolar, de suas diferentes turmas, pois cada uma delas é singular.

Tendo tudo isso em vista, espera-se que o professor tenha um olhar para as diferenças, para as nuances das produções discentes, para as respostas divergentes, considerando que um mesmo problema matemático deve ser observado por um prisma que permite a visão de um amplo espectro de respostas, que podem ser intrinsecamente coerentes. Como diz Balacheff (1995), pode não se tratar de um erro, mas de um conhecimento deslocado de seu domínio de validade. Assim, muitas vezes, antes de avaliar o estudante, se faz necessário ouvi-lo, buscando compreender sua forma peculiar de pensamento.

Avaliação em Matemática

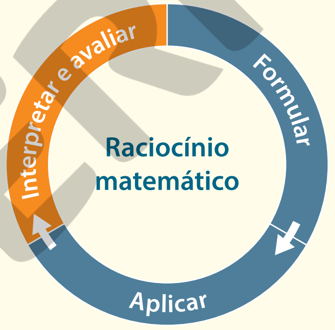
Em um cenário no qual muitos estudantes no Brasil não aprendem Matemática, a proposta apresentada pela BNCC para essa área curricular representa uma possibilidade significativa de mudança, principalmente pelo foco que tem no desenvolvimento do letramento matemático e de processos de raciocínio a ele relacionados, que permitem que se aprenda o conteúdo adequado à faixa etária, indo além do conhecimento de fatos e procedimentos. No entanto, o Instituto Reúna (2020) alerta sobre duas situações:

> A primeira diz respeito ao distanciamento existente entre as altas expectativas de aprendizagem para Matemática trazidas pelos currículos alinhados à BNCC e as aprendizagens atuais dos estudantes nessa disciplina – e esse distanciamento não é pequeno, a considerar os dados de proficiência das avaliações de escala. A segunda diz respeito à interrupção da implementação dos currículos causada pela suspensão das aulas em face da pandemia da covid-19. Juntos, esses dois aspectos podem comprometer o avanço dos estudantes na aprendizagem adequada de Matemática (p. 13).

Esse aspecto apresenta uma série de implicações imediatas para as escolhas didáticas do professor, o qual precisa ter foco nas competências e nas habilidades que deseja desenvolver nos estudantes, em especial no letramento matemático, selecionar os temas e as atividades, planejar e replanejar cuidadosamente e avaliar de modo constante. Portanto, faz-se extremamente necessário não perder de vista que planejamento e avaliação devem caminhar juntos.

As avaliações auxiliam no monitoramento permanente dos resultados de aprendizagem dos estudantes, subsidiando a tomada de decisão e o planejamento de ações com base em evidências pelos diversos atores educacionais em variadas instâncias.

O documento do Pisa 2022 propõe um ciclo de desenvolvimento do raciocínio matemático que envolve as capacidades de *interpretar* e *avaliar* sendo utilizadas na definição de literacia matemática, que se centra na capacidade dos indivíduos de refletir sobre soluções matemáticas, resultados ou conclusões e interpretá-los no contexto da vida real. Isso envolve a tradução dos resultados matemáticos em soluções adequadas e a avaliação de sua razoabilidade no contexto, conforme o ciclo proposto na figura a seguir.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Ciclo de desenvolvimento do raciocínio matemático.

Fonte: ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). *PISA 2022:* Quadro Conceptual de Matemática Draft. 2022. Disponível em: https://pisa2022-maths.oecd.org/pt/index.html#Home. Acesso em: 3 jul. 2022.

Especificamente, esse processo de interpretação, aplicação e avaliação de resultados matemáticos inclui atividades de interpretar informações apresentadas na forma de gráficos e/ou diagramas; avaliar um resultado matemático; interpretar um resultado matemático no contexto do mundo real; avaliar a razoabilidade das soluções matemáticas de um problema do mundo real; entre outras.

No âmbito da Avaliação em Matemática do Pisa 2021, os resultados das avaliações são relatados em uma única escala unidimensional e subescalas para o domínio principal em cada ciclo, ao descrever as competências dos estudantes em diferentes áreas da Matemática, que permitem que os formuladores de políticas compreendam melhor o foco das atividades de remediação e mudanças no currículo. (BRASIL, 2021, p. 74-75).

Além das matrizes de avaliação em larga escala, a avaliação formativa tem sido foco de discussão contínua no âmbito educacional nacional e internacional, já que ela rompe os tipos de avaliação mensuráveis tradicionalmente adotados em diversos contextos escolares.

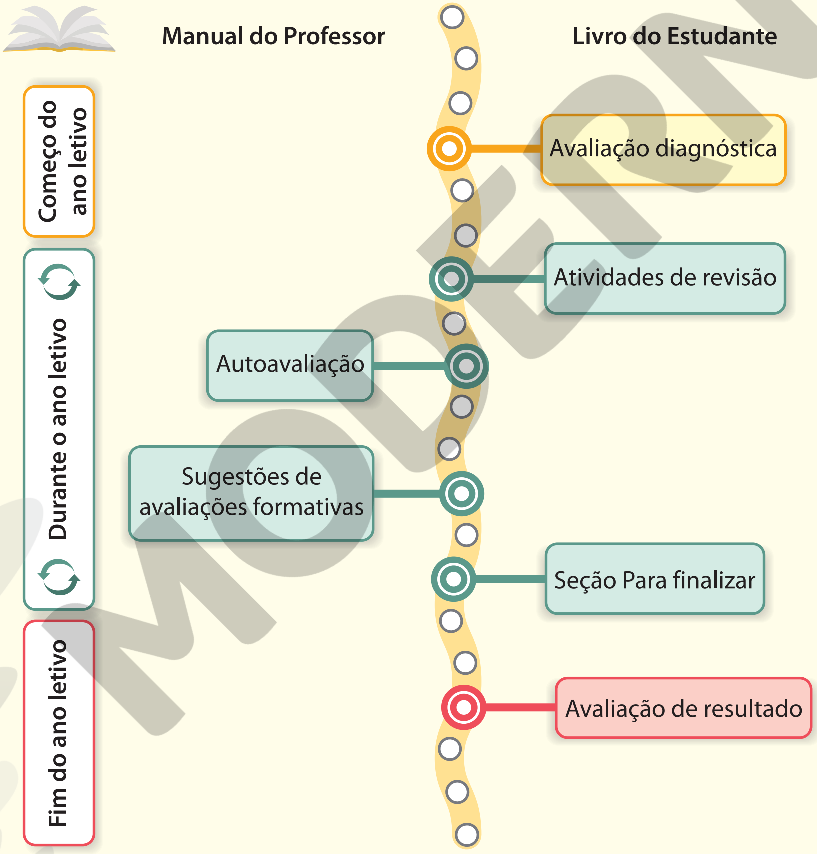
É reconhecido internacionalmente que a avaliação formativa tem ainda pouca aderência na sala de aula de Matemática, verificando-se que existe uma supremacia de práticas de avaliação somativa em detrimento de práticas avaliativas formativas (SANTIAGO *et al*., 2012). As práticas de avaliação formativa, em particular na área de Matemática, permanece configurando-se em uma dificuldade o seu desenvolvimento de forma expressiva e continuada.

Na avaliação formativa,

> o professor investiga durante todo o tempo, na sala de aula, se os alunos estão ou não aprendendo e por quê. Essas informações servem para replanejar as atividades seguintes, de modo a atender às necessidades da turma ou de grupos de estudantes. Também permitem ao docente dar as orientações que os alunos precisam para se desenvolverem melhor, estimulando o protagonismo deles (YURIE, 2022).

Nesse aspecto, os estudos de Santos (2022) sinalizam que o *feedback* pode ser um poderoso instrumento para apoiar a aprendizagem, de modo que dá a oportunidade de o estudante voltar a pensar, a refletir sobre o que fez, decidindo como prosseguir para seu aperfeiçoamento. A avaliação formativa tem a missão de atribuir aos estudantes o papel de sujeitos coautores e participativos no desenvolvimento de sua aprendizagem e, consequentemente, no seu processo de formação.

Nesta coleção, trazemos sugestões de tipos de avaliação a serem aplicados durante o ano letivo. Para isso, faz-se necessário que o professor compreenda os instrumentos desse tipo de avaliação que visam situar o nível de desenvolvimento dos estudantes. No esquema a seguir, há as avalições sugeridas, onde encontrá-las e o momento sugerido para aplicá-las.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

A primeira avaliação proposta, para ser aplicada no início do ano letivo, é a diagnóstica, cujo objetivo é averiguar os conhecimentos e as habilidades dos estudantes trazidos de anos anteriores.

As autoavaliações, por sua vez, que são encontradas nas *Orientações*, neste Manual, ao final de cada capítulo, têm o intuito de promover a reflexão dos estudantes sobre dificuldades de aprendizagem, de modo a proporcionar a eles o agir com autonomia e a responsabilidade quanto a suas aprendizagens.

Já na seção *Atividades de revisão*, os estudantes fazem exercícios que retomam o conteúdo estudado.

No *Livro do Estudante*, encontra-se também uma seção denominada *Para finalizar*, na qual os estudantes são estimulados a organizar as ideias trabalhadas durante as seções, analisar o que foi estudado em cada capítulo da Unidade e avaliar os aprendizados, no intuito de consolidar o conhecimento adquirido. As questões apresentam-se em forma de síntese dos conceitos trabalhados nas unidades.

No que diz respeito às avaliações formativas, há uma sugestão de avaliação para cada capítulo deste volume disponível mais adiante, neste Manual. É importante avaliar a pertinência e a adequação das propostas, bem como de suas orientações, para que tanto o professor quanto o estudante estejam cientes e comprometidos com tal avaliação.

Ainda, sobre a avaliação de resultado, disponível após o último capítulo do *Livro do Estudante*, sugerimos sua aplicação no fim do ano letivo. O objetivo é averiguar os conhecimentos e as habilidades dos estudantes apreendidos durante o ano.

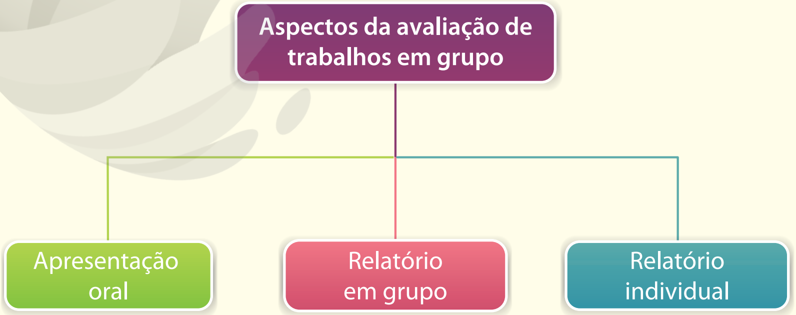
Para aplicar essas avaliações, sugerimos que sejam escolhidos diferentes métodos, como escrita individual, escrita em dupla, atividade oral, por meio de trabalhos ou com resolução de atividades no quadro, com jogos etc. Dessa forma, a visão da aprendizagem dos estudantes poderá ser amplificada e será possível replanejar o trabalho docente em sala de aula, caso seja necessário. Já, para colher os resultados, é importante ter em mente que as avaliações não devem ser vistas somente como mais uma prova; é preciso que sejam analisadas todas as respostas dos estudantes. Há sempre uma intencionalidade por trás de uma resposta, e elas sempre trazem uma indicação do conhecimento do estudante. Quando ele assinala certo item considerado errado, o faz por alguma razão: por confundir algum conceito, não ter ainda aquele conhecimento consolidado, ter dificuldade para interpretar a questão, entre outras razões, as quais devem ser analisadas caso a caso.

Conforme já salientado, as avaliações propostas neste material buscam averiguar a aprendizagem dos estudantes em cada fase do processo de ensino e as habilidades desenvolvidas por eles nesse percurso. Nesse sentido, vale explanar que as habilidades evidenciadas em nossas avaliações, em especial a diagnóstica, as formativas e a de resultado, foram escolhidas tendo por base os *Mapas de Foco da BNCC*, propostos pelo Instituto Reúna. Dado o recente cenário pandêmico e que os estudantes talvez apresentem defasagens em seu aprendizado, esses mapas foram criados com o intuito de identificar as habilidades da BNCC essenciais aos estudantes. Desse modo, foram assim classificadas: aprendizagens focais, aprendizagens complementares e expectativa de fluência. As aprendizagens focais são aquelas consideradas elementares para o desenvolvimento dos estudantes; são "inegociáveis e essenciais para aprender e avançar em um componente" (INSTITUTO REÚNA, 2020, p. 8) – e essas é que foram priorizadas em nossas avaliações. As aprendizagens complementares são as que podem ser desenvolvidas com as focais. Já as expectativas de fluência compreendem os conhecimentos que precisam ser mobilizados com fluência ou automaticidade no intuito de facilitar o desenvolvimento das aprendizagens focais (REÚNA, 2020).

Para que os mapas cumpram sua função de apoiar a seleção de habilidades para a flexibilização curricular, o Instituto Reúna recomenda a análise e a seleção criteriosa das habilidades classificadas como focais, por serem as mais estruturantes e essenciais para o desenvolvimento dos estudantes. Essa análise poderá oferecer elementos tanto para avaliar o que já foi trabalhado e assegurado aos estudantes quanto para projetar o futuro, definindo aquilo que será priorizado e o tempo para sua efetivação.

Além das avaliações propostas nesta coleção, o professor pode planejar outras, tendo em vista o cenário em que se encontra e a realidade de sua turma. Nesse sentido, também indicamos que sejam feitas perguntas aos estudantes após a leitura de textos – atividade que pode ser realizada em duplas, dando também margem para uma organização de trabalhos em grupo. Ainda, sugerimos que seja proposto aos estudantes em grupos que criem problemas e compartilhem com os colegas, de modo que resolvam os problemas elaborados por eles. Nessa proposta, caso não consigam resolver algum problema, peça que justifiquem o motivo: se faltou informações no enunciado, se o enunciado não era claro ou havia erros ou conflitos de informação etc., o que configura um exercício potencialmente rico para avaliarem o que é importante ter em mente ao criar um problema.

No que tange à proposta do trabalho em grupo, a avaliação do professor poderá ser efetivada com base em três aspectos, conforme a figura a seguir.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Aspectos a serem considerados nas avaliações em grupo.

Fonte: Os autores.

Caso o professor julgar necessário, poderá propor atividades que auxiliem os estudantes a superar as dificuldades diagnosticadas na compreensão dos conceitos. Nesta coleção, há atividades sugeridas que podem ser usadas para esse fim. É também sugerido que o professor adapte ou crie novas atividades, de acordo com o contexto e a realidade da turma.

A COLEÇÃO

Estrutura e seções

A coleção está dividida em quatro volumes, com quatro unidades cada um. A obra apresenta a seguinte estrutura: *Abertura de Unidade*, *Conteúdos*, *Atividades*, *Estatística e Probabilidade*, *Atividades de revisão*, *Compreender um texto*, *Educação financeira*, *Informática e Matemática*, *Trabalho em equipe*, *Para finalizar*, *Recorde*, *Mostre o que você aprendeu* e *Mostre o que você já sabe*.

Ao longo da obra, além de atividades e problemas envolvendo situações contextualizadas, a coleção propõe o uso da calculadora, a resolução de desafios, o trabalho em grupo, o cálculo por estimativa e os cálculos mentais. A obra incentiva os estudantes a raciocinar, relacionar ideias, usar a experiência adquirida fora da escola, refletir sobre a resolução de problemas e sobre os procedimentos utilizados para chegar à solução, produzir análises críticas, criativas e propositivas e desenvolver as capacidades de argumentar e de inferir.

Abertura

Em todas as unidades, há uma página de abertura.

A principal função da *Abertura* é servir de ligação entre o que os estudantes já sabem e o que devem saber ao final da Unidade. Por esse motivo, em cada uma há o boxe *Para começar...*, cuja finalidade é identificar os conhecimentos prévios deles. As atividades desse boxe podem ser discutidas em grupo, e suas conclusões, compartilhadas com a turma.

Conteúdo e atividades

Em todas as unidades, procura-se desenvolver os conteúdos de forma clara e precisa, ampliando-os a cada abordagem e proporcionando, assim, uma visão global do assunto. Os conteúdos estão subdivididos em tópicos, intercalados por seções de atividades que exploram o conteúdo tratado naquele tópico.

No trabalho com os conteúdos, há questionamentos variados em boxes, como *Para analisar*, *Para resolver*, entre outros, que têm o objetivo de levar os estudantes à reflexão, à investigação, ao aprofundamento ou à dedução de algo que continuará estudando. Na seção *Atividades*, o objetivo é apresentar situações em que o conteúdo pode ser aplicado. Elas são organizadas da mais fácil para a mais difícil, incentivando os estudantes a raciocinar.

As atividades propostas envolvem os três níveis de conhecimento que podem ser acionados na resolução de uma questão: os conhecimentos de nível *técnico*, em propostas de atividades simples, que correspondem a aplicações imediatas do conhecimento desenvolvido no tópico; os conhecimentos de nível *mobilizável*, identificados no enunciado da atividade, mas que necessitam de reflexão antes de ser colocados em funcionamento; e os conhecimentos de nível *disponível*, que correspondem a situações propostas sem nenhuma indicação de resolução em seu enunciado.

A seguir, apresentamos um exemplo de cada tipo de atividade.

Técnico	Mobilizável	Disponível
Atividade **3**, página 24. Volume: 7º ano	Atividade **5**, página 40. Volume: 7º ano	Atividade **8**, página 41. Volume: 7º ano
Escreva no caderno os seguintes números usando símbolos romanos: **a)** 97 **b)** 149 **c)** 1 500 **d)** 3 560	Lúcia e Carla trabalham em um mesmo escritório. Lúcia é projetista e recebe um salário de 2 950 reais. Carla é advogada e recebe 500 reais a mais que Lúcia. Qual é o valor do salário de Carla?	Observe o contracheque de Mariana e responda à questão.  Mariana Silva Salário: [illegible] reais Descontos: 128 reais – INSS 92 reais – convênio médico 96 reais – vale-transporte 35 reais – refeição Valor a receber: 1 249,00 reais MARCELO CASTRO/ARQUIVO DA EDITORA - Qual é o salário de Mariana?
Respostas: **a)** XCVII **c)** MD **b)** CXLIX **d)** MMMDLX	Resposta: 3 450 reais.	Resposta: 1 600 reais.

Entre as atividades, destacamos algumas especiais, que são os **desafios** e as atividades de **calculadora** e de **cálculo mental**, distribuídas por toda a coleção, em momentos variados.

Recorde

Esta seção foi elaborada para ajudar você, professor, a identificar as possíveis dificuldades, individuais ou coletivas, em relação aos principais conteúdos estudados em anos anteriores, considerados pré-requisitos para as habilidades que serão desenvolvidas neste volume. Esperamos que esta seção contribua com o diagnóstico para que você possa avaliar a necessidade de intervenções ou retomada de algum conteúdo. A maneira como os estudantes demonstram entendimento sobre o assunto, os registros e os cálculos dão indícios dos principais equívocos cometidos por eles.

Mostre o que você já sabe

Por meio desta seção, que está localizada no início do volume, vai ser possível fazer uma avaliação diagnóstica dos conhecimentos prévios dos estudantes. As questões que compõem essa avaliação são de múltipla escolha, sempre com quatro alternativas, sendo três distratores e uma resposta correta. O conteúdo das questões é relativo ao que foi trabalhado no ano anterior, mas tem relação com alguma habilidade importante do ano corrente.

Mostre o que você aprendeu

A exemplo da seção *Mostre o que você já sabe*, que busca dar um diagnóstico dos conhecimentos prévios dos estudantes, esta seção, *Mostre o que você aprendeu*, tem a intenção de avaliar o que eles aprenderam durante o ano letivo. Por essa razão, ela aparece sempre no fim do volume. As questões que compõem essa avaliação são de múltipla escolha, sempre com quatro alternativas, sendo três distratores e uma resposta correta. O conteúdo das questões é relativo ao que foi trabalhado no ano corrente.

Estatística e Probabilidade

A sociedade contemporânea exige a seleção e a análise de uma diversidade de informações. A Estatística, com seus conceitos e métodos para coletar, analisar e organizar dados, tem se revelado um poderoso aliado para compreender a realidade. Por esse motivo, a seção *Estatística e Probabilidade* recebeu destaque nesta coleção.

Os conhecimentos que esta seção explora referem-se à capacidade de analisar índices, fazer sondagens, escolher amostras e outras situações importantes ao cotidiano.

Atividades de revisão

As atividades de revisão proporcionam aos estudantes a oportunidade de retomar os conteúdos estudados no capítulo. Muitas dessas atividades são contextualizadas tendo como base assuntos do interesse deles.

O uso desta seção deve se adequar ao planejamento do curso e ao andamento de cada turma; ela pode ser trabalhada em grupo, como atividade para ser realizada em casa ou indicada como opcional.

Compreender um texto

Na seção *Compreender um texto*, é apresentado um texto de interesse dos estudantes, acompanhado de atividades. Essas atividades estão relacionadas à compreensão do texto e aos assuntos matemáticos tratados na Unidade.

O trabalho com textos não pode ser restrito à área de Língua Portuguesa. É importante que todos os professores, incluindo os de Matemática, trabalhem as competências leitora e escritora, pois elas devem ser desenvolvidas pela escola como um todo. Atualmente, muitos textos de circulação social, como reportagens, informativos variados e relatórios, quase sempre são acompanhados de números, e a não apropriação da grandeza numérica envolvida, ou ainda da noção de porcentagem, por exemplo, inviabiliza sua compreensão.

Educação financeira

Na seção *Educação financeira*, apresenta-se uma situação cotidiana que envolve finanças e, a partir daí, são discutidas possibilidades para resolver e enfrentar a situação – os estudantes devem se imaginar naquela situação (*O que você faria?*) e procurar soluções. Depois, em *Calcule*, são apresentadas algumas atividades referentes à situação inicial ou alguma similar. E, em *Reflita*, os estudantes são questionados sobre suas ações e atitudes diante de determinadas situações financeiras.

O foco dessas discussões não são conceitos como juro e porcentagem, mas a postura como consumidor. São abordadas questões como consumo consciente, controle da impulsividade diante de tantas opções e direitos e deveres do consumidor.

Informática e Matemática

Esta seção trabalha os conteúdos matemáticos por meio de tecnologias digitais como *softwares* de Geometria dinâmica, planilhas eletrônicas etc. Ela é composta de duas partes: *Construa* e *Investigue*. Em *Construa*, é apresentado um texto instrucional para que os estudantes sigam os passos e construam as figuras solicitadas. Após a construção, em *Investigue*, por meio das ferramentas do *software*, que permitem uma vasta possibilidade de testes e análises, eles podem medir, investigar e levantar hipóteses a respeito da figura que construíram, o que fomenta a discussão e a interação entre eles e o aprofundamento do conteúdo estudado.

Trabalho em equipe

A seção *Trabalho em equipe*, como o próprio nome diz, é muito importante para o desenvolvimento de atitudes como saber esperar sua vez de falar, comprometer-se com uma tarefa, ajudar os colegas, lidar com diferentes opiniões, fazer uma exposição oral com desenvoltura etc. Em todas as unidades, essa seção apresenta os objetivos, a justificativa, o produto do trabalho e algumas orientações para que a atividade seja realizada a contento.

Para finalizar

A seção *Para finalizar* é dividida em duas partes. Em *Organize suas ideias*, os estudantes fazem uma retrospectiva do que aprenderam na Unidade e respondem a algumas questões. Dessa forma, fazem uma autoavaliação, e o professor pode acompanhar o progresso de suas turmas. Em *Para conhecer mais*, sugerimos a leitura de livros e *sites* que complementam os assuntos explorados na Unidade para enriquecer o conteúdo matemático.

As habilidades da BNCC na coleção

A seguir, são apresentados quadros que relacionam os capítulos da coleção aos objetos de conhecimento e às habilidades a serem desenvolvidas no 7º ano, segundo a BNCC.

Essas correlações também aparecem indicadas nas orientações página a página do manual em formato lateral.

A unidade temática *Números* no 7º ano

Objetos de conhecimento	Habilidades	Capítulos do livro
Múltiplos e divisores de um número natural	(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.	Capítulo 1
Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples	(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.	Capítulo 11
Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações	(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.	Capítulo 2
	(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.	Capítulo 2
Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador	(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.	Capítulo 4
	(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.	Capítulo 4
	(EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.	Capítulo 4
	(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.	Capítulo 4
	(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.	Capítulo 11
Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações	(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.	Capítulo 4
	(EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.	Capítulo 4
	(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.	Capítulo 4

Fonte: BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 306-311.

A unidade temática *Álgebra* no 7º ano

Objetos de conhecimento	Habilidades	Capítulos do livro
Linguagem algébrica: variável e incógnita	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.	Capítulo 6
	(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.	Capítulo 6
	(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.	Capítulo 6
Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica	(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.	Capítulo 6
Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.	Capítulo 11
Equações polinomiais do 1º grau	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.	Capítulo 7

Fonte: BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 306-311.

A unidade temática *Geometria* no 7º ano

Objetos de conhecimento	Habilidades	Capítulos do livro
Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem	(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.	Capítulo 12
	(EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.	Capítulo 12
Simetrias de translação, rotação e reflexão	(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.	Capítulo 12
A circunferência como lugar geométrico	(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.	Capítulo 8
Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de *softwares* de geometria dinâmica.	Capítulo 3
Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos	(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.	Capítulo 9
	(EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.	Capítulo 9
	(EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.	Capítulo 9

A unidade temática *Geometria* no 7º ano

Objetos de conhecimento	Habilidades	Capítulos do livro
Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero	(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.	Capítulo 8 Capítulo 9
	(EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.	Capítulo 9

Fonte: BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 306-311.

A unidade temática *Grandezas e medidas* no 7º ano

Objetos de conhecimento	Habilidades	Capítulos do livro
Problemas envolvendo medições	(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.	Capítulo 5
Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais	(EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).	Capítulo 5
Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros	(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.	Capítulo 10
	(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.	Capítulo 10
Medida do comprimento da circunferência	(EF07MA33) Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.	Capítulo 8

Fonte: BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 306-311.

A unidade temática *Probabilidade e Estatística* no 7º ano

Objetos de conhecimento	Habilidades	Capítulos do livro
Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências	(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.	Capítulo 1
Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados	(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.	Capítulo 6 Capítulo 7
Pesquisa amostral e pesquisa censitária Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação das informações	(EF07MA36) Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.	Capítulo 2 Capítulo 11 Capítulo 12
Gráficos de setores: interpretação, pertinência e construção para representar conjunto de dados	(EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.	Capítulo 8 Capítulo 9 Capítulo 10

Fonte: BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 306-311.

Os Temas Contemporâneos Transversais na coleção

Os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs) foram assim distribuídos no 7º ano.

Macroáreas	Tema	Livro 7
	Educação Ambiental	Capítulo 4 Capítulo 5 Capítulo 7 Capítulo 9 Capítulo 10
	Educação para o Consumo	Capítulo 4 Capítulo 7
	Trabalho	Capítulo 1
	Educação Financeira	Capítulo 2 Capítulo 4 Capítulo 7 Capítulo 11
	Educação Fiscal	Capítulo 11
	Saúde	Capítulo 4 Capítulo 10
	Educação Alimentar e Nutricional	Capítulo 6 Capítulo 11
	Vida Familiar e Social	Capítulo 1
	Educação para o Trânsito	Capítulo 7 Capítulo 9
	Direitos da Criança e do Adolescente	Capítulo 10
	Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais brasileiras	Capítulo 12
	Ciência e Tecnologia	Capítulo 1

Sugestões de cronogramas

O quadro a seguir oferece possibilidades de trabalho com os capítulos do volume 7 da coleção durante o ano letivo. O professor pode e deve se sentir à vontade para adaptar as sugestões aqui indicadas de acordo com a realidade e as necessidades da turma e da escola.

O arranjo deste quadro possibilita ao professor prever uma organização bimestral, trimestral ou semestral.

	Sugestões de cronogramas (bimestral, trimestral e semestral)			
	Capítulos do volume 7	Bimestres	Trimestres	Semestres
Unidade 1	**Capítulo 1** – Múltiplos e divisores	1º bimestre	1º trimestre	1º semestre
	Capítulo 2 – Números inteiros			
	Capítulo 3 – Ângulos			
Unidade 2	**Capítulo 4** – Números racionais	2º bimestre		
	Capítulo 5 – Grandezas e medidas		2º trimestre	
	Capítulo 6 – Cálculo algébrico			
Unidade 3	**Capítulo 7** – Equações e inequações do 1º grau	3º bimestre		2º semestre
	Capítulo 8 – Polígono, circunferência e círculo			
	Capítulo 9 – Triângulos e quadriláteros		3º trimestre	
Unidade 4	**Capítulo 10** – Medida de área de quadriláteros e de triângulos	4º bimestre		
	Capítulo 11 – Proporção e aplicações			
	Capítulo 12 – Transformações geométricas			

Justificativa dos objetivos

Unidade 1 (Capítulos 1, 2 e 3)

Nesta Unidade, serão trabalhados os objetos de conhecimento relacionados às unidades temáticas Números, Geometria e Probabilidade e estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF07MA01, EF07MA03, EF07MA04, EF07MA23, EF07MA34 e EF07MA36.

Ampliando e fortalecendo o processo de construção de número em situações do cotidiano, os estudantes identificarão os números negativos, a necessidade histórica de seu surgimento e sua representação na reta numérica. Para o conhecimento desse novo campo numérico, eles são estimulados a criar estratégias para resolver situações-problema nas quais aplicarão as operações numéricas já conhecidas em outro campo numérico, ampliando assim o conhecimento das operações com inteiros.

Em relação ao estudo da Geometria, as situações apresentadas têm o objetivo de desenvolver e ampliar o conceito de ângulos formados por retas concorrentes. Para que haja ambiente propício para a reflexão na construção de estratégias de resolução, essas situações são apresentadas com e sem a utilização de *software* de Geometria dinâmica.

Por fim, as atividades proporcionam o cálculo da probabilidade de ocorrência de eventos aleatórios nas formas fracionária, decimal e percentual. São apresentadas também situações que levam os estudantes a planejar e executar uma pesquisa, organizando os dados em tabelas e gráficos, para expressar conclusões e apresentar respostas ao questionamento inicial.

Unidade 2 (Capítulos 4, 5 e 6)

Nesta Unidade, serão trabalhados os objetos de conhecimento relacionados às unidades temáticas Números, Álgebra, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF07MA05, EF07MA06, EF07MA07, EF07MA08, EF07MA10, EF07MA11, EF07MA12, EF07MA13, EF07MA14, EF07MA15, EF07MA16, EF07MA29, EF07MA30 e EF07MA35.

Neste momento, buscando a ampliação do estudo dos conjuntos numéricos, as situações apresentadas dão ênfase às diferentes representações do mesmo número racional: fracionária, decimal e percentual. As situações apresentadas permitem aos estudantes buscar diferentes estratégias de resolução com base nos conhecimentos das operações já aplicadas em outros conjuntos numéricos. E, para fixar e reforçar esse conhecimento, eles utilizarão o pensamento computacional, reorganizando os passos de um algoritmo para que a tarefa em questão seja realizada corretamente. Esse tipo de atividade visa desenvolver a capacidade de resolver problemas passo a passo, de maneira organizada.

As atividades apresentadas para a introdução do cálculo algébrico permitem aos estudantes perceber que a Álgebra é uma ferramenta fundamental na resolução de situações do cotidiano e também para a generalização de sequências numéricas. O tema escolhido para essa apresentação foi o Índice de Massa Corporal (IMC), possibilitando a reflexão sobre um tema tão importante como a saúde.

No estudo de Grandezas e medidas, as atividades propostas envolvem a unidade temática Números e operações, pois as medidas são representadas com números racionais, na forma decimal por exemplo. As situações favorecem a reflexão sobre medidas e o uso das unidades de medida necessárias e a percepção de que nem sempre o resultado de uma medida é exato, uma vez que um resultado aproximado pode solucionar um problema.

Em Probabilidade e estatística é estudado o conceito de média aritmética simples e ponderada, com situações que permitem observar a importância desse conceito para a solução e interpretação de situações do cotidiano.

Unidade 3 (Capítulos 7, 8 e 9)

Nesta Unidade, serão trabalhados os objetos de conhecimento relacionados às unidades temáticas Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF07MA18, EF07MA22, EF07MA24, EF07MA25, EF07MA26, EF07MA27, EF07MA28, EF07MA33, EF07MA35 e EF07MA37.

Para iniciar o estudo com equações, é importante evidenciar a relação da igualdade e suas propriedades. Para isso, as situações com balanças de dois pratos permitem relacionar o equilíbrio da balança com o sinal de igualdade utilizado nas equações. Ampliando esse conhecimento, as situações-problema permitem criar estratégias para a resolução, seja aritmética ou algébrica, e perceber quando a solução algébrica é de maior valia com a socialização de seus resultados. Além disso, há situações que apresentam inequações e a diferença na interpretação dos resultados de uma equação e de uma inequação.

Em relação ao estudo da Geometria, nesta Unidade serão mobilizados os conhecimentos que os estudantes já têm sobre polígonos, ampliando esse conceito por meio de uma definição formal sobre polígonos e seus elementos de modo que consigam identificar e nomear os polígonos de acordo com o número de lados. Ainda trabalhando o conceito de polígonos, a proposta de atividade em ambiente computacional para a construção de mosaicos também permitirá investigar os ângulos nos polígonos regulares construídos para que sejam mobilizados mais adiante na ampliação do conceito de polígonos e seus elementos. São apresentadas também situações para diferenciar círculo de circunferência e, em conjunto com Grandezas e medidas, é trabalhada a razão entre as medidas de comprimento de uma circunferência e de seu diâmetro, estabelecendo assim, o número pi.

O estudo sobre os triângulos e os quadriláteros permitirá formalizar e ampliar os conhecimentos de particularidades desses polígonos. São apresentadas situações, usando um *software* de Geometria dinâmica, propondo a construção de polígonos regulares, como o quadrado e o triângulo equilátero, e a criação de um algoritmo que permita a reprodução dessas construções.

Em Probabilidade e estatística, as situações propiciam o estudo de gráficos de setores, desde sua construção até sua leitura e interpretação.

Unidade 4 (Capítulos 10, 11 e 12)

Nesta Unidade, serão trabalhados os objetos de conhecimento relacionados às unidades temáticas Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF07MA02, EF07MA09, EF07MA17, EF07MA19, EF07MA20, EF07MA21, EF07MA31, EF07MA32, EF07MA36 e EF07MA37.

Nesta Unidade são apresentadas situações que propiciam a comparação entre duas grandezas, bem como construir o conceito de razão e proporcionalidade buscando estratégias que permitam resolver problemas do dia a dia. Essas situações também permitem perceber se as grandezas se relacionam de forma direta ou inversamente proporcional e utilizar o cálculo algébrico como ferramenta para a resolução.

Em Grandezas e medidas, as situações apresentadas permitem aos estudantes utilizar seus conhecimentos prévios sobre medida de área de figuras geométricas e resolver problemas empregando a composição e a decomposição de figuras. Essas situações também permitem aplicar diferentes unidades de medida de área.

São contempladas situações que envolvem o conceito geográfico de latitude e longitude e também mapas de ruas, para que os estudantes entendam o plano cartesiano e verifiquem que a localização de pontos no plano é feita por meio de coordenadas cartesianas. A apresentação de figuras com diferentes transformações geométricas permitirá verificar as características que diferem cada uma das transformações: reflexão, translação e rotação. A apresentação dessas transformações nas artes contribuirá para a fruição de manifestações artísticas.

Em Probabilidade e estatística, as situações apresentadas propiciam diferenciar pesquisa censitária de amostral e perceber o que define a utilização de uma ou de outra. Com base nos contextos apresentados, os estudantes são levados a refletir e entender os passos necessários para o planejamento e a realização de uma pesquisa, de que maneira ocorrerá o levantamento de dados e como serão apresentados.

▶ Sugestões de avaliação formativa

Capítulo 1 – Múltiplos e divisores

Objetivos	Questões
Decompor números naturais em fatores primos.	1
Resolver problemas envolvendo o conceito de mínimo múltiplo comum.	2
Identificar os múltiplos de um número natural.	3
Resolver problemas envolvendo o conceito de mínimo múltiplo comum.	4
Identificar características relacionadas a múltiplos e divisores de números naturais.	5
Reconhecer as noções de máximo divisor comum e de mínimo múltiplo comum.	6

1. Copie e complete as decomposições em fatores primos, substituindo cada ■ pelo número adequado.

a)

390	■
195	3
65	■
■	13
1	■

b)

570	2
285	■
95	■
19	■
1	■

- Qual é o maior número divisor comum de 390 e 570?

2. Luísa e João estão na casa dos avós. Luísa costuma visitá-los a cada 6 dias, e João, a cada 8 dias. Sabendo que eles se encontraram hoje, daqui a quantos dias será o próximo encontro?

a) 48
b) 24
c) 12
d) 14

3. Qual alternativa contém apenas múltiplos de 12?

a) 1, 2, 3, 84, 96, 108
b) 84, 96, 108, 120, 132 e 144
c) 1, 2, 3, 4, 6 e 12
d) 84, 96, 108, 120, 132 e 145

4. Sabrina tem 48 m de fita azul e 60 m de fita amarela para enfeitar a escola para uma festa. Ela vai cortar todas as fitas com a mesma medida de comprimento, que deve ser a maior possível. Qual deve ser a medida de comprimento de cada pedaço de fita sem que haja sobras?

a) 12 m
b) 2 m
c) 6 m
d) 7 m

5. Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

a) Um número natural é divisível por 2 quando é par, ou seja, quando termina em 0, 2, 4, 6 ou 8.
b) Um número natural é divisível por 5 apenas quando termina em 5.
c) O menor dos múltiplos comuns de 8 e 12 é 4, e o maior dos divisores comuns deles é 24.
d) Qualquer número divisível por 10 também é divisível por 100.
e) Números primos são aqueles que têm apenas dois divisores, o 1 e o próprio número.

6. Em cada item, o maior número é múltiplo do menor. Associe cada cálculo ao seu resultado, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.

a) mmc(6, 12)
b) mdc(6, 12)
c) mmc(10, 50)
d) mdc(10, 50)

I) 12
II) 10
III) 6
IV) 50

Agora, complete a frase, substituindo cada ■ por **maior** ou **menor**.

> O mmc entre dois números em que um deles é múltiplo do outro é igual ao ■ deles. Já o mdc entre esses dois números é igual ao ■ deles.

Resoluções e comentários da avaliação

1. Espera-se que os estudantes não demonstrem dificuldade no processo de decomposição em fatores primos devido ao fato de a questão poder ser resolvida por operação inversa. Alguns poderão encaminhar respostas diferentes da esperada, possivelmente por não terem se apropriado dos conceitos que envolvem números primos e, consequentemente, da decomposição em fatores primos, em especial na identificação do menor divisor do número em cada linha, ou, ainda, por equívocos nos cálculos envolvidos. Alguns estudantes poderão considerar, de forma equivocada, que o número 5 é o maior fator primo que divide 390 e 570, sem considerar os demais. Se julgar necessário, retome a questão proposta na avaliação a fim de observar os equívocos cometidos pelos estudantes e intervir de modo mais pontual.

a)

390	■ 2
195	3
65	■ 5
13 ■	13
1	

b)

570	2
285	■ 3
95	■ 5
19	■ 19
1	

- O maior número divisor comum de 390 e 570 é 30.

2. Estudantes que optaram pela alternativa **a** podem ter considerado um dos múltiplos comuns, mas não o menor, fruto talvez da multiplicação direta dos períodos citados no enunciado. Já aqueles que optaram pela alternativa **c** podem ter se equivocado no cálculo ou na determinação dos fatores primos. Quem optou pela alternativa **d** talvez tenha interpretado incorretamente o enunciado e adicionado os períodos 6 + 8 = 14.

alternativa **b**

3. Para resolver esta questão, os estudantes precisam relacionar os conceitos de múltiplos e de divisores, isto é, saber que os múltiplos do número 12 são divisíveis por 12 e que um número divisível por 12 também é divisível por 2 e por 3. A alternativa **c** mostra os divisores de 12, e alguns estudantes poderão indicá-la equivocadamente como resposta.

A alternativa **a** mostra múltiplos e divisores do número 12, e os estudantes que estiverem confusos em relação aos conceitos poderão indicá-la como resposta. A escolha pela alternativa **d** indica um provável equívoco no cálculo da divisão de 145 por 12, por 2 ou por 3, ou falta de análise de todos os números da lista.

alternativa **b**

4. O estudante que indicou as alternativas **b**, **c** ou **d** pode ter efetuado a decomposição de 48 e de 60 em fatores primos de maneira correta, mas considerado apenas o menor dos fatores (2), sem levar em conta a multiplicação dos demais fatores comuns (alternativa **b**); pode ter verificado que os fatores 2 e 3 são comuns e calculado o produto entre eles (6), sem considerar que o fator 2 se repete (alternativa **c**); ou, ainda, pode ter adicionado os fatores comuns em vez de tê-los multiplicado (alternativa **d**).

Analise os registros e as marcações realizadas pelos estudantes e verifique as diferentes estratégias. Os cálculos na folha podem auxiliar nessa interpretação.

alternativa **a**

5. Possíveis equívocos estão relacionados ao conceito de múltiplos e divisores ou à noção de generalização, por isso é importante apresentar outros exemplos e contraexemplos numéricos, de modo que a abstração aconteça de forma natural. Os estudantes podem cometer equívocos por desatenção, não lembrando, na alternativa **b**, que os números terminados em zero também são divisíveis por 5, que os valores do mmc, do mdc e dos números na alternativa **c** estão invertidos e que os números 10 e 100 estão invertidos na alternativa **d**. É importante verificar se os estudantes compreendem a correspondência entre “é múltiplo de”, “é divisível por” e “é fator de”.

verdadeiras: **a**, **e**; falsas: **b**, **c**, **d**

6. A resolução desta questão envolve a compreensão dos estudantes sobre os conceitos de mmc e mdc. Além disso, a questão envolve a percepção de regularidades no cálculo do mmc e do mdc de dois números, em que um é múltiplo do outro, e pode ser que alguns estudantes não a identifiquem. Pode ocorrer que alguns estudantes invertam a primeira letra no significado de mmc e mdc, pensando em “máximo múltiplo comum” e “mínimo divisor comum”, respectivamente.

a-I; **b**-III; **c**-IV; **d**-II; maior; menor

Capítulo 2 – Números inteiros

Objetivos	Questões
Reconhecer o antecessor e o sucessor de números inteiros.	1
Reconhecer as propriedades da adição e da multiplicação nos números inteiros.	2
Efetuar adições com números inteiros em contexto real.	3
Reconhecer regularidades envolvendo o sinal do produto entre dois números inteiros.	4
Calcular raiz quadrada exata de um número inteiro.	5
Reconhecer a importância do uso dos parênteses na escrita de uma potência de base negativa.	6
Reconhecer o padrão de uma sequência numérica com multiplicação entre números inteiros.	7

1. Copie e complete o quadro a seguir.

Antecessor	Número	Sucessor
−1	0	■
−9	■	−7
■	−19	■
−100	−99	■
■	−1 000	■

2. Classifique as alternativas a seguir em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), considerando as propriedades da adição e da multiplicação com os números inteiros.

a) $(a + b) + c = a + (b + c)$

b) $a + b = b + a$

c) $a + 0 = 0 + a = 0$

d) $a + (-a) = 2a$

e) $a \cdot b = b \cdot a$

f) $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

g) $a \cdot (b + c) = a + b \cdot a + c$

h) $a \cdot (b - c) = a - b \cdot a - c$

i) $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$

3. A medida de temperatura interna de um *freezer* era −10 °C. Após uma queda de energia elétrica, verificou-se que, a cada intervalo de meia hora, a medida dessa temperatura aumentava 1 °C. Qual é a medida da temperatura do *freezer* após 2 horas sem energia elétrica?

a) −6 °C

b) −8 °C

c) −12 °C

d) −14 °C

4. Copie e complete a frase a seguir, substituindo cada ■ por **zero**, **negativo** ou **positivo**.

> Na multiplicação de dois números inteiros, se os fatores têm mesmo sinal, o produto é ■; se os fatores têm sinais diferentes, o produto é ■; se um dos fatores é zero, o produto é ■.

5. Em cada item, escreva se a raiz quadrada é um número inteiro.

a) $\sqrt{|-25|}$

b) $\sqrt{-100}$

c) $-\sqrt{16}$

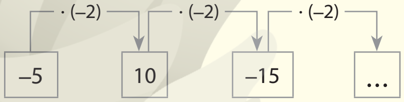
d) $|-\sqrt{4}|$

e) $|\sqrt{-36}|$

6. A igualdade a seguir é válida para qualquer número inteiro a?

$$-a^2 = (-a)^2$$

7. Observe os três primeiros termos de uma sequência numérica.



Qual alternativa representa os próximos três números dessa sequência?

a) 30, 60, 120

b) 30, −60, 120

c) 20, −25, 30

d) −17, −19, −21

Resoluções e comentários da avaliação

1. Os estudantes podem determinar o antecessor e o sucessor de números inteiros mentalmente, subtraindo ou adicionando uma unidade. Alguns estudantes podem inverter o antecessor e o sucessor, recorrendo aos conhecimentos já construídos sobre números naturais. Outros poderão indicar respostas diferentes da esperada nos casos de números terminados em 0 ou em 9, pois tais operações resultam em alteração na ordem do número.

Antecessor	Número	Sucessor
−1	**0**	1
−9	−8	−7
−20	−19	−18
−100	−99	−98
−1 001	−1 000	−999

2. Para resolver esta questão, os estudantes precisam reconhecer as propriedades da adição e da multiplicação em sua representação algébrica, levando em consideração que elas são válidas para qualquer a, b e c inteiro. Possíveis equívocos estão relacionados à noção de generalização; por isso, é importante apresentar diversos exemplos e contraexemplos numéricos, de modo que a abstração aconteça de forma natural. Se achar conveniente, peça aos estudantes que justifiquem as alternativas que julgam ser falsas.

verdadeiras: **a**, **b**, **e**, **f**, **i**; falsas: **c**, **d**, **g**, **h**

3. A resolução desta questão envolve saber que, se a cada intervalo de meia hora a medida de temperatura aumenta 1 °C, então no período de duas horas ela aumentou 4 °C. Esse valor deve ser adicionado à medida de temperatura inicial. O estudante que indicou a alternativa **b** possivelmente escolheu a operação correta (adição), mas se equivocou, talvez por desatenção, ao considerar que a medida de temperatura aumenta 1 °C a cada hora. O mesmo equívoco pode ter cometido aquele que indicou a alternativa **c**, além de ter efetuado o cálculo com a operação errada (subtração). Já o estudante que optou pela alternativa **d** provavelmente reconheceu a diferença de 4 °C na medida de temperatura, mas também escolheu a operação errada.

alternativa **a**

4. Possíveis equívocos estão relacionados à noção de generalização envolvendo a operação de multiplicação com números inteiros; por isso, é importante apresentar diversos exemplos e contraexemplos numéricos, de modo que a abstração aconteça de forma natural, se necessário, relacionando à ideia de adição de parcelas iguais. Para isso, avalie os estudantes, fazendo anotações e observações, de maneira a identificar possíveis dificuldades.

positivo; negativo; zero

5. A resolução desta questão envolve saber que não existe número inteiro cujo quadrado seja um número negativo, ou seja, no conjunto dos números inteiros, o radicando da raiz quadrada é um número positivo. Espera-se que os estudantes não demonstrem dificuldade em reconhecer que a alternativa **c** representa um número inteiro, enquanto a alternativa **b** não representa. No entanto, o grau de dificuldade de algumas alternativas é elevado pelo uso do módulo, o que pode trazer equívocos na identificação do radicando. Nesse caso, é importante retomar a questão proposta na avaliação, evidenciando o radicando de cada item.

São números inteiros: **a**, **c**, **d**; não são números inteiros: **b**, **e**.

6. O estudante que julga a igualdade verdadeira possivelmente não reconheceu que a base não é a mesma nos dois membros e, consequentemente, não reconhece a importância do uso dos parênteses na escrita de uma potência de base negativa. Por exemplo, em $(-5)^2 = 25$, a base é −5, e, em $-5^2 = -25$, a base é 5. A análise dos registros e das marcações realizadas pelos estudantes dá indícios dos equívocos cometidos.

A igualdade não é válida, pois a base não é a mesma nos dois membros.

7. O estudante que indicou a alternativa **a** talvez tenha reconhecido o padrão da sequência considerando apenas os valores absolutos. Aquele que indicou a alternativa **c** possivelmente o fez pensando que os valores absolutos da sequência aumentam de 5 em 5, alternando os sinais. Já o que indicou a alternativa **d** provavelmente subtraiu duas unidades em cada termo da sequência. Analise os registros e as marcações realizadas pelos estudantes e verifique as diferentes estratégias.

alternativa **b**

Capítulo 3 – Ângulos

Objetivos	Questões
Reconhecer características de ângulos no plano.	1
Identificar ângulos reto, raso, obtuso e agudo.	2
Reconhecer a propriedade dos ângulos opostos pelo vértice.	3
Reconhecer a unidade de medida de ângulo e seus submúltiplos.	4
Reconhecer ângulos complementares e suplementares.	5

1. Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

a) Para medir a abertura de ângulos, usamos, como unidade de medida, o centímetro (cm) e, como instrumento, a régua.

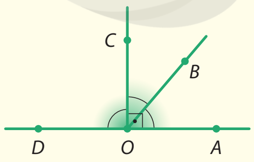
b) Dois ângulos que têm a mesma medida de abertura são chamados semelhantes.

c) Quando a soma das medidas de abertura de dois ângulos é igual a 90°, os ângulos são chamados complementares. Quando a soma das medidas de abertura de dois ângulos é igual a 180°, os ângulos são chamados suplementares.

d) A bissetriz de um ângulo é a semirreta interna ao ângulo que tem origem em seu vértice e o divide em dois ângulos congruentes.

e) Dois ângulos opostos pelo vértice têm medidas de abertura diferentes.

2. Classifique os ângulos a seguir em **reto**, **obtuso**, **raso** ou **agudo**, de acordo com a imagem.



a) $A\hat{O}B$

b) $A\hat{O}C$

c) $B\hat{O}C$

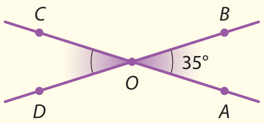
d) $B\hat{O}D$

e) $C\hat{O}D$

f) $A\hat{O}D$

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

3. Identifique a alternativa que apresenta as medidas de abertura dos ângulos $C\hat{O}B$ e $D\hat{O}C$, de acordo com a imagem.



a) med($C\hat{O}B$) = 145° e med($C\hat{O}D$) = 55°

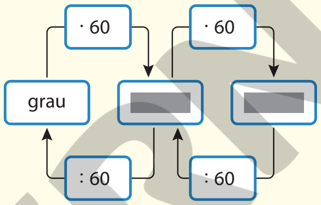
b) med($C\hat{O}B$) = 35° e med($C\hat{O}D$) = 145°

c) med($C\hat{O}B$) = 135° e med($C\hat{O}D$) = 45°

d) med($C\hat{O}B$) = 145° e med($C\hat{O}D$) = 35°

4. Copie e complete a frase e o esquema a seguir, substituindo cada ■ pela respectiva unidade de medida de ângulo ou de seus submúltiplos.

Uma das unidades de medida usadas para expressar a medida da abertura de um ângulo é o ■, e seus submúltiplos são o ■ e o ■.



5. Copie e complete o quadro, substituindo cada ■ de acordo com a medida de abertura do ângulo.

med($A\hat{O}B$)	Complemento	Suplemento
60°	■	120°
85°	5°	■
■	45°	135°
10°	■	■

Resoluções e comentários da avaliação

1. Caso os estudantes demonstrem dificuldades em analisar cada uma das afirmações, retome: a unidade de medida grau e seus submúltiplos; o critério de congruência entre dois ângulos; os conceitos de ângulos complementares, suplementares e bissetriz; a propriedade de congruência entre dois ângulos opostos pelo vértice. As respostas desta questão podem auxiliar na análise e na interpretação das possíveis dificuldades.

verdadeiras: **c**, **d**; falsas: **a**, **b**, **e**

2. Caso alguma dificuldade se manifeste com respeito a esta atividade, desenhe no quadro outros ângulos de diferentes medidas de abertura; por exemplo: 30°, 45°, 60°, 90°, 120°, 135° e 180°, fazendo questionamentos que permitam verificar se os estudantes sabem classificar esses ângulos de acordo com a medida de abertura de cada um. Pode ocorrer que eles saibam os critérios para a classificação dos ângulos, mas não os associem ao nome.

retos: **b**, **e**; agudos: **a**, **c**; raso: **f**; obtuso: **d**

3. O estudante que indicou a alternativa **a** possivelmente calculou o suplementar do ângulo dado, mas não reconheceu a congruência dos ângulos opostos pelo vértice. Aquele que indicou a alternativa **b** pode ter reconhecido a propriedade e efetuado o cálculo do suplementar corretamente, mas, talvez por desatenção, tenha indicado a alternativa com as medidas invertidas. Já o que indicou a alternativa **c** possivelmente não reconhece a congruência entre ângulos opostos pelo vértice ou a relação do ângulo dado com seu suplementar.

alternativa **d**

4. Espera-se que os estudantes não demonstrem dificuldades no reconhecimento do grau como unidade de medida de abertura de ângulo; no entanto, alguns deles podem apresentar respostas diferentes da esperada, por não terem se apropriado ou não reconhecerem os conceitos de minuto e de segundo no contexto dos ângulos. Nesse caso, o esquema apresentado pode não fazer sentido, se comparado com outras unidades de medida, como o metro ou o quilograma, em que os submúltiplos são determinados pela multiplicação por potências de 10. O uso de *software* de Geometria dinâmica, bem como as construções com régua, compasso e transferidor, pode auxiliar os estudantes a superarem as dificuldades.
grau, minuto e segundo; minuto/segundo

5. Alguns estudantes poderão apresentar dúvidas quanto à diferenciação entre ângulos suplementares e ângulos complementares ou não reconhecer tais conceitos, cometendo equívocos ao tentar encontrar alguma regularidade entre as três medidas de cada linha do quadro – por exemplo, supondo que a diferença entre as medidas das duas primeiras colunas é igual à diferença das duas últimas. O desenvolvimento de atividades práticas utilizando o transferidor contribui para a compreensão desses conceitos.

med($A\hat{O}B$)	Complemento	Suplemento
60°	30°	120°
85°	5°	95°
45°	45°	135°
10°	80°	170°

Capítulo 4 – Números racionais

Objetivos	Questões
Reconhecer características dos números racionais.	1
Reconhecer a ordem de cálculo em expressões numéricas com as operações básicas envolvendo números racionais.	2
Reconhecer algumas propriedades relativas à potenciação com números racionais.	3
Efetuar multiplicações e divisões com números racionais.	4
Interpretar dados apresentados em pictogramas.	5

1. Se a é um número racional positivo, podemos afirmar com certeza que:

a) $\sqrt{a}$ é um número menor que a.

b) a^2 é um número maior que a.

c) $a \cdot 10$ é um número maior que 1.

d) a e $-a$ são opostos ou simétricos.

2. Considere as operações numéricas a seguir.

I) adição

II) potenciação e radiciação (raiz quadrada)

III) multiplicação e divisão

Identifique a alternativa que apresenta a ordem em que devemos efetuar tais operações nas expressões numéricas com números racionais.

a) I, II e III

b) II, I e III

c) II, III e I

d) III, I e II

3. Classifique as alternativas a seguir em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**), considerando as propriedades da potenciação com os números racionais.

a) $a^m + a^n = a^{m+n}$

b) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

c) $a^m - a^n = a^{m-n}$

d) $a^m : a^n = a^{m-n}$

e) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

f) $(a \cdot b)^m = a \cdot b^m$

g) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

h) $a^1 = 1$

4. Associe cada operação ao resultado correspondente.

a) $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot 0{,}5$

b) $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)$

c) $\frac{5}{3} : \left(-\frac{1}{2}\right)$

d) $\left(-\frac{2}{3}\right) : \left(-\frac{1}{5}\right)$

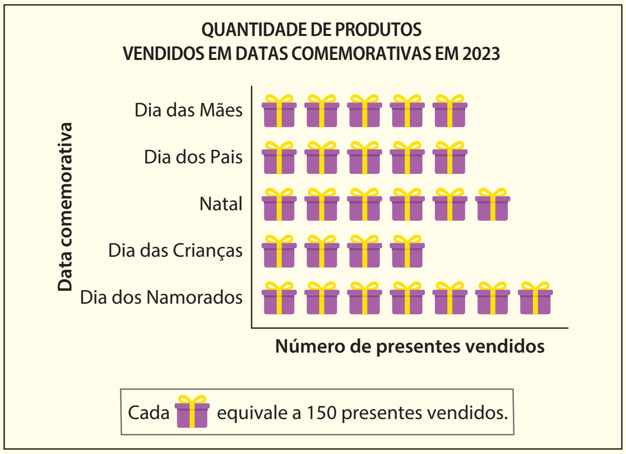
I) $\frac{3}{10}$

II) $\frac{10}{3}$

III) $-\frac{3}{10}$

IV) $-\frac{10}{3}$

5. O pictograma a seguir apresenta a quantidade de produtos vendidos em certa loja de presentes nas principais datas comemorativas.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela loja em janeiro de 2024.

a) Entre as opções do gráfico, em qual data a loja vendeu mais presentes? Quantos foram vendidos?

b) Se o ícone escolhido para representar os dados equivalesse a 75 presentes vendidos, quantos ícones haveria na data referente ao Natal?

Resoluções e comentários da avaliação

1. Nesta questão, possíveis equívocos estão relacionados à noção de generalização. Ao indicar as alternativas **a**, **b** ou **c**, os estudantes devem ter pensado em números maiores que 1, sem considerar que a afirmação nem sempre é verdadeira. Para intervir, apresente exemplos e contraexemplos numéricos, maiores ou menores que 1, para que a abstração aconteça, ressaltando a importância de analisar diferentes intervalos numéricos.

   alternativa **d**

2. O estudante que indicou a alternativa **a** ou **b** possivelmente não reconhece a necessidade na ordem de cálculo em expressões numéricas com as operações básicas. Pode ocorrer, ainda, que alguns estudantes não reconheçam a prioridade da potenciação e da radiciação sobre as demais operações e marquem a alternativa **d**. Esse pode ser o momento oportuno para verificar o conhecimento prévio deles em relação à ordem de cálculo em expressões numéricas com operações básicas envolvendo números inteiros e racionais, enfatizando que existe uma ordem para efetuar as operações em uma expressão numérica: potenciação, multiplicação e divisão e, por último, adição e subtração, tomando os necessários cuidados na presença de parênteses, colchetes e chaves, eliminando-os nesta ordem: parênteses, colchetes e chaves.

   alternativa **c**

3. Para resolver esta atividade, os estudantes precisam reconhecer as propriedades da potenciação em sua representação algébrica, levando em consideração que elas são válidas para qualquer número racional a diferente de zero e m e n, números inteiros. Possíveis equívocos estão relacionados ao fundamento ou aos processos envolvidos nas operações de potenciação com números racionais, principalmente por causa da generalização. Alguns podem não pensar em contraexemplos como uma estratégia válida para verificar as igualdades ou considerar que as propriedades da potenciação com números inteiros não valem quando a base é um número racional diferente de zero e seus expoentes são números inteiros. A observação de regularidades a partir de exemplos numéricos evita que os estudantes busquem memorizar as propriedades sem que elas façam sentido para eles. Se achar conveniente, peça que justifiquem as alternativas que julgarem falsas.

   verdadeiras: **b**, **d**, **e**, **g**; falsas: **a**, **c**, **f**, **h**

4. Possíveis equívocos estão relacionados aos processos envolvidos nas operações de multiplicação ou divisão com números racionais, na regra de sinal, na conversão da escrita na forma fracionária para a forma decimal, no posicionamento da vírgula no algoritmo, entre outros. Analise as respostas e os registros apresentados pelos estudantes e verifique se eles estão efetuando os cálculos com os valores absolutos para só depois analisar o sinal do resultado, se reconhecem que o produto de dois ou mais números na forma de fração tem como numerador o produto dos numeradores e como denominador o produto dos denominadores, e, se na divisão com frações, multiplica-se a primeira pelo inverso da segunda.

   a-III; **b**-I; **c**-IV; **d**-II

5. Para resolver esta questão, os estudantes precisam reconhecer que os dados do gráfico são representados por meio de figuras e que o valor unitário da figura está indicado na legenda, de tal modo que, para determinar a quantidade de presentes vendidos em certa data comemorativa, é preciso multiplicar esse valor pela quantidade de ícones. Caso apresentem respostas diferentes da esperada, é possível que tenham dificuldade em estabelecer essa relação, por exemplo, apresentando respostas apenas pela quantidade de ícones. Na alternativa **b**, alguns podem achar que, se a representação do ícone for reduzida pela metade, a quantidade de ícones no Natal (6) também seria reduzida pela metade (3), ao invés de dobrar (12).

   a) Dia dos namorados; 1050 presentes

   b) 12 ícones

Capítulo 5 – Grandezas e medidas

Objetivos	Questões
Identificar a unidade de medida mais adequada conforme o tipo de grandeza em estudo.	1
Expressar medidas de comprimento em metro, seus múltiplos e submúltiplos.	2
Efetuar adições entre medidas de tempo representadas a partir de hora, minuto e segundo.	3
Resolver problema envolvendo unidades de medidas de massa.	4
Resolver problema envolvendo medida de volume e de capacidade de paralelepípedos.	5
Reconhecer que toda medida é empírica.	6

1. Copie e complete o quadro, substituindo cada ■ pela unidade de medida mais adequada, conforme o Sistema Internacional de Unidades (SI), escolhida entre as seguintes opções: grama, metro, metro quadrado, metro cúbico.

Tipo de informação	Unidade de medida
Medida de volume de água que pode ser armazenado em um reservatório.	■
Medida de massa de um livro.	■
Medida da altura de um poste de iluminação.	■
Medida de área de uma quadra esportiva.	■

2. Copie e complete as expressões a seguir, substituindo cada ■ pela medida correta, considerando as unidades de medida indicadas.

   a) 15 cm = ■ m

   b) 120 m = ■ km

   c) 30 mm = ■ cm

   d) 10 dam = ■ dm

3. O triatlo é uma modalidade esportiva na qual o atleta deve, em uma única prova, cumprir etapas de natação, ciclismo e corrida.

   Andressa é uma atleta dessa modalidade e, em seu último campeonato, conseguiu concluir a prova de natação em 19 min 45 s, a de ciclismo em 59 min 15 s e a de corrida em 34 min 18 s.

Qual foi a medida de tempo total obtida por Andressa nesse campeonato?

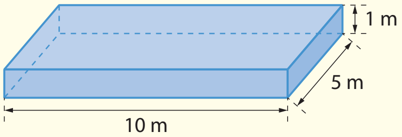
a) 1 h 53 min 18 s
b) 1 h 12 min 78 s
c) 1 h 13 min 18 s
d) 52 min 18 s

4. Em uma fazenda, 15 toneladas de grãos foram armazenadas em um silo. Essa quantidade será distribuída em caminhões que carregam, no máximo, 500 kg de grãos para que possam ser transportados e vendidos em uma cooperativa.

Quantos caminhões serão necessários para fazer esse transporte?

a) 10
b) 15
c) 20
d) 30

5. Na área comum de um hotel foi instalada uma piscina no formato de um paralelepípedo, cujas dimensões são indicadas na figura a seguir.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é a medida de volume dessa piscina?
b) Quantos litros de água são necessários para preencher completamente essa piscina?

6. Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

a) A temperatura ambiente pode influenciar nos resultados de uma medição.
b) O resultado de toda medição é exato.
c) Podemos obter resultados diferentes para uma mesma grandeza ao utilizar instrumentos distintos.
d) Todos os instrumentos de medida de um mesmo tipo geram sempre os mesmos resultados na medição.

Resoluções e comentários da avaliação

1. Para resolver esta atividade, o estudante precisa identificar a unidade de medida mais adequada para ser utilizada, considerando que o metro é usado para medidas de comprimento; o grama, para medidas de massa; o metro quadrado, para medidas de área; e o metro cúbico, para medidas de volume. Para favorecer esse reconhecimento, pode ser proposta aos estudantes a leitura de reportagens em jornais, revistas e na internet que contemplem essas unidades de medida, de modo que identifiquem os contextos nos quais elas são aplicadas e, portanto, a qual tipo de grandeza se referem.

Tipo de informação	Unidade de medida
Medida de volume de água que pode ser armazenado em um reservatório.	Metro cúbico
Medida de massa de um livro.	Grama
Medida da altura de um poste de iluminação.	Metro
Medida de área de uma quadra esportiva.	Metro quadrado

2. Para esta questão, o estudante deve efetuar as conversões entre as unidades de medida de comprimento, considerando o metro, seus múltiplos e submúltiplos. Para isso, é importante retomar as relações que podem ser estabelecidas entre essas medidas, construindo esquemas que auxiliem na comparação, se necessário.

a) 0,15
b) 0,12
c) 3
d) 10 000

3. Se optar pela alternativa **b**, o estudante pode ter dificuldade em reconhecer que 1 h = 60 min e que 1 min = 60 s, considerando erroneamente as relações com base em potências de 10, em vez de 60. Se indicar a alternativa **c**, pode ter dificuldade em reconhecer as relações entre hora e minuto, apesar de reconhecer as relações entre minuto e segundo corretamente. E, se indicar a alternativa **d**, ele pode ter dificuldade em fazer as conversões entre hora, minuto e segundo.

alternativa **a**

4. Para resolver esta questão, o estudante deve identificar a correspondência entre quilograma e tonelada, a fim de efetuar uma divisão e solucionar o problema. Se optar pela alternativa **a**, pode ter dificuldade em diferenciar as unidades de medida tonelada e quilograma, bem como em compará-las para a obtenção do resultado correto. Se indicar a alternativa **b**, pode ter considerado que cada caminhão carrega 1 000 kg, em vez de 500 kg, ou pode apenas ter escolhido um dos valores presentes no enunciado. E, se indicar a alternativa **c**, possivelmente a dificuldade está na interpretação dos dados presentes no enunciado e na associação entre os dados para a obtenção do resultado.

alternativa **d**

5. Para a resolução desta atividade, o estudante precisa saber tanto a medida de volume interno quanto a medida de capacidade de um recipiente com formato de paralelepípedo, empregando as unidades de medida correspondentes. As dificuldades manifestadas podem se dar em relação ao cálculo da medida de volume de um paralelepípedo e ao reconhecimento da unidade de medida correspondente. Além disso, podem ter dificuldade no entendimento dos conceitos de volume e de capacidade por meio da associação entre metro cúbico e litro. Para isso, pode ser realizado um trabalho de retomada de conteúdos visando reforçar as relações entre essas unidades de medida.

a) 50 metros cúbicos
b) 50 000 litros

6. Para resolver esta questão, o estudante precisa considerar que toda medida empírica, ou seja, obtida por meio de instrumentos de medida, é aproximada, podendo ocorrer diferenças de acordo com o instrumento de medida utilizado. Além disso, precisa perceber que outros fatores podem influenciar nas medições, como é o caso da temperatura ambiente, visto que pode ocorrer dilatação das dimensões do instrumento, por exemplo. A fim de contribuir para a compreensão desse assunto, podem ser feitos experimentos práticos, nos quais os estudantes comparem diferentes instrumentos de uma mesma categoria, como réguas de tamanhos e materiais diferentes, levantando os assuntos abordados na questão e validando-os na prática.

verdadeiras: **a**, **c**; falsas: **b**, **d**

Capítulo 6 – Cálculo algébrico

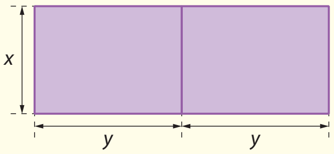
Objetivos	Questões
Construir uma expressão algébrica para descrever uma situação.	1
Construir e calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.	2
Simplificar expressões algébricas.	3
Construir a expressão algébrica que descreve o termo geral de uma sequência numérica.	4
Reconhecer a expressão do termo geral que descreve uma sequência numérica recursiva.	5
Calcular a média associada a um conjunto de dados.	6

1. O preço do ingresso de cinema para um adulto é R$ 12,00 e, para uma criança até 12 anos, R$ 6,00.

Qual das seguintes expressões algébricas descreve corretamente o valor arrecadado pelo cinema com a venda de x ingressos para adultos e y ingressos para crianças até 12 anos?

a) $x + y + 18$
b) $x + y$
c) $12x + 6y$
d) $12 + 6$

2. Observe a figura a seguir.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual expressão representa a medida do perímetro dessa figura?

b) Determine a medida do perímetro da figura para $x = 2$ cm e $y = 3$ cm.

3. Associe cada expressão algébrica ao seu resultado, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.

a) $x + x + 2y + x$
b) $4x + y - 3y$
c) $2x + 5y - 2y$
d) $3x - y - x$

I) $4x - 2y$
II) $2x + 3y$
III) $3x + 2y$
IV) $2x - y$

4. Considere a seguinte sequência numérica cujos primeiros termos são: (2, 4, 6, 8, 10, ...).

Como pode ser escrito o enésimo termo dessa sequência, em que n é um número natural maior ou igual a 1.?

a) $a_n = n + 2$
b) $a_n = 2n$
c) $a_n = 2n - 1$
d) $a_n = n$

5. A sequência numérica a seguir consiste em uma sequência recursiva: (1, 3, 9, 27, 81, ...).

Qual das seguintes alternativas apresenta uma maneira de expressar um termo qualquer dessa sequência a partir do termo anterior? (Considere n é um número natural maior ou igual a 1.)

a) $a_1 = 1$ e $a_{n+1} = 3n$
b) $a_1 = 3$ e $a_{n+1} = 3n$
c) $a_1 = 1$ e $a_{n+1} = 3 + n$
d) $a_1 = 3$ e $a_{n+1} = 3 + n$

6. Na tabela a seguir são apresentadas as idades dos estudantes de uma turma da escola de dança Superstar no final de 2021.

Idades dos estudantes da turma da escola Superstar (2021)

Idades	Quantidade de estudantes
12 anos	2
13 anos	5
14 anos	10
15 anos	3

Dados obtidos pela escola Superstar em dezembro de 2021.

Determine a idade média dos estudantes dessa turma.

Resoluções e comentários da avaliação

1. Para resolver esta questão, o estudante precisa construir uma expressão algébrica que represente o valor arrecadado pelo cinema com a venda de dois tipos de ingresso. Se indicar a alternativa **a**, ele pode apenas ter escolhido uma expressão que envolve os principais dados presentes no enunciado. Ao indicar a alternativa **b**, pode ter interpretado o enunciado de forma incorreta, considerando o total de ingressos vendidos, e não o valor arrecadado. E, se optar pela alternativa **d**, possivelmente considerou apenas um ingresso de cada tipo, sem levar em conta as variáveis x e y.

alternativa **c**

2. Na resolução desta atividade, o estudante deve construir uma expressão algébrica que descreva a medida do perímetro da figura apresentada e calcule a medida do perímetro, atribuindo valores para as variáveis x e y. Um primeiro ponto de atenção é a respeito da compreensão do conceito de perímetro, além da interpretação da figura como uma composição de duas partes que compõem uma única região. Em relação ao estudo das expressões algébricas, os estudantes podem ter dificuldade para construir a expressão, com a identificação correta das operações envolvidas, e para calcular a medida do perímetro, utilizando os valores numéricos atribuídos às variáveis e o uso da expressão algébrica nesse sentido. Por isso, é importante acompanhá-los na resolução, fazendo intervenções e correções necessárias, de acordo com as dúvidas manifestadas por eles.

a) $2x + 4y$
b) 16 cm

3. A proposta aqui é a simplificação de expressões algébricas, o que exige o reconhecimento dos termos semelhantes para que possam fazer os agrupamentos e construir uma expressão na qual cada variável seja indicada em um único termo. Eles podem apresentar dificuldades quanto ao reconhecimento dos termos semelhantes e em sua simplificação, principalmente quando envolve a operação de subtração, visto que podem ter dúvidas em identificar qual operação devem utilizar para simplificar os termos semelhantes. Assim, é importante reforçar a estrutura da expressão algébrica, de tal forma que reconheçam os procedimentos adequados em sua simplificação.

a-III; **b**-I; **c**-II; **d**-IV

4. Para esta questão, o estudante precisa escolher, entre as opções, aquela que descreve corretamente o termo geral da sequência apresentada, que consiste na sequência dos números naturais pares maiores que zero. Se assinalar a alternativa **a**, possivelmente não consegue relacionar n com a posição do termo na sequência, apesar de reconhecer que a diferença entre termos sucessivos é igual a 2. Se marcar as alternativas **c** ou **d**, pode demonstrar dificuldades em reconhecer o padrão da sequência, bem como em descrevê-lo na forma de uma expressão algébrica.

alternativa **b**

5. Para resolver esta atividade, o estudante precisa compreender o que é uma sequência numérica recursiva e reconhecer a expressão que define um termo qualquer dessa sequência com base nos termos anteriores. Se assinalar a alternativa **b**, possivelmente tem dificuldade em reconhecer que a_1 representa o primeiro termo da sequência. Se marcar as alternativas **c** ou **d**, possivelmente tem dificuldades em construir uma expressão algébrica que forneça os termos de uma sequência. No caso da alternativa d, também não consegue reconhecer corretamente o primeiro termo da sequência com base na notação específica.

alternativa **a**

6. Para a resolução desta questão, o estudante deve calcular a média aritmética ponderada associada ao conjunto de dados, visto que eles estão agrupados de acordo com a tabela apresentada. Nesse caso, podem ser manifestadas dificuldades quanto à interpretação do gráfico e para perceber que existem mais do que um estudante em cada categoria, o que interfere no reconhecimento da média aritmética ponderada como estratégia ideal para o cálculo das médias. Uma possibilidade para favorecer essa percepção consiste em solicitar que façam a listagem das idades dos 20 estudantes representados na tabela, de modo a perceberem que é necessário considerar todos eles no cálculo de média.

13,7 anos

Capítulo 7 - Equações e inequações do 1º grau

Objetivos	Questões
Reconhecer uma equação por meio de símbolos e notações utilizadas.	1
Representar uma situação por meio de uma equação do 1º grau com uma incógnita.	2 e 3
Resolver um problema empregando equação do 1º grau com uma incógnita.	4 e 5
Resolver inequações polinomiais de 1º grau com uma incógnita.	6

1. Qual das seguintes alternativas apresenta uma equação?

a) $3 + 7 = 10$

b) $4 + x = 8$

c) $x + 3 > 5$

d) $x + 7$

2. Otávio comprou x pacotes de farinha de trigo pelo preço de 4 reais o pacote. Ele gastou 16 reais nessa compra.

Qual alternativa indica a equação que descreve o número x de pacotes de farinha de trigo que Otávio comprou?

a) $4x = 16$

b) $4 + x = 16$

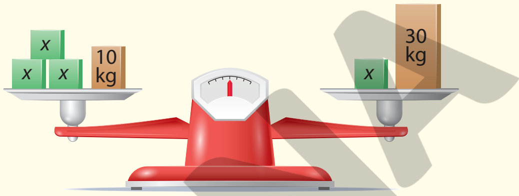
c) $x = 16 + 4$

d) $4x + 16$

3. Copie e complete o quadro, substituindo cada ■ pela equação correspondente, de acordo com a informação presente na primeira coluna.

Informação	Equação
O dobro de um número x é 4.	■
Um número x adicionado a 5 é igual a 9.	■
O quadrado de um número x é igual a 4.	■
Um número x adicionado a 5 é igual a –8.	■

4. A balança a seguir está em equilíbrio.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a medida de massa x desconhecida, em quilograma?

a) 10 kg

b) 20 kg

c) 30 kg

d) 40 kg

5. Rodrigo comprou uma televisão por R$ 1 500,00. Ele pagou R$ 300,00 de entrada e o restante dividiu em 6 parcelas iguais.

Qual é o valor de cada parcela?

a) R$ 150,00

b) R$ 200,00

c) R$ 300,00

d) R$ 600,00

6. Associe cada inequação à sua solução, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes. Considere $U = \mathbb{Q}$.

a) $3x + 2 > 5$

b) $x - 4 < 2$

c) $x - 2 > 1$

d) $2x + 3 < 7$

I) $x > 3$

II) $x < 2$

III) $x < 6$

IV) $x > 1$

Resoluções e comentários da avaliação

1. Para resolver esta questão, o estudante precisa identificar qual das opções consiste em uma equação. Assim, caso indique a alternativa **a**, possivelmente reconhece que uma equação precisa apresentar uma igualdade, porém tem dificuldade para perceber que a sentença matemática não apresenta incógnita e, portanto, não é uma equação. Se o estudante optar pelas alternativas **c** ou **d**, pode não reconhecer a igualdade como um fator essencial na construção de uma equação.

alternativa **b**

2. Para esta questão, o estudante deve reconhecer qual equação descreve corretamente a situação apresentada. Se indicar as alternativas **b** ou **c**, pode apresentar dificuldades na interpretação dos dados do problema, apesar de compreender a estrutura básica de uma equação. Se optar pela alternativa

d, possivelmente tem dificuldade em compreender o que é uma equação e a necessidade da presença de uma igualdade, além da incógnita, para a constituição de uma equação.

alternativa **a**

3. Para completar o quadro, o estudante precisa interpretar as informações apresentadas, representando-as por meio de uma equação do 1º grau com uma incógnita. Possíveis dúvidas podem surgir em relação ao significado dos termos dobro, quadrado e sua representação utilizando incógnitas. Também podem ser manifestadas dúvidas quanto ao uso da letra na representação da incógnita e o posicionamento correto dela na expressão. Outra dificuldade consiste em reconhecer a operação que precisa ser considerada na construção da equação, bem como a posição correta do sinal de igualdade. Assim, pode ser feita uma retomada do conteúdo a fim de contribuir para a construção das equações, apresentando outros exemplos que complementem o trabalho com a questão.

Informação	Equação
O dobro de um número x é 4.	$2x = 4$
Um número x adicionado a 5 é igual a 9.	$x + 5 = 9$
O quadrado de um número x é igual a 4.	$x^2 = 4$
Um número x adicionado a 5 é igual a –8.	$x + 5 = -8$

4. Para esta questão, o estudante precisa reconhecer a medida de massa x desconhecida, considerando que a balança está em equilíbrio. Se indicar a alternativa **b**, ele pode apenas ter calculado a diferença entre as medidas de massa conhecidas presentes na figura. Se optar pela alternativa **c**, a escolha pode ter sido feita em função de um dado presente no enunciado. Se indicar a alternativa **d**, o estudante pode ter dificuldades em resolver a equação, principalmente no que se refere ao emprego de operações inversas para o isolamento da incógnita, calculando, nesse processo, 30 + 10, em vez de 30 – 10.

alternativa **a**

5. Para resolver esta situação, o estudante deve construir uma equação do 1º grau com uma incógnita ou ao menos empregar mentalmente os procedimentos necessários para a resolução do problema. Se indicar a alternativa **a**, pode ter selecionado um número aleatório, mas que emprega os mesmos algarismos de informações do enunciado. Se indicar a alternativa **c**, pode ter escolhido um número presente no enunciado. Se optar pela alternativa **d**, pode ter dificuldade em reconhecer as operações que precisam ser empregadas na construção e na resolução da equação.

alternativa **b**

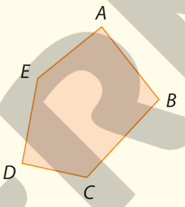
6. Para esta questão, o estudante deve resolver cada inequação do 1º grau com uma incógnita e associá-la à solução correspondente. Podem ser manifestadas dificuldades quanto aos procedimentos necessários para obter a solução, como as operações que precisam ser efetuadas. Para sanar possíveis dúvidas, pode ser feito um comparativo com as equações do 1º grau com uma incógnita, analisando as estratégias utilizadas em sua resolução e fazendo uma transposição para o caso das inequações do 1º grau com uma incógnita, estando atento ao sinal da desigualdade presente na expressão.

a-IV; **b**-III; **c**-I; **d**-II

Capítulo 8 – Polígono, circunferência e círculo

Objetivos	Questões
Reconhecer os principais elementos presentes em um polígono e sua classificação quanto ao número de lados.	1
Identificar as principais propriedades de um polígono regular.	2
Identificar segmentos que correspondem à medida de comprimento do raio de uma circunferência.	3
Resolver um problema envolvendo o estudo do raio e do diâmetro de uma circunferência.	4
Determinar a medida de abertura do ângulo associado a um setor em um gráfico de setores.	5

1. Observe o polígono a seguir.



A partir dele, classifique as afirmações a seguir em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

a) O polígono pode ser classificado como não convexo.

b) Os vértices do polígono são $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{AE}$.

c) O polígono tem 5 diagonais.

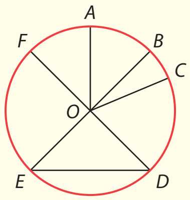
d) O polígono tem 5 ângulos internos.

e) O polígono é um pentágono.

2. Copie e complete a frase a seguir, substituindo cada ■ pelo termo correto, de acordo com as características de um polígono regular.

Um polígono regular tem todos os ■ de mesma medida de abertura e todos os ■ de mesma medida de comprimento.

3. A figura a seguir ilustra uma circunferência de centro O e alguns segmentos construídos a partir de seus pontos.



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Qual das alternativas a seguir contém apenas segmentos que podem ser classificados como raios dessa circunferência?

a) $\overline{AO}$ e $\overline{ED}$

b) $\overline{FD}$ e $\overline{OC}$

c) $\overline{BE}$ e $\overline{OF}$

d) $\overline{OB}$ e $\overline{OD}$

4. Gustavo comprou duas rodas de bicicleta pela internet. Cada roda veio armazenada em uma caixa de papelão com dimensões 60 cm × 60 cm × 7 cm. Desconsiderando a espessura do papelão, qual é a medida máxima do comprimento do raio de cada roda dessa bicicleta?

- **a)** 15 cm
- **b)** 20 cm
- **c)** 30 cm
- **d)** 60 cm

5. A professora Alice fez uma pesquisa com os 30 estudantes de uma turma de 7º ano para saber quantos irmãos cada um deles tem. Os dados foram organizados na tabela apresentada a seguir.

Quantidade de irmãos dos estudantes do 7º ano A

Quantidade de irmãos	Porcentagem de estudantes
Nenhum irmão	15%
1 irmão	30%
2 irmãos	25%
3 irmãos ou mais	30%

Dados obtidos pela professora Alice em novembro de 2022.

Para construir um gráfico de setores que represente esses dados, qual será a medida de abertura do ângulo do setor correspondente à categoria “2 irmãos”?

Resoluções e comentários da avaliação

1. Para classificar as afirmações em verdadeiras ou falsas, o estudante precisa analisar o polígono apresentado e reconhecer seus elementos. As dificuldades manifestadas durante a resolução podem estar associadas a dúvidas na diferenciação entre polígonos convexos e não convexos, bem como na classificação quanto ao número de lados. Também podem estar relacionadas à dificuldade em reconhecer os elementos presentes em um polígono e sua identificação com base na figura apresentada. Podem ser feitas intervenções e retomadas do conteúdo sobre a definição de polígono e seus elementos, partindo de figuras com formatos diversos, e não apenas com os formatos regulares.

verdadeiras: **c**, **d**, **e**; falsas: **a**, **b**

2. Para completar a frase, o estudante precisa identificar as principais características que definem os polígonos regulares. Assim, dúvidas podem surgir em relação às informações da figura descrita, já que podem pensar em apenas um caso, como um triângulo equilátero ou quadrado, por exemplo, sem considerar que essa definição deve ser válida para qualquer quantidade de lados. Para favorecer a compreensão do tópico considerado, pode ser proposto um trabalho complementar de investigação de polígonos diversos, com a medição de comprimento de lados e de abertura de ângulos internos para a verificação das relações presentes na definição.

ângulos; lados

3. Espera-se que o estudante observe cada segmento presente na figura, considerando os pontos extremos e identificando os raios da circunferência. Se ele optar pela alternativa **a**, possivelmente tem dificuldade para identificar o raio, escolhendo apenas uma opção aleatória, mas pode manifestar uma compreensão de que raio e diâmetro são segmentos com propriedades diferentes. Se o estudante indicar as alternativas **b** ou **c**, provavelmente tem dificuldade em diferenciar raios e diâmetros de uma circunferência.

alternativa **d**

4. O estudante precisa interpretar o enunciado e identificar a medida do comprimento do raio da roda da bicicleta. Se optar pela alternativa **a**, ele pode ter dificuldade na interpretação do enunciado, considerando, por exemplo, que as duas rodas estejam armazenadas lado a lado em uma única caixa, apesar de manifestar indícios da compreensão dos conceitos de raio e de diâmetro. Se indicar a alternativa **b**, o estudante pode ter dificuldade em determinar a medida do comprimento do raio, efetuando um cálculo incorretamente. Se marcar a alternativa **d**, pode ter dificuldade em diferenciar raio e diâmetro.

alternativa **c**

5. Para resolver esta questão, o estudante precisa calcular qual será a medida angular do setor que corresponde à categoria “2 irmãos”, considerando os dados presentes na tabela, para que seja possível construir um gráfico de setores correspondente. Podem surgir dificuldades quanto à interpretação do problema, mas principalmente em relação à estratégia e aos procedimentos que devem ser adotados para o cálculo da medida de abertura do ângulo solicitado (porcentagem de uma quantidade). Se necessário, pode ser feito um trabalho paralelo com o uso da calculadora e de *softwares*, como uma planilha eletrônica, no sentido de favorecer a compreensão do significado da medida de abertura desse ângulo em relação ao todo. Também pode ser proposta a validação das respostas por meio do cálculo da medida de abertura dos ângulos correspondentes a todos os setores e a construção do gráfico utilizando compasso, régua e transferidor, realizando as medições corretas para cada setor e a interpretação do resultado, fazendo uma comparação com a tabela que deu origem a ele.

90°

Capítulo 9 – Triângulos e quadriláteros

Objetivos	Questões
Classificar quadriláteros e identificar suas propriedades.	1
Determinar as medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo.	2 e 4
Identificar as aplicações dos triângulos.	3
Analisar os dados apresentados em um gráfico de setores.	5

1. Observe os quadriláteros.

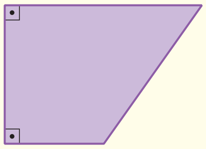


Figura A

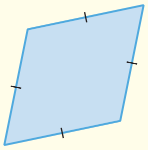


Figura B

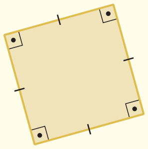


Figura C

Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

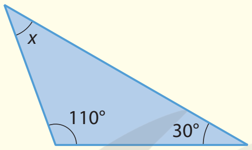
a) A figura *A* é um trapézio isósceles.

b) A figura *C* é um retângulo e não é um losango.

c) A figura *B* é um trapézio.

d) A figura *B* é um losango e um quadrado.

2. Identifique a alternativa que apresenta a medida de abertura do ângulo x indicado na imagem.



a) 40°

b) 50°

c) 60°

d) 70°

3. Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

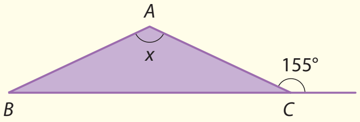
a) Estruturas com formato triangular são muito utilizadas na construção civil, já que são rígidas.

b) Não é indicado utilizar estruturas com formato de triângulos na construção de telhados de casas.

c) Os triângulos podem sofrer deformações, pois é possível alterar a medida de abertura de seus ângulos internos sem mudar a medida de comprimento dos lados.

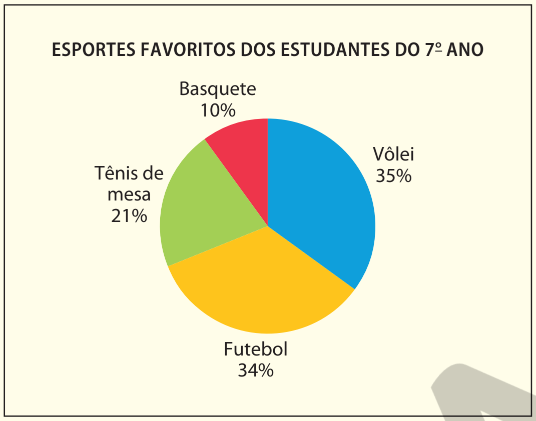
d) Uma estrutura com formato de retângulo não é rígida.

4. Determine a medida de abertura do ângulo *x*, sabendo que o triângulo *ABC* é isósceles.



a) 130° **b)** 25° **c)** 65° **d)** 105°

5. A professora Ana fez uma pesquisa sobre o esporte favorito dos estudantes do 7º ano. Observe o gráfico resultante dos dados coletados por ela.



ESPORTES FAVORITOS DOS ESTUDANTES DO 7º ANO

Dados obtidos pela professora Ana em dezembro de 2023.

a) Foram entrevistados 50 estudantes no total. Quantos preferem basquete?

b) Qual foi o esporte favorito da maioria dos estudantes?

c) Qual é a porcentagem total de estudantes que escolheram vôlei ou tênis de mesa? Juntos, eles são a maioria?

Resoluções e comentários da avaliação

1. O estudante que indicou a alternativa **a** como verdadeira pode ter confundido o tipo de trapézio ou apenas o nome de sua classificação. O que optou pela alternativa **b** como verdadeira pode ter se esquecido de que um quadrado também é um retângulo ou não ter percebido que essa figura tem todas as características de um losango. O estudante que indicou a alternativa **c** como verdadeira pode ter dificuldade de diferenciar losango e trapézio. Para ajudar aqueles que apresentarem alguma dificuldade, revise a definição de retângulo, losango e trapézio. Além disso, pode ser interessante dar exemplos dos diferentes tipos de trapézio e explicar as diferenças entre eles.

verdadeira: **d**; falsas: **a**, **b**, **c**

2. Caso algum estudante indique uma alternativa diferente da **a**, é provável que não tenha assimilado que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180° ou tenha cometido equívoco no cálculo necessário. No caso das alternativas **c** e **d**, por exemplo, pode ser que o estudante tenha associado o ângulo faltante ao complementar ou ao suplementar dos ângulos indicados na imagem, respectivamente. Caso haja dificuldade, peça a eles que adicionem as medidas de abertura dos ângulos já conhecidos com a medida indicada em cada alternativa e, assim, verifiquem se soma é maior, menor ou igual a 180°.

alternativa **a**

3. O estudante que julgar como verdadeira a alternativa **b** provavelmente não se recorda de estruturas triangulares em construções de telhados, especialmente em telhados aparentes, ou talvez considere apenas o formato da superfície do telhado, e não o da estrutura interna. Aquele que julgar como verdadeira a alternativa **c** talvez não reconheça a condição de rigidez do triângulo, mas pode manifestar, em outros itens, uma compreensão de que esse formato favorece aplicações na construção de

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

estruturas arquitetônicas. O que julgar falsa a alternativa **d**, possivelmente não reconhece que outros polígonos podem sofrer deformação.

verdadeiras: **a**, **d**; falsas: **b**, **c**

4. O estudante que indicou a alternativa **b** pode ter calculado a diferença entre 155° e 180°, obtendo o ângulo interno suplementar ao ângulo dado na imagem, ou se equivocou na interpretação visual do triângulo e considerou que o ângulo *x* também possui essa medida de abertura, pois o triângulo é isósceles. Se optou pela alternativa **c**, pode ter calculado o suplementar do ângulo interno cuja abertura mede 25°. Se julgou verdadeira a a alternativa **d**, talvez tenha calculado a diferença entre 155° e 50°, ou seja, a diferença entre a medida de abertura do ângulo dado e a soma das medidas de abertura dos ângulos da base. Pode ocorrer também de alguns estudantes não reconhecerem a relação entre a medida de abertura de um ângulo interno e de um ângulo formado pelo prolongamento de seu lado consecutivo.

alternativa **a**

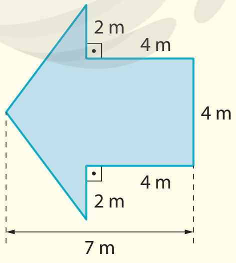
5. Possíveis equívocos nesta questão estão relacionados à interpretação do gráfico de setores ou ao cálculo de porcentagem de uma quantidade (alternativa **a**). Na alternativa **b**, caso algum estudante responda que o esporte favorito da maioria dos estudantes é futebol, ele pode estar levando em consideração sua opinião pessoal ou ter comparado o tamanho dos setores, em vez das porcentagens, que nesse caso são muito próximas.

a) 5 estudantes **b)** vôlei **c)** 56%; sim

Capítulo 10 – Medida de área de quadriláteros e de triângulos

Objetivos	Questões
Calcular a medida de área de polígonos pela decomposição em outras figuras.	1
Calcular a medida de área de quadrados, triângulos e losangos.	2
Identificar as expressões de medida de área de triângulo, losango, paralelogramo e quadrado.	3
Determinar o tipo de gráfico mais adequado em uma situação.	4

1. Qual é a medida de área da figura?



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

a) 28 m²
b) 25 m²
c) 30 m²
d) 26,5 m²

2. Associe cada item, de acordo com a figura descrita e a medida de sua área. Para isso, escreva a letra e o símbolo romano correspondentes.

a) Um quadrado cujos lados medem 6 cm de comprimento.

b) Um triângulo cujo lado mede 6 cm de comprimento e a altura relativa a esse lado também mede 6 cm de comprimento.

c) Um losango cujas diagonais medem 10 cm e 8 cm de comprimento.

I) 18 cm²
II) 36 cm²
III) 40 cm²

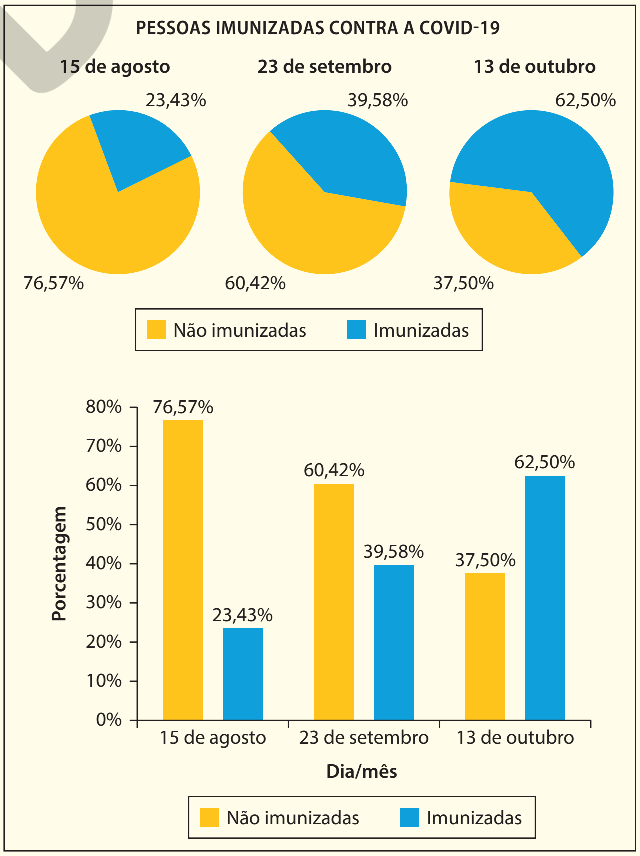
3. Classifique cada afirmação em verdadeira (**V**) ou falsa (**F**).

a) A medida de área do losango cujas medidas de comprimento das diagonais medem d_1 e d_2 é dada por $A = \frac{d_1 + d_2}{2}$.

b) A medida de área do trapézio cujas medidas de comprimento da altura da base menor e da base maior são a, b_1 e b_2, respectivamente, é dada por $A = \frac{a + (b_1 \cdot b_2)}{2}$.

c) A medida de área do triângulo cujos comprimentos da base e da altura relativa a essa base medem b e a, respectivamente, é dada por $A = \frac{b \cdot a}{2}$.

4. A professora Graziela fez uma pesquisa para saber a porcentagem de pessoas imunizadas contra a covid-19 em sua comunidade até os dias 15 de agosto, 23 de setembro e 13 de outubro de 2021. Observe as informações obtidas por ela nos gráficos a seguir.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela professora Graziela em novembro de 2021.

a) Qual gráfico representa mais claramente a evolução da porcentagem de vacinados ao longo do tempo?

b) Em qual tipo de gráfico é possível comparar melhor, em determinado mês, a relação entre a quantidade de vacinados?

Resoluções e comentários da avaliação

1. Para resolver esta questão, os estudantes precisam decompor o polígono em duas ou mais figuras cuja medida de área saibam calcular. Espera-se que decomponham o polígono em um quadrado cujos lados medem 4 m de comprimento, além de um triângulo com a medida de comprimento de um dos lados igual a 8 m e a da altura relativa a esse lado igual a 3 cm. Possíveis equívocos estão relacionados à maneira como fizeram essa decomposição e, principalmente, como identificaram tais medidas no triângulo, considerando, por exemplo, que o comprimento da base mede 6 cm (alternativa **b**), o da altura relativa à base mede 3,5 cm (alternativa **c**), ou ambas (alternativa **d**).

alternativa **a**

2. Para resolver esta questão, os estudantes precisam saber calcular a medida de área de quadrados, de triângulos e de losangos. Nesse processo, alguns podem usar expressões de cálculo equivocadas, como multiplicar as medidas de comprimento dos lados do triângulo (**b**-II), adicionar as medidas de comprimento das diagonais do losango (**c**-I), não considerar a divisão por 2, entre outras. Pode ser realizado um trabalho de retomada de conteúdos visando reforçar decomposições e composições para estabelecer a expressão de cálculo por meio da ideia de figuras equidecomponíveis. Se julgar necessário, resolva no quadro cada alternativa.

a-II; **b**-I; **c**-III

3. Para classificar as alternativas desta questão, os estudantes devem conhecer as expressões da medida de área do triângulo, do losango e do trapézio. Possíveis equívocos estão relacionados à noção de generalização e à falta de atenção ao não perceberem a troca ou inversão dos operadores. Por isso, é importante apresentar diversos exemplos numéricos para que a abstração aconteça de forma natural. Se achar conveniente, peça que justifiquem as alternativas que julgam ser falsas.

verdadeira: **c**; falsas: **a** e **b**

4. Espera-se que os estudantes reconheçam que o gráfico de setores apresenta de forma mais clara a diferença entre a porcentagem de vacinados e não vacinados em uma data específica, mas que o gráfico de colunas é mais claro ao apresentar o crescimento no percentual de vacinados ao longo do tempo. O estudante que julgar o contrário, provavelmente considerou a comparação a cada mês ou não percebeu diferenças significativas entre as duas representações. Aproveite a oportunidade e promova um momento de discussão para que apresentem suas opiniões.

a) Espera-se que os estudantes respondam que o gráfico de barras apresenta mais claramente a variação de pessoas vacinadas nos meses apresentados.

b) Espera-se que os estudantes respondam que o gráfico de setores facilita a comparação entre as quantidades de vacinados e não vacinados em determinado mês.

Capítulo 11 – Proporção e aplicações

Objetivos	Questões
Empregar uma fração para representar uma razão entre grandezas.	1
Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais.	2 e 4
Reconhecer as unidades de medida mais adequadas para as grandezas tempo, velocidade, vazão e massa.	3
Resolver um problema envolvendo porcentagens.	5 e 6

1. Em uma partida de handebol, a equipe Ação marcou 40 gols, dos quais 20 foram de Lucas. Qual é a fração irredutível que apresenta a razão entre o número de gols marcados por Lucas e o número total de gols?

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{4}{2}$

d) $\frac{2}{1}$

2. Para preparar um refresco, o fabricante de uma marca de sucos indica dissolver a medida de 1 copo de suco concentrado em 4 copos de água. Se forem utilizados 8 copos de suco concentrado, mantendo a proporção, quantos copos de água serão necessários?

a) 4

b) 8

c) 13

d) 32

3. Associe cada grandeza à sua unidade de medida, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.

a) Velocidade

b) Tempo

c) Vazão

d) Massa

I) Grama

II) Quilômetro por hora

III) Litro por minuto

IV) Hora

4. O quadro a seguir indica o valor gasto para abastecer um automóvel com etanol:

Quantidade de combustível (em litro)	1	2	3	4	5	6
Preço (em real)	5	10	15	20	25	30

Copie e complete a frase a seguir, substituindo o ■ pela informação correta, de acordo com os dados presentes no quadro.

> As grandezas relacionadas no quadro são ■ proporcionais porque à medida que a quantidade de combustível aumenta, o preço cobrado também ■ na mesma proporção.

5. Considere a seguinte promoção de um televisor.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é o valor do desconto no pagamento à vista?

b) Qual é o preço desse televisor para pagamento à vista?

6. Fabiano pretende fazer uma viagem nas suas próximas férias. Para isso, resolveu aplicar uma quantia de R$ 3000,00 em um investimento, a uma taxa de juro simples de 8% ao mês, durante 12 meses. Qual será o montante final dessa aplicação, considerando que Fabiano não tenha gastado nenhum valor dessa quantia?

a) R$ 2760,00

b) R$ 3240,00

c) R$ 4440,00

d) R$ 5880,00

Resoluções e comentários da avaliação

1. Na resolução desta questão, o estudante precisa interpretar a razão que está sendo avaliada e representá-la na forma de uma fração irredutível. Se indicar a alternativa **a**, pode ter dificuldade na simplificação ou ter considerado apenas uma fração que contivesse algum dos algarismos dos números do enunciado. Se indicar a alternativa **c**, pode ter dificuldade em construir a razão solicitada, bem como na simplificação da fração. Se indicar a alternativa **d**, a dificuldade pode estar na interpretação dos dados e na construção da razão solicitada.

alternativa **b**

2. Para resolver esta questão, o estudante precisa reconhecer que as grandezas apresentadas são diretamente proporcionais, bem como a relação de proporcionalidade entre elas. Se indicar as alternativas **a** ou **b**, pode apenas ter escolhido uma opção que contém um dos dados do enunciado, sem associá-los corretamente à solução do problema. Se optar pela alternativa **c**, pode ter dificuldade em efetuar os cálculos para identificação da solução do problema, utilizando adições, em vez de multiplicações e divisões.

alternativa **d**

3. Para esta questão, é necessário que o estudante relacione cada grandeza com a unidade de medida correspondente. As principais dúvidas podem estar relacionadas com os termos e, principalmente, com as grandezas cujas unidades de medida são combinações de outras, como é o caso da medida da velocidade, expressa em quilômetro por hora, ou seja, uma combinação de unidades de medida de comprimento e de tempo. Para favorecer a compreensão desse assunto, podem ser abordados exemplos práticos da utilização de cada unidade e a interpretação dos significados de acordo com cada contexto.

a-II; **b**-IV; **c**-III; **d**-I

4. Para a resolução desta questão, o estudante terá de relacionar as grandezas presentes no enunciado e classificá-las como diretamente proporcionais. Podem ser manifestadas dificuldades quanto às diferenças entre grandezas direta e inversamente proporcionais. Para isso, é essencial uma abordagem com diferentes tipos de grandeza e de contextos, exigindo a interpretação das informações e o reconhecimento das relações entre elas.

diretamente; aumenta

5. Para resolver esta questão, o estudante precisa fazer uma análise inicial acerca do valor do desconto e, na sequência, o valor final após o desconto. Podem surgir dúvidas acerca dessas duas etapas de resolução, bem como no cálculo de porcentagens e na compreensão do desconto como um valor que será subtraído do valor original do produto. Para sanar as dúvidas, pode ser feita uma abordagem com a análise de panfletos e de ofertas veiculadas pelos meios de comunicação e pela internet, de modo que percebam a aplicabilidade desse conteúdo na realidade, bem como retomar as estratégias de cálculo correspondentes.

a) 180 reais

b) 1020 reais

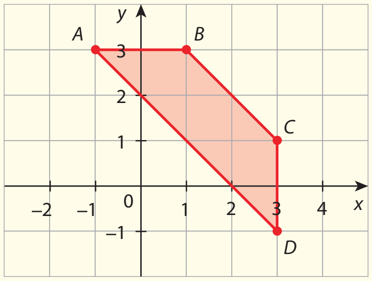
6. Para resolver esta questão, o estudante terá de calcular o montante oriundo de uma aplicação em juro simples. Se indicar a alternativa **a**, ele pode ter dificuldade em identificar que o juro consiste em um acréscimo, e não em um desconto. Se optar pelas alternativas **b** e **c**, pode ter considerado o tempo de aplicação do capital de forma incorreta.

alternativa **d**

Capítulo 12 – Transformações geométricas

Objetivos	Questões
Reconhecer as coordenadas de um polígono construído no plano cartesiano.	1
Identificar as coordenadas dos vértices de um triângulo obtido pela transformação de reflexão.	2
Identificar as transformações geométricas aplicadas na obtenção de uma figura em uma malha quadriculada.	3
Reconhecer as características de populações, amostras, pesquisas censitárias e amostrais.	4

1. Observe o quadrilátero representado no plano cartesiano a seguir.



O vértice que tem coordenadas (–1, 3) é:

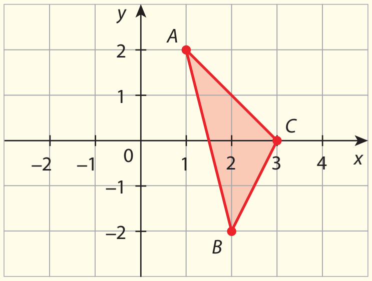
a) *A*

b) *B*

c) *C*

d) *D*

2. Observe a figura a seguir.



Ao refletir essa figura em relação ao eixo y, quais serão as coordenadas dos seus vértices?

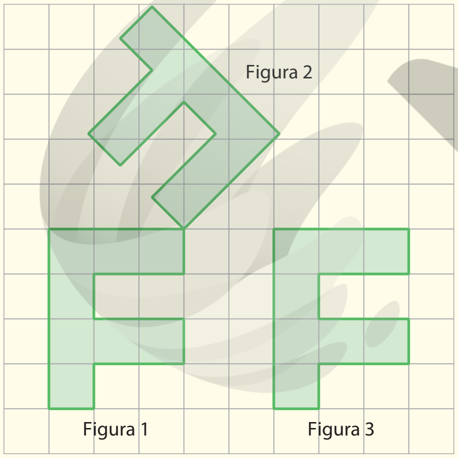
a) *A*'(1, 2), *B*'(2, –2) e *C*'(3, 0)

b) *A*'(–1, 2), *B*'(–2, –2) e *C*'(–3, 0)

c) *A*'(–3, 2), *B*'(–2, –2) e *C*'(0, –1)

d) *A*'(2, –1), *B*'(–2, –2) e *C*'(0, –3)

3. Observe as figuras a seguir.



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Copie e complete a frase a seguir, substituindo cada ■ pela informação correta a respeito da obtenção das figuras 2 e 3 em função da figura 1, de acordo com as transformações geométricas de **rotação**, **translação** e **reflexão**.

As figuras 2 e 3 foram obtidas por meio de uma transformação geométrica a partir da figura 1. A figura 2 por ■, e a figura 3, por ■.

4. Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

a) Uma pesquisa censitária engloba uma parte da população.

b) Uma amostra corresponde a uma parte da população.

c) Pesquisas de intenção de voto são exemplos de pesquisas censitárias.

d) Uma pesquisa amostral pode ser escolhida por razões econômicas.

Resoluções e comentários da avaliação

1. Para resolver esta questão, é necessário que o estudante identifique a localização do par ordenado e o vértice marcado. Se indicar a alternativa **b**, pode apresentar dificuldade com os sinais adotados em cada quadrante do plano cartesiano. Se indicar a alternativa **c**, além de dificuldade com os sinais, ele não reconhece a ordem como um fator importante na construção de um par ordenado. Caso indique a alternativa **d**, o estudante pode ter dificuldade em construir a representação em coordenadas para um ponto do plano, principalmente no que se refere à importância da ordem no registro de cada coordenada.

alternativa **a**

2. Nesta questão, o estudante terá de identificar os simétricos dos vértices *A*, *B* e *C* de um triângulo. Se indicar a alternativa **a**, pode apenas ter escolhido as coordenadas dos vértices da figura do enunciado, sem empregar a transformação de reflexão. Se optar pela alternativa **c**, pode ter dificuldade em diferenciar as transformações de reflexão e de translação. Se indicar a alternativa **d**, pode ter dificuldade em escrever as coordenadas de um ponto no plano, não considerando a ordem correta das coordenadas no momento de escrever o par ordenado.

alternativa **b**

3. Para resolver esta questão, o estudante precisa avaliar quais transformações geométricas devem ser aplicadas sobre a figura 1 para a obtenção das figuras 2 e 3. Nesse caso, podem surgir dificuldades em diferenciar as transformações geométricas de rotação, reflexão e translação entre si. Para favorecer a compreensão desse tema, podem ser realizados trabalhos utilizando desenhos e recortes para que os estudantes reconheçam as transformações em diferentes figuras.

rotação; translação

4. Nesta questão, os estudantes terão de julgar algumas afirmações relacionadas com os conceitos de população e amostra, bem como das pesquisas censitárias e amostrais. As dificuldades manifestadas por eles podem surgir em relação à diferenciação entre população e amostra, bem como ao reconhecimento de situações reais, assim como na diferenciação entre os tipos de pesquisa. Para sanar as dúvidas, podem ser realizados trabalhos de análise de reportagens que retratem pesquisas estatísticas, visando ao reconhecimento de população e amostra, caso esta exista, além de classificar as pesquisas em censitárias ou amostrais.

verdadeiras: **b**, **d**; falsas: **a**, **c**

Resoluções

Avaliação diagnóstica

MOSTRE O QUE VOCÊ JÁ SABE ▸ Páginas 12 e 13

1. Analisando as alternativas para encontrar uma fração equivalente a $\frac{1}{3}$, temos:

a) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

c) Não é possível simplificar a fração $\frac{1}{9}$, pois ela é uma fração irredutível.

d) Não é possível simplificar a fração $\frac{2}{9}$, pois ela é uma fração irredutível.

alternativa **a**

2. Observando a reta numérica, é possível afirmar que o valor de *A* está entre $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$, ou seja, $0{,}5 < A < 1{,}5$. Analisando as alternativas para determinar o valor do ponto *A*.

a) $\frac{1}{3} \simeq 0{,}3$

b) $\frac{2}{5} = 0{,}4$

c) $\frac{5}{4} = 1{,}25$

d) $\frac{7}{4} = 1{,}75$

Logo, a fração que deve ocupar a posição indicada pelo ponto *A* é $\frac{5}{4}$.

alternativa **c**

3. Temos que: $\frac{1}{3}$ dos estudantes pratica futebol, $\frac{1}{8}$ pratica natação e $\frac{1}{4}$ pratica vôlei. Assim, para saber qual é a fração dos estudantes que pratica futebol, natação ou vôlei, devemos adicionar essas frações.

Para adicionar frações com denominadores diferentes, encontramos frações equivalentes às iniciais, com o mesmo denominador, e então efetuamos a operação desejada.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{8}{24} + \frac{3}{24} + \frac{6}{24} = \frac{17}{24}$$

Portanto, a fração dos estudantes dessa escola que pratica futebol, natação ou vôlei é $\frac{17}{24}$.

alternativa **d**

4. Primeiramente podemos calcular o valor do desconto que Júlio obteve ao fazer o pagamento à vista.

15% de 2 500 reais

$$\frac{15}{100} \cdot 2\,500 = 375$$

Júlio obteve 375 reais de desconto na compra do computador, logo ele pagará 2 125 reais, pois $2\,500 - 375 = 2\,125$.

alternativa **c**

5. A medida da temperatura inicial da substância era de 20 graus Celsius. Foi aquecida até atingir o triplo dessa medida de temperatura, ou seja, foi aquecida até 60 graus Celsius, pois $3 \cdot 20 = 60$. Ao final, essa substância foi resfriada para que sua medida de temperatura diminuísse em 50 graus Celsius; então, a medida de temperatura final atingida foi de 10 graus Celsius, pois $60 - 50 = 10$.

alternativa **b**

6. Observando a sequência numérica construída por Ricardo, é possível afirmar que, para obter o segundo termo, ele adicionou 5 unidades ao primeiro termo ($3 + 5 = 8$). Para obter o terceiro termo, ele adicionou 5 unidades ao segundo termo ($8 + 5 = 13$). Então, para obter o quarto termo, basta adicionar 5 unidades ao terceiro termo, ou seja, $13 + 5 = 18$. Portanto, o número que Ricardo acabou apagando foi o 18.

alternativa **d**

7. Como a balança está em equilíbrio, podemos representar a situação por meio da equação a seguir.

$x + 100 + 150 = 500 + 50$

Resolvendo a equação, temos:

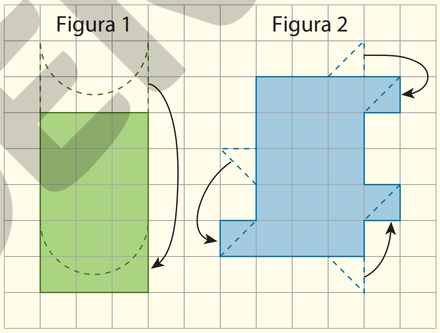
$x + 250 - 250 = 550 - 250$

$x = 300$

Portanto, a medida da massa da caixa *x* é 300 g.

alternativa **c**

8. Vamos encaixar algumas partes de cada uma das figuras em outra posição, de modo que tenhamos quadradinhos inteiros de uma unidade de medida de área (u.a.). Desse modo, vamos obter duas figuras conforme indicadas na imagem a seguir.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto:

- na figura 1, obtemos 15 quadradinhos inteiros; então sua medida de área é igual a 15 u.a.;
- na figura 2, obtemos 18 quadradinhos inteiros; então sua medida de área é igual a 18 u.a.

alternativa **b**

9. Observando a figura do mosaico, é possível afirmar que ele é composto de triângulos, quadrados e losangos. Portanto, as figuras geométricas planas presentes nesse mosaico são triângulos e quadriláteros.

alternativa **b**

10. Para calcular a medida de volume do reservatório, podemos fazer o produto das suas dimensões:

$V = (8 \cdot 8 \cdot 10) = 640$

Portanto, a medida de volume de água que pode ser armazenada nesse reservatório é de 640 dm^3.

alternativa **d**

11. Vamos calcular a medida de área de cada uma das figuras, considerando cada quadradinho uma unidade de medida de área (1 u.a.). Assim, teremos:

- medida de área do triângulo: 8 u.a.;
- medida de área do retângulo: 8 u.a.

Portanto, a relação que podemos estabelecer entre as medidas de área dessas figuras é que o triângulo e o retângulo têm mesma medida de área.

alternativa **a**

12. No lançamento de um dado comum, os resultados possíveis são: 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Nessa situação, há 6 resultados possíveis e todos têm a mesma chance de ocorrer. Veja que temos apenas uma face numerada com o número 6. Isso significa que a probabilidade de João obter 6 no lançamento do dado é de 1 em 6, e podemos indicar por: $\frac{1}{6}$.

alternativa **a**

13. Espera-se que os estudantes concluam que a maior taxa de desmatamento nesse período ocorreu no ano de 2020, com 10 851 km^2 de extensão.

alternativa **d**

Unidade 1

Capítulo 1

ATIVIDADES ▸ Páginas 19 e 20

1. **a)** Verdadeira, pois $5 : 5 = 1$.
b) Verdadeira, pois $5 \cdot 1 = 5$.
c) Verdadeira, pois $5 : 1 = 5$.
d) Falsa, pois não existe divisão por 0.
e) Verdadeira, pois $5 \cdot 0 = 0$.

2. Vamos dividir a quantidade de bombons que Jéssica fez pela quantidade de bombons que ela colocará em cada caixa.

$726 : 6 = 121$

Logo, Jéssica completará 121 caixas e não faltarão bombons para completar as caixas.

3. Vamos dividir a quantidade de placas de vidro que Luís tem pela quantidade a ser envidraçada em cada janela.

$$\begin{array}{r|l} 234 & \underline{4\quad} \\ 34 & 58 \\ 2 & \end{array}$$

Luís conseguirá envidraçar 58 janelas e sobrarão 2 placas de vidro.

4. A professora pode dividir a turma em 8 grupos de 3 estudantes, pois $24 : 8 = 3$, ou em 6 grupos de 4 estudantes, pois $24 : 6 = 4$.

5. Vamos analisar se 1 567 é divisível por 3 e por 4.

- Adicionando os algarismos desse número, temos: $1 + 5 + 6 + 7 = 19$. Como 19 não é múltiplo de 3, então 1 567 não é divisível por 3.
- Os dois últimos algarismos de 1 567 formam o número 67, que não é divisível por 4. Então, o número 1 567 não é divisível por 4.

Mara não conseguirá organizar as prateleiras de modo que elas tenham a mesma quantidade de arquivos, pois 1 567 não é divisível nem por 3 nem por 4.

6. Para ser divisível por 2, o número precisa ser par; então, nesse caso, temos: 222, 224, 226 e 228.

Para ser divisível por 3, a soma dos algarismos do número precisa ser divisível por 3; então, nesse caso, os únicos números que atendem a esse critério são: 222, 225 e 228.

Os números que são divisíveis tanto por 2 quanto por 3 são 222 e 228. E esses dois números são também divisíveis por 6, pois atendem ao critério de divisibilidade por esse número (ser divisível por 2 e por 3).

7. Considerando os múltiplos de 4 menores que 60, temos: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56. Como a idade da professora é divisor de 104, vamos dividir do maior para o menor.

$$\begin{array}{r|l} 104 & \underline{56\quad} \\ 48 & 1 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 104 & \underline{52\quad} \\ 0 & 2 \end{array}$$

Além do 52, os únicos números que também são divisores de 104 são 4 e 8, mas, nesse caso, não convém à professora ter 4 ou 8 anos. Portanto, a idade da professora é 52 anos.

8. **a)** 1, pois qualquer número dividido por 1 é igual a ele mesmo.
b) Zero, pois não é definida a divisão de qualquer número por zero.
c) Qualquer número natural, diferente de zero, pode ser dividido por ele mesmo.

9. Nas linhas ímpares, só aparece a sigla OBMEP, que se repete de 5 em 5 colunas. Assim, em quaisquer dessas linhas na coluna 1 005 será preenchida uma letra *P*, e, logo, será preenchida uma letra *B* na coluna 1 007. Como 507 é ímpar, concluímos que no cruzamento da linha 507 com a coluna 1 007 o professor Samuel preencheu a célula com a letra *B*.

alternativa **b**.

10. **a)** Nenhum. Para 5 47n ser divisível por 10, $n = 0$, mas 5 470 não é divisível por 9.

b) Para um número ser divisível por 4, observamos se os dois últimos algarismos formam um número divisível por 4 ou se são 00. No caso, m poderia ser 0, 2, 4, 6 ou 8.

Agora, como esse número também tem que ser divisível por 3, temos que adicionar os algarismos e verificar se a soma é divisível por 3. Adicionando os algarismos de 65 3m8, obtemos 22, que não é divisível por 3.

Ao substituir m por 0, 2, 4, 6 ou 8, verificamos que apenas 2 ou 8 satisfazem o critério de divisibilidade por 3.

Assim, os algarismos que podem ser colocados no lugar de m são 2 ou 8, pois 65 328 e 65 388 são divisíveis por 3 e por 4.

ATIVIDADES ▸ Páginas 24, 25 e 26

1. *Problema 1*

Para que os livros ocupem o mínimo de prateleiras, sem misturar os gêneros, precisamos determinar a quantidade máxima de livros para cada prateleira, ou seja, o maior divisor comum (mdc) de 15 e 20.

D (15) = {1, 3, 5, 15}

D (20) = {1, 2, 4, 5, 10, 20}

mdc (15, 20) = 5

Outra maneira de calcular esse número é pela decomposição em fatores primos.

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

fator comum

Então: mdc (15, 20) = 5

Paulo poderá colocar 5 livros em cada prateleira.

Problema 2

Para que os retalhos tenham a mesma medida de comprimento, precisamos determinar a maior medida de comprimento possível, ou seja, o maior divisor comum (mdc) de 300 e 240.

$$\begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 240 & 2 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$\text{mdc}\ (300, 240) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Logo, cada retalho deverá medir 60 centímetros de comprimento.

Problema 3

Para saber a que horas Júlia tomará os dois remédios juntos novamente, podemos listar as horas em que Júlia vai tomar cada remédio e verificar a hora comum, ou seja, podemos determinar o mmc entre 4 e 6.

$$\begin{array}{r|l} 4, 6 & 2 \\ 2, 3 & 2 \\ 1, 3 & 3 \\ 1, 1 & \end{array}$$

$\text{mmc}\ (4, 6) = 2^2 \cdot 3 = 12$

Como ela tomou os dois remédios às 8 horas, devemos adicionar 12 horas.

Portanto, ela tomará os remédios juntos novamente às 20 horas.

2. **a)** Decompondo os dois números em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 1\,170 & 2 \\ 585 & 3 \\ 195 & 3 \\ 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1\,710 & 2 \\ 855 & 3 \\ 285 & 3 \\ 95 & 5 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array}$$

Então: $1\,170 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13$ e $1\,710 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 19$

Assim: $\text{mdc}\ (1\,170, 1\,710) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90$

b) Decompondo os dois números em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 170 & 2 \\ 85 & 5 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

$\text{mmc}\ (135, 170) = 2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 17 = 4\,590$

3. **a)** Decompondo os dois números em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ $\qquad$ $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$

$\text{mdc}\ (180, 150) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

b) Decompondo os dois números em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 231 & 3 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 825 & 3 \\ 275 & 5 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$231 = 3 \cdot 7 \cdot 11$ $\qquad$ $825 = 3 \cdot 5^2 \cdot 11$

$\text{mdc}\ (231, 825) = 3 \cdot 11 = 33$

c) Decompondo os dois números em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 340 & 2 \\ 170 & 2 \\ 85 & 5 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 728 & 2 \\ 364 & 2 \\ 182 & 2 \\ 91 & 7 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$340 = 2^2 \cdot 5 \cdot 17$ $\qquad$ $728 = 2^3 \cdot 7 \cdot 13$

$\text{mdc}\ (340, 728) = 2 \cdot 2 = 4$

d) Para calcular o mmc, vamos utilizar outro processo em que a decomposição em fatores primos dos números é feita ao mesmo tempo. Esse processo pode ser apresentado aos estudantes como uma maneira de facilitar os cálculos.

$$\begin{array}{r|l} 12, 18 & 2 \\ 6, \ 9 & 2 \\ 3, \ 9 & 3 \\ 1, \ 3 & 3 \\ 1, \ 1 & \end{array}$$

$\text{mmc}\ (12, 18) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$

e) Decompondo os dois números em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 90, 180 & 2 \\ 45, \ 90 & 2 \\ 45, \ 45 & 3 \\ 15, \ 15 & 3 \\ 5, \ 5 & 5 \\ 1, \ 1 & \end{array}$$

$\text{mmc}\ (90, 180) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 180$

f) Decompondo os dois números em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 55, 121 & 5 \\ 11, 121 & 11 \\ 1, \ 11 & 11 \\ 1, \ 1 & \end{array}$$

$\text{mmc}\ (55, 121) = 5 \cdot 11 \cdot 11 = 605$

4. Como é pedida a quantidade mínima de crianças, vamos determinar o mmc entre 7 e 11.

$$\begin{array}{r|l} 7, 11 & 7 \\ 1, 11 & 11 \\ 1, \ 1 & \end{array}$$

$\text{mmc}\ (7, 11) = 7 \cdot 11 = 77$

Logo, Augusto precisará recrutar, no mínimo, 77 crianças.

5. Como é pedido que a medida de comprimento das tábuas seja máximo, vamos determinar o mdc entre 250, 350 e 550.

$$\begin{array}{r|l} 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 350 & 2 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 550 & 2 \\ 275 & 5 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

mdc (250, 350, 550) = $2 \cdot 5^2 = 50$

Logo, cada tábua deverá medir 50 centímetros de comprimento.

6. Para saber a que horas os relógios vão disparar o alarme juntos novamente, podemos determinar o mmc entre 30 e 40.

$$\begin{array}{r|l} 30,\ 40 & 2 \\ 15,\ 20 & 2 \\ 15,\ 10 & 2 \\ 15,\ 5 & 3 \\ 5,\ 5 & 5 \\ 1,\ 1 & \end{array}$$

mmc (30, 40) = $2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

Convertendo 120 minutos em horas, temos: 120 : 60 = 2.

Como os dois relógios tocaram juntos às 7 horas, vamos acrescentar 2 horas, que será a próxima hora que tocarão juntos; logo, será às 9 horas.

7. Para saber depois de quantos minutos os três corredores passarão juntos pela primeira vez, podemos determinar o mmc entre 3, 4 e 6.

$$\begin{array}{r|l} 3,\ 4,\ 6 & 2 \\ 3,\ 2,\ 3 & 2 \\ 3,\ 1,\ 3 & 3 \\ 1,\ 1,\ 1 & \end{array}$$

mmc (3, 4, 6) = $2^2 \cdot 3 = 12$

Portanto, depois de 12 minutos.

8. **a)** Para determinar a maior quantidade possível de DVDs a serem colocados nas prateleiras, podemos determinar o mdc entre 150, 120, 50 e 250.

$$\begin{array}{r|l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

mdc (50, 120, 150, 250) = $2 \cdot 5 = 10$

Logo, o proprietário deverá colocar 10 DVDs em cada prateleira.

b) Vamos obter a soma de todos os DVDs: 50 + 120 + 150 + + 250 = 570. Depois, vamos dividir pela quantidade de DVDs: 570 : 10 = 57.

Logo, serão necessárias 57 prateleiras.

9. **a)** Vamos determinar o mdc entre 176 e 240.

$$\begin{array}{r|l} 176 & 2 \\ 88 & 2 \\ 44 & 2 \\ 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 240 & 2 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

mdc (176, 240) = $2^4 = 16$

Logo, cada fascículo deverá ter 16 páginas.

b) Adicionando as páginas e dividindo por 16, temos:

176 + 240 = 416

416 : 16 = 26

Portanto, 26 semanas.

10. **a)** Vamos determinar o mmc (15, 30).

$$\begin{array}{r|l} 15{,}30 & 2 \\ 15{,}15 & 3 \\ 5{,}5 & 5 \\ 1{,}1 & \end{array}$$

mmc (15, 30) = $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

Portanto, os ônibus das duas linhas se encontram no ponto a cada 30 minutos. Se o último encontro tiver sido às 13 h 30 min, o próximo será às 14 h.

b) Ocorrerá às 10 horas e 30 minutos.

11. **a)** Vamos determinar o mdc (12, 16).

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

mdc (12, 16) = $2 \cdot 2 = 4$

Portanto, cada carro transportou 4 funcionários.

b) Temos 28 funcionários e cada carro transportará 4 desses funcionários. Assim, fazemos:

28 : 4 = 7

Portanto, serão necessários 7 carros.

12. Vamos determinar o mmc (12, 15, 20).

$$\begin{array}{r|l} 12,\ 15,\ 20 & 2 \\ 6,\ 15,\ 10 & 2 \\ 3,\ 15,\ 5 & 3 \\ 1,\ 5,\ 5 & 5 \\ 1,\ 1,\ 1 & \end{array}$$

mmc (12, 15, 20) = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Portanto, Guilherme, Artur e Bernardo viajarão juntos daqui a 60 dias.

13. Vamos determinar o mmc (6, 10, 15).

$$\begin{array}{r|l} 6,\ 10,\ 15 & 2 \\ 3,\ 15,\ 15 & 3 \\ 1,\ 5,\ 5 & 5 \\ 1,\ 1,\ 1 & \end{array}$$

mmc (6, 10, 15) = $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

Portanto, nessa turma há 30 estudantes.

14. Vamos determinar o mmc (6, 8)

$$\begin{array}{r|l} 6,\ 8 & 2 \\ 3,\ 4 & 2 \\ 3,\ 2 & 2 \\ 3,\ 1 & 3 \\ 1,\ 1 & \end{array}$$

mmc (6, 8) = $2^3 \cdot 3 = 24$

Portanto, se os dois faróis iluminaram juntos às 20 horas, voltarão a iluminar juntos novamente às 20 horas e 24 minutos e não às 20 horas e 30 minutos.

15. a) Vamos determinar o mdc entre 8, 20 e 30.

$$\begin{array}{r|l} 8,\ 20,\ 30 & 2 \\ 4,\ 10,\ 15 & 2 \\ 2,\ 5,\ 15 & 2 \\ 1,\ 5,\ 15 & 3 \\ 1,\ 5,\ 5 & 5 \\ 1,\ 1,\ 1 & \end{array}$$

mdc $(8, 20, 30) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

Logo, um posto de combustível, um telefone público e um radar eletrônico serão encontrados juntos a cada 120 quilômetros.

b) Como a estrada tem 200 quilômetros, eles aparecerão juntos apenas uma vez.

16. Exemplo de problema com mmc:

Marcela e seu irmão Marcos programaram seus despertadores para tocar às 6 horas. Caso não sejam desligados, o despertador de Marcela volta a tocar a cada 12 minutos e o de Marcos, a cada 8 minutos. Se os despertadores não forem desligados, que hora eles voltarão a tocar juntos?

Resolução: mmc$(12, 8) = 2^3 \cdot 3 = 24$

Logo, os despertadores tocarão juntos às 6 h 24 min.

Exemplo de problema com mdc:

Uma costureira precisa cortar três tecidos em pedaços de mesma medida de comprimento. Para melhor aproveitamento dos tecidos, a medida do comprimento dos pedaços deve ser o maior possível. Um dos tecidos mede 120 centímetros de comprimento e os outros dois, 150 e 90 centímetros. Qual será a medida do comprimento de cada pedaço de tecido?

Resolução: mdc$(120, 150, 90) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

Logo, a medida de comprimento de cada pedaço de tecido deve ser 30 cm.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Páginas 28 e 29

1. a) Para calcular o percentual de furtos de motocicletas em cada ano apresentado na tabela, vamos dividir o número de furtos pelo número de motocicletas em circulação:

Em 2020: $\frac{1\,400}{22\,005} \simeq 0{,}063 \simeq 6\%$

Em 2021: $\frac{2\,080}{35\,158} \simeq 0{,}059 \simeq 6\%$

Em 2022: $\frac{2\,901}{47\,977} \simeq 0{,}060 \simeq 6\%$

Em 2023: $\frac{3\,510}{62\,562} \simeq 0{,}056 \simeq 6\%$

Assim, podemos estimar que a probabilidade de uma motocicleta ser furtada é de, aproximadamente, 0,06 ou 6%.

b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes emitam sua opinião e relatem a importância dos dados para que possamos nos orientar em relação aos fatos e acontecimentos com mais propriedade, nesse caso sobre a probabilidade do roubo de motocicletas na Cidade Urbana.

2. Para Primeiro, precisamos determinar o total de doadores.

$3\,600 + 3\,200 + 800 + 400 = 8\,000$

a) Para estimar a probabilidade de um doador do tipo O e, depois, a do tipo B comparecerem ao hemocentro, vamos dividir os doadores de cada tipo sanguíneo pelo total de doadores.

Tipo O: $\frac{3\,600}{8\,000} = 0{,}45$

Tipo B: $\frac{800}{8\,000} = 0{,}1$

Assim, podemos estimar que a probabilidade de comparecer um doador com sangue do tipo O é de 0,45 e que a de comparecer um doador com sangue tipo B é de 0,1.

b) Para estimar a probabilidade de um doador com sangue do tipo A e um com sangue do tipo AB comparecerem ao hemocentro, vamos dividir os doadores de cada tipo sanguíneo pelo total de doadores.

Tipo A: $\frac{3\,200}{8\,000} = 0{,}4$

Tipo AB: $\frac{400}{8\,000} = 0{,}05$

Assim, podemos estimar que a probabilidade de comparecer um doador com sangue tipo A é de 0,4 e que a probabilidade de comparecer um doador com sangue tipo AB é de 0,05.

Temos que:

$\frac{0{,}4}{0{,}05} = 8$

Logo, a probabilidade estimada de comparecer um doador com sangue do tipo A corresponde a 8 vezes a de comparecer um doador com sangue do tipo AB.

c) Resposta pessoal. Comente com os estudantes que doar sangue é um ato de solidariedade e um gesto de cidadania que pode salvar muitas vidas.

3. Vamos determinar quantos pacientes estavam só com febre, sem gripe.

$1\,200 - 900 = 300$

Agora, vamos estimar a probabilidade de um paciente dar entrada nesse hospital com febre, mas não estar com gripe.

$\frac{300}{1\,200} = 0{,}25$ ou 25%

Portanto, a probabilidade de no 1º semestre de 2023 um paciente dar entrada nesse hospital com febre, mas não estar com gripe, é de aproximadamente 0,25 ou 25%.

4. a) Calculando a probabilidade de cada cor de bolinha, temos:

Azul: $\frac{105}{1\,000} = 0{,}105$ ou 10,5%

Preta: $\frac{97}{1\,000} = 0{,}097$ ou 9,7%

Verde: $\frac{95}{1\,000} = 0{,}095$ ou 9,5%

Roxa: $\frac{99}{1\,000} = 0{,}099$ ou 9,9%

Laranja: $\frac{103}{1\,000} = 0{,}103$ ou 10,3%

Amarela: $\frac{98}{1\,000} = 0{,}098$ ou 9,8%

Branca: $\frac{108}{1\,000} = 0{,}108$ ou 10,8%

Vermelha: $\frac{96}{1\,000} = 0{,}096$ ou 9,6%

Cinza: $\frac{98}{1\,000} = 0{,}098$ ou 9,8%

Marrom: $\frac{101}{1\,000} = 0{,}101$ ou 10,1%

Portanto, a azul: 10,5%; preta: 9,7%; verde: 9,5%; roxa: 9,9%; laranja: 10,3%; amarela: 9,8%; branca: 10,8%; vermelha: 9,6%; cinza: 9,8%; marrom: 10,1%

b) Aproximadamente 10% para cada cor, pois são 10 cores de bolinha diferentes e cada uma tem uma chance em dez de ser sorteada.

5. Deixe que os estudantes façam o registro dos resultados da maneira que acharem melhor.

Comente com os estudantes que o número de repetições pode não ter sido suficientemente grande para usar a frequência de ocorrência de cada face para determinar a probabilidade ou que a moeda pode não ser "honesta".

COMPREENDER UM TEXTO ▸ Página 31

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Página 32

1. Vamos relacionar os números primos menores que 25:

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 e 23

Podemos perceber que é possível escrever o número 25 como a soma de dois números primos da seguinte maneira:

$2 + 23 = 25$

alternativa **b**

2. **a)** Os números 35 e 55 não são primos entre si, pois o mdc entre 35 e 55 é 5.

c) O mdc (5, 15) é maior que o mdc (3, 7), pois o mdc entre 5 e 15 é 5 e o mdc entre 3 e 7 é 1.

3. Vamos determinar o mmc (8, 5)

$$\begin{array}{r|l} 3, 5 & 2 \\ 4, 5 & 2 \\ 2, 5 & 2 \\ 1, 5 & 5 \\ 1, 1 & \end{array}$$

$\text{mmc}(8, 5) = 2^3 \cdot 5 = 40$

Sabendo que, no dia 31 de março, esses dois ônibus saíram juntos, contamos 40 dias em diante. Portanto, eles vão sair novamente juntos da estação no dia 10 de maio.

alternativa **c**

4. Vamos determinar o mmc (3, 14)

$$\begin{array}{r|l} 3, 14 & 2 \\ 3, 7 & 3 \\ 1, 7 & 7 \\ 1, 1 & \end{array}$$

$\text{mmc}(3, 14) = 42$

Portanto, Renato voltará a cuidar das duas plantas daqui a 42 dias.

5. Para saber a quantidade de biscoitos que Rita comprou que pode ser dividida em 8, 10 ou 15 caixas, vamos calcular o mmc entre esses números.

$$\begin{array}{r|l} 8, 10, 15 & 2 \\ 4, 5, 15 & 2 \\ 2, 5, 15 & 2 \\ 1, 5, 15 & 3 \\ 1, 1, 5 & 5 \\ 1, 1, 1 & \end{array}$$

$\text{mmc}(8, 10, 15) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

Portanto, Rita comprou 120 biscoitos.

6. **a)** Para determinar os instantes em que as competidoras se encontram, vamos determinar o mmc (45, 50, 30).

$$\begin{array}{r|l} 45, 50, 30 & 2 \\ 45, 25, 15 & 3 \\ 15, 25, 5 & 3 \\ 5, 25, 5 & 5 \\ 1, 5, 1 & 5 \\ 1, 1, 1 & \end{array}$$

$\text{mmc}(45, 50, 30) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 450$

Portanto, as competidoras se encontram a cada 450 segundos.

b) Vamos determinar em quanto tempo Flávia completará a volta 90.

Sabemos que Flávia completa uma volta em 30 segundos; assim, ela terá levado 2700 segundos para terminar a prova:

$90 \cdot 30 = 2700$

Agora, podemos saber quantas voltas cada corredora completou nesse tempo. Temos:

Carla: $2700 : 50 = 54$

Jane: $2700 : 45 = 60$

Assim, Carla terá completado 54 voltas e Jane, 60 voltas.

7. **a)** Para saber quantos estudantes haverá em cada equipe, vamos determinar o mdc (148, 160, 184, 196).

$$\begin{array}{r|l} 148 & 2 \\ 74 & 2 \\ 37 & 37 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 160 & 2 \\ 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 184 & 2 \\ 92 & 2 \\ 46 & 2 \\ 23 & 23 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 196 & 2 \\ 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$\text{mdc}(148, 160, 184, 196) = 2 \cdot 2 = 4$

Portanto, haverá 4 estudantes em cada equipe.

b) Para descobrir quantas equipes serão formadas, vamos dividir a quantidade de estudantes de cada equipe pelo mdc (148, 160, 184, 196).

Curso A: $148 : 4 = 37$

Curso B: $160 : 4 = 40$

Curso C: $184 : 4 = 46$

Curso D: $196 : 4 = 49$

Assim, para descobrir o total de equipes, temos: $37 + 40 + 46 + 49 = 172$

Portanto, serão formadas 172 equipes.

c) Nos cursos A e D, pois 148 e 196 não são divisíveis por 8.

8. Considerando o menor número primo, o 2, e substituindo no lugar do quadradinho, temos:

$2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 1050$

Assim, os dígitos ocultos são 0 e 2.

9. Resposta pessoal. A atividade contribui para que os estudantes desenvolvam o espírito investigativo, colocando-os como protagonistas de seu processo de aprendizagem. Eles devem fazer observações sistemáticas dos resultados obtidos no lançamento de um dado.

Capítulo 2

ATIVIDADES ▸ Página 36

1. a) –12 °C, pois se refere a uma temperatura abaixo de zero e, portanto, deve ser negativa.
   b) –40 gols, pois a equipe sofreu mais gols do que marcou; assim, o saldo deve ser representado por um número negativo.
   c) Como o saldo é devedor, então deve ser representado por um número negativo, ou seja, –R$ 420,00.
   d) +800 m, pois indica uma medida de altitude acima do nível do mar e, portanto, deve ser representada por um número positivo.
   e) –150 m, pois indica uma medida de altitude abaixo do nível do mar e, portanto, deve ser representada por um número negativo.

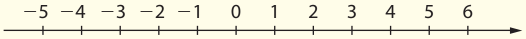
2. +5 °C, pois é uma temperatura acima de zero, e –15 °C, pois representa uma temperatura abaixo de zero.

3. –2, pois representa dois andares abaixo do térreo, e 4, pois representa quatro andares acima do térreo.

4. a) A temperatura média estava agradável, entre 0 °C e –5 °C.
   b) Pode-se debater qual seria uma temperatura agradável. Argumente que tal sensação de conforto depende da familiaridade que as pessoas têm com temperaturas próximas da média apresentada na região geográfica em que habitam.
   c) Comente com os estudantes que o nosso corpo não suporta uma temperatura tão baixa. Pode-se pedir que pesquisem qual é a menor temperatura que o ser humano consegue suportar.

ATIVIDADES ▸ Páginas 38 e 39

1.



   a) O antecessor de um número inteiro é o número que vem imediatamente antes dele; portanto, observando a reta numérica, o antecessor de –1 é –2
   b) O sucessor de um número inteiro é o número que vem imediatamente depois dele; portanto, observando a reta numérica, o sucessor de –1 é 0.
   - Exemplos de perguntas:
   a) Qual é o antecessor de –4?; (Resposta: –5);
   b) Qual é o sucessor de –4? (Resposta –3)

2. a) O número que vem imediatamente antes de –15 é –16.
   b) O número que vem imediatamente depois de –10 é –9.
   c) O número que vem imediatamente antes de 50 é 49.
   d) O número que vem imediatamente depois do 19 é 20.

3. a) 100 e 98
   b) 1 000 e 998
   c) –999 e –1 001
   d) 1 001 e 999
   e) –9 008 e –9 010
   f) –9 999 e –10 001

4. a) As medidas de temperatura adequadas são –18 °C, –19 °C, –20 °C, pois elas são menores ou iguais a –18 °C.
   As medidas de temperatura inadequadas são –17 °C, –16 °C, –15 °C, pois elas são maiores que –18 °C.
   b) Espera-se que os estudantes relatem que produtos perecíveis precisam de temperaturas adequadas para sua conservação. No caso do sorvete, este pode derreter, caso a temperatura esteja acima do adequado. Em caso de outros produtos alimentícios conservados em temperaturas inadequadas, estes podem fazer mal à saúde.

5. a) Ele deverá colocar o material a ser armazenado à medida de –80 °C no *freezer* que atinge medidas de temperatura de até –86 °C, ajustando a medida de temperatura para –80 °C, e o outro material no *freezer* que atinge medidas de tempe ratura de até –196 °C, ajustando também a medida de temperatura para –100 °C.
   b) Exemplos de resposta:
   - menores que –86 °C: –90 °C, –91 °C, –92 °C, –93 °C, –94 °C
   - maiores que –86 °C: –70 °C, –71 °C, –72 °C, –73 °C, –74 °C
   c) Exemplo de resposta:
   - entre –196 °C e –86 °C: –192 °C, –186 °C, –167 °C, –158 °C, –149 °C

6. a) –20; antecessor: –21; sucessor: –19
   b) 20; antecessor: 19; sucessor: 21
   c) –4; antecessor: –5; sucessor: –3
   d) 9; antecessor: 8; sucessor: 10

7.

Ano	Saldo de gols
6º ano	+13
7º ano	+1
8º ano	–4
9º ano	–10

ATIVIDADES ▸ Páginas 41 e 42

1. a) 23, pois ele está a uma mesma medida de distância da origem que o número –23.
   b) –16, pois ele está a uma mesma medida de distância da origem que o número 16.
   c) O simétrico de –4 é 4, e seu módulo também é 4.
   d) O oposto de –3 é 3 e o oposto de 3 é –3.

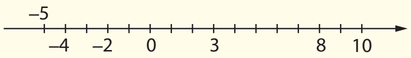
2.

Número	Oposto	Valor absoluto
7	–7	7
–23	23	23
50 ou –50	–50 ou 50	50

Espera-se que os estudantes respondam que não existe uma única maneira de preencher o quadro, pois na última linha há dois espaços que podem ser preenchidos com dois números.

3. a) 40 °C, pois representa uma medida de temperatura acima de zero, enquanto –2 °C representa uma abaixo de zero.
   b) Representando os números –55 e –20 em uma reta numérica, o número –55 fica mais distante do zero do que o –20; portanto, –55 °C é a menor medida de temperatura.
   c) 24 °C, pois 24 < 26.

4. a)



   b) O simétrico de 10 é –10, o simétrico de –4 é +4, o simétrico de –5 é +5, o simétrico de 8 é –8, o simétrico de –2 é +2 e o simétrico de 3 é –3.
   c) O módulo de +10 é 10, de –4 é 4, de –5 é 5, de 8 é 8, de –2 é 2 e de 3 é 3; logo, os números que têm módulo menor que 4 são os números –2 e 3.

5. a) Paulo: negativo –R$ 98,00
   Joana: positivo R$ 725,00
   Larissa: negativo –R$ 127,00

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

b) Paulo: saldo menor em 12/11 –R$ 525,00; saldo maior em 15/11 –R$ 98,00

Joana: saldo menor em 12/11 R$ 56,00; saldo maior em 15/11 R$ 725,00

Larissa: saldo menor em 15/11 –R$ 127,00; saldo maior em 2/11 R$ 723,00

c) Essa questão explora situações em que há comparação de números inteiros. É importante os estudantes compreenderem as situações e, na comparação de números negativos, entenderem o fato de o número com maior módulo ser o menor número negativo.

6. Ordenando os números do menor para o maior, temos:

–10, –8, –5, –2, –1, 3, 4, 7, 11

Agora, escrevendo o oposto de cada número e agrupando-os em ordem decrescente, temos:

10, 8, 5, 2, 1, –3, –4, –7, –11

7. Como –4 está mais distante do zero do que –2; então, –4 é menor que –2.

O número 6 é um número positivo; logo, é maior que –4 e –2.

Assim, as medidas de temperatura em ordem crescente são: –4 °C, –2 °C, +6 °C

8. **a)** –18 °C, pois representando –10 e –18 em uma reta numérica, o número –18 está mais distante do zero do que o número –10.

b) –10 °C, pois representando –10 e –18 em uma reta numérica, o número –10 está mais próximo do zero do que o número –18.

c) 10 minutos para o pré-aquecimento do forno e 30 minutos assando.

Assim, tempo total: 40 minutos.

ATIVIDADES ▶ Páginas 44 e 45

1. **a)** 15 + 9 = +24
b) –22 + 31 = +9
c) –13 – 15 = –28
d) 29 – 41 = –12
e) –36 + 17 = –19
f) +5 + 7 = +12
g) –(12 + 29) = –41
h) 17 – 57 = –40
i) +89 – 21 = +68
j) –(100 + 10) = –110

2. **a)** Saldo ao final de cada dia: No dia 10/3 o saldo permaneceu o mesmo, –R$ 790,00, pois não ocorreu nenhuma transação na conta.

11/3: (–790) + (970) = +180. Saldo: +R$ 180,00
12/3: (180) – (200) = –20. Saldo: –R$ 20,00
13/3: (–20) + (260) = +240. Saldo: +R$ 240,00

Assim, em:

11/3, +R$ 180,00; 12/3, –R$ 20,00; 13/3, +R$ 240,00

b) R$ 970,00 + R$ 260,00 = R$ 1 230,00

3. **a)** (+120) + (+85) = +205
b) (–95) + (–175) = –270

4. **a)** Positivo. Exemplo: +17 + 4 = +21
b) Negativo. Exemplo: (–3) + (–7) = –10
c) Positivo. Exemplo: 20 + (–7) = +13
d) Negativo. Exemplo: (–10) + (+5) = –5

5. **a)** (–12) + 0 = –12
b) (+19) + (–7) = +12
c) (+10) + (–10) = 0
d) (+24) + (–24) = 0
e) (+2) + (–6) = –4
f) (–16) + (+25) = +9

6. **a)** Prejuízo é representado com um valor negativo: –12
b) Lucro é representado com um valor positivo: +10
c) (–12) + (+10) = –2

7. **a)** (+14) + (–7) = 14 – 7 = +7
b) (–20) + (–13) = –20 – 13 = –33
c) (–16) + (+42) = –16 + 42 = +26
d) (+25) + (–11) = 25 – 11 = +14
e) (–29) + (+47) = –29 + 47 = +18

8. Exemplos de resposta:
a) a = 10; b = 11, logo: 10 + 11 = 21
b) a = –1; b = –3, logo: –1 + (–3) = –4
c) a = –5; b = 4, logo: –5 + 4 = –1
d) a = 37; b = –37, logo: 37 + (–37) = 0
e) a = 20; b = –27, logo: 20 + (–27) = –7
f) a = 30; b = –11, logo: 30 + (–11) = 19

9. **a)** (–40 °C) + (–4 °C) = –44 °C
b) (–2 °C) + (–4 °C) = –6 °C

ATIVIDADES ▶ Páginas 46 e 47

1. **a)** Para saber seu saldo, podemos calcular:

–1 100 + 3 500 – 750 = 3 500 + (–1 100 – 750) =
= 3 500 – 1 850 = 1 650

Ou seja, o saldo foi de R$ 1 650,00.

b) Como o saldo foi positivo, Andressa obteve lucro nesse mês.

2. **a)** (+4 – 7) + (–8) = (–3) + (–8) = –11
b) (–12) + (–5 – 1 + 6) = (–12) + 0 = –12
c) (–21 + 0) + (+12 + 7) + (–4 + 2) =
= (–21) + 19 + (–2) = [(–21) + 19] + (–2) = (–2) + (–2) = –4
d) (–1 004 + 258) + (–789) = (–746) + (–789) = –1 535
e) (–790 – 340) + (–130 + 1 024) = –1 130 + 894 = –236
f) (+899 – 111) + (–537 – 321) = 788 + (–858) = –70

3. **a)** 30 + 40 = 70

Logo, Rafael está devendo à irmã R$ 70,00.

b) (–30) + (–40) = –70

4. **a)** (+45) + (+29) = 74

Sílvio fará a primeira parada no quilômetro 74.

b) (+74) + (+147) = 221

Sílvio fará a segunda parada no quilômetro 221.

5. Kelly tirou esta expressão:

(–4 547) + (4 547) = 0

Alice tirou esta expressão:

(1 – 0) = 1

Logo, Alice venceu, pois tirou a expressão com o maior resultado.

6.

Data	Histórico	Valor
12/5	Saldo	800,00
13/5	Cheque	–200,00
	Cheque	–100,00
17/5	Saldo	500,00
	Depósito	450,00
22/5	Saldo	950,00
1/6	Cheque	–1 000,00
2/6	Saldo	–50,00
5/6	Depósito	900,00
6/6	Saldo	850,00

O saldo em 17/5 era:

(+800) + (–200) + (–100) = (+600) + (–100) = (+500)

- O saldo em 22/5 era: (+500) + (450) = 950
- O saldo em 2/6 era: (+950) + (–1 000) = –50
- O saldo em 6/6 era: (–50) + (+900) = 850

a) Em 22/5, a conta corrente de Mário teve o maior saldo (que foi R$ 950,00).

b) Em 2/6, o saldo ficou negativo (–R$ 50,00).

ATIVIDADES ▸ Página 48

1. A carne estava a uma temperatura de –35 °C e passou para uma temperatura de 10 °C.

Calculando a diferença entre a temperatura atingida e a temperatura inicial, temos:

10 °C – (–35 °C) = 45 °C

Portanto, a peça de carne sofreu uma variação de temperatura de 45 °C.

2. **a)** (+17) – (+9) = +17 – 9 = +8

b) (–15) – (–7) = –15 + 7 = –8

c) (–23) – (–4) = –23 + 4 = –19

d) (–42) – (–7) – (–8) = –42 + 7 + 8 = –42 + 15 = –27

e) (+5) – (–21) – (+9) = +5 + 21 – 9 = +26 – 9 = +17

f) (–71) – 0 = –71

3. **a)** (–14) – (–12) = –14 + 12 = –2

b) (+9) – (+16) = 9 – 16 = –7

c) (–19) – (–2) = –19 + 2 = –17

d) (–9) – (–21) = –9 + 21 = +12

4. **a)** No forno a gás, pois 300 °C é a maior medida de temperatura registrada entre os eletrodomésticos.

b) No *freezer*, pois –18 °C é a menor medida de temperatura registrada entre os eletrodomésticos.

c) Forno a gás: (+300) – (+180) = +120

Refrigerador: 10 – 2 = 8

Portanto, é no forno a gás.

5. Representando por um número inteiro negativo os anos antes de Cristo (a.C.), temos:

a) O ano em que Arquimedes morreu é obtido pela adição da idade dele ao ano em que ele nasceu.

(–287) + 75 = –212

Portanto, Arquimedes morreu em 212 a.C.

b) Para saber o ano em que Pitágoras nasceu, basta obtermos a diferença entre o ano de sua morte e seu tempo de vida:

(–497) – (+74) = –497 – 74 = –571

Portanto, Pitágoras nasceu em 571 a.C.

c) O tempo de vida de Erastóstenes é obtido pela diferença entre o ano de sua morte e o ano de seu nascimento:

(–196) – (–276) = –196 + 276 = 80

Portanto, Erastóstenes viveu 80 anos.

6. 1 + 4 + 3 – 5 – 4 =

= 5 + 3 – 5 – 4 =

= 8 – 5 – 4 =

= 3 – 4 = –1

O termômetro marcava –1 °C à meia-noite.

7.

9	–5	**5**
–1	**3**	7
1	11	**–3**

- 9 + 3 – 3 = 9
- 5 + 3 + 1 = 9
- 9 – 1 + 1 = 9
- 9 – 5 + 5 = 9
- –5 + 3 + 11 = 9
- –1 + 3 + 7 = 9
- 5 + 7 – 3 = 9
- 1 + 11 – 3 = 9

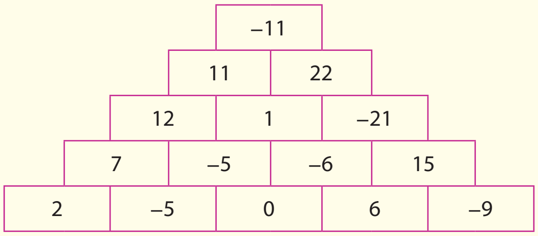
8. Para completar os números na pilha de tijolos, o número imediatamente acima de dois tijolos consecutivos é igual ao número da esquerda menos o número da direita; assim, temos na segunda linha de tijolos de baixo para cima:

- 2 – (–5) = 2 + 5 = 7
- –5 – 0 = –5
- 0 = 6 = –6
- 6 – (–9) = 6 + 9 = 15

Na terceira linha de baixo para cima:

- 7 – (–5) = 7 + 5 = 12
- –5 – (–6) = –5 + 6 = 1
- –6 – 15 = –21

Na quarta linha de baixo para cima:



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

- 12 – 1 = 11
- 1 – (–21) = 1 + 21 = 22

Na quinta linha de baixo para cima:

- 11 – 22 = –11

TRABALHO EM EQUIPE ▸ Página 49

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▸ Página 51

1. **a)** 5 + (7 – 2) – (4 + 3) = 5 + 5 – 7 = 10 – 7 = +3
b) –15 + [(–12) – (+4)] – (–7 – 4) = –15 + [(–12 – 4)] – (–11) =
= –15 – 16 + 11 = –31 + 11 = –20
c) 45 – {51 + [(–3) – (+8)]} =
= 45 – {51 + [(–3 – 8)]} =
= 45 – {51 + [–11]} =
= 45 – {51 – 11} =
= 45 – 40 = +5
d) (4 – 8) – {[7 + (+2 – 4) – (–5 – 13)] – 1} =
= –4 – {[7 + (–2) – (–18)] – 1} =
= –4 – {[7 – 2 + 18)] – 1} =
= –4 – {[5 + 18] – 1} =
= –4 – {23 – 1} =
= –4 – {22} = –26

2. = (+12) + (–12) – (–4) =
= 0 – (–4) =
= – (–4) =
= 4

3. **a)** As etapas apresentadas podem variar de uma calculadora para outra. Oriente os estudantes cujas calculadoras funcionem de maneira diferente das indicadas.

- Digitamos: $\boxed{2}\ \boxed{-}\ \boxed{9}\ \boxed{+}\ \boxed{7}\ \boxed{+/-}\ \boxed{=}$ e obtemos: MINUS 14
- Digitamos: $\boxed{4}\ \boxed{6}\ \boxed{+/-}\ \boxed{+}\ \boxed{5}\ \boxed{3}\ \boxed{+/-}\ \boxed{-}\ \boxed{7}\ \boxed{6}\ \boxed{=}$ e obtemos: MINUS 175
- Digitamos: $\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{9}\ \boxed{+}\ \boxed{1}\ \boxed{3}\ \boxed{4}\ \boxed{+/-}\ \boxed{-}\ \boxed{2}\ \boxed{8}\ \boxed{9}\ \boxed{+/-}\ \boxed{=}$ e obtemos: 284

b) Uma maneira é calcular a operação entre parênteses e reescrever a expressão. Depois, calcular a operação entre colchetes e reescrever a expressão. E, por último, calcular a operação entre chaves e obter o resultado +6.

Resposta possível:

Primeiro, fazemos a operação entre os parênteses, digitando: $\boxed{4}\ \boxed{-}\ \boxed{9}\ \boxed{=}$ e obtemos: MINUS 5

Reescrevemos a expressão: –{16 + [–27 + 5]}

Fazemos a operação entre os colchetes, digitando:

$\boxed{2}\ \boxed{7}\ \boxed{+/-}\ \boxed{+}\ \boxed{5}\ \boxed{=}$

e obtemos: MINUS 22

Reescrevendo a expressão: –{16 –22}

Fazemos a operação entre as chaves, digitando:

$\boxed{1}\ \boxed{6}\ \boxed{-}\ \boxed{2}\ \boxed{2}\ \boxed{=}$

e obtemos: MINUS 6

Finalmente, digitamos $\boxed{+/-}$ e obtemos MINUS 6

4. **a)** Exemplo de expressão:
–10 + [(–12) – (–14)] – (–5 – 3) =
= –10 + [+2] – (–8) =
= –10 + 2 + 8 =
= –8 + 8 = 0
b) Exemplo de expressão:
[7 + (5 – 2)] – [(4 + 3)] =
= [7 + 3] – [7] =
= 10 – 7 = 3

5. Exemplo de resposta:

1	2	–3
–4	0	4
3	–2	–1

- 1 + 2 + (–3) = 0
- (–4) + 0 + 4 = 0
- 3 + (–2) + (–1) = 0
- 1 + (–4) + 3 = 0
- 2 + 0 + (–2) = 0
- (–3) + 4 + (–1) = 0
- 1 + 0 + (–1) = 0
- (–3) + 0 + 3 = 0

6. Exemplo de resposta: Em um ônibus de viagem que parte de Brasília para Santa Catarina, embarcaram 48 passageiros. Chegando a Mato Grosso do Sul, desceram 16 passageiros e entraram 18. No Paraná, desceram 28 e entraram 13. Quantas pessoas desembarcaram em Santa Catarina?

Resolução:
(+48) – (+16) + (+18) – (+28) + (+13) =
= 48 – 16 + 18 – 28 + 13 =
= 32 + 18 – 28 + 13 =
= 50 – 28 + 13 =
= 22 + 13 = 35

EDUCAÇÃO FINANCEIRA ▸ Página 53

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▸ Página 56

1. (+50) + (+50) + (+50) = +150 ou 3 · (+50) = +150
O valor total que a consumidora vai pagar pela compra no cartão de crédito é de 150 reais.

2. Nessa atividade é importante que os estudantes percebam que se os fatores têm sinais iguais, o produto é positivo, se têm sinais diferentes, o resultado é negativo. As alternativas em que os dois fatores têm sinais iguais (resultado positivo) são **a** e **c**.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

3. **a)** $(+2) \cdot (-10) = -20$
b) $(+3) \cdot (-5) = -15$
c) $(-5) \cdot (+1) = -5$
d) $(-1) \cdot (-7) = +7$
e) $0 \cdot (-3) = 0$
f) $(+12) \cdot (-5) = -60$
g) $3 \cdot (-15) = -45$
h) $(+100) \cdot (-1) = -100$

4. Para preencher o quadro é necessário observar os sinais dos fatores e do produto, pois é o que determina os sinais dos números faltantes.

a	*b*	Sinal de (*a* · *b*)	(*a* · *b*)
3	–7	–	–21
–8	4	–	–32
–9	–5	+	+45
–5	4	–	–20
–2	–8	+	+16
–7	–3	+	+21

5. **a)** O submarino desceu 100 metros a cada meia hora. Como 2 horas correspondem a 4 vezes meia hora, temos:
$(+4) \cdot (-100) = -400$ (400 m abaixo do nível do mar)
Portanto, após 2 horas, o submarino encontrava-se 400 m abaixo do nível do mar.
b) Em 8 minutos, o avião subiu: $8 \cdot 25 = 200$
Considerando a altitude que o avião estava, temos:
$+500 + (+8) \cdot (+25) = 700$ (700 m de altitude)
Portanto, após 8 minutos, o avião atingiu 700 m de medida de altitude.
c) Depois de 25 minutos, Hugo desceu:
$(+3) \cdot (-4) = -12$
Considerando a primeira descida de Hugo, temos:
$(-4) + (+3) \cdot (-4) = -16$ (16 m de profundidade)
Portanto, Hugo chegou a 16 m de profundidade.
d) $(+3) \cdot (-1) = -3$ (profundidade de 3 m)
Portanto, César consegue descer a 3 m de profundidade.

ATIVIDADES ▶ Página 58

1. Exemplo de respostas:
a) $(-114) \cdot (2) \cdot (-5) =$
$= (-114) \cdot (-10) =$
$= +1\,140$
b) $(+4) \cdot (-25) \cdot (-351) =$
$= (-100) \cdot (-351) =$
$= +35\,100$
c) $(-99) \cdot (-125) \cdot (-4) \cdot (+2) =$
$= (-99) \cdot (+500) \cdot (+2) =$
$= (-99) \cdot (+1\,000) =$
$= -99\,000$
d) $(+9) \cdot (+1) \cdot (+2) \cdot (+5) =$
$= (+9) \cdot (+10) =$
$= +90$
e) $(-100) \cdot (-50) \cdot (-40) \cdot (-10) =$
$= (+5\,000) \cdot (+400) =$
$= +2\,000\,000$
f) $(-12) \cdot (-100) \cdot (+30) \cdot (-1) =$
$= (+1\,200) \cdot (-30) =$
$= -36\,000$

2. **a)** $(-7) \cdot (+11) \cdot (-3) = (-77) \cdot (-3) = +231$
b) $(-2) \cdot (-14) \cdot (-5) = (+28) \cdot (-5) = -140$
c) $(-5) \cdot [(-4) + (+3)] = (-5) \cdot [\,-1] = +5$
d) $(+8) \cdot (-9) \cdot 0 \cdot (-16) \cdot (+18) = (-72) \cdot 0 \cdot (-16) \cdot (+18) =$
$= 0 \cdot (-16) \cdot (+18) = 0 \cdot (+18) = 0$

3. **a)** $(-12) \cdot (+3) \cdot (+1) = (-36) \cdot (+1) = -36$
b) $(+1) \cdot (-101) \cdot (-10) = (-101) \cdot (-10) = +1\,010$
c) $(+1) \cdot (+1) \cdot (+1) \cdot (+1) = +1$
d) $(-1) \cdot (-1) \cdot (+235) = (+1) \cdot (+235) = +235$
e) $(-2) \cdot (-5) \cdot (+4) = (+10) \cdot (+4) = +40$
f) $(+6) \cdot (-3) \cdot (+2) = (-18) \cdot (+2) = -36$
g) $(-10) \cdot (-8) \cdot (+5) = (+80) \cdot (+5) = +400$
h) $(-12) \cdot (-5) \cdot (+4) \cdot (-1) = (+60) \cdot (+4) \cdot (-1) =$
$= (+240) \cdot (-1) = -240$

4. Não, pois o elemento neutro da multiplicação dos números inteiros é 1. Um número multiplicado por –1 determina seu oposto; portanto, –1 não pode ser o elemento neutro.

ATIVIDADES ▶ Página 60

1. **a)** $21 : 3 - 4 \cdot (-3) = 7 - (-12) = 7 + 12 = 19$
b) $|-10| \cdot 3 + 5 \cdot (-3 + 4) = 30 + 5 \cdot 1 = 35$
c) $(-5) + (-3) \cdot (-4) - (-10) \cdot (-2) = (-5) + 12 + 10 \cdot (-2) =$
$= (-5) + 12 - 20 = -13$
d) $[(+23) + (-5)] : [12 - (+3) \cdot (-2)] = [18] : [12 - (-6)] =$
$= 18 : [12 + 6] = 18 : 18 = 1$

2. **a)** $(-27) : (+3) = -9$, portanto o quociente é um número inteiro.
b) $(+5) : (-3) = -\frac{5}{3}$, portanto o quociente não é um número inteiro.
c) $(+7) : (-49) = -\frac{7}{49} = -\frac{1}{7}$, portanto o quociente não é um número inteiro.
d) $0 : (-9) = 0$, portanto o quociente é um número inteiro.
e) $(-3) : (+12) = -\frac{3}{12} = -\frac{1}{4}$, portanto o quociente não é um número inteiro.
f) $(-16) : (-4) = +4$

alternativas **a**, **d** e **f**.

3. O erro de cálculo acontece da 2ª para a 3ª linha, pois –(+7) é igual a –7.
$-25 - (+3) \cdot (-7) - 21 : (+3) =$
$= -25 - (-21) - (+7) =$
$= -25 + 21 - 7 = -4 - 7 = -11$

4. **a)** –5, pois –5 · 4 = –25
b) –7, pois (–7) · (–7) = +49
c) +81, pois (–1) · 81 = –81
d) 0, pois 0 · (–16) = 0
e) –10, pois –10 · 200 = –2 000
f) +31, pois 31 · (–20) = –620

5. Respostas possíveis:

–20 e +5, pois: –20 : (+5) = –4

–15 e +5, pois: –15 : (+5) = –3

–3 e +3, pois: (–3) : (+3) = –1

+12 e –6, pois: +12 : (–6) = –2

ou

–20 e +5, pois: –20 : (+5) = –4

–15 e +5, pois: –15 : (+5) = –3

–6 e +3, pois: –6 : (+3) = –2

+12 e –3, pois: +12 : (–3) = –4

6. Vamos efetuar os cálculos de depósitos e o pagamento dos cheques para descobrir o saldo de Diogo:
+543 + 273 – 85 – 128 = +603
a) O saldo da conta bancária de Diogo é de R$ 603,00 positivos. Sendo assim, ele tem o suficiente para pagar a conta.
b) Para descobrir quanto irá sobrar, vamos fazer os cálculos:
603 – 458 = 145
Portanto, ainda sobrarão R$ 145,00.

7. **a)** (+4 800) : (–8) = –600
Portanto, o número inteiro que multiplicado por –8 resulta em 4 800 é o –600.
b) (–1 550) : (5) = –310
Portanto, o número inteiro que multiplicado por 5 resulta em –1 550 é o –310.

8. **a)** Para encontrarmos a quantidade de parcelas, devemos dividir o valor total da moto pelo valor das parcelas.
4 000 : 250 = 16
Portanto, o pagamento será realizado em 16 parcelas.
b) Sim, pois: (14 · 260) = 3 640 e 3 640 < 4 000.

9. **a)** Se Adriano acertar 10 questões, ele terá errado 10 questões. Assim, temos:
Fichas recebidas: 10 · 3 = 30
Fichas perdidas: 10 · 1 = 10
Como todos começam o jogo com 10 fichas, o saldo de Adriano é dado por:
10 + 30 – 10 = 30
Ao final do jogo, Adriano terá saldo de 30 fichas.
Seu saldo será positivo de 30 fichas.
b) Rafael acertou 15 questões; então, ele errou 5 questões.
Assim, temos:
Fichas recebidas: 15 · 5 = 45
Fichas perdidas: 5 · 1 = 5
Como todos começam o jogo com 10 fichas, o saldo de Rafael é dado por:
10 + 45 – 5 = 50
Ao final do jogo, Rafael terá saldo positivo de 50 fichas.
c) Como cada jogador inicia o jogo com 10 fichas, para um jogador ficar com 10 fichas ao final do jogo ele precisa perder a mesma quantidade de fichas que ganhar.
Chamando as fichas recebidas de r e as fichas perdidas de p, temos:
$r \cdot 3 = p \cdot 1$
Lembrando que $r + p = 20$, pois o jogo tem 20 questões, podemos descobrir, por tentativa, os valores de r e p:
1 · 3 = 19 · 1
3 = 19 sentença falsa
2 · 3 = 18 · 1
6 = 18 sentença falsa
3 · 3 = 17 · 1
9 = 17 sentença falsa
4 · 3 = 16 · 1
12 = 16 sentença falsa
5 · 3 = 15 · 1
15 = 15 sentença verdadeira
Portanto, um jogador deve acertar apenas 5 questões para ficar com 10 fichas ao final do jogo.
d) O maior número de fichas que um jogador pode acumular, ocorre quando acerta as 20 questões.
Assim:
10 + 3 · 20 = 10 + 60 = 70
Logo, o maior número de fichas é 70.
e) Podemos descobrir o número mínimo de questões que um jogador deve acertar para não ficar com saldo negativo fazendo tentativas.
Para apenas 1 acerto: 10 + 3 – 19 = –6 (saldo negativo)
Para 2 acertos: 10 + 6 – 18 = –2 (saldo negativo)
Para 3 acertos: 10 + 9 – 17 = 2 (saldo positivo)
Portanto, um jogador deve acertar um número mínimo de 3 questões para não ficar com saldo negativo de fichas.

10. Exemplo de resposta: Em 12/3, Ana tinha 2 000 reais em sua conta bancária. No dia 15/3 pagou uma conta no valor de 200 reais. Com o valor que sobrou comprou três pares de sapatos para cada uma de suas filhas, no valor de 350 reais cada par. O valor que restou na conta, no valor de ela, seu marido e suas filhas. Com quantos reais cada integrante da família ficou? (Resposta: Cada integrante ficou com 150 reais.)

ATIVIDADES ▸ Página 63

1. **a)** $(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$
b) $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$
c) $(7)^2 = 7 \cdot 7 = 49$
d) $(-3)^4 = (-3) - (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$
e) $0^5 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

f) $(5)^0 = 1$

g) $(-6)^3 = (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = -216$

h) $(-100)^0 = 1$

i) $(-1\,000)^1 = -1\,000$

j) $(-10)^3 = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = -1\,000$

k) $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

l) $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$

2. Para responder às questões, vamos calcular algumas potências de (-4):

$(-4)^0 = 1$

$(-4)^1 = -4$

$(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = +16$

$(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$

$(-4)^4 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = +256$

$(-4)^5 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -1\,024$

a) Para $x = 3$.

b) Para $x = 4$.

c) Para $x = 0$ ou $x = 2$, os termos serão positivos.
Para $x = 1$ ou $x = 3$, os termos serão negativos.

3. Não, pois ao elevar um número negativo a um expoente par, obtemos um número positivo.
Sim, pois ao elevar um número negativo a um expoente ímpar, obtemos um número negativo.

4. a) Temos 16 quadradinhos.
$16 = 4 \cdot 4 = 4^2$

b) Temos 25 quadradinhos.
$25 = 5 \cdot 5 = 5^2$

c) Temos 36 quadradinhos.
$36 = 6 \cdot 6 = 6^2$

d) Temos 9 quadradinhos.
$9 = 3 \cdot 3 = 3^2$

5. a) Como a nova lajota tem o mesmo tamanho da anterior, para Cláudio trocar todo o piso será necessária a mesma quantidade de lajotas, ou seja, 16 na largura e 16 no comprimento, totalizando 256 lajotas.
$16 \cdot 16 = 16^2 = 256$

b) Como a largura e o comprimento das lajotas novas são o dobro das antigas, na largura e no comprimento da sala cabe apenas a metade das lajotas, ou seja, 8 lajotas. Então, seriam necessárias 64 lajotas.
$8 \cdot 8 = 8^2 = 64$

6. Uma das diagonais:
$2 \cdot (-3)^3 \cdot (-1)^{10} = 2 \cdot (-27) \cdot (+1) = -54$
Outra diagonal:
$(-1)^5 \cdot (-3)^3 \cdot \blacktriangle = (-1) \cdot (-27) \cdot \blacktriangle = 27 \cdot \blacktriangle = -54$
$27 \cdot \blacktriangle : 27 = -54 : 27 = \blacktriangle = -2$
O número escondido é –2.

ATIVIDADES ▸ Página 65

1. a) Lado do 1º quadrado: 16
Lado do 2º quadrado: $\sqrt{16} = 4$
Lado do 3º quadrado: $\sqrt{4} = 2$
As medidas dos lados dos quadrados eram 16, 4 e 2.

2. a) $\sqrt{+9} = 3$, porque $3^2 = +9$.

b) $\sqrt{+100} = 10$, porque $10^2 = +100$.

c) $-\sqrt{+49} = -7$, porque $-(7^2) = -49$.

3. a) $\sqrt{+16} = \sqrt{16} = 4$, portanto $\sqrt{+16}$ é número inteiro.

b) $\sqrt{+36} = \sqrt{36} = 6$, portanto $\sqrt{+36}$ é número inteiro.

c) $\sqrt{|-81|} = \sqrt{81} = 9$, portanto $\sqrt{|-81|}$ é número inteiro.

alternativas **a**, **b** e **c**.

4. a) Como $\sqrt{64} = 8$ e $\sqrt{100} = 10$, temos que o número inteiro que existe entre eles é o 9.

b) Como $-\sqrt{25} = -(+5) = -5$ e $-\sqrt{9} = -(+3) = -3$, temos que o número inteiro que existe entre eles é o –4.

c) Como $-\sqrt{+16} = -(+4) = -4$ e $\sqrt{0} = 0$, temos que os números inteiros que existem entre eles são: –3, –2, e –1.

d) Como $\sqrt{+49} = 7$ e $\sqrt{+81} = 9$, temos que o número inteiro que existe entre eles é o 8.

5.
- $(\sqrt{9})^2 + (\sqrt{16})^2 = (\sqrt{25})^2$
  $9 + 16 = 25$
  $25 = 25$
- $(\sqrt{81})^2 + (\sqrt{144})^{\,2} = (\sqrt{225})^2$
  $81 + 144 = 225$
  $225 = 225$

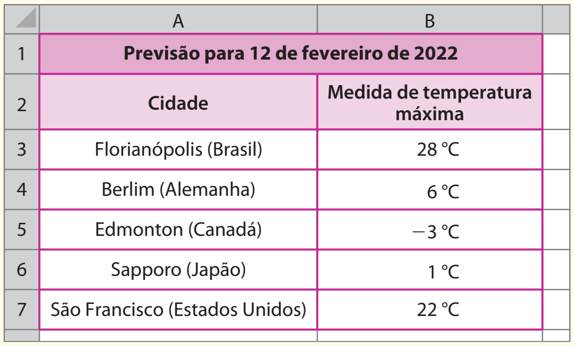
Em cada triângulo, a soma dos quadrados das medidas de comprimento dos lados menores é igual ao quadrado da medida de comprimento do lado maior.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Páginas 67 e 68

1. a)

	A	B
1	**Previsão para 12 de fevereiro de 2022**	
2	**Cidade**	**Medida de temperatura mínima**
3	Florianópolis (Brasil)	20 °C
4	Berlim (Alemanha)	3 °C
5	Edmonton (Canadá)	−6 °C
6	Sapporo (Japão)	−10 °C
7	São Francisco (Estados Unidos)	9 °C

Dados obtidos por Caio em 11 fev. 2022.

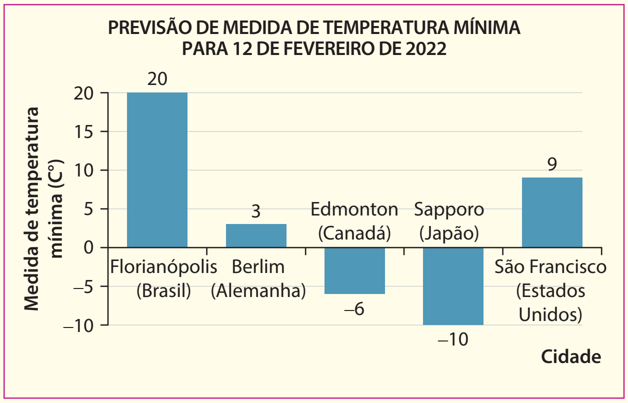


	A	B
1	**Previsão para 12 de fevereiro de 2022**	
2	**Cidade**	**Medida de temperatura máxima**
3	Florianópolis (Brasil)	28 °C
4	Berlim (Alemanha)	6 °C
5	Edmonton (Canadá)	−3 °C
6	Sapporo (Japão)	1 °C
7	São Francisco (Estados Unidos)	22 °C

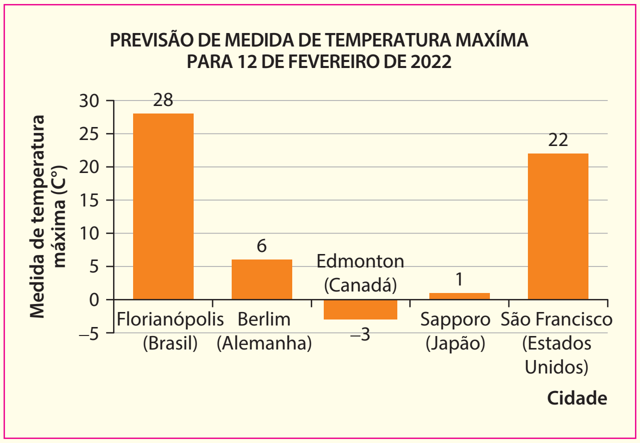
Dados obtidos por Caio em 11 fev. 2022.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

b)



Dados obtidos por Caio em 11 fev. 2022.



Dados obtidos por Caio em 11 fev. 2022.

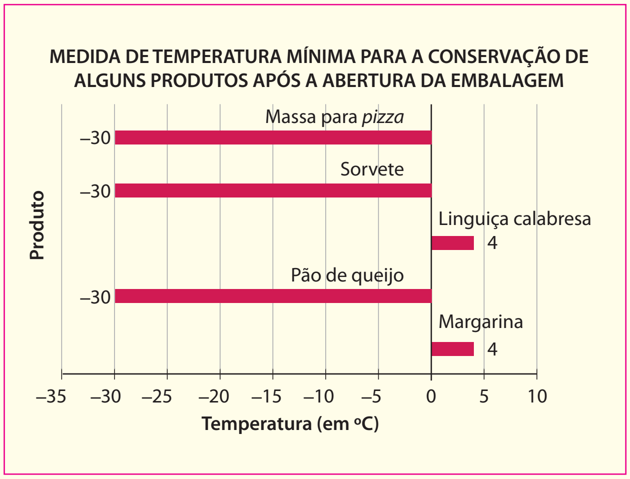
c) A medida de temperatura mínima prevista foi a menor em: Sapporo (Japão); e foi a maior em: Florianópolis (Brasil).

2. a) Margarina: 8 °C – 4 °C = 4 °C; pão de queijo: –12 °C – – (–30 °C) = 18 °C; linguiça calabresa: 8 °C – 4 °C = 4 °C; sorvete: –18 °C – (–30 °C) = 12 °C; massa para *pizza*: –18 °C – – (–30 °C) = 12 °C.

Menor diferença: 4 °C, da margarina e da linguiça calabresa;

Maior diferença: 18 °C, do pão de queijo.

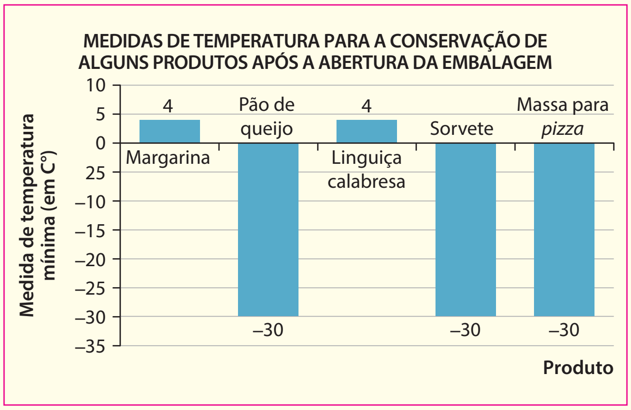
b)



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos por Miguel em janeiro de 2023.

c)



Dados obtidos por Miguel em jan. 2024.

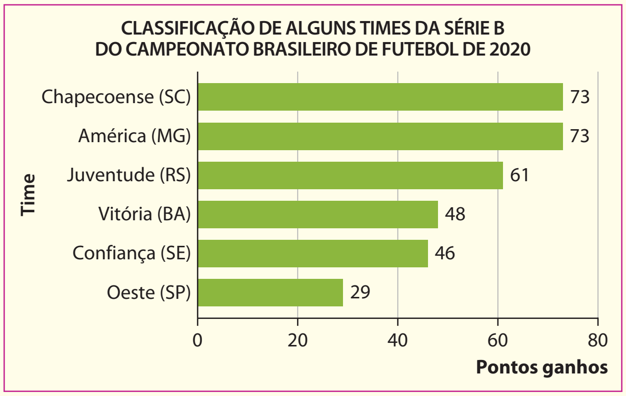
d) Pão de queijo, sorvete e a massa de *pizza*, pois estes produtos podem ser conservados entre –30 °C e –12 °C.

3. a)

	A	B
1	**Classificação de alguns times da série B do Campeonato Brasileiro de Futebol de 2020**	
2	**Times**	**Pontos ganhos**
3	Chapecoense (SC)	73
4	América (MG)	73
5	Juventude (RS)	61
6	Vitória (BA)	48
7	Confiança (SE)	46
8	Oeste (SP)	29

Dados obtidos por Andrea no *site* oficial da Confederação Brasileira de Futebol (CBF), em 12 fev. 2021.

b)



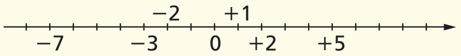
Dados obtidos por Andrea no *site* oficial da Confederação Brasileira de Futebol (CBF), em 12 fev. 2021.

c) 73 – 29 = 44

d) Chapecoense, América e Juventude, pois os três times têm saldo de gols positivo.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▶ Páginas 69, 70 e 71

1.



a) +5 é o maior número representado na reta, pois ele está mais à direita que todos os outros. E –7 é o menor de todos, pois está mais à esquerda de todos os outros.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

b) +1 é o sucessor de 0, pois 0 + 1 = 1.

c) –3 é o antecessor de –2, pois –3 + 1 = –2.

2. **a)** A alternativa é verdadeira, pois o sucessor de –21 é –20, o antecessor de 21 é 20, e –20 é o oposto de 20.

b) A alternativa é verdadeira, pois |–a| = a e |a| = a.

c) A alternativa é falsa, pois, por exemplo, |–3| = 3, |+2| = 2 e 3 > 2.

3. Se julgar adequado, pergunte aos estudantes se há alguma dica que, por si só, seja suficiente para desvendar o número. Os estudantes deverão observar que todas as dicas são importantes e que precisam ser consideradas em conjunto para se chegar ao número procurado.

- 4, 3, –5, –3 ou –2
- 4 ou –5
- –5

O número da carta virada para baixo é –5.

4. Nesta atividade os estudantes poderão observar que a última dica dada por Gislaine é suficiente para descobrir o número procurado, pois o único número cujo módulo de seu sucessor é igual ao módulo de seu antecessor é o zero. Note que –1 é o antecessor de zero e 1 é o sucessor de zero, ambos têm módulo igual a 1.

5. Exemplo de resposta:

É um número quadrado perfeito.

É a soma de dois números inteiros positivos consecutivos.

É menor que 10.

Resposta: 9

6. Construindo uma reta numérica e localizando os números dados em cada item, podemos comparar cada par de números observando que o número que estiver mais à direita do outro será maior.

a) –12 < +15

b) 0 > –3

c) +12 > –15

d) +4 < +7

7. **a)** Calculando a amplitude térmica de cada cidade, temos:

Cidade A:

Amplitude térmica: –1 – (– 18) = –1 + 18 = 17

A amplitude térmica foi de 17 °C.

Cidade B:

Amplitude térmica: 2 – (– 20) = 2 + 20 = 22

A amplitude térmica foi de 22 °C.

Cidade C:

Amplitude térmica: 12 – (– 6) = 12 + 6 = 18

A amplitude térmica foi de 18 °C.

Logo, a cidade que apresentou a maior amplitude térmica foi a cidade B: 22 °C. E a cidade que apresentou a menor amplitude térmica foi a cidade A: 17 °C.

b) Na cidade B, pois registrou –20 °C.

c) –1 °C, pois se localizarmos todos os números que representam as medidas de temperatura registradas no quadro, –1 é o número que está mais perto do zero.

8. **a)** (–8) – (■) = +4, adicionando 8 aos dois membros da igualdade, temos:

(–8) + 8 – ■ = + 4 + 8, logo: ■ = –12

b) (–16) – (■) = –7, adicionando 16 aos dois membros da igualdade, temos:

(–16) + 16 – ■ = –7 + 16, logo: ■ = –9

c) (■) – (–8) = +4, adicionando –8 aos dois membros da igualdade, temos:

■ – (–8) + (–8) = +4 + (–8)

■ + 8 – 8 = 4 – 8

■ = –4

d) (■) – (+9) = –12, adicionando 9 aos dois membros da igualdade, temos:

■ – 9 + 9 = –12 + 9

■ = –3

e) Espera-se que os estudantes percebam que somando dois números opostos o resultado da soma será zero. Exemplo de resposta: 1 e (–1).

9. **a)** Associativa, pois ela associou as duas últimas parcelas.

b) Exemplo de resposta:

[(–5) + (+6)] + (+4) =

= (+1) + (+4) = +5

10. **a)** –7 + 8 – 3 – 8 = –7 + 8 – 8 –3 = – 7 – 3 = –10

b) +5 – 11 + 5 + 11 = 5 + 5 –11 + 11 = 5 + 5 = +10

c) +4 – 3 + 40 – 30 + 400 – 300 = 1 + 10 + 100 = +111

d) –40 – 7 – 5 + 2 – 83 + 38 = –47 – 3 – 83 + 38 = –50 – 83 + 38 = = –133 + 38 = –95

e) –(+27 – 14) + (–27 + 14) = –27 + 14 – 27 + 14 = –26

11. De cima para baixo, da esquerda para a direita:

(+1 000):[(+10) · (+50)] = 1 000:[500] = +2

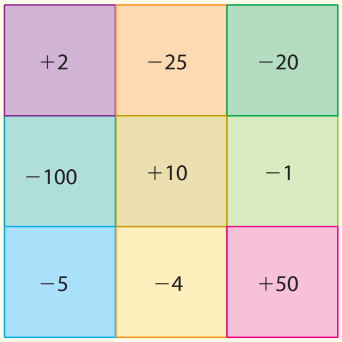
(+1 000):[(+2) · (–5)] = 1 000:[–10] = –100

(+1 000):[(+2) · (–20)] = 1 000:[–40] = –25

(+1 000):[(+10) · (–25)] = 1 000:[–250] = –4

(+1 000):[(+10) · (–5)] = 1 000:[–50] = –20

(+1 000):[(+10) · (–100)] = 1 000:[–1 000] = –1



+2	−25	−20
−100	+10	−1
−5	−4	+50

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

12. As etapas apresentadas podem variar de uma calculadora para outra. Oriente os estudantes cujas calculadoras funcionem de maneira diferente da indicada.

a) –1 824

b) 2 208

c) –105

d) 17

13.

5	×	0	−	8	+	18	=	10
+	10	−	40	×	70	−		
2	×	3	+	29	−	15	=	20
−	20	+	50	+	80	×		
1	+	14	×	4	−	32	=	25
×	30	×	60	−	90	+		
13	×	2	−	40	+	14	=	0
=		=		=		=		
–6		25		196		–448		

14. **a)** $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$

b) $4 \cdot 5^3 = 4 \cdot 125 = 500$

c) $750 : 125 = 6$

15. **a)** $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$

b) Em duas faces amarelas há 18 cubinhos, porém os 2 cubinhos centrais têm apenas faces amarelas, restando 16 cubinhos com faces de duas cores.

16. **a)** *A*: 1 

B: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$, logo é formado por 8 

C: $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$, logo é formado por 27 

D: $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$, logo é formado por 64 

E: $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$, logo é formado por 125 

F: $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$, logo é formado por 216 

b) 1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3 e 6^3

c) *A*; 1 cubinho

A e *B*: 9 cubinhos $(1 + 8 = 9)$

B e *C*: 36 cubinhos $(8 + 27 = 36)$

A, *B*, *C* e *D*: 100 cubinhos $(1 + 8 + 27 + 64 = 100)$

A, *B*, *C*, *D* e *E*: 225 cubinhos $(100 + 125 = 225)$

A, *B*, *C*, *D*, *E* e *F*: 441 cubinhos $(225 + 216 = 441)$

d) 1^2, 3^2, 6^2, 10^2, 15^2 e 21^2

e) A soma das bases das seis potências do item **b** é 21 $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21)$, que é igual à base da sexta potência do item **d**.

f) Cinco primeiras bases das potências do item **b**: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

Quinta base das potências do item **d**: 15

Quatro primeiras bases das potências do item **b**: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$

Quarta base das potências do item **d**: 10

Três primeiras bases das potências do item **b**: $1 + 2 + 3 = 6$

Terceira base das potências do item **d**: 6

Duas primeiras bases das potências do item **b**: $1 + 2 = 3$

Segunda base das potências do item **d**: 3

Ou seja, em cada caso, a soma das primeiras bases das potências do item **b** é igual à respectiva base do item **d**.

17. Se a bactéria dobra de tamanho a cada minuto e às 14 horas e 20 minutos o tubo estava cheio até a boca, concluímos que no minuto anterior ele estava preenchendo a metade do tubo.

Sendo assim, o horário em que o tubo de ensaio estava com a metade da quantidade de bactérias é às 14 horas e 19 minutos.

18. **a)** $(1 + 3 + 5 + 7 + 9) = 25$, portanto o próximo número é 25.

b) Sim, pois $11^2 = 121$; $121 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21$

19. Se no interior do primeiro cubo temos 8 bolinhas, então temos:

a) no segundo cubo, 64 bolinhas, pois: $8 \cdot 2^3 = 8 \cdot 8 = 64$

b) no terceiro cubo, 216 bolinhas, pois: $8 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$

c) no centésimo cubo haverá $8 \cdot 100^3$ bolinhas.

Capítulo 3

ATIVIDADES ▸ Página 75

1. **a)** 120°, pois a cada hora o ponteiro das horas anda 30° e $4 \cdot 30° = 120°$.

b) 150°, observando o sentido anti-horário temos 5 horas entre os ponteiros, assim: $5 \cdot 30° = 150°$.

2. **I.** 90°; reto

II. 120°; obtuso

III. 30°; agudo

É interessante que as discussões sobre medidas de aberturas de ângulos estejam sempre atreladas às estimativas dessas medidas. Por exemplo, se os estudantes tiverem como referencial um ângulo reto, eles poderão classificar qualquer ângulo quanto à sua medida de abertura como ângulo reto, agudo ou obtuso sem o uso de transferidor. Além disso, quando precisarem realizar medições e/ou construções de ângulos, poderão reduzir seus erros usando esse referencial.

3. A. Placa de trânsito na forma triangular: 60°

B. Toalha quadriculada: 90°

C. Caixa de bombons na forma octogonal: 135°

- Espera-se que os estudantes demonstrem suas estratégias para a determinação dos ângulos das figuras propostas.

4. Se considerar conveniente, na atividade, sugira aos estudantes que tentem identificar, antes de usar o transferidor, os ângulos que são congruentes, ou seja, que têm a mesma medida de abertura. Depois, peça que confiram as medidas com o transferidor.

itens **a**, **d** e **e**.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

5. $A\hat{O}C$, $B\hat{O}D$, $C\hat{O}E$, pois suas medidas são iguais a 90°.

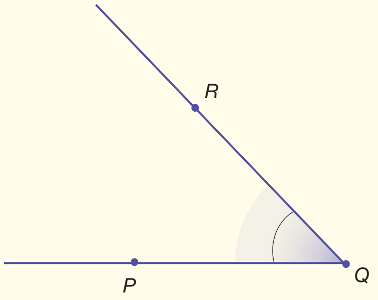
6. Ele deve retirar o transferidor e, em seguida, traçar a semirreta $\overrightarrow{OB}$.

7. **a)** Agudo, pois $45° < 90°$

b) 45°

c) Os estudantes podem desenhar um ângulo com abertura medindo 45° em qualquer posição.

Exemplo de resposta:



ATIVIDADES ▸ Página 78

1. **a)** Complementares, pois a soma das medidas de aberturas de dois ângulos é igual a 90°.

b) Nem complementares nem suplementares.

c) Suplementares, pois a soma das medidas de aberturas de dois ângulos é igual a 180°.

d) Nem complementares nem suplementares.

2. **a)** complemento: $90° - 40° = 50°$;

suplemento: $180° - 40° = 140°$

b) complemento: $90° - 75° = 15°$;

suplemento: $180° - 75° = 105°$

3. Os pares de tampos com que é possível formar uma mesa retangular são aqueles em que a medida de abertura dos ângulos do triângulo que não são retos são complementares.

Assim, os pares de tampos são:

- A e F, pois $45° + 45° = 90°$;
- B e E, pois $30° + 60° = 90°$;
- C e D, pois $50° + 40° = 90°$.

4. Adjacentes complementares: item **d**, pois a soma das medidas de abertura é 90°.

Adjacentes suplementares: itens **b** e **c**, pois a soma das medidas de abertura é 180°.

5. Como a folha é retangular, a medida de abertura dos quatro ângulos internos é 90°.

Se a medida de abertura de um ângulo é 65°, a medida de abertura do outro ângulo pode ser calculada por:

$$90° - 65° = 25°$$

Portanto, a medida de abertura do outro ângulo é 25°.

6. **a)** O suplemento do ângulo cuja medida de abertura igual a 34° é 146°, pois, $180° - 34° = 146°$.

Dividindo o resultado do cálculo anterior por 2, temos:

$146° : 2 = 73°$

Portanto, a medida de abertura procurada é de 73°.

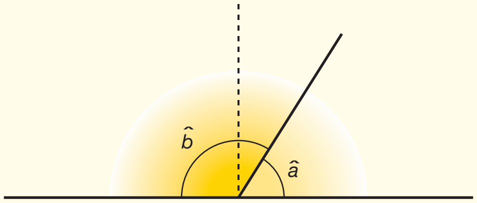
b) O complemento do ângulo cuja medida de abertura igual a 72° é 18°, pois, $90° - 72° = 18°$.

Multiplicando o resultado do cálculo anterior por 3, temos: $18° \cdot 3 = 54°$

Portanto, a medida de abertura procurada é de 54°.

7. **a)** Verdadeira, pois para que dois ângulos sejam complementares, a soma de suas medidas de abertura é igual a 90°, e ângulos menores de 90° são agudos.

b) Falsa, pois para que dois ângulos sejam suplementares, a soma das suas medidas de abertura é igual a 180°, e se um ângulo é agudo, o outro é necessariamente obtuso. Observe a seguir a representação dessa situação.



c) Falsa, pois para que dois ângulos sejam suplementares, a soma das suas medidas de abertura é igual a 180°, e se um ângulo é obtuso, o outro é necessariamente agudo.

d) Verdadeira, pois $90° + 90° = 180°$.

alternativas **a** e **d**

8. Peça aos estudantes que troquem com o colega as construções feitas para que o outro confira se as medidas de abertura dos ângulos construídos obedecem às condições do enunciado.

9. Como são dois ângulos suplementares, isto é, a soma das medidas de abertura é igual a 180° e um tem o dobro da medida de abertura do outro, então podemos dividir 180° por 3 para obter a medida de abertura do menor ângulo.

$$180° : 3 = 60°$$

Portanto, a medida de abertura do menor ângulo é igual a 60°.

Como a medida de abertura do outro ângulo é o dobro da medida de abertura do menor, multiplicamos 60° por 2.

$$60° \cdot 2 = 120°$$

Logo, as medidas de abertura dos ângulos descritos são 60° e 120°.

ATIVIDADES ▸ Página 81

1. Basta dividir a medida de abertura de cada ângulo por 2 para responder à questão.

a) $70° : 2 = 35°$

b) $50° : 2 = 25°$

c) $130° : 2 = 65°$

d) $180° : 2 = 90°$

2. Como $\overrightarrow{OD}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$ e $\text{med}\left(D\hat{O}B\right) = 30°$, então temos: $\text{med}\left(A\hat{O}D\right) = 30°$.

Como $\overrightarrow{OE}$ é bissetriz de $B\hat{O}C$ e $\text{med}\left(B\hat{O}E\right) = 20°$, então temos: $\text{med}\left(E\hat{O}C\right) = 20°$.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Assim, a medida de abertura dos ângulos $A\hat{O}C$ e $A\hat{O}B$ pode ser obtida por:

$\text{med}\left(A\hat{O}C\right) = \text{med}\left(A\hat{O}D\right) + \text{med}\left(D\hat{O}B\right) + \text{med}\left(B\hat{O}E\right) + \text{med}\left(E\hat{O}C\right)$

$\text{med}\left(A\hat{O}C\right) = 30° + 30° + 20° + 20°$

$\text{med}\left(A\hat{O}C\right) = 100°$

$\text{med}\left(A\hat{O}B\right) = \text{med}\left(A\hat{O}D\right) + \text{med}\left(D\hat{O}B\right)$

$\text{med}\left(A\hat{O}C\right) = 30° + 30°$

$\text{med}\left(A\hat{O}C\right) = 60°$

3. Como 0,5° = 30', temos:

- **a)** 57° : 2 = 28,5°. Logo, a medida de abertura dos ângulos formados é 28°30'.
- **b)** 79° : 2 = 39,5°. Logo, a medida de abertura dos ângulos formados é 39°30'.
- **c)** 105° : 2 = 52,5°. Logo, a medida de abertura dos ângulos formados é 52°30'.
- **d)** 15° : 2 = 7,5°. Logo, a medida de abertura dos ângulos formados é 7°30'.

4. Para traçar um ângulo com abertura medindo 90°, os estudantes podem usar um transferidor, um dos ângulos de um esquadro, a "quina" de uma folha de papel sulfite etc.

90° : 2 = 45°

ATIVIDADES ▶ Página 84

1. $\hat{a}$ e $\hat{d}$ (o.p.v.); $\hat{b}$ e $\hat{e}$ (o.p.v.); $\hat{c}$ e $\hat{f}$ (o.p.v.)

2. Observando a figura, podemos concluir que $x = 60°$, pela propriedade dos ângulos o.p.v. Para determinar a medida de abertura do ângulo y, temos:

$y + 60° = 180° = y = 180° - 60° = 120°$

Como os ângulos y e z são opostos pelo vértice, temos: y = 120° e z = 120°.

3. **a)** $x = 180° - 40° = 140°$

$y = 40°$ (o.p.v.)

b) $x = 180° - 30° = 150°$

$y = 150°$ (o.p.v.)

c) $y = 180° - 120° = 60°$

$x = 180° - 60° = 120°$

d) $x = 180° - 160° = 20°$

$y = 160°$ (o.p.v.)

e) $x = y$ (o.p.v.)

$x = y = 180° - 20° = 160°$

f) $x = 30°$ (o.p.v.)

$y = 180° - 30° = 150°$

4. Pela imagem, temos que o ângulo y é oposto pelo vértice ao ângulo $B\hat{O}C = 20°$. Assim, temos:

$$y = 20°$$

$A\hat{O}B$ é oposto pelo vértice ao ângulo $E\hat{O}D = 110°$.

Os ângulos x, $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são adjacentes e suplementares; sendo assim:

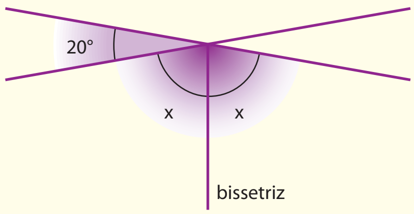
$x + 110° + 20° = 180°$

$x = 180° - 110° - 20°$

$x = 70° - 20°$

$x = 50°$

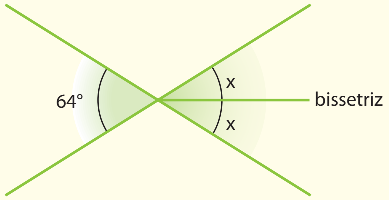
5. **a)**



$180° - 20° = 160°$

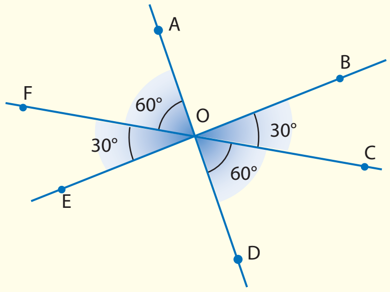
$x = 160° : 2 = 80°$

b)



$x = 64° : 2 = 32°$

6. Pela propriedade dos ângulos o.p.v., podemos determinar a medida de abertura dos ângulos $F\hat{O}A$ e $B\hat{O}C$, como indicado na figura a seguir.



A medida de abertura do ângulo $A\hat{O}B$ pode ser obtida por:

$\text{med}\left(A\hat{O}B\right) = 180° - \text{med}\left(F\hat{O}E\right) - \text{med}\left(F\hat{O}A\right) =$

$= 180° - 30° - 60° = 90°$

Portanto, $\text{med}\left(A\hat{O}B\right) = 90°$.

7. **a)** A medida de abertura dos ângulos $\hat{b}$, $\hat{d}$, $\hat{f}$ e $\hat{h}$ é 90°.

A medida de abertura dos ângulos $\hat{e}$ e $\hat{c}$ é 75°.

A medida de abertura dos ângulos $\hat{g}$ e $\hat{i}$ é 105°.

b) $\hat{g}$ e $\hat{i}$ (o.p.v.); $\hat{e}$ e $\hat{c}$ (o.p.v.); $\hat{f}$ e $\hat{h}$ (o.p.v.) ; $\hat{b}$ e $\hat{d}$ (o.p.v.)

c) São ângulos suplementares, pois a soma das medidas de abertura desses ângulos é igual a 180°.

INFORMÁTICA E MATEMÁTICA ▶ Página 85

Resoluções e comentários em *Orientações*.

INFORMÁTICA E MATEMÁTICA ▶ Página 87

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES ▶ Página 88

1. Pela propriedade de ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal, α e β são congruentes.
alternativa **c**

2. **a)** $x = 60°$ (ângulos correspondentes) e $y = 120°$ (ângulos correspondentes)

b) $m = 45°$ (ângulos correspondentes) e $n = 45°$ (o.p.v.)

3. **a)** Na figura temos o ângulo de medida de abertura b oposto pelo vértice a um ângulo de medida de abertura 135°; logo, $b = 135°$. Já a e b são medidas de abertura de ângulos suplementares; assim, temos:

$a = 180° - b$

$a = 180° - 135°$

$a = 45°$

Portanto, $a = 45°$ e $b = 135°$.

b) Na figura temos o ângulo de medida de abertura a oposto pelo vértice ao ângulo de medida de abertura b.

Podemos observar que b e 60° são medidas de abertura de ângulos suplementares; assim, temos:

$b = 180° - 60°$

$b = 120° = a$

Portanto, $a = 120°$ e $b = 120°$.

c) Na figura temos que a e b são medidas de abertura de ângulos suplementares, e que a mede 127°. Assim, temos:

$b = 180° - 127°$

$b = 53°$

Portanto, $a = 127°$ e $b = 53°$.

d) Na figura temos o ângulo oposto pelo vértice ao ângulo a tem medida de abertura de 82°. Assim, temos:

$a = 82°$

$b = 180° - 20° - 82°$

$b = 78°$

Portanto, $a = 82°$ e $b = 78°$.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▶ Página 90

1. **a)** Observando o gráfico, temos: Cidade E: –5 °C; Cidade C: –9 °C

b) Observando o gráfico, temos: Cidade D: 7 °C; Cidade A: –18 °C

2. **a)** Em 2021, pois a coluna é mais alta do lado positivo.

b) Em 2022, pois a coluna é mais alta do lado negativo.

c) Em 2018, houve lucro de 10 milhões de reais, pois a coluna está acima do eixo horizontal; em 2019, houve prejuízo de 5 milhões de reais, pois a coluna está abaixo do eixo horizontal.

3. **a)** Congelados e sorvetes, pois a medida de temperatura de armazenamento desses produtos é menor do que zero.

b) Bebidas e frutas, pois a medida de temperatura de armazenamento desses produtos é maior do que zero.

4. Mais alta em 27/12/2023, pois é a única barra à direita do eixo vertical, e a mais baixa em 3/9/2023, pois é a barra de maior comprimento à esquerda do eixo vertical.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▶ Página 91

1. **a)** Na casa em Heppenheim a medida de abertura do ângulo é igual a 83° e na casa na comunidade quilombola de Mangabeira a medida de abertura do ângulo é igual a 143°.

b) Comente com os estudantes que, em locais onde neva, os telhados têm inclinação menor que os telhados de locais mais quentes, para evitar o acúmulo de neve.

2. Analisando as alternativas, temos:

a) $\text{med}\left(B\hat{O}A\right) < \text{med}\left(B\hat{O}C\right)$

b) $\text{med}\left(B\hat{O}P\right) = \text{med}\left(B\hat{O}M\right)$

c) $\text{med}\left(B\hat{O}P\right) < \text{med}\left(R\hat{O}B\right)$

d) $\text{med}\left(B\hat{O}J\right) < \text{med}\left(B\hat{O}L\right)$

alternativa **b**

3. Analisando as alternativas, temos:

a) $\text{med}\left(A\hat{O}F\right) = \text{med}\left(D\hat{O}C\right)$ e são opostos pelo vértice

b) $\text{med}\left(A\hat{O}F\right) = \text{med}\left(A\hat{O}C\right)$ e são adjacentes

c) $\text{med}\left(A\hat{O}B\right) = \text{med}\left(B\hat{O}C\right)$ e são adjacentes

d) $\text{med}\left(E\hat{O}F\right) < \text{med}\left(A\hat{O}D\right)$

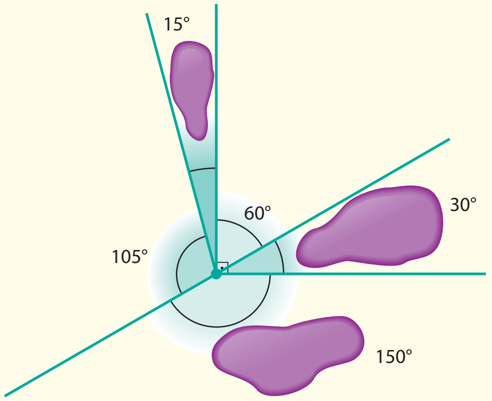
alternativa **a**

4. De acordo com o enunciado, temos $\text{med}\left(A\hat{V}C\right) = \text{med}\left(A\hat{V}D\right)$. Assim, se $\text{med}\left(A\hat{V}C\right) = 80°$, então $\text{med}\left(C\hat{V}D\right) = 160°$.

5. $180° - 105° - 60° = 15°$

$90° - 60° = 30°$

$180° - 30° = 150°$



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

6. **a)** $x = 40°$ (o.p.v.)

b) $x = 180° - 110° = 70°$

c) $x = 180° - 150° = 30°$

d) $x = 120°$ (o.p.v.)

7. **a)** $y = 180° - 60° - 80° = 40°$

Sabemos que a medida de abertura do ângulo $B\hat{O}C$ é igual a 60° comparando ao ângulo oposto pelo vértice. Se x é a bissetriz desse ângulo, temos: $x = 30°$

b) $y = 30°$ (o.p.v.)

$x = 180° - 30° - 40° = 110°$

Para finalizar ▶ Páginas 92 e 93

Resoluções e comentários em *Orientações*.

▶ Unidade 2

Capítulo 4

ATIVIDADES ▶ Páginas 97 e 98

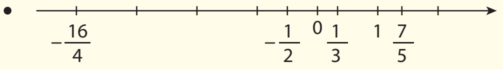
1. São racionais os números −2,3; −9; $-3\frac{1}{2}$; 2,82; 0; $-\frac{9}{10}$; $\sqrt{9}$; $\frac{7}{2}$. Isso porque podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, com *a* e *b* inteiros e $b \neq 0$. Por exemplo, $-2{,}3 = -\frac{23}{10}$; $-9 = -\frac{18}{2}$; $-3\,\frac{1}{2} = -\frac{7}{2}$; $2{,}82 = \frac{282}{100}$; $0 = \frac{0}{2}$; $\sqrt{9} = \frac{3}{1}$

2. **a)** Sim; porque $\frac{17}{5}$ é fração cujo numerador e denominador são números inteiros e o denominador é um número inteiro não nulo.

b) 3 e 4, pois $\frac{17}{5} = 3{,}4$.

3. Espera-se que os estudantes digam que devemos dividir o numerador pelo denominador para termos a representação desse número na forma decimal; dessa maneira, conseguimos saber entre quais números inteiros esse número estará e mais próximo de qual.

Assim, $-\frac{16}{4} = -4$; $-\frac{1}{2} = -0{,}5$; $\frac{1}{3} \simeq 0{,}3$ e $\frac{7}{5} = 1{,}4$.

- 

4. **a)** −1 e 0, pois $-\frac{5}{7} \simeq -0{,}71$.

b) 2 e 3, pois $\frac{15}{6} = 2{,}5$.

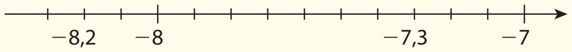
c) −3 e −2, pois $-\frac{8}{3} \simeq -2{,}7$.

d) −4 e −3, pois $-3\frac{1}{1} = -3{,}25$.

e) 1 e 2, pois $\frac{9}{7} \simeq 1{,}29$.

f) 4 e 5, pois $4\frac{5}{7} \simeq 4{,}71$.

5. **a)** Nélson, pois −8,2 °C (medida da temperatura em Urupema) é menor que −7,3 °C (medida da temperatura em Bom Jardim).

b) 

Espera-se que os estudantes percebam que a reta numérica é um auxílio para a comparação das medidas de temperatura e, também, de números racionais. Com a reta, podemos observar que $-8{,}2 < -7{,}3$, confirmando, assim, que Nélson estava certo. Os estudantes podem notar que, na comparação de dois números, o maior está sempre à direita do menor na reta numérica.

6. Como o ponto *A* representa o número 5, o ponto *B*, o número 6 e os outros pontos dividem o segmento de reta em 5 partes iguais, então cada ponto está a uma medida de distância de 0,2 de outro ponto.

Desse modo, temos: *C*: 5,2 ou $5\frac{1}{5}$; *D*: 5,4 ou $5\frac{2}{5}$; *E*: 5,6 ou $5\frac{3}{5}$; *F*: 5,8 ou $5\frac{4}{5}$.

7. Raciocínio análogo ao da atividade anterior.

Nesse caso, temos: *A*: $-\frac{2}{3}$; *B*: $-\frac{1}{3}$; *C*: $\frac{1}{4}$ ou 0,25; *D*: $\frac{1}{2}$ ou 0,5; *E*: $\frac{3}{4}$ ou 0,75.

8. **a)** Falsa, pois todo número natural também pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com *a* e *b* inteiros e $b \neq 0$.

b) Verdadeira, pois −2, por exemplo, é um número inteiro e racional, mas não é um número natural.

c) Falsa, pois todo número natural também é um número racional.

9. **a)** $\frac{1}{4}$, pois o quadrado azul está dividido em 4 partes iguais e o quadrado amarelo cobre uma delas.

b) $\frac{1}{4}$, pois o quadrado amarelo foi apenas rotacionado pelo mesmo vértice e, portanto, continua cobrindo a mesma parte do item anterior.

ATIVIDADES ▶ Páginas 100 e 101

1. **a)** $\frac{1}{2}$

b) 1,54

c) $\frac{7}{9}$

d) 0,612

e) $1\frac{7}{9}$

f) 0,25

2. **a)** $-0{,}5 = -\frac{5}{10}$

Assim, temos que $-\frac{2}{3} = -\frac{20}{30}$ e $-\frac{5}{10} = -\frac{15}{30}$.

$-\frac{15}{30} > -\frac{20}{30}$, pois $-15 > -20$, então: $-0{,}5 > -\frac{2}{3}$

Portanto, $-\frac{2}{3}$ é o menor entre os racionais em questão.

b) Temos que $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ e $\frac{5}{4} = \frac{15}{12}$.

$\frac{15}{12} > \frac{4}{12}$, pois $15 > 4$, então: $\frac{5}{4} > \frac{1}{3}$

Portanto, $\frac{1}{3}$ é o menor entre os racionais em questão.

c) $0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

Temos que $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$ e $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$.

$\frac{3}{12} > \frac{2}{12}$, pois $3 > 2$, então: $\frac{1}{4} > \frac{1}{6}$

Portanto, $\frac{1}{6}$ é o menor entre os racionais em questão.

d) $-0{,}3 = -\frac{3}{10}$

Temos que $-\frac{3}{10}$ e $-\frac{1}{5} = -\frac{2}{10}$.

$-\frac{2}{10} > -\frac{3}{10}$, pois $-2 > -3$, então: $-\frac{1}{5} > -0{,}3$.

Portanto, −0,3 é o menor entre os racionais em questão.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

3. **a)** Escrevendo $\frac{15}{4}$ na forma decimal, temos $\frac{15}{4} = 3{,}75$.

Como $7{,}3 > 3{,}75$, temos $7{,}3 > \frac{15}{4}$ ou $\frac{15}{4} < 7{,}3$.

b) Escrevendo $\frac{101}{5}$ na forma decimal, temos $\frac{101}{5} = 20{,}20$.

Como $20{,}20 < 20{,}25$, temos $\frac{101}{5} < 20{,}25$ ou $20{,}25 > \frac{101}{5}$.

c) Escrevendo $-\frac{16}{5}$ na forma decimal, temos $-\frac{16}{5} = -3{,}2$.

Como $-3{,}2 = -3{,}2$, temos $-3{,}2 = -\frac{16}{5}$.

d) Escrevendo $\frac{1}{50}$ na forma decimal, temos $\frac{1}{50} = 0{,}02$.

Portanto, $0{,}02 = \frac{1}{50}$.

4. Um procedimento pode ser:

Passo 1 – Escreva a fração na forma decimal.

Passo 2 – Observe os dois números decimais e compare as partes inteiras, o número cuja parte inteira é maior será o maior dos números que estão sendo comparados.

Passo 3 – Se as partes inteiras forem iguais, compare os algarismos dos décimos; se forem diferentes, o número cujo algarismo dos décimos for maior será o maior dos números que estão sendo comparados.

Passo 4 – Se os algarismos dos décimos forem iguais, comparamos o algarismo dos centésimos; se forem diferentes, o número cujo algarismo dos centésimos for maior será o maior dos números que estão sendo comparados.

Passo 5 – Se os algarismos dos centésimos forem iguais, repetimos o passo 3 para os algarismos dos milésimos, e assim por diante.

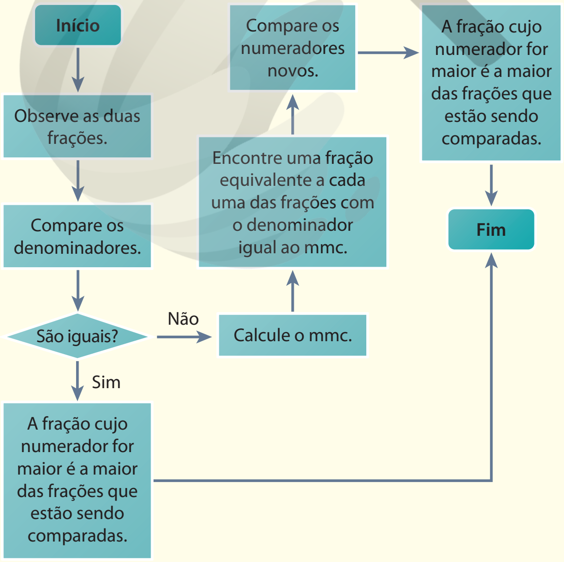
Outro procedimento pode ser:

Passo 1 – Escreva o número decimal na forma fracionária.

Passo 2 – Observe as duas frações e compare os denominadores. Caso forem diferentes, escreva frações equivalentes com o mesmo denominador.

Passo 3 – Compare os numeradores das frações, a fração maior será a que tiver maior numerador.

Fluxograma para a comparação de dois números racionais na forma fracionária.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

5. Primeiro, podemos colocar todos os números na forma decimal:

$\frac{30}{25} = 1{,}2$

$\frac{1}{2} = 0{,}5$

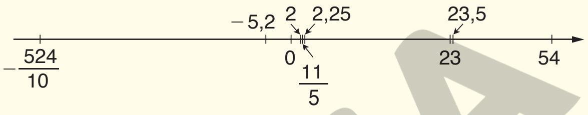
$-\frac{564}{200} = -2{,}82$

$-\frac{3}{5} = -0{,}6$

Agora ordenamos do menor para o maior:

$-3{,}5 < -\frac{564}{200} < -\frac{3}{5} < \frac{1}{2} < \frac{30}{24} < 1{,}3 < 5 < 5{,}68$

6. Vamos localizar todos os números dados em uma mesma reta numérica.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, vamos fazer as comparações pedidas, o número que estiver à esquerda do outro é o menor.

a) 23 **b)** $\frac{11}{5}$ **c)** $-\frac{524}{10}$ **d)** $-5{,}2$

7. Exemplos de respostas:

a) 0,0001; 0,0009; 0,00052

b) −2,81251; −2,81252 ; −2,81253

- $-\frac{45}{16} = -2{,}8125$
- $-\frac{25\,313}{9\,000} \simeq -2{,}81255\ldots$

c) 0,63; 0,66; 0,69

- $\frac{5}{8} = 0{,}625$
- $\frac{7}{10} = 0{,}7$

d) 0,41; 0,419; 0,4156

- $\frac{3}{7} \simeq 0{,}42857\ldots$

e) 1,3 ; 1,339 ; 1,32

- $\frac{9}{7} \simeq 1{,}28$

f) −0,129 ; −0,13 ; −0,135

8. Dalva pode levar o vaso de R$ 39,62, pois é um valor maior que R$ 39,62 e menor que R$ 39,85.

9. Os gastos estão representados pelos números negativos em vermelho; assim, houve maior gasto no dia 30/10, pois R$ 958,36 representa o maior valor descontado no extrato. E o menor gasto foi no dia 27/9, pois R$ 75,27 representa o menor valor descontado no extrato.

10. Os estudantes podem utilizar uma reta numérica como suporte para ordenar os números que representam as medidas de temperatura e, então, ordená-los em ordem decrescente: 3,4 °C ; 2,6 °C ; –0,1 °C ; –0,5 °C ; –0,7 °C ; –1,2 °C

COMPREENDER UM TEXTO ▶ Página 103

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▶ Páginas 106 e 107

1. Escrevendo na forma fracionária com o mesmo denominador:
Assim: $\frac{1}{5} = \frac{4}{20}$ e $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$; então: $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{4}{20} + \frac{5}{20} = \frac{9}{20}$

Roberto reservou $\frac{9}{20}$ de seu salário para gastar com lazer e roupas.

2. O oposto de $-\frac{1}{8}$ é $\frac{1}{8}$; então: $-\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 0$

O oposto de 2,5 é −2,5; então: $2{,}5 + (-2{,}5) = 0$

O oposto de $\frac{5}{16}$ é $-\frac{5}{16}$; então: $\frac{5}{16} + \left(-\frac{5}{16}\right) = 0$

O oposto de $-\frac{20}{17}$ é $\frac{20}{17}$; então: $-\frac{20}{17} + \frac{20}{17} = 0$

O oposto de −3,4 é 3,4; então: $-3{,}4 + 3{,}4 = 0$

Conclusão: obtemos zero quando adicionamos um número a seu oposto.

3. $1{,}68 - 1{,}5 = 0{,}18$

O atendente retirou 0,18 kg de feijão.

4. **a)** Para mais, uma vez que a maioria dos valores foi arredondada para cima.

b) Sim, pois: $32{,}7 + 37{,}6 + 49{,}7 + 8{,}5 + 39{,}9 = 168{,}40$

c) O valor total real da compra de Carla é:

R\$ 32,73 + R\$ 37,62 + R\$ 49,66 + R\$ 8,51 + R\$ 39,90 + + R\$ 168,42

Portanto, Carla gastará realmente R\$ 168,42.

5. **a)** A: $12{,}4 - (-4{,}5) = 12{,}4 + (+4{,}5) = 16{,}9$

B: $25{,}1 - (-7{,}6) = -5{,}1 + (+7{,}6) = 2{,}5$

C: $1 - (-2{,}2) = 1 + (+2{,}2) = 3{,}2$

Portanto, a diferença entre as medidas de temperatura máxima e mínima da localidade A é 16,9 °C, da localidade B é 2,5 °C e da localidade C é 3,2 °C.

b) Comparando as três medidas de temperatura obtidas, temos: 2,5 °C < 3,2 °C < 16,9 °C.

Portanto, a diferença de temperatura foi maior na localidade A.

6. **a)** Falsa, pois obtém-se o dobro do número.

b) Verdadeira, exemplo: $-\frac{1}{1} - \left(-\frac{2}{1}\right) = 1$ (positivo).

c) Verdadeira, exemplo: $\frac{1}{1} - \frac{2}{1} = -1$ (negativo).

d) Falsa, pois o sinal será o mesmo do número que apresentar o maior módulo. Exemplo: $(-5) - (+2) = -7$.

7. Exemplo de problema: Gustavo estava com saldo negativo no valor de R\$ 55,68 em sua conta bancária e, nessa semana, sacou R\$ 80,00. Qual era o saldo da conta bancária de Gustavo após esse saque?

Resposta: $-55{,}68 + (-80{,}00) = -135{,}60$

ATIVIDADES ▸ Página 108

1. **a)** $(-0{,}25) + \frac{1}{4} - (0{,}32 + \frac{1}{5}) =$

$= (-0{,}25) + 0{,}25 - (0{,}32 + 0{,}2) =$

$= 0 - 0{,}52 = -0{,}52$

b) $\frac{3}{10} - (1{,}56 + \frac{4}{5}) - (-3{,}2) + \frac{1}{10} =$

$= 0{,}3 - (1{,}56 + 0{,}8) + 3{,}2 + 0{,}1 =$

$= 0{,}3 - 2{,}36 + 3{,}2 + 0{,}1 =$

$= 0{,}3 - 2{,}36 + 3{,}2 + 0{,}1 =$

$= -2{,}06 + 3{,}3 = 1{,}24$

c) $\left(-0{,}5 + \frac{2}{10}\right) - \left(-2{,}36 + \frac{5}{4}\right) + \left(\frac{4}{5} + 6{,}32\right) =$

$= (-0{,}5 + 0{,}2) - (-2{,}36 + 1{,}25) + (0{,}8 + 6{,}32) =$

$= -0{,}3 - (-1{,}11) + 7{,}12 = -0{,}3 + 1{,}11 + 7{,}12 =$

$= 0{,}81 + 7{,}12 = 7{,}93$

d) $-(-0{,}96 + 8{,}4) + (\frac{3}{5} - \frac{1}{10}) - (\frac{4}{8} + 6{,}1) =$

$= -(-0{,}96 + 8{,}4) + (0{,}6 - 0{,}1) - (0{,}5 + 6{,}1) =$

$= -(7{,}44) + 0{,}5 - (6{,}6) =$

$= -7{,}44 + 0{,}5 - 6{,}6 =$

$= -6{,}94 - 6{,}6 = -13{,}54$

e) $-(\frac{12}{15} - 1{,}85) + (0{,}276 - \frac{18}{12}) + (-0{,}398) =$

$= -(0{,}8 - 1{,}85) + (0{,}276 - 1{,}5) + (-0{,}398) =$

$= -(-1{,}05) + (-1{,}224) - 0{,}398 =$

$= 1{,}05 - 1{,}224 - 0{,}398 =$

$= -0{,}174 - 0{,}398 = -0{,}572$

2. **a)** Está correto, pois:

$\left(-\frac{2}{6}\right) - \left(-\frac{1}{6}\right) = -\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = -\frac{1}{6}$

b) Está correto, pois: $\frac{2}{5} - 0{,}2 = 0{,}4 - 0{,}2 = 0{,}2$

c) $\frac{2}{3} + \left[\frac{3}{4} + \left(\frac{1}{6}\right)\right] = \frac{2}{3} + 2 \neq \frac{4}{3}$

O correto é:

$\frac{2}{3} + \left[\frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{6}\right)\right] =$

$= \frac{2}{3} + \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{6}\right] =$

$= \frac{2}{3} + \left[\frac{9}{12} - \frac{2}{12}\right] =$

$= \frac{2}{3} + \frac{7}{12} =$

$= \frac{8}{12} + \frac{7}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$

d) $-\frac{5}{4} + \left(-\frac{1}{8} + \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2} \neq -\frac{11}{8}$

O correto é:

$-\frac{5}{4} + \left(-\frac{1}{8} + \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2} =$

$= -\frac{5}{4} + \left(-\frac{1}{8} + \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2} =$

$= -\frac{5}{4} + \left(-\frac{1}{8} + \frac{12}{8}\right) - \frac{1}{2} =$

$= -\frac{5}{4} + \left(\frac{11}{8}\right) - \frac{1}{2} =$

$= -\frac{10}{8} + \frac{11}{8} - \frac{4}{8} = -\frac{3}{8}$

3. **b)** $\left(\frac{5}{3} - 1\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) =$

$= \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{3}\right) + \frac{1}{2} =$

$= \frac{2}{3} + \frac{1}{2} =$

$= \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6}$

c) $-\frac{1}{2}+\left(-1-\frac{5}{3}\right)=$

$=-\frac{1}{2}+\left(-\frac{3}{3}-\frac{5}{3}\right)=$

$=-\frac{1}{2}+\left(-\frac{8}{3}\right)=$

$=-\frac{3}{6}-\frac{16}{6}=-\frac{19}{6}$

d) $\left[-\frac{1}{2}+\left(-\frac{5}{3}-1\right)+1\right]=$

$=\left[-\frac{1}{2}+\left(-\frac{5}{3}-\frac{3}{3}\right)+1\right]=$

$=\left[-\frac{1}{2}+\left(-\frac{8}{3}\right)+1\right]=$

$=\left[-\frac{3}{6}-\frac{16}{6}+\frac{6}{6}\right]=-\frac{13}{6}$

e) $-\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{5}{3}-1\right)=$

$=\frac{1}{2}-\left(-\frac{5}{3}-\frac{3}{3}\right)=$

$=\frac{1}{2}-\left(-\frac{8}{3}\right)=$

$=\frac{3}{6}+\frac{16}{6}=\frac{19}{6}$

f) $-\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{5}{3}-1\right)-\frac{1}{2}+\frac{5}{3}=$

$=\frac{1}{2}-\left(-\frac{5}{3}-\frac{3}{3}\right)-\frac{1}{2}+\frac{5}{3}=$

$=\frac{1}{2}-\left(-\frac{8}{3}\right)-\frac{1}{2}+\frac{5}{3}=$

$=\frac{3}{6}+\frac{16}{6}-\frac{3}{6}+\frac{10}{6}=\frac{26}{6}=\frac{13}{3}$

4. a) $-\frac{1}{5}-\frac{3}{5}=-\frac{4}{5}$

O número racional é $-\frac{4}{5}$.

b) $\frac{3}{14}-\left(-\frac{11}{7}\right)=\frac{3}{14}+\frac{22}{14}=\frac{25}{14}$

O número racional é $\frac{25}{14}$.

c) $-\frac{7}{8}-\frac{2}{8}=-\frac{9}{8}$

d) $-\frac{5}{6}-\frac{2}{6}=-\frac{7}{6}$

ATIVIDADES ▸ Páginas 111 e 112

1. $\frac{111}{100}\cdot\frac{23}{10}=\frac{2\,553}{1\,000}=2{,}553$

2. O erro cometido por Felipe foi ele distribuir o sinal de negativo da fração para o numerador e para o denominador, sendo que esse sinal pertence ao número racional todo, ou seja, ele é da fração $\frac{1}{2}$, e não de suas partes; por isso, para calcular essa multiplicação, devemos, em primeiro lugar, calcular o produto dos módulos dos fatores e, em seguida, como os dois fatores têm sinais diferentes, o produto é negativo.

$\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(+\frac{5}{4}\right)=-\frac{5}{8}$

3. a) $-0{,}03$
b) $-0{,}02$
c) $+0{,}04$
d) $+0{,}12$

4. a) Calculamos primeiro o produto dos módulos dos fatores e, em seguida, verificamos os sinais dos fatores:

$\left(\frac{8}{9}\right)\cdot\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{32}{27}$

Como os dois fatores têm sinais diferentes, o produto é um número negativo. Então:

$\left(-\frac{8}{9}\right)\cdot\left(+\frac{4}{3}\right)=-\frac{32}{27}$

b) Calculando o produto dos módulos, temos: $2{,}25\cdot1{,}4=3{,}15$.

Como os dois fatores têm o mesmo sinal, o produto é um número positivo. Então:

$(-2{,}25)\cdot(-1{,}4)=+3{,}15$

c) Primeiro é necessário que os fatores estejam na mesma forma de escrita. Então: $\frac{1}{5}=0{,}2$

Calculamos o produto dos módulos: $0{,}23\cdot0{,}2=0{,}046$

Como os dois fatores têm sinais diferentes, o produto é um número negativo. Então:

$(-0{,}23)\cdot(+0{,}2)=-0{,}046.$

d) Calculando o produto dos módulos, temos: $\left(\frac{12}{15}\right)\cdot\left(\frac{3}{7}\right)=$ $=\frac{36}{105}=\frac{12}{35}$

Como os dois fatores têm sinais diferentes, o produto é um número negativo. Então:

$\left(+\frac{12}{15}\right)\cdot\left(-\frac{3}{7}\right)=-\frac{12}{35}$

e) Primeiro é necessário que os fatores estejam na mesma forma de escrita. Então:

$\frac{1}{4}=0{,}25$

Calculando o produto dos módulos, temos:

$(0{,}2)\cdot(0{,}25)=0{,}05$

Como os dois fatores têm sinais diferentes, o produto é um número negativo. Então:

$(+0{,}2)\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)=-0{,}05$

f) Calculando o produto dos módulos, temos:

$10{,}5\cdot8{,}4=88{,}20$

Como os dois fatores têm sinais diferentes, o produto é um número negativo. Então:

$(+10{,}5)\cdot(-8{,}4)=-88{,}20$

g) Calculando o produto dos módulos, temos: $\left(\frac{23}{4}\right)\cdot\left(\frac{1}{7}\right)=\frac{23}{28}$

Como os dois fatores têm sinais diferentes, o produto é um número negativo. Então:

$\left(-\frac{23}{4}\right)\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)=+\frac{23}{28}$

h) Primeiro é necessário que os fatores estejam na mesma forma de escrita. Então:

$\frac{1}{10}=0{,}1$

Calculando o produto dos módulos, temos: $(0{,}12)\cdot(0{,}1)=$ $=0{,}012$

Como os dois fatores têm o mesmo sinal, o produto é um número positivo. Então:

$(-0{,}12)\cdot\left(-\frac{1}{10}\right)=+0{,}012$

5. O valor total é –R\$ 35,00. E no extrato aparecerá –R\$ 35,00, pois representa um débito. A operação efetuada pode ser uma multiplicação: $2 \cdot (-17{,}50)$

6. Loja A : $57{,}95 \cdot 3 = 173{,}85$

Loja B : $29{,}83 \cdot 6 = 178{,}98$

Pelos cálculos, concluímos que Priscila pagará mais caro pelo aparelho de som na loja B.

7. **a)** $2 \cdot 0{,}25 = 0{,}50$

Portanto, o dobro de 0,25 é 0,50.

b) $3 \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$

Portanto, o triplo de $\frac{3}{4}$ é $\frac{9}{4}$.

c) Para calcular o quádruplo de –1,2, fazemos:

$4 \cdot (-1{,}2) = -4{,}8$.

Portanto, o quádruplo de –1,2 é –4,8.

d) $5 \cdot \left(-\frac{7}{8}\right) = -\frac{35}{8}$

Portanto, o quíntuplo de $-\frac{7}{8}$ é $-\frac{35}{8}$.

8. **a)** Para determinar a medida da área do piso que Sandra precisará comprar, podemos fazer: $5{,}5 \cdot 4{,}7 = 25{,}85$

Logo, Sandra precisará comprar 25,85 m².

b) Para calcular quanto Sandra vai gastar, podemos fazer:

$25{,}85 \cdot 19{,}20 = 496{,}32$

Portanto, Sandra vai gastar R\$ 496,32 com o piso.

9. Exemplo de problema: Verifique se o quíntuplo de $(-2{,}47)$ é maior, menor ou igual a –12,35.

10. $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ corresponde a $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$.

Logo, a quantidade pedida representa $\frac{1}{24}$ da barra de chocolate.

11. Calcular a metade de um número é o mesmo que dividir esse número por 2 ou multiplicá-lo por 0,5, assim as teclas que Guilherme poderá apertar são:

0 · 3 4 × 0 · 5 =

ou

0 · 5 × 0 · 3 4 =

ATIVIDADES ▸ Página 115

1. **a)** Calculando o quociente dos módulos temos:

$\left(\frac{2}{3}\right) : \left(\frac{10}{21}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{21}{10} = \frac{7}{5}$

Como o dividendo e o divisor têm sinais diferentes, o quociente é um número negativo. Então: $\left(-\frac{2}{3}\right) : \left(+\frac{10}{21}\right) = -\frac{7}{5}$

b) $(-1{,}5) : (-0{,}4) = (-15) : (-4)$

Calculando o quociente dos módulos, temos: $15 : 4 = 3{,}75$.

Como o dividendo e o divisor têm sinais iguais, o quociente é um número positivo.

Então: $(-1{,}5) : (-0{,}4) = 3{,}75$

c) Calculando o quociente dos módulos, temos: $\left(\frac{6}{7}\right) : \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{6}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{7}$

Como o dividendo e o divisor têm sinais diferentes, o quociente é um número negativo.

Então: $\left(+\frac{6}{7}\right) : \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{4}{7}$

d) Primeiro é necessário que os números estejam na mesma forma de escrita, $0{,}75 = \frac{75}{100}$.

Calculando o quociente dos módulos, temos:

$\left(\frac{75}{100}\right) : \left(\frac{5}{4}\right) = \frac{75}{100} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$

Como o dividendo e o divisor têm sinais diferentes, o quociente é um número negativo.

Então: $(+0{,}75) : \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{3}{5}$.

e) $(-3) : (+1{,}5) = (-30) : (+15)$

Calculando o quociente dos módulos, temos: $30 : 15 = 2$

Como o dividendo e o divisor têm sinais diferentes, o quociente é um número negativo.

Então: $(-3) : (+1{,}5) = -2$

f) Primeiro é necessário que os números estejam na mesma forma de escrita, $2{,}1 = \frac{21}{10}$.

Calculando o quociente dos módulos, temos:

$\left(\frac{7}{5}\right) : \left(\frac{21}{10}\right) = = \frac{7}{5} \cdot \frac{10}{21} = \frac{2}{3}$

Como o dividendo e o divisor têm sinais diferentes, o quociente é um número negativo.

Então: $\left(-\frac{7}{5}\right) : (+2{,}1) = -\frac{2}{3}$

g) Primeiro é necessário que os números estejam na mesma forma de escrita, $3{,}5 = \frac{35}{10}$.

Calculando o quociente dos módulos, temos: $\left(\frac{8}{3}\right) : \left(\frac{35}{10}\right) = \frac{8}{3} \cdot \frac{10}{35} = \frac{16}{21}$

Como o dividendo e o divisor têm sinais diferentes, o quociente é um número negativo.

Então: $\left(+\frac{8}{3}\right) : (-3{,}5) = -\frac{16}{21}$

h) Primeiro é necessário que os números estejam na mesma forma de escrita, $6{,}3 = \frac{63}{10}$.

Calculando o quociente dos módulos, temos: $\left(\frac{63}{10}\right) : \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{63}{10} \cdot \frac{5}{3} = \frac{21}{2}$

Como o dividendo e o divisor têm sinais iguais, o quociente é um número positivo.

Então: $(-6{,}3) : \left(-\frac{3}{5}\right) = +\frac{21}{2}$

2. **a)** Falsa, pois: $\left(-\frac{5}{3}\right) : \left(-\frac{3}{5}\right) = \left(-\frac{5}{3}\right) : \left(-\frac{5}{3}\right) = +\frac{25}{9}$

b) Verdadeira, pois: $\frac{1}{10} : \left(-\frac{1}{100}\right) = \frac{1}{10} \cdot (-100) = -10$

c) Verdadeira, pois: $-\frac{13}{10} : \frac{2}{10} = -\frac{13}{10} \cdot \frac{10}{2} = -\frac{13}{2} = -6{,}5$

d) Falsa, pois $\left(+\frac{7}{4}\right) : (-0{,}5) = \left(+\frac{7}{4}\right) : \left(-\frac{5}{10}\right) = \left(+\frac{7}{4}\right) \cdot \left(-\frac{10}{5}\right) = -\frac{7}{2}$

3. Dividindo o total gasto pelo total de horas, temos:

$(8{,}75) : (3{,}5) = 875 : 350 = 2{,}5$

Portanto, Fabiano pagou R\$ 2,50 por hora.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

4. Cada estudante pode ter uma estratégia de cálculo mental diferente. Espera-se que, ao responder a essa questão, os estudantes consigam explicar que nas letras *a* e *b* bastava verificar o sinal do resultado. Que na letra *c*, como os dois resultados são negativos, é maior aquele que está mais próximo do zero. Na letra *d*, que 10% equivale a dividir o número em dez partes iguais, portanto, ao dividir o 2 em dez partes, teriam um número entre 0 e 1. Na letra *e*, que 25% é a mesma coisa que dividir por 4 e que, ao dividir 0,4 em 4 partes, teria 0,1, o que equivale a dividir o 1 em 10 partes.

a) Não, pois o resultado de (+0,001) . (+0,2) é positivo (0,0002), e o resultado de $(-5) \cdot (+0{,}5)$ é negativo (–2,5).

b) Não, pois o resultado de $\left(-\frac{1}{2}\right) : 2$ é negativo $\left(-\frac{1}{4}\right)$, e o resultado de $(-0{,}25) \cdot (-0{,}5)$ é positivo (0,125).

c) Não, pois $3 \cdot (-1) = -3$, $(0{,}3) \cdot (-5) = -1{,}5$ e -3 é menor que $-1{,}5$.

d) 10% de 2 está entre 0 e 1, pois: $0{,}1 \cdot 2 = 0{,}2$

e) 25% de 0,4: $0{,}25 \cdot 0{,}4 = 0{,}1$

10% de 1: $0{,}1 \cdot 1 = 0{,}1$

Portanto, 25% de 0,4 é igual a 10% de 1.

5. **a)** Semana passada:

$(39{,}1) \cdot (4{,}08) = 159{,}528$

Gastou aproximadamente R$ 159,53.

Nesta semana:

$(39{,}1) \cdot (4{,}11) = 160{,}701$

Gastará aproximadamente R$ 160,70.

160,70 – 159,53 = 1,17

Gisele gastará aproximadamente R$ 1,17 a mais nesta semana.

b) $(159{,}53) : (4{,}11) = 15\,953 : 411 = 38{,}8$

Gisele poderá colocar aproximadamente 38,8 litros de combustível.

c) (20) : (4,11) é aproximadamente 4,86.

Serão colocados aproximadamente 4,9 litros de combustível.

6. O dividendo corresponde ao total da dívida, enquanto o divisor corresponde à quantidade de parcelas em que a dívida será dividida. Assim, o problema completo ficará:

Romeu vai pagar uma dívida de R$ 175,92 dividindo-a em 3 parcelas iguais. Cada parcela corresponderá a uma dívida de quantos reais?

7. **a)** Correta, pois $8{,}44 \cdot 0{,}5 = 4{,}22$.

b) Incorreta, pois $-2{,}25 \cdot 2{,}1 = -4{,}725$.

Correção: $(-6{,}825) : (+2{,}1) + -3{,}25$

c) Incorreta, pois $-3 \cdot (-0{,}6) = 1{,}8 = \frac{18}{10} \neq \frac{1}{5}$

Correção:

$\left(-\frac{1}{5}\right) : (-0{,}6) = +\frac{1}{3}$

d) Correta, pois $9{,}54 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) = -47{,}7 : 6 = -7{,}95$

EDUCAÇÃO FINANCEIRA ▶ Página 117

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▶ Páginas 122 e 123

1. **a)** $\left(\frac{5}{2}\right)^2 . \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^{2+3} = \left(\frac{5}{2}\right)^5 = \frac{3\,125}{32}$

b) $(0{,}8)^5 : (0{,}8)^3 = (0{,}8)^{5-3} = (0{,}8)^2 = 0{,}64$

c) $[(3{,}2)^2]^2 = (3{,}2)^{2 \cdot 2} = (3{,}2)^4 = 104{,}8576$

d) $\left(\frac{3}{7}\right)^1 . \left(\frac{3}{7}\right)^4 = \left(\frac{3}{7}\right)^{1+4} = \left(\frac{3}{7}\right)^5 = \frac{243}{16\,807}$

e) $\left(\frac{3}{10}\right)^7 : \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \left(\frac{3}{10}\right)^{7-2} = \left(\frac{3}{10}\right)^5 = \frac{243}{100\,000}$

2. **a)** $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{27}$

c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{16}$

d) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{32}$

- Espera-se que os estudantes observem que os cálculos feitos sugerem que, se o expoente for um número par, a potência será um número positivo; se o expoente for um número ímpar, a potência será um número negativo.

3. 1 hora e 20 minutos corresponde a 80 minutos

A cada 10 minutos, a quantidade de bactérias dobra; assim, após 80 minutos (8 · 10 minutos), existirão 256 bactérias, pois $2^8 = 256$.

4. 1º dia: +0,50

2º dia: +0,50 · 3 = 1,50

3º dia: +1,50 · 3 = 4,50

4º dia: +4,50 · 3 = 13,50

5º dia: +13,50 · 3 = 40,50

6º dia: +40,50 · 3 = 121,50

7º dia: +121,50 · 3 = 364,50

Portanto, Murilo depositou no 7º dia R$ 364,50.

5. **a)** Está correta.

b) Está errada, pois: $\left(\frac{9}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{9}$

6. $x = -2$, pois $\left(\frac{6}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \left(\frac{25}{36}\right)$

7. A afirmação de Fábia está errada, uma vez que, para qualquer valor de k, a expressão sempre é positiva. Isso acontece pois:

- se k é um inteiro negativo, $-2k$ será positivo e a expressão $(-15)^{-2k}$ será positiva;
- se k é um inteiro positivo, temos que $(-15)^{-2k} = \frac{1}{(-15)^{2k}}$.

Como k é um inteiro positivo, $2k$ também será positivo. Então, $\frac{1}{(-15)^{2k}}$ será positivo e, portanto, a expressão inicial $(-15)^{-2k}$ também será positiva.

ATIVIDADES ▶ Página 125

1. **a)** $\sqrt{20{,}25} = \sqrt{\frac{2\,025}{100}} = \frac{45}{10} = 4{,}5$

A medida do lado do quadrado é 4,5 m.

b) $\left(\sqrt{64}\right)^2 = 64$

A medida da área do quadrado é 64 m².

c) $\sqrt{38{,}44} = \sqrt{\dfrac{3\,844}{100}} = \dfrac{62}{10} = 6{,}2$

A medida do lado do quadrado é 6,2 cm.

2. $\dfrac{1}{2}$ e 20, pois eles não são quadrados perfeitos;

3. Para calcular a medida do lado do quadro cuja medida da área é 201,64 cm², fazemos: $\sqrt{\dfrac{20\,164}{100}} = \dfrac{142}{10} = 14{,}2$

Logo, a medida do lado desse quadro é 14,2 cm.

Para calcular a medida do lado do quadro cuja medida da área é 412,09 cm², fazemos: $\sqrt{\dfrac{41\,209}{100}} = \dfrac{203}{10} = 20{,}3$

Logo, a medida do lado desse quadro é 20,3 cm.

Medida do perímetro do primeiro quadro: $4 \cdot 14{,}2$ cm $=$ $= 56{,}8$ cm

Medida do perímetro do segundo quadro: $4 \cdot 20{,}3$ cm $=$ $= 81{,}2$ cm

Adicionando a medida dos perímetros, temos: 56,8 cm + + 81,2 cm = 138 cm

Portanto, Márcia vai comprar 138 cm de moldura.

Para calcular quantos reais ela vai gastar, fazemos:

$138 \cdot 1{,}65 = 227{,}7$

Logo, Márcia vai gastar R$ 227,70.

4. a) $\left(1{,}4 - \sqrt{49}\right) \cdot (0{,}2 + 1{,}5) =$

$= (1{,}4 - 7) \cdot (1{,}7) =$

$= (-5{,}6) \cdot (1{,}7) =$

$= -9{,}52$

b) $\left(-\sqrt{\dfrac{1}{9}} + \dfrac{2}{5}\right) \cdot \left(-\dfrac{6}{7}\right) =$

$= \left(-\dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{5}\right) \cdot \left(-\dfrac{6}{7}\right) =$

$= \left(\dfrac{-5+6}{15}\right) \cdot \left(-\dfrac{6}{7}\right) =$

$= \left(\dfrac{1}{\cancel{15}}\right) \cdot \left(-\dfrac{\cancel{6}}{7}\right) =$

$= -\dfrac{2}{5 \cdot 7} = -\dfrac{2}{35}$

c) $+2{,}4 \cdot \left(-\dfrac{3}{2^2} - \dfrac{1}{2}\right) =$

$= \dfrac{24}{10} \cdot \left(-\dfrac{3}{4} - \dfrac{2}{4}\right) =$

$= \dfrac{24}{10} \cdot \left(-\dfrac{5}{4}\right) =$

$= \dfrac{12}{5} \cdot \left(-\dfrac{5}{4}\right) =$

$= -\dfrac{12}{4} = -3$

d) $\dfrac{3}{5} + \left(-\dfrac{1}{6}\right) \cdot \left(+\sqrt{0{,}16}\right) =$

$= \dfrac{3}{5} + \left(-\dfrac{1}{6}\right) \cdot \left(\sqrt{\dfrac{16}{100}}\right) =$

$= \dfrac{3}{5} + \left(-\dfrac{1}{6}\right) \cdot \left(\dfrac{4}{10}\right) =$

$= \dfrac{3}{5} - \dfrac{4}{60} = \dfrac{3}{5} - \dfrac{1}{15} =$

$= \dfrac{9-1}{15} = \dfrac{8}{15}$

5. Exemplo de resposta:

$(0{,}8)^2 = 0{,}64$ e $0{,}64 < 0{,}8$

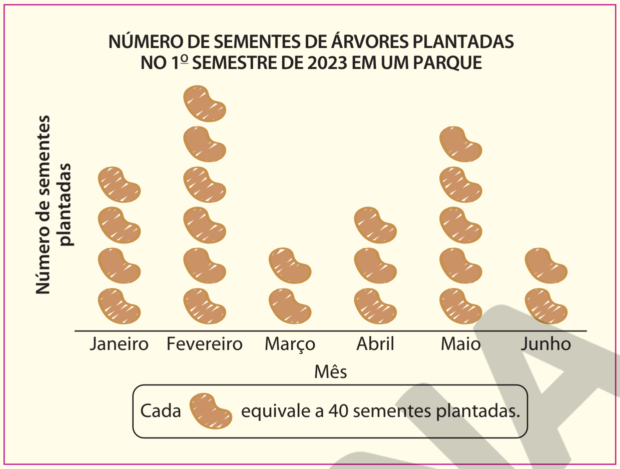
$\sqrt{0{,}64} = 0{,}8$ e $0{,}8 > 0{,}64$

6. a) 1

b) Sim; quanto mais apertamos a tecla da raiz quadrada, mais a raiz se aproxima de 1.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▶ Página 127

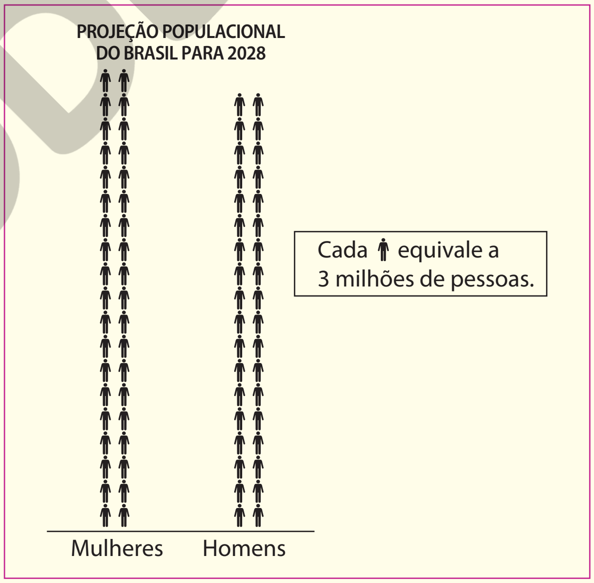
1.



Dados obtidos por Lorena em julho de 2023.

2. a) Mulheres; aproximadamente 6 milhões a mais.

b) Exemplo de resposta: Para determinar a quantidade de pessoas que cada ícone representará no pictograma, podemos determinar um divisor comum para os dois valores (114 milhões de mulheres e 108 milhões de homens). Como 3 é um divisor comum de 114 e 108, vamos utilizar um ícone de bonequinho para representar 3 milhões de pessoas.



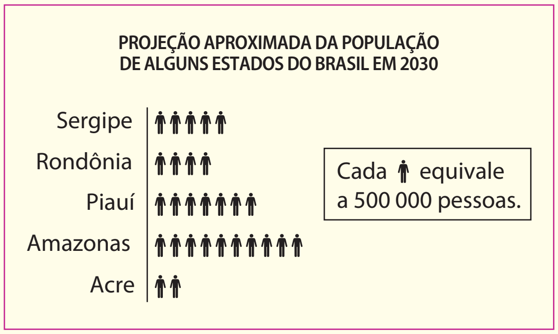
Dados obtidos em: IBGE. Projeção da população do Brasil e das Unidades da Federação. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/apps/populacao/projecao/index.html?utm_source=portal&utm_medium=popclock&utm_campaign=novo_popclock. Acesso em: 20 maio 2022.

3. Para definir a quantidade de pessoas que cada ícone representará no pictograma, podemos determinar um divisor comum dos números que representam a população aproximada. Como 500 000 é um divisor comum, vamos utilizar um ícone de bonequinho para representar 500 000 pessoas. Para determinar quantos ícones temos de desenhar, vamos dividir a projeção aproximada da população de cada estado por 500 000.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Sergipe: 2 500 000 : 500 000 + 5
Rondônia: 2 000 000 : 500 000 + 4
Piauí: 3 000 000 : 500 000 + 6
Amazonas: 5 000 000 : 500 000 + 10
Acre: 1 000 000 : 500 000 + 2

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA


PROJEÇÃO APROXIMADA DA POPULAÇÃO DE ALGUNS ESTADOS DO BRASIL EM 2030

Dados obtidos em: IBGE. *Projeção da população do Brasil e das unidades da federação*. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/apps/populacao/projecao/index.html?utm_source=portal&utm_medium=popclock&utm_campaign=novo_popclock. Acesso em: 20 maio 2022.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Páginas 128 e 129

1. Espera-se que os estudantes percebam que todos os números apresentados são racionais.

$-98; \frac{5}{3}; 5\frac{9}{13}; 14; -\frac{2}{3}$

2. **a)** Verdadeira, pois $-\frac{8}{7} \simeq -1,14$ e $-\frac{1}{7} \simeq -0,14$, logo: $-\frac{8}{7} < -0,25 <$ $< -0,14$

b) Falsa, pois $\frac{7}{9} \simeq 0,8$ e $\frac{8}{9} \simeq 0,9$, logo $|-0,63|$ não está entre esses números.

c) Verdadeira, pois $\frac{13}{10} = 1,3$ e ele está entre 1,2 e $|1,63|$.

alternativa **b**

Exemplo de resposta: Na reta numérica, o número $|-0,63|$ está entre os números $\frac{5}{9}$ e $\frac{6}{9}$.

3. $\frac{1}{4}$ (colégio) é equivalente a $\frac{6}{24}$; $\frac{2}{12}$ (estudos) é equivalente a $\frac{4}{24}$; $\frac{3}{24}$ (refeições); $\frac{1}{3}$ (dormindo) é equivalente a $\frac{8}{24}$; $\frac{1}{8}$ (esportes) é equivalente a $\frac{3}{24}$. Então, a atividade a que Mário dedicou a maior parte de seu dia foi dormir.

4. Júlia está correta e Ricardo está errado. Espera-se que os estudantes percebam que Ricardo começou a comparar os números decimais pelos décimos, o que o levou a uma conclusão errada.

5. $9 \cdot 1,00 = 9,00$
$11 \cdot 0,50 = 5,50$
$15 \cdot 0,25 = 3,75$
$23 \cdot 0,10 = 2,30$
$13 \cdot 0,05 = 0,65$
Total: $9,00 + 5,50 + 3,75 + 2,30 + 0,65 = 21,20$
Portanto, Júnior conseguiu guardar R$ 21,20.

6. Exemplo de resposta: porque o resultado de $2,25 + 3,75$ é 6; portanto, esse agrupamento facilita o cálculo da operação mentalmente.

7. Representando o valor de *b* na forma decimal como os outros números, temos: $\frac{3}{4} = 0,75$

a) $a + b - c = (-0,5) + 0,75 - 0,25 = 0$

b) $2a + c - b = 2 \cdot (-0,5) + 0,25 - 0,75 = -1 + 0,25 - 0,75 = -1,5$

c) $3c + (a - b) = 3 \cdot 0,25 + (-0,5 - 0,75) = 0,75 + (-1,25) = -0,5$

d) $2b - (a + c) = 2 \cdot 0,75 - (-0,5 + 0,25) = 1,50 - (-0,25) =$
$= 1,50 + 0,25 = 1,75$

8. **a)** $(-0,8) + (+0,8) = 0$, espera-se que os estudantes percebam que para obter a soma zero basta adicionar o oposto do número dado.

b) $\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) = -1$, pois:

$\blacksquare + \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right) = -1 + \frac{2}{3}$

$\blacksquare = -\frac{3}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$

c) $\frac{10}{7} + \left(-\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{10}{7}$ (propriedade comutativa)

d) $-\frac{1}{5} + 0 = -\frac{1}{5}$ (propriedade do elemento neutro da adição)

e) $(1,5) + [(-1,7) + (5,3)] = [(1,5) + (-1,7)] + (5,3)$, (propriedade associativa)

9. Como a massa da barra de ouro menor é igual a $\frac{3}{4}$ da massa da maior, isso significa que o "pesinho" verde tem massa igual a $\frac{1}{4}$ da massa da barra maior.

A massa do "pesinho" verde é igual a $\frac{3}{4}$ de 1 kg, ou seja, 750 g.

Então, 750 g correspondem a $\frac{1}{4}$ da barra total; logo, $\frac{4}{4}$ será:
$4 \cdot 750 \text{ g} = 3000 \text{ g} = 3 \text{ kg}$

10. $\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{24 + 15 + 20}{60} = \frac{59}{60}$

$\frac{60}{60} - \frac{59}{60} = \frac{1}{60}$

Portanto, $\frac{1}{60}$ não tem preferência por nenhuma disciplina.

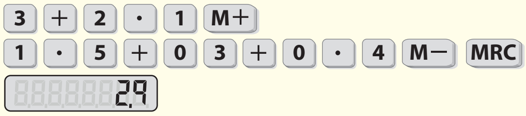
11. Exemplo de problema: Jorge foi a uma livraria e comprou dois livros: um custou R$ 121,25, e o outro, R$ 78,66. Quanto Jorge recebeu de troco se pagou sua compra com 2 cédulas de R$ 100,00?

12. $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1 + 2}{4} = \frac{3}{4}$ (esses preferem *rock* ou pagode)

$\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ (esses não preferem nem *rock* nem pagode)

13. Carne bovina: $4,5 \cdot 20,70 = 93,15$
Linguiça: $1,5 \cdot 10,80 = 16,20$
Total: $93,15 + 16,20 = 109,35$
Portanto, Antônia gastou R$ 109,35.

14. $(3 + 2,1) - (1,5 + 0,3 + 0,4)$



15. $\frac{3}{4} : \frac{4}{10} = \frac{3}{4} \cdot \frac{10}{4} = \frac{30}{16}$

$\frac{30}{16} \cdot \frac{5}{10} = \frac{15}{16}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

16. Exemplo de problema: Raul vai pagar uma dívida de R$ 2 225,90 em 10 parcelas iguais e sem juros. Qual será o valor de cada parcela?

17. $\frac{1}{3} \cdot 9 \cdot \sqrt{9} \cdot \frac{1}{27} \cdot 81 \cdot 3^{-3} =$

$= 3^{-1} \cdot 3^{2} \cdot 3 \cdot 3^{-3} \cdot 3^{4} \cdot 3^{-3} = 3^{-1+2+1-3+4-3} = 3^{0}$

18.

Semana	Nadar	Pedalar	Correr
1ª	100 m	2 000 m	500 m
2ª	200 m	4 000 m	1 000 m
3ª	400 m	8 000 m	2 000 m
4ª	800 m	16 000 m	4 000 m
5ª	1 600 m	32 000 m	8 000 m
6ª	3 200 m	64 000 m	16 000 m

Não; seu treino será superior aos aplicados na prova, pois ele pode ter nadado 3,2 km, pedalado 64 km e corrido 16 km na 6ª semana de treino.

Capítulo 5

ATIVIDADES ▸ Páginas 130 e 131

1. **a)** Metro, pois a situação envolve uma medida de comprimento.
b) Metro quadrado, pois a situação envolve uma medida de superfície.
c) Mililitro, pois a situação envolve uma medida de capacidade.
d) Quilograma ou tonelada, pois a situação envolve uma medida de massa.
e) Segundo, pois a situação envolve uma medida de tempo.

2. Cenas A e D.

- Exemplo de resposta: A. Meço 1,3 metro de altura; D. Eu gostaria de 150 gramas de presunto, por favor.

ATIVIDADES ▸ Páginas 133 e 134

1. **a)** 15 cm = 15 : 100 m = 0,15 m
b) 5 m = 5 · 100 cm = 500 cm
c) 3 km = 3 · 1 000 m = 3 000 m
d) 3 hm = 3 · 1 000 dm = 3 000 dm
e) 70 mm = 70 : 10 000 dam = 0,007 dam
f) 0,1 km = 0,1 · 100 000 cm = 10 000 cm

2. **a)** Temos:
9 km = 9 · 1 000 m = 9 000 m
8 dam = 8 · 10 m = 80 m
Logo, 9 km e 8 dam equivalem a (9 000 + 80) m, ou seja, 9 080 m.

b) Temos:
18 km = 18 · 1 000 m = 18 000 m
8 dam = 8 · 10 m = 80 m
Logo, 18 km e 8 dam equivalem a (18 000 + 80) m, ou seja, 18 080 m.

c) Temos:
2 km = (2 · 1 000) m = 2 000 m
5 hm = (5 · 100) m = 500 m
7 dam = (7 · 10) m = 70 m
Logo, 2 km, 5 hm e 7 dam equivalem a (2 000 + 500 + 70) m, ou seja, 2 570 m.

d) Temos:
49 dm = (49 : 10) m = 4,9 m
12 cm = (12 : 100) m = 0,12 m
Logo, 49 dm e 12 cm equivalem a (4,9 + 0,12) m, ou seja, 5,02 m.

e) Temos:
235 cm = (235 : 100) m = 2,35 m
125 mm = (125 : 1 000) m = 0,125 m
Logo, 235 cm e 125 mm equivalem a (2,35 + 0,125) m, ou seja, 2,475 m.

f) Temos:
36 dm = (36 : 10) m = 3,6 m
7 cm = (7 : 100) m = 0,07 m
1 mm = (1 : 1 000) m = 0,001 m
Logo, 36 dm, 7 cm e 1 mm equivalem a (3,6 + 0,07 + + 0,001)m, ou seja, 3,671 m.

3. **a)** João mede 1,76 m ou 17,6 dm de altura.
b) Uma régua de 30 cm mede 300 mm de comprimento.
c) A medida da distância entre Belo Horizonte e Goiânia é 884 km ou 88 400 dam.
d) Carlos mede 1,8 m ou 0,18 dam de altura.

4. **a)** Exemplo de resposta: 2 dam equivalem a 20 m, pois: 2 dam = = (2 · 10) m = 20 m
b) Exemplo de resposta: 1 micrômetro equivale a 0,000001 m.
c) Quilômetro, hectômetro e decâmetro são múltiplos do metro.

5. Exemplo de resposta: O trajeto, de ida e volta, da escola até a casa de Maria é de 720 m. Se o passo de Maria mede 45 cm de comprimento, quantos passos Maria dá para ir e voltar da escola?

6. Para saber quantos metros Antônio percorreu hoje, vamos primeiro transformar para metro a medida da distância expressa em hm:

130 hm = (130 · 100) m = 13 000 m

Agora, precisamos determinar $\frac{3}{4}$ de 13 000 m:

$$\frac{3}{4} \cdot 13\,000 \text{ m} = \frac{3 \cdot 13\,000 \text{ m}}{4} = \frac{39\,000 \text{ m}}{4} = 9\,750 \text{ m}$$

Portanto, Antônio percorreu 9 750 m hoje.

7. O fio branco mede, aproximadamente, 2,8 cm de comprimento. Como na foto a alga foi aumentada 100 vezes, então sua medida de comprimento real é: 2,8 cm : 100 = 0,028 cm

Para transformar centímetros em micrômetros, multiplicamos por 10 000:

0,028 cm = (0,028 · 10 000) µm = 280 µm

Logo, a medida de comprimento real da alga é aproximadamente 280 µm.

8. **a)** Sabendo que 1 unidade astronômica (ua) equivale a 149 597 870 700 metros, podemos fazer: 1,53 ua = = (1,53 · 149 597 870 700) m = 228 884 742 171 m

Logo, essa distância equivale a 228 884 742 171 m.

b) Podemos fazer:

9,54 ua = (9,54 · 149 597 870 700) m = 1 427 163 686 478 m

Passando para quilômetros, temos: 1 427 163 686 478 m = = 1 427 163 686,478 km

Logo, essa distância equivale a 1 427 163 686,478 km.

ATIVIDADE ▸ Página 135

1. **a)** Um dia tem 24 horas e uma hora tem 3 600 segundos. Para saber quantos segundos tem um dia, podemos transformar as 24 h em segundos, fazendo:

24 h = (24 · 3 600) s = 86 400 s

Portanto, um dia tem 86 400 segundos.

b) Como uma semana tem 7 dias e cada dia tem 24 horas, temos:

7 · 24 h = 168 h

Portanto, uma semana tem 168 horas.

c) Se um dia tem 24 h, para saber quantos dias correspondem a 1 000 h, podemos fazer: 1 000 : 24 = 41 (resto 16).

Portanto, 1 000 horas correspondem a 41 dias e 16 horas, ou aproximadamente 42 dias. Para achar a quantidade de dias correspondentes a 1 milhão de segundos, começamos calculando quantos segundos há em um dia:

1 dia = 24 h e 1 h = 3 600 s;

Logo: 24 h = (24 · 3 600)s = 86 400 s

Como 1 000 000 : 86 400 = 11 (resto 49 600), temos:

1 000 000 s correspondem a 11 dias e 49 600 s, e 49 600 s são aproximadamente 14 h, pois: 49 600 : 3 600 = 13 (resto 2 800 s).

Portanto, 1 milhão de segundos correspondem a aproximadamente 12 dias.

d) Vamos começar transformando as 24 h do dia em minutos:

24 h = (24 · 60) min = 1 440 min

Como 70 · 1 440 = 100 800, temos que o coração de um adulto bate 100 800 vezes em 1 dia.

2. Como a luz percorre cerca de 300 000 quilômetros em 1 segundo, o tempo que ela demora para percorrer 150 000 000 de quilômetros é, em segundo: 150 000 000 : 300 000 = 500. Como 60 segundos correspondem a 1 minuto, então: 500 s : 60 s = $8{,}\overline{3}$ min

Logo, a luz do Sol demora aproximadamente 8 minutos para chegar à Terra.

3. 3 min = (3 · 60)s = 180 s

Podemos calcular quantas vezes 6 segundos cabem em 180 segundos:

180 s : 6 s = 30

Assim, se acionando a válvula por 6 segundos gastam-se 10 litros de água, em 180 segundos gastam-se 300 litros, pois:

30 · 10 L = 300 L

Portanto, foram desperdiçados 300 litros de água nesse período.

4. **a)** Como a saída do primeiro ciclista é às 9 h 45 min 24 s e a saída do segundo será 90 s após a do primeiro, temos:

$$\begin{array}{rcrcr} 9\text{ h} & + & 45\text{ min} & + & 24\text{ s} \\ 0\text{ h} & + & 0\text{ min} & + & 90\text{ s} \\ \hline 9\text{ h} & + & 45\text{ min} & + & \cancel{114}\text{ s} \\ & + & 1\text{ min} & + & 54\text{ s} \\ \hline 9\text{ h} & + & 46\text{ min} & + & 54\text{ s} \end{array}$$

Portanto, o segundo ciclista sairá às 9 h 46 min 54 s.

A saída do terceiro será 90 s após a do segundo. Assim, temos:

$$\begin{array}{rcrcr} 9\text{ h} & + & 46\text{ min} & + & 54\text{ s} \\ 0\text{ h} & + & 0\text{ min} & + & 90\text{ s} \\ \hline 9\text{ h} & + & 46\text{ min} & + & \cancel{144}\text{ s} \\ & + & 2\text{ min} & + & 24\text{ s} \\ \hline 9\text{ h} & + & 48\text{ min} & + & 24\text{ s} \end{array}$$

Portanto, o terceiro ciclista sairá às 9 h 48 min 24 s.

b) A medida de tempo dos três primeiros colocados foi:

- Fábio: 1 h 1 min 57 s
- César: 3 719s
- João: 61 min 58 s

Fazendo as conversões, temos:

3 719 s = 61 min 59 s = 1 h 1 min 59 s

61 min 58 s = 1 h 1 min 58 s

Assim, César demorou 1 h 1 min 59 s e João demorou 1 h 1 min 58 s.

Quem faz o menor tempo ganha.

Portanto, Fábio ficou em 1º lugar, João ficou em 2º e César, em 3º.

5. Para poder associar a medida de tempo de cada um ao respectivo lugar no pódio, devemos comparar medidas de tempo nas mesmas unidades. Transformando os tempos de prova para segundos, temos:

- Nélson: 5 min 40 s

  Temos: 5 min = (5 · 60) s = 300 s

  Logo, o tempo de prova de Nélson é de 340 segundos (300 s + 40 s = 340 s).

- Oswaldo: 5 min e 35 s

  5 min = 300 s

  Logo, o tempo de prova de Oswaldo é de 335 segundos (300 s + 35 s = 335 s).

Assim, temos:

Posição	Nome	Tempo de prova
1ª	Oswaldo	335 s
2ª	Nélson	340 s
3ª	Pedro	355 s
4ª	José	400 s

6. Exemplo de problema:

Vera treina natação por duas horas e meia todos os sete dias da semana. Quantas quilocalorias ela gasta com esse treino todos os dias? E na semana toda?

7. Devemos calcular o mmc entre 35 e 40.

mmc (35, 40) = $2^3 \cdot 5 \cdot 7 = 280$

Logo, a mesma propaganda vai ao ar ao mesmo tempo, nas duas emissoras, a cada 280 minutos, que é o mesmo que 4 horas e 40 minutos.

35, 40	2
35, 20	2
35, 10	2
35, 5	5
7, 1	7
1, 1	

Como às 12 horas a propaganda foi ao ar nas duas emissoras, então o próximo horário em que isso ocorrerá será às 16 h 40 min, pois: 12 h + 4 h + 40 min = 16 h + 40 min

ATIVIDADES ▶ Página 137

1. **a)** 425 hg = (425 · 100) g = 42 500 g

Portanto, há 42 500 g em 425 hg.

b) 235,6 t = (235,6 · 1 000) kg = 235 600 kg

Portanto, há 235 600 kg em 235,6 t.

c) Como 1 arroba equivale a aproximadamente 15 kg, temos:

124 @ = (124 · 15) kg = 1 860 kg

Portanto, há aproximadamente 1 860 kg em 124 @.

2. **a)** 500 g = (500 : 1 000) kg = 0,5 kg

Assim, para calcular o número de sacos de 0,5 kg, temos:

12 kg : 0,5 kg = 24

Logo, a pessoa compraria 24 sacos de 500 g.

Para calcular o número de sacos de 1,5 kg, temos:

12 kg : 1,5 kg = 8

Logo, a pessoa compraria 8 sacos de 1,5kg.

b) Comprando 1,5 kg em 3 sacos de 0,5 kg, serão gastos R$ 3,00, pois:

3 · R$ 1,00 = R$ 3,00

Mas o saco de 1,5 kg custa R$ 2,00, ou seja, menos de R$ 3,00.

Logo, considerando a capacidade máxima de cada saco, é mais vantajoso comprar o saco de 1,5 kg.

Como queremos exatamente 10 kg, o mais vantajoso será comprar o máximo possível em sacos de 1,5 kg de cimento.

Como 10 : 1,5 = 6 (resto 1), temos que é mais vantajoso comprar 10 kg de cimento em 6 sacos de 1,5 kg e 2 sacos de 500 g.

3. Vítor comprou 18 @ de feijão para seu armazém e pagou R$ 52,64 por arroba. Depois, vendeu cada quilograma de feijão por R$ 5,00. Qual foi o lucro de Vítor nessa venda?

Resolução: Valor da compra: 18 · 52,64 = 947,52

18@= 18 · 15 = 270 kg

Valor da venda: 270· 5 = 1 350,00

Lucro: 1 350,00 – 947, 52 = 402,48

Logo, Vítor lucrou R$ 402,48 com essa venda.

4. **a)** Verdadeira, pois: 29 dg = 290 cg

b) Falsa, pois como 140 cg = 1,4 g, há menos proteínas que carboidratos.

c) Verdadeira, pois: 29 dg = 290 cg e o dobro de 140 cg é 280 cg.

ATIVIDADES ▶ Página 139

1. **a)** 0,000005 hm^3 = (0,000005 · 1 000 000) m^3 = 5 m^3

Portanto, 0,000005 hm^3 é equivalente a 5 m^3.

b) 5 800 mm^3 = (5 800 : 1 000) cm^3 = 5,8 cm^3

Portanto, 5 800 mm^3 equivalem a 5,8 cm^3.

c) 320 000 cm^3 = (320 000 : 1 000 000) m^3 = 0,32 m^3

Portanto, 320 000 cm^3 equivalem a 0,32 m^3.

d) 1,0258 hm^3 = (1,0258 · 1 000 000 000) dm^3 = 1 025 800 000 dm^3

Portanto, 1,0258 hm^3 é equivalente a 1 025 800 000 dm^3.

2. **a)** A medida do volume, em centímetro cúbico, é:

0,8 cm · 5,5 cm · 0,5 cm = 2,2 cm^3

Vamos expressar 2,2 cm^3 em decímetros cúbicos:

2,2 cm^3 = (2,2 : 1 000) dm^3 = 0,0022 dm^3

Logo, a medida do volume do paralelepípedo é 0,0022 dm^3.

b) A medida do volume, em centímetro cúbico, é: 3,5 cm · · 2,8 cm · 1 cm = 9,8 cm^3

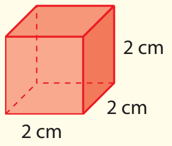
Vamos expressar 9,8 cm^3 em decímetros cúbicos:

9,8 cm^3 = (9,8 : 1 000) dm^3 = 0,0098 dm^3

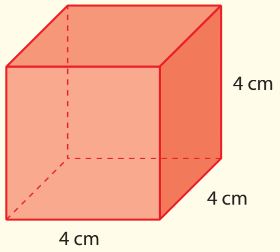
Logo, a medida do volume do paralelepípedo é 0,0098 dm^3.

3. **a)** Precisamos primeiro saber quais são as medidas do volume dos cubos dados. Considerando que 0,2 dm equivale a 2 cm, podemos fazer as comparações na mesma unidade de medida.

Para isso, podemos fazer:



V = 2 cm · 2 cm · 2 cm = 8 cm^3



V = 4 cm · 4 cm · 4 cm = 64 cm^3

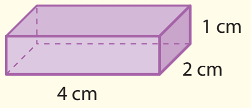
Para saber quantas vezes a medida do volume de um cubo de arestas que medem 2 cm equivale à do cubo de arestas que medem 4 cm, efetuamos a divisão das respectivas medidas de volume:

64 : 8 = 8

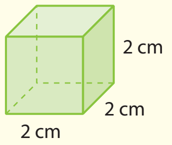
Logo, a medida do volume de um cubo de arestas que medem 4 cm equivale a 8 vezes a do cubo de arestas que medem 2 cm.

b) Precisamos primeiro saber quais são as medidas do volume dos paralelepípedos dados. Considerando que 20 mm equivalem a 2 cm, podemos fazer as comparações na mesma unidade de medida. Para isso, podemos fazer:

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



$V = 4\ cm \cdot 2\ cm \cdot 1\ cm = 8\ cm^3$



$V = 2\ cm \cdot 2\ cm \cdot 2\ cm = 8\ cm^3$

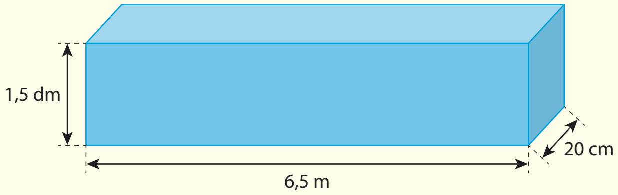
Para saber quantas vezes a medida do volume de um paralelepípedo cujas arestas medem 2 cm, 4 cm e 1 cm equivale à medida do volume do cubo cujas arestas medem 2 cm, efetuamos a divisão das respectivas medidas de volume:

8 : 8 = 1

Portanto, como os dois têm medidas de volume iguais, a medida do volume do paralelepípedo equivale a uma vez à do cubo de arestas que medem 2 cm.

4. Exemplo de pergunta:

Uma empresa siderúrgica produz barras maciças de ferro que lembram paralelepípedos. Veja a representação de uma dessas peças e suas dimensões. Qual é a quantidade de ferro, em metro cúbico, necessária para se fazer uma peça igual a essa?



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

Resolução:
1,5 dm = 0,15 m
20 cm = 0,2 m
V = 0,15 · 6,5 · 0,2 = 0,195
São necessários 0,195 m^3 de ferro para fazer uma peça.

ATIVIDADES ▸ Páginas 141 e 142

1. **a)** 3 hL = (3 · 100) L = 300 L

Portanto, são necessários 300 litros para obtermos 3 hectolitros.

b) 2,5 daL = (2,5 · 1 000) cL = 2 500 cL

Portanto, são necessários 2 500 centilitros para obtermos 2,5 decalitros.

c) Como 1 dam^3 = 1 000 000 dm^3, e 1 dm^3 = 1 L, basta multiplicar por 1 000 000.

6,3 dm^3 = (6,3 · 1 000 000) L = 6 300 000 L

Portanto, 6,3 decâmetros cúbicos equivalem a 6 300 000 litros.

d) 5 L = (5 · 1 000) mL = 5 000 mL

Portanto, são necessários 5 000 mililitros para obtermos 5 litros.

2. Exemplo de problema: A caixa-d'água de uma casa tem capacidade de 500 L. Se um chuveiro gotejando desperdiça 46 L de água por dia, quantos dias serão necessários para esvaziar totalmente essa caixa-d'água, se não houver mais nenhum gasto com água nessa casa?

Resolução:

500 : 46 ≃ 10,9

Logo, serão necessários aproximadamente 11 dias para esvaziar totalmente a caixa-d'água.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

3. Temos: 20 L = (20 · 1 000) mL = 20 000 mL

Se, no mínimo, 20 000 mL deverão ser consumidos em copos de 250 mL, então o número de copos é dado por:

20 000 mL : 250 mL = 80

Se 80 copos deverão ser tomados por 35 pessoas, cada pessoa deverá tomar:

80 : 35 = 2 (restaram 10)

Logo, 2 copos por pessoa não serão suficientes para o consumo de 80 copos de refrigerante.

Portanto, cada pessoa deverá tomar 3 copos de refrigerante, para que 35 pessoas, juntas, consumam no mínimo 20 litros de refrigerante.

4. Como todas as medidas estão expressas em centímetro, vamos calcular o volume de todas as embalagens em cm^3 e, em seguida, fazer a transformação para dm^3, pois 1 dm^3 = 1 L. Depois, vamos e comparar o resultado obtido com 1 L.

Embalagem A

Medida do volume: (12,5 · 107,5) cm^3 = 937,5 cm^3

937,5 cm^3 = (937,5 : 1 000) dm^3 = 0,9375 dm^3 = 0,9375 L

Portanto, a embalagem A foi uma das reprovadas, pois sua capacidade de 0,9375 L é menor que 1 L.

Embalagem B

Medida do volume: (13,5 · 11,5 · 6,5) cm^3 = 1 009,125 cm^3

1 009,125 cm^3 = (1 009,125 : 1 000) dm^3 = 1,009125 dm^3 = = 1,009125 L (maior que 1 L)

Embalagem C

Medida do volume: (13 · 9 · 8) cm^3 = 936 cm^3

936 cm^3 = (936 : 1 000) dm^3 = 0,936 dm^3 = 0,936 L

Portanto, a embalagem C também foi reprovada, pois sua capacidade de 0,936 L é menor que 1 L. Como duas embalagens foram reprovadas, já podemos concluir que as reprovadas foram as embalagens A e C.

Embalagem D

Medida do volume: (18 · 12 · 5) cm^3 = 1 080 cm^3

1 080 cm^3 = (1 080 : 1 000) dm^3 = 1,08 dm^3 =
= 1,08 L (maior que 1 L)

Constatamos que as embalagens B e D foram aprovadas.

5. Expressando a medida da capacidade interna dos recipientes em litro, temos:

1) 250 cm^3 = (250 : 1 000) dm^3 = 0,25 dm^3 = 0,25 L
2) 150 cm^3 = (150 : 1 000) dm^3 = 0,15 dm^3 = 0,15 L
3) 1,5 dm^3 = 1,5 L
4) 2,25 dm^3 = 2,25 L
5) 5 dL = (5 : 10) L = 0,5 L
6) 30 cL = 5 (30 : 100) L = 0,3 L
7) 200 cm^3 = (200 : 1 000) dm^3 = 0,2 dm^3 = 0,2 L

A medida da capacidade total dos sete recipientes juntos é 5,15 L, pois:

0,25 + 0,15 + 1,5 + 2,25 + 0,5 + 0,3 + 0,2 = 5,15

A medida da capacidade que não precisará ser despejada é:

5,15 L – 5 L = 0,15 L

O recipiente 2 é o único de medida de capacidade igual a 0,15 L; logo, não precisará ser utilizado.

Portanto, Marcela deve despejar no balde o conteúdo dos recipientes 1, 3, 4, 5, 6 e 7.

6. Para associar cada recipiente à medida de capacidade correspondente, vamos expressar todas as medidas de capacidade em litro e, depois, comparar os recipientes para estimar a medida de capacidade de cada um.

I: $0,5 \text{ kL} = (0,5 \cdot 1000)\text{L} = 500 \text{ L}$

II: $425 \text{ cL} = (425 : 100) \text{ L} = 4,25 \text{ L}$

III: já está em litros

IV: $2 \text{ hL} = (2 \cdot 100) \text{ L} = 200 \text{ L}$

V: $3000 \text{ dL} = (3000 : 10) \text{ L} = 300 \text{ L}$

VI: $125 \text{ dL} = (125 : 10) \text{ dL} = 12,5 \text{ L}$

Associando cada recipiente à medida de capacidade correspondente, temos: A – VI, B – IV, C – III, D – II, E – V, F – I.

7. Precisamos primeiro expressar todas as medidas de capacidade interna dos produtos em uma mesma unidade de medida. Para isso, podemos fazer:

A: $2500 \text{ mL} = (2500 : 1000) \text{ L} = 2,5 \text{ L}$

B: $5 \text{ dL} = (5 : 10) \text{ L} = 0,5 \text{ L}$

C: $200 \text{ cL} = (200 : 100) \text{ L} = 2 \text{ L}$

Calculando o preço por litro de cada embalagem, temos:

A: 20 : 2,5 = 8, ou seja, R$ 8,00 o litro.

B: 5 : 0,5 = 10, ou seja, R$ 10,00 o litro.

C: 15 : 2 = 7,5, ou seja, R$ 7,50 o litro.

Embora a embalagem C seja a mais em conta, como ele precisa levar 7 L, isso exigirá a compra de embalagens diferentes para a composição da quantidade com uma opção econômica.

Temos, então, as opções:

- 3 embalagens de C e 2 embalagens de B:
  3 · R$ 15,00 + 2 · R$ 5,00 = R$ 45,00 + R$ 10,00 = R$ 55,00
- 2 embalagens de C, 1 embalagem de A e 1 embalagem de B:
  2 · R$ 15,00 + R$ 20,00 + R$ 5,00 = R$ 55,00
- 2 embalagens de C e 6 embalagens de B:
  2 · R$ 15,00 + 6 · R$ 5,00 = R$ 30,00 + R$ 30,00 = R$ 60,00
- 1 embalagem de C, 1 embalagem de A e 5 embalagens de B:
  R$ 15,00 + R$ 20,00 + 5 · R$ 5,00 = R$ 35,00 + R$ 25,00 = = R$ 60,00
- 1 embalagem de C e 2 embalagens de A:
  R$ 15,00 + 2 · R$ 20,00 = R$ 15,00 + R$ 40,00 = R$ 55,00
- 2 embalagens de A e 4 embalagens de B:
  2 · R$ 20,00 + 4 · R$ 5,00 = R$ 40,00 + R$ 20,00 = R$ 60,00
- 14 embalagens de B: 14 · R$ 5,00 = R$ 70,00

Observamos que as composições que usam mais embalagens de 0,5 L (B) acabam encarecidas, pois elas têm o preço mais alto por litro.

Logo, há três opções mais econômicas: levar duas embalagens B e três C, ou uma embalagem A, uma B e duas C, ou duas embalagens A e uma C.

8. Podemos fazer:

- Encher o balde de 7 litros com água da fonte.
- Despejar a água que está no balde de 7 L no balde de 5 L até que fique cheio. Assim, ficarão 2 L de água no balde de 7 L.
- Esvaziar o balde de 5 L jogando a água de volta na fonte.
- Transferir os 2 L de água que estão no balde de 7 L para o balde de 5 L. Assim, faltarão 3 L de água para enchê-lo.
- Encher novamente o balde de 7 L com água da fonte.
- Despejar a água que está no balde de 7L no de 5 L até enchê-lo. Assim, são despejados os 3 L de água que faltavam para enchê-lo.
- O balde de 7 L ficou, assim, com 3 L a menos, ou seja, com 4 L.

ATIVIDADES ▶ Página 143

1. A afirmação **a** é verdadeira, pois toda medição que realizamos é sempre aproximada.

Espera-se que os estudantes identifiquem que a afirmação **b** é falsa, pois se um ambiente está muito quente ou muito frio, o resultado da medição poderá ser afetado se o que estiver sendo medido não estiver em equilíbrio térmico com o ambiente.

Além disso, a afirmação **c** também é falsa, pois um instrumento de medida convencional com unidade padronizada de medida pode gerar diferentes resultados de medição dependendo da precisão de quem realiza a medida e da precisão do instrumento de medida.

2. Exemplos de resposta: porque os cronômetros são diferentes (diferença na calibração) ou ainda porque um dos cronômetros (ou ambos) não foram parados no exato momento que a menina completou a volta na quadra (uma foi mais rápida que a outra).

3. Exemplos de resposta: a balança está apresentando variação no resultado; Diego está se posicionando de forma diferente na balança e isso pode estar gerando variação.

TRABALHO EM EQUIPE ▶ Página 144

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▶ Páginas 146 e 147

1. **a)** Em abril; 18 árvores, pois: 6 · 3 = 18

b) 30 árvores, pois: 10 · 3 = 30.

c) Como cada figura no gráfico equivale a 3 três árvores, então nos meses em que deverão ser plantadas 12 árvores deverá haver 4 árvores. Isso acontece nos meses de fevereiro, março e junho.

2. **a)** Ucrânia: 24 medalhas (12 · 2 = 24);

Brasil: 22 medalhas (11 · 2 = 22);

Itália: 14 medalhas (7 · 2 = 14);

Irã: 12 medalhas (6 · 2 = 12);

Uzbequistão: 8 medalhas (4 · 2 = 8).

b) 22 – 8 = 14

Portanto, a diferença solicitada é de 14 medalhas.

c) 8º lugar. Como o número de medalhas de ouro conquistadas pela Austrália está entre o número de medalhas de ouro conquistadas pelo Brasil (7º colocado) e pela Itália (9º colocado), então a Austrália terminou os Jogos Paralímpicos em Tóquio, em 2021, como 8º colocado.

3. **a)** 400 automóveis, pois: $4 \cdot 100 = 400$

b) em 2023; 500 automóveis, pois: $5 \cdot 100 = 500$

c) 1 800 automóveis, pois: $18 \cdot 100 = 1\,800$

4. **a)** 20 000 CDs, pois: $20 \cdot 1\,000 = 20\,000$

b) *Rock* e forró.

5. **a)** O mais visitado foi o centro histórico. Foi visitado por 1 750 turistas ($5 \cdot 350 = 1\,750$ turistas).

b) O menos visitado foi o centro comercial. Foi visitado por 700 turistas ($2 \cdot 350 = 700$).

c) Como o investimento será de 100 reais por turista, temos:

$700 \cdot 100 = 70\,000$

Portanto, o novo investimento da prefeitura será de 70 000 reais.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Página 148

1. Colocando todas as medidas, em metro, temos:

- Caminho do João:
  Partida até o ponto A: 6 m
  Ponto A até o ponto B: 190 dm = (190 : 10) m = 19 m
  Ponto B até a chegada: 0,5 dam = $(0{,}5 \cdot 10)$ m = 5 m
  Total: 6 m + 19 m + 5 m = 30 m
- Caminho do Pedro:
  Partida até o ponto D: 4 m
  Ponto D até o ponto C: 180 dm = (180 : 10) m = 18 m
  Ponto C até a chegada: 0,09 hm = $(0{,}09 \cdot 100)$ m = 9 m
  Total: 4 m + 18 m + 9 m = 31 m

a) O mais curto é o caminho que João tomou.

b) 31 m – 30 m = 1 m e 1 m = 100 cm.

2. **a)** Convertendo todas as medidas em centímetro, temos:

15 dm = $15 \cdot 10$ cm = 150 cm

0,8 m = $0{,}8 \cdot 100$ cm = 80 cm

2 117 mm = 2 117 : 10 cm = 211,7 cm

P = 69 cm + 150 cm + 80 cm + 211,7 cm = 510,7 cm

b) Como todas as medidas estão em decímetro, vamos calcular a medida do perímetro e, depois, fazer a conversão:

$P = 1 + 1 + 1{,}5 + 0{,}5 + 1 + 0{,}5 + 1{,}5 + 2 = 9$

Portanto, o perímetro mede 9 dm.

Transformando 9 decímetros para centímetros, temos: $9 \cdot 10$ cm = 90 cm

3. Calculando a medida do perímetro do retângulo, temos:

$P = 2 + 2 + 5 + 5 = 14$

Portanto, o perímetro do retângulo mede 14 dam.

Transformando para metro, temos: $14 \cdot 10$ m = 140 m

Como Gilberto pretende dar duas voltas de arame ao redor o terreno, então:

$2 \cdot 140$ m = 280 m

4. 0,3 μm = 0,3 : 1 000 mm = 0,0003 mm

10 μm = 10 : 1 000 = 0,01 mm

5. Lembrando que uma unidade astronômica, ou 1 ua, equivale a 149 597 870 700 metros, temos:

a) $5{,}2 \cdot 149\,597\,870\,700 = 777\,908\,927\,640$ m = 777 908 927,640 km, ou seja, aproximadamente 780 000 000 km.

b) Exemplo de resposta: $7{,}8 \cdot 10^8$ km

6. **a)** Daniela (1 020 s)

b) Mariana (1 980 s)

c) 1 980 s – 1 020 s = 960 s; como 1 min tem 60 s, então para transformar segundos em minutos, fazemos: 960 : 60 = 16

Portanto, a diferença entre as medidas de tempo do primeiro e do último colocado foi 16 minutos.

7. 10 000 hg : 200 = 50 hg

Para transformar hg em kg, fazemos:

50 : 10 = 5

Logo, foram colocados 5 kg de soja em cada pacote.

Capítulo 6

ATIVIDADES ▸ Página 151

1. Exemplos de resposta:

a) $(n - 1) + n + (n + 1)$

b) $(x + y)^2$

c) $x^2 + y^2$

d) $\frac{m}{3} + s$

2. **a)** Espera-se que os estudantes percebam que a medida de área do carpete corresponde à medida da área do chão do quarto, que pode ser expressa por $x \cdot y$.

b) A medida de comprimento de rodapé, incluindo o espaço da porta, corresponde à medida do perímetro do quarto, que pode ser expressa por $x + y + x + y$, ou seja, $2x + 2y$.

3. Em todas as sentenças, há uma adição entre um número e seu oposto; então, algebricamente podemos escrever: $x + (-x) = 0$

4. Como, ao adicionar qualquer número ao elemento neutro, obtém-se como soma o próprio número, então algebricamente podemos escrever: $a + 0 = a$

5. Significa que o produto de um número por 1 é igual ao próprio número; então, algebricamente podemos escrever: $a \cdot 1 = a$.

ATIVIDADES ▸ Página 153

1. **a)** Substituindo x por 1 e y por 3 na expressão e efetuando as operações indicadas, temos:

$-4 \cdot 1 \cdot 3 = -12$

Portanto, para $x = 1$ e $y = 3$, o valor numérico da expressão $-4 \cdot x \cdot y$ é -12.

b) Substituindo a por 5 e b por -1, na expressão e efetuando as operações indicadas, temos:

$3 \cdot 5 + (-1) = 15 + (-1) = 14$

Portanto, para $a = 5$ e $b = -1$ o valor numérico da expressão $3 \cdot a + b$ é 14.

c) Substituindo x por 1 e y por 0, na expressão e efetuando as operações indicadas, temos:

$3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 0 = 3 + 0 = 3$

Portanto, para $x = 1$ e $y = 0$, o valor numérico da expressão $3 \cdot x^2 + 2 \cdot y$ é 3.

d) Substituindo x por−3 e z por $\frac{1}{2}$ na expressão e efetuando as operações indicadas, temos:

$$2 \cdot (-3) + \frac{1}{2} - 9 = (-6) + \frac{1}{2} - 9 = \frac{2 \cdot (-6) + 1 + 2 \cdot (-9)}{2} =$$

$$= \frac{-12 + 1 + (-18)}{2} = -\frac{29}{2}$$

Portanto, para $x = -3$ e $z = -1$, o valor numérico da expressão $2 \cdot x + z - 9$ é $-\frac{29}{2}$.

2. **a)** A medida do perímetro pode ser expressa por:
$a + a + b + a + b + a = 4 \cdot a + 2 \cdot b$.

b) Substituindo a por 5 e b por 7 na expressão e efetuando as operações indicadas, temos: $4 \cdot 5 + 2 \cdot 7 = 20 + 14 = 34$

Portanto, a medida do perímetro, nas condições dadas, é 34 cm.

c) A medida do perímetro pode ser expressa por:
$a \cdot (a + b) = a \cdot a + a \cdot b$

d) Substituindo a por 5 e b por 7 na expressão e efetuando as operações indicadas, temos: $5 \cdot 5 + 5 \cdot 7 = 25 + 35 = 60$
Portanto, a medida de área é 60 cm^2.

3. Preço do aparelho: x reais

Desconto: 20 reais

Valor total: $x - 20$ reais

alternativa **d**

4. **a)** R$ 17,00, pois: $2,40 \cdot 5 + 5 = 12 + 5 = 17$

b) R$ 245,00, pois: $2,40 \cdot 100 + 5 = 240 + 5 = 245$

c) R$ 6,80, pois: $2,40 \cdot 0,75 + 5 = 1,8 + 5 = 6,80$

d) R$ 2 885,00, pois: $2,40 \cdot 1\,200 + 5 = 2\,880 + 5 = 2\,885$

e) R$ 21,12, pois: $2,40 \cdot 6,3 + 5 = 15,12 + 5 = 20,12$

f) R$ 30,20, pois: $2,40 \cdot 10,5 + 5 = 25,2 + 5 = 30,20$

5. **a)** O valor fixo é R$ 400,00.

b) $16c + 40p + 400$

c) Para $c = 20$ e $p = 30$, temos:
$16 \cdot 20 + 40 \cdot 30 + 400 = 320 + 1\,200 + 400 = 1\,920$
Logo, R$ 1 920,00.

6. **a)** Contando o contorno todo dessa figura, teremos 24 lados de quadrados que a compõem. Logo, a medida do perímetro será representada por $24x$.

b) $24 \cdot 3,7 = 88,8$

Logo, a medida do perímetro é 88,8 cm.

c) Como cada quadradinho tem uma medida de área igual a x^2 e temos um total de 12 quadradinhos, então a medida da área dessa figura pode ser representada por: $12x^2$

d) $12 \cdot 0,6^2 = 12 \cdot 0,36 = 4,32$

Logo, a medida de área é 4,32 cm^2.

7. **a)** O retângulo A é formado por 8 quadradinhos de área medindo y cm².

$8 \cdot y = 8y$

A área do retângulo A mede 8y cm².

b) O quadrado B é formado por 9 quadradinhos de área y cm².

$9 \cdot y = 9y$

A área do quadrado B mede 9y cm².

c) O triângulo C é formado por 4 quadradinhos e $\frac{1}{2}$ quadradinho de área medindo y cm².

$$4 \cdot y + \frac{1}{2} \cdot y = 4y + \frac{1}{2}y = \frac{8}{2}y + \frac{1}{2}y = \frac{9}{2}y$$

A área do triângulo C mede $\frac{9}{2}y$ cm².

d) $8y : 2 = 4y$

A metade da medida da área do retângulo A é 4y cm².

e) $9y : 3 = 3y$

A terça parte da medida da área do quadrado B é 3y cm².

ATIVIDADES ▸ Página 155

1. **a)** $29a + 4a - 21a = 33a - 21a = 12a$

b) $x + 3x - x + 5x - x = 4x - x + 5x - x = 3x + 5x - x =$
$= 8x - x = 7x$

c) $3x + 4x^3 - 5x + x^2 + 2x = (3x - 5x + 2x) + 4x^3 + x^2 = 4x^3 + x^2$

d) $\frac{3}{4}y - \frac{y}{5} + \frac{7}{2}y = \frac{15y - 4y + 70y}{20} = \frac{81y}{20}$

e) $4a + 5b + \frac{7}{2}a - b = \left(4a + \frac{7}{2}a\right) + (5b - b) = \left(\frac{8a + 7a}{2}\right) + 4b =$
$= \frac{15}{2}a + 4b$

2. Kevin errou ao aplicar a propriedade distributiva, pois colocou o número 1 da expressão dentro dos parênteses.

3. **a)** $75d + 0,50q$, com d representando o número de dias que o carro ficou alugado e q, o número de quilômetros rodados.

b) Substituindo d por 4 e q por 100 na expressão e efetuando as operações indicadas, temos:

$75 \cdot 4 + 0,50 \cdot 100 = 300 + + 50 = 350$

Logo, Ivo pagou R$ 350,00.

ATIVIDADES ▸ Página 159

1. **a)** São todos os números naturais menores que 6 com exceção do 6: (0, 1, 2, 3, 4, 5)

b) São todos os números inteiros que estão entre −3 e 2 com exceção do −3 e do 2: (−2, −1, 0, 1)

c) Sequência dos números divisíveis por 1 e por eles mesmos: (2, 3, 5, 7, 11, ...)

d) Nesse caso, há apenas três números inteiros cujo módulo é menor que 2: (−1, 0, 1)

e) São todos os números naturais divisíveis por 2 incluindo o 6: (6, 8, 10, 12, 14, ...)

2. **a)** $a_n = 2n$
b) $a_n = 2n - 1$

3. **a)** Para $a_n = 7n$, temos:

$a_1 = 7 \cdot 1 = 7$

$a_2 = 7 \cdot 2 = 14$

$a_3 = 7 \cdot 3 = 21$

$a_4 = 7 \cdot 4 = 28$

Logo, a sequência será (7, 14, 21, 28, ...).

b) Para $a_n = n^3$, temos:
$a_1 = 1^3 = 1$
$a_2 = 2^3 = 8$
$a_3 = 3^3 = 27$
$a_4 = 4^3 = 64$
Logo, a sequência será (1, 8, 27, 64, ...).

c) Para $a_n = n^2 + n$, temos:
$a_1 = 1^2 + 1 = 2$
$a_2 = 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$
$a_3 = 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12$
$a_4 = 4^2 + 4 = 16 + 4 = 20$
Logo, a sequência será (2, 6, 12, 20, ...).

d) Para $a_n = 3n^2 - 2$, temos:
$a_1 = 3 \cdot 1^2 - 2 = 3 - 2 = 1$
$a_2 = 3 \cdot 2^2 - 2 = 12 - 2 = 10$
$a_3 = 3 \cdot 3^2 - 2 = 27 - 2 = 25$
$a_4 = 3 \cdot 4^2 - 2 = 48 - 2 = 46$
Logo, a sequência será (1, 10, 25, 46, ...)

4. **a)** 1º termo = 10 + 1 = 11
2º termo = 10 + 2 = 12
3º termo = 10 + 3 = 13
4º termo = 10 + 4 = 14
5º termo = 10 + 5 = 15
6º termo = 10 + 6 = 16
Logo, o 5º e o 6º termos são: 15 e 16.

b) A expressão que indica o enésimo termo é $(10 + n)$.

5. **a)** 1ª: $2 \cdot 1 = 2$
2ª: $2 \cdot 2 = 4$
3ª: $2 \cdot 3 = 6$
4ª: $2 \cdot 4 = 8$
nª : $2 \cdot n$
A expressão é $2n$.

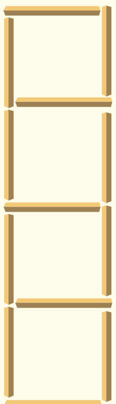
b) $2 \cdot 99 = 198$
O 99º termo da sequência é 198.

6. **a)** 1ª posição: 1 quadradinho
2ª posição: 3 quadradinhos
3ª posição: 5 quadradinhos
4ª posição: 7 quadradinhos
Logo, na 5ª posição terá 9 quadradinhos.

b) Exemplo de resposta: $2p - 1$

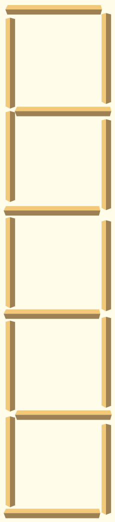
c) $2 \cdot 20 - 1 = 39$
Logo, na 20ª posição haverá 39 quadradinhos.

7. **a)**



Logo, para construir 4 quadrados, precisamos de 13 palitos.

b)



Logo, para construir 5 quadrados, precisamos de 16 palitos.

c) $[4 + 3(x - 1)]$ palitos.

d) $4 + 3 \cdot (15 - 1) = 4 + 3 \cdot 14 = 4 + 42 = 46$
Logo, 46 palitos.

INFORMÁTICA E MATEMÁTICA ▶ Página 162

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▶ Página 163

1. Exemplos de respostas:
$(3, 6, 9, 12, 15, \dots) \rightarrow a_n = 3 \cdot n$
$(+2, +7, +12, \dots) \rightarrow a_n = n + 5$

2. Exemplos de resposta:
a) $a_1 = 4$; $a_{n+1} = a_n + 4$
b) $a_1 = 1$; $a_{n+1} = 6a_n$

3. Os dois representaram a sequência corretamente.

4. A – II, B – IV, C – I, D – III, E – V

Tanto a sequência:

- A quanto a sequência II representam a sequência: (1, 2, 3, 4, ...)
- B quanto a sequência IV representam a sequência: (1, 5, 9, 13, ...)
- C quanto a sequência I representam a sequência: (6, 12, 18, 24, ...)
- D quanto a sequência III representam a sequência: (10, 10, 10, 10, ...)
- E quanto a sequência V representam a sequência: (3, 5, 7, 9, ...)

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▶ Páginas 165 e 166

1. **a)** maior: R$ 166,79; menor: R$ 148,25;
diferença: $166,79 - 148,25 = 18,54$
Logo, a diferença pedida é R$ 18,54.

b) $$\text{Média} = \frac{166,79 + 154,77 + 162,74 + 148,25 + 149,35}{5} =$$
$$= \frac{781,9}{5} = 156,38$$
Logo, a média aritmética dos preços é de R$ 156,38.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

c) Acima da média: Casas do Brasil e Casas do Sul; abaixo da média: Lojas Amazonenses, Magazine Ceciliana e Lojas do Silva.

d) Nova média $= \frac{781{,}9 + 146{,}30}{6} = 154{,}70$

Logo, a média passa a ser igual a R\$ 154,70.

2. **a)** O maior consumo foi em fevereiro de 2023: 242 kWh; o menor foi em maio de 2023: 49 kWh

b) Média $= \frac{161 + 49 + 107 + 216 + 242 + 238 + 226 + 240 + 174 + 151 + 139 + 139}{12} = \frac{2\,082}{12} = 173{,}5$

Logo, o consumo médio nesse período foi de 173,5 kWh.

c) acima: outubro, novembro e dezembro de 2022, e janeiro, fevereiro e março de 2023; abaixo: julho, agosto e setembro de 2022, e abril, maio e junho de 2023.

3. Média da Casa A $= \frac{(3 \cdot 9) + (1 \cdot 5) + (2 \cdot 10)}{3 + 1 + 2} = \frac{27 + 5 + 20}{6} \simeq 8{,}7$

Média da Casa B $= \frac{(3 \cdot 10) + (1 \cdot 4) + (2 \cdot 8)}{3 + 1 + 2} = \frac{30 + 4 + 16}{6} \simeq 8{,}3$

Portanto, Luiz escolheu a casa A.

4. **a)** O maior grupo tem estudantes de 17 anos e o menor grupo, estudantes de 20 anos.

b) Média $= \frac{(10 \cdot 16) + (23 \cdot 17) + (20 \cdot 18) + (5 \cdot 19) + (2 \cdot 20)}{23 + 20 + 10 + 5 + 2} = \frac{160 + 391 + 360 + 95 + 40}{60} = \frac{1\,046}{60} = 17{,}433...$

ATIVIDADES DE REVISÃO ▶ Páginas 167 e 168

1. **a)** $h = 28 \cdot t + 20$

$h = 28 \cdot 6 + 20$

$h = 168 + 20$

$h = 188$

Logo, para $t = 6$ anos, a medida da altura da árvore ser 188 cm.

b) $h = 28 \cdot t + 20$

$h = 28 \cdot 10 + 20$

$h = 280 + 20$

$h = 300$

Logo, para $t = 10$ anos, a medida da altura da árvore ser 300 cm.

2. $S = \frac{3}{2} \cdot P$

$S = \frac{3}{2} \cdot 24$

$S = 36$

Logo, o número do sapato dessa pessoa é 36.

alternativa **d**

3. **a)** $x + y$

b) $a + b + c + d$

c) $(m \cdot m)$ ou m^2

d) $(a \cdot a \cdot a)$ ou a^3

4. **a)** $2 \cdot x$

b) $\frac{x}{3}$

c) $x + 5$

d) $\frac{x + 5}{2}$

5. **a)** $x + 20$ m

b) $80 + 20 = 100$

Portanto, Eduardo terá de comprar 100 cm de corda.

c) $100 + 20 = 120$

Portanto, Eduardo terá de comprar 120 cm de corda.

6. **a)** $A = x \cdot (x + 25)$

b) $P = x + x + 25 + x + x + 25$

$P = 4x + 50$

c) Se o terreno medir 50 m de largura, então ele medirá 75 metros de comprimento (50 + 25 = 75).

$A = 50 \cdot 75 = 3\,750$

$P = 4 \cdot 50 + 50 = 250$

Assim, a área medirá 3 750 m² e o perímetro medirá 250 m.

7. A dúzia de ovos custava: $\frac{x}{30}$ reais.

$\frac{75}{30} = 2{,}5$

$2{,}5 \cdot 150 = 375$

Logo, 75 dúzias passaram a custar 375 reais.

8. **a)** Substituindo x por 12 na expressão dada, temos: $12 + 2 = 14$

b) Substituindo x por 12 na expressão dada, temos: $12^2 + 2 \cdot 12 = 144 + 24 = 168$

c) Substituindo x por 12 na expressão dada, temos: $\frac{12}{3} = 4$

9. **a)** Substituindo a por $\frac{1}{4}$, b por $-\frac{3}{2}$ e c por -1 na expressão dada, temos:

$\frac{1}{4} + 2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - 4 \cdot (-1)^2 = \frac{1}{4} - 3 - 4 = \frac{1}{4} - 7 = \frac{1 - 28}{4} = -\frac{27}{4}$

b) Substituindo a por $-\frac{5}{2}$, b por 0,5 e c por 1 na expressão dada, temos:

$-\frac{5}{2} - 0{,}5 + 3 \cdot 1 = -2{,}5 - 0{,}5 + 3 = 0$

10. **a)** São todos os números negativos maiores que –4, com exceção do –4: (–3, –2, –1)

b) Sequência dos números divisíveis por 1 e por eles mesmos e menores que 19, incluindo o 19: (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19)

c) São todos os números naturais divisíveis por 11: (0, 11, 22, 33, 44, 55, ...)

11. a) $a_n = 9n$

$a_1 = 9 \cdot 1 = 9$

$a_2 = 9 \cdot 2 = 18$

$a_3 = 9 \cdot 3 = 27$

$a_4 = 9 \cdot 4 = 36$

$a_5 = 9 \cdot 5 = 45$

(9, 18, 27, 36, 45, …)

b) $a_n = n^2 + 1$

$a_1 = 1^2 + 1 = 1 + 1 = 2$

$a_2 = 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5$

$a_3 = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$

$a_4 = 4^2 + 1 = 16 + 1 = 17$

$a_5 = 5^2 + 1 = 25 + 1 = 26$

(2, 5, 10, 17, 26, …)

c) $a_{n+1} = a_n + 10$

$a_1 = 1$

$a_2 = 1 + 10 = 11$

$a_3 = 11 + 10 = 21$

$a_4 = 21 + 10 = 31$

$a_5 = 31 + 10 = 41$

(1, 11, 21, 31, 41, …)

d) $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

$a_1 = 2$

$a_2 = 8$

$a_3 = a_1 + a_2 = 2 + 8 = 10$

$a_4 = a_2 + a_3 = 8 + 10 = 18$

$a_5 = a_3 + a_4 = 10 + 18 = 28$

(2, 8, 10, 18, 28, …)

12. a) Não.

b) Exemplos de resposta:

- O número da coluna da direita é o dobro do antecessor do número da mesma linha da coluna da esquerda.
- O número da coluna da direita é igual ao dobro do número da mesma linha da coluna da esquerda menos dois.

c) $n = 2 \cdot (x - 1)$ ou $n = 2x - 2$

13. Sim, todas são recursivas.

a) Basta adicionar sempre 1 ao termo anterior para se obter o próximo elemento da sequência.

b) Basta adicionar sempre 100 ao termo anterior para se obter o próximo elemento da sequência.

c) Basta dividir por 2 o termo anterior para se obter o próximo elemento da sequência.

14. Número de estrelas: $n + (n - 1)$

A 1000ª figura terá $1000 + (1\,000 - 1) = 1000 + 999 = 1999$.

Logo, a milésima figura dessa sequência terá 1999 estrelinhas.

15. Exemplos de resposta: $a_n = 10n - 2$ ou $a_1 = 8$ e $a_{n+1} = a_n + 10$

PARA FINALIZAR ▶ **Páginas 169 e 170**

Resoluções e comentários em *Orientações*.

▶ Unidade 3

Capítulo 7

ATIVIDADES ▶ Páginas 176 e 177

1. a) $\frac{y}{3} = 15 \Rightarrow \frac{y}{3} \cdot 3 = 15 \cdot 3 \Rightarrow y = 45$

b) Espera-se que os estudantes concluam que, para ser divisível por 3, o número deve ser múltiplo de 3, por exemplo, $3 \cdot 15 = 45 \Rightarrow 45 : 3 = 15$.

2. a) $x = 15 : 10$

$x = 1{,}5$

b) $x = \frac{1}{2} : \frac{1}{2}$

$x = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1}$

$x = \frac{2}{2} = 1$

c) $x = \frac{-5}{-1}$

$x = 5$

d) $x = \frac{1}{\frac{1}{10}}$

$x = 1 \cdot 10$

$x = 10$

3. a) $x + y = 10$

b) Considerando x: preço do estojo e y: preço do caderno, temos:

- $3 + y = 10$

  $y = 10 - 3$

  $y = 7$

  O valor do caderno teria sido R$ 7,00.
- $x + 7{,}50 = 10$

  $x = 10 - 7{,}50$

  $x = 2{,}50$

  O valor do estojo teria sido R$ 2,50.
- Espera-se que os estudantes respondam que não, pois a soma do preço do estojo com o preço do caderno seria R$ 10,50, o que não corresponde ao valor pago por Caio.

4. a) $x \cdot 5 = 30$

$x = 30 : 5$

$x = 6$

Pensou no número 6.

b) $(x \cdot 4) - 4 = 16$

$4x = 16 + 4$

$x = 20 : 4$

$x = 5$

Pensou no número 5.

5. a) $\sqrt{10 + x} = 1$

$\sqrt{10 + (-9)} = 1$

$\sqrt{10-9} = 1$

$\sqrt{1} = 1$

$1 = 1$ é raiz

b) $x^2 + 2x - 8 = 0$

$(-9)^2 + 2 \cdot (-9) - 8 = 0$

$81 - 18 - 8 = 0$

$55 \neq 0$ não é raiz

c) $\frac{x}{3} - 4 = -7$

$\frac{-9}{3} - 4 = -7$

$-3 - 4 = -7$

$-7 = -7$ é raiz

d) $2x + \frac{1}{5} = 10$

$2 \cdot (-9) + \frac{1}{5} = 10$

$-18 + \frac{1}{5} = 10$

$-\frac{90}{5} + \frac{1}{5} = \frac{50}{5}$

$-\frac{89}{5} \neq \frac{50}{5}$ não é raiz

Portanto, alternativas **a** e **c**.

6. **a)** $x + 55 = 125{,}5$

$x = 125{,}5 - 55$

$x = 70{,}5$ kg

b) $2x + 10 = x + 20$

$2x - x = 20 - 10$

$x = 10$ kg

c) $2x + \frac{1}{2}x = 40$

$\frac{4}{2}x + \frac{1}{2}x = \frac{80}{2}$

$\frac{5}{2}x = \frac{80}{2}$

$x = \frac{\frac{80}{2}}{\frac{5}{2}}$

$x = \frac{80}{2} \cdot \frac{2}{5}$

$x = \frac{160}{10}$

$x = 16$ kg

7. **a)** $3x = 15$

$3 \cdot 5 = 15$

Portanto, a solução é 5.

b) $y^2 = \frac{1}{4}$

$\left(\pm\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

Portanto, a solução é $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$.

c) $n + 36 = 57$

$21 + 36 = 57$

Portanto, a solução é 21.

d) $k^2 = -3$; não há nenhum número no conjunto dos números racionais que elevado ao quadrado resulte em número negativo. Portanto, não tem solução.

e) $a^2 + 2 = -1$; não há nenhum número no conjunto dos números racionais que elevado ao quadrado e adicionado com 2 resulte em número negativo. Portanto, não tem solução.

8. **a)** Exemplo de resposta:

$200 + 5x = 1\,200$

$5x = 1\,200 - 200$

$5x = 1\,000$

$x = \frac{1\,000}{5}$

$x = 200$

O valor da prestação foi de R$ 200,00.

b) Exemplo de resposta:

$y + 4y = 2$

$5y = 2$

$y = \frac{2}{5}$

$y = 0{,}4$

Os comprimentos são 0,4 m e 1,6 m (pois $0{,}4 \cdot 4 = 1{,}6$).

9. **a)** $2x - y = 5$

$2 \cdot 3 - 1 = 5$

$6 - 1 = 5$

$5 = 5$

Sim

b) $x + y = 4$

$3 + 1 = 4$

$4 = 4$

Sim

c) $x - 2y = 3$

$3 - 2 \cdot 1 = 3$

$3 - 2 = 3$

$1 \neq 3$

Não

d) $x + 4y = 6$

$3 + 4 \cdot 1 = 6$

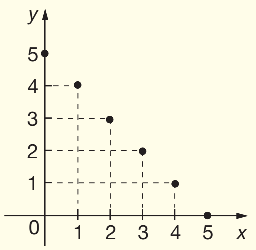
$7 \neq 6$

Não

10. **a)** $x + y = 24$

b) Espera-se que os estudantes apontem como possíveis soluções qualquer par de números naturais cuja adição resulte em 24, exemplo: (10, 14), (12, 12) etc.

11. (0,5); (1,4); (2,3); (3,2); (4,1); (5,0)



EDUARDO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES ▶ Página 180

1. A:
$x + 6 = 3$
$x + 6 - 6 = 3 - 6$
$x = -3$

B:
$2x = 5$
$2x \cdot \frac{1}{2} = 5 \cdot \frac{1}{2}$
$x = \frac{5}{2}$

C:
$\frac{x}{2} = 8$
$\frac{x}{2} \cdot 2 = 8 \cdot 2$
$x = 16$

D:
$8x = 24$
$8x \cdot \frac{1}{2} = 24 \cdot \frac{1}{2}$
$4x = 12$

E:
$2x + 10 = 3x$
$2x + 10 - 3x = 3x - 3x$
$-x + 10 = 0$
Portanto, A-III; B-IV; C-I; D-V; E-II.

2. Exemplos de resposta:

a) $x + 5 = 18$
$x + 5 - 18 = 18 - 18$
$x - 13 = 0$
$x - 13 + 13 = 0 + 13$
$x = 13$
Portanto, uma equação equivalente é $x - 13 = 0$ e $S = \{13\}$.

b) $3 + y = 2$
$3 + y - 2 = 2 - 2$
$1 + y = 0$
$1 + y - 1 = 0 - 1$
$y = -1$
Portanto, uma equação equivalente é $1 + y = 0$ e $S = \{-1\}$.

c) $4z = 12$
$4z : 2 = 12 : 2$
$2z = 6$
$2z \cdot \frac{1}{2} = 6 \cdot \frac{1}{2}$
$z = 3$
Portanto, uma equação equivalente é $2z = 6$ e $S = \{3\}$.

d) $y + 9 = y + 2y$
$y + 9 = 3y$
$y + 9 - 3y = 3y - 3y$
$9 - 2y = 0$
$9 - 2y - 9 = 0 - 9$
$-2y \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = -9 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$
$y = \frac{9}{2}$
Portanto, uma equação equivalente é $9 - 2y = 0$ e $S = \left\{\frac{9}{2}\right\}$.

e) $2m = -4$
$2m + 4 = -4 + 4$
$2m + 4 = 0$
$2m + 4 - 4 = 0 - 4$
$2m = -4$
$2m \cdot \frac{1}{2} = -4 \cdot \frac{1}{2}$
$m = -2$
Portanto, uma equação equivalente é $2m + 4 = 0$ e $S = \{-2\}$.

f) $-5t = 25$
$-5t - 25 = 25 - 25$
$-5t - 25 = 0$
$-5t = 25$
$-5t \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = 25 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$
$t = -5$
Portanto, uma equação equivalente é $-5t - 25 = 0$ e $S = \{-5\}$.

g) $2x + x = 7 - 10x$
$3x - 3x = 7 - 10x - 3x$
$0 \cdot (-1) = (7 - 13x) \cdot (-1)$
$13x - 7 = 0$
$13x - 7 + 7 = 0 + 7$
$13x \cdot \frac{1}{13} = 7 \cdot \frac{1}{13}$
$x = \frac{7}{13}$
Portanto, uma equação equivalente é $13x - 7 = 0$ e $S = \left\{\frac{7}{13}\right\}$.

h) $12b - 22 = 122$
$12b - 22 + 22 = 122 + 22$
$12b = 144$
$12b \cdot \frac{1}{12} = 144 \cdot \frac{1}{12}$
$b = 12$
Portanto, uma equação equivalente é $12b = 144$ e $S = \{12\}$.

i) $42p + 19 = 229$
$42p + 19 - 19 = 229 - 19$
$42p = 210$
$42p \cdot \frac{1}{42} = 210 \cdot \frac{1}{42}$
$p = 5$
Portanto, uma equação equivalente é $42p = 210$ e $S = \{5\}$.

3. Espera-se que os estudantes percebam que, indicando por x a quantidade de gibis que serão comprados, Márcia gastará $3 \cdot x$ se comprar os gibis de R$ 3,00 cada um e gastará $7 \cdot x$ se comprar os gibis de R$ 7,00 cada um. Assim, se no primeiro caso sobrarem R$ 10,00 e no segundo caso faltarem R$ 6,00, podemos dizer $7 \cdot x - 3 \cdot x = 16$. Portanto, $x = 4$.
Desse modo, o valor que Márcia tem corresponde a $(3 \cdot 4 + 10)$ reais ou $(7 \cdot 4 - 6)$ reais, ou seja, 22 reais. Portanto, Márcia só pode comprar até 3 gibis de R$ 7,00 cada um.

ATIVIDADES ▶ Página 182

1. a) $x + 7 = 3$
$x + 7 - 7 = 3 - 7$
$x = -4$; não tem solução no conjunto dos números $\mathbb{N}$.

b) $x - 3 = 2x$
$x - 3 - 2x = 2x - 2x$
$-x - 3 + 3 = 0 + 3$
$(-1) \cdot (-x) = +3 \cdot (-1)$
$x = -3$
$S = \{-3\}$

c) $8 - x = 2 + x$
$8 - x - x = 2 + x - x$
$8 - 2x - 8 = 2 - 8$
$-2x = -6$
$-2x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$
$x = 3$
$S = \{3\}$

d) $17x = -15x$
$17x + 15x = -15x + 15x$
$32x = 0$
$32x \cdot \frac{1}{32} = 0 \cdot \frac{1}{32}$
$x = 0$
$S = \{0\}$

e) $3x - 7 = 17$
$3x - 7 + 7 = 17 + 7$
$3x = 24$
$3x \cdot \frac{1}{3} = 24 \cdot \frac{1}{3}$
$x = 8$
$S = \{8\}$

f) $-x = 3x + 5$
$-x - 3x = 3x + 5 - 3x$
$-4x = 5$
$-4x \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = 5 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$
$x = -\frac{5}{4}$
$S = \left\{-\frac{5}{4}\right\}$

g) $100 = 4x$
$100 \cdot \frac{1}{4} = 4x \cdot \frac{1}{4}$
$25 = x$
$S = \{25\}$

2. **a)** $2x + 7x - 10 = 4x + 3 - 2x$
$9x - 10 = 2x + 3$
$9x - 10 - 2x = 2x + 3 - 2x$
$7x - 10 = 3$
$7x - 10 + 10 = 3 + 10$
$7x = 13$
$7x \cdot \frac{1}{7} = 13 \cdot \frac{1}{7}$
$x = \frac{13}{7}$
$S = \left\{\frac{13}{7}\right\}$

b) $3 \cdot (x + 1) = 8$
$3x + 3 = 8$
$3x + 3 - 3 = 8 - 3$
$3x = 5$
$3x \cdot \frac{1}{3} = 5 \cdot \frac{1}{3}$
$x = \frac{5}{3}$
$S = \left\{\frac{5}{3}\right\}$

c) $4 \cdot (x - 6) = -3$
$4x - 24 = -3$
$4x - 24 + 24 = -3 + 24$
$4x = 21$
$4x \cdot \frac{1}{4} = 21 \cdot \frac{1}{4}$
$x = \frac{21}{4}$
$S = \left\{\frac{21}{4}\right\}$

d) $2 \cdot (3 - x) = -4 \cdot (x - 1)$
$6 - 2x = -4x + 4$
$6 - 2x + 4x = -4x + 4 + 4x$
$6 + 2x = 4$
$6 + 2x - 6 = 4 - 6$
$2x = -2$
$2x \cdot \frac{1}{2} = -2 \cdot \frac{1}{2}$
$x = -1$
$S = \{-1\}$

e) $-1 \cdot (x + 4) = 3 \cdot (x + 5)$
$-x - 4 = 3x + 15$
$-x - 4 - 3x = 3x + 15 - 3x$
$-4x - 4 = 15$
$-4x - 4 + 4 = 15 + 4$
$-4x = 19$
$-4x \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = 19 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$
$x = -\frac{19}{4}$
$S = \left\{-\frac{19}{4}\right\}$

f) $3 \cdot \left(\frac{1}{3} - x\right) - (-2x + 7) = -3$
$\left(\frac{3}{3} - 3x\right) + 2x - 7 = -3$
$1 - 3x + 2x - 7 = -3$
$-x - 6 = -3$
$-x - 6 + 6 = -3 + 6$
$-x = 3$
$-x \cdot (-1) = 3 \cdot (-1)$
$x = -3$
$S = \{-3\}$

3. **a)** $3x - 21 = 5x$
$3x - 21 + 21 = 5x + 21$
$3x = 5x + 21$
$3x - 5x = 5x + 21 - 5x$
$-2x = 21$
$-2x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 21 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$
$x = -10{,}5$
Como –10,5 não pertence ao conjunto universo, a afirmação é falsa.

b) $7 \cdot (4 + 2x) - 4x = 16 + 7x$
$28 + 14x - 4x = 16 + 7x$
$28 + 14x - 4x - 28 = 16 + 7x - 28$
$14x - 4x = 7x - 12$

$10x - 7x = 7x - 12 - 7x$

$3x = -12$

$3x \cdot \left(\frac{1}{3}\right) = -12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$

$x = -4$

A afirmação é verdadeira.

4. a) $\frac{x}{3} + 2 = 8$

$\frac{x}{3} + 2 - 2 = 8 - 2$

$\frac{x}{3} = 6$

$\frac{x}{3} \cdot 3 = 6 \cdot 3$

$x = 18$

$S = \{18\}$

b) $\frac{x}{2} + \frac{3}{2}x = 1 - \frac{7}{10}$

$\frac{4}{2}x = 1 - \frac{7}{10}$

$2x = \frac{10}{10} - \frac{7}{10}$

$2x \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{2}$

$x = \frac{3}{20}$

$S = \left\{\frac{3}{20}\right\}$

c) $2x + \frac{2}{3} = 3x + 2$

$2x + \frac{2}{3} - 3x = 3x + 2 - 3x$

$-x + \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 2 - \frac{2}{3}$

$-x = \frac{6}{3} - \frac{2}{3}$

$-x \cdot (-1) = \frac{4}{3} \cdot (-1)$

$x = -\frac{4}{3}$

$S = \left\{-\frac{4}{3}\right\}$

d) $\frac{2}{5}x + 3x - 2 = x + 10$

$\frac{2}{5}x + 3x - x - 2 = x + 10 - x$

$\frac{2}{5}x + 2x - 2 = 10$

$\frac{2}{5}x + 2x - 2 + 2 = 10 + 2$

$\frac{2}{5}x + 2x = 12$

$\frac{2}{5}x + \frac{10}{5}x = 12$

$\frac{12}{5}x \cdot 5 = 12 \cdot 5$

$12x \cdot \frac{1}{12} = 60 \cdot \frac{1}{12}$

$x = 5$

$S = \{5\}$

e) $\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}x = 6$

$\frac{8}{12}x + \frac{3}{12}x = 6$

$\frac{11}{12}x \cdot 12 = 6 \cdot 12$

$11x = 72$

$11x \cdot \frac{1}{11} = 72 \cdot \frac{1}{11}$

$x = \frac{72}{11}$

$S = \left\{\frac{72}{11}\right\}$

f) $\frac{1}{2}x - 3x - \frac{1}{3} = 8x + 12$

$\frac{1}{2}x - 3x - \frac{1}{3} - 8x = 8x + 12 - 8x$

$\frac{1}{2}x - 11x - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 12 + \frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}x - \frac{22}{2}x = \frac{36}{3} + \frac{1}{3}$

$-\frac{21}{2}x \cdot (-2) = \frac{37}{3} \cdot (-2)$

$21x \cdot \frac{1}{21} = -\frac{74}{3} \cdot \frac{1}{21}$

$x = -\frac{74}{63}$

$S = \left\{-\frac{74}{63}\right\}$

ATIVIDADES ▸ Páginas 186, 187 e 188

1. $4p = 60$

$4p \cdot \frac{1}{4} = 60 \cdot \frac{1}{4}$

$p = 15$

A medida de comprimento de p é 15 cm.

2. Como as medidas de comprimento dos lados do triângulo são expressas por números naturais consecutivos, podemos indicá-las por: x, $x + 1$ e $(x + 1) + 1$

Assim: $x + (x + 1) + (x + 1) + 1 = 24$

$3x + 3 = 24$

$3x = 21$

$x = 7$

Logo:

$x + 1 = 7 + 1 = 8$

$x + 1 + 1 = 7 + 2 = 9$

As medidas de comprimento dos lados do triângulo são 7 cm, 8 cm e 9 cm.

3. P_1: medida do perímetro do retângulo

P_1: 12 m + 4 m + 12 m + 4 m

P_1: 32 m

P_2: medida do perímetro do quadrado

x: medida do lado (em m)

$P_2 = x + x + x + x$

$P_2 = 4 \cdot x$

Sabemos que:

$P_1 = P_2$

$32 = 4 \cdot x$

$x = \frac{32}{4}$

$x = 8$

Portanto, a medida de comprimento do lado do quadrado é 8 m.

4. x: medida da área total do terreno; $\frac{1}{3}x$: medida da área da casa

$x - \frac{1}{3}x = 160$

$\frac{3}{3}x - \frac{1}{3}x = 160$

$\frac{2}{3}x = 160$

$\frac{2}{3}x \cdot 3 = 160 \cdot 3$

$2x \cdot \frac{1}{2} = 480 \cdot \frac{1}{2}$

$x = 240$

a) Como $\frac{1}{3}$ de 240 é igual a 80, então a área ocupada pela casa é de 80 m^2

Medida da área ocupada pela casa: $\frac{1}{3} \cdot 240 = 80\ m^2$

b) Medida da área total do terreno: 240 m^2

5. x: percurso total da viagem

$\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x + 1\,120 = x$

$1\,120 = x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{5}x$

$1\,120 = \frac{15}{15}x - \frac{5}{15}x - \frac{3}{15}x$

$1\,120 = \frac{7}{15}x$

$1\,120 \cdot 15 = \frac{7}{15}x \cdot 15$

$16\,800 = 7x$

$16\,800 \cdot \frac{1}{7} = 7x \cdot \frac{1}{7}$

$2\,400 = x$

Percorreram 2 400 km em toda a viagem.

6. x: total de estudantes

$x = \frac{30}{100}x + 28$

$x - \frac{30}{100}x = \frac{30}{100}x + 28 - \frac{30}{100}x$

$\frac{100}{100}x - \frac{30}{100}x = 28$

$\frac{70}{100}x = 28$

$\frac{70}{100}x \cdot 100 = 28 \cdot 100$

$70x = 2\,800$

$70x \cdot \frac{1}{70} = 2\,800 \cdot \frac{1}{70}$

$x = 40$

Há 40 estudantes nessa turma.

7. Sabendo que o prédio da Fernanda tem 10 andares e cada andar tem 2,5 m de medida de altura, então o prédio da Fernanda mede 25 metros de altura, pois $10 \cdot 2{,}5$ m = 25 m.

O prédio de Fernanda tem $\frac{1}{3}$ da medida da altura do prédio do Renato, então o prédio do Renato tem o triplo da medida da altura do prédio da Fernanda. Logo, $3 \cdot 25$ m = 75 m.

8. Vamos indicar por x a capacidade total desse tanque de combustível. Assim, podemos escrever:

$\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}x = 25$

$\frac{2}{4}x = 25$

$4 \cdot \frac{2}{4}x = 25 \cdot 4$

$2x = 100$

$\frac{2x}{2} = \frac{100}{2}$

$x = 50$

Portanto, cabem 50 litros no tanque do carro do Hugo.

9. $x = \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + 3\,750$

$x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{4}x = 3\,750$

$\frac{12}{12}x - \frac{4}{12}x - \frac{3}{12}x = 3\,750$

$\frac{5}{12}x \cdot 12 = 3\,750 \cdot 12$

$5x = 45\,000$

$5x \cdot \frac{1}{5} = 45\,000 \cdot \frac{1}{5}$

$x = 9\,000$

São feitas 9 000 impressões diariamente nessa gráfica.

10. Como faltaram 5 estudantes, o número de folhas extras que podem ser redistribuídas é equivalente a $5 \cdot 10 = 50$ folhas.

Como foi possível distribuir apenas 2 folhas a mais para cada estudante, então, o número de estudantes pode ser encontrado por:

x: quantidade de estudantes presentes

$\frac{50}{x} = 2$

$x = 25$

Logo, foram feitas, no total, 300 dobraduras, pois $25 \cdot 12 = 300$.

11. Na sala de aula existem 20 estudantes matriculados e 6 meninas faltaram, então estão presentes 14 estudantes.

Se, com a falta das meninas, a quantidade de meninos e meninas fica igual, então a quantidade de meninos é equivalente à metade de 14, ou seja, 7 meninos.

Quantidade de meninos: 7

Quantidade de meninas: $7 + 6 = 13$

Portanto, na turma há 7 meninos e 13 meninas.

- Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes elaborem um problema parecido com o apresentado nesta atividade.

12. 3º colocado recebeu: x

2º colocado recebeu: $x + 2\,000$

1º colocado recebeu: $2 \cdot (x + 2\,000)$

$x + (x + 2\,000) + 2 \cdot (x + 2\,000) = 10\,000$

$x + x + 2\,000 + 2x + 4\,000 = 10\,000$

$4x + 6\,000 = 10\,000$

$4x + 6\,000 - 6\,000 = 10\,000 - 6\,000$

$4x = 4\,000$

$4x \cdot \frac{1}{4} = 4\,000 \cdot \frac{1}{4}$

$x = 1\,000$

Para calcular a quantia que cada atleta recebeu, fazemos:

3º colocado recebeu: $x = 1\,000$

2º colocado recebeu: $x + 2\,000 = 1\,000 + 2\,000 = 3\,000$

1º colocado recebeu: $2 \cdot (x + 2\,000) = 2 \cdot (1\,000 + 2\,000) =$
$= 2 \cdot 3\,000 = 6\,000$

Portanto, o 1º colocado recebeu R$ 6 000,00; o 2º colocado, R$ 3 000,00; e o 3º colocado, R$ 1 000,00.

13. a) Considerando que ao comprar 7 canetas sobram R$ 4,50 e que ao comprar 11 canetas falta R$ 1,50, podemos calcular o preço de 4 canetas (11 – 7 = 4) fazendo:

$4{,}50 + 1{,}50 = 6{,}00$

Se 4 canetas custam R$ 6,00, então para calcular quanto custa cada caneta fazemos:

$\frac{6{,}00}{4} = 1{,}50$

Portanto, cada caneta custa R$ 1,50.

b) Lembrando que cada caneta custa R$ 1,50 e que comprando 7 canetas sobram R$ 4,50, então para calcular o total de dinheiro que Vitório tem, fazemos:

$7 \cdot 1{,}50 + 4{,}50 = 15{,}00$

Logo, Vitório tem R$ 15,00.

Assim, para saber quantas canetas ele poderia levar sem sobrar troco nem faltar dinheiro, fazemos:

$\frac{15{,}00}{1{,}50} = 10$

Portanto, Vitório pode levar 10 canetas.

14. x: quantidade de gols

Jogador 1: marcou x

Jogador 2: marcou $\frac{1}{3}x$

Total de gols: 32

$\frac{1}{3}x + x = 32$

$\frac{1}{3}x + \frac{3}{3}x = 32$

$\frac{4}{3}x = 32$

$\frac{4}{3}x \cdot 3 = 32 \cdot 3$

$4x = 96$

$4x \cdot \frac{1}{4} = 96 \cdot \frac{1}{4}$

$x = 24$

Logo, um jogador marcou 24 gols e o outro jogador marcou 8 gols $\left(\frac{1}{3} \cdot 24 = 8\right)$.

15. $x + y + z = 32$

$x = 2y$

$z = 14$

Substituindo os valores na equação inicial:

$2y + y + 14 = 32$

$2y + y + 14 - 14 = 32 - 14$

$3y = 18$

$\frac{3y}{3} = \frac{18}{3}$

$y = 6$

Se $y = 6$, $x = 2 \cdot 6$, então $x = 12$.

- Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes desenhem um triângulo qualquer, meçam os seus lados e elaborem um problema parecido com o apresentado nesta atividade.

16. a) $\frac{3}{5}x = \frac{1}{6}x + 780$

$\frac{3}{5}x - \frac{1}{6}x = \frac{1}{6}x + 780 - \frac{1}{6}x$

$\frac{18}{30}x - \frac{5}{30}x = 780$

$\frac{13}{30}x = 780$

$\frac{13}{30}x \cdot 30 = 780 \cdot 30$

$13x \cdot \frac{1}{13} = 23\,400 \cdot \frac{1}{13}$

$x = 1\,800$

O valor total dos equipamentos é R$ 1 800,00.

b) O empresário tinha $\frac{1}{6}$ do valor, ou seja, 300 reais $\left(\frac{1}{6} \cdot 1\,800 = \right.$ $\left. = 300\right)$. Para ele ter uma reserva de R$ 230,00 no final, o total que ele precisa depositar pode ser calculado da seguinte maneira:

y: montante que ele precisa depositar

$300 + y = 1\,800 + 230$

$y = 1\,800 + 230 - 300$

$y = 1\,730$

Deverá depositar R$ 1 730,00.

17. Pelo enunciado, sabe-se que, se Sônia comprou $\frac{1}{4}$ do queijo e com 630 gramas ela teria uma peça inteira, então 630 corresponde a $\frac{3}{4}$ do queijo.

Chamando de x a medida de massa da peça inteira, temos:

$\frac{3}{4}x = 630$

$\frac{3}{4}x \cdot 4 = 630 \cdot 4$

$3x = 2\,520$

$3x \cdot \frac{1}{3} = 2\,520 \cdot \frac{1}{3}$

$x = 840$

Portanto, a medida de massa da peça inteira é 840 gramas.

18. x: salário de Amanda

Salário de Régis: $\frac{4}{5}x$

Então: $x + \frac{4}{5}x = 4\,500$

$\frac{9}{5}x = 4\,500$

$5 \cdot \frac{9}{5}x = 4\,500 \cdot 5$

$9x = 22\,500$

$\frac{9}{9}x = \frac{22\,500}{9}$

$x = 2\,500$ (salário de Amanda)

$4\,500 - 2\,500 = 2\,000$ (salário de Régis)

Portanto, o salário de Amanda é R$ 2 500,00 e o de Régis é R$ 2 000,00.

19. **a)** Pelo enunciado, consideramos x o número de bolinhas verdes.

Roberto comprou metade verde e metade vermelha, ou seja, foram as mesmas quantidades de bolinhas verdes e de vermelhas. Logo, podemos representar essas duas quantidades por x. Então, Roberto comprou $x + x$ bolinhas e Jorge, $x + 10$. Juntos, eles compraram 70 bolinhas.

$x + x + x + 10 = 70$

$3x + 10 - 10 = 70 - 10$

$3x = 60$

$3x \cdot \frac{1}{3} = 60 \cdot \frac{1}{3}$

$x = 20$

Roberto comprou 20 bolinhas verdes e 20 bolinhas vermelhas. Logo foram 40 bolinhas.

b) Jorge comprou 20 bolinhas verdes.

20. Medida de capacidade do balde (em litro): x

Quantidade de água que restou no poço A: $700 - 100x$

Quantidade de água que restou no poço B: $800 - 120x$

Sabendo que essas quantidades são iguais, podemos escrever:

$700 - 100x = 800 - 120x$

$-100x + 120x = 800 - 700$

$20x = 100$

$x = 5$

Portanto, a medida de capacidade de cada balde é 5 L.

21. Espera-se que os estudantes elaborem problemas que a solução envolva uma equação de 1º grau com uma incógnita. Para isso, eles podem se inspirar em alguma das atividades propostas.

ATIVIDADES ▶ Página 192

1. As desigualdades são sentenças matemáticas em que aparecem um dos sinais:

$>$ (maior que); $<$ (menor que); $\geqslant$ (maior ou igual a); $\leqslant$ (menor ou igual a); $\neq$ (diferente)

Portanto, alternativas **a**, **c**, **d**, **e** representam uma desigualdade.

2. **a)** $1 - 2 < 0$

Primeiro membro: $1 - 2$

Segundo membro: 0

b) $2 \geqslant -3 - 4$

Primeiro membro: 2

Segundo membro: $-3 - 4$

c) $-1 < \frac{1}{3}$

Primeiro membro: -1

Segundo membro: $\frac{1}{3}$

d) $7 \leqslant 5^2$

Primeiro membro: 7

Segundo membro: 5^2

3. **a)** Verdadeira.

$252 : 12 - 35 > -3 \cdot 5$

$21 - 35 > -15$

$-14 > -15$

b) Verdadeira.

$(4 + 12) : 2 > 3^2$

$16 : 2 > 9$

$8 > 9$

c) Falsa.

$5^3 - 25 > 10^2$

$125 - 25 > 100$

$100 > 100$ (falso)

d) Verdadeira.

$15 - 3 \cdot 4 < 36 : 9$

$15 - 12 < 4$

$3 < 4$

e) Verdadeira.

$98 > 256 : 2^2$

$98 > 256 : 4$

$98 > 64$

alternativa **c**

4. $x = -2$, $y = 1$ e $z = 3$

$x < y < z$

alternativa **a**

5. **a)** $10 + 1 > 2$

$10 + 1 - 5 > 2 - 5$

$6 > -3$

b) $4 \cdot 2 < 20$

$4 \cdot 2 \cdot (-5) > 20 \cdot (-5)$

$-40 > -100$

c) $7 \leqslant 10^2$

$7 + 10 \leqslant 10^2 + 10$

$17 \leqslant 110$

d) $9^2 \geqslant 9$

$9^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \geqslant 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$

$27 \geqslant 3$

6. **a)** Falsa.

$1 + 6 < 10$

$1 + 6 + (-6) > 10 + (-6)$

$1 + 0 > 10 - 6$

$1 > 4$ (falso)

b) Verdadeira.

$3 \cdot 7 > 20$

$3 \cdot 7 \cdot \frac{1}{3} > 20 \cdot \frac{1}{3}$

$\frac{21}{3} > \frac{20}{3}$

c) Verdadeira.

$-x \geqslant 8$

$-x \cdot (-1) \leqslant 8 \cdot (-1)$

$x \leqslant -8$

7. **a)** $2 \cdot 17 < 35$

b) $2x < 12$

Para que o 1º membro seja menor que o 2º membro, x deve ser um número natural menor que 6, pois $2 \cdot 6 = 12$. Como está sendo pedido o maior número de ovos que pode haver no pote, então $x = 5$.

$2 \cdot 5 < 12$

$10 < 12$

Portanto, deve haver 5 ovos no pote.

8. Para calcular a medida de área do quadrado, fazemos: $3^2 = 9$
Para calcular a medida de área do retângulo, fazemos: $2 \cdot 4 = 8$
Assim, podemos escrever as seguintes desigualdades:
$8 \text{ cm}^2 < 9 \text{ cm}^2$ ou $9 \text{ cm}^2 > 8 \text{ cm}^2$

9. Pontos de Zezo: $6 + 6 + 6 + 12 = 30$
Pontos de Ricardo: $9 + 7 + 10 + 10 = 36$
Portanto, Ricardo está 6 pontos na frente de Zezo.
alternativa **c**

EDUCAÇÃO FINANCEIRA ▸ Páginas 193 e 194

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▸ Páginas 196 e 197

1. Uma inequação de 1º grau é uma desigualdade que tem uma ou mais incógnitas e cada incógnita tem expoente igual a 1. Assim, as inequações de 1º grau são:

a) $x + 3 \geqslant 3x - 1$
b) $x < 0$
c) $y > \frac{1}{2} - 4$
d) $7 - x \leqslant x$
g) $9 + 2x > 5 \cdot (x - 3)$

alternativas **a**, **b**, **c**, **d**, **g**

2. A:
$3x - 4 > 5$
$3x - 4 + 4 > 5 + 4$
$3x > 9$
$3x \cdot \frac{1}{3} > 9 \cdot \frac{1}{3}$
$x > 3$
B:
$\frac{1}{3}x - 2x < 3$
$\frac{1}{3}x - \frac{6}{3}x < 3$
$-\frac{5}{3}x < 3$
$-\frac{5}{3}x \cdot (-3) > 3 \cdot (-3)$
$5x > -9$
$5x \cdot \frac{1}{5} > -9 \cdot \frac{1}{5}$
$x > -\frac{9}{5}$
C:
$2x - 1 > 6x + 15$
$2x - 1 - 6x > 6x + 15 - 6x$
$-4x - 1 + 1 > 15 + 1$
$-4x > 16$
$-4x \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) < 16 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$
$x < -4$

Portanto, A-II; B-I; C-III.

3. $3x - 4 \cdot (x - 2) \geqslant x + 4$
$3x - 4x + 8 \geqslant x + 4$
$-x + 8 - x \geqslant x + 4 - x$
$-2x + 8 - 8 \geqslant 4 - 8$
$-2x \geqslant -4$
$-2x \cdot (-1) \leqslant -4 \cdot (-1)$
$2x \cdot \frac{1}{2} \leqslant 4 \cdot \frac{1}{2}$
$x \leqslant 2$
alternativa **b**

4. **a)** $x + 7 < 10$
$x + 7 - 7 < 10 - 7$
$x < 3$
Portanto, $x < 3$, com $x \in \mathbb{Z}$.

b) $10x < 30$
$10x \cdot \frac{1}{10} < 30 \cdot \frac{1}{10}$
$x < 3$
Portanto, $x = 1$ ou $x = 2$, com $x \in \mathbb{N}$.

c) $2 - x \leqslant x + 8$
$2 - x - x \leqslant x + 8 - x$
$2 - 2x \leqslant 8$
$2 - 2x - 2 \leqslant 8 - 2$
$-2x \leqslant 6$
$-2x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \geqslant 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$
$x \geqslant -3$
Portanto, $x \geqslant -3$, com $x \in \mathbb{Z}$.

d) $12x < 4x + 5$
$12x - 4x < 4x + 5 - 4x$
$8x < 5$
$8x \cdot \frac{1}{8} < 5 \cdot \frac{1}{8}$
$x < \frac{5}{8}$
Portanto, $x < \frac{5}{8}$, com $x \in \mathbb{Q}$.

e) $4 \cdot (x + 5) \leqslant 3x + 10$
$4x + 20 \leqslant 3x + 10$
$4x + 20 - 3x \leqslant 3x + 10 - 3x$
$x + 20 \leqslant 10$
$x + 20 - 20 \leqslant 10 - 20$
$x \leqslant -10$
Portanto, $x \leqslant -10$, com $x \in \mathbb{Q}$.

5. **a)** $5 - 3 \cdot (x - 2) > x - 2x + 1$
$5 - 3x + 6 > x - 2x + 1$
$-3x + 11 > -x + 1$
$-3x + 11 + x > -x + 1 + x$
$-2x + 11 > 1$
$-2x + 11 - 11 > 1 - 11$
$-2x > -10$
$-2x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) < -10 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$
$x < 5$
Portanto, o maior inteiro que satisfaz a inequação é o 4.

b) $4x + 7 < 3x + 8$
para $x = -2$
$4 \cdot (-2) + 7 < 3 \cdot (-2) + 8$
$-8 + 7 < -6 + 8$
$-1 < 2$ verdadeira
para $x = 0$
$4 \cdot 0 + 7 < 3 \cdot 0 + 8$
$0 + 7 < 0 + 8$

$7 < 8$ verdadeira
para $x = 1$
$4 \cdot 1 + 7 < 3 \cdot 1 + 8$
$4 + 7 < 3 + 8$
$11 < 11$ falsa
Portanto, são verdadeiras para os elementos -2 e 0.

c) $x + 3x > 16$
$4x \cdot \frac{1}{4} > 16 \cdot \frac{1}{4}$
$x > 4$
Portanto, o menor número natural pensado foi 5.

d) $2y < 3y - 14$
$2y - 3y < 3y - 14 - 3y$
$-y < -14$
$-y \cdot (-1) > -14 \cdot (-1)$
$y > 14$
Portanto, os valores são $y > 14$.

6. $3(x + 1) < 9 + 2x$
$3x + 3 < 9 + 2x$
$3x + 3 - 2x < 9 + 2x - 2x$
$x + 3 < 9$
$x + 3 - 3 < 9 - 3$
$x < 6$

$15x + 5 < 5x + 5$
$15x + 5 - 5x < 5x + 5 - 5x$
$10x + 5 - 5 < 5 - 5$
$10x < 0$
$10x \cdot \frac{1}{10} < 0 \cdot \frac{1}{10}$
$x < 0$
$16 - 2(x - 2) > 1 - 3(x - 5)$
$16 - 2x + 4 > 1 - 3x + 15$
$-2x + 20 + 3x > -3x + 16 + 3x$
$x + 20 > 16$
$x + 20 - 20 > 16 - 20$
$x > -4$
Os números inteiros que satisfazem as 3 inequações, simultaneamente, são: -3, -2, -1. Assim, o produto dessas soluções é $(-3) \cdot (-2) \cdot (-1) = -6$. Logo, alternativa **c**.

7. $4x > 2 \cdot 4{,}5 + 2 \cdot 1{,}5$
$4x > 9 + 3$
$4x \cdot \left(\frac{1}{4}\right) > 12 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)$
$x > 3$
Logo, o menor número inteiro que x pode assumir é 4.

8. **a)** Exemplo de resposta: $x + 2x > 45\,000$
b) $x + 2x > 45\,000$
$3x \cdot \frac{1}{3} > 45\,000 \cdot \frac{1}{3}$
$x > 15\,000$
Maior que 30 000 reais, porque, resolvendo a inequação encontrada no item **a**, temos que $x > 15\,000$; logo, $2x > 30\,000$.

9. **a)** Plano A: $35 + (0{,}50 \cdot 40) = 55{,}00$
Plano B: $40 \cdot 1{,}20 = 48{,}00$
Portanto, o mais vantajoso é o plano B.

b) $1{,}2x = 0{,}5x + 35$
$1{,}2x - 0{,}5x = 35$
$0{,}7x = 35$
$x = 50$
A partir de 51 minutos de uso mensal, o plano A é mais vantajoso que o plano B.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Páginas 199 e 200

1. **a)** Média $= \frac{48 + 52 + 57 + 63 + 70 + 78}{6} = \frac{368}{6} \simeq 61{,}33$ kg
b) Amplitude $= 78$ kg $- 48$ kg $= 30$ kg
c) Qualquer medida de massa entre 48 kg e 78 kg; assim, o menor e maior valor de medida de massa não se alteram e a amplitude continuará a mesma.

2. **a)** Média $= \frac{20 + 21 + 22 + 24 + 25 + 26 + 29 + 33}{8} =$
$= \frac{200}{8} = 25$
b) A menor idade é 20 anos e a maior idade é 33 anos.
c) Amplitude $= 33 - 20 = 13$

3. **a)** 7º ano A:
Média $= \frac{1 + 6 \cdot 10 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 8 + 9 + 3 + 5}{15} = \frac{98}{15} \simeq 6{,}5$
7º ano B
Média $= \frac{4 + 4 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 9}{15} = \frac{96}{15} = 6{,}4$
b) 7º ano A:
Amplitude $= 10 - 1 = 9$
7º ano B:
Amplitude $= 9 - 4 = 5$
c)

Turma	Quantidade de aprovados (nota maior ou igual a 5)	Quantidade de reprovados (nota menor que 5)
A	9	6
B	14	1

Portanto, a turma A.

4. **a)** Empresa A:
Média $= \frac{8 \cdot 1\,175 + 2 \cdot 1\,960 + 2\,410}{11} =$
$= \frac{9\,400 + 3\,920 + 2\,410}{11} = \frac{15\,730}{11} = 1\,430{,}00$
Empresa B:
Média $= \frac{3 \cdot 1\,050 + 5 \cdot 1\,300 + 4 \cdot 2\,050}{12} =$
$= \frac{3\,150 + 6\,500 + 8\,200}{12} = \frac{17\,850}{12} = 1\,487{,}50$
Empresa C:
Média $= \frac{2 \cdot 1\,150 + 6 \cdot 1\,850 + 2 \cdot 2\,640}{10} =$
$= \frac{2\,300 + 11\,100 + 5\,280}{10} = \frac{18\,680}{10} = 1\,868{,}00$

b) Empresa A:
Amplitude $= 2\,410 - 1\,175 = 1\,235$

Empresa B:
Amplitude $= 2\,050 - 1\,050 = 1\,000$
Empresa C:
Amplitude $= 2\,640 - 1\,150 = 1\,490$

Portanto, empresa B.

COMPREENDER UM TEXTO ▸ Página 202

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Páginas 203 e 204

1. **a)** $3x + 3 = 24$
$3x = 24 - 3$
$3x = 21$
$x = \frac{21}{3}$
$x = 7$

b) $2x - 25 = 7$
$2x = 7 + 25$
$2x = 32$
$x = \frac{32}{2}$
$x = 16$

c) $\frac{1}{2}x - 1 = 3$
$\frac{1}{2}x = 3 + 1$
$x = 4 \cdot 2$
$x = 8$

d) $\frac{3}{4}x + 5 = \frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}x = \frac{1}{2} - 5$
$\frac{3}{4}x = \frac{1}{2} - \frac{10}{2}$
$\frac{3}{4}x = -\frac{9}{2}$
$x = -\frac{9}{2} \cdot \frac{4}{3}$
$x = -\frac{36}{6}$
$x = -6$

2. A:
$x + 6 = 9$
$x = 9 - 6$
$x = 3$

B:
$x - 4 = 5$
$x = 5 + 4$
$x = 9$

C:
$x = 2$

D:
$x + 2 = 3$
$x = 3 - 2$
$x = 1$

I:
$2x - 8 = 10$
$2x = 10 + 8$
$x = \frac{18}{2}$
$x = 9$

II:
$4x + 8 = 12$
$4x = 12 - 8$
$x = \frac{4}{4}$
$x = 1$

III:
$(x + 6) - 2 = 7$
$x + 6 = 7 + 2$
$x = 9 - 6$
$x = 3$

IV:
$5x = 10$
$x = \frac{10}{5}$
$x = 2$

Portanto, A-III; B-I; C-IV; D-II.

3. **a)** $\frac{3}{5}x = 1$
$x = \frac{5}{3}$
A raiz é $\frac{5}{3}$.

b) Não tem solução, pois $\frac{5}{3}$ não é um número natural.

c) Não tem solução, pois $\frac{5}{3}$ não é um número inteiro.

d) $S = \left\{\frac{5}{3}\right\}$, pois $\frac{5}{3}$ é um número racional.

4. **a)** $4x + 13 = x - 17$
$4x - x = -17 - 13$
$3x = -30$
$x = \frac{-30}{3}$
$x = -10$
$S = \{-10\}$

b) $\frac{x + 1}{3} = \frac{1 - x}{2}$
$2 \cdot (x + 1) = 3 \cdot (1 - x)$
$2x + 2 = 3 - 3x$
$2x + 3x = 3 - 2$
$5x = 1$
$x = \frac{1}{5}$
$S = \left\{\frac{1}{5}\right\}$

c) $3 \cdot (y - 5) = 25 + 2y$
$3y - 15 = 25 + 2y$
$3y - 2y = 25 + 15$
$y = 40$
$S = \{40\}$

5. **a)** $4x + 2x + 4x + 2x = 12x$
b) $12x = 60$
$x = \frac{60}{12}$
$x = 5$
Portanto, a medida de comprimento x deve ser 5 cm.
c) $12x$
$12 \cdot 100 = 1\,200$
Portanto, a medida do perímetro é 1 200 cm.
d) $2x \cdot 4x$ ou $8x^2$

6. $850 = x + 3 \cdot 250$
$850 = x + 750$
alternativa **d**

7. Considerando x a quantidade de quilômetros percorridos, temos:
$1\,280 + 0{,}70x = 2\,890$
$0{,}70x = 2\,890 - 1\,280$
$0{,}70x = 1\,610$
$x = \frac{1\,610}{0{,}70}$
$x = 2\,300$
Percorreu 2 300 km.

8. Considerando x a quantia por metro quadrado, temos:
$300 + 57x = 1\,326$
$57x = 1\,326 - 300$
$57x = 1\,026$
$x = \frac{1\,026}{57}$
$x = 18$
Ari cobrou R$ 18,00 por metro quadrado.

9. Se parou quando faltavam $\frac{3}{5}$ do total do percurso, significa que percorreu $\frac{2}{5}$ do trajeto. Considerando x a medida de distância total, temos:

$\frac{2}{5}x + 696 = \frac{1}{2}x$

$\frac{2}{5}x - \frac{1}{2}x = -696$

$\frac{4}{10}x - \frac{5}{10}x = -696$

$-\frac{1}{10}x \cdot (-10) = -696 \cdot (-10)$

$x = 6\,960$

Aproximadamente 6 960 m.

10. Chamando de x o preço do carro, temos:

$x - \frac{3}{10}x = 16\,800$

$\frac{10}{10}x - \frac{3}{10}x = 16\,800$

$\frac{7}{10}x = 16\,800$

$7x = 16\,800 \cdot 10$

$x = \frac{168\,000}{7}$

$x = 24\,000$

O preço é de R$ 24 000,00.

11. Jorge ganhou x lápis.

Ricardo ganhou 3 a menos que Jorge, então $x - 3$ lápis.

Régis ganhou 2 a mais que Jorge, então $x + 2$ lápis.

$x + (x - 3) + (x + 2) = 14$

$x + x - 3 + x + 2 = 14$

$3x = 14 + 3 - 2$

$3x = 15$

$x = \frac{15}{3}$

$x = 5$

Portanto, Jorge recebeu 5 lápis, Ricardo, 2 lápis e Régis, 7 lápis.

12. Filmes de aventura: x

Filmes de comédia: $\frac{1}{2}x$

Filmes de ficção científica: $\frac{1}{4}x$

Logo, tem-se: $x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x = 56$

$x + \frac{3}{4}x = 56$

$\frac{7}{4}x = 56$

$4 \cdot \frac{7}{4}x = 56 \cdot 4$

$7x = 224$

$\frac{7}{7}x = \frac{224}{7}$

$x = 32$

Logo, Letícia tem 32 filmes de aventura, 16 de comédia e 8 de ficção científica.

13. **a)** $3 \cdot (4x - 8) + 2 \geqslant 5 - 2 \cdot (3 - 2x)$

$12x - 24 + 2 \geqslant 5 - 6 + 4x$

$12x - 4x \geqslant 5 - 6 - 2 + 24$

$8x \geqslant 21$

$x \geqslant \frac{21}{8}$

Portanto, $x \geqslant \frac{21}{8}$, com $x \in \mathbb{Q}$.

b) $\frac{x + 2}{4} \leqslant \frac{x - 3}{6}$

$6(x + 2) \leqslant 4(x - 3)$

$6x + 12 \leqslant 4x - 12$

$6x - 4x \leqslant -12 - 12$

$2x \leqslant -24$

$x \leqslant -\frac{24}{2}$

$x \leqslant -12$

Portanto, $x \leqslant -12$, com $x \in \mathbb{Q}$.

c) $x - \frac{x + 1}{3} > \frac{x}{2}$

$\frac{6x}{6} - \frac{(2x + 2)}{6} > \frac{3x}{6}$

$6x - 2x - 2 > 3x$

$6x - 2x - 3x > 2$

$x > 2$

Portanto, $x > 2$, com $x \in \mathbb{Q}$.

d) $2(x - 1) - (1 - x) \geqslant 3(x + 2)$

$2x - 2 - 1 + x \geqslant 3x + 6$

$2x + x - 3x \geqslant 6 + 1 + 2$

$0 \geqslant 9$

Portanto, não tem solução.

14. $x + x + 4 > 6 + 3 + 6 + 3$

$2x > 18 - 4$

$2x > 14$

$x > \frac{14}{2}$

$x > 7$

15. **a)** $2x + 4 \leqslant 12$

b) $2x + 4 \leqslant 12$

$2x \leqslant 12 - 4$

$2x \leqslant 8$

$x \leqslant \frac{8}{2}$

$x \leqslant 4$

A medida de massa máxima é 4 toneladas.

16. Considerando x como sendo valor do vale-presente, temos:

$48x < 25\,000 - 15\,000$

$48x < 10\,000$

$x < \frac{10\,000}{48}$

$x < 208{,}33$

O valor é de R$ 208,00.

17. **a)** R$ 18 700,00 + R$ 12 400,00 = R$ 31 100,00

Não é suficiente.

b) $18\,700 + 12\,400 < 34\,000$ ou $31\,100 < 34\,000$

18. Considerando x a nota do 4º bimestre, temos:

$3 + 5 + 4{,}5 + x \geqslant 5$

$12{,}5 + x \geqslant 5$

$12{,}5 + x - 12{,}5 \geqslant 12{,}5 - 5$

$x \geqslant 7{,}5$

A nota mínima deve ser 7,5.

19. $x + 4x > 30$

$5x > 30$

$5x \cdot \frac{1}{5} > 30 \cdot \frac{1}{5}$

$x > 6$

Sabemos que $x > 6$, vamos verificar os valores para x:

- $x = 7$
  $4 \cdot x = 28$
- $x = 8$
  $4 \cdot x = 32$

Sabendo que ambos têm menos de 30 anos, podemos concluir que a idade do mais novo é 7 anos e do mais velho é 28 anos.

Capítulo 8

ATIVIDADES ▶ Página 208

1. **a)** A, B, C, D, E

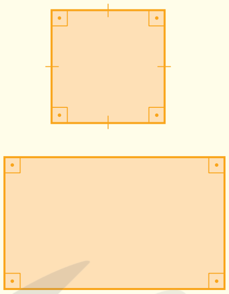
b) $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}$ e $\overline{EA}$

c) $A\hat{B}C$, $B\widehat{C}D$, $C\widehat{D}E$, $D\widehat{E}A$ e $E\widehat{A}B$

d) $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{e}$

e) $\overline{AC}, \overline{AD}, \overline{BD}, \overline{BE}$ e $\overline{CE}$

2. **a)** Espera-se que os estudantes desenhem um quadrado ou um retângulo em qualquer posição e tamanho. Exemplos de resposta:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

b) Os estudantes podem desenhar, por exemplo, o trapézio.

- A resposta dependerá do quadrilátero desenhado. Os estudantes podem ter desenhado quadrados (quadriláteros regulares) ou retângulos (que não são regulares, pois são equiângulos, mas não são equiláteros).

3. **a)** O polígono A é um polígono regular, pois a medida de comprimento de todos os seus lados é igual e todos os seus ângulos são congruentes.

b) O polígono C não é um hexágono equiângulo, pois todos os ângulos não são congruentes.

c) O polígono D é um quadrilátero equilátero, pois a medida de comprimento de todos os seus lados é igual.

d) O polígono B não é um pentágono equiângulo, pois todos os ângulos não são congruentes.

alternativas **a** e **c**

4. Espera-se que os estudantes identifiquem que os ângulos são adjacentes suplementares.

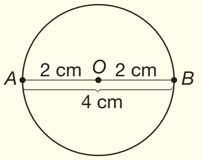
INFORMÁTICA E MATEMÁTICA ▶ Página 210

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▶ Páginas 213 e 214

1. **a)** $\overline{OC}$ = raio
b) $\overline{OA}$ = raio
c) $\overline{BD}$ = diâmetro
d) $\overline{OE}$ = raio
e) $\overline{CE}$ = diâmetro
f) $\overline{OD}$ = raio

2. **a)** Exemplo de resposta:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

b) Espera-se que os estudantes encontrem um valor de medida de comprimento próximo de 12,56 cm. É importante que eles determinem essa medida como preferirem, mas, no fim, formalizem dizendo que, se a razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro mede aproximadamente 3,14, podemos escrever $\frac{C}{D} = 3{,}14$ e resolver a equação $\frac{C}{4} = 3{,}14$ para encontrar a medida desse comprimento.

3. **a)** Sim, pois $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ são raios e, portanto, têm a mesma medida de comprimento.

b) Não, pois $AB \neq BC$ e $AC \neq BC$ e, por isso, não podemos afirmar que $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ têm a mesma medida de comprimento.

4. **a)** Não têm pontos em comum.

b) Têm um ponto em comum.

c) Não têm pontos em comum.

d) Têm dois pontos em comum.

5. **a)** $\frac{1}{4}$ da circunferência, 360° : 4 = 90°. Portanto, giro de um quarto de volta ou ângulo cuja abertura mede 90°.

b) $\frac{1}{2}$ da circunferência, 360° : 2 = 180°. Portanto, giro de meia-volta ou ângulo cuja abertura mede 180° (ângulo raso).

c) $\frac{3}{4}$ da circunferência, 90° · 3 = 270°. Portanto, giro de três quartos de volta ou ângulo cuja abertura mede 270°.

6. **a)** O comprimento da caixa deve ser igual à medida do diâmetro da roda da bicicleta, ou seja, $D = 2R$.

$D = 2 \cdot 17$

$D = 34$

A caixa deve ter, no mínimo, 34 cm de medida de comprimento.

b) $D = 2R$

$62 = 2R$

$\frac{62}{2} = R$

$R = 31$

A medida máxima do comprimento do raio será de 31 cm.

7. $\frac{C}{D} \simeq 3{,}14$

$C \simeq 3{,}14 \cdot D$

$C \simeq 3{,}14 \cdot 1{,}5 \simeq 4{,}71$

Aproximadamente 4,71 m.

TRABALHO EM EQUIPE ▶ Página 215

Resoluções e comentários em *Orientações*.

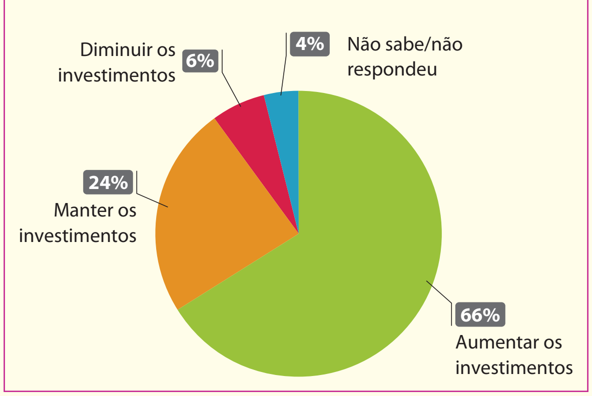
ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▶ Páginas 217 e 218

1. **a)** 66 + 24 + 6 + 4 = 100%

b) A porcentagem dos entrevistados que acham que os investimentos em pesquisas científicas e tecnológicas deveriam aumentar.

c)

INVESTIMENTOS EM PESQUISAS CIENTÍFICAS E TECNOLÓGICAS NO BRASIL



Fonte: PORTAL DA USP. Maioria dos brasileiros é otimista em relação à ciência e tecnologia. *Jornal da USP*, São Paulo, 23 jul. 2019. Disponível em: https://jornal.usp.br/ciencias/maioria-dos-brasileiros-e-otimista-em-relacao-a-ciencia-e-tecnologia/. Acesso em: 9 ago. 2022.

d) Espera-se que os estudantes respondam que aumentariam os investimentos em pesquisas científicas e tecnológicas.

2. **a)** O título será "Consumo de água no mundo" e a fonte será o *Relatório mundial das Nações Unidas sobre desenvolvimento de recursos hídricos 2021: o valor da água; fatos e dados*, publicado pela Unesco. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000375751_por. Acesso em: 6 fev. 2022.

b) Medida de abertura do ângulo do setor que representa o consumo agrícola: 248,4° (360° · 0,69 = 248,4°).

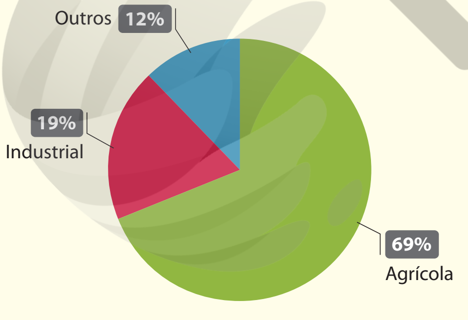
Medida de abertura do ângulo do setor que representa o consumo industrial: 68,4° (360° · 0,19 = 68,4°).

c) 69 + 19 + 12 = 100%

d) Podemos subtrair os valores encontrados no item **b** de 360°, assim:

360° − (248,4° + 68,4°) = 43,2°

CONSUMO DE ÁGUA NO MUNDO



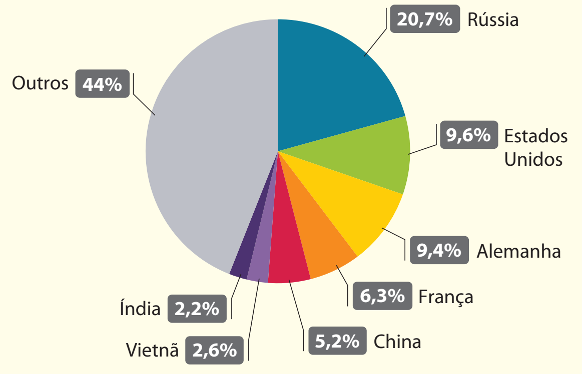
KONCAGÜL, E. TRAN, M. CONNOR, R. *Relatório mundial das Nações Unidas sobre desenvolvimento dos recursos hídricos 2021*: o valor da água; fatos e dados. [S. l.]: Unesco, 2021. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000375751_por. Acesso em: 9 ago. 2022.

3. **a)** 5,2 + 9,6 + 9,4 + 6,3 + 20,7 + 2,6 + 2,2 = 56%

Logo, faltam 44%.

b)

DE ONDE SAEM OS *SPAMS* QUE VÃO PARAR NO SEU *E-MAIL*



SHCHERBAKOVA, T.; SIDORINA, T.; KULIKOVA, T. Spam and phishing in Q1 2020. *SecureList*, [*s. l.*], 26 may 2020. Disponível em: https://securelist.com/spam-and-phishing-in-q1-2020/97091/. Acesso em: 8 ago. 2022.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▶ Páginas 219 e 220

1. **a)** y + 130° = 180°

y = 180° − 130°

y = 50°

x + 50° = 180°

x = 180° − 50°

x = 130°

b) x + 15° + 55° = 180°

x = 180° − 15° − 55°

x = 110°

x − 55° + y = 180°

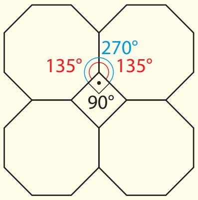
110° − 55° + y = 180°

55° + y = 180°

y = 180° − 55°

y = 125°

2. Sabemos que uma volta completa tem 360°. Ao juntar os ladrilhos octogonais, temos: 135° + 135° = 270°. Para completar uma volta, faltam 360° − 270° = 90°.



O polígono cuja abertura do ângulo interno mede 90° é o quadrado.

alternativa **b**

3. **a)** Falsa.

O segmento $\overline{ED}$ não é raio, pois não tem extremidade no centro da circunferência.

b) Verdadeira.

Qualquer segmento de reta que tem as duas extremidades na circunferência e que passa pelo seu centro se chama diâmetro.

c) Falsa.

A medida de comprimento do diâmetro é o dobro da medida de comprimento do raio.

d) Falsa.

O ponto O é interno à circunferência.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

e) Verdadeira.
A medida de comprimento do raio é igual à metade da medida de comprimento do diâmetro: $R = \frac{D}{2}$.

Portanto, as alternativas **b** e **e** devem ser transcritas para o caderno.

4. Espera-se que os estudantes utilizem o que aprenderam até o momento para desenharem a circunferência solicitada.

5. **a)** Espera-se que os estudantes respondam que o centro da circunferência é um ponto do círculo, porém o centro não é um ponto da circunferência.
b) Sim.
c) Espera-se que os estudantes percebam que há infinitos eixos de simetria.

6. $D = 2R$
$D = 2 \cdot 4{,}35$
$D = 8{,}7$
$\frac{C}{8{,}7} = 3{,}14$
$C = 3{,}14 \cdot 8{,}7$
$C \simeq 27{,}3$
Aproximadamente 27,3 m.

7. **a)** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes identifiquem as formas geométricas, a presença de triângulos, quadriláteros e círculos no primeiro desenho e círculos e circunferências no segundo, além de expressarem suas opiniões sobre essas obras.
b) Resposta pessoal. Pode-se pedir aos estudantes que façam os desenhos em cartolina ou folha de papel sulfite e organizem uma exposição na sala de aula ou em um espaço próprio na escola.

8. **a)** $\pi \simeq 3{,}14$ e $\frac{22}{7} \simeq 3{,}14$
Logo, percebe-se que os números arredondados são iguais.
b) $\pi \simeq 3{,}142$ e $\frac{22}{7} \simeq 3{,}143$
Logo, a diferença entre os números arredondados é 0,001, ou 1 milésimo.

Capítulo 9

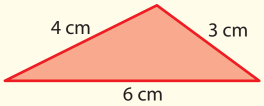
ATIVIDADES ▶ Páginas 224 e 225

1. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes tentem se lembrar de móveis, estruturas de pontes, entre outras coisas.

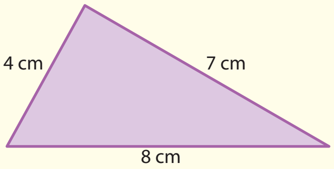
2. **a)** Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$
Vértices: A, B e C
Ângulos internos: $A\hat{B}C$, $B\hat{C}A$ e $C\hat{A}B$
b) Lados: $\overline{HG}$, $\overline{IH}$, $\overline{GI}$
Vértices: G, H e I
Ângulos internos: $I\hat{H}G$, $G\hat{I}H$ e $H\hat{G}I$
c) Lados: $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FD}$
Vértices: D, E, F
Ângulos internos: $D\hat{E}F$, $E\hat{F}D$ e $F\hat{D}E$
d) Lados: $\overline{KL}$, $\overline{LM}$, $\overline{MK}$
Vértices: K, L, M
Ângulos internos: $K\hat{L}M$, $L\hat{M}K$, $M\hat{K}L$

3. **a)** Sim, pois $8 < 6 + 5$; $6 < 8 + 5$ e $5 < 8 + 6$.
b) Não, pois $18 > 8 + 5$.
c) Não, pois $7 = 4 + 3$.
d) Sim, pois $5 < 1{,}5 + 4$; $1{,}5 < 4 + 5$ e $4 < 1{,}5 + 5$.

4. **a)**

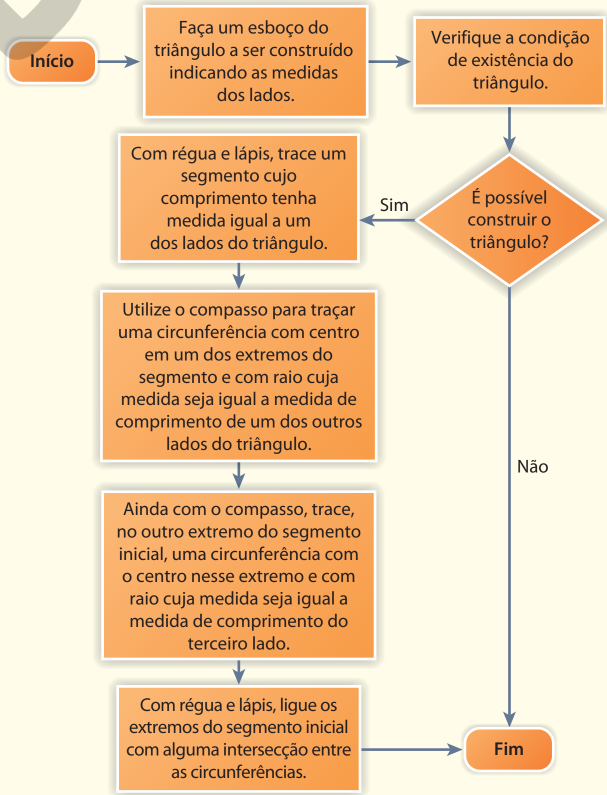


b)



c) Não é possível construir esse triângulo, pois 8 cm = = 6 cm + 2 cm.
d) Não é possível construir esse triângulo, pois 16 cm > > 10 cm + 4 cm.

5. Espera-se que os estudantes utilizem os processos aprendidos na página 222 e escrevam o algoritmo baseando-se nisso.
1º) Faça um esboço do triângulo a ser construído indicando as medidas dos lados.
2º) Verifique a condição de existência do triângulo.
3º) Com régua e lápis, trace um segmento cujo comprimento tenha medida igual a um dos lados do triângulo.
4º) Utilize o compasso para traçar uma circunferência com o centro em um dos extremos do segmento e com raio cuja medida seja igual à medida de comprimento de um dos outros lados do triângulo.
5º) Ainda com o compasso, trace, no outro extremo do segmento inicial, uma circunferência com o centro nesse extremo do segmento e com raio cuja medida seja igual à medida de comprimento do terceiro lado do triângulo.
6º) Com régua e lápis, ligue os extremos do segmento inicial com alguma intersecção entre as circunferências. Você terá o triângulo com as medidas desejadas.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

6. Como a soma das medidas da abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°, temos:

a) $x + 85^\circ + 35^\circ = 180^\circ$
$x = 180^\circ - 120^\circ$
$x = 60^\circ$

b) $x + 90^\circ + 60^\circ = 180^\circ$
$x = 180^\circ - 150^\circ$
$x = 30^\circ$

c) $x + 45^\circ + 35^\circ = 180^\circ$
$x = 180^\circ - 80^\circ$
$x = 100^\circ$

d) $x + 73^\circ + 35^\circ = 180^\circ$
$x = 180^\circ - 108^\circ$
$x = 72^\circ$

e) Indicando por y o ângulo suplementar do ângulo indicado por x, temos:
$y + 100^\circ + 30^\circ = 180^\circ$
$y = 50^\circ$

Como a soma das medidas de abertura de dois ângulos suplementares é 180°, temos:
$x + y = 180^\circ$
$x + 50^\circ = 180^\circ$
$x = 180^\circ - 50^\circ$
$x = 130^\circ$

f) $x + 55^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
$x = 180^\circ - 145^\circ$
$x = 35^\circ$

7. **a)** $40^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ$
$x = 180^\circ - 80^\circ$
$x = 100^\circ$

b) $\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$
Logo, as aberturas dos ângulos medem 60°.

8. **a)** $180^\circ - 90^\circ - 23^\circ\,30' = 66^\circ\,30'$
b) $180^\circ - 150^\circ - 15^\circ = 15^\circ$

ATIVIDADES ▸ Página 228

1. **a)** Verdadeira.
Todo triângulo equilátero é isósceles, pois tem pelo menos dois lados com a mesma medida de comprimento.

b) Verdadeira.
Todo triângulo equilátero é acutângulo, pois os três ângulos são congruentes e suas aberturas medem 60°.

c) Falsa.
Existem triângulos retângulos isósceles.

d) Falsa.
Um triângulo escaleno tem os três lados com medida de comprimento diferente.

e) Falsa.
Existem triângulos isósceles obstusângulos ou retângulos.

f) Verdadeira.
Existe triângulo retângulo isósceles.

g) Falsa.
Nem todo triângulo isósceles é equilátero.

Apenas as alternativas **a**, **b** e **f** devem ser escritas no caderno.

2. **a)** $90^\circ + x + \frac{x}{2} = 180^\circ$
$x + \frac{x}{2} = 180^\circ - 90^\circ$
$\frac{2x}{2} + \frac{x}{2} = 90^\circ$
$\frac{3x}{2} = 90^\circ$
$3x = 90^\circ \cdot 2$
$3x = 180^\circ$
$x = \frac{180^\circ}{3}$
$x = 60^\circ$

b) $x + x + x = 180^\circ$
$3x = 180^\circ$
$x = \frac{180^\circ}{3}$
$x = 60^\circ$

c) $x + x - 50^\circ + x - 70^\circ = 180^\circ$
$3x = 180^\circ + 50^\circ + 70^\circ$
$x = \frac{300^\circ}{3}$
$x = 100^\circ$

3. O triângulo A tem os três lados com medidas de comprimento diferente e um ângulo reto, portanto ele é escaleno e retângulo.

O triângulo B tem dois lados com medidas de comprimento iguais e um ângulo cuja abertura mede mais que 90°, portanto ele é isósceles e obtusângulo.

O triângulo C tem dois lados com medidas de comprimento iguais e a abertura dos ângulos mede menos que 90°, portanto ele é isósceles e acutângulo.

O triângulo D tem os três lados com medidas de comprimento iguais, portanto é um triângulo equilátero e acutângulo.

O triângulo E tem os três lados com medidas de comprimento diferentes e um ângulo cuja abertura mede 90°, portanto é um triângulo escaleno e retângulo.

O triângulo F tem os três lados com medidas de comprimento diferentes e um ângulo cuja abertura mede mais que 90°, portanto ele é escaleno e obtusângulo.

A – III; B – IV; C – II; D – I; E – VI; F – V

4. $x + x + 125^\circ = 180^\circ$
$2x = 55^\circ$
$x = \frac{55^\circ}{2}$
$x = 27{,}5^\circ$

5. Sabemos que $x + 3x + 5x = 180^\circ \Rightarrow 9x = 180^\circ$
$\frac{9x}{9} = \frac{180^\circ}{9} \Rightarrow x = 20^\circ$

Logo, as medidas de abertura dos ângulos desse triângulo são: 20°, 60° e 100°.

Lembrando que o maior lado de um triângulo é oposto ao ângulo com maior medida de abertura, temos:

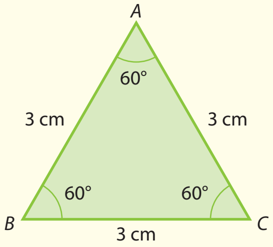
a) 100°
b) 20°
c) 60°

6. Sabendo que o triângulo é isósceles, então o 3º lado pode medir 38 cm ou 14 cm; porém, a condição de existência de um triângulo diz que, em qualquer triângulo, a medida de um lado deve ser menor que a soma das medidas dos outros lados. Analisando as duas possibilidades, temos:

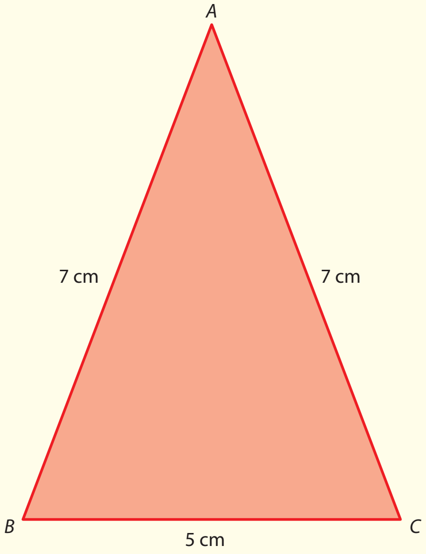
- Se o comprimento dos lados medirem 38 cm, 14 cm e 14 cm, teremos: $38 > 14 + 14$; portanto, não é possível ter um triângulo nessas condições.
- Se a medida de comprimento dos lados medirem 38 cm, 38 cm e 14 cm, teremos $14 < 38 + 38$ e $38 < 14 + 38$; portanto, é possível construir um triângulo isósceles nessas condições.

Portanto, a medida de comprimento do terceiro lado é 38 cm.

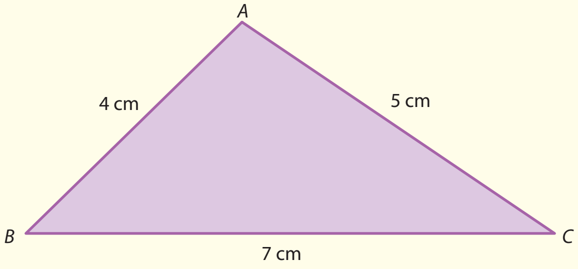
7. **a)**



b) Exemplo de resposta:



c)



- Não. Há duas possibilidades de construir os triângulos no item **b**. Em uma delas o comprimento dos lados mede 5 cm, 7 cm e 7 cm; na outra, 5 cm, 5 cm e 7 cm.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

8. **a)** Triângulo *ABC*:

$90^\circ + 2y = 180^\circ$

$2y = 180^\circ - 90^\circ$

$2y = 90^\circ$

$y = \dfrac{90^\circ}{2}$

$y = 45^\circ$

Sabemos que a bissetriz divide o ângulo em dois congruentes, então a abertura do ângulo obtido por meio de cada uma das bissetrizes mede 22,5° (45° : 2 = 22,5°).

Vamos calcular o valor de x, no vértice M, do triângulo BCM.

$x + 22{,}5^\circ + 22{,}5^\circ = 180^\circ$

$x = 180^\circ - 45^\circ$

$x = 135^\circ$

b) Sendo o triângulo equilátero, temos ângulos com medidas de abertura de 60° (180° : 3 = 60°).

As aberturas dos ângulos obtidos por meio das bissetrizes medem 30° cada um (60° : 2 = 30°).

Vamos calcular o valor de x, no vértice M, do triângulo BCM.

$x + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ$

$x = 180^\circ - 60^\circ$

$x = 120^\circ$

ATIVIDADES ▶ Páginas 231 e 232

1. **a)** Lados: $\overline{HE}$, $\overline{GH}$, $\overline{FG}$, $\overline{EF}$

Vértices: E, F, G, H

Ângulos internos: $G\hat{H}E$, $F\hat{G}H$, $E\hat{F}G$, $H\hat{E}F$

Diagonais: $\overline{EG}$, $\overline{FH}$

b) Lados: $\overline{KL}$, $\overline{JK}$, $\overline{IJ}$, $\overline{LI}$

Vértices: L, K, J, I

Ângulos internos: $J\hat{K}L$, $I\hat{J}K$, $L\hat{I}J$, $K\hat{L}I$

Diagonais: $\overline{JL}$, $\overline{IK}$

2. Não, pois não tem dois pares de lados opostos paralelos.

3. **a)** Paralelogramo
b) Paralelogramo
c) Paralelogramo
d) Trapézio
e) Trapézio
f) Paralelogramo

Justificativa: os paralelogramos têm dois pares de lados opostos paralelos. Já os trapézios têm somente um par de lados opostos paralelos.

4. **a)** Falsa, pois o trapézio é um quadrilátero e não é um paralelogramo.
b) Falsa, pois o retângulo é um paralelogramo, mas não é um trapézio.
c) Verdadeira.

5. **a)** $x + x + 110^\circ + 110^\circ = 360^\circ$

$2x = 360^\circ - 220^\circ$

$2x = 140^\circ$

$x = \dfrac{140^\circ}{2}$

$x = 70^\circ$

b) $x + 90^\circ + 90^\circ + 145^\circ = 360^\circ$

$x = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 145^\circ$

$x = 35^\circ$

c) $x + 60^\circ + 10^\circ + 120^\circ = 360^\circ$

$x = 360^\circ - 120^\circ - 60^\circ - 10^\circ$

$x = 170^\circ$

d) $x + 15^\circ + 170^\circ + 40^\circ = 360^\circ$

$x = 360^\circ - 170^\circ - 40^\circ - 15^\circ$

$x = 135^\circ$

6. **a)** r e t; r e u; s e t; s e u; r e s.

b) Pela propriedade dos ângulos opostos pelo vértice, temos: $a = 130°$; $b = 70°$; $d = 50°$

c) Exemplo de resposta:

$c + 130° + 70° + 50° = 360°$

$c + 250° = 360°$

$c = 360° - 250°$

$c = 110°$

7. **a)** $x + 55° + 25° + 145° = 360°$

$x = 360° - 55° - 25° - 145°$

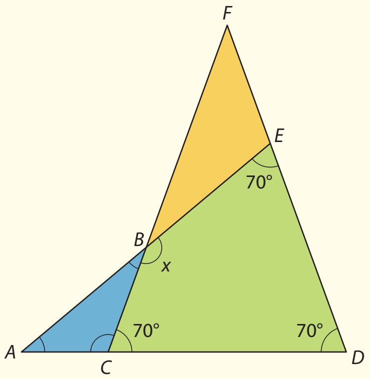
$x = 135°$

b) $x + 120° + 120° + 60° = 360°$

$x = 360° - 120° - 120° - 60°$

$x = 60°$

8. **a)** Sobrepondo os dois triângulos, temos:



$x + 70° + 70° + 70° = 360°$

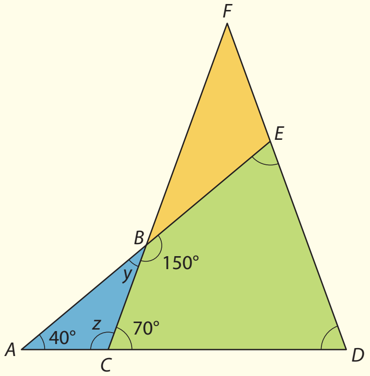
$x + 210° = 360°$

$x = 360° - 210°$

$x = 150°$

As aberturas dos ângulos medem 70°, 70°, 70° e 150°.

b)



$y + 150° = 180°$

$y = 180° - 150°$

$y = 30°$

$z + 70° = 180°$

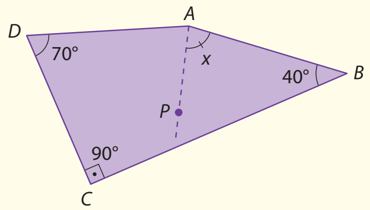
$z = 180° - 70°$

$z = 110°$

As aberturas dos ângulos medem 30°, 40° e 110°.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

9.



$140° + \widehat{B} = 180°$

$\widehat{B} = 180° - 140°$

$\widehat{B} = 40°$

$40° + 90° + 70° + \widehat{A} = 360°$

$200° + \widehat{A} = 360°$

$\widehat{A} = 360° - 200°$

$\widehat{A} = 160°$

Como $\overrightarrow{AP}$ é bissetriz do ângulo $D\widehat{A}B$, então $P\widehat{A}B = 160° : 2 = 80°$.

ATIVIDADES ▶ Página 233

1. **a)** Base maior: $\overline{AB}$

Base menor: $\overline{CD}$

b) Base maior: $\overline{KL}$

Base menor: $\overline{NM}$

2. Sabendo que o trapézio é isósceles e possui dois lados de mesma medida de comprimento, podemos concluir que $x = 2$ cm.

3. **a)** $3x + 4x + 1 + 3 + 3 = 10{,}5$

$7x = 10{,}5 - 7$

$x = \frac{3{,}5}{7}$

$x = 0{,}5$ cm

b) $x + 3x - 9{,}2 + 4 + 4 = 2 \cdot (3{,}9 + 3{,}9 + 2 + 2)$

$4x - 9{,}2 + 8 = 2 \cdot 11{,}8$

$4x - 1{,}2 = 23{,}6$

$4x = 23{,}6 + 1{,}2$

$4x = 24{,}8$

$x = \frac{24{,}8}{4}$

$x = 6{,}2$ cm

ATIVIDADES ▶ Página 235

1. **a)** Losango, pois possui quatro lados congruentes.

b) Retângulo, pois possui quatro ângulos retos.

c) Retângulo ou losango ou quadrado, pois possui quatro ângulos retos e quatro lados congruentes.

2. Espera-se que os estudantes concluam que, aplicando as propriedades dos quadriláteros, poderão se certificar quais figuras foram usadas. Por exemplo, podem verificar se a abertura dos ângulos da figura verde mede 90°, para saber se representa um retângulo, e medir o comprimento dos lados da figura amarela, para saber se ela representa um losango.

3. **a)** $x + 20° + 20° + 160° = 360°$

$x = 360° - 200°$

$x = 160°$

b) $x + 40° + 40° + 140° = 360°$
$x = 360° - 220°$
$x = 140°$

c) $x + 150° + 150° + 30° = 360°$
$x = 360° - 330°$
$x = 30°$

d) $x + 100° + 100° + 80° = 360°$
$x = 360° - 280°$
$x = 80°$

- É possível afirmar que os ângulos são congruentes.

4. Medida do perímetro do losango *MNOP*, em centímetro: $4 \cdot 4 = 16$

Medida do perímetro do quadrado *ABCD*, em centímetro: $4 \cdot x = 4x$

Sabendo-se que a medida do perímetro do losango *MNOP* é o dobro da medida do perímetro do quadrado *ABCD*, temos:

$16 = 2 \cdot 4x$

$16 = 8x$

$x = \frac{16}{8}$

$x = 2$

Portanto, a medida x é 2 cm.

5. **a)** Medida do perímetro do retângulo: $y + y + x + x$; medida do perímetro do quadrado: $4(x + 1)$

Sabendo que $y = 2x$, temos:

$2x + 2x + x + x = 4(x + 1)$

$6x = 4x + 4$

$6x - 4x = 4$

$2x = 4$

$x = \frac{4}{2}$

$x = 2$

Então: $y = 2x$

$y = 2 \cdot 2$

$y = 4$

b) Medida do perímetro do losango: $4 \cdot 6y = 24y$; medida do perímetro do quadrado: $4(x + 1)$

Sabendo que $y = \frac{1}{3}x$, temos:

$24 \cdot \frac{1}{3}x = 4(x + 1)$

$\frac{24}{3}x = 4x + 4$

$8x - 4x = 4$

$4x = 4$

$x = \frac{4}{4}$

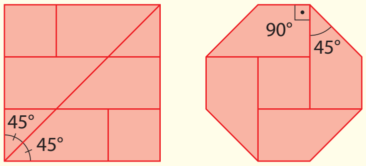
$x = 1$

Então: $y = \frac{1}{3}x$

$y = \frac{1}{3} \cdot 1$

$y = \frac{1}{3}$

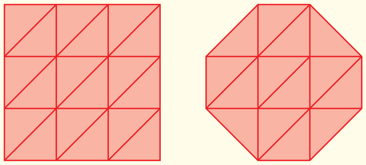
6. **a)**



$90° + 45° = 135°$

A abertura de cada ângulo interno do octógono mede 135°.

b)



Utilizando o triângulo como unidade de medida, é possível verificar que foram utilizados 14 triângulos de um total de 18, ou seja, $\frac{14}{18}$. Assim, as peças que não foram utilizadas totalizam a fração:

$\frac{4}{18} = \frac{2}{9}$

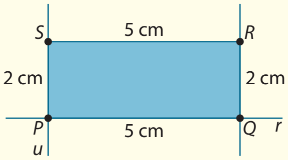
ATIVIDADES ▸ Página 238

1. Para construir os quadrados, espera-se que os estudantes usem os procedimentos vistos nas páginas 236 e 237, alterando as medidas de comprimento no 1º, 4º e 5º passos para 5 cm (no caso do item **a**) e 7 cm (no caso do item **b**).

2. **a)** Como todos os ângulos são congruentes, Ana construiu um retângulo ou um quadrado.

b) Como todos os lados têm medidas de comprimento iguais, Lucas construiu um losango ou um quadrado.

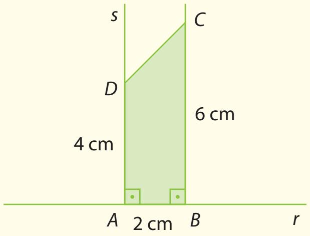
3.



Rodrigo construiu um retângulo.

4. Os estudantes podem descrever os passos de modo similar ao da atividade anterior, substituindo as medidas de comprimento 5 cm e 2 cm por 6 cm e 3 cm, respectivamente.

5. Exemplo de resposta:



ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Páginas 240 e 241

1. **a)** De acordo com o gráfico, a divisão é:

Água congelada: 1,75%

Rios, lagos e águas subterrâneas: 1,25%

b) 1,25% de 1 500 000 000 km³

$\frac{1,25}{100} \cdot 1\,500\,000\,000 = 18\,750\,000$

c) 97% de 1 500 000 000 km³

$\frac{97}{100} \cdot 1\,500\,000\,000 = 1\,455\,000\,000$

2. **a)** De acordo com o gráfico, o candidato mais votado foi Vinícius, com 32% dos votos.

b) 16% de 1 100: $\frac{16}{100} \cdot 1\,100 = \frac{16 \cdot 1\,100}{100} = \frac{17\,600}{100} = 176$

Logo, o candidato com menos votos recebeu 176 votos.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

c) Vamos calcular quantos votos o candidato mais votado recebeu:

32% de 1 100: $\frac{32}{100} \cdot 1\,100 = \frac{32 \cdot 1\,100}{100} = \frac{35\,200}{100} = 352$

Sabendo que o candidato menos votado recebeu 176 votos, então:

352 – 176 = 176

Logo, a diferença entre os dois candidatos é de 176 votos.

3. **a)** A maior parte dos entrevistados corresponde a 36%, logo a maioria respondeu: “Trabalha em casa”.

b) Pelo gráfico, 9%.

c) Adicionando as porcentagens das pessoas que levam até duas horas para ir de casa ao trabalho, temos:

21% + 18% + 9% + 8% = 56%

d) 5% de 1 000: $\frac{5}{100} \cdot 1\,000 = \frac{5\,000}{100} = 50$

Logo, 50 pessoas demoram mais de duas horas para chegar ao trabalho.

4. **a)** 85% de 1 000: $\frac{85}{100} \cdot 1\,000 = \frac{85\,000}{100} = 850$

Logo, 850 pessoas deram notas de 1 a 5. Essas pessoas não se sentem seguras no trânsito.

b) 3% de 1 000: $\frac{3}{100} \cdot 1\,000 = \frac{3\,000}{100} = 30$

Logo, 30 pessoas sentem-se seguras no trânsito.

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes discutam sobre práticas no trânsito que o tornariam mais seguro.

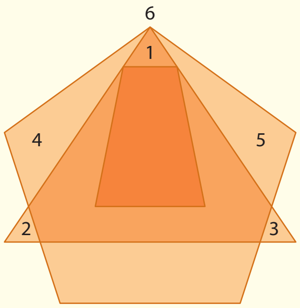
ATIVIDADES DE REVISÃO ▶ Páginas 242, 243 e 244

1. Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$

Vértices: A, B, C

Ângulos internos: $A\hat{B}C$, $B\hat{C}A$, $C\hat{A}B$

2.



alternativa **d**

3. Considerando x a medida de abertura do ângulo desconhecido, temos:

a) $x + 70° + 65° = 180°$

$x = 180° - 135°$

$x = 45°$

b) $x + 90° + 48° = 180°$

$x = 180° - 138°$

$x = 42°$

c) $x + 25° + 120° = 180°$

$x = 180° - 145°$

$x = 35°$

d) $x + 55° + 35° = 180°$

$x = 180° - 90°$

$x = 90°$

e) $x + 80° + 45° = 180°$

$x = 180° - 125°$

$x = 55°$

f) $180° - 115° = 65°$

Então: $x + 65° + 50° = 180°$

$x = 180° - 115°$

$x = 65°$

4. Duas possibilidades:

1ª) $x + x + 20° = 180°$

$2x = 180° - 20°$

$x = \frac{160°}{2}$

$x = 80°$

As aberturas dos ângulos podem medir 20°, 80° e 80°.

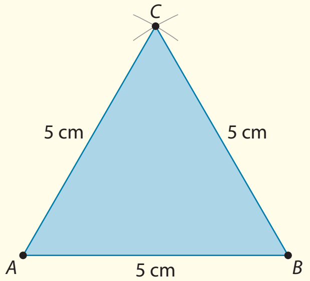
2ª) $x + 20° + 20° = 180°$

$x = 180° - 40°$

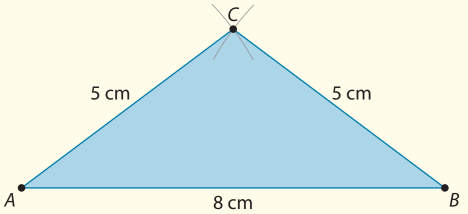
$x = 140°$

As aberturas dos ângulos podem medir 20°, 20° e 140°.

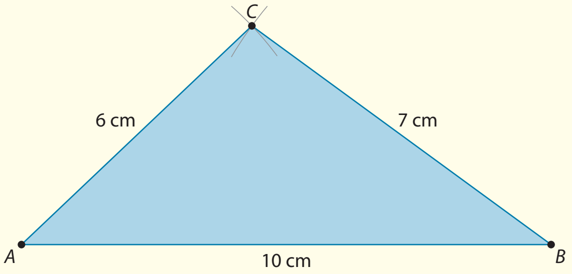
5. **a)** Equilátero de lados medindo 5 cm de comprimento.



b) Isósceles de lados medindo 5 cm, 5 cm e 8 cm de comprimento.



c) Escaleno de lados medindo 6 cm, 7 cm e 10 cm de comprimento.



6. **a)** Todos são triângulos retângulos isósceles.

b) São necessários 4 triângulos pequenos para formar um triângulo grande.

7. Vamos verificar a condição de existência de cada um dos triângulos:

I: 3 < 3 + 3; logo o triângulo existe.

II: 7 < 2 + 6; 2 < 7 + 6 e 6 < 7 + 2; logo o triângulo existe.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

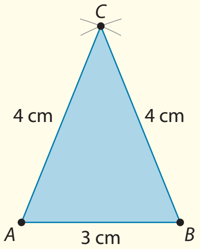
III: $6 < 2 + 5$; $2 < 6 + 5$ e $5 < 6 + 2$; logo o triângulo existe.

IV: $7 > 2 + 3$; logo esse triângulo não existe.

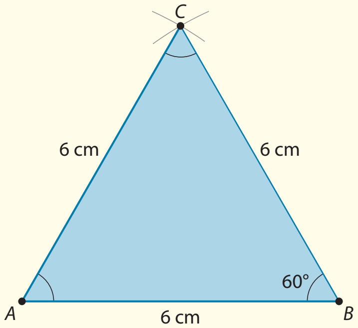
V: $10 > 5 + 4$; logo esse triângulo não existe.

Os esboços IV e V estão errados, pois os triângulos não existem.

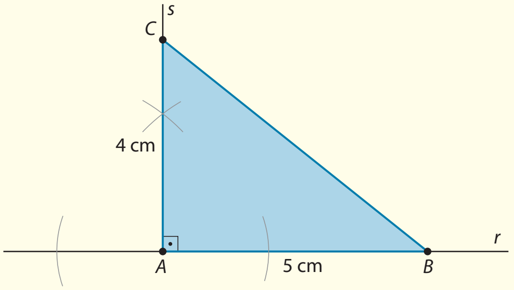
8. **a)**



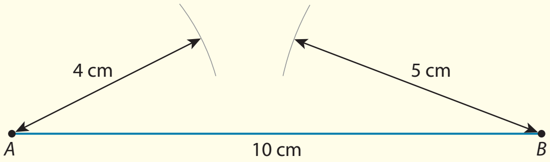
b)



c)



d)



Não é possível construir um triângulo com essas medidas de comprimento, pois $10 > 4 + 5$.

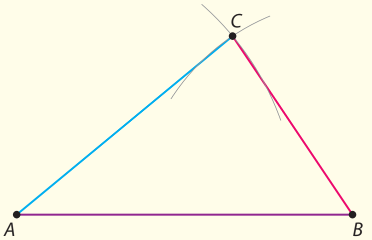
9. $10 < 6 + x$

$10 - 6 < x$

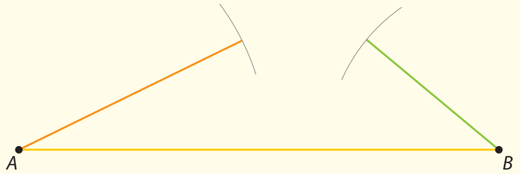
$4 < x$ ou $x > 4$

Logo, a medida de comprimento mínima inteira do terceiro lado para que esse triângulo exista é 5 cm.

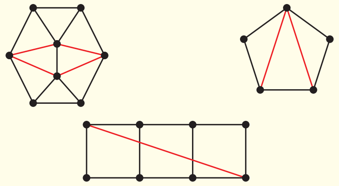
10. **a)** Sim.



b) Não.



11. Exemplos de resposta:



12. $3x + 30° + 2x - 10° + x + 10° = 180°$

$6x = 180° - 30°$

$6x = 150°$

$x = \dfrac{150°}{6}$

$x = 25°$

13. **a)** Retângulo, pois possui quatro ângulos retos.

b) Retângulo, pois possui quatro ângulos retos, ou losango, pois possui também quatro lados congruentes.

c) Losango, pois possui quatro lados congruentes.

14. A. Trapézio escaleno, pois todos os lados possuem medidas de comprimento diferentes.

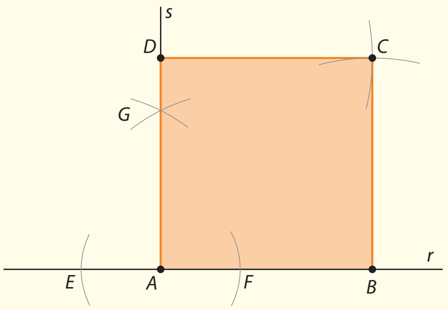
B. Trapézio retângulo, pois possui ângulos internos retos.

C. Trapézio isósceles, pois possui dois lados congruentes.

A – III; B – I; C – II

15. Espera-se que os estudantes usem os procedimentos vistos nas páginas 236 e 237, alterando as medidas no 1º, 4º e 5º passos para 4 cm.

Exemplo de resposta:



16. Gabriel compôs um paralelogramo.

17. **a)** $4x = 24$

$x = \dfrac{24}{4}$

$x = 6$

Logo, $x = 6$ cm.

b) $2(x + 3x) = 60$

$8x = 60$

$x = \dfrac{60}{8}$

$x = 7{,}5$

Logo, $x = 7{,}5$ cm.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

18. **a)** $x + 90° + 90° + 120° = 360°$

$x = 360° - 300°$

$x = 60°$

b) $2x + 3x + 90° + 90° = 360°$

$5x = 360° - 180°$

$5x = 180°$

$x = \frac{180°}{5}$

$x = 36°$

19. **a)** Falsa.

Nem todo quadrilátero é quadrado, pois para isso é necessário que tenha quatro ângulos retos e quatro lados congruentes.

b) Verdadeira.

Sim, pois o quadrilátero é um polígono de quatro lados.

c) Verdadeira.

Sim, pois todo retângulo é um quadrilátero que tem dois pares de lados opostos paralelos, como o paralelogramo.

d) Verdadeira.

Sim, pois o losango é um paralelogramo que tem quatro lados congruentes e, sendo um retângulo, tem quatro ângulos retos.

e) Verdadeira.

Sim, pois o quadrado é um paralelogramo que tem quatro lados congruentes, como o losango.

f) Verdadeira.

Sim, pois o quadrado é um paralelogramo que tem quatro ângulos retos, como o retângulo.

g) Verdadeira.

Sim, pois todo quadrado é um quadrilátero que tem dois pares de lados opostos paralelos, como o paralelogramo.

20. **a)** São 3 trapézios isósceles: *ACDF*; *ABDE*; *BCEF*.

b) São 3 losangos: *ABDF*; *BCDF*; *BDEF*.

21. A 1ª figura tem 1 triângulo ($1^2 = 1$). Lado: 1 cm.

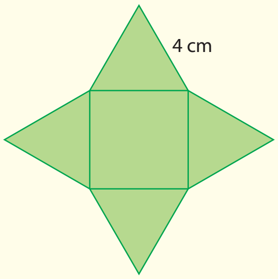
A 2ª figura tem 4 triângulos ($2^2 = 4$). Lado: 2 cm.

A 3ª figura tem 9 triângulos ($3^2 = 9$). Lado: 3 cm.

Seguindo esse padrão, a figura formada por 64 triângulos equiláteros será a 8ª figura, pois $8^2 = 64$. Então, o lado da figura mede 8 cm de comprimento. Assim, a medida do perímetro será dada por: $P = 8 + 8 + 8 = 24$

Logo, o perímetro mede 24 cm.

22. Marcela fez o seguinte desenho:



a) Portanto, ela desenhou um octógono.

b) Se a medida do perímetro do triângulo equilátero é igual a 12 cm, então o lado do triângulo equilátero mede 4 cm de comprimento ($12 : 3 = 4$). Então, a medida do perímetro do polígono formado é igual a $8 \cdot 4$ cm $= 32$ cm.

23. $x + 90° + 60° = 180°$

$x = 180° - 150°$

$x = 30°$

$y + 60° + 50° = 180°$

$y = 180° - 110°$

$y = 70°$

$z + 50° + 90° = 180°$

$z = 180° - 140°$

$z = 40°$

24. Pelo enunciado, sabemos que o triângulo *ABC* é isósceles e o triângulo *ADE* é equilátero. Portanto, temos que a abertura dos ângulos internos de *ADE* mede 60° cada uma; então, a medida de abertura do ângulo no vértice *A* é:

$\hat{A} = 30° + 60° = 90°$

Se o triângulo *ABC* é isósceles, os ângulos em $\hat{B}$ e $\hat{C}$ são congruentes. Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos do triângulo deve ser igual a 180°, temos:

$180° = 90° + \hat{B} + \hat{B}$

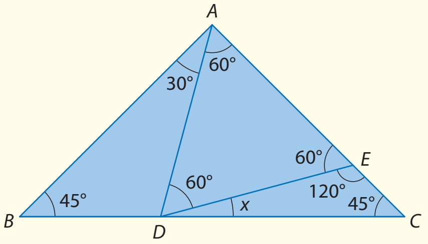
$2\hat{B} = 90°$

$\hat{B} = 45°$

Portanto, a medida de abertura do ângulo $\hat{C} = 45°$.

No triângulo *CDE*, o ângulo $C\hat{E}D$ é suplementar de $A\hat{E}D$, então $C\hat{E}D = 180° - 60° = 120°$.

Para calcular o valor de x no triângulo *CDE*, fazemos:



$120° + 45° + x = 180°$

$165° + x = 180°$

$x = 180° - 165°$

$x = 15°$

alternativa **c**

PARA FINALIZAR ▶ Páginas 245 e 246

Resoluções e comentários em *Orientações*.

▶ Unidade 4

Capítulo 10

ATIVIDADES ▶ Páginas 250 e 251

1. **a)** $600 \text{ km}^2 = 600 \cdot 1\,000\,000 \text{ m}^2 = 600\,000\,000 \text{ m}^2$

b) $600 \text{ cm}^2 = 600 : 10\,000 \text{ m}^2 = 0{,}06 \text{ m}^2$

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

c) 0,0052 hm^2 = 0,0052 · 100 000 000 cm^2 = 520 000 cm^2

d) 0,08 dam^2 = 0,08 · 100 000 000 mm^2 = 8 000 000 mm^2

e) 105 m^2 = 105 : 1 000 000 km^2 = 0,000105 km^2

f) 0,102 m^2 = 0,102 · 10 000 cm^2 = 1 020 cm^2

2. Transformando a medida da área do estado de Sergipe para hectômetro quadrado, temos:

21 918,443 km^2 = 21 918,443 · 100 hm^2 = 2 191 844,3 hm^2

Portanto, como 1 ha = 1 hm^2, temos:

21 918,443 km^2 = 2 191 844,3 hm^2 = 2 191 844,3 ha

3. **a)** Temos que 1 ha equivale a 1 hm^2.

Assim, 25 000 ha equivalem a 25 000 hm^2.

12 km^2 = 12 · 100 hm^2 = 1 200 hm^2

Logo, um terreno de 25 000 ha é maior que um de 12 km^2.

b) Temos que:

1,56 m^2 = 1,56 · 10 000 cm^2 = 15 600 cm^2

Logo, uma medida da área de 15 500 cm^2 é menor que uma de 1,56 m^2.

4. Para comparar as medidas de área dos sítios de Artur e Rafaela, elas precisam ser representadas na mesma unidade de medida. Vamos transformá-las em metro quadrado:

- medida de área do sítio de Artur: 2 alqueires mineiros
- medida de área do sítio de Rafaela: 4 alqueires paulistas

Em metros quadrados, temos:

- Artur: 1 alqueire mineiro = 48 400 m^2

  2 alqueires mineiros = 2 · 48 400 m^2 = 96 800 m^2

  Logo, o sítio de Artur tem uma medida de área de 96 800 m^2.
- Rafaela: 1 alqueire paulista = 24 200 m^2

  4 alqueires paulistas = 4 · 24 200 m^2 = 96 800 m^2

  Logo, o sítio de Rafaela tem uma medida de área de 96 800 m^2.

  Portanto, os sítios de Artur e Rafaela têm a mesma medida de área, 96 800 m^2.

5. 1 alqueire mineiro equivale a 48 400 m^2.

Portanto, para calcular a medida de área desse terreno, em metro quadrado, podemos fazer:

5 · 48 400 m^2 = 242 000 m^2

Dividindo-o em 10 lotes, a medida de área de cada lote será:

242 000 m^2 : 10 = 24 200 m^2

Logo, cada lote terá 24 200 m^2.

6. 1 are equivale a 1 dam^2.

Portanto, 5 ares equivalem a 5 dam^2.

Passando 5 dam^2 para metro quadrado, temos:

5 dam^2 = 5 · 100 m^2 = 500 m^2

Assim, a medida de área ocupada pelas plantações tem 500 m^2.

Se 30% dessa medida de área será ocupada pela plantação de milho, então 70% dessa medida de área será ocupada pela plantação de feijão.

Assim, podemos fazer: 70% de 500 = 0,7 · 500 = 350

Logo, a medida de área ocupada pela plantação de feijão é 350 m^2.

7. Passando 12 ha para metro quadrado, temos:

12 ha = 12 hm^2 = 12 · 10 000 m^2 = 120 000 m^2

Portanto, o sítio tem 120 000 m^2 de medida de área.

Dessa medida de área, serão usados para plantação, em porcentagem:

20% (árvores frutíferas) + 25% (com legumes e hortaliças) = = 45%

Assim, serão usados para plantação, em metro quadrado:

45% de 120 000 = 0,45 · 120 000 = 54 000

Logo, serão destinados 54 000 m^2 para plantação.

8. I.

1 alqueire mineiro equivale a 48 400 m^2.

Assim: 356 alqueires mineiros = 356 · 48 400 m^2 = 17 230 400 m^2

Sendo R$ 600,00 o valor do alqueire, temos:

356 · 600,00 = 213 600,00

Logo, essa fazenda tem 17 230 400 m^2 de medida de área e custa R$ 213 600,00.

II.

1 alqueire paulista equivale a 24 200 m^2.

Assim: 635 alqueires paulistas = 635 · 24 200 m^2 = 15 367 000 m^2

Sendo R$ 500,00 o valor do alqueire, temos:

635 · 500,00 = 317 500,00

Logo, essa fazenda tem 15 367 000 m^2 de medida de área e custa R$ 317 500,00.

III.

1 alqueire do norte equivale a 27 225 m^2.

Assim: 532 alqueires do norte = 532 · 27 225 m^2 = 14 483 700 m^2

Sendo R$ 800,00 o valor do alqueire, temos:

532 · 800,00 = 425 600,00

Logo, essa fazenda tem 14 483 700 m^2 de medida de área e custa R$ 425 600,00.

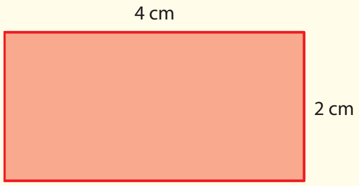
a) Portanto, I - R$ 213 600,00, II - R$ 317 500,00 e III - R$ 425 600,00.

b) A fazenda do 1º anúncio tem maior medida de área: 17 230 400 m^2.

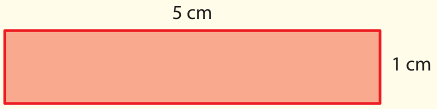
c) Sim, Diego está correto.

ATIVIDADES ▶ Página 252

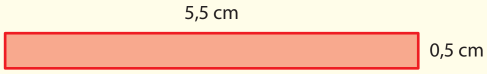
1. **a)** Exemplos de respostas:



retângulo 1



retângulo 2



retângulo 3

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

b) Resposta de acordo com o exemplo dado no item **a**.

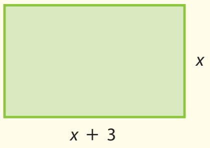
Considerando os retângulos acima, temos:

Medida de área do retângulo 1: $A = 2 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 8 \text{ cm}^2$

Medida de área do retângulo 2: $A = 1 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 5 \text{ cm}^2$

Medida de área do retângulo 3: $A = 0{,}5 \text{ cm} \cdot 5{,}5 \text{ cm} = $
$= 2{,}75 \text{ cm}^2$

2. Temos:



Para calcular a medida de área do retângulo, podemos fazer:
$x \cdot (x + 3) = 40$

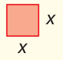
Assim, devemos encontrar um valor de x que torne essa igualdade verdadeira.

Observe o quadro:

x	$x + 3$	$x \cdot (x + 3)$
1	$1 + 3 = 4$	$1 \cdot 4 = 8$
2	$2 + 3 = 5$	$2 \cdot 5 = 10$
3	$3 + 3 = 6$	$3 \cdot 6 = 18$
4	$4 + 3 = 7$	$4 \cdot 7 = 28$
5	$5 + 3 = 8$	$5 \cdot 8 = 40$

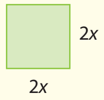
Logo, a altura relativa à base mede 5 cm.

3. Chamando de x a medida do lado do ladrilho menor, a medida do lado do ladrilho maior será o dobro, ou seja, $2x$. Desse modo, temos:



Ladrilho menor

Perímetro $= 4x$
Área $= x^2$



Ladrilho maior

Perímetro $= 4 \cdot 2x = 8x$
Área $= (2x)^2 = 4x^2$

$$\frac{\text{medida do perímetro do lado maior}}{\text{medida do perímetro do lado menor}} = \frac{8x}{4x} = 2$$

Assim, a medida do perímetro do ladrilho maior é o dobro da medida do perímetro do ladrilho menor.

$$\frac{\text{medida de área do ladrilho maior}}{\text{medida de área do ladrilho menor}} = \frac{4x^2}{x^2} = 4$$

Logo, a medida de área do ladrilho maior é o quádruplo da medida de área do ladrilho menor. Portanto, a alternativa correta é a **a**.

4. Medida de área do piso do banheiro $= 2{,}3 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 6{,}9 \text{ m}^2 =$
$= 69\,000 \text{ cm}^2$;

Medida de área de cada lajota: $15 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm} = 225 \text{ cm}^2$

Para calcular a quantidade de lajotas, podemos fazer:

$$\frac{\text{medida de área do piso do banheiro}}{\text{medida de área de cada lajota}} = \frac{69\,000}{225} \simeq 307$$

Logo, serão utilizadas aproximadamente 307 lajotas.

- Se as lajotas tivessem 30 cm de lado, teríamos:
  medida de área de cada lajota: $30 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} = 900 \text{ cm}^2$
  Calculando a quantidade de lajotas, temos:
  $\frac{69\,000}{900} = 77$ lajotas

Assim, comparando as quantidades de lajotas, temos:

$$\frac{\text{quantidade de lajotas com 15 cm de lado}}{\text{quantidade de lajotas com 30 cm de lado}} = \frac{307}{77} \simeq 4$$

Portanto, seriam utilizadas aproximadamente 77 lajotas, o que equivale aproximadamente à quarta parte de 307.

5. Cada face do cubo representa um quadrado de 50 cm de lado. Assim, para calcular a medida de área de cada face, podemos fazer:

$50 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm} = 2\,500 \text{ cm}^2 = 0{,}25 \text{ m}^2$

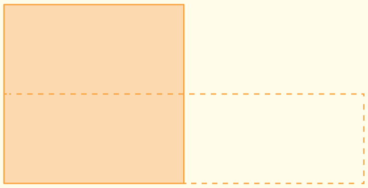
Das seis faces do cubo, cinco serão forradas (todas menos a base). Logo:

medida de área que será forrada $= 5 \cdot 0{,}25 \text{ m}^2 = 1{,}25 \text{ m}^2$

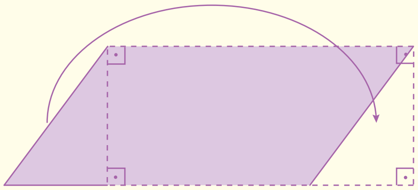
Portanto, ela usará $1{,}25 \text{ m}^2$ de tecido.

ATIVIDADES ▶ Página 254

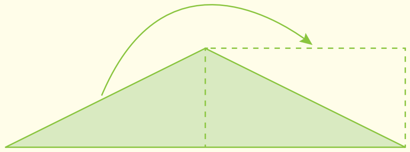
1. Exemplo de resposta:



2. Exemplo de resposta:



3. Exemplo de resposta:



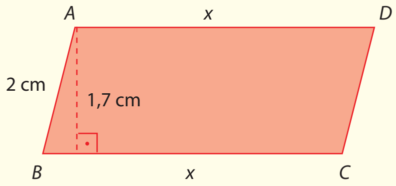
Triângulo isósceles

ATIVIDADES ▶ Página 255

1. **a)** $A = 5{,}6 \text{ cm} \cdot 6{,}7 \text{ cm} = 37{,}52 \text{ cm}^2$
b) $A = 6 \text{ cm} \cdot 3{,}4 \text{ cm} = 20{,}4 \text{ cm}^2$

2. **a)** Medida de área do paralelogramo: $A = 146{,}26 \text{ cm}^2$
base: $b = x$
altura relativa à base: $a = 7{,}1$ cm
$A = b \cdot a$
$146{,}26 = x \cdot 7{,}1 = 20{,}6$
Logo, a base mede 20,6 cm.

b) Representando o paralelogramo $ABCD$, temos:



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

ERICSON GUILHERME LUCIANO/
ARQUIVO DA EDITORA

medida do perímetro do paralelogramo: 12 cm

$2 \cdot 2 + 2 \cdot x = 12 \Rightarrow 4 + 2 \cdot x = 12 \Rightarrow 2 \cdot x = 8 \Rightarrow x = 4$

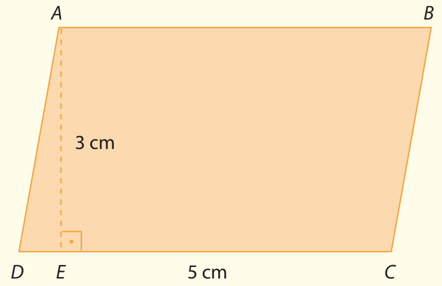
Logo, a base do paralelogramo mede 4 cm.

Assim:

$A = b \cdot a \Rightarrow A = 4 \cdot 1{,}7 \Rightarrow A = 6{,}8$

Portanto, a medida de área do paralelogramo *ABCD* é 6,8 cm^2.

3.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

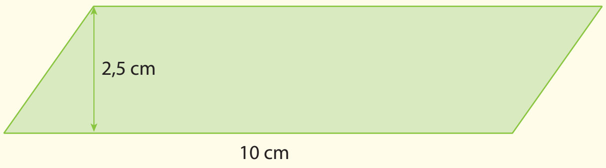
Medida de área do paralelogramo: $A = 5 \cdot 3 = 15$

Logo, a medida de área do paralelogramo *ABCD* é 15 cm^2.

4. $A = \ell^2 = (5 \text{ cm})^2 = 25 \text{ cm}^2$

A medida de área do paralelogramo deve ser também 25 cm^2, pois ele deve ser equivalente ao quadrado de lado 5 cm.

Exemplo de resposta:



$A = \text{base} \cdot \text{altura} = 2{,}5 \cdot 10 = 25$

- Não. Há infinitos paralelogramos com medida de área igual à medida de área de um quadrado de lado medindo 5 cm.

5. Medida de área do paralelogramo: $A = 7 \cdot 5 = 35$

Logo, a medida de área do paralelogramo é 35 cm^2.

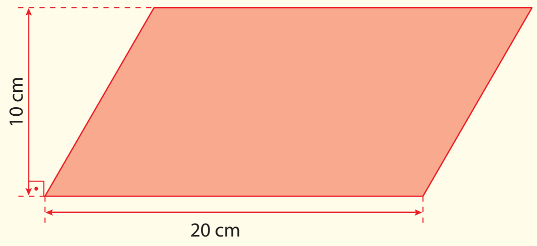
Dobro da medida de comprimento da altura relativa à base: $2 \cdot 5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$

Metade da medida de comprimento da base: $\frac{7 \text{ cm}}{2} = 3{,}5 \text{ cm}$

Assim: $A = 3{,}5 \cdot 10 = 35$

Logo, dobrando a medida de comprimento da altura relativa à base e dividindo a medida de comprimento de sua base por 2, a medida de área do paralelogramo será mantida.

6. Temos:

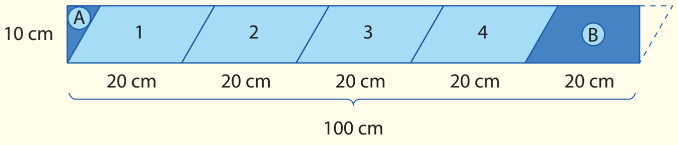


A medida de área de cada porta-retrato é igual a $20 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}$, ou seja, 200 cm^2.

A medida de área de cada placa retangular é igual a $80 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm}$, ou seja, 8 000 cm^2.

Logo, com uma placa podem ser feitos: $\frac{8\,000}{200} = 40$, ou seja, 40 porta-retratos.

Entretanto, de cada 5 porta-retratos, um teria emenda para a junção das partes A e B indicadas a seguir:



Assim: $\dfrac{5 \text{ porta-retratos}}{1 \text{ terá emenda}} \overset{\times 8}{\underset{\times 8}{=}} \dfrac{40 \text{ porta-retratos}}{8 \text{ terão emendas}}$

Logo, uma nova placa deverá ser utilizada para o corte de 8 porta-retratos.

Portanto, serão necessárias 2 placas para a confecção de 40 porta-retratos sem emendas.

ATIVIDADES ▸ Página 257

1. a) $A = \frac{7 \cdot 3}{2} = \frac{21}{2} = 10{,}5$

Logo, a área do triângulo mede 10,5 cm^2.

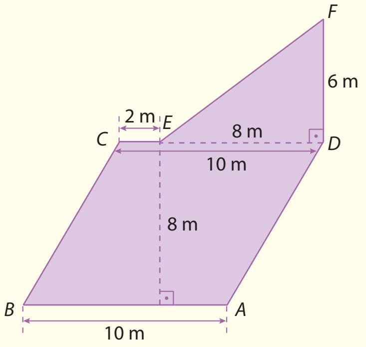
b) $A = \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$

Logo, a área do triângulo mede 6 cm^2.

2. $A_{\text{triângulo}} = \frac{7{,}3 \cdot 2{,}1}{2} = \frac{15{,}33}{2} = 7{,}665$

Logo, a área do triângulo mede 7,665 cm^2.

3. Temos:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

$CD = AB = 10 \text{ m}$

$ED = CD - CE = 10 \text{ m} - 2 \text{ m} = 8 \text{ m}$

Medida de área do paralelogramo *ABCD*: $10 \text{ m} \cdot 8 \text{ m} = 80 \text{ m}^2$

Medida de área do triângulo *EDF*: $\frac{8 \text{ m} \cdot 6 \text{ m}}{2} = 24 \text{ m}^2$

Assim, para calcular a medida de área ocupada pelo jardim, podemos fazer:

medida de área do jardim = medida de área do paralelogramo *ABCD* + medida de área do triângulo *EDF*.

Medida de área do jardim = 80 + 24 = 104.

Logo, o jardim ocupará uma medida de área de 104 m^2.

4. Como os três triângulos estão entre duas retas paralelas, a medida de comprimento da altura das três figuras será a mesma. Além disso, os triângulos têm a mesma base. Assim, as medidas de área dos triângulos são iguais.

5. Exemplo de problema: Alfredo vai plantar três tipos de hortaliça em um terreno, conforme o esquema. Qual será a medida de área desse terreno dedicada a cada hortaliça?

Para resolver esse problema, calculamos a medida de área de cada uma das partes. Sendo assim, a medida de área reservada para a couve será 4 800 m^2 ($80 \cdot 60 = 4\,800$). A medida de área reservada para o espinafre será 1 600 m^2 ($40 \cdot 40 = 1\,600$) e a medida de área reservada para a alface é 800 m^2 $\left(\frac{1\,600}{2} = 800\right)$.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES ▸ Página 260

1. **a)** Medida de área do trapézio:

$$A = \frac{(6{,}9 + 4{,}7) \cdot 3}{2} = \frac{11{,}6 \cdot 3}{2} = \frac{34{,}8}{2} = 17{,}4$$

Logo, a medida de área do trapézio é igual a 17,4 cm^2.

b) Medida de área do losango:

$$A = \frac{6{,}9 \cdot 3}{2} = \frac{20{,}7}{2} = 10{,}35$$

Logo, a medida de área do losango é igual a 10,35 cm^2.

c) Medida de área do trapézio:

$$A = \frac{(7{,}3 + 2{,}6) \cdot 1{,}7}{2} = \frac{9{,}9 \cdot 1{,}7}{2} = \frac{16{,}83}{2} \simeq 8{,}42$$

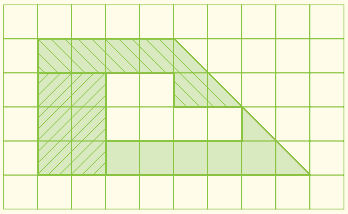
Logo, a medida de área do trapézio é aproximadamente 8,42 cm^2.

d) Medida de área do losango:

$$A = \frac{5{,}1 \cdot 4{,}3}{2} = \frac{21{,}93}{2} \simeq 10{,}97$$

Logo, a medida de área do losango é aproximadamente 10,97 cm^2.

2. Considerando um quadradinho como unidade de medida de área, cada irmão receberá o equivalente a 6 quadradinhos. Exemplo de resposta:



3. Como a medida de área do terreno é na forma de trapézio, temos:

$$A_{\text{terreno}} = \frac{a \cdot (b_1 + b_2)}{2} = \frac{20 \cdot (36 + 24)}{2} = \frac{20 \cdot 60}{2} = \frac{1\,200}{2} = 600$$

Logo, a medida de área do terreno é 600 m^2.

Calculando a medida de área do galpão:

$A_{\text{galpão}} = 10{,}6 \cdot 5{,}5 = 58{,}3$

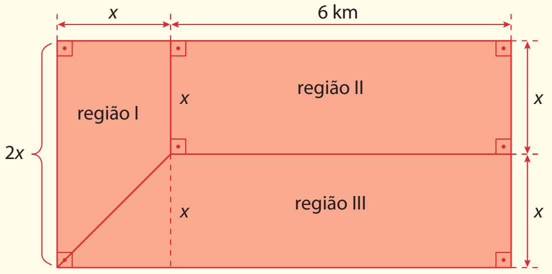
Logo, a medida da área do galpão é 58,3 m^2.

A diferença entre a medida de área do terreno e a do galpão resulta na medida da área gramada, assim:

$A_{\text{gramada}} = A_{\text{terreno}} - A_{\text{galpão}} = 600 - 58{,}3 = 541{,}70$

Portanto, a medida da área gramada será 541,7 m^2.

4. Temos:



A região II é um retângulo de dimensões 6 km por x, cuja medida de área mede 12 km^2.

Portanto:

$6 \cdot x = 12$

$x = \frac{12}{6}$

$x = 2$

Portanto, o lado x do retângulo (região II) mede 2 km.

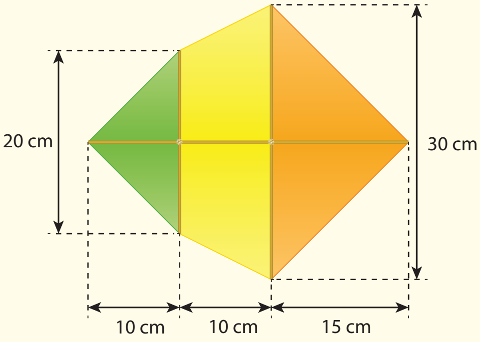
A região I é um trapézio retângulo cujo comprimento da base maior mede $2x$, da base menor mede x e da altura mede x. Sabendo que x mede 2 km, podemos fazer:

medida de área da região I:

$$\frac{(2x + x) \cdot x}{2} = \frac{3x \cdot 3}{2} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2}{2} = 6$$

Logo, a medida de área da região I é 6 km^2.

5. Exemplo de medidas:



Exemplo de problema: Ivan fez uma pipa conforme a figura acima. Qual é a medida de área dessa pipa?

Resolução:

Medida de área da região verde:

$$\frac{20 \cdot 10}{2} = 100$$

Medida de área da região amarela:

$$\frac{(30 + 20) \cdot 10}{2} = 250$$

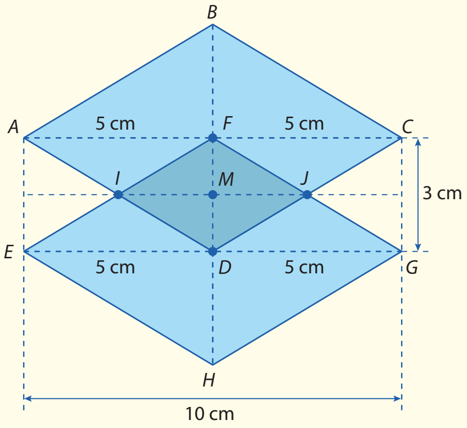
Medida de área da região laranja:

$$\frac{30 \cdot 15}{2} = 225$$

$A_{\text{pipa}} = 100 + 250 + 225 = 575$

Portanto, a medida de área dessa pipa é 575 cm^2.

6. Temos a seguinte figura:



As diagonais do losango se cruzam ao meio formando ângulos retos.

Assim:

$BF = FD = 3$ cm e, portanto, $BD = 6$ cm

$HD = FD = 3$ cm e, portanto, $HF = 6$ cm

Assim, os losangos $ABCD$ e $EFGH$ são congruentes e suas diagonais medem 6 cm e 10 cm.

A medida de área de cada um desses losangos é dada por:

$$\frac{6 \cdot 10}{2} = 30$$

Temos, ainda, $IJ = 5$ cm.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Assim, as diagonais *IJ* e *FD* do losango *IFJD* medem 5 cm e 3 cm, respectivamente.

A medida de área do losango *IFJD* é dada por: $\frac{5 \cdot 3}{2} = 7{,}5$

Logo, a medida de área da figura pintada de amarelo é dada por:

$$\text{Área} = \text{Área}_{ABCD} + \text{Área}_{EFGH} - \underbrace{2 \cdot \text{Área}_{IFJD}}_{\text{Área da região azul, que foi somada duas vezes nas áreas dos losangos } ABCD \text{ e } EFGH}$$

$A = 30 + 30 - 2 \cdot 7{,}5 = 45$

Portanto, a medida de área da figura pintada de amarelo é 45 cm^2.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▶ Página 262

Exemplo de resposta: No gráfico de barras, em que é possível perceber de imediato que o percentual diminuiu e depois aumentou no decorrer dos anos. Apesar de o gráfico de setores apresentar as porcentagens em cada ano de forma mais evidente, não mostra claramente a variação no período.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▶ Página 263

1. **a)** $16 \cdot 48\,400 = 774\,400$
$774\,400 : 3\,200 = 242$
Portanto, serão obtidos 242 lotes.

b) $\frac{3}{4}$ de $242 = 181{,}5$

$100\,000 \cdot 181{,}5 = 18\,150\,000$

Portanto, serão arrecadados R$ 181 500,00.

2. **a)** $A_{sala} = 5 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 20 \text{ m}^2$
$1 \text{ are} = 1 \text{ dam}^2 = 1 \cdot 100 \text{ m}^2 = 100 \text{ m}^2$
$100 : 20 = 5$
Logo, são necessárias 5 salas.

b) $1 \text{ hm}^2 = 10\,000 \text{ m}^2$
$1 \text{ alqueire paulista} = 24\,200 \text{ m}^2$
$24\,200 : 10\,000 \text{ ha} = 2{,}42 \text{ ha}$

3. Para determinar a quantidade de lajotas que serão necessárias para cobrir todo o piso da sala, podemos calcular a medida de área do piso, a medida de área da lajota e, por fim, dividir essas medidas. Assim:

$A_{piso} = 5 \cdot 5 = 25$

$A_{lajota} = 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$

Quantidade de lajotas: $25 : 0{,}25 = 100$

Portanto, serão necessárias 100 lajotas.

4. Medida de área da quadra com dimensões máximas:
$A = 42 \text{ m} \cdot 22 \text{ m} = 924 \text{ m}^2$
Medida de área da quadra com dimensões mínimas:
$A = 25 \text{ m} \cdot 15 \text{ m} = 375 \text{ m}^2$
Variação: $924 \text{ m} - 375 \text{ m} = 549 \text{ m}^2$

5. **a)** Primeiro, transformamos hm^2 em m^2:
$75 \text{ hm}^2 = 75 \cdot 10\,000 \text{ m}^2 = 750\,000 \text{ m}^2$
Em seguida, subtraímos desse valor a medida de área do terreno vendido e a medida de área construída:
$750\,000 - 1\,500 - 2\,500 = 746\,000$
Logo, a medida de área reservada para plantações é 746 000 m^2.

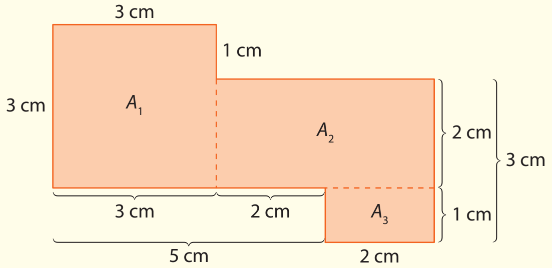
b) $746\,000 : 4 = 186\,500$
Logo, a área reservada para a plantação de feijão é de 186 500 m^2

6. Medida de área do quadrado maior: $4 \cdot 4 \text{ dm}^2 = 16 \text{ dm}^2$

Medida de área de cada triângulo: $\left(\frac{1 \cdot 3}{2}\right) \text{dm}^2 = \frac{3}{2} \text{ dm}^2 =$
$= 1{,}5 \text{ dm}^2$

Medidas de área dos quatro triângulos: $4 \cdot 1{,}5 \text{ dm}^2 = 6 \text{ dm}^2$
Medida de área do quadrado cinza: $16 \text{ dm}^2 - 6 \text{ dm}^2 = 10 \text{ dm}^2$

7. Primeiro dividimos a figura abaixo em figuras menores de medida de área conhecida.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

$A_1 = 3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2$
$A_2 = (3 - 1) \text{ cm} \cdot 5 + 2 - 3 \text{ cm} = 2 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 8 \text{ cm}^2$
$A_3 = 2 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = 2 \text{ cm}^2$
$A_{total} = 9 + 8 + 2 = 19$
Portanto, a medida da área da figura é 19 cm^2.

8. A inclinação dos triângulos não é a mesma que a dos trapézios. Assim, esses polígonos não se encaixam perfeitamente e, portanto, a composição final terá um vão entre as peças.

Capítulo 11

ATIVIDADES ▶ Página 266

1. Para 1 litro de suco concentrado, são usados 2 litros de água; então, a razão entre a quantidade de suco concentrado e a de água é $\frac{1}{2}$.

2. **a)** Se a razão é igual a 1, então o número procurado é igual (ou uma fração equivalente) a $\frac{2}{3}$.

b) O número procurado é 7 vezes o número 14, ou seja, 98 ($7 \cdot 14 = 98$).

c) A razão é $-0{,}5 = -\frac{1}{2} = \frac{1}{(-2)}$. Portanto, o número procurado é o oposto ao dobro de 0,25, ou seja, $-0{,}5$.

3. **a)** Camila marcou 6 gols e Fernanda marcou 4; logo, a razão será $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

b) Fernanda marcou 4 gols e o time marcou um total de 12 gols; logo, a razão será $\frac{4}{12} = \frac{1}{3} \simeq 0{,}33$.

c) Camila marcou 6 gols e o time marcou um total de 12 gols; logo, a razão será: $\frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 50\%$.

4. **a)** $\frac{120}{240\,000} = \frac{12}{24\,000} = \frac{1}{2\,000}$
Logo, a razão do número de dentistas para o número de habitantes é de $\frac{1}{2\,000}$.

b) Espera-se que os estudantes concluam que há 2 dentistas para cada grupo de 4 000 pessoas.

- Uma maneira de encontrar a resposta do item **b** é obter uma fração equivalente a $\frac{1}{2\,000}$ com o denominador 4 000.

5. Para saber a porcentagem de meninas em relação ao número total de crianças, fazemos:

$\frac{10}{32} = 0{,}3125 = \frac{31{,}25}{100} = 31{,}25\%$

Logo, 31,25% das crianças que foram acampar são meninas.

6. **a)** Medida de área do quadrado rosa: 4

Medida de área do quadrado amarelo: 100

$\frac{4}{100} = 0{,}04 = 4\%$

A porcentagem da medida de área do quadrado rosa em relação à medida de área do quadrado amarelo é 4%.

b) Medida de área do quadrado verde: 16

Medida de área do quadrado cinza: 36

$\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$

A razão entre a medida de área do quadrado verde e a medida de área do quadrado cinza é $\frac{4}{9}$.

c) Medida de área do maior quadrado: 100

Medida de área total do retângulo: 160

$\frac{100}{160} = \frac{5}{8}$

A fração irredutível da razão entre a medida de área do maior quadrado e a medida de área total do retângulo é $\frac{5}{8}$.

7. Medida do perímetro: 42 m

Sendo um terreno no formato retangular, então se um lado mede 15 m de comprimento, o lado oposto mede também 15 m. Assim, os outros dois lados medirão:

$42 - 15 - 15 = 12$

$12 : 2 = 6$

Os outros dois lados medirão cada um 6 m de comprimento.

Assim, a razão entre a medida de comprimento do lado maior e a do lado menor desse terreno será igual a:

$\frac{\text{lado maior}}{\text{lado menor}} = \frac{15}{6} = 2{,}5 = \frac{25}{10} = \frac{250}{100} = 250\%$

8. Para que a razão dê como resultado um número menor que 1 e maior que 0, quer dizer que o valor absoluto do numerador é menor que o valor absoluto do denominador, porém a e b são negativos; nesse caso, o número que tem maior valor absoluto é menor.

Portanto, o número b é menor.

ATIVIDADES ▶ Página 269

1. **a)** É proporção, pois: $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

b) Não é proporção, pois: $\frac{8}{32} = \frac{1}{4} \neq \frac{2}{7}$

c) É proporção, pois: $\frac{9}{0{,}25} = \frac{81}{2{,}25}$

d) É proporção, pois: $\frac{1{,}5}{6} = \frac{0{,}5}{2}$

e) É proporção, pois: $\frac{35}{28} = \frac{5}{4}$

f) Não é proporção, pois: $\frac{148}{93} \simeq 1{,}6$ e $\frac{37}{24} \simeq 1{,}5$

2. $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$; $\frac{2}{10} = \frac{3}{15}$; $\frac{15}{3} = \frac{10}{2}$; $\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$; $\frac{3}{2} = \frac{15}{10}$; $\frac{10}{2} = \frac{15}{3}$; $\frac{3}{15} = \frac{2}{10}$; $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

3. $\frac{42}{x} = \frac{252}{186}$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$42 \cdot 186 = x \cdot 252$

$x = \frac{42 \cdot 186}{252}$

$x = 31$

Portanto, o valor de x é 31.

4. Indicando por x a quantidade de biscoitos feitos, temos:

$\frac{12}{x} = \frac{4}{15}$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$4 \cdot x = 12 \cdot 15$

$4x = 180$

$x = \frac{180}{4}$

$x = 45$

Logo, foram feitos 45 biscoitos.

5. As razões entre a medida de distância e a de tempo, na subida e na descida, não formam uma proporção, pois: $\frac{220}{40} = 5{,}5$ e $\frac{220}{30} \simeq$ $\simeq 7{,}3$.

6. $\frac{1{,}80}{3} = \frac{x}{7}$

$3x = 1{,}80 \cdot 7$

$3x = 12{,}6$

$x = \frac{12{,}6}{3}$

$x = 4{,}2$

Logo, a altura da árvore mede 4,2 m.

ATIVIDADES ▶ Página 271

1. **a)** De 5 para 10 horas, o número de camisetas dobra, pois passa de 400 para 800.

De 5 para 15 horas, esse número triplica, pois passa de 400 para 1 200.

b) Sim, são diretamente proporcionais.

Para confirmar, podemos encontrar a constante de proporcionalidade:

$\frac{400}{5} = \frac{800}{10} = \frac{1\,200}{15} = 80$

Portanto, a constante de proporcionalidade é 80.

2. Um dos modos de calcular é observar que os números da sequência S_2 são obtidos multiplicando-se por 0,2 os números da sequência S_1. Logo, o quadro completo é:

$S_1 \rightarrow$	**1**	**2**	**3**	**4**
$S_2 \rightarrow$	0,2	0,4	0,6	0,8

3. Para encontrar a constante de proporcionalidade, basta fazer:

$\frac{24}{4} = \frac{12}{2} = \frac{6}{1} = \frac{3}{0{,}5} = 6$

Portanto, a constante de proporcionalidade é 6.

4. Sabendo que $k = 4$, para calcularmos os valores de x, y e z substituímos k por 4:

$x = 3 \cdot 4 = 12$

$y = 5 \cdot 4 = 20$

$z = 7 \cdot 4 = 28$

Portanto, dividindo o número 60 em partes diretamente proporcionais a 3, 5 e 7, Thaís obterá os números 12, 20 e 28.

5. Podemos dividir o número 52 em partes inversamente proporcionais da seguinte maneira:

$$\frac{a}{\frac{1}{2}}+\frac{b}{\frac{1}{3}}+\frac{c}{\frac{1}{4}}=\frac{a+b+c}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}=\frac{52}{\frac{6+4+3}{12}}=\frac{52}{\frac{13}{12}}=52\cdot\frac{12}{13}=48=k$$

$$\frac{a}{\frac{1}{2}}=48 \qquad \frac{b}{\frac{1}{3}}=48 \qquad \frac{c}{\frac{1}{4}}=48$$

$$a=24 \qquad b=16 \qquad c=12$$

Portanto, 24, 16 e 12 são inversamente proporcionais aos números 2, 3 e 4, nessa ordem.

ATIVIDADES ▸ Páginas 274 e 275

1. **a)** Não. Espera-se que os estudantes percebam que a altura de uma pessoa aumenta quando a idade aumenta. Entretanto, o aumento não é diretamente proporcional, ou seja, quando dobramos a idade, a medida da altura não é dobrada; quando triplicamos a idade, a medida da altura não é triplicada.

b) Sim, pois, considerando que as folhas têm a mesma massa, ao duplicarmos a quantidade de folhas, a medida da massa do livro será duplicada, por exemplo.

c) Sim, pois se a quantidade de litros de água dobrar, o valor pago também dobrará, por exemplo.

2. **a)** O preço passa de 8 reais para 16 reais, ou seja, ele dobra. O preço reduz a um quinto, pois 8 reais corresponde a um quinto de 40 reais.

b) Sim, pois as grandezas variam na mesma razão.

3. **a)** $\frac{5}{10}=\frac{20}{x}\Rightarrow x=40$

$\frac{5}{20}=\frac{20}{y}\Rightarrow y=80$

$\frac{5}{30}=\frac{20}{z}\Rightarrow z=120$

b) $\frac{5}{20}=\frac{10}{40}=\frac{20}{80}=\frac{30}{120}=\frac{1}{4}$

c) Para calcular os valores da coluna relativa à grandeza B, basta multiplicar os valores da coluna A por 2, assim:

Grandeza B
10
20
40
60

4. Inicialmente, vamos dividir os 288 reais em três partes: a, b e c.

$a+b+c=288{,}00$

As letras a, b e c indicam as partes da quantia repartida entre as crianças e são diretamente proporcionais as idades delas, que são: 8, 10 e 12 anos. Então:

$\frac{a}{8}=\frac{b}{10}=\frac{c}{12}=k$ (I)

$\frac{a}{8}=k\Rightarrow a=8k$

$\frac{b}{10}=k\Rightarrow b=10k$

$\frac{c}{12}=k\Rightarrow c=12k$

Substituindo esses valores na equação (I), temos:

$8k+10k+12k=288$

$30k=288$

$k=9{,}6$

Como $k=9{,}6$ e $a=8k$, então: $a=8\cdot 9{,}6=76{,}8$

Como $k=9{,}6$ e $b=10k$, então: $b=10\cdot 9{,}6=96$

Como $k=9{,}6$ e $c=12k$, então: $c=12\cdot 9{,}6=115{,}2$

Portanto, a criança de 8 anos receberá R$ 76,80; a de 10 anos, R$ 96,00; e a de 12 anos, R$ 115,20.

5. **a)** Dois irmãos compraram um carro juntos. Juliana pagou R$ 19 000,00 e Lucas, R$ 11 000,00. Depois de alguns anos, venderam o carro por R$ 22 500,00 e dividiram o valor da venda em partes diretamente proporcionais aos valores pagos. Quanto Juliana recebeu? E Lucas?

b) Dividir 22 500 em duas partes: x e y, respectivamente, de Juliana e Lucas. Ou seja:

$x+y=22\,500$

Além disso, devemos ter:

$\frac{x}{19\,000}=k\Rightarrow x=19\,000k$

$\frac{y}{11\,000}=k\Rightarrow y=11\,000k$

Voltando à equação inicial, temos:

$19\,000k+11\,000k=22\,500$

$30\,000k=22\,500$

$k=\frac{22\,500}{30\,000}=\frac{225}{300}=0{,}75$

Logo, como $k=0{,}75$, podemos calcular x e y.

$x=19\,000k\Rightarrow x=19\,000\cdot 0{,}75\Rightarrow x=14\,250$

$y=11\,000k\Rightarrow x=11\,000\cdot 0{,}75\Rightarrow x=8\,250$

Portanto, Juliana recebeu R$ 14 250,00 e Lucas recebeu R$ 8 250,00.

ATIVIDADES ▸ Página 277

1. **a)** $\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, então as grandezas são diretamente proporcionais.

b) $\frac{1}{48}\neq\frac{2}{24}$, mas $\frac{1}{\frac{1}{48}}=\frac{2}{\frac{1}{24}}=48$ e quando x dobra, y fica reduzido à metade, ou seja, uma varia sempre na razão inversa da outra; logo, x e y são grandezas inversamente proporcionais.

2. As grandezas são inversamente proporcionais, pois $\frac{10}{\frac{1}{4}}=\frac{8}{\frac{1}{5}}=$
$=\frac{4}{\frac{1}{10}}=40$

Os estudantes podem, por exemplo, dizer que, quando se divide por 2 o número de estudantes no grupo, a quantidade de grupos é dobrada.

3. $\frac{9}{5}\neq\frac{15}{3}$; portanto, não são diretamente proporcionais.

$\frac{15}{\frac{1}{3}}=\frac{9}{\frac{1}{5}}=45$

Portanto, são inversamente proporcionais.

4. Exemplo de resposta: São necessários 2 minutos para encher um balde usando 1 mangueira. Se forem usadas 2 mangueiras com a mesma vazão, demoraria 1 minuto. Quanto tempo levaria para encher o balde se fossem usadas 4 mangueiras que têm a mesma vazão?

$\frac{2}{1}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=\frac{x}{\frac{1}{4}}$

$\frac{x}{\frac{1}{4}}=2\Rightarrow x=2\cdot\frac{1}{4}\Rightarrow x=0{,}5$

Levaria 0,5 minuto ou 30 segundos.

ATIVIDADES ▸ Páginas 279 e 280

1. A quantidade de latas de leite condensado e a quantidade de docinhos são diretamente proporcionais. Indicando por *x* o número de latas, temos:

$$\frac{1}{x} = \frac{50}{300} \Rightarrow 50 \cdot x = 300 \cdot 1 \Rightarrow x = 6$$

Portanto, Júlia vai precisar de 6 latas de leite condensado.

2. Como as grandezas são diretamente proporcionais, temos:

$$\frac{2}{6} = \frac{4}{x} \Rightarrow 2 \cdot x = 4 \cdot 6 \Rightarrow x = \frac{24}{2} \Rightarrow x = 12$$

$$\frac{2}{6} = \frac{y}{30} \Rightarrow 6 \cdot y = 2 \cdot 30 \Rightarrow y = \frac{60}{6} \Rightarrow y = 10$$

3. O custo é diretamente proporcional ao número de funcionários. Indicando por *x* o custo de 150 funcionários, temos:

$$\frac{100}{150} = \frac{3\,000}{x} \Rightarrow 100x = 150 \cdot 3\,000 \Rightarrow x = \frac{450\,000}{100} \Rightarrow x = 4\,500$$

Portanto, alimentar 150 funcionários custaria durante o mesmo período para a empresa R$ 4 500,00.

4.

Mangueiras	Medida de vazão (L/min)
3	12
7	*x*

Se aumenta a quantidade de mangueiras, aumenta a medida de vazão por minuto, portanto as grandezas são diretamente proporcionais. Então:

$$\frac{3}{7} = \frac{12}{x} \Rightarrow 3x = 7 \cdot 12 \Rightarrow 3x = 84 \Rightarrow x = 28$$

Portanto, a medida de vazão será de 28 litros de água por minuto.

5. A torneira tradicional gasta 80 litros em 5 minutos. Isso quer dizer que ela tem uma medida de vazão de 16 litros por minuto ($80 : 5 = 16$).

Como essa torneira fica aberta por 25 minutos durante 1 dia e há seis torneiras desse tipo, seu gasto diário é de 2 400 litros ($25 \cdot 16 \cdot 6 = 2\,400$).

No entanto, com a mesma medida de vazão, as seis torneiras automáticas ficam abertas 15 minutos por dia. Logo, seu gasto diário é de 1 440 litros ($15 \cdot 16 \cdot 6 = 1\,440$).

Portanto, a economia diária será de 960 litros, pois ($2\,400 - 1\,440 = 960$).

6. Se uma torneira com medida de vazão de 6 L/min enche um balde em 2 minutos, então para poder encher o mesmo balde em metade do tempo a vazão da torneira deverá dobrar, pois as grandezas são inversamente proporcionais.

Logo, a medida de vazão deverá ser de 12 L/min.

7.

Quantidade de páginas	Valor recebido
127	1 789
587	*x*

Se aumenta a quantidade de páginas, aumenta o valor recebido, portanto as grandezas são diretamente proporcionais.

$$\frac{127}{587} = \frac{1\,789}{x} \Rightarrow 127x = 587 \cdot 1\,789 \Rightarrow x = \frac{587 \cdot 1\,789}{127} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{1\,050\,143}{127} \Rightarrow x \simeq 8\,268{,}84$$

Deverá receber aproximadamente R$ 8 268,84.

8. A razão entre a medida de altura e a medida de comprimento da foto original é $\frac{2}{3}$. A foto ampliada medirá 15 cm de altura e *c* cm de comprimento, de modo que:

$$\frac{15}{c} = \frac{2}{3}$$

Assim:

$$2 \cdot c = 15 \cdot 3$$

$$c = \frac{15 \cdot 3}{2} \Rightarrow c = 22{,}5$$

Portanto, a medida do comprimento da foto ampliada se as proporções forem mantidas é 22,5 cm.

9. O total de litros de combustível vendidos por dia é de 25 850 litros, pois:

15 635 L + 10 215 L = 25 850 L

Litros de combustível vendidos	Número de dias
25 850	1
103 400	*x*

$$25\,850 \cdot x = 1 \cdot 103\,400 \Rightarrow x = \frac{103\,400}{25\,850} \Rightarrow x = 4$$

alternativa **c**

10. a) $\frac{1\,000}{4} = \frac{x}{9} \Rightarrow 4x = 1\,000 \cdot 9 \Rightarrow x = \frac{9\,000}{4} \Rightarrow x = 2\,250$

Seriam despejados 2 250 litros por hora.

b) $\frac{2\,250}{1} = \frac{18\,000}{y} \Rightarrow 2\,250\,y = 1 \cdot 18\,000 \Rightarrow y = \frac{18\,000}{2\,250} \Rightarrow y = 8$

Serão necessárias 8 horas.

11.

Quantidade de calças	Quantidade de tecido
78	260
99	*x*

$$\frac{78}{99} = \frac{260}{x} \Rightarrow 78x = 99 \cdot 260 \Rightarrow x = \frac{25\,740}{78} \Rightarrow x = 330$$

Para fabricar 99 calças serão necessários 330 metros de tecido, ou seja, 70 metros a mais.

12.

Medida de velocidade (km/h)	Medida de tempo (h)
60	3
90	*x*

Como as grandezas são inversamente proporcionais, fazemos:

$$\frac{60}{90} = \frac{x}{3} \Rightarrow 90 \cdot x = 60 \cdot 3 \Rightarrow 90x = 180 \Rightarrow x = \frac{180}{90} \Rightarrow x = 2$$

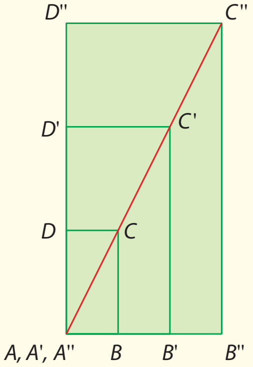
Portanto, se a medida de velocidade for 90 km/h ele gastará 2 horas.

13. Tempo e vazão são grandezas inversamente proporcionais. Portanto, a resolução correta seria:

$$\frac{x}{3} = \frac{15}{10} \Rightarrow 15 \cdot 3 = x \cdot 10 \Rightarrow x = 4{,}5$$

Portanto, a bomba antiga levará 4,5 minutos para encher o tanque.

14. **a)** Elas ficaram sobrepostas. Observe:



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

b) Exemplo de resposta: Para ampliar ou reduzir um retângulo, é possível traçar a diagonal, prolongá-la e determinar as dimensões de novos retângulos, que serão proporcionais às dimensões do retângulo original.

15. Temos a metade das bananas para exatamente a metade de macacos. Se cada macaco come 1 banana em 6 minutos, então 3 macacos comem 3 bananas em 6 minutos. Se cada um come 1 banana em 6 minutos, 18 minutos são suficientes para que cada um coma 3 bananas. Se são 18 bananas, são então necessários 6 macacos comendo 3 bananas cada um.

ATIVIDADES ▶ Página 283

1. **a)** $\frac{14}{100} \cdot 112 = 15{,}68;\ 112 + 15{,}68 = 127{,}68$

b) $\frac{4}{100} \cdot 208{,}5 = 8{,}34;\ 208{,}50 + 8{,}34 = 216{,}84$

c) $\frac{26}{100} \cdot 58{,}30 = 15{,}158;\ 15{,}158 + 58{,}30 \simeq 73{,}46$

d) $\frac{32{,}5}{100} \cdot 47{,}80 = 15{,}535;\ 15{,}535 + 47{,}80 \simeq 63{,}34$

2. $99 - 1\%$ de 99: $99 - \frac{1 \cdot 99}{100} = 99 - 0{,}99 = 98{,}01$

Portanto, o valor obtido será R$ 98,01.

3. Aplicando a regra de três simples, temos:
$\frac{78}{100} = \frac{156}{x} \Rightarrow 78 \cdot x = 156 \cdot 100 \Rightarrow x = \frac{15\,600}{78} \Rightarrow x = 200$
Portanto, Mariana tem 200 figurinhas.

4. Loja A: se terá 20% de desconto, então à vista será pago 80% do valor:
$\frac{80}{100} \cdot 1\,500 = 1\,200$
Loja B: se terá 10% de desconto, então à vista será pago 90% do valor:
$\frac{90}{100} \cdot 1\,400 = 1\,260$
Portanto, na Loja A será pago um valor menor se a compra for feita à vista.

5. Foram reprovados 140 candidatos que participaram do concurso, pois: $210 - 70 = 140$
Aplicando a regra de três simples, temos:
$\frac{210}{140} = \frac{100}{x} \Rightarrow 210 \cdot x = 140 \cdot 100 \Rightarrow x = \frac{14\,000}{210} \Rightarrow x \simeq 66{,}66\%$
Portanto, foram reprovados aproximadamente 66,66% dos candidatos.

6. $100\% + 15\% = 115\%$

115% de x: $\frac{115}{100} \cdot x = 460\,000 \Rightarrow x = \frac{460\,000 \cdot 100}{115} \Rightarrow x = 400\,000$

Portanto, Márcia havia pago R$ 400 000,00 pela casa.

7. Exemplo de resposta: Uma TV estava sendo vendida com 10% de desconto para pagamento à vista. Qual será o preço dessa TV, se ela for paga à vista?

8. Resposta pessoal. Outra estratégia que pode ser utilizada para resolver o problema é utilizar a regra de três.

Se houve um desconto de 40%, significa que foi pago 60% do valor.

$\frac{150}{x} = \frac{100}{60} \Rightarrow 100 \cdot x = 150 \cdot 60 \Rightarrow x = \frac{9\,000}{100} \Rightarrow x = 90$

Para calcular o valor do desconto, fazemos:

$150 - 90 = 60$

Portanto, o desconto foi de 60 reais e o valor atual da bicicleta é 90 reais.

9. $100\% + 10\% = 110\%$

110% de x: $\frac{110}{100} \cdot x = 165 \Rightarrow x = \frac{165 \cdot 100}{110} \Rightarrow x = 150$

Portanto, o valor de conta sem a taxa de serviço seria de R$ 150,00.

10. $100\% - 65\% = 35\%$

35% de $1\,200$: $\frac{35}{100} \cdot 1\,200 = 420$

Portanto, 420 telespectadores entrevistados assistiram a mais de 50% das competições olímpicas.

COMPREENDER UM TEXTO ▶ Página 285

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▶ Página 289

1. **a)** $j = 12\,650 \cdot 0{,}06 \cdot 3$
$j = 2\,277$
Logo, o juro obtido após 3 anos será de R$ 2 277,00.

b) Considerando x a medida de tempo, em anos, temos:
$12\,650 + x \cdot 0{,}06 \cdot 12\,650 = 16\,445$
$759x = 3\,795$
$x = \frac{3\,795}{759}$
$x = 5$
Logo, Paulo terá o montante R$ 16 445,00 após 5 anos.

2. Exemplo de resposta: Calcule o juro simples produzido por um capital de R$ 1 400,00, à taxa de 4,6% ao mês, durante 6 meses.
$j = 1\,400 \cdot 0{,}046 \cdot 6$
$j = 386{,}40$
Logo, o juro produzido é de R$ 386,40.

3. $200 + 200 \cdot 0{,}02 \cdot 8 = 200 + 32 = 232$
Logo, Luciano deverá R$ 232,00 depois de 8 meses.

4. **a)** $750 + 750 \cdot 0{,}05 \cdot 6 = 750 + 225 = 975$
O montante final será R$ 975,00.

b) $700 + 700 \cdot 0{,}04 \cdot 6 = 700 + 168 = 868$
O montante final será R$ 868,00.

c) $600 \cdot 0{,}03 \cdot 7 = 126$
O juro recebido é R$ 126,00.

5. Considerando x o valor que a pessoa deve aplicar, temos:
$x + 0{,}04 \cdot 14 \cdot x = 234$
$x + 0{,}56x = 234$
$1{,}56x = 234$
$x = 150$
O investidor deve aplicar R$ 150,00.

6. Considerando x a medida de tempo, em meses, fazemos:

$83{,}25 = 370 \cdot \frac{2{,}5}{100} \cdot x$

$83{,}25 = 9{,}25\,x$

$x = \frac{83{,}25}{9{,}25} = 9$

Logo, o capital deve ficar aplicado por 9 meses.

7. **a)** Temos: 3 · R\$ 1 650,00 = R\$ 4 950,00.

Para calcular o valor, em real, do juro cobrado, determinamos a diferença do valor à vista e o parcelado:

R\$ 4 950, 00 – R\$ 4 200,00 = R\$ 750,00

Considerando x a taxa de juro cobrada, fazemos:

$750 = 4\,200 \cdot x \cdot 3$

$750 = 12\,600x$

$x = \frac{750}{12\,600}$

$x \simeq 0{,}0595 = 5{,}95\%$

Logo, a taxa de juro simples mensal é de 5,95%.

b) R\$ 4 200,00 – R\$ 4 000,00 = R\$ 200,00

Assim, é necessário calcular por quanto tempo R\$ 4 000,00 deve ficar aplicado para produzir R\$ 200,00 de juro a uma taxa de juro simples de 2,5% ao mês. Considerando x o tempo, em mês, temos:

$200 = 4\,000 \cdot 0{,}025 \cdot x$

$200 = 100x$

$x = \frac{200}{100} = 2$

Logo, seria necessário aguardar 2 meses.

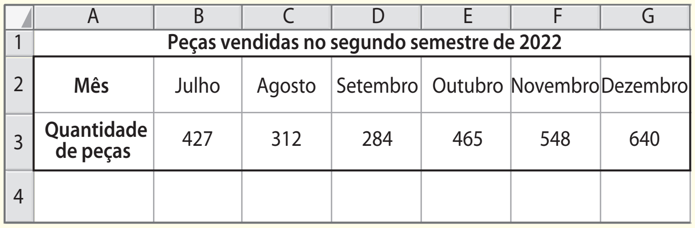
- Espera-se que os estudantes respondam que é mais vantajoso comprar o televisor com pagamento à vista, pois aplicando o capital de R\$ 4 000,00, após dois meses é possível comprá-lo à vista. E a prazo, o valor pago de juros é R\$ 750,00.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA ▸ Página 291

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Páginas 293 e 294

1. **a)**

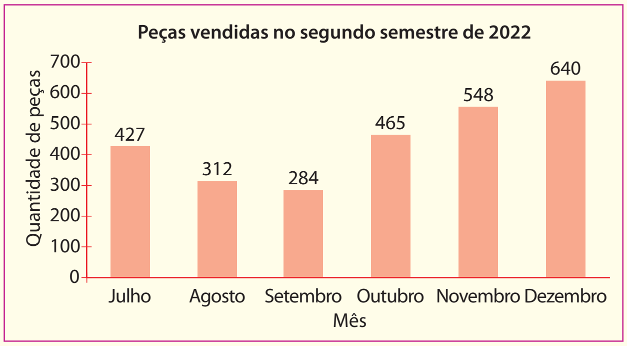


	A	B	C	D	E	F	G
1	**Peças vendidas no segundo semestre de 2022**						
2	**Mês**	Julho	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro	Dezembro
3	**Quantidade de peças**	427	312	284	465	548	640
4							

Dados obtidos por Reginaldo em janeiro de 2023.

b) Gráfico de barras, pois por meio dele é possível visualizar a variação de vendas.

c)

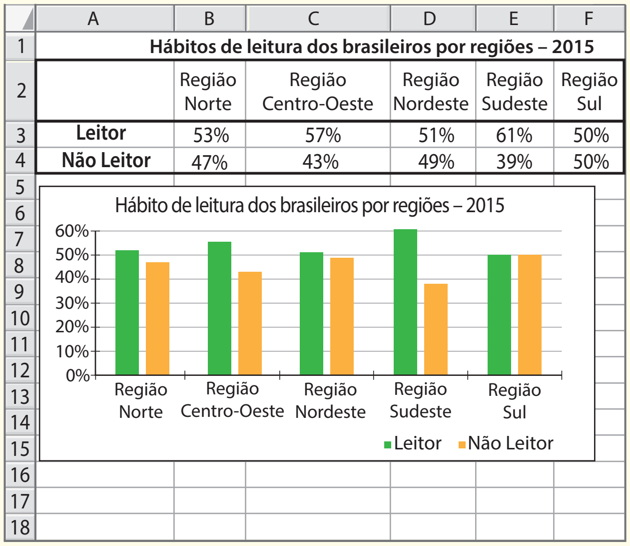


Dados obtidos por Reginaldo em janeiro de 2023.

2. **a)** Gráfico de setores, mostrando em porcentagem a intenção dos votos; gráfico de barras, mostrando em porcentagem a intenção dos votos ou os números relacionados à intenção dos votos.

b) Juliana pode indicar como “Não sei” ou “Indecisos”.

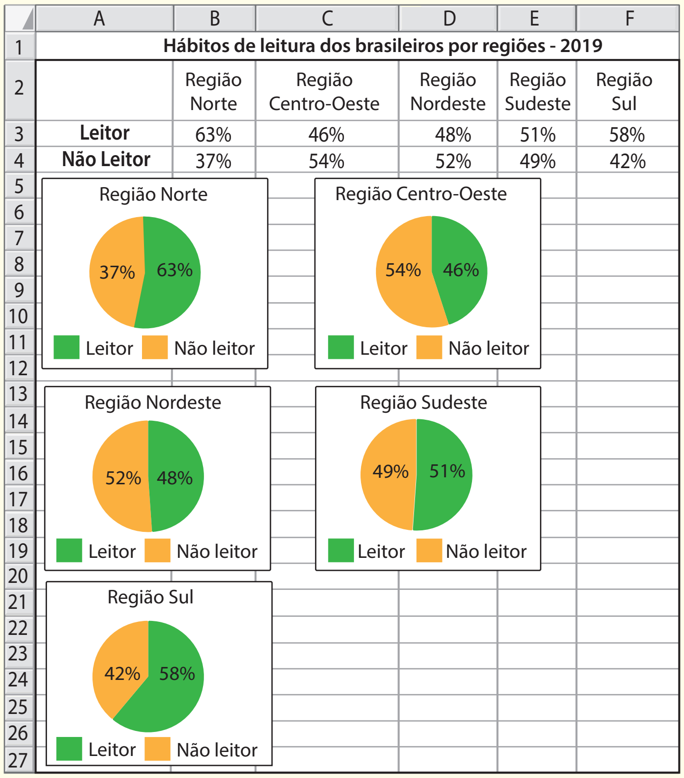
3. **a)**



	A	B	C	D	E	F
1	**Hábitos de leitura dos brasileiros por regiões – 2015**					
2		Região Norte	Região Centro-Oeste	Região Nordeste	Região Sudeste	Região Sul
3	**Leitor**	53%	57%	51%	61%	50%
4	**Não Leitor**	47%	43%	49%	39%	50%

INSTITUTO PRÓ-LIVRO. Disponível em: https://www.prolivro.org.br/wp-content/uploads/2020/12/5a_edicao_Retratos_da_Leitura-_IPL_dez2020-compactado.pdf. Acesso em: 6 fev. 2022.

b)



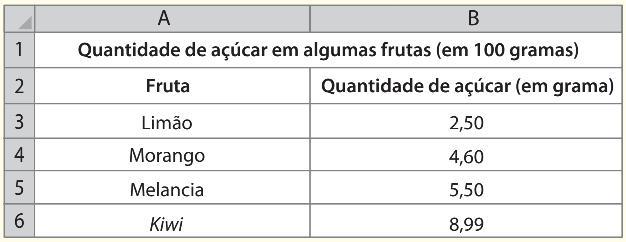
	A	B	C	D	E	F
1	**Hábitos de leitura dos brasileiros por regiões - 2019**					
2		Região Norte	Região Centro-Oeste	Região Nordeste	Região Sudeste	Região Sul
3	**Leitor**	63%	46%	48%	51%	58%
4	**Não Leitor**	37%	54%	52%	49%	42%

INSTITUTO PRÓ-LIVRO. Disponível em: https://www.prolivro.org.br/wp-content/uploads/2020/12/5a_edicao_Retratos_da_Leitura-_IPL_dez2020-compactado.pdf. Acesso em: 6 fev. 2022.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

c) Espera-se que os estudantes respondam no gráfico de barras duplas, pois conseguem ver região por região em uma única visualização.

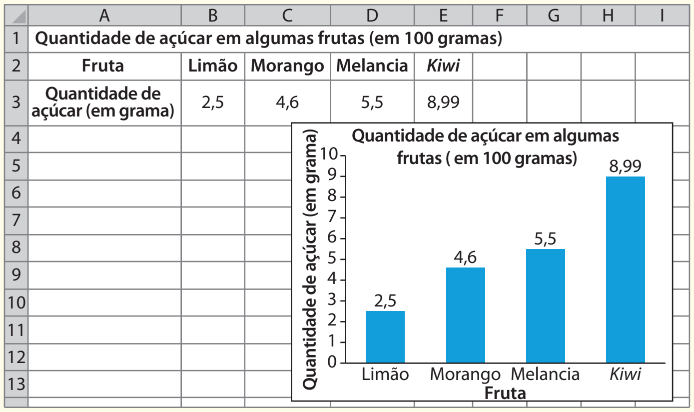
4. **a)**



	A	B
1	**Quantidade de açúcar em algumas frutas (em 100 gramas)**	
2	**Fruta**	**Quantidade de açúcar (em grama)**
3	Limão	2,50
4	Morango	4,60
5	Melancia	5,50
6	*Kiwi*	8,99

MUNDO Boa Forma. Disponível em: https://www.mundoboaforma.com.br/13-frutas-com-menos-carboidratos-e-acucar/. Acesso em: 6 fev. 2022.

b) Exemplo de resposta:



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**Quantidade de açúcar em algumas frutas (em 100 gramas)**								
2	**Fruta**	**Limão**	**Morango**	**Melancia**	***Kiwi***				
3	**Quantidade de açúcar (em grama)**	2,5	4,6	5,5	8,99				
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									

MUNDO Boa Forma. Disponível em: https://www.mundoboaforma.com.br/13-frutas-com-menos-carboidratos-e-acucar/. Acesso em: 17 jul. 2022.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▶ Páginas 295 e 296

1. Exemplo de resposta: $\frac{4}{3}$, pois $\frac{4}{3} = \frac{12}{9}$.

2. **a)** Como $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ e $\frac{2,5}{9,5} = \frac{25}{95} = \frac{5}{19}$, então as razões não formam uma proporção.

b) Como $\frac{51}{68} = \frac{3}{4}$ e $\frac{16,5}{22} = \frac{165}{220} = \frac{3}{4}$, então as razões formam uma proporção.

3. **a)** Como o maior triângulo foi dividido em 9 triângulos idênticos, significa que a medida de área do maior triângulo é 9 vezes maior que a medida de área de um dos triângulos menores. Portanto, a razão pedida é $\frac{1}{9}$.

b) Aproximadamente 11%, pois $\frac{1}{9} \simeq 0,11$.

c) O triângulo maior foi dividido em 9 partes iguais, das quais 3 não estão pintadas de azul; logo, temos $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

d) Como $\frac{1}{3}$ não está pintado de azul, então significa que $\frac{2}{3}$ estão pintados de azul. Logo, a fração irredutível é $\frac{2}{3}$.

e) Aproximadamente 33% e 67%, respectivamente, pois $\frac{1}{3} \simeq 0,33$ e $\frac{2}{3} \simeq 0,67$.

4. **a)** Como a constante de proporcionalidade é 3 e as sequências de números são diretamente proporcionais, fazemos:

$81 : 3 = 27$ $\quad 99 : 3 = 33$ $\quad 117 : 3 = 39$

$90 : 3 = 30$ $\quad 108 : 3 = 36$

Assim:

S_1 →	81	90	99	108	117
S_2 →	27	30	33	36	39

b) Como a constante de proporcionalidade é 20 e as sequências de números são inversamente proporcionais, fazemos:

$20 : 10 = 2$ $\quad 20 : 2,5 = 8$ $\quad 20 : 1,25 = 16$

$20 : 5 = 4$ $\quad 20 : 4 = 5$

Assim:

S_1 →	10	5	2,5	4	1,25
S_2 →	2	4	8	5	16

5. Para saber o preço de uma camiseta, fazemos:

$120 : 3 = 40$

Como uma camiseta custa 40 reais, então para calcular o preço de 5 camisetas, fazemos:

$5 \cdot 40 = 200$

Logo, Bianca pagará R$ 200,00 por 5 camisetas.

6.

Medida de velocidade (km/h)	Medida de tempo (h)
200	3
280	*x*

Velocidade e tempo são grandezas inversamente proporcionais, então:

$\frac{200}{280} = \frac{x}{3} \Rightarrow 280x = 600 \Rightarrow x = \frac{600}{280} \Rightarrow x \simeq 2,14$

$2,14 \text{ h} = 2,14 \cdot 60 \text{ min} = 128,4 \text{ min}$

O trem gastaria aproximadamente 128 minutos.

7. *a*, *b* e *c* indicam as partes da quantia repartida e são diretamente proporcionais aos investimentos, que são: 8 000, 6 000 e 12 000. Então:

$a + b + c = 91\,000$ (I)

$\frac{a}{8\,000} = \frac{b}{6\,000} = \frac{c}{12\,000} = k$

$\frac{a}{8\,000} = k \Rightarrow a = 8\,000k$

$\frac{b}{6\,000} = k \Rightarrow b = 6\,000k$

$\frac{c}{12\,000} = k \Rightarrow c = 12\,000k$

Substituindo esses valores na equação (I), temos:

$8\,000k + 6\,000k + 12\,000k = 91\,000$

$26\,000k = 91\,000$

$k = \frac{91\,000}{26\,000} \Rightarrow k = 3,5$

Como $k = 3,5$ e $a = 8\,000k$, então: $a = 8\,000 \cdot 3,5 = 28\,000$

Como $k = 3,5$ e $b = 6\,000k$, então: $b = 6\,000 \cdot 3,5 = 21\,000$

Como $k = 3,5$ e $c = 12\,000k$, então: $c = 12\,000 \cdot 3,5 = 42\,000$

Portanto, eles receberam R$ 28 000,00, R$ 21 000,00 e R$ 42 000,00, respectivamente.

8. Para a construção dessa laje foram utilizados 1 400 kg de cimento ($35 \cdot 40 = 1\,400$).

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Se em 7 cm foram usados 1 400 kg, fazendo uma regra simples de proporcionalidade, descobrimos quantos quilogramas seriam usados em 5 cm:

7 — 1 400

5 — x

$x = 1\,000$

$1\,400 - 1\,000 = 400$

Logo, foram economizados 400 kg de cimento.

9. Primeiro vamos transformar km em cm:

18 km = (18 · 100 000) cm = 1 800 000 cm

48 km = (48 · 100 000) cm = 4 800 000 cm

Agora, para calcular a medida da distância no mapa, fazemos:

$$\frac{6}{1\,800\,000} = \frac{x}{4\,800\,000}$$

$$1\,800\,000 \cdot x = 6 \cdot 4\,800\,000$$

$$x = \frac{28\,800\,000}{1\,800\,000}$$

$$x = 16$$

Logo, a medida da distância entre esses dois municípios no mapa é 16 cm.

10. Seja x a medida de distância real entre as duas cidades do mapa:

$$\frac{25}{5\,000} = \frac{15}{x}$$

$$25 \cdot x = 15 \cdot 5\,000$$

$$x = \frac{15 \cdot 5\,000}{25}$$

$$x = 3\,000$$

Logo, a medida da distância real entre esses dois municípios é 3 000 km.

11. O vizinho de João tem 73 galinhas, que botam 73 dúzias de ovos em 73 dias. Então, por dia, as 73 galinhas botam juntas 1 dúzia de ovos. Trinta e sete galinhas correspondem a cerca de metade das galinhas de Mauro, então, 73 galinhas comeriam o dobro de milho. Assim, para obter 1 dúzia de ovos, seriam necessários, aproximadamente, 2 kg de milho.

12. Exemplo de resposta: Dois pedreiros constroem um galpão em 15 dias, quantos pedreiros seriam necessários para construir esse mesmo galpão em 10 dias?

Pedreiros	Dias
2	15
x	10

Quantidade de trabalhadores e tempo são grandezas inversamente proporcionais; então:

$$\frac{2}{x} = \frac{10}{15} \Rightarrow 10x = 30 \Rightarrow x = \frac{30}{10} \Rightarrow x = 3$$

Logo, serão necessários 3 pedreiros.

13. $\frac{1\,680}{8\,400} = 0{,}2 \cdot 100 = 20\%$

14. a) $J = 199 \cdot 0{,}005 \cdot 5$

$J \simeq 32{,}48$

$1\,299 + 32{,}48 \simeq 1\,331{,}48$

Portanto, Cláudio pagará aproximadamente R$ 1 331,48.

b) $1\,331{,}48 - 1\,299{,}00 \simeq 32{,}48$

Portanto, a diferença é R$ 32,48.

15. $4{,}42 \cdot 1{,}006 \simeq 4{,}45$

- Espera-se que os estudantes comentem que sim, pois pode haver diferença de preços de um estabelecimento para outro.

16. Como Maria teve 15% de desconto, significa que ela pagou 85% do valor anunciado (100% – 15% = 85%).

Uma maneira de calcular o valor anunciado é:

Valor	Porcentagem
x	100
80,75	85

$$\frac{100}{85} = \frac{x}{80{,}75}$$

$$85x = 8\,075$$

$$x = \frac{8\,075}{85}$$

$$x = 95$$

Logo, o valor anunciado da calça é 95 reais.

Exemplo de resposta: Costumo pedir sim. O desconto reduz o valor anunciado do produto e isso é bom para quem paga, pois economiza dinheiro.

17. a) Plano semestral: $6 \cdot 60 = 360$

Plano trimestral: $3 \cdot 70 = 210$; como um semestre tem dois trimestres, então: $2 \cdot 210 = 420$

Plano mensal: $6 \cdot 80 = 480$

Logo, a escola de dança cobra R$ 360,00 no plano semestral, R$ 420,00 no plano trimestral e R$ 480,00 no plano mensal por um período de 6 meses.

b) $420 - 360 = 60$

$\frac{60}{420} \simeq 0{,}143$ $\qquad 0{,}143 \cdot 100 = 14{,}3\%$

Logo, a economia será de aproximadamente 14,3%.

c) $480 - 360 = 120$

$\frac{120}{360} \simeq 0{,}333$ $\qquad 0{,}333 \cdot 100 = 33{,}3\%$

Logo, ele está pagando a mais aproximadamente 33,33%.

d) Espera-se que os estudantes respondam que o plano semestral é mais barato que os demais, como vimos no item **a**. Uma desvantagem de um plano mais longo, por exemplo, é o prejuízo maior em caso de desistência.

18. a) Como o juro é de 2% ao mês, para calcular o juro em 10 meses, fazemos:

$10 \cdot 2\% = 20\%$

b) Para calcular o valor da parcela, primeiro vamos calcular o valor total com juros: $2\,250 \cdot 1{,}20 = 2\,700$.

Agora, dividimos R$ 2 700,00 por 10 para obter o valor da parcela:

$2\,700 : 10 = 270$

Portanto, o valor de cada parcela será R$ 270,00.

19. a) Considerando a e b a parte que cada um recebeu, temos:

$a + b = 225$ (I)

$$\frac{a}{190} = \frac{b}{110} = k$$

$$\frac{a}{190} = k \Rightarrow a = 190k$$

$\frac{b}{110} = k \Rightarrow b = 110k$

Substituindo os valores de a e b na equação (I):

$190k + 110k = 225$

$300k = 225$

$k = \frac{225}{300} \Rightarrow k = 0{,}75$

Assim:

$a = 190 \cdot 0{,}75 = 142{,}50$

$b = 110 \cdot 0{,}75 = 82{,}50$

Portanto, Guilherme recebeu R$ 142,50 e Artur, R$ 82,50.

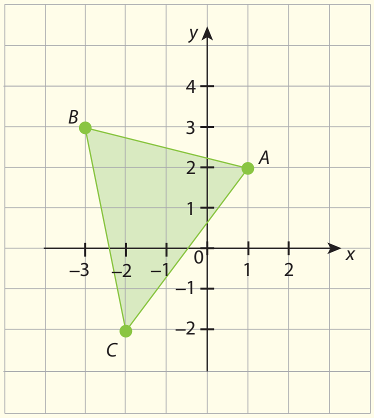
b) $\frac{110}{82{,}5} = \frac{1\,100}{825} = \frac{4}{3}$

Capítulo 12

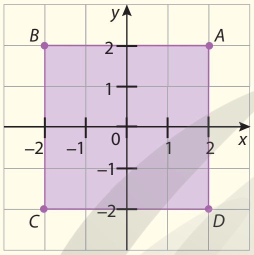
ATIVIDADES ▸ Páginas 300 e 301

1. A(2, 3); B(5, 0); C(–3, 1); D(–5, 4); E(–4, –1); F(0, –1); G(4, –1)

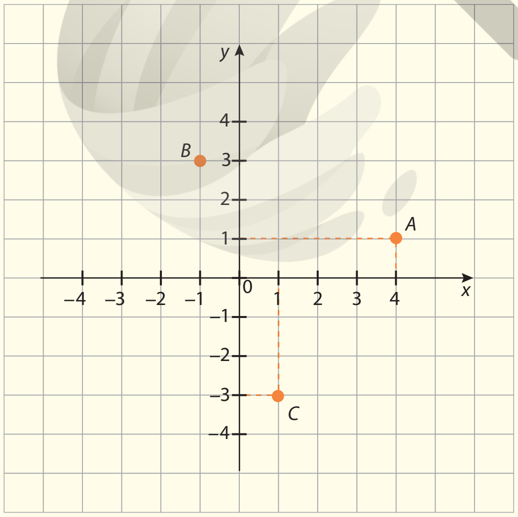
2. a)



b)

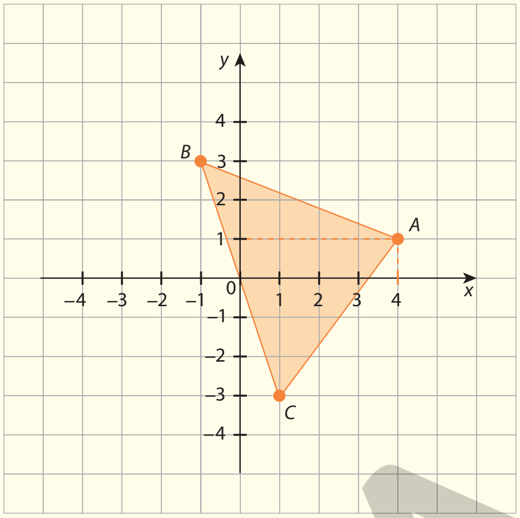


3.

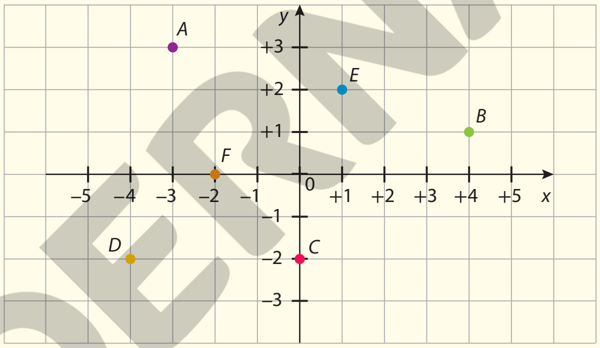


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

A figura formada ligando-se os pontos dois a dois e, depois, preenchendo seu interior, é um triângulo.



4. Os estudantes deverão representar os pontos a seguir em um plano cartesiano em malha quadriculada.



a) A'(|–3|, |3|) = A'(3, 3)

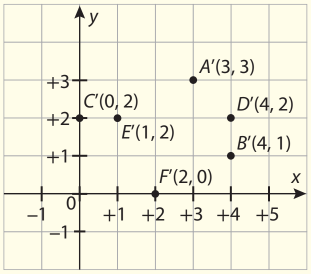
B'(|4|, |1|) = B'(4, 1)

C'(|0|, |–2|) = C'(0, 2)

D'(|–4|, |–2|) = D'(4, 2)

E'(|1|, |2|) = E'(1, 2)

F'(|–2|, |0|) = F'(2, 0)

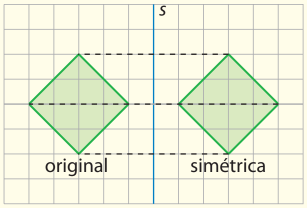


ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

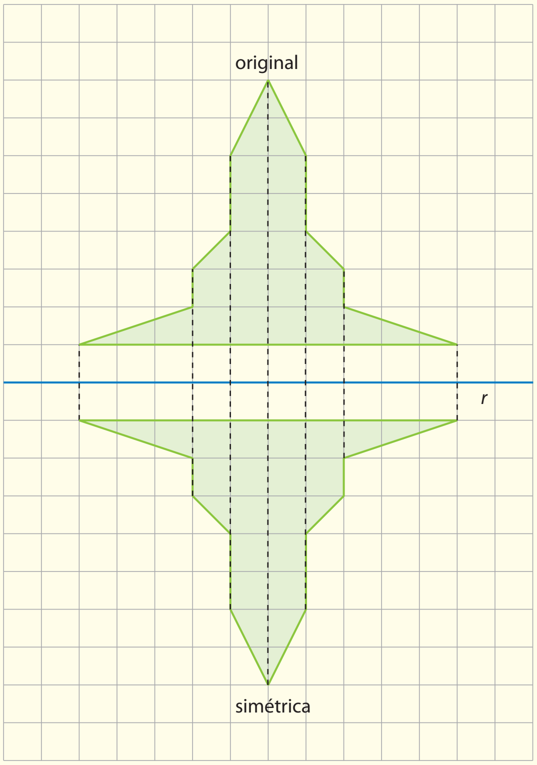
b) Espera-se que os estudantes descrevam com as próprias palavras que o ponto F' está sobre o eixo das abscissas, o ponto C' está sobre o eixo das ordenadas, e que os demais pontos estão todos no 1º quadrante.

ATIVIDADES ▸ Páginas 304 e 305

1.

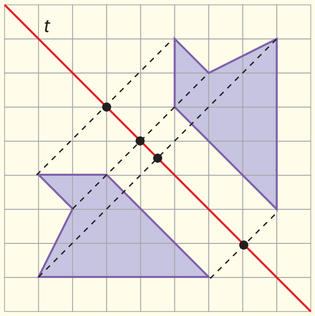


2.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

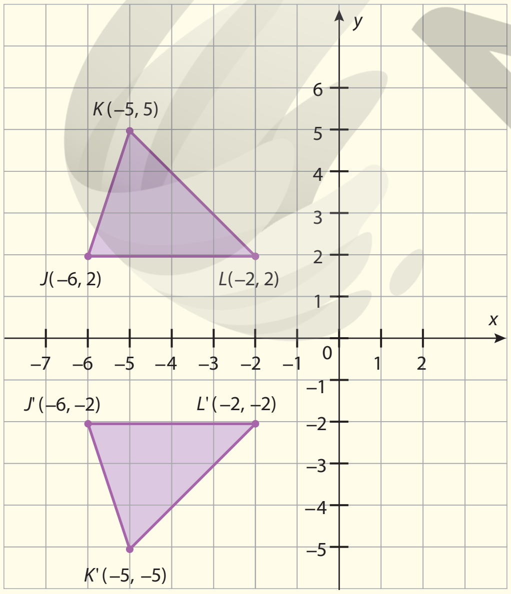
3.



4. **a)** Multiplicando as ordenadas dos pontos A, B e C por –1.

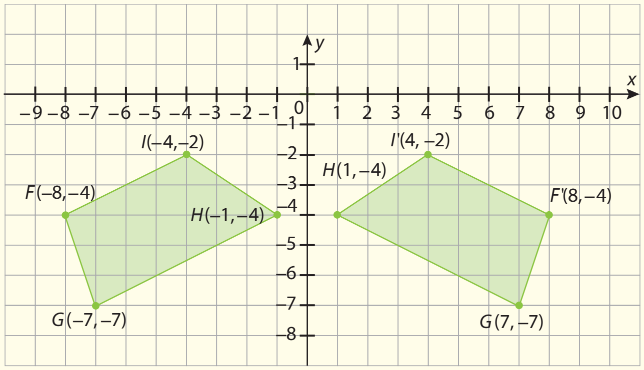
b) $A'(0, -3)$, $B'(1, -1)$ e $C'(4, -2)$

5. Para encontrar as coordenadas dos vértices da figura simétrica multiplicamos as ordenadas por –1:



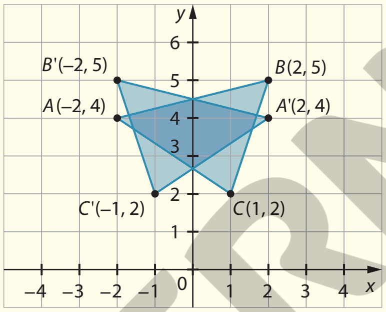
ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

6. Para encontrar as coordenadas dos vértices da figura simétrica multiplicamos as abscissas por –1:



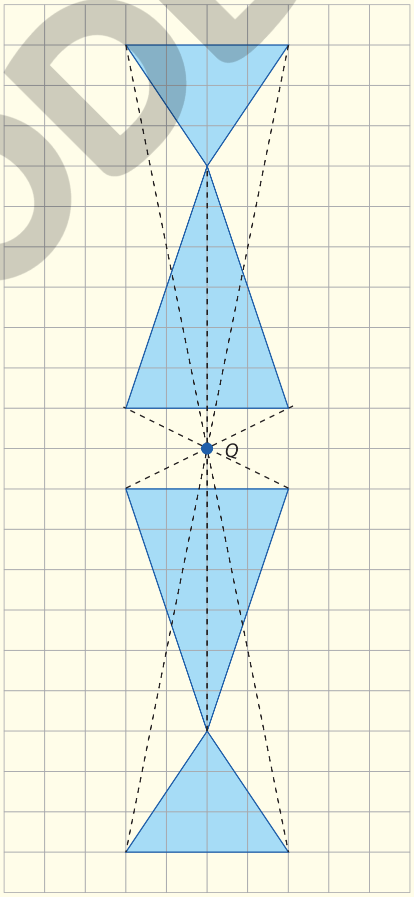
7. **a)** Para encontrar as coordenadas dos vértices da figura simétrica multiplicamos as abscissas por –1:
$A'(2, 4)$, $B'(-2, 5)$ e $C'(-1, 2)$

b)



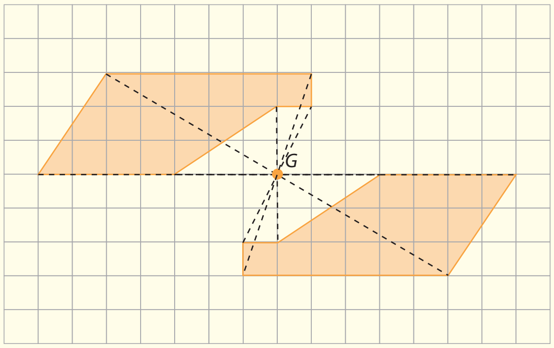
ATIVIDADES ▶ Páginas 307 e 308

1.



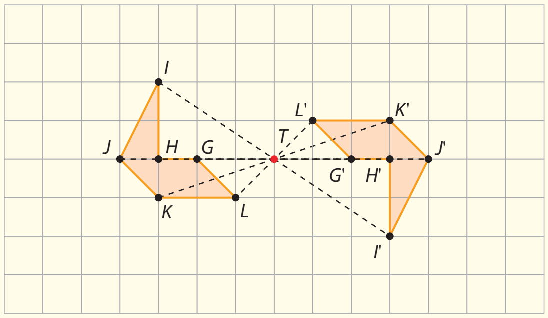
ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

2.



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

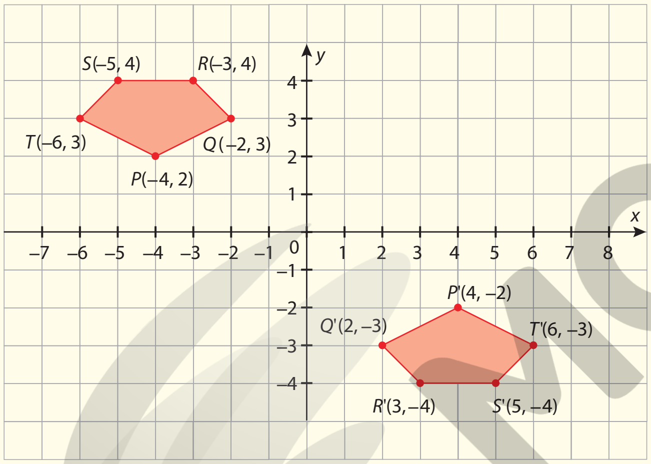
3.



4. **a)** Multiplicando as abscissas e as ordenadas dos pontos *A*, *B* e *C* por –1.

b) *A'*(1, –4), *B'*(5, 0) e *C'*(2, –1)

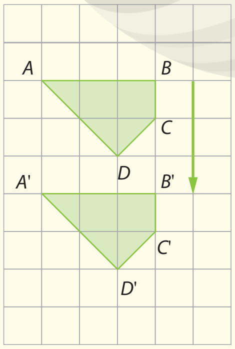
5. Para determinar o simétrico em relação à origem do pentágono *PQRST*, multiplicamos as abscissas e as ordenadas dos pontos que representam os vértices por –1.



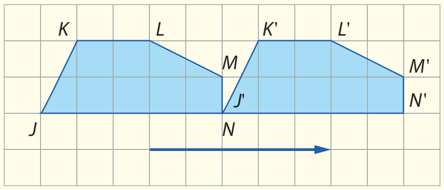
LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES ▶ Páginas 309 e 310

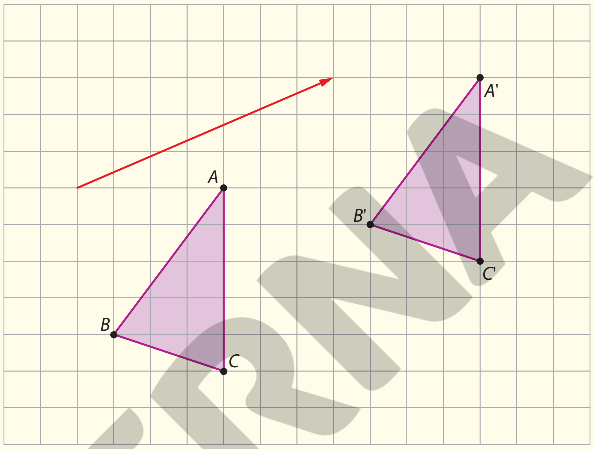
1. **a)** Cada ponto da figura deve ser deslocado 3 unidades para baixo:



b) Cada ponto da figura deve ser deslocado 5 unidades para a direita:



2. Exemplo de resposta. Para encontrar o vetor de translação, os estudantes podem unir a vértice *A* ao vértice *A'* e desenhar um vetor paralelo a esse segmento de reta.

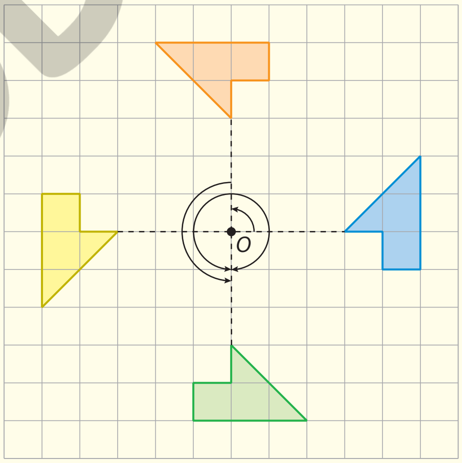


3. Não, pois a figura 2 não tem as mesmas medidas da figura 1.

4. Direção horizontal.

ATIVIDADES ▶ Página 313

1.



a) 90°

b) A figura verde.

c) 270° no sentido anti-horário ou 90° no sentido horário.

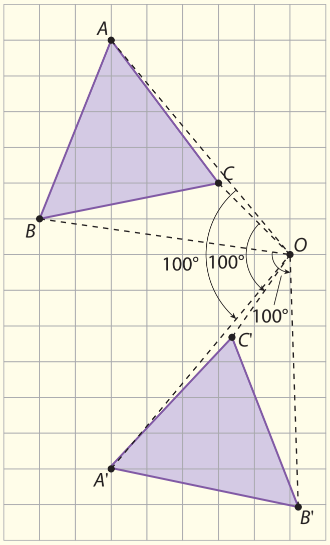
d) 360°

2. **a)** Rotação com giro de medida igual a 180° no sentido horário ou rotação de medida igual a 180° no sentido anti-horário.

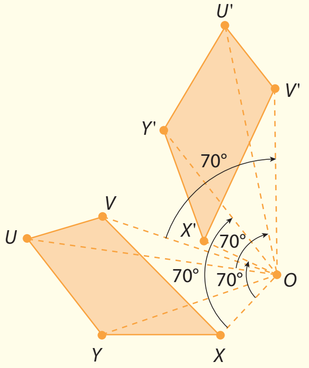
b) Rotação com giro de medida igual a 90° no sentido horário ou rotação de medida igual a 270° no sentido anti-horário.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

3.

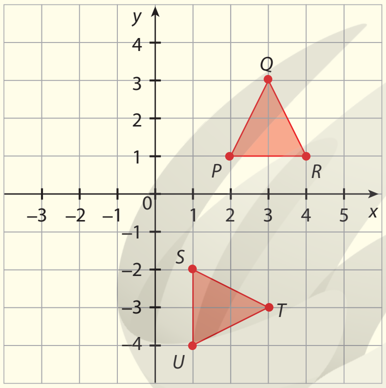


4. Exemplo de resposta:



5. Rotação com giro de medida igual de 180° no sentido horário (ou rotação com giro de medida igual 180° no sentido anti-horário) em torno da origem do plano cartesiano.

6.



Exemplo de resposta: O triângulo *STU* é a imagem por uma rotação com giro de medida igual a 90°, em torno da origem, no sentido horário do triângulo *PQR*.

INFORMÁTICA E MATEMÁTICA ▸ Página 315

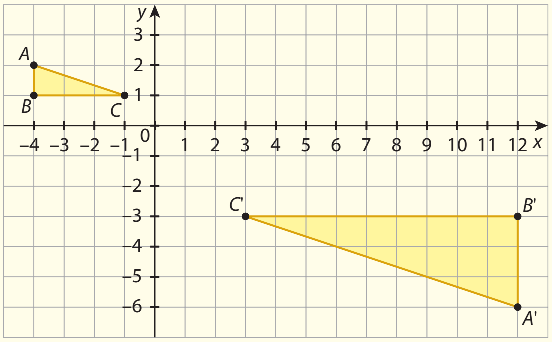
Resolução e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▸ Página 317

1. **a)** Exemplo de resposta: Podemos afirmar que o triângulo *A'B'C'* é uma ampliação do triângulo *ABC*.

b) Multiplicando as coordenadas dos vértices do triângulo *ABC* por 3.

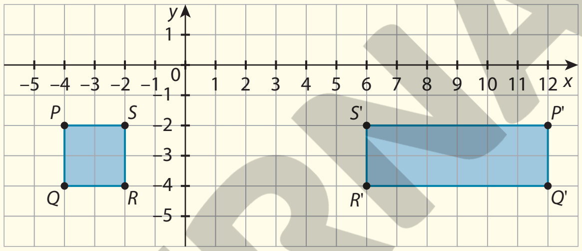
2.



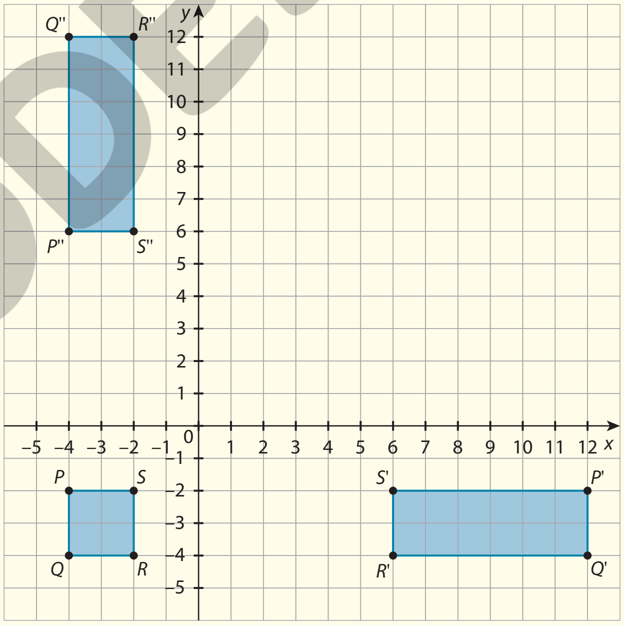
a) A'(12, –6), B'(12, –3) e C'(3, –3)

b) Espera-se que os estudantes percebam que o triângulo *A'B'C'* é uma ampliação invertida do triângulo *ABC*.

3. **a)** P'(12, –2), Q'(12, –4), R'(6, –4) e S'(6, –2)



b) P''(–4, 6), Q''(–4, 12), R''(–2, 12) e S''(–2, 6)



ATIVIDADES ▸ Página 320

1. **a)** Exemplo de resposta:

Emblemágico: reflexão em relação a uma reta vertical que passa pelo centro da imagem.

Emblemágico 78: reflexão em relação a uma reta vertical que passa pelo centro da imagem.

b) Espera-se que os estudantes abordem na pesquisa algumas influências originárias do povo africano, por exemplo, na música e na dança: jongo, roda de

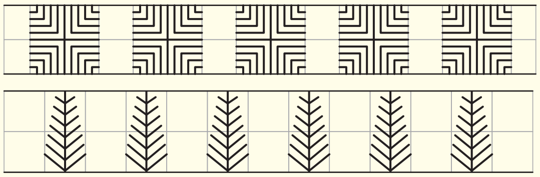
LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

capoeira, maracatu e samba de roda; nos instrumentos de música: berimbau, tambores e agogô; na religião: candomblé e umbanda; na culinária: azeite de dendê; e nos aspectos da língua.

2. Exemplo de resposta: Reflexão em relação a uma reta, translação e rotação.

3. Exemplos de respostas:



ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Página 322

1. **a)** Verdadeira, pois a amostra de uma população é uma parte da população que queremos estudar.
b) Falsa, pois, a pesquisa censitária é feita consultando toda a população.
c) Falsa, pois a pesquisa amostral é feita consultando apenas parte da população.
d) Falsa, pois, se o público-alvo é pequeno, é indicado fazer uma pesquisa censitária.
alternativa **a**

2. **a)** população: clientes que compraram produtos na loja no último mês; pesquisa censitária.
b) população: os 240 moradores do prédio; pesquisa amostral.
c) população: todos os alunos da academia; pesquisa censitária.

3. Resposta pessoal. Exemplo de respostas:
1) Coleta de lixo e reciclagem.
2) Deverão ser feitas perguntas claras e objetivas.
Como você armazena seu lixo, em sacos plásticos próprios para lixo ou em sacolinhas de mercado? Você conhece a coleta seletiva? Você separa seu lixo para a coleta seletiva?
3) Amostral, se o tempo for curto, ou censitária, se há tempo hábil.
4) Entrevista com os moradores do bairro.
5) Gráfico de setores mostrando as porcentagens dos que fazem a coleta de forma correta, separando lixo reciclável ou não.
6) Como o gráfico mostra a porcentagens dos que fazem a coleta de forma correta, separando lixo reciclável ou não, podemos concluir como é feita a separação e coleta de lixo do bairro.
7) Sim.
8) Oriente os alunos a apresentar as conclusões sobre o trabalho baseado nas questões propostas no início.

TRABALHO EM EQUIPE ▸ Página 323

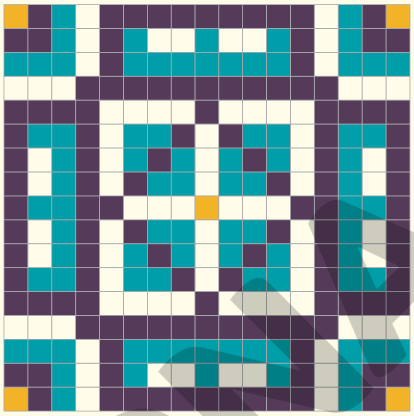
Resolução e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Páginas 324 e 325

1. **a)** Falsa, pois é o de cor laranja.
b) Verdadeira, pois ambos medem 2 unidades de comprimento.
c) Falsa, pois a figura transladada mantém as medidas de comprimento e medidas angulares.
d) Verdadeira, pois ambas têm a medida de comprimento do vetor laranja.

2. **a)** Espera-se que os estudantes concordem.
b) Exemplo de resposta: O polígono *A'B'C'D'* foi obtido do polígono *ABCD* por meio de um giro, no sentido anti-horário, com medida de 75° ao redor do ponto *O*.

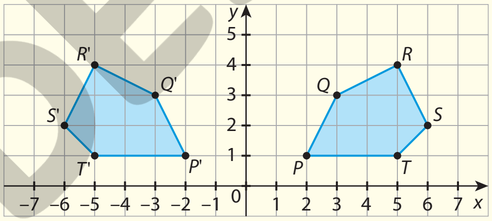
3. **a)** Exemplo de resposta: Reflexão em relação à reta, reflexão em relação a um ponto, translação e rotação.
b) Resposta pessoal. Exemplo de resposta:



4. **a)** Para determinar as coordenadas do simétrico em relação ao eixo *y*, multiplicamos as abscissas dos pontos que representam os vértices por –1. Então:

$P'(-2, 1)$, $Q'(-3, 3)$, $R'(-5, 4)$, $S'(-6, 2)$ e $T'(-5, 1)$

b)



5. Para determinar as coordenadas do simétrico em relação ao eixo *x*, multiplicamos as ordenadas dos pontos que representam os vértices por –1. Então:

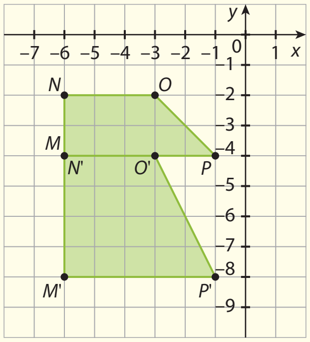
$A'(1, -1)$, $B'(1, -3)$, $C'(5, -5)$ e $D'(5, -2)$

6. Para determinar as coordenadas do simétrico em relação à origem, multiplicamos as abscissas e as ordenadas dos pontos que representam os vértices por –1. Então:

$A'(2, 6)$, $B'(3, 1)$, $C'(5, 3)$ e $D'(5, 5)$

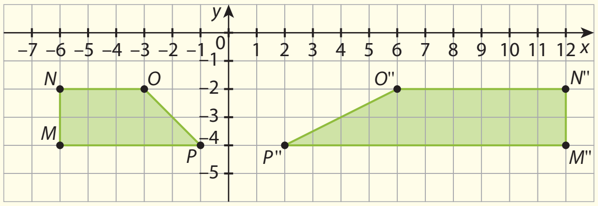
7. **a)** $M(-6, -4)$, $N(-6, -2)$, $O(-3, -2)$ e $P(-1, -4)$

b)

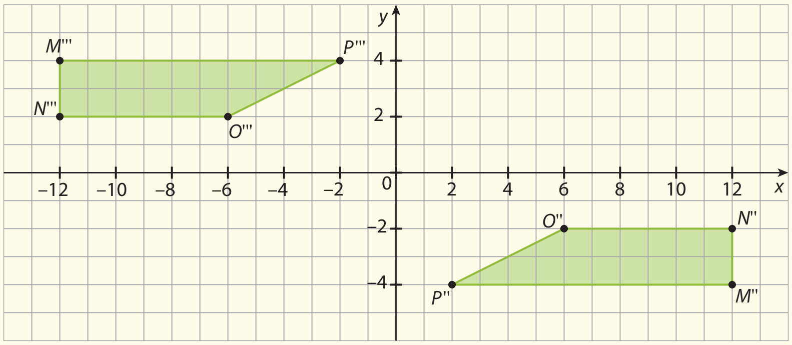


ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

c)



d)



Para finalizar ▸ Páginas 326 e 327

Resoluções e comentários em *Orientações*.

▸ Avaliação de resultado

MOSTRE O QUE VOCÊ APRENDEU ▸ Páginas 328 e 329

1. O tempo para finalizar a pintura depende da quantidade de pintores contratados. Se 2 pintores realizam o serviço em 6 dias, então 4 pintores, mantendo o ritmo de trabalho, fariam o serviço em menos dias. Assim, as grandezas "tempo de execução do serviço" e "quantidade de pintores" são grandezas inversamente proporcionais, isto é, quando uma grandeza varia sempre na razão inversa da outra, ou seja, quando o valor de uma grandeza dobra, o valor da outra se reduz pela metade, por exemplo. Observe o quadro a seguir.

Quantidade de pintores	Tempo para finalizar a pintura
2	6
4	x

A grandeza "quantidade de pintores" dobra, então a grandeza "tempo" reduzirá pela metade. Logo, o tempo para finalizar a pintura será de 3 dias.
alternativa **b**

2. Espera-se que os estudantes concluam que a figura 1 é composta por 15 cubinhos cuja medida de volume é igual a 1 cm^3, então a medida do volume dessa figura é igual a 15 cm^3. A figura 2 é composta por 16 cubinhos, logo sua medida de volume é igual a 16 cm^3.
alternativa **a**

3. Vamos calcular os termos da sequência numérica na forma $(a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots)$ em que o enésimo termo é dado por $a_n = 7n$, da maneira indicada a seguir.
$a_1 = 7 \cdot 1 = 7$
$a_2 = 7 \cdot 2 = 14$
$a_3 = 7 \cdot 3 = 21$
$a_4 = 7 \cdot 4 = 28$
Portanto, a sequência numérica é (7, 14, 21, 28, ...).
alternativa **b**

4. Para determinar a solução da equação $\frac{x}{2} + 1 = 3$, considerando $U = \mathbb{Q}$, podemos fazer:
$\frac{x}{2} + 1 - 1 = 3 - 1$
$\frac{x}{2} \cdot 2 = 2 \cdot 2$
$x = 4$
A solução da equação é 4.
alternativa **c**

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

5. O gráfico representa um total de 30 veículos que foram vendidos no último mês em certa concessionária, segundo as quatro opções de cores disponíveis.

O setor da cor prata preenche metade do gráfico apresentado, então representa a metade de veículos vendidos, ou seja, 15 em 30, e a quantidade de veículos vendidos nessa cor pode ser indicada pela fração $\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$.

O setor da cor preta preenche um terço do gráfico apresentado, então representa 10 em 30 veículos vendidos nessa cor, e a quantidade pode ser indicada pela fração: $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

Com isso, do total de 30 veículos vendidos, 25 veículos são da cor prata ou preta e os outros 5 veículos são vermelhos ou brancos.

Assim, o setor da cor branca no gráfico representa 1 em 30 veículos vendidos nessa cor, e pode ser indicada pela fração: $\frac{1}{30}$.

E o setor da cor vermelha representa 4 em 30 veículos vendidos, e pode ser indicada pela fração: $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$.

Portanto, uma possibilidade para relacionar cada setor do gráfico a uma fração da cor dos veículos vendidos na concessionária será:

Branca: $\frac{1}{30}$, prata: $\frac{1}{2}$, preta: $\frac{1}{3}$ e vermelha: $\frac{2}{15}$

alternativa **d**

6. Observando o esquema, é possível afirmar que a medida da altura da mãe de Sabrina está compreendida entre 1,50 m e 1,85 m, e que está mais próximo de 1,85 m do que de 1,50 m.

Dentre as medidas disponíveis nas alternativas, 0,675 m é menor que 1,50 m. A medida 1,50 m é a medida da altura de Sabrina, que não é igual à medida da altura de sua mãe. A medida 1,51 m está muito próxima de 1,50 m, então também não corresponde à medida da altura da mãe de Sabrina.

Portanto, a medida que melhor representa a altura da mãe de Sabrina é 1,70 m.

alternativa **d**

7. As grandezas “medida de velocidade média” e “medida de tempo” são grandezas inversamente proporcionais, pois ao aumentar a medida de velocidade média, em uma mesma medida de distância, diminui a medida de tempo proporcionalmente. Veja o quadro abaixo.

Medida de velocidade média (km/h)	Medida de tempo (min)
70	40
80	x

Para resolver essa situação, podemos realizar os cálculos indicados a seguir.

$\frac{70}{80} = \frac{x}{40}$

$80x = 2\,800$

$x = 35$

Portanto, Felipe levaria 35 minutos para percorrer essa mesma medida de distância a uma medida de velocidade média de 80 km/h.

alternativa **b**

8. Pela condição de existência de um triângulo, é sabido, que em qualquer triângulo, a medida de comprimento de um lado deve ser menor que a soma das medidas do comprimento dos outros dois lados. Veja as opções abaixo.

Opção A:

14 cm < 8 cm + 5 cm ⇒ sentença falsa

8 cm < 14 cm + 5 cm ⇒ sentença verdadeira

5 cm < 8 cm + 14 cm ⇒ sentença verdadeira

Então, não é possível construir um triângulo com lados com essas medidas de comprimento.

Opção B:

2 cm < 7 cm + 4 cm ⇒ sentença verdadeira

7 cm < 2 cm + 4 cm ⇒ sentença falsa

4 cm < 2 cm + 7 cm ⇒ sentença verdadeira

Então, não é possível construir um triângulo com lados com essas medidas de comprimento.

Opção C:

12 cm < 7 cm + 9 cm ⇒ sentença verdadeira

7 cm < 12 cm + 9 cm ⇒ sentença verdadeira

9 cm < 12 cm + 7 cm ⇒ sentença verdadeira

Então, é possível construir um triângulo com lados com essas medidas de comprimento.

Opção D:

9 cm < 21 cm + 10 cm ⇒ sentença verdadeira

21 cm < 9 cm + 10 cm ⇒ sentença falsa

10 cm < 21 cm + 9 cm ⇒ sentença verdadeira

Então, não é possível construir um triângulo com lados com essas medidas de comprimento.

alternativa **c**

9. Para calcular a média aritmética de gols marcados nesses jogos de futebol, podemos fazer os cálculos indicados a seguir.

$\frac{7 + 5 + 3 + 1 + 0}{5} = \frac{16}{5} = 3{,}2$

alternativa **c**

10. Da medida total obtida de 40 L de tinta, $\frac{3}{5}$ foi obtido da tinta branca e $\frac{1}{6}$ foi obtido da tinta bege. Vamos adicionar essas partes para determinar a fração correspondente às cores branca e bege.

$\frac{3}{5} + \frac{1}{6} = \frac{18}{30} + \frac{5}{30} = \frac{23}{30}$

Para determinar a fração correspondente à tinta amarela, podemos fazer os cálculos indicados a seguir.

$1 - \frac{23}{30} = \frac{30}{30} - \frac{23}{30} = \frac{7}{30}$

Logo, a fração correspondente à tinta amarela é $\frac{7}{30}$.

alternativa **d**

11. Primeiramente, vamos calcular o valor do desconto referente a promoção: 45% de R$ 200,00.

$\frac{45}{100} \cdot 200 = 90$

O tênis vendido na promoção teve R$ 90,00 de desconto; logo, o tênis foi vendido por R$ 110,00, pois 200 − 90 = 110.

alternativa **b**

12. Para resolver essa situação, considere:

x: quantidade de sucos naturais vendidos;

y: quantidade de pedaços de bolo vendidos.

No enunciado temos o valor de R$ 6,00 cobrado para cada suco vendido e R$ 9,00 para cada pedaço de bolo vendido.

Portanto, a expressão algébrica que descreve o valor arrecadado por Taís com a venda de x sucos naturais e y pedaços de bolo será igual a: $6x + 9y$.

alternativa **c**

13. O aquário tem o formato de um paralelepípedo.

Para calcular a medida do volume desse aquário, podemos fazer:

$V = 70\text{ cm} \cdot 30\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} = 84\,000\text{ cm}^3$

Sabe-se que 1 cm³ equivale a 1 mL, logo a medida do volume do aquário equivale a 84 000 mL.

Para converter 84 000 mL para litro, podemos fazer:

$\frac{84\,000}{1\,000} = 84$

Portanto, a medida de volume desse aquário e a de sua capacidade máxima, em litro, nessa ordem, é 84 000 cm³ e 84 L.

alternativa **a**

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMPLEMENTARES COMENTADAS

Sugestões de livros

BARCELOS, Thiago. S. *et al.* Relações entre o pensamento computacional e a Matemática: uma revisão sistemática da literatura. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 4, 2015, Maceió, AL. *Anais [...]*. Maceió, AL: SBC, 2015. p. 1369-1378.

Esse artigo apresenta uma revisão sistemática da literatura (RSL), incluindo 48 estudos publicados em língua inglesa entre 2006 e 2014 que apresentam atividades didáticas desenvolvendo o pensamento computacional e competências, habilidades ou conteúdos da Matemática.

CAMARGO, Fausto; DAROS, Thuinie. *A sala de aula inovadora*: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo. Porto Alegre: Penso, 2018.

O livro trata de como é possível renovar a sala de aula, propondo diversas estratégias para isso.

COSTA, Manoel S. C. *et al*. Reflexões acerca do currículo de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental à luz da interdisciplinaridade de acordo com a BNCC. *Brazilian Journal of Development*, [*s. l.*], v. 6, n. 12, 2020. Disponível em: https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/22322/. Acesso em: 19 jul. 2022.

O artigo reflete sobre o currículo de Matemática nos Anos Finais na perspectiva da interdisciplinaridade com base em uma pesquisa bibliográfica de natureza qualitativa.

NACARATO, Adair M.; LOPES, Celi E. (org). *Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na educação matemática*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2013.

O livro consiste em uma coletânea de textos que reúnem subsídios teóricos e práticos relativos às interfaces entre a educação matemática e as práticas em leituras e escritas, perpassando a Educação Básica e o ensino superior.

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT (OECD). *Education at a Glance 2021:* OECD Indicators. Paris: OECD Publishing. Disponível em: https://www.oecd.org/education/education-at-a-glance/. Acesso em: 4 jul. 2022.

A publicação reúne dados recentes e fornece indícios sobre as principais questões que afetam estudantes, professores, pais e autoridades públicas. Os indicadores fornecem dados sobre estrutura, finanças e desempenho dos sistemas educacionais em diversos países.

PASQUAL JÚNIOR, Paulo. A. *Pensamento computacional e tecnologias*: reflexões sobre a educação no século XXI. Caxias do Sul: Educs, 2020.

O livro traz diversos artigos que propõem reflexões acerca do pensamento computacional e da tecnologia, perpassando em temas como autoestima e respeito que emergem do processo de ensino e aprendizagem.

Sugestões de *sites*

CENTRO DE APERFEIÇOAMENTO DO ENSINO DE MATEMÁTICA "João Afonso Pascarelli" (CAEM). Disponível em: https://www.ime.usp.br/caem/index.php. Acesso em: 4 jul. 2022.

O CAEM é um órgão de extensão do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP), dirigido por professores do Departamento de Matemática, que tem como objetivo prestar serviços referentes a aperfeiçoamento e extensão científico-cultural voltados prioritariamente ao ensino de Matemática na Educação Básica.

GRUPO DE PESQUISA EM INFORMÁTICA, OUTRAS MÍDIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (GPIMEM). Disponível em: https://igce.rc.unesp.br/#!/gpimem. Acesso em: 4 jul. 2022.

O GPIMEM estuda questões ligadas às tecnologias na Educação Matemática; à formação de professores; modelagem matemática; educação à distância; o uso de tecnologias da informação nas aulas de Matemática; geometria nos livros didáticos e a integração das tecnologias digitais; *performance* matemática digital envolvendo Arte e Matemática, baseando-se em diferentes abordagens teóricas.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (SBEM). Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/. Acesso em: 4 jul. 2022.

A SBEM é uma entidade sem fins lucrativos que reúne profissionais e futuros professores envolvidos com a área de Educação Matemática. O endereço eletrônico conta com publicações, informações sobre eventos e formações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS

ATAIDE, Israellen C. S.; FURTADO, Mairon DE S.; SILVA-OLIVEIRA, Gláucia C. Projeto Libras na escola e as interações inclusivas em uma comunidade escolar. *Revista Encantar*, v. 2, p. 1-20, 10 jul. 2020. Disponível em: https://www.revistas.uneb.br/index.php/encantar/article/view/8988. Acesso em: 29 jun. 2022.

O trabalho é um relato das ações e experiências vivenciadas durante o Projeto Libras na Escola para promover a inclusão e a socialização de estudantes surdos na comunidade escolar em Vigia, Pará, e discute suas implicações e aproximações com a inclusão desses estudantes e o bilinguismo.

BACICH, Lilian; MORAN, José. *Metodologias ativas para uma educação inovadora*: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso Editora, 2018.

Este livro apresenta práticas pedagógicas, na Educação Básica e Superior, que valorizam o protagonismo dos estudantes e que estão relacionadas com as teorias que lhes servem de suporte.

BALACHEFF, Nicolas. Conception, connaissance et concept. *In*: GRENIER, D. (ed.). *Séminaire de l'équipe DidaTech*. Grenoble, France: IMAG, 1995. p. 219-244.

O autor explora a articulação entre o conceito, o conhecimento e a concepção.

BARCELOS, Thiago S.; SILVEIRA, Ismar F. Pensamento computacional e educação matemática: relações para o ensino de computação na Educação Básica. *In*: XX WORKSHOP SOBRE EDUCAÇÃO EM COMPUTAÇÃO, Curitiba. *Anais do XXXII CSBC*, 2012.

Este artigo discute as relações entre o conhecimento, as habilidades e as atitudes advindas do campo das Ciências da Computação e aqueles comumente relacionados à Matemática por meio de um mapeamento das competências previstas nos padrões curriculares brasileiros com atividades que desenvolvem o pensamento computacional.

BOALER, Jo. *Mentalidades matemáticas*: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

Os textos deste livro contribuem para a aplicação em sala de aula de uma Matemática mais significativa e conectada com o cotidiano dos estudantes, permitindo que ela seja acessível para todos.

BRASIL. Constituição (1988). *Constituição da República Federativa do Brasil*. Brasília, DF: Senado Federal – Centro Gráfico, 1988.

Conjunto de leis, normas e regras do Brasil.

BRASIL. Decreto nº 9 099, de 18 de julho de 2017. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Lex: *Diário Oficial da União*: seção 1, Brasília, DF, p. 7, 19 jul. 2017.

Decreto que dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático.

BRASIL. Edital de convocação 01/2022 – CGPLI PNLD 2024-2027. FNDE, Brasília, DF: MEC, 2022.

Edital de convocação para o Programa Nacional do Livro Didático.

BRASIL. Lei nº 9 394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. *Diário Oficial da União*, Brasília, DF, p. 27 833, 1996.

Lei que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018.

Documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

BRASIL. Ministério da Educação. *Competências socioemocionais como fator de proteção à saúde mental e ao* bullying. Brasília, DF: 2019c. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/implementacao/praticas/caderno-de-praticas/aprofundamentos/195-competencias-socioemocionais-como-fator-de-protecao-a-saude-mental-e-ao-bullying. Acesso em: 25 maio 2022.

Material que trata das competências socioemocionais no contexto da educação.

BRASIL. Ministério da Educação; Inep. *Pisa 2021*: matriz de referência para pensamento criativo. Brasília, DF: Inep/MEC, 2021. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/centrais-de-conteudo/acervo-linha-editorial/publicacoes-institucionais/avaliacoes-e-exames-da-educacao-basica/pisa-2021-matriz-de-referencia-para-pensamento-criativo. Acesso em: 7 jun. 2022.

Adaptação da obra da Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE). Traz referências para avaliação do pensamento criativo.

BRASIL. Ministério da Educação. Parecer nº 11/2010. Dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos. *Diário Oficial da União*: seção 1, Brasília, DF, p. 28, 9 dez. 2010.

Parecer que dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental.

BRASIL. Ministério da Educação. *Referenciais Curriculares para a Elaboração de Itinerários Formativos*. Brasília, DF: 2019b.

Documento que dá referências para a criação de itinerários formativos.

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília, DF: 2019a. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 25 maio 2022.

Material que explicita a ligação entre os diferentes componentes curriculares de forma integrada, bem como sua conexão com situações vivenciadas pelos estudantes em suas realidades, contribuindo para trazer contexto e contemporaneidade aos objetos do conhecimento descritos na BNCC.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-116, 1986.

Este texto é a primeira parte dos estudos de Guy Brousseau, pioneiro da Didática da Matemática.

CAZORLA, Irene M.; UTSUMI, Miriam C. Reflexões sobre o ensino de Estatística na Educação Básica. *In*: CAZORLA, Irene M.; SANTANA, Eurivalda R. S. (org.). *Do tratamento da informação ao letramento estatístico*. Itabuna: Via Litterarum, 2010.

Este trabalho analisa os projetos vencedores de quatro edições da Feira de Ciências e Matemática da Bahia e traz reflexões sobre o papel potencial do ensino de Estatística.

CHI, Michelene T. H.; GLASER, Robert A. Capacidade para a solução de problemas. *In*: STERNBERG, Robert J. *As capacidades intelectuais humanas*: uma abordagem em processamento de informações. Porto Alegre: Artmed, 1992. p. 250-275.

Pesquisa que investigou a relação entre a competência cognitiva e o desempenho na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau.

FERREIRA, Thais H. F. *A Matemática mediando diálogos para abordar o* bullying *em sala de aula*. 2019. Monografia (especialização em Ensino de Matemática) – Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2019.

Trabalho que busca compreender a influência do *bullying* na aprendizagem, em especial na Matemática, bem como despertar a conscientização para sanar o problema.

GARDNER, Howard. *Inteligências múltiplas*: a teoria na prática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

O autor explica as ideias fundamentais que desencadeiam uma revolução na aprendizagem e mostra como elas podem ser aplicadas em sala de aula.

GARDNER, Howard; CHEN, Jie-Qi; MORAN, Seana. *Inteligências múltiplas ao redor do mundo*. Porto Alegre: Penso Editora, 2009.

Livro que revisa, sintetiza e reflete sobre a teoria das inteligências múltiplas.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). *Competências gerais da nova BNCC*. Brasília, DF: [c. 2018]. Disponível em: http://inep80anos.inep.gov.br/inep80anos/futuro/novas-competencias-da-base-nacional-comum-curricular-bncc/79. Acesso em: 11 maio 2022.

O documento explora as competências gerais da BNCC.

INSTITUTO REÚNA. *Linha do tempo*: documentos curriculares. São Paulo, [2020?]. Disponível em: https://o.institutoreuna.org.br/downloads/primeirospassos/int/_INT_anexo_Linha-do-tempo-base-para-impressao_sem-marcos-locais.pdf. Acesso em: 2 jul. 2022.

O documento traz uma linha do tempo com os principais marcos que culminaram na publicação da BNCC.

INSTITUTO REÚNA. *Mapas de foco da BNCC Ensino Fundamental:* Matemática. São Paulo, [2020?]. Disponível em: https://www.institutoreuna.org.br/uploads/files/file/MapasDeFocoBncc_Mat_18092020.pdf. Acesso em: 3 jul. 2022.

Mapeamento das habilidades de Matemática da BNCC no contexto pós-pandêmico, entendendo-as como focais ou complementares, a fim de contribuir para o planejamento de aulas ou a produção de materiais.

KLEIMAN, Angela B. *Os significados do letramento*: uma nova perspectiva sobre a prática social da escrita. Campinas: Mercado de Letras, 1995.

A obra tem por objetivo informar, por meio de programas de difusão de tecnologias (como técnicos agrícolas, de saúde pública, de habitação), sobre os fatos e os mitos do letramento.

MACEDO, Lino. *Ensaios pedagógicos*: como construir uma escola para todos? Porto Alegre: Artmed, 2009.

O autor traz fundamentação para o docente repensar e recriar sua prática de acordo com as necessidade e possibilidades da realidade educacional.

MOREIRA, Marco A.; MASINI, Elcie F. S. *Aprendizagem significativa*: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

Livro que reúne uma coletânea de artigos sobre aprendizagem significativa.

ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). *PISA 2022*: Quadro Conceptual de Matemática Draft. 2018. Disponível em: https://pisa2022-maths.oecd.org/pt/index.html#Home. Acesso em: 2 jul. 2022.

O documento explicita os fundamentos teóricos dessa avaliação com base no conceito fundamental de literacia matemática.

PERRENOUD, Philippe. *Dez novas competências para ensinar*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2000.

O livro trata das competências emergentes, aquelas que deveriam orientar as formações iniciais e contínuas, que contribuem para a luta contra o fracasso escolar e desenvolvem a cidadania e que recorrem à pesquisa e enfatizam a prática reflexiva.

PERRENOUD, Philippe *et al*. *As competências para ensinar no século XXI*: a formação dos professores e o desafio da avaliação. Porto Alegre: Artmed, 2002.

O livro traz uma análise sobre a profissão docente.

ROBERT, Aline. Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*. France, v. 18, n. 12, p. 139-190, 1998.

O artigo explora e classifica o tipo de conhecimento acionado pelo estudante em três níveis: técnico, mobilizável e disponível.

ROCHA, Érica Consuelo F.; MELO, Melka Betini O.; LOPES, Daniela. A importância da leitura no processo de desenvolvimento da aprendizagem da criança no ensino do fundamental. *Discentis*, Bahia, v. 1, n. 2, p. 4-13, dez. 2012.

A proposta deste artigo é discutir a importância da leitura no processo de desenvolvimento da aprendizagem da criança no Ensino Fundamental com base nos projetos de aprendizagem "Que medo!!"; "Contos de assombração" e "Resgatando valores para uma vida melhor".

SANTIAGO, Paulo *et al*. *OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education*: Portugal. Paris: OECD Publishing, 2012. Disponível em: https://doi.org/10.1787/9789264117020-en. Acesso em: 3 jul. 2022.

Este livro fornece uma análise das principais questões enfrentadas pela avaliação educacional, iniciativas políticas atuais e possíveis abordagens futuras em Portugal.

SANTOS, Leonor. O *feedback* como uma poderosa ferramenta para a aprendizagem matemática: uma meta-análise de estudos portugueses. *Revemop*, Ouro Preto, Brasil, v. 4, e202210, p. 1-23, 2022. Disponível em: https://periodicos.ufop.br/revemop/article/view/5276/4036. Acesso em: 3 jul. 2022.

O artigo visa contribuir para uma compreensão aprofundada sobre as variáveis que podem determinar a eficácia do *feedback* para a aprendizagem matemática.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação matemática crítica*: a questão da democracia. 6. ed. Campinas: Papirus, 2013.

O autor propõe o trabalho com projetos como uma possível saída para que a questão democrática se apresente na sala de aula.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS

SMOLE, Kátia C. S.; CÂNDIDO, Patricia T.; STANCANELLI, Renata. *Matemática e literatura infantil*. 2. ed. Belo Horizonte: Lê, 1997.

As autoras destacam que a integração entre a Matemática e a literatura representa uma mudança significativa no ensino tradicional desse componente curricular, uma vez que os estudantes exploram a Matemática e a história ao mesmo tempo.

SMOLE, Kátia C. S.; DINIZ, Maria I. *Ler, escrever e resolver problemas*: habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Este livro contribui para a discussão sobre o lugar e o significado das competências e das habilidades na escola fundamental, com foco nas habilidades de ler, escrever e resolver problemas em Matemática.

SOARES, Magda. *Letramento*: um tema em três gêneros. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

O livro trata do letramento, da alfabetização e das habilidades e práticas sociais de leitura e de escrita.

VOZES DA EDUCAÇÃO; FUNDAÇÃO LEMANN. *Levantamento de boas práticas de saúde mental nas escolas*: um olhar para oito países. Recife: 2021. Disponível em: https://vozesdaeducacao.com.br/wp-content/uploads/2022/04/Levantamento-Internacional-de-Boas-Praticas-de-Saude-Mental-Escolar.pdf. Acesso em: 3 jul. 2022.

Trabalho cujo objetivo é apoiar as redes de ensino com subsídios para lidar com a questão da saúde mental dos estudantes, sobretudo no contexto pós-pandêmico.

WING, Jeannette. Computational thinking. *ACM*, [*s. l.*], v. 49, n. 3, p. 33-35, 2006.

Artigo que trata do pensamento computacional.

YURIE, Ingrid. Avaliação formativa: corrigindo rotas para avançar na aprendizagem. *Nova Escola*, [*s. l.*], 24 jan. 2022. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/20862/avaliacao-formativa-corrigindo-rotas-para-avancar-na-aprendizagem. Acesso em: 7 jun. 2022.

A reportagem aborda as avaliações formativas, as quais permitem mapear o conhecimento dos estudantes para orientar o planejamento docente e a elaboração de intervenções pedagógicas mais assertivas.

ARARIBÁ conecta MATEMÁTICA

7º ano

Organizadora: Editora Moderna

Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

Editora responsável: Mara Regina Garcia Gay

Bacharel e licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
Licenciada em Pedagogia pela Universidade Iguaçu (RJ). Professora de Matemática em escolas
públicas e particulares de São Paulo por 17 anos. Editora.

Componente curricular: MATEMÁTICA

1ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

Elaboração dos originais:

Mara Regina Garcia Gay
Bacharel e licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Pedagogia pela Universidade Iguaçu (RJ). Professora de Matemática em escolas públicas e particulares de São Paulo por 17 anos. Editora.

Katia Tiemy Sido
Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Renata Martins Fortes Gonçalves
Mestre em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Bacharel em Matemática com Informática pelo Centro Universitário Fundação Santo André (SP). Editora.

Fabio Martins de Leonardo
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Maria Cecília da Silva Veridiano
Especialista em Educação Matemática: Fundamentos Teóricos e Metodológicos pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Mateus Coqueiro Daniel de Souza
Mestre em Ciências, no programa: Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, pela Universidade de São Paulo. Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Willian Raphael Silva
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Maria José Guimarães de Souza
Mestre em Ciências, no programa: Ciência da Computação, pela Universidade de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Romenig da Silva Ribeiro
Mestre em Ciências, no programa: Ciência da Computação, pela Universidade de São Paulo. Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Cassio Cristiano Giordano
Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Pesquisador e professor em escolas públicas e universidades.

Cintia Alessandra Valle Burkert Machado
Mestre em Educação, na área de Didática, pela Universidade de São Paulo. Assessora pedagógica.

Dario Martins de Oliveira
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Professor em escolas particulares e públicas de São Paulo por 20 anos. Editor.

Erica Toledo Catalani
Mestre em Educação, na área de Educação Matemática, pela Universidade Estadual de Campinas (SP). Licenciada em Ciências pela Universidade Braz Cubas (SP). Educadora.

Juliana Ikeda
Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Marcelo de Oliveira Dias
Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Docente na Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro por 8 anos. Professor da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

Selene Coletti
Licenciada em Pedagogia pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras "Prof. José Augusto Vieira" (MG). Colunista de revista destinada a educadores, professora e formadora de professores em escolas públicas.

Tais Saito Tavares
Mestre em Matemática Aplicada e Computacional e bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (PR). Editora.

Na capa, a imagem de pessoa usando água, ilustrada por Gabriel Sá de São Luis do Maranhão, propõe uma reflexão sobre a Matemática inserida em uma rede de conexões envolvendo a distribuição e o abastecimento de água para a população.

Edição de texto: Janaina Soler Caldeira, Katia Tiemy Sido, Renata Martins Fortes Gonçalves, Zuleide Maria Talarico
Assistência editorial: Daniela Santo Ambrosio
Preparação de texto: Mariane de Mello Genaro Feitosa
Gerência de *design* e produção gráfica: Patricia Costa
Coordenação de produção: Denis Torquato
Gerência de planejamento editorial: Maria de Lourdes Rodrigues
Coordenação de *design* e projetos visuais: Marta Cerqueira Leite
Projeto gráfico: Aurélio Camilo, Vinicius Rossignol Felipe
Capa: Tatiane Porusselli, Daniela Cunha
Ilustração: Gabriel Sá
Coordenação de arte: Wilson Gazzoni Agostinho
Edição de arte: Adriana Santana
Editoração eletrônica: Setup Editoração Eletrônica
Coordenação de revisão: Elaine C. del Nero
Revisão: Ana Cortazzo, Dirce Y. Yamamoto, Márcia Leme, Marina Oliveira, ReCriar Editorial, Salete Brentan, Sandra G. Cortés, Tatiana Malheiro
Coordenação de pesquisa iconográfica: Flávia Aline de Morais
Pesquisa iconográfica: Mariana Alencar, Pamela Rosa
Coordenação de *bureau*: Rubens M. Rodrigues
Tratamento de imagens: Ademir Francisco Baptista, Ana Isabela Pithan Maraschin, Denise Feitoza Maciel, Marina M. Buzzinaro, Vânia Maia
Pré-impressão: Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
Coordenação de produção industrial: Wendell Monteiro
Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Araribá conecta matemática : 7º ano / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna / editora responsável Mara Regina Garcia Gay. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-16-13534-8

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Gay, Mara Regina Garcia.

22-111989 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

APRESENTAÇÃO

Este livro foi elaborado para você e deve contribuir com o desenvolvimento das competências e das habilidades envolvidas no processo de aprendizagem, definidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Queremos que estude Matemática de forma dinâmica e agradável. Nosso objetivo é ajudar você a descobrir que conhecer os números, as figuras geométricas, as medidas e outros assuntos abordados pela Matemática pode ser uma aventura muito interessante, que contribuirá para que você amplie seus conhecimentos, sua visão de mundo e sua participação na sociedade.

Procure fazer todas as atividades e explorar tudo o que este livro tem a oferecer. Aproveite também a diversidade de informações distribuídas ao longo das seções.

Certamente, você encontrará desafios e obstáculos. Enfrente-os com garra, pois, ao superá-los, perceberá que o saber proporciona grande satisfação pessoal e oportunidades para ampliar sua atuação no mundo.

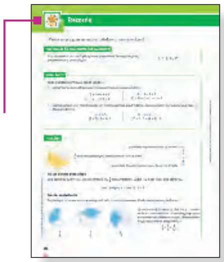
Bom estudo!

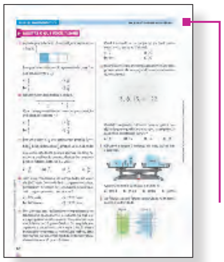
CONHEÇA SEU LIVRO

Neste livro, você vai encontrar 4 unidades com 3 capítulos em cada uma.

Recorde

Esta seção ajuda você a lembrar de alguns conteúdos já estudados.





Mostre o que você já sabe

O objetivo desta seção é verificar seus conhecimentos sobre os conteúdos estudados anteriormente.

Página de abertura

Em cada **Unidade** há uma abertura com uma imagem motivadora.

Questões sobre o tema da abertura, no boxe **Para começar...**, são propostas com o objetivo de identificar e mobilizar os conhecimentos que você tem de alguns assuntos que serão tratados na **Unidade**.

Ícones que indicam um tipo especial de atividade ou se ela deve ser feita em grupo ou dupla.

DESAFIO

CALCULADORA

CÁLCULO MENTAL

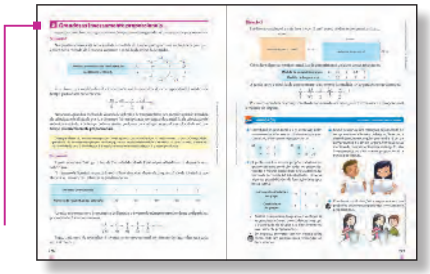
GRUPO OU DUPLA

ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS

PENSAMENTO COMPUTACIONAL

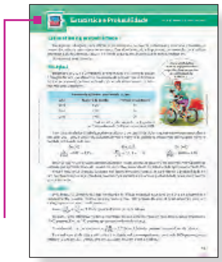
Apresentação dos conteúdos e das atividades

O conteúdo é desenvolvido de forma clara e organizada. Após a abordagem dos conteúdos, vem a seção **Atividades**, com propostas diversificadas.



Estatística e Probabilidade

O objetivo desta seção é desenvolver a interpretação, a comparação e a análise de dados apresentados em diversas formas e abordar temas relacionados ao cálculo de probabilidade.

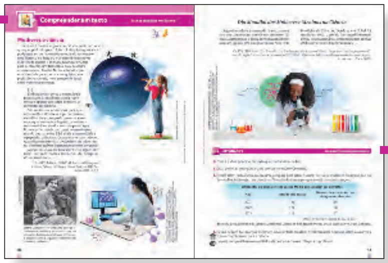


Atividades de revisão

São atividades que consolidam o conhecimento adquirido em cada capítulo da **Unidade**.

Compreender um texto

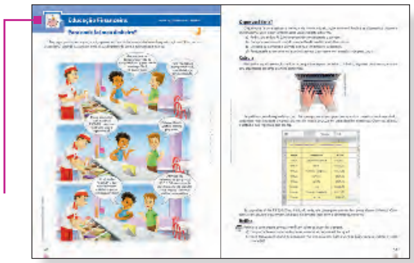
Esta seção tem o objetivo de desenvolver a competência leitora por meio da análise de diversos tipos de texto.



Questões especialmente desenvolvidas orientam a interpretação e a análise do texto e exploram o conteúdo matemático estudado.

Educação Financeira

Esta seção apresenta atividades que farão você refletir sobre atitudes responsáveis e conscientes no planejamento e no uso de recursos financeiros em seu dia a dia.



Ícones que indicam os Temas Contemporâneos Transversais.

ECONOMIA

MULTICULTURALISMO

CIDADANIA E CIVISMO

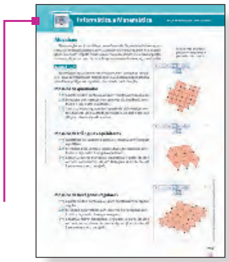
MEIO AMBIENTE

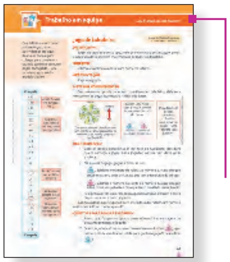
SAÚDE

CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Informática e Matemática

Esta seção trabalha conteúdos de Matemática por meio de tecnologias digitais como *softwares* de Geometria dinâmica, planilhas eletrônicas etc.





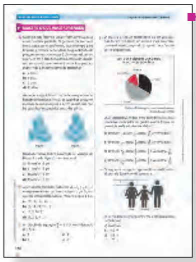
Trabalho em equipe

Além de proporcionar a integração com os colegas e estimular o espírito de pesquisa, esta seção visa à aplicação dos conceitos estudados.

Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.

Para finalizar

Nesta seção, você poderá analisar o que foi estudado em cada capítulo da **Unidade** e avaliar seu aprendizado.



Mostre o que você aprendeu

Nesta seção, você vai verificar os conhecimentos adquiridos neste ano.

SUMÁRIO

MARCOS MACHADO/ARQUIVO DA EDITORA

UNIDADE 2 94

CAPÍTULO 4 – Números racionais 95

CAPÍTULO 5 – Grandezas e medidas 130

CAPÍTULO 6 – Cálculo algébrico 149

GABI TOZATI/ARQUIVO DA EDITORA

KHAKIMULLIN ALEKSANDR/SHUTTERSTOCK

UNIDADE 3 171

FABIO EIJI SIRASUMA/
ARQUIVO DA EDITORA

Recorde

- Verifique se os estudantes compreendem que a potenciação é uma multiplicação de fatores iguais e se não confundem essa operação com a multiplicação – que é uma adição de parcelas iguais. Se julgar necessário, apresente-lhes outros exemplos. Algumas sugestões são:

$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$$
$$7^4 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 2401$$

Se julgar oportuno, aproveite o momento para verificar o conhecimento prévio dos estudantes acerca de potenciação envolvendo números decimais.

- As propriedades das igualdades serão de suma importância para a introdução e o desenvolvimento das noções algébricas abordadas neste volume. Certifique-se de que os estudantes não apresentam dificuldades relacionadas a essa temática e, se necessário, explore outros exemplos com a turma.
- Verifique se os estudantes compreendem a ideia de parte/todo relacionada às frações. Caso apresentem dificuldades, retome os conceitos que julgar necessários e proponha, a partir de figuras desenhadas no quadro, a escrita de frações que representem as partes pintadas. Além disso, verifique como eles realizam os cálculos de frações de uma quantidade – essa temática será importante para o cálculo de porcentagens.
- As frações equivalentes são um importante pré-requisito para o trabalho com a comparação de números racionais, bem como com as operações nesse campo numérico. Certifique-se de que os estudantes dominam esse conteúdo e, se necessário, apresente-lhes outros exemplos.

Recorde

Vamos rever alguns assuntos estudados em anos anteriores?

POTENCIAÇÃO COM NÚMEROS NATURAIS

Para representar uma multiplicação em que todos os fatores são iguais, podemos usar a potenciação.

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$$

IGUALDADE

Toda igualdade continuará sendo válida se:

- adicionarmos ou subtrairmos o mesmo número de seus membros.

$$5 + 10 = 9 + 6$$
$$5 + 10 - 1 = 9 + 6 - 1$$

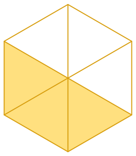
$$12 - 10 = 1 + 1$$
$$12 - 10 + 5 = 1 + 1 + 5$$

- multiplicarmos seus membros por um mesmo número ou dividirmos seus membros por um mesmo número diferente de zero.

$$3 + 2 = 5$$
$$(3 + 2) \cdot 2 = 5 \cdot 2$$

$$10 - 5 = 4 + 1$$
$$(10 - 5) : 5 = (4 + 1) : 5$$

FRAÇÕES



$\frac{3}{6}$ (três sextos) da figura estão coloridos de amarelo.

quantidade de partes coloridas de amarelo

$\frac{3}{6}$

quantidade de partes iguais em que a figura está dividida

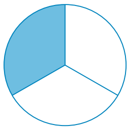
Fração de uma quantidade

Luiz comprou 12 livros e, até o momento, leu $\frac{1}{4}$ deles. Portanto, Luiz já leu 3 dos livros que comprou.

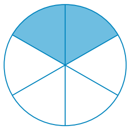
$\frac{1}{4}$ de 12 é igual a 3, pois $12 : 4 = 3$.

Frações equivalentes

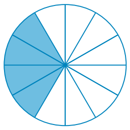
Frações que representam a mesma quantidade em relação a uma unidade são frações equivalentes.



$\frac{1}{3}$



$\frac{2}{6}$



$\frac{4}{12}$

Quando multiplicamos ou dividimos o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número diferente de zero, obtemos uma fração equivalente à fração inicial.

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$$

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

TRANSFORMAÇÕES

Transformação de um número na forma decimal para a forma de fração

2,4 (lemos: "dois inteiros e quatro décimos")

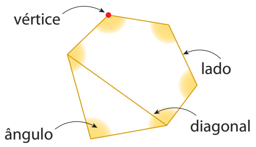
$$2{,}4 = 2 + 0{,}4 = \frac{20}{10} + \frac{4}{10} = \frac{24}{10}$$

Transformação de um número na forma de fração decimal para a forma decimal

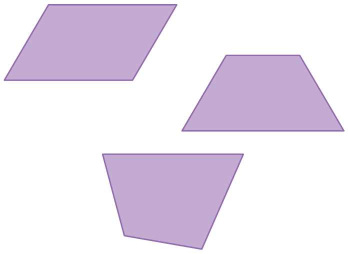
$$\frac{21}{10} = \frac{20}{10} + \frac{1}{10} = 2 + 0{,}1 = 2{,}1$$

POLÍGONOS

Elementos de um polígono

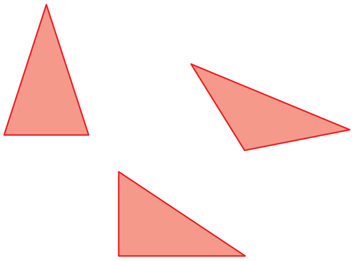


Exemplos de quadriláteros



Polígonos de 4 lados

Exemplos de triângulos



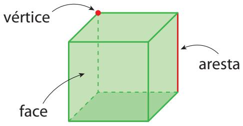
Polígonos de 3 lados

PROBABILIDADE

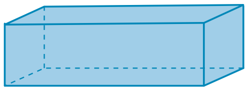
Em uma urna há cinco bolinhas numeradas de 1 a 5. Ao sortearmos uma bolinha dessa urna, a probabilidade de ela conter o número 4 é $\frac{1}{5}$, 20% ou 0,2.

POLIEDROS

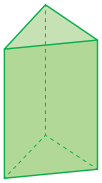
Elementos de um poliedro



Exemplos de prismas

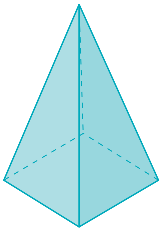


Paralelepípedo

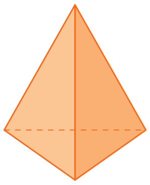


Prisma de base triangular

Exemplos de pirâmides



Pirâmide de base quadrada



Pirâmide de base triangular

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Avalie como os estudantes realizam as transformações envolvendo números na forma decimal e na forma de fração. Esse conteúdo é fundamental para comparar números racionais e representá-los na reta numérica. Se julgar conveniente, proponha aos estudantes, utilizando essas transformações, que comparem os números 2,5 e $\frac{9}{4}$.
- Ao trabalhar com a temática probabilidade, verifique se os estudantes percebem que a probabilidade é dada pela razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. Se julgar necessário, questione-os a respeito da quantidade de bolinhas com o número 4 e do total de bolinhas que há na urna. Por fim, verifique se eles estabelecem a relação entre porcentagem, fração decimal e número decimal.
- Se necessário, leve para a sala de aula representações de poliedros para que os estudantes as manipulem e localizem os elementos apresentados na página. Além disso, desafie-os a quantificar esses elementos nas representações em questão.

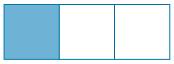
- Represente alguns polígonos no quadro e questione a turma a respeito do número de lados, vértices e ângulos que eles possuem. Aproveite o momento e desafie os estudantes a nomearem os polígonos representados de acordo com o número de lados.
- A identificação de triângulos e seus elementos é de suma importância para a construção dessa figura e também para a investigação de algumas de suas propriedades. Aproveite os triângulos apresentados na página e faça questionamentos como: "Há triângulos com ângulos retos? Como esses triângulos são chamados?", "Algum dos triângulos possui todos os lados de mesma medida de comprimento?".
- Aproveite os quadriláteros apresentados para verificar o conhecimento prévio dos estudantes acerca dos paralelogramos e dos trapézios. Entre as figuras apresentadas na página, há um trapézio e um paralelogramo.

Avaliação diagnóstica

- Uma maneira de auxiliar os estudantes com dificuldade na resolução da atividade **1** é dividir cada parte da figura ao meio, obtendo seis partes iguais, observando que teríamos, nesse caso, duas partes em 6. Pode também ser feita uma divisão em nove partes iguais, para que os estudantes percebam que a fração equivalente de denominador 9 precisaria ser $\frac{3}{9}$.
- Para explorar a representação de números racionais na forma fracionária em uma reta numérica, como na atividade **2**, pode ser abordada a representação mista, por exemplo, $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$, com o intuito de estabelecer relação com as representações de números maiores do que 1 inteiro.
- Na atividade **3**, os estudantes que indicaram a alternativa **a** podem apenas ter escolhido uma fração com numerador igual à soma dos numeradores e denominador igual à soma dos denominadores das três frações envolvidas. Para auxiliar os estudantes na adição de números racionais na forma fracionária, pode ser retomado o estudo das frações equivalentes, recorrendo a representações gráficas para facilitar a compreensão das transformações.
- Os estudantes que escolheram a alternativa **a**, na atividade **4**, podem ter calculado corretamente a porcentagem, mas tiveram dificuldade em determinar o preço final do produto. Para favorecer a compreensão desse conteúdo, podem ser levados para a sala de aula folhetos de lojas contendo preços de produtos e porcentagens relacionadas a descontos ou acréscimos para que os estudantes interpretem os dados e efetuem os cálculos corretamente.
- Para sanar as dúvidas da turma em relação à atividade **5**, pode ser utilizada a reta numérica para a interpretação dos resultados, considerando que as adições ocorram por deslocamentos para a direita, enquanto as subtrações devem estar associadas a deslocamentos para a esquerda.
- Para contribuir com a compreensão da atividade **6**, peça aos estudantes que calculem as diferenças entre dois termos sucessivos de uma sequência para que, ao identificarem a regularidade, possam determinar um termo qualquer a partir da regularidade observada.

MOSTRE O QUE VOCÊ JÁ SABE

1. A parte pintada de azul nesta figura representa a fração $\frac{1}{3}$.

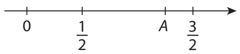


Em qual alternativa está representada uma fração equivalente a $\frac{1}{3}$? **1.** alternativa **a**

a) $\frac{2}{6}$ **c)** $\frac{1}{9}$

b) $\frac{3}{6}$ **d)** $\frac{2}{9}$

2. Observe a reta numérica a seguir.



Qual das seguintes frações deve ocupar a posição indicada pelo ponto *A*? **2.** alternativa **c**

a) $\frac{1}{3}$ **c)** $\frac{5}{4}$

b) $\frac{2}{5}$ **d)** $\frac{7}{4}$

3. Em uma escola, $\frac{1}{3}$ dos estudantes pratica futebol, $\frac{1}{8}$ pratica natação e $\frac{1}{4}$ pratica vôlei. Sabendo que cada estudante pratica apenas um tipo de esporte, qual fração dos estudantes dessa escola pratica futebol, natação ou vôlei? **3.** alternativa **d**

a) $\frac{3}{15}$ **b)** $\frac{4}{11}$ **c)** $\frac{3}{24}$ **d)** $\frac{17}{24}$

4. Júlio está comprando um computador no valor de 2 500 reais. Como ele fará o pagamento à vista, ganhou um desconto de 15%. Qual é o valor que Júlio pagará por esse computador? **4.** alternativa **c**

a) 375 reais **c)** 2 125 reais

b) 2 000 reais **d)** 2 875 reais

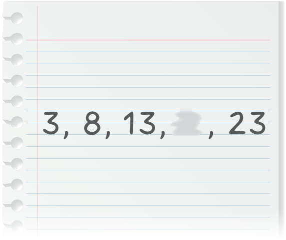
5. Um cientista está realizando um experimento no laboratório. Inicialmente, a substância que ele está preparando estava a uma temperatura cuja medida era de 20 graus Celsius. Em seguida, ele aqueceu a substância até atingir o triplo dessa medida de temperatura. Ao final, ele resfriou essa substância para que sua medida de temperatura diminuísse em 50 graus Celsius.

Qual é a medida da temperatura final dessa substância, em grau Celsius? **5.** alternativa **b**

a) 0 **c)** 30

b) 10 **d)** 70

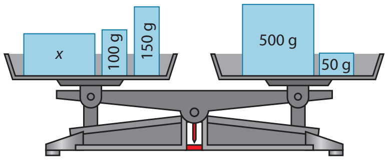
6. Ricardo construiu a sequência numérica a seguir, porém, ele acabou apagando um dos números que escreveu.



Qual dos seguintes números deve ocupar a posição daquele que Ricardo apagou na sequência numérica construída por ele? **6.** alternativa **d**

a) 14 **b)** 15 **c)** 17 **d)** 18

7. Observe a seguir a balança de dois pratos em equilíbrio.

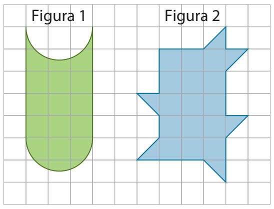


7. alternativa **c**

Qual é a medida da massa da caixa *x*?

a) 100 g **b)** 150 g **c)** 300 g **d)** 500 g

8. As figuras abaixo foram construídas na mesma malha quadriculada.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Para favorecer a aprendizagem do conteúdo explorado na atividade **7**, podem ser propostos aos estudantes outros problemas envolvendo balança de dois pratos e sua resolução utilizando expressões numéricas, de modo a favorecer posteriormente a construção de expressões algébricas.

Considerando cada quadradinho da malha como uma unidade de medida de área (u.a.), em relação à medida da área das figuras 1 e 2, podemos afirmar que: **8.** alternativa **b**

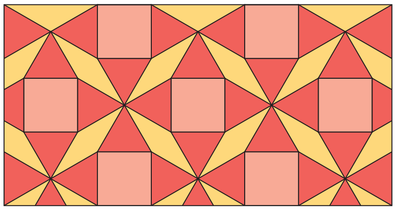
a) A figura 1 mede aproximadamente 15 u.a. e a figura 2, aproximadamente 15 u.a.

b) A figura 1 mede aproximadamente 15 u.a. e a figura 2, aproximadamente 18 u.a.

c) A figura 1 mede aproximadamente 20 u.a. e a figura 2, aproximadamente 21 u.a.

d) A figura 1 mede aproximadamente 17 u.a. e a figura 2, aproximadamente 18 u.a.

9. Observe o mosaico apresentado abaixo.



Quais figuras geométricas planas estão presentes nesse mosaico? **9.** alternativa **b**

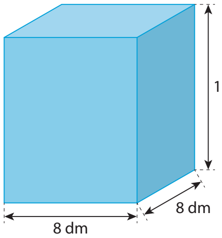
a) Triângulos e hexágonos.

b) Triângulos e quadriláteros.

c) Quadriláteros e pentágonos.

d) Pentágonos e hexágonos.

10. Guilherme comprou um reservatório de água para instalar em sua chácara e pretende utilizá-lo para armazenar água da chuva. O formato e as medidas desse reservatório são indicados a seguir.



Qual é a medida de volume de água que pode ser armazenada nesse reservatório? **10.** alternativa **d**

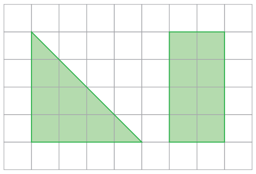
a) 26 dm^3

b) 64 dm^3

c) 224 dm^3

d) 640 dm^3

11. Na malha quadriculada a seguir, foram construídos um triângulo e um retângulo.



Que relação podemos estabelecer entre as medidas de área dessas figuras? **11.** alternativa **a**

a) O triângulo e o retângulo têm mesma medida de área.

b) A medida da área do triângulo é o dobro da medida da área do retângulo.

c) A medida da área do triângulo é metade da medida da área do retângulo.

d) A medida da área do triângulo é o triplo da medida da área do retângulo.

12. João está brincando com seus amigos com um jogo de tabuleiro. A cada rodada, ele precisa lançar um dado honesto de seis faces.

Qual é a probabilidade de João obter o número 6 no lançamento do dado? **12.** alternativa **a**

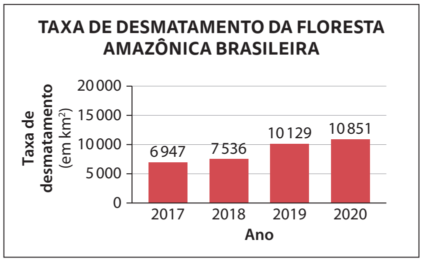
a) $\frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{5}{6}$

d) $\frac{6}{6}$

13. O gráfico a seguir apresenta a taxa de desmatamento da Floresta Amazônica brasileira medida em quilômetro quadrado.



Dados obtidos em: INPE, 2021. Disponível em: http://www.obt.inpe.br/OBT/assuntos/programas/amazonia/prodes. Acesso em: 8 jun. 2022.

Em qual ano ocorreu a maior taxa de desmatamento durante esse período? **13.** alternativa **d**

a) 2017

b) 2018

c) 2019

d) 2020

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Diante de dificuldades para resolver a atividade **8**, pode ser realizado um trabalho para contribuir com a interpretação e a resolução de problemas envolvendo figuras equidecomponíveis ou não, nos quais os estudantes verificam se figuras de formatos diferentes têm a mesma medida de área por meio da decomposição por quadrados ou retângulos. Se julgar oportuno, proponha problemas semelhantes a esse ou peça aos estudantes que construam figuras em papel quadriculado ou em *softwares* de Geometria dinâmica, com o objetivo de estudar a medida de área por meio da decomposição das figuras com base na malha considerada.
- Para a atividade **9**, pode ser realizado um trabalho com a construção de polígonos com régua e compasso, bem como a construção de mosaicos e ladrilhamentos utilizando tipos específicos de polígono, de modo que os estudantes relacionem corretamente as nomenclaturas com o número de lados dos polígonos. Para evitar acidentes, oriente os estudantes a manusear o compasso com cuidado.
- Na resolução da atividade **10**, é importante discutir com a turma a diferença entre os conceitos de medida de área e de medida de volume e a relação com as medidas de comprimento, de largura e de altura. Proponha aos estudantes outros problemas que envolvam o cálculo de medidas de volumes de blocos retangulares, utilizando outras unidades de medida.
- Para complementar a atividade **11**, podem ser apresentadas outras figuras em malhas quadriculadas, para que os estudantes avaliem a medida de suas áreas e calculem a medida de área em função da medida de área de cada quadradinho da malha, estabelecendo as relações entre essas medidas.
- Para explorar a atividade **12**, pode ser proposto aos estudantes um jogo que utilize dados, para que pensem nos possíveis resultados. Em seguida, é importante discutir com eles as chances de um evento acontecer, explorando o conceito de probabilidade.
- O trabalho com gráficos que abordam temas atuais e da realidade, como o da atividade **13**, é essencial para a vivência em sociedade. Assim, podem ser apresentados aos estudantes gráficos diversos, extraídos de jornais, internet, revistas, para que eles interpretem e escrevam conclusões simples, mas que evidenciem a compreensão do tema e das informações do gráfico.

Abertura da Unidade 1

Conteúdos

- Nesta Unidade, serão trabalhados vários conceitos relacionados às unidades temáticas Números, Geometria e Probabilidade e Estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC listadas.

Orientações

- Comente com os estudantes que os Jogos Olímpicos foram criados pelos gregos na Antiguidade. Nesse período, os jogos eram compostos de 13 modalidades em que poderiam participar apenas homens. Ressalte que, atualmente, homens e mulheres podem participar das edições, que, no ano de 2021, contaram com 46 modalidades. A exploração do contexto favorece o desenvolvimento da competência geral 3 da BNCC.
- Chame a atenção dos estudantes para o fato de que a edição realizada em 2021 manteve o nome Tóquio-2020. Se julgar oportuno, informe-os ainda de que esse foi o primeiro adiamento da história das Olímpiadas; contudo, em razão da Primeira e Segunda Guerra Mundial, os Jogos Olímpicos foram cancelados nos anos de 1916, 1940 e 1944.
- No boxe *Para começar...*, na questão **1**, incentive os estudantes a exporem suas opiniões sobre os fatos que foram relevantes para eles a respeito de qualquer edição dos Jogos Olímpicos a que tenham assistido.
- Na questão **2**, comente com os estudantes que, na edição de Tóquio, o Brasil obteve a 12ª posição no quadro de medalhas. Até então, a melhor colocação do país foi nas Olímpiadas do Rio de Janeiro, em 2016, em que conquistou a 13ª posição.
- Durante o trabalho com a questão **3**, se julgar necessário, organize uma roda de conversa para que os estudantes exponham seus conhecimentos acerca dos múltiplos e divisores de um número natural.
- Ao trabalhar com a questão **4**, os estudantes podem utilizar diferentes estratégias para analisar se haverá uma edição no ano de 2038. Entre elas, há a possibilidade de calcular 2038 – 2024 e analisar se a diferença obtida é um múltiplo de 4. Para que eles identifiquem essas diferentes estratégias, solicite a alguns estudantes que apresentem suas soluções no quadro.

UNIDADE 1

Capítulo 1 Múltiplos e divisores

Capítulo 2 Números inteiros

Capítulo 3 Ângulos

Habilidades da BNCC trabalhadas nesta Unidade:
EF07MA01
EF07MA03
EF07MA04
EF07MA23
EF07MA34
EF07MA36

Para começar...: 2. Porque foi a primeira vez na história dos Jogos Olímpicos que uma edição foi adiada. Além disso, para os brasileiros, essa edição foi histórica, pois a delegação brasileira obteve sua melhor *performance* até então.

LAURENCE GRIFFITHS/GETTY IMAGES

Rebeca Andrade, primeira ginasta brasileira a conquistar a medalha de ouro nas Olimpíadas em Tóquio (Japão), 2021.

Para começar...: 3. A resposta depende do ano vigente. Considerando o ano de 2024, as três próximas edições ocorrerão em 2028, 2032 e 2036. Sim, pois é possível escrevê-los na forma 4*n*, em que *n* é um número natural.

UMA OLIMPÍADA HISTÓRICA

As Olimpíadas, que completaram 125 anos em 2021, são o maior evento esportivo do mundo. Desde a primeira edição da Era Moderna, que aconteceu em Atenas em 1896, os Jogos Olímpicos são realizados a cada 4 anos.

Por causa da pandemia da covid-19, houve o primeiro adiamento da história dos jogos. A edição de Tóquio, que seria realizada em 2020, ocorreu em 2021, com o Brasil tendo sua melhor *performance* até então. Seguindo o calendário olímpico, os próximos jogos serão sediados na cidade de Paris, na França, em 2024.

Para começar...

1. Você já assistiu aos Jogos Olímpicos? Comente.
2. De acordo com o texto, por que os jogos de Tóquio foram históricos?
3. As três próximas edições dos jogos estão previstas para quais anos? Os números que representam esses anos são múltiplos de 4? Justifique.
4. Caso os jogos sigam o calendário previsto, ocorrerá uma edição no ano de 2038? Justifique.

Para começar...: **1.** Respostas pessoais.

Para começar...: 4. Não. Espera-se que os estudantes percebam que a primeira edição dos Jogos Olímpicos ocorreu em um ano múltiplo de 4 e, consequentemente, todas as outras edições, seguindo o calendário, ocorrerão em anos múltiplos de 4.

CAPÍTULO 1

Múltiplos e divisores

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF07MA01
EF07MA34

1 Divisibilidade


GABI TOZATI/ARQUIVO DA EDITORA

Observe a situação a seguir.

Karina é voluntária em uma associação e vai distribuir *kits* de livros infantis a crianças carentes. Ela arrecadou 624 livros e quer montar *kits* com 4, com 5 ou com 6 livros cada um, de modo que todos os *kits* tenham a mesma quantidade e não sobre nenhum livro. Como ela pode montar os *kits*?

Para responder a essa questão, vamos analisar três divisões.

$$\begin{array}{r|l} 624 & 4 \\ \cline{2-2} 22 & 156 \\ 24 & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 624 & 5 \\ \cline{2-2} 12 & 124 \\ 24 & \\ 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 624 & 6 \\ \cline{2-2} 02 & 104 \\ 24 & \\ 0 & \end{array}$$

Se Karina montar *kits* com 4 livros, será possível distribuir 156 *kits* e não sobrarão livros; se montar *kits* com 5 livros, será possível distribuir 124 *kits*, mas sobrarão 4 livros; e, se montar *kits* com 6 livros, será possível distribuir 104 *kits* e não sobrarão livros. Portanto, ela deve montar *kits* com 4 ou com 6 livros, pois as divisões de 624 por 4 e por 6 têm resto zero.

Quando o resto de uma divisão é zero, a divisão é **exata**.

Um número natural *a* é **divisível** por um número natural *b*, diferente de zero, quando a divisão de *a* por *b* é exata. Nesse caso, também dizemos que *a* é **múltiplo** de *b* ou, ainda, que *b* é **divisor** de *a*.

Assim:

- 624 é múltiplo de 4, pois $4 \cdot 156 = 624$;
- 624 é múltiplo de 6, pois $6 \cdot 104 = 624$;
- 4 e 6 são divisores de 624;
- 624 não é múltiplo de 5, pois a divisão de 624 por 5 não é exata.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Múltiplos e divisores de um número natural

Conhecendo o conceito de múltiplo e divisor, podemos obter a sequência dos múltiplos de um número natural ou encontrar seus divisores.

Divisibilidade

Objetivos

- Consolidar o significado de múltiplo e divisor de um número natural.
- Retomar e aprofundar o estudo dos critérios de divisibilidade de números naturais por 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 100 e 1 000.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA01, da competência geral 2 e da competência específica 4 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA01 ao propor problemas com números naturais envolvendo as noções de divisor e de múltiplo.

Orientações

- Antes de iniciar o estudo deste tópico, converse com os estudantes e verifique se já vivenciaram situações cotidianas em que foi necessário saber se determinado número pertencia à tabuada de outro ou se havia ou não resto na divisão de um número por outro. Ajude-os a lembrar citando alguns exemplos como: quantos ovos há em 3 dúzias ou na divisão da medida do comprimento de uma parede para a colocação de quadros. Peça a eles que descrevam como lidaram com as situações que vivenciaram a fim de perceber se já conhecem algumas relações entre números.

(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.

Competência geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Competência específica 4: Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

- De acordo com a BNCC, os critérios de divisibilidade estão previstos para serem objetos de estudo a partir do 6º ano. Nesta obra, o livro do 6º ano abordou os critérios de divisibilidade por meio de investigações. Agora, esses critérios serão formalizados com base na observação sistemática de alguns casos, o que favorece o desenvolvimento da competência específica 4.
- Diga aos estudantes que a verificação de alguns casos não é suficiente para provar um critério de divisibilidade; apenas sugere a sua validade. Para cada um desses critérios, há uma demostração formal. Entretanto, essas demonstrações não estão presentes nesta coleção.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Como exemplo, vamos considerar o número 12.

Ao multiplicar esse número por qualquer número natural, obteremos um múltiplo de 12, pois a divisão do produto por 12 será exata.

$$\begin{array}{r|l|l}
\cline{2-2}
12 \cdot 0 = & 0 & \\
12 \cdot 1 = & 12 & \\
12 \cdot 2 = & 24 & \text{— São múltiplos de 12.} \\
12 \cdot 3 = & 36 & \\
12 \cdot 4 = & 48 & \\
\vdots & \vdots & \\
\cline{2-2}
\end{array}$$

Assim, a sequência desses produtos é a sequência dos múltiplos naturais de 12:

(0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, ...)

Note que a sequência começa pelo zero e que o padrão é sempre adicionar 12 ao termo anterior. Da mesma forma, podemos obter a sequência dos múltiplos de qualquer número natural.

Já para encontrar todos os divisores de 12, é necessário verificar os números naturais, diferentes de zero, pelos quais 12 é divisível.

- 12 é divisível por 1 e por 12, pois $1 \cdot 12 = 12$;
- 12 é divisível por 2 e por 6, pois $2 \cdot 6 = 12$;
- 12 é divisível por 3 e por 4, pois $3 \cdot 4 = 12$.

Como 12 não é divisível por nenhum outro número natural, os divisores de 12 são: 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

Critérios de divisibilidade

Em alguns casos, podemos descobrir se um número é divisível por outro sem efetuar a divisão, apenas aplicando algumas regras chamadas de **critérios de divisibilidade**. Vamos estudar esses critérios.

Critério de divisibilidade por 2

Observe alguns números divisíveis por 2.

0	2	4	6	8
10	12	14	16	18
20	22	24	26	28
30	32	34	36	38

Note que esses números terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8. Esse padrão se repete para todos os números divisíveis por 2.

Um número natural é divisível por 2 quando é par, ou seja, quando termina em 0, 2, 4, 6 ou 8.

Critério de divisibilidade por 3

Observe alguns números divisíveis por 3.

12	81	180	711
39	132	396	825
66	147	663	954

Note que, ao adicionar os algarismos de cada um desses números, obtemos um número divisível por 3.

$12 \rightarrow 1+2=\boxed{3}$
$39 \rightarrow 3+9=\boxed{12}$
$66 \rightarrow 6+6=\boxed{12}$

$81 \rightarrow 8+1=\boxed{9}$
$132 \rightarrow 1+3+2=\boxed{6}$
$147 \rightarrow 1+4+7=\boxed{12}$

$180 \rightarrow 1+8+0=\boxed{9}$
$396 \rightarrow 3+9+6=\boxed{18}$
$663 \rightarrow 6+6+3=\boxed{15}$

$711 \rightarrow 7+1+1=\boxed{9}$
$825 \rightarrow 8+2+5=\boxed{15}$
$954 \rightarrow 9+5+4=\boxed{18}$

números divisíveis por 3

Esse fato acontece não apenas com esses números, mas com qualquer número que seja divisível por 3.

Um número natural é divisível por 3 quando a soma de seus algarismos é divisível por 3.

Critério de divisibilidade por 6

Observe alguns números divisíveis por 6 a partir do 60.

60 66 72 78 84 90 96 102 108 114

Note que todos esses números são divisíveis por 2, pois são pares, e são divisíveis por 3, pois a soma dos algarismos de cada um deles é divisível por 3. Se isso acontece (o número é divisível por 2 e por 3), o número é divisível por 6.

Um número natural é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3.

Critério de divisibilidade por 9

$9 \cdot 63 = 567$ $9 \cdot 251 = 2\,259$

$9 \cdot 456 = 4\,104$ $9 \cdot 711 = 6\,399$

Ao multiplicar 9 por um número natural, obtemos um múltiplo de 9. Assim, 567, 2 259, 4 104 e 6 399 são múltiplos de 9 (ou são divisíveis por 9).

Observe que a soma dos algarismos de cada um desses números é um número divisível por 9.

1 + 8 = 9

$567 \rightarrow 5+6+7=\boxed{18}$
$2\,259 \rightarrow 2+2+5+9=\boxed{18}$

$4\,104 \rightarrow 4+1+0+4=\boxed{9}$ — **9**
$6\,399 \rightarrow 6+3+9+9=\boxed{27}$ — **2 + 7 = 9**

números divisíveis por 9

Esse fato acontece não apenas com esses números, mas com qualquer número que seja divisível por 9.

Um número natural é divisível por 9 quando a soma de seus algarismos é divisível por 9.

- É importante que os critérios de divisibilidade não sejam tratados como regras a serem memorizadas. A análise de vários exemplos contribui para que os estudantes atribuam significado aos critérios de divisibilidade por 3, 6 e 9 apresentados nesta página.

- Assim como os critérios de divisibilidade por 3, 6 e 9, os critérios de divisibilidade por 4 e 5 não devem ser tratados como regras a serem memorizadas. Diga aos estudantes que os critérios de divisibilidade servem para facilitar a verificação de um número ser divisível por outro. Para auxiliar no entendimento, peça a eles que escrevam um número com 10 algarismos que seja divisível por 4, por exemplo. Para isso, eles devem escrever um número em que os dois últimos algarismos formem um número que seja divisível por 4. Exemplo: 1 234 565 232. Em seguida, eles podem utilizar a calculadora para verificar que a divisão deste número por 4 tem quociente inteiro.
- No boxe *Para investigar*, espera-se que os estudantes façam as divisões usando uma calculadora e verifiquem que todos esses números são divisíveis por 4, pois as divisões são exatas.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Critério de divisibilidade por 4

O número 3 548 é divisível por 4, assim como o número 48.

$$\begin{array}{r|l} 3\,548 & 4 \\ \hline 34 & 887 \\ 28 & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 48 & 4 \\ \hline 08 & 12 \\ 0 & \end{array}$$

Observe o que acontece quando decompomos esse número divisível por 4.

$$3\,548 = \underbrace{3\,000}_{\text{É divisível por 4.}} + \underbrace{500}_{\text{É divisível por 4.}} + \underbrace{48}_{\text{É divisível por 4.}}$$

Todas as centenas inteiras, os milhares inteiros, as dezenas de milhar inteiras etc. são divisíveis por 4. Então, se os dois últimos algarismos de um número formam um múltiplo de 4, o número é divisível por 4.

Assim, temos o seguinte critério de divisibilidade:

Um número natural é divisível por 4 quando seus dois últimos algarismos são 00 ou formam um número divisível por 4.

Para investigar

Usando uma calculadora, verifique que 100, 200, 300, 400, 500, 1 000, 2 000, 20 000, 30 000, 50 000, 100 000, 200 000 e 1 000 000 são divisíveis por 4. **Para investigar:** Comentários em *Orientações*.

Critério de divisibilidade por 5

Observe alguns números divisíveis por 5.

0	5	10	15	20	25
30	35	40	45	50	55
60	65	70	75	80	85

Todos esses números terminam em zero ou em 5. Esse fato acontece com todos os números divisíveis por 5.

Um número natural é divisível por 5 quando termina em zero ou em 5.

Critérios de divisibilidade por 10, por 100 e por 1 000

Observe alguns números divisíveis por 10, por 100 e por 1 000.

- Números divisíveis por 10:
  10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 ...

- Números divisíveis por 100:
  100 200 300 400 500 600 700 800 900 1 000 1 100 ...

- Números divisíveis por 1 000:
  1 000 2 000 3 000 4 000 5 000 6 000 7 000 8 000 9 000 10 000 11 000 ...

Observe o padrão na quantidade de zeros desses múltiplos. Esse padrão se repete para todos os números divisíveis por 10, por 100 e por 1 000.

Um número natural é divisível:
- por 10 quando termina em 0;
- por 100 quando termina em 00;
- por 1 000 quando termina em 000.

Para pensar

Pode-se dizer que qualquer número divisível por 1 000 também é divisível por 100? E por 10? Justifique sua resposta. **Para pensar:** Sim, pois, se um número termina em 000, termina também em 00 e em 0.

1. a) verdadeira; **b)** verdadeira; **c)** verdadeira; **d)** falsa; **e)** verdadeira

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. No caderno, classifique as afirmações em verdadeiras ou falsas.

a) 5 é divisor de 5.
b) 5 é múltiplo de 5.
c) 1 é divisor de 5.
d) 0 é divisor de 5.
e) 0 é múltiplo de 5.

2. Jéssica faz bombons para vender. Em uma caixa cabem 6 bombons, como mostra a ilustração abaixo.

ATTÍLIO/ARQUIVO DA EDITORA

- Em um dia, ela fez 726 bombons. Quantas caixas de bombons ela poderá completar? Faltarão bombons para completar as caixas? Se faltarem, quantos? **2.** 121 caixas; não

3. Luís tem 234 placas de vidro para colocar em janelas como a da figura a seguir. Quantas janelas Luís conseguirá envidraçar? Sobrarão placas de vidro? Se sobrarem, quantas? **3.** 58 janelas; sim; sobrarão 2.

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

- O boxe *Para pensar* incentiva os estudantes a perceber que os critérios de divisibilidade estão relacionados entre si. É importante deixá-los livres para levantar hipóteses e testá-las, o que favorece o desenvolvimento da competência geral 2 da BNCC.
- Nas atividades **1**, **2** e **3** são propostos problemas com números naturais envolvendo as noções de divisor e de múltiplo. Após resolver esses problemas, peça aos estudantes que compartilhem o modo como pensaram com os colegas.

- Na atividade **5**, ao dividir o número 1 567 por 3 e por 4, espera-se que os estudantes percebam que é impossível organizar as prateleiras de modo que elas tenham a mesma quantidade de arquivos.
- Resposta da atividade **6**:

divisíveis por 2: 222, 224, 226 e 228
divisíveis por 3: 222, 225 e 228
divisíveis por 2 e por 3: 222 e 228

Os números 222 e 228 são divisíveis por 6 também.

- Na atividade **9**, a solução pode ser encontrada com a divisão do total de linhas (507) por 2, pois observa-se que a cada duas linhas aparece novamente a sequência de letras da sigla OBMEP. Como o resto da divisão é 1, na linha 507 encontraremos a repetição da sequência de letras OBMEP. Em seguida, realiza-se a divisão do total de colunas (1 007) por 5, pois a cada cinco colunas temos o início da sigla OBMEP. Como o resto da divisão é 2, significa que a partir da coluna 1 006 haverá uma nova sigla OBMEP. Portanto, no cruzamento da linha 507 com a coluna 1 007, teremos a letra B.
- Nas atividades **5** e **10**, é importante que os estudantes justifiquem suas respostas com argumentos sobre divisibilidade. Avalie as justificativas deles a fim de identificar possíveis concepções equivocadas em relação aos conceitos estudados.

Decomposição em fatores primos

Objetivos

- Decompor um número natural em fatores primos.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA01.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA01 porque o estudo da decomposição de um número em fatores primos é um pré-requisito para que os estudantes possam resolver e elaborar problemas que envolvam as noções de máximo divisor comum e de mínimo múltiplo comum.

4. Para fazer um trabalho em grupo, a professora precisa dividir a turma de 24 estudantes em grupos de 3 a 5 pessoas. Calcule as maneiras de dividir a turma mantendo todos os grupos com o mesmo número de estudantes.

4. A professora pode dividir a turma em 8 grupos de 3 estudantes ou em 6 grupos de 4 estudantes.

5. Mara precisa organizar os 1 567 arquivos de sua empresa em prateleiras.

ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

- Ela tem a opção de organizá-los em 3 ou 4 prateleiras, de forma que cada uma fique com a mesma quantidade de arquivos. Mara conseguirá realizar essa tarefa? Por quê?

5. Não, pois 1 567 não é divisível por 3 nem por 4.

6. Encontre os números naturais divisíveis por 2 e os números naturais divisíveis por 3 que estão entre 220 e 230.

- Entre os números encontrados, quais são divisíveis por 2 e por 3 ao mesmo tempo? Esses números são divisíveis por 6?

6. Resposta em *Orientações*.

7. A professora de Matemática disse para seus estudantes:

"A minha idade é um número múltiplo de 4 e ainda é divisor de 104".

- Sabendo que a professora tem menos de 60 anos, responda: qual é a idade dela?

7. 52 anos

8. Responda.

a) Qual é o único número natural que é divisor de qualquer outro número natural? **8. a)** 1

b) Qual é o número natural que nunca é divisor de outro? **8. b)** zero

c) Que número natural, diferente de zero, é divisor de si mesmo? **8. c)** qualquer número natural

9. (Obmep) O professor Samuel preencheu uma tabela com 507 linhas e 1 007 colunas de acordo com o padrão indicado a seguir.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	...	1007
1	O	B	M	E	P	O	B	M	E	P	...	...	
2	2	0	0	7	✺	2	0	0	7	✺	...	...	
3	O	B	M	E	P	O	B	M	E	P	...	...	
4	2	0	0	7	✺	2	0	0	7	✺	...	...	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	
507													X

Como ele preencheu a casa marcada com o X?

9. alternativa **b**

a) Com o número 2.

b) Com a letra *B*.

c) Com a letra *M*.

d) Com o número 7.

e) Com o símbolo ✺.

10. a) Nenhum. Para 5 47n ser divisível por 10, $n = 0$, mas 5 470 não é divisível por 9.

10. Resolva.

a) Que algarismo podemos colocar no lugar de n em 5 47n, de forma que ele seja divisível por 9 e por 10? Justifique sua resposta.

b) Que algarismo podemos colocar no lugar de m em 65 3m8, de forma que ele seja divisível por 4 e por 3? Justifique sua resposta.

10. b) 2 ou 8. Pois 65 328 e 65 388 são divisíveis por 3 e por 4.

2 Decomposição em fatores primos

Alguns números naturais têm apenas dois divisores: o 1 e o próprio número. Esses números são chamados de **números primos**.

Os números primos menores que 50 são:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47

Note que todos esses números têm como divisores apenas o 1 e o próprio número.

(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.

Os números naturais maiores que 1 que não são primos são chamados de **números compostos**. Eles podem ser decompostos de várias formas, como uma multiplicação de dois ou mais fatores. Por exemplo, 140, que é um número composto, pode ser escrito como:

$$140 = \underbrace{2 \cdot 70}_{\text{fatores}} \qquad 140 = \underbrace{2 \cdot 5 \cdot 14}_{\text{fatores}} \qquad 140 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7}_{\text{fatores}}$$

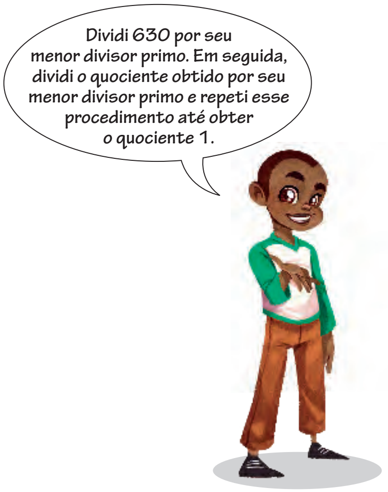
Quando fazemos a decomposição de modo que todos os fatores sejam números primos, realizamos a **fatoração completa** do número ou sua **decomposição em fatores primos**:

$$140 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

Há várias formas de obter a decomposição de um número em fatores primos.

Acompanhe como Magali e Murilo fizeram para obter a decomposição de 630 em fatores primos.

$$\begin{aligned}630 &= 10 \cdot 63\\ 630 &= 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9\\ 630 &= 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3\\ 630 &= 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7\end{aligned}$$



$$\begin{array}{r|l}630 & 2\\ 315 & 3\\ 105 & 3\\ 35 & 5\\ 7 & 7\\ 1 & \end{array}$$

2 ← Dividindo 630 pelo menor divisor primo (2), obtive 315.

3 ← Dividindo 315 pelo menor divisor primo (3), obtive 105.

3, 5, 7: Repeti o mesmo procedimento até obter o quociente 1.

Assim: $630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

ILUSTRAÇÕES: GABI TOZATI/ARQUIVO DA EDITORA

Observação

Note que, além do número 1, qualquer um dos fatores primos ou o produto de quaisquer dois ou mais fatores primos de um número é sempre divisor desse número.

Por exemplo, alguns dos divisores de 630 são:

- 1, 2, 3, 5, 7
- $2 \cdot 3 = 6$
- $2 \cdot 5 = 10$
- $3 \cdot 7 = 21$
- $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$
- $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$
- $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 630$, ...

Orientações

- São apresentadas duas estratégias para decompor um número em fatores primos. Você pode pedir aos estudantes que decomponham outros números em fatores primos usando ambas as estratégias, para que pratiquem o que foi estudado.
- Comente com eles que não é obrigatório, na segunda estratégia apresentada, começar dividindo o número pelo menor divisor primo. Se julgar conveniente, peça que decomponham o número 630 começando a dividir esse número por 3, 5 ou 7. Depois, peça que compartilhem a decomposição obtida com os colegas.
- Se julgar oportuno, pergunte aos estudantes qual maneira de obter a decomposição de 630 em fatores primos eles preferem: a de Magali ou a de Murilo? Depois, verifique se todos compreenderam que 2, 3, 5 e 7 são os fatores primos de 630.

Máximo divisor comum (mdc)

Objetivo

- Favorecer o desenvovimento da competência geral 9 e da habilidade EF07MA01 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA01, por apresentar estratégias diversas para calcular o máximo divisor comum de dois números naturais. A ideia é que essas estratégias sejam empregadas na resolução e na elaboração de problemas.

Orientações

- Se achar conveniente, explore com os estudantes a situação apresentada para introduzir o conceito de máximo divisor comum, perguntando a eles qual critério usam quando precisam escolher um time em gincanas ou nas aulas de Educação Física, por exemplo. É comum que, em situações assim, alguns estudantes sempre sejam preteridos em relação aos demais – o que, por vezes, pode gerar *bullying*. Essa conversa é uma boa oportunidade para trabalhar com a turma sobre empatia e respeito ao outro, conforme preconiza a competência geral 9 da BNCC. Em seguida, questione-os como começaram a desenhar a resolução do problema.
- Se julgar oportuno, peça aos estudantes que calculem o número de equipes que participarão da gincana. (Resposta: 3 equipes de meninos e 5 equipes de meninas, totalizando 8 equipes.)
- A resolução coletiva de um problema é enriquecedora, pois possibilita a troca de opiniões e faz com que os estudantes percebam que, independentemente da resolução, não há único caminho para obter a resposta. Se optar por essa dinâmica, não se preocupe em chegar à resposta correta nem usar procedimentos tradicionais.
- Peça aos estudantes que, antes de analisar o exemplo apresentado, encontrem o mdc de 420 e 1 300 utilizando suas próprias estratégias. Depois, incentive-os a socializar com os colegas o modo como fizeram.

3 Máximo divisor comum (mdc)

AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

Em algumas situações, precisamos encontrar o maior dos divisores naturais comuns de dois ou mais números. Considere, por exemplo, a situação a seguir.

Haverá uma gincana da qual participarão 18 meninos e 30 meninas. A ideia é formar equipes somente de meninos ou somente de meninas. Além disso, as equipes devem ter a mesma quantidade e o maior número possível de pessoas. Qual será o número de pessoas em cada equipe?

Para resolver essa situação, precisamos encontrar um modo de distribuir os meninos e as meninas em equipes que tenham o mesmo número de pessoas.

Primeiro, vamos organizar as equipes separadamente. Observe.

- Os 18 meninos podem ser divididos em equipes de:

1, 2, 3, 6, 9 ou 18 pessoas

- As 30 meninas podem ser divididas em equipes de:

1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 ou 30 pessoas

Comparando as divisões acima, percebemos que as equipes com o mesmo número de pessoas são as que têm 1, 2, 3 e 6 pessoas.

Como queremos que as equipes tenham o maior número possível de pessoas, concluímos que cada equipe deverá ter 6 pessoas.

Esse número é o **máximo divisor comum** (**mdc**) de 18 e 30. Escrevemos assim: mdc (18, 30) = 6

Na resolução da situação apresentada:

- primeiro, obtivemos os divisores de 18;
- depois, encontramos os divisores de 30;
- em seguida, observamos os divisores que os números 18 e 30 têm em comum;
- por último, escolhemos o maior divisor comum de 18 e 30.

Esse é um dos modos de obter o mdc de dois ou mais números. Também podemos calcular o mdc por meio da decomposição em fatores primos.

Observe, por exemplo, como calcular o mdc de 420 e 1 300.

Fazendo a decomposição de 420 e de 1 300 em fatores primos, temos:

420	2
210	2
105	3
35	5
7	7
1	

1 300	2
650	2
325	5
65	5
13	13
1	

(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Então: $420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ e $1\,300 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13$

fatores comuns

O produto dos fatores comuns dos dois números é divisor de cada um deles e é o maior divisor comum entre eles.

Assim: mdc $(420, 1\,300) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$

Observação

Quando, entre dois ou mais números, não há fatores comuns, dizemos que esses números são **primos entre si** e o mdc é igual a 1.

4 Mínimo múltiplo comum (mmc)

Em outras situações, precisamos encontrar o menor dos múltiplos naturais comuns, diferente de zero, de dois ou mais números. Acompanhe a situação a seguir.

Da estação de trem *Esperança* partem trens para as estações *Felicidade* e *Gargalhada*. Os trens com destino à estação *Felicidade* partem de 50 em 50 minutos e os trens com destino à estação *Gargalhada* partem de 60 em 60 minutos. Sabendo que dois trens, um com destino à estação *Felicidade* e um com destino à estação *Gargalhada*, partiram juntos nesse instante da estação *Esperança*, daqui a quanto tempo será a próxima vez que eles partirão juntos?

Para resolver esse problema, vamos listar daqui a quantos minutos os trens para cada um dos destinos partirão da estação *Esperança*.

RODRIGO PASCOAL/ARQUIVO DA EDITORA

- Para a estação *Felicidade*:
  50, 100, 150, 200, 250, **300**, 350, 400, 450, 500, 550, **600**, ...
- Para a estação *Gargalhada*:
  60, 120, 180, 240, **300**, 360, 420, 480, 540, **600**, ...

Os tempos comuns são: 300, 600, ...

Assim, os trens partirão juntos novamente após 300 minutos, após 600 minutos, ...

Portanto, a próxima vez que os trens partirão juntos será daqui a 300 minutos, ou seja, 5 horas.

Então, 300 é o **mínimo múltiplo comum (mmc)** de 50 e 60. Escrevemos: mmc $(50, 60) = 300$

Na resolução acima, para encontrar o mmc de 50 e 60, escrevemos os múltiplos diferentes de zero de cada um dos números e, depois, observamos o menor múltiplo comum entre eles. Esse é um modo de calcular o mmc de dois ou mais números. Podemos também usar a decomposição dos números em fatores primos.

Observe, por exemplo, como calcular o mmc de 30 e 84.

Decompondo os dois números em fatores primos por um dos métodos vistos, temos:

$30 = 10 \cdot 3$ $\qquad$ $84 = 4 \cdot 21$

$30 = 2 \cdot 5 \cdot 3$ $\qquad$ $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$

fatores comuns

(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.

Mínimo múltiplo comum (mmc)

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA01.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA01 ao apresentar estratégias diversas para calcular o mínimo múltiplo comum de dois números naturais. A ideia é que essas estratégias sejam empregadas na resolução e na elaboração de problemas.

Orientações

- Você pode explorar a mesma dinâmica usada na situação introdutória do conceito de máximo divisor comum ou deixar que os estudantes elaborem sozinhos suas resoluções, validando-as, à medida que as explicações dos procedimentos forem compreendidas.

- É comum os estudantes terem dificuldades durante a resolução de problemas que envolvem as noções de máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum. As dúvidas são mais recorrentes quando precisam decidir qual dessas noções deve ser empregada na resolução do problema. Assim, sugerimos a discussão coletiva e a análise das perguntas dos problemas propostos para que a estrutura do problema possa ser bem compreendida pela turma.

Observe o que acontece quando multiplicamos todos os fatores primos diferentes dos dois números e os fatores comuns apenas uma vez:

$$2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 = 420$$

Podemos, ainda, escrever:

$$\underbrace{2 \cdot 5 \cdot 3}\cdot\underbrace{2 \cdot 7} = 30 \cdot 14 = 420$$

ou

$$2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 = 5 \cdot 84 = 420$$

Ou seja, 420 é múltiplo de 84 e de 30, e, como 5 e 14 (2 · 7) não têm fatores primos comuns, 420 será o menor múltiplo comum de 84 e 30.

Assim, para encontrar o mmc de dois ou mais números, basta multiplicar todos os fatores primos diferentes dos números e os fatores comuns apenas uma vez:

$$\text{mmc}\ (30, 84) = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 = 420$$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Junte-se a um colega, analisem os problemas propostos e identifiquem os que podem ser resolvidos por meio do cálculo do mdc e os que podem ser resolvidos pelo cálculo do mmc.

Problema 1

Paulo tem vários livros, sendo 15 de suspense e 20 de aventura. Ele quer organizá-los em prateleiras sem misturar os gêneros e ocupando a menor quantidade de prateleiras. Cada prateleira deverá ter o mesmo número de livros. Quantos livros Paulo deverá colocar em cada prateleira?

1. Problema 1: mdc; 5 livros em cada prateleira

AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

Problema 2

Uma loja de tecidos vai promover uma semana de venda de retalhos. José ficou encarregado de montar uma banca com dois tecidos de estampas diferentes. O tecido com estampa de bolinhas mede 300 centímetros de comprimento e o tecido com estampa de listras mede 240 centímetros de comprimento. José precisa cortar os tecidos em pedaços de mesma medida de comprimento e todos os retalhos devem ter a maior metragem possível. Quantos centímetros de comprimento cada retalho medirá?

1. Problema 2: mdc; 60 centímetros

Problema 3

Júlia está fazendo um tratamento médico. Ela precisa tomar o remédio A de 4 em 4 horas e o remédio B de 6 em 6 horas. Se ela tomou os dois remédios às 8 horas, a que horas ela tomará os dois remédios juntos novamente?

1. Problema 3: mmc: às 20 horas

GABI TOZATI/ARQUIVO DA EDITORA

- Agora, resolvam os problemas e apresentem as resoluções para os demais colegas.

2. Descubra os números que devem substituir cada ■ nas decomposições em fatores primos e depois calcule o mdc e o mmc. **2.** Respostas em *Orientações*.

a) mdc (1 170, 1 710)

1 170	2
■	■
195	3
■	■
13	13
■	

1 710	2
855	■
■	3
95	■
■	19
1	

b) mmc (135, 170)

135	■
45	3
■	■
5	■
1	

170	2
85	■
■	17
1	

3. Calcule o que se pede.

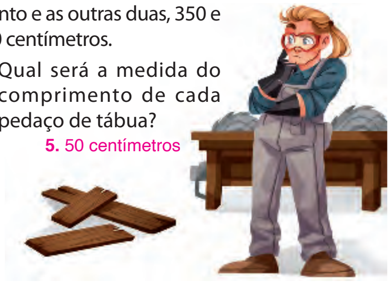
a) mdc (180, 150) **3. a)** 30
b) mdc (231, 825) **3. b)** 33
c) mdc (340, 728) **3. c)** 4
d) mmc (12, 18) **3. d)** 36
e) mmc (90, 180) **3. e)** 180
f) mmc (55, 121) **3. f)** 605

4. Augusto organizará apresentações artísticas com crianças de uma escola. Ao todo, serão 7 apresentações musicais e 11 apresentações teatrais. Cada criança participará somente de uma apresentação musical e de uma teatral, e em ambas as apresentações deverá haver a mesma quantidade de crianças.

- Qual é a quantidade mínima de crianças que Augusto terá de recrutar para as apresentações? **4.** 77 crianças

5. Um marceneiro precisa cortar três tábuas em pedaços de mesma medida de comprimento. Para melhor aproveitamento das tábuas, a medida do comprimento dos pedaços deve ser a maior possível. Uma das tábuas mede 250 centímetros de comprimento e as outras duas, 350 e 550 centímetros.

- Qual será a medida do comprimento de cada pedaço de tábua? **5.** 50 centímetros



6. Um relógio eletrônico dispara o alarme de 40 em 40 minutos. Outro relógio soa o alarme de 30 em 30 minutos. Se os dois soaram juntos às 7 horas, a que horas isso voltará a ocorrer? **6.** às 9 horas

7. Três corredores largaram juntos em uma prova cujo percurso é circular. Eles correm a uma medida de velocidade constante. Bruno leva 3 minutos para completar cada volta, Henrique leva 4 minutos e Davi, 6 minutos.

- Dada a largada, depois de quanto tempo os três passarão juntos pela primeira vez por esse local? **7.** depois de 12 minutos

8. Leia o texto e responda às questões.

Em uma loja, há 150 DVDs de filmes de suspense, 120 de comédias, 50 de *shows* musicais e 250 de outros gêneros. Para que os clientes encontrem os DVDs com mais facilidade, o proprietário da loja vai separá-los em quantidades iguais nas prateleiras. Em cada uma, ele colocará a maior quantidade possível de DVDs, mas sem misturar os gêneros.

a) Quantos DVDs o proprietário deverá colocar em cada prateleira? **8. a)** 10 DVDs

b) Quantas prateleiras serão necessárias? **8. b)** 57 prateleiras

ILUSTRAÇÕES: GABI TOZATI/ARQUIVO DA EDITORA

Resposta dos itens **a** e **b** da atividade **2**:

a) mdc (1170, 1710) = 90

1 170	2
585	3
195	3
65	5
13	13
1	

1710	2
855	3
285	3
95	5
19	19
1	

b) mmc (135, 170) = 4 590

135	3
45	3
15	3
5	5
1	

170	2
85	5
17	17
1	

- Na atividade **5**, espera-se que os estudantes calculem o mdc (250, 350, 550) para obter pedaços de mesma medida das três tábuas.

- Resolução da atividade **15**:

a) Calculamos o mínimo múltiplo comum entre 30, 8 e 20. Como o mmc (8, 20, 30) é 120, concluímos que, a cada medida de distância de 120 quilômetros, haverá um posto de combustível, um telefone público e um radar.

b) Uma vez, pois a estrada mede 200 quilômetros de comprimento, e a segunda vez em que os três apareceriam juntos seria a uma medida de distância de 240 quilômetros do início da estrada.

- Na atividade **16,** os estudantes vão elaborar dois problemas: um envolvendo a noção de máximo divisor comum e outro envolvendo a noção de mínimo múltiplo comum. Aproveite a oportunidade para avaliar se todos compreenderam os conceitos trabalhados nos tópicos anteriores.

9. Leia o texto e responda às questões.

Dois livros, um com 176 páginas e outro com 240 páginas, serão divididos em fascículos para venda semanal em bancas de jornais. Os fascículos serão montados com o maior número de páginas possível e terão o mesmo número de páginas.

9. a) 16 páginas

a) Quantas páginas terá cada fascículo?

b) Em quantas semanas uma pessoa terá os dois livros completos, considerando que ela compre todos os fascículos e que um livro seja vendido após o outro? **9. b)** 26 semanas

10. Próximo à minha casa há um ponto de ônibus por onde passam duas linhas diferentes. Uma delas passa de 30 em 30 minutos, enquanto a outra passa de 15 em 15 minutos.

a) Se os ônibus das duas linhas passaram juntos no ponto às 13 horas e 30 minutos, a que horas eles passarão juntos novamente?

10. a) às 14 horas

b) Se o primeiro encontro dos ônibus das duas linhas ocorre às 6 horas da manhã, a que horas deve ocorrer o décimo encontro?

10. b) às 10 horas e 30 minutos

11. Leia o texto e responda às questões.

A um congresso, compareceram 28 funcionários de uma empresa: 16 foram em carros particulares e 12 em carros da empresa. Cada carro transportou o maior número possível de pessoas, e todos transportaram a mesma quantidade de funcionários.

11. a) 4 funcionários

a) Quantos funcionários cada carro transportou?

b) Quantos carros foram utilizados?

11. b) 7 carros

12. Guilherme, Artur e Bernardo moram em São Paulo e costumam viajar a trabalho para dar palestras. Guilherme costuma viajar de 12 em 12 dias, Artur, de 15 em 15 dias e Bernardo, de 20 em 20 dias. Sabendo que os três viajaram juntos para o Rio de Janeiro, daqui a quantos dias eles viajarão juntos novamente?

12. daqui a 60 dias

13. Em uma turma existem menos de 35 estudantes. O professor de Educação Física precisa formar equipes para desenvolver uma atividade. Se o professor montar equipes de 6, 10 ou 15 pessoas, não sobrará nenhum estudante fora das equipes. Quantos estudantes há nessa turma?

13. 30 estudantes

14. Exemplo de resposta: [...] e, às 20 horas e 24 minutos, ocorre o mesmo.

14. Leia o texto a seguir e corrija os dados incorretos.

Rafael vive no litoral em uma localidade próxima de um porto.

Ele conta que, em sua cidade, dois faróis sinalizam a entrada de um canal entre uma ilha e o continente. Um deles ilumina certo lugar de 6 em 6 minutos, e o outro ilumina o mesmo lugar de 8 em 8 minutos.

Ele também relata que às 20 horas os dois faróis iluminam juntos aquele lugar e, às 20 horas e 30 minutos, ocorre o mesmo.

MARCOS MACHADO/ARQUIVO DA EDITORA

15. Resolva o problema. Se necessário, faça um esquema para ilustrar a situação.

Uma estrada mede 200 quilômetros de comprimento. Nela, a medida de distância entre um posto de combustível e outro é de 30 quilômetros, entre os telefones públicos, 8 quilômetros e entre os radares eletrônicos para controle da medida de velocidade, 20 quilômetros. No início dessa estrada, os três estão no mesmo lugar.

a) Partindo do início, qual medida da distância, em quilômetro, é preciso percorrer para encontrar um posto de combustível, um telefone público e um radar eletrônico no mesmo local da estrada? **15. a)** 120 quilômetros

b) Quantas vezes ao longo de toda a estrada eles aparecerão juntos novamente? **15. b)** uma vez

16. Elabore dois problemas, um que possa ser resolvido usando a ideia de mmc e um usando a ideia de mdc. **16.** Resposta pessoal.

Passe seus problemas para um colega resolver e resolva os problemas criados por ele.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Estimativa da probabilidade

Em algumas situações, para estimar a probabilidade de ocorrer determinado resultado, considera-se a ocorrência desse resultado anteriormente. Esse tipo de estudo é importante, por exemplo, para realizar previsões e planejamentos, calcular o valor de seguros, testar a eficácia de medicamentos etc.

Observe algumas situações.

Situação 1

Em janeiro de 2024, a Companhia de Engenharia de Tráfego da cidade Ecológica fez um levantamento do número de pessoas que utilizaram a bicicleta como meio de transporte e do número de acidentes com ciclistas nos três anos anteriores.

GABI TOZATI/ARQUIVO DA EDITORA

Número de acidentes envolvendo ciclistas

Ano	Número de ciclistas	Número de acidentes
2021	1 502	17
2022	1 713	19
2023	1 988	20

Dados obtidos pela Companhia de Engenharia de Tráfego da cidade Ecológica em janeiro de 2024.

Com base nos dados da tabela, podemos calcular o percentual de ciclistas que se envolveram em acidente nos anos 2021, 2022 e 2023. Para isso, basta dividir o número de acidentes envolvendo ciclistas pelo número total de ciclistas de cada ano.

Em 2021:

$$\frac{17}{1\,502} \simeq 0{,}011 = 1{,}1\%$$

Em 2022:

$$\frac{19}{1\,713} \simeq 0{,}011 = 1{,}1\%$$

Em 2023:

$$\frac{20}{1\,988} \simeq 0{,}010 = 1{,}0\%$$

Observe que nesses três anos aproximadamente 1% dos ciclistas se envolveu em acidente. Assim, podemos estimar que a probabilidade de um ciclista se envolver em acidente em 2024 será de aproximadamente 1%.

Repare que, nessa situação, baseamo-nos em informações estatísticas para estimar a probabilidade de um evento ocorrer, ou seja, com base na ocorrência anterior, estimamos a probabilidade de o evento ocorrer posteriormente.

Situação 2

Uma indústria farmacêutica está verificando os efeitos colaterais causados pelo uso de determinado medicamento. Para isso, realizou um experimento com 1 000 pessoas. Destas, 31 pessoas tiveram dores de cabeça após consumir o medicamento.

Assim, $\frac{31}{1\,000} = \frac{3{,}1}{100}$ ou 3,1% das pessoas tiveram dores de cabeça.

Para obter uma estimativa melhor, a indústria realizou o experimento com mais 4 000 pessoas, totalizando 5 000 pessoas. Destas, 142 pessoas apresentaram dores de cabeça.

Considerando o experimento todo, $\frac{142}{5\,000} = 0{,}0284$ ou 2,84% das pessoas tiveram dores de cabeça.

Para melhorar ainda mais a estimativa, a indústria realizou o experimento com mais 5 000 pessoas, totalizando 10 000 pessoas. Destas, 293 pessoas apresentaram dores de cabeça.

(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.

Competência específica 4: Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

Estatística e Probabilidade

Objetivos

- Determinar a probabilidade de um evento ocorrer com base em informações estatísticas.
- Trabalhar com o Tema Contemporâneo Transversal **Vida Familiar e Social**, da macroárea **Cidadania e Civismo**, ao propor uma conversa sobre doação de sangue.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA34 e da competência específica 4 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA34 por propor estimativas de probabilidades por meio de frequências de ocorrências.

Orientações

- Nesta seção, os estudantes terão a oportunidade de estudar a probabilidade de um evento acontecer com base em informações estatísticas. Esse modo de determinar a probabilidade é muito comum em nosso dia a dia.
- Se julgar conveniente, o contexto da situação 1 pode ser aproveitado para propor aos estudantes que realizem uma pesquisa entre os familiares e amigos para descobrir qual é o principal meio de transporte usado por eles. Depois, com os dados coletados, é possível criar uma campanha de conscientização, para a comunidade escolar e em conjunto com o professor de Língua Portuguesa, a respeito da importância de buscar alternativas de transporte que causem menos impacto no meio ambiente.

- Para resolver a atividade **2**, os estudantes devem, inicialmente, calcular o total de doadores:

$3\,600 + 3\,200 + 800 + 400 = 8\,000$

No item **b**, espera-se que eles percebam que como são 3 200 doadores do tipo A e 400 do tipo AB, há então 8 vezes mais doadores do tipo A que do tipo AB; logo, a probabilidade de aparecer um doador do tipo A é 8 vezes a probabilidade de aparecer um doador do tipo AB.

Aproveite a proposta do item **c** e comente com os estudantes que doar sangue é um ato de solidariedade e um gesto de cidadania que pode salvar muitas vidas, uma vez que o sangue é um transportador de substâncias de extrema importância para o funcionamento do corpo. Conversar com os estudantes sobre esse assunto favorece o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Vida Familiar e Social** da macroárea **Cidadania e Civismo**.

Assim, considerando as 10 000 pessoas, $\frac{293}{10\,000} = 0{,}0293$ ou 2,93% das pessoas tiveram dores de cabeça.

Usando esse número, a indústria pode estimar a probabilidade de uma pessoa ter esse efeito colateral após consumir o medicamento. Para tornar ainda mais precisa a estimativa, a indústria pode realizar o experimento com mais pessoas. Quanto maior o número de repetições do experimento, mais acertada é a estimativa. Se o número de repetições é pequeno, a probabilidade estimada pode não condizer com a realidade.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. A tabela a seguir mostra o número de furtos de motocicletas de 2020 a 2023 na cidade Urbana.

Furtos de motocicletas

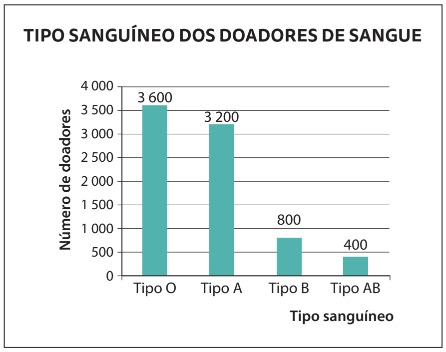
Ano	Número de motocicletas em circulação	Número de furtos
2020	22 005	1 400
2021	35 158	2 080
2022	47 977	2 901
2023	62 562	3 510

Dados obtidos pela prefeitura da cidade Urbana entre 2020 e 2023.

a) Estime a probabilidade de uma motocicleta ser furtada nessa cidade. **1. a)** aproximadamente 0,06 ou 6%

b) Em sua opinião, qual é a importância desse levantamento feito pela cidade Urbana? Converse com os colegas sobre isso. **1. b)** Resposta pessoal.

2. Observe o gráfico com o tipo sanguíneo dos doadores de um hemocentro em 2022.



Dados obtidos pelo hemocentro em 2022.

a) Estime a probabilidade de comparecer a esse hemocentro um doador com sangue do tipo O. E depois um doador com o sangue do tipo B. **2. a)** 0,45; 0,1

b) A probabilidade estimada de aparecer um doador com sangue do tipo A corresponde a quantas vezes a probabilidade estimada de aparecer um doador com sangue do tipo AB? **2. b)** 8 vezes

c) Converse sobre as questões a seguir com os colegas e o professor. **2. c)** Respostas pessoais.
- Qual é a importância de fazer doação de sangue?
- Alguém da sua família já doou sangue?

3. Em um jornal foi publicada a seguinte manchete:


O JORNAL

No primeiro semestre dos três últimos anos (2020, 2021 e 2022), dos 1 200 pacientes que deram entrada em um posto de saúde com febre, 900 estavam com gripe

AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Estime a probabilidade de no primeiro semestre de 2023 um paciente ter dado entrada nesse posto de saúde com febre, mas não estar com gripe.

3. aproximadamente 0,25 ou 25%

4. Carlos e Marcelo colecionam bolinhas de gude. Eles resolveram fazer o seguinte experimento:

- colocaram uma bolinha de cada cor dentro de uma caixa;
- sem olhar dentro da caixa, retiravam uma bolinha, anotavam a cor da bolinha retirada e colocavam-na de volta na caixa.

Ao final de 1 000 retiradas, a frequência de ocorrência de cada uma das cores foi apresentada no quadro a seguir.

Cor da bolinha	Quantidade de retiradas
Azul	105
Preta	97
Verde	95
Roxa	99
Laranja	103
Amarela	98
Branca	108
Vermelha	96
Cinza	98
Marrom	101

4. a) azul: 10,5%; preta: 9,7%; verde: 9,5%; roxa: 9,9%; laranja: 10,3%; amarela: 9,8%; branca: 10,8%; vermelha: 9,6%; cinza: 9,8%; marrom: 10,1%

a) Calcule a porcentagem de retirada de cada cor nesse experimento.

b) Estime a probabilidade de uma bolinha de cada uma dessas cores ser retirada dessa caixa. **4. b)** aproximadamente 10% para cada cor

5. Em trios, realizem o experimento. **5.** Respostas pessoais.

Parte 1: providenciem uma moeda, lápis e papel. Cada um dos integrantes do trio deverá lançar a moeda 10 vezes. Enquanto isso, um dos colegas ajudará a checar a face da moeda voltada para cima a cada lançamento e o outro anotará os resultados obtidos.

a) Calculem a porcentagem de resultado cara e a de resultado coroa nos 30 lançamentos.

b) Com base nos resultados obtidos, estimem a probabilidade de sair cara e a probabilidade de sair coroa ao lançar essa moeda.

Parte 2: cada integrante do trio deverá lançar a moeda mais 30 vezes, e os resultados obtidos deverão ser anotados ao lado dos resultados da parte 1, totalizando 120 lançamentos.

c) Repitam os procedimentos dos itens **a** e **b** considerando os 120 lançamentos.

Parte 3: cada integrante do trio deverá lançar a moeda mais 40 vezes, e os resultados obtidos deverão ser anotados ao lado dos resultados das partes 1 e 2, totalizando 240 lançamentos.

d) Repitam os procedimentos dos itens **a** e **b** considerando os 240 lançamentos.

e) Comparem os resultados que vocês obtiveram com os resultados obtidos por outros trios. Os resultados são iguais?

f) O que aconteceu com a probabilidade estimada de sair cada face quando vocês aumentaram a quantidade de lançamentos? Essa probabilidade se aproximou de algum número? Se sim, de qual número?

g) Ao lançar uma moeda "honesta", a probabilidade de sair cada face é de $\frac{1}{2}$, ou 0,5, ou 50%. Os resultados que vocês obtiveram nesse experimento são próximos desse número? Caso não sejam, por que vocês acham que isso ocorreu?

- A atividade **5** contribui para que os estudantes desenvolvam o espírito investigativo, colocando-os como protagonistas do seu processo de aprendizagem. Eles devem fazer observações sistemáticas dos resultados obtidos ao lançar moedas. Incentive-os a fazer o registro dos resultados dos lançamentos da maneira que acharem melhor. Ao responderem ao item **g**, comente que o número de repetições pode não ter sido suficientemente grande para usar a frequência de ocorrência de cada face para determinar a probabilidade ou que a moeda pode não ser "honesta".
- Se julgar necessário, comente que moeda honesta é aquela em que, a cada lançamento, a chance de sair cara é a mesma que a de sair coroa; ou seja: $\frac{1}{2}$.
- Atividades como essa favorecem o desenvolvimento da competência específica 4 da BNCC, pois os estudantes deverão fazer observações sistemáticas de modo a investigar e a organizar a fim de obter informações relevantes para interpretá-las e avaliá-las, produzindo argumentos convincentes.

Compreender um texto

Objetivos

- Desenvolver a competência leitora.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA34 e da competência específica 4 da BNCC.
- Possibilitar o desenvolvimento de aspectos dos Temas Contemporâneos Transversais **Trabalho**, da macroárea **Economia**, e **Ciência e Tecnologia**, da macroárea **Ciência e Tecnologia**.

Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA34 por propor estimativas de probabilidades por meio de frequências de ocorrências.

Orientações

- Oriente os estudantes a fazer uma leitura silenciosa do texto e, na sequência, proponha à turma uma leitura conjunta. Caso julgue necessário, faça pequenas pausas entre os parágrafos para que os estudantes comentem os assuntos abordados em cada um deles. Por fim, incentive-os a compartilhar suas opiniões sobre o que foi lido. Com a leitura e discussão do texto, espera-se que eles reflitam sobre a atuação das mulheres na ciência, bem como no mercado de trabalho em geral.
- Para saber mais sobre o livro *Histórias para inspirar futuras cientistas*, você pode baixá-lo pelo *site* da Fiocruz, disponível em: https://portolivre.fiocruz.br/hist%C3%B3rias-para-inspirar-futuras-cientistas. Acesso em: 12 maio 2022.
- A temática proposta nesta seção possibilita desenvolver os Temas Contemporâneos Transversais **Ciência e Tecnologia**, da macroárea **Ciência e Tecnologia**, bem como **Trabalho**, da macroárea **Economia**.

O tema pode ser trabalhado com o auxílio do professor de Ciências.

Compreender um texto

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Mulheres e ciência

Se você é menina e gosta de ciência, pode pensar em qualquer profissão para o futuro. E daqui a alguns anos pode estar em um laboratório estudando vacinas; em uma floresta, rio, lago ou mar descobrindo novas espécies de plantas e animais, ou ainda, olhando para o céu com um telescópio para descobrir novas estrelas e planetas. No entanto, saiba que essa liberdade para sonhar e conquistar uma profissão na ciência, nem sempre foi igual entre meninos e meninas.

> [...]
>
> Embora sejam cerca de metade da população, as mulheres ainda representam apenas um terço de todos os cientistas do planeta.
>
> São muitos os obstáculos para que uma mulher alcance o topo da carreira científica. Para começo de conversa, é comum que, em muitos lugares, os meninos sejam mais incentivados a estudar para chegar lá. A carga de trabalho em casa é bem maior para elas do que para eles. E há ainda a maternidade e o papel de cuidadoras. Quando se tornam mães ou quando precisam cuidar de alguém mais velho, muitas cientistas acabam interrompendo suas pesquisas.
>
> Apesar disso, as mulheres têm feito alguns dos mais extraordinários trabalhos de pesquisa dos últimos anos. [...]
>
> KRAPP, Juliana; BONFIM, Mel. *Histórias para inspirar futuras cientistas*. Rio de Janeiro: Edições Livres, 2021. p. 12.

KHAKIMULLIN ALEKSANDR/SHUTTERSTOCK

NATIONAL PHOTO COMPANY/
BIBLIOTECA DO CONGRESSO, EUA

Bertha Lutz (1894-1976) foi uma bióloga e parlamentar brasileira, reconhecida por sua luta pelos direitos das mulheres, entre eles o direito ao voto e à igualdade salarial entre homens e mulheres.

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTOS:TUBOS: VIDRARIA: VECTORPOCKET/SHUTTERSTOCK;
MICROSCÓPIO: ORANGEVECTOR/SHUTTERSTOCK; MOLÉCULA:
M.STYLE/SHUTTERSTOCK; MENINA: GORODENKOFF/SHUTTERSTOCK;
MESA: KENNY CMK/SHUTTERSTOCK; MOLÉCULA ABSTRATA:
CONNECTVECTOR/SHUTTERSTOCK

(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.

Competência específica 4: Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

Dia Mundial das Mulheres e Meninas na Ciência

Segundo um levantamento da Unesco, apenas 30% dos cientistas no mundo são mulheres. No Brasil, a proporção é ainda menor: as mulheres ocupam apenas 14% das posições na Academia Brasileira de Ciências. Desde que o Nobel foi criado, em 1901, o prêmio foi concedido a mais de 622 pessoas nas áreas de ciências, mas apenas 22 dos vencedores foram mulheres. [...]

CARVALHO Jeziel. Dia Mundial das Mulheres e Meninas na Ciência. Disponível em: https://www12.senado.leg.br/radio/1/conexao-senado/2022/02/11/dia-mundial-das-mulheres-e-meninas-na-ciencia. Acesso em: 17 abr. 2022.

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTOS: TUBOS: SHUTEROK/SHUTTERSTOCK; MENINA: MAE_CHABA/SHUTTERSTOCK; MOLÉCULAS: STUDIOVIN/SHUTTERSTOCK; DNA: MERANDA19/SHUTTERSTOCK; SÍMBOLO ÁTOMO: VECTORNICE/SHUTTERSTOCK; VIDRARIA: AFRICA STUDIO/SHUTTERSTOCK; BANCADA: LEMONSOUP14/SHUTTERSTOCK

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Qual é a ideia principal do texto que você acabou de ler? **1.** A participação das mulheres na ciência.

2. Qual profissão você gostaria de exercer no futuro? Comente. **2.** Respostas pessoais.

3. Desde 2021, certa escola realiza uma pesquisa para saber quantas de suas estudantes do último ano do Ensino Médio almejam ser cientistas. O resultado dessas pesquisas está na tabela a seguir.

Estudantes do último ano do Ensino Médio que almejam ser cientistas

Ano	Total de estudantes	Número de estudantes que almejam ser cientistas
2021	123	38
2022	120	36
2023	125	37

Dados obtidos pela escola de 2021 a 2023.

Estime a probabilidade de uma estudante do último ano do Ensino Médio dessa escola almejar ser cientista.
3. aproximadamente 0,3 ou 30%

4. Reúna-se com dois colegas, escolham uma cientista brasileira e realizem uma pesquisa sobre sua carreira e suas contribuições para a ciência.
Depois, compartilhem os resultados da pesquisa com os colegas e o professor. **4.** Resposta pessoal.

- A resposta da questão **2** depende da escolha pessoal de cada estudante.
- A questão **3** trabalha com estimativa de probabilidades por meio de frequência de ocorrências. Se julgar conveniente, retome o trabalho com a seção *Estatística e probabilidade* das páginas 27 a 29.
- Resolução da questão **3**:

Estimando a probabilidade de uma estudante do último ano do Ensino Médio dessa escola almejar ser cientista em cada ano, obtemos os resultados a seguir.

2021: $\frac{38}{123} \simeq 0{,}3$ ou aproximadamente 30%

2022: $\frac{36}{120} = 0{,}3$ ou 30%

2023: $\frac{37}{125} = 0{,}296$ ou 29,6%

portanto, aproximadamente 0,3 ou 30%

- No trabalho com a pesquisa sugerida na questão **4**, se necessário, apresente aos estudantes o nome de algumas cientistas brasileiras. Alguns exemplos são: Nise da Silveira, Virginia Bicudo, Duília de Mello e Jaqueline de Jesus. Ao final, caso julgue oportuno, sugira que preparem uma apresentação sobre a cientista escolhida, como forma de compartilhar os resultados da pesquisa com os colegas.
- Nos *links* a seguir, há indicações de cientistas brasileiras que podem ser pesquisadas pelos estudantes.

https://abepuk.wordpress.com/20-cientistas-brasileiras/

https://www.napratica.org.br/cientistas-brasileiras-incriveis/

https://identidadesnaciencia.fundep.ufmg.br/

Acessos em: 28 jul. 2022.

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF07MA01 e EF07MA34.

Habilidades da BNCC

- A habilidade EF07MA01 é desenvolvida neste tópico por meio da resolução das atividades **1**, **2**, **3**, **4**, **5**, **6**, **7** e **8**.
- A habilidade EF07MA34 é desenvolvida neste tópico por meio da resolução da atividade **9**.

Orientações

- Na atividade **2**, é interessante incentivar os estudantes a validar, ainda que oralmente, as sentenças verdadeiras e corrigir as sentenças falsas. Nesse sentido, a atividade será mais completa e possibilitará trocas entre eles.
- Na atividade **7**, verifique se os estudantes percebem que para responder aos itens **a** e **b** eles devem primeiro determinar o máximo divisor comum entre 148, 160, 184 e 196.
- Após terminar a seção, sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com sim, às vezes ou não.

Eu...

... sei determinar os múltiplos e os divisores de um número natural?

... sei resolver problemas relacionados a múltiplos e divisores?

... sei classificar números naturais em primos ou compostos?

... sei decompor números naturais em fatores primos?

... sei calcular o mmc e o mdc entre dois números naturais?

.... sei determinar a probabilidade de um evento ocorrer com base em informações estatísticas?

... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?

... tenho facilidade para compreender os conteúdos?

... realizo as tarefas propostas?

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

2. a) Os números 35 e 55 não são primos entre si, pois mdc (35, 55) = 5.
2. c) O mdc (5, 15) é maior que o mdc (3, 7).

1. (OBM) O número 10 pode ser escrito de duas formas como soma de dois números primos: 10 = 5 + 5 e 10 = 7 + 3. De quantas maneiras podemos expressar o número 25 como uma soma de dois números primos? **1.** alternativa **b**

a) 4
b) 1
c) 2
d) 3
e) nenhuma

2. Corrija as afirmações falsas.

a) Os números 35 e 55 são primos entre si, pois mdc (35, 55) = 1.
b) O mdc (23, 47) é igual ao mdc (2, 7).
c) O mdc (5, 15) é menor que o mdc (3, 7).
d) Os números 42 e 147 não são primos entre si, pois mdc (42, 147) = 21.
e) O maior dos divisores comuns de 7 e de 20 é menor que o maior dos divisores comuns de 2 e de 4.

3. Dois ônibus de turismo partem de uma estação com destinos diferentes. Um dos ônibus parte de 5 em 5 dias. O outro ônibus sai de 8 em 8 dias. Sabendo que, no dia 31 de março, esses dois ônibus saíram juntos, em que dia eles vão sair novamente juntos da estação? **3.** alternativa **c**

a) 30 de abril
b) 24 de março
c) 10 de maio
d) 20 de abril

4. Renato cuida de sua orquídea de 3 em 3 dias e de seu bonsai de 14 em 14 dias. Se hoje ele cuidou dos dois, daqui a quantos dias ele voltará a cuidar deles juntos? **4.** daqui a 42 dias


BETO CELLI

Orquídea (à esquerda) e bonsai (à direita).

5. A quantidade de biscoitos que Rita comprou na padaria é menor que 200 e pode ser dividida igualmente, e sem sobras, em 8, 10 ou 15 caixas. Quantos biscoitos Rita comprou? **5.** 120 biscoitos

6. Jane, Carla e Flávia participaram de uma competição de ciclismo. Jane completava cada volta em 45 segundos, enquanto Carla levava 50 segundos e Flávia, 30 segundos. As três mantiveram suas velocidades do início ao fim da competição.

a) A cada quantos segundos as competidoras se encontram? **6. a)** 450 segundos
b) Sabendo que a competição tem 90 voltas, quando Flávia tiver completado a 90ª volta, que voltas Carla e Jane terão completado? **6. b)** Carla: 54 voltas; Jane: 60 voltas

7. Para a gincana de uma escola serão formadas equipes de estudantes de cada curso, com a mesma quantidade e o maior número possível de estudantes. Para facilitar a montagem das equipes, os professores fizeram um quadro com a quantidade de estudantes matriculados em cada curso.

Curso	Quantidade de estudantes
A	148
B	160
C	184
D	196

7. a) 4 estudantes

a) Quantos estudantes haverá em cada equipe?
b) Quantas equipes serão formadas? **7. b)** 172 equipes
c) Se em cada equipe houver 8 estudantes, em quais cursos não será possível formar equipes? **7. c)** nos cursos A e D

8. A seguir, está representada parte de um número natural e sua decomposição em fatores primos. Sabendo que símbolos iguais representam algarismos iguais, determine o valor de ❖ e ■.

1❖5❖ = ■ · 3 · $5^{■}$ · 7

8. $1\,050 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$

9. Em pequenos grupos, realizem um experimento para determinar a probabilidade de ocorrer um número múltiplo de 3 no lançamento de um dado. Registrem o planejamento (os materiais que serão necessários, a quantidade de lançamentos realizados, o modo como os resultados serão computados, o que cada integrante do grupo fará etc.) e os resultados do experimento. **9.** Resposta pessoal.

(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.

(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.

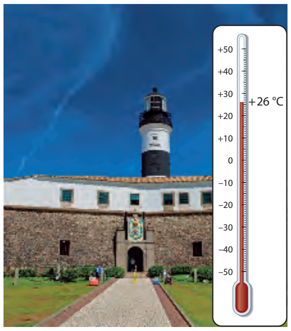
CAPÍTULO

2

Números inteiros

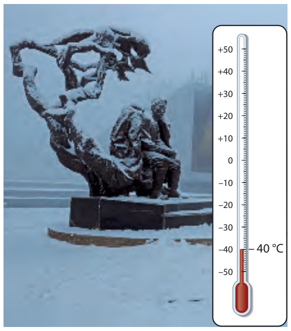
Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF07MA03
EF07MA04
EF07MA36

DAVID FADUL/SHUTTERSTOCK



Forte de Santo Antônio da Barra, Salvador (BA), 2021.

VADIM SKRYABIN/TASS/GETTY IMAGES



Estátua do escritor Alexei Kulakovsky, Yakutsk, Rússia, 2021.

1 Números positivos e números negativos

Os números estão sempre presentes em nosso dia a dia.

Muitas medidas ou contagens que fazemos são representadas por **números negativos**. Eles costumam aparecer, por exemplo, em medidas de temperatura, extratos bancários e saldos de gols. Observe algumas situações a seguir.

Situação 1

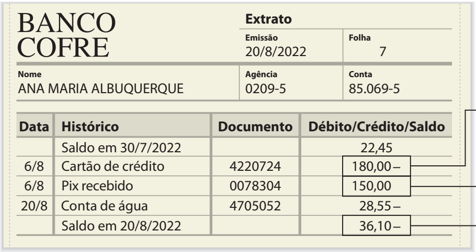
Em um mesmo dia, é possível encontrar dois locais no mundo com medidas de temperatura muito diferentes. No dia 18 de janeiro de 2022, por exemplo, a medida da temperatura mínima em Salvador foi 26 °C; já em Yakutsk, na Rússia, a mínima foi –40 °C.

Você percebeu que, para indicar a medida da temperatura em Yakutsk, usamos o **sinal negativo** (–), mas para a temperatura em Salvador, que foi positiva (acima de zero), não escrevemos o sinal positivo (+)? Isso ocorre porque, na representação de valores positivos, o uso do sinal (+) junto do número é optativo, enquanto, na representação dos valores negativos, o sinal (–) deve, obrigatoriamente, acompanhar o número a que se refere.

Para a representação do número zero (0), não usamos nenhum dos sinais, pois ele não é positivo nem negativo.

Situação 2

O extrato bancário a seguir apresenta alguns créditos (valores positivos) e débitos (valores negativos) em uma conta-corrente e mostra como o saldo da conta ficou negativo.



BANCO COFRE

Extrato

Emissão 20/8/2022 | **Folha** 7

Nome ANA MARIA ALBUQUERQUE | **Agência** 0209-5 | **Conta** 85.069-5

Data	Histórico	Documento	Débito/Crédito/Saldo
	Saldo em 30/7/2022		22,45
6/8	Cartão de crédito	4220724	180,00–
6/8	Pix recebido	0078304	150,00
20/8	Conta de água	4705052	28,55–
	Saldo em 20/8/2022		36,10–

Foram debitados R$ 180,00. Para representar o débito, usou-se o sinal (–) depois do número.

Foram creditados R$ 150,00. Esse é um número positivo. Para representá-lo, não se usou sinal.

O saldo final ficou negativo em R$ 36,10.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Números positivos e números negativos

Objetivos

- Reconhecer os diferentes significados dos números inteiros.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA03, da competência geral 1 e da competência específica 1 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA03 por meio do reconhecimento das diferentes aplicações dos números inteiros em situações cotidianas, fornecendo subsídio aos estudantes para comparar, ordenar e utilizar esses números em situações que envolvam adição e subtração.

Orientações

- Após conversar com os estudantes a respeito da necessidade e do uso dos números negativos, a intenção é fazer com que eles observem como esses números são registrados e quais diferentes ideias e conceitos estão associados a eles. Para explorar as situações apresentadas, sugerimos algumas questões:

a) Na situação **1**, por que há uma diferença tão grande da medida de temperatura entre as duas cidades? (A Rússia fica no hemisfério norte, enquanto a maior parte do Brasil fica no hemisfério sul. Nessa época do ano (janeiro), as medidas de temperatura das regiões localizadas no hemisfério norte geralmente diminuem, e as das regiões localizadas no hemisfério sul aumentam.)

b) Qual é o significado do número negativo que aparece no extrato bancário (situação **2**)? E do número positivo? (O número negativo no extrato de uma conta-corrente pode significar débito ou saldo negativo. O número positivo pode significar crédito ou saldo positivo.)

(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.

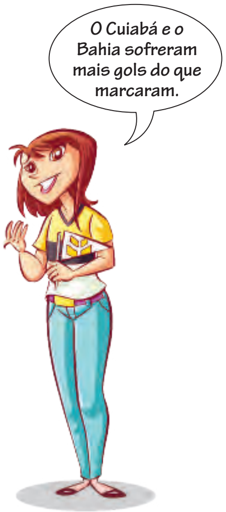
Competência geral 1: Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

Competência específica 1: Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

- Assim como nas situações **1** e **2**, a relação entre a ideia de número inteiro e experiências da realidade é também feita nas situações **3** e **4**, em que os números inteiros são usados para indicar saldo de gols e medidas de altitude, respectivamente.
- Se julgar conveniente, reserve o laboratório de informática na escola e continue a exploração do mapa apresentado pedindo aos estudantes que localizem os dois pontos destacados usando um visualizador de mapas e imagens de satélite on-line, como o Google Maps.

Situação 3

No Campeonato Brasileiro de Futebol, os números negativos podem aparecer no saldo de gols, ou seja, na diferença entre o número de gols marcados e o número de gols sofridos. Abaixo, apresentamos a classificação final de alguns times da série A no Campeonato Brasileiro de 2021.



DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

Campeonato Brasileiro de Futebol de 2021 – Série A

Posição	Clube	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de gols
1º	Atlético Mineiro (MG)	67	34	33
12º	Internacional (RS)	44	42	2
15º	Cuiabá (MT)	34	37	–3
18º	Bahia (BA)	42	51	–9

Dados obtidos no *site* oficial da Confederação Brasileira de Futebol (CBF) em 8 fev. 2022.

Situação 4

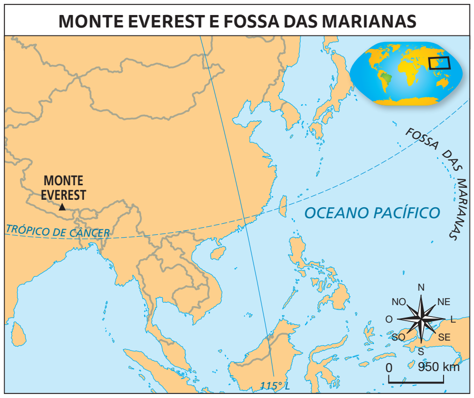
Os números negativos também são usados para indicar medidas de altitude. Nesse caso, o nível do mar é o ponto de referência, que indica a medida de zero metro; as medidas de altitude acima do nível do mar são indicadas por números positivos, e as medidas de altitude abaixo do nível do mar são indicadas por números negativos.

O ponto mais alto do mundo é o Monte Everest, que fica na fronteira entre o Nepal e o Tibete e mede +8 848 m de altitude.

O ponto mais profundo é conhecido por "*Challenger Deep*", localizado na Fossa das Marianas, no Oceano Pacífico, com medida de –10 924 m de altitude (ou 10 924 m abaixo do nível do mar).

LAKPA SHERPA / AFP

Monte Everest, Nepal, 2021.



ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA

Elaborado com base em: FERREIRA, Graça Maria Lemos. *Moderno atlas geográfico.* 6. ed. São Paulo: Moderna, 2016. p. 20, 48 e 52.

Saiba mais

O número negativo

Na passagem da Idade Média para a Idade Moderna (séculos XIV a XVI), os países da Europa Ocidental sofreram profundas transformações. Era grande o desenvolvimento do comércio e as cidades cresciam muito. [...]

Paralelamente a essas mudanças econômicas, políticas e sociais, houve o florescimento da arte, da cultura e das ciências. Essa revolução cultural ficou conhecida como *Renascimento*.

[...] cada vez mais era sentida a necessidade de um novo número para enfrentar os problemas colocados pelo desenvolvimento científico do Renascimento. Discutia-se muito sobre esse novo número. Mas ele era tão difícil de se enquadrar nos números já conhecidos que os matemáticos o chamavam de *número absurdo*.

Que número era esse?

Vamos voltar novamente à Antiguidade. [...]

Segundo os matemáticos chineses da Antiguidade, os números podiam ser entendidos como *excessos* ou *faltas*.

Na resolução de problemas, os chineses realizavam todos os cálculos em *tabuleiros de cálculos*. Para representar os *excessos*, utilizavam palitos *vermelhos*; para as *faltas*, palitos *pretos*.

Os matemáticos da Índia também trabalharam com esses “números estranhos”.

O grande matemático Brahmagupta, nascido em 598, dizia que os números podem ser tratados como *pertences* ou *dívidas*. [...]

Mas este tipo de número não conseguia ir além da ideia mais concreta e primitiva: ou era um *palito preto* ou uma *dívida*.

Sem símbolos próprios para tornar compreensíveis as operações, os “números absurdos” dos chineses e dos hindus em nenhum momento conseguiram atingir a condição de verdadeiros números.

O número negativo dos comerciantes

O desenvolvimento dos conceitos matemáticos sempre esteve estreitamente ligado ao desenvolvimento dos símbolos matemáticos. [...]

Voltamos com isso ao Renascimento.

Nessa época, os matemáticos cada vez mais sentiam a necessidade de um novo tipo de número [...].

Mas, para representar o novo tipo de número a ser criado, era preciso antes encontrar um símbolo que permitisse operar com esse novo número de modo prático e eficiente.

Veja como faziam os espertos comerciantes do Renascimento.

Suponha que um deles tivesse em seu armazém duas sacas de feijão de 10 kg cada.

Se esse comerciante vendesse num dia 8 kg de feijão, ele escrevia o número 8 com um tracinho na frente para não esquecer de que no saco faltavam 8 kg de feijão.

Mas, se ele resolvesse despejar no outro saco os 2 kg que restaram, escrevia o número 2 com dois tracinhos cruzados na frente, para se lembrar de que no saco havia 2 kg de feijão a mais que a quantidade inicial.

Baseando-se na solução prática adotada pelos comerciantes, os matemáticos encontraram a melhor notação para expressar um novo tipo de número que não indicasse apenas as quantidades, mas também representasse o ganho ou a perda dessas quantidades: o *número com sinal*, *positivo* ou *negativo*.

Demorou muito tempo para que os números negativos fossem aceitos. A representação desses números na reta numérica tornou mais clara a sua compreensão, e isso permitiu que fossem aceitos com mais facilidade pelos matemáticos.

GUELLI, Oscar. *A invenção dos números*. São Paulo: Ática, 1992. p. 55-58.

- Você pode realizar uma leitura compartilhada do texto do *Saiba mais*. Outra possibilidade é propor um modelo de sala de aula invertida, em que os estudantes leiam o texto antes da aula, em casa, e anotem dúvidas e outras questões que surgirem. Em sala de aula, ao retomar essa leitura, procure ressaltar que os números negativos surgiram, entre outras razões, para atender à necessidade dos comerciantes. Comente o uso desses números em nosso cotidiano, por exemplo, no uso de computadores, da internet, de aplicativos, entre outras aplicações. É importante que os estudantes reconheçam que a Matemática, em diferentes momentos históricos, é fruto das necessidades e preocupações do ser humano. Além disso, é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas que incluem o mundo do trabalho. É nesse sentido que a competência geral 1 e a competência específica 1 são favorecidas.
- Se julgar oportuno, proponha aos estudantes que pesquisem informações sobre o número negativo, como em qual(is) civilização(ões) teve seu primeiro registro, como era representado o número nas outras civilizações, a mudança na representação do número até os dias de hoje, a aceitação dele na sociedade. Por meio dessa pesquisa, é possível que compreendam a importância do número negativo no desenvolvimento da Matemática e da sociedade atual.

- Na atividade **3**, é interessante conversar com os estudantes sobre a disposição dos números em um painel de elevador. Desenhe um painel no quadro, localizando o andar térreo, representado pelo número zero, e a partir dele identifique os andares representados pelos números positivos e pelos números negativos.
- Na atividade **4**, pode-se debater qual seria uma medida de temperatura agradável. Argumente que a sensação de conforto depende da familiaridade que as pessoas têm com medidas de temperatura próximas da média apresentada na região geográfica em que habitam.
- Uma fonte de pesquisas sobre clima é o Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (Inpe). Seu *site*, https://www.cptec.inpe.br/ (acesso em: 15 maio 2022), oferece estatísticas sobre medidas de temperaturas médias, máximas e mínimas das principais cidades do Brasil, entre outras informações.

Números inteiros

Objetivos

- Comparar e ordenar números inteiros.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA03.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA03 por meio da comparação e ordenação de números inteiros em diferentes contextos e de sua associação a pontos da reta numérica.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Represente o trecho destacado em cada frase por um número positivo ou por um número negativo.

a) A temperatura em Moscou mediu 12 °C abaixo de zero. **1. a)** –12 °C

b) No Campeonato Brasileiro de Futebol de 2021, o Chapecoense (SC) marcou 27 gols e sofreu 67. Assim, seu saldo de gols foi de 40 gols negativos. **1. b)** –40 gols

c) Maria levou um susto ao consultar seu extrato bancário e verificar o saldo devedor de R$ 420,00. **1. c)** –R$ 420,00

d) O avião está a uma medida de altitude de 800 m acima do nível do mar. **1. d)** +800 m

e) O submarino atingiu a medida de altitude de 150 m abaixo do nível do mar. **1. e)** –150 m

2. Leia o texto e represente as medidas das temperaturas nele mencionadas com números positivos ou negativos. **2.** +5 °C, –15 °C

> A Agência Nacional de Vigilância Sanitária (Anvisa) recomenda aos comerciantes de alimentos perecíveis que os itens resfriados sejam mantidos refrigerados preferencialmente com medida de temperatura até 5 °C acima de zero e os produtos congelados, até 15 °C abaixo de zero.

3. Em um edifício, o térreo é representado pelo zero, os andares abaixo do térreo são representados com números negativos, e os andares acima do térreo, com números positivos. Registre a marcação para o 2º subsolo e para o 4º andar. **3.** –2 e 4

4. Leia o que disse o navegador brasileiro sobre a medida de temperatura em um verão na Antártida e faça o que se pede.

> Era verão na Antártida. "A temperatura média estava agradável, entre zero e 5 °C negativos", conta Amyr Klink.
>
> PEGORIN, Flavia; KUTNEY, Pedro. Caçando *icebergs*. *Náutica*, São Paulo, n. 105, p. 24, maio 1997.


BRUSINI AURÉLIEN/HEMIS/AFP

Navio de pesca de *krill*, Antártida, 2020.

a) Transcreva a frase dita por Amyr Klink usando a notação de número negativo.

b) No município em que você mora, que medida de temperatura média é considerada agradável? Que sensação você tem quando a medida de temperatura está muito acima dessa média? **4. b)** Respostas pessoais.

c) Se a temperatura chegasse a medir –44 °C, que sensação você teria? **4. c)** Resposta pessoal.

4. a) A temperatura média estava agradável, entre 0 °C e –5 °C.

2 Números inteiros

Dizemos que os números naturais correspondem aos números inteiros positivos com o zero.

Recorde

Sequência dos números naturais: (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, …)

Agora observe a sequência dos números inteiros negativos.

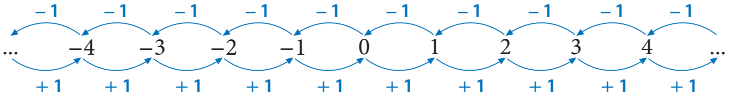
$$(\ldots, -6, -5, -4, -3, -2, -1)$$

Reunindo os números naturais (números inteiros positivos e o zero) e os números inteiros negativos, obtemos a sequência dos **números inteiros**. Observe.

$$(\ldots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \ldots)$$

(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.

A sequência dos números inteiros é infinita nos dois sentidos. Nessa sequência, não há um número inteiro que seja o maior de todos nem um que seja o menor de todos. Para determinar um termo seguinte qualquer, basta adicionar 1 ao termo imediatamente anterior; para determinar um termo anterior a outro, basta subtrair 1 desse termo.



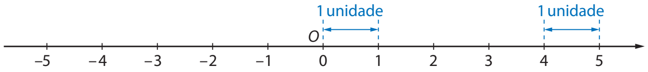
Para representar o **conjunto dos números naturais**, usamos o símbolo $\mathbb{N}$:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Para representar o **conjunto dos números inteiros**, usamos o símbolo $\mathbb{Z}$:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Podemos também representar os números inteiros em uma reta numérica. Observe.



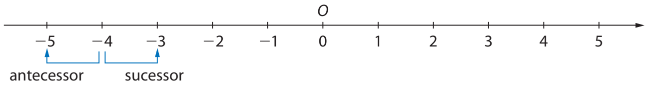
Nessa reta, o zero é associado à origem (ponto *O*), e a medida de distância entre os pontos que representam dois números inteiros consecutivos é sempre a mesma. À direita de *O*, com um tracinho ou com uma bolinha, marcamos pontos correspondentes aos **números inteiros positivos** e, à esquerda, pontos correspondentes aos **números inteiros negativos**.

Na reta numérica, os números inteiros estão organizados de forma crescente, da esquerda para a direita.

Na sequência dos números naturais, o antecessor de um número natural qualquer diferente de zero é o número que vem imediatamente antes dele, e o sucessor é o número que vem imediatamente depois. O mesmo ocorre com a sequência dos números inteiros.

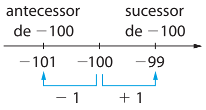
Observe a reta numérica a seguir com a sequência dos números inteiros representada.

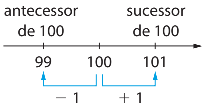
DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA



Nessa reta, verificamos que o sucessor de –4 é –3 e que o antecessor de –4 é –5.

Exemplos





ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Orientações

- Neste tópico, os estudantes vão ampliar o conceito de número, conhecendo os números inteiros. De acordo com a BNCC, até o 6º ano é previsto que sejam trabalhados os números naturais, os números positivos na forma de fração e os números positivos na forma decimal. Para que os estudantes atribuam significado ao conceito de números inteiros, convém estabelecer nexos entre esse conhecimento e os previamente adquiridos no ano anterior.
- Se julgar conveniente, ao discutir o conjunto dos números inteiros, incentive os estudantes a dar exemplos de números que fazem parte de um conjunto, mas não de outro, e a chegar a conclusões como: “Todo número natural é também um número inteiro, mas nem todo número inteiro é um número natural”.
- A reta numérica é um recurso importante para determinar o antecessor ou o sucessor na comparação de números inteiros e também nas operações com esses números.

- No boxe *Para pensar*, verifique se os estudantes usam a sequência de números inteiros ou a representação da reta numérica para explicar o que a professora Paula está dizendo. Em ambos os casos, espera-se que percebam que, quanto mais à direita estiver um número, maior ele será. Como os números positivos correspondem a pontos que ficam à direita dos pontos correspondentes aos números negativos, qualquer número positivo é maior que qualquer número negativo.
- Antes de iniciar as atividades, aproveite para perguntar sobre as semelhanças e as diferenças entre a reta dos números naturais e a dos números inteiros. Para apoiar essa observação, desenhe as retas no quadro.
- As atividades propostas apresentam situações do cotidiano em que é necessário o conhecimento dos números inteiros para compreendê-las.
- Antes de resolver os itens da atividade **1**, os estudantes devem completar a reta numérica.
- Resposta da atividade **1**:

Na parte inferior desta página, está a reta numérica completa.

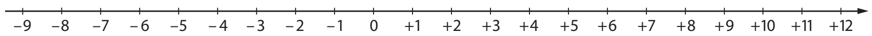
a) –2

b) 0

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Observando a sequência dos números inteiros ou a representação desses números na reta numérica, também podemos comparar números inteiros. Quanto mais à direita um número estiver, na sequência ou na reta, maior ele será.

$$\ldots, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, +7, +8, +9, +10, +11, +12, \ldots$$

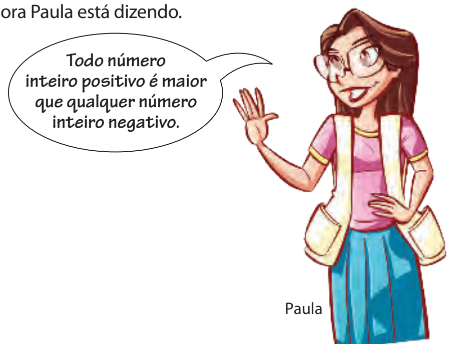


Assim, percebemos, por exemplo, que:

- $+7$ é maior que 0 (representamos assim: $+7 > 0$ e lemos: “mais sete é maior que zero”);
- -5 é menor que -1 (representamos assim: $-5 < -1$ e lemos: “menos cinco é menor que menos um”);
- -9 é menor que $+3$ (representamos assim: $-9 < +3$ e lemos: “menos nove é menor que mais três”);
- 0 é maior que -4 (representamos assim: $0 > -4$ e lemos: “zero é maior que menos quatro”).

Para pensar

Analise o que a professora Paula está dizendo.



DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

Explique por que Paula está certa. **Para pensar:** Comentário em *Orientações*.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Respostas e comentários em *Orientações*.

1. Copie no caderno a reta numérica abaixo, complete-a e responda às questões.

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é o antecessor de –1?

b) E o sucessor de –1?

- Elabore uma pergunta semelhante a essas duas. Em seguida, troque de pergunta com um colega e resolva a questão formulada por ele. Depois de resolvidas, destroquem-nas para a correção.

2. Considerando a sequência dos números inteiros, responda às questões no caderno.

a) Qual é o antecessor de –15? **2. a)** –16

b) Qual é o sucessor de –10? **2. b)** –9

c) Qual é o antecessor de 50? **2. c)** 49

d) Qual é o sucessor de 19? **2. d)** 20

3. Determine o sucessor e o antecessor dos números inteiros a seguir.

a) 99 **3. a)** 100 e 98

b) +999 **3. b)** 1 000 e 998

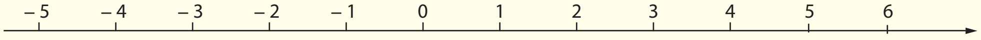
c) –1 000 **3. c)** –999 e –1 001

d) 1 000 **3. d)** 1 001 e 999

e) –9 009 **3. e)** –9 008 e –9 010

f) –10 000 **3. f)** –9 999 e –10 001

Reta numérica da atividade **1**:



ADILSON SECCO/
ARQUIVO DA EDITORA

6. a) –20; antecessor: –21; sucessor: –19
6. b) 20; antecessor: 19; sucessor: 21
6. c) –4; antecessor: –5; sucessor: –3
6. d) 9; antecessor: 8; sucessor: 10

4. Em uma sorveteria, o armazenamento dos sorvetes é feito em *freezers* com medida de temperatura de –18 °C. Qualquer temperatura acima dessa medida é inadequada e pode alterar a qualidade do produto.


AEROGONDO2/SHUTTERSTOCK

Sorvetes expostos em vitrine de sorveteria.

a) Das medidas de temperatura a seguir, quais são adequadas e quais são inadequadas para o armazenamento de sorvetes nessa empresa?

4. a) medidas de temperatura adequadas: –18 °C, –19 °C, –20 °C; medidas de temperatura inadequadas: –17 °C, –16 °C, –15 °C

–15 °C	–18 °C
–16 °C	–19 °C
–17 °C	–20 °C

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

b) Por que os sorvetes precisam ser mantidos a essa medida de temperatura? Faça uma pesquisa e registre a resposta.

4. b) Resposta pessoal.

5. Uma universidade comprou dois *freezers* para o laboratório de pesquisas ambientais. Um pode armazenar materiais a medidas de temperatura de até –86 °C, e o outro, de até –196 °C.

a) Um funcionário desse laboratório precisa armazenar dois materiais em medidas de temperatura diferentes. Um deles deve ser armazenado a –100 °C, e o outro, a –80 °C. Como esse funcionário poderá armazenar esses materiais?

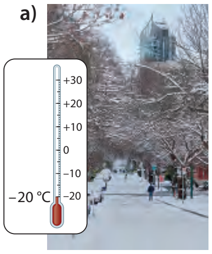
b) Escreva cinco medidas de temperatura maiores e cinco menores que –86 °C.

c) Escreva cinco medidas de temperatura que estejam entre –196 °C e –86 °C.

5. Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

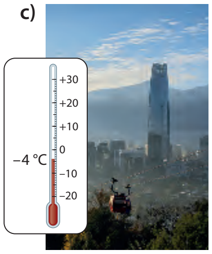
6. Observe os termômetros abaixo e escreva os números, positivos ou negativos, que representam as medidas de temperatura registradas por eles. Em seguida, determine o antecessor e o sucessor de cada número na sequência dos números inteiros.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a)


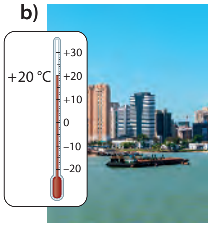
ALBERTART/SHUTTERSTOCK

Vancouver, Canadá, 2021.

c)


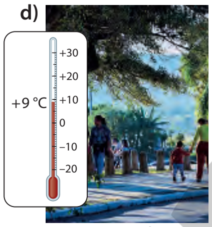
ALEXIS GONZALEZ/GETTY IMAGES

Santiago, Chile, 2020.

b)


AMBIENT_PIX/SHUTTERSTOCK

Vitória (ES), 2020.

d)


DUDU CONTURSI/PULSAR IMAGENS

Porto Alegre (RS), 2020.

7. Leia o texto e observe os saldos de gols dos times no campeonato de futebol de salão de uma escola.

> O 6º ano tem uma defesa excelente; foi o time que sofreu menos gols e obteve um saldo positivo de 13 gols. Já o 7º ano teve o melhor ataque, mas sofreu 10 gols a mais do que marcou. O 8º e o 9º ano tiveram, respectivamente, –4 e +1 de saldo de gols.


FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

- Agora, organize os dados em um quadro, por ordem decrescente de saldo de gols.

7. Resposta em *Orientações*.

- Nas atividades **4**, **5**, **6** e **7**, os estudantes vão comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos. Caso algum estudante demonstre dificuldade, sugira-lhe que desenhe a reta numérica para ajudar na comparação dos números inteiros e determinar o antecessor ou o sucessor.
- Resposta da atividade **7**:

Ano	Saldo de gols
6º	13
9º	1
8º	–4
7º	–10

Módulo, ou valor absoluto, de um número inteiro

Objetivos

- Introduzir os conceitos de módulo, simétrico e oposto de um número inteiro.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA03 e da competência específica 6 da BNCC.

Habilidade da BNCC

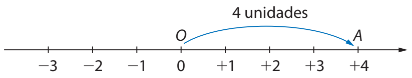
- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA03 por meio da representação de números inteiros na reta numérica.

Orientações

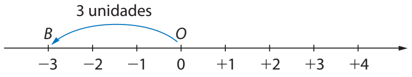
- Ao explorar o conceito de módulo e de números opostos, incentive os estudantes a concluir que os números opostos têm sempre o mesmo módulo, uma vez que apresentam a mesma medida de distância até a origem (zero).
- É fundamental que o estudo dos números opostos ou simétricos não se restrinja aos sinais que eles apresentam. É muito importante incentivar os estudantes a sempre observar como se representam números opostos ou simétricos na reta numérica.

3 Módulo, ou valor absoluto, de um número inteiro

Podemos determinar, na reta numérica, a medida de distância entre qualquer ponto e a origem *O*. Observe.



A medida de distância do ponto *A* ao ponto *O* é de 4 unidades.



A medida de distância do ponto *B* ao ponto *O* é de 3 unidades.

A medida de distância de um ponto da reta numérica à origem é chamada **valor absoluto**, ou **módulo**, do número associado a esse ponto.

Assim, valor absoluto, ou módulo, do número +4 é 4 (medida de distância do ponto *A* à origem). Da mesma maneira, o módulo de −3 é 3 (medida de distância do ponto *B* à origem).

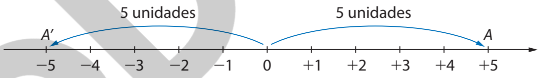
Indicamos o módulo de um número colocando esse número entre duas barras verticais paralelas. Por exemplo: o módulo de −3 é representado por |−3|.

Exemplos

- |+5| = 5
- |7| = 7
- |−18| = 18
- |0| = 0

Números opostos ou simétricos

Observe a reta numérica a seguir.



Os pontos *A*' e *A* estão associados, respectivamente, aos números inteiros −5 e +5. A medida de distância do ponto *A*' até a origem é de 5 unidades, assim como a medida de distância do ponto *A* até a origem é de 5 unidades. Os pontos *A*' e *A* estão a uma **mesma medida de distância** da origem, porém situados em **lados opostos** da reta numérica (em relação ao zero). Por isso, −5 e +5 são chamados **números simétricos** ou **números opostos**.

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Exemplos

- +7 e −7 são números opostos ou simétricos.
- −4 é o oposto de 4, e 4 é o oposto de −4.

(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.

Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Determine:

a) o simétrico de –23; **1. a)** 23

b) o oposto de 16; **1. b)** –16

c) o módulo do simétrico de –4; **1. c)** 4

d) o oposto do oposto de –3. **1. d)** –3

2. Copie o quadro abaixo no caderno e, depois, complete-o. **2.** Respostas em *Orientações*.

Número	Oposto	Valor absoluto
7		
	23	
		50

- Agora, responda: existe uma única maneira de preencher o quadro? Justifique sua resposta.

3. Em nosso planeta, há muita diversidade de vegetação, de clima e de altitude.

Observe a seguir a descrição de três ambientes terrestres diferentes e, depois, responda às questões.

a) O Deserto do Atacama, no norte do Chile, é o mais seco do planeta. Nele, ocorrem grandes variações de temperatura. Em um período de 24 horas, a medida da temperatura pode cair de 40 °C, durante o dia, para –2 °C à noite! Qual dessas medidas de temperatura é a mais alta? **3. a)** 40 °C

3. b) –55 °C

b) Na Antártida, no inverno, a medida da temperatura pode variar de –20 °C a –55 °C. Qual dessas medidas de temperatura é a menor?

c) A maior parte da Floresta Amazônica está localizada em território brasileiro. Seu clima é úmido e, durante o ano, não há muita variação das medidas de temperatura. As medidas de temperatura médias anuais oscilam entre 24 °C e 26 °C. Qual dessas medidas de temperatura é a mais baixa? **3. c)** 24 °C

4. Faça o que se pede.

a) Construa no caderno uma reta numérica e localize nela os seguintes números: +10, –4, –5, 8, –2 e 3.

b) Indique o simétrico de cada um dos números do item **a**. **4. b)** –10, +4, +5, –8, +2 e –3

c) Considerando apenas os números do item **a**, indique aqueles que têm módulo menor que 4. **4. c)** –2 e 3

4. a)

ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

5. Observe os saldos das contas-correntes de Paulo, Joana e Larissa. **5.** Respostas em *Orientações*.

Nome: **Paulo da Silva**

Data	Histórico	Valor
2/11	Saldo	250,00–
5/11	Saldo	356,00–
12/11	Saldo	525,00–
15/11	Saldo	98,00–

Nome: **Joana Nunes**

Data	Histórico	Valor
2/11	Saldo	535,00
5/11	Saldo	134,00
12/11	Saldo	56,00
15/11	Saldo	725,00

Nome: **Larissa Rosa Lima**

Data	Histórico	Valor
2/11	Saldo	723,00
5/11	Saldo	134,00
12/11	Saldo	56,00–
15/11	Saldo	127,00–

- Agora, responda às questões.
  - **a)** Os saldos das contas de Paulo, Joana e Larissa estavam positivos ou negativos em 15/11?
  - **b)** Em qual dia o saldo de cada conta estava menor? E em qual dia estava maior?
  - **c)** Como você fez para comparar os saldos de cada conta?

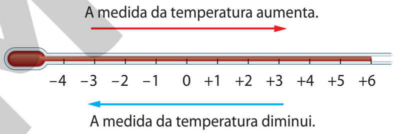
6. No caderno, ordene os números a seguir do menor para o maior.

–5, +3, –8, +4, –2, +7, –1, –10, +11

- Agora, escreva o oposto de cada número e agrupe-os em ordem decrescente.

7. –4 °C, –2 °C, +6 °C

7. Observe o termômetro abaixo.



ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ ARQUIVO DA EDITORA

- O termômetro indicou –2 °C, depois +6 °C e, por último, –4 °C. Escreva essas medidas de temperatura em ordem crescente.

6. Do menor para o maior: –10, –8, –5, –2, –1, 3, 4, 7, 11;
Decrescente: 10, 8, 5, 2, 1, –3, –4, –7, –11

- Durante a realização das atividades desta página, incentive os estudantes a utilizar diferentes registros, como esquemas, texto escrito na língua materna ou representação na reta numérica. Saber lidar com os diferentes registros de um conceito matemático contribui para a atribuição de significado por parte do estudante e favorece o desenvolvimento da competência específica 6 da BNCC.
- Respostas da atividade **2**:

Número	Oposto	Valor bsoluto
7	– 7	7
– 23	23	23
50 ou – 50	– 50 ou 50	50

Espera-se que os estudantes respondam que não existe uma única maneira de preencher o quadro, pois na última linha há dois espaços que podem ser preenchidos com dois números.

- Respostas da atividade **5**:

a) O saldo da conta de Paulo estava negativo, o da conta de Joana estava positivo, e o da conta de Larissa estava negativo.

b) O saldo das contas de Paulo e de Joana estava menor no dia 12 e maior no dia 15. Já o da conta de Larissa estava menor no dia 15 e maior no dia 2.

c) Espera-se que os estudantes expressem com suas palavras que:

– se os saldos são negativos, quanto maior for o valor absoluto do número, menor será o saldo;

– se os saldos são positivos, quanto maior for o número, maior o saldo.

Adição com números inteiros

Objetivos

- Calcular a adição entre números inteiros e compreender as propriedades dessa operação.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF07MA03, EF07MA04 e da competência específica 6 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF07MA03 e EF07MA04 ao propor a utilização dos números inteiros em situações que envolvam adição e resolução de problemas com o uso dessa operação.

Orientações

- A adição de números inteiros é estudada por meio de diferentes situações. Peça aos estudantes que leiam e discutam cada uma delas em pequenos grupos. Incentive-os a expressar o que entenderam e suas dificuldades.
- Em cada uma das situações, os números inteiros são adicionados com o apoio em esquemas e na reta numérica. Essa opção favorece o desenvolvimento da competência específica 6 da BNCC.
- Vale ressaltar que, em vez de memorizarem regras para adicionar números inteiros de mesmo sinal ou de sinais opostos, é importante que os estudantes façam análises para antecipar qual será o sinal do resultado.

8. a) −18 °C
8. b) −10 °C
8. c) 40 minutos

8. Ricardo comprou um pacote de pães de queijo congelados para o lanche da tarde. Leia no quadro as instruções que havia na embalagem e, em seguida, responda às questões.

a) Qual é a menor medida de temperatura em que os pães de queijo devem ser conservados?

b) E a medida da maior temperatura?

c) Qual será, aproximadamente, o tempo total de preparo dos pães de queijo?

CONSERVAÇÃO

Conservar em medida de temperatura entre −10 °C e −18 °C.

PREPARO

1. Preaqueça o forno à medida de temperatura de 180 °C por 10 minutos.
2. Retire os pães de queijo da embalagem ainda congelados. Coloque-os em uma assadeira, deixando uma distância entre eles cuja medida seja de, no mínimo, 2 cm de comprimento.
3. Asse-os por cerca de 30 minutos ou até que fiquem dourados.

4 Adição com números inteiros

A adição com números inteiros pode ser observada em diversas situações. Acompanhe alguns exemplos.

Situação 1

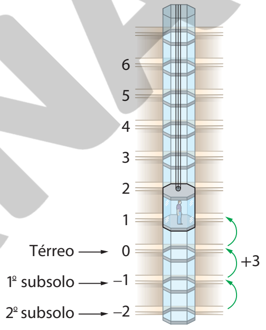
Em um edifício, o 1º e o 2º subsolos são indicados por números negativos, o térreo é indicado pelo zero, e os andares acima do térreo, por números positivos. Um elevador estava parado no 2º subsolo e, em seguida, subiu 3 andares. Em que andar o elevador parou?

Se analisarmos o andar em que o elevador estava e por quais passou antes de parar, constatamos que ele partiu do −2, subiu 1 andar e chegou ao −1. Subindo mais 1 andar, chegou ao térreo e, subindo mais 1 (3 andares no total), chegou ao 1º andar.

Logo, o elevador parou no 1º andar.

Podemos representar essa situação por meio de uma adição:

$(-2) + (+3) = +1$ ou, de maneira simplificada, $-2 + 3 = 1$

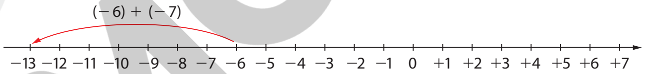


Situação 1.

Situação 2

Um mergulhador estava a 6 m abaixo do nível do mar. Sabendo que poderia observar animais muito interessantes a 7 m abaixo de onde estava, resolveu descer até lá. A qual medida de altitude, em metro, abaixo do nível do mar o mergulhador se encontrava após a descida?

Vamos representar a situação na reta numérica.

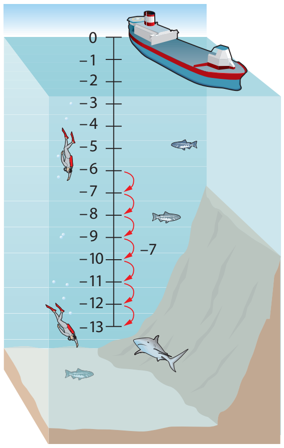


Partindo de −6, "andamos" 7 unidades para a esquerda na reta numérica e chegamos ao ponto correspondente ao número −13.

Representando essa situação por meio de uma adição, temos:

$$(-6) + (-7) = -13 \text{ ou } -6 - 7 = -13$$

Portanto, após a descida, o mergulhador se encontrava a 13 m abaixo do nível do mar.



Situação 2.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.

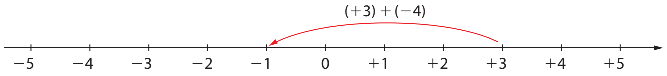
(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

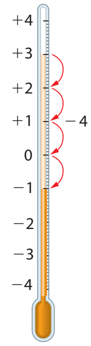
Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Situação 3

A temperatura em certa cidade media +3 °C e sofreu uma queda de 4 °C na madrugada. Que medida de temperatura foi registrada nessa madrugada?

Partindo de +3 na reta numérica, "andamos" 4 unidades para a esquerda e paramos no ponto correspondente ao número –1.





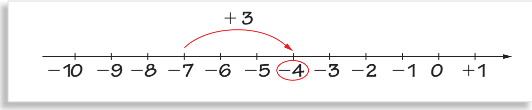
Situação 3.

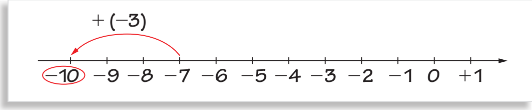
Representando essa situação por meio de uma adição, temos:

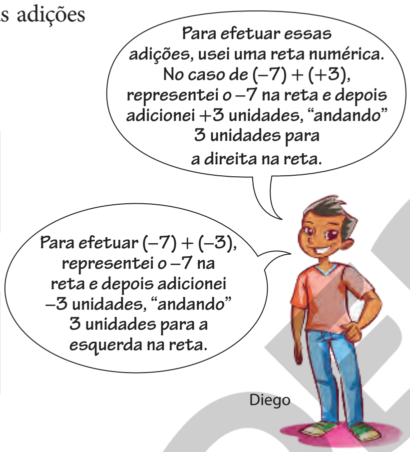
$$(+3) + (-4) = -1 \text{ ou } 3 - 4 = -1$$

Então, a medida de temperatura foi de 1 °C abaixo de zero (–1 °C) nessa madrugada.

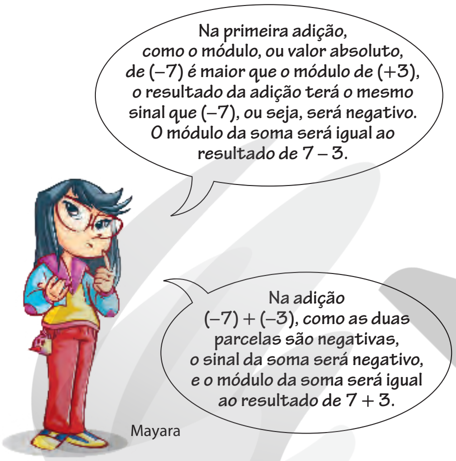
Acompanhe agora como Diego e Mayara efetuaram as adições (–7) + (+3) e (–7) + (–3).







DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA



DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

sinal do número que tem maior valor absoluto

$$\underbrace{(-7) + (+3)}_{7-3} = -4$$

subtração dos valores absolutos

sinal negativo

$$\underbrace{(-7) + (-3)}_{7+3=10} = (-10)$$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Depois da leitura das situações, faça um painel geral dos entendimentos sobre o texto e registre uma síntese das operações no quadro. Nesse debate, estimule os estudantes a ajudar os colegas na solução das dificuldades apontadas. É importante incentivá-los a interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.
- Amplie a atividade e sugira aos estudantes que, usando um dos procedimentos mostrados na página anterior ou outra estratégia pessoal, efetuem a adição (+7) + (–3), indicando se o resultado é positivo ou negativo (+4; positivo).

- O objetivo do boxe *Para analisar* é que os estudantes, em grupos, observem algumas regularidades ao adicionar números inteiros. Essa interação entre os estudantes é importante, uma vez que, ao se depararem com as ideias uns dos outros, eles têm a oportunidade de pensar com criticidade sobre as próprias ideias. Espera-se que, no item **a**, os estudantes percebam que a adição de números inteiros positivos resulta em um número positivo; no item **b**, que a adição de números inteiros negativos resulta em um número negativo; no item **c**, que o resultado de uma adição em que uma das parcelas é zero será: positivo se a outra parcela for positiva, negativo se a outra parcela for negativa ou zero se a outra parcela for igual a zero; e, no item **d**, que os resultados podem ser positivos, negativos ou iguais a zero. Verifique se, nas explicações, os estudantes perceberam que o sinal do resultado é o mesmo do número de maior módulo ou que, se um número é o oposto do outro, o resultado é igual a zero.

Ainda sobre o boxe *Para analisar*, peça aos estudantes que adicionem os números utilizando a reta numérica. Dessa forma, eles próprios poderão deduzir as regras de sinais por meio da generalização dos movimentos realizados, possibilitando uma nova forma de compreender a operação de adição com números inteiros.

- Se julgar conveniente, combine com os estudantes que, antes de realizarem os cálculos da atividade **2**, estimem se o resultado será positivo ou negativo. Em seguida, peça que validem a estimativa. Aproveite o procedimento de estimativa e converse sobre as vantagens de fazer previsões de resultados e como isso pode ser usado em situações extraescolares.
- Respostas da atividade **5**:

a) $(-12) + 0 = -12$
b) $(+19) + (-7) = +12$
c) $(+10) + (-10) = 0$
d) $(+24) + (-24) = 0$
e) $(+2) + (-6) = -4$
f) $(-16) + (+25) = +9$

Para analisar **Para analisar:** Respostas e comentários em *Orientações*.

Reúna-se com três colegas e façam o que se pede.

Cada um vai escrever, em uma folha avulsa, quatro adições com números inteiros: uma com dois números positivos; uma com dois números negativos; uma com um número positivo e outro negativo; e outra em que um dos números seja zero. Efetuem as adições e coloquem-nas em um local visível para que todos possam analisá-las. Depois, respondam às questões.

a) Os resultados das adições de números positivos foram positivos ou negativos?
b) E os resultados das adições de números negativos?
c) Os resultados das adições em que uma das parcelas é zero foram positivos ou negativos?
d) E os resultados das adições de um número positivo e um negativo?

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule.

a) $(+15) + (+9)$ **1. a)** +24
b) $(-22) + (+31)$ **1. b)** +9
c) $(-13) + (-15)$ **1. c)** –28
d) $(+29) + (-41)$ **1. d)** –12
e) $(-36) + (+17)$ **1. e)** –19
f) $+5 + 7$ **1. f)** +12
g) $-12 - 29$ **1. g)** –41
h) $-57 + 17$ **1. h)** –40
i) $+89 - 21$ **1. i)** +68
j) $-100 - 10$ **1. j)** –110

2. Observe os movimentos da conta-corrente de Ana e responda às questões.


10/3: Saldo de –R$ 790,00
11/3: Depositei R$ 970,00
12/3: Paguei uma conta de R$ 200,00
13/3: Depositei R$ 260,00

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual era o saldo da conta-corrente de Ana ao final dos dias 11, 12 e 13? **2. b)** R$ 1 230,00
b) Qual foi o total depositado por Ana? **3. a)** $(+120) + (+85) = +205$

3. Represente os valores abaixo com números inteiros e efetue as adições.

a) No dia 3, havia R$ 120,00 em minha conta-corrente. No dia seguinte, depositei nela R$ 85,00. Quanto tenho agora?
b) O saldo da conta-corrente de Eva estava negativo em 95 reais. Depois de pagar uma dívida de 175 reais, que saldo Eva tem na conta-corrente? **3. b)** $(-95) + (-175) = -270$

2. a) em 11/3, +R$ 180,00; em 12/3, –R$ 20,00; em 13/3, +R$ 240,00

4. Responda às questões. **4. b)** negativo **4. a)** positivo

a) A soma de dois números inteiros de mesmo sinal é 21. Qual é o sinal desses números?
b) A soma de dois números inteiros de mesmo sinal é –10. Qual é o sinal desses números?
c) A soma de dois números inteiros de sinais diferentes é 13. Qual é o sinal do número de maior módulo? **4. c)** positivo
d) A soma de dois números inteiros de sinais diferentes é –5. Qual é o sinal do número de maior módulo? **4. d)** negativo

5. Descubra a parcela desconhecida. **5.** Respostas em *Orientações*.

a) $(-12) + \blacksquare = -12$
b) $(+19) + \blacksquare = +12$
c) $\blacksquare + (-10) = 0$
d) $(+24) + \blacksquare = 0$
e) $\blacksquare + (-6) = -4$
f) $(-16) + \blacksquare = +9$

6. Faça o que se pede.

a) Represente um prejuízo de 12 com um número inteiro. **6. a)** –12
b) Represente um lucro de 10 com um número inteiro. **6. b)** +10
c) Calcule a soma desses números inteiros. **6. c)** –2

7. Indique a operação e, a seguir, resolva-a.

a) Lucro de 14 e prejuízo de 7. **7. a)** $(+14) + (-7) = +7$
b) Prejuízo de 20 e prejuízo de 13. **7. b)** $(-20) + (-13) = -33$
c) Prejuízo de 16 e lucro de 42. **7. c)** $(-16) + (+42) = +26$
d) Lucro de 25 e prejuízo de 11. **7. d)** $(+25) + (-11) = +14$
e) Prejuízo de 29 e lucro de 47. **7. e)** $(-29) + (+47) = +18$

8. Exemplos de resposta: **a)** $a = 10$ $b = 11$; **b)** $a = -1$ $b = -3$; **c)** $a = -5$ $b = 4$; **d)** $a = 37$ $b = -37$; **e)** $a = 20$ $b = -27$; **f)** $a = 30$ $b = -11$

8. Nas operações abaixo, *a* e *b* representam números inteiros. Encontre um possível valor para *a* e *b* em cada caso.

a) $a + b = 21$
b) $a + b = -4$
c) $a + b = -1$
d) $a + b = 0$
e) $a + b = -7$
f) $a + b = 19$

9. O termômetro eletrônico da câmara fria ilustrada estava com defeito e, por isso, sempre registrava uma medida de 4 graus acima da temperatura real.

a) Qual era a medida de temperatura real nessa câmara? **9. a)** –44 °C

b) Qual será a medida de temperatura real se o termômetro registrar –2 °C? **9. b)** –6 °C

MAURO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

Propriedades da adição

Acompanhe a situação a seguir.

Mauro é dono de uma papelaria. Ao final de cada período de quatro meses, ele faz um pequeno balanço para saber se está obtendo lucro ou prejuízo. Em janeiro, a papelaria teve lucro de R$ 12 500,00, decorrente das vendas de material escolar com a volta às aulas. Em fevereiro, teve prejuízo de R$ 9 870,00; em março, prejuízo de R$ 435,00; e, em abril, lucro de R$ 240,00.

Mauro fez o balanço quadrimestral de duas maneiras. Observe.

$$(+12\,500) + (-9\,870) + (-435) + (+240) =$$
$$= (+2\,630) + (-435) + (+240) =$$
$$= (+2\,195) + (+240) =$$
$$= +2\,435$$

ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

$$(+12\,500) + (+240) + (-9\,870) + (-435) =$$
$$= (+12\,740) + (-9\,870) + (-435) =$$
$$= (+12\,740) + (-10\,305) =$$
$$= +2\,435$$

Portanto, no período dos quatro meses, a papelaria teve um saldo positivo de R$ 2 435,00.

Para realizar os cálculos da segunda maneira, Mauro usou propriedades da adição de números inteiros.

Para a adição dos números naturais, são válidas a propriedade comutativa, a propriedade associativa e a existência do elemento neutro. Essas propriedades, além da existência do elemento oposto, são válidas também para a adição de números inteiros.

- Na atividade **8**, há uma infinidade de respostas possíveis, por isso é interessante que a turma troque ideias para observar algumas curiosidades nessas respostas:

– no item **a**, não há possibilidade de os dois serem negativos, ou seja, pelo menos um dos números deve ser positivo; o mesmo vale para o item **f**;
– no item **b**, pelo menos um dos números deve ser negativo; o mesmo vale para os itens **c** e **e**;
– no item **d**, os números *a* e *b* devem ser simétricos.

- O desenvolvimento de um bom repertório de cálculo envolve conhecer e utilizar propriedades das operações aritméticas, assim como identificar situações em que essas propriedades são ou não válidas. Solicite aos estudantes que identifiquem as propriedades da adição de números inteiros, retomando as propriedades já estudadas da adição de números naturais. Esse estudo visa ampliar o conhecimento que já têm.
- Para responder aos itens **a** e **b** do boxe *Para calcular*, espera-se que os estudantes percebam que, usando as propriedades comutativa e associativa de forma conveniente, é possível facilitar os cálculos. Por exemplo, é mais fácil fazer 2 547 + (–2 547) + 294 + (–394) + + (–500) do que calcular as adições na ordem em que aparecem ou agrupar separadamente os valores positivos e os negativos e calcular a diferença entre eles.

Propriedade comutativa

A ordem das parcelas não altera a soma. Assim, se a e b são números inteiros, $a + b = b + a$.

Por exemplo:

$$(+4) + (-5) = -1 \quad \text{e} \quad (-5) + (+4) = -1$$

$$(+4) + (-5) = (-5) + (+4)$$

Propriedade associativa

Na adição, podemos associar as parcelas de diferentes maneiras e obter o mesmo resultado. Assim, se a, b e c são números inteiros, $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Por exemplo:

$$[\underbrace{(+3) + (-5)}] + (-7) = \qquad \text{ou} \qquad (+3) + [\underbrace{(-5) + (-7)}] =$$

$$= (-2) + (-7) = \qquad\qquad = (+3) + (-12) =$$

$$= -9 \qquad\qquad = -9$$

$$[(+3) + (-5)] + (-7) = (+3) + [(-5) + (-7)]$$

Existência do elemento neutro

O elemento neutro da adição é o **zero**, que, adicionado a qualquer número inteiro, resulta no próprio número. Assim, se a é um número inteiro, $a + 0 = 0 + a = a$.

Por exemplo:

$$(-8) + 0 = -8 \text{ ou } 0 + (-8) = -8$$

Existência do elemento oposto

Qualquer número inteiro tem um oposto, que, adicionado a ele, resulta no elemento neutro. Assim, se a é um número inteiro, existe $-a$, que é o oposto de a, tal que $a + (-a) = 0$.

Por exemplo:

$$\overbrace{(-8) + (+8)}^{\text{números opostos}} = 0$$

Para calcular

Calcule o valor de:
(–500) + 2 547 + 294 +
+ (–2 547) + (–394)

a) Você usou alguma das propriedades da adição de números inteiros? Se usou, qual(is)?

b) Compare o modo como você realizou os cálculos com o de um colega e responda: vocês efetuaram as adições da mesma maneira? O resultado obtido foi o mesmo? Em qual dos modos as contas efetuadas ficaram mais simples?

Para calcular: –600; comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Andressa tem uma sorveteria. No início do mês, ela gastou R$ 1 100,00 em ingredientes para a produção de sorvetes, recebeu R$ 3 500,00 com as vendas e, no final do mês, gastou R$ 750,00 com a manutenção de equipamentos.

a) Qual foi o saldo de Andressa no final do mês? **1. a)** R$ 1 650,00

b) Ela obteve lucro ou prejuízo? **1. b)** lucro


DIEGO MUNHOZ/ ARQUIVO DA EDITORA

2. Efetue as adições a seguir.

a) (+4 – 7) + (–8) **2. a)** –11

b) (–12) + (–5 – 1 + 6) **2. b)** –12

c) (–21 + 0) + (+12 + 7) + (–4 + 2) **2. c)** –4

d) (–1 004 + 258) + (–789) **2. d)** –1 535

e) (–790 – 340) + (–130 + 1 024) **2. e)** –236

f) (+899 – 111) + (–537 – 321) **2. f)** –70

3. Rafael pediu emprestados à sua irmã R$ 30,00 para comprar uma camiseta. Depois, pediu mais R$ 40,00 para comprar uma calça. **3. a)** R$ 70,00

a) Quanto Rafael está devendo à irmã?

b) Utilizando a ideia de número negativo, represente a situação por uma expressão numérica. **3. b)** (–30) + (–40) = –70

4. Sílvio saiu da Vila Charmosa e está indo em direção à Vila Esperança. Neste momento, ele está no quilômetro 45 da rodovia; vai fazer a primeira parada daqui a 29 quilômetros e de lá percorrerá mais 147 quilômetros até a segunda parada.

a) Em que quilômetro da rodovia Sílvio fará a primeira parada? **4. a)** no quilômetro 74

b) E em que quilômetro ele fará a segunda parada? **4. b)** no quilômetro 221

5. Kelly e Alice fizeram uma brincadeira. Cada uma escreveu uma expressão em um pedaço de papel. Em seguida, elas dobraram os papéis, e cada uma escolheu um. Venceria quem tirasse a expressão com o maior resultado. Se Kelly tirou a expressão [(–4 547) + (4 547) – 1] e Alice, (1 + 0), quem venceu? **5.** Alice

6. Respostas em *Orientações*.

6. Observe o extrato bancário de Mário.

Data	Histórico	Valor
12/5	Saldo	800,00
13/5	Cheque	–200,00
	Cheque	–100,00
17/5	Saldo	▬
	Depósito	450,00
22/5	Saldo	▬
1/6	Cheque	–1 000,00
2/6	Saldo	▬
5/6	Depósito	900,00
6/6	Saldo	▬

- Agora, copie-o no caderno substituindo cada ▬ pelo valor correspondente. Depois, responda às questões.

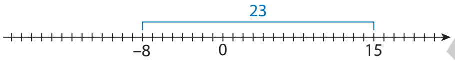
a) Em que data a conta-corrente de Mário ficou com o maior saldo?

b) Em que data ela ficou com saldo negativo?

5 Subtração com números inteiros

No Campeonato Brasileiro de Futebol de 2021, o Palmeiras (SP) obteve saldo de gols igual a 15, enquanto o Juventude (RS) obteve saldo de –8. Qual foi a diferença entre os saldos de gols do Palmeiras e do Juventude?

Localizando os números (+15) e (–8) em uma reta numérica, temos:



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Observando a localização dos pontos correspondentes a esses números na reta, podemos ver que a diferença entre (+15) e (–8), nessa ordem, é de 23 unidades.

Também podemos encontrar a diferença entre os saldos de gols calculando o valor da expressão:

$$(+15) - (-8)$$

Observe que –(–8) é o oposto do número –8, ou seja, é igual a +8.

Então, calculamos: (+15) – (–8) = +15 + 8 = +23

Assim, verificamos que a diferença entre os saldos de gols do Palmeiras e do Juventude, no final do campeonato, foi de 23 gols.

Observe outras subtrações com números inteiros.

- $(-23) \underbrace{-(+15)} = -23 \underbrace{-15} = -38$

  O oposto de +15 é –15.

- $(+14) \underbrace{-(+20)} = +14 \underbrace{-20} = -6$

  O oposto de +20 é –20.

(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

- Resposta da atividade **6**:

Data	Histórico	Valor
12/5	Saldo	800,00
13/5	Cheque	– 200,00
	Cheque	–100,00
17/5	Saldo	500,00
	Depósito	450,00
22/5	Saldo	950,00
1/6	Cheque	– 1 000,00
2/6	Saldo	– 50,00
5/6	Depósito	900,00
6/6	Saldo	850,00

a) Em 22/5.
b) Em 2/6.

Subtração com números inteiros

Objetivos

- Calcular a subtração entre números inteiros.
- Favorecer o desenvolvimentodas habilidades EF07MA03, EF07MA04 e da competência específica 6 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF07MA03 e EF07MA04, ao utilizar os números inteiros em situações que envolvam subtração e resolver problemas envolvendo essa operação.

Orientações

- Ao trabalhar a subtração com números inteiros, é preciso diferenciar o sinal do número e o sinal da operação, indicados pelo mesmo símbolo. Essa diferenciação é o primeiro passo para os estudantes compreenderem como as subtrações são efetuadas e em que situações podem ser utilizadas.
- Se julgar necessário aprofundar a discussão sobre os sinais, peça aos estudantes que comparem a sentença (–4) – (+8) = –12 com: (–4) + (–8) = –12. Em seguida, comente que, apesar de as duas sentenças terem o mesmo resultado, na segunda o sinal que aparece antes do 8 não é um sinal de subtração, mas o sinal do número, que indica que o 8 é um número negativo.

- Nas atividades desta página, os estudantes vão resolver problemas em diferentes contextos, o que favorece o desenvolvimento da competência específica 6. Caso apresentem dificuldade, proponha que façam as atividades utilizando a reta numérica como recurso.
- Antes de iniciarem a atividade **3**, retome com eles o fato de uma relação de igualdade matemática não se alterar ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número para construir a noção de equivalência. Compreender essa ideia deve auxiliar a nortear a resolução dessa atividade.
- Na atividade **7**, apenas um número (terceira linha e segunda coluna) não pode ser calculado diretamente. Para os estudantes que não perceberam como obter o resultado da adição, sugira que procurem a direção (horizontal, vertical e diagonal) que apresenta três números e verifiquem sua soma. Resposta da atividade:

9	–5	5
–1	3	7
1	11	–3

- Caso os estudantes sintam dificuldade na resolução da atividade **8**, oriente-os a calcular primeiro os valores que devem ser colocados na segunda fileira de tijolos, agrupando dois a dois os tijolos da primeira fileira, para depois calcular os outros valores.

---

2. a) +8
2. b) –8
2. c) –19
2. d) –27
2. e) +17
2. f) –71
3. a) –2
3. b) +16
3. c) –2
3. d) –9

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. 45 °C

1. Fabrício trabalha em um frigorífico. Para manter peças de carne bovina congeladas, a medida de temperatura de uma das câmaras frigoríficas é –35 °C. Fabrício tirou uma das peças para descongelar, na geladeira, a uma medida de temperatura de 10 °C. Que variação de medida de temperatura essa peça de carne sofreu?

2. Efetue as subtrações a seguir.

a) (+17) – (+9)
b) (–15) – (–7)
c) (–23) – (–4)
d) (–42) – (–7) – (–8)
e) (+5) – (–21) – (+9)
f) (–71) – 0

3. Encontre o valor do ■ em cada expressão.

a) (–14) – (–12) = ■
b) (+9) – (■) = –7
c) (–19) – (■) = –17
d) ■ – (–21) = +12

4. O quadro abaixo apresenta a medida da temperatura no interior de alguns eletrodomésticos quando em funcionamento. **4. b)** no *freezer*

Eletrodoméstico	Medida da temperatura no interior (em °C)
Forno a gás	de +180 a +300
Refrigerador	de +2 a +10
Freezer	–18

4. a) no forno a gás

- Em que eletrodoméstico registra-se:
  a) a maior medida de temperatura?
  b) a menor medida de temperatura?
  c) a maior variação de medida de temperatura?

4. c) no forno a gás

5. Considere as informações e responda.


CLASSIC IMAGE/ALAMY/FOTOARENA

Retrato de Arquimedes.

a) Arquimedes foi um dos mais importantes matemáticos da Antiguidade. Ele nasceu no ano 287 a.C. e viveu 75 anos. Em que ano Arquimedes morreu?
5. a) em 212 a.C.


ANN RONAN PICTURE LIBRARY/HERITAGE IMAGES/SCIENCE PHOTO LIBRARY/FOTOARENA

Retrato de Pitágoras.

b) Pitágoras viveu 74 anos. Se ele morreu em 497 a.C., em que ano nasceu?
5. b) em 571 a.C.


SAMMLUNG RAUCH/INTERFOTO/FOTOARENA

Retrato de Eratóstenes.

c) O primeiro matemático da Antiguidade a medir a circunferência da Terra foi Eratóstenes. Ele nasceu no ano 276 a.C. e morreu em 196 a.C. Quantos anos Eratóstenes viveu?
5. c) 80 anos

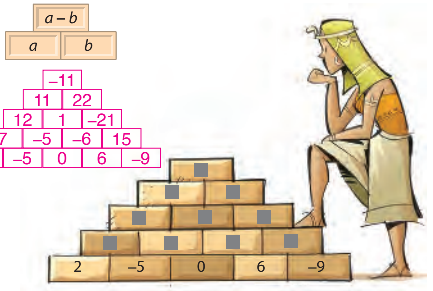
6. Em um município da Região Sul do Brasil, em um dia de inverno, às 6 horas da manhã o termômetro mediu 1 °C. Às 10 horas, a medida de temperatura havia subido 4 °C e, às 13 horas, mais 3 °C. Ao anoitecer, a medida de temperatura baixou 5 °C e, às 22 horas, mais 4 °C, permanecendo a mesma até a meia-noite.
Que medida de temperatura marcava o termômetro à meia-noite? **6.** –1 °C

7. Copie o quadrado mágico no caderno e complete-o, sabendo que a soma dos números de cada linha, coluna ou diagonal seja sempre 9.
7. Resposta em *Orientações*.

9	■	5
–1	3	■
■	■	–3

MODELO

8. Copie a pilha de tijolos e complete-a seguindo o padrão abaixo.



8.

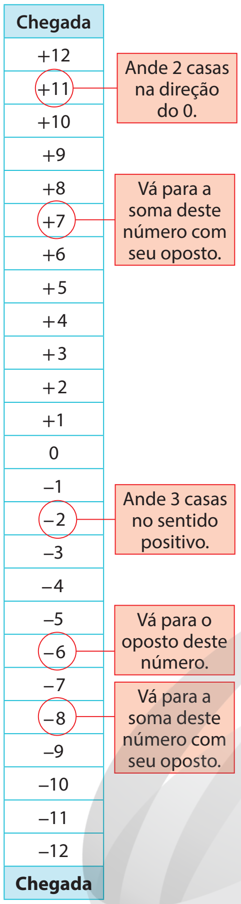
–11
11 22
12 1 –21
7 –5 –6 15
2 –5 0 6 –9

ILUSTRAÇÕES: MAURO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

Trabalho em equipe

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Que tal brincar um pouco para reforçar o que aprendemos até aqui? Reúna-se com alguns colegas para construir – usando cartolina ou outro papel encorpado – um tabuleiro igual ao do modelo abaixo.



Jogo de tabuleiro

Atenção! Cuidado ao usar a tesoura e o alfinete.

JUSTIFICATIVA

Jogos de tabuleiro desse tipo, além de incentivar a socialização, propiciam o uso dos conceitos matemáticos de maneira divertida.

OBJETIVO

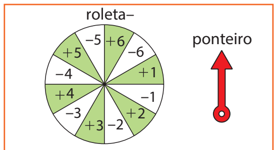
Estimular o cálculo mental com números inteiros.

APRESENTAÇÃO

Jogo em grupo.

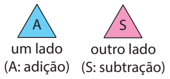
MATERIAL COMPLEMENTAR

Com o mesmo tipo de papel com que fizeram o tabuleiro, elaborem e recortem as peças que usarão na hora de jogar.



Com um alfinete de cabeça ou um colchete, afixem o ponteiro na roleta, de modo que seja fácil girá-lo.

Façam uma ficha com a letra A de um lado e com a letra S do outro.



Providenciem botões de roupa coloridos para servir de peões – uma cor para cada jogador.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

REGRAS DO JOGO

- Com os peões posicionados no zero do tabuleiro, decidam quem começa a jogar. Cada jogador, na sua vez, deve girar a roleta.
- Na sua vez de jogar, jogue a ficha. Se der:

  – A, adicione o número da roleta ao número da casa em que está e mova seu peão até a casa que tem o resultado da adição;

- – S, subtraia o número da roleta do número da casa em que está e mova seu peão até a casa que tem o resultado da subtração.
- Se o peão cair em uma casa com alguma instrução, execute-a antes de passar a vez a outro jogador.

Ganhará o jogo aquele que obtiver, antes dos adversários, um número maior que +12 ou menor que –12.

QUESTÕES PARA PENSAR EM GRUPO

1. A instrução “vá para o oposto deste número” traz vantagem ou desvantagem para o jogador?
2. Se um jogador estiver na casa com o número –9 e tirar S, que número ele deverá tirar na roleta para ganhar o jogo? E se ele tirar A?

2. Se ele tirar S: +4, +5 ou +6; se ele tirar A: –4, –5 ou –6.

1. Não traz vantagem nem desvantagem, pois um número e seu oposto têm módulos iguais, isto é, estão à mesma distância do zero.

Trabalho em equipe

Objetivos

- Aplicar, por meio de trabalhos em grupo, os conceitos estudados.
- Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 2, 9 e 10 e das competências específicas 7 e 8 da BNCC.

Orientações

- Neste momento, propõe-se aos estudantes que confeccionem um jogo e o coloquem em prática. Oriente-os a seguir todas as instruções do jogo. Por meio dessa proposta, vivenciarão diversas situações em grupo, por exemplo, organizar-se para dividir tarefas, saber ouvir o outro e respeitar regras, desenvolvendo, ainda, atitudes de sociabilidade, o que favorece o desenvolvimento das competências gerais 9 e 10 e das competências específicas 7 e 8 da BNCC.
- Confeccionar as peças de um jogo e, depois, jogá-lo estimula a criatividade, o trabalho com regras, a curiosidade sobre os resultados, o raciocínio e a elaboração de estratégias e o cálculo mental, o que favorece o desenvolvimento da competência geral 2 da BNCC.
- Para evitar acidentes, reforce o pedido para que os estudantes utilizem a tesoura e o alfinete com cuidado.

Competência geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência geral 10: Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Competência específica 7: Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência específica 8: Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Adição algébrica

Objetivos

- Simplificar expressões numéricas usando a ideia de adição algébrica.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA03.

Habilidade da BNCC

- Neste tópico, será apresentado o conceito de adição algébrica para resolver expressões numéricas envolvendo adição e subtração. Resolver expressões como as apresentadas pode auxiliar os estudantes a lidar com situações que envolvam essas operações simultaneamente, favorecendo o desenvolvimento da habilidade EF07MA03.

Orientações

- Com a finalidade de desenvolver conjuntamente a adição e a subtração com números inteiros, nestas páginas mostra-se como simplificar uma expressão numérica, tratando-a como adição algébrica. Se julgar conveniente, amplie o grau de dificuldade, apresentando expressões com sinais de agrupamento (parênteses, colchetes e chaves), mantendo as mesmas regras de eliminação.
- No boxe *Para calcular*, peça aos estudantes que compartilhem suas opiniões, justificando suas escolhas. Espera-se que eles recorram ao agrupamento dos números negativos (–10 – 7) e dos números positivos (+8 + 12). Em seguida, com os resultados dos agrupamento, calculem o resultado final.

6 Adição algébrica

Como vimos, a subtração com dois números inteiros equivale a uma adição do primeiro número com o oposto do segundo. Por isso, a adição e a subtração com números inteiros são consideradas apenas uma operação: a **adição algébrica**.

A ideia de adição algébrica ajuda a simplificar uma expressão numérica que apresenta parênteses e os sinais "+" e "–" das operações. Observe o exemplo a seguir.

$(-10) - (+7) - (-8) + (+12) =$

Não há sinal antecedendo os parênteses (eliminam-se os parênteses e conserva-se o sinal do número).

Sinal de subtração antecedendo os parênteses (eliminam-se os parênteses e troca-se o sinal do número).

Sinal de adição antecedendo os parênteses (eliminam-se os parênteses e conserva-se o sinal do número).

$= -10 - 7 + 8 + 12$

Agora, basta calcular o valor da expressão do modo que preferir. Observe duas maneiras.

1ª) Efetuando as operações na ordem em que aparecem:

Lembre-se:
Escreva no caderno!

$-10 - 7 + 8 + 12 =$

$= -17 + 8 + 12 =$

$= -9 + 12 =$

$= +3$

2ª) Agrupando os valores de modo conveniente:

$-10 - 7 + 8 + 12 =$

$= +12 - 10 + 8 - 7 =$

$= +2 + 1 =$

$= +3$

Nas expressões que apresentam adições algébricas agrupadas pelos sinais ( ), [ ] e { }, deve-se primeiro resolver as adições algébricas que estão no interior dos parênteses, depois as que estão no interior dos colchetes e, por último, as que estão no interior das chaves.

Para calcular

Calcule o valor da expressão acima de modo diferente dos apresentados. **Para calcular:** Comentário em *Orientações*.

(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.

3. b) Uma maneira é calcular a operação entre parênteses e reescrever a expressão. Depois, calcular a operação entre colchetes e reescrever a expressão. E, por último, calcular a operação entre chaves e obter o resultado +6.

Exemplo

$$10 - (-3) - \{[(+5) + (-7)] - (+4 - 12)\} =$$

$= 10 + 3 - \{[+5 - 7] + 8\} =$ ←	Efetuamos a adição algébrica: (+4 – 12) e eliminamos todos os parênteses.
$= 10 + 3 - \{[-2] + 8\} =$ ←	Efetuamos a adição algébrica: [+5 – 7]
$= 10 + 3 - \{-2 + 8\} =$ ←	Eliminamos os colchetes.
$= 10 + 3 - \{+6\} =$ ←	Efetuamos a adição algébrica: {–2 + 8}
$= 10 + 3 - 6 =$ ←	Eliminamos as chaves.
$= +7$	

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule o valor das expressões numéricas.

a) $5 + (7 - 2) - (4 + 3)$ **1. a)** 3

b) $-15 + [(-12) - (+4)] - (-7 - 4)$ **1. b)** –20

c) $45 - \{51 + [(-3) - (+8)]\}$ **1. c)** 5

d) $(4 - 8) - \{[7 + (+2 - 4) - (-5 - 13)] - 1\}$ **1. d)** –26

2. Encontre o erro no cálculo da expressão numérica.

$(+12) + (+5) + (-17) - (-4) =$
$= (+12) + (-12) - 4 =$
$= 0 - 4 =$
$= -4$

2. $= (+12) + (-12) - (-4) =$
$= 0 - (-4) = -(-4) = 4$

3. Leia a explicação e faça o que se pede.

A calculadora pode ser usada para realizar operações com números inteiros.

PHOTODISC/GETTY IMAGES

Observe como representar e realizar operações com números inteiros usando a tecla +/– da calculadora.

Para representar –7, por exemplo, fazemos: 7 +/–

Alguns modelos apresentam: 7-

Outros mostram na tela: MINUS 7 ou -7

Usando a calculadora, também podemos calcular o valor de expressões numéricas com números inteiros.

Para calcular –8 + (–3) – (–6), por exemplo, digitamos:

8 +/– + 3 +/– – 6 +/– =

E obtemos: MINUS 5

a) Agora, use uma calculadora para determinar:

- $2 - (+9) + (-7)$ **3. a)** –14; –175; 284
- $-46 + (-53) - (+76)$
- $129 + (-134) - (-289)$

b) Como você calcularia a expressão numérica $-\{16 + [-27 - (4 - 9)]\}$ usando a calculadora?

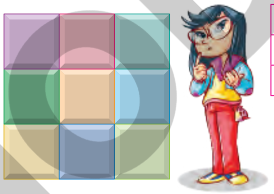
4. Elabore as expressões numéricas pedidas.

a) Uma expressão numérica com 5 números inteiros cujo resultado seja zero.

b) Uma expressão numérica com 5 números e com 2 pares de colchetes.

4. Respostas pessoais.

5. Construa no caderno um quadrado mágico composto de três linhas e três colunas, como mostra a ilustração abaixo.



DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

5. Exemplo de resposta:

1	2	–3
–4	0	4
3	–2	–1

Depois, com os números inteiros de –4 a +4, preencha-o de forma que a soma dos números de cada linha, coluna ou diagonal seja zero.

6. Elabore um problema que possa ser resolvido com adições algébricas. Dê seu problema para um colega resolver e resolva o problema criado por ele. **6.** Resposta pessoal.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Na atividade **2**, os estudantes vão analisar o processo de simplificação de uma expressão numérica a fim de identificar o erro. Atividades como essa contribuem para o desenvolvimento da autonomia do pensamento, do raciocínio crítico e da capacidade de argumentar do estudante.
- Na atividade **3**, as etapas apresentadas podem variar de uma calculadora para outra. Oriente os estudantes cujas calculadoras funcionem de maneira diferente da indicada. Se julgar necessário, comente com eles que a palavra *minus* significa “menos”.

Educação financeira

Objetivos

- Refletir sobre o uso consciente de recursos financeiros.
- Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira** da macroárea **Economia**, ao propor uma reflexão sobre a organização e o controle dos gastos.
- Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 7 e 10 da BNCC.

Orientações

- Nesta seção, a ideia é que os estudantes tenham contato com uma situação bastante comum, que ocorre quando uma pessoa gasta pequenos valores sem refletir sobre seu consumo. No caso da situação apresentada, os estudantes devem observar que a menina não controlou os seus gastos.
- O exemplo apresentado pode levar os estudantes a refletir e argumentar sobre a importância de controlar os gastos e de serem consumidores responsáveis. Nesse sentido, as competências gerais 7 e 10 da BNCC são favorecidas.

Educação Financeira

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Para onde foi meu dinheiro?

Ao pagar por uma compra, você já percebeu que tinha menos dinheiro do que imaginava? Por que isso aconteceu? Você já passou por uma situação parecida com a apresentada abaixo?

ILUSTRAÇÕES: EDNEI MARX/ARQUIVO DA EDITORA

Competência geral 7: Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Competência geral 10: Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

O que você faria?

O que você faria se estivesse no lugar da menina da situação anterior? Analise as alternativas abaixo e escolha uma. Você pode também criar uma resposta diferente. **O que você faria?:** Resposta pessoal.

a) Pediria ao amigo R$ 3,00 emprestados e compraria o sorvete.
b) Compraria o sorvete usando um cartão de crédito, caso tivesse um.
c) Deixaria de comprar o sorvete por não ter dinheiro suficiente.
d) Perguntaria ao sorveteiro se poderia tomar o sorvete e voltar mais tarde para pagar.

Calcule

Para evitar aquela sensação de ficar se perguntando para onde foi o dinheiro, algumas pessoas organizam seu orçamento em uma planilha eletrônica.

NICK N A/SHUTTERSTOCK

Jaqueline aprendeu que deve controlar seus gastos e se empenha em praticar o ensinamento recebido. Jaqueline registrou suas despesas do mês de março de 2022 em uma planilha eletrônica. Observe, abaixo, o detalhe dos registros que ela fez.

C11 | Fórmula | 9,5

	A	B	C
1	CONTROLE DE GASTOS (MARÇO DE 2022)		
2			
3	**Data**	**Descrição**	**Valor**
4	1/mar.	Crédito no celular	R$ 30,00
5	2/mar.	Boné	R$ 55,00
6	3/mar.	Cinema + pipoca	R$ 25,00
7	5/mar.	Sorvete	R$ 5,00
8	9/mar.	Lanche	R$ 5,50
9	12/mar.	Livro	R$ 28,50
10	24/mar.	Ovo de chocolate	R$ 55,00
11	31/mar.	Lanche	R$ 9,50
12			

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Calcule: Comentários em *Orientações*.

Se Jaqueline tinha R$ 250,00 no início do mês, ela conseguiu economizar parte desse dinheiro? Caso tenha conseguido, o que você acha que ela deveria fazer com o dinheiro que sobrou?

Reflita

Reflita: Respostas pessoais.

Reúna-se com alguns colegas e reflitam sobre as questões a seguir.

a) É importante controlar as despesas, mesmo as pequenas? Por quê?
b) Você tem algum sonho de consumo? Se sim, qual(is)? Como você se planeja para realizar esse(s) sonho(s)?

- Em *O que você faria?*, deixe os estudantes conversarem sobre o assunto e apresentarem sua opinião. Outro ponto a destacar é que gastar sem perceber pode acarretar situações de apuros, por exemplo, precisar voltar para casa e não ter dinheiro para a condução. Peça aos estudantes que deem outros exemplos.
- Nessa atividade, é importante criar um ambiente de respeito em que os estudantes sintam-se à vontade para expor seus pontos de vista e refletir sobre as consequências de suas escolhas. O objetivo principal é eles perceberem que, na falta de dinheiro, a melhor opção é abrir mão, naquele momento, do que se quer comprar e passar a controlar melhor as despesas.
- O foco da proposta do *Calcule* é que os estudantes observem como podem organizar e controlar os seus gastos com o auxílio de uma planilha eletrônica. Discuta com eles a necessidade de fazer um controle de gastos e pergunte se eles controlam suas despesas e como fazem isso.
- No *Reflita* é o momento de os estudantes perceberem a importância de controlar os seus gastos. Avalie se o posicionamento dos estudantes é pautado em princípios éticos diante das questões propostas.
- Participe das discussões finais e retome a situação apresentada na página anterior, para que os estudantes se lembrem de que pequenos gastos também afetam a saúde financeira. A discussão favorece o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira** da macroárea **Economia**, fazendo com que os estudantes reflitam sobre a organização e o controle dos gastos, como também sobre a importância de ser um consumidor consciente.

Multiplicação com números inteiros

Objetivos

- Calcular a multiplicação entre números inteiros e compreender as propriedades dessa operação.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA04, da competência geral 2 e da competência específica 4 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA04 ao propor problemas que envolvam a multiplicação de números inteiros.

Orientações

- Mais uma vez, os conhecimentos prévios dos estudantes sobre números e operações aritméticas são de grande valia para avançar no estudo deste tópico. A análise de regularidades em sequências de multiplicação será o ponto de partida para estudar a multiplicação com números inteiros. Assim, os estudantes podem chegar às regras de sinais por meio da observação de regularidade. Se julgar conveniente, peça a eles que façam um quadro com essas regras.

7 Multiplicação com números inteiros

Em uma caminhada matinal, nada como ouvir uma boa música.

Para isso, Clara comprou um *smartwatch*, que pagará em 4 prestações de R$ 65,00. Qual é o valor da dívida de Clara?

Para calcular o valor da dívida, podemos escrever:

$$\underbrace{(-65) + (-65) + (-65) + (-65)}_{\text{4 parcelas}} = -260$$

Podemos também fazer uma multiplicação:

$$4 \cdot (-65) = -260$$

Portanto, a dívida de Clara é de R$ 260,00.

Esse problema foi resolvido por meio de uma multiplicação de dois números inteiros (4 e -65).

Agora, vamos analisar a multiplicação de dois números inteiros nos exemplos a seguir.

DOUGLAS FRANCHIN/ARQUIVO DA EDITORA

- Qual é o valor de $(+2) \cdot (+7)$?

  Uma das ideias da multiplicação é a adição de parcelas iguais.

  Então:

  $(+2) \cdot (+7) = 2 \cdot (+7) = (+7) + (+7) = +14$ ou apenas 14

  Quando multiplicamos dois números inteiros **positivos**, o resultado que obtemos é **positivo**.

- Qual é o valor de $(+2) \cdot (-7)$?

  Vamos aplicar novamente a ideia da adição de parcelas iguais.

  $(+2) \cdot (-7) = 2 \cdot (-7) = (-7) + (-7) = -14$

  Quando multiplicamos dois números inteiros, um **positivo** e outro **negativo**, o resultado que obtemos é **negativo**.

- Qual é o valor de $(-2) \cdot (+7)$?

  (-2) é o oposto de $+2$. Então, podemos escrever:

  $(-2) \cdot (+7) = -(+2) \cdot (+7) = -(+14) = -14$

  Quando multiplicamos dois números inteiros, um **negativo** e outro **positivo**, o resultado que obtemos é **negativo**.

- Qual é o valor de $0 \cdot (-7)$?

  Assim como na multiplicação de números naturais, quando um dos fatores da multiplicação de números inteiros é **zero**, o produto é **zero**.

  Então:

  $0 \cdot (-7) = (-7) \cdot 0 = 0$

- Qual é o valor de $(-2) \cdot (-7)$?

  Nesse caso, para obter o resultado, vamos nos basear em multiplicações já conhecidas. Observe a sequência de multiplicações a seguir e seus resultados.

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Competência geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Competência específica 4: Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

$$\begin{array}{ll} 4\cdot(-7) = -28 & \\ & +7 \\ 3\cdot(-7) = -21 & \\ & +7 \\ 2\cdot(-7) = -14 & \\ & +7 \\ 1\cdot(-7) = -7 & \\ & +7 \\ 0\cdot(-7) = 0 & \end{array}$$

Essa sequência de multiplicações segue um padrão: o primeiro fator vem decrescendo em 1 unidade (4, 3, 2, 1, 0) e o produto vem crescendo em 7 unidades (–28, –21, –14, –7, 0). Seguindo esse padrão, podemos escrever:

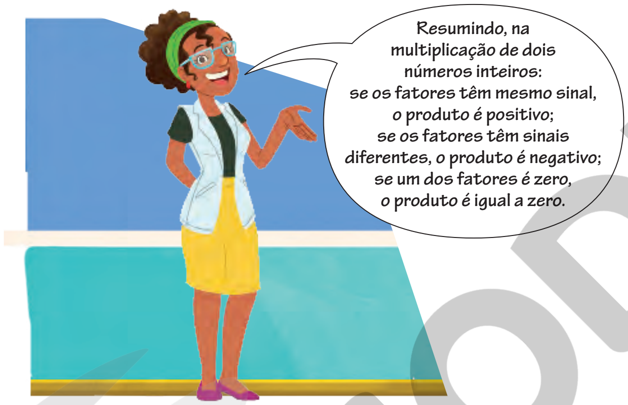
$$(-1)\cdot(-7) = 0 + 7 = 7$$
$$(-2)\cdot(-7) = 7 + 7 = 14$$
$$(-3)\cdot(-7) = 14 + 7 = 21$$

Observação

Apresentamos outra forma de obter o resultado de (–2) · (–7):

$$(-2)\cdot(-7) = -\underbrace{(+2)\cdot(-7)}_{} =$$
$$= \underbrace{-\underbrace{(-14)}_{}}_{\text{oposto de } -14} = (+14)$$

Quando multiplicamos dois números inteiros **negativos**, o resultado que obtemos é **positivo**.



FABIO EUI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

Cálculo mental

Lembre-se: Escreva no caderno!

Observe o padrão na sequência de multiplicações a seguir.

3 · (–9) = –27
2 · (–9) = –18
1 · (–9) = –9
0 · (–9) = 0

Seguindo o padrão, continue a sequência e encontre o resultado de: **Cálculo mental: a)** 9; **b)** 18; **c)** 54

a) (–1) · (–9)
b) (–2) · (–9)
c) (–6) · (–9)

- No boxe *Cálculo mental*, incentive os estudantes a levantar e testar livremente suas hipóteses. Atividades como essa, que estimulam a observação e a experimentação, colocam os estudantes como protagonistas do seu processo de aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento da competência geral 2 e da competência específica 4 da BNCC.
- Para ampliar o estudo, após a leitura da fala da professora, peça aos estudantes que elaborem uma multiplicação para cada uma das três possibilidades citadas, depois troquem com um colega para que cada um resolva as operações propostas pelo outro.

- Organize os estudantes para interagir na resolução das atividades desta página. Durante a correção, estimule-os a apresentar diferentes formas de resolução, promovendo o respeito entre eles nas situações de cálculo incorreto, pois também aprendemos nessas situações.
- Na atividade **1**, espera-se que os estudantes associem "3 parcelas de R$ 50,00" à operação de multiplicação 3 · 50 para calcular o valor total de R$ 150,00. Algum estudante pode responder com a adição de fatores iguais; caso isso aconteça, proponha uma discussão com a turma perguntando qual das duas operações está correta. Espera-se que eles respondam que as duas maneiras estão corretas. Em seguida, questione: "E se fossem 12 parcelas de R$ 50,00, qual das operações seria mais conveniente para calcular o valor total?". Espera-se que respondam que seria a multiplicação. A intenção é mostrar aos estudantes que podem existir diversas maneiras de resolver um problema e que calcular 12 · 50 é mais prático do que calcular a soma de 12 fatores iguais a 50.
- Ao lerem a atividade **2**, alguns estudantes podem partir diretamente para os cálculos. É interessante, então, circular pela sala de aula questionando essa necessidade, uma vez que a identificação dos resultados inteiros positivos não exige que se façam cálculos, mas apenas que se observem os sinais dos fatores de cada uma das multiplicações. Portanto, analisando os sinais das alternativas **a** e **c**, verifica-se que o resultado da operação é um número inteiro positivo.
- Resposta da atividade **4**:

a	*b*	Sinal de (*a* · *b*)	(*a* · *b*)
3	–7	–	–21
–8	4	–	–32
–9	–5	+	+45
–5	4	–	–20
–2	–8	+	+16
–7	–3	+	+21

- Neste tópico, são abordadas algumas das propriedades da multiplicação para que os estudantes retomem o que já conhecem sobre números naturais e apliquem para os números inteiros. Essas propriedades – comutativa, associativa, distributiva e elemento neutro – só ganharão significado se eles puderem aplicá-las em situações de cálculos escritos ou mentais.

5. a) (+4) · (–100) = –400;
b) +500 + (+8) · (+25) = 700;
c) (–4) + (+3) · (–4) = –16;
d) (+3) · (–1) = –3

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Leia os dados apresentados na ilustração. Depois, escreva no caderno uma operação que associe a situação a um número inteiro.

KIRLLEY VELOSO/ARQUIVO DA EDITORA

- Agora, responda: que valor total a consumidora vai pagar pela compra no cartão de crédito? **1.** R$ 150,00

2. Em quais das alternativas o resultado da operação é um número positivo? **2.** alternativas **a** e **c**

a) (–10) · (–4)
b) (–8) · (+2)
c) (+6) · (+1)
d) (+7) · (–3)

3. Calcule os produtos e anote-os no caderno.

a) (+2) · (–10) **3. a)** –20
b) (+3) · (–5) **3. b)** –15
c) (–5) · (+1) **3. c)** –5
d) (–1) · (–7) **3. d)** +7
e) 0 · (–3) **3. e)** 0
f) (+12) · (–5) **3. f)** –60
g) 3 · (–15) **3. g)** –45
h) (+100) · (–1) **3. h)** –100

4. Resposta em *Orientações*.

4. Copie o quadro no caderno e complete-o.

a	*b*	Sinal de (*a* · *b*)	(*a* · *b*)
3	–7		
–8		–	–32
–9	–5		
	4	–	–20
–2		+	+16
	–3	+	+21

5. Representa cada uma das situações a seguir por meio de uma operação com números inteiros e, depois, responda às questões.

a) Um submarino estava no nível do mar quando começou a descer 100 m de altitude a cada intervalo de meia hora. Após 2 horas, a qual medida de altitude, em metro, abaixo do nível do mar o submarino se encontrava?

b) Um avião voava à altitude de 500 m. Para escapar de uma tempestade, o piloto começou a subir 25 m de altitude a cada minuto. Que medida de altitude o avião atingiu após 8 minutos?

c) Hugo é mergulhador. Ele estava no nível do mar e desceu 4 m de altitude. Depois de 25 minutos, desceu 3 vezes essa medida. A que medida de altitude Hugo chegou?

d) César pratica salto ornamental. De um trampolim fixado a 1 m acima do nível da água ele salta e consegue descer, abaixo do nível da água, até 3 vezes essa medida. A que medida de altitude César consegue descer?

Propriedades da multiplicação

Já vimos como multiplicar dois números inteiros. E para multiplicar três ou mais fatores, como fazemos?

Por exemplo, para calcular (+2) · (–3) · (–5), podemos multiplicar os fatores dois a dois. Observe duas maneiras de fazer isso.

$$\underbrace{(+2)\cdot(-3)}\cdot(-5)=$$
$$=(-6)\cdot(-5)=30$$

ou

$$(+2)\cdot\underbrace{(-3)\cdot(-5)}=$$
$$=(+2)\cdot(+15)=30$$

O que acabamos de fazer foi associar os fatores de diferentes maneiras e verificar que os resultados são iguais.

Para realizar os cálculos da segunda maneira, aplicamos a propriedade associativa da multiplicação, que vale para todos os números naturais e que vale também para todos os números inteiros.

Observação

Assim como a propriedade associativa, a propriedade comutativa, a propriedade distributiva e a existência do elemento neutro, válidas para a multiplicação de números naturais, também valem para a multiplicação de números inteiros.

Propriedade comutativa

Em uma multiplicação com números inteiros, a ordem dos fatores não altera o produto. Assim, se a e b são números inteiros, $a \cdot b = b \cdot a$.

Por exemplo:

$$(-7) \cdot (-6) = (-6) \cdot (-7) = 42$$

Propriedade associativa

Na multiplicação com três ou mais fatores, podemos associá-los de maneiras diferentes e obter o mesmo produto, ou seja, se a, b e c são números inteiros, $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

Por exemplo:

$$\underbrace{(-5) \cdot (-11)} \cdot (-2) = (+55) \cdot (-2) = -110$$

ou

$$(-5) \cdot \underbrace{(-11) \cdot (-2)} = (-5) \cdot (+22) = -110$$

Observação

As propriedades da multiplicação, assim como as da adição, podem ser usadas para facilitar os cálculos.

Exemplo:

$(-5) \cdot (-12) \cdot (-2) =$

$= (+10) \cdot (-12) = -120$

Propriedade distributiva

Em uma multiplicação de um número inteiro por outro, dado por uma adição ou por uma subtração, podemos multiplicar o primeiro número pelas parcelas e adicionar ou subtrair os resultados obtidos (propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição ou à subtração). Assim, se a, b e c são números inteiros, $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ e $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$.

Por exemplo:

$$(-2) \cdot [(-3) + (+4)] =$$

$$= (-2) \cdot (-3) + (-2) \cdot (+4) =$$

$$= (+6) + (-8) = 6 - 8 = -2$$

Existência do elemento neutro

O número **+1** é o elemento neutro da multiplicação, ou seja, se a é um número inteiro, temos que $a \cdot (+1) = (+1) \cdot a = a$.

Por exemplo:

$$(+1) \cdot (-8) = (-8) \cdot (+1) = -8$$

- O estudo das propriedades da multiplicação – comutativa, associativa, distributiva e elemento neutro – podem ser usadas para facilitar na resolução de atividades onde é possível aplicar em cálculos mentais e nas expressões numéricas.

Divisão exata com números inteiros

Objetivos

- Calcular divisões exatas com números inteiros.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA04, da competência geral 2 e da competência específica 4 da BNCC.

Habilidade da BNCC

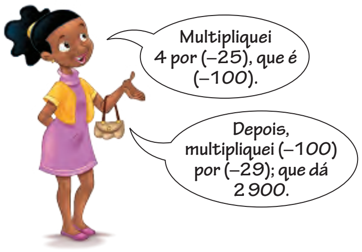
- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA04 ao promover problemas que envolvam a divisão de números inteiros.

Orientações

- Peça aos estudantes que respondam quantos metros o submarino submergiu em cada etapa. Espera-se que eles concluam que o submarino submergiu 5 m a cada etapa. Agora, para responder se o quociente é um número positivo ou negativo é preciso analisar o comportamento dos sinais em uma divisão com números inteiros, retomando a compreensão da divisão como operação inversa da multiplicação. Por isso, é fundamental que os estudantes já estejam efetuando multiplicações sem dificuldade e tenham compreendido suas regularidades. Portanto, não fará sentido indicar, logo de início, que as regras de sinais para multiplicação e divisão são as mesmas. Essa deverá ser a conclusão final da turma.

ATIVIDADES **FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

1. Naia está explicando como calculou mentalmente o valor da expressão: (–25) · (–29) · (+4)



ILUSTRAÇÕES: KIRLLEY VELOSO/ARQUIVO DA EDITORA

- Agora, associe os fatores como preferir e calcule mentalmente os produtos a seguir.
  - **a)** (–114) · (+2) · (–5) **1. a)** +1 140
  - **b)** (+4) · (–25) · (–351) **1. b)** +35 100
  - **c)** (–99) · (–125) · (–4) · (+2) **1. c)** –99 000
  - **d)** (+9) · (+1) · (+2) · (+5) **1. d)** +90
  - **e)** (–100) · (–50) · (–40) · (–10) **1. e)** +2 000 000
  - **f)** (–12) · (–100) · (+30) · (–1) **1. f)** –36 000

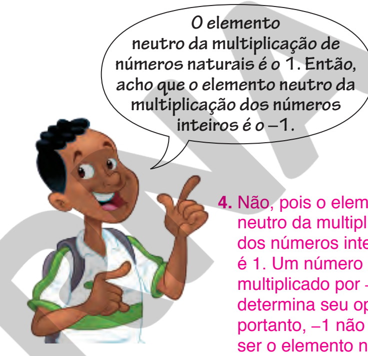
2. Calcule, no caderno, o resultado da multiplicação de cada item.

- **a)** (–7) · (+11) · (–3) **2. a)** +231
- **b)** (–2) · (–14) · (–5) **2. b)** –140
- **c)** (–5) · [(–4) + (+3)] **2. c)** +5
- **d)** (+8) · (–9) · 0 · (–16) · (+18) **2. d)** 0

3. Calcule os produtos abaixo e anote-os no caderno.

- **a)** (–12) · (+3) · (+1) **3. a)** –36
- **b)** (+1) · (–101) · (–10) **3. b)** +1 010
- **c)** (+1) · (+1) · (+1) · (+1) **3. c)** +1
- **d)** (–1) · (–1) · (+235) **3. d)** +235
- **e)** (–2) · (–5) · (+4) **3. e)** +40
- **f)** (+6) · (–3) · (+2) **3. f)** –36
- **g)** (–10) · (–8) · (+5) **3. g)** +400
- **h)** (–12) · (–5) · (+4) · (–1) **3. h)** –240

4. Analise a afirmação a seguir.



4. Não, pois o elemento neutro da multiplicação dos números inteiros é 1. Um número multiplicado por –1 determina seu oposto; portanto, –1 não pode ser o elemento neutro.

- O menino está correto? Por quê?

8 Divisão exata com números inteiros

Observe a situação a seguir.

Um submarino está 20 m abaixo do nível do mar. Essa posição pode ser representada por –20 m e foi atingida em 4 etapas. Se em cada etapa o submarino submergiu a mesma medida de altitude, quantos metros ele submergiu em cada etapa?

Essa situação pode ser associada à divisão:

(–20) : (4)

Você saberia dizer se o quociente dessa divisão é um número positivo ou negativo?

Para estudar o sinal do quociente entre dois números inteiros, vamos aplicar a ideia da divisão como operação inversa da multiplicação.

Quando consideramos o conjunto dos números naturais, sabemos que 15 : 3 = 5 porque 5 · 3 = 15.

Agora, faça as atividades propostas no boxe *Para calcular* e analise o que acontece quando o divisor e o dividendo são números inteiros.

MARINHA DO BRASIL

Submarino Riachuelo, Rio de Janeiro (RJ), 2019.

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Competência geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Competência específica 4: Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

Para calcular **Para calcular:** Respostas e comentários em *Orientações*.

Lembre-se: Escreva no caderno!

a) Qual é o resultado de (–15) : (+3)?
Use o raciocínio da operação inversa, ou seja, comece respondendo à seguinte pergunta:
Por qual número devemos multiplicar (+3) para obter (–15)?
■ · (+3) = –15
Escreva no caderno o valor de ■.

b) Qual é o resultado de (–18) : (–3)?
Ou seja, por qual número devemos multiplicar (–3) para obter (–18)?
■ · (–3) = –18
Registre no caderno o valor de ■.

c) Qual é o resultado de (+14) : (–2)?
Ou seja, por qual número devemos multiplicar (–2) para obter (+14)?
■ · (–2) = +14
Escreva no caderno o valor de ■.

d) Qual é o resultado de 0 : (–9)? E de 0 : (+11)?
Pense na operação inversa e escreva no caderno os resultados.

e) Reúna-se com um colega e façam um resumo sobre os sinais dos quocientes de divisões de números inteiros. Depois, voltem à situação do submarino da página anterior para calcular o resultado da divisão (–20) : (4).

Expressões numéricas

Em algumas expressões numéricas, há adições, subtrações, multiplicações e divisões. Para calculá-las, é necessário seguir esta ordem:

1º) multiplicações e divisões, na ordem em que aparecem na expressão;

2º) adições algébricas, na ordem em que aparecem na expressão.

Quando as operações estão agrupadas pelos sinais ( ), [ ] e { }, devemos efetuar primeiro as que estão entre parênteses: ( ). Em seguida, as que estão entre colchetes: [ ]. Depois, as que estão dentro das chaves: { }.

Exemplos

- 9 : {[–3 · (11 – 8) + 6] – 6} =
  = 9 : {[–3 · 3 + 6] – 6} =
  = 9 : {[–9 + 6] – 6} =
  = 9 : {–3 – 6} =
  = 9 : {–9} = –1
- 27 + {12 + [2 – (8 – 6)] + 2} =
  = 27 + {12 + [2 – 2] + 2} =
  = 27 + {12 + 0 + 2} =
  = 27 + 14 =
  = 41
- {40 : [(14 – 2 · 5) + 1]} · 2 =
  = {40 : [(14 – 10) + 1]} · 2 =
  = {40 : [4 + 1]} · 2 =
  = {40 : 5} · 2 =
  = 8 · 2 = 16

Observação

Quando uma ou mais operações aparecem dentro de um módulo, efetuamos essas operações, obtendo um número, e, em seguida, calculamos o módulo desse número. Segue um exemplo.

–15 – (–8) · (+4) + |(+20) : (–5)| =
= –15 – (–32) + |(–4)| =
= –15 + 32 + 4 =
= +17 + 4 = +21

- No boxe *Para calcular*, os estudantes serão incentivados a perceber a validade da regra de sinais da divisão de números inteiros, o que favorece o desenvolvimento da competência geral 2 e da competência específica 4 da BNCC.
- Respostas do *Para calcular*:

a) –5
b) +6
c) –7
d) 0 e 0
e)

Sinal do dividendo	Sinal do dividor	Sinal do quociente
+	+	+
–	+	–
–	–	+
+	–	–

Comente com os estudantes que esse quadro de sinais vale para quaisquer números inteiros.
(–20) : (4) = –5
Peça aos estudantes que interpretem o resultado –5. Eles devem perceber que –5 corresponde à quantidade de metros que o submarino submergiu em cada etapa.

Sugestão de atividade

Joaquim pescou uma grande quantidade de peixes, que foram armazenados em uma câmara frigorífica na qual a medida de temperatura diminui 3 °C a cada período de 20 minutos até atingir –32 °C.

a) Se a medida de temperatura inicial da câmara frigorífica for 9 °C, quanto tempo ela levará para atingir a temperatura de –27 °C? (4 horas)

b) Depois de 9 horas, Joaquim vai tirar os peixes da câmara para transportá-los. Qual será a temperatura da câmara frigorífica? (–32 °C)

- Na resolução das atividades, estimule os estudantes a trocar ideias e a compartilhar as diferentes estratégias para resolução.
- A atividade **2** possibilita discutir algumas regras que valem para a multiplicação com números inteiros, mas não se estendem à divisão. São elas:

– A multiplicação entre números inteiros sempre resulta em um número inteiro.

– O produto de um número inteiro por zero é sempre igual a zero.

Fazer essa relação – e verificar que o que vale para uma operação não vale para outra – possibilitará à turma ver mais sentido nos números e nas operações nas quais estão envolvidos.

Se julgar necessário, comente com os estudantes que há divisões entre números inteiros que não têm quocientes inteiros; por exemplo: $(-21) : 2$; $(-100) : (-3)$ etc. Essas operações serão estudadas no Capítulo 4 deste livro.

- A atividade **3** possibilita a análise de um procedimento de resolução. Os estudantes devem perceber que o erro cometido se refere à obtenção do oposto de sete positivo $-(+7)$, que acabou resultando em $+7$, quando deveria resultar em -7. Desse modo, o resultado correto da expressão é -11.
- Na atividade **9**, como os estudantes ainda não aprenderam equações e inequações, pode-se construir um quadro para facilitar a resolução. É conveniente construir esse quadro usando apenas dados que podem ser aproveitados nas respostas aos itens e lembrar que, por exemplo, 15 respostas certas correspondem a 5 respostas erradas. A seguir é possível ver uma amostra do quadro que pode ser construído considerando o número de acertos e o número de erros.

Número de respostas certas	$a \cdot (+3)$	$e \cdot (-1)$	Saldo inicial	Saldo final
0	$0 \cdot (+3) = 0$	$20 \cdot (-1) = -20$	+10	–10
1	$1 \cdot (+3) = +3$	$19 \cdot (-1) = -19$	+10	–6
2	$2 \cdot (+3) = +6$	$18 \cdot (-1) = -18$	+10	–2

3. O erro está quando se escreve que $-(+7)$ é igual a $+7$; -11

5. Respostas possíveis:
-20 e $+5$; -15 e $+5$; -3 e $+3$; $+12$ e -6 ou
-20 e $+5$; -15 e $+5$; -6 e $+3$; $+12$ e -3

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule o valor de cada expressão a seguir.

a) $21 : 3 - 4 \cdot (-3)$ **1. a)** 19

b) $|-10| \cdot 3 + 5 \cdot (-3 + 4)$ **1. b)** 35

c) $(-5) + (-3) \cdot (-4) - (-10) \cdot (-2)$ **1. c)** –13

d) $[(+23) + (-5)] : [12 - (+3) \cdot (-2)]$ **1. d)** 1

2. Faça mentalmente as operações e escreva no caderno aquelas que têm números inteiros como quociente. **2.** alternativas **a**, **d** e **f**

a) $(-27) : (+3)$	**d)** $0 : (-9)$
b) $(+5) : (-3)$	**e)** $(-3) : (+12)$
c) $(+7) : (-49)$	**f)** $(-16) : (-4)$

3. Identifique o **erro** de cálculo na expressão.

$-25 - (+3) \cdot (-7) - 21 : (+3) =$

$= -25 - (-21) - (+7) =$

$= -25 + 21 + 7 = -4 + 7 = +3 = 3$

- Agora, calcule-a corretamente.

4. Calcule o resultado das operações abaixo.

a) $(-25) : (+5)$ **4. a)** –5

b) $(+49) : (-7)$ **4. b)** –7

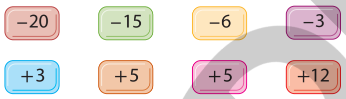
c) $(-81) : (-1)$ **4. c)** +81

d) $0 : (-16)$ **4. d)** 0

e) $(-2\,000) : (+200)$ **4. e)** –10

f) $(-620) : (-20)$ **4. f)** +31

5. Agrupe as fichas numeradas em duplas, de modo que cada dupla resulte em uma divisão exata com quociente negativo.



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

6. Diogo precisa pagar uma conta de R$ 458,00, mas não sabe qual é o saldo da sua conta-corrente. Ao consultar o banco, ele descobriu que:

- anteontem, seu saldo era de R$ 543,00;
- ontem, ele depositou R$ 273,00 e emitiu um cheque de R$ 85,00 e outro de R$ 128,00.

a) O saldo bancário de Diogo é suficiente para efetuar o pagamento? **6. a)** sim

b) Vai sobrar ou vai faltar dinheiro? Quanto? **6. b)** Vai sobrar; R$ 145,00.

7. Calcule o que se pede e responda no caderno.

a) Um número inteiro multiplicado por –8 dá 4 800. Que número é esse? **7. a)** –600

b) Qual é o número inteiro que multiplicado por 5 dá –1 550? **7. b)** –310

8. Carlos vendeu sua moto, mas vai receber o pagamento em parcelas de R$ 250,00.

a) Se Carlos vendeu a moto pelo valor total de R$ 4 000,00, em quantas parcelas ele receberá o pagamento? **8. a)** em 16 parcelas

b) Carlos quer comprar outra moto e pagá-la em 14 parcelas de R$ 260,00. O dinheiro que vai receber pela venda será suficiente para pagar a nova moto? **8. b)** sim

9. Adriano e quatro amigos estão brincando com um jogo que tem as seguintes regras:

- cada jogador inicia a partida com um saldo positivo de 10 fichas e deve responder a um total de 20 questões durante o jogo;
- a cada resposta correta, o jogador recebe 3 fichas e, a cada resposta incorreta, perde 1 ficha;
- será vencedor aquele que tiver o maior saldo positivo de fichas.

EDUARDO FERRARA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Se Adriano acertar exatamente 10 questões, qual será seu saldo ao final do jogo? **9. a)** Seu saldo será positivo de 30 fichas.

b) Se Rafael, um dos amigos de Adriano, acertar exatamente 15 questões, qual será seu saldo ao final do jogo? **9. b)** Seu saldo será positivo de 50 fichas.

c) Quantas questões um jogador deve acertar para ficar com 10 fichas ao final do jogo? **9. c)** 5 questões

d) Qual é o maior número de fichas que um jogador pode acumular? **9. d)** 70 fichas

e) É possível que um jogador fique com um saldo devedor de fichas. Qual é o número mínimo de questões que um jogador deve acertar para que isso não aconteça? **9. e)** 3 questões

10. Invente uma situação que possa ser representada pela expressão:

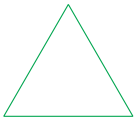
$$[2\,000 + (-200) + 3 \cdot (-350)] : 5$$

10. Resposta pessoal.

9 Potenciação em que a base é um número inteiro

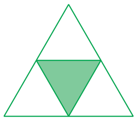
Observe a construção deste triângulo especial, criado pelo matemático polonês Waclaw Sierpiński (1882-1969).

Etapa 0



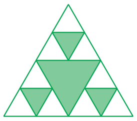
1 triângulo branco

Etapa 1



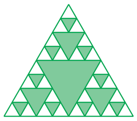
3 triângulos brancos

Etapa 2



9 triângulos brancos

Etapa 3



27 triângulos brancos

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

Como calcular a quantidade de triângulos brancos que haverá nas etapas 4 e 5?

A sequência formada pela quantidade de triângulos brancos (1, 3, 9, 27...) apresenta um padrão: a partir do segundo, cada número é o triplo do anterior. Assim, nas próximas etapas, teremos:

etapa 4 → $3 \cdot 27 = 81$ ou $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81$

etapa 5 → $3 \cdot 81 = 243$ ou $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 = 243$

No caso dos números naturais, quando o expoente é maior que 1, a potenciação indica uma multiplicação de fatores iguais.

expoente: quantidade de fatores iguais

$$3^5 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{\text{5 fatores iguais a 3}} = 243$$

base: fator que se repete

Isso também acontece quando a base da potência é um número inteiro *a* e o expoente é um número inteiro *n* maior que 1.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ fatores}}$$

E quando o expoente é zero ou 1?

Observe o quadro abaixo, em que são relacionadas potências de base 3.

– 1 – 1 – 1 – 1 – 1

Expoente	5	4	3	2	1	0
Potência	3^5	3^4	3^3	3^2	3^1	3^0
Resultado	243	81	27	9	?	?

: 3 : 3 : 3 : 3 : 3

Note que, à medida que o expoente da potência 3^n decresce 1 unidade, o resultado é o da potência anterior dividido por 3. Assim:

$$3^1 = 9 : 3 = 3$$
$$3^0 = 3 : 3 = 1$$

Potenciação em que a base é um número inteiro

Objetivos

- Calcular a potenciação em que a base é um número inteiro.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA04, da competência geral 2 e da competência específica 4 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA04 ao promover problemas que envolvam a potenciação em que a base é um número inteiro.

Orientações

- Tomando como referência a sequência de triângulos – chamada de triângulo de Sierpiński –, procura-se retomar noções que os estudantes já têm de potenciação. Essa introdução é importante para rever a nomenclatura (potência, base e expoente) e a simbologia, sempre associadas a exemplos.
- Nesse processo, transcorrerão de maneira natural os estudos com potências de base negativa e com expoente 1 ou zero, sempre apoiados em exemplos de multiplicação de fatores iguais.
- Em relação ao estudo do sinal de uma potência, basta observar e comparar alguns exemplos para chegar às regularidades existentes:

– Quando a base for positiva, a potência será sempre positiva.

– Quando a base for negativa, a potência será positiva se o expoente for par e negativa se o expoente for ímpar.

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Competência geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Competência específica 4: Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

- Na leitura do texto, é importante observar o que ocorre com o expoente e com o resultado, indicados pelas setas. Para auxiliar esse entendimento, reproduza os quadros em que são relacionadas potências de base 3 e as que são relacionadas potências de base (–3) e peça aos estudantes que comuniquem o que entenderam.
- No boxe *Para analisar*, peça aos estudantes que compartilhem como chegaram à conclusão de que é possível representar as etapas por potências.
- No boxe *Para pensar*, os estudantes serão incentivados a investigar o que ocorre com uma potência cuja base é um número inteiro negativo e o expoente é um número par ou ímpar, favorecendo, assim, o desenvolvimento da competência geral 2 e da competência específica 4 da BNCC.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Agora, observe o quadro a seguir, em que são relacionadas potências de base (–3).

– 1 – 1 – 1 – 1 – 1

Expoente	5	4	3	2	1	0
Potência	$(-3)^5$	$(-3)^4$	$(-3)^3$	$(-3)^2$	$(-3)^1$	$(-3)^0$
Resultado	–243	81	–27	9	?	?

: (–3) : (–3) : (–3) : (–3) : (–3)

Da mesma forma, observando a sequência de potências e seus expoentes, podemos perceber que, à medida que o expoente da potência $(-3)^n$ decresce 1 unidade, o resultado é o da potência anterior dividido por (–3). Assim:

$$(-3)^1 = 9 : (-3) = -3$$
$$(-3)^0 = (-3) : (-3) = 1$$

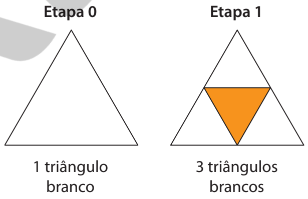
De modo geral, define-se:

- Toda potência de expoente 1 que tem como base um número inteiro é igual à própria base.
- Toda potência de expoente zero que tem como base um número inteiro não nulo é igual a 1.

Para analisar

Para analisar: sim; $3^0 = 1$ e $3^1 = 3$

Podemos representar a quantidade de triângulos brancos de Sierpiński das etapas 0 e 1 por meio de potências de base 3? Se pudermos, como?



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Exemplos

- $2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$
- $(+7)^3 = (+7) \cdot (+7) \cdot (+7) = +343$
- $5^1 = 5$
- $0^4 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$
- $(-2)^6 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 64$
- $(-7)^3 = (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = -343$
- $(-5)^1 = -5$
- $(-5)^0 = 1$

Para pensar

Para pensar: a) +25; **b)** –32; **c)** +1; **d)** –27. Espera-se que os estudantes observem que, com base negativa, quando o expoente é par, o resultado é positivo e, quando o expoente é ímpar, o resultado é negativo.

Calcule as potências de base negativa.

a) $(-5)^2$ **b)** $(-2)^5$ **c)** $(-1)^4$ **d)** $(-3)^3$

Os resultados foram positivos ou negativos?

- Reúna-se com um colega e pensem em outras potências de base inteira negativa e expoente inteiro maior que 1. Em seguida, respondam: em relação ao sinal do resultado da potência de base negativa, o que sugerem os cálculos que vocês fizeram?

2. c) termos positivos para $x = 0$ ou $x = 2$; termos negativos para $x = 1$ ou $x = 3$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule as potências a seguir.

a) $(-4)^2$ **1. a)** 16

b) $(-2)^3$ **1. b)** -8

c) $(7)^2$ **1. c)** 49

d) $(-3)^4$ **1. d)** 81

e) 0^5 **1. e)** 0

f) $(5)^0$ **1. f)** 1

g) $(-6)^3$ **1. g)** -216

h) $(-100)^0$ **1. h)** 1

i) $(-1\,000)^1$ **1. i)** $-1\,000$

j) $(-10)^3$ **1. j)** $-1\,000$

k) $(-5)^3$ **1. k)** -125

l) $(-2)^4$ **1. l)** 16

2. Observe a potência e responda às questões.

$$(-4)^x$$

2. a) para $x = 3$

a) Para que valor de x a potência é igual a -64?

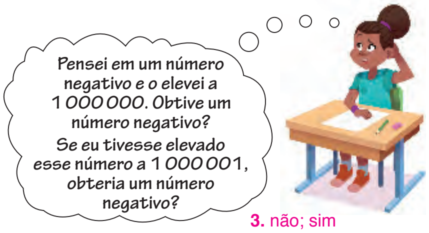
2. b) para $x = 4$

b) Para que valor de x a potência é igual a $+256$?

c) Substituindo x pelos números naturais 0, 1, 2 e 3, obtemos uma sequência. Analise a sequência e determine os valores de x para os quais os termos da sequência são positivos.

- Depois, determine os valores de x para os quais os termos são negativos.

3. Observe as perguntas de Jaqueline e, depois, responda-as no caderno.



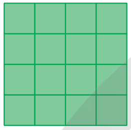
MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

3. não; sim

4. Considere os quadrados a seguir e escreva em forma de potência a quantidade de quadradinhos que há em cada um deles.

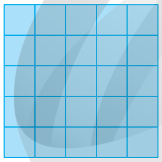
4. a) 4^2

a)



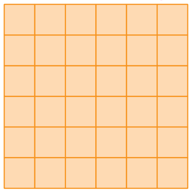
4. b) 5^2

b)



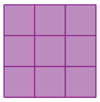
4. c) 6^2

c)



4. d) 3^2

d)



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

5. Cláudio pretende trocar o piso da garagem de sua casa. Para comprar a quantidade certa de lajotas, ele verificou que a medida da largura e a medida do comprimento da garagem eram iguais: as duas correspondiam a 16 lajotas.

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

a) Considerando que a nova lajota tenha o mesmo tamanho da anterior, quantas lajotas serão necessárias para que Cláudio troque todo o piso? Escreva o resultado em forma de potência. **5. a)** $16^2 = 256$

b) Se a medida da largura e do comprimento das lajotas novas fosse o dobro da das anteriores, quantas lajotas seriam necessárias? Escreva o resultado em forma de potência.

5. b) $8^2 = 64$

6. Cinco fichas estão dispostas no quadro. Sabendo que os produtos dos números que estão nas diagonais são iguais, determine o número que está na ficha com o símbolo ▲.

2		▲
	$(-3)^3$	
$(-1)^5$		$(-1)^{10}$

6. -2

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

- No item **b** da atividade **5**, os estudantes devem perceber que, dobrando as medidas da largura e do comprimento de cada lajota, Cláudio precisaria comprar a metade da quantidade de lajotas na largura e a metade no comprimento, ou seja, 8 lajotas para a medida da largura e 8 para a medida do comprimento da garagem..

Raiz quadrada exata de um número inteiro

Objetivos

- Calcular a raiz quadrada exata de um número inteiro.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA04.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA04 ao propor problemas que envolvam a raiz quadrada exata de um número inteiro.

Orientações

- Para iniciar a discussão, tomamos as medidas dos lados de um galinheiro de formato retangular. Com o cálculo, o reconhecimento da medida máxima de sua área tem como objetivo introduzir a ideia de raiz quadrada de um número natural.
- Pergunte aos estudantes: se a tela medisse 4 metros de comprimento, quais dimensões deveria ter o retângulo para que a medida da área fosse a maior possível? E como ficaria o galinheiro se a tela tivesse 8 metros de comprimento? (Espera-se que respondam que, para 4 metros de tela, Neusa terá um galinheiro quadrado cujo lado medirá 2 metros de comprimento. E, para 8 metros de tela, o galinheiro terá o formato de um quadrado cujo lado medirá 4 metros de comprimento.)

10 Raiz quadrada exata de um número inteiro

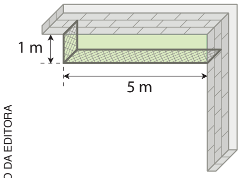

TONY CAMPBELL/SHUTTERSTOCK

Galináceos na grama.

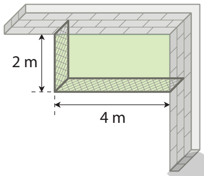
Acompanhe a situação.

Neusa vai aproveitar dois muros perpendiculares de sua chácara para construir um galinheiro retangular usando uma tela que mede 6 m de comprimento.

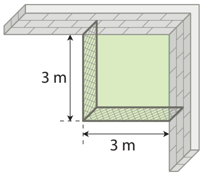
Observe alguns projetos para o galinheiro esquematizados por Neusa.



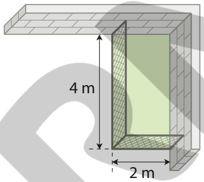
Medida da área:
1 m · 5 m = 5 m²



Medida da área:
2 m · 4 m = 8 m²



Medida da área:
3 m · 3 m = 9 m²



Medida da área:
4 m · 2 m = 8 m²

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Neusa percebeu que o projeto de galinheiro com maior medida de área (9 m²) é o que tem formato quadrado, cujo lado mede 3 m de comprimento.

$$9 = 3 \cdot 3 = 3^2$$

Ao descobrir que o número 3 ao quadrado é igual a 9, encontramos a **raiz quadrada** de 9. A operação que realizamos para isso foi a radiciação. Dizemos que **extraímos a raiz quadrada** de 9.

O símbolo da raiz quadrada é $\sqrt[2]{\ }$ ou $\sqrt{\ }$.

índice — $\sqrt[2]{9} = 3$ — raiz
radical — radicando

Lemos: "a raiz quadrada de 9 é igual a 3".

Embora $(+3)^2 = 9$ e $(-3)^2 = 9$, consideramos a raiz quadrada de 9 única e não negativa, ou seja, apenas o número +3. Assim: $\sqrt[2]{9} = +3$

A raiz quadrada de um número inteiro *a* é um número não negativo *b* que, elevado ao quadrado, resulta em *a*.

Assim: $\sqrt{a} = b$ se $b^2 = a$, com $b \geqslant 0$.

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Exemplos

- $\sqrt{+1} = \sqrt{1} = 1$, porque $1^2 = 1$ e $1 > 0$.
- $\sqrt{+36} = \sqrt{36} = 6$, porque $6^2 = 36$ e $6 > 0$.
- $\sqrt{0} = 0$, pois $0^2 = 0$.

Os números inteiros que podem ser escritos como potência de base inteira e expoente 2 são chamados de **quadrados perfeitos**. Somente esses números têm como raiz quadrada um número inteiro não negativo.

Observação

A $\sqrt{8}$ não resulta em um número inteiro, pois 8 não é um número quadrado perfeito.

E a raiz quadrada de um número negativo?

Vamos analisar, por exemplo, $\sqrt{-25}$.

Sabemos que $(+5)^2 = +25$ e $(-5)^2 = +25$ e que o quadrado de qualquer número positivo, negativo ou nulo é maior ou igual a zero. Logo, não existe número inteiro cujo quadrado seja -25. Isso ocorre com qualquer raiz quadrada de número negativo.

Observação

Preste atenção: $\sqrt{-100}$ não é um número inteiro, mas $-\sqrt{100}$ é um número inteiro.

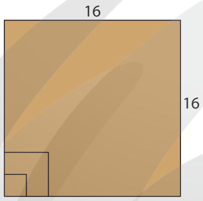
$$-\underbrace{\sqrt{100}}_{} = -10$$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Marta construiu três quadrados de papelão. O lado do primeiro quadrado tinha 16 de medida de comprimento, o lado do segundo tinha como medida de comprimento a raiz quadrada da medida de comprimento do lado do primeiro, e o lado do terceiro, a raiz quadrada da medida de comprimento do lado do segundo. Qual era a medida de comprimento do lado de cada quadrado construído?

1. 16, 4 e 2



2. Calcule as raízes a seguir e registre os resultados no caderno.

a) $\sqrt{+9}$ **b)** $\sqrt{+100}$ **c)** $-\sqrt{+49}$

2. a) 3 **2. b)** 10 **2. c)** -7

3. Indique no caderno as alternativas que representam números inteiros.

3. alternativas **a**, **b** e **c**

a) $\sqrt{+16}$ **b)** $\sqrt{+36}$ **c)** $\sqrt{|-81|}$

4. Que número(s) inteiro(s) existe(m) entre:

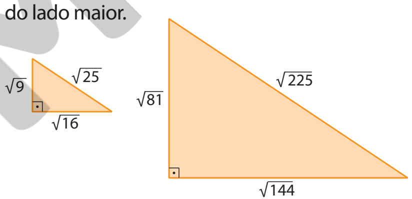
a) $\sqrt{+64}$ e $\sqrt{+100}$? **4. a)** $+9$

b) $-\sqrt{25}$ e $-\sqrt{9}$? **4. b)** -4

c) $-\sqrt{+16}$ e $\sqrt{0}$? **4. c)** -3, -2 e -1

d) $\sqrt{+49}$ e $\sqrt{+81}$ **4. d)** $+8$

5. Compare, em cada triângulo, a soma dos quadrados das medidas de comprimento dos dois lados menores e o quadrado da medida de comprimento do lado maior.



ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

5. Em cada triângulo, a soma dos quadrados das medidas de comprimento dos lados menores é igual ao quadrado da medida de comprimento do lado maior.

- Você pode explorar o texto apresentando mais exemplos e contraexemplos de quadrados perfeitos e fazendo algumas perguntas, como:

a) Quantos quadrados perfeitos existem entre 5 e 10? (Existe um quadrado perfeito, o 9.)

b) É correto afirmar que 25 é o maior quadrado perfeito menor que 30? (Sim, pois o próximo quadrado perfeito é 36, maior que 30.)

c) Podemos dizer que entre 17 e 27 existe apenas um quadrado perfeito? (Sim, apenas o 25.)

- A atividade **5** apresenta a aplicação do cálculo de raízes quadradas como medidas de comprimento dos lados de alguns triângulos retângulos semelhantes, e sua resolução favorece uma antecipação do estudo do teorema de Pitágoras. Não é necessário nesse momento enunciar o teorema, apenas explorar o que os estudantes perceberam sobre as medidas de comprimento dos lados.

Estatística e Probabilidade

Objetivos

- Construir tabelas e gráficos em planilhas eletrônicas.
- Construir gráficos de barras verticais e horizontais cujos dados são números inteiros.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA36 e da competência geral 5 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA36 da BNCC, porque os estudantes terão a oportunidade de construir gráficos de barras com o apoio de planilhas eletrônicas.

Orientações

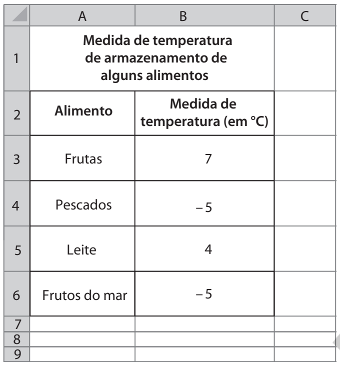
- O foco desta seção é a construção de gráficos de barras horizontais e verticais com números inteiros e com o apoio de planilhas eletrônicas. Essa utilização das tecnologias digitais para comunicar e disseminar informações contribui para o desenvolvimento da competência geral 5 da BNCC. Diferentemente dos gráficos que os estudantes já construíram, os gráficos desta seção têm pelo menos um eixo com números inteiros negativos representados.
- A planilha eletrônica pode ser utilizada em diversos conteúdos da Matemática e, em particular, na construção de gráficos. A ideia principal do uso das planilhas eletrônicas como auxiliar na construção de gráficos é fazer com que o estudante seja um sujeito ativo nessa tarefa. Ele deve fornecer informações necessárias por meio de comandos, e essas informações são organizadas de tal forma que possibilitem a visualização do gráfico pretendido.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Construção de gráficos de barras com números inteiros

Em setembro de 2023, Rui e Lorena fizeram uma pesquisa sobre a medida de temperatura ideal para o armazenamento de alguns alimentos. Após coletar os dados, eles construíram uma tabela com os dados em uma **planilha eletrônica**. Observe como ela ficou.



	A	B	C
1	Medida de temperatura de armazenamento de alguns alimentos		
2	Alimento	Medida de temperatura (em °C)	
3	Frutas	7	
4	Pescados	−5	
5	Leite	4	
6	Frutos do mar	−5	
7			
8			
9			

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: SILVA JR., Eneo Alves da. *Manual de controle higiênico-sanitário em alimentos*. São Paulo: Varela, 2002. p. 42.

Rui e Lorena devem apresentar essas informações para seus colegas de classe. Rui resolveu apresentá-las em um gráfico de barras horizontais, e Lorena em um gráfico de barras verticais.

Para construir cada um dos gráficos, eles selecionaram os dados da tabela, depois Rui escolheu a opção para inserir gráfico de barras horizontais, e Lorena escolheu a opção para inserir gráfico de barras verticais.

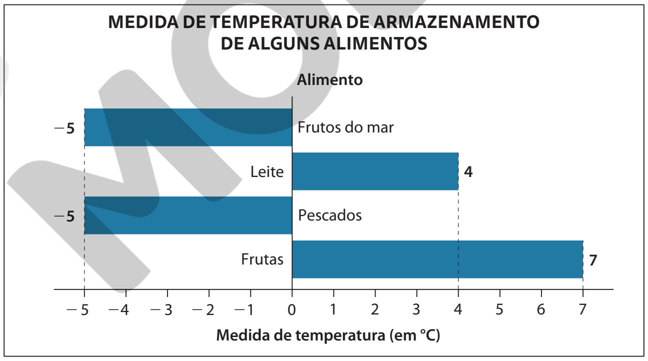
No gráfico de barras horizontais de Rui, cada barra representa um tipo de alimento.

Como as medidas de temperatura de armazenamento dos alimentos são representadas por números inteiros, a linha vertical deve apoiar, à esquerda, as barras correspondentes aos números negativos e, à direita, as barras correspondentes aos números positivos.

Para determinar a medida de comprimento de cada barra, Rui deve adotar uma escala. Como os números que representam as medidas de temperatura, em grau Celsius, são próximos de zero, ele pode usar a escala com variação de 1 °C.

Assim como a tabela feita na planilha eletrônica, o gráfico deve ter título e indicação da fonte dos dados. Dessa forma, Rui vai obter o gráfico a seguir.

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

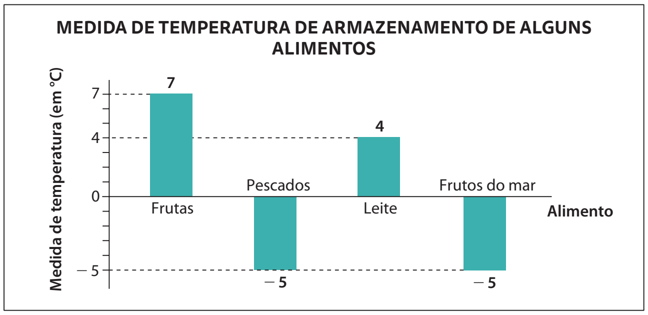
Dados obtidos em: SILVA JR., Eneo Alves da. *Manual de controle higiênico-sanitário em alimentos*. São Paulo: Varela, 2002. p. 42.

(EF07MA36) Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.

Competência geral 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Como Lorena decidiu construir um gráfico de barras verticais, as barras abaixo da linha horizontal que as apoia correspondem aos números negativos, e as barras acima da linha correspondem aos números positivos.

Para determinar a medida de comprimento de cada barra, Lorena deve adotar uma escala e também indicar o título e a fonte dos dados. Desse modo, Lorena vai obter o gráfico abaixo.



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: SILVA JR., Eneo Alves da. *Manual de controle higiênico-sanitário em alimentos*. São Paulo: Varela, 2002. p. 42.

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Caio pesquisou na internet, em 11 de fevereiro de 2022, a previsão do tempo para o dia seguinte em diferentes cidades do mundo e as registrou na tabela abaixo.

Previsão para 12 de fevereiro de 2022

Cidade	Medida de temperatura máxima	Medida de temperatura mínima
Florianópolis (Brasil)	28 °C	20 °C
Berlim (Alemanha)	6 °C	3 °C
Edmonton (Canadá)	–3 °C	–6 °C
Sapporo (Japão)	1 °C	–10 °C
São Francisco (Estados Unidos)	22 °C	9 °C

Dados obtidos por Caio em 11 fev. 2022.

a) Em uma planilha eletrônica, construa uma tabela com as medidas de temperatura mínima previstas para essas cidades e uma tabela com as medidas de temperatura máxima previstas.

1. a) Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

b) Construa dois gráficos de barras verticais, um para representar as medidas de temperatura mínima e outro para representar as medidas de temperatura máxima previstas para essas cidades.

1. b) Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

c) Em qual dessas cidades a medida de temperatura mínima prevista foi a menor? E em qual cidade a medida de temperatura mínima prevista foi a maior?

1. c) menor: Sapporo (Japão);
maior: Florianópolis (Brasil)

- Ao final da leitura do texto, peça aos estudantes que comparem o gráfico apresentado nesta página com o da página anterior. Depois, chame a atenção deles para o fato de que ambos os gráficos apresentam os mesmos dados, mas têm formatos e escalas diferentes.

- Se julgar oportuno, amplie a atividade **2**, propondo aos estudantes que construam no mesmo gráfico as medidas de temperatura mínima e máxima. Lembre-os de que, nesse caso, além do título e da fonte no gráfico, devem colocar a legenda para indicar as barras referentes às medidas de temperatura mínima e máxima.
- Ao finalizar a atividade **3**, aproveite para perguntar aos estudantes se eles torcem para algum time de futebol e se já foram ao estádio assistir a uma partida. Nesse momento, explore as culturas juvenis dando espaço para eles se posicionarem e compartilharem experiências, sempre respeitando a opinião e o gosto dos colegas.

Para ampliar a atividade, dependendo do interesse dos estudantes por futebol, pode-se pedir que façam um levantamento de classificação atual dos times locais, montar uma tabela (muitas vezes, elas já aparecem prontas em *sites* ou jornais) e, em seguida, construir um gráfico correspondente.

2. Miguel pretende inaugurar sua lanchonete no próximo mês.

ILUSTRAÇÕES: MONITO MAN/ ARQUIVO DA EDITORA

Para que os alimentos abertos e não totalmente consumidos não estraguem, em janeiro de 2023 ele pesquisou a medida de temperatura em que deverá conservá-los. Observe na tabela abaixo as informações que Miguel obteve.

Medidas de temperatura para a conservação de alguns produtos após a abertura da embalagem

Produto	Medida de temperatura mínima	Medida de temperatura máxima
Margarina	+4 °C	+8 °C
Pão de queijo	−30 °C	−12 °C
Linguiça calabresa	+4 °C	+8 °C
Sorvete	−30 °C	−18 °C
Massa para *pizza*	−30 °C	−18 °C

Dados obtidos por Miguel em janeiro de 2023.

- Com base nessas informações, faça o que se pede.

2. Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

a) Calcule a diferença entre as medidas de temperatura máxima e mínima, nessa ordem, para a conservação de cada produto da tabela. Qual é a menor diferença? Qual é a maior?

b) Construa, em uma planilha eletrônica, um gráfico de barras horizontais para representar a medida de temperatura mínima de conservação desses alimentos.

c) Construa um gráfico de barras verticais para representar a medida de temperatura mínima de conservação desses alimentos.

d) Miguel comprou um *freezer* cuja medida de temperatura mínima é de −20 °C. Que produtos ele poderá conservar se regular o *freezer* na medida de temperatura mínima?

3. Andrea sempre acompanha os jogos do América Futebol Clube, time de futebol de Belo Horizonte (MG) para o qual ela torce.

Em 2020, o time de Andrea não foi campeão e ficou em segundo lugar na classificação final. Em fevereiro de 2021, ela construiu uma tabela para mostrar a classificação final de alguns times da série B do Campeonato Brasileiro naquele ano.

Classificação de alguns times da série B do Campeonato Brasileiro de Futebol de 2020

Classificação	Time	Pontos ganhos	Saldo de gols
1º	Chapecoense (SC)	73	21
2º	América (MG)	73	20
3º	Juventude (RS)	61	10
14º	Vitória (BA)	48	0
15º	Confiança (SE)	46	−8
20º	Oeste (SP)	29	−32

Dados obtidos por Andrea no *site* oficial da Confederação Brasileira de Futebol (CBF), em 12 fev. 2021.

- Com base nessas informações, faça o que se pede.

3. Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

a) Construa uma tabela em uma planilha eletrônica para representar a pontuação de cada time.

b) Construa um gráfico de barras horizontais para representar a pontuação de cada time.

c) Qual foi a diferença de pontos ganhos entre o Oeste e o time campeão?

d) A cada gol marcado, o time deve adicionar 1 a seu saldo de gols e, a cada gol sofrido, subtrair 1. Dos times apresentados na tabela, quais marcaram mais gols do que sofreram?

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Construa uma reta numérica e localize nela os números –7, +5, –3, –2, 0, +1 e +2. Em seguida, responda às questões.

a) Qual é o maior número que você representou na reta? E o menor? **1. a)** +5; –7

b) Qual é o sucessor de 0? **1. b)** +1

c) E o antecessor de –2? **1. c)** –3

2. Transcreva no caderno apenas as afirmações verdadeiras. **2.** alternativas **a** e **b**

a) Na sequência dos números inteiros, o sucessor de –21 é o oposto do antecessor de 21.

b) Dois números opostos têm o mesmo módulo.

c) O módulo de um número negativo é sempre menor que o módulo de um número positivo.

3. Frederico e Gisele estavam brincando de adivinhação de cartas. Ele colocou seis cartas numeradas sobre a mesa, escondendo a numeração de uma delas.

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

Para que Gisele adivinhasse o número da carta virada para baixo, Frederico deu a ela as dicas abaixo.

- É o oposto de um dos números visíveis.
- É um número cujo módulo é maior que 3.
- É um número negativo.

Qual era o número da carta virada para baixo? **3.** –5

4. Gislaine e Marcos estavam brincando de adivinhar o número pensado. Nessa brincadeira, cada participante pensa em um número, anota-o em um papel, esconde o papel e dá dicas para que o colega adivinhe o número pensado. Gislaine deu as dicas abaixo para Marcos adivinhar o número que ela escolheu.

- É um número inteiro.
- Na sequência dos inteiros, o módulo do seu antecessor é igual ao módulo do seu sucessor.

Em que número Gislaine pensou? **4.** zero

5. Pense em um número e anote-o em um papel. Escreva três dicas sobre esse número. Essas dicas devem ser suficientes para que alguém possa adivinhar o número em que você pensou. Depois, passe as dicas para um colega para que ele tente adivinhar esse número. **5.** Resposta pessoal.

6. Copie as sentenças substituindo cada ■ por > (maior que) ou < (menor que). **6.** Respostas em *Orientações*.

a) –12 ■ +15

b) 0 ■ –3

c) +12 ■ –15

d) +4 ■ + 7

7. Amplitude térmica é a diferença entre a medida de temperatura máxima e a medida de temperatura mínima, nessa ordem, registradas em um lugar. Observe o quadro abaixo, com exemplos de medidas de temperaturas máximas e mínimas registradas em diferentes localidades.

Cidade	Medida de temperatura máxima	Medida de temperatura mínima
A	–1 °C	–18 °C
B	2 °C	–20 °C
C	12 °C	–6 °C

a) Que cidade apresentou a maior amplitude térmica? E qual apresentou a menor? **7. a)** a cidade B; a cidade A

b) Em que cidade foi registrada a menor medida de temperatura? **7. b)** na cidade B

c) Que medida de temperatura registrada ficou mais próxima de 0 °C? **7. c)** –1 °C

8. Determine o valor desconhecido em cada caso. **8.** Respostas em *Orientações*.

a) (–8) – ■ = +4

b) (–16) – ■ = –7

c) ■ – (–8) = +4

d) ■ – (+9) = –12

e) ■ + ■ = 0

9. Durante uma aula de Matemática, a professora pediu aos estudantes que adicionassem os números (–5), (+6) e (+4). Flávia achou mais fácil calcular da seguinte maneira:

$$(-5) + [(+6) + (+4)] =$$
$$= (-5) + (+10) = +5$$

a) Que propriedade da adição Flávia aplicou na sua resolução? **9. a)** associativa

b) Resolva a mesma expressão numérica de outra maneira. **9. b)** Resposta pessoal.

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF07MA03 e EF07MA04 e da competência específica 5 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- As atividades desta seção contribuem para o desenvolvimento das habilidades EF07MA03 e EF07MA04 por favorecer a comparação e a ordenação de números inteiros em diferentes contextos. Além disso, permitem resolução e elaboração de problemas que envolvam as operações com números.

Orientações

- Na atividade **3**, verifique se os estudantes apresentaram dificuldade para adivinhar o número da carta que está para baixo com as dicas dadas. Caso isso aconteça, apresente outros exemplos, como: 7 e –7 são números opostos; o |9| = 9 e |–17| = 17.
- Se julgar adequado, pergunte aos estudantes se há alguma dica que, por si só, seja suficiente para desvendar o número. Os estudantes deverão observar que todas as dicas são importantes e precisam ser consideradas em conjunto para chegar ao número procurado.
- Na atividade **4**, eles poderão observar que a última dica dada por Gislaine é suficiente para descobrir o número procurado, pois o único número que está entre dois números de módulos iguais é o zero.
- Respostas da atividade **6**:

a) –12 < + 15
b) 0 > –3
c) +12 > –15
d) +4 < + 7

- Respostas da atividade **8**:

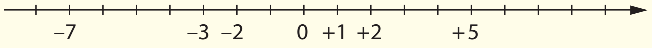
a) (–8) – (–12) = + 4
b) (–16) – (–9) = –7
c) (–4) – (–8) = + 4
d) (–3) – (+9) = –12
e) Exemplo de resposta: (1) + (–1) = 0

(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Competência específica 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

- Reta numérica da atividade **1**:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Como a atividade **10** exige que os estudantes realizem cálculos mentais, ou seja, cheguem aos resultados sem o auxílio de lápis e papel, é preciso estimular esse tipo de procedimento com o compartilhamento de estratégias e a discussão de possibilidades. Sempre que possível, peça a eles que socializem suas estratégias; assim, ampliarão o repertório de técnicas desse tipo de cálculo.
- Resposta da atividade **11**:

+2	–25	–20
–100	+10	–1
–5	–4	+50

- O objetivo da atividade **12** é realizar operações de multiplicação e divisão de números inteiros utilizando a tecla +/–. Os estudantes devem observar os exemplos e efetuar os cálculos sugeridos. Comente com eles que as etapas apresentadas podem variar de uma calculadora para outra e oriente aqueles cujas calculadoras funcionem de maneira diferente da indicada.
- A atividade **13** pode ser resolvida por tentativa e erro, o que favorece a competência específica 5 da BNCC. Incentive os estudantes a explorar os diversos caminhos na resolução desta atividade, de modo que experimentem e aprendam com os erros encontrados e, assim, produzam conhecimento e exerçam o protagonismo.

O objetivo desta atividade não é só encontrar a solução, mas também possibilitar aos estudantes que façam tentativas e avaliem seus erros para, cada vez mais, aproximarem-se de uma resolução que leve à resposta. Essa habilidade será muito útil nas investigações matemáticas e aos poucos deverá ser absorvida pela turma.

- Resposta da atividade **13**:

5	×	0	–	8	+	18	=	10
+	10	–	40	×	70	–		
2	×	3	+	29	–	15	=	20
–	20	+	50	+	80	×		
1	+	14	×	4	–	32	=	25
×	30	×	60	–	90	+		
13	×	2	–	40	+	14	=	0
=		=		=		=		
– 6		25		196		–448		

Atividades de revisão

10. Efetue mentalmente as operações a seguir e anote os resultados no caderno.

a) –7 + 8 – 3 – 8 **10. a)** –10
b) +5 – 11 + 5 + 11 **10. b)** +10
c) +4 – 3 + 40 – 30 + 400 – 300 **10. c)** +111
d) –40 – 7 – 5 + 2 – 83 + 38 **10. d)** –95
e) –(+27 – 14) + (–27 + 14) **10. e)** –26

11. Camila desafiou Válter a desenhar o quadrado a seguir e completá-lo.

■	■	■
■	+10	■
–5	■	+50

Para isso, ela deu a ele a seguinte dica:

KIRLLEY VELOSO/ARQUIVO DA EDITORA

- Ajude Válter a completar o quadrado, sabendo que nenhum número se repete.

11. Resposta em *Orientações*.

12. Podemos usar a calculadora para realizar operações de multiplicação e de divisão de números inteiros utilizando a tecla +/–.

Observe alguns exemplos.

- Representamos –8 fazendo 8 +/–.
- Para calcular o produto de –8 por 4, digitamos 8 +/– × 4 = e obtemos -32.
- Para calcular (–6) : (–3), digitamos 6 +/– ÷ 3 +/– = e obtemos 2.

Usando a calculadora, determine:

a) 152 · (–12)
b) (–23) · (–96)
c) 4 725 : (–45)
d) (–1 870) : (–110)

12. a) –1 824 **12. c)** –105
12. b) 2 208 **12. d)** 17

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

13. Copie o quadro a seguir no caderno e substitua cada ■ por um número ou por um destes sinais de operação matemática: +, – ou ×. Ao completar a cruzadinha, serão formadas quatro expressões nas linhas horizontais e mais quatro expressões nas colunas verticais. Cada número que está no quadrinho azul-claro é a soma dos quatro números que estão em seus vértices. **13.** Resposta em *Orientações*.

5	■	0	■	8	■	18	=	10
■	10	■	40	■	70	■		
2	■	■	■	■	■	■	=	20
■	20	■	50	■	80	■		
1	■	■	■	■	■	■	=	25
■	30	■	60	■	90	■		
13	■	■	■	■	■	■	=	0
=		=		=		=		
–6		25		196		–448		

14. João trabalha dirigindo uma empilhadeira em uma fábrica de bolachas. Ele organiza o estoque guardando as caixas de bolachas em lotes que, depois, serão distribuídos para os supermercados da região. Cada lote empilhado contém 5 caixas na medida do comprimento, 5 na medida da largura e 5 na medida da altura.

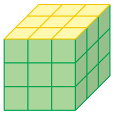
KIRLLEY VELOSO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Com uma potência de base 5, represente a quantidade de caixas de bolachas de que João precisa para montar um lote. **14. a)** 5^3

b) Para carregar 1 caminhão, são necessários 4 lotes. Quantas caixas de bolachas cabem em 1 caminhão? **14. b)** 500 caixas

c) Uma rede de supermercados comprou 750 caixas de bolachas. De quantos lotes João precisará para montar o pedido do supermercado? **14. c)** 6 lotes

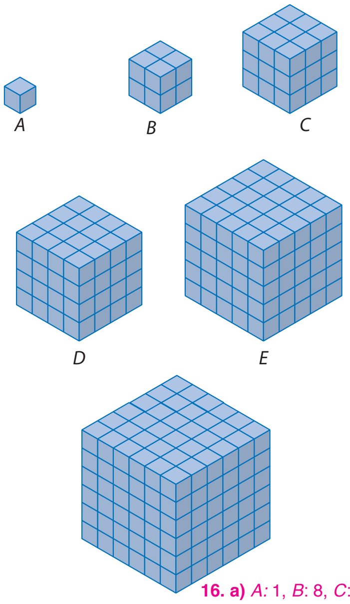
15. O cubo representado teve duas faces opostas pintadas de amarelo e as outras quatro faces pintadas de verde.



a) Represente, na forma de potência, o número de cubinhos desse cubo. **15. a)** 3^3

b) Quantos cubinhos têm faces com as duas cores? **15. b)** 16 cubinhos

16. Observe a sequência de cubos abaixo e depois faça o que se pede.



16. a) *A*: 1, *B*: 8, *C*: 27, *D*: 64, *E*: 125 e *F*: 216

a) De quantos  é formado cada cubo?

b) Escreva cada número obtido no item **a** como uma potência. **16. b)** 1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3 e 6^3

c) Determine a quantidade de cubinhos que formam: *A*; *A* e *B*; *A*, *B* e *C*; *A*, *B*, *C* e *D*; *A*, *B*, *C*, *D* e *E*; *A*, *B*, *C*, *D*, *E* e *F*. **16. c)** 1, 9, 36, 100, 225 e 441

d) Escreva cada número obtido no item **c** como uma potência. **16. d)** 1^2, 3^2, 6^2, 10^2, 15^2 e 21^2

e) Calcule a soma das bases das seis potências obtidas no item **b** e compare essa soma com a base da sexta potência obtida no item **d**.

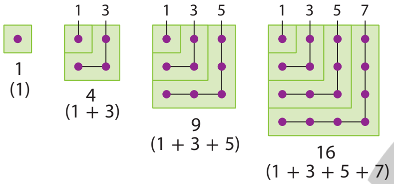
f) Repita o procedimento do item **e** para as cinco, as quatro, as três e as duas primeiras potências. **16. e)** A soma das seis primeiras bases de **b** é igual à sexta base de **d**.

16. f) Em cada caso, a soma das primeiras bases de **b** é igual à respectiva base de **d**.

17. Um cientista preparou um tubo de ensaio às 11 horas. Às 14 horas do mesmo dia, colocou no tubo uma bactéria que se multiplica dobrando de quantidade a cada minuto. Às 14 horas e 20 minutos do mesmo dia, o tubo de ensaio estava cheio até a boca. Em que horário o tubo de ensaio estava com a metade da quantidade de bactérias que havia às 14 horas e 20 minutos? **17.** às 14 horas e 19 minutos

18. Os números quadrados perfeitos possivelmente receberam esse nome dos pitagóricos, membros de uma comunidade grega do século VI a.C. que estudavam, entre outras coisas, relações matemáticas.

O termo "quadrado perfeito" deve-se às quantidades de objetos que podem ser organizadas formando um quadrado. Observe como os pontos foram organizados.



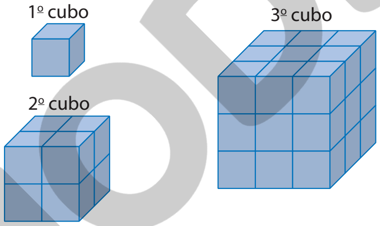
18. a) 25

a) Qual é o próximo número dessa sequência?

b) 121 é um quadrado perfeito? Caso seja, escreva-o como soma de números ímpares.

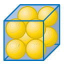
18. b) sim; $121 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21$

19. Mariana está empilhando alguns cubinhos para formar cubos maiores.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Dentro de cada cubinho há 8 bolinhas.



19. a) 64 bolinhas
19. b) 216 bolinhas

a) Quantas bolinhas há no segundo cubo?

b) Quantas bolinhas há no terceiro cubo?

c) Se a sequência continuar, quantas bolinhas haverá no centésimo cubo? **19. c)** $8 \cdot 100^3$ bolinhas

- No item **b** da atividade **15**, os estudantes devem perceber que, na camada superior do cubo, somente o cubinho central não tem faces com duas cores. O mesmo acontece com a camada inferior.
- Na atividade **17**, os estudantes devem perceber que, se às 14 horas e 20 minutos ele estava cheio, um minuto antes desse horário ele estava pela metade, pois a quantidade de bactérias dobra a cada minuto.
- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com "sim", "às vezes" ou "não"

Eu...
... sei efetuar as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números inteiros?
... sei aplicar as propriedades da adição e da multiplicação nos números inteiros para facilitar os cálculos?
... sei associar os números inteiros a pontos da reta numérica?
... reconheço o conceito de módulo de um número inteiro?
... sei calcular a raiz quadrada exata de um número inteiro?
... sei interpretar e construir gráficos de barras verticais e horizontais cujos dados são números inteiros?
... sei elaborar e resolver situações que envolvam operações com números inteiros?
... sei simplificar expressões numéricas usando a ideia de adição algébrica?
... sei comparar dois números inteiros?
... cuido do meu material escolar?
... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?
... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?
... tenho facilidade para compreender os conteúdos?
... realizo as tarefas propostas?

Ângulos e suas medidas

Objetivos

- Compreender as diferentes ideias de ângulo.
- Compreender o conceito de ângulo.
- Medir a abertura de ângulos com o transferidor.
- Classificar ângulos em agudo, reto e obtuso.
- Reconhecer ângulos congruentes.

Orientações

- O estudo da noção de ângulo tem como ponto de partida as diferentes ideias associadas a esse conceito geralmente presentes nas experiências cotidianas dos estudantes. Essa relação entre o conteúdo a ser estudado e as experiências da realidade é importante para que atribuam significado às ideias matemáticas.

CAPÍTULO

3

Ângulos

Habilidade da BNCC trabalhada neste Capítulo:
EF07MA23

1 Ângulos e suas medidas

Podemos identificar a ideia de ângulo em diferentes situações do cotidiano. Observe estas imagens.


WALTER ZERLA/EASYFOTOSTOCK

A esteira tem um ângulo de inclinação.


VENIAMIN KRASKOV/SHUTTERSTOCK

A abertura da escada dá a ideia de ângulo.


PRASIT RODPHAN/SHUTTERSTOCK

A região de escanteio dá a ideia de ângulo.

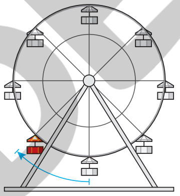
Os giros ao redor de um ponto fixo também dão a ideia de ângulo. Acompanhe a seguir as diferentes posições da cadeira destacada, que estava próxima ao solo e passou a girar com o movimento da roda-gigante. Note que cada giro está associado à medida de um ângulo.

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.


CHRISTIAN OUELLET/SHUTTERSTOCK

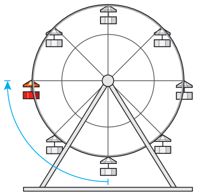
Roda-gigante na cidade de Montreal, Canadá, 2020.

1



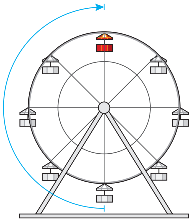
giro de $\frac{1}{8}$ de volta ou ângulo de $\frac{1}{8}$ de volta

2



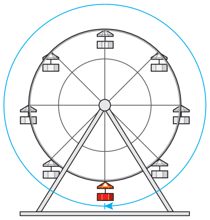
giro de $\frac{1}{4}$ de volta ou ângulo de $\frac{1}{4}$ de volta

3



giro de $\frac{1}{2}$ volta ou ângulo de $\frac{1}{2}$ volta

4



giro de 1 volta ou ângulo de 1 volta

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Lembre-se:
Escreva no caderno!

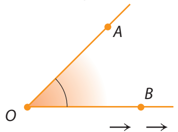
Conceito de ângulo

Observe como conceituamos e representamos os ângulos.

O **ângulo** é a união, em um plano, de duas semirretas de mesma origem com uma das regiões determinadas por elas. As semirretas são os **lados** do ângulo, e a origem delas é o **vértice** do ângulo.

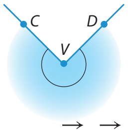
Exemplos

Ângulo $A\hat{O}B$



lados: $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$
vértice: O

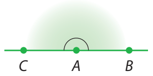
Ângulo $C\hat{V}D$



lados: $\overrightarrow{VC}$ e $\overrightarrow{VD}$
vértice: V

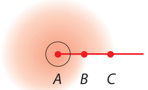
Observações

- O **ângulo raso** é formado por duas semirretas de mesma origem contidas na mesma reta e que têm sentidos opostos.



- O **ângulo nulo** é formado por duas semirretas coincidentes.

- O **ângulo de volta inteira** também é formado por duas semirretas coincidentes.



ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

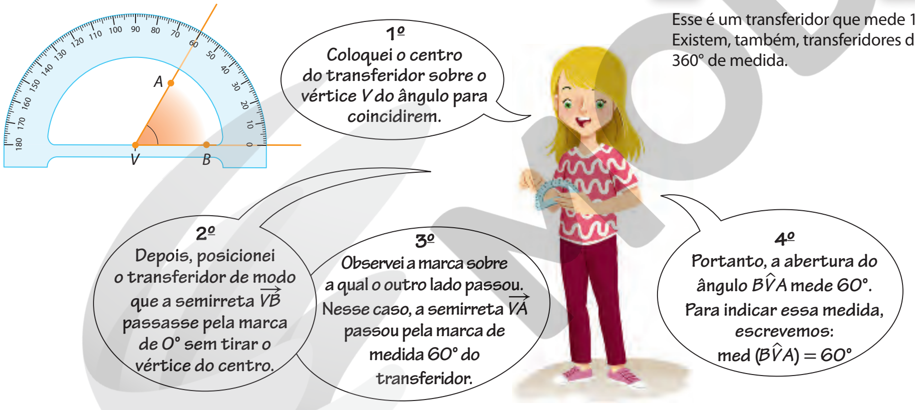
Medida da abertura de um ângulo

Para medir a abertura de ângulos, usamos, como unidade de medida, o **grau** (°) e, como instrumento, o transferidor.

Analise como Marina mediu a abertura do ângulo representado, considerando a abertura entre as semirretas.

Esse é um transferidor que mede 180°. Existem, também, transferidores de 360° de medida.

EDUARDO SANTALIESTRA/ARQUIVO DA EDITORA



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

EDNEI MARX/ARQUIVO DA EDITORA

- Peça aos estudantes que observem as semirretas do ângulo que está sendo medido no transferidor: uma delas passa por zero grau e a outra passa por sessenta graus. Explore a ilustração solicitando que identifiquem os ângulos de medidas de abertura igual a 35°, 40°, 80°, 90°, 120°, 150° e 165°.
- Pergunte aos estudantes: “Vocês sabem que tipo de giro está relacionado ao ângulo que mede 180°? E ao que mede 360°?”. Espera-se que eles respondam que a medida da abertura do ângulo de 180° está relacionada ao giro de meia-volta, e a medida da abertura do ângulo de 360°, ao giro de uma volta.

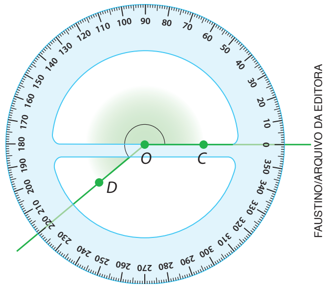
- No boxe *Para resolver*, observe se os estudantes enfrentam dificuldades na medição da abertura do ângulo e na representação dessa abertura.
- Aproveite o boxe *Saiba mais* e pergunte aos estudantes se eles já viram um clinômetro e se sabem para que poderia ser utilizado. Explique à turma que os clinômetros são usados por engenheiros florestais para determinar alturas de árvores, por exemplo. Há diversos modelos de clinômetros, como os digitais, que apresentam maior precisão na medição e outras funcionalidades agregadas.
- É interessante que as discussões sobre medidas de abertura de ângulos estejam sempre atreladas às estimativas dessas medidas. Por exemplo, se os estudantes tiverem como referencial um ângulo reto, eles poderão classificar qualquer ângulo quanto à sua medida de abertura como ângulo reto, agudo ou obtuso sem o uso de transferidor. Além disso, quando precisarem realizar medições e/ou construções de ângulos, poderão reduzir seus erros usando esse referencial.

Para resolver

EDNEI MARX/ARQUIVO DA EDITORA

Para resolver: med($C\widehat{O}D$) = 220°

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Saiba mais

VIÑAS VALCARCEL

Entre os instrumentos de medida de ângulo, há o clinômetro, usado para medir a inclinação de uma superfície plana em relação ao horizonte.

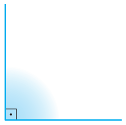
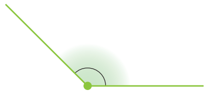
Observações

A unidade de medida grau tem submúltiplos: o **minuto** e o **segundo**. Indicamos 1 minuto por 1' e 1 segundo por 1".

- 1 minuto é $\frac{1}{60}$ do grau, ou seja, 1 grau é igual a 60 minutos: 1° = 60'
- 1 segundo é $\frac{1}{60}$ do minuto, ou seja, 1 minuto é igual a 60 segundos: 1' = 60"

Ângulo reto, ângulo agudo e ângulo obtuso

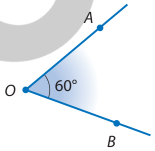
Observe a classificação de alguns ângulos de acordo com a medida de abertura de cada um.

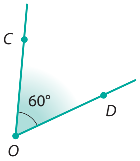
Ângulo reto	Ângulo agudo	Ângulo obtuso
Tem medida de abertura igual a 90°. 	Tem medida de abertura maior que 0° e menor que 90°. 	Tem medida de abertura maior que 90° e menor que 180°. 

Ângulos congruentes

Dois ângulos que têm a mesma medida de abertura são chamados **congruentes**.

Observe os ângulos $A\widehat{O}B$ e $C\widehat{O}D$ representados a seguir.





ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

$$med(A\widehat{O}B) = med(C\widehat{O}D) = 60°$$

Como eles têm a mesma medida de abertura, são congruentes.

Indicamos: $A\widehat{O}B \cong C\widehat{O}D$

Lemos: "Ângulo $A\widehat{O}B$ é congruente ao ângulo $C\widehat{O}D$".

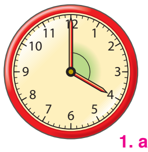
As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

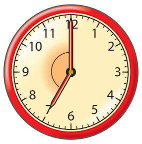
1. Verifique, com o transferidor, a medida de abertura do menor ângulo formado pelos ponteiros dos relógios representados abaixo. **1. b)** 150°

a)



1. a) 120°

b)

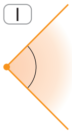


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

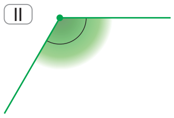
2. Estime a medida de abertura de cada ângulo a seguir e classifique-os em reto, agudo ou obtuso. Depois, confirme as medidas com um transferidor.

2. I – 90°, reto; **II** – 120°, obtuso; **III** – 30°, agudo

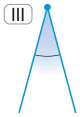
I



II



III



3. Observe os ângulos destacados nas fotos e estime suas medidas de abertura.

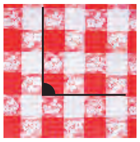
3. A – 60°; B – 90°; C – 135°

A

KASPRI/SHUTTERSTOCK

Placa de trânsito na forma triangular.

B



PHOTODISC/GETTY IMAGES

Toalha quadriculada.

C

STUDIOMODE/ALAMY/FOTOARENA

Caixa de bombons na forma octogonal.

- Agora, com um transferidor, meça as aberturas dos ângulos destacados e verifique se suas estimativas se aproximaram dos valores medidos.

4. Meça a abertura dos ângulos com um transferidor e identifique os ângulos congruentes.

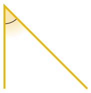
4. itens **a**, **d** e **e**

a)

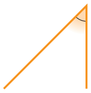
b)

c)

d)

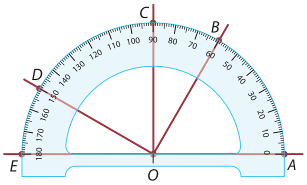


e)



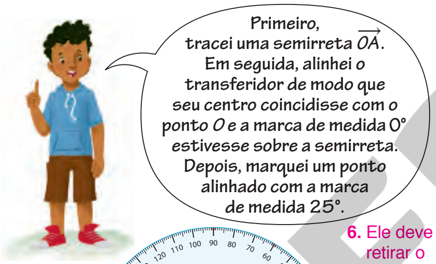
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

5. Entre os ângulos representados a seguir, identifique quais são retos. **5.** $A\hat{O}C$, $B\hat{O}D$ e $C\hat{O}E$

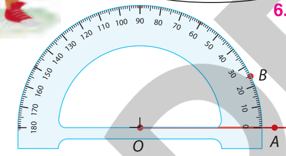


FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

6. Analise como João desenhou um ângulo com medida de abertura igual a 25° usando um transferidor.



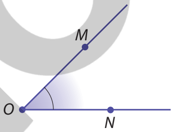
GEORGE TUTUMI /ARQUIVO DA EDITORA



6. Ele deve retirar o transferidor e, em seguida, traçar a semirreta $\overrightarrow{OB}$.

- Descreva como João deve proceder para terminar o traçado desse ângulo.

7. Observe o ângulo $M\hat{O}N$.



ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

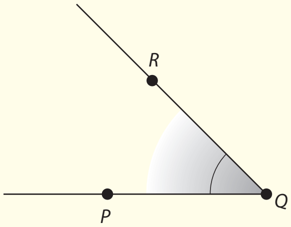
a) Sem usar o transferidor, como você classificaria esse ângulo: agudo ou obtuso? **7. a)** agudo

b) Agora, meça-o com um transferidor e anote a medida obtida. **7. b)** 45°

c) Desenhe no caderno um ângulo $P\hat{Q}R$ que seja congruente ao ângulo $M\hat{O}N$.

7. c) Resposta em *Orientações*.

- Aproveite a seção *Atividades* para identificar as dificuldades da turma e refletir sobre as estratégias pedagógicas adotadas. Caso julgue necessário, proponha aos estudantes que façam as atividades em duplas para que desenvolvam a competência de pensar de maneira interdependente.
- Comente com os estudantes que, ao medir a abertura de um ângulo, eles podem encontrar medidas diferentes em razão da imprecisão dos instrumentos de medida e do ato de medir.
- Na atividade **2**, pergunte aos estudantes como eles fizeram as estimativas das medidas. Em seguida, questione-os sobre quais estimativas se aproximaram das medidas de abertura dos ângulos representados.
- A atividade **6** contribui para o desenvolvimento do pilar algoritmo, do pensamento computacional, uma vez que os estudantes deverão descrever o procedimento para a construção de um ângulo usando um transferidor.
- Exemplo de resposta do item **c** da atividade **7**:



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Ângulos consecutivos e ângulos adjacentes

Objetivo

- Reconhecer ângulos consecutivos e ângulos adjacentes.

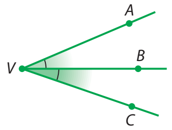
Orientação

- Após a leitura do texto, peça aos estudantes que desenhem no caderno dois ângulos consecutivos e identifiquem no desenho dois ângulos adjacentes. Essa atividade permite avaliar se eles compreendem e diferenciam esses conceitos.

2 Ângulos consecutivos e ângulos adjacentes

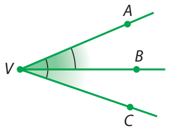
Observe os ângulos $A\widehat{V}B$ e $B\widehat{V}C$ na figura representada.

De acordo com a figura, os ângulos $A\widehat{V}B$ e $B\widehat{V}C$ têm em comum o vértice V e o lado $\overrightarrow{VB}$. Por isso, eles são chamados ângulos consecutivos.

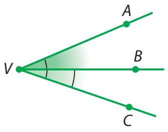


Todos os ângulos que têm em comum o vértice e um dos lados são chamados **ângulos consecutivos**.

Note que, na figura analisada acima, existem outros pares de ângulos consecutivos.



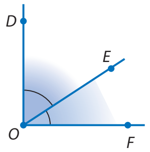
Os ângulos $A\widehat{V}B$ e $A\widehat{V}C$ têm em comum o vértice V e o lado $\overrightarrow{VA}$.



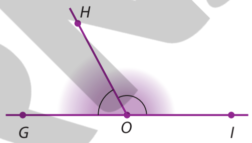
Os ângulos $B\widehat{V}C$ e $A\widehat{V}C$ têm em comum o vértice V e o lado $\overrightarrow{VC}$.

Exemplos

- Os ângulos $D\widehat{O}E$ e $E\widehat{O}F$ são consecutivos.



- Os ângulos $G\widehat{O}H$ e $H\widehat{O}I$ são consecutivos.

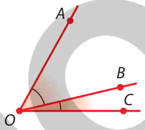


Dos pares de ângulos consecutivos, apenas alguns são adjacentes.

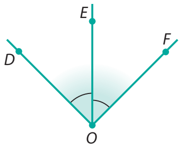
Dois ângulos consecutivos que não possuem pontos internos comuns são chamados **ângulos adjacentes**.

Exemplos

- Os ângulos $A\widehat{O}B$ e $B\widehat{O}C$ são adjacentes.

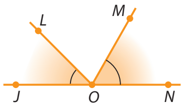


- Os ângulos $D\widehat{O}E$ e $E\widehat{O}F$ são adjacentes.

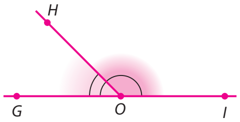


Observações

- Os ângulos $J\widehat{O}L$ e $M\widehat{O}N$ **não** são consecutivos porque, apesar de terem em comum o vértice O, não têm um dos lados em comum.



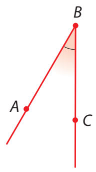
- Os ângulos $G\widehat{O}H$ e $G\widehat{O}I$ **não** são adjacentes, pois possuem pontos internos comuns.

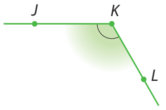


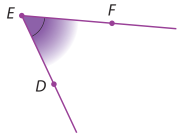
ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

3 Ângulos complementares e ângulos suplementares

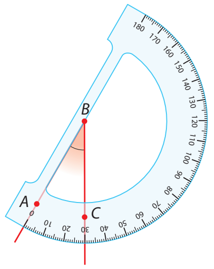
Observe os ângulos a seguir.



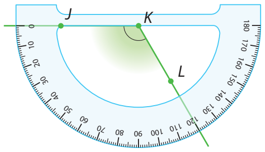




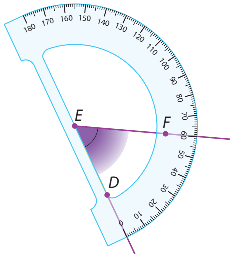
É possível medir a abertura desses ângulos com um transferidor. Observe.



med($A\hat{B}C$) = 30°



med($J\hat{K}L$) = 120°



med($D\hat{E}F$) = 60°

Que par de ângulos tem a soma de suas medidas de abertura igual a 90°? E que par de ângulos tem a soma de suas medidas de abertura igual a 180°?

Quando a soma das medidas de abertura de dois ângulos é igual a 90°, os ângulos são chamados **complementares**.

Assim, como a soma de suas medidas de abertura é 90°, os ângulos $A\hat{B}C$ e $D\hat{E}F$ são complementares. Também podemos dizer que $A\hat{B}C$ é o complemento de $D\hat{E}F$ e que $D\hat{E}F$ é o complemento de $A\hat{B}C$.

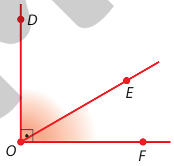
Quando a soma das medidas de abertura de dois ângulos é igual a 180°, os ângulos são chamados **suplementares**.

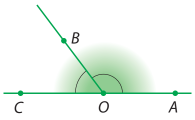
Como a soma de suas medidas de abertura é 180°, os ângulos $D\hat{E}F$ e $J\hat{K}L$ são suplementares. Também podemos dizer que $D\hat{E}F$ é o suplemento de $J\hat{K}L$ e que $J\hat{K}L$ é o suplemento de $D\hat{E}F$.

Observações

Observe os ângulos ilustrados.

- Os ângulos $D\hat{O}E$ e $E\hat{O}F$ são adjacentes. Além disso, a soma de suas medidas de abertura é 90°. Esses ângulos são **adjacentes complementares**.
- Os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são adjacentes. Além disso, a soma de suas medidas de abertura é 180°. Esses ângulos são **adjacentes suplementares**.





ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Ângulos complementares e ângulos suplementares

Objetivo

- Reconhecer ângulos complementares e ângulos suplementares.

Orientações

- A fim de avaliar se os estudantes compreenderam os conceitos de ângulos complementares e ângulos suplementares, proponha as seguintes atividades:

Atividade 1

a) Construa um ângulo de 90°.

b) Divida-o em duas partes, não necessariamente iguais, traçando uma semirreta a partir do vértice.

c) Com o auxílio do transferidor, meça a abertura de um dos ângulos formados e anote a medida.

Agora, responda: sem usar o transferidor, você seria capaz de dizer qual é a medida de abertura do outro ângulo? Justifique.

Atividade 2

a) Construa um ângulo de 180°.

b) Divida-o em duas partes, não necessariamente iguais, traçando uma semirreta a partir do vértice.

c) Com o auxílio do transferidor, meça a abertura de um dos ângulos formados e anote a medida.

Agora, responda: sem usar o transferidor, você seria capaz de dizer qual é a medida de abertura do outro ângulo? Justifique.

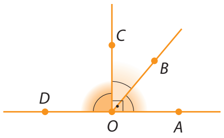
- Sempre que possível, peça aos estudantes que justifiquem suas respostas. Isso não só pode fornecer indícios das dificuldades que eles eventualmente estejam enfrentando, como também contribui para que desenvolvam a competência de pensar e de comunicar-se com clareza.
- Para determinar rapidamente a medida de abertura do ângulo complementar e do suplementar na atividade **2**, explique aos estudantes que o complementar de um ângulo é noventa graus menos a medida de abertura do ângulo e o suplementar de um ângulo é cento e oitenta graus menos a medida de abertura do ângulo. Como a medida da abertura do ângulo do item **a** é 40°, a medida da abertura do complementar será 90° – 40° e a do suplementar será 180° – 40°.

1. a) complementares
1. b) nem complementares nem suplementares
1. c) suplementares
1. d) nem complementares nem suplementares

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

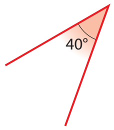
1. Observe a figura a seguir e verifique se os pares de ângulos indicados nos itens são complementares ou suplementares.



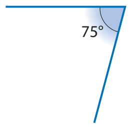
a) $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$
b) $B\hat{O}C$ e $C\hat{O}D$
c) $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}D$
d) $A\hat{O}B$ e $C\hat{O}D$

2. No caderno, determine a medida da abertura do complemento e do suplemento de cada ângulo abaixo.

a)

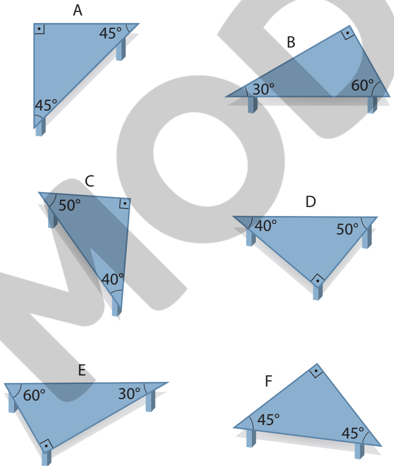


b)



2. a) complemento: 50°, suplemento: 140°
2. b) complemento: 15° suplemento: 105°

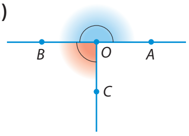
3. Luciana quer escolher duas mesas triangulares para compor uma mesa retangular. Observe os tampos das mesas abaixo e escreva no caderno os pares de tampos com os quais é possível formar uma mesa retangular. **3.** A e F; B e E; C e D



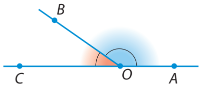
ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

4. Observe as figuras a seguir. Em quais itens os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são adjacentes complementares? E em quais são adjacentes suplementares?

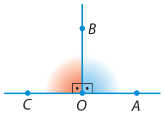
a)



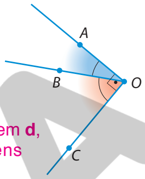
c)



b)



d)



4. adjacentes complementares: item **d**, adjacentes suplementares: itens **b** e **c**

5. Bruna dobrou uma folha retangular, formando um ângulo com medida de abertura igual a 65°, como mostrado na ilustração. Ao desdobrar a folha, Bruna viu que a dobra determinava outro ângulo além do ângulo cuja abertura mede 65°.

EDNEI MARX/ARQUIVO DA EDITORA

- Determine a medida da abertura do outro ângulo sem usar o transferidor. **5.** 25°

6. Responda às questões no caderno.

a) Qual é a metade da medida da abertura do suplemento do ângulo de medida igual a 34°? **6. a)** 73°

b) Quanto vale o triplo da medida da abertura do complemento do ângulo de medida igual a 72°? **6. b)** 54°

Lembre-se:
Escreva no caderno!

7. Copie no caderno apenas as afirmações verdadeiras. **7.** alternativas **a** e **d**

a) Dois ângulos complementares sempre são, ambos, agudos.

b) Dois ângulos suplementares podem ser ambos agudos.

c) Dois ângulos suplementares podem ser ambos obtusos.

d) Dois ângulos suplementares podem ser ambos retos.

8. Desenhe no caderno três pares de ângulos que sejam complementares e três pares de ângulos que sejam suplementares. **8.** Resposta pessoal.

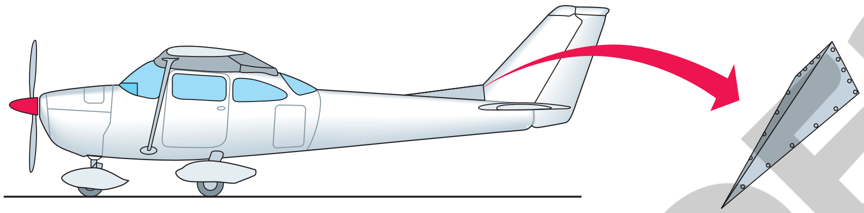
9. Descubra as medidas de abertura dos ângulos descritos a seguir e registre-as no caderno. **9.** 60° e 120°

EDNEI MARX/ARQUIVO DA EDITORA

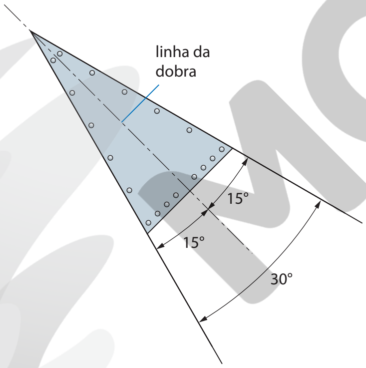
4 Bissetriz de um ângulo

Observe a situação a seguir.

Adriano fabrica aviões de aeromodelismo. Em uma manobra para testar o último modelo que ele construiu, a aeronave caiu e quebrou uma parte, que precisaria ser substituída. A parte danificada pode ser observada no detalhe da ilustração abaixo.



Entretanto, surgiu um imprevisto: não havia peça sobressalente em estoque. Então, foi necessário fabricar uma nova peça. Para isso, cortou uma chapa de alumínio e dobrou-a bem na linha central.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Bissetriz de um ângulo

Objetivos

- Compreender o conceito de bissetriz de um ângulo.
- Obter a bissetriz de um ângulo por meio de dobradura e usando um transferidor.

Orientações

- Chame a atenção dos estudantes para o fato de que, ao construir a bissetriz de um ângulo, gera-se um par de ângulos adjacentes e congruentes. Isso contribui para que sejam estabelecidos nexos entre os conhecimentos anteriores (ângulos adjacentes e ângulos congruentes) e o novo conhecimento (bissetriz de um ângulo).

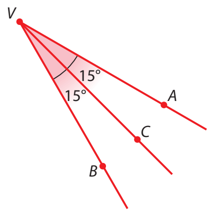
- Proponha aos estudantes que reproduzam o modo como Francisco e Carla determinaram a bissetriz de um ângulo. Depois, peça a eles que reproduzam essas experiências com outras medidas de abertura de ângulos.

Os lados dessa peça dão a ideia de ângulo. Observe que a linha da dobra divide esse ângulo em dois outros de mesma medida de abertura.

A semirreta $\overrightarrow{VC}$ divide o ângulo $A\widehat{V}B$ em dois outros de mesma medida de abertura, ou seja, em dois ângulos congruentes: $A\widehat{V}C$ e $C\widehat{V}B$.

Dizemos, então, que a semirreta $\overrightarrow{VC}$ é a **bissetriz** do ângulo $A\widehat{V}B$.

A **bissetriz** de um ângulo é a semirreta interna ao ângulo que tem origem em seu vértice e o divide em dois ângulos congruentes.



med($A\widehat{V}C$) = 15°
med($C\widehat{V}B$) = 15°

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Observe como Francisco e Carla determinaram a bissetriz de um ângulo que mede 70°.

Usando um transferidor, Francisco desenhou o ângulo cuja abertura mede 70° em uma folha de papel sulfite. Em seguida, recortou o ângulo pelos lados.

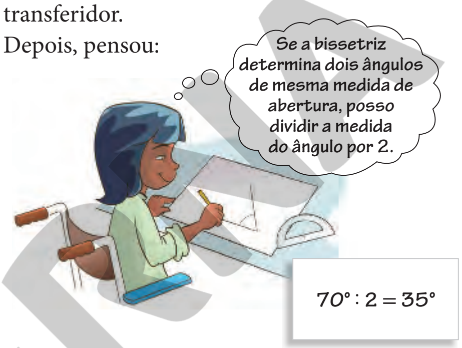
Depois, dobrou a folha de papel, fazendo coincidir os dois lados que formam o ângulo.

Por último, desdobrou a folha e verificou que a marca da dobra no papel indica a bissetriz do ângulo cuja abertura mede 70°.

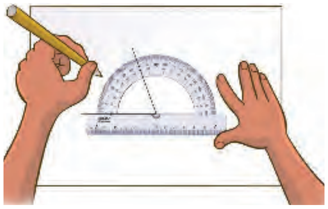
ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

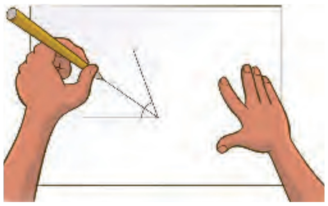
Em uma folha de papel sulfite, Carla desenhou o ângulo cuja abertura mede 70° usando um transferidor.

Depois, pensou:



Carla mediu e marcou o ângulo com abertura de 35° usando um transferidor e, com o auxílio de uma régua, traçou a semirreta de origem no vértice, dividindo o ângulo cuja abertura mede 70° em duas partes iguais.





Para pensar

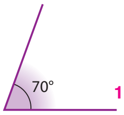
Em sua opinião, qual dos procedimentos para determinar a bissetriz de um ângulo foi mais prático: o de Francisco ou o de Carla? Justifique. **Para pensar:** Resposta pessoal.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe a medida da abertura de cada ângulo abaixo. Traçando a bissetriz desses ângulos, obtemos dois ângulos congruentes em cada caso. Quanto mede a abertura dos ângulos obtidos?

a)

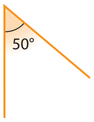


1. a) 35°

c)

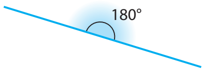
1. c) 65°

b)



1. b) 25°

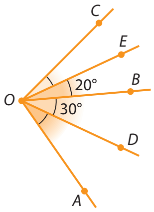
d)



1. d) 90°

2. Na figura abaixo, determine a medida da abertura dos ângulos $A\hat{O}C$ e $A\hat{O}B$ sabendo que $\overrightarrow{OD}$ e $\overrightarrow{OE}$ são bissetrizes de $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$, respectivamente.

2. med($A\hat{O}C$) = 100° e med($A\hat{O}B$) = 60°



3. Para calcular a medida de abertura dos ângulos obtidos após traçarmos a bissetriz de um ângulo cuja abertura mede 45°, fazemos:

ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

Ou seja, a medida de abertura dos ângulos obtidos é 22,5°.

Observe que:

$$22{,}5° = 22° + 0{,}5°$$

Para expressar essa medida em grau e minuto, devemos transformar a parte decimal (0,5°) em minuto.

Então, fazemos:

$$\begin{tikzcd} 1° = 60' \arrow[d, bend right, "\text{metade}"'] \arrow[d, bend left, "\text{metade}"] \\ 0{,}5° = 30' \end{tikzcd}$$

Logo, a abertura desses ângulos mede 22°30'.

- Agora, usando uma calculadora, determine a medida da abertura dos ângulos formados pela bissetriz de cada ângulo abaixo. Expresse a medida em grau e minuto.

a) 57° **3. a)** 28°30'

b) 79° **3. b)** 39°30'

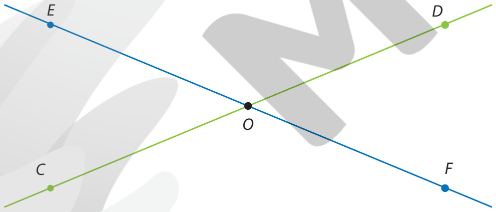
c) 105° **3. c)** 52°30'

d) 15° **3. d)** 7°30'

4. Construa, da maneira que preferir, um ângulo que meça 90° e trace sua bissetriz. Depois, responda: qual é a medida da abertura de cada ângulo obtido? **4.** 45°

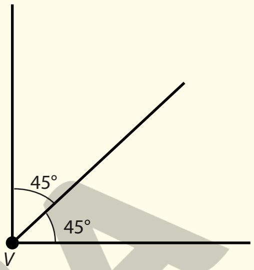
5 Ângulos opostos pelo vértice

Observe as retas concorrentes $\overleftrightarrow{CD}$ e $\overleftrightarrow{EF}$, que se interceptam no ponto O.



ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

- No boxe *Para pensar*, peça aos estudantes que construam um ângulo em uma folha de papel e, em seguida, tracem a bissetriz desse ângulo empregando o procedimento de preferência deles.
- Na atividade **4**, para traçar um ângulo com medida de abertura igual a 90°, os estudantes podem usar um transferidor, um dos ângulos de um esquadro, a "quina" de uma folha de papel sulfite etc.



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Ângulos opostos pelo vértice

Objetivos

- Reconhecer ângulos opostos pelo vértice.
- Compreender que dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 2 e das competências específicas 2 e 5 da BNCC.

Orientações

- Antes de iniciar o trabalho com o conceito de ângulos opostos pelo vértice, retome com os estudantes os conceitos de ângulos adjacentes, ângulos congruentes e ângulos suplementares. Esses conceitos serão importantes para que compreendam que ângulos opostos pelo vértice são congruentes.

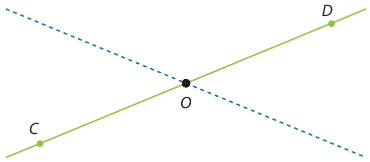
Competência geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

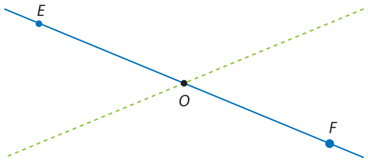
Competência específica 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Competência específica 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

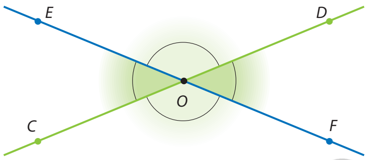
- Desenhe no quadro ângulos de medidas de abertura diferentes, mas que possuam um vértice em comum e pergunte aos estudantes se os ângulos representados são opostos pelo vértice. Espera-se que eles respondam que não, pois as semirretas que formam um dos ângulos não são opostas às semirretas que formam o outro ângulo. Essa atividade permite avaliar se eles compreenderam o conceito de ângulos opostos pelo vértice.

Essas retas definem quatro semirretas com origem no ponto O: $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OE}$ e $\overrightarrow{OF}$. As semirretas $\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OD}$ são denominadas **semirretas opostas**, assim como as semirretas $\overrightarrow{OE}$ e $\overrightarrow{OF}$.

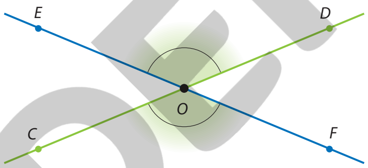




As retas $\overleftrightarrow{CD}$ e $\overleftrightarrow{EF}$ também definem os ângulos $C\widehat{O}E$, $C\widehat{O}F$, $D\widehat{O}F$ e $D\widehat{O}E$.

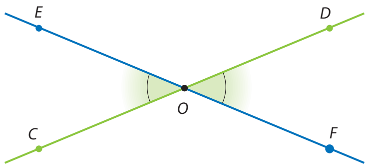


Note que os ângulos $D\widehat{O}E$ e $C\widehat{O}F$ têm o vértice O em comum e que as semirretas $\overrightarrow{OD}$ e $\overrightarrow{OE}$ (que formam o ângulo $D\widehat{O}E$) são opostas, respectivamente, às semirretas $\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OF}$ (que formam o ângulo $C\widehat{O}F$). Então, dizemos que os ângulos $D\widehat{O}E$ e $C\widehat{O}F$ são **ângulos opostos pelo vértice** (indicamos: **o.p.v.**).



Dois ângulos com vértice comum são **opostos pelo vértice** quando os lados de um deles são semirretas opostas aos lados do outro.

Da mesma forma, os ângulos $C\widehat{O}E$ e $D\widehat{O}F$ têm o vértice O em comum e as semirretas $\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OE}$ (que formam o ângulo $C\widehat{O}E$) são opostas, respectivamente, às semirretas $\overrightarrow{OD}$ e $\overrightarrow{OF}$ (que formam o ângulo $D\widehat{O}F$). Então, os ângulos $C\widehat{O}E$ e $D\widehat{O}F$ também são opostos pelo vértice.

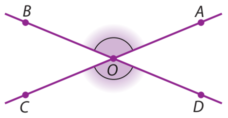


ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

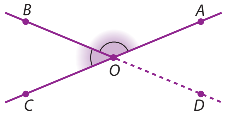
Lembre-se:
Escreva no caderno!

Propriedade

Na figura abaixo, os ângulos $A\widehat{O}B$ e $C\widehat{O}D$ são opostos pelo vértice.



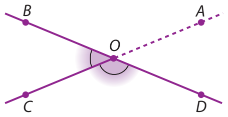
Observe agora os ângulos $A\widehat{O}B$ e $B\widehat{O}C$.



Os ângulos $A\widehat{O}B$ e $B\widehat{O}C$ são adjacentes suplementares. Então, a soma de suas medidas de abertura é igual a 180°.

$$\text{med}(A\widehat{O}B) + \text{med}(B\widehat{O}C) = 180° \qquad \text{(I)}$$

Agora, considere os ângulos $C\widehat{O}D$ e $B\widehat{O}C$.



Os ângulos $C\widehat{O}D$ e $B\widehat{O}C$ também são adjacentes suplementares. Então, a soma de suas medidas de abertura é igual a 180°.

$$\text{med}(C\widehat{O}D) + \text{med}(B\widehat{O}C) = 180° \qquad \text{(II)}$$

Comparando I e II, temos:

$$\begin{aligned} \text{med}(A\widehat{O}B) + \boxed{\text{med}(B\widehat{O}C)} &= \boxed{180°} \\ \text{med}(C\widehat{O}D) + \boxed{\text{med}(B\widehat{O}C)} &= \boxed{180°} \end{aligned}$$

medidas iguais

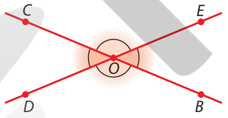
medidas iguais

Portanto, podemos concluir que os ângulos $A\widehat{O}B$ e $C\widehat{O}D$ têm medidas de abertura iguais, ou seja, são congruentes. Assim, temos a seguinte propriedade:

Dois **ângulos opostos pelo vértice** têm a mesma medida de abertura, isto é, são **congruentes**.

Exemplo

Os ângulos $C\widehat{O}E$ e $B\widehat{O}D$ são congruentes, assim como os ângulos $E\widehat{O}B$ e $D\widehat{O}C$.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Comente com os estudantes que a recíproca da propriedade dos ângulos opostos pelo vértice não é verdadeira, ou seja, dois ângulos congruentes nem sempre são opostos pelo vértice. Peça a eles alguns exemplos que reforcem essa afirmação.

- Na atividade **2**, espera-se que os estudantes percebam que o ângulo $\hat{x}$ e o ângulo cuja abertura mede 60° são o.p.v.; assim, a medida de abertura do ângulo $\hat{x}$ é 60°.

Já o ângulo $\hat{y}$ e o ângulo cuja abertura mede 60° são suplementares; logo, a medida de abertura do ângulo $\hat{y}$ é 120°. Por fim, $\hat{y}$ e $\hat{z}$ são o.p.v., portanto são congruentes; logo, a medida da abertura do ângulo $\hat{z}$ também é 120°.

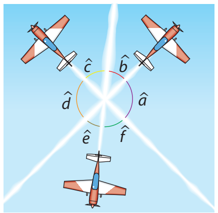
- Pela ilustração da atividade **4**, é possível afirmar que o ângulo cuja abertura mede y é o.p.v. ao ângulo cuja abertura mede 20°, ou seja, são congruentes, então $y = 20°$. Como $x +$ (medida de $A\widehat{O}B$) $+$ $+\ 20° = 180°$ e $A\widehat{O}B$ é um ângulo o.p.v. ao ângulo de medida 110°, concluímos que $x = 50°$.
- Para resolver a atividade **5**, espera-se que os estudantes mobilizem os conhecimentos sobre ângulos suplementares, ângulos opostos pelo vértice e bissetriz de um ângulo.

7. a) Os ângulos $\hat{b}$, $\hat{f}$, $\hat{d}$ e $\hat{h}$ medem 90°.
Os ângulos $\hat{c}$ e $\hat{e}$ medem 75°.
Os ângulos $\hat{g}$ e $\hat{i}$ medem 105°.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

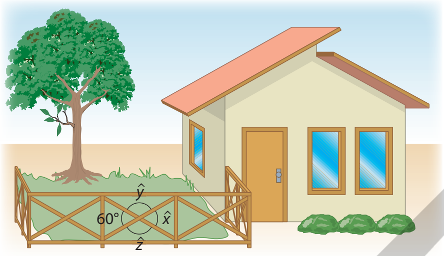
1. Uma equipe de pilotos de avião fez uma manobra em que os ângulos formados pelos rastros de fumaça deveriam ser congruentes. Houve um erro de cálculo e os ângulos formados não ficaram todos congruentes, como mostra a ilustração.



Descubra os ângulos que são congruentes e registre a resposta no caderno.

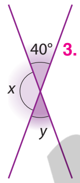
1. $\hat{a}$ e $\hat{d}$; $\hat{b}$ e $\hat{e}$; $\hat{c}$ e $\hat{f}$

2. Analise a imagem e calcule, em grau, a medida da abertura dos ângulos $\hat{x}$, $\hat{y}$ e $\hat{z}$. **2.** Os ângulos $\hat{y}$ e $\hat{z}$ medem 120°. O ângulo $\hat{x}$ mede 60°.



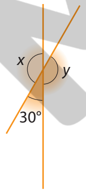
3. Nas figuras abaixo, x e y indicam as medidas de abertura dos ângulos (em grau). Determine os valores de x e de y em cada caso.

a)



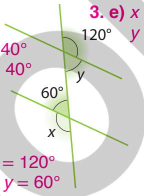
3. a) $x = 140°$ e $y = 40°$

b)



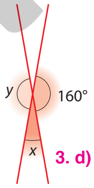
3. b) $x = 150°$ e $y = 150°$

c)



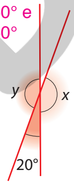
3. c) $x = 120°$ e $y = 60°$

d)



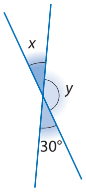
3. d) $x = 20°$ e $y = 160°$

e)



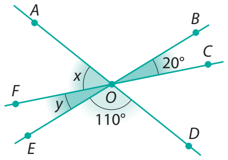
3. e) $x = 160°$ e $y = 160°$

f)



3. f) $x = 30°$ e $y = 150°$

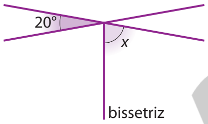
4. Calcule no caderno as medidas de x e de y.



4. $x = 50°$ e $y = 20°$

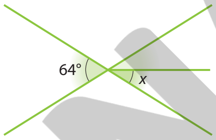
5. Determine a medida x, em grau, em cada caso.

a)



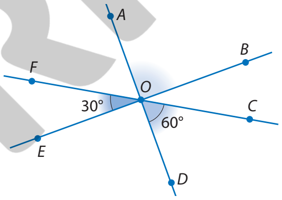
5. a) 80°

b)

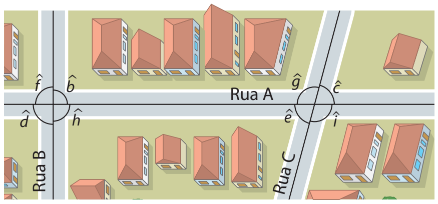


5. b) 32°

6. Qual é a medida da abertura do ângulo $A\widehat{O}B$? **6.** 90°



7. O esquema abaixo representa um condomínio residencial. As ruas são representadas por segmentos de reta que se cruzam.



a) Usando um transferidor, determine a medida da abertura dos ângulos formados pelos cruzamentos das ruas A e B e das ruas A e C.

b) Quais são os pares de ângulos opostos pelo vértice? **7. b)** $\hat{g}$ e $\hat{i}$; $\hat{e}$ e $\hat{c}$; $\hat{f}$ e $\hat{h}$; $\hat{b}$ e $\hat{d}$

c) Analisando o esquema, o que se pode dizer a respeito dos ângulos adjacentes?

7. c) São ângulos suplementares.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Informática e Matemática

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Ângulos opostos pelo vértice

Nesta seção, você vai utilizar um *software* de Geometria dinâmica, que seu professor indicará, para construir duas retas concorrentes, identificar os pares de ângulos opostos pelo vértice determinados por essas retas e verificar uma regularidade em relação a esses ângulos.

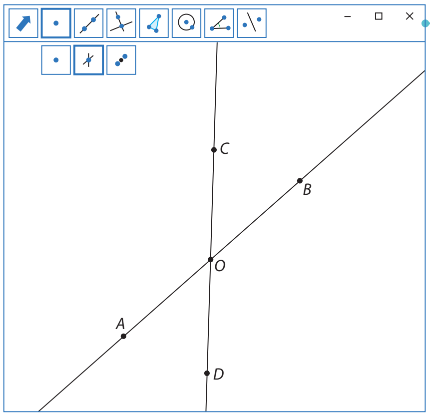
CONSTRUA

Siga os passos abaixo para construir e determinar dois pares de ângulos opostos pelo vértice.

1º) Trace uma reta $\overleftrightarrow{AB}$.

2º) Trace uma reta $\overleftrightarrow{CD}$ cruzando a reta $\overleftrightarrow{AB}$.

3º) Marque o ponto O, intersecção das retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CD}$.



Normalmente, nos *softwares* de Geometria dinâmica, há uma barra com diversas opções de ferramentas com as quais podemos marcar pontos, traçar retas, construir polígonos, medir ângulos etc.

Investigue: b) Considerando a disposição dos pontos como mostra a figura (o ponto O entre A e B e entre C e D), os pares de ângulos opostos pelo vértice são: $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}C$; $D\hat{O}B$ e $C\hat{O}A$.

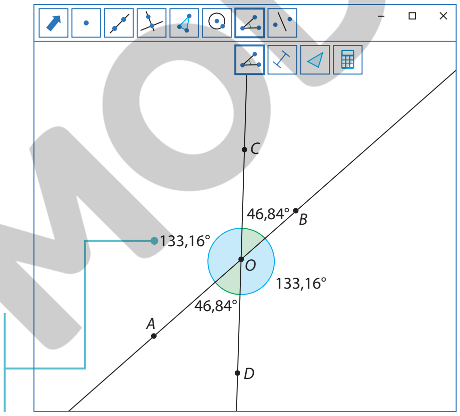
c) Os ângulos $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}C$ apresentam a mesma medida, ou seja, são congruentes, assim como os ângulos $D\hat{O}B$ e $C\hat{O}A$. Movimentando os pontos móveis para alterar a configuração inicial da construção, as medidas dos ângulos se modificam também, porém os ângulos opostos pelo vértice continuam congruentes.

INVESTIGUE

a) Usando a ferramenta de medir ângulos do *software*, meça os quatro ângulos determinados pelas retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CD}$.

b) Que pares de ângulos são opostos pelo vértice?

c) Movimente os pontos móveis na construção e verifique o que acontece com as medidas dos ângulos. O que é possível observar em relação às medidas dos ângulos opostos pelo vértice?



Em alguns *softwares* de Geometria dinâmica, ao clicar com o botão direito do *mouse* sobre uma medida, é possível escolher o número de casas decimais para o qual ela será arredondada.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Informática e Matemática

Objetivos

- Utilizar *software* de Geometria dinâmica para identificar ângulos opostos pelo vértice.
- Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 2 e 5 e das competências específicas 2 e 5 da BNCC.

Orientações

- Nesta seção, o objetivo é investigar, por meio das ferramentas de um *software* de Geometria dinâmica, se dois ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida, isto é, se eles são congruentes.
- Em *Construa*, os estudantes deverão construir duas retas concorrentes seguindo os passos descritos. Oriente-os sobre como deverão proceder e quais ferramentas poderão utilizar em cada passo. Peça que habilitem a exibição do rótulo das figuras construídas e as renomeiem de acordo com o comando de cada passo.
- Em *Investigue*, os estudantes deverão medir os dois pares de ângulos opostos pelo vértice e investigar, ao movimentar a figura, se os dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes, o que favorece o desenvolvimento das competências gerais 2 e 5 e das competências específicas 2 e 5 da BNCC.
- Comente com os estudantes que a movimentação dos pontos móveis, possibilitada pelo *software* de Geometria dinâmica, auxilia na construção de hipóteses, porém não configura uma demonstração matemática.

Competência geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Competência geral 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Competência específica 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Competência específica 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA23, da competência geral 2 e da competência específica 2 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA23 porque os estudantes deverão verificar, por meio de atividades e com a utilização de um *software* de Geometria dinâmica, as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

Orientações

- Antes de avançar no estudo deste tópico, recorde com os estudantes os conceitos de retas paralelas e de retas concorrentes. É importante também que tenham compreendido que dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes.

6 Ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal

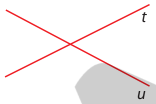
Observe no boxe a seguir informações importantes sobre a posição de duas retas em um mesmo plano.

Recorde

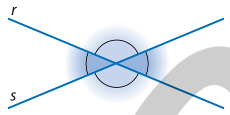
- Duas retas em um mesmo plano podem ser **paralelas**. Nesse caso, elas possuem a mesma distância uma da outra em todo o plano, infinitamente. (Elas não se interceptam em nenhum ponto.) Assim, não determinam nenhum ângulo entre elas.

Indicamos: *r* // *s*

- Duas retas em um mesmo plano podem ser **concorrentes**. Nesse caso, elas se interceptam em um ponto, determinando quatro ângulos cujas medidas são menores que 180°.

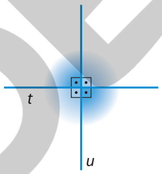


Como vimos neste Capítulo, as retas concorrentes se cruzam determinando quatro ângulos (sendo dois pares de ângulos o.p.v.).

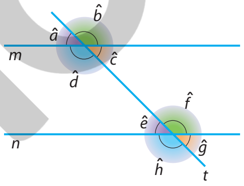


As retas perpendiculares são um caso particular de retas concorrentes, pois também se cruzam, determinando quatro ângulos, que têm a mesma medida, 90º.

Retas perpendiculares



Ao traçar uma reta que corta duas retas paralelas, determinamos oito ângulos.



Assim:
$\hat{a}$ e $\hat{e}$ são correspondentes;
$\hat{b}$ e $\hat{f}$ são correspondentes;
$\hat{c}$ e $\hat{g}$ são correspondentes;
$\hat{d}$ e $\hat{h}$ são correspondentes.

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Observação

Quando as retas são concorrentes e não são perpendiculares, podemos chamá-las de **retas oblíquas**.

(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de *softwares* de geometria dinâmica.

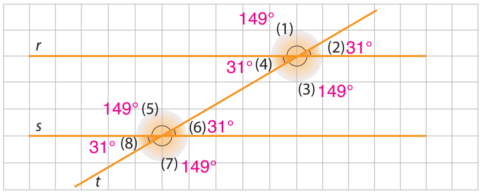
Competência geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Competência específica 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Para investigar **Para investigar: 2. b)** Espera-se que os estudantes percebam que os ângulos correspondentes e os opostos pelo vértice têm a mesma medida de abertura.

1. Observe os ângulos formados quando uma reta *t* intercepta duas retas paralelas, *r* e *s*. Com o auxílio de um transferidor, meça os ângulos formados. Quais deles têm a mesma medida de abertura?

Para investigar: 1. Os ângulos (2), (4), (6) e (8) têm a mesma medida de abertura, assim como os ângulos (1), (3), (5) e (7).



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

2. No caderno, trace, da maneira que preferir, duas retas paralelas e uma reta que cruze essas paralelas. Essas retas determinarão oito ângulos. Com o auxílio de um transferidor, meça cada um desses ângulos, anote a medida da abertura junto ao ângulo e pinte os ângulos que têm mesma medida da abertura com a mesma cor.

a) Quantas cores diferentes você usou para pintar os ângulos? **Para investigar: 2. a)** duas cores

b) Que relação você percebeu entre as medidas de abertura dos ângulos determinados?

c) Compare sua figura com a de alguns colegas. Os ângulos determinados por vocês têm as mesmas medidas de abertura? A relação que você percebeu no item **b** também vale na figura dos colegas?

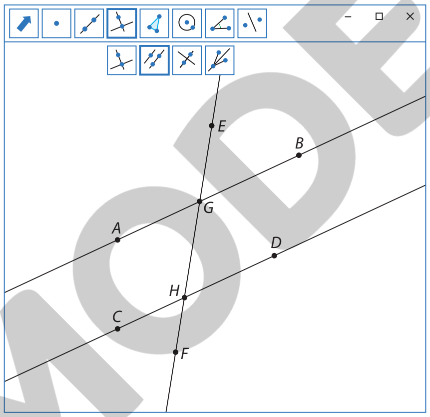
Para investigar: 2. c) Provavelmente, os ângulos não terão as mesmas medidas de abertura em todas as figuras, mas espera-se que os estudantes percebam que em cada figura a relação entre as medidas de abertura dos ângulos se mantêm.

Informática e Matemática

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal

Vamos agora utilizar um *software* de Geometria dinâmica para investigar se a relação entre as medidas dos ângulos vale para quaisquer paralelas cortadas por uma transversal.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

CONSTRUA

Siga os passos a seguir para construir duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

1º) Trace uma reta $\overleftrightarrow{AB}$.

2º) Usando a ferramenta de traçar retas paralelas, trace uma reta $\overleftrightarrow{CD}$ paralela a $\overleftrightarrow{AB}$.

3º) Trace uma reta $\overleftrightarrow{EF}$ que cruze as retas paralelas $\overleftrightarrow{CD}$ e $\overleftrightarrow{AB}$.

4º) Marque o ponto *G*, intersecção das retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{EF}$.

5º) Marque o ponto *H*, intersecção das retas $\overleftrightarrow{CD}$ e $\overleftrightarrow{EF}$.

INVESTIGUE **Investigue:** Respostas e comentários em *Orientações*.

a) Usando a ferramenta de medir ângulos do *software*, meça a abertura dos oito ângulos obtidos na construção anterior.

b) Identifique os pares de ângulos correspondentes e os de ângulos opostos pelo vértice.

c) Que relação é possível perceber entre os pares de ângulos correspondentes? E entre os pares de ângulos opostos pelo vértice?

(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de *softwares* de geometria dinâmica.

Competência geral 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Competência específica 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de

- No boxe *Para investigar*, os estudantes terão a oportunidade de verificar, com o auxílio de um transferidor, as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
- Para a segunda atividade proposta nesse boxe, lembre os estudantes do procedimento para traçar retas paralelas. Eles também poderão usar, para auxiliar no traçado das retas paralelas, as linhas de um papel quadriculado ou as linhas da folha do caderno.

Informática e Matemática

Objetivos

- Utilizar *software* para identificar as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortados por uma transversal.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA23, da competência geral 5 e da competência específica 5 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA23 da BNCC, pois, por meio de um *software* de Geometria dinâmica, os estudantes terão a oportunidade de verificar as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

Orientações

- Oriente os estudantes sobre como deverão proceder e quais ferramentas poderão utilizar em cada passo, de acordo com o *software* utilizado. Peça que habilitem a exibição do rótulo das figuras construídas e as renomeiem de acordo com o comando de cada passo. Após a construção, peça que identifiquem os ângulos formados.
- Em *Investigue*, os estudantes deverão medir todos os ângulos formados pelas intersecções das retas e investigar, por meio de diferentes movimentos feitos na figura construída, as relações entre as medidas de abertura desses ângulos.
- No item **b**, considerando a disposição dos pontos mostrada na figura (o ponto *G* entre *A* e *B* e o ponto *H* entre *C* e *D*), os pares de ângulos correspondentes são $E\hat{G}B$ e $G\hat{H}D$, $B\hat{G}H$ e $D\hat{H}F$, $A\hat{G}E$ e $C\hat{H}G$, $H\hat{G}A$ e $F\hat{H}C$; e os pares de ângulos opostos pelo vértice são $E\hat{G}B$ e $H\hat{G}A$, $B\hat{G}H$ e $A\hat{G}E$, $G\hat{H}D$,e $F\hat{H}C$, $D\hat{H}F$ e $C\hat{H}G$. No item **c**, espera-se que os estudantes percebam que tanto os pares de ângulos correspondentes quanto os pares de ângulos opostos pelo vértice são congruentes.

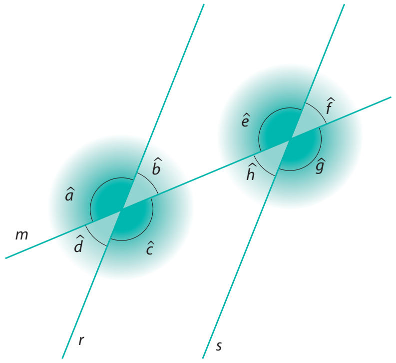
- Comente com os estudantes que uma verificação experimental, como a realizada na página anterior, auxilia na construção de hipóteses, porém não configura uma demonstração matemática.
- Na atividade **2**, espera-se que os estudantes percebam que, no item **a**, o ângulo de medida da abertura *y* e o ângulo de medida da abertura 120° são correspondentes, então $y = 120°$; no item **b**, os ângulos de medidas de abertura *m* e *n* são o.p.v. Portanto, $n = m = 45°$.

Propriedade

Verificamos experimentalmente a seguinte propriedade:

> Os ângulos correspondentes, determinados por duas retas paralelas interceptadas por uma transversal, são congruentes.

Resumindo, dadas duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal, temos:



$\text{med}(\hat{a}) = \text{med}(\hat{e})$ (ângulos correspondentes)
$\text{med}(\hat{c}) = \text{med}(\hat{g})$ (ângulos correspondentes)
$\text{med}(\hat{a}) = \text{med}(\hat{c})$ (ângulos opostos pelo vértice)
$\text{med}(\hat{e}) = \text{med}(\hat{g})$ (ângulos opostos pelo vértice)
Logo: $\text{med}(\hat{a}) = \text{med}(\hat{e}) = \text{med}(\hat{g}) = \text{med}(\hat{c})$
Ou seja, $\hat{a}$, $\hat{e}$, $\hat{c}$ e $\hat{g}$ são congruentes.
$\text{med}(\hat{b}) = \text{med}(\hat{f})$ (ângulos correspondentes)
$\text{med}(\hat{d}) = \text{med}(\hat{h})$ (ângulos correspondentes)
$\text{med}(\hat{b}) = \text{med}(\hat{d})$ (ângulos opostos pelo vértice)
$\text{med}(\hat{f}) = \text{med}(\hat{h})$ (ângulos opostos pelo vértice)
Logo: $\text{med}(\hat{b}) = \text{med}(\hat{f}) = \text{med}(\hat{h}) = \text{med}(\hat{d})$
Ou seja, $\hat{b}$, $\hat{f}$, $\hat{d}$ e $\hat{h}$ são congruentes.

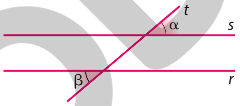
ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. (Saresp) Na figura abaixo, as retas *r* e *s* são paralelas cortadas pela transversal *t*.

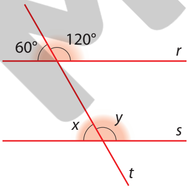
A relação entre os ângulos α e β marcados na figura é: **1.** alternativa **c**

a) $\alpha + \beta = 90°$
b) $\alpha + \beta = 180°$
c) $\alpha = \beta$
d) $\alpha = 270° - \beta$



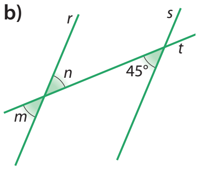
2. Observe as retas *r* e *s*, sendo *r* // *s*. No caderno, determine as medidas de abertura dos ângulos em cada figura.

a)



2. a) $x = 60°$ e $y = 120°$

b)

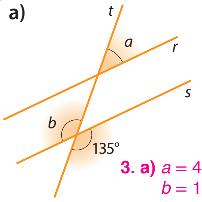


2. b) $m = 45°$ e $n = 45°$

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

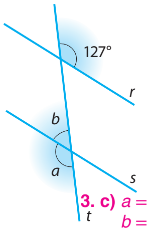
3. Nas figuras abaixo, as retas *r* e *s* são paralelas. Calcule as medidas de *a* e de *b* em cada caso.

a)



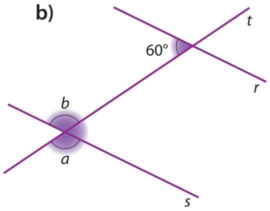
3. a) $a = 45°$ e $b = 135°$

c)



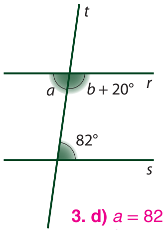
3. c) $a = 127°$ e $b = 53°$

b)



3. b) $a = 120°$ e $b = 120°$

d)



3. d) $a = 82°$ e $b = 78°$

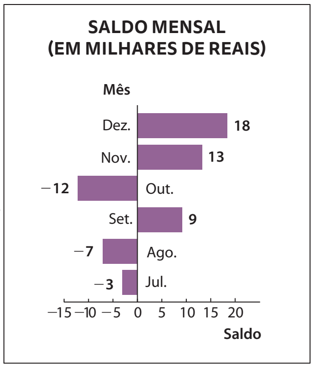
Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

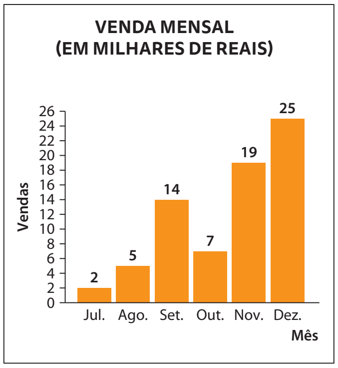
Leitura e interpretação de gráficos de barras

Geraldo administra uma pequena empresa de confecção de roupas. Com as informações sobre o saldo do movimento financeiro da empresa (lucro ou prejuízo) e as vendas do segundo semestre de 2022, ele construiu dois gráficos.

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA



Dados obtidos por Geraldo em janeiro de 2023.



Dados obtidos por Geraldo em janeiro de 2023.

- ▶ Em que meses a empresa teve lucro?
- ▶ Em que mês ela vendeu mais?

As informações sobre a empresa foram representadas em um gráfico de barras horizontais, que mostra os dados sobre o saldo da empresa no período de julho a dezembro de 2022, e em um gráfico de barras verticais, que se refere às vendas realizadas no mesmo período.

Os gráficos apresentam a expressão “em milhares de reais”, o que significa que o valor referente a cada barra deve ser multiplicado por 1 000.

Para determinar quais foram os meses em que a empresa teve lucro, devemos observar o gráfico de barras horizontais. Note que ele mostra valores negativos (à esquerda da linha vertical) e positivos (à direita da linha), ou seja, apresenta os saldos negativos e os saldos positivos da empresa. Se o valor do saldo for negativo, a empresa teve prejuízo; se for positivo, ela teve lucro. Portanto, a empresa teve lucro nos meses de setembro (R$ 9 000,00), novembro (R$ 13 000,00) e dezembro (R$ 18 000,00), pois as barras correspondentes a esses meses mostram valores positivos.

Para responder em que mês a empresa vendeu mais, é preciso observar e comparar apenas as informações do gráfico de barras verticais. Como esse gráfico apresenta apenas barras correspondentes a números positivos, a barra mais alta representa o mês em que o valor das vendas foi maior. A barra mais alta corresponde ao mês de dezembro; portanto, nesse mês a empresa vendeu mais (R$ 25 000,00).

TYNYUK/SHUTTERSTOCK

Estatística e Probabilidade

Objetivo

- Ler e interpretar gráficos de barras.

Orientações

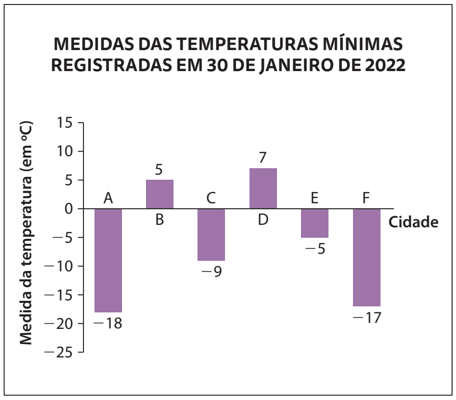
- Nesta seção, o foco do trabalho é a leitura e a interpretação de gráficos de barras horizontais e verticais. Tendo como base um exemplo contextualizado – informações sobre saldos e vendas de uma empresa –, espera-se que os estudantes observem os elementos que compõem os gráficos de barras horizontais e verticais e como essas representações permitem que os dados numéricos sejam apresentados de maneira mais organizada e atrativa.

- As atividades propostas visam trabalhar a interpretação de gráficos de barras observando os valores positivos e os valores negativos muito explorados no 7º ano.
- Na atividade **4**, pergunte aos estudantes: “Quais prejuízos Cléo pode ter sofrido com a falta de energia elétrica na sorveteria?”. Provavelmente responderão que os sorvetes derreterão e, portanto, ficarão impróprios para o consumo. Há outros prejuízos que podem ser citados, e um deles é que a queda de energia elétrica é capaz de danificar aparelhos e equipamentos gerando gastos com conserto ou com reposição deles. Por isso, empresas que produzem ou comercializam produtos que necessitam de refrigeração costumam utilizar um gerador de energia para prevenir danos nos equipamentos e nos produtos.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. A professora Maria apresentou o gráfico abaixo com a medida de temperatura mínima no dia 30 de janeiro de 2022 em cidades de diferentes países.



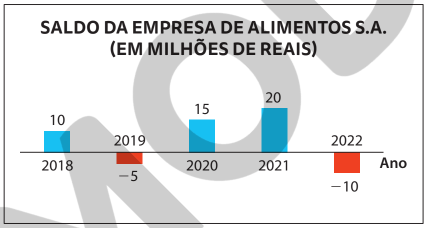
ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela professora Maria em 3 fev. 2022.

a) Qual foi a medida de temperatura mínima na cidade E? E na cidade C? **1. a)** E: –5 °C; C: –9 °C

b) Para qual dessas cidades a medida de temperatura mínima foi mais alta? De quantos graus? E a medida de temperatura mais baixa? De quantos graus? **1. b)** D: 7 °C; A: –18 °C

2. O gerente da Empresa de Alimentos S.A. construiu um gráfico, em janeiro de 2023, com o saldo da empresa de 2018 a 2022.



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pelo gerente da Empresa de Alimentos S.A. em janeiro de 2023.

a) Em que ano o lucro foi maior? **2. a)** em 2021

b) Em que ano o prejuízo foi maior? **2. b)** em 2022

c) Explique os valores representados nas colunas dos anos 2018 e 2019.
2. c) Em 2018, houve lucro de 10 milhões de reais e, em 2019, houve prejuízo de 5 milhões de reais.

3. Carlos é responsável pelo controle da medida de temperatura de armazenamento das mercadorias do supermercado em que trabalha. Em março de 2023, ele montou uma tabela para servir de base para controlar a medida da temperatura de algumas mercadorias.

Controle da medida da temperatura

Seção	Medida da temperatura
Bebidas	15 °C
Frutas	10 °C
Congelados	–15 °C
Sorvetes	–18 °C

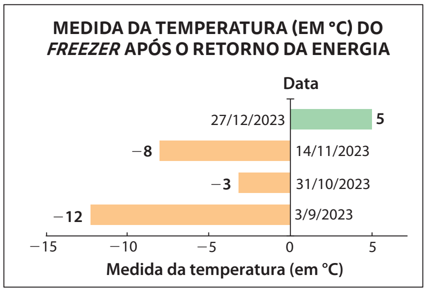
ILUSTRAÇÕES: PAULO BORGES/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos por Carlos em março de 2023.

3. a) congelados e sorvetes

- Carlos vai construir um gráfico de barras horizontais com base nessa tabela.
  a) O registro da medida da temperatura de quais itens vai ficar à esquerda da linha vertical, que corresponde a 0 °C?
  b) O registro da medida da temperatura de quais itens vai ficar à direita da linha vertical? **3. b)** bebidas e frutas

4. Em quatro ocasiões, a sorveteria de Cléo sofreu prejuízos com a queda de energia. No gráfico abaixo estão os dados desses dias.



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos por Cléo ao longo de 2023.

- Em que dia, após o retorno da energia, a medida da temperatura do *freezer* estava mais alta? E em que dia estava mais baixa?
4. em 27/12/2023; em 3/9/2023

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe o destaque nos telhados de duas casas situadas em diferentes lugares do mundo.

ELENA SKALOVSKAIA/SHUTTERSTOCK

Casa em Heppenheim, na Alemanha, 2020.

CADU DE CASTRO/ PULSAR IMAGENS

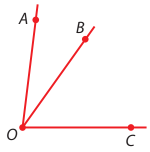
Casa e comércio na comunidade quilombola de Mangabeira (Mocajuba, PA), 2020.

a) A medida da abertura do ângulo destacado em cada telhado determina sua inclinação. Com um transferidor, meça a abertura dos ângulos. **1. a)** 83° e 143°

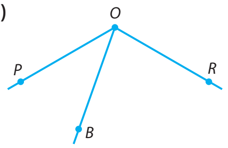
b) Em sua opinião, por que essas casas têm telhados com inclinações diferentes? **1. b)** Resposta pessoal.

2. Identifique a figura em que a semirreta $\overrightarrow{OB}$ é a bissetriz do ângulo dado. **2.** alternativa **b**

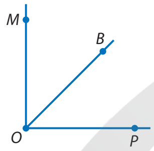
a)



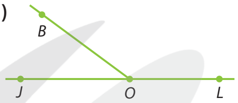
c)



b)



d)



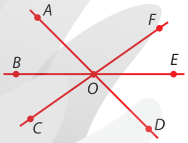
3. Em que alternativa é identificado um par de ângulos opostos pelo vértice? **3.** alternativa **a**

a) $A\hat{O}F$ e $D\hat{O}C$

b) $A\hat{O}F$ e $A\hat{O}C$

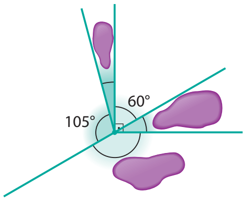
c) $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$

d) $E\hat{O}F$ e $A\hat{O}D$



4. A semirreta $\overrightarrow{VA}$ é a bissetriz do ângulo $C\hat{V}D$. Sabendo que a abertura do ângulo $A\hat{V}C$ mede 80°, determine a medida de abertura de $C\hat{V}D$. **4.** 160°

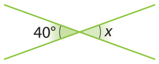
5. Mariana recebeu de sua professora uma folha com uma figura para reproduzir no caderno. Seu irmão derrubou suco sobre a folha e parte da figura foi borrada. **5.** Resposta em *Orientações*.



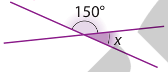
- Sem usar um transferidor, descubra as medidas de abertura dos ângulos que estão faltando na figura.

6. Determine a medida de *x*, em grau, em cada caso.

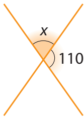
a) **6. a)** 40°



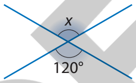
c) **6. c)** 30°



b) **6. b)** 70°

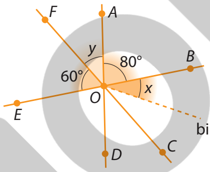


d) **6. d)** 120°

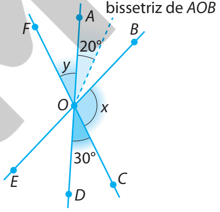


7. Calcule as medidas *x* e *y*, em grau, em cada caso.

a) **7. a)** $x = 30°$ e $y = 40°$



b) **7. b)** $x = 110°$ e $y = 30°$



ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de *softwares* de geometria dinâmica.

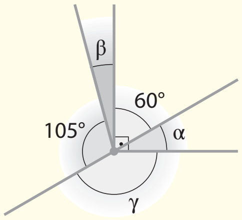
Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA23 da BNCC.

Orientações

- Ao explorar a atividade **1**, comente com os estudantes que, em locais onde neva, os telhados têm inclinação maior que a dos telhados de locais mais quentes, para evitar o acúmulo de neve.
- Se julgar oportuno, peça aos estudantes que façam uma pesquisa sobre comunidades quilombolas no Brasil. A matéria publicada no *site* IBGEeduca traz dados sobre a população quilombola, como a localização de territórios e agrupamentos quilombolas. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/materias-especiais/21311-quilombolas-no-brasil.html. Acesso em: 1º ago. 2022.
- Para realizar a atividade **4**, os estudantes devem fazer a conversão do registro em língua materna para o registro figural a fim de determinar qual caminho adotar no cálculo da medida de abertura do ângulo $C\hat{V}D$. Esse exercício de expressar informações na língua materna por meio de registro figural contribui para que os estudantes atribuam sentido ao enunciado da atividade.
- Na atividade **5**, oriente os estudantes a nomearem as medidas que estão faltando na figura, como α, β e γ, por exemplo:



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Como $60° + \alpha = 90°$, então $\alpha = 30°$.

Como $60° + \beta + 105° = 180°$, então $\beta = 15°$.

Como $\gamma + \alpha = 180°$ e $\alpha = 30°$, então $\gamma = 150°$.

- Ao final desta seção, proponha aos estudantes uma autoavaliação. Veja alguns exemplos de perguntas a seguir.

Eu...
... reconheço a ideia de ângulo?
... sei medir ângulos com o transferidor?
... sei classificar ângulos em agudo, reto e obtuso?
... reconheço ângulos congruentes?
... reconheço ângulos complementares e suplementares?
... sei o que é a bissetriz de um ângulo?
... reconheço ângulos opostos pelo vértice?
... sei que dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes?
... sei ler e interpretar gráficos de barras?
... sei utilizar *software* para construir e analisar ângulos?
... realizo as tarefas propostas?

Para finalizar

Objetivo

- Analisar o que foi estudado na Unidade e avaliar o aprendizado.

Orientações

- Nesta seção os estudantes terão a oportunidade de refletir sobre os conceitos estudados na Unidade. Esse é o momento oportuno para avaliar o que aprenderam e as dificuldades que ainda enfrentam. Planeje estratégias e/ou atividades para ajudá-los a superar as dificuldades diagnosticadas.
- Para apoiar os estudantes a apontar suas dificuldades, sugerimos a estratégia a seguir. Solicite que revejam as atividades realizadas durante o desenvolvimento da Unidade. Em seguida, peça que listem as atividades dos Capítulos 1, 2 e 3 em cujas resoluções tiveram dificuldades. Depois, relacionem as atividades listadas com os conteúdos estudados. Por fim, oriente-os a, em grupos, resolver as atividades listadas e a formular questões sobre as dúvidas que ainda tiverem a fim de que você as esclareça.
- Exemplo de resposta da atividade **1** de *Observe e responda*: Sabendo que cada time pode ser composto de 4 ou 5 jogadores, quantos times podem ser formados com os 40 estudantes dessa turma?
- Na atividade **3**, espera-se que os estudantes relatem situações em que sejam usados números negativos, como uma temperatura abaixo de 0 °C ou o saldo de uma conta bancária.

Para finalizar

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

ORGANIZE SUAS IDEIAS

OBSERVE E RESPONDA

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

Considere estas imagens.

1

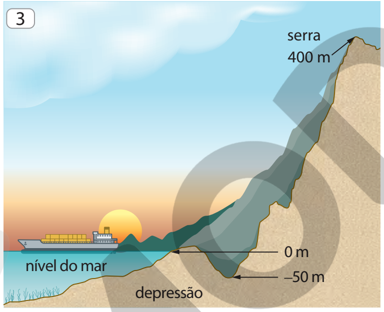
MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

2

ROMAN BABAKIN/SHUTTERSTOCK

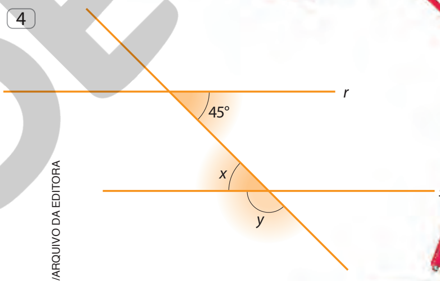
Medidor de temperatura na Lapônia, Finlândia. Foto de 2017.

3



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

4



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

5

PHOTOBALANCE/GETTY IMAGES

Luminária articulada.

Com base nas imagens e também no que você aprendeu nesta Unidade, faça o que se pede.

1. Elabore um problema que possa ser resolvido com base na primeira imagem envolvendo o conceito de divisibilidade. **Observe e responda: 1.** Resposta pessoal.
2. Nas imagens 2 e 3, os números inteiros negativos foram usados para representar o quê? **Observe e responda: 2.** medidas de temperatura e de altitude
3. Em que outras situações os números inteiros negativos são utilizados? Crie situações-problema que exemplifiquem esse uso. **Observe e responda: 3.** Resposta pessoal.

4. Observe as retas paralelas *r* e *s* cortadas por uma transversal. Qual é a medida de *x* e a de *y* na imagem 4? **Observe e responda: 4.** $x = 45^\circ$ e $y = 135^\circ$

5. Observe o ângulo destacado na foto da luminária. Ele é agudo, reto ou obtuso? **Observe e responda: 5.** obtuso

REGISTRE

Para finalizar o estudo desta Unidade, faça o que se pede. **Registre:** Respostas e comentários em *Orientações.*

1. Escreva um texto para explicar a um colega como se obtêm o mmc e o mdc entre dois números. Exemplifique esses conceitos com situações.

2. Há alguma relação entre o conjunto dos números inteiros e o conjunto dos números naturais? Explique sua resposta com um desenho ou esquema.

3. Explique o passo a passo para realizar a medição da abertura de um ângulo utilizando um transferidor.

4. Na abertura desta Unidade, você respondeu a algumas questões no boxe "Para começar...". Compare as respostas dadas àquelas questões com as respostas que você daria agora e escreva um texto explicando o que você aprendeu nesta Unidade.

Para conhecer mais

Números com sinais: uma grande invenção!
(Coleção Contando a história da Matemática)
Oscar Guelli
São Paulo: Ática, 2000.

Além de abordar temas da história da Matemática, como o surgimento dos sinais de adição e de subtração, esse livro traz jogos, curiosidades e passatempos instigantes envolvendo números positivos e negativos, os sinais de maior e de menor, mensagens em código e muito mais.

REPRODUÇÃO/EDITORA ÁTICA

REPRODUÇÃO/EDITORA ÁTICA

História de sinais
(Coleção A descoberta da Matemática)
Luzia Faraco Ramos
São Paulo: Ática, 2008.

Um hóspede inesperado contraria a rotina de Milena e de suas amigas. O encontro de Alexandre e Milena vai trazer muitas mudanças para a vida da garota. Romance, intrigas e ciúme compõem uma interessante história que envolve conteúdos matemáticos, como operações com sinais e cálculo de expressões. No final do livro, há um minialmanaque com curiosidades, desafios e passatempos matemáticos.

- Na atividade **4**, como os ângulos correspondentes, determinados por duas retas paralelas interceptadas por uma transversal, são congruentes, e os ângulos opostos pelo vértice também são congruentes, temos: $x = 45^\circ$
- Como os ângulos *x* e *y* são suplementares, temos: $x + y = 180^\circ \Rightarrow 45^\circ + y = 180^\circ \Rightarrow$ $\Rightarrow y = 135^\circ$
- Na atividade **5**, espera-se que os estudantes classifiquem o ângulo como obtuso, pois sua medida de abertura é maior que 90° e menor que 180°.
- Na atividade **1** de *Registre*, se julgar oportuno, explore com os estudantes a situação introdutória deste tópico, destacando a aplicação do mínimo múltiplo comum (mmc). Incentive-os a elaborar o texto, validando-o à medida que as explicações dos procedimentos forem compreendidas.
- Na atividade **2**, espera-se que os estudantes expliquem que o conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números inteiros. Eles podem explicar essa inclusão com a reta numérica.
- Na atividade **3**, espera-se que os estudantes expliquem com as próprias palavras que, para medir a abertura de um ângulo, é necessário: colocar o centro do transferidor sobre o vértice do ângulo; alinhar a marcação na medida 0° do transferidor com um dos lados do ângulo; verificar a marca do transferidor sobre a qual o outro lado do ângulo passa.
- Incentive os estudantes a revisitarem a abertura desta Unidade, que trata dos Jogos Olímpicos em Tóquio.
- Os livros paradidáticos podem ser usados como material complementar e também auxiliam na aprendizagem. Em *Para conhecer mais* são sugeridos livros que tratam do surgimento dos sinais de adição e de subtração, operações com sinais e cálculos de expressões.

Abertura da Unidade 2

Conteúdos

- Nesta Unidade, serão trabalhados vários conceitos relacionados às unidades temáticas Números, Álgebra, Grandezas e medidas e Probabilidade e Estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC.

Orientações

- Para trabalhar com esta página, realize uma pesquisa prévia sobre jogos parecidos com o da tela apresentada na imagem. Nesses tipos de jogos, é possível explorar conceitos envolvendo figuras geométricas espaciais, assim como medidas de áreas e de volumes, a partir de mundos envolventes e desafios.
- A proposta da página se aproxima ao universo dos estudantes, uma vez que os jogos de *videogame* fazem parte da cultura juvenil e podem ser aliados em alguns desenvolvimentos próprios da juventude, como melhorar a coordenação motora, auxiliar no raciocínio lógico e espacial, ajudar a lidar com frustrações, entre outras. Convém ressaltar aos estudantes que nem todos os jogos são apropriados a suas idades e que jogar por muito tempo também pode trazer malefícios, como sedentarismo.
- Na questão **1**, deixe os estudantes comentarem suas experiências sobre jogos. Aproveite o momento para apresentar mais informações para aqueles que não conhecem ou nunca jogaram. Ao final dessa questão, certifique-se de que os estudantes compreenderam a estrutura desse tipo de jogo, bem como seu funcionamento.
- Caso os estudantes apresentem dificuldades na questão **3**, represente o cubo no quadro e, com o auxílio deles, identifique suas arestas e as respectivas medidas de comprimento. Essa questão tem por objetivo verificar se eles recordam-se da definição de metro cúbico. A compreensão envolvida nessa questão auxiliará na resolução da questão **4**.
- Ao final da questão **4**, se julgar conveniente, peça a alguns estudantes que representem suas construções no quadro. Por fim, converse com eles a fim de que compreendam que a disposição dos blocos não importa para que a medida de volume seja 30 metros cúbicos, mas sim a quantidade utilizada.
- Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.

UNIDADE 2

Capítulo 4	**Números racionais**
Capítulo 5	**Grandezas e medidas**
Capítulo 6	**Cálculo algébrico**

Habilidades da BNCC trabalhadas nesta Unidade:

EF07MA05
EF07MA06
EF07MA07
EF07MA08
EF07MA10
EF07MA11
EF07MA12
EF07MA13
EF07MA14
EF07MA15
EF07MA16
EF07MA29
EF07MA30
EF07MA35

JOÃO SALOMÃO/ARQUIVO DA EDITORA

JOGOS ELETRÔNICOS

Existem vários jogos eletrônicos em que os jogadores exploram mundos tridimensionais em blocos, podendo descobrir e extrair matérias-primas e ferramentas, construir estruturas e muito mais.

Alguns dos elementos, como água, madeira, pedra e ferro, são representados por blocos com formato cúbico de mesma dimensão e podem ser empilhados para construir montanhas, casas, piscinas, entre outras estruturas. Basta usar a criatividade!

Para começar...: 1. Resposta pessoal.
2. Com empilhamento de blocos.
3. 1 metro cúbico
4. 30 blocos

Para começar...

1. Você joga ou já jogou algum jogo eletrônico parecido com o representado na imagem? Comente.
2. De acordo com o texto, como são construídas as estruturas nesse tipo de jogo?
3. Se os blocos que representam os elementos de água tivessem arestas que medem 1 m de comprimento, qual seria a medida do volume de cada um deles?
4. Imagine que você estivesse jogando e que os blocos de água tivessem arestas medindo 1 m de comprimento. Quantos blocos de água seriam necessários caso você quisesse construir uma piscina com medida de volume igual a 30 metros cúbicos?

CAPÍTULO 4

Números racionais

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF07MA05
EF07MA06
EF07MA07
EF07MA08
EF07MA10
EF07MA11
EF07MA12

1 Números racionais

O pinguim-imperador habita o continente mais frio do planeta, a Antártida, e, diferentemente de outras aves, se reproduz no inverno, e não na primavera.

Conheça, a seguir, outras características dessa ave de grande porte.

1 Nome científico e medidas
Nome científico: *Aptenodytes forsteri*
Medida da altura: **1,20** m
Medida da massa: **40** kg

No inverno, as temperaturas na Antártida podem medir **–65** °C.

2 Onde vive
Na Antártida, continente gelado que representa quase $\frac{1}{10}$ da medida da área continental do planeta.
Sua população é estimada em **440 000** animais.

3 De que se alimenta
Pode mergulhar a uma medida de **500** metros de profundidade para se alimentar de pequenos peixes, lulas e *krill* (tipo de crustáceo). Pode permanecer submerso por, aproximadamente, **9** minutos.

FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

Para caracterizar o pinguim-imperador, utilizamos informações baseadas em números, como 440 000, –65, 500, 9 e 40, que pertencem ao conjunto dos números inteiros, estudado no Capítulo 2.

E os números $\frac{1}{10}$ e 1,20, a que conjunto numérico pertencem?

Dizemos que $\frac{1}{10}$ é uma **fração**. O número 1,20 também pode ser escrito como uma fração. Observe.

$$1{,}20 = \frac{120}{100}$$

Números que podem ser escritos na forma fracionária, ou seja, na forma $\frac{a}{b}$, sendo a e b números inteiros e $b \neq 0$, são chamados **números racionais**.

Logo, dizemos que $\frac{1}{10}$ e 1,20 são números racionais.

Números racionais

Objetivos

- Reconhecer os números racionais.
- Compreender o conceito de módulo de um número racional.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF07MA05, EF07MA06, EF07MA07, EF07MA08 e EF07MA10 e da competência específica 5 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- O desenvolvimento das habilidades EF07MA05, EF07MA06 e EF07MA07 é favorecido na medida em que os estudantes podem utilizar diferentes algoritmos na resolução de atividades, reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas relacionados à comparação de números racionais podem ser obtidas com os mesmos procedimentos e, ainda, representar os passos utilizados para resolver problemas por meio de um fluxograma. Já as habilidades EF07MA08 e EF07MA10 têm seu desenvolvimento favorecido na medida em que são solicitadas comparações entre números racionais e esses números são associados a pontos da reta numérica.

Orientações

- Inicialmente, comente com os estudantes que a ilustração apresentada é artística e não representa as dimensões reais dos animais.
- Explique que os números inteiros não dão conta de expressar algumas medidas de comprimento, de massa, de capacidade, de tempo etc. e que, para isso, precisamos recorrer aos números racionais positivos ou negativos.
- Ao trabalhar com o conteúdo deste tópico, os estudantes são levados a desenvolver a competência específica 5, uma vez que utilizam, por exemplo, o fluxograma (ferramenta matemática) para resolver problemas e validar estratégias e resultados.

(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.

(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

(EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.

(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.

Competência específica 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

- Em relação aos números considerados no início da página, peça aos estudantes que deem mais exemplos de formas fracionárias, como $40 = \frac{80}{2}$; $500 = \frac{1\,000}{2}$; $9 = \frac{18}{2}$ etc.
- Nesse estudo do conjunto dos números racionais, busca-se uma ampliação dos conjuntos numéricos, sendo relevante dar ênfase às diferentes representações que um mesmo número pode ter: fracionária, decimal e percentual. Essas representações tomarão sentido à medida que forem contextualizadas e relacionadas entre si.
- No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes respondam com suas palavras que qualquer número inteiro pode ser representado por uma fração (com numerador e denominador inteiros e denominador não nulo), sendo, portanto, um número racional. Por exemplo, o número –2 pode ser representado por $-\frac{2}{1}$ ou $-\frac{4}{2}$ ou, ainda, por $-\frac{6}{3}$ e assim por diante. Os números naturais também podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$; logo, também são racionais.

Os números 40, 440 000, –65, 500 e 9 também podem ser escritos na forma fracionária. Observe um exemplo de forma fracionária desses números.

- $40 = \frac{40}{1}$
- $-65 = -\frac{65}{1}$
- $9 = \frac{9}{1}$
- $440\,000 = \frac{440\,000}{1}$
- $500 = \frac{500}{1}$

Assim, 40, 440 000, –65, 500 e 9 também são números racionais.

Conjunto dos números racionais

Todo número que pode ser escrito na forma fracionária, com denominador e numerador inteiros e denominador diferente de zero, pertence ao **conjunto dos números racionais**, que indicamos por $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b}, \text{ sendo } a \text{ e } b \text{ números inteiros e } b \neq 0\right\}$$

Para pensar

- Podemos dizer que todo número inteiro é também um número racional?
- Podemos dizer que os números naturais também são números racionais?

Para pensar: Respostas em *Orientações.*

Os números racionais são usados em muitas situações do nosso dia a dia. Observe algumas delas a seguir.

FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

Observações

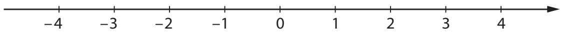
- A palavra "racional", derivada de "razão", quer dizer "comparar por meio da divisão", e o símbolo $\mathbb{Q}$, vem da palavra "quociente".
- Existem números que não são racionais, ou seja, não podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$. Observe alguns exemplos.
  - $\sqrt{2} = 1{,}41421356237...$
  - $-4{,}121221222...$
  - $\sqrt{35} = 5{,}916079783...$

  Esses números serão estudados futuramente.

Representação dos números racionais na reta numérica

Assim como os números inteiros, os números racionais também podem ser representados na reta numérica.

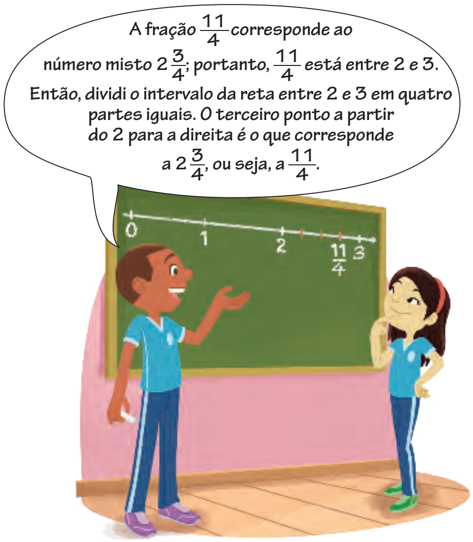
Observe esta reta numérica, com a representação de alguns pontos correspondentes a números inteiros.



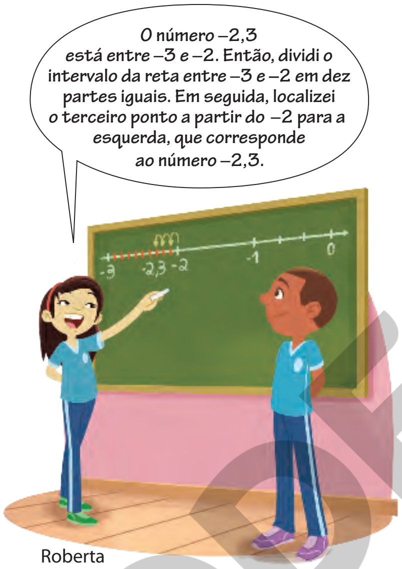
ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Cada número inteiro corresponde a um ponto, e a medida da distância entre dois pontos consecutivos é sempre a mesma.

Marcados os números inteiros, podemos localizar os pontos dos demais números racionais. Observe, por exemplo, como Rubens e Roberta fizeram para representar os números $\frac{11}{4}$ e –2,3 na reta numérica.



Rubens



Roberta

ILUSTRAÇÕES: FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

Para pensar

Como você faria para representar o número –0,333... na reta numérica? **Para pensar:** Resposta em *Orientações.*

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Quais dos números a seguir são racionais? Por quê?

–2,3 –9 $-3\frac{1}{2}$ $\sqrt{6}$ $\frac{7}{2}$ 2,82 0 $-\frac{9}{10}$ $\sqrt{9}$

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

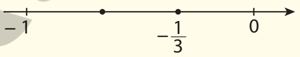
1. –2,3, –9, $-3\frac{1}{2}$, 2,82, 0, $-\frac{9}{10}$, $\sqrt{9}$, $\frac{7}{2}$; porque podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, com *a* e *b* inteiros e $b \neq 0$.

2. Responda às questões no caderno.

a) O número $\frac{17}{5}$ é racional? Justifique sua resposta. **2. a)** Sim; porque $\frac{17}{5}$ é fração cujo numerador e denominador são números inteiros, e $5 \neq 0$.

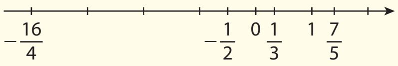
b) Na reta numérica, $\frac{17}{5}$ está entre quais números naturais? **2. b)** 3 e 4

- Antes de os estudantes analisarem os procedimentos usados por Rubens e Roberta para representar os números $\frac{11}{4}$ e –2,3 na reta numérica, proponha que representem esses números utilizando suas estratégias pessoais e, depois, incentive-os a compartilhar com os colegas o modo como fizeram. Essa ação visa auxiliar na construção do raciocínio de cada estudante e estimular os estudantes a ajudar os colegas com dificuldade. Faça intervenções ao perceber que algum estudante se sente inferior aos colegas.
- No boxe *Para pensar,* espera-se que os estudantes respondam que –0,333... é o resultado de (–1) : 3, que corresponde a $-\frac{1}{3}$, que, por sua vez, está entre –1 e 0. Então, dividimos o intervalo da reta entre –1 e 0 em três partes iguais. O primeiro ponto a partir do 0 para a esquerda é o que corresponde a $-\frac{1}{3}$, ou seja, a –0,333...



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

- A atividade **3** permite mostrar que há diferentes maneiras de localizar na reta numérica os números racionais na forma fracionária. Uma delas é transformar a fração em número decimal. Compartilhar a descrição dos estudantes permite a eles observar diferentes estratégias para a resolução.
- A representação da reta numérica com os números indicados fica da seguinte maneira:



ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

- Na atividade **5**, os estudantes também têm a oportunidade de utilizar diferentes algoritmos para comparar dois números racionais, uma vez que no item **a** eles devem explicar quem está correto e, para isso, podem utilizar uma estratégia pessoal. No item **b** devem utilizar a reta numérica como recurso de comparação. Espera-se que percebam que a reta numérica é um recurso importante para comparar medidas de temperatura e, também, números racionais. Com a reta, podemos observar que $-8{,}2 < -7{,}3$, confirmando, assim, que Nélson estava certo. Os estudantes podem notar que, na comparação de dois números, o maior está sempre à direita do menor na reta numérica.
- Na atividade **9**, pode-se solicitar aos estudantes que comparem as duas situações e observem que a parte coberta pelo quadrado amarelo é a mesma nos dois casos; o que ocorreu foi apenas um deslocamento. No primeiro caso, é mais fácil identificar que se trata de um quarto da figura azul; a mesma resposta é válida para o segundo caso.

---

5. a) Nélson, pois –8,2 °C (medida de temperatura em Urupema) é menor que –7,3 °C (medida de temperatura em Bom Jardim).

3. Descreva como podemos localizar na reta numérica os pontos correspondentes aos números racionais abaixo. **3.** Resposta em *Orientações*.

$\frac{7}{5}$ $-\frac{16}{4}$ $-\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$

NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

- Construa uma reta numérica no caderno e localize esses números.

4. Descubra entre quais números inteiros consecutivos estão os números racionais abaixo.

a) $-\frac{5}{7}$ **4. a)** –1 e 0

b) $\frac{15}{6}$ **4. b)** 2 e 3

c) $-\frac{8}{3}$ **4. c)** –3 e –2

d) $-3\frac{1}{4}$ **4. d)** –4 e –3

e) $\frac{9}{7}$ **4. e)** 1 e 2

f) $4\frac{5}{7}$ **4. f)** 4 e 5

5. Juliana e Nélson leram no jornal as medidas de temperatura do dia 20 de julho de 2021.

Dados obtidos por Juliana e Nélson em 21 jul. 2021.

ILUSTRAÇÕES: AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

Depois, fizeram os comentários a seguir.

Nélson

5. b)

6. *C*: 5,2 ou $5\frac{1}{5}$; *D*: 5,4 ou $5\frac{2}{5}$; *E*: 5,6 ou $5\frac{3}{5}$; *F*: 5,8 ou $5\frac{4}{5}$

Lembre-se:
Escreva no caderno!

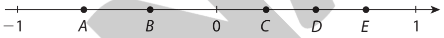
a) Quem está certo: Juliana ou Nélson? Por quê?

b) Represente as medidas de temperatura em uma reta numérica. O que você pode concluir sobre a comparação das medidas de temperatura? Isso é válido para a comparação de qualquer número racional com outro racional? Converse com um colega sobre o modo como chegaram a essa conclusão.

6. Observe o segmento $\overline{AB}$ e os pontos *C*, *D*, *E* e *F*, que dividem $\overline{AB}$ em 5 partes iguais.

- Sabendo que *A* representa o número 5 e *B*, o número 6, descubra os números racionais que representam os pontos *C*, *D*, *E* e *F*.

7. Sabendo que *A* e *B* dividem a parte da reta numérica entre –1 e 0 em 3 partes iguais e que *C*, *D* e *E* dividem a parte da reta entre 0 e 1 em 4 partes iguais, responda: quais são os números racionais correspondentes a esses pontos?



8. Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras ou falsas.

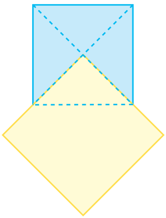
a) Todo número natural é inteiro, mas nem todo número natural é racional. **8. a)** falsa

b) Todo número inteiro é racional, mas nem todo número inteiro é natural. **8. b)** verdadeira

c) A raiz quadrada de 144 é um número natural, mas não é um número racional. **8. c)** falsa

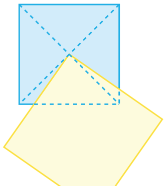
9. Que fração do quadrado azul está coberta pelo quadrado amarelo em cada caso?

a)



9. a) $\frac{1}{4}$

b)



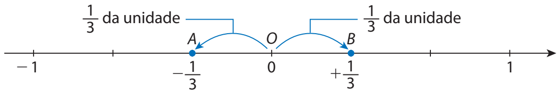
9. b) $\frac{1}{4}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

7. *A*: $-\frac{2}{3}$; *B*: $-\frac{1}{3}$; *C*: $\frac{1}{4}$; *D*: $\frac{1}{2}$; *E*: $\frac{3}{4}$

Módulo ou valor absoluto de um número racional

Observe a representação de $-\frac{1}{3}$ e $+\frac{1}{3}$ na reta numérica.



Os pontos *A* e *B* estão situados à mesma medida de distância da origem *O*.

Essa medida de distância é representada pelo número positivo $\frac{1}{3}$, que se chama **módulo** ou **valor absoluto** dos números $-\frac{1}{3}$ e $+\frac{1}{3}$.

Indicamos: $\left|-\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{3}$ e $\left|+\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{3}$

Como $-\frac{1}{3}$ e $+\frac{1}{3}$ são números de sinais contrários e têm o mesmo módulo, dizemos que eles são **opostos** ou **simétricos**.

Comparação de números racionais

Que número é maior: $\frac{10}{4}$ ou $\frac{12}{8}$?

Observe dois modos de comparar esses números.

1º) Escrevendo-os na forma decimal:

$\frac{10}{4} = 10 : 4 = 2{,}5$ e $\frac{12}{8} = 12 : 8 = 1{,}5$

Como $2{,}5 > 1{,}5$, concluímos que $\frac{10}{4} > \frac{12}{8}$.

2º) Escrevendo-os na forma fracionária com o mesmo denominador: $\frac{10}{4} = \frac{20}{8}$ (frações equivalentes)

Como $\frac{20}{8} > \frac{12}{8}$, pois $20 > 12$, concluímos que $\frac{10}{4} > \frac{12}{8}$.

Também podemos comparar dois números racionais com base na reta numérica. O maior número está sempre à direita do menor.

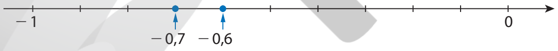
Por exemplo, que número é maior: $-\frac{3}{5}$ ou $-\frac{11}{15}$?

30 |5
0 0,6

110 |15
50 0,733...
50
5

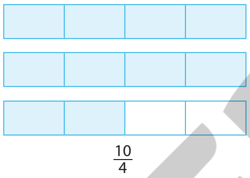
$-\frac{3}{5} = -0{,}6$ e $-\frac{11}{15} = -0{,}733...$

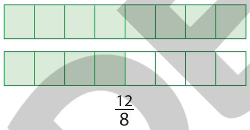
Para a representação na reta numérica, vamos aproximar −0,733... para −0,7.



Então, $-0{,}6 > -0{,}7$, ou seja, $-\frac{3}{5} > -\frac{11}{15}$.

Observação





Também podemos concluir que $\frac{10}{4}$ é maior que $\frac{12}{8}$ analisando as figuras acima.

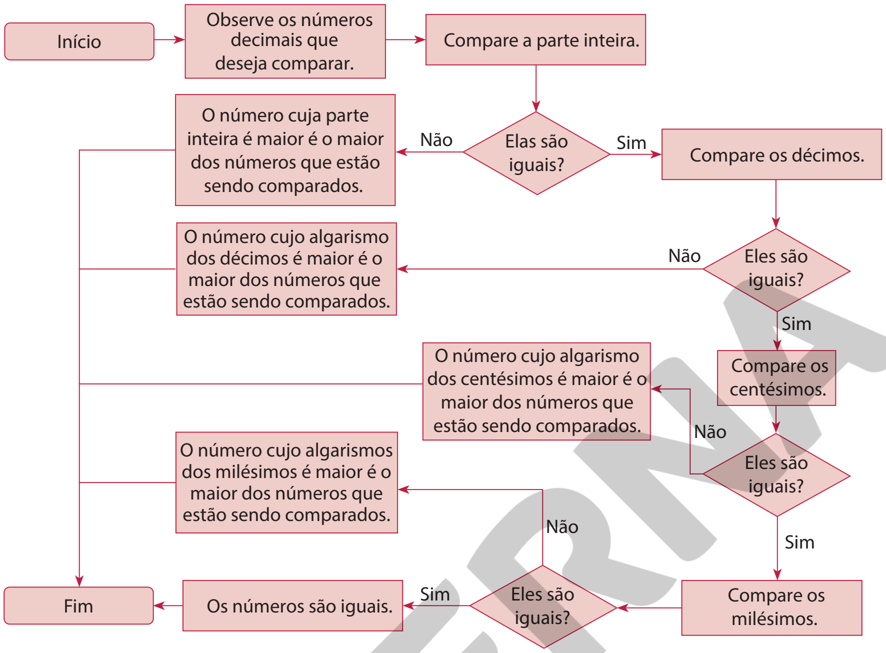
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- É importante que os estudantes compreendam que o módulo ou o valor absoluto de um número racional corresponde à medida de sua distância até a origem. Se julgar conveniente, peça a eles que determinem o módulo de outros números racionais com e sem o auxílio da reta numérica.
- Reforce com a turma que os números opostos têm sempre o mesmo módulo, uma vez que apresentam a mesma medida de distância até a origem (zero).
- São apresentadas duas estratégias para comparar números na forma de fração com denominadores diferentes. Uma delas utiliza a noção de frações equivalentes. Se julgar conveniente, retome esse conceito com a turma.

- No boxe *Pensamento computacional*, os estudantes terão a oportunidade de ler um fluxograma que representa os passos utilizados para comparar números decimais cujas casas decimais vão até os milésimos e, em seguida, utilizar esse fluxograma para comparar dois desses números. Por meio dessa atividade é possível refletir que há grupos de problemas que têm a mesma estrutura e podem ser resolvidos utilizando os mesmos procedimentos; além disso, é possível representar esses procedimentos por meio de um fluxograma, o que favorece o desenvolvimento das habilidades EF07MA05, EF07MA06 e EF07MA07 e da competência específica 5 da BNCC.
- A atividade **4** permite aos estudantes explicar como comparar dois números racionais por meio de dois algoritmos diferentes. É importante compartilhar os procedimentos para que eles ampliem o repertório de resolução de problemas. Além disso, ao transformar em fluxograma um dos procedimentos usados na comparação de números racionais, os estudantes desenvolverão a habilidade EF07MA07. Se julgar oportuno, auxilie-os a escrever os procedimentos antes de construírem o fluxograma. É interessante que eles troquem o fluxograma com um colega, para que um valide o do outro e faça críticas a fim de melhorar essa construção.

PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Renata estava comparando números decimais cujas casas decimais vão até os milésimos. Ela percebeu que é possível criar um fluxograma para utilizar sempre que quiser comparar esse tipo de número. Observe.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, utilize o fluxograma de Renata para comparar os números 15,321 e 15,324.

Pensamento computacional: 15,324 > 15,321

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule o módulo ou valor absoluto dos números a seguir.

a) $-\frac{1}{2}$ **1. a)** $\frac{1}{2}$

b) 1,54 **1. b)** 1,54

c) $-\frac{7}{9}$ **1. c)** $\frac{7}{9}$

d) −0,612 **1. d)** 0,612

e) $1\frac{7}{9}$ **1. e)** $1\frac{7}{9}$

f) −0,25 **1. f)** 0,25

2. Qual é o menor número racional em cada caso?

a) −0,5 e $-\frac{2}{3}$ **2. a)** $-\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{3}$ e $\frac{5}{4}$ **2. b)** $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{6}$ e 0,25 **2. c)** $\frac{1}{6}$

d) $-\frac{1}{5}$ e −0,3 **2. d)** −0,3

3. Usando os símbolos $<$, $>$ ou $=$, compare os números abaixo.

a) 7,3 e $\frac{15}{4}$

b) $\frac{101}{5}$ e 20,25

c) −3,2 e $-\frac{16}{5}$

d) 0,02 e $\frac{1}{50}$

3. a) $7{,}3 > \frac{15}{4}$ ou $\frac{15}{4} < 7{,}3$ **3. b)** $\frac{101}{5} < 20{,}25$ ou $20{,}25 > \frac{101}{5}$ **3. c)** $-3{,}2 = -\frac{16}{5}$ **3. d)** $0{,}02 = \frac{1}{50}$

4. Explique dois procedimentos diferentes para comparar dois números racionais: um que está na forma fracionária e outro na forma decimal. **4.** Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

- Construa um fluxograma para representar um dos dois procedimentos.

5. Escreva os números racionais abaixo em ordem crescente. **5.** $-3,5 < -\frac{564}{200} < -\frac{3}{5} < \frac{1}{2} < \frac{30}{25} < 1,3 < 5 < 5,68$

$5,68$ $\frac{30}{25}$ $-3,5$ $\frac{1}{2}$ 5 $-\frac{564}{200}$ $1,3$ $-\frac{3}{5}$

ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

6. Identifique o menor número racional em cada caso com base na reta numérica.

a) 23 e 23,5 **6. a)** 23 **b)** $\frac{11}{5}$ e 2,25 **6. b)** $\frac{11}{5}$ **c)** 54 e $-\frac{524}{10}$ **6. c)** $-\frac{524}{10}$ **d)** 2 e $-5,2$ **6. d)** $-5,2$

7. Encontre três números racionais compreendidos entre:

a) 0 e 0,001;

b) $-\frac{45}{16}$ e $-\frac{25\,313}{9000}$;

c) $\frac{5}{8}$ e $\frac{7}{10}$;

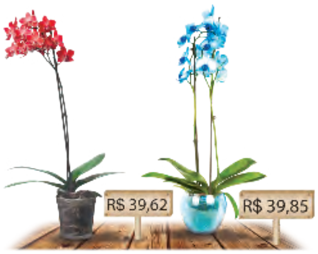
d) 0,4 e $\frac{3}{7}$;

e) $\frac{9}{7}$ e 1,34;

f) $-0,1256$ e $-0,1427$.

8. Dalva queria comprar um vaso de flores para enfeitar sua casa. Chegando à floricultura, gostou de dois vasos de orquídeas. Observe-os.

- Quando foi pagar, ela contou o dinheiro e viu que tinha R$ 39,72. Qual dos vasos Dalva pôde levar para casa? **8.** o vaso de R$ 39,62



KULISH VIKTORIIA/SHUTTERSTOCK

RUSLAN IVANTSOV/SHUTTERSTOCK

9. Observe o extrato bancário e responda à questão.

BANCO S/A - EXTRATO BANCÁRIO
AGÊNCIA 007 - C/C 012345-6
DATA 5/11/2021 HORA 13:20:01

Data Histórico Valor R$
23/9 - Depósito.. 350,35 +
27/9 - Sapataria.. 75,27 −
1/10 - Frutas SA.. 75,36 −
15/10 - Conta de energia...................... 151,27 −
30/10 - Aluguel.. 958,36 −

FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

7. Exemplo de respostas:
a) 0,0001; 0,0009; 0,00052;
b) –2,81251; –2,81252; –2,81253;
c) 0,63; 0,66; 0,69;
d) 0,41; 0,419; 0,4156;
e) 1,3; 1,339; 1,32;
f) –0,129; –0,13; –0,135

- Em que dia houve o maior gasto? E o menor? **9.** 30/10; 27/9

10. Observe as menores medidas de temperatura registradas em alguns municípios brasileiros em 29 de julho de 2021.

Medidas de temperatura mínima registradas em alguns municípios brasileiros em 29 jul. 2021

Município	Medida de temperatura mínima
Canela (RS)	–1,2 °C
Colombo (PR)	–0,7 °C
Rancharia (SP)	–0,5 °C
Rio Brilhante (MS)	3,4 °C
Ponta Porã (MS)	2,6 °C
Chapecó (SC)	–0,1 °C

Dados obtidos em um aplicativo de previsão do tempo em 14 fev. 2022.

- Escreva as medidas de temperatura em ordem decrescente.

10. 3,4 °C; 2,6 °C; –0,1 °C; –0,5 °C; –0,7 °C; –1,2 °C

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9610 de 19 de fevereiro de 1998.

- Após a resolução da atividade **7**, sugira aos estudantes que compartilhem, em grupos ou duplas, suas respostas e comparem os números encontrados. Auxilie-os a perceber que há infinitas respostas para cada um dos itens.
- Se considerar adequado, após a resolução, complemente a atividade **8** com alguns questionamentos: "Quanto sobrará de troco caso Dalva compre o arranjo mais barato? (R$ 0,10) O que é possível adquirir com esse troco? Quanto faltou para comprar o arranjo mais caro? (R$ 0,13) Você acredita que seria possível negociar essa diferença com o vendedor?".
- Com o intuito de levantar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação à subtração com números racionais, pode-se, na atividade **10**, pedir que determinem a diferença entre a maior e a menor medida de temperatura mínima (4,6 °C). Esse pode ser o momento oportuno para avaliar se confundem o sinal do número com o sinal da operação.

Compreender um texto

Objetivos

- Desenvolver a competência leitora.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA10 da BNCC.
- Possibilitar o desenvolvimento de aspectos do Tema Contemporâneo Transversal **Educação para o consumo**.

Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA10 ao propor que os estudantes comparem e ordenem números racionais.

Orientações

- O texto e imagens apresentados na seção abordam um tema importante para formação cidadã dos estudantes, uma vez que propõe ações para o consumo consciente e sustentável. Avalie a possibilidade de organizar uma feira de trocas, com o objetivo de os estudantes colocarem em prática no ambiente escolar uma das ações apresentadas. Oriente-os a separar alguns dos itens citados, como roupas, sapatos, livros, brinquedos etc., em bom estado, e combine um dia para a realização da feira. Propostas como essa possibilitam o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação para o consumo** da macroárea **Meio Ambiente**.

Compreender um texto

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

O consumo consciente também pode ser divertido

Você sabe o que é consumo consciente, também chamado sustentável? Essa é uma maneira de consumir que leva em consideração o impacto de nossas ações no meio ambiente, na sociedade em que vivemos e até mesmo na nossa vida financeira.

Leia a seguir algumas dicas, sugeridas em uma publicação do Ministério do Meio Ambiente, para praticar o consumo sustentável.

> [...]
>
> **Ganhou, doou!**
>
> Para que os armários não fiquem cheios de coisas guardadas que não usamos mais e ocupem muito espaço que tal fazer um combinado? Para cada brinquedo ou roupa nova que ganhar ou comprar que tal doar aquilo que ficou antigo para outras crianças? E o mais legal é que para o novo dono, tudo será novo! Vale experimentar porque essa moda pode pegar!
>
> **Eu quero ou Eu preciso?**
>
> Vocês já pararam para pensar de onde vem nossa vontade de comprar alguma coisa? Será que tudo o que é anunciado na tevê nos interessa de verdade ou é um desejo passageiro? E, por último, será que precisamos de todas essas coisas e podemos comprar tudo que queremos? Por isso, que tal combinar primeiro o que vamos comprar ou se vamos comprar algo antes de ir passear num *shopping* ou supermercado? Assim ninguém fica triste; pais ou crianças. Outra ideia bacana é fazer uma economia junto com nossos pais para comprar algo que queremos muito ou escolher uma data bem especial para esse presente.

DOUGLAS FRANCHIN/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.

Trocar pode ser mais divertido do que comprar...

Vocês sabiam que crianças de outros lugares e países adoram trocar coisas em feiras? Muitas vezes famílias ou grupos de amigos organizam feiras de troca em espaços públicos como praças, igrejas ou parques. A ideia é muito simples: basta escolher um tema – roupas, material escolar, jogos, brinquedos, sapatos – e levar aquilo que não usamos ou não gostamos mais para trocar por outros itens. A única regra é querer trocar [...].

Sabia que lanches mais saudáveis podem gerar menos lixo?

Será que podemos escolher nossos lanches de maneira mais saudável e que não deixe tanto lixo? Frutas, sucos naturais e sanduíches feitos em casa são uma boa opção para nossa saúde e para a natureza. Uma boa ideia é tentar escolher nossos lanches não só pelos personagens que estão nas embalagens, mas pelas coisas boas que esses alimentos podem trazer para nossa saúde. Usar lancheiras ou potinhos também contribui para diminuir o lixo. Peça ajuda para seus pais!

BRASIL, Ministério do Meio Ambiente e Instituto Alana. *Consumismo infantil*: na contramão da sustentabilidade. v. 3. Brasília, 2012. (Cadernos de consumo sustentável). Disponível em: https://criancaeconsumo.org.br/wp-content/uploads/2014/05/Consumismo-Infantil.pdf. Acesso em: 14 fev. 2022.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Qual das dicas apresentadas no texto você pratica ou gostaria de praticar no futuro? E como ela contribui para o consumo consciente? **1.** Resposta pessoal.

2. Pense no último produto que você comprou. Quais critérios você utilizou para realizar essa compra? **2.** Resposta pessoal.

3. Após conhecer as dicas apresentadas no texto, Marilda economizou dinheiro para comprar alguns materiais escolares. Além disso, ela realizou uma pesquisa de preço em duas lojas. Observe o resultado obtido por ela.

Pesquisa de preços

Produto	Preço (R$)	
	Loja A	Loja B
Lancheira	R$ 32,30	R$ 35,90
Estojo	R$ 17,50	R$ 14,99
Caixa de lápis de cor	R$ 7,80	R$ 6,99
Caderno	R$ 14,80	R$ 15,00

Dados obtidos por Marilda em fevereiro de 2022.

a) Em relação ao preço, em qual loja é mais vantajoso comprar o estojo? **3. a)** Loja B

b) Marilda vai comprar cada um desses produtos na loja que oferece o menor preço. Em qual loja ela vai comprar cada um deles? **3. b)** Lancheira: loja A; Estojo: loja B; Caixa de lápis de cor: Loja B; Caderno: Loja A

c) Escreva em ordem crescente os preços desses produtos na loja A. **3. c)** R$ 7,80; R$ 14,80; R$ 17,50; R$ 32,30

d) Com a ajuda de seus pais, Marilda já economizou R$ 80,00. Com essa quantia é possível comprar todos esses produtos? Justifique.

3. d) Sim, pois, ao realizar a compra de cada um desses produtos na loja que oferece o menor preço, Marilda vai gastar R$ 69,08, que é menor que R$ 80,00.

- O objetivo da atividade **1** é verificar se a turma compreendeu as dicas apresentadas no texto. Para aproximar o conteúdo abordado à realidade dos estudantes, incentive-os a comentar outras ações que praticam no cotidiano que contribuem para o consumo consciente e sustentável.
- Na atividade **2**, incentive os estudantes a comentar qual foi o último produto que compraram ou pediram de presente e quais foram os critérios adotados para essa decisão. Eles poderão citar itens como materiais escolares, brinquedos, roupas etc. O objetivo é fazer com que eles reflitam sobre seus hábitos de consumo. Se necessário, auxilie-os a identificar se os critérios utilizados foram baseados em necessidade ou desejo.

Adição e subtração com números racionais

Objetivos

- Calcular adições e subtrações com números racionais.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF07MA05, EF07MA06, EF07MA07 e EF07MA12 e das competências específicas 5 e 6 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF07MA05, EF07MA06 e EF07MA07, porque os estudantes deverão utilizar diferentes algoritmos para resolver um problema, reconhecer que problemas que tenham a mesma estrutura podem ser resolvidos pelos mesmos procedimentos e representar por meio de um esquema os passos para adicionar dois números na forma de fração. Já a habilidade EF07MA12 tem seu desenvolvimento favorecido na medida em que os estudantes deverão resolver e elaborar problemas que envolvam adição e subtração com números racionais.

Orientações

- É fundamental que o estudo das operações com números racionais esteja atrelado ao que os estudantes já conhecem a respeito das operações com números inteiros e que possam perceber o que continua e o que não continua válido.
- Na situação 1, explique a eles que o ponto marcado no termômetro da imagem representa a vírgula na representação decimal do número –2,7.
- Se julgar necessário, mostre aos estudantes como resolver as adições e as subtrações das situações 1, 2 e 3 por meio de “saltos” na reta numérica. Isso vai ajudá-los a compreender o porquê de o resultado obtido ser positivo ou negativo, além de contribuir para que ampliem o repertório de estratégias de cálculo.

2 Adição e subtração com números racionais

Em nosso cotidiano, observamos várias situações envolvendo adição e subtração com números racionais. Observe algumas delas a seguir.

Situação 1

Nas férias de julho, Bruno viajou para uma cidade muito fria. Na noite em que ele chegou à cidade, a medida de temperatura registrada nos termômetros era de –2,7 °C. Na noite seguinte, a medida de temperatura caiu 1,6 °C. Qual foi a medida de temperatura na segunda noite?

Para responder à questão, podemos calcular:

$$(-2{,}7) + (-1{,}6)$$

Se a situação envolvesse apenas números inteiros (por exemplo, –2 e –1), resolveríamos como foi explicado no Capítulo 2 deste livro:

$$(-2) + (-1) = -3$$

Com os números racionais não inteiros, adotamos o mesmo procedimento:

$$(-2{,}7) + (-1{,}6) = -4{,}3$$

Assim, a medida de temperatura na segunda noite foi de –4,3 °C.

Situação 2

Gilberto estuda o ecossistema marinho. Em uma de suas pesquisas, ele mergulhou a uma medida de profundidade de –16,5 m, ou seja, 16,5 m abaixo do nível do mar. Após 20 minutos, ele subiu 7,4 m para tirar fotos de alguns peixes. A qual medida de profundidade Gilberto estava quando fotografou os peixes?

Para responder à questão, devemos calcular:

$$(-16{,}5) + (+7{,}4)$$

Se Gilberto estivesse à medida de profundidade de –16 m e, depois, subisse 7 m, para descobrir a medida de profundidade a que ele chegou, faríamos:

$$(-16) + (+7) = \underset{\text{sinal do número com maior valor absoluto}}{-}\,\underset{\text{diferença entre os valores absolutos}}{9}$$

ILUSTRAÇÕES: FABIO EIJI SIRASUMA/ ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.

(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

(EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.

(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Competência específica 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Com os números racionais não inteiros, adotamos o mesmo procedimento usado para os números inteiros. Assim:

$$(-16{,}5) + (+7{,}4) = -9{,}1$$

Portanto, Gilberto fotografou os peixes à medida de profundidade de −9,1 m.

Situação 3

No mês passado, a conta bancária de Mariana estava com saldo negativo no valor de R$ 358,27. Neste mês, com os juros cobrados pelo banco, sua dívida passou a ser de R$ 583,54. Quantos reais a mais Mariana está devendo para o banco em relação ao mês anterior?

Para responder à questão, devemos calcular:

$$(-583{,}54) - (-358{,}27)$$

Se estivéssemos trabalhando apenas com valores inteiros (por exemplo, 583 e 358), resolveríamos como foi explicado no Capítulo 2 deste livro:

$$(-583) - (-358) = (-583) + \underbrace{358}_{\text{oposto de } -358} = -225$$

Com os números racionais não inteiros, adotamos o mesmo procedimento. Observe.

$$(-583{,}54) - (-358{,}27) =$$
$$= (-583{,}54) + 358{,}27 = -225{,}27$$

Portanto, Mariana está devendo para o banco R$ 225,27 a mais que no mês anterior.

Observação

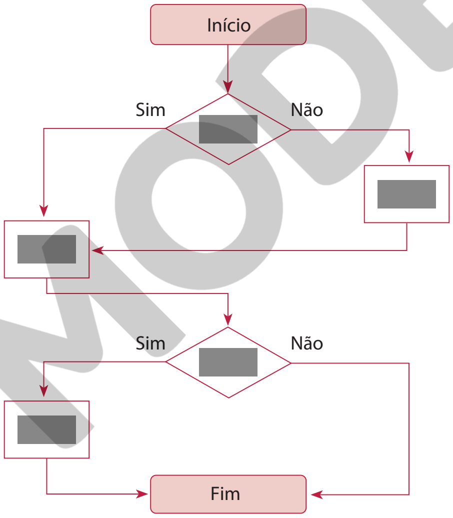
As propriedades da adição com números inteiros também são válidas para a adição com números racionais não inteiros.

PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Pensamento computacional: Respostas e comentários em *Orientações*.

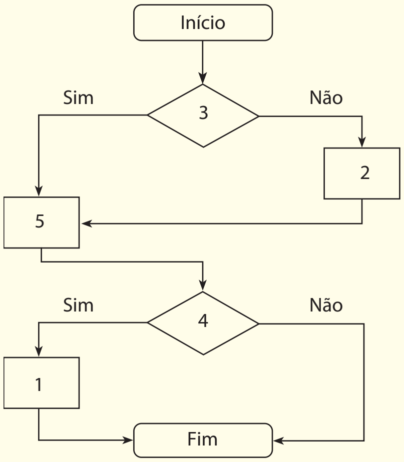
Paulo está com dificuldade para adicionar números racionais na forma de fração. Para ajudá-lo, Luana vai fazer um fluxograma usando frases e símbolos. Ajude-a copiando no caderno o fluxograma representado e substituindo cada retângulo cinza por uma das instruções a seguir.

1. Para simplificar a fração, divida o numerador e o denominador por um mesmo número, diferente de 0 e 1. Se necessário, repita o procedimento até obter uma fração irredutível.
2. Encontre frações equivalente às iniciais, com um mesmo denominador.
3. Responda: Os denominadores são iguais?
4. Responda: A fração que representa a soma pode ou deve ser simplificada?
5. Adicione os numeradores e conserve os denominadores.



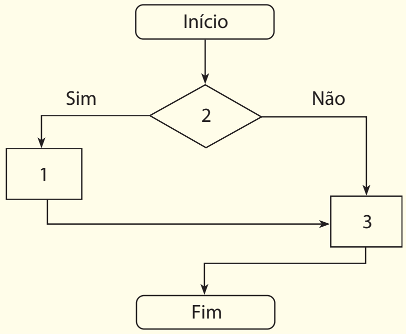
NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

- As situações apresentadas e a estratégia de utilizar fluxogramas para adicionar números racionais ajudam a desenvolver a competência específica 6, uma vez que incentivam os estudantes a sintetizar conclusões utilizando diferentes registros.
- No boxe *Pensamento computacional*, os estudantes terão a oportunidade de completar um fluxograma que representa os passos utilizados para adicionar frações de mesmo denominador ou com denominadores diferentes. Por meio dessa atividade, é possível explorar que há grupos de problemas que podem ser resolvidos por meio de uma sequência ordenada de passos, o que favorece o desenvolvimento das habilidades EF07MA05, EF07MA06 e EF07MA07 e da competência específica 5 da BNCC.
- Sempre que possível, incentive os estudantes a desenvolver estratégias que resolvam problemas com características parecidas, utilizando processos e ferramentas matemáticas já conhecidas. Essa prática ajuda a validar estratégias e resultados, conforme orienta a competência específica 5.
- Espera-se que os estudantes construam um fluxograma da seguinte maneira:



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

- Espera-se que os estudantes construam um fluxograma da seguinte maneira:

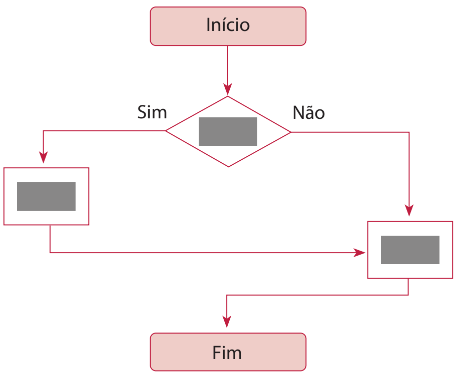


NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

- É importante que, na troca das respostas obtidas nas atividades que envolvem situações-problema, as discussões não fiquem apenas em torno da solução em si, mas também abordem a resolução. Cada estudante pode ter tido uma ideia de como fazer o cálculo mentalmente; com a exposição e a troca de estratégias, todos poderão se inteirar desses procedimentos.
- Por exemplo, na atividade **1** é possível discutir com os estudantes os procedimentos utilizados para adicionar $\frac{1}{5}$ a $\frac{1}{4}$. Solicite que retomem o fluxograma proposto por Luana no boxe *Pensamento computacional* e criem outro fluxograma para resolver problemas que envolvem a adição de duas ou mais frações com denominadores diferentes.
- Após calcularem o valor exato no item **c** da atividade **4**, peça que comparem esse valor com o obtido por Carla (R$ 169,50). Espera-se que eles observem que a estimativa ficou bem próxima do valor exato.

Paulo gostou tanto da ideia que resolveu criar um fluxograma para outra estratégia que resolve o mesmo tipo de problema: adicionar números racionais. Nessa estratégia, ele transforma todos os números racionais na forma de fração para a forma decimal antes de calcular a soma. Ajude-o copiando no caderno o fluxograma representado e substituindo cada retângulo cinza por uma das instruções abaixo.

1. Transforme todos os números na forma de fração para a forma decimal.
2. Responda: Na adição há números na forma de fração?
3. Realize a adição dos números decimais.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

4. a) Para mais, uma vez que a maioria dos valores foi arredondada para cima.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Roberto reservou $\frac{1}{5}$ de seu salário para gastar com lazer e $\frac{1}{4}$ para comprar roupas. Qual fração total do salário de Roberto foi reservada para gastar com lazer e roupas? **1.** $\frac{9}{20}$

2. Adicione cada número a seu oposto e escreva uma conclusão. **2.** Obtemos zero quando adicionamos um número a seu oposto.

$-\frac{1}{8}$ $2{,}5$ $\frac{5}{16}$ $-\frac{20}{17}$ $-3{,}4$

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

3. Natália foi comprar 1,5 kg de feijão para sua mãe. O atendente pegou uma quantidade e a balança mediu 1,68 kg. Ele, então, retirou o suficiente para a balança medir 1,5 kg. Qual medida da massa, em quilograma, de feijão o atendente retirou? **3.** 0,18 kg

ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

4. Carla reformou o banheiro de sua casa. Para completar a reforma, ela precisou comprar alguns utensílios. Observe a lista com os preços que Carla encontrou.

Porta-xampu: R$ 32,73
Espelho: R$ 37,62
Assento sanitário: R$ 49,66
Ralo: R$ 8,51
Torneira: R$ 39,90

Para calcular um valor aproximado de quanto ia gastar, Carla fez o cálculo a seguir, arredondando os valores.

$$33 + 38 + 50 + 8{,}50 + 40 = 33 + 90 + 46{,}50 = 169{,}50$$

a) De acordo com os cálculos que Carla fez, ela arredondou o valor total da compra para mais ou para menos? Justifique sua resposta.

b) Carla arredondou os valores para que todos, com exceção de 8,50, ficassem inteiros. Se arredondarmos os valores até a casa dos décimos, o resultado ficará mais próximo do total real da compra? **4. b)** sim

c) Quanto exatamente Carla gastou nessa compra? **4. c)** R$ 168,42

5. Observe o quadro, que mostra as medidas de temperatura máxima e mínima registradas em três localidades.

	Localidade A	Localidade B	Localidade C
Medida de temperatura máxima	12,4 °C	–5,1 °C	1 °C
Medida de temperatura mínima	–4,5 °C	–7,6 °C	–2,2 °C

- Agora, responda:
  - **a)** Qual é a diferença entre as medidas de temperatura máxima e mínima, nessa ordem, em cada localidade? **5. a)** *A*: 16,9 °C; B: 2,5 °C; C: 3,2 °C
  - **b)** Em qual localidade a diferença de medida de temperatura foi maior? **5. b)** na localidade *A*

6. Classifique as afirmações em verdadeiras ou falsas.

a) Subtraindo-se um número do seu oposto, obtém-se zero. **6. a)** falsa

b) É possível subtrair um número racional negativo de outro racional negativo e obter um número racional positivo. **6. b)** verdadeira

c) É possível subtrair um número racional positivo de outro número racional positivo e obter um número racional negativo. **6. c)** verdadeira

d) Subtraindo-se um número de outro, o sinal do resultado é sempre o do número de menor módulo. **6. d)** falsa

7. Invente um problema que possa ser resolvido por meio da seguinte adição:
–55,68 + (–80,00) = –135,6

7. Exemplo de resposta na seção *Resoluções* neste manual.

3 Adição algébrica

Assim como fizemos com os números inteiros, também consideramos as operações de adição e de subtração com números racionais uma única operação, que denominamos **adição algébrica**.

Observe como podemos calcular as seguintes adições algébricas:

- $(-0{,}25) + (+0{,}28) - (-0{,}45) - (+1{,}3)$

1ª maneira:

$(-0{,}25) + (+0{,}28) - (-0{,}45) - (+1{,}3) =$

$= -0{,}25 + 0{,}28 + 0{,}45 - 1{,}3 =$ ← Eliminamos os parênteses.

$= 0{,}03 + 0{,}45 - 1{,}3 = +0{,}48 - 1{,}3 = -0{,}82$ ← Efetuamos as operações na ordem em que elas aparecem.

2ª maneira:

$(-0{,}25) + (+0{,}28) - (-0{,}45) - (+1{,}3) =$

$= (-0{,}25 - 1{,}3) + 0{,}28 + 0{,}45 =$ ← Associamos as parcelas negativas e as parcelas positivas.

$= -1{,}55 + 0{,}73 = -0{,}82$ ← Efetuamos as operações.

- $(-0{,}23 + 3) + \left(-\frac{1}{5} + 5\right) - \left(-\frac{5}{2} - 2{,}3\right) =$

$= (-0{,}23 + 3) + (-0{,}2 + 5) - (-2{,}5 - 2{,}3) =$ ← Escrevemos na forma decimal os números que estão na forma fracionária.

$= (+2{,}77) + (+4{,}8) - (-4{,}8) =$ ← Efetuamos as operações dentro dos parênteses.

$= +2{,}77 + 4{,}8 + 4{,}8 =$ ← Eliminamos os parênteses e efetuamos as operações.

$= +12{,}37 = 12{,}37$

- Na atividade **6**, peça aos estudantes que justifiquem as afirmações verdadeiras e as falsas apresentando exemplos e contraexemplos.

A afirmação do item **a** é falsa, pois, por exemplo, 2 – (–2) = 4.

A afirmação do item **b** é verdadeira; observe o exemplo:

$$-\frac{1}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

A afirmação do item **c** é verdadeira; considere o exemplo:

$$\frac{1}{5} - \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{1}{5} - \frac{3}{5} = -\frac{2}{5}$$

A afirmação do item **d** é falsa, pois 10 – (–9) = 10 + 9 = 19, e o sinal do resultado não é igual ao sinal do número de menor módulo, que é o –9.

Adição algébrica

Objetivos

- Calcular o valor numérico de expressões numéricas envolvendo adição e subtração com números racionais.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA05.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA05 na medida em que é possível resolver expressões numéricas envolvendo a adição e a subtração de números racionais de diferentes maneiras.

Orientação

- Essa etapa do trabalho é, na verdade, uma aplicação das operações com números racionais estudados até o momento. Logo, é uma forma de avaliar o que os estudantes já compreenderam sobre adição e subtração envolvendo números racionais positivos e negativos.

(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.

- Podemos resolver a expressão $3c + (a - b)$ do boxe *Desafio* de duas maneiras:

1ª maneira – Transformando o número 0,25 em um número na forma de fração.

Logo, $0{,}25 = \frac{1}{4}$.

$3c + (a - b) = 3 \cdot \frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) =$

$= \frac{3}{4} + \left(-\frac{2}{4} - \frac{3}{4}\right) = \frac{3}{4} - \frac{5}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

Portanto, o resultado da expressão é $-\frac{1}{2}$.

2ª maneira - Transformando os números $-\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ em números na forma decimal.

Logo, $-\frac{1}{2} = -0{,}5$ e $\frac{3}{4} = 0{,}75$.

$3c + (a - b) = 3 \cdot 0{,}25 + (-0{,}5 - 0{,}75) =$

$= 0{,}75 + (-1{,}25) = 0{,}75 - 1{,}25 = -0{,}5$

Portanto, o resultado da expressão é $-0{,}5$.

- Na atividade **1**, compartilhe as estratégias de resolução dos estudantes, estimulando e discutindo com eles as possibilidades de resolver uma mesma adição algébrica de diferentes maneiras. Incentive-os a utilizar as propriedades da adição. Ao compartilhar estratégias, o desenvolvimento da habilidade EF07MA05 é favorecido.

Desafio

Determine o valor da expressão $3c + (a - b)$ sabendo que $a = -\frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{4}$ e $c = 0{,}25$. **Desafio:** $-\frac{1}{2}$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Encontre o resultado das adições algébricas.

a) $(-0{,}25) + \frac{1}{4} - \left(0{,}32 + \frac{1}{5}\right)$ **1. a)** $-0{,}52$

b) $\frac{3}{10} - \left(1{,}56 + \frac{4}{5}\right) - (-3{,}2) + \frac{1}{10}$ **1. b)** 1,24

c) $\left(-0{,}5 + \frac{2}{10}\right) - \left(-2{,}36 + \frac{5}{4}\right) + \left(\frac{4}{5} + 6{,}32\right)$ **1. c)** 7,93

d) $-(-0{,}96 + 8{,}4) + \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{10}\right) - \left(\frac{4}{8} + 6{,}1\right)$ **1. d)** $-13{,}54$

e) $-\left(\frac{12}{15} - 1{,}85\right) + \left(0{,}276 - \frac{18}{12}\right) + (-0{,}398)$ **1. e)** $-0{,}572$

2. Encontre o erro, quando houver, e corrija-o no caderno.

a) $\left(-\frac{2}{6}\right) - \left(-\frac{1}{6}\right) = -\frac{1}{6}$

b) $\frac{2}{5} - 0{,}2 = 0{,}2$

c) $\frac{2}{3} + \left[\frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{6}\right)\right] = \frac{4}{3}$ **2. c)** $\frac{5}{4}$

d) $-\frac{5}{4} + \left(-\frac{1}{8} + \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2} = -\frac{11}{8}$ **2. d)** $-\frac{3}{8}$

3. As letras *a*, *b* e *c* representam valores diferentes. Observe.

$$a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{5}{3} \quad \text{e} \quad c = -1$$

Substitua os valores das letras em cada caso e calcule os resultados. Como exemplo, observe o item **a**.

a) $a + b + c = -\frac{1}{2} + \frac{5}{3} + (-1) = -\frac{3}{6} + \frac{10}{6} - \frac{6}{6} = \frac{1}{6}$

b) $(b + c) - a$

c) $a + (c - b)$

d) $[a + (-b + c) - c]$

e) $-a - (-b + c)$

f) $-a - (-b + c) + a + b$

3. b) $\left(\frac{5}{3} - 1\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{6}$; **c)** $-\frac{1}{2} + \left(-1 - \frac{5}{3}\right) = -\frac{19}{6}$; **d)** $\left[-\frac{1}{2} + \left(-\frac{5}{3} - 1\right) + 1\right] = -\frac{13}{6}$; **e)** $\frac{1}{2} - \left(-\frac{5}{3} - 1\right) = \frac{19}{6}$; **f)** $\frac{1}{2} - \left(-\frac{5}{3} - 1\right) - \frac{1}{2} + \frac{5}{3} = \frac{13}{3}$

DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

4. Calcule e responda.

a) Qual é o número racional que adicionado a $\frac{3}{5}$ tem $-\frac{1}{5}$ como resultado? **4. a)** $-\frac{4}{5}$

b) Qual é o número racional que adicionado a $-\frac{11}{7}$ resulta em $\frac{3}{14}$? **4. b)** $\frac{25}{14}$

c) Qual é o número racional que adicionado a $\frac{2}{8}$ resulta em $-\frac{7}{8}$? **4. c)** $-\frac{9}{8}$

d) Qual é o número racional que adicionado a $\frac{2}{6}$ tem $-\frac{5}{6}$ como resultado? **4. d)** $-\frac{7}{6}$

4 Multiplicação com números racionais

FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

Você já deve ter passado por situações que envolvem a multiplicação de números racionais. Observe, por exemplo, a situação a seguir.

Tatiana foi comprar sorvete de vários sabores para servir de sobremesa em um almoço com suas amigas.

Se o preço do quilograma de sorvete é R$ 15,30, quanto Tatiana pagará por 1,4 kg?

Temos a quantidade de sorvete que Tatiana comprou e o preço do sorvete por quilograma. Vamos, então, calcular:

$$(1{,}4) \cdot (15{,}30)$$

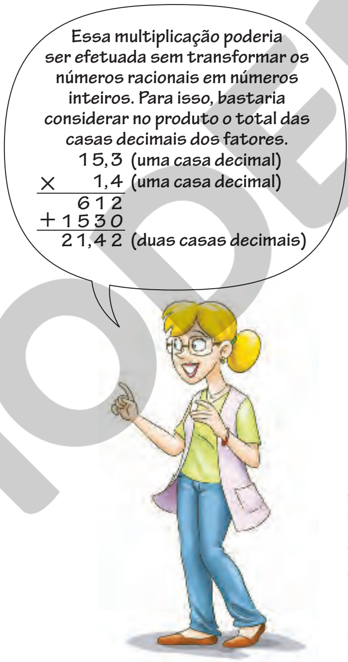
Para fazer os cálculos, transformamos os números racionais em números inteiros, multiplicando-os, nesse caso, por 10.

$$\begin{array}{rr} 15{,}30 \cdot 10 \rightarrow & 1\ 5\ 3 \\ 1{,}4 \cdot 10 \rightarrow & \times \quad 1\ 4 \\ \hline & 6\ 1\ 2 \\ & +1\ 5\ 3\ 0 \\ \hline & 2\ 1\ 4\ 2 \end{array}$$

Como cada fator foi multiplicado por 10, o resultado ficou multiplicado por 100. Para recuperar o resultado da conta original, devemos dividi-lo por 100.

$$2\,142 : 100 = 21{,}42$$

Portanto, Tatiana pagará R$ 21,42 por 1,4 kg de sorvete.



EDNEI MARX/ARQUIVO DA EDITORA

Multiplicação com números racionais

Objetivos

- Calcular multiplicações com números racionais.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF07MA11 e EF07MA12 e da competência específica 2 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF07MA11 e EF07MA12 porque os estudantes deverão utilizar a multiplicação com números racionais e suas propriedades operatórias para resolver problemas.

Orientações

- O estudo da multiplicação com números racionais deve ter como ponto de partida os conhecimentos dos estudantes sobre a multiplicação com números inteiros. Esse nexo que deve ser estabelecido entre o conhecimento anterior e o novo contribui para que eles compreendam as regras de sinais dessa operação.
- O contexto apresentado nesta página, assim como os problemas das atividades, possibilitam desenvolver o espírito investigativo para compreender e atuar no mundo a nossa volta, recorrendo, sempre que possível, aos conhecimentos matemáticos, favorecendo assim o desenvolvimento da competência específica 2.

(EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.

(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Competência específica 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

- Proponha aos estudantes que multipliquem os números racionais dos exemplos utilizando uma estratégia diferente da apresentada. Depois, peça que compartilhem com os colegas o modo como fizeram.
- Os produtos indicados nos itens do boxe *Para pensar* correspondem ao número zero. Os estudantes devem perceber que os cálculos feitos sugerem que o produto de qualquer número racional por zero é igual a zero. Comente com eles que, embora não seja demonstrada, essa propriedade sempre é verdadeira. Atividades como essa colocam os estudantes no papel de protagonistas do seu processo de aprendizagem, desenvolvendo o espírito investigativo e a capacidade de produzir argumentos convincentes, e é nesse aspecto que a competência específica 2 da BNCC tem seu desenvolvimento favorecido.

Para determinar o sinal de um produto entre dois números racionais, vamos usar o mesmo procedimento da multiplicação de números inteiros. Observe alguns exemplos.

- Vamos calcular $(+0{,}5) \cdot (-1{,}2)$.

  Primeiro, calculamos o produto dos módulos dos números e, em seguida, analisamos o sinal do produto obtido.

$$
\begin{array}{rl}
0{,}\ 5 & \leftarrow \text{um algarismo à direita da vírgula}\\
\times\ \ 1{,}\ 2 & \leftarrow \text{um algarismo à direita da vírgula}\\
\hline
1\ 0 & \\
+\,0\ \ 5\ 0 & \\
\hline
0{,}\ 6\ 0 & \leftarrow \text{dois algarismos à direita da vírgula}
\end{array}
$$

  Como os dois fatores têm sinais diferentes, o produto é um número negativo. Então:

$$(+0{,}5) \cdot (-1{,}2) = -0{,}6$$

- Vamos calcular $\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)$.

  Primeiro, calculamos o produto dos módulos dos números e, em seguida, analisamos o sinal do produto obtido.

$$\left(\frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{5}}\right) \cdot \left(\frac{\cancel{5}}{\cancel{2}}\right) = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 1} = 1$$

  Como os fatores têm o mesmo sinal, o produto é positivo.

$$\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = 1$$

- Vamos calcular $(-0{,}2) \cdot \left(+\frac{2}{3}\right)$.

  Primeiro, escrevemos na forma de fração o número que está na forma decimal, neste caso, $0{,}2 = \frac{2}{10}$; depois, calculamos o produto dos módulos; por fim, analisamos o sinal do produto obtido.

$$\left(\frac{2}{10}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{5}{\cancel{10}}} \cdot \frac{2}{3}\right) = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15}$$

  Observe que os dois fatores têm sinais diferentes; logo, o produto é um número negativo. Então:

$$(-0{,}2) \cdot \left(+\frac{2}{3}\right) = -\frac{2}{15}$$

Para pensar

- Se $0 \cdot 13 = 0$ e $13 = 13{,}0$, então $0 \cdot 13{,}0 = 0$. Mas quanto é $0 \cdot 13{,}4$?
- Se $0 \cdot (-8) = 0$ e $-8 = -8{,}0$, então $0 \cdot (-8{,}0) = 0$. Mas quanto é $0 \cdot (-8{,}6)$?

Para pensar: Respostas em *Orientações*.

Analise os questionamentos acima e responda: qual é o produto de um número racional por zero?

Observação

Para a multiplicação com números racionais, valem as mesmas propriedades consideradas na multiplicação com números inteiros.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

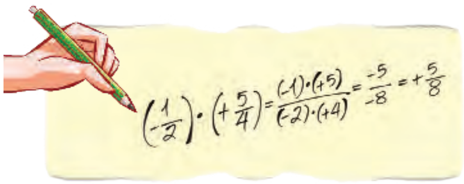
1. Veja como Adriana fez o cálculo abaixo.

$$(1{,}4) \cdot (9{,}3) = \frac{14}{10} \cdot \frac{93}{10} = \frac{1\,302}{100} = 13{,}02$$

- Agora, faça como Adriana e resolva a multiplicação a seguir. Escreva o resultado na forma decimal. **1.** 2,553

$(1{,}11) \cdot (2{,}3)$

2. Encontre o erro que Felipe cometeu ao fazer a multiplicação.



DIEGO MUNHOZ/
ARQUIVO DA EDITORA

- Após detectar o erro, faça o cálculo correto no caderno. **2.** Resposta em *Orientações*.

3. Observe os resultados das multiplicações.

$(+0{,}1) \cdot (-0{,}1) = -0{,}01$

$(+0{,}2) \cdot (-0{,}2) \cdot (+0{,}2) = -0{,}008$

$(-0{,}3) \cdot (-0{,}3) = +0{,}09$

Agora, calcule mentalmente o resultado das multiplicações abaixo e converse com um colega sobre como cada um pensou para resolvê-las.

a) $(-0{,}3) \cdot (+0{,}1)$

b) $(-0{,}1) \cdot (+0{,}2)$

c) $(-0{,}1) \cdot (-0{,}4)$

d) $(-0{,}3) \cdot (-0{,}4)$

3. a) –0,03 **3. b)** –0,02 **3. c)** +0,04 **3. d)** +0,12

4. Calcule o resultado das multiplicações.

a) $\left(-\frac{8}{9}\right) \cdot \left(+\frac{4}{3}\right)$

b) $(-2{,}25) \cdot (-1{,}4)$

c) $(-0{,}23) \cdot \left(+\frac{1}{5}\right)$

d) $\left(+\frac{12}{15}\right) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right)$

e) $(+0{,}2) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$

f) $(+10{,}5) \cdot (-8{,}4)$

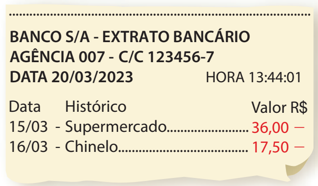
g) $\left(-\frac{23}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)$

h) $(-0{,}12) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)$

4. a) $-\frac{32}{27}$ **4. c)** –0,046 **4. e)** –0,05 **4. g)** $+\frac{23}{28}$

4. b) +3,15 **4. d)** $-\frac{12}{35}$ **4. f)** –88,2 **4. h)** +0,012

5. Caio comprou um par de chinelos e pagou a prazo, em duas parcelas. Observe os extratos de sua conta bancária:



BANCO S/A - EXTRATO BANCÁRIO
AGÊNCIA 007 - C/C 123456-7
DATA 20/03/2023 HORA 13:44:01

Data	Histórico	Valor R$
15/03	- Supermercado........................	36,00 –
16/03	- Chinelo....................................	17,50 –

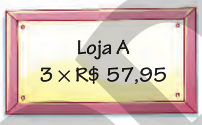
BANCO S/A - EXTRATO BANCÁRIO
AGÊNCIA 007 - C/C 123456-7
DATA 24/04/2023 HORA 15:19:10

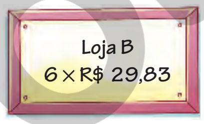
Data	Histórico	Valor R$
11/04	- Depósito..................................	100,00 +
16/04	- Chinelo....................................	17,50 –

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

- Se Caio tivesse comprado o par de chinelos à vista, ou seja, se tivesse pagado o valor total no ato da compra, qual seria o valor dessa compra apresentado no extrato do mês de março? Que operação você efetuou para obter a resposta? **5.** –R$ 35,00; 2 · (–17,50)

6. Priscila queria comprar uma caixa de som *bluetooth*. Durante a pesquisa de preços que realizou, ela encontrou as ofertas abaixo.





ILUSTRAÇÕES: DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

- Em que loja Priscila pagaria mais caro pela caixa de som? **6.** na loja B

7. Responda às questões.

a) Qual é o dobro de 0,25? **7. a)** 0,5

b) Qual é o triplo de $\frac{3}{4}$? **7. b)** $\frac{9}{4}$

c) Qual é o quádruplo de –1,2? **7. c)** –4,8

d) Qual é o quíntuplo de $-\frac{7}{8}$? **7. d)** $-\frac{35}{8}$

- Resposta da atividade **2**:

O erro cometido por Felipe foi ter escrito a fração $-\frac{1}{2}$ como $\frac{(-1)}{(-2)}$, isto é, Felipe considerou o sinal de cada uma das frações tanto para o numerador quanto para o denominador, o que levou ao erro no sinal do produto.

O produto correto é $-\frac{5}{8}$.

- Na atividade **3**, a conversa entre os estudantes sobre as possibilidades de cálculo mental é fundamental para que observem algumas regularidades nas multiplicações e analisem alguns resultados.

Incentive-os a falar e a escrever sobre o que observam em algumas multiplicações. Seguem alguns exemplos:

– Multiplicar qualquer número não nulo por –0,1 implica deslocar a vírgula desse número uma casa decimal para a esquerda.

– No caso de a multiplicação ser por –0,1, vale o mesmo deslocamento, mas o sinal do produto será invertido.

- Na atividade **9**, os estudantes terão a oportunidade de elaborar um problema que possa ser resolvido calculando $5 \cdot (-2{,}47)$. Caso eles tenham dificuldade, oriente-os a se inspirar no problema apresentado na atividade **5**. Ao propor aos estudantes que seja elaborado um problema, a habilidade EF07MA12 tem seu desenvolvimento favorecido.

Divisão com números racionais

Objetivos

- Calcular divisões com números racionais.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF07MA11 e EF07MA12 e da competência específica 6 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF07MA11 e EF07MA12 porque propõe a utilização da divisão com números racionais e suas propriedades operatórias para resolver problemas.

Orientações

- Comente com a turma que, quando dividimos dois números inteiros, podemos multiplicar ambos os termos dessa divisão por qualquer número diferente de zero e o quociente entre os dois permanece igual. Se julgar oportuno, reproduza no quadro um exemplo em que os termos serão multiplicados por 3. Assim, $20 : 4 = (20 \cdot 3) : (4 \cdot 3) = 5$. Outro exemplo pode ser usado como justificativa para o método prático na divisão entre frações.

$$\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2}\right) : \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}\right) =$$

$$= \frac{12}{10} : 1 = \frac{12}{10}$$

De modo geral, para efetuar $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$, com b, c e d não nulos, fazemos:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}\right) : \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{d}{c}\right) =$$

$$= \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}\right) : 1 = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Dessa maneira, os estudantes compreenderão por que é necessário inverter a segunda fração em uma divisão.

8. Sandra quer trocar o piso da sala de sua casa, que tem formato retangular, com medidas iguais a 5,5 m de comprimento e 4,7 m de largura.

FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é a medida da área do piso, em metro quadrado, que ela precisará comprar? **8. a)** 25,85 m²

b) Se o preço por metro quadrado do piso que ela quer é R$ 19,20, quanto Sandra vai gastar com o piso? **8. b)** R$ 496,32

9. Elabore um problema com base na multiplicação abaixo. Em seguida, entregue-o a um colega para que ele o resolva. **9.** Resposta pessoal.

$$5 \cdot (-2{,}47) = -12{,}35$$

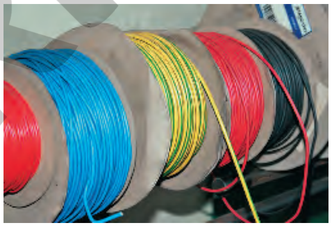
10. Quanto representa $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ de uma barra de chocolate? **10.** $\frac{1}{24}$ da barra de chocolate

11. A tecla do sinal de divisão da calculadora de Guilherme está quebrada, e ele precisa calcular a metade de 0,34. Que teclas da calculadora Guilherme poderá apertar para fazer esse cálculo?

11. Exemplo de resposta: $\boxed{0}\,\boxed{\cdot}\,\boxed{3}\,\boxed{4}\,\boxed{\times}\,\boxed{0}\,\boxed{\cdot}\,\boxed{5}\,\boxed{=}$

5 Divisão com números racionais

Cíntia está trocando parte da fiação elétrica de sua casa. Para isso, comprou um fio que media 8 m de comprimento e pagou R$ 23,20. Após uma semana, ela percebeu que precisava de mais 0,5 m de comprimento desse mesmo fio. Sabendo que o preço do fio não mudou, quanto Cíntia pagará por 0,5 m de comprimento de fio?



ALAN OLIVER/ALAMY/FOTOARENA

Carretéis de fios.

Observe como Cíntia resolveu o problema.

Primeiro, ela calculou o preço por metro de fio:

$$\begin{array}{c} \cdot\ 100 \\ (23{,}20) : (8) = 2\,320 : 800 \\ \cdot\ 100 \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrr|l}
\boxed{M} & \boxed{C} & \boxed{D} & \boxed{U} & & \\
2 & 3 & 2 & 0 & & 800 \\ \cline{6-6}
-1 & 6 & 0 & 0 & & 2,9 \\ \cline{1-4}
 & 7 & 2 & 0 & 0 & \boxed{U}\,\boxed{d} \\
 & -7 & 2 & 0 & 0 & \\ \cline{2-5}
 & & & & 0 &
\end{array}$$

Como o fio que Cíntia vai comprar mede 0,5 m de comprimento, ou seja, $\frac{1}{2}$ m, ela dividiu o preço do metro por 2.

$$\begin{array}{c} \cdot\ 10 \\ (2{,}9) : (2) = 29 : 20 \\ \cdot\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{rrr|l}
 & 2 & 9 & 20 \\ \cline{4-4}
- & 2 & 0 & 1,45 \\ \cline{1-3}
 & 9 & 0 & \boxed{U}\,\boxed{d}\,\boxed{c} \\
- & 8 & 0 & \\ \cline{1-3}
1 & 0 & 0 & \\
-1 & 0 & 0 & \\ \cline{1-3}
 & & 0 &
\end{array}$$

Portanto, Cíntia pagará R$ 1,45 por 0,5 m de comprimento de fio.

(EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.

(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Note que Cíntia multiplicou o dividendo e o divisor por um múltiplo de 10 para transformá-los em números inteiros. Além disso, como ambos são números positivos, o quociente também é positivo.

Observação

Se o dividendo e o divisor de uma divisão forem multiplicados por um mesmo número diferente de zero, a nova divisão terá o mesmo quociente.

Para analisar

Cíntia foi comprar o pedaço de fio que estava faltando. Então, para calcular o valor que ela pagaria por 0,5 m de comprimento de fio, o vendedor pensou da seguinte maneira:

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Escreva detalhadamente, no caderno, os cálculos que o vendedor fez.

b) Qual é a diferença entre o jeito de pensar de Cíntia e o do vendedor?

Para analisar: Respostas em *Orientações*.

Para determinar o sinal de um quociente entre dois números racionais, vamos usar o mesmo procedimento que utilizamos na divisão com números inteiros. Acompanhe os exemplos a seguir.

- Vamos calcular (−1,55) : (+0,25).
  Primeiro, multiplicamos o dividendo e o divisor por 100, a fim de transformá-los em números inteiros:

$$\underset{\cdot\,100}{\overset{\cdot\,100}{(-1{,}55) : (+0{,}25) = (-155) : (+25)}}$$

Depois, calculamos o quociente dos módulos:

$$\begin{array}{r|l} 1\,5\,5 & 25 \\ \cline{2-2} -1\,5\,0 & 6{,}2 \\ \cline{1-1} 5\,0 & \\ -5\,0 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Como o dividendo e o divisor têm sinais diferentes, o quociente é um número negativo. Observe.

$$(-1{,}55) : (+0{,}25) = -6{,}2$$

- No boxe *Para analisar*, os estudantes terão a oportunidade de analisar duas estratégias para resolver um mesmo problema. Resolução:

a) 8 : 0,5 = 80 : 5 = 16
23,20 : 16 = 2 320 : 1600 = 1,45

$$\begin{array}{r|l} 2\;3\;2\;0 & 1\;6\;0\;0 \\ \cline{2-2} -\,1\;6\;0\;0 & 1,\;4\;5 \\ \cline{1-1} 7\;2\;0\;0 & \\ -\,6\;4\;0\;0 & \\ \cline{1-1} 8\;0\;0\;0 & \\ -\,8\;0\;0\;0 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

b) Cíntia encontrou primeiro o valor de 1 m de comprimento de fio para, depois, encontrar o valor de 0,5 m de comprimento de fio. Já o vendedor encontrou direto o valor de 0,5 m de comprimento de fio; por isso, dividiu 8 por 0,5, para saber quantas vezes 0,5 m cabe em 8 m.
Atividades como essa contribuem para que os estudantes desenvolvam sua análise crítica e também a capacidade de expressar suas respostas e sintetizar conclusões, o que favorece o desenvolvimento da competência específica 6 da BNCC.

- Caso os estudantes tenham dificuldade para compreender a regra de sinais nos exemplos apresentados, retome com eles a divisão com números inteiros.
- As questões propostas no boxe *Para pensar* também estimulam os estudantes a utilizar a linguagem matemática para expressar suas respostas e sintetizar conclusões, favorecendo, dessa forma, o desenvolvimento da competência específica 6 da BNCC.

Observação

Quando multiplicamos um número decimal por 10, por 100 ou por 1 000, deslocamos a vírgula, respectivamente, uma, duas ou três casas para a direita.

- Vamos calcular $\left(-\frac{1}{2}\right) : \left(-\frac{3}{4}\right)$.

Inicialmente, calculamos o quociente dos módulos, lembrando que na divisão de frações multiplicamos a primeira fração pelo inverso da segunda.

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{1}{{}_1\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{4}^{\,2}}{3} = \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

inverso

Como o dividendo e o divisor têm sinais iguais, o quociente é um número positivo.

$$\left(-\frac{1}{2}\right) : \left(-\frac{3}{4}\right) = +\frac{2}{3}$$

Recorde

Dois números não nulos são inversos quando seu produto é igual a 1. Para obter o inverso de uma fração, invertemos o numerador e o denominador.

- O inverso de $-\frac{6}{10}$ é $-\frac{10}{6}$, pois $\left(-\frac{6}{10}\right) \cdot \left(-\frac{10}{6}\right) = 1$.
- Como $(+0{,}125) \cdot (+8) = 1$, $+8$ é o inverso de $+0{,}125$.

Para pensar

a) Qual é o único número racional que não tem inverso? **Para pensar: a)** 0, pois não existe divisão por zero.

b) Por que dois números inversos sempre têm o mesmo sinal? **Para pensar: b)** Porque o produto resulta em um número positivo.

- Vamos calcular $\left(-\frac{3}{7}\right) : (+0{,}4)$.

Calculamos o quociente dos módulos, escrevendo na forma de fração o número que está na forma decimal.

$$\frac{3}{7} : (0{,}4) = \frac{3}{7} : \frac{4}{10} = \frac{3}{7} \cdot \frac{{}^{5}\cancel{10}}{{}_{2}\cancel{4}} = \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{2} = \frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 2} = \frac{15}{14}$$

forma de fração inverso

Como o dividendo e o divisor têm sinais diferentes, o quociente é um número negativo.

$$\left(-\frac{3}{7}\right) : (+0{,}4) = -\frac{15}{14}$$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule o quociente das divisões.

a) $\left(-\frac{2}{3}\right) : \left(+\frac{10}{21}\right)$ **1. a)** $-\frac{7}{5}$

b) (–1,5) : (–0,4) **1. b)** 3,75

c) $\left(+\frac{6}{7}\right) : \left(-\frac{3}{2}\right)$ **1. c)** $-\frac{4}{7}$

d) $(+0{,}75) : \left(-\frac{5}{4}\right)$ **1. d)** $-\frac{3}{5}$

e) (–3) : (+1,5) **1. e)** –2

f) $\left(-\frac{7}{5}\right) : (+2{,}1)$ **1. f)** $-\frac{2}{3}$

g) $\left(\frac{8}{3}\right) : (-3{,}5)$ **1. g)** $-\frac{16}{21}$

h) $(-6{,}3) : \left(-\frac{3}{5}\right)$ **1. h)** $\frac{21}{2}$

2. Identifique as igualdades falsas e corrija-as no caderno.

2. alternativa **a)** $\left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = +\frac{25}{9}$; alternativa **d)** $-\frac{7}{2}$

a) $\left(-\frac{5}{3}\right) : \left(-\frac{3}{5}\right) = 1$

b) (+0,1) : (–0,01) = –10

c) (–1,3) : (+0,2) = –6,5

d) $\left(+\frac{7}{4}\right) : (-0{,}5) = \frac{7}{2}$

3. Fabiano precisou fazer uma pesquisa para o seu trabalho da faculdade. Para isso, foi a uma loja da qual poderia acessar a internet. Ao sair, pagou R$ 8,75 pelas 3,5 horas de pesquisa. Quanto Fabiano pagou por hora de uso da internet? **3.** R$ 2,50


FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

4. Responda às questões fazendo cálculos ou estimativas mentais. Depois, escreva as respostas no caderno.

a) (+0,001) · (+0,2) é menor que (–5) · (+0,5)? **4. a)** Não, é maior.

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)$: 2 é maior que (–0,25) · (–0,5)? **4. b)** Não, é menor.

c) 3 · (–1) é maior que (0,3) · (–5)? **4. c)** Não, é menor.

d) 10% de 2 está entre 1 e 2 ou entre 0 e 1? **4. d)** entre 0 e 1

e) 25% de 0,4 é igual a 10% de 1? **4. e)** sim

5. b) aproximadamente 38,8 L

5. Na semana passada, Gisele colocou 39,1 L de combustível em seu carro, pagando R$ 4,08 por litro. Nesta semana, houve um aumento, e o litro desse combustível passou a custar R$ 4,11 no mesmo posto.

a) Colocando a mesma quantidade de combustível da semana passada, quanto Gisele gastará a mais nesta semana? **5. a)** aproximadamente R$ 1,17

b) Se quiser gastar a mesma quantia que gastou na semana passada, quantos litros de combustível Gisele poderá colocar em seu carro?

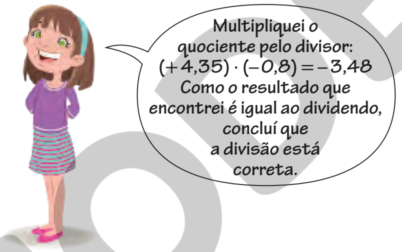
c) Se Gisele pedir ao frentista, nesta semana, que coloque combustível em seu carro até inteirar R$ 20,00, quantos litros serão colocados? **5. c)** aproximadamente 4,9 L

6. Copie e complete em seu caderno o problema abaixo, sabendo que ele pode ser resolvido por meio da seguinte divisão: (–175,92) : 3 = –58,64
6. R$ 175,92; 3

> *Romeu vai pagar uma dívida de ______ dividindo-a em ______ parcelas iguais. Cada parcela corresponderá a quantos reais?*

7. Observe como Talita usou o raciocínio da operação inversa para verificar se está correta a seguinte divisão:

$$(-3{,}48) : (-0{,}8) = +4{,}35$$



DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

- Agora é a sua vez! Verifique se as divisões abaixo estão corretas. Depois, corrija as que não estiverem.

a) 4,22 : 0,5 = 8,44 **7. a)** correta

b) (–6,825) : (+2,1) = –2,25 **7. b)** incorreta; (–6,825) : (+2,1) = –3,25

c) $\left(+\frac{1}{5}\right) : (-0{,}6) = -3$ **7. c)** incorreta; $\left(+\frac{1}{5}\right) : (-0{,}6) = -\frac{1}{3}$

d) $(-7{,}95) : \left(-\frac{5}{6}\right) = 9{,}54$ **7. d)** correta

- Na resolução da atividade **2**, os estudantes podem levantar algumas hipóteses mesmo antes de realizar os cálculos. Eles devem observar que a igualdade do item **a** é falsa, pois, para que o resultado de uma divisão entre números na forma de fração seja igual a 1, as frações teriam de ser iguais. A correção, nesse caso, pode ser feita mudando uma das frações para que uma seja igual à outra ou trocando a operação, uma vez que o produto de dois números inversos é igual a 1. A igualdade do item **d** também é falsa, pois, ao dividir um número positivo por um número negativo, obtemos um resultado negativo. A correção, nesse caso, pode ser feita trocando o sinal do dividendo, do divisor ou do quociente. Outro modo de os estudantes identificarem as afirmações verdadeiras e falsas é utilizando a relação entre multiplicação e divisão, o que favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA11 da BNCC.
- Após os estudantes resolverem a atividade **4**, oriente-os a conversar com um colega e compartilhar suas estratégias pessoais para calcular ou fazer as estimativas mentais.
- Ao longo da resolução da atividade **5**, comente a necessidade de fazer arredondamentos, pois, quando se trata da nossa moeda, usamos apenas duas casas decimais.

a) A diferença de preços, por litro, é de R$ 0,03, pois 4,11 – 4,08 = 0,03. Isso significa que, se Gisele colocar 39,1 litros, gastará aproximadamente R$ 1,17 a mais, pois 39,1 · 0,03 = 1,173.

b) Na semana passada ela gastou aproximadamente R$ 159,53, pois 39,1 · 4,08 = = 159,528. Usando essa quantia, poderá comprar aproximadamente 38,8 litros, pois 159,53 : 4,11 = 38, 815.

c) 20 : 4,11 dá aproximadamente 4,9 litros.

Educação Financeira

Objetivos

- Refletir sobre o uso consciente de recursos financeiros.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 7 e da competência específica 8 da BNCC.
- Possibilitar o desenvolvimento de aspectos do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira**.

Orientações

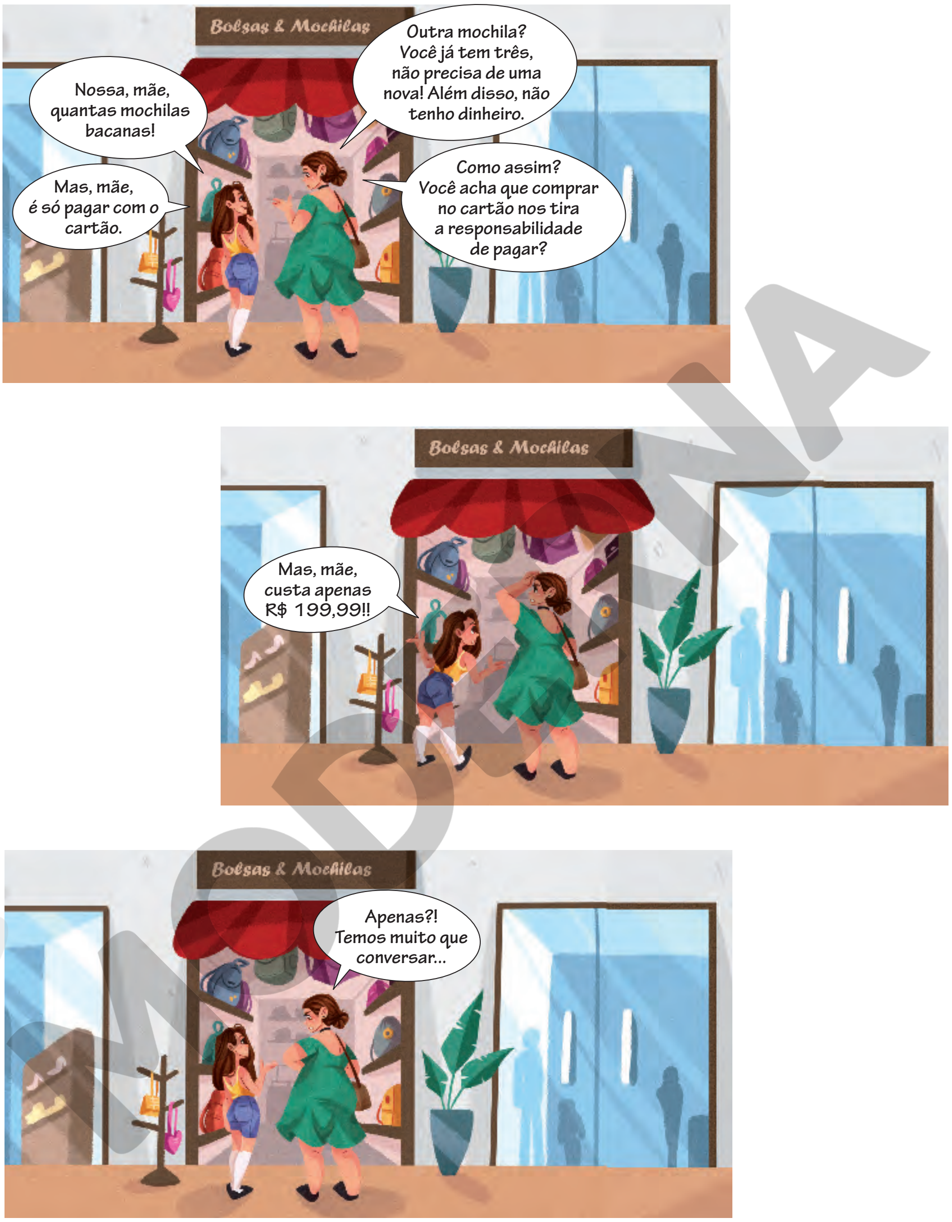
- Um dos objetivos desta seção é fazer com que os estudantes percebam que devemos consumir de forma consciente, contribuindo assim para o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira** da macroárea **Economia**. Diga a eles que, ao usar um cartão de crédito, estamos apenas adiando e concentrando o pagamento do que consumimos em uma única data.

Por não ter a responsabilidade sobre o pagamento da fatura, a criança pode associar o uso do cartão (de crédito ou de débito) a uma forma fácil de adquirir um bem ou serviço. Assim, explique aos estudantes que, para utilizar essa modalidade de crédito, é preciso planejamento e controle dos gastos, pois, apesar de não ser usado dinheiro físico no ato da compra, cedo ou tarde paga-se pelo que foi consumido. Discuta o fato de que o atraso ou o não pagamento de uma fatura de cartão pode causar grande prejuízo e endividamento para o usuário, pois são cobradas altas taxas de juro pelas administradoras de cartão. Converse também sobre a diferença entre o cartão de crédito e o de débito.

Educação Financeira

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Pagar com cartão...



ILUSTRAÇÕES: GABI TOZATI/ARQUIVO DA EDITORA

Competência geral 7: Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Competência específica 8: Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

O que você faria?

O que você faria?: Resposta pessoal.

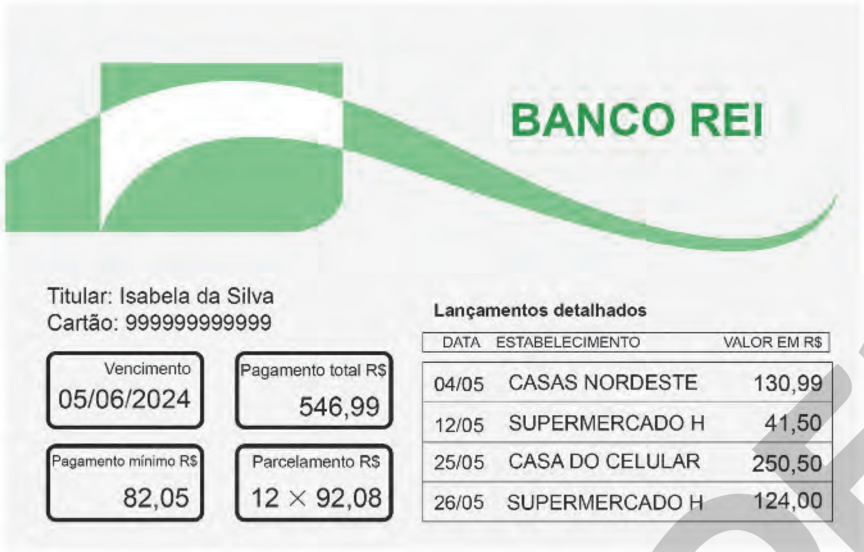
Imagine que você já seja adulto, tenha seu emprego e receba um salário fixo por mês. E, claro, tenha despesas mensais fixas e outras variáveis. Você não tem dinheiro no momento, mas tem um cartão de crédito.

O que você faria: compraria outra mochila para sua filha no cartão de crédito?

Forme com os colegas dois grupos na sala: um que compraria e outro que não compraria a mochila. Discutam as vantagens e as desvantagens de comprar a mochila e depois façam uma lista dos argumentos para realizar ou não a compra.

Calcule

Observe a fatura do cartão de crédito de Isabela e responda às questões.



BANCO REI

Titular: Isabela da Silva
Cartão: 999999999999

Vencimento: 05/06/2024

Pagamento total R$: 546,99

Pagamento mínimo R$: 82,05

Parcelamento R$: 12 × 92,08

Lançamentos detalhados

DATA	ESTABELECIMENTO	VALOR EM R$
04/05	CASAS NORDESTE	130,99
12/05	SUPERMERCADO H	41,50
25/05	CASA DO CELULAR	250,50
26/05	SUPERMERCADO H	124,00

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

a) Na fatura, aparece uma opção de parcelamento em 12 vezes. Qual será o valor total pago se Isabela optar por parcelar essa fatura? Esse valor corresponde a mais ou a menos que o dobro do valor total da fatura? **Calcule: a)** 12 × R$ 92,08 = R$ 1 104,96; a mais que o dobro

b) Qual será o custo adicional que Isabela terá ao não pagar a fatura total, parcelando-a em 12 vezes? **Calcule: b)** R$ 557,97

Reflita

Reflita: Respostas pessoais.

Converse com alguns familiares e depois discuta com os colegas as questões a seguir.

a) O cartão de crédito é uma boa alternativa para comprar algo quando não se tem dinheiro no momento?

b) Que cuidados devemos ter ao usar um cartão de crédito?

c) Por que algumas pessoas falam que pagar no cartão pode ter um efeito "bola de neve"?

d) No pagamento com cartão de débito isso também acontece?

e) Você acha que, quando compram no cartão, as pessoas tendem a gastar mais do que se comprassem com dinheiro? Por quê?

- Em *O que você faria?* é importante deixar os estudantes livres para que exponham seus pontos de vista e reflitam sobre as consequências de suas escolhas. Não existe resposta certa ou errada, o objetivo principal é que eles percebam que, naquela situação, a compra da mochila realmente é desnecessária.
- No item **a** de *Calcule*, para saber o total pago por Isabela ao parcelar a fatura e se o valor será maior ou menor que o dobro, os estudantes terão de, primeiro, multiplicar 12 × R$ 92,08 e, depois, analisar o resultado para saber se o valor corresponde a mais ou a menos que o dobro do valor total da fatura calculando o dobro do valor total.

Valor do parcelamento:
12 × R$ 92,08 = R$ 1104,96
Valor do dobro do total:
2 × R$ 546,99 = R$ 1093,98

Analisando os valores, é possível notar que Isabela vai pagar mais que o dobro do valor total da fatura.

- No item **b**, para saber qual será o custo adicional ao optar em parcelar a fatura, devemos subtrair o valor total do valor parcelado.

R$ 1104,96 – R$ 546,99 = R$ 557,97
Logo, o custo adicional será de R$ 557,97.

- Em *Reflita*, os estudantes precisam entender que, quando se paga apenas o valor mínimo de uma fatura, a incidência de juros e multas é bastante alta e a soma desses valores será lançada na próxima fatura. Com o tempo, esses custos transformam-se em uma "bola de neve", aumentando o valor da fatura, o valor do pagamento mínimo e dificultando bastante a quitação da dívida. Além disso, o lançamento de despesas com juros e multas também diminui o limite disponível para novas compras. É importante aproveitar todas as facilidades do cartão de crédito, mas sem abrir mão da responsabilidade, promovendo o consumo consciente e evitando o endividamento no futuro. Incentive os estudantes a interagir com os colegas de forma cooperativa, negociando e defendendo suas ideias.
- Espera-se que eles tenham um posicionamento ético e responsável diante dos questionamentos propostos e que, durante a conversa com os colegas, respeitem o modo de pensar deles. É nesse sentido que a proposta desta seção favorece o desenvolvimento da competência geral 7 e da competência específica 8 da BNCC.

Potenciação de números racionais

Objetivos

- Calcular potências de números racionais.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA12.
- Possibilitar o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Saúde** da macroárea **Saúde**.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA12 porque propõe a resolução de problemas que envolvem a potenciação de números racionais.

Orientações

- O contexto apresentado no início deste tópico pode ser explorado a fim de desenvolver o Tema Contemporâneo Transversal **Saúde** da macroárea **Saúde**. Converse com os estudantes sobre a importância da prática de exercícios físicos para evitar doenças relacionadas ao sedentarismo e pergunte se eles praticam algum esporte ou outra atividade física. Incentive-os a buscar alguma atividade física com a qual se identificam, pois isso é importante para se manter motivado e continuar a realizar exercícios de forma contínua.
- Neste tópico, o foco do trabalho é uma ampliação do estudo de potenciação, com atenção especial às potências cuja base seja um número racional, usando o mesmo raciocínio relativo às bases com números inteiros (multiplicações sucessivas).
- O estudo é ainda complementado com casos em que o expoente é representado por um número inteiro negativo, bem como pelo estudo das propriedades de potências com a base sendo um número racional.

6 Potenciação de números racionais

Potenciação com número racional na base e número inteiro não negativo no expoente

Observe a seguinte situação.

Gabriel levava uma vida sedentária, ou seja, não fazia nenhuma atividade física. Para mudar isso, ele resolveu começar a caminhar no parque perto de sua casa. Com a ajuda de um profissional, montou um programa de condicionamento físico. Na primeira semana, Gabriel caminhará uma volta e meia na pista de corrida do parque e, nas semanas seguintes, caminhará 1,5 vez o número de voltas da semana anterior. Mantendo esse ritmo, quantas voltas inteiras Gabriel dará na 4ª semana?

ILUSTRAÇÕES: EDUARDO ALEJANDRO/ARQUIVO DA EDITORA


1ª semana


4ª semana

Para resolver essa questão, podemos usar multiplicações de fatores iguais ou a operação de potenciação. Observe, no quadro a seguir, o cálculo de quanto Gabriel percorrerá em cada uma das quatro primeiras semanas.

Semana de treinamento	Número de voltas
1ª semana	uma volta e meia ou 1,5 ou $\frac{3}{2}$
2ª semana	$1{,}5^2 = 2{,}25$ ou $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = \boxed{2\frac{1}{4}}$
3ª semana	$1{,}5^3 = 3{,}375$ ou $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$
4ª semana	$1{,}5^4 = 5{,}0625$ ou $\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16} = 5\frac{1}{16}$

Gabriel dará 2 voltas inteiras mais $\frac{1}{4}$ de volta.

Logo, na 4ª semana, Gabriel dará 5 voltas inteiras.

Como você observou, o cálculo das potências com números racionais, seja na forma decimal, seja na forma de fração, é realizado de modo parecido ao das potências com números inteiros.

Para todo número racional *a* e número inteiro *n*, sendo *n* > 1, definimos:

$$\underset{\text{base}}{a}^{\overset{\text{expoente}}{n}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots a}_{n \text{ fatores}}$$

(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Exemplos

- $\left(\frac{5}{2}\right)^4 = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{625}{16}$
- $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = +\left(\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3}\right) = +\frac{4}{9}$
- $(3{,}2)^2 = 3{,}2 \cdot 3{,}2 = 10{,}24$
- $(-1{,}2)^3 = (-1{,}2) \cdot (-1{,}2) \cdot (-1{,}2) = -1{,}728$

Além disso, definimos:

- Toda potência de expoente 1 que tem como base um número racional é igual à própria base, ou seja, sendo *a* um número racional, $a^1 = a$.
- Toda potência de expoente zero que tem como base um número racional não nulo é igual a 1, ou seja, sendo *a* um número racional diferente de zero, $a^0 = 1$.

Exemplos

- $\left(-\frac{15}{4}\right)^0 = 1$
- $(0{,}2)^0 = 1$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{3}$
- $(-5{,}8)^1 = -5{,}8$

Potenciação com número racional na base e número inteiro negativo no expoente

Suzana estava fazendo a lição de Matemática e, quando surgia alguma dúvida, perguntava a seu irmão mais velho, Mauro. Observe abaixo as dúvidas de Suzana.

FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

- Peça aos estudantes que justifiquem o porquê de toda potência de expoente 1 que tem como base um número racional ser igual à própria base. Espera-se que eles recorram à definição de potenciação com número racional na base e número inteiro não negativo no expoente para justificar suas respostas.

- É importante que a definição de potenciação com número racional na base e número inteiro negativo no expoente seja compreendida pelos estudantes com base na observação de regularidades. Isso evita que memorizem a definição sem que ela faça sentido para eles. Se julgar conveniente, escreva no quadro outras sequências de potências e peça aos estudantes que as completem.
- Resolução do boxe *Para calcular*:

$$3^{-3}=\left(\frac{1}{3}\right)^{3}=\frac{1^{3}}{3^{3}}=\frac{1}{27}$$

$$3^{-4}=\left(\frac{1}{3}\right)^{4}=\frac{1^{4}}{3^{4}}=\frac{1}{81}$$

Para ajudar a irmã, Mauro escreveu esta sequência:

– 1   – 1   – 1   – 1   – 1   – 1

n	4	3	2	1	0	–1	–2
3^n	81	27	9	3	1	?	?

: 3   : 3   : 3   : 3   : 3   : 3

$$3^{-1}=1:3=$$
$$=\frac{1}{3}=\frac{1}{3^{1}}=\left(\frac{1}{3}\right)^{1}$$

$$3^{-2}=\frac{1}{3}:3=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=$$
$$=\frac{1}{9}=\frac{1}{3^{2}}=\left(\frac{1}{3}\right)^{2}$$

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Suzana observou a sequência e chegou à seguinte conclusão:

$$3^{-1}=\frac{1}{3}\ e\ 3^{-2}=\frac{1}{9}$$

Para calcular

Qual é o valor de 3^{-3}? E de 3^{-4}? **Para calcular:** $\frac{1}{27}$; $\frac{1}{81}$

Após tirar sua dúvida, Suzana calculou o valor de $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$ e de $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$.

Primeiro, ela observou esta sequência:

– 1   – 1   – 1   – 1

n	2	1	0	–1	–2
$\left(\mathbf{\frac{3}{4}}\right)^{n}$	$\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}=\frac{9}{16}$	$\frac{3}{4}$	1	$1:\frac{3}{4}=\frac{4}{3}=\left(\frac{4}{3}\right)^{1}$	$\frac{4}{3}:\frac{3}{4}=\frac{16}{9}=\left(\frac{4}{3}\right)^{2}$

$:\frac{3}{4}$ $:\frac{3}{4}$ $:\frac{3}{4}$ $:\frac{3}{4}$

Depois, concluiu que:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}=\left(\frac{4}{3}\right)^{1}\ e\ \left(\frac{3}{4}\right)^{-2}=\left(\frac{4}{3}\right)^{2}$$

Para todo número racional a, com $a \neq 0$, definimos:

$a^{-n}=\frac{1}{a^{n}}=\left(\frac{1}{a}\right)^{n}$, em que n é um número natural e $\frac{1}{a}$ é o inverso de a.

Exemplos

- $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}=\left(\frac{5}{1}\right)^{1}=5^{1}=5$
- $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}=\left(-\frac{3}{2}\right)^{2}=\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)=+\frac{9}{4}$
- $(-3,5)^{-3}=\left(-\frac{7}{2}\right)^{-3}=\left(-\frac{2}{7}\right)^{3}=\left(-\frac{2}{7}\right)\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)=-\frac{8}{343}$

Para pensar

Sendo a um número não nulo, expresse de outra forma as seguintes potências: a^{-1}, a^{-5} e a^{-15}. Como poderíamos escrever a^{-n}?

Para pensar: $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{a^{5}}$, $\frac{1}{a^{15}}$, $\frac{1}{a^{n}}$

Propriedades

As propriedades da potenciação com números inteiros também valem quando a base é um número racional diferente de zero e seus expoentes são números inteiros.

Produto de potências de mesma base

Para multiplicar potências de mesma base, conservamos a base e adicionamos os expoentes. Então, se *a* é um número racional diferente de zero e *m* e *n*, números inteiros, temos: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Exemplos

- $(-1{,}9)^3 \cdot (-1{,}9)^{-1} = (-1{,}9)^{3+(-1)} = (-1{,}9)^2$
- $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2+5+(-4)} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$
- $(5{,}4)^2 \cdot (5{,}4)^3 \cdot (5{,}4)^{-6} = (5{,}4)^{2+3+(-6)} = (5{,}4)^{-1}$

Quociente de potências de mesma base

Para dividir qualquer potência por outra de mesma base não nula, conservamos a base e subtraímos os expoentes. Assim, se *a* é um número racional diferente de zero; e *m* e *n*, números inteiros, temos: $a^m : a^n = a^{m-n}$

Exemplos

- $(4{,}6)^{-2} : (4{,}6)^{3} = (4{,}6)^{-2-(+3)} = (4{,}6)^{-5}$
- $\left(-\frac{6}{7}\right)^{-8} : \left(-\frac{6}{7}\right)^{-3} = \left(-\frac{6}{7}\right)^{-8-(-3)} = \left(-\frac{6}{7}\right)^{-5}$
- $(2{,}8)^2 : (2{,}8)^{-4} = (2{,}8)^{2-(-4)} = (2{,}8)^6$

Potência de potência

Para elevar uma potência a um expoente, conservamos a base e multiplicamos os expoentes. Assim, se *a* é um número racional diferente de zero; e *m* e *n*, números inteiros, temos: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Exemplos

- $[(3{,}7)^{-2}]^3 = (3{,}7)^{(-2)\cdot 3} = 3{,}7^{-6}$
- $\left[\left(-\frac{2}{5}\right)^{4}\right]^{-6} = \left(-\frac{2}{5}\right)^{4\cdot(-6)} = \left(-\frac{2}{5}\right)^{-24}$
- $[(8{,}3)^2]^4 = (8{,}3)^{2\cdot 4} = 8{,}3^8$

Potência de um produto

Para elevar um produto a um expoente, elevamos cada fator a esse expoente. Portanto, se *a* e *b* são números racionais diferentes de zero, e *m* é um número inteiro, temos: $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

- Chame a atenção dos estudantes para o fato de que as propriedades da potenciação com números inteiros são válidas também para as potências que têm como base um número racional diferente de zero e seus expoentes são números inteiros. Se achar necessário, retome essas propriedades de potenciação com números inteiros com a turma.
- Por meio da propriedade de quociente de potências de mesma base é possível justificar o porquê de toda potência de expoente zero que tem como base um número racional não nulo ser igual a 1. Observe:

Seja *a* um número racional não nulo e *m* um número inteiro. Assim:

$$a^0 = a^{m-m} = \frac{a^m}{a^m} = 1$$

Portanto, toda potência de expoente zero que tem como base um número racional não nulo é igual a 1.

Reproduza essa demonstração para os estudantes e incentive-os a justificar cada passo dela.

- Verifique a seguir uma resolução geral para a atividade do boxe *Para pensar*:

Sabemos que a base da potência está entre 0 e 1; pode-se indicar essa base por $\frac{1}{n}$, em que n é um número inteiro positivo. Então, calculando a potência, temos: $\left(\frac{1}{n}\right)^3 = \frac{1}{n^3}$. Portanto, a potência será menor que 1.

- Na atividade **2**, espera-se que os estudantes percebam a regularidade nos sinais dos resultados quando o expoente for par ou ímpar.

A análise de regularidade em sequências de multiplicação pode ser uma estratégia para chegar às regras de sinais por meio da observação de regularidade. Se julgar necessário, peça a eles que compartilhem o raciocínio usado para ampliar o repertório de resolução de problemas.

- Na atividade **3**, peça aos estudantes que façam um quadro para relacionar o número de bactérias e a medida de tempo (em minuto). Observe o exemplo de quadro no final desta página. Com isso, eles devem concluir que após 1 hora e 20 minutos existirão 256 bactérias.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Exemplos

- $\left[0{,}4 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)\right]^{-1} = (0{,}4)^{-1} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-1} =$
  $= \left(\frac{4}{10}\right)^{-1} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{10}{4}\right) \cdot (-5) = -\frac{50}{4} = -\frac{25}{2}$
- $(0{,}5 \cdot 2)^{-2} = (0{,}5)^{-2} \cdot (2)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot (2)^{-2} = 2^2 \cdot 2^{-2} =$
  $= 2^{2+(-2)} = 2^0 = 1$

Potência de um quociente

Para elevar um quociente a um expoente, elevamos o dividendo e o divisor a esse expoente. Portanto, se a e b são números racionais diferentes de zero, e m é um número inteiro, temos: $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

Exemplos

- $\left[5 : \left(\frac{1}{2}\right)\right]^{-3} = (5)^{-3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 0{,}008 : 8 = 0{,}001$
- $[(-2{,}7) : (1{,}8)]^2 = (-2{,}7)^2 : (1{,}8)^2 = 7{,}29 : 3{,}24 = 2{,}25$

Para pensar

Se a base de uma potência é um número racional maior que zero e menor que 1, e o expoente é 3, o valor dessa potência é um número maior ou menor que 1? Dê um exemplo. **Para pensar:** menor que 1; $(0{,}1)^3 = 0{,}001$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Copie e complete as sentenças no caderno.

a) $\left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^{3+2} = \left(\frac{5}{2}\right)^5 =$ ■ **1. a)** $\frac{3125}{32}$

b) $(0{,}8)^5 : (0{,}8)^3 =$ ■ = ■ = ■ **1. b)** $(0{,}8)^{5-3}$; $(0{,}8)^2$; 0,64

c) $[(3{,}2)^2]^2 =$ ■ = ■ = ■ **1. c)** $(3{,}2)^{2 \cdot 2}$; $(3{,}2)^4$; 104,8576

d) $\left(\frac{3}{7}\right)^1 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^4 =$ ■ = ■ = ■ **1. d)** $\left(\frac{3}{7}\right)^{1+4}$; $\left(\frac{3}{7}\right)^5$; $\frac{243}{16807}$

e) $\left(\frac{3}{10}\right)^7 : \left(\frac{3}{10}\right)^2 =$ ■ = ■ = ■ **1. e)** $\left(\frac{3}{10}\right)^{7-2}$; $\left(\frac{3}{10}\right)^5$; $\frac{243}{100000}$

2. Calcule as potências de base negativa.

a) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

b) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$

c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$

d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$

- Reúna-se com os colegas e pensem em outras potências de base racional negativa e expoente inteiro positivo. Em seguida, respondam: em relação ao sinal do resultado da potência de base negativa, o que sugerem os cálculos que vocês fizeram?

2. a) $\frac{1}{4}$; **b)** $-\frac{1}{27}$; **c)** $\frac{1}{16}$; **d)** $-\frac{1}{32}$. Espera-se que os estudantes observem que os cálculos que fizeram sugerem que, se o expoente for um número par, a potência será um número positivo. Se o expoente for um número ímpar, a potência será um número negativo.

3. Carina estava estudando Biologia e descobriu que as bactérias podem se reproduzir com muita rapidez, dando origem a um número grande de descendentes. Em alguns casos, cada bactéria se divide em duas outras bactérias geneticamente iguais. Supondo que uma colônia, iniciada por uma bactéria, dobre seu número a cada 10 minutos, quantas bactérias existirão após 1 hora e 20 minutos? **3.** 256 bactérias

CNRI/SCIENCE PHOTO LIBRARY/FOTOARENA

Bactéria *Shigella* sp. colorizada artificialmente. Imagem ampliada cerca de 10 000 vezes.

Medida de tempo (em minuto)	0	10	20	30	40	...	80
Número de bactérias	$1 = 2^0$	$2 = 2^1$	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$	$16 = 2^4$	...	$256 = 2^8$

4. Murilo queria juntar dinheiro, e, para isso, fez um plano de economia. No primeiro dia, guardou R$ 0,50 em seu cofrinho e, nos dias seguintes, depositou o triplo da quantia que havia depositado no dia anterior. Quanto Murilo depositou no 7º dia? **4.** R$ 364,50

5. Corrija no caderno a sentença errada.

a) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^{2}$

b) $\left(\frac{3^2}{2^2}\right)^{-1} = \frac{9}{4}$ **5. b)** $\left(\frac{9}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{9}$

6. Qual deve ser o expoente *x* da potência para que a igualdade seja verdadeira? **6.** –2

$$\left(\frac{6}{5}\right)^{x} = \left(\frac{25}{36}\right)$$

7. Espera-se que os estudantes concluam que Fábia está errada, pois para qualquer valor inteiro de *k* a expressão sempre é positiva.

7. Observe o diálogo.

MARCOS MACHADO/ARQUIVO DA EDITORA

- Agora, responda: você concorda com a resposta de Fábia? Justifique sua resposta.

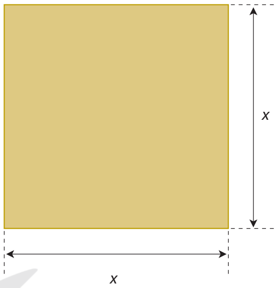
7 Raiz quadrada

Acompanhe a situação a seguir.

Sílvia comprou um terreno quadrado que tem 72,25 metros quadrados de medida de área para construir uma casa.

Que cálculo ela pode fazer para descobrir a medida de comprimento do lado desse terreno?

Considerando *x* a medida de comprimento do lado, temos:



$$\text{Medida da área} = x \cdot x$$
$$72{,}25 = x \cdot x$$
$$72{,}25 = x^2$$

O número *x*, positivo, que elevado ao quadrado resulta em 72,25, é a **raiz quadrada** de 72,25. Sílvia sabe que esse número é maior que 8, pois $8^2 = 64$, e menor que 9, pois $9^2 = 81$. Por tentativa, é possível que Sílvia determine o produto:

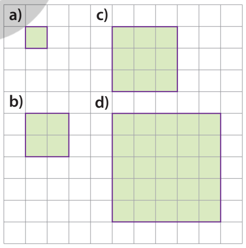
$$8{,}5 \cdot 8{,}5 = 72{,}25$$

Então, $\sqrt{72{,}25} = 8{,}5$, ou seja, a medida de comprimento do lado do terreno é 8,5 m.

A **raiz quadrada** de um número racional *a* é um número não negativo que, elevado ao quadrado, resulta em *a*.

Para pensar

A medida de comprimento do lado de cada quadrado de contorno roxo pode ser associada a que raiz quadrada?



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Para pensar: a) $\sqrt{1}$; **b)** $\sqrt{4}$; **c)** $\sqrt{9}$; **d)** $\sqrt{25}$

(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

- Na atividade **6**, espera-se que os estudantes percebam que $25 = 5^2$ e que $36 = 6^2$. Além disso, devem notar que $\frac{5}{6}$ é o inverso de $\frac{6}{5}$. Dessa maneira, temos:

$$\left(\frac{6}{5}\right)^{x} = \left(\frac{25}{36}\right)$$
$$\left(\frac{25}{36}\right) = \left(\frac{5^2}{6^2}\right) = \left(\frac{5}{6}\right)^{2} = \left(\frac{6}{5}\right)^{-2}$$

Portanto, o expoente *x* é igual a –2.

Raiz quadrada

Objetivos

- Calcular raízes de números racionais.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA12.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA12 porque propõe a resolução de problemas que envolvem a radiciação de números racionais.

Orientação

- O foco do estudo de raiz quadrada também deve ter atenção especial. O trabalho com raízes quadradas de números racionais sempre deve ser desenvolvido utilizando o que os estudantes já conhecem a respeito dessa operação com números naturais.
- Se achar oportuno, explore a imagem do boxe *Para pensar* antes de iniciar o estudo do conteúdo, para relembrar alguns conceitos de raiz quadrada.

Resolução:

a) Quadrado com 1 quadradinho da malha quadriculada: $\sqrt{1} = 1$

Logo, a medida de comprimento do lado do quadrado é 1.

b) Quadrado com 4 quadradinhos da malha quadriculada: $\sqrt{4} = 2$

Logo, a medida de comprimento do lado do quadrado é 2.

c) Quadrado com 9 quadradinhos da malha quadriculada: $\sqrt{9} = 3$

Logo, a medida de comprimento do lado do quadrado é 3.

d) Quadrado com 25 quadradinhos da malha quadriculada: $\sqrt{25} = 5$

Logo, a medida de comprimento do lado do quadrado é 5.

- Se julgar necessário, lembre os estudantes de que, como se trata de medida de comprimento, o resultado negativo é descartado.

Expressões numéricas

Objetivos

- Calcular o valor de expressões numéricas envolvendo as operações com números racionais.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA12.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA12 porque propõe a resolução de problemas que envolvem o cálculo do valor de expressões numéricas e operações com números racionais.

Orientações

- No quadro, resolva com a turma a expressão numérica do exemplo, nos dois modos indicados. Faça o exemplo passo a passo e aproveite para resolver as dúvidas que podem surgir, pois desse modo os estudantes trabalharão com o que foi apresentado na Unidade: operações, potenciação e radiciação com números racionais.

Agora, vamos examinar a raiz quadrada de 0,36.

Há dois números racionais que, elevados ao quadrado, resultam em 0,36:

$$(+0{,}6)^2 = 0{,}36 \text{ e } (-0{,}6)^2 = 0{,}36$$

Mas, pela definição, a raiz quadrada deve ser um número não negativo; portanto: $\sqrt{0{,}36} = +0{,}6$. Ou seja, a raiz quadrada é única.

Para que a raiz quadrada de um número racional *a* tenha como resultado um número racional, é preciso que *a* seja um **racional quadrado perfeito**, isto é, um racional que possa ser escrito como potência de base racional e expoente 2.

Exemplos

- $\sqrt{\frac{1}{4}}$ é um número racional, porque $\frac{1}{4}$ é um número racional quadrado perfeito, já que podemos escrever: $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$
- $\sqrt{1{,}21}$ é um número racional, porque 1,21 é um número racional quadrado perfeito, já que podemos escrever: $1{,}21 = 1{,}1^2$

Observações

- $\sqrt{0{,}3}$ não é um número racional, porque 0,3 não é número racional quadrado perfeito.
- $\sqrt{-0{,}25}$ não é um número racional, porque não existe um número racional que, elevado ao expoente 2, resulte em um número negativo.

8 Expressões numéricas

Na gincana de Matemática do 7º ano, Paula e Neto resolveram de maneiras diferentes a expressão $\left(-\frac{1}{5}\right)^4 : \left(-\frac{1}{5}\right)^2 - 4^{-1} \cdot \sqrt{0{,}25}$.

Observe os cálculos que cada um fez.

Paula preferiu calcular com frações.

$$\begin{aligned}
&\left(-\frac{1}{5}\right)^4 : \left(-\frac{1}{5}\right)^2 - 4^{-1} \cdot \sqrt{0{,}25} = \\
&= \left(-\frac{1}{5}\right)^2 - \frac{1}{4} \cdot \sqrt{\frac{25}{100}} = \\
&= +\frac{1}{25} - \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{10} = \\
&= +\frac{1}{25} - \frac{5}{40} = +\frac{8}{200} - \frac{25}{200} = -\frac{17}{200}
\end{aligned}$$

Neto optou pela forma decimal.

$$\begin{aligned}
&\left(-\frac{1}{5}\right)^4 : \left(-\frac{1}{5}\right)^2 - 4^{-1} \cdot \sqrt{0{,}25} = \\
&= (-0{,}2)^4 : (-0{,}2)^2 - \frac{1}{4} \cdot 0{,}5 = \\
&= (-0{,}2)^2 - 0{,}25 \cdot 0{,}5 = \\
&= 0{,}04 - 0{,}125 = -0{,}085
\end{aligned}$$

Portanto, os dois chegaram ao mesmo resultado, pois $-\frac{17}{200} = -0{,}085$.

(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Nas expressões numéricas, devemos efetuar as operações respeitando esta ordem:

1º) potenciação e radiciação (raiz quadrada);
2º) multiplicação e divisão;
3º) adição algébrica.

Observação

Em expressões numéricas com sinais de agrupamento, devemos efetuar as operações, eliminando-os na ordem a seguir:

1º) parênteses; 2º) colchetes; 3º) chaves.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Responda às questões.

a) Qual é a medida de comprimento do lado de um quadrado cuja medida da área é igual a 20,25 m²? **1. a)** 4,5 m

b) Qual é a medida da área de um quadrado cujo lado mede $\sqrt{64}$ m de comprimento? **1. b)** 64 m²

c) Qual é a medida de comprimento do lado de um quadrado de medida de área igual a 38,44 cm²? **1. c)** 6,2 cm

2. Fábio recortou uma folha de papel e fez diversos quadrados. Então, verificou que as medidas de comprimento dos lados dos quadrados eram expressas por números quadrados perfeitos.

Descubra quais dos números abaixo não podem ser considerados medidas de comprimento dos lados dos quadrados recortados por Fábio. **2.** $\frac{1}{2}$ e 20

$\frac{1}{2}$ 25 144 20

ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

3. Márcia quer emoldurar dois de seus quadros que têm formato quadrado, com medidas de área de 201,64 cm² e 412,09 cm², respectivamente. Se cada centímetro de comprimento da moldura que Márcia quer comprar custa R$ 1,65, quanto ela gastará para emoldurar os dois quadros? **3.** R$ 227,70

4. Calcule o valor de cada uma das expressões numéricas no caderno.

a) $\left(1{,}4 - \sqrt{49}\right) \cdot (0{,}2 + 1{,}5)$ **4. a)** –9,52

b) $\left(-\sqrt{\frac{1}{9}} + \frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{6}{7}\right)$ **4. b)** $-\frac{2}{35}$

c) $+2{,}4 \cdot \left(-\frac{3}{2^2} - \frac{1}{2}\right)$ **4. c)** –3

d) $\frac{3}{5} + \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \left(+\sqrt{0{,}16}\right)$ **4. d)** $\frac{8}{15}$

5. Juliana estava estudando potências e raízes e percebeu o seguinte:

EDNEI MARX/ARQUIVO DA EDITORA

5. Exemplo de resposta: $(0{,}8)^2 = 0{,}64$ e $0{,}64 < 0{,}8$; $\sqrt{0{,}64} = 0{,}8$ e $0{,}8 > 0{,}64$

- Escreva, no caderno, alguns exemplos em que ocorre o que Juliana percebeu.

6. Daniela calculou $\sqrt{0{,}09}$ com uma calculadora.

Então, ela começou a apertar a tecla √ várias vezes e obteve outros resultados. Depois de um tempo, por mais que Daniela apertasse a tecla √, a calculadora sempre indicava o mesmo número.

a) Qual foi o último número encontrado por Daniela? **6. a)** 1

b) Se Daniela começasse a calcular a raiz quadrada de outro número, o resultado seria o mesmo? **6. b)** Sim; quanto mais apertamos a tecla √, mais a raiz se aproxima de 1.

- Na atividade **3**, espera-se que os estudantes concluam que para resolver o problema é preciso calcular o valor da seguinte expressão numérica:

$1{,}65 \cdot 4 \cdot \sqrt{201{,}64} + 1{,}65 \cdot 4 \cdot \sqrt{412{,}09}$

Para isso, eles podem utilizar a calculadora.

$1{,}65 \cdot 4 \cdot \sqrt{201{,}64} + 1{,}65 \cdot 4 \cdot \sqrt{412{,}09} =$
$= 1{,}65 \cdot 4 \cdot 14{,}2 + 1{,}65 \cdot 4 \cdot 20{,}3 =$
$= 6{,}6 \cdot 14{,}2 \cdot 6{,}6 \cdot 20{,}3 =$
$= 93{,}72 + 133{,}98 = 227{,}70$

Portanto, Márcia gastará R$ 227,70 para emoldurar os dois quadros.

- Se achar conveniente, após a resolução da atividade **5**, explique aos estudantes que o que Juliana percebeu ocorre com números entre 0 e 1.

Estatística e Probabilidade

Objetivos

- Construir pictogramas com base em dados organizados em tabelas.
- Possibilitar o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental** da macroárea **Meio Ambiente**.
- Favorecer o desenvolvimento da competência específica 7 da BNCC.

Orientações

- O pictograma é um tipo de gráfico estatístico cujos dados são representados por meio de figuras. Esses gráficos costumam ser utilizados com bastante frequência pelos meios de comunicação por serem atraentes e, consequentemente, despertarem mais a atenção do público. Comente com os estudantes que, na situação apresentada na página, Larissa poderia ter usado outro símbolo para representar as quantidades de latas indicadas.
- O contexto apresentado no boxe *Para investigar* propicia pedir aos estudantes que façam uma pesquisa sobre a importância da reciclagem para o meio ambiente: uma questão de urgência social. Essa proposta contribui para o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental** da macroárea **Meio Ambiente**. Após realizarem a pesquisa, promova um debate com a turma para que todos os estudantes tenham a oportunidade de expor o que acham e de estar em contato com a diversidade de opiniões dos colegas. Dinâmicas como essa favorecem o desenvolvimento da competência específica 7 da BNCC.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Construção de pictogramas

Larissa trabalha em uma fábrica que recicla latas de alumínio.

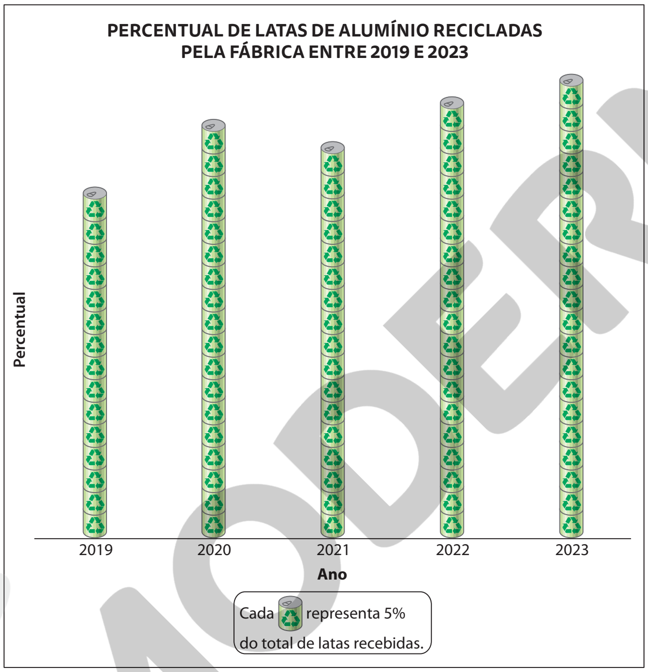
Observe abaixo uma tabela com o percentual de latas de alumínio recicladas por essa fábrica entre 2019 e 2023.

Percentual de latas de alumínio recicladas pela fábrica entre 2019 e 2023

Ano	2019	2020	2021	2022	2023
Percentual	75%	90%	85%	95%	100%

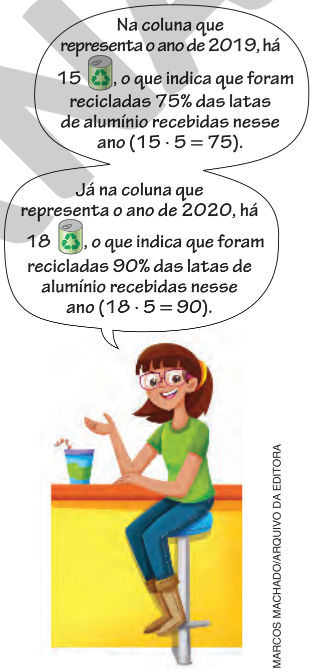
Dados obtidos pela fábrica em dezembro de 2023.

Com os dados da tabela, Larissa construiu o gráfico a seguir.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela fábrica em dezembro de 2023.



MARCOS MACHADO/ARQUIVO DA EDITORA

Gráficos como esse, em que utilizamos ícones para representar os dados, são chamados de **pictogramas**. Nesse pictograma, escolheu-se o ícone ♻ para representar o percentual de reciclagem das latas de alumínio recebidas pela fábrica.

Note que cada ♻ representa 5% das latas recebidas.

Para investigar

Reúna-se com alguns colegas e façam uma pesquisa sobre a importância da reciclagem para o meio ambiente.

Para investigar: Resposta pessoal.

Competência específica 7: Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

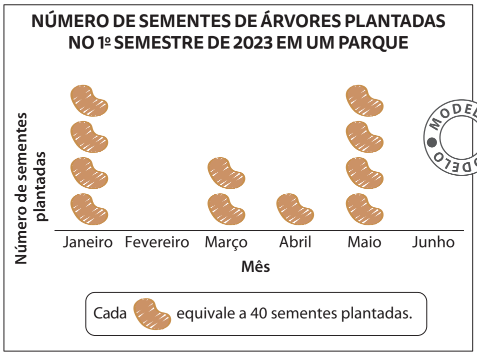
ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe a tabela abaixo.

Número de sementes de árvores plantadas no 1º semestre de 2023 em um parque	
Mês	**Número de sementes plantadas**
Janeiro	160
Fevereiro	240
Março	80
Abril	120
Maio	200
Junho	80

Dados obtidos por Lorena em julho de 2023.


NÚMERO DE SEMENTES DE ÁRVORES PLANTADAS NO 1º SEMESTRE DE 2023 EM UM PARQUE

Dados obtidos por Lorena em julho de 2023.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Considerando que cada corresponde a 40 sementes plantadas, Lorena começou a construir o pictograma acima com base na tabela. Copie o pictograma no caderno e complete-o.

1. Resposta em *Orientações.*

2. Segundo a projeção da população realizada pelo IBGE, em 2028 haverá quase 223 milhões de habitantes no Brasil. Esse total divide-se em aproximadamente 114 milhões de mulheres e 108 milhões de homens.

a) De acordo com essa projeção, haverá mais homens ou mais mulheres? Quanto(a)s a mais?

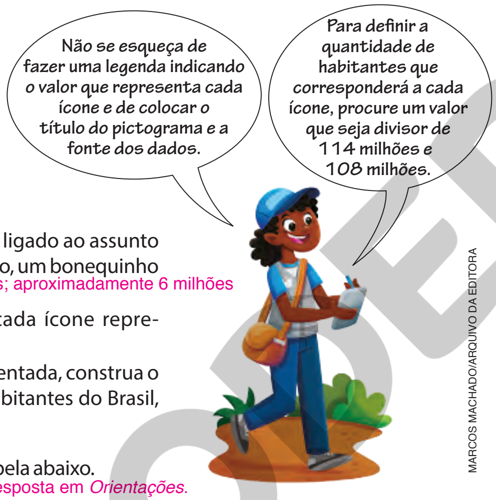
b) Construa um pictograma. Para isso, você deve:

- escolher um ícone; geralmente, o ícone está ligado ao assunto tratado – nesse caso, ele pode ser, por exemplo, um bonequinho para representar os habitantes;
- definir a quantidade de habitantes que cada ícone representará.

2. a) mulheres; aproximadamente 6 milhões a mais

Definidos o ícone e a quantidade por ele representada, construa o pictograma sobre a projeção do número de habitantes do Brasil, separando-os em homens e em mulheres.

2. b) Resposta em *Orientações.*



MARCOS MACHADO/ARQUIVO DA EDITORA

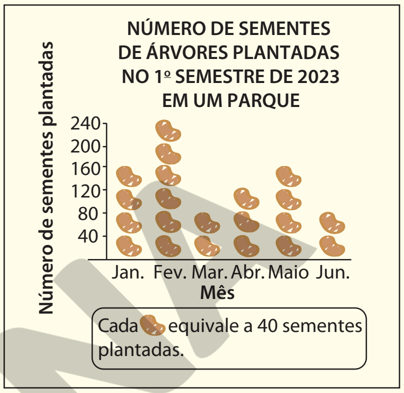
3. Construa um pictograma com base nos dados da tabela abaixo.

3. Resposta em *Orientações.*

Projeção aproximada da população de alguns estados do Brasil em 2035	
Estado	**População aproximada**
Sergipe	2 500 000
Rondônia	2 000 000
Distrito Federal	3 500 000
Amazonas	5 000 000
Acre	1 000 000

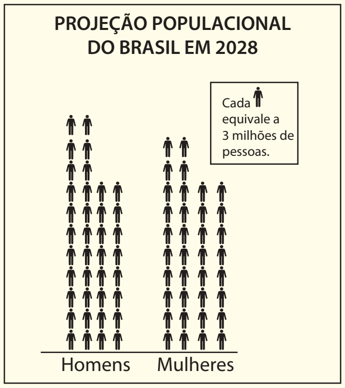
Dados obtidos em: IBGE. *Projeção da população do Brasil e das unidades da federação*. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/apps/populacao/projecao/index.html?utm_source=portal&utm_medium=popclock&utm_campaign=novo_popclock. Acesso em: 20 maio 2022.

- Para construir um pictograma é importante, entre outras coisas, que o ícone escolhido tenha relação com o tema da pesquisa, que o valor de cada ícone seja um divisor comum dos dados referentes à variável que será representada no eixo vertical ou horizontal e que haja uma legenda indicando o valor que representa cada ícone.
- Resposta da atividade **1**:


NÚMERO DE SEMENTES DE ÁRVORES PLANTADAS NO 1º SEMESTRE DE 2023 EM UM PARQUE

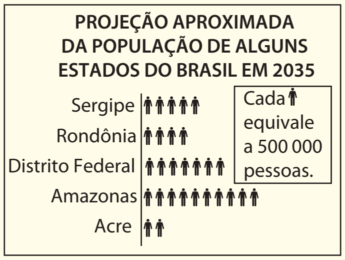
Dados obtidos por Lorena em julho de 2023.

- Resposta da atividade **2b**:


PROJEÇÃO POPULACIONAL DO BRASIL EM 2028

Dados obtidos em: IBGE. Projeção da população do Brasil e das Unidades da Federação. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/apps/populacao/projecao/index.html?utm_source=portal&utm_medium=popclock&utm_campaign=novo_popclock. Acesso em: 20 maio 2022.

- Resposta da atividade **3**:


PROJEÇÃO APROXIMADA DA POPULAÇÃO DE ALGUNS ESTADOS DO BRASIL EM 2035

Dados obtidos em: IBGE. Projeção da população do Brasil e das Unidades da Federação. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/apps/populacao/projecao/index.html?utm_source=portal&utm_medium=popclock&utm_campaign=novo_popclock. Acesso em: 20 maio 2022.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer da Unidade.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF07MA08, EF07MA10, EF07MA11 e EF07MA12.

Habilidades da BNCC

- A habilidade EF07MA08 é desenvolvida nesta seção por meio da resolução da atividade **3**.
- A habilidade EF07MA10 é desenvolvida nesta seção por meio da resolução das atividades **2** e **4**.
- As habilidades EF07MA11 e EF07MA12 são desenvolvidas nesta seção por meio da resolução das atividades **5**, **6**, **7**, **8**, **9**, **10**, **11**, **12**, **13**, **14**, **15**, **16**, **17** e **18**.

Orientações

- Acompanhe a resolução da atividade **1** para identificar se ainda há estudantes que não assimilaram totalmente a questão dos conjuntos numéricos. Apesar de essa atividade ser simples, ela pode indicar se o estudante tem a ideia errônea de que um número inteiro não é um número racional, o que o levará a assinalar apenas os números que estão na forma fracionária. Se isso acontecer, peça aos estudantes que se reúnam em trios para discutir as respostas com justificativas.
- Resolução da atividade **9**:

Se forem retirados $\frac{3}{4}$ de uma barra de ouro de cada um dos pratos da balança, em um dos pratos teremos $\frac{1}{4}$ de barra de ouro e no outro, $\frac{3}{4}$ de quilograma. Como os dois pratos permanecem em equilíbrio, a medida de massa desse $\frac{1}{4}$ de barra de ouro corresponde a $\frac{3}{4}$ de quilograma, ou seja, 750 g. Se a medida de massa de $\frac{1}{4}$ da barra de ouro é 750 g, a medida de massa da barra inteira é 3 kg, pois 4 · 750 g = = 3 000 g = 3 kg.

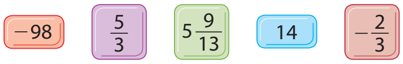
Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

2. alternativa **b**; Exemplo de resposta: Na reta numérica, o número |– 0,63| está entre os números $\frac{5}{9}$ e $\frac{6}{9}$.

6. Exemplo de resposta: porque esse agrupamento facilita o cálculo da operação mentalmente.

1. Observe as fichas a seguir e copie no caderno apenas os números racionais. **1.** –98; $\frac{5}{3}$; $5\frac{9}{13}$; 14; $-\frac{2}{3}$



ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

2. Qual(is) é(são) a(s) afirmação(ões) falsa(s)? Corrija-a(s) no caderno.

a) Na reta numérica, o número –0,25 está entre os números $-\frac{8}{7}$ e $-\frac{1}{7}$.

b) Na reta numérica, o número |–0,63| está entre os números $\frac{7}{9}$ e $\frac{8}{9}$.

c) Na reta numérica, o número $\frac{13}{10}$ está entre os números 1,2 e |–1,63|.

3. Na última terça-feira, Mário passou seu tempo da seguinte forma: durante $\frac{1}{4}$ do dia, ele esteve no colégio; dedicou $\frac{2}{12}$ do dia aos estudos em casa e $\frac{3}{24}$ do dia às refeições; passou $\frac{1}{3}$ dormindo e $\frac{1}{8}$ praticando esportes. A que atividade Mário dedicou a maior parte de seu dia? **3.** dormir

4. Descubra se Júlia e Ricardo estão corretos.
4. Júlia está correta, e Ricardo está errado.

MARCOS MACHADO/ARQUIVO DA EDITORA

5. Júnior gosta de fazer economia. Ele deposita em um cofrinho todo o dinheiro economizado. Durante a última semana, Júnior conseguiu guardar 9 moedas de R$ 1,00, 11 moedas de R$ 0,50, 15 moedas de R$ 0,25, 23 moedas de R$ 0,10 e 13 moedas de R$ 0,05. Quantos reais Júnior conseguiu guardar durante essa semana? **5.** R$ 21,20

6. Lucas foi ao supermercado e comprou uma lata de ervilhas por R$ 2,25, um pacote de macarrão por R$ 4,30 e um chocolate por R$ 3,75. Enquanto estava na fila do caixa, ele resolveu calcular mentalmente o valor que gastaria com as compras. Ele fez a conta da seguinte maneira:

$$(2,25 + 3,75) + 4,30 = 6,00 + 4,30 = 10,30$$

Por que Lucas decidiu agrupar os números dessa forma?

7. Determine o valor de cada expressão sabendo que $a = -0,5$, $b = \frac{3}{4}$ e $c = 0,25$.

a) $a + b - c$ **7. a)** 0
b) $2a + c - b$ **7. b)** –1,5
c) $3c + (a - b)$ **7. c)** –0,5
d) $2b - (a + c)$ **7. d)** 1,75

8. Reescreva as operações indicadas substituindo o ■ por um número racional.

a) (–0,8) + ■ = 0 **8. a)** +0,8

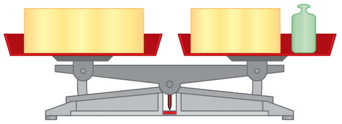
b) $■ + \left(-\frac{2}{3}\right) = -1$ **8. b)** $-\frac{1}{3}$

c) $\frac{10}{7} + \left(-\frac{1}{4}\right) = ■ + \frac{10}{7}$ **8. c)** $-\frac{1}{4}$

d) $-\frac{1}{5} + ■ = -\frac{1}{5}$ **8. d)** 0

e) (1,5) + [(–1,7) + (5,3)] = [(1,5) + (■)] + (5,3) **8. e)** –1,7

9. Uma balança de dois pratos iguais fica equilibrada quando em um dos pratos há uma barra de ouro e no outro há $\frac{3}{4}$ de uma barra de ouro e $\frac{3}{4}$ de 1 quilograma.



FAUSTINO/ ARQUIVO DA EDITORA

- Qual é a medida de massa de uma barra de ouro? **9.** 3 kg

10. Em uma pesquisa de opinião, os resultados foram: $\frac{2}{5}$ das pessoas entrevistadas disseram preferir Matemática, $\frac{1}{4}$ afirmou preferir Geografia, $\frac{1}{3}$ escolheu Língua Portuguesa, e as demais não indicaram preferência por nenhuma disciplina específica. Que fração do total de pessoas não tem preferência por uma disciplina específica?
10. $\frac{1}{60}$

(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.

(EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.

(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

11. Exemplo de problema: Jorge foi a uma livraria e comprou dois livros: um custou R$ 121,25, e o outro, R$ 78,66. Quanto Jorge recebeu de troco, se pagou sua compra com 2 cédulas de R$ 100,00?

11. Elabore um problema cuja solução possa ser encontrada pelas operações abaixo.

121,25 + 78,66 = 199,91

200,00 – 199,91 = 0,09

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

12. A estação Rádio da Escola realizou uma pesquisa para identificar os gêneros musicais preferidos pelos estudantes.

MARCOS MACHADO/ARQUIVO DA EDITORA

- Sabendo que alguns estudantes não têm preferência por gênero musical, que fração representa o número de estudantes que não preferem *rock* nem pagode? **12.** $\frac{1}{4}$

13. Para fazer um churrasco, Antônia comprou 4,5 kg de carne bovina e 1,5 kg de linguiça. Se o preço de 1 kg da carne bovina era R$ 20,70 e o da linguiça era R$ 10,80, quanto Antônia gastou?

DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

13. R$ 109,35

14. Observe as teclas de memória da calculadora:

M+: adiciona (guarda) números na memória

M–: subtrai (retira) números da memória

MRC: exibe o que resultou na memória após usar as teclas M+ e M–

Observe uma maneira de calcular o valor da expressão: 0,1 – 0,9 + 0,5 – 0,8

Temos:

0,1 – 0,9 + 0,5 – 0,8 = +(0,1 + 0,5) – (0,9 + 0,8)

0 · 1 + 0 · 5 M+
0 · 9 + 0 · 8 M– MRC

Obtemos: - 1,1

- Agora, calcule a expressão a seguir usando uma calculadora, conforme a explicação dada.

$$-1,5 + 3 - 0,3 + 2,1 - 0,4$$

14. 3 + 2 · 1 M+
1 · 5 + 0 · 3 + 0 · 4 M– MRC
2,9

15. Se Carlos gasta 0,4 L de tinta para pintar $\frac{3}{4}$ de uma parede, que fração da parede ele pintaria com uma lata de 0,5 L de tinta? **15.** $\frac{15}{16}$

DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

16. Exemplo de problema: Raul vai pagar uma dívida de R$ 2 225,90 em 10 parcelas iguais e sem juros. Qual será o valor de cada parcela?

16. Elabore um problema cuja solução possa ser encontrada por meio dos cálculos abaixo.

–2 225,90 : 10 = –222,59

|–222,59| = 222,59

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

17. Represente a multiplicação a seguir com uma só potência de base 3. **17.** 3^0

$$\frac{1}{3} \cdot 9 \cdot \sqrt{9} \cdot \frac{1}{27} \cdot 81 \cdot 3^{-3}$$

18. Anderson está treinando para participar de uma prova de triatlo – modalidade esportiva que combina, de forma sequencial e sem interrupção, provas com certa medida de distância em cada modalidade: de natação (1,5 km), ciclismo (40 km) e corrida (10 km). Na primeira semana, a medida de distância no treino em cada modalidade foi esta: nadar 100 m, pedalar 2 000 m e correr 500 m. Em cada semana seguinte, ele dobrou as medidas das distâncias do treino da semana anterior. Na 6ª semana, Anderson já estava treinando exatamente as medidas de distância oficiais da prova do triatlo?

DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

18. não

- Resolução da atividade **12**:

Os estudantes devem perceber que a soma das frações que representam o número de estudantes que preferem *rock*, pagode e MPB não é 1; faltou citar a fração que representa o número de estudantes que não preferem *rock* nem pagode nem MPB, completando, assim, o total de estudantes entrevistados. Vamos obter essa fração:

$$1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) = \frac{12 - (3 + 6 + 2)}{12} = \frac{1}{12}$$

Portanto, $\frac{1}{12}$ dos entrevistados não prefere *rock* nem pagode nem MPB. Logo, a fração que representa o número de estudantes que não preferem *rock* nem pagode é obtida adicionando-se a fração dos entrevistados que preferem MPB à fração dos que não preferem nem *rock* nem pagode nem MPB, ou seja: $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$.

- Resolução da atividade **13**:

Para encontrar o total gasto por Antônia, basta calcular o valor da seguinte expressão numérica:

20,70 · 4,5 + 10,80 · 1,5

Resolvendo essa expressão temos:

20,70 · 4,5 + 10,80 · 1,5 = 93,15 + 16,2 = = 109,35

Portanto, Antônia gastou no total R$ 109,35.

- Após realizar as atividades desta seção, entregue para cada estudante uma ficha de autoavaliação dos conteúdos trabalhados neste Capítulo. Desse modo, é possível acompanhar a aprendizagem e possíveis dificuldades dos estudantes.

Na parte inferior desta página, sugerimos uma ficha com algumas questões, em que os itens avaliados devem ser adaptados à realidade da turma.

Eu...	Sim	Às vezes	Não
... reconheço que os números inteiros não dão conta de expressar algumas medidas, e que para isso precisamos recorrer aos números racionais positivos ou negativos?			
... sei comparar e ordenar números racionais?			
... sei resolver problemas envolvendo operações com números racionais?			
... sei calcular adições, subtrações, multiplicações e divisões com números racionais?			
... sei calcular potências e raízes de números racionais (raiz quadrada)?			
... sei calcular o valor de expressões numéricas envolvendo as operações com números racionais?			
... sei interpretar e construir pictogramas com base em dados organizados em tabelas?			

Unidades de medida

Objetivos

- Reconhecer a unidade de medida mais adequada para medir determinada grandeza.
- Favorecer o desenvolvimento da competência específica 2 e da habilidade da BNCC: EF07MA29.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA29 por meio da resolução de problemas que envolvem diferentes grandezas em contextos cotidianos variados. Nestes problemas, os estudantes devem decidir quais unidades de medida são mais adequadas a cada situação.

Orientações

- A temática da tirinha leva o estudante a refletir sobre a importância de expressar uma medida usando a unidade adequada. As questões do boxe *Para pensar* contribuem para que os estudantes façam tal reflexão, incentivando-os a recorrer aos conhecimentos matemáticos adquiridos para produzir uma justificativa convincente, o que favorece o desenvolvimento da competência específica 2 da BNCC.
- Ao retomar o quadro com algumas unidades de medida, proponha aos estudantes que conversem sobre situações do dia a dia em que depararam com medidas expressas em metro, segundo, quilograma, metro quadrado ou metro cúbico. Aproveite a oportunidade e faça um levantamento dos conhecimentos prévios deles em relação aos múltiplos ou submúltiplos dessas unidades.

CAPÍTULO

5 Grandezas e medidas

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF07MA29
EF07MA30

1 Unidades de medida

Leia a tirinha a seguir.

Meça suas palavras

Por Rafael Silva.

© HUMOR COM CIÊNCIA

Para pensar

Para pensar: a) A intenção do bugio foi dar a impressão de que é mais alto do que realmente é; **b)** centímetro.

a) Qual foi a intenção do bugio Caco ao expressar a medida de sua altura em milímetro?

b) Qual é a unidade de medida de comprimento mais adequada para expressar a medida da altura de Caco?

Para medir qualquer grandeza é necessário escolher uma unidade adequada e compará-la com o que será medido.

No Sistema Internacional de Unidades (SI), são atribuídas a algumas grandezas unidades de medida de base. Elas fornecem as referências que permitem definir unidades maiores (os múltiplos) e menores (os submúltiplos). Para cada caso, deve-se escolher a unidade de medida mais adequada.

Na tirinha acima, Caco não usou a unidade de medida de comprimento adequada para expressar a medida de sua altura, com a intenção de convencer o tucano de que ele era mais alto do que realmente era. Nesse caso, Caco deveria ter expressado sua altura em centímetro.

Recorde

Algumas unidades de medida

Grandeza	Unidade de medida
comprimento	metro (m)
tempo	segundo (s)
massa	quilograma (kg)
área	metro quadrado (m^2)
volume	metro cúbico (m^3)

ATIVIDADES **FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

1. Escreva a unidade de medida que, em sua opinião, é adequada para medir:
  - **a)** o comprimento de uma mangueira de jardim; **1. a)** metro
  - **b)** a área de um campo de futebol; **1. b)** metro quadrado
  - **c)** a capacidade de um copo; **1. c)** mililitro
  - **d)** a massa de um caminhão; **1. d)** quilograma ou tonelada
  - **e)** a duração de um comercial na TV. **1. e)** segundo

(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.

Competência específica 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

2. Identifique as cenas em que a unidade de medida mencionada não foi bem empregada. Em seguida, reescreva, em seu caderno, as falas dessas cenas usando a unidade de medida adequada.

A

C

2. cenas A e D;
Exemplo de resposta:
A. Meço 1,3 metro de altura.
D. Eu gostaria de 150 gramas de presunto, por favor.

B

D

ILUSTRAÇÕES: CACÁ FRANÇA/ARQUIVO DA EDITORA

2 Unidades de medida de comprimento

O **metro** é a unidade de base do SI para medir comprimentos e essa unidade não é adequada, por exemplo, para medir a distância entre duas cidades ou o comprimento de um grão de arroz. Para casos como esses, devemos utilizar seus múltiplos (unidades de medida maiores que o metro) e submúltiplos (unidades de medida menores que o metro).

O submúltiplo adequado para medir o comprimento de um grão de arroz é o **milímetro** (mm) (1 milímetro equivale a 0,001 metro) e o múltiplo adequado para medir a distância entre duas cidades é o **quilômetro** (km) (1 quilômetro equivale a 1 000 metros).

Existem casos em que as medidas das distâncias são tão grandes que o quilômetro não é uma unidade de medida adequada. Para medir, por exemplo, as distâncias entre planetas e estrelas, é usada uma unidade baseada na medida da distância média da Terra ao Sol: a **unidade astronômica** (1 unidade astronômica, ou 1 ua, equivale a 149 597 870 700 metros).

RUGGIERO SCARDIGNO/SHUTTERSTOCK

Segundo o Instituto Agronômico (IAC) do estado de São Paulo, um grão de arroz polido mede, em média, 6,84 milímetros de comprimento.

Unidades de medida de comprimento

Objetivos

- Reconhecer os múltiplos e submúltiplos do metro e como eles se relacionam.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA29.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA29 porque trabalha com a resolução e a elaboração de problemas que envolvem medidas de comprimento inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas.

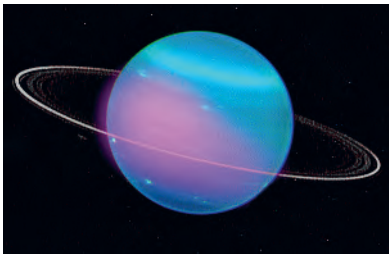
Orientações

- O texto inicial deste tópico fala de situações reais em que as medidas de comprimento são expressas usando unidades menores ou maiores que o metro. Verifique se os estudantes conhecem essas unidades de medida e já depararam com situações em que elas foram empregadas.

(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.

- Use o conhecimento prévio dos estudantes para trabalhar as transformações de unidade de medida de comprimento em outra imediatamente superior ou inferior. Por meio da experiência pessoal, eles poderão atribuir significado a essas transformações. Para exemplificar, peça que transformem as medidas de suas alturas em metro para centímetro.

Há, ainda, seres ou objetos tão pequenos que podemos vê-los somente usando um microscópio. Para medi-los, existem outros submúltiplos da unidade de medida metro, como o **micrômetro** (1 micrômetro, ou 1 μm, equivale a 0,000001 metro) e o **nanômetro** (1 nanômetro, ou 1 nm, equivale a 0,000000001 metro). Para ter uma ideia de quão pequenas são essas medidas, basta considerar que a medida da espessura de um fio de cabelo é de aproximadamente 50 micrômetros ou 50 000 nanômetros.



NASA

Os astrônomos detectaram raios X de Urano pela primeira vez no Observatório de raios X Chandra, da NASA, como mostrado nesta imagem de março de 2021. A medida da distância entre Urano e o Sol é de cerca de 18,8 unidades astronômicas.

ERIC ERBE/UNITED STATES DEPARTMENT OF AGRICULTURE

Lorryia formosa, ácaro amarelo comumente encontrado em plantas cítricas, ampliado 340 vezes, colorizado artificialmente. Os ácaros são visíveis apenas ao microscópio, e medem entre 140 e 170 micrômetros.

Vamos estudar agora os principais múltiplos e submúltiplos da unidade de medida metro.

Múltiplos da unidade de medida metro

Para medir grandes comprimentos, recorremos aos múltiplos da unidade de medida metro: o **decâmetro** (dam), o **hectômetro** (hm) e o **quilômetro** (km).

As relações desses múltiplos com a unidade de medida metro são:

$$1 \text{ dam} = 10 \cdot 1 \text{ m} = 10 \text{ m}$$

$$1 \text{ hm} = 100 \cdot 1 \text{ m} = 100 \text{ m}$$

$$1 \text{ km} = 1\,000 \cdot 1 \text{ m} = 1\,000 \text{ m}$$

Submúltiplos da unidade de medida metro

Para medir pequenos comprimentos, usamos os submúltiplos da unidade de medida metro: o **decímetro** (dm), o **centímetro** (cm) e o **milímetro** (mm).

As relações desses submúltiplos com a unidade de medida metro são:

$$1 \text{ dm} = \frac{1}{10} \cdot 1 \text{ m} = 0{,}1 \text{ m}$$

$$1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \cdot 1 \text{ m} = 0{,}01 \text{ m}$$

$$1 \text{ mm} = \frac{1}{1\,000} \cdot 1 \text{ m} = 0{,}001 \text{ m}$$

ILUSTRAÇÕES: CACÁ FRANÇA/ARQUIVO DA EDITORA

Observe o quadro com a equivalência entre essas unidades de medida de comprimento e a unidade de medida metro.

	Múltiplos			**Unidade de medida de base**	**Submúltiplos**		
Unidade de medida	quilômetro	hectômetro	decâmetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
Símbolo	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
Relação com a unidade de medida metro	1 000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Para pensar **Para pensar: a)** dividir por 10; multiplicar por 10; **b)** 5 000 dm.

a) Que operação deve ser realizada para transformar uma medida de comprimento expressa em determinada unidade de medida para outra imediatamente superior? E para transformar para uma unidade de medida imediatamente inferior?

b) Como podemos expressar a medida 5 hm na unidade de medida decímetro?

1. a) 0,15 m; **b)** 500 cm; **c)** 3 000 m; **d)** 3 000 dm; **e)** 0,007 dam; **f)** 10 000 cm

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Expresse as medidas de comprimento nas unidades indicadas.

a) 15 cm em m
b) 5 m em cm
c) 3 km em m
d) 3 hm em dm
e) 70 mm em dam
f) 0,1 km em cm

2. Expresse as medidas de distância em metro.

a) 9 km e 8 dam **2. a)** 9 080 m
b) 18 km e 8 dam **2. b)** 18 080 m
c) 2 km, 5 hm e 7 dam **2. c)** 2 570 m
d) 49 dm e 12 cm **2. d)** 5,02 m
e) 235 cm e 125 mm **2. e)** 2,475 m
f) 36 dm, 7 cm e 1 mm **2. f)** 3,671 m

3. Reescreva as frases substituindo o ■ pela unidade de medida adequada.

3. a) m; dm

a) João mede 1,76 ■ ou 17,6 ■ de altura.

b) Uma régua de 30 ■ mede 300 ■ de comprimento. **3. b)** cm; mm

3. c) km; dam

c) A medida da distância entre Belo Horizonte e Goiânia é de 884 ■ ou 88 400 ■.

d) Carlos mede 1,8 ■ ou 0,18 ■ de altura.

3. d) m; dam

4. Corrija as afirmações abaixo em seu caderno.

a) 2 dam equivalem a 0,2 m.

b) 1 micrômetro equivale a 0,000001 mm.

c) As unidades de medida quilômetro, hectômetro e decâmetro são submúltiplos da unidade de medida metro.

4. Exemplos de resposta: **a)** 2 dam equivalem a 20 m; **b)** 1 micrômetro equivale a 0,000001 m; **c)** As unidades de medida quilômetro, hectômetro e decâmetro são múltiplos da unidade de medida metro.

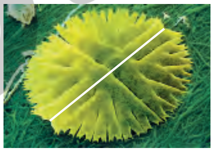
5. Elabore um problema considerando as informações abaixo. Depois, entregue-o a um colega para que ele o resolva. **5.** Resposta pessoal.

Trajeto medindo 720 m de distância.
O passo de Maria mede 45 cm de comprimento.

6. Toda manhã, Antônio pratica corrida no parque. Ele costuma percorrer 130 hm, mas hoje só conseguiu correr $\frac{3}{4}$ dessa medida de distância. Qual foi a medida de distância, em metro, percorrida por Antônio hoje? **6.** 9 750 m

CACÁ FRANÇA/ ARQUIVO DA EDITORA

7. Observe a foto de uma alga, obtida por meio de um microscópio eletrônico, e faça o que se pede.



Alga verde, *Micrasterias*, ampliada 100 vezes, colorizada artificialmente.

POWER AND SYRED/ SCIENCE PHOTO LIBRARY/FOTOARENA

- Na foto, a alga foi ampliada de modo que suas medidas de comprimento, como a sua largura, destacada com uma linha branca, foram mutiplicadas por 100. Com uma régua, meça o comprimento da linha branca e calcule, em micrômetro, a medida de comprimento real aproximada da largura da alga.

7. aproximadamente 280 micrômetros

- As questões do boxe *Para pensar* têm por objetivo levar os estudantes a concluir que para transformar uma unidade de medida de comprimento em outra imediatamente superior é necessário dividir por 10, e para transformar uma unidade de medida de comprimento em outra imediatamente inferior é necessário multiplicar por 10. Assim, no item **b**, basta multiplicar 5 por 1 000.
- Na atividade **3**, os estudantes terão de identificar a unidade de medida de comprimento mais adequada para expressar a medida solicitada. Se houver dificuldade, peça que expliquem por que consideram determinada unidade de medida mais adequada e que a comparem com as medidas similares que encontram no dia a dia. Eles poderão argumentar, por exemplo, que a distância entre Belo Horizonte e Goiânia pode ser medida em centímetro ou em metro. De fato, é possível usar qualquer unidade de medida de comprimento para expressar uma medida de distância, mas, no dia a dia (em jornais, revistas e na televisão) ou em problemas que necessitam cálculos, essas medidas vêm expressas em quilômetro, pois é mais conveniente.
- Na atividade **5**, os estudantes têm a oportunidade de elaborar um problema que envolve unidades de medida de comprimento. Eles podem criar uma situação em que seja necessário calcular quantos passos Maria deu para percorrer o trajeto.
- Na atividade **6**, o estudante pode converter 130 hm em metro para depois calcular $\frac{3}{4}$ do valor, ou primeiro calcular a fração da medida de distância 130 e depois transformar em metro.

Unidades de medida de tempo

Objetivos

- Reconhecer o segundo, o minuto e a hora como unidades de medida de tempo e compreender como essas medidas se relacionam.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA29.

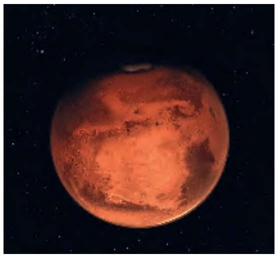
Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA29 porque propõe a resolução e a elaboração de problemas que envolvem medidas de tempo inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas.

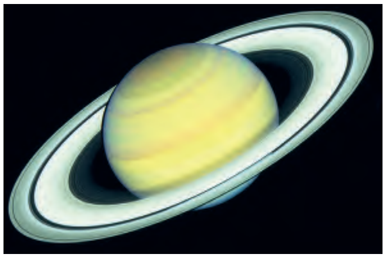
Orientações

- Os estudantes já lidam com as unidades de medida de tempo desde os anos iniciais do ensino fundamental, e, por essa razão, é importante que o estudo deste tópico tenha como ponto de partida os conhecimentos já construídos sobre este conteúdo.

8. Responda às questões.


NASA

Planeta Marte, 2020.


NASA

Planeta Saturno, 2020.

a) A distância média entre Marte e o Sol mede 1,53 unidade astronômica. A quantos metros equivale essa medida de distância? **8. a)** 228 884 742 171 m

b) A distância de Saturno ao Sol mede aproximadamente 9,54 unidades astronômicas. A quantos quilômetros equivale essa medida de distância? **8. b)** 1 427 163 686,478 km

3 Unidades de medida de tempo

O **segundo** (s), o **minuto** (min) e a **hora** (h) são unidades de medida de tempo, sendo o **segundo** a unidade de medida de base do SI.

1 hora equivale a 60 minutos (1 h = 60 min)

1 minuto equivale a 60 segundos (1 min = 60 s)

Agora, observe como podemos aplicar essas relações para resolver o problema a seguir.

Antônia está treinando para participar de um campeonato estadual de triatlo. No último treino, ela conseguiu a medida de tempo de 18 minutos e 37 segundos na natação, 34 minutos e 59 segundos no ciclismo e 1 hora e 59 segundos na corrida. Qual foi a medida de tempo total de Antônia no treino?

Inicialmente, adicionamos as medidas de tempo obtidas por Antônia em cada modalidade.

Medida de tempo na natação:	0 h	+	18 min	+	37 s
Medida de tempo no ciclismo:	0 h	+	34 min	+	59 s
Medida de tempo na corrida:	1 h	+	0 min	+	59 s
Medida de tempo total:	1 h	+	52 min	+	155 s

Como 60 segundos correspondem a 1 minuto, podemos transformar a medida de tempo 155 segundos em minuto, fazendo o seguinte cálculo:

$$\begin{array}{r|l} 155 & \underline{60} \\ \underbrace{35}_{\text{segundos}} & \underbrace{2}_{\text{minutos}} \end{array}$$

Portanto, a medida de tempo 155 segundos corresponde a 2 minutos e 35 segundos.


CAMERON SPENCER/GETTY IMAGES

YASUYOSHI CHIBA/AFP

CAMERON SPENCER/GETTY IMAGES

Atletas em prova de triatlo nos Jogos Olímpicos de Tóquio em 2021.

(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.

Depois, adicionamos as medidas de tempo em minuto:

52 minutos + 2 minutos = 54 minutos

Logo, a medida de tempo total de Antônia no treino foi 1 hora, 54 minutos e 35 segundos, ou 1 h 54 min 35 s.

Para pensar **Para pensar: a)** dividir por 60; multiplicar por 60; **b)** 1,5 h

a) O que se deve fazer para transformar uma medida de tempo expressa em determinada unidade para outra unidade de medida imediatamente superior? E para transformar em uma unidade de medida imediatamente inferior?

b) Como podemos expressar a medida de tempo 5 400 segundos em hora?

5. 1º colocado: Osvaldo; 2º colocado: Nélson; 3º colocado: Pedro; 4º colocado: José

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Responda às questões. **1. c)** aproximadamente 42 dias; aproximadamente 12 dias

a) Quantos segundos tem 1 dia? **1. a)** 86 400 s

b) Quantas horas tem 1 semana? **1. b)** 168 h

c) Quantos dias aproximadamente correspondem à medida de tempo de mil horas? E à de 1 milhão de segundos?

d) O coração de um adulto bate, em média, 70 vezes por minuto. Quantas vezes ele bate em 1 dia? **1. d)** aproximadamente 100 800 vezes

2. No vácuo, a luz percorre, aproximadamente, 300 000 km em 1 s. A distância da Terra ao Sol mede em torno de 150 000 000 km. Quantos minutos, aproximadamente, a luz do Sol demora para chegar à Terra? **2.** aproximadamente 8 min

3. Acionando a válvula de descarga por 6 s, gastam-se 10 litros de água. No banheiro de Rafael, a válvula de descarga quebrou e ficou acionada por 3 min, até que ele fechasse o registro de água. Quantos litros de água foram desperdiçados nesse período? **3.** 300 L

4. Nas Olimpíadas, uma das provas de ciclismo é chamada "estrada contra o relógio". Nela, os ciclistas largam um de cada vez, em intervalos que medem 90 s, para percorrer 45 800 m. Quem faz a menor medida de tempo ganha a corrida.

a) Se o primeiro ciclista sair às 9 h 45 min 24 s, a que horas sairão o segundo e o terceiro ciclista? **4. a)** 2º ciclista: às 9 h 46 min 54 s; 3º ciclista: às 9 h 48 min 24 s

b) Associe a medida de tempo dos três primeiros colocados ao respectivo lugar no pódio:

- Fábio demorou 1 h, 1 min e 57 s para completar a prova.
- César demorou 3 719 s.
- João demorou 61 min e 58 s.

4. b) Fábio em 1º lugar; César em 3º lugar; João em 2º lugar

5. Pedro, Nélson, Osvaldo e José participaram de uma corrida. O quadro indica a medida de tempo que cada um levou para concluir a prova.

Medida de tempo de prova	
Pedro	355 s
Nélson	5 min e 40 s
Osvaldo	5 min e 35 s
José	400 s

- Associe a medida de tempo de cada um ao respectivo lugar no pódio, sabendo que eles foram os quatro primeiros colocados.

6. Elabore um problema que envolva duas unidades de medida de tempo e a informação da legenda da foto. Depois, entregue-o a um colega para que ele o resolva. **6.** Resposta pessoal.

YANLEV/SHUTTERSTOCK

Na prática de natação, o gasto energético é de cerca de 6 quilocalorias (unidade de medida de energia) por minuto.

7. Na emissora TV Piada, uma propaganda vai ao ar a cada 35 min. Na emissora TV Choradeira, a mesma propaganda vai ao ar a cada 40 min.

Às 12 h, a propaganda foi ao ar, simultaneamente, nas duas emissoras. Descubra qual será o próximo horário em que isso ocorrerá.

7. 16 h 40 min

- Use o conhecimento prévio dos estudantes para trabalhar o boxe *Para pensar*. Nos anos anteriores, eles já tiveram contato com a ideia de relógio como instrumento para medir o tempo e provavelmente também já tiveram contato com relógios de pulso, parede ou de celulares, digitais e analógicos. Comente que, diferente do sistema decimal (base 10), a contagem dos minutos e segundos é sexagesimal, isto é, tem o número 60 como base, pois cada 60 segundos equivalem a 1 minuto e cada 60 minutos equivalem a 1 hora.
- Um exemplo para resolver a questão do boxe pode ser a duração de uma partida de futebol, que é formada por duas medidas de tempo de 45 minutos. Pergunte a eles qual é a medida de tempo regulamentar de uma partida de futebol em minuto, sem contar o descanso de 15 minutos, e depois peça que transformem essa medida em hora e em segundo. Verifique como fazem os cálculos. É esperado que respondam 90 minutos (45 + 45) e, na transformação para hora, 1,5 h, pois 90 minutos é igual a 60 minutos (1 hora) + 30 minutos (0,5 hora). Podem pensar também na divisão de 90 por 60, o que dá 1,5 h.

Para transformar 90 minutos em segundos, multiplica-se 90 por 60, obtendo 5 400 segundos. Assim, 5 400 s = 90 min = 1,5 h.

- Na atividade **6**, os estudantes têm a oportunidade de elaborar um problema que envolve unidades de medida de tempo. Eles podem criar uma situação em que seja necessário calcular quantas quilocalorias uma pessoa gasta ao nadar determinada quantidade de horas por dia durante certo período.

Unidades de medida de massa

- Reconhecer os múltiplos e submúltiplos do grama e como eles se relacionam.
- Reconhecer a tonelada e a arroba como unidades de medida de massa e como elas se relacionam com o quilograma.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA29.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA29 porque propõe a resolução e a elaboração de problemas que envolvem medidas de massa inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas.

Orientações

- É muito comum, tanto no discurso verbal quanto em registros escritos, encontrar a palavra “quilo” como sinônimo de “quilograma”. Explique aos estudantes que quilo é um prefixo e significa 1000. Assim, 1 quilograma é o mesmo que 1000 gramas. Esse prefixo é usado também em quilômetro, por exemplo, que significa 1000 metros.
- Aproveite o tema para iniciar uma conversa sobre alimentação saudável. Peça aos estudantes uma lista dos alimentos que mais consomem e fale dos benefícios, para o corpo humano, de uma dieta balanceada que contenha mais frutas, legumes e verduras. Atualmente, a indústria alimentícia e as grandes redes de *fast food* envolvem consumidores com a ideia de praticidade, modernidade e comodidade, mas deve-se ter cuidado, pois, por trás desses supostos benefícios, ingerimos alimentos que podem comprometer a nossa saúde. Lembre-os ainda da importância do consumo diário de água e da prática regular de esportes.

4 Unidades de medida de massa

O **quilograma** (kg), o **grama** (g) e o **miligrama** (mg) são unidades de medida de massa, sendo o quilograma a unidade de base do SI.

No entanto, há outras unidades de medida de massa que são menos utilizadas. Observe a seguir.

Múltiplos da unidade de medida grama

Para medir massas maiores que 1 grama, convém usarmos os múltiplos da unidade de medida grama: o **decagrama** (dag), o **hectograma** (hg) e o **quilograma** (kg).

As relações desses múltiplos com a unidade de medida grama são:

$$1\ \text{dag} = 10 \cdot 1\ \text{g} = 10\ \text{g}$$
$$1\ \text{hg} = 100 \cdot 1\ \text{g} = 100\ \text{g}$$
$$1\ \text{kg} = 1\,000 \cdot 1\ \text{g} = 1\,000\ \text{g}$$

Submúltiplos da unidade de medida grama

Para medir massas menores que 1 grama, convém usarmos os submúltiplos da unidade de medida grama: o **decigrama** (dg), o **centigrama** (cg) e o **miligrama** (mg).

As relações desses submúltiplos com a unidade de medida grama são:

$$1\ \text{dg} = \frac{1}{10} \cdot 1\ \text{g} = 0{,}1\ \text{g}$$
$$1\ \text{cg} = \frac{1}{100} \cdot 1\ \text{g} = 0{,}01\ \text{g}$$
$$1\ \text{mg} = \frac{1}{1\,000} \cdot 1\ \text{g} = 0{,}001\ \text{g}$$

No quadro abaixo, estão indicadas as unidades de medida de massa com os símbolos e a relação de cada múltiplo e submúltiplo com a unidade de medida grama.

	Múltiplos			**Unidade de medida de referência**	**Submúltiplos**		
Unidade de medida	quilograma	hectograma	decagrama	grama	decigrama	centigrama	miligrama
Símbolo	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
Relação com a unidade de medida grama	1 000 g	100 g	10 g	1 g	0,1 g	0,01 g	0,001 g

Informação nutricional **Porção de 6 g (12 comprimidos)**	
Carboidratos	27 dg
Proteínas	22 dg
Gorduras totais	2 dg
Gorduras saturadas	0 g
Sódio	2 mg
Cálcio	44 mg
Ferro	0,58 mg
Vitamina B1	0,14 mg
Fósforo	77 mg
Potássio	12 cg

Em geral, as unidades de medida menores que 1 grama aparecem nas tabelas de informação nutricional das embalagens de alguns comprimidos.

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.

Para pensar Para pensar: a) dividir por 10; multiplicar por 10; b) 1,5 hg

a) O que se deve fazer para transformar uma medida de massa expressa em determinada unidade para outra unidade de medida imediatamente superior? E para transformar em uma unidade de medida de massa imediatamente inferior?

b) Como podemos expressar a unidade de medida de massa 150 000 mg em hectograma?

Observação

Também são usadas unidades de medida de massa, como:

- a **tonelada** (símbolo t), que equivale a 1 000 kg;
- a **arroba** (símbolo @), que equivale a aproximadamente 15 kg.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Responda às questões.

a) Quantos gramas há em 425 hg? **1. a)** 42 500 g

b) Quantos quilogramas há em 235,6 t? **1. b)** 235 600 kg

c) Quantos quilogramas há em 124 @? **1. c)** aproximadamente 1 860 kg

2. a) 24 sacos de 500 g ou 8 sacos de 1,5 kg

2. Uma distribuidora de material de construção vende sacos de cimento em dois tamanhos, com as medidas de massa e valores a seguir: um de 500 g que custa R$ 1,00 e outro de 1,5 kg que custa R$ 2,00.

a) Se uma pessoa precisa de 12 kg de cimento, quantos sacos de 500 g precisa comprar? E de 1,5 kg?

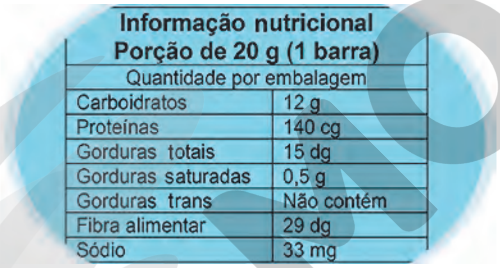
b) De acordo com os preços de cada saco de cimento, o que é mais vantajoso para uma pessoa que precisa comprar exatamente 10 kg de cimento? **2. b)** É mais vantajoso comprar 6 sacos com 1,5 kg e 2 sacos de 500 g.

3. Complete o enunciado do problema a seguir com os valores em real e a unidade de medida de massa abaixo. Depois resolva-o.

R$ 5,00 | 18 @ | R$ 52,64

Vítor comprou ____ de feijão para seu armazém e pagou ____ por arroba. Depois, vendeu cada quilograma de feijão por ____. Qual foi o lucro de Vítor nessa venda? **3.** 18 @; R$ 52,64; R$ 5,00. O lucro de Vítor foi de R$ 402,48.

4. Observe a informação nutricional de uma barra de cereal.



Informação nutricional Porção de 20 g (1 barra)	
Quantidade por embalagem	
Carboidratos	12 g
Proteínas	140 cg
Gorduras totais	15 dg
Gorduras saturadas	0,5 g
Gorduras trans	Não contém
Fibra alimentar	29 dg
Sódio	33 mg

- Agora, identifique as afirmações verdadeiras. **4.** afirmações **a** e **c**
  - a) Uma barra de cereal contém 290 centigramas de fibra alimentar.
  - b) Nessa barra de cereal, há mais proteínas que carboidratos.
  - c) A quantidade de fibra alimentar é maior que o dobro da quantidade de proteínas.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- As questões do boxe *Para pensar* têm por objetivo levar os estudantes a concluir que, para transformar uma unidade de medida de massa em outra imediatamente superior, é necessário dividir por 10, e, para transformar uma unidade de medida de massa em outra imediatamente inferior, é necessário multiplicar por 10. Assim, para transformar 150 000 mg em hectograma, devemos dividir 150 000 por 100 000, que resulta em 1,5 hg.
- Na atividade **3** os estudantes deverão completar o enunciado do problema, favorecendo o desenvolvimento da habilidade EF07MA29 da BNCC. É possível que completem o problema trocando o valor em real da arroba com o valor do quilograma de feijão. Se isso acontecer, peça que reflitam se o enunciado do problema é coerente com o contexto.

Unidades de medida de volume

Objetivos

- Reconhecer os múltiplos e submúltiplos do metro cúbico e como eles se relacionam.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF07MA29 e EF07MA30.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA29 porque trabalha a resolução de problemas que envolvem medidas de volume inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas. Já a habilidade EF07MA30 tem seu desenvolvimento favorecido na medida em que os estudantes resolvem e elaboram problemas que envolvem o cálculo de medida de volume de blocos retangulares.

Orientações

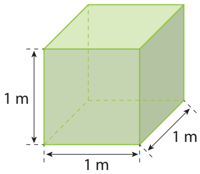
- A fim de auxiliar os estudantes a entender como as unidades de medida de volume se relacionam, recorde a relação entre 1 metro cúbico e 1 decímetro cúbico. Diga que em um cubo cujo volume mede 1 m^3 cabem 1000 cubos com medida de volume igual a 1 dm^3. Explique que a aresta do cubo de 1 m^3 mede 1 metro de comprimento, ou seja, equivale a 10 decímetros. Assim, a área da base do cubo de 1 m^3 mede 100 dm^2 (10 dm × 10 dm). Multiplicando essa medida de área pela medida da altura do cubo de 1 m^3, que é igual a 10 dm, obtemos 1000 dm^3 (10 dm × 10 dm × 10 dm). Assim, em um cubo de 1 m^3 cabem 1000 cubos de 1 dm^3.
- No boxe *Para pensar*, espera-se que no item **a** os estudantes entendam que, para transformar uma medida de volume expressa em determinada unidade para outra unidade de medida de volume imediatamente superior, devemos dividir por 1000. E para transformar em uma unidade de medida imediatamente inferior, deve-mos multiplicar por 1000. No item **b**, podemos fazer a transformação de unidade de medida da seguinte maneira:

$3\,000 : 1\,000\,000\,000 = 0{,}000003$; então, $3\,000 \text{ mm}^3 = 0{,}000003 \text{ m}^3$.

5 Unidades de medida de volume

Para medirmos o volume de um corpo, podemos usar o **metro cúbico** (m^3) como unidade de medida.

Há outras unidades de medida de volume, como o **centímetro cúbico** (cm^3) e o **decímetro cúbico** (dm^3).



1 metro cúbico (1 m^3)

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Recorde

- Um **metro cúbico** corresponde à medida de volume de um cubo com arestas que medem 1 m de comprimento.
- Um **centímetro cúbico** equivale à medida de volume de um cubo com arestas que medem 1 cm de comprimento.
- Um **decímetro cúbico** corresponde à medida de volume de um cubo com arestas que medem 1 dm de comprimento.

Observe o quadro com a equivalência entre algumas unidades de medida de volume e o metro cúbico.

	Múltiplos			Unidade de medida de referência	Submúltiplos		
Unidade	quilômetro cúbico	hectômetro cúbico	decâmetro cúbico	metro cúbico	decímetro cúbico	centímetro cúbico	milímetro cúbico
Símbolo	km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
Relação com a unidade de medida metro cúbico	1 000 000 000 m^3	1 000 000 m^3	1 000 m^3	1 m^3	0,001 m^3	0,000001 m^3	0,000000001 m^3

Para pensar

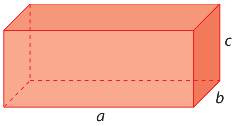
a) O que se deve fazer para transformar uma medida de volume expressa em determinada unidade para outra unidade de medida de volume imediatamente superior? E para transformar para uma unidade de medida inferior?

b) Como podemos expressar 3 000 mm^3 em metro cúbico?

Para pensar: a) dividir por 1 000; multiplicar por 1 000; **b)** 0,000003 m^3

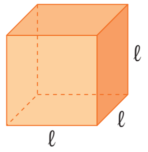
Medida do volume de paralelepípedos

A medida do volume de qualquer paralelepípedo é igual ao produto da medida de seu comprimento pela medida de sua altura e de sua largura. Então, a medida do volume de um paralelepípedo, em que a representa a medida do comprimento, b a da largura e c a da altura, é dado por:



$$V = a \cdot b \cdot c$$

O cubo é um caso particular de paralelepípedo cujas arestas têm a mesma medida de comprimento. Assim, a medida do volume de um cubo cujos comprimentos das arestas medem ℓ é dado por:



$$V = \ell \cdot \ell \cdot \ell = \ell^3$$

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.

(EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Faça as transformações indicadas.

a) 0,000005 hm^3 em m^3 **1. a)** 5 m^3

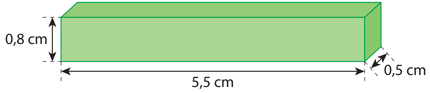
b) 5 800 mm^3 em cm^3 **1. b)** 5,8 cm^3

c) 320 000 cm^3 em m^3 **1. c)** 0,32 m^3

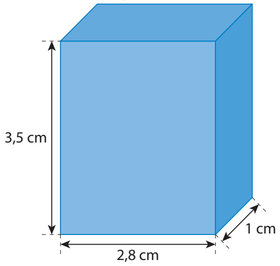
d) 1,0258 hm^3 em dm^3 **1. d)** 1 025 800 000 dm^3

2. Calcule a medida do volume, em decímetro cúbico, dos paralelepípedos abaixo representados.

a) **2. a)** 0,0022 dm^3



b) **2. b)** 0,0098 dm^3



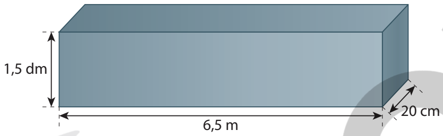
3. Responda às questões.

a) Quantas vezes a medida do volume de um cubo de arestas que medem 0,2 dm de comprimento equivale à medida do volume de um cubo cujas arestas medem 4 cm de comprimento? **3. a)** 8 vezes

b) Quantas vezes a medida do volume de um paralelepípedo de arestas que medem 2 cm, 4 cm e 1 cm de comprimento equivale à medida do volume de um cubo cujas arestas medem 20 mm de comprimento? **3. b)** 1 vez

4. Elabore uma pergunta para a situação abaixo que envolva o cálculo da medida de volume. Depois, entregue-o a um colega para que ele a responda. **4.** Resposta pessoal.

Uma empresa siderúrgica produz barras maciças de ferro que lembram paralelepípedos. Observe a representação de uma dessas peças.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

6 Unidades de medida de capacidade

As duas unidades de medida de capacidade mais usadas no dia a dia são o **litro** (L) e o **mililitro** (mL). A partir da unidade de medida litro obtemos os seus múltiplos e submúltiplos.

Múltiplos da unidade de medida litro

Os múltiplos da unidade de medida de capacidade litro são o **decalitro** (daL), o **hectolitro** (hL) e o **quilolitro** (kL).

$$1\ \text{daL} = 10 \cdot 1\ \text{L} = 10\ \text{L}$$
$$1\ \text{hL} = 100 \cdot 1\ \text{L} = 100\ \text{L}$$
$$1\ \text{qL} = 1\,000 \cdot 1\ \text{L} = 1\,000\ \text{L}$$

- Caso haja dificuldade nas expressões de cálculo para determinar a medida de volume de paralelepípedos, retome o cálculo por meio da contagem de cubinhos.
- Na atividade **4**, os estudantes devem observar que as medidas da altura, da largura e do comprimento da barra estão indicadas em unidades diferentes (cm, m e dm), então não basta multiplicá-las para calcular a medida do volume; logo, é preciso escolher apenas uma unidade e escrever as medidas das demais dimensões nesta unidade e, aí sim, fazer a multiplicação correspondente.

Unidades de medida de capacidade

Objetivos

- Reconhecer os múltiplos e submúltiplos do litro e como eles se relacionam.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA29.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA29 porque trabalha com a resolução e a elaboração de problemas que envolvem medidas de capacidade inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas.

(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.

Orientações

- A questão do item **a** do boxe *Para pensar* tem por objetivo levar os estudantes a concluir que, para transformar uma unidade de medida de capacidade em outra imediatamente superior, é necessário dividir por 10, e, para transformar uma unidade de medida de capacidade em outra imediatamente inferior, é necessário multiplicar por 10. No item **b**, para transformar 75 decilitros em decalitros, devemos dividir 75 por 100, que resulta em 0,75; portanto, 75 dL = 0,75 daL.

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

Submúltiplos da unidade de medida litro

Os submúltiplos da unidade de medida litro são: o **decilitro** (dL), o **centilitro** (cL) e o **mililitro** (mL).

$$1 \text{ dL} = \frac{1}{10} \cdot 1 \text{ L} = 0{,}1 \text{ L}$$

$$1 \text{ cL} = \frac{1}{100} \cdot 1 \text{ L} = 0{,}01 \text{ L}$$

$$1 \text{ mL} = \frac{1}{1\,000} \cdot 1 \text{ L} = 0{,}001 \text{ L}$$

ADISA/SHUTTERSTOCK

Garrafa de suco com capacidade medindo 380 mL.

O quadro a seguir apresenta a equivalência entre cada múltiplo e submúltiplo com a unidade de medida litro.

	Múltiplos			Unidade de medida de referência	Submúltiplos		
Unidade	quilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centilitro	mililitro
Símbolo	kL	hL	daL	L	dL	cL	mL
Relação com a unidade de medida litro	1 000 L	100 L	10 L	1 L	0,1 L	0,01 L	0,001 L

ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

Para pensar **Para pensar: a)** dividir por 10; multiplicar por 10; **b)** 0,75 daL

a) O que se deve fazer para transformar uma medida de capacidade expressa em determinada unidade de medida para outra unidade de medida imediatamente superior? E para transformar para uma unidade de medida inferior?

b) Como podemos expressar 75 decilitros em decalitro?

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Responda às questões em seu caderno. **1. a)** 300 L

a) Quantos litros são necessários para obter 3 hL?

b) Quantos centilitros são necessários para obter 2,5 daL? **1. b)** 2 500 cL

c) A quantos litros equivalem 6,3 dam^3? **1. c)** 6 300 000 L

d) Quantos mililitros são necessários para obter 5 L? **1. d)** 5 000 mL

2. Elabore um problema utilizando as informações abaixo e que envolva a comparação de unidades de medida. Depois, entregue-o a um colega para que ele o solucione. **2.** Resposta pessoal.

Um chuveiro gotejando desperdiça 46 L de água por dia.

A capacidade da caixa-d'água de uma casa mede 500 L.

3. A capacidade de um copo descartável usado em festas mede 250 mL. Quantos copos cada pessoa deverá tomar para que 35 pessoas, juntas, consumam no mínimo 20 L de suco? **3.** 3 copos

4. Um instituto de proteção ao consumidor recolheu quatro embalagens de suco (com formato de bloco retangular) para analisar. Duas delas foram reprovadas por não terem medida de capacidade suficiente para armazenar 1 L de suco conforme indicava a embalagem.

Embalagem A

Medida da altura: 12,5 cm
Medida da largura: 10 cm
Medida do comprimento: 7,5 cm

Embalagem B

Medida da altura: 13,5 cm
Medida da largura: 11,5 cm
Medida do comprimento: 6,5 cm

Embalagem C

Medida da altura: 13 cm
Medida da largura: 9 cm
Medida do comprimento: 8 cm

Embalagem D

Medida da altura: 18 cm
Medida da largura: 12 cm
Medida do comprimento: 5 cm

- Quais foram as embalagens reprovadas? **4.** as embalagens A e C

5. Marcela pretende encher com água um balde de 5 L. Ao lado do balde, há os recipientes cheios de água representados na ilustração abaixo.

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

- Marcela deve despejar no balde o conteúdo de quais desses recipientes? **5.** 1, 3, 4, 5, 6 e 7

6. Associe o recipiente à medida de capacidade correspondente. **6.** A – VI, B – IV, C – III, D – II, E – V, F – I

Capacidades

I 0,5 kL
II 425 cL
III 225 L
IV 2 hL
V 3 000 dL
VI 125 dL

Recipientes

A

D

B

E

C

F

ILUSTRAÇÕES: ALEXANDRE AUGUSTO /ARQUIVO DA EDITORA

- Na atividade **2**, os estudantes têm a oportunidade de elaborar um problema que envolve medida de capacidade, o que favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA29. Aproveite a oportunidade para comentar sobre o cuidado que devemos ter com vazamentos de torneiras, chuveiros e descargas a fim de conscientizá-los sobre consumo consciente.
- Na atividade **5**, os estudantes devem observar que foram indicadas nos recipientes unidades de medida de capacidade e de volume; então, convém expressar todas essas unidades em litro, uma vez que a capacidade do balde está expressa nessa unidade de medida.

- Caso haja dificuldade na resolução do desafio proposto na atividade **8**, peça aos estudantes que organizem as etapas em um quadro.

Investigando medidas

Objetivos

- Reconhecer que o resultado de toda medição é aproximado.
- Entender a influência do instrumento de medida no resultado de uma medição.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA29, da competência geral 2 e da competência específica 2 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA29 porque trabalha a ideia de que toda medida empírica é aproximada.

Orientações

- No boxe *Para analisar* é solicitado ao estudante que meça, com o auxílio de uma régua, o comprimento de um segmento de reta e compare a medida obtida com a dos colegas. Ao observar que nem todos chegaram ao mesmo resultado, eles devem ser incentivados a investigar a causa do ocorrido, levantando hipóteses. Nesse âmbito, a proposta do boxe favorece o desenvolvimento da competência geral 2 e da competência específica 2 da BNCC.
- Resolução do boxe *Para pensar*:

O segmento mede aproximadamente 7,7 cm de comprimento. Espera-se que os estudantes percebam que o resultado será praticamente o mesmo, podendo ocorrer uma diferença de 1 milímetro a mais ou a menos, pois vai depender do instrumento utilizado e da precisão de cada um ao realizar a medição.

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

7. As opções mais econômicas são duas embalagens A e uma C, ou uma A, uma B e duas C, ou duas B e três C.

7. Augusto precisa comprar 7 L de um produto que é vendido nas embalagens ilustradas abaixo.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

- Qual é a opção de combinação de embalagens mais econômica para Augusto?

8. Diante de uma fonte, há dois baldes: um com medida de capacidade de 7 L e outro com medida de capacidade de 5 L.

- Como você faria para medir 4 L?

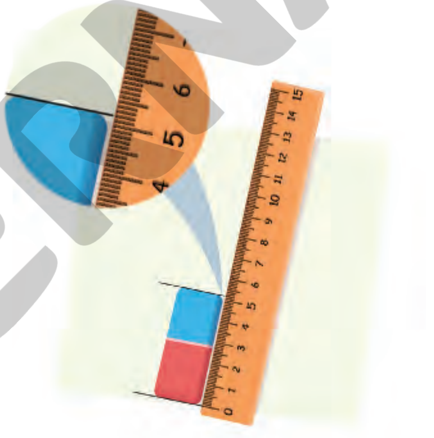
8. Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

7 Investigando medidas

Acompanhe a situação a seguir.

Oto e Maria mediram o comprimento de uma borracha com uma régua. Observe.

Medição feita por Oto.



Medição feita por Maria.

ILUSTRAÇÕES: MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

Note que o resultado das medições que eles fizeram foi diferente: Oto obteve a medida 5,1 cm, enquanto Maria obteve a medida 5,2 cm de comprimento. Nesse caso, a diferença ocorreu porque as réguas utilizadas por Oto e Maria não eram iguais.

Para analisar

Meça o comprimento do segmento abaixo com uma régua. Depois, compare o resultado da sua medição com o dos colegas. O que você pode perceber? **Para analisar:** aproximadamente 7,7 cm; resposta pessoal.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.

Competência geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Competência específica 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

O resultado de toda medição é **aproximado**. Isso acontece porque os resultados são influenciados pelos instrumentos de medida utilizados (que podem apresentar diferenças de fabricação), pelo processo de medição (manuseio e leitura do instrumento etc.) e até mesmo pela medida da temperatura ambiente.

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Identifique a(s) afirmação(ões) verdadeira(s). **1.** afirmação **a**

a) O resultado de toda medição é aproximado.

b) A medida da temperatura ambiente nunca influencia o resultado de uma medição.

c) Instrumentos de medida convencionais com unidades padronizadas nunca geram diferentes resultados de medição.

2. Acompanhe esta situação.

2. Exemplos de resposta: porque os cronômetros são diferentes (diferença na calibração) ou, ainda, porque um dos cronômetros (ou ambos) não foram parados no exato momento que a menina completou a volta na quadra (uma foi mais rápida que a outra).

- Em sua opinião, por que os cronômetros registraram medidas de tempo diferentes?

3. Diego mediu sua massa 4 vezes consecutivas na mesma balança digital. Observe as medidas que apareceram no visor.

ILUSTRAÇÕES: ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

- Agora, responda: em sua opinião, o que provocou essas diferenças?

3. Exemplos de resposta: a balança está apresentando variação no resultado; Diego está se posicionando de forma diferente na balança e isso pode estar gerando variação.

- Após trocarem ideias sobre o resultado do experimento feito no boxe *Para analisar* da página anterior, converse com os estudantes sobre os fatores que podem influenciar o resultado de uma medição. Se achar conveniente, convide o professor de Ciências e elaborem uma proposta de trabalho envolvendo o tema. Comente que as medidas de um objeto podem variar conforme a medida da temperatura ambiente. Quando há aumento da medida de temperatura de um objeto, ele sofre também aumento nas medidas de suas dimensões.

Trabalho em equipe

Objetivos

- Aplicar, por meio de trabalhos em grupo, os conceitos estudados.
- Promover a reflexão sobre a importância de evitar o desperdício da água, favorecendo aspectos do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental** da macroárea **Meio Ambiente**.
- Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 7, 9 e 10 da BNCC.

Orientações

- O trabalho proposto favorece a interação social, uma vez que lida com assuntos de interesse geral e promove a organização em grupos, além de promover a discussão sobre o uso consciente da água e as consequências do mau uso para o meio ambiente, contribuindo para que as competências gerais 7, 9 e 10 da BNCC tenham o seu desenvolvimento favorecido.
- Quando os cartazes dos estudantes ficarem prontos, sugerimos uma apresentação prévia aos colegas de classe antes da exposição na escola, a fim de fazer os ajustes necessários.
- Durante a confecção dos cartazes, oriente os estudantes a usar tesouras com pontas arredondadas e alerte-os quando ao uso de outros instrumentos, como compasso, a fim de preservar sua integridade física.
- Esta seção pode ser desenvolvida em parceria com os professores de Língua Portuguesa e de Arte, uma vez que o cartaz é um gênero textual que exige escrita clara e objetiva, além de o assunto dever ser tratado de modo atraente, ter cores variadas e distribuição equilibrada das informações. A parceria dos professores de Ciências e de Geografia também é importante, pois eles podem fornecer subsídios aos estudantes sobre os impactos ambientais relacionados ao mau uso da água, contribuindo para o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental** da macroárea **Meio Ambiente**.
- Para o desenvolvimento do trabalho desta seção é possível sugerir um simulador de consumo de água nas residências, como disponível em: http://simuladordeconsumo.sabesp.com.br. Acesso em: 8 ago. 2022. Os estudantes podem inserir medidas de tempo de uso de torneiras, descargas e registros de chuveiro, por exemplo, para analisar de forma crítica em quais casos há maior consumo de água e investigar atitudes que ajudam à reduzir este consumo.

Trabalho em equipe

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Você e seu grupo participarão de uma campanha de conscientização, na escola, com o objetivo de combater o desperdício de água, mostrando, em números, os prejuízos causados por essa prática para a economia da família e para o meio ambiente.

Consumo de água sem desperdício

JUSTIFICATIVA

A água é um recurso natural indispensável à sobrevivência de todos. Justificar a necessidade de evitar o desperdício de água, recorrendo a dados quantitativos, é uma maneira de usar a Matemática para conscientizar as pessoas.


ANDRE M. CHANG/ALAMY/FOTOARENA

Uma dica para economizar água é reutilizar a água usada para lavar roupas. Essa água pode ser aproveitada, por exemplo, para lavar o quintal.

OBJETIVO

- Elaborar uma campanha de conscientização sobre o desperdício de água usando dados quantitativos como argumentos.

APRESENTAÇÃO

- Cartazes com textos explicativos, tabelas, gráficos e ilustrações.

QUESTÕES PARA PENSAR EM GRUPO

- Todos já viram cartazes de uma campanha de conscientização?
- O que mais chama a atenção de vocês nesse tipo de cartaz?
- Serão exploradas as consequências do mau uso da água para o meio ambiente, para a economia familiar ou para ambos?
- Que dados serão usados para convencer as pessoas da importância do uso racional da água (desperdício, disponibilidade e distribuição de água no mundo etc.)?
- Em que fontes esses dados podem ser obtidos? Será preciso efetuar uma pesquisa e fazer cálculos para obtê-los?
- Como apresentar as informações de modo claro e interessante?
- Onde os cartazes podem ser afixados para que a campanha seja eficaz?
- Que materiais serão necessários para a elaboração dos cartazes?

NÃO SE ESQUEÇAM

- Anotem as etapas necessárias para a elaboração do trabalho. Isso facilitará a organização do trabalho.
- Verifiquem com os responsáveis e coordenadores da escola a disponibilidade de espaços adequados à exposição dos cartazes de todos os grupos da classe.

Competência geral 7: Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

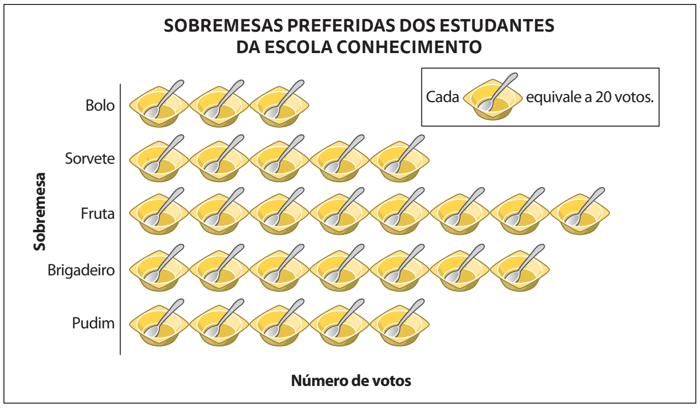
Competência geral 10: Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Leitura e interpretação de pictogramas

A cantina da Escola Conhecimento realizou uma pesquisa sobre as sobremesas preferidas dos estudantes. Cada entrevistado pôde votar em apenas uma sobremesa. Para apresentar os resultados da pesquisa, obtidos no primeiro bimestre de 2023, o dono da cantina fez o pictograma a seguir.



Dados obtidos pelo dono da cantina da Escola Conhecimento no 1º bimestre de 2023.

- ▶ Em que sobremesas os estudantes votaram?
- ▶ Quantos votos recebeu cada sobremesa? Qual foi a mais votada?
- ▶ Quantos estudantes responderam a essa pesquisa?

ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

Nesse pictograma, escolheu-se o ícone 🍨 para representar o número de votos que as sobremesas receberam. Observe que cada 🍨 equivale a 20 votos e que a linha vertical do pictograma foi utilizada para apresentar as sobremesas nas quais os estudantes votaram: bolo, sorvete, fruta, brigadeiro e pudim.

Acompanhe, a seguir, a distribuição dos votos.

- Na linha que representa os votos do pudim, há 5 🍨, ou seja, $5 \cdot 20$.
  Logo, o pudim recebeu **100** votos.
- Na linha que representa os votos do brigadeiro, há 7 🍨, ou seja, $7 \cdot 20$.
  Logo, o brigadeiro recebeu **140** votos.
- Na linha que representa os votos da fruta, há 8 🍨, ou seja, $8 \cdot 20$.
  Logo, a fruta recebeu **160** votos.
- Na linha que representa os votos do sorvete, há 5 🍨, ou seja, $5 \cdot 20$.
  Logo, o sorvete recebeu **100** votos.
- Na linha que representa os votos do bolo, há 3 🍨, ou seja, $3 \cdot 20$.
  Logo, o bolo recebeu **60** votos.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Estatística e Probabilidade

Objetivo

- Ler e interpretar pictogramas.

Orientações

- Na seção *Estatística e Probabilidade* do capítulo anterior, os estudantes estudaram como construir pictogramas. O contato que eles já tiveram com esse tipo de gráfico deve ser o ponto de partida para que leiam e interpretem os dados, foco desta seção.

- Aproveite o contexto da atividade **2** e converse com os estudantes sobre os Jogos Paralímpicos. Diga a eles que esse é o maior evento esportivo envolvendo pessoas com deficiências física e mental. No mesmo local das Olimpíadas e após o seu término, iniciam-se os Jogos Paralímpicos. Esse também pode ser o momento oportuno para conversar sobre os direitos das pessoas com deficiência e sobre como podemos ajudá-las a realizar suas tarefas cotidianas.
- Resposta do item **c** da atividade **2**:

Como o número de medalhas de ouro conquistadas pela Austrália está entre o número de medalhas de ouro conquistadas pelo Brasil (7º colocado) e a Itália (9º colocado), então a Austrália terminou os Jogos Paralímpicos realizados em Tóquio na 8ª colocação.

Comparando o número de votos das sobremesas, concluímos que a fruta foi a sobremesa mais votada, com 160 votos.

Como cada estudante só pôde votar em uma sobremesa, para determinar o total de estudantes entrevistados nessa pesquisa basta adicionar os votos que todas as sobremesas receberam. Assim, temos:

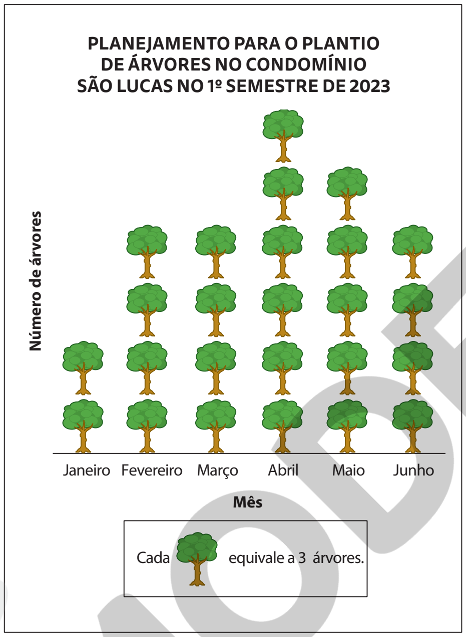
$$100 + 140 + 160 + 100 + 60 = 560$$

Portanto, foram entrevistados 560 estudantes da Escola Conhecimento.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Durante uma reunião em 2022, os moradores do Condomínio São Lucas organizaram um projeto para plantar 75 árvores nos jardins do condomínio em 2023. As árvores escolhidas seriam plantadas no decorrer de seis meses, como mostra o pictograma abaixo.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

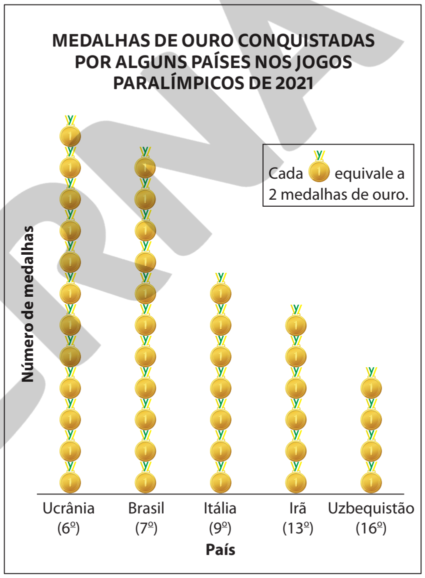
Gráfico elaborado com base na ata da reunião do Condomínio São Lucas em maio de 2022.

a) Em que mês deveriam ser plantadas mais árvores? Quantas árvores deveriam ser plantadas nesse mês? **1. a)** em abril; 18 árvores

b) Quantas árvores teriam de ser plantadas nos três primeiros meses? **1. b)** 30 árvores

c) Em que meses deveriam ser plantadas 12 árvores? **1. c)** em fevereiro, março e junho

2. Observe o pictograma que representa a quantidade de medalhas de ouro conquistadas por alguns países participantes dos Jogos Paralímpicos realizados em Tóquio, em 2021. Depois, responda às questões.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: INTERNATIONAL PARALYMPIC COMMITTEE. *Medal Standings*. Disponível em: https://www.paralympic.org/tokyo-2020/results/medalstandings. Acesso em: 24 maio 2022.

a) Quantas medalhas de ouro cada país representado recebeu nos Jogos Paralímpicos de 2021?

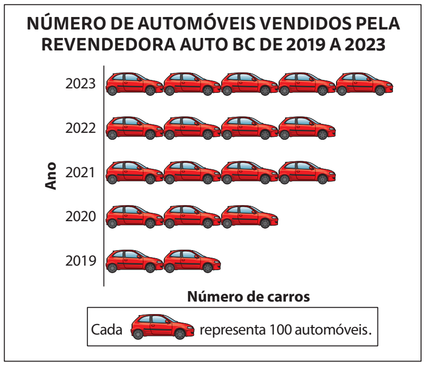
b) Qual é a diferença no número de medalhas de ouro conquistado pelo Brasil e pelo Uzbequistão? **2. b)** 14 medalhas

c) Sabendo que a Austrália recebeu 21 medalhas de ouro, responda: qual foi a classificação final desse país? Explique como você descobriu.

2. a) Ucrânia: 24 medalhas; Brasil: 22 medalhas; Itália: 14 medalhas; Irã: 12 medalhas; Uzbequistão: 8 medalhas.

2. c) Resposta em *Orientações*.

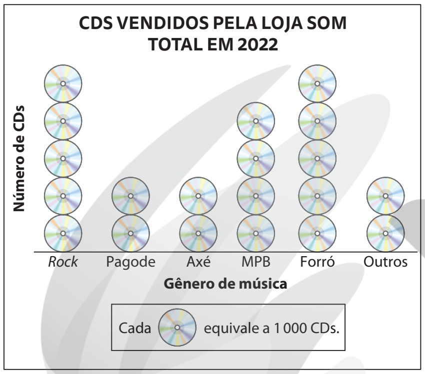
3. A revendedora de automóveis Auto BC fez um levantamento dos automóveis vendidos nos anos de 2019 a 2023. Para apresentar os dados aos funcionários, a empresa fez o pictograma a seguir.



Dados obtidos pela revendedora Auto BC entre 2019 e 2023.

- Agora, responda às questões de acordo com as informações apresentadas no pictograma.
  - **a)** Quantos automóveis foram vendidos em 2021? **3. a)** 400 automóveis
  - **b)** Em que ano foram vendidos mais automóveis? Quantos? **3. b)** em 2023; 500 automóveis
  - **c)** Qual foi o total de automóveis vendidos nesses cinco anos? **3. c)** 1 800 automóveis

4. Para montar o estoque de 2023, a loja de CDs Som Total fez o levantamento de vendas em 2022. Esse levantamento foi feito de acordo com o gênero de música e está representado no pictograma abaixo.



Dados obtidos pela loja Som Total em 2022.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Com base nas informações do pictograma, responda às questões. **4. a)** 20 000 CDs
  - **a)** Quantos CDs foram vendidos em 2022?
  - **b)** De quais gêneros musicais foram vendidos mais CDs em 2022? **4. b)** de *rock* e forró

5. A Secretaria de Turismo de Laranjinhas fez uma pesquisa para identificar os pontos turísticos do município mais visitados em 2023.

ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

Para apresentar os dados, foi publicado o seguinte pictograma em um jornal local:

Dados obtidos pela Secretaria de Turismo do município de Laranjinhas em 2023.

- **a)** Qual foi o ponto turístico mais visitado no município de Laranjinhas em 2023? Por quantos turistas? **5. a)** centro histórico; por 1 750 turistas
- **b)** Qual foi o ponto turístico menos visitado? Por quantos turistas? **5. b)** centro comercial; por 700 turistas
- **c)** A prefeitura informou que vai investir no ponto turístico menos visitado a fim de dobrar a visitação ao local. Se o investimento por turista adicional for de R$100,00, de quanto será o novo investimento da prefeitura? **5. c)** R$ 70 000,00

- A atividade **3** oferece um bom momento para fomentar um debate sobre o número de carros em trânsito nas cidades e suas implicações no meio ambiente e na qualidade do ar que respiramos.
- Amplie a proposta dessas atividades solicitando aos estudantes que façam a leitura e a interpretação de pictogramas divulgados pela mídia. Depois, peça que montem um painel com os pictogramas encontrados por eles.

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA29.

Habilidade da BNCC

- A habilidade EF07MA29 é desenvolvida nesta seção por meio da resolução das atividades, pois os estudantes são levados a solucionar problemas que envolvem medidas de grandezas em variados contextos.

Orientação

- Aproveite as atividades propostas nessa seção para avaliar a turma e fazer um levantamento das principais dificuldades enfrentadas. Perceba que a necessidade de converter uma unidade de medida em outra e realizar essa conversão de maneira não mecânica são algumas das competências que se espera que os estudantes tenham desenvolvido.
- No item **b** da atividade **2**, a medida do comprimento de um dos lados não está indicada na figura mas deve ser considerada para o cálculo da medida do perímetro, pois apenas a soma dos valores exibidos vai levar a um resultado equivocado.
- Ao final dessa seção, proponha uma autoavaliação para os estudantes. A seguir, são sugeridas algumas questões. É importante que cada item seja analisado e adaptado à realidade da turma.

Eu...

... reconheço o uso de unidades de medida em diferentes contextos?

... sei representar e fazer conversões entre medidas utilizando o metro, seus múltiplos e submúltiplos?

... sei interpretar medidas de tempo e efetuar conversões entre elas?

... sei estabelecer comparações entre as unidades de medida de massa?

... sei efetuar o cálculo da medida de volume de paralelepípedos?

... reconheço as unidades de medida de volume e de capacidade, com seus múltiplos e submúltiplos?

... sei efetuar medições utilizando instrumentos simples, como réguas, balanças e cronômetros, por exemplo?

... reconheço que toda medida empírica é aproximada?

... cuido do meu material escolar?

... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?

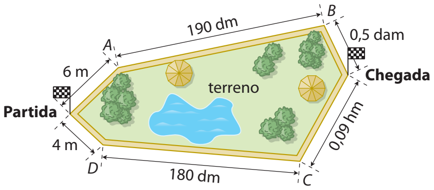
... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?

... realizo as tarefas propostas?

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Dois garotos disputam uma corrida ao redor de um terreno. João parte em direção ao ponto *A*, passando pelo ponto *B* até a chegada. Pedro parte em direção ao ponto *D*, passando por *C* até a chegada.

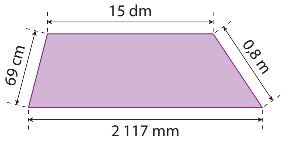


a) Qual é o caminho mais curto? **1. a)** o caminho de João

b) Qual é a diferença entre as medidas de distância desses caminhos, em centímetro? **1. b)** 100 cm

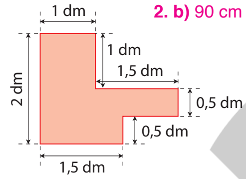
2. Determine a medida do perímetro dos polígonos em centímetro.

a)



2. a) 510,7 cm

b) **2. b)** 90 cm



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

3. Gilberto vai cercar todo o contorno de seu terreno com 2 voltas de arame farpado. O terreno, retangular, mede 2 dam de comprimento e 5 dam de largura. Que medida de comprimento, em metro, de arame farpado ele precisará comprar? **3.** 280 m

4. Observe a imagem e responda.

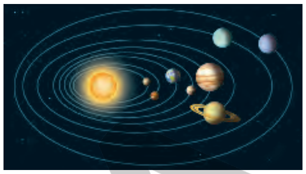
SCOTT CAMAZINE/ALAMY/FOTOARENA

Bactérias *Staphylococcus aureus* vistas ao microscópio eletrônico, ampliadas em 19 000 vezes, colorizadas artificialmente.

- A medida de comprimento de algumas bactérias varia de 0,3 µm a 10 µm. Como podemos representar essas medidas de comprimento em milímetro? **4.** 0,0003 mm e 0,01 mm

5. a) aproximadamente 780 000 000 km; **5. b)** $7{,}8 \cdot 10^8$ km

5. A distância entre Júpiter e o Sol mede aproximadamente 5,2 unidades astronômicas.



Representação esquemática sem escala do Sistema Solar com cores-fantasia.

ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é a medida da distância aproximada, em quilômetro, entre Júpiter e o Sol?

b) Escreva essa medida de distância usando potência de base 10.

6. Leia a explicação e interprete os dados do quadro abaixo para responder às questões.

O cubo de Rubik, também conhecido como cubo mágico, é um quebra-cabeça. Para montá-lo, deve-se movimentar as peças até que cada face do cubo fique com apenas uma cor.

Seis estudantes participaram de uma competição de montagem do cubo de Rubik, e o resultado foi o seguinte:

Medida de tempo de montagem do cubo pelos participantes na competição

Nome	Medida de tempo (em s)
Alice	1 380 (mil trezentos e oitenta)
Carlos	1 440 (mil quatrocentos e quarenta)
Daniela	1 020 (mil e vinte)
Mariana	1 980 (mil novecentos e oitenta)
Pedro	1 260 (mil duzentos e sessenta)
Ricardo	1 680 (mil seiscentos e oitenta)

Dados obtidos pela organização da competição de montagem do cubo de Rubik.

a) Quem finalizou a prova mais rápido?

b) Quem demorou mais para finalizar a prova?

c) Qual foi a diferença, em minuto, entre as medidas de tempo do primeiro e do último colocado? **6. c)** 16 min

6. a) Daniela
6. b) Mariana

7. Rubens dividiu igualmente 10 000 hg de soja em 200 pacotes. Que medida de massa, em quilograma, de soja ele colocou em cada pacote? **7.** 5 kg

(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.

CAPÍTULO

6

Cálculo algébrico

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF07MA13
EF07MA14
EF07MA15
EF07MA16
EF07MA35

1 Expressões algébricas

Situação que envolve uma expressão algébrica

O Índice de Massa Corporal, conhecido pela sigla IMC, foi idealizado para ajudar a identificar a faixa de massa corporal mais saudável para um adulto. Para obter o IMC de um indivíduo adulto, calculamos o valor numérico da expressão algébrica: $\frac{m}{a^2}$, em que m é a medida da massa do adulto, em quilograma, e a é a medida de sua altura, em metro.

Segundo o Ministério da Saúde, a medida da massa do adulto está adequada quando o IMC se encontra entre 18,5 e 24,99. Fora dessa faixa, pode haver algum risco para a saúde: subnutrição, sobrepeso ou obesidade. É preciso entender, porém, que o IMC calculado apenas sugere uma faixa de valores indicativa de boa saúde, devendo ser considerados o sexo, o grau de atividade física do indivíduo, seu tipo físico (biótipo) e suas características hereditárias, entre outros aspectos.

Para obter o melhor rendimento possível em uma competição, muitos atletas, durante os treinamentos, são submetidos a testes físicos e ergométricos, passando por avaliações de médicos e de nutricionistas, que controlam sua alimentação e analisam suas condições físicas, como o IMC.

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

Para pensar: c) aproximadamente 20,8; sim

Para pensar: a) Respostas pessoais.

Para pensar

a) Você já havia ouvido falar em IMC? Se sim, em que situações?

b) Pesquise por que é calculado o IMC apenas de indivíduos adultos, e não o de crianças ou adolescentes.

c) Observe a foto e as informações da ginasta Rebeca Andrade. Qual é o IMC dela? Está na faixa adequada?

LAURENCE GRIFFITHS/GETTY IMAGES

A ginasta Rebeca Andrade (medindo 1,55 m de altura e 50 kg de massa) foi a primeira brasileira a conquistar duas medalhas na história da ginástica feminina em Jogos Olímpicos. Isso ocorreu em 2021, nos Jogos Olímpicos de Tóquio, em que ela conquistou uma medalha de prata no individual geral da ginástica artística feminina e uma de ouro no salto.

Para pensar: b) Espera-se que os estudantes compreendam que durante a fase de desenvolvimento do indivíduo são registradas flutuações na relação entre as medidas de sua massa e de sua altura, o que dificulta a aplicação segura de um índice extraído desses aspectos físicos.

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

Competência geral 4: Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

Competência geral 8: Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

Expressões algébricas

Objetivos

- Reconhecer que as representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções.
- Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Alimentar e Nutricional**, da macroárea **Saúde**, ao propor uma conversa sobre Índice de Massa Corporal.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA13, das competências gerais 4 e 8 e das competências específicas 3 e 6 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA13 ao trabalhar a ideia de variável para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

Orientações

- A Álgebra é uma poderosa ferramenta para resolver problemas e se relaciona com diversas áreas do conhecimento. Além disso, ela está estreitamente relacionada com a Aritmética e é utilizada para resolver inúmeros problemas em Geometria. Tais relações são exploradas neste tópico, possibilitando o desenvolvimento da competência específica 3.
- • No decorrer do trabalho com expressões algébricas, os estudantes são levados a modelar situações escritas em língua materna para a linguagem algébrica, a fim de expressar informações e resolver problemas, desenvolvendo a competência geral 4.
- A temática proposta nesta página possibilita desenvolver o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Alimentar e Nutricional**, da macroárea **Saúde**.
- O tema escolhido foi o Índice de Massa Corporal (IMC), muito usado na área de Nutrição e na Medicina. Ressalte que a fórmula para o cálculo desse índice só é válida para adultos e que outros fatores devem ser considerados antes de se tirar qualquer conclusão a respeito das condições de saúde de uma pessoa. O contexto e as questões do boxe *Para pensar* podem desencadear uma reflexão sobre os cuidados necessários à saúde física, favorecendo o desenvolvimento da competência geral 8 da BNCC.

- Pode-se pedir a um estudante que formule uma expressão com as próprias palavras e, em seguida, a escreva no quadro; depois, peça a outro estudante que traduza a expressão para a linguagem algébrica. É importante começar com situações simples, solicitando que os outros estudantes ajudem na tradução das expressões.
- Considerando que o ensino da Álgebra não deve se limitar uso de expressões algébricas descontextualizadas, o estudo aqui desenvolvido enfoca tanto as generalizações quanto a resolução de problemas que envolvem números desconhecidos.

Uso de expressões algébricas

Na Matemática, muitas vezes recorremos às letras para representar números e escrever simbolicamente algumas sentenças. Esse procedimento pode ser utilizado em generalizações (fórmulas e propriedades) nas quais o valor de cada letra varia; nesse caso, as letras são chamadas **variáveis**.

Acompanhe o exemplo a seguir.

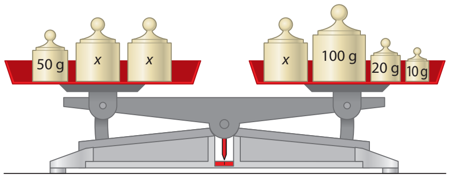
ILUSTRAÇÕES: MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

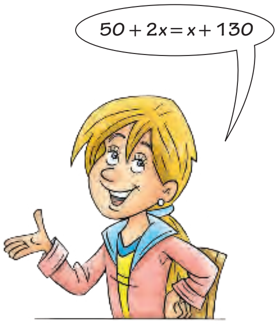
Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Também podemos usar o recurso de escrever simbolicamente algumas sentenças em situações que envolvem números desconhecidos; nesse caso, as letras são chamadas **incógnitas**.

Observe a balança em equilíbrio e acompanhe como Liz expressou a situação.





ILUSTRAÇÕES: ADOLAR/ARQUIVO DA EDITORA

Expressões como $x^2 - y^2$, $(x + y) \cdot (x - y)$, $50 + 2x$ e $x + 130$ são chamadas **expressões algébricas**.

Expressões algébricas são aquelas que indicam operações matemáticas e contêm números e letras ou somente letras.

Observação

As letras que aparecem nas expressões são chamadas **variáveis**. Uma variável pode assumir diversos valores.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Exemplos de resposta: **a)** $(n - 1) + n + (n + 1)$; **b)** $(x + y)^2$; **c)** $x^2 + y^2$; **d)** $\frac{m}{3} + s$

1. Represente por uma expressão algébrica:

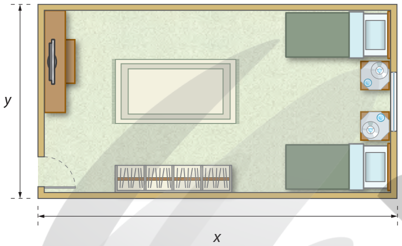
a) a adição de três números consecutivos;

b) o quadrado da soma de dois números;

c) a soma dos quadrados de dois números;

d) a terça parte de um número *m* adicionada ao número *s*.

2. Imagine que Enzo queira revestir com carpete o piso de um quarto de medidas de comprimento *x* e *y*, como mostra a figura a seguir.



Agora, responda às questões.

a) Sabendo que o carpete é comprado por metro quadrado, como você indicaria a medida de área de carpete necessária? **2. a)** $x \cdot y$

b) E se Enzo decidisse colocar rodapé? Sabendo que o rodapé é comprado por metro linear, como você indicaria a medida de comprimento de rodapé necessária (não é preciso descontar o espaço da porta)? **2. b)** $2x + 2y$

3. Que sentença algébrica generaliza as expressões abaixo?

3. Exemplo de resposta: $x + (-x) = 0$

$5 + (-5) = 0$

$(-\sqrt{6}) + \sqrt{6} = 0$

$\left(-\frac{7}{4}\right) + \left(\frac{7}{4}\right) = 0$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

4. O elemento neutro da adição é o zero, ou seja, a soma de um número com zero é igual ao próprio número. Que sentença algébrica pode generalizar essa propriedade? **4.** $a + 0 = a$

5. O elemento neutro da multiplicação é o 1. O que isso significa? Que sentença algébrica pode generalizar essa propriedade?

5. Significa que o produto de um número por 1 é igual ao próprio número; $a \cdot 1 = a$.

- Aproveite a situação da balança em equilíbrio para pedir aos estudantes que usem estratégias próprias para descobrir a medida de massa *x* dos pesos. Nesse caso, *x* mede 80.
- Na atividade **1**, os estudantes deverão fazer a conversão do registro em língua materna de algumas frases para o registro algébrico. Amplie a proposta dessa atividade solicitando a eles que representem por uma expressão algébrica frases como “o dobro de um número”, “a metade do sucessor de um número”, “o quadrado de um número”, entre outras. Peça também que desenvolvam na língua materna algumas expressões algébricas a serem escritas no quadro. Atividades como essa, em que eles têm de lidar com diferentes registros, favorecem o desenvolvimento da competência específica 6 da BNCC.
- No item **a** da atividade **2**, espera-se que os estudantes percebam que a quantidade de carpete corresponde à medida da área do chão do quarto, que pode ser expressa por $x \cdot y$; no item **b**, a medida de comprimento do rodapé, incluindo o espaço da porta, corresponde à medida do perímetro do quarto, que pode ser expressa por $x + y + x + y$, ou seja, $2x + 2y$.
- Nas atividades **4** e **5**, é importante considerar que os estudantes podem utilizar qualquer letra para escrever as sentenças algébricas.

Valor numérico de expressões algébricas

Objetivos

- Encontrar o valor numérico de uma expressão algébrica.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA13 e das competências específicas 1 e 3 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA13 ao trabalhar a ideia de variável no cálculo do valor numérico de expressões algébricas.

Orientações

- No estudo do cálculo do valor numérico de expressões algébricas, é importante enfatizar que as letras nessas expressões são variáveis.
- O boxe *Saiba mais* mostra aos estudantes que a Álgebra, como toda a Matemática, foi uma produção humana e que diferentes povos, em distintas épocas, contribuíram para a sua construção. É nesse sentido que a competência específica 1 da BNCC é favorecida.

De acordo com a publicação de Boyer, é sabido que:

> Em 1858, o antiquário escocês Henry Rhind comprou um rolo de Papiro de Luxor com cerca de 0,30 m de altura e 5 m de comprimento. Exceto por uns poucos fragmentos que estão no Brooklyn Museum, este papiro está agora no British Museum. É conhecido como Papiro de Rhind ou de Ahmes, como homenagem ao escriba que o copiou por volta de 1650 a.C. O escriba conta que o material provém de um protótipo do Reino do Meio de cerca de 2000 a 1800 a.C.
>
> BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática*. São Paulo: Blucher, 2012. p. 30.

2 Valor numérico de expressões algébricas

Dimas precisa comprar uma camiseta e uma bermuda. Quanto ele vai pagar por essa compra?

Como não sabemos o preço das peças de roupa, vamos indicar por x o preço da camiseta e por y o preço da bermuda. Assim, podemos construir o seguinte quadro.

x	y	Valor total $(x + y)$
10 reais	15 reais	25 reais
12 reais	16 reais	28 reais
18 reais	14 reais	32 reais

Note que é possível escrever uma **expressão algébrica** para indicar o valor total, em real, da compra: $x + y$

Dessa forma, para calcular, por exemplo, o valor total gasto na compra de uma camiseta de 15 reais e uma bermuda de 12 reais, basta substituir x e y na expressão por 15 e 12, respectivamente.

$$15 + 12 = 27 \text{ (total gasto: 27 reais)}$$

Quando substituímos cada letra por determinado número e efetuamos as operações indicadas, obtemos o **valor numérico** dessa expressão para os números escolhidos.

Acompanhe outra situação.

No dia 19 de fevereiro de 2022, o buquê de rosas custava R$ 54,90 no Mercado Vila das Flores.

Observe o quadro a seguir, que mostra o valor faturado de acordo com a quantidade de buquês de rosa vendidos.

Valor do buquê de rosas	Quantidade de buquês	Valor faturado
R$ 54,90	2	R$ 109,80 (2 · R$ 54,90)
	4	R$ 219,60 (4 · R$ 54,90)
	6	R$ 329,40 (6 · R$ 54,90)
	9	R$ 494,10 (9 · R$ 54,90)

Considerando n o número de buquês de rosas vendidos, podemos escrever a seguinte expressão algébrica para encontrar o valor faturado, em real: $n \cdot 54{,}90$ ou $54{,}90n$

Se foram vendidos 5 buquês de rosas, quantos reais foram faturados pela loja? Podemos calcular o valor faturado substituindo a letra n por 5 na expressão algébrica que escrevemos: $54{,}90 \cdot 5 = 274{,}50$

Encontramos, assim, o valor numérico da expressão quando n é igual a 5. Portanto, foram faturados R$ 274,50 pela venda de 5 buquês de rosas.

Saiba mais


MUSEU BRITÂNICO, LONDRES

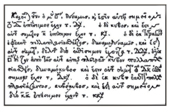
Papiro Rhind.

Documentos históricos

Por volta de 1650 a.C., o egípcio Ahmes escreveu um texto contendo problemas matemáticos, entre eles alguns com expressões algébricas (ainda sem a linguagem algébrica usada atualmente). O papiro Rhind, como foi chamado esse texto, é considerado a principal fonte de conhecimento sobre Matemática do Egito antigo.

- Pesquise a história do papiro Rhind e por que ele recebeu esse nome. **Saiba mais:** Comentários em *Orientações*.

No século III, Diofante de Alexandria começou a utilizar algumas palavras abreviadas em textos matemáticos. Seria, então, o início da linguagem (notação) algébrica.


MUSEU BRITÂNICO, LONDRES

Documento de Diofante de Alexandria.

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

Competência específica 1: Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

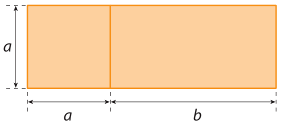
ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule o valor numérico das expressões algébricas para os números indicados.

- **a)** $-4 \cdot x \cdot y$, para $x = 1$ e $y = 3$. **1. a)** -12
- **b)** $3 \cdot a + b$, para $a = 5$ e $b = -1$. **1. b)** 14
- **c)** $3 \cdot x^2 + 2 \cdot y$, para $x = 1$ e $y = 0$. **1. c)** 3
- **d)** $2 \cdot x + z - 9$, para $x = -3$ e $z = \frac{1}{2}$. **1. d)** $-\frac{29}{2}$

2. Observe a figura abaixo.



Agora, responda às questões.

- **a)** Que expressão representa a medida do perímetro dessa figura? **2. a)** $4 \cdot a + 2 \cdot b$
- **b)** Qual é a medida do perímetro dessa figura para $a = 5$ cm e $b = 7$ cm? **2. b)** 34 cm
- **c)** Que expressão representa a medida de área dessa figura? **2. c)** $a \cdot a + a \cdot b$
- **d)** Qual é a medida de área dessa figura para $a = 5$ cm e $b = 7$ cm? **2. d)** 60 cm²

3. José Carlos comprou um aparelho de som que custava x reais. Ao pagar a conta, recebeu um desconto de 20 reais. Qual das expressões algébricas abaixo corresponde à situação descrita? **3.** alternativa **d**

- **a)** $x \cdot 20$
- **b)** $x : 20$
- **c)** $x + 20$
- **d)** $x - 20$

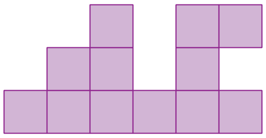
4. Em uma corrida de táxi, o valor pago varia de acordo com a medida de distância x de quilômetros rodados. Considerando o valor a ser pago pela corrida representado pela expressão $2{,}40 \cdot x + 5$, calcule o valor a ser pago, em real, se a medida de distância for de:

- **a)** 5 km; **4. a)** R$ 17,00
- **b)** 100 km; **4. b)** R$ 245,00
- **c)** 0,75 km; **4. c)** R$ 6,80
- **d)** 1 200 km; **4. d)** R$ 2 885,00
- **e)** 6,3 km; **4. e)** R$ 20,12
- **f)** 10,5 km. **4. f)** R$ 30,20

5. Para cada festa contratada, um bufê cobra uma taxa fixa de R$ 400,00, mais R$ 16,00 por criança de até 12 anos de idade e R$ 40,00 por convidado acima dessa idade.

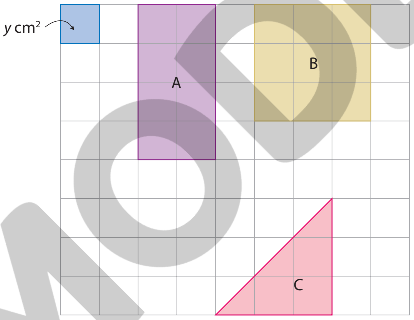
- **a)** Qual é o valor fixo cobrado pelo bufê, independentemente do número de pessoas? **5. a)** R$ 400,00
- **b)** Que expressão podemos usar para calcular o orçamento de uma festa para c crianças e p pessoas acima de 12 anos? **5. b)** $16c + 40p + 400$
- **c)** Quanto esse bufê cobraria para realizar uma festa com 20 crianças e 30 pessoas acima de 12 anos? **5. c)** R$ 1 920,00

6. Observe a figura abaixo, em que os quadrados têm lado de medida x de comprimento.



- **a)** Qual é a expressão que representa a medida do perímetro dessa figura? **6. a)** $24x$
- **b)** Qual é a medida do perímetro dessa figura para $x = 3{,}7$ cm? **6. b)** 88,8 cm
- **c)** Que expressão representa a medida de área da figura? **6. c)** $12x^2$
- **d)** Qual é a medida de área dessa figura para $x = 0{,}6$ cm? **6. d)** 4,32 cm²

7. Na malha quadriculada abaixo, considere y a medida de área de um quadradinho, em centímetro quadrado.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Determine:

- **a)** a medida de área da figura A; **7. a)** $8y$
- **b)** a medida de área da figura B; **7. b)** $9y$
- **c)** a medida de área da figura C; **7. c)** $\frac{9}{2}y$
- **d)** a metade da medida de área da figura A; **7. d)** $4y$
- **e)** a terça parte da medida de área da figura B. **7. e)** $3y$

- Na atividade **1**, para calcular o valor numérico das expressões algébricas, os estudantes deverão substituir as variáveis pelos números indicados. Caso seja necessário, retome com eles a ordem em que as operações em uma expressão devem ser efetuadas.
- Na atividade **2**, incentive os estudantes a justificar a resposta encontrada para cada questão. Ao argumentarem sobre como chegaram às respostas, faça um diagnóstico das dificuldades encontradas por eles. Por exemplo, no item **a**, os estudantes podem representar a medida do perímetro da figura por $a + a + a + a + b + b$ e, no item **c**, podem representar a medida da área da figura por $a^2 + a \cdot b$. Retome os conceitos de perímetro e de área de uma figura caso julgue necessário. Essa atividade também contribui para que sejam relacionados diferentes campos da Matemática, o que favorece o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC.
- As atividades **6** e **7** estabelecem relações entre os campos da Álgebra e da Geometria da Matemática.
- Durante a realização das atividades, circule pela sala de aula para verificar como os estudantes atribuem significado às situações apresentadas. Estudos pedagógicos apontam como principais dificuldades dos estudantes no que diz respeito ao pensamento algébrico: 1) não conseguir dar sentido a uma expressão algébrica ou atribuir significado às letras; 2) confundir os conceitos de variável e incógnita; 3) não conseguir traduzir uma expressão algébrica para a língua materna.

Calculando com letras

Objetivos

- Aplicar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico.
- Reconhecer que as representações algébricas permitem traduzir problemas e favorecer as possíveis soluções.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 9 e da competência específica 3 da BNCC.

Orientações

- Neste tópico, os estudantes deverão efetuar operações com expressões algébricas, aplicando as propriedades conhecidas, e também traduzir situações-problema por meio de expressões algébricas. Em ambos os casos, eles poderão relacionar conteúdos de diferentes campos da Matemática, o que favorece o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC.

3 Calculando com letras

Verificamos, ao estudar as operações com números racionais, que a **propriedade distributiva** da multiplicação vale em relação à adição. Observe:

$$5 \cdot 3 + 5 \cdot 2 = 5(3 + 2)$$

Como em expressões algébricas as letras representam números, podemos usar essa e outras propriedades, válidas para os números racionais, para realizar cálculos com essas expressões. Acompanhe como podemos calcular $3x + 2x$.

$$3x + 2x = 3 \cdot x + 2 \cdot x = (3 + 2)x = 5 \cdot x \text{ ou } 5x$$

Exemplos

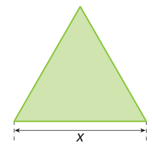
- $7x^3y^2 - 5x^3y^2 = (7 - 5)x^3y^2 = 2x^3y^2$
- $a + 4a - 7a = (1 + 4 - 7)a = -2a$

Observe, a seguir, como podemos escrever uma expressão que represente a medida do perímetro de alguns polígonos regulares cujos lados têm a medida de comprimento representada pela letra x.

Recorde

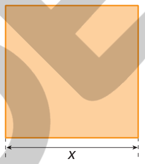
Um polígono é **regular** quando tem lados de mesma medida de comprimento e abertura dos ângulos internos de mesma medida.

Triângulo equilátero



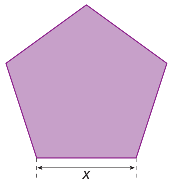
$x + x + x =$
$= (1 + 1 + 1)x = 3x$

Quadrado



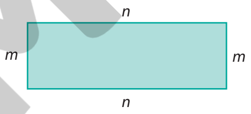
$x + x + x + x =$
$= (1 + 1 + 1 + 1)x = 4x$

Pentágono regular

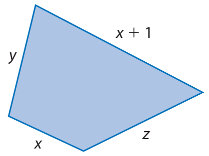


$x + x + x + x + x =$
$= (1 + 1 + 1 + 1 + 1)x = 5x$

Agora, observe como escrevemos a expressão que representa a medida do perímetro dos polígonos a seguir.



$m + n + m + n = m + m + n + n =$
$= 2m + 2n$



$y + x + z + x + 1 = y + x + x + z + 1 =$
$= y + 2x + z + 1$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Resolvendo problemas com o uso de letras

Um *motoboy* recebe mensalmente um valor fixo de R$ 2 000,00 mais R$ 10,00 por entrega feita. Qual foi o valor mensal recebido por esse *motoboy* em um mês em que fez 80 entregas?

Representando por x o número de entregas feitas em um mês, podemos indicar o valor mensal que esse *motoboy* recebe, em real, pela seguinte expressão algébrica:

$$2\,000 + 10x$$

Para calcular o valor mensal recebido por esse *motoboy*, basta substituir x por 80 na expressão algébrica acima e efetuar os cálculos:

$$2\,000 + 10 \cdot 80 = 2\,000 + 800 = 2\,800$$

Portanto, o *motoboy* recebeu, nesse mês, R$ 2 800,00.

Para analisar

Qual é a importância da faixa de pedestres?

Para analisar: Espera-se que os estudantes respondam que a função da faixa de pedestres é garantir a segurança das pessoas durante a travessia de rua.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule.

a) $29a + 4a - 21a$ **1. a)** $12a$

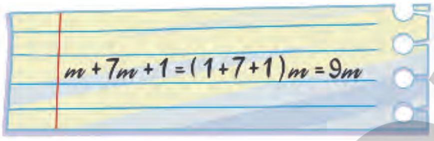
b) $x + 3x - x + 5x - x$ **1. b)** $7x$

c) $3x + 4x^3 - 5x + x^2 + 2x$ **1. c)** $4x^3 + x^2$

d) $\frac{3}{4}y - \frac{y}{5} + \frac{7}{2}y$ **1. d)** $\frac{81}{20}y$

e) $4a + 5b + \frac{7}{2}a - b$ **1. e)** $\frac{15}{2}a + 4b$

2. Identifique o erro cometido por Kevin ao calcular $m + 7m + 1$.



$m + 7m + 1 = (1 + 7 + 1)m = 9m$

2. Kevin errou ao aplicar a propriedade distributiva, pois colocou o número 1 da expressão dentro dos parênteses.

3. Observe o anúncio de uma locadora de veículos.

ALUGUE UM CARRO

R$ 75,00 por dia (incluído seguro)

mais R$ 0,50 por quilômetro rodado para qualquer modelo popular.

3. a) $75d + 0{,}50q$, com d representando o número de dias em que o carro ficou alugado e q, o número de quilômetros rodados.

ILUSTRAÇÕES: EDUARDO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Represente, por meio de uma expressão algébrica, o custo do aluguel nesse caso.

b) Ivo alugou um carro dessa locadora por 4 dias e rodou 100 km. Quanto ele pagou? **3. b)** R$ 350,00

- O boxe *Para analisar* apresenta uma oportunidade para trabalhar com o Tema Contemporâneo Transversal **Educação para o Trânsito**, da macroárea **Cidadania e Civismo**. Converse sobre a importância de conhecer e respeitar os sinais de trânsito e quanto esses sinais representam uma conquista do cidadão. Comente que a faixa de pedestre delimita a área da pista na qual se deve fazer a travessia e que os pedestres têm prioridade sobre os veículos. O diálogo promovido pela proposta do boxe e a reflexão sobre o respeito ao direito do outro favorecem o desenvolvimento da competência geral 9 da BNCC.
- Para escrever a expressão algébrica do item **a** da atividade **3**, os estudantes podem fazer uso de qualquer letra, mas é fundamental que expliquem que essa letra representa o número de dias em que o carro ficou alugado.

Sequências numéricas

Objetivos

- Reconhecer uma sequência numérica.
- Identificar sequências numéricas finitas e infinitas.
- Utilizar planilhas eletrônicas para calcular os termos de uma sequência numérica recursiva.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF07MA14, EF07MA15 e EF07MA16, das competências gerais 3 e 4 e das competências específicas 1, 3 e 5 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF07MA14, EF07MA15 e EF07MA16 porque os estudantes deverão representar por meio de expressões algébricas regularidades encontradas em sequências numéricas, além de reconhecer a equivalência entre expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica, e também porque serão estudadas sequências recursivas e não recursivas.

Orientações

- O tópico se inicia mostrando situações cotidianas em que a ideia de sequência está presente. Aproveite a oportunidade e peça aos estudantes que conversem sobre a presença dessa ideia em outras situações do dia a dia.
- Se julgar conveniente, apresente outros exemplos de sequências numéricas e peça que verifiquem se são finitas ou infinitas e identifiquem alguns de seus termos.

4 Sequências numéricas

No dia a dia, nos deparamos com diversas situações em que estão presentes sequências, como as estações do ano, as fases da Lua, a classificação dos times participantes de um campeonato de futebol, a numeração das casas de uma rua, entre outros casos.

EDUARDO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

Campeonato Mineiro da Futebol

Classificação	Clube	Pontos
1	Atlético	27
2	América	22
3	Cruzeiro	20
4	Tombense	20
5	URT	16
6	Pouso Alegre	15
7	Caldense	15
8	Athletic Club	13
9	Uberlândia	12
10	CA Patrocinense	10
11	Boa	8
12	Coimbra	6

AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

Em Matemática, estudamos as **sequências numéricas**. Uma sequência numérica é um conjunto de números escritos em determinada ordem.

São exemplos de sequências numéricas:

a) (1, 6, 11, 16, 21, 26)

b) (0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...)

c) $\left(0, -\frac{1}{5}, -\frac{2}{5}, -\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}, -1\right)$

d) (1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...)

Cada elemento da sequência é chamado **termo da sequência**. Em uma sequência, o termo que ocupa a posição de número n é indicado pelo símbolo a_n, isto é:

a_1 indica o primeiro termo da sequência;

a_2 indica o segundo termo da sequência;

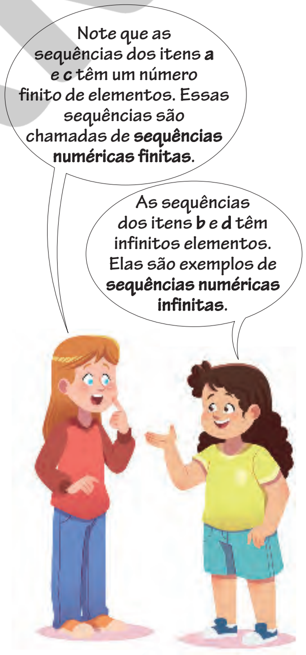
a_3 indica o terceiro termo da sequência;

a_4 indica o quarto termo da sequência;

⋮

a_n indica o enésimo termo da sequência.

Assim, indicamos uma sequência finita de n termos por $(a_1, a_2, a_3, ..., a_n)$ e uma sequência infinita por $(a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...)$.



MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

Exemplos

- Na sequência (0, 4, 8, 12, 16), temos: $a_1 = 0$, $a_2 = 4$, $a_3 = 8$, $a_4 = 12$ e $a_5 = 16$.
- Na sequência (2, 7, 12, 17, ...), temos: $a_1 = 2$, $a_2 = 7$, $a_3 = 12$, $a_4 = 17$, ...

(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na Matemática, mas também nas Artes e na Literatura.

(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

Competência geral 3: Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

Competência geral 4: Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

Saiba mais

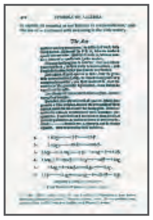
No século IX, o matemático árabe al-Khowarizmi escreveu o livro *Al-jabr-Wa'l muqabalah*, cujo título possivelmente deu origem ao termo *Álgebra*.

- Pesquise o significado dos termos *al-jabr* e *muqabalah*. **Saiba mais:** *Comentário em Orientações.*

UNIVERSIDADE DE OXFORD, INGLATERRA

Texto do livro *Al-jabr-Wa'l muqabalah*.

No século XVI, François Viète contribuiu para o desenvolvimento da Álgebra simbólica, muito próxima da usada hoje em dia.

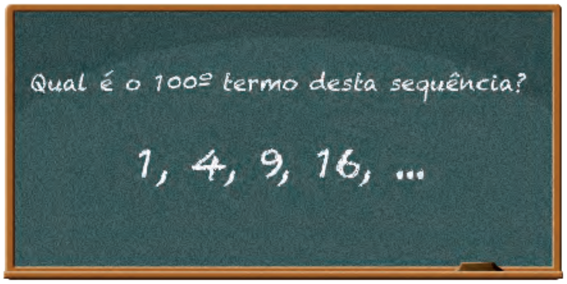


BIBLIOTECA NACIONAL DA FRANÇA, PARIS

Documento de François Viète.

Representando os termos de sequências numéricas por meio de expressões algébricas

Acompanhe a situação a seguir.



AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

Uma maneira possível de responder a essa pergunta é descobrir a relação existente entre os termos da sequência e calcular todos os termos até chegar ao 100º.

Por outro lado, há uma forma de descobrir mais rapidamente o 100º termo da sequência: escrever uma expressão algébrica que expresse os termos dessa sequência numérica.

Organizando os termos da sequência em um quadro, temos:

Termos da sequência numérica					
1º termo	**2º termo**	**3º termo**	**4º termo**	**...**	**enésimo (*n*º) termo**
1	4	9	16	...	?

Ao analisar os termos dessa sequência, verificamos que são números quadrados perfeitos, ou seja, que podem ser escritos como um número elevado ao quadrado.

1º termo $\longrightarrow$ $1 = 1^2$
2º termo $\longrightarrow$ $4 = 2^2$
3º termo $\longrightarrow$ $9 = 3^2$
4º termo $\longrightarrow$ $16 = 4^2$
$\vdots$
nº termo $\longrightarrow$ n^2

Observe que a base de cada uma dessas potências corresponde à posição de cada termo: 1º termo, base 1; 2º termo, base 2; e assim por diante.

- O boxe *Saiba mais* mostra um texto e um documento que exemplificam como a Álgebra foi se desenvolvendo no decorrer do tempo e em diferentes regiões. Enfatize que a Matemática é fruto das necessidades e das preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos. Dessa forma, estará contribuindo para o desenvolvimento da competência específica 1 da BNCC.

De acordo com a publicação de Boyer:

> Não se sabe bem o que significam os termos *al-jabr* e *muqabalah*, mas a interpretação usual é semelhante à que a tradução mencionada implica [na tradução latina, *Liber algebrae et al mucabola*]. A palavra *al-jabr* presumivelmente significa algo como "restauração" ou "completação" e parece referir-se à transposição de termos subtraídos para o outro lado da equação, a palavra *muqabalah*, ao que se diz, refere-se à "redução" ou "equilíbrio" – isto é, ao cancelamento de termos semelhantes em lados oposto da equação. A influência árabe na Espanha, muito depois do tempo de *al-Khwarizmi*, pode ser vista em *Dom Quixote*, onde a palavra algebrista é usada para indicar um "restaurador" de ossos.
>
> BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática*. São Paulo: Blucher, 2012. p. 166.

- Ao representar sequências numéricas por meio de expressões algébricas os estudantes relacionam dois campos da Matemática: Aritmética e Álgebra. Nesse sentido, o desenvolvimento da competência específica 3 de Matemática da BNCC é favorecida.

Competência específica 1: Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

- A ideia de variável e incógnita é o foco do primeiro questionamento do boxe *Para pensar*. O objetivo é que os estudantes percebam que a letra *n* nas expressões algébricas apresentadas pode ser substituída por qualquer número natural não nulo, sendo, portanto, uma variável e não uma incógnita.
- A equivalência entre as expressões permite abordar a propriedade distributiva da multiplicação e auxiliar os estudantes a reconhecer que duas expressões algébricas podem descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica, favorecendo o desenvolvimento da habilidade EF07MA16.

Nesse caso, a expressão algébrica que indica o enésimo termo da sequência é n^2, em que n é um número natural maior ou igual a 1.

Com essa expressão, podemos calcular o 100º termo:

$$100^{\text{o}} \text{ termo: } a_{100} = 100^2 = 10\,000$$

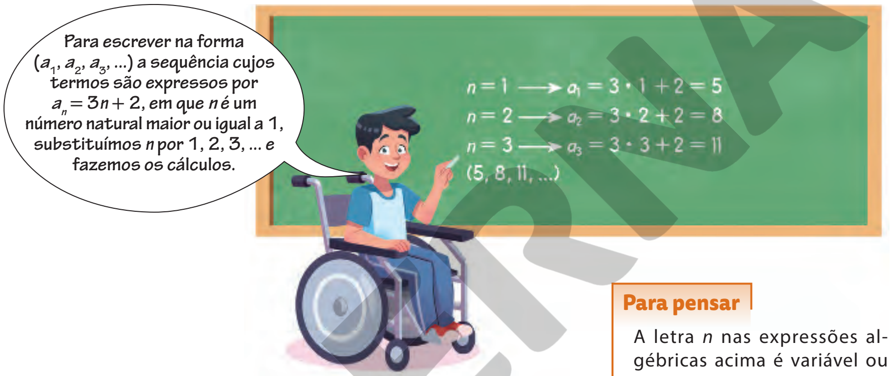
Portanto, o 100º termo da sequência é 10 000.

Observe como podemos representar outras sequências numéricas por meio de expressões algébricas, em que n é um número natural maior ou igual a 1.

a) A sequência dos números naturais pares é (0, 2, 4, 6, ...). Podemos representar um termo qualquer dessa sequência numérica por: $a_n = 2 \cdot (n - 1)$ ou, ainda, $a_n = 2n - 2$

b) A sequência dos números naturais positivos múltiplos de 5 é (5, 10, 15, 20, ...). Podemos representar um termo qualquer dessa sequência numérica por: $a_n = 5n$

c) A sequência dos números naturais formados usando apenas o algarismo 9, colocados em ordem crescente, é (9, 99, 999, ...). Podemos representar um termo qualquer dessa sequência numérica por: $a_n = 10^n - 1$



MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

Para pensar

A letra *n* nas expressões algébricas acima é variável ou incógnita? Por quê?

Para pensar: Variável. Espera-se que os estudantes justifiquem sua resposta dizendo que *n* pode assumir diferentes valores.

Expressões algébricas equivalentes

Leia o que Carla e Bruno falaram sobre como cada um representou a expressão de um termo qualquer da sequência: 7, 12, 17, 22, ...

AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

Tanto a expressão de Carla quanto a de Bruno são válidas. Isso acontece porque as duas expressões algébricas são equivalentes.

$$5(p + 1) - 3 = 5p + 5 - 3 = 5p + 2 \text{ (}p\text{ é um número natural maior ou igual a 1)}$$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Determine a sequência dos números:

a) naturais menores que 6; **1. a)** (0, 1, 2 ,3 ,4, 5)

b) inteiros que estão entre –3 e 2; **1. b)** (–2, –1, 0 ,1)

c) primos positivos; **1. c)** (2, 3, 5, 7, 11, ...)

d) inteiros cujo módulo é menor que 2; **1. d)** (–1, 0, 1)

e) pares maiores ou iguais a 6. **1. e)** (6, 8, 10, 12, 14, ...)

2. Faça o que se pede.

a) Considere a seguinte sequência:

1º termo ⟶ 2, ou seja, 2 · 1

2º termo ⟶ 4, ou seja, 2 · 2

3º termo ⟶ 6, ou seja, 2 · 3

2. a) $a_n = 2n$ (n é número natural maior ou igual a 1)

- Como pode ser escrito o enésimo termo dessa sequência, ou seja, o termo de posição *n*?

b) Considere a sequência dos números ímpares:

1º termo ⟶ 1, ou seja, 2 · 1 – 1

2º termo ⟶ 3, ou seja, 2 · 2 – 1

3º termo ⟶ 5, ou seja, 2 · 3 – 1

- Como pode ser escrito o enésimo termo dessa sequência? **2. b)** $a_n = 2n - 1$ (n é número natural maior ou igual a 1)

3. Escreva na forma (a_1, a_2, a_3, a_4, ...) cada uma das sequências numéricas em que o enésimo termo é dado abaixo (*n* é número natural maior ou igual a 1).

a) $a_n = 7n$ **3. a)** (7, 14, 21, 28, ...)

b) $a_n = n^3$ **3. b)** (1, 8, 27, 64, ...)

c) $a_n = n^2 + n$ **3. c)** (2, 6, 12, 20, ...)

d) $a_n = 3n^2 - 2$ **3. d)** (1, 10, 25, 46, ...)

4. Considere alguns termos de uma sequência numérica.

1º termo	2º termo	8º termo	11º termo
11	12	18	21

4. a) 15 e 16

a) Determine o 5º e o 6º termos dessa sequência.

b) Escreva a expressão algébrica que indica o enésimo termo dessa sequência.

4. b) 10 + n (n é número natural maior ou igual a 1)

5. Observe a sequência de figuras e faça o que se pede.

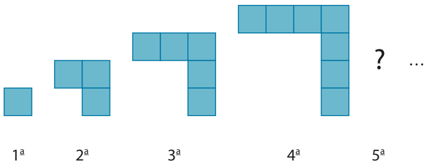
NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

5. a) $2n$ (n é número natural maior ou igual a 1)

a) Escreva uma expressão algébrica que relacione o número de ✷ da figura que ocupa a enésima posição dessa sequência.

b) Calcule o número de ✷ do 99º termo dessa sequência. **5. b)** 198

6. Observe a sequência de figuras e faça o que se pede.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

6. b) Exemplo de resposta: $2p - 1$ (p é número natural maior ou igual a 1)

a) Quantos ■ a figura da 5ª posição terá? **6. a)** 9

b) Utilizando a letra *p* para identificar a posição da figura, escreva uma expressão que determine corretamente o número de ■ em cada figura.

c) Calcule o número de ■ do 20º termo dessa sequência. **6. c)** 39

7. Observe a figura que está sendo formada com palitos de sorvete. Primeiro, formou-se um quadrado com 4 palitos; depois, acrescentaram-se 3 palitos e formou-se mais um quadrado; em seguida, com mais 3 palitos, formou-se outro quadrado; e assim por diante.

EDUARDO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

Continuando essa construção, quantos palitos serão necessários para formar:

a) 4 quadrados? **7. a)** 13 palitos

b) 5 quadrados? **7. b)** 16 palitos

c) x quadrados? **7. c)** [4 + 3(x – 1)] palitos

d) 15 quadrados? **7. d)** 46 palitos

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

- Amplie a proposta da atividade **1** pedindo aos estudantes que identifiquem as sequências que são finitas ou infinitas. Se julgar conveniente, peça a eles que elaborem algumas sequências para que um colega as determine.
- Na atividade **6**, incentive os estudantes a compartilharem suas estratégias para escrever a expressão algébrica. Outra resposta possível para o item **b** é $1 + 2(p - 1)$.
- Na atividade **7**, oriente os estudantes a relacionar o número de quadrados ao número de palitos por meio de uma adição. O objetivo é que a sequência de operações a serem obtidas contribua para que consigam encontrar a expressão algébrica solicitada no item **c**. Assim que determinarem a expressão, pergunte a eles se qualquer número pode assumir o lugar de *x*. Depois, mostre que *x* deve ser um número natural maior que zero. Convém pedir aos estudantes que façam um quadro como o do exemplo abaixo para organizar as informações:

Número de quadrados	Número de palitos
1	$4 + 0$ ou $4 + 3 \cdot 0$ ou $4 + 3 \cdot (1 - 1)$
2	$4 + 3$ ou $4 + 3 \cdot 1$ ou $4 + 3 \cdot (2 - 1)$
3	$4 + 6$ ou $4 + 3 \cdot 2$ ou $4 + 3 \cdot (3 - 1)$
⋮	⋮
x	$4 + 3 \cdot (x - 1)$

Aproveite e solicite aos estudantes que escrevam uma expressão algébrica equivalente à expressão encontrada no item **c**; eles podem utilizar a propriedade distributiva para determiná-la: $4 + 3(x - 1) = 4 + 3x - 3 = 3x + 1$

- Nesta página, é definido o conceito de sequências numéricas recursivas. Podem-se desenvolver os exemplos apresentados com a participação da turma. A ideia é que eles percebam como é possível obter cada termo dessas sequências a partir dos anteriores.
- Peça aos estudantes que elaborem um exemplo de sequência recursiva e, depois, troquem com um colega para que este determine o termo geral e consequentemente um termo qualquer da sequência criada. Por exemplo, o 10º termo.
- Neste tópico, mostra-se que a ideia de recursão está presente também na Arte e na Literatura por meio do poema "Pêndulo", de Ernesto Manuel de Melo e Castro, favorecendo o desenvolvimento da habilidade EF07MA14. A proposta do boxe *Para investigar* é que os estudantes se reúnam em grupos e pesquisem obras de arte ou poemas em que a ideia de recursão esteja presente. Após pesquisarem, incentive-os a montar um painel com o que conseguiram encontrar.
- Um trabalho interessante que pode servir de exemplo é o de Maurits Cornelis Escher. Atividades como essa contribuem para que os estudantes valorizem e desfrutem diversas manifestações artísticas e culturais e, além disso, colocam-nos em contato com diferentes linguagens verbais e artísticas, favorecendo o desenvolvimento das competências gerais 3 e 4 da BNCC.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Sequências numéricas recursivas

Observe a sequência numérica: (0, 3, 6, 9, 12, 15, ...)

Note que o primeiro termo dessa sequência é 0 e que cada termo, a partir do segundo, é obtido adicionando-se 3 ao termo anterior. Ou seja:

$$a_1 = 0$$
$$a_2 = a_1 + 3 = 0 + 3 = 3$$
$$a_3 = a_2 + 3 = 3 + 3 = 6$$
$$\vdots$$

Assim, podemos representar qualquer termo dessa sequência, a partir do segundo, por:

$a_{n+1} = a_n + 3$, em que n é um número natural maior ou igual a 1.

Sequências numéricas como essa, em que é possível determinar cada termo a_n a partir de um ou mais de seus termos anteriores (a_{n-1}, a_{n-2}, ..., a_1), são chamadas **sequências recursivas**.

Para pensar

Para pensar: $a_n = 3n - 3$

De que outra maneira podemos representar o enésimo termo da sequência numérica (0, 3, 6, 9, 12, 15, ...)?

Exemplos

- (3, 7, 15, 31, 63, ...)
  Nessa sequência, para determinar um termo, a partir do segundo, dobramos o termo anterior e adicionamos 1, ou seja:

$$a_1 = 3$$
$$a_2 = 2a_1 + 1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$$
$$a_3 = 2a_2 + 1 = 2 \cdot 7 + 1 = 15$$
$$a_4 = 2a_3 + 1 = 2 \cdot 15 + 1 = 31$$
$$a_5 = 2a_4 + 1 = 2 \cdot 31 + 1 = 63$$
$$\vdots$$

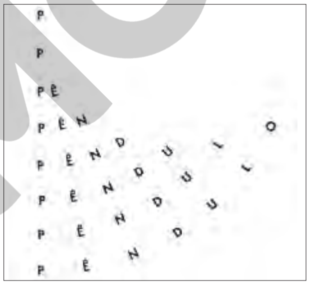
  Assim, podemos representar qualquer termo dessa sequência, a partir do segundo, por:
  $a_{n+1} = 2a_n + 1$, em que n é um número natural maior ou igual a 1.

- (1, 3, 4, 7, 11, 18, ...)
  Nessa sequência, para determinar um termo, a partir do terceiro, adicionamos os dois termos imediatamente anteriores, ou seja:

$$a_1 = 1$$
$$a_2 = 3$$
$$a_3 = a_1 + a_2 = 1 + 3 = 4$$
$$a_4 = a_2 + a_3 = 3 + 4 = 7$$
$$a_5 = a_3 + a_4 = 4 + 7 = 11$$
$$a_6 = a_4 + a_5 = 7 + 11 = 18$$
$$\vdots$$

  Assim, podemos representar qualquer termo dessa sequência, a partir do terceiro, por:
  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$, em que n é um número natural maior ou igual a 1.

A ideia de recursão também está presente nas artes e na literatura. Observe, por exemplo, o poema "Pêndulo", de Ernesto Manuel de Melo e Castro, reproduzido a seguir. Nesse poema, cada verso, a partir do terceiro, é idêntico ao anterior, porém acrescido de uma letra. Note que a disposição das palavras sugere o movimento de um pêndulo.



© ERNESTO MANUEL DE MELO E CASTRO/SPA, 2022

MELO E CASTRO, Ernesto Manuel de. Pêndulo.
In: *Antologia efémera*: poemas 1950-2000.
Rio de Janeiro: Lacerda, 2000. p. 258.

Para investigar

Reúna-se com três colegas e pesquisem exemplos de poemas ou de obras de arte em que a ideia de recursão esteja presente.

Para investigar: Comentários em *Orientações.*

Informática e Matemática

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Sequência de Fibonacci na planilha eletrônica

Nesta seção, você vai utilizar uma planilha eletrônica para determinar os termos de uma sequência numérica recursiva chamada sequência de Fibonacci.

SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

A sequência de Fibonacci tem origem em um problema proposto pelo matemático Leonardo de Pisa, conhecido como Fibonacci, no livro *Liber abaci*, de 1202, sobre o crescimento de uma população de coelhos. Observe esta sequência:

(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...)

Note que os dois primeiros termos dessa sequência são iguais a 1 e que todo termo, a partir do terceiro, é obtido adicionando-se os dois termos imediatamente anteriores.

Assim, podemos representar qualquer termo dessa sequência, a partir do terceiro, por:

$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$, em que n é um número natural maior ou igual a 1.

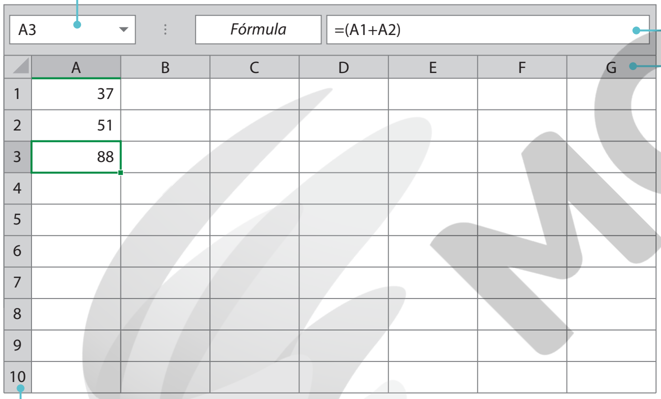
LOC/SCIENCE SOURCE/FOTOARENA - COLEÇÃO PARTICULAR

Leonardo de Pisa
(cerca de 1180-1250).

PLANILHAS ELETRÔNICAS

As planilhas eletrônicas são usadas para organizar informações e realizar cálculos.

Elas apresentam variações de formato e de ferramentas, mas, no geral, todas possuem números para indicar as linhas, letras para indicar as colunas, um campo para inserir fórmulas e um campo para indicar a célula selecionada, ou a célula em uso.



A3 | Fórmula | =(A1+A2)

	A	B	C	D	E	F	G
1	37						
2	51						
3	88						
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							

Campo que mostra a célula selecionada. A célula **A3** é a célula que está na **coluna A** e na **linha 3**.

Campo que mostra a fórmula associada à célula.

Letras que indicam as colunas da planilha.

Números que indicam as linhas da planilha.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Competência específica 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Informática e Matemática

Objetivos

- Calcular os termos da sequência de Fibonacci com o auxílio de uma planilha eletrônica.
- Favorecer o desenvolvimento da competência específica 5 da BNCC.

Orientações

- Neste tópico, os estudantes terão a oportunidade de trabalhar com a sequência de Fibonacci. Essa é uma sequência recursiva, uma vez que seus termos podem ser obtidos a partir dos anteriores. Os termos da sequência são calculados por meio de fórmulas inseridas na planilha eletrônica.
- Depois de apresentar os campos da planilha, se julgar conveniente, comente com os estudantes que, em algumas planilhas eletrônicas, há opções para fazer os cálculos diretamente, sem precisar digitar a fórmula. Em algumas, por exemplo, basta selecionar as células e clicar em “Soma”, e na célula seguinte da coluna já aparece a soma dos valores das células selecionadas.
- Para promover a compreensão do desenvolvimento histórico da sequência de Fibonacci, sugerimos a apreciação do vídeo “O que é a sequência de Fibonacci e o por que é chamada de 'código secreto da natureza'”, publicado pela BBC News Brasil, disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=cHZWZhHQq4g; acesso em: 1º ago. 2022.

- No *Construa*, os estudantes devem preencher as células de acordo com os passos descritos, obtendo os primeiros termos da sequência. Eles podem obter quantos termos quiserem da sequência, arrastando a fórmula para outras células. Se o termo obtido não couber na coluna da planilha eletrônica, alguns *softwares* podem apresentá-lo em notação científica. Caso isso ocorra, oriente os estudantes a aumentarem a medida da largura da coluna.
- No *Investigue*, os estudantes devem determinar um termo da sequência de Fibonacci e identificar se alguns números pertencem a ela. Esse uso do *software* para resolver problemas favorece o desenvolvimento da competência específica 5 da BNCC.

▶ Informática e Matemática

CONSTRUA

Siga os passos a seguir para gerar os termos da sequência de Fibonacci em uma planilha eletrônica.

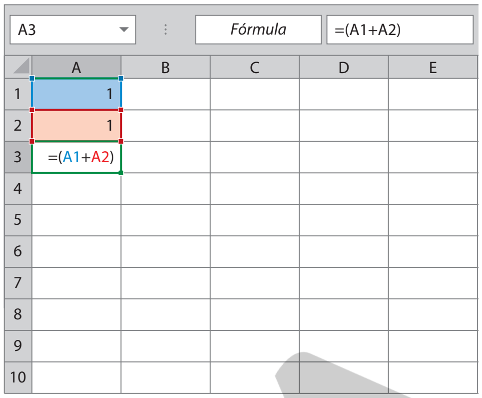
1º) Preencha a célula A1 com o número 1 (primeiro termo da sequência).

2º) Preencha a célula A2 com o número 1 novamente (segundo termo da sequência).

3º) Na célula A3, digite a fórmula:

=(A1+A2)

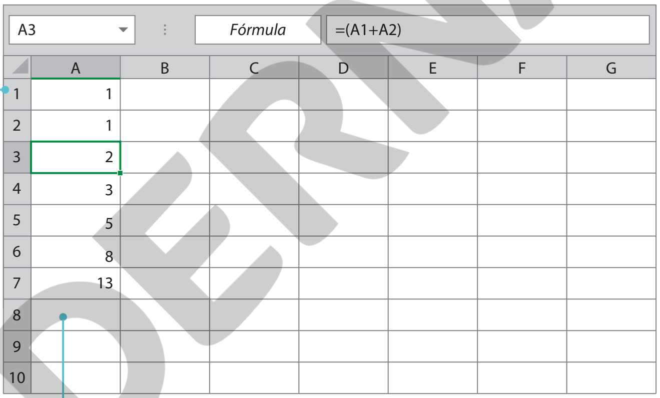
Dessa forma, os valores das células A1 e A2 serão adicionados. A fórmula também pode ser digitada no campo apropriado para inserir fórmulas com a célula A3 selecionada.



A3 | Fórmula | =(A1+A2)

	A	B	C	D	E
1	1				
2	1				
3	=(A1+A2)				
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

4º) Selecione a célula A3, leve o cursor até o canto inferior direito da célula e, com o botão esquerdo do *mouse* clicado, arraste a seleção para baixo. Assim, a fórmula será copiada para as outras células e outros termos da sequência de Fibonacci serão gerados.



A3 | Fórmula | =(A1+A2)

	A	B	C	D	E	F	G
1	1						
2	1						
3	2						
4	3						
5	5						
6	8						
7	13						
8							
9							
10							

Os números que indicam as linhas da planilha correspondem aos valores de *n*.

Na coluna A estão os valores de a_n. Para gerar mais termos da sequência, basta continuar arrastando a seleção da célula A3 até a célula conveniente.

Lembre-se: Escreva no caderno!

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

INVESTIGUE

a) Quais são os 10 primeiros termos da sequência de Fibonacci? **Investigue: a)** 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 e 55

b) Determine o 40º termo da sequência de Fibonacci. Ele é obtido com a adição de quais números? **Investigue: b)** 102 334 155; esse termo é obtido com a adição dos números 39 088 169 e 63 245 986.

c) 432 500 302 é um termo da sequência de Fibonacci? Justifique sua resposta.

d) O número 32 951 280 099 é um termo da sequência de Fibonacci? Se for, esse número corresponde a qual termo? **Investigue: d)** Sim; corresponde ao 52º termo.

Investigue: c) 432 500 302 não é um termo da sequência de Fibonacci, pois ele está entre 267 914 296 (42º termo) e 433 494 437 (43º termo).

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Escreva duas sequências numéricas recursivas. **1.** Resposta pessoal.

2. As sequências numéricas a seguir são recursivas. Como podemos expressar um termo qualquer de cada uma a partir do(s) termo(s) anterior(es)?

a) (4, 8, 12, 16, 20, 24, ...)

b) (1, 6, 36, 216, 1 296, ...)

2. Exemplos de resposta:

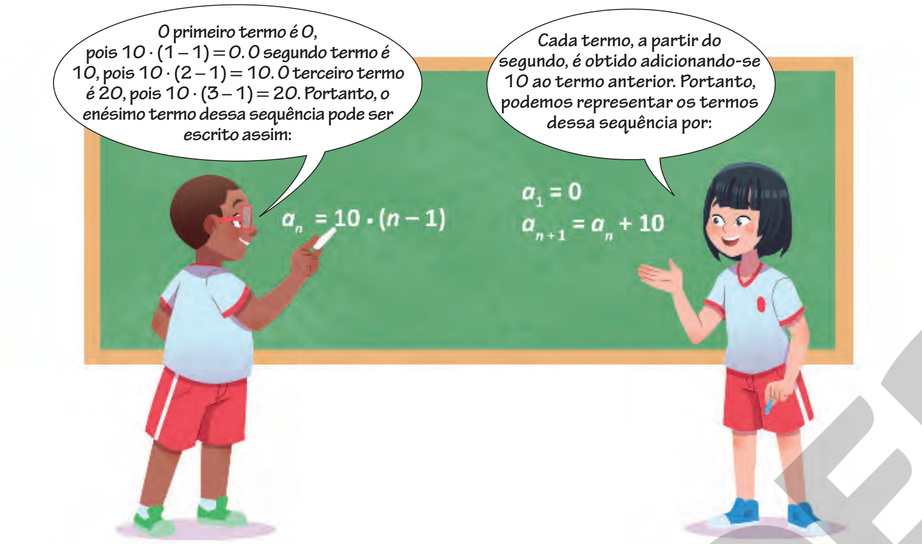
a) $a_1 = 4$

$a_{n+1} = a_n + 4$, em que n é um número natural maior ou igual a 1.

b) $a_1 = 1$

$a_{n+1} = 6a_n$, em que n é um número natural maior ou igual a 1.

3. Observe como Mateus e Juliana representaram a sequência dos números naturais múltiplos de 10.



MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

- Qual deles representou a sequência dos números naturais múltiplos de 10 corretamente?

3. Os dois representaram a sequência corretamente e, considerando n é um número natural maior ou igual a 1.

4. No caderno, associe as representações dos termos de uma mesma sequência numérica para n natural maior ou igual a 1. **4.** A – II, B – IV, C – I, D – III, E – V

A $a_n = n$

B $a_n = 1 + 4(n - 1)$

C $a_n = 6n$

D $a_n = 10$

E $a_n = 2n + 1$

I $a_1 = 6$
$a_{n+1} = a_n + 6$

II $a_1 = 1$
$a_{n+1} = a_n + 1$

III $a_1 = 10$
$a_{n+1} = a_n$

IV $a_1 = 1$
$a_{n+1} = a_n + 4$

V $a_1 = 3$
$a_{n+1} = a_n + 2$

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

- Na atividade **3**, os estudantes poderão observar que é possível representar por expressões algébricas diferentes a regularidade de uma mesma sequência numérica. Já na atividade **4**, deverão reconhecer as expressões algébricas que representam a regularidade de uma mesma sequência numérica. Nesse sentido, ambas as atividades favorecem o desenvolvimento da habilidade EF07MA16.

Estatística e Probabilidade

Objetivos

- Compreender e calcular a média aritmética e a média aritmética ponderada em um conjunto de dados.
- Distinguir média aritmética da média aritmética ponderada.
- Favorecer o desenvolvimento da competência específica 5 e da habilidade EF07MA35 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- A habilidade EF07MA35 é favorecida nesta seção por meio de atividades contextualizadas que exploram o significado de média aritmética e de média aritmética ponderada.

Orientações

- O cálculo da média aritmética é retomado por meio de situações que envolvem idade, consumo de energia elétrica, entre outras. Como esse tema propicia estimar resultados, é interessante incentivar os estudantes a avaliar possíveis resultados antes de realizar os cálculos.
- O tema é aprofundado com o estudo do cálculo da média aritmética ponderada. Considerando que os estudantes já estudaram como calcular a média aritmética simples, é interessante que eles identifiquem as diferenças entre esses dois tipos de média ao longo da realização das atividades propostas.

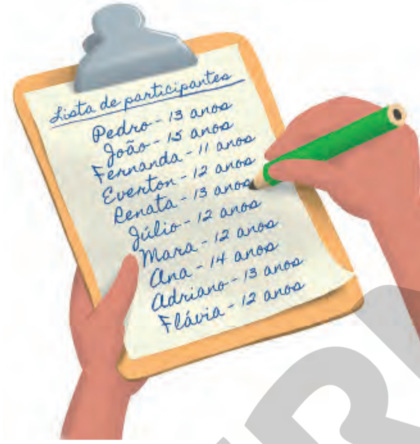
Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Cálculo da média aritmética e da média aritmética ponderada

Média aritmética

Paulo elaborou a lista abaixo para calcular a **média aritmética** das idades dos participantes de um torneio de xadrez que acontecerá na escola.



EDNEI MARX/ARQUIVO DA EDITORA

Para fazer esse cálculo, ele adicionou as idades e, depois, dividiu o resultado pela quantidade de participantes. Observe.

$$\frac{13 + 15 + 11 + 12 + 13 + 12 + 12 + 14 + 13 + 12}{10} = \frac{\overbrace{127}^{\text{soma das idades}}}{\underbrace{10}_{\text{quantidade de participantes}}} = 12{,}7$$

Portanto, Paulo descobriu que a idade média dos participantes do torneio de xadrez é 12,7 anos.

Em geral, a média aritmética de um conjunto de valores numéricos representa esse conjunto.

Média aritmética ponderada

No colégio em que Everton estuda, a nota bimestral de Matemática é composta de quatro avaliações com pesos diferentes: um trabalho em grupo, um trabalho individual e duas provas individuais. Observe o peso de cada avaliação no quadro abaixo.

Avaliação	Peso
Trabalho em grupo	1
Trabalho individual	2
Prova individual	3

Everton obteve as seguintes notas: 8 no trabalho em grupo, 7 no trabalho individual, 7 e 8,5 nas provas individuais. Qual foi a nota bimestral de Everton?

(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.

Competência específica 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Para saber a nota bimestral de Everton, devemos calcular a **média aritmética ponderada** das notas obtidas nas avaliações. Como elas têm pesos diferentes, observe abaixo como deve ser feito o cálculo.

1º) Multiplica-se o valor de cada nota pelo respectivo peso e adicionam-se os produtos.

nota do trabalho individual

$$(1 \cdot 8) + (2 \cdot 7) + (3 \cdot 7) + (3 \cdot 8{,}5) = 68{,}5$$

nota do trabalho em grupo

notas das provas individuais

2º) Divide-se o resultado obtido pela soma dos pesos $(1 + 2 + 3 + 3 = 9)$.

soma dos produtos das notas pelos respectivos pesos

$$\textbf{Média aritmética ponderada: } \frac{68{,}5}{9} = 7{,}6111...$$

soma dos pesos

Assim, a nota bimestral de Everton foi 7,61.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Antes de comprar um liquidificador, Ana resolveu fazer uma pesquisa de preços. Após percorrer cinco lojas, ela organizou os dados coletados na tabela a seguir.

Pesquisa de preço do liquidificador

Loja	Preço
Casas do Brasil	R$ 166,79
Lojas Amazonenses	R$ 154,77
Casas do Sul	R$ 162,74
Magazine Ceciliana	R$ 148,25
Lojas do Silva	R$ 149,35

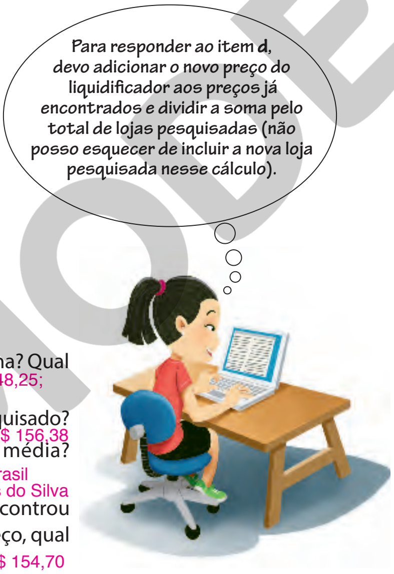
Dados obtidos por Ana em jun. 2022.

a) Quais foram o menor e o maior preços encontrados por Ana? Qual é a diferença entre eles? **1. a)** maior: R$ 166,79; menor: R$ 148,25; diferença: R$ 18,54

b) Qual é a média aritmética dos preços do liquidificador pesquisado? **1. b)** R$ 156,38

c) Em quais lojas o preço do liquidificador está acima da média? E em quais está abaixo da média? **1. c)** acima: Casas do Brasil e Casas do Sul; abaixo: Lojas Amazonenses, Magazine Ceciliana e Lojas do Silva

d) Ana resolveu pesquisar o preço em uma sexta loja. Ela encontrou o mesmo liquidificador por R$ 146,30. Com esse novo preço, qual é a média aritmética dos preços do liquidificador? **1. d)** R$ 154,70



ILUSTRAÇÕES: EDNEI MARX/ARQUIVO DA EDITORA

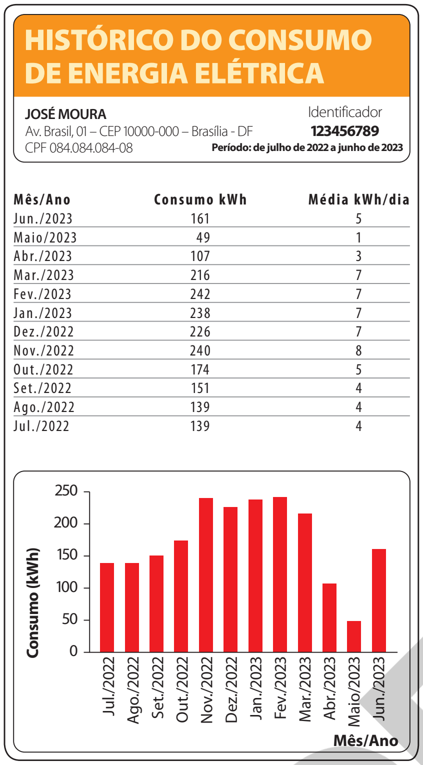
- Na atividade **1**, solicite aos estudantes que verifiquem a razoabilidade dos resultados encontrados. Por exemplo, no item **b**, pode-se dizer: "Antes dos cálculos, escolha um intervalo em que essa média estará e justifique". Espera-se que a turma relacione as respostas já obtidas; ou seja, como o menor preço encontrado por Ana foi R$ 148,25 e o maior foi R$ 166,79, o preço médio ficará nesse intervalo.

No item **d**, pergunte aos estudantes: "A média passará a ser maior ou menor do que a anterior? Por quê?". Espera-se que eles relacionem as respostas já obtidas, ou seja, como a média era R$ 156,38 e o novo produto vale R$ 146,30 (um valor menor), a média a ser calculada com a inserção desse produto será, necessariamente, menor que R$ 156,38.

- Na atividade **2**, os estudantes deverão aplicar o cálculo da média aritmética para ler e interpretar as informações que constam em uma conta de energia elétrica. Esse é um exemplo de como as ferramentas matemáticas podem ser usadas para resolver problemas cotidianos, favorecendo o desenvolvimento da competência específica 5 da BNCC.
- Enquanto os estudantes resolvem a atividade **3**, pode-se questionar: "Na hora de escolher o imóvel, quais características têm maior importância para Luiz? Você concorda com ele? Justifique sua opinião".

Lembre-se:
Escreva no caderno!

2. Observe o consumo de energia elétrica da família Moura em 12 meses. Depois, responda às questões.



HISTÓRICO DO CONSUMO DE ENERGIA ELÉTRICA

JOSÉ MOURA
Av. Brasil, 01 – CEP 10000-000 – Brasília - DF
CPF 084.084.084-08

Identificador
123456789
Período: de julho de 2022 a junho de 2023

Mês/Ano	Consumo kWh	Média kWh/dia
Jun./2023	161	5
Maio/2023	49	1
Abr./2023	107	3
Mar./2023	216	7
Fev./2023	242	7
Jan./2023	238	7
Dez./2022	226	7
Nov./2022	240	8
Out./2022	174	5
Set./2022	151	4
Ago./2022	139	4
Jul./2022	139	4

2. a) fevereiro de 2023: 242 kWh; maio de 2023: 49 kWh

a) Em que mês foi registrado o maior consumo? E o menor?

b) Qual foi o consumo médio de energia elétrica nesse período? **2. b)** 173,5 kWh

c) Em quais meses o consumo ficou acima da média? E em quais ficou abaixo da média?

3. Antes de escolher uma casa, Luiz fez uma lista das características que julgava importantes em um imóvel e atribuiu um peso a cada uma delas: quanto mais importante, maior o peso da característica. Em seguida, deu uma nota de 0 a 10 para cada característica das casas. Observe.

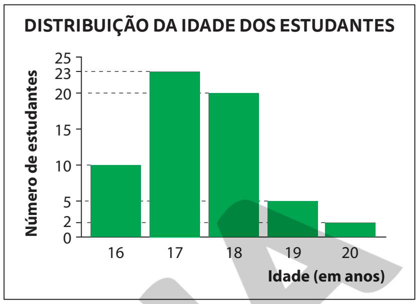
Característica	Peso	Nota da casa A	Nota da casa B
Localização	3	9	10
Acabamento	1	5	4
Espaço interno	2	10	8

2. c) acima: outubro, novembro e dezembro de 2022, e janeiro, fevereiro e março de 2023; abaixo: julho, agosto e setembro de 2022, e abril, maio e junho de 2023

- Luiz escolheu a casa que teve a maior média aritmética ponderada das notas atribuídas às suas características. Qual das casas ele escolheu?

3. a casa A

4. A escola de música Eustácio Amparo fez um levantamento da idade de seus estudantes no início de 2023 e organizou os dados no gráfico abaixo.



Dados obtidos pela escola Eustácio Amparo no início de 2023.

a) Indique a idade do maior e a do menor grupo de estudantes. **4. a)** 17 anos e 20 anos

b) Qual é a média da idade dos estudantes?

4. b) 17,4333...

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

EDNEI MARX/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Em 2020, foi plantada uma árvore que media aproximadamente 20 cm de altura. Em 2021, ela estava medindo 48 cm de altura e, em 2022, 76 cm de altura. Sabe-se que a medida de altura desse tipo de árvore varia com a idade (em ano) e que sua idade limite é de 50 anos.


EDNEI MARX/ARQUIVO DA EDITORA

A fórmula que relaciona a idade da árvore *t*, em ano, e a medida de altura correspondente *h*, em centímetro, é dada por:

$$h = 28 \cdot t + 20$$

1. a) 188 cm

a) Qual é a medida de altura da árvore quando $t = 6$ anos?

b) E quando $t = 10$ anos? **1. b)** 300 cm

2. Considere *S* o número do sapato que uma pessoa calça. Esse número está relacionado com a medida do comprimento *P*, em centímetro, do pé e é dado pela seguinte sentença algébrica: $S = \frac{3}{2} \cdot P$

Qual é o número do sapato de uma pessoa de quem o pé mede 24 cm de comprimento?

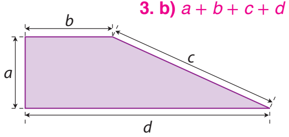
2. alternativa **d**

- **a)** 35
- **b)** 35,5
- **c)** 37
- **d)** 36
- **e)** 37,5

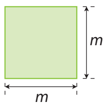
3. Observe cada figura e escreva no caderno a expressão algébrica correspondente:

a) à medida de distância entre os pontos *A* e *C*; **3. a)** $x + y$

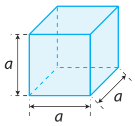
b) à medida de perímetro do quadrilátero; **3. b)** $a + b + c + d$



c) à medida de área do quadrado; **3. c)** $m \cdot m$ ou m^2



d) à medida de volume do cubo. **3. d)** $a \cdot a \cdot a$ ou a^3



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

4. Escreva, no caderno, a expressão algébrica que representa a quantia que cada criança tem, sabendo que a quantia, em real, que João tem é *x*.


EDNEI MARX/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Luciana tem o dobro da quantia de João. **4. a)** $2 \cdot x$

b) Aline tem um terço da quantia de João. **4. b)** $\frac{x}{3}$

c) Janaína tem a quantia de João mais 5 reais. **4. c)** $x + 5$

d) Marta tem metade da quantia de Janaína. **4. d)** $\frac{x+5}{2}$

5. Eduardo vai comprar corda para fazer dois varais para sua casa. Para isso, ele precisará comprar corda suficiente para a medida de comprimento *x* de cada varal, além de 20 cm a mais para prendê-lo.

a) Escreva uma expressão algébrica para indicar quantos centímetros de corda será necessário comprar para fazer cada varal. **5. a)** $x + 20$

b) Se um dos varais medir 80 cm de comprimento, quantos centímetros de corda Eduardo terá de comprar? **5. b)** 100 cm

c) Para o outro varal, que medirá 1 m de comprimento, quantos centímetros de corda Eduardo terá de comprar? **5. c)** 120 cm

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF07MA13, EF07MA14, EF07MA15, EF07MA16 e das competências específicas 3 e 6 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- A habilidade EF07MA13 pode ser desenvolvida nesta seção por meio da resolução de todas as atividades.
- A habilidade EF07MA14 é desenvolvida nesta seção por meio da resolução da atividade **13**.
- A habilidade EF07MA15 é desenvolvida nesta seção por meio da resolução das atividades **11**, **12** e **15**.
- A habilidade EF07MA16 é desenvolvida nesta seção por meio da resolução da atividade **15**.

Orientações

- As atividades desta seção proporcionam a aplicação dos conhecimentos adquiridos no decorrer deste capítulo. Esse é o momento oportuno para avaliar o que os estudantes aprenderam e fazer um diagnóstico das principais dificuldades que estão encontrando. Se achar conveniente, peça que façam as atividades em duplas para que um possa ajudar o outro.
- A atividade **3** é uma oportunidade para os estudantes observarem relações entre os diferentes campos da Matemática, contribuindo para o desenvolvimento das competências específicas 3 e 6 da BNCC. Eles usarão expressões algébricas em situações que envolvem Geometria e, também, Grandezas e medidas.

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.

(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

- Na atividade **7**, espera-se que os estudantes percebam que, para calcular o preço de 75 dúzias de ovos, sabendo que 30 dúzias custavam 150 reais, podem fazer:

$$75 \cdot \frac{x}{30} = 75 \cdot \frac{150}{30} = 375$$

- Após concluírem as atividades, peça aos estudantes que façam uma síntese do que aprenderam. Retome algum conceito caso seja necessário.
- Ao final desta seção, sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com "sim", "às vezes" ou "não".

Eu...

... sei reconhecer, interpretar e construir expressões algébricas a partir de situações-problema?

... sei calcular o valor numérico de expressões algébricas?

... sei efetuar cálculos envolvendo letras?

... consigo reconhecer regularidades presentes em sequências?

... sei representar as regularidades de sequências numéricas por meio de expressões algébricas?

... consigo reconhecer uma sequência numérica recursiva?

... sei construir uma expressão algébrica capaz de determinar os termos de uma sequência numérica recursiva a partir dos termos anteriores?

... compreendo o papel das letras na construção de uma expressão algébrica?

... entendo o significado dos termos "variável" e "incógnita" no contexto das expressões algébricas?

... consigo diferenciar sequências numéricas não recursivas das sequências numéricas recursivas?

... sei calcular médias associadas a conjuntos de dados?

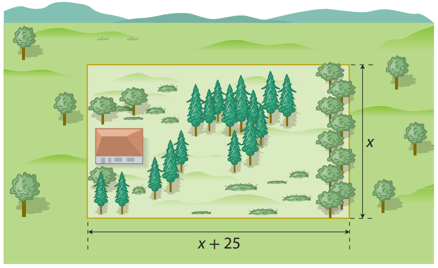
... sei diferenciar médias aritméticas simples de médias aritméticas ponderadas?

Atividades de revisão

Lembre-se:
Escreva no caderno!

6. Em um loteamento na área rural são vendidos terrenos retangulares cuja medida de comprimento é 25 metros maior que a medida de largura.

6. b) medida do perímetro em metro: $4x + 50$



6. a) medida de área em metro quadrado: $x(x + 25)$

a) Qual é a medida de área do terreno?

b) Qual é a medida do perímetro desse terreno?

c) Se o terreno medir 50 metros de largura, qual será a medida de sua área? E de seu perímetro?

6. c) 3 750 m²; 250 m

7. O dono de uma granja vendia uma caixa com 30 dúzias de ovos brancos por x reais. Qual era o preço da dúzia de ovos? O dono da granja precisou aumentar os preços e o valor de 30 dúzias de ovos chegou a 150 reais. Quanto passaram a custar 75 dúzias desses ovos?

7. $\frac{x}{30}$ reais; 375 reais

8. Determine o valor numérico de cada expressão algébrica para $x = 12$.

a) $x + 2$ **8. a)** 14

b) $x^2 + 2x$ **8. b)** 168

c) $\frac{x}{3}$ **8. c)** 4

9. Calcule o valor numérico das expressões para os números pedidos.

a) $a + 2 \cdot b - 4 \cdot c^2$, para $a = \frac{1}{4}$, $b = -\frac{3}{2}$ e $c = -1$ **9. a)** $-\frac{27}{4}$

b) $a - b + 3c$, para $a = -\frac{5}{2}$, $b = 0{,}5$ e $c = 1$ **9. b)** 0

10. b) (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19)

10. Determine a sequência dos números:

10. a) (–3, –2, –1)

a) inteiros negativos maiores que –4;

b) primos menores ou iguais a 19;

c) naturais múltiplos de 11.

10. c) (0, 11, 22, 33, 44, 55, ...)

11. Escreva na forma $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, ...)$ cada uma das sequências numéricas abaixo, considerando n é um úmero natural maior ou igual a 1.

a) $a_n = 9n$ **11. a)** (9, 18, 27, 36, 45, ...)

b) $a_n = n^2 + 1$ **11. b)** (2, 5, 10, 17, 26, ...)

c) $a_1 = 1$
$a_{n+1} = a_n + 10$ **11. c)** (1, 11, 21, 31, 41, ...)

d) $a_1 = 2$
$a_2 = 8$
$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ **11. d)** (2, 8, 10, 18, 28, ...)

12. A máquina abaixo associa cada número x da coluna da esquerda a um número n da mesma linha na coluna da direita.

12. b) Exemplos de resposta:
O número da coluna da direita é o dobro do antecessor do número da mesma linha da coluna da esquerda.
O número da coluna da direita é igual ao dobro do número da mesma linha da coluna da esquerda menos dois.

a) O número da direita é o dobro do número à sua esquerda? **12. a)** não

b) Escreva com suas palavras a regra de correspondência entre os números das colunas.

c) Escreva essa regra no caderno usando a linguagem algébrica.

12. c) $n = 2 \cdot (x - 1)$ ou $n = 2x - 2$

13. Verifique se as sequências numéricas a seguir são recursivas. **13.** Todas as sequências são recursivas.

a) (50, 51, 52, 53, 54, ...)

b) (10, 110, 210, 310, 410, ...)

c) $(2^5, 2^4, 2^3, 2^2, 2^1, 2^0)$

14. Observe a sequência de figuras.

Calcule, no caderno, o número de ✱ da 1 000ª figura dessa sequência. **14.** 1 999

15. Represente a sequência numérica a seguir de duas maneiras diferentes.

(8, 18, 28, 38, 48, ...)

15. Exemplo de resposta, considerando n um número natural maior ou igual a 1: $a_n = 10n - 2$ e $a_1 = 8$
$a_{n+1} = a_n + 10$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Para finalizar

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

ORGANIZE SUAS IDEIAS

OBSERVE E RESPONDA

Considere estas imagens.

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.


SUMIRE8/SHUTTERSTOCK

Instrumentos de laboratório.


PHOTODISC/GETTY IMAGES

Termômetro na escala Celsius.

JOEBELANGER/GETTY IMAGES

Cronômetro digital.

Com base nas imagens e também no que você aprendeu nesta Unidade, responda às questões no caderno.

Observe e responda: 1. Medidas (da capacidade nos instrumentos de laboratório, do tempo no cronômetro e da temperatura no termômetro).

1. Nas imagens acima, os números são empregados para representar o quê?

2. Quando realizamos medições, obtemos somente medidas inteiras? Justifique.

Observe e responda: 2. Não; podemos obter medidas representadas por números racionais. Por exemplo, 25,5 mL, 6,35 s, 35,6 °C.

3. Elabore um problema para cada caso. Em seguida, troque seus problemas com um colega e resolva-os.

Observe e responda: 3. Respostas pessoais.

a) Um problema que envolva operações com números racionais.

b) Um problema que envolva medidas de grandezas.

c) Um problema de cálculo da medida de volume de blocos retangulares.

Para finalizar

Objetivo

- Analisar o que foi estudado na Unidade e avaliar o aprendizado.

Orientações

- Antes de iniciar as atividades desta seção, faça um levantamento com a turma dos assuntos que foram trabalhados na Unidade.
- Nas atividades, os estudantes serão incentivados a se autoavaliar. Aproveite esse momento não só para diagnosticar as dificuldades deles, como também para refletir sobre todo o processo de ensino e aprendizagem, procurando identificar no que foram bem-sucedidos e aquilo que é preciso melhorar.
- Para que os estudantes consigam apontar suas dificuldades, sugerimos a seguinte estratégia. Solicite que revejam todas as atividades realizadas durante o desenvolvimento da Unidade. Em seguida, peça que listem as atividades dos Capítulos **4**, **5** e **6** em que tiveram dificuldades. Depois, relacionem as atividades listadas com os conteúdos estudados. Por fim, oriente-os a se reunirem em grupos para resolver as atividades listadas e a formularem questões sobre as dúvidas que ainda tiverem a fim de que você as esclareça.
- Exemplos de resposta da atividade **3**:

a) Ana adora ir à papelaria para comprar materiais escolares novos. Sua última compra foi de 5 lápis no valor de R$ 2,20 cada um, 2 cadernos no valor de R$ 16,90 cada e três canetas no valor de R$ 5,10 cada uma. Quanto Ana gastou na papelaria neste dia?

b) Carlos vai à escola a pé todos os dias. A medida de distância entre a escola e sua casa, ida e volta, é 620 m. Quantos quilômetros Carlos anda por semana só no trajeto casa-escola-casa?

c) Um bloco de cimento no formato de paralelepípedo tem as seguintes dimensões: 25 cm × 14 cm × 9 cm. Qual é a medida de volume desse bloco?

- Os livros indicados podem ser usados como material complementar e também auxiliar na aprendizagem dos estudantes. Verifique se estão disponíveis na escola e estimule os estudantes a lê-los. Com isso, eles não só estarão desenvolvendo a competência leitora, como também vão lidar com alguns dos conceitos estudados.
- Na atividade **1**, espera-se que os estudantes percebam que, quando o número racional está representado na forma de fração, fica mais fácil de localizá-lo na reta se transformarmos a escrita para decimal.
- Exemplo de resposta da atividade **3**: Para comparar medidas de distância e de capacidade.
- Exemplo de resposta da atvdade **4**: Para generalizar uma operação que será padrão, ou seja, o dobro de um número é representado pela expressão $2x$, em que o número 2 representa a operação que devemos fazer com qualquer número x para se obter o dobro.
- Na atividade **5**, espera-se que os estudantes mencionem os cálculos algébricos que aprenderam a fazer; como determinam o valor numérico em expressões algébricas etc.

▶ Para finalizar

Lembre-se:
Escreva no caderno!

REGISTRE

Para finalizar o estudo desta Unidade, reúna-se com um colega e façam o que se pede.

1. Que tipo de número pode ser classificado como racional? Escolham alguns exemplos e represente-os na reta numérica. **Registre: 1.** Números que podem ser representados na forma $\frac{a}{b}$, em que a e b são números inteiros e $b \neq 0$. Exemplos pessoais.

2. Vocês observam alguma relação entre números que são classificados como naturais, inteiros e racionais? Justifiquem a resposta. **Registre: 2.** Espera-se que os estudantes percebam que os números naturais também são números inteiros, que, por sua vez, são números racionais.

3. Em que situações do dia a dia é necessário fazer a conversão de uma unidade de medida para outra? **Registre: 3.** Resposta pessoal.

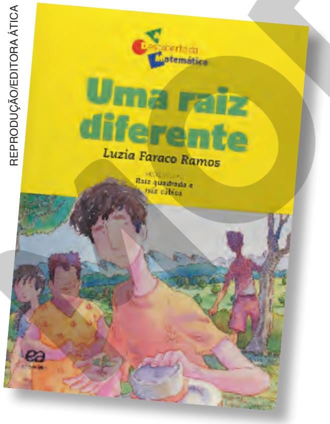
4. Qual é a vantagem do uso de letras para representar valores desconhecidos? Justifiquem a resposta com algumas situações. **Registre: 4.** Resposta pessoal.

5. Na abertura desta Unidade, vocês responderam a algumas questões do boxe “Para começar...”. Comparem as respostas dadas àquelas questões com as respostas que vocês dariam agora e escrevam um texto explicando o que aprenderam nesta Unidade. **Registre: 5.** Resposta pessoal.

Para conhecer mais

Será o Saci?
(Matemática em mil e uma histórias)
Martins Rodrigues Teixeira
São Paulo: FTD, 2010.
Fim de semana no sítio da vó Zilá, excelente oportunidade para devorar os quitutes que ela faz e colocar em prática conhecimentos sobre perímetros e áreas. Venha compartilhar dessa aventura!

REPRODUÇÃO/EDITORA FTD



REPRODUÇÃO/EDITORA ÁTICA

Uma raiz diferente
(A descoberta da Matemática)
Luzia Faraco Ramos
São Paulo: Ática, 2019.
Luís está largando os estudos para cuidar da roça. Mas tudo muda quando ele conhece uma turma de outra cidade. Entre outras experiências, Luís aprende as raízes quadradas e cúbicas.

Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.

UNIDADE 3

Capítulo 7 Equações e inequações do 1º grau

Capítulo 8 Polígono, circunferência e círculo

Capítulo 9 Triângulos e quadriláteros

Habilidades da BNCC trabalhadas nesta Unidade:
EF07MA18 EF07MA24 EF07MA26 EF07MA28 EF07MA35
EF07MA22 EF07MA25 EF07MA27 EF07MA33 EF07MA37

© KOBRA, EDUARDO/ AUTVIS, BRASIL, 2022 FOTO: SUAMY BEYDOUN/AGIF/AFP

OS POLÍGONOS NOS GRAFITES

O grafite é uma forma de arte urbana caracterizada por inscrições ou desenhos que utilizam como suporte elementos da cidade: muros, equipamentos urbanos, paredes etc.

Para compor suas obras, os artistas utilizam *sprays* de tinta que são aplicadas nas superfícies a partir de diferentes técnicas. Os grafites variam em cores e formatos, a depender do estilo e do traço de cada artista.

Entre os temas abordados, destacam-se cenas do cotidiano nas cidades, homenagens a figuras públicas e eventos históricos e, principalmente, elementos de protesto, que buscam impactar os observadores e despertar reflexões sobre determinada causa.

Ciência e Fé, obra do artista Eduardo Kobra, em um dos prédios do complexo do Hospital das Clínicas de São Paulo, 2022.

Para começar...

Para começar: Respostas em *Orientações*.

1. Você já viu algum grafite na cidade em que vive? Em caso afirmativo, comente o que achou dele.
2. Você considera o grafite uma forma de arte acessível?
3. Quais polígonos você identifica no grafite apresentado na foto?

Competência geral 3: Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

Abertura da Unidade 3

Objetivos

- Nesta Unidade, serão trabalhados vários conceitos relacionados às unidades temáticas Álgebra, Geometria e Probabilidade e Estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC listadas.

Orientações

- Ao abordar a página de abertura com a turma, se possível verifique se há algum tipo de expressão artística próximo da escola e realize uma pesquisa de campo ou apresente outros exemplos de grafite, para que os estudantes possam analisar suas características, comparando-os entre si. O trabalho com esse tema pode ser ampliado em conjunto com os professores de Artes e Língua Portuguesa. Algumas sugestões de artistas são: Eduardo Kobra, Simone Sapienza, Kurt Wenner e Bansky.
- Na questão **1** do boxe *Para começar*, incentive os estudantes a comentar se já viram um grafite e quais eram suas características (pessoa ou cena representada, formatos, cores, local em que estava etc.). Aproveite para explorar as culturas juvenis, dando espaço aos estudantes para se posicionarem sobre o tema, questionando se o grafite é uma arte ou poluição visual, se é uma cultura urbana ou marginalizada, se podemos considerá-lo uma manifestação da linguagem etc. Fique atento aos comentários dos estudantes ao expressarem suas opiniões e, se necessário, ressalte a importância de respeitarmos os gostos e as preferências pessoais.
- Durante o trabalho com a questão **2**, ressalte que o grafite é uma expressão artística bastante democrática por, geralmente, estar exposto de forma gratuita em locais públicos como a rua, muros e fachadas de prédios.
- Ao trabalhar com a questão **3**, explique aos estudantes que, além de apresentar polígonos em suas obras, muitos artistas utilizam perspectiva e profundidade para compor desenhos em formato tridimensional. No caso dessa foto, é possível identificar quadrados, triângulos, losangos, trapézios.

Igualdade

Objetivos

- Reconhecer uma igualdade.
- Reconhecer as propriedades da igualdade.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA18.

Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA18 ao proporcionar o estudo das propriedades da igualdade.

Orientações

- Desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, estuda-se a relação de igualdade e suas propriedades. Então, é possível que os estudantes já tenham algum conhecimento sobre o assunto. Procure fazer um levantamento desses conhecimentos e inicie o tópico com base no que já sabem. O estudo das propriedades da igualdade se justifica porque elas serão aplicadas na resolução de equações polinomiais do 1º grau mais adiante.
- No boxe *Para pensar,* os estudantes descobrirão o valor desconhecido em uma igualdade. Incentive-os a utilizar suas estratégias pessoais para determiná-lo. Depois, peça que compartilhem com os colegas o modo como pensaram.

CAPÍTULO

7

Equações e inequações do 1º grau

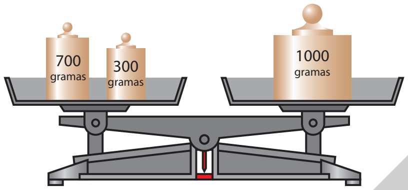
Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF07MA18
EF07MA35

1 Igualdade

Para que uma balança de dois pratos fique equilibrada, é necessário que a medida de massa total dos objetos que estiverem em um dos pratos seja igual à medida de massa total dos objetos que estiverem no outro prato.

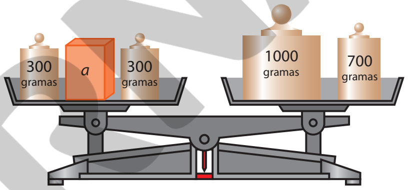
Nesse caso, podemos representar a medida de massa dos objetos que estão nos dois pratos com uma sentença matemática em que há o sinal de igual (=), denominada igualdade. Observe os exemplos.

- A balança abaixo está equilibrada.



$700 + 300 = 1\,000$

- Na balança abaixo, há um objeto com medida de massa *a* desconhecida.



$300 + a + 300 = 1\,000 + 700$

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Para pensar

Qual é a medida da massa *a* desconhecida, em grama, do objeto laranja na balança acima?

Para pensar: 1 100 gramas

Uma igualdade continuará sendo válida se:

- adicionarmos ou subtrairmos o mesmo número aos seus membros;
- multiplicarmos ou dividirmos seus membros por um mesmo número diferente de zero;
- elevarmos seus membros a um mesmo expoente.

Exemplos

- $3 + 8 = 15 - 4$
  $3 + 8 - 2 = 15 - 4 - 2$
  $9 = 9$
- $16 - 2 = 14$
  $(16 - 2) : 2 = 14 : 2$
  $7 = 7$
- $5 - 3 = 10 - 9 + 1$
  $(5 - 3)^2 = (10 - 9 + 1)^2$
  $4 = 4$

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

2 Equação

Observe as situações a seguir.

Situação 1

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Amanda foi ao mercado comprar algumas caixas de leite e gastou, ao todo, R$ 15,00.

Podemos indicar por x o número de caixas de leite compradas e escrever a seguinte sentença:

$$\overset{\text{preço de cada caixa de leite}}{3}\overset{\text{número de caixas compradas}}{x} = \underset{\text{valor gasto}}{15}$$

Situação 2

Flávia viu este recado no mural da escola:

O professor de Música está selecionando 6 adolescentes (meninos e meninas) para formar uma banda. Inscrições na Sala de Música.

PAULO MANZI/ARQUIVO DA EDITORA

Em seguida, ela se perguntou: quantos meninos e quantas meninas podem compor essa banda?

Como a soma do número de meninos com o de meninas é igual a 6, podemos indicar o número de meninas por x e o número de meninos por y e escrever a seguinte sentença matemática:

$$x + y = 6$$

As sentenças matemáticas $3x = 15$ e $x + y = 6$ são exemplos de **equações**.

Equação é uma sentença matemática com sinal de igual (=) em que números desconhecidos são representados por letras, denominadas **incógnitas**.

Exemplos

- $2x = 4$ é uma equação, e a incógnita dessa equação é x.
- $a^2 = 4$ é uma equação, e a incógnita dessa equação é a.
- $3m - 5n = 7$ é uma equação, e as incógnitas dessa equação são m e n.

Para investigar

Qual é a diferença entre variável e incógnita?

Para investigar: Espera-se que os estudantes respondam, com suas palavras, que uma variável pode assumir diversos valores, enquanto uma incógnita possui um (ou mais) valor(es) determinável(eis).

Observação

Em todas as equações há o sinal de igual (=), ou seja, todas representam uma **igualdade**. Em uma igualdade, a expressão à esquerda do sinal de igual é chamada de **1º membro** e a expressão à direita é chamada de **2º membro** da igualdade.

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Equação

Objetivos

- Compreender o conceito de equação.
- Traduzir um problema por meio de uma equação.
- Compreender o conceito de raiz de uma equação.
- Reconhecer o conjunto universo e o conjunto solução de uma equação.
- Resolver situações-problema com números racionais.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA18.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA18 ao trabalhar os conceitos de equação e raiz de uma equação. Ambos são pré-requisitos para que o estudante, *a posteriori*, possa resolver e elaborar problemas representados por equações polinomiais de 1º grau.

Orientações

- É importante destacar com os estudantes que, na definição de equação, as letras passam a ter o significado de incógnita.
- Se julgar necessário, apresente outras situações e peça eles que as traduzam por meio de equações. Oriente-os a indicar no problema o que cada número e letra da equação significam.
- Nesse primeiro momento, pode-se propor aos estudantes que resolvam mentalmente as equações obtidas nas situações 1 e 2.

- Proponha aos estudantes os seguintes problemas, para serem resolvidos mentalmente:

1. Qual é o número que, quando adicionado a 4, resulta em 10? (6)

2. O dobro de um número é igual a 36. Qual é esse número? (18)

3. A terça parte de um número é igual a 4. Qual é esse número? (12)

4. Descubra qual é o número cujo triplo, somado à metade do mesmo número, resulta em 21. (6)

- No boxe *Para fazer*, espera-se que os estudantes verifiquem se a sentença é verdadeira ou falsa substituindo o *x* por 1. Caso algum estudante apresente um modo diferente para verificar a veracidade da sentença, peça que compartilhe com a turma como pensou.
- É importante que fique claro para os estudantes a distinção entre os conceitos de conjunto universo e conjunto solução de uma equação. O conjunto universo corresponde ao conjunto dos números que a incógnita pode assumir; já o conjunto solução é o conjunto dos números que são raízes da equação.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Nem toda sentença matemática é uma equação. As sentenças abaixo, por exemplo, **não** são equações.

$x + y > 8$ → Não é uma equação, pois essa sentença não apresenta sinal de igual.

$5 + 3 = 8$ → Não é uma equação, pois essa sentença não apresenta incógnita.

Raiz de uma equação

A incógnita de uma equação pode assumir diversos valores, mas apenas alguns deles tornam a sentença verdadeira.

Vamos retomar a situação 1 e verificar que valor de x torna verdadeira a equação $3x = 15$, em que x representa o número de caixas de leite. O número 5 torna a sentença verdadeira, pois: $3 \cdot 5 = 15$.

Dizemos, então, que o número 5 é **raiz** da equação $3x = 15$. Assim, descobrimos que Amanda comprou 5 caixas de leite.

Raiz de uma equação é um número que, ao substituir a incógnita, torna a sentença verdadeira.

Podemos verificar se um número é raiz ou não de uma equação substituindo a incógnita por ele. Se a sentença for verdadeira, o número considerado é raiz da equação; se a sentença for falsa, o número não é raiz da equação. Observe um exemplo.

Vamos verificar se –1 é raiz da equação $8x + 3 = -5$. Para isso, substituímos x por –1 e efetuamos as operações indicadas:

$$8x + 3 = -5$$
$$8 \cdot (-1) + 3 = -5$$
$$-8 + 3 = -5$$
$$-5 = -5$$

Como $-5 = -5$ é uma sentença verdadeira, –1 é raiz da equação $8x + 3 = -5$.

Observação

O número 1 não é raiz da equação $8x + 3 = 5$.

Ao substituir x por 1 nessa equação, obtemos:

$$8x + 3 = 5$$
$$8 \cdot 1 + 3 = 5$$
$$8 + 3 = 5$$
$$11 = 5$$

Como a sentença $11 = 5$ é falsa, o número 1 não é raiz da equação $8x + 3 = 5$.

Para fazer

Verifique, no caderno, se 1 é raiz da equação $8x + 3 = -5$. **Para fazer:** Não, pois a sentença $11 = -5$ é falsa.

Conjunto universo e conjunto solução de uma equação

Ricardo precisa descobrir a medida de comprimento do lado de um quadrado cuja área mede 49 cm^2. Acompanhe como ele pensou para resolver a situação, considerando que o comprimento do lado do quadrado mede x.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

EDUARDO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos verificar que Ricardo tem razão, pois –7 e 7 são raízes da equação $x^2 = 49$.

- $(-7)^2 = 49$
  $49 = 49$
- $(7)^2 = 49$
  $49 = 49$

Entretanto, observe que não faz sentido a medida de comprimento do lado do quadrado ser um número negativo: –7. Por isso, apesar de esse número ser raiz da equação, ele não é solução do problema.

Portanto, o lado de um quadrado cuja medida de área é 49 cm² mede 7 cm de comprimento.

Quando resolvemos uma equação, é necessário saber seu **conjunto universo**, que é representado pela letra U. O conjunto universo contém todos os números que a incógnita pode assumir.

As raízes da equação que pertencem ao conjunto universo são as **soluções** dessa equação e formam o seu **conjunto solução**. Observe os exemplos.

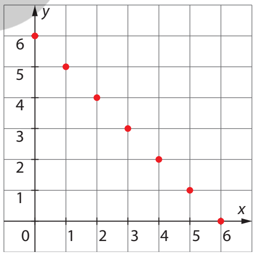
- Vamos resolver a equação $x^2 = 16$, sendo $U = \mathbb{N}$.
  $x = 4$ ou $x = -4$ são as raízes da equação, mas somente $x = 4$ pertence ao conjunto universo $\mathbb{N}$. Assim, a solução dessa equação é somente o número 4 e seu conjunto solução é $S = \{4\}$.
- Vamos resolver a equação $x^2 = 16$, sendo $U = \mathbb{Z}$.
  $x = 4$ e $x = -4$ são raízes da equação e ambas fazem parte do conjunto universo $\mathbb{Z}$. Então, -4 e 4 são soluções da equação e seu conjunto solução é $S = \{-4, 4\}$.

Agora, vamos retomar a situação 2 da página 173.

Na equação $x + y = 6$, x e y (que representam o número de meninas e o de meninos, respectivamente) devem ser números naturais. Então, há 7 modos diferentes de compor a banda:

Número de meninas (x)	0	1	2	3	4	5	6
Número de meninos (y)	6	5	4	3	2	1	0

As **soluções** de uma equação com duas incógnitas podem ser expressas por pares ordenados (x, y) e representadas graficamente. Observe como podemos representar em um plano, que chamamos de plano cartesiano, os pares ordenados (0, 6), (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1) e (6, 0), que são soluções da equação apresentada no problema.



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

- Comente com os estudantes que, antes de resolver uma equação, eles devem saber qual é o seu conjunto universo. Os exemplos apresentados mostram que podemos obter conjuntos soluções diferentes para uma mesma equação, dependendo do conjunto universo considerado.
- Se julgar conveniente, proponha aos estudantes que representem em um plano cartesiano alguns pares ordenados que sejam solução da equação $x + y = 2$, considerando x e y números naturais.

- Coerente com o desenvolvimento teórico deste tópico, a sequência de atividades desta página mescla atividades de fixação com atividades contextualizadas. É interessante aproveitar o momento para avaliar o estágio do pensamento algébrico em que a turma se encontra. Por meio das resoluções das atividades contextualizadas, pode-se verificar quantos estudantes optaram pelos caminhos da aritmética e quantos optaram por uma estratégia algébrica. Discuta a validade e as limitações de ambos os procedimentos.

Observação

A equação $x + y = 6$ possui outras raízes; por exemplo:

- -1 e 7
  Verificação:
  $-1 + 7 = 6$
  $6 = 6$
- 10,5 e $-4{,}5$
  Verificação:
  $10{,}5 + (-4{,}5) = 6$
  $10{,}5 - 4{,}5 = 6$
  $6 = 6$

Entretanto, essas raízes não podem ser solução da situação apresentada, pois x e y representam, respectivamente, o número de meninas e o de meninos que podem compor a banda; portanto, devem ser números naturais.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe como Rafael e Carla, calculando mentalmente, descobriram a raiz de uma equação.

ATTÍLIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Agora, descubra a raiz de: $\frac{y}{3} = 15$ **1. a)** 45

b) Como você pensaria para encontrar o número que dividido por 3 dá 15? **1. b)** Resposta pessoal.
Converse com um colega sobre como vocês pensaram para descobrir a raiz da equação.

2. Encontre mentalmente a raiz de cada equação e escreva-a no caderno.

a) $10x = 15$ **2. a)** 1,5

b) $x \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ **2. b)** 1

c) $x \cdot (-1) = -5$ **2. c)** 5

d) $x \cdot \frac{1}{10} = 1$ **2. d)** 10

3. Caio foi à papelaria comprar um estojo e um caderno.

EDUARDO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

3. a) $x + y = 10$

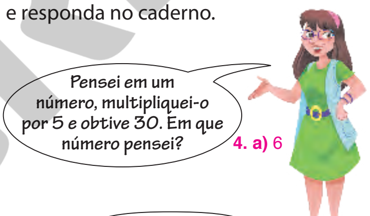
a) Escreva a equação que representa o preço x, do estojo, adicionado ao preço y, do caderno.

b) Usando a equação encontrada no item **a**, responda:
  - Se o estojo custasse R$ 3,00, qual teria sido o valor pago pelo caderno?
  - Se o caderno custasse R$ 7,50, qual teria sido o valor pago pelo estojo?
  - O estojo poderia ter custado R$ 5,00 e o caderno, R$ 5,50? Por quê?

3. b) R$ 7,00; R$ 2,50; Espera-se que os estudantes respondam que não, pois a soma do preço do estojo com o preço do caderno seria R$ 10,50, o que não corresponde ao valor pago por Caio.

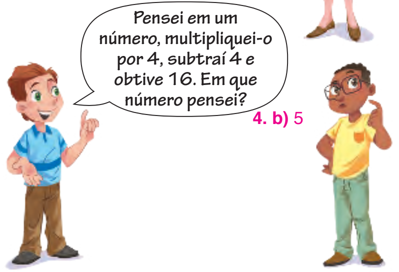
4. Leia e responda no caderno.

a)



4. a) 6

b)



4. b) 5

ILUSTRAÇÕES: EDUARDO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

5. Verifique, no caderno, as equações das quais o número -9 é raiz. **5.** alternativas **a** e **c**

a) $\sqrt{10 + x} = 1$

b) $x^2 + 2x - 8 = 0$

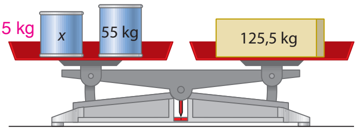
c) $\frac{x}{3} - 4 = -7$

d) $2x + \frac{1}{5} = 10$

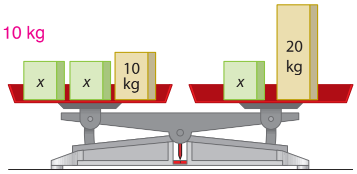
7. a) $3x = 15$; 5; **b)** $y^2 = \frac{1}{4}$; $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$; **c)** $n + 36 = 57$; 21;
d) $k^2 = -3$; não tem solução; **e)** $a^2 + 2 = -1$; não tem solução.

6. As balanças a seguir estão em equilíbrio. Em cada caso, descubra a medida de massa x desconhecida, em quilograma.

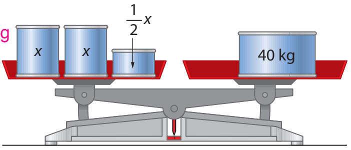
a) **6. a)** 70,5 kg



b) **6. b)** 10 kg



c) **6. c)** 16 kg



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

7. Escreva no caderno uma equação para cada sentença. Depois, considerando o conjunto dos números racionais como conjunto universo, encontre a solução mentalmente.

- **a)** O triplo de um número x é 15.
- **b)** O quadrado de um número y é $\frac{1}{4}$.
- **c)** Um número n adicionado a 36 é igual a 57.
- **d)** O quadrado de um número k é -3.
- **e)** O quadrado de um número a adicionado a 2 é igual a -1.

8. Escreva no caderno uma equação que relacione os dados de cada problema e resolva-o.

- **a)** Ana comprou uma geladeira por R$ 1 200,00. Ela deu R$ 200,00 de entrada e pagou o restante em cinco prestações iguais. Qual foi o valor da prestação?

ATTÍLIO/ARQUIVO DA EDITORA

8. a) Exemplo de resposta: $200 + 5x = 1\,200$; R$ 200,00
8. b) Exemplo de resposta: $y + 4y = 2$; 0,4 m e 1,6 m

- **b)** Um marceneiro cortou uma tábua que media 2 metros de comprimento em dois pedaços. A medida do comprimento de um dos pedaços é o quádruplo da medida do outro. Qual é a medida do comprimento de cada pedaço?

9. Verifique se o par ordenado (3, 1) é solução das equações a seguir.

- **a)** $2x - y = 5$ **9. a)** sim
- **b)** $x + y = 4$ **9. b)** sim
- **c)** $x - 2y = 3$ **9. c)** não
- **d)** $x + 4y = 6$ **9. d)** não

10. Márcia é professora de inglês e de espanhol e possui dicionários desses dois idiomas para trabalhar com os estudantes.

10. a) $x + y = 24$

- **a)** Usando x para indicar a quantidade de dicionários de inglês e y para indicar a quantidade de dicionários de espanhol, escreva a equação correspondente a essa situação.
- **b)** Determine duas possíveis soluções para a equação do item **a**. **10. b)** Exemplos de resposta: (10, 14), (12, 12)

11. Descubra os números.

ILUSTRAÇÕES: EDUARDO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

- Agora, expresse a resposta que você deu por pares ordenados e, usando papel quadriculado, represente-os em um plano cartesiano.

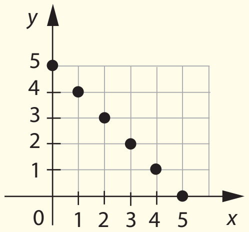
11. Resposta em *Orientações*.

- Resposta da atividade **11**:

Soma de dois números naturais igual a 5: 0 e 5, 1 e 4 ou 2 e 3.

Representação por pares ordenados: (0, 5); (1, 4); (2, 3); (3, 2); (4, 1); (5, 0).

Representação no plano cartesiano:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Equações equivalentes

Objetivos

- Compreender o conceito de equações equivalentes.
- Aplicar o conceito de princípio aditivo e princípio multiplicativo das igualdades.
- Resolver problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA18.

Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA18 ao apresentar o conceito de equações equivalentes; importante para quando for estudada a resolução de equações polinomiais do 1º grau e para resolver e elaborar problemas.

Orientações

- Nesse estudo, foram usadas balanças para simbolizar a equação. Esse recurso é ilustrativo e permite que os estudantes visualizem as equações equivalentes no processo de resolução de uma equação com uma incógnita; é importante, no entanto, que eles também aprendam como aplicar os princípios aditivo e multiplicativo.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

3 Equações equivalentes

Observe as equações.

$8 + x = 5$ $x = 5 - 8$ $6x = -18$

Ao substituir x por -3 em cada igualdade, obtemos uma sentença verdadeira. Observe.

- $8 + x = 5$
  $8 + (-3) = 5$
  $5 = 5$
- $x = 5 - 8$
  $-3 = 5 - 8$
  $-3 = -3$
- $6x = -18$
  $6 \cdot (-3) = -18$
  $-18 = -18$

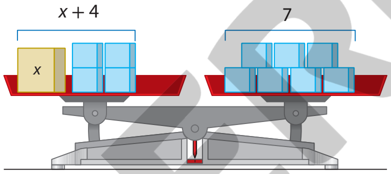
Portanto, -3 é raiz dessas três equações.

Em um mesmo conjunto universo, equações que têm as mesmas raízes são chamadas de **equações equivalentes**.

Em alguns casos, é necessário obter equações equivalentes para encontrar as raízes de uma equação. Vamos analisar algumas situações.

Situação 1

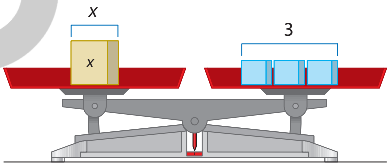
Em uma balança foram colocados blocos azuis de medida de massa igual a 1 kg cada e um bloco amarelo de medida de massa x desconhecida, em quilograma. Observe que a balança ficou equilibrada.



No prato da esquerda há um bloco de medida de massa x kg e 4 blocos de 1 kg cada. No prato da direita há 7 blocos com medida de massa igual a 1 kg cada. Podemos representar essa situação por meio da seguinte equação:

$$x + 4 = 7$$

Se retirarmos 4 blocos de cada prato, a balança continuará equilibrada.



Assim, podemos concluir que o bloco que ficou no prato da esquerda tem medida de massa igual a 3 kg. A equação a seguir pode representar essa situação:

$$x = 3$$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Quando adicionamos ou subtraímos uma mesma quantidade nos dois membros de uma equação, obtemos uma equação equivalente à primeira. Esse é o **princípio aditivo** das igualdades.

Observe como o princípio aditivo das igualdades e o raciocínio empregado para resolver a equação da situação 1 podem ser expressos usando apenas a notação algébrica:

$$x + 4 = 7$$

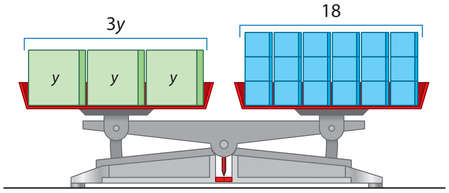
Aplicando o princípio aditivo das igualdades, subtraímos 4 dos dois membros:

$$x + 4 - 4 = 7 - 4$$
$$x + 0 = 3$$
$$x = 3$$

Note que as equações $x + 4 = 7$ e $x = 3$ são equivalentes.

Situação 2

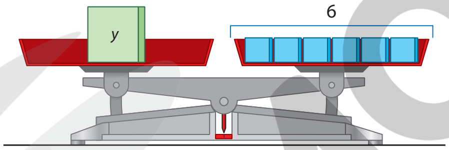
Em um dos pratos da balança abaixo, há 3 blocos verdes de medida de massa y desconhecida, em quilograma, e, no outro prato, há 18 blocos azuis, cada um com medida de massa de 1 kg.



Podemos representar essa situação por meio da equação:

$$3y = 18$$

Se deixarmos no prato da esquerda a terça parte dos blocos que havia, devemos fazer o mesmo no prato da direita para manter a balança equilibrada. A terça parte de 3 blocos iguais corresponde a 1 bloco e a terça parte de 18 blocos iguais corresponde a 6 blocos.



Desse modo, podemos concluir que o bloco que ficou no prato da esquerda tem medida de massa igual a 6 kg. A seguinte equação representa a situação:

$$y = 6$$

Quando multiplicamos ou dividimos por um mesmo número não nulo os dois membros de uma equação, obtemos outra equação equivalente à primeira. Esse é o **princípio multiplicativo** das igualdades.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Antes de formalizar o princípio aditivo, use exemplos para retomar com a turma o fato de uma igualdade não se alterar quando adicionamos ou subtraímos um mesmo número de ambos os seus membros.
- Ao indicar a passagem $x + 0 = 3$, reforce a propriedade do elemento neutro da adição. Informe aos estudantes que essa também é uma equação equivalente a $x + 4 = 7$.
- Antes de formalizar o princípio multiplicativo, use exemplos que reforcem o fato de uma igualdade não se alterar quando multiplicamos ou dividimos ambos os membros de uma equação por um mesmo número diferente de zero.

- Na atividade **2**, incentive os estudantes a procurar a equação equivalente utilizando as propriedades estudadas. Se considerar necessário, em alguns itens, peça que justifiquem suas escolhas.

Por exemplo, no item **a**, eles podem fazer:
$x + 5 - 5 = 18 - 5$
$x + 0 = 13$
$x = 13$
Assim, para encontrar outra equação equivalente, poderiam fazer:
$x + 0 - 13 = 13 - 13$
$x - 13 = 0$

- Peça aos estudantes que formem duplas ou trios para discutir formas de resolver a atividade **3** e, em seguida, registrem uma resolução completa para expor aos colegas. Dessa maneira, poderão conhecer diferentes caminhos para resolver um problema e corrigi-lo, se necessário.

Para resolver a atividade, espera-se que eles percebam que, sendo x a quantidade de gibis que serão comprados, Márcia gastará $3 \cdot x$ se comprar os gibis de R$ 3,00 cada e gastará $7 \cdot x$ se comprar os gibis de R$ 7,00 cada. Assim, se no primeiro caso sobrarem R$ 10,00 e no segundo caso faltarem R$ 6,00, podemos dizer que $7 \cdot x - 3 \cdot x = 16$. Portanto, $x = 4$. Desse modo, o valor que Márcia tem corresponde a $3 \cdot 4 + 10$ ou $7 \cdot 4 - 6$, ou seja, 22 reais. Portanto, Márcia pode comprar até 3 gibis de R$ 7,00 cada.

Observe como o princípio multiplicativo das igualdades e o raciocínio empregado para resolver a equação da situação 2 podem ser expressos usando apenas a notação algébrica.

$$3y = 18$$

Aplicando o princípio multiplicativo das igualdades, multiplicamos os dois membros por $\frac{1}{3}$:

$$3 \cdot y \cdot \frac{1}{3} = 18 \cdot \frac{1}{3}$$
$$\frac{3y}{3} = \frac{18}{3}$$
$$y = 6$$

Note que as equações $3y = 18$ e $y = 6$ são equivalentes.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. No caderno, associe cada equação da coluna da esquerda com a equação equivalente da coluna da direita. **1.** A – III; B – IV; C – I; D – V; E – II

A $x + 6 = 3$
B $2x = 5$
C $\frac{x}{2} = 8$
D $8x = 24$
E $2x + 10 = 3x$

I $x = 16$
II $-x + 10 = 0$
III $x = -3$
IV $x = \frac{5}{2}$
V $4x = 12$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

2. Escreva no caderno uma equação equivalente a cada equação abaixo. Depois, encontre a raiz da equação. **2.** Exemplo de respostas:

a) $x + 5 = 18$ **2. a)** $x - 13 = 0$; $x = 13$
b) $3 + y = 2$ **2. b)** $1 + y = 0$; $y = -1$
c) $4z = 12$ **2. c)** $2z = 6$; $z = 3$
d) $y + 9 = y + 2y$ **2. d)** $9 - 2y = 0$; $y = \frac{9}{2}$
e) $2m = -4$ **2. e)** $2m + 4 = 0$; $m = -2$
f) $-5t = 25$ **2. f)** $-5t - 25 = 0$; $t = -5$
g) $2x + x = 7 - 10x$ **2. g)** $13x - 7 = 0$; $x = \frac{7}{13}$
h) $12b - 22 = 122$ **2. h)** $12b = 144$; $b = 12$
i) $42p + 19 = 229$ **2. i)** $42p = 210$; $p = 5$

3. Márcia vai viajar e quer levar alguns gibis para ler durante a viagem. Se ela comprar gibis de R$ 3,00 cada um, ainda ficará com R$ 10,00. Se comprar o mesmo número de gibis, mas ao preço de R$ 7,00 cada um, faltarão R$ 6,00. Quantos gibis de R$ 7,00 Márcia pode comprar? **3.** Resposta e comentário em *Orientações*.

4 Equação do 1º grau com uma incógnita

Equações do 1º grau com uma incógnita são aquelas que podem ser escritas como uma equação equivalente da forma $ax + b = 0$, em que a e b são números racionais conhecidos, com a diferente de zero. Nesse caso, a **incógnita** é x e a e b são chamados de coeficientes. Acompanhe os exemplos.

- $3x + 1 = 0$ é uma equação do 1º grau com uma incógnita de coeficientes $a = 3$ e $b = 1$.
- $-\frac{x}{2} = 0$ é equivalente a $-\frac{1}{2}x + 0 = 0$; portanto, é uma equação do 1º grau com uma incógnita de coeficientes $a = -\frac{1}{2}$ e $b = 0$.

Vamos usar equações equivalentes para resolver equações do 1º grau com uma incógnita.

- Vamos resolver a equação $6x - 2 = 16$, considerando $U = \mathbb{Z}$.

$6x - 2 = 16$

$6x - 2 + 2 = 16 + 2$ ← Aplicando o princípio aditivo das igualdades, adicionamos **2** aos dois membros da equação.

$6x = 18$

$\frac{1}{6} \cdot 6x = \frac{1}{6} \cdot 18$ ← Aplicando o princípio multiplicativo das igualdades, multiplicamos por $\frac{1}{6}$ os dois membros da equação.

$x = 3$

Observação

Em vez de multiplicarmos ambos os membros da equação por $\frac{1}{6}$, poderíamos dividi-los pelo coeficiente da incógnita x, que é 6. O resultado será o mesmo.

$6x = 18$

$6x : 6 = 18 : 6$

$x = 3$

- Agora, vamos resolver a equação $3 \cdot (1 - x) = 5 \cdot (x + 1)$, considerando $U = \mathbb{Q}$.

$3 \cdot (1 - x) = 5 \cdot (x + 1)$

$3 \cdot (1 - x) = 5 \cdot (x + 1)$ ← Aplicamos a propriedade distributiva da multiplicação e eliminamos os parênteses da equação.

$3 - 3x = 5x + 5$

$3 - 3x - 3 = 5x + 5 - 3$ ← Subtraímos **3** dos dois membros da equação.

$-3x = 5x + 2$

$-3x - 5x = 5x + 2 - 5x$ ← Subtraímos **5x** dos dois membros da equação.

$-8x = 2$

$-8x \cdot (-1) = 2 \cdot (-1)$ ← Multiplicamos os dois membros da equação por **–1**.

$8x = -2$

$8x : 8 = (-2) : 8$ ← Dividimos os dois membros da equação pelo coeficiente da incógnita x, que é **8**.

$x = -\frac{1}{4}$

Como $-\frac{1}{4}$ é raiz da equação e pertence ao conjunto universo, então $S = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$.

EDUARDO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Equação do 1º grau com uma incógnita

Objetivos

- Reconhecer uma equação polinomial de 1º grau.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA18.

Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA18 ao propor resolução e elaboração de problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 1º grau.

Orientações

- As resoluções de uma equação do 1º grau com uma incógnita são apresentadas por meio dos princípios aditivo e multiplicativo das igualdades. Nesse momento, é importante empregar os princípios para que não haja mecanização das resoluções, evitando, assim, que os estudantes tenham dúvidas como “passa para o outro lado da igualdade e fica com qual sinal?”.
- Neste tópico, o estudo das equações, tanto de interpretação como de resolução, será ampliado, e os estudantes terão oportunidades de aplicar técnicas já vistas e também de utilizar conhecimentos aritméticos em situações algébricas.

- Complemente a atividade **3** solicitando aos estudantes que reescrevam a equação do item **a** de modo que fique verdadeira, considerando –10 como raiz. Para determinar uma nova equação, eles podem substituir –10 na equação e verificar o que deve ser feito, como segue.

$3x - 21 = 5x \Rightarrow$
$\Rightarrow 3 \cdot (-10) - 21 = 5 \cdot (-10) \Rightarrow$
$\Rightarrow -51 = -50$ (falsa)

Assim, para que a equação tenha –10 como raiz, basta adicionar 1 ao primeiro membro:

$3x - 21 + 1 = 5x \Rightarrow$
$\Rightarrow 3x - 20 = 5x$

Equações e resolução de problemas

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA18, da competência geral 9 e das competências específicas 3 e 6 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA18 por trabalhar a resolução de problemas por meio de equações polinomiais do 1º grau.

Orientações

- Neste tópico, os estudantes deverão resolver problemas em múltiplos contextos e lidar com diferentes registros, o que favorece o desenvolvimento da competência específica 6 da BNCC.
- As equações devem ser escritas pelos estudantes com base na interpretação de cada um dos problemas propostos. É interessante que eles estejam em um ambiente que possibilite trocas e comparações, para que formulem hipóteses e questionem outras formas de resolução ou de representação de um mesmo problema. Dessa maneira, eles poderão exercitar a empatia, o diálogo e a cooperação, favorecendo o desenvolvimento da competência geral 9 da BNCC.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Determine a solução de cada equação a seguir considerando o conjunto universo indicado.

a) $x + 7 = 3, U = \mathbb{N}$ **1. a)** Não tem solução.
b) $x - 3 = 2x, U = \mathbb{Q}$ **1. b)** –3
c) $8 - x = 2 + x, U = \mathbb{Z}$ **1. c)** 3
d) $17x = -15x, U = \mathbb{Q}$ **1. d)** 0
e) $3x - 7 = 17, U = \mathbb{Q}$ **1. e)** 8
f) $-x = 3x + 5, U = \mathbb{Q}$ **1. f)** $-\frac{5}{4}$
g) $100 = 4x, U = \mathbb{N}$ **1. g)** 25

2. Resolva as equações considerando $U = \mathbb{Q}$.

a) $2x + 7x - 10 = 4x + 3 - 2x$ **2. a)** $\frac{13}{7}$
b) $3 \cdot (x + 1) = 8$ **2. b)** $\frac{5}{3}$
c) $4 \cdot (x - 6) = -3$ **2. c)** $\frac{21}{4}$
d) $2 \cdot (3 - x) = -4 \cdot (x - 1)$ **2. d)** –1
e) $-1 \cdot (x + 4) = 3 \cdot (x + 5)$ **2. e)** $-\frac{19}{4}$
f) $3 \cdot \left(\frac{1}{3} - x\right) - (-2x + 7) = -3$ **2. f)** –3

3. Classifique cada afirmação em verdadeira ou falsa.

a) Considerando $U = \mathbb{Z}$, a solução da equação $3x - 21 = 5x$ é –10. **3. a)** falsa
b) Considerando $U = \mathbb{Q}$, a solução da equação $7 \cdot (4 + 2x) - 4x = 16 + 7x$ é –4. **3. b)** verdadeira

4. Determine a solução de cada uma das equações a seguir, considerando $U = \mathbb{Q}$.

a) $\frac{x}{3} + 2 = 8$ **4. a)** 18
b) $\frac{x}{2} + \frac{3}{2}x = 1 - \frac{7}{10}$ **4. b)** $\frac{3}{20}$
c) $2x + \frac{2}{3} = 3x + 2$ **4. c)** $-\frac{4}{3}$
d) $\frac{2}{5}x + 3x - 2 = x + 10$ **4. d)** 5
e) $\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}x = 6$ **4. e)** $\frac{72}{11}$
f) $\frac{1}{2}x - 3x - \frac{1}{3} = 8x + 12$ **4. f)** $-\frac{74}{63}$

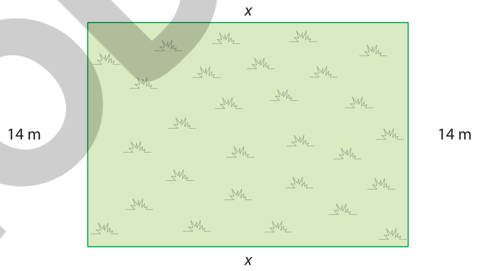
5 Equações e resolução de problemas

Alguns problemas podem ser resolvidos por meio de equações do 1º grau com uma incógnita. Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

Tatiana comprou um terreno de formato retangular, cuja medida do perímetro é 68 m e um de seus lados mede 14 m de comprimento. Qual é a medida de área desse terreno?

Observando a figura abaixo, verificamos que falta calcular a medida de comprimento do outro lado do terreno para, posteriormente, determinar a medida de área.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Note que a medida de comprimento desconhecida foi representada por *x*. Assim, podemos escrever uma equação que relaciona a medida de comprimento dos lados com a medida do perímetro desse terreno.

$$x + 14 + x + 14 = 68$$

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Resolvendo essa equação:

$2x + 28 = 68$

$2x + 28 - 28 = 68 - 28$ ← Subtraímos **28** dos dois membros da equação.

$2x = 40$

$2x : 2 = 40 : 2$ ← Dividimos os dois membros da equação por 2.

$x = 20$

Assim, os comprimentos dos lados do terreno medem 14 m e 20 m, e a medida de área desse terreno pode ser calculada da seguinte maneira:

$$14 \cdot 20 = 280$$

Logo, a medida de área do terreno que Tatiana comprou é 280 m^2.

Situação 2

Ao viajar por um dos trechos da Estrada Real, um motorista fez uma parada depois de percorrer $\frac{2}{3}$ do trajeto. Antes de retornar à estrada, verificou que a medida de distância que faltava para chegar ao destino era de 15 km. Quantos quilômetros mede esse trajeto?

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA

A Estrada Real é a maior rota turística do Brasil, medindo mais de 1 630 km de extensão. Passa por Minas Gerais, São Paulo e Rio de Janeiro.

Elaborado com base em: ESTRADA REAL. *Mapa da Estrada Real*. Disponível em: https://files.institutoestradareal.com.br/images/public/mapa_estrada_real.jpg. Acesso em: 5 jul. 2022.

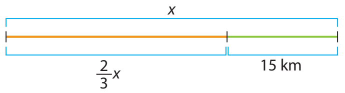
Observe que os dados do problema correspondem a duas partes do trajeto:

- a primeira, que corresponde a $\frac{2}{3}$ da medida do percurso;
- a segunda, que corresponde à medida de distância de 15 km.

- Ao analisar cada um dos problemas com os estudantes, incentive-os a identificar o conjunto universo das equações obtidas e se a raiz da equação pertence a esse conjunto.
- Se julgar conveniente, explore o mapa pedindo à turma que calcule a medida da distância em linha reta dos quatro caminhos apresentados.

- Em cada uma das situações apresentadas, é possível identificar articulações entre diferentes campos da Matemática com o campo da Álgebra. Enfatize essas relações. Desse modo, a competência específica 3 da BNCC é favorecida.
- Após apresentar a situação 3, questione os estudantes: “Como obtivemos a medida da altura do pai de Bruna?”. Espera-se que eles percebam que a medida foi obtida pela adição 1,56 + + 0,24 = 1,80.

Podemos fazer um esquema para representar essa situação graficamente. A medida de comprimento do segmento, indicado por x, representa todo o percurso.



ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

Analisando o esquema, percebemos que é possível representar o problema com a seguinte equação:

$$\frac{2}{3}x + 15 = x$$

Podemos resolver essa equação do seguinte modo:

$3 \cdot \left(\frac{2}{3}x + 15\right) = 3 \cdot x \leftarrow$ Multiplicamos os dois membros da equação por **3**.

$3 \cdot \left(\frac{2}{3}x + 15\right) = 3 \cdot x \leftarrow$ Aplicamos a propriedade distributiva.

$2x + 45 = 3x$

$2x + 45 - 2x = 3x - 2x \leftarrow$ Subtraímos **$2x$** dos dois membros da equação.

$45 = x$

Logo: $x = 45$

Portanto, esse trajeto mede 45 km.

Situação 3

Bruna descobriu que mede 1,20 m de altura e ficou curiosa para saber a medida da altura do seu pai e a da sua mãe.

CACÁ FRANÇA/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a medida da altura do pai e a da mãe de Bruna?

Podemos usar a incógnita x para representar a medida da altura da mãe, em metro. Assim, temos:

Medida da altura da mãe: x

Medida da altura do pai: $x + 0,24$

Medida da altura de Bruna: $\frac{2}{3} \cdot (x + 0,24)$

Como Bruna mede 1,20 m de altura, podemos representar essa situação com a seguinte equação:

$\frac{2}{3} \cdot (x + 0{,}24) = 1{,}20$

$3 \cdot \frac{2}{3} \cdot (x + 0{,}24) = 3 \cdot 1{,}20$ ← Multiplicamos os dois membros da equação por **3**.

$2 \cdot (x + 0{,}24) = 3{,}60$

$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (x + 0{,}24) = \frac{1}{2} \cdot 3{,}60$ ← Multiplicamos os dois membros da equação por $\frac{1}{2}$.

$x + 0{,}24 = 1{,}80$

$x + 0{,}24 - 0{,}24 = 1{,}80 - 0{,}24$ ← Subtraímos **0,24** dos dois membros da equação.

$x = 1{,}56$

Portanto, a mãe de Bruna mede 1,56 m de altura, e o pai, 1,80 m.

Para pensar

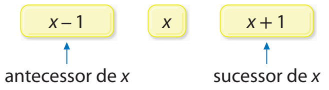
Se usarmos a incógnita x para representar a medida da altura do pai de Bruna, que equação poderemos utilizar para representar essa situação? Encontre-a e resolva-a no caderno. **Para pensar:** $\frac{2}{3}x = 1{,}20$; $x = 1{,}80$

Situação 4

A soma de três números inteiros consecutivos é 345. Quais são esses números?

Nesse caso, que envolve números inteiros consecutivos, sabemos que a diferença entre um número e outro é de 1 unidade.

Assim, se representarmos o número intermediário por x, o seu sucessor será $x + 1$ e o seu antecessor, $x - 1$.



Como a soma dos três números é 345, podemos escrever a equação:

$x - 1 + x + x + 1 = 345$

$3x = 345$

$3x : 3 = 345 : 3$ ← Dividimos os dois membros dessa equação por **3**.

$x = 115$

Portanto, os três números procurados são: 114, 115 e 116.

Situação 5

Uma prova era composta de 30 questões de múltipla escolha. A cada questão certa, o estudante ganhava 1 ponto, e, a cada questão errada, era descontado 0,25 ponto. Quantos pontos Mariana fez?

Se de 30 questões Mariana errou 5 e acertou 25, então o total de pontos que ela fez pode ser obtido pela seguinte expressão numérica:

$$25 \cdot 1 - 5 \cdot 0{,}25 = 25 - 1{,}25 = 23{,}75$$

Portanto, Mariana fez 23,75 pontos.

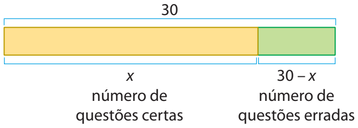
Joaquim, um colega de Mariana, disse que fez um total de 20 pontos. Quantas questões ele acertou?

CACÁ FRANÇA/ARQUIVO DA EDITORA

- No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes façam $\frac{2}{3}x = 1{,}20$ para representar a medida da altura do pai de Bruna. Incentive-os a utilizar suas estratégias pessoais determinar a equação. Depois, peça que compartilhem com os colegas o modo como pensaram.
- Na situação 4, verifique se os estudantes perceberam como foram obtidos os números 114 (antecessor de 115) e 116 (sucessor de 115). Outra possibilidade é escrever x, $x + 1$ e $x + 2$ como três números consecutivos. Entretanto, o valor encontrado será o do primeiro, ou seja, nesse caso x será 114; logo, os números serão 114, 115 e 116. Os estudantes devem observar que há outras maneiras de representação e é fundamental deixar claro o que x representa em cada caso.
- Na situação 5, mostra-se como utilizar um esquema para compreender o problema. Ressalte aos estudantes que essa é uma das formas a que podem recorrer para resolver problemas.

- No boxe *Cálculo mental*, espera-se que os estudantes percebam que Sofia ganhou 28 pontos, por ter acertado 28 questões, e perdeu 0,5 por ter errado duas (0,25 por questão). É importante que eles consigam resolver problemas que envolvam diferentes situações com números representados em diversas formas (decimal, fração, porcentagem). Para isso, convém que escrevam as equações com base na interpretação que fazem de cada uma das situações-problema propostas. Estimule um ambiente que possibilite trocas e comparações, para que os estudantes formulem hipóteses e questionem outras maneiras de resolução ou de representação de um problema.

Podemos recorrer ao esquema abaixo para representar essa situação.



Como a cada questão certa o estudante recebe 1 ponto e a cada questão errada perde 0,25 ponto, podemos representar essa situação com a seguinte equação:

$1 \cdot x - 0{,}25 \cdot (30 - x) = 20$

Observe como podemos resolver essa equação para obter o valor de x:

$x - 0{,}25 \cdot (30 - x) = 20$ ← Aplicamos a propriedade distributiva.

$x - 7{,}5 + 0{,}25x = 20$

$x - 7{,}5 + 0{,}25x + 7{,}5 = 20 + 7{,}5$ ← Adicionamos **7,5** aos dois membros da equação.

$1{,}25x = 27{,}5$

$1{,}25x : 1{,}25 = 27{,}5 : 1{,}25$ ← Dividimos os dois membros da equação por **1,25**.

$x = 22$

Portanto, Joaquim acertou 22 questões da prova.

Cálculo mental

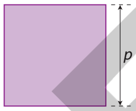
Sofia fez essa prova e errou apenas 2 questões. Quantos pontos ela obteve?

Cálculo mental: 27,5 pontos

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Um quadrado tem lado de medida de comprimento p. Se a medida do perímetro desse quadrado é 60 cm, qual é a medida de comprimento de p?

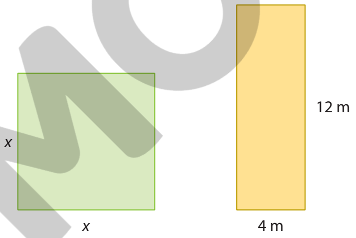


1. 15 cm

2. Determine a medida de comprimento dos lados de um triângulo cujo perímetro mede 24 cm, sabendo que essas medidas de comprimento são expressas por números naturais consecutivos.

2. 7 cm, 8 cm e 9 cm

3. As medidas dos perímetros do quadrado e do retângulo representados abaixo são iguais.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Qual é a medida de comprimento do lado do quadrado? **3.** 8 m

4. Paulo vai construir sua casa em $\frac{1}{3}$ da medida de área total de um terreno. Nos 160 m^2 restantes, ele vai construir um jardim.

a) Qual será a medida de área ocupada pela casa? **4. a)** 80 m^2

b) Qual é a medida de área total do terreno? **4. b)** 240 m^2

5. João e Pedro fizeram uma viagem de carro para Aracaju, capital de Sergipe.

ABRAHAO DO CARMO BONFIM/SHUTTERSTOCK

Praia de Atalaia, em Aracaju (SE), 2021.

- No primeiro dia, João dirigiu $\frac{1}{3}$ da medida de distância do percurso. No segundo dia, Pedro dirigiu $\frac{1}{5}$ do percurso. Para chegar ao destino, precisaram ainda de dois dias, em que percorreram 1 120 km. Quanto mede, em quilômetro, a distância percorrida em toda a viagem? **5.** 2 400 km

6. Em uma turma do 7º ano, 30% dos estudantes devem fazer prova de recuperação, e os 28 estudantes restantes não farão. Quantos estudantes há nessa turma? **6.** 40 estudantes

7. O prédio onde Fernanda mora tem $\frac{1}{3}$ da medida da altura do prédio em que Renato mora. Sabe-se que o prédio de Fernanda tem 10 andares e que cada andar mede 2,5 m de altura. Qual é a medida da altura do prédio em que Renato mora? **7.** 75 m

8. Em uma rodovia, Hugo percebeu que o marcador de combustível de seu carro indicava $\frac{1}{4}$ da medida da capacidade total do tanque. Por precaução, ele abasteceu o carro com 25 litros de álcool. Depois disso, o marcador indicou $\frac{3}{4}$ da medida da capacidade total. Quantos litros de combustível cabem no tanque do carro de Hugo? **8.** 50 litros

9. Em uma gráfica, três impressoras funcionam diariamente para atender às encomendas. O trabalho é dividido da seguinte maneira:

Impressora 1	$\frac{1}{3}$ das impressões
Impressora 2	$\frac{1}{4}$ das impressões
Impressora 3	3 750 impressões

- Quantas impressões são feitas diariamente nessa gráfica? **9.** 9 000 impressões

10. A professora de Matemática vai distribuir folhas quadradas para os estudantes fazerem dobraduras. Ela estimou 10 folhas para cada estudante.

DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

- Sabendo que os estudantes fizeram uma dobradura com cada folha recebida, responda: quantas dobraduras foram feitas nessa aula? **10.** 300 dobraduras

11. Em uma sala de aula, há 20 estudantes matriculados.

CACÁ FRANÇA/ARQUIVO DA EDITORA

Dos 20 estudantes, quantos são meninos e quantas são meninas? **11.** 7 meninos e 13 meninas; Resposta pessoal.

- Verifique o número de meninos e de meninas da sua sala de aula. Depois, elabore um problema indicando o número total de estudantes e uma sentença que relacione o número de meninos e o de meninas da turma. Apresente aos colegas o problema que você elaborou.

12. Em uma maratona, os três primeiros colocados foram premiados. Eles dividiram o prêmio de R$ 10 000,00 da seguinte maneira:

> ✓ o 3º colocado recebeu a menor parte;
> ✓ o 2º colocado recebeu R$ 2 000,00 a mais que o 3º colocado;
> ✓ o 1º colocado recebeu o dobro da quantia do 2º colocado.

12. 1º colocado: R$ 6 000,00; 2º colocado: R$ 3 000,00; 3º colocado: R$ 1 000,00

- Quantos reais cada atleta recebeu?

13. Vitório foi à papelaria comprar canetas coloridas. Se ele comprar 7 canetas, receberá R$ 4,50 de troco, mas, se comprar 11, faltará R$ 1,50 para pagar a conta.

a) Quanto custa cada caneta? **13. a)** R$ 1,50

b) Quantas canetas Vitório poderia levar sem sobrar troco nem faltar dinheiro? **13. b)** 10 canetas

14. Em um campeonato de futebol, os dois melhores jogadores são do mesmo time. Durante o campeonato, esses dois jogadores marcaram juntos 32 gols. Se um dos jogadores marcou $\frac{1}{3}$ do número de gols marcados pelo outro, quantos gols marcou cada jogador? **14.** Um jogador marcou 24 gols e o outro, 8 gols.

- Os estudantes devem perceber que é possível resolver o problema proposto na atividade **8** por meio de estratégias diferentes. Duas dessas estratégias estão reproduzidas abaixo.

Estratégia 1:

Se o tanque do carro de Hugo estava com $\frac{1}{4}$ da medida da capacidade e, após colocar combustível, ficou com $\frac{3}{4}$ da medida da capacidade, isso significa que a quantidade de combustível utilizada no abastecimento foi correspondente à metade da medida da capacidade total, pois $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Dessa maneira, como a quantidade de combustível utilizada foi 25 litros, temos que 25 litros correspondem a meio tanque; logo, cabem 50 litros de combustível no tanque do carro de Hugo.

Estratégia 2:

Indicando por x a quantidade de litros de combustível que cabem no tanque do carro de Hugo, temos:

$$\frac{1}{4}x + 25 = \frac{3}{4}x \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 25 = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}x \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 25 = \frac{2}{4}x \Rightarrow x = 50$$

Portanto, cabem 50 litros de combustível no tanque do carro de Hugo.

- Se julgar oportuno, apresente a seguinte questão de vestibular para que os estudantes verifiquem que é possível resolvê-la com os conhecimentos adquiridos sobre equação.

(UFPE) Em um teste de 16 questões, cada acerto adiciona 5 pontos, e cada erro subtrai 1 ponto. Se um estudante respondeu a todas as questões e obteve um total de 38 pontos, quantas questões ele errou? (alternativa **d**)

a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

- Na atividade **15**, os estudantes deverão elaborar um problema com base em um triângulo que eles terão de desenhar. É importante, no desenho, que a relação entre as medidas de comprimento dos lados do triângulo permita a elaboração de um enunciado claro. Nessa atividade, eles poderão lidar com diferentes registros: registro figural (desenho do triângulo), registro em língua materna (enunciado do problema que deverão elaborar) e registro algébrico (equação que traduz o enunciado do problema elaborado pelo colega).
- É possível que os estudantes não considerem a condição de existência do triângulo, uma vez que esse conteúdo será explorado no Capítulo 9. Assim é importante validar a elaboração considerando a condição de existência. Ao desenhar o triângulo, os estudantes podem ajustar suas hipóteses sobre como identificar as medidas de comprimento desses lados. Por exemplo, se eles desenharem um triângulo equilátero, poderão identificar a medida de comprimento de cada lado por *x*. Se desenharem um triângulo isósceles, poderão considerar a medida de comprimento dos dois lados congruentes como *x* e, então devem pensar que medida de comprimento poderá ter o outro lado verificando se pode ser, por exemplo, a metade ou o dobro de *x*. E assim por diante para triângulos escalenos.
- Na atividade **17**, oriente os estudantes a escrever a equação:

$\frac{1}{4}x + 630 = x$

- Após a resolução da atividade **20**, se julgar necessário, peça aos estudantes que voltem ao enunciado e confirmem a resposta obtida.

Poço A: tinha 700 L e foram retirados $100 \cdot 5 = 500$, ou seja, ficou com apenas 200 L.

Poço B: tinha 800 L e foram retirados $120 \cdot 5 = 600$, ou seja, ficou com apenas 200 L.

Portanto, os dois poços ficaram com a mesma quantidade de água, conforme o enunciado.

15. Considere *x*, *y* e *z* as medidas de comprimento dos lados de um triângulo cujo perímetro mede 32 cm.

Se a medida de comprimento *x* é o dobro da de *y* e a medida de comprimento de *z* é igual a 14 cm, quais são as medidas de comprimento *x* e *y*?

15. $x = 12$ cm e $y = 6$ cm; Resposta pessoal.

- Desenhe em seu caderno um triângulo e reescreva o enunciado acima substituindo as informações de acordo com as medidas de comprimento dos lados desse triângulo. Depois, peça a um colega que descubra as medidas de comprimento de dois lados do triângulo que você desenhou.

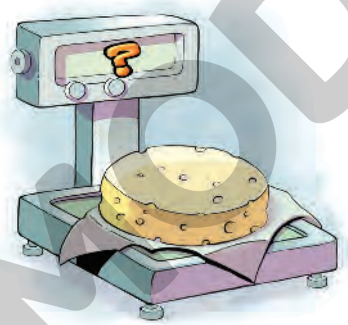
16. (PUC-RJ) Um empresário possui, em sua conta, uma quantia que corresponde a $\frac{1}{6}$ do valor dos equipamentos de que precisa para montar seu escritório. Se ele depositar R$ 780,00 na conta, passa a ter uma quantia, em reais, que corresponde a $\frac{3}{5}$ do valor dos equipamentos.

16. a) R$ 1 800,00

a) Qual o valor total dos equipamentos?

b) Quantos reais esse empresário deverá depositar na sua conta para que possa comprar tudo de que precisa e ainda ficar com uma reserva de R$ 230,00? **16. b)** R$ 1 730,00

17. Sônia foi a um supermercado e comprou uma embalagem com $\frac{1}{4}$ de queijo. Se ela acrescentasse 630 gramas, teria uma peça inteira de queijo. Qual é a medida de massa, em grama, da peça inteira? **17.** 840 g



ATTÍLIO/ARQUIVO DA EDITORA

18. Régis e Amanda recebem juntos R$ 4 500,00 por mês. Sabendo que o salário de Régis é $\frac{4}{5}$ do salário de Amanda, calcule o salário de cada um.

18. O salário de Amanda é R$ 2 500,00, e o de Régis, R$ 2 000,00.

19. Roberto e Jorge gostam de jogar bolinha de gude. Eles foram à loja de brinquedos e cada um comprou uma quantidade de bolinhas. Observe a cena a seguir.

- Sabendo que, juntos, os meninos compraram 70 bolinhas de gude, responda às questões.

Dica: considere *x* o número de bolinhas verdes.

19. a) 40 bolinhas

a) Quantas bolinhas Roberto comprou?

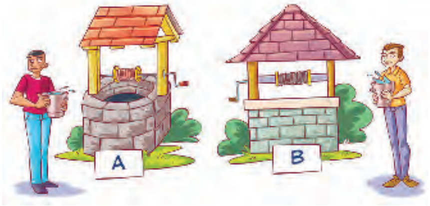
b) Quantas bolinhas verdes Jorge comprou?

19. b) 20 bolinhas

20. O poço A contém 700 L de água; o poço B contém 800 L. Usando baldes com medidas de capacidade iguais, Paulo tirou 100 baldes cheios de água do poço A e Norberto tirou 120 baldes cheios de água do poço B.

Sabendo que os dois poços ficaram com a mesma quantidade de água, responda: qual é a medida de capacidade, em litro, de cada balde?

20. 5 L



ILUSTRAÇÕES: DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

21. Elabore um problema que possa ser resolvido com uma equação do 1º grau com uma incógnita. Depois, peça a um colega que resolva o seu problema e resolva o problema criado por ele.

21. Resposta pessoal.

6 Desigualdade

Observe a medida da velocidade registrada pela lombada eletrônica em cada situação a seguir.

DOUGLAS COMETTI/FOLHAPRESS

Automóvel abaixo da medida de velocidade máxima permitida.

DOUGLAS COMETTI/FOLHAPRESS

Automóvel acima da medida de velocidade máxima permitida.

Podemos indicar se a medida da velocidade registrada está acima ou abaixo da medida de velocidade máxima permitida na via usando sentenças matemáticas:

$43 < 50$ $\quad$ $57 > 50$

Sentenças como essas são denominadas **desigualdades**. As desigualdades são sentenças matemáticas em que aparecem um dos sinais:

$>$ (maior que)
$<$ (menor que)
$\neq$ (diferente de)
$\geqslant$ (maior que ou igual a)
$\leqslant$ (menor que ou igual a)

Assim como nas igualdades, chamamos de **1º membro** a expressão que está à esquerda do sinal de desigualdade e de **2º membro** a expressão que está à direita do sinal de desigualdade.

Exemplos

- $\underbrace{2^2}_{1^{\text{o}}\text{ membro}} > \underbrace{-1}_{2^{\text{o}}\text{ membro}}$
- $\underbrace{5 + 3}_{1^{\text{o}}\text{ membro}} < \underbrace{\frac{100}{2}}_{2^{\text{o}}\text{ membro}}$

Para pensar

No Brasil, alguns veículos, como os de transporte escolar, são obrigados a usar um equipamento conhecido como tacógrafo. Esse aparelho registra, para efeito de fiscalização, a medida do tempo de viagem, a medida de distância percorrida e a medida da velocidade do veículo.

Você já tinha ouvido falar desse aparelho? **Para pensar:** Resposta pessoal.

Desigualdade

Objetivos

- Reconhecer uma desigualdade.
- Trabalhar com o Tema Contemporâneo Transversal **Educação para o Trânsito**, da macroárea **Cidadania e Civismo**.
- Compreender os princípios de equivalência das desigualdades.

Orientações

- A ideia de desigualdade pode ser introduzida usando como recurso a imagem de balanças em desequilíbrio.
- Aproveite para explorar o tema do texto inicial e comente com os estudantes que a função da lombada eletrônica é monitorar a medida da velocidade dos veículos em uma via, para que não ultrapassem a medida de velocidade máxima permitida. Dessa forma, ajuda a melhorar a segurança no trânsito, tanto para veículos como para pedestres, em determinados locais movimentados, diminuindo os acidentes.
- Conversar com os estudantes sobre temas relacionados ao trânsito favorece a conscientização sobre o Tema Contemporâneo Transversal **Educação para o Trânsito** da macroárea **Cidadania e Civismo**.
- No boxe *Para pensar*, é provável que os estudantes não saibam muito sobre o tacógrafo. Explique que ele é um aparelho que registra as medidas de velocidade e de distância percorrida em um determinada medida de tempo. No vídeo disponível em https://www.youtube.com/watch?v=hWHVPUFXCBs (acesso em: 31 jul. 2022), há uma reportagem que traz outras informações.

- Se julgar conveniente, pode ser proposta aos estudantes uma pesquisa em que eles busquem informações a respeito do Código de Trânsito Brasileiro, com foco nas questões de medida de velocidade máxima permitida em vias urbanas, rodovias etc. para diversos tipos de veículo. Essa proposta pode, ainda, ser ampliada em um trabalho conjunto com a área de Língua Portuguesa e/ou Arte, de modo que os estudantes organizem uma campanha de conscientização sobre a importância de respeitar as leis de trânsito. No Portal da Câmara dos Deputados (disponível em: https://bd.camara.leg.br/bd/handle/bdcamara/18141; acesso em: 12 ago. 2022), há a publicação do Código de trânsito brasileiro.

- Caso seja necessário, apresente mais exemplos numéricos usando os princípios de equivalência das desigualdades. Utilizar balanças em desequilíbrio como recurso também pode contribuir para que os estudantes atribuam significado aos princípios aditivo e multiplicativo da desigualdade.

Lembre-se: Escreva no caderno!

Observação

Observe duas propriedades que valem para as desigualdades.

- Propriedade simétrica
  Exemplo: se $12 + 4 < 25$, então $25 > 12 + 4$
- Propriedade transitiva
  Exemplo: sendo $3 - 2 < 8$ e $8 < 11 + 5$, então $3 - 2 < 11 + 5$

Princípios de equivalência das desigualdades

Antes de estudar os princípios de equivalência das desigualdades, observe o que costumamos dizer sobre os sinais que usamos para expressá-las:

$<$ e $<$ têm o mesmo sentido;	$<$ e $>$ têm sentidos opostos;
$>$ e $>$ têm o mesmo sentido;	$>$ e $<$ têm sentidos opostos;
$\leqslant$ e $\leqslant$ têm o mesmo sentido;	$\leqslant$ e $\geqslant$ têm sentidos opostos;
$\geqslant$ e $\geqslant$ têm o mesmo sentido;	$\geqslant$ e $\leqslant$ têm sentidos opostos.

Princípio aditivo da desigualdade

Acompanhe nos exemplos o que acontece quando adicionamos um mesmo número aos dois membros de uma desigualdade em que aparecem os sinais $<$ ou $>$ ou $\leqslant$ ou $\geqslant$.

- Adicionando um número positivo aos dois membros de uma desigualdade:

$-5 > -10$

$-5 + 5$ Adicionamos **5** aos dois membros da desigualdade e comparamos as somas obtidas. $-10 + 5$

$0 > -5$

- Adicionando um número negativo aos dois membros de uma desigualdade:

$-15 < -10$

$-15 - 5$ Adicionamos **–5** aos dois membros da desigualdade e comparamos as somas obtidas. $-10 - 5$

$-20 < -15$

- Adicionando o número zero aos dois membros de uma desigualdade:

$0,3 > -1$

$0,3 + 0$ Adicionamos **zero** aos dois membros da desigualdade e comparamos as somas obtidas. $-1 + 0$

$0,3 > -1$

Observe que adicionar ou subtrair um mesmo número dos dois membros da desigualdade não altera o sentido da desigualdade inicial. Esse é o **princípio aditivo da desigualdade**.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Exemplos

- $-2 < 15$
  $-2 + 7 < 15 + 7$
  $5 < 22$
- $31{,}5 > 10$
  $31{,}5 - 20 > 10 - 20$
  $11{,}5 > -10$
- $-7 < 1$
  $-7 + 0 < 1 + 0$
  $-7 < 1$

Princípio multiplicativo da desigualdade

Acompanhe nos exemplos o que acontece quando multiplicamos os dois membros de uma desigualdade em que aparecem os sinais $<$ ou $>$ ou $\leqslant$ ou $\geqslant$ por um mesmo número:

- Multiplicando os dois membros de uma desigualdade por um número positivo.

$$-5 > -10$$

$-5 \cdot (+5)$ Multiplicamos os dois membros da desigualdade por $+5$ e comparamos os produtos obtidos. $-10 \cdot (+5)$

$$-25 > -50$$

- Multiplicando os dois membros de uma desigualdade por um número negativo:

$$-15 < -10$$

$-15 \cdot (-5)$ Multiplicamos os dois membros da desigualdade por -5 e comparamos os produtos obtidos. $-10 \cdot (-5)$

$$+75 > +50$$

- Multiplicando os dois membros de uma desigualdade por zero:

$$0{,}3 > -1$$

$0{,}3 \cdot 0$ Multiplicamos os dois membros da desigualdade por **zero** e comparamos os produtos obtidos. $-1 \cdot 0$

$$0 = 0$$

Observe que, se o número considerado é:

- positivo, obtemos outra desigualdade de mesmo sentido;
- negativo, obtemos outra desigualdade de sentido contrário;
- zero, obtemos uma igualdade $(0 = 0)$.

Esse é o **princípio multiplicativo da desigualdade**.

Exemplos

- $-2 < 15$
  $-2 \cdot 7 < 15 \cdot 7$
  $-14 < 105$
- $31{,}5 > 10$
  $31{,}5 \cdot (-10) < 10 \cdot (-10)$
  $-315 < -100$
- $-7 < 1$
  $-7 \cdot 0 = 1 \cdot 0$
  $0 = 0$

- Verifique se os estudantes percebem que, nos dois últimos exemplos do princípio multiplicativo da desigualdade, o sinal foi alterado no segundo passo. É importante que compreendam o porquê de obtermos outra desigualdade de sentido contrário quando multiplicamos os seus dois membros por um número negativo. Evite que esse fato seja memorizado sem atribuição de significado por parte da turma.

- Na atividade **4**, espera-se que os estudantes percebam que existe mais de um modo de ordenar os números representados por *x*, *y* e *z*. Um dos modos será observar, comparar as retas e tirar algumas conclusões.

Pela primeira reta:
$-3 < x < -1$
$z > 2$
Pela segunda reta:
$0 < y < 2$
Logo, *z* é o maior dos três números e *x* é o menor deles. Portanto, é correto afirmar que: $x < y < z$, o que corresponde à alternativa **a**.

- Resposta da atividade **5**:

a) $10 + 1 > 2$
$10 + 1 - 5 > 2 - 5$
$6 > -3$
b) $4 \cdot 2 < 20$
$4 \cdot 2 \cdot (-5) > 20 \cdot (-5)$
$-40 > -100$
c) $7 \leqslant 10^2$
$7 + 10 \leqslant 10^2 + 10$
$17 \leqslant 110$
d) $9^2 \geqslant 9$
$9^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \geqslant 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$
$27 \geqslant 3$

- Resposta da atividade **7**:

a) $2 \cdot 17 < 35$
b) $2x < 12$
No pote, pode haver no máximo 5 ovos.

2. a) 1º membro: $1 - 2$; 2º membro: 0
2. b) 1º membro: 2; 2º membro: $-3 - 4$
2. c) 1º membro: -1; 2º membro: $\frac{1}{3}$
2. d) 1º membro: 7; 2º membro: 5^2

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Copie no caderno as sentenças que representam uma desigualdade. **1.** alternativas **a**, **c**, **d**, **e**

a) $2 + 1 > -1$
b) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$
c) $\frac{3}{4} - 1 \neq -1$
d) $1^2 + 1^2 > 1$
e) $5 - 10 < 0$
f) $n - 1 = 0$

2. Copie as desigualdades a seguir identificando o 1º e o 2º membros de cada uma delas.

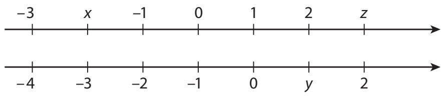
a) $1 - 2 < 0$
b) $2 \geqslant -3 - 4$
c) $-1 < \frac{1}{3}$
d) $7 \leqslant 5^2$

3. Identifique qual das desigualdades é falsa.

a) $252 : 12 - 35 > -3 \cdot 5$
b) $(4 + 12) : 2 < 3^2$
c) $5^3 - 25 > 10^2$
d) $15 - 3 \cdot 4 < 36 : 9$
e) $98 > 256 : 2^2$

3. alternativa **c**

4. (Saresp) Observe atentamente as retas ordenadas a seguir:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

A ordenação correta entre os números representados pelas letras *x*, *y* e *z* é: **4.** alternativa **a**

a) $x < y < z$
b) $x < z < y$
c) $y < x < z$
d) $y < z < x$

5. Com base no que você estudou sobre o princípio aditivo e sobre o princípio multiplicativo da desigualdade, reescreva cada sentença no caderno substituindo o ■ pelo sinal de desigualdade adequado. **5.** Respostas em *Orientações*.

a) $10 + 1 > 2$
$10 + 1 - 5$ ■ $2 - 5$
6 ■ -3
b) $4 \cdot 2 < 20$
$4 \cdot 2 \cdot (-5)$ ■ $20 \cdot (-5)$
-40 ■ -100
c) $7 \leqslant 10^2$
$7 + 10$ ■ $10^2 + 10$
17 ■ 110
d) $9^2 \geqslant 9$
$9^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$ ■ $9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$
27 ■ 3

6. Classifique cada afirmação a seguir em verdadeira ou falsa. **6. a)** falsa **6. b)** verdadeira

a) Se $1 + 6 < 10$, então $1 + 6 + (-6) > 10 + (-6)$.
b) Se $3 \cdot 7 > 20$, então $3 \cdot 7 \cdot \frac{1}{3} > 20 \cdot \frac{1}{3}$.
c) Se $-x \geqslant 8$, então $-x \cdot (-1) \leqslant 8 \cdot (-1)$.

6. c) verdadeira

7. Escreva uma desigualdade para representar cada situação a seguir. **7.** Respostas em *Orientações*.

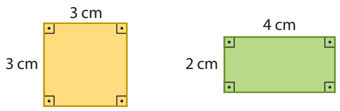
a)

b)

ILUSTRAÇÕES: CACÁ FRANÇA/ARQUIVO DA EDITORA

- Agora, responda: qual é o maior número de ovos que pode haver no pote?

8. Observe as figuras representadas a seguir.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Calcule a medida de área dessas figuras e escreva uma desigualdade para relacionar essas medidas de área.

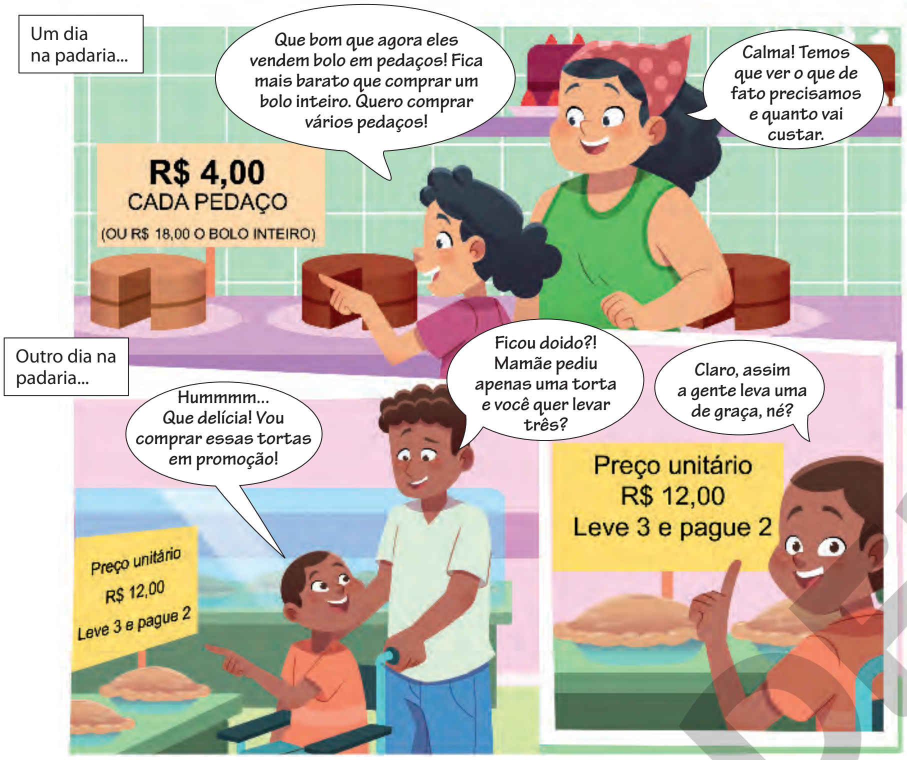
9. (Saresp) Em um jogo de dados, Zezo tirou 3 vezes o número 6 e depois o número 12. Já Ricardo tirou o 9 na primeira jogada, o 7 na rodada seguinte e o 10 nas terceira e quarta jogadas. É correto dizer que:

a) Ricardo está 16 pontos na frente de Zezo.
b) Zezo está 4 pontos na frente de Ricardo.
c) Ricardo está 6 pontos na frente de Zezo.
d) Zezo está 1 ponto na frente de Ricardo.

9. alternativa **c**

8. Medida de área do quadrado: 9 cm^2; Medida de área do retângulo: 8 cm^2;
$8\ cm^2 < 9\ cm^2$ ou $9\ cm^2 > 8\ cm^2$

Comprar mais ou comprar menos?



MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

O que você faria?

Imagine que você esteja nessa padaria diante das duas situações mostradas. Depois, copie os quadros a seguir no caderno e complete-os para descrever as circunstâncias nas quais vale ou não a pena fazer uma compra. **O que você faria?:** Respostas pessoais.

Um dia na padaria...	
Vale a pena comprar o bolo inteiro quando...	Vale a pena comprar o bolo em pedaços quando...

Educação Financeira

Objetivos

- Refletir sobre o uso consciente de recursos financeiros.
- Trabalhar com os Temas Contemporâneos Transversais **Educação para o Consumo** e **Educação Financeira**, das macroáreas **Meio Ambiente** e **Economia**, ao propor uma reflexão sobre o consumismo.
- Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 6 e 7 da BNCC.

Orientações

- Fazer compras com os pais ou sozinho é um ato corriqueiro e muito propício para colocar em discussão questões de educação financeira e consumismo. Os estudantes poderão fazer uma série de questionamentos a respeito do que vale ou não a pena comprar. O consumo por impulso é tão comum que, na maioria das vezes, é visto como algo normal. No entanto, se desde criança isso for ensinado, haverá um ganho em termos financeiros e sem desperdício. Reflexões como essa contribuem para que os estudantes façam escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com consciência crítica e responsabilidade. Por isso, as competências gerais 6 e 7 têm seu desenvolvimento favorecido como também se possibilita o trabalho com os Temas Contemporâneos Transversais **Educação para o Consumo** e **Educação Financeira** das macroáreas **Meio Ambiente** e **Economia**.
- Em *O que você faria?*, os estudantes podem formar duplas ou trios para discutir e elaborar respostas.
- No quadro “Um dia na padaria...”, eles podem responder que vale a pena comprar o bolo inteiro quando há muitas pessoas na casa e o bolo será consumido logo, ou que é o bolo preferido deles. E responder que vale a pena comprar o bolo em pedaços quando uma só pessoa na casa gosta daquele sabor e ela ficará satisfeita com apenas um pedaço, ou que apenas 2 pedaços são suficientes.

Competência geral 6: Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

Competência geral 7: Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

- No quadro "Outro dia na padaria..." do *O que você faria?*, os estudantes podem responder que compensa aproveitar a promoção se o tipo de torta é muito consumido em casa ou se for possível congelar as tortas para consumir depois. E responder que não compensa aproveitar a promoção se nem todas as pessoas da casa gostam de tortas ou se a quantidade total leva muito tempo para ser consumida pela família e o prazo de validade pode vencer.
- Acompanhe os cálculos dos estudantes em *Calcule* e não apenas dê destaque à resposta certa ou errada. Peça a eles que leiam os números encontrados para observar quanto se perde, em termos financeiros, quando são feitas compras por impulso. No item **e**, espera-se que os estudantes concluam que se deve comprar a quantidade necessária para evitar o desperdício. No item **f**, eles podem responder algo como: "Se alguém comprasse um bolo inteiro para comer sozinho, consumiria mais do que o necessário ou desperdiçaria uma parte do bolo, já que tem data de validade e não pode ser guardado por muito tempo".
- Resposta da atividade **2** do *Calcule*:

a) Não; porque quando você compra apenas 1 unidade paga R$ 12,00 e quando compra 3 unidades paga R$ 24,00 (preço de 2 unidades).

b) Exemplo de resposta: Os preços poderiam ser: 1 unidade, R$ 12,00; 2 unidades, R$ 24,00; e 3 unidades, R$ 36,00. (Nesse caso, não haveria promoção.)

c) Como seriam pagos R$ 24,00 em vez de R$ 36,00, a economia seria de R$ 12,00.

d) Exemplo de resposta: No caso de uma pessoa que foi comprar apenas 1 unidade e aproveitou a promoção, o gasto total foi de R$ 24,00, ou seja, o dobro do que ela teria gastado se comprasse apenas o que pretendia. Como nem sempre a quantidade de produto em promoção é necessária, corre-se risco de desperdiçá-lo.

- Em *Reflita*, as respostas são pessoais, mas é bastante oportuno conversar com os estudantes sobre momentos em que se deve escolher entre comprar em quantidades maiores ou menores, nos quais é necessário analisar a situação para ter certeza de qual é a melhor escolha. Situações em que as pessoas revendem mercadorias, têm famílias grandes, fazem festas ou viagens ou dividem compras com outras famílias são exemplos em que é adequado comprar no atacado.

Educação Financeira

Outro dia na padaria...	
Compensa aproveitar a promoção se...	**Não compensa aproveitar a promoção se...**

Calcule

Calcule: 1. c) 4 pedaços, e sobrariam R$ 2,00, pois normalmente não se vende meio pedaço.
1. d) Não, porque o bolo cortado em pedaços custaria mais caro que o bolo inteiro.

1. Observe na ilustração os preços dos bolos e, depois, responda às questões.

a) Quantos pedaços de bolo formam o bolo inteiro? **1. a)** 6 pedaços

b) Se você comprasse 6 pedaços de bolo, quanto gastaria? **1. b)** R$ 24,00

c) Quantos pedaços de bolo podem ser comprados com o preço de um bolo inteiro?

d) O preço do bolo inteiro e o preço do pedaço são proporcionais? Justifique sua resposta. *Dica*: serão proporcionais se o preço de 6 pedaços (equivalentes ao bolo inteiro) for igual ao preço do bolo inteiro.

e) Se você quisesse comprar 3 pedaços de bolo, o que faria: compraria o bolo inteiro ou os 3 pedaços à parte? Justifique sua resposta.

f) Se alguém comprasse o bolo inteiro por impulso, sem de fato precisar, que problemas essa atitude acarretaria? Exemplifique com uma situação.

2. Agora, observe os preços da promoção de tortas e, depois, responda às questões. **Calcule: 2.** Respostas em *Orientações*.

a) O preço unitário e o da promoção são proporcionais? Por quê?

b) Quais poderiam ser os preços de 1, 2 e 3 tortas para que fossem proporcionais?

c) Quanto você economizaria se aproveitasse a promoção?

d) Que problemas uma compra por impulso acarretaria? Exemplifique com uma situação.

1. f) Exemplo de resposta: Se alguém comprasse um bolo inteiro para comer sozinho, consumiria mais do que o necessário ou desperdiçaria uma parte do bolo, já que tem data de validade e não pode ser guardado por muito tempo.

Reflita

Nos mercados, em geral, há muitas ofertas tentadoras; por isso, precisamos pensar com responsabilidade e ter cautela para decidir o que e quanto comprar. **Reflita:** Respostas pessoais.

a) Você, ou alguém de sua família, já fez uma compra por impulso? Se a resposta for positiva, essa compra gerou desperdícios ou algum outro problema?

b) Você já ouviu falar em vendas no atacado (em grande ou média quantidade)? A que público é direcionado esse tipo de venda? Por quê?

c) Você e sua família já fizeram compras no atacado? Em caso afirmativo, em que situação?

1. e) Exemplos de resposta: compraria 3 pedaços, pois gastaria somente 12 reais; compraria o bolo inteiro e daria os outros pedaços para meus amigos, pois não posso consumir todos os pedaços.

ILUSTRAÇÕES: ROBERTO ZOELLNER/ARQUIVO DA EDITORA

7 Inequação do 1º grau com uma incógnita

Observe a seguir alguns exemplos de desigualdade.

$x - 2 > 4x$

$y^2 + y + 1 \geqslant 0$

$x + y < 3$

$x^3 - 5 \leqslant 19$

Toda desigualdade que tem uma ou mais incógnitas e cada incógnita tem expoente maior ou igual a 1 é chamada de **inequação**.

Entre as desigualdades apresentadas acima, as inequações $x - 2 > 4x$ e $x + y < 3$ são do 1º grau. Entre elas, observe que a inequação $x + y < 3$ tem duas incógnitas e a inequação $x - 2 > 4x$ tem uma incógnita.

Toda inequação do 1º grau com uma incógnita pode ser escrita de uma das formas a seguir:

$$ax + b \neq 0$$
$$ax + b > 0$$
$$ax + b < 0$$
$$ax + b \geqslant 0$$
$$ax + b \leqslant 0$$

em que a é um número racional diferente de zero, b é um número racional qualquer e x é a incógnita.

Exemplos

Outros exemplos de inequações do 1º grau com uma incógnita.

- $2x > -5$
- $-\frac{x}{2} \leqslant 7$
- $x - 1 \geqslant 0$

As **soluções** de uma inequação são todos os números de determinado conjunto universo que ao substituírem as incógnitas tornam a sentença verdadeira.

Para resolver uma inequação, empregamos os princípios de equivalência das desigualdades. Acompanhe, por exemplo, como resolver a inequação $x + 6 > 2$, sendo $U = \mathbb{Z}$.

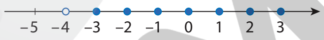
$x + 6 > 2$

$x + 6 - 6 > 2 - 6 \leftarrow$ Adicionamos -6 aos dois membros da inequação (Princípio aditivo da desigualdade).

$x > -4$

Portanto, todo número inteiro maior que -4 é solução dessa inequação.

Observe como podemos representar essa solução na reta numérica.



Observação

Nessa representação feita na reta numérica, os números correspondentes aos pontos indicados com "bolinhas cheias" são algumas das infinitas soluções da inequação $x + 6 > 2$, sendo $U = \mathbb{Z}$.

A "bolinha vazia" indica que -4 não é solução. A partir do -4, todos os números inteiros maiores que ele são soluções dessa inequação.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Inequação do 1º grau com uma incógnita

Objetivos

- Reconhecer uma inequação do 1º grau.
- Resolver inequações do 1º grau aplicando os princípios aditivo e multiplicativo da desigualdade.

Orientações

- Se houver dificuldade na compreensão da resolução de uma inequação do 1º grau com uma incógnita, peça aos estudantes que resolvam a equação correspondente e estudem a desigualdade, atribuindo valores aleatórios para verificar se a sentença é verdadeira ou não.

- Na atividade **5**, é necessário que os estudantes organizem as ideias e verifiquem a coerência de suas estratégias. No item **a**, precisam resolver a inequação. No item **b**, podem testar cada um dos números que pertencem ao conjunto *A* ou resolver a inequação e assim verificar quais dos números fazem parte dessa solução.

Observe agora a resolução da inequação $3 \cdot (1 - x) \leqslant 7$, sendo $U = \mathbb{Q}$.

$3 \cdot (1 - x) \leqslant 7$ ← Aplicamos a propriedade distributiva da multiplicação.

$3 - 3x \leqslant 7$

$3 - 3x - 3 \leqslant 7 - 3$ ← Adicionamos -3 aos dois membros da inequação (Princípio aditivo da desigualdade).

$-3x \leqslant 4$

$-3x \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \geqslant 4 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$ ← Multiplicamos os dois membros da inequação por $-\frac{1}{3}$ (Princípio multiplicativo da desigualdade).

$x \geqslant -\frac{4}{3}$

Portanto, todo número racional maior ou igual a $-\frac{4}{3}$ é solução dessa inequação.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Copie no caderno as desigualdades a seguir que são inequações do 1º grau com uma incógnita. **1.** alternativas **a**, **b**, **c**, **d**, **g**

a) $x + 3 \geqslant 3x - 1$

b) $x < 0$

c) $y > \frac{1}{2} - 4$

d) $7 - x \leqslant x$

e) $x - 5y < 12 + x^2$

f) $10y^2 \geqslant 2y - 3$

g) $9 + 2x > 5 \cdot (x - 3)$

h) $7x - 5 \leqslant z + 6$

2. Associe cada inequação à solução correspondente, sendo $U = \mathbb{Q}$. **2.** A – II; B – I; C – III

A $3x - 4 > 5$

B $\frac{1}{3}x - 2x < 3$

C $2x - 1 > 6x + 15$

I $x > -\frac{9}{5}$

II $x > 3$

III $x < -4$

3. Considere a inequação $3x - 4 \cdot (x - 2) \geqslant x + 4$. Sabendo que $U = \mathbb{Q}$, identifique a opção em que a solução dessa inequação está representada.

a) $x > 1$

b) $x \leqslant 2$

c) $x > 0$

d) $x \leqslant 5$ **3.** alternativa **b**

4. Resolva as inequações a seguir.

a) $x + 7 < 10$, sendo $U = \mathbb{Z}$. **4. a)** $x < 3$, com $x \in \mathbb{Z}$

b) $10x < 30$, sendo $U = \mathbb{N}$. **4. b)** $x = 1$ ou $x = 2$, com $x \in \mathbb{N}$

c) $2 - x \leqslant x + 8$, sendo $U = \mathbb{Z}$. **4. c)** $x \geqslant -3$, com $x \in \mathbb{Z}$

d) $12x < 4x + 5$, sendo $U = \mathbb{Q}$. **4. d)** $x < \frac{5}{8}$, com $x \in \mathbb{Q}$

e) $4 \cdot (x + 5) \leqslant 3x + 10$, sendo $U = \mathbb{Q}$. **4. e)** $x \leqslant -10$, com $x \in \mathbb{Q}$

5. Responda às questões a seguir.

a) Qual é o maior número inteiro que é solução da inequação $5 - 3 \cdot (x - 2) > x - 2x + 1$? **5. a)** 4

b) Quais elementos do conjunto $A = \{-2, 0, 1\}$ tornam a sentença $4x + 7 < 3x + 8$ verdadeira? **5. b)** -2 e 0

c) Marcelo pensou em um número natural e adicionou esse número ao seu triplo. O resultado obtido foi maior que 16. Qual é o menor número em que ele pode ter pensado? **5. c)** 5

d) O dobro de um número racional *y* é menor que a diferença entre o triplo desse número e 14. Que valores *y* pode assumir? **5. d)** $y > 14$

Sugestão de atividades

(UFG-GO) O menor múltiplo de 3 que satisfaz a inequação $x + 5 < 2x - 1$ é: (alternativa **b**)

a) 12

b) 9

c) 6

d) 3

e) 0

(Fuvest-SP) Um estacionamento cobra R$ 6,00 pela primeira hora de uso, R$ 3,00 por hora adicional e tem uma despesa diária de R$ 320,00. Considere-se um dia em que sejam cobradas, no total, 80 horas de estacionamento. O número mínimo de usuários necessário para que o estacionamento obtenha lucro nesse dia é: (alternativa **c**)

a) 25

b) 26

c) 27

d) 28

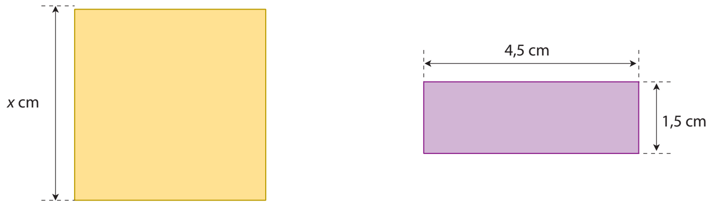
e) 29

Lembre-se:
Escreva no caderno!

6. (Colégio Militar de Brasília-DF) O produto de todas as soluções inteiras que satisfazem, simultaneamente, as desigualdades $3(x + 1) < 9 + 2x$, $15x + 5 < 5x + 5$ e $16 - 2(x - 2) > 1 - 3(x - 5)$ é: **6.** alternativa **c**

a) 0
b) 6
c) -6
d) 24
e) -24

7. Observe o quadrado e o retângulo e responda à questão.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Considerando que a medida do perímetro do quadrado é maior que a medida do perímetro do retângulo, qual é o menor número inteiro que x pode assumir? **7.** 4

8. Em uma concessionária, um carro popular custa o dobro do que custa uma moto.

MARCOS MACHADO/ARQUIVO DA EDITORA

- Considerando que o preço da moto é x reais e que o carro e a moto juntos custam mais de 45 000 reais, responda às questões.
  - **a)** Que inequação relaciona as informações do enunciado? **8. a)** Exemplo de resposta: $x + 2x > 45\,000$
  - **b)** O valor do carro é maior ou menor que 30 000 reais? Use a inequação encontrada no item **a** para justificar sua resposta. **8. b)** Maior que 30 000 reais, porque, resolvendo a inequação encontrada no item **a**, temos que $x > 15\,000$; logo, $2x > 30\,000$.

9. Uma empresa de telefonia celular oferece os dois planos descritos a seguir.

Plano A: parcela fixa de R$ 35,00 mais R$ 0,50 por minuto utilizado.
Plano B: R$ 1,20 por minuto utilizado.

a) Qual é o plano mais vantajoso para quem utiliza 40 minutos por mês? **9. a)** o plano B
b) A partir de quantos minutos de uso mensal o plano A é mais vantajoso que o plano B? **9. b)** a partir de 51 minutos

- Na atividade **7,** a medida do perímetro do quadrado pode ser representada por:

$x + x + x + x$ ou $4x$

Aproveite e verifique se os estudantes prestaram atenção ao enunciado e questione-os sobre qual é o conjunto universo. Espera-se que eles respondam que é o conjunto dos números inteiros. Se julgar conveniente, comente que, se o sinal da desigualdade fosse $\geqslant$, a resposta seria 3, não 4.

- Na atividade **9,** é esperado que os estudantes indiquem por x a medida do tempo, em minuto, utilizado por mês, podendo escrever a expressão que representa o gasto, em reais, de cada plano:

Plano A: $35 + 0{,}5x$
Plano B: $1{,}2x$

Assim, facilita-se o cálculo para responder aos itens da atividade.

Estatística e Probabilidade

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA35.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA35 ao calcular a média aritmética de um conjunto de dados, compreender o seu significado e relacioná-la com a amplitude desse conjunto de dados.

Orientações

- Nesta seção, os estudantes poderão estudar o conceito de amplitude e, com base nele, avaliar se a média aritmética representa bem o conjunto de dados.
- No decorrer do texto teórico e nas atividades, chame a atenção da turma para o fato de que, quanto mais próximos entre si os dados estiverem, melhor a média aritmética vai representá-los. Por outro lado, se um conjunto de dados possui um ou mais valores discrepantes, a média será muito influenciada por esse valor, tornando-a, assim, inadequada para representar o conjunto de dados em questão. Isso justifica a importância de relacionar a média com a amplitude: quanto menor a amplitude (diferença entre o maior e o menor valor do conjunto de dados), melhor a média vai representar esse conjunto.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Média aritmética e amplitude

Na escola em que Isabela estuda será organizada uma gincana em que cada equipe deve ter 6 participantes com estudantes do 6º ao 9º ano. Isabela mede 1,61 m de altura e quer entrar em uma equipe em que as medidas de altura dos participantes sejam próximas da dela. Por isso, o professor de Educação Física verificou as equipes que já estavam com 5 participantes e deu a Isabela duas opções.

Isabela decidiu participar da equipe Vamos Juntos, mas, ao verificar o registro da medida da altura dos participantes dessa equipe, percebeu que seus colegas não tinham a medida de altura próxima da dela.

Vamos Juntos
Regina: 1,30 m
José: 1,36 m
Renan: 1,79 m
Rita: 1,77 m
Tales: 1,83 m
Média: 1,61 m

Quando analisou o registro da medida de altura dos participantes da equipe Força Já, notou que todos tinham a medida de altura próxima da dela.

Força Já
Lucas: 1,60 m
Maria: 1,58 m
Pedro: 1,62 m
Cássio: 1,61 m
Larissa: 1,59 m
Média: 1,60 m

ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.

Note que analisar apenas a média das medidas de altura dos participantes das duas equipes não foi suficiente para garantir que eles teriam a medida de altura próxima da de Isabela. Para isso, seria necessário verificar a **amplitude**, que nesse caso corresponde à diferença entre o maior e o menor valor de um conjunto de dados.

Observe como calcular a amplitude das medidas de altura dos participantes de cada equipe:

Vamos Juntos

1,83 m	–	1,30 m	=	0,53 m
maior medida de altura		menor medida de altura		amplitude

Força Já

1,62 m	–	1,58 m	=	0,04 m
maior medida de altura		menor medida de altura		amplitude

Repare que a amplitude das medidas de altura dos participantes da equipe Força Já é menor que a das medidas de altura dos participantes da equipe Vamos Juntos. Isso quer dizer que, na equipe Força Já, os dados estão mais próximos um do outro, enquanto na equipe Vamos Juntos os dados estão mais dispersos.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe na tabela a medida de massa de algumas atletas da Seleção Brasileira de Judô em 2022.


AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

Medida de massa de algumas atletas da Seleção Brasileira de Judô em 2022

Atleta	Medida de massa (em kg)
Amanda Lima	48
Yasmim Lima	52
Rafaela Silva	57
Ketleyn Quadros	63
Maria Portela	70
Mayra Aguiar	78

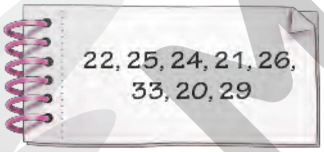
Dados obtidos em: CBJ Brasil. Disponível em: https://cbj.com.br/noticias/7675/seletiva-2021-equipe-femininade-judo-e-definida-para-2022. Acesso em: 4 abr. 2022

a) Calcule a média aritmética dessas medidas de massa. **1. a)** aproximadamente 61,33 kg

b) Determine a amplitude desse conjunto de dados. **1. b)** 30 kg

c) Que medida de massa pode ser inserida nesse conjunto de dados de modo que sua amplitude continue a mesma? **1. c)** Qualquer medida de massa entre 48 kg e 78 kg.

2. A professora de pilates resolveu anotar a idade de seus alunos como mostrado a seguir.



22, 25, 24, 21, 26, 33, 20, 29

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Calcule a média aritmética dessas idades. **2. a)** 25

b) Qual é a menor idade? E qual é a maior idade? **2. b)** 20; 33

c) Qual é a amplitude desse conjunto de dados? **2. c)** 13

- Antes de os estudantes iniciarem as atividades, escreva no quadro os dois conjuntos de dados a seguir:

Conjunto 1: 0, 10 e 20

Conjunto 2: 10, 10 e 10

Chame a atenção deles para o fato de esses conjuntos serem bem diferentes, apesar de terem a mesma média (10). Nesse caso, a média aritmética representa melhor o conjunto de dados 2, cuja amplitude é 0, do que o conjunto de dados 1, cuja amplitude é igual a 20.

- Espera-se que no item **b** da atividade **1** os estudantes percebam que, para calcular a amplitude, precisam apenas considerar o maior e o menor valor do conjunto de dados.

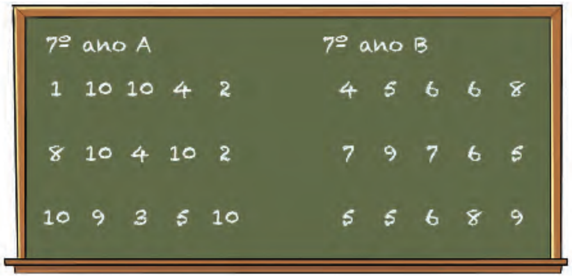
Aproveite a atividade para conversar com os estudantes sobre a prática de esporte. Comente que em algumas modalidades existe a divisão por categorias que são separadas de acordo com a medida da massa de cada atleta. Se julgar conveniente, pergunte se alguém pratica algum esporte ou se eles têm alguma preferência por determinado esporte. Dessa forma é possível explorar as culturas juvenis, dando espaço para os estudantes compartilhar suas experiências. Enfatize a importância da prática do esporte para manter a saúde física e mental. Se houver possibilidade, pode ser convidado um profissional de Educação Física para ter uma conversa com os estudantes sobre o assunto.

- Na atividade **4**, verifique se os estudantes percebem que, para responder ao item **a**, precisam calcular a média ponderada e, para responder ao item **b**, basta analisar o maior e o menor salário de cada empresa.

▶ Estatística e Probabilidade

Lembre-se:
Escreva no caderno!

3. A professora de Matemática do 7º ano aplicou a mesma avaliação para duas turmas. Observe as notas que os estudantes de cada turma obtiveram.



GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual foi a nota média de cada turma? **3. a)** 7º ano A: aproximadamente 6,5; 7º ano B: 6,4

b) Qual é a amplitude das notas de cada turma? **3. b)** 7º ano A: 9; 7º ano B: 5

c) Para ser aprovados nessa avaliação, os estudantes deveriam ter notas iguais ou superiores a 5. Qual das turmas tem mais estudantes reprovados? **3. c)** a turma A

4. Três pequenas empresas de uma cidade se cadastraram para um curso de capacitação oferecido pela prefeitura. Observe nas tabelas abaixo o número de funcionários de cada empresa e seus respectivos salários em dezembro de 2023.

Empresa A		
Cargo	**Salário**	**Número de funcionários**
Júnior	R$ 1 175,00	8
Pleno	R$ 1 960,00	2
Sênior	R$ 2 410,00	1

Dados obtidos pela empresa A em dezembro de 2023.

Empresa B		
Cargo	**Salário**	**Número de funcionários**
Júnior	R$ 1 050,00	3
Pleno	R$ 1 300,00	5
Sênior	R$ 2 050,00	4

Dados obtidos pela empresa B em dezembro de 2023.

Empresa C		
Cargo	**Salário**	**Número de funcionários**
Júnior	R$ 1 150,00	2
Pleno	R$ 1 850,00	6
Sênior	R$ 2 640,00	2

Dados obtidos pela empresa C em dezembro de 2023.

a) Qual é o salário médio dos funcionários de cada empresa? **4. a)** empresa A: R$ 1 430,00; empresa B: R$ 1 487,50; empresa C: R$ 1 868,00

b) A primeira empresa a participar do curso de capacitação oferecido pela prefeitura foi a que tem os funcionários cujos salários apresentam a menor amplitude. Qual é essa empresa? **4. b)** a empresa B

Compreender um texto

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Jovens na proteção do meio ambiente

O poder dos jovens na proteção do meio ambiente

Já ouviu falar no movimento *Friday [Fridays] for future* (sexta [sextas] para o futuro)? Ele nasceu na Suécia, a partir da ação de Greta Thunberg, uma jovem de 16 anos. Ela estava muito preocupada com as mudanças climáticas e pensou que precisava descobrir um jeito de protestar contra o que estava acontecendo.

Greta passou a ir todas as sextas-feiras para a porta do Parlamento sueco, na cidade de Estocolmo, para exigir que fossem tomadas medidas que evitem o aquecimento global. "Como não posso votar, essa é uma das maneiras que eu posso fazer minha voz ser ouvida", declarou durante uma entrevista.

[...]

Pensar global, agir local

[...] além da participação nas manifestações, uma boa forma de apoiar Greta é ter consciência de que pequenas ações do dia a dia podem melhorar o meio ambiente.

É preciso, sim, estar ligado ao que acontece no mundo, mas podemos e devemos agir em nosso meio, em nossa casa e escola. O seu exemplo pode influenciar amigos, vizinhos e família, estabelecendo uma corrente do bem.

ANTONELLO MARANGI/SHUTTERSTOCK

O movimento *Fridays for future* começou em 2018 por meio da iniciativa da sueca Greta Thunberg e ganhou o apoio de jovens de todo o mundo. No dia 24 setembro de 2021, milhares de pessoas no mundo todo, inclusive no Brasil, foram às ruas para cobrar das autoridades ações reais em relação à contenção das mudanças climáticas. Foto de Turim, Itália, 2021.

(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.

Compreender um texto

Objetivos

- Desenvolver a competência leitora.
- Trabalhar os Temas Contemporâneos Transversais **Educação Ambiental** e **Educação para o Consumo** da macroárea **Meio Ambiente**.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA35 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA35 ao propor que os estudantes calculem a média aritmética de um conjunto de dados e utilizem seus conhecimentos acerca da amplitude de um conjunto de dados.

Orientações

- Para iniciar o trabalho com o texto, pergunte aos estudantes o que sabem sobre o movimento *Fridays for future* e a atuação de Greta Thunberg. É possível que eles já tenham deparado com o assunto nas redes sociais ou assistindo aos noticiários na televisão. Nesse caso, incentive-os a compartilhar seus conhecimentos com os colegas. A troca de informações pode colaborar para a formação cidadã de cada um, como também para que compreendam os problemas atuais sobre as mudanças climáticas e o consumo consciente. Dessa maneira, os conhecimentos adquiridos sobre o cuidado com o meio ambiente ajudam os estudantes a entender e tratar as consequências do consumo em excesso e do aquecimento do planeta, incentivando-os a mudar suas condutas. Caso julgue necessário, acesse o *site* brasileiro do movimento *Fridays for future* (disponível em: https://www.fridaysforfuturebrasil.org. Acesso em: 31 maio 2021), para embasar a conversa com a turma.
- Essa abordagem possibilita o desenvolvimento de aspectos dos Temas Contemporâneos Transversais **Educação Ambiental** e **Educação para o Consumo** da macroárea **Meio ambiente**.

- O objetivo da atividade **1** é avaliar a capacidade dos estudantes de identificar diferentes gêneros textuais. Se necessário, auxilie-os, chamando a atenção para algumas características do texto relacionadas ao gênero jornalístico, como o emprego de uma linguagem clara e direta, ter como objetivo informar o leitor sobre determinado assunto, entre outras.
- Na atividade **4**, incentive os estudantes a comentar ações que praticam no cotidiano com o intuito de minimizar os impactos ao meio ambiente. Caso não pratiquem nenhuma, sugira que pensem em ações que poderiam praticar no futuro. Se julgar oportuno, organize um mural para que eles possam expor suas experiências na escola.

Compreender um texto

Recusar, Refletir, Reduzir, Reutilizar, Reciclar... e revolucionar!

As ações mais efetivas que podemos praticar em quase todos os lugares são reciclar e reutilizar materiais. A seguir, algumas dicas sobre como colocar em prática estes 5Rs que podem salvar o meio ambiente!

- **Repensar o que nós consumimos**: [...] Pense bem: será que é preciso comprar algo novo ou dá para reaproveitar algo que já temos em casa?
- **Recusar produtos que prejudiquem o meio ambiente**: sabe o canudinho que vem com o suco? O copinho descartável de água? A sacolinha plástica do mercado? Que tal levar seu copo reutilizável na mochila e usar sacolas de pano?
- **Reduzir a produção de lixo**: em vez de comprar vários pacotinhos de biscoito, que tal comprar um pacote grande e guardar em um pote?
- **Reutilizar**: dar utilidade a um objeto que, a princípio, foi fabricado para outro fim. É o caso do artesanato feito com garrafas pet, ou da latinha que você enfeita e usa para acomodar os seus lápis, por exemplo;
- **Reciclar**, que significa transformar resíduos em novos produtos, como as roupas tecidas com um fio feito a partir de garrafas PET [...].

BRASIL. Câmara dos Deputados. O poder dos jovens na proteção do meio ambiente. *Plenarinho*: o jeito criança de ser cidadão, Brasília, DF, 26 fev. 2020. Disponível em: https://plenarinho.leg.br/index.php/2020/02/o-poder-jovens/. Acesso em: 31 maio 2022.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Qual é o gênero do texto apresentado? Onde e quando ele foi publicado? **1.** Jornalístico. Foi publicado no *site* da Câmara dos Deputados, pelo programa *Plenarinho*, em 26 de fevereiro de 2020.

2. De acordo com o texto, como surgiu o movimento *Fridays for future* (sexta para o futuro)?

3. Os estudantes do 7º ano da escola em que Tobias estuda organizaram uma campanha de separação e coleta de garrafas PET. A tabela apresenta a quantidade de garrafas PET coletadas mensalmente pelas turmas A e B.

2. O movimento surgiu quando a jovem sueca Greta Trunberg passou a ir todas as sextas-feiras para a porta do Parlamento, para exigir que fossem tomadas medidas que evitem o aquecimento global.

Garrafas PET coletadas pelos estudantes do 7º ano

Mês	Quantidade arrecadada (em quilograma)	
	Turma A	Turma B
Março	20	18
Abril	29	19
Maio	23	37
Junho	28	15
Julho	27	34
Agosto	23	13
Setembro	28	28
Outubro	26	30
Novembro	25	11

Dados obtidos pela escola em 2023.

3. a) Turma A: aproximadamente 25,44 kg; turma B: aproximadamente 22,78 kg.

a) Em média, quantos quilogramas de garrafas PET foram coletados pela turma A por mês? E pela turma B?

b) Entre as turmas A e B, qual teve uma regularidade maior na arrecadação de garrafas? Justifique sua resposta. **3. b)** Turma A, pois a amplitude das medidas de massa de garrafas PET coletadas por essa turma é menor do que a coletada pela turma B.

4. Você já praticou ou pratica algum dos 5Rs apresentados no texto? Reúna-se em grupo e compartilhe as experiências vivenciadas. **4.** Resposta pessoal.

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1\. c) $\frac{1}{2}x - 1 = 3$; $x = 8$ 1. d) $\frac{3}{4}x + 5 = \frac{1}{2}$; $x = -6$

1. Escreva a equação correspondente a cada sentença a seguir. Depois, resolva-a.

1\. a) $3x + 3 = 24$; $x = 7$

a) O resultado da adição do triplo de um número com 3 é igual a 24. Qual é esse número?

b) A diferença entre o dobro de um número e 25 é igual a 7. Qual é esse número?

1\. b) $2x - 25 = 7$; $x = 16$

c) Metade de um número menos 1 tem como resultado 3. Que número é esse?

d) Três quartos de um número adicionados a 5 resulta em $\frac{1}{2}$. Que número é esse?

2. Associe as equações equivalentes.

2\. A – III; B – I; C – IV; D – II

A	$x + 6 = 9$	I	$2x - 8 = 10$
B	$x - 4 = 5$	II	$4x + 8 = 12$
C	$x = 2$	III	$(x + 6) - 2 = 7$
D	$x + 2 = 3$	IV	$5x = 10$

3. Responda às questões.

a) Qual é a raiz da equação $\frac{3}{5}x = 1$? 3. a) $\frac{5}{3}$

b) Qual é a solução dessa equação se $U = \mathbb{N}$?

3\. b) Não tem solução.

c) Qual é a solução dessa equação se $U = \mathbb{Z}$?

3\. c) Não tem solução.

d) Qual é a solução dessa equação se $U = \mathbb{Q}$?

3\. d) $\frac{5}{3}$

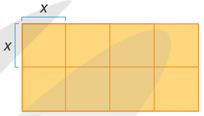
4. Considerando $U = \mathbb{Q}$, determine a solução das equações a seguir.

a) $4x + 13 = x - 17$ 4. a) $x = -10$

b) $\frac{x + 1}{3} = \frac{1 - x}{2}$ 4. b) $x = \frac{1}{5}$

c) $3(y - 5) = 25 + 2y$ 4. c) $y = 40$

5. Observe a figura e faça o que se pede.



a) Escreva a expressão correspondente à medida do perímetro da figura. 5. a) $12x$

5\. b) 5 cm

b) Determine a medida de comprimento de x para que o perímetro da figura meça 60 cm.

c) Se $x = 100$ cm, qual será a medida do perímetro da figura? 5. c) 1 200 cm

d) Escreva a expressão correspondente à medida de área da figura. 5. d) $2x \cdot 4x$ ou $8x^2$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

6. (Saeb) Uma prefeitura aplicou R$ 850 mil na construção de 3 creches e um parque infantil. O custo de cada creche foi de R$ 250 mil. A expressão que representa o custo do parque, em mil reais, é: 6. alternativa d

a) $x + 850 = 250$

b) $x - 850 = 750$

c) $850 = x + 250$

d) $850 = x + 750$

7. O entregador de uma empresa recebe mensalmente um salário fixo de R$ 1 280,00 mais R$ 0,70 por quilômetro percorrido.

MARCOS MACHADO/ARQUIVO DA EDITORA

- Qual foi a medida de distância, em quilômetro, que o entregador percorreu para receber esse salário? 7. 2 300 km

8. Ari foi contratado para trocar o piso de um salão. Ele cobrou R$ 300,00 para tirar o piso velho e mais uma quantia por metro quadrado de piso novo assentado.

Sabendo que o salão mede 57 m² e que a mão de obra total ficou em R$ 1 326,00, responda: quanto Ari cobrou por metro quadrado de piso novo assentado? 8. R$ 18,00

9. Um alpinista aceitou o desafio de escalar o maior pico da América: o Aconcágua. Durante a subida, enfrentou uma forte tempestade e, por segurança, parou quando faltavam $\frac{3}{5}$ da medida da distância total. Se ele tivesse subido mais 696 metros, teria percorrido aproximadamente metade da medida da distância total. Quanto mede, aproximadamente, a altitude desse pico?

9\. aproximadamente 6 960 m

10. João colocou o carro dele à venda, e Marcos propôs pagar pelo carro R$ 16 800,00.

Se João vender o carro por esse valor, perderá $\frac{3}{10}$ do valor de mercado. Qual é o preço de mercado do carro de João? 10. R$ 24 000,00

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA18.

Habilidade da BNCC

- A habilidade EF07MA18 é desenvolvida nesta seção por meio da resolução das atividades **1** a **11**.

Orientações

- Ao realizarem as atividades **1** a **8**, avalie se os estudantes têm dificuldades para transitar entre o registro em língua materna e o registro algébrico. Também procure diagnosticar se calculam as raízes das equações aplicando os princípios aditivo e multiplicativo corretamente. Se necessário, repense então as estratégias didático-pedagógicas adotadas e planeje medidas que possam contribuir para que os estudantes superem suas dificuldades.
- Incentive os estudantes a identificar o conjunto universo das equações obtidas nos problemas propostos nas atividades **9**, **10** e **11**. Alerte-os para a possibilidade de o contexto do problema impor restrições para os possíveis valores que a incógnita pode assumir. Caso julgue necessário, apresente exemplos.

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

- Amplie as propostas das atividades desta seção pedindo aos estudantes que elaborem problemas que possam ser traduzidos por equações e inequações. Depois, oriente-os a trocar com um colega os problemas que elaboraram, para resolver os problemas propostos por ele.
- Ao final dessa seção, proponha uma autoavaliação para os estudantes. No rodapé, são sugeridas algumas questões. É importante que cada item seja analisado e adaptado à realidade da turma.

▶ Atividades de revisão

11. Beatriz comprou uma caixa com 14 lápis para dividir entre seus três filhos de acordo com a quantidade que cada um precisava. Assim, Ricardo recebeu 3 lápis a menos que Jorge, e Régis ganhou 2 lápis a mais que Jorge. Quantos lápis ganhou cada um dos filhos?

11. Jorge: 5; Ricardo: 2; Régis: 7

12. Letícia queria organizar seus filmes em DVD. Para isso, ela os enfileirou em uma estante, separando-os por gênero: aventura, comédia e ficção científica. Ao final, ela contou 56 DVDs. A quantidade de filmes de ficção científica corresponde à metade da quantidade de filmes de comédia, que, por sua vez, corresponde à metade da quantidade de filmes de aventura. Quantos filmes de cada gênero Letícia tem?

12. 8 filmes de ficção científica, 16 de comédia e 32 de aventura.

13. Resolva as inequações considerando $U = \mathbb{Q}$.

a) $3(4x - 8) + 2 \geqslant 5 - 2(3 - 2x)$ **13. a)** $x \geqslant \frac{21}{8}$, com $x \in \mathbb{Q}$

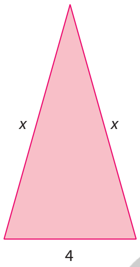
b) $\frac{x+2}{4} \leqslant \frac{x-3}{6}$ **13. b)** $x \leqslant -12$, com $x \in \mathbb{Q}$

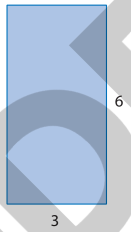
c) $x - \frac{x+1}{3} > \frac{x}{2}$ **13. c)** $x > 2$, com $x \in \mathbb{Q}$

d) $2(x - 1) - (1 - x) \geqslant 3(x + 2)$

13. d) Não tem solução.

14. Observe as figuras a seguir.





ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Para que valores de x a medida do perímetro do triângulo é maior que a medida do perímetro do retângulo? **14.** $x > 7$

15. Certo guindaste suporta uma carga com medida máxima de 12 toneladas de massa.

Sabendo que ele vai transportar dois contêineres de mesma medida de massa x e uma caixa cuja massa mede 4 toneladas, faça o que se pede.

a) Escreva uma inequação que represente essa situação. **15. a)** $2x + 4 \leqslant 12$

b) Qual é a medida de massa máxima que cada contêiner pode ter? **15. b)** 4 toneladas

16. No fim do ano, uma empresa oferece aos funcionários um vale-presente e uma cesta de Natal. Para isso, é destinado um orçamento de R$ 25 000,00, dos quais R$ 15 000,00 são gastos com as cestas e o restante determina o valor do vale-presente. Sabendo que há 48 funcionários nessa empresa, qual é o maior valor inteiro que o vale-presente pode ter para não estourar o orçamento? **16.** R$ 208,00

17. Alexandre e Mara estão poupando uma quantia há algum tempo para comprar um carro que custa R$ 34 000,00. Observe a cena e responda às questões a seguir.

MARCOS MACHADO/ARQUIVO DA EDITORA

17. a) não

a) O dinheiro que eles têm na aplicação e na poupança é suficiente para comprar o carro?

b) Que desigualdade podemos escrever para relacionar a quantia que Alexandre e Mara têm e o valor do carro?

17. b) $18\,700 + 12\,400 < 34\,000$ ou $31\,100 < 34\,000$

18. Em uma escola, para um estudante ser aprovado, deve ter a média das notas dos 4 bimestres maior ou igual a 5. Observe as notas de um estudante.

1º bimestre	2º bimestre	3º bimestre	4º bimestre
3,0	5,0	4,5	?

Qual é a nota mínima que esse estudante precisa tirar no 4º bimestre para ser aprovado? **18.** 7,5

19. Rafael e Henrique têm menos de 30 anos, mas, se adicionarmos a idade dos dois, obteremos um valor maior que 30. A idade do mais velho corresponde ao quádruplo da idade do mais novo. Qual é a idade de cada um?

19. O mais novo tem 7 anos, e o mais velho, 28 anos.

Eu...	Sim	Às vezes	Não
... reconheço uma equação do 1º grau com uma incógnita?			
... compreendo o que são incógnitas?			
... sei traduzir situações-problema por meio de equações do 1º grau com uma incógnita?			
... sei resolver uma equação do 1º grau com uma incógnita?			
... reconheço uma inequação do 1º grau com uma incógnita?			
... sei traduzir situações-problema por meio de inequações do 1º grau com uma incógnita?			
... sei resolver uma inequação do 1º grau com uma incógnita?			
... sei utilizar letras para descrever incógnitas?			
... sei interpretar situações-problema e traduzi-las matematicamente utilizando letras e demais símbolos?			
... consigo reconhecer quais operações precisam ser utilizadas para representar uma situação-problema a partir de uma equação ou inequação de 1º grau?			

CAPÍTULO

8

Polígono, circunferência e círculo

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF07MA22
EF07MA27
EF07MA33
EF07MA37

1 Polígono e seus elementos

As asas da libélula são formadas por diversas partes que lembram polígonos. Observe.


Libélula.

JAN VAN ARKEL/NIS/MINDEN PICTURES/FOTOARENA

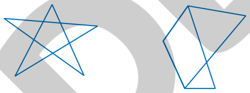
Um **polígono** é uma linha poligonal plana fechada e simples mais sua região interna.

Recorde

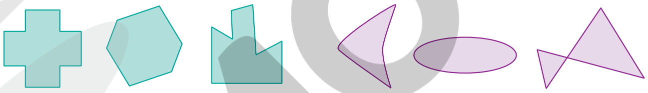
Linha poligonal plana é uma linha do plano formada apenas por segmentos de reta consecutivos (quando a extremidade de um segmento é também extremidade do outro) e não colineares.

- Linhas poligonais fechadas e simples: os segmentos não se cruzam.

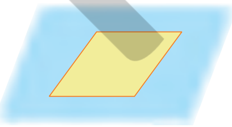
- Linhas poligonais fechadas e não simples: os segmentos se cruzam.



Observe exemplos de polígonos e de figuras que não são polígonos.


São polígonos.
Não são polígonos.

A linha poligonal é o contorno do polígono e separa o plano em duas regiões: a região **interna** do polígono e a região **externa** a ele.


A linha laranja é o contorno do polígono, a parte amarela é a região interna do polígono e a parte azul é a região externa ao polígono.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Polígonos e seus elementos

Objetivos

- Reconhecer um polígono e seus elementos.
- Distinguir polígonos convexos de não convexos.
- Reconhecer polígonos regulares.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA27 e da competência específica 6 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA27 porque os estudantes deverão verificar que, em um polígono, os ângulos internos e externos com vértice comum são adjacentes suplementares.

Orientações

- Para o desenvolvimento do conceito de polígono são apresentados exemplos de figuras que são polígonos e de figuras que não são polígonos. Reproduza as figuras que não são polígonos no quadro e incentive os estudantes a justificar o porquê de não serem polígonos com base na definição apresentada.

(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

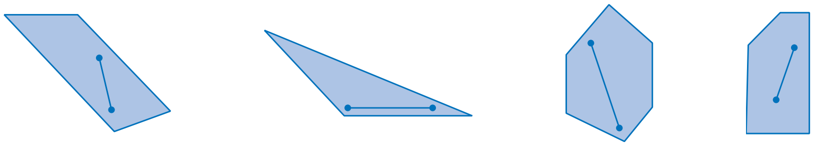
Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

- Após introduzir os conceitos de polígonos convexos e não convexos, desenhe alguns polígonos no quadro e peça aos estudantes que os classifiquem em convexos e não convexos. É importante avaliar se está claro para eles a distinção entre os dois conceitos.
- Ao serem apresentados os polígonos convexos, diga aos estudantes que, apesar de ter sido representado apenas um segmento de reta no interior de cada um deles, poderia ter sido tomado qualquer segmento de reta com extremidades no interior destes polígonos, que ainda assim todos os seus pontos estariam situados em seu interior.
- No boxe *Observação* mostra-se a relação entre ângulos internos e externos de polígonos. Julgando pertinente, retome os conceitos de ângulos adjacentes e suplementares com a turma.
- Se achar conveniente, comente com os estudantes que, em cada vértice do polígono, poderíamos considerar outro ângulo externo. Por exemplo, no vértice *A*, poderíamos considerar os ângulos externos formados pelo prolongamento do lado $\overline{AE}$ e pelo lado $\overline{AB}$.

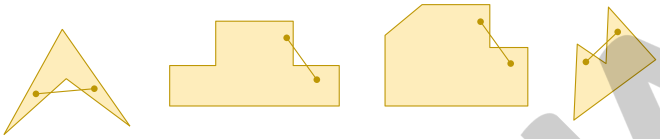
Polígono convexo e polígono não convexo

Um polígono pode ser classificado em convexo ou não convexo.

Se todos os segmentos de reta com extremidades no interior de um polígono tiverem todos os seus pontos situados no interior desse polígono, ele será **convexo**. Observe alguns exemplos.

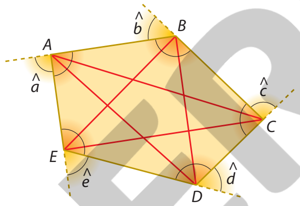


Se um segmento de reta tiver extremidades no interior de um polígono, mas nem todos os seus pontos estiverem situados no interior desse polígono, ele será **não convexo**. Observe alguns exemplos.



Elementos de um polígono

Considere o polígono convexo representado e a indicação de seus elementos.



- **Lados** são os segmentos de reta que limitam o polígono: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EA}$
- **Vértices** são os pontos que são extremidades dos lados do polígono: *A*, *B*, *C*, *D* e *E*
- **Diagonais** são segmentos de reta cujas extremidades são vértices que não pertencem a um mesmo lado do polígono: $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{BD}$ e $\overline{CE}$
- **Ângulos internos** são os ângulos formados por um par de lados consecutivos que contém a região interna do polígono: $E\hat{A}B$, $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$, $C\hat{D}E$ e $D\hat{E}A$ (também podem ser indicados por $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ e $\hat{E}$, respectivamente)
- **Ângulos externos** são os ângulos formados pelo prolongamento de um dos lados do polígono e por seu lado consecutivo e que não contêm a região interna do polígono: $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$ e $\hat{e}$

Observação

Em um polígono convexo, cada ângulo interno e o ângulo externo com vértice comum são adjacentes suplementares. Assim, a soma das medidas de suas aberturas é igual a 180°. Então, no polígono *ABCDE* acima, temos:

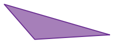
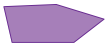
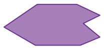
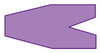
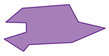
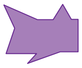
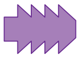
- $\text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{a}) = 180°$
- $\text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{b}) = 180°$
- $\text{med}(\hat{C}) + \text{med}(\hat{c}) = 180°$
- $\text{med}(\hat{D}) + \text{med}(\hat{d}) = 180°$
- $\text{med}(\hat{E}) + \text{med}(\hat{e}) = 180°$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Nome dos polígonos

Alguns polígonos são nomeados de acordo com o número de lados. Observe.

Número de lados	Nome do polígono	Exemplo de polígono	Número de vértices	Número de ângulos internos
3	Triângulo		3	3
4	Quadrilátero		4	4
5	Pentágono		5	5
6	Hexágono		6	6
7	Heptágono		7	7
8	Octógono		8	8
9	Eneágono		9	9
10	Decágono		10	10
11	Undecágono		11	11
12	Dodecágono		12	12
15	Pentadecágono		15	15
20	Icoságono		20	20

Para pensar: polígonos não regulares

Para pensar

ROY KALMSTER/EYEEM/GETTY IMAGES

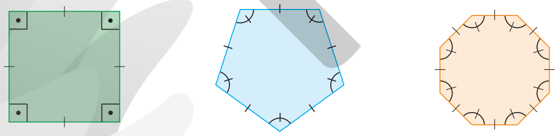
Uma teia de aranha é formada por diversas partes que lembram polígonos. Esses polígonos são regulares ou não regulares?

Note que, para cada um desses polígonos, o número de vértices, de lados e de ângulos internos é sempre o mesmo. Isso vale para qualquer polígono.

Polígonos regulares

Os polígonos podem ser classificados segundo as medidas de comprimento dos lados ou das medidas de abertura dos ângulos.

Os polígonos que têm todos os lados de mesma medida de comprimento são denominados **polígonos equiláteros**. Aqueles que têm todos os ângulos internos de mesma medida de abertura são denominados **polígonos equiângulos**. E os polígonos que têm lados de mesma medida de comprimento e ângulos de mesma medida de abertura são denominados **polígonos regulares**.



Polígonos regulares.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

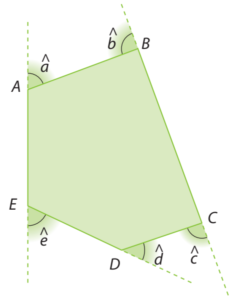
- A terminologia correta deve ser considerada importante no desenvolvimento de conceitos geométricos. Explore o quadro com os estudantes, pesquisando o significado de alguns prefixos ou sufixos, como *equi-* (traz a ideia de "igualdade") em equilátero ou *-gono* (exprime a ideia de "ângulo") em hexágono. O objetivo é evitar que memorizem a nomenclatura sem a atribuição de significado.
- Aproveite a pergunta do boxe *Para pensar* e peça aos estudantes para justificarem suas respostas. Espera-se que eles respondam que as paredes lembram polígonos não regulares, porque seus lados não têm a mesma medida de comprimento.

- Aproveite a atividade **2** e pergunte aos estudantes se o quadrilátero desenhado no item **a** é regular. A resposta dependerá do quadrilátero desenhado, uma vez que eles podem ter desenhado quadrados (quadriláteros regulares) ou retângulos (que não são regulares, pois são equiângulos, mas não são equiláteros).

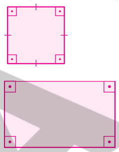
ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe o polígono e responda às questões.



2. a) Exemplos de resposta:

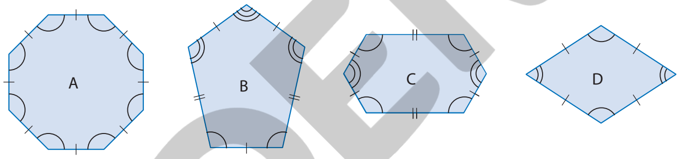


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quais são seus vértices? **1. a)** *A*, *B*, *C*, *D* e *E*
b) Quais são seus lados? **1. b)** $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EA}$
c) Quais são seus ângulos internos? **1. c)** $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$, $C\hat{D}E$, $D\hat{E}A$ e $E\hat{A}B$
d) Quais são seus ângulos externos destacados na figura? **1. d)** $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$ e $\hat{e}$
e) Quais são suas diagonais? **1. e)** $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CE}$

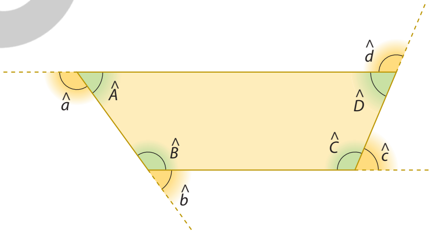
2. Usando régua graduada e transferidor, desenhe no caderno:
a) um quadrilátero com todos os ângulos internos com abertura medindo 90°;
b) um polígono não equilátero e não equiângulo. **2. b)** Resposta pessoal.

3. Observe as figuras e identifique, no caderno, a(s) afirmação(ões) verdadeira(s). **3.** alternativas **a** e **c**



a) O polígono A é um polígono regular.
b) O polígono C é um hexágono equiângulo.
c) O polígono D é um quadrilátero equilátero.
d) O polígono B é um pentágono equiângulo.

4. Observe a figura e, depois, responda à questão.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Qual é a relação entre os ângulos interno e externo que possuem o mesmo vértice?

4. São adjacentes suplementares.

Informática e Matemática

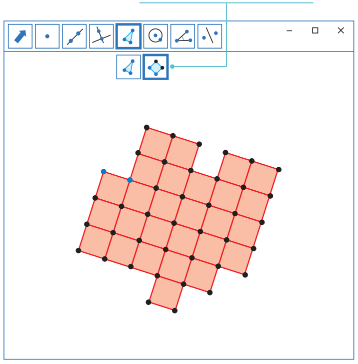
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Mosaicos

Nessa seção, você vai utilizar um *software* de Geometria dinâmica para construir mosaicos usando apenas polígonos regulares. Para isso, os polígonos precisam ter pelo menos um vértice em comum e se encaixar perfeitamente, de forma que não se sobreponham nem haja espaços entre eles.

CONSTRUA

Siga os passos para construir mosaicos com polígonos regulares. Para a construção de cada polígono, use a ferramenta própria para traçar polígonos regulares, destacada na ilustração.

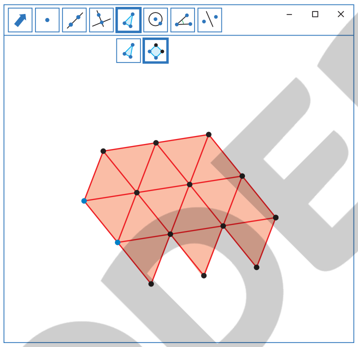

Ferramenta que traça polígonos regulares a partir de dois pontos.

Mosaico de quadrados

1º) A partir de dois pontos quaisquer, construa um quadrado.

2º) Selecione dois vértices consecutivos do quadrado construído e faça outro quadrado.

3º) Construa outros quadrados a partir de dois vértices consecutivos de um quadrado já existente até que o mosaico atinja as dimensões desejadas.

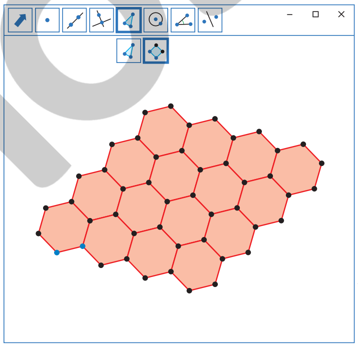


Mosaico de triângulos equiláteros

1º) A partir de dois pontos quaisquer, construa um triângulo equilátero.

2º) Selecione dois vértices consecutivos do triângulo construído e faça outro triângulo equilátero.

3º) Construa outros triângulos equiláteros a partir de dois vértices consecutivos de um triângulo já existente até formar o mosaico desejado.


ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Mosaico de hexágonos regulares

1º) A partir de dois pontos quaisquer, construa um hexágono regular.

2º) Selecione dois vértices consecutivos do hexágono construído e faça outro hexágono regular.

3º) Construa outros hexágonos regulares a partir de dois vértices consecutivos de um hexágono já existente até formar o mosaico desejado.

Informática e Matemática

Objetivos

- Construir mosaicos com polígonos regulares com *software* de Geometria dinâmica.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 5, da competência específica 5 e da habilidade EF07MA27 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA27 porque é trabalhado o desenho de mosaicos com triângulos equiláteros e hexágonos regulares e também com dois polígonos regulares diferentes entre si, situação na qual são exploradas as somas das medidas de abertura de ângulos externos de polígonos diferentes.

Orientações

- Nesta seção, os estudantes utilizarão um *software* de Geometria dinâmica para construir mosaicos usando apenas polígonos regulares. Em *Construa*, eles deverão construir mosaicos de quadrados, triângulos equiláteros, hexágonos regulares e um composto de polígonos regulares diferentes. Os mosaicos, além de ser uma fonte de exploração de conceitos geométricos, também possuem função artística. Atividades como essa, em que os estudantes utilizam tecnologias digitais para produzir conhecimento, contribuem para que eles exerçam protagonismo, o que favorece o desenvolvimento da competência geral 5 da BNCC.
- Comente com os estudantes que, na construção de um polígono regular, a ordem de seleção dos vértices determina o lado em que o polígono será construído. Caso um polígono se sobreponha a outro, oriente-os a desfazer a construção do polígono sobreposto e, então, modificar a ordem de seleção dos vértices.

Competência geral 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

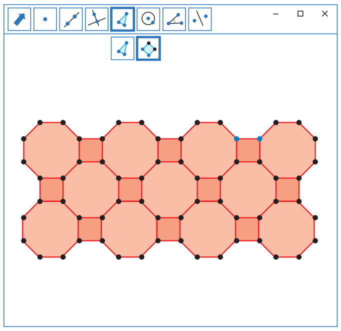
Competência específica 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

- De modo geral, os *softwares* de Geometria dinâmica permitem que as cores dos polígonos sejam modificadas. Peça aos estudantes que pintem alguns polígonos e variem as formas utilizadas para obter diferentes padrões de mosaicos.
- Em *Investigue*, os estudantes deverão calcular as medidas de abertura dos ângulos internos de alguns polígonos regulares sem o uso de fórmulas. Para isso, deverão fazer uso das ferramentas do *software* e analisar a figura construída. Atividades como essa, em que a tecnologia digital é utilizada para resolver problemas ou investigar propriedades, contribuem para o desenvolvimento da competência específica 5 da BNCC.
- No item **c**, espera-se que os estudantes percebam que, se escolhermos um vértice do mosaico, teremos ao seu redor dois octógonos e um quadrado. Como a abertura do ângulo interno de um quadrado mede 90°, a medida de abertura dos dois ângulos do octógono é 360° − 90°, que é igual a 270°. Então, para descobrir a medida de abertura de um ângulo interno do octógono, basta obter a metade de 270°, que é 135°.

▶ Informática e Matemática

Mosaico composto de dois polígonos regulares diferentes



Para compor um mosaico, também podemos combinar dois ou mais polígonos regulares. Siga os passos a seguir e construa um mosaico formado por octógonos regulares e quadrados.

1º) A partir de dois pontos quaisquer, construa um octógono regular.

2º) Selecione dois vértices consecutivos do octógono regular construído e faça um quadrado.

3º) Alterne a construção de octógonos e quadrados seguindo o padrão mostrado no mosaico aqui representado até formar o mosaico desejado.

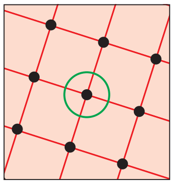
INVESTIGUE

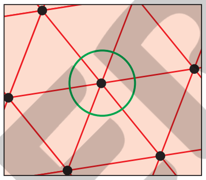
Investigue: a) As medidas de abertura dos ângulos internos dos polígonos regulares não mudaram.; **b)** triângulo equilátero: 60°; hexágono regular: 120°; **c)** Resposta em *Orientações*.

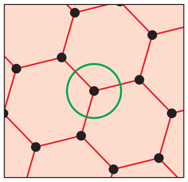
Faça o que se pede utilizando as ferramentas do *software*.

a) Movimente os pontos móveis dos mosaicos construídos, mudando a medida de comprimento de seus lados. O que aconteceu com as medidas de abertura dos ângulos internos dos polígonos quando modificamos as medidas de comprimento dos lados dos polígonos?

b) Se, em um dos três primeiros mosaicos construídos, escolhermos um vértice de um polígono cercado por polígonos em toda a sua volta, a soma das medidas de abertura dos ângulos internos dos polígonos ao redor desse vértice será 360°.

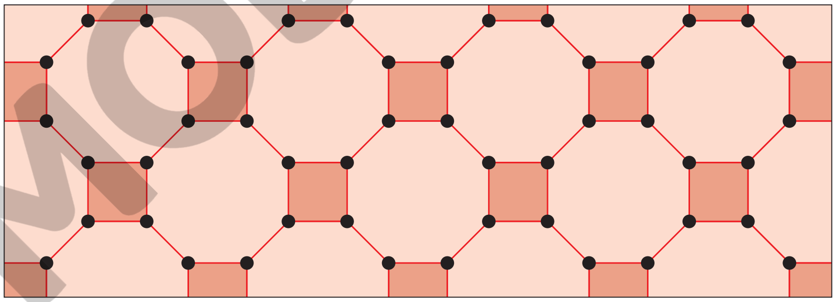






- Considerando essa informação, é possível determinar as medidas de abertura dos ângulos internos desses polígonos. Calcule a medida de abertura do ângulo interno do triângulo equilátero e do hexágono regular.

c) Observe o mosaico construído com octógonos regulares e quadrados.



- Como podemos descobrir a medida de abertura do ângulo interno do octógono regular? Qual é essa medida?

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

2 Circunferência e círculo

Observe a fotografia.

O bambolê usado pela ginasta lembra qual figura geométrica?

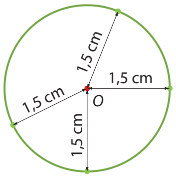
Em nosso dia a dia, percebemos a presença de formas circulares em vários objetos. O bambolê é um exemplo de objeto que lembra uma circunferência.

VCG/GETTY IMAGES

Rut Castillo, do México, durante competição de ginástica rítmica nos Jogos Olímpicos de Tóquio, Japão, 2021.

Circunferência é a figura geométrica formada por todos os pontos de um plano que estão à mesma medida de distância de um ponto fixo desse plano. O ponto fixo é chamado **centro da circunferência**.

Na figura abaixo, por exemplo, a linha verde representa uma circunferência cujo centro é o ponto *O*, e a distância desse ponto a qualquer ponto da circunferência mede 1,5 cm de comprimento.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Na foto a seguir, a parte azul da roda-gigante em que as cabines estão presas lembra uma circunferência. Note que a medida da distância entre o centro da roda e qualquer ponto dessa parte azul é a mesma.

VITALLIY/SHUTTERSTOCK

Roda-gigante.

Para traçar uma circunferência, podemos contornar objetos circulares, utilizar fios e linhas ou usar um compasso.

FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

Circunferência e círculo

Objetivos

- Distinguir os conceitos de circunferência e círculo.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF07MA22 e EF07MA33.

Habilidades da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA22 porque os estudantes deverão construir circunferências utilizando o compasso e reconhecê-las como lugar geométrico. Já a habilidade EF07MA33 tem seu desenvolvimento favorecido porque os estudantes deverão estabelecer o número π como a razão entre as medidas de comprimento de uma circunferência e de seu diâmetro.

Orientações

- Antes de iniciar o tópico, explore os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o termo “circunferência”.
- Peça aos estudantes que construam circunferências contornando objetos circulares com fios e linhas e, também, usando o compasso. Nas circunferências construídas com compasso, peça que meçam a distância do centro a alguns pontos delas. A ideia é que eles verifiquem, antes da formalização, que a circunferência é o lugar geométrico de todos os pontos de um plano que estão a uma mesma medida de distância de um ponto fixo desse plano. Em propostas como esta, que indicam o uso do compasso, alerte os estudantes sobre o cuidado em seu manuseio, a fim de evitar acidentes.

(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.

(EF07MA33) Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.

- Proponha aos estudantes que reproduzam o experimento feito por Camila e tenham a oportunidade de verificar na prática que o quociente entre a medida aproximada do comprimento da circunferência e a medida de comprimento do diâmetro correspondente é próximo de 3,14. Neste experimento, acompanhe o processo e certifique-se de que eles manuseiam os compassos com cuidado.

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

Raio e diâmetro de uma circunferência

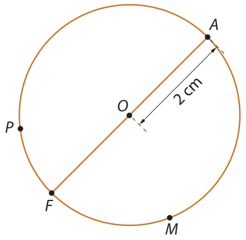
Qualquer segmento de reta cujas extremidades são o centro e um ponto qualquer da circunferência chama-se **raio da circunferência**.

Qualquer segmento de reta que tem as duas extremidades na circunferência e que passa pelo seu centro chama-se **diâmetro**.

Na circunferência representada:

- O é o centro;
- A, F, P e M são alguns pontos da circunferência;
- $\overline{AO}$ é um raio;
- $\overline{FA}$ é um diâmetro.

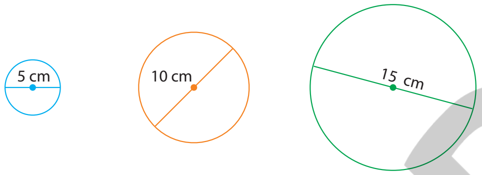
O comprimento do raio dessa circunferência mede 2 cm e o comprimento do diâmetro mede 4 cm.



Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

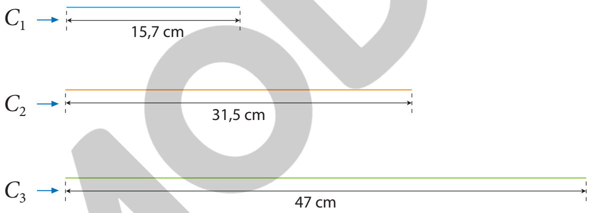
Comprimento de uma circunferência

Camila desenhou três circunferências usando um compasso e indicou a medida de comprimento de seus diâmetros.



Em seguida, ela colocou uma linha sobre o contorno de cada circunferência e, depois, mediu o comprimento aproximado de cada linha.

A medida do comprimento de cada linha corresponde à medida do comprimento da circunferência. Considere as medidas aproximadas dos comprimentos das circunferências C_1, C_2 e C_3 que Camila obteve ao medir o comprimento das linhas.



Observe os valores que Camila obteve ao calcular o quociente entre a medida aproximada do comprimento de cada circunferência e a medida do diâmetro correspondente.

C_1: $\frac{15,7}{5} = 3,14$ C_2: $\frac{31,5}{10} = 3,15$ C_3: $\frac{47}{15} = 3,1333...$

Como é possível perceber, os valores obtidos por Camila nesses quocientes estão próximos de 3,14.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Os números próximos de 3,14 que Camila obteve ao dividir as medidas dos comprimentos das circunferências pelas medidas dos comprimentos dos diâmetros correspondentes, na mesma unidade, são aproximações de um número não racional chamado pi (representado pela letra grega π).

$\pi = 3{,}14159265...$

Observação

O número π não é racional porque tem infinitas casas decimais e não tem parte periódica.

Círculo

A figura geométrica formada por uma circunferência e sua região interna chama-se **círculo**.

É preciso prestar atenção para não confundir circunferência com círculo.

Observe alguns objetos que lembram círculos.

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.


FERNANDO FAVORETTO/ CRIAR IMAGEM

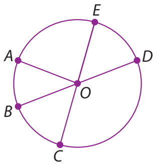
Placa "proibido estacionar".


BANCO CENTRAL DO BRASIL

Moeda de 1 real.

ATIVIDADES FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. No caderno, classifique os segmentos considerando que o centro da circunferência é o ponto *O*.



a) $\overline{OC}$ 1. a) raio

b) $\overline{OA}$ 1. b) raio

c) $\overline{BD}$ 1. c) diâmetro

d) $\overline{OE}$ 1. d) raio

e) $\overline{CE}$ 1. e) diâmetro

f) $\overline{OD}$ 1. f) raio

2. Com um compasso, construa uma circunferência de centro *O* e diâmetro com medida de comprimento igual a 4 cm. Depois, faça o que se pede. 2. Respostas em *Orientações*.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

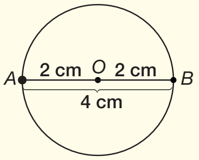
a) Trace um raio $\overline{AO}$ e um diâmetro $\overline{AB}$.

b) Determine a medida de comprimento dessa circunferência.

- Converse com um colega e verifique se vocês determinaram a medida de comprimento da circunferência do mesmo modo.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- É importante que os estudantes percebam a diferença entre circunferência e círculo – o círculo constitui a região compreendida pela circunferência e sua região interna.
- Exemplo de resposta do item **a** da atividade **2**:



ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

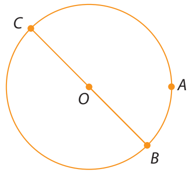
- No item **b**, espera-se que os estudantes encontrem um valor próximo de 12,56 cm para a medida de comprimento dessa circunferência. É importante que eles determinem essa medida como preferirem, mas, ao final, formalize dizendo que, se soubermos que a razão entre as medidas de comprimento da circunferência e do diâmetro mede aproximadamente 3,14, poderemos escrever $\frac{C}{D} = 3{,}14$ e resolver a equação $\frac{C}{4} = 3{,}14$ para encontrar a medida desse comprimento.
- Em propostas de trabalho em conjunto como esta, incentive os estudantes a desenvolverem a capacidade argumentativa, ao expressarem a forma como determinaram a medida de comprimento da circunferência. Nessa conversa, é essencial que haja respeito e empatia para compreender o modo como o colega realizou a mesma tarefa.
- Ao usar o compasso, alerte-os a respeito de eventuais riscos, a fim de preservar a integridade física dos estudantes.

- Para realizar a atividade **6**, os estudantes deverão mobilizar a ideia de circunferência como lugar geométrico e a relação entre as medidas de comprimento do raio e do diâmetro de uma circunferência. Esse pode ser o momento oportuno para avaliar se eles têm alguma dúvida.

3. a) Sim, pois $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ são raios e, portanto, têm a mesma medida de comprimento.

3. b) Não, pois $AB \neq BC$ e $AC \neq BC$ e por isso não podemos afirmar que $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ têm a mesma medida de comprimento.

3. Considere que $\overline{CB}$ é um diâmetro da circunferência a seguir e que *A* é um ponto qualquer dessa circunferência diferente de *B* e de *C*.

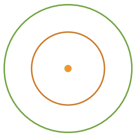


a) Podemos afirmar que os pontos *A*, *O* e *B* determinam um triângulo isósceles? Por quê?

b) Podemos afirmar que os pontos *A*, *B* e *C* determinam um triângulo isósceles? Por quê?

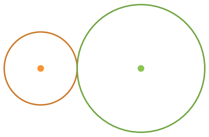
4. Observe os pares de circunferências a seguir e determine se elas têm algum ponto em comum.

a)



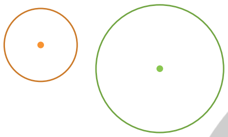
4. a) Não têm pontos em comum.

b)



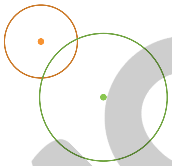
4. b) Têm um ponto em comum.

c)



4. c) Não têm pontos em comum.

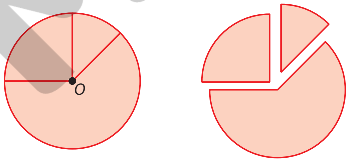
d)



4. d) Têm dois pontos em comum.

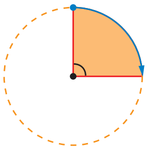
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

5. Podemos dividir o círculo em partes chamadas **setores circulares**. Observe o círculo abaixo, de centro *O*, dividido em três setores circulares.



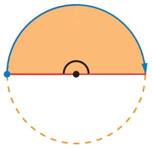
Agora, observe os setores circulares destacados em cada item e associe-os a partes de giros e medidas de aberturas de ângulos.

a)



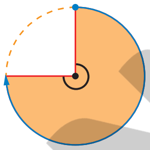
5. a) giro de um quarto de volta ou ângulo cuja abertura mede 90°

b)



5. b) giro de meia-volta ou ângulo cuja abertura mede 180° (ângulo raso)

c)



5. c) giro de três quartos de volta ou ângulo cuja abertura mede 270°

6. Em uma fábrica de rodas para bicicletas, essas peças são embaladas em caixas.

FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

Desprezando a espessura da caixa, responda às questões.

a) Se o raio de uma roda medir 17 cm de comprimento, qual deverá ser, no mínimo, a medida do comprimento da caixa? **6. a)** 34 cm

b) Se o comprimento da caixa medir 62 cm, qual será a medida máxima do comprimento do raio da roda que a caixa comportará? **6. b)** 31 cm

7. Míriam está fazendo uma toalha circular e quer aplicar renda em seu contorno. Qual medida de comprimento da renda, em metro, Míriam deverá usar se o diâmetro da toalha mede 1,5 m de comprimento? **7.** aproximadamente 4,71 m

Trabalho em equipe

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Você já percebeu como a Geometria influencia a arte? Muitos artistas a estudam profundamente para criar suas obras.
Agora, você vai conhecer duas pinturas do Cubismo e criar sua própria obra de arte. No Cubismo, os artistas usavam formas geométricas para mostrar que tudo o que existia no mundo real podia ser fragmentado.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

Criando obra de arte

JUSTIFICATIVA

O contato com obras de arte amplia o universo cultural.

OBJETIVO

Criar uma obra de arte com figuras geométricas estudadas neste capítulo.

MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 folha de cartolina;
- revistas, embalagens flexíveis ou papéis coloridos para recortar;
- tesoura com pontas arredondadas;
- cola branca;
- caneta hidrográfica preta ou outro tipo de caneta preta de ponta porosa.

PROCEDIMENTO

- Reúna-se com três colegas e elaborem um trabalho de colagem. Para isso, vocês podem fazer um desenho na cartolina que será coberto com os recortes.
- Recortem diversas figuras geométricas planas nas formas e nos tamanhos que preferirem.
- Colem os recortes na cartolina preenchendo o espaço interno do desenho feito e, depois, contornem a figura com a caneta preta.

APRESENTAÇÃO

- Os trabalhos podem ser expostos na sala de aula ou em painéis na escola.

© ASSOCIATION MARCEL DUCHAMP/AUTVIS, BRASIL, 2022. - MUSEU DE ARTE DA FILADÉLFIA, ESTADOS UNIDOS

Marcel Duchamp. *Retrato de jogadores de xadrez*, 1911, óleo sobre tela, 100,6 cm × 100,5 cm.

DEA PICTURE LIBRARY/ALBUM/FOTOARENA - MUSEU DE ARTE DA FILADÉLFIA, ESTADOS UNIDOS

Juan Gris. *Natureza morta*: a mesa, 1914, colagem e carvão sobre tela, 59,7 cm × 44,5 cm.

(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.

Competência geral 3: Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

Competência geral 4: Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Trabalho em equipe

Objetivos

- Aplicar, por meio de trabalhos em grupo, os conceitos estudados.
- Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 3, 4 e 9 e da habilidade EF07MA22 da BNCC.

Habillidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA22 porque os estudantes farão composições artísticas com as figuras geométricas estudadas neste capítulo.

Orientações

- O trabalho proposto pode ser explorado em conjunto com o professor de Arte. Assim, ambos poderão orientar os estudantes sobre os conceitos artísticos envolvidos e o modo de desenvolver o trabalho. Essa relação entre Matemática e Arte favorece o desenvolvimento da competência geral 3 da BNCC e a utilização da linguagem artística para expressar experiências, informações, ideias e sentimentos favorece o desenvolvimento da competência geral 4.
- Oriente os estudantes a contornar as figuras com a caneta preta somente depois que a cola secar.
- Comente com eles que no Brasil há muitos artistas talentosos em todas as áreas da cultura. Porém, muitos desses artistas ainda são desconhecidos do público geral.
- A organização da exposição é uma etapa muito importante nesse trabalho; ela permitirá aos estudantes se envolver com questões relativas à gestão de tempo, de material e de pessoas, o que servirá para o desenvolvimento de atitudes relativas à liderança e ao trabalho em grupo. Isso ficará claro ao terem de decidir o desenho a ser feito, muitos as cores dos recortes, como os recortes serão colados e de que modo as tarefas serão divididas entre os componentes do grupo. Nessa atividade, a competência geral 9 da BNCC é favorecida.
- Oriente os estudantes para terem cuidado com o manuseio de material perfurocortante para a realização do trabalho proposto, a fim de que evitem acidentes.

Objetivos

- Construir gráficos de setores.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA37.

Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA37 porque os estudantes construirão gráficos de setores para depois interpretá-los e analisá-los.

Orientações

- O tema desta seção é a construção de gráficos de setores com base em dados representados em tabelas. Comente com a turma que, nesse tipo de gráfico, os dados quando adicionados compõem o todo de determinado aspecto da realidade, e que esse gráfico é útil para fazer comparações entre as partes e de cada uma delas com o todo.
- Diga aos estudantes que, em alguns casos, o cálculo da porcentagem fica aproximado quando representado no gráfico, pois, ao desenharmos o ângulo do setor circular usando o transferidor, há uma imprecisão nos casos em que a medida de abertura do ângulo é muito pequena.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Construção de gráficos de setores

Uma pesquisa realizada em março de 2023 na escola de futebol Golaço revelou os times pelos quais os estudantes torcem. O resultado dessa pesquisa está apresentado na tabela abaixo.

ILUSTRAÇÕES: ALEXANDRE AUGUSTO/ ARQUIVO DA EDITORA

Times pelos quais os estudantes torcem

Time	Porcentagem de estudantes
Internacional	50%
Grêmio	25%
Juventude	12,5%
Caxias	12,5%

Dados obtidos pela escola de futebol Golaço em março de 2023.

Para construir o gráfico de setores referente a essa pesquisa, precisamos determinar a medida de abertura do ângulo associado a cada setor correspondente aos dados da tabela.

Como o círculo corresponde ao total de torcedores, associamos o ângulo de medida de abertura igual a 360° a 100% dos estudantes que responderam à pesquisa. Com base nessa informação, podemos obter a medida de abertura do ângulo associado ao setor correspondente a cada dado apresentado na tabela.

Internacional

Vamos determinar 50% de 360°:

$$\frac{50}{100} \cdot 360° = \frac{1}{2} \cdot 360° = 180°$$

Grêmio

Vamos determinar 25% de 360°:

$$\frac{25}{100} \cdot 360° = \frac{1}{4} \cdot 360° = 90°$$

Juventude

Vamos determinar 12,5% de 360°:

$$\frac{12{,}5}{100} \cdot 360° = \frac{125}{1\,000} \cdot 360° = \frac{1}{8} \cdot 360° = 45°$$

Caxias

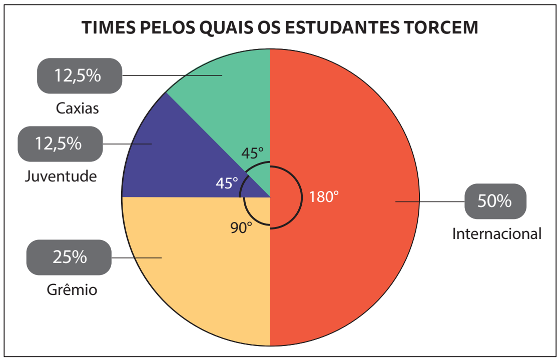
Vamos determinar 12,5% de 360°:

$$\frac{12{,}5}{100} \cdot 360° = \frac{125}{1\,000} \cdot 360° = \frac{1}{8} \cdot 360° = 45°$$

FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

Portanto, o círculo deverá ser dividido em 4 setores com as seguintes medidas de abertura: um de 180°, um de 90° e dois de 45°. Depois, cada setor deve ser pintado com uma cor diferente.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela escola de futebol Golaço em março de 2023.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Uma pesquisa realizada em 2019 pelo Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação analisou a opinião dos entrevistados sobre os investimentos em pesquisa científica e tecnológica no Brasil.

Observe, na tabela abaixo, os dados dessa pesquisa e, depois, faça o que se pede.

Investimentos em pesquisas científicas e tecnológicas no Brasil

Classificação	Porcentagem de entrevistados
Aumentar os investimentos	66%
Manter os investimentos	24%
Diminuir os investimentos	6%
Não sabe/não respondeu	4%

Fonte: PORTAL DA USP. Maioria dos brasileiros é otimista em relação à ciência e tecnologia. *Jornal da USP*, São Paulo, 23 jul. 2019. Disponível em: https://jornal.usp.br/ciencias/maioria-dos-brasileiros-e-otimista-em-relacao-a-ciencia-e-tecnologia/. Acesso em: 9 ago. 2022.

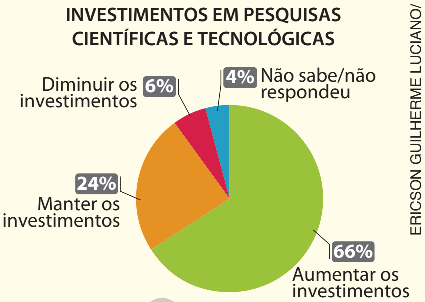
a) Qual é a soma das porcentagens da tabela? **1. a)** 100%

b) Em um gráfico de setores construído com base nessa tabela, qual classificação representará o maior setor? **1. b)** Aumentar os investimentos.

c) Com base nesses dados, construa um gráfico de setores. Não se esqueça de informar o título e a fonte dos dados. **1. c)** Resposta em *Orientações*.

d) Se você fizesse parte da pesquisa, qual seria a sua resposta? **1. d)** Resposta pessoal.

- Aproveite a situação apresentada na atividade **1** para verificar a relação que os estudantes têm com a tecnologia. Questione-os sobre os lugares em que fazemos uso da tecnologia.
- Resposta do item **c** da atividade **1**:



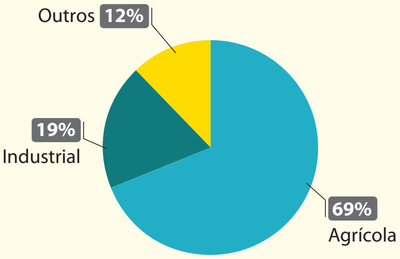
ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

Fonte: PORTAL DA USP. Maioria dos brasileiros é otimista em relação à ciência e tecnologia. *Jornal da USP*, São Paulo, 23 jul. 2019. Disponível em: https://jornal.usp.br/ciencias/maioria-dos-brasileiros-e-otimista-em-relacao-a-ciencia-e-tecnologia/. Acesso em: 9 ago. 2022.

- Ao usar o compasso para a construção do gráfico de setores, oriente os estudantes a terem cuidado com seu manuseio, a fim de manter sua integridade física.

- Resposta da atividade **2**:

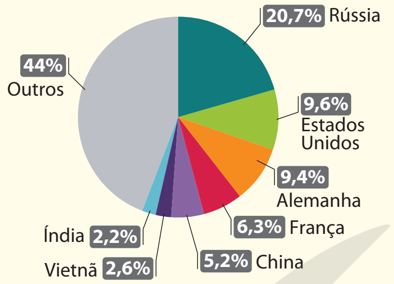
CONSUMO DE ÁGUA NO MUNDO



Fonte dos dados: KONCAGÜL, E. TRAN, M. CONNOR, R. *Relatório mundial das Nações Unidas sobre desenvolvimento dos recursos hídricos 2021*: o valor da água; fatos e dados. [S. l.]: Unesco, 2021. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000375751_por. Acesso em: 9 ago. 2022.

- No item **a** da atividade **2**, os estudantes devem responder que o título do gráfico é “Consumo de água no mundo” e a fonte dos dados é o *Relatório mundial das Nações Unidas sobre desenvolvimento de recursos hídricos 2021: o valor da água; fatos e dados*, publicado pela Unesco.
- Resposta do item **b** da atividade **3**:

DE ONDE SAEM OS *SPAMS* QUE VÃO PARAR NO SEU *E-MAIL*



Fonte dos dados: SHCHERBAKOVA, T.; SIDORINA, T.; KULIKOVA, T. Spam and phishing in Q1 2020. *SecureList*, [*s. l.*], 26 may 2020. Disponível em: https://securelist.com/spam-and-phishing-in-q1-2020/97091/. Acesso em: 8 ago. 2022.

- Ao usar o compasso para a construção dos gráficos de setores, oriente os estudantes a terem cuidado com seu manuseio, a fim de manter sua integridade física.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Estatística e Probabilidade

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

2. A tabela a seguir apresenta a distribuição do consumo de água no mundo.

Consumo de água no mundo

Tipo	Porcentagem
Agrícola	69%
Industrial	19%
Outros	12%

Fonte dos dados: KONCAGÜL, E. TRAN, M. CONNOR, R. *Relatório mundial das Nações Unidas sobre desenvolvimento dos recursos hídricos 2021*: o valor da água; fatos e dados. [S. l.]: Unesco, 2021. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000375751_por. Acesso em: 9 ago. 2022.

- Com base nos dados da tabela e usando compasso e transferidor, construa um gráfico de setores em uma folha de papel sulfite após responder às questões a seguir.
  - **a)** Qual será o título do gráfico? E a fonte? **2. a)** Resposta em *Orientações*.
  - **b)** Qual deve ser a medida de abertura do ângulo do setor circular que representará a porcentagem do consumo agrícola? E a medida de abertura do ângulo do setor circular que representará o consumo industrial? **2. b)** 248,4°; 68,4°
  - **c)** Qual é a soma das porcentagens apresentadas na tabela? **2. c)** 100%
  - **d)** Como podemos calcular a medida de abertura do ângulo do setor circular associado a outros consumos usando os resultados obtidos no item **b**? **2. d)** Subtraindo (248,4 + 68,4) de 360°, obtemos 43,2°.

3. Leia o texto e analise os dados da tabela.

Cuidado ao abrir os *e-mails* que chegam à sua caixa de entrada. Os *e-mails* indesejados podem ser *spams* publicitários, tentativas de roubar dados pessoais ou até *e-mails* que espalham vírus nos computadores.

De acordo com uma análise feita no primeiro trimestre de 2020, quase 55% dos *e-mails* enviados no mundo naquele período continham *spams*.

De onde saem os *spams* que vão parar no seu *e-mail*

País	Porcentagem de *spams*
China	5,2%
Estados Unidos	9,6%
Alemanha	9,4%
França	6,3%
Rússia	20,7%
Vietnã	2,6%
Índia	2,2%

Fonte dos dados: SHCHERBAKOVA, T.; SIDORINA, T.; KULIKOVA, T. Spam and phishing in Q1 2020. *SecureList*, [*s. l.*], 26 may 2020. Disponível em: https://securelist.com/spam-and-phishing-in-q1-2020/97091/. Acesso em: 8 ago. 2022.

3. a) Não; faltam 44%.

- **a)** A soma das porcentagens indicadas na tabela é igual a 100%? Em caso negativo, quanto falta para 100%?
- **b)** Em uma folha de papel sulfite e usando compasso e transferidor, construa um gráfico de setores com os dados da tabela. Identifique com a palavra *Outros* o setor que falta para completar o círculo.

3. b) Resposta em *Orientações*.

Para construir o gráfico, calcule, antes, as medidas de abertura aproximadas do ângulo de cada setor que representa os dados da tabela.

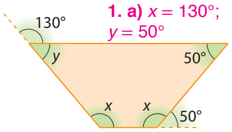
ILUSTRAÇÕES: ALEXANDRE AUGUSTO/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

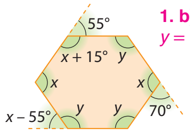
1. Calcule a medida de x e de y em cada caso.

a)



1. a) $x = 130°$; $y = 50°$

b)



1. b) $x = 110°$; $y = 125°$

2. (Enem) Na construção civil, é muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos para o revestimento de pisos ou paredes. Entretanto, não são todas as combinações de polígonos que se prestam a pavimentar uma superfície plana, sem que haja falhas ou superposições de ladrilhos, como ilustram as figuras.

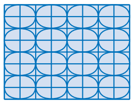


Figura 1: Ladrilhos retangulares pavimentando o plano

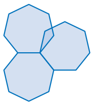


Figura 2: Heptágonos regulares não pavimentam o plano (há falhas ou superposição)

A tabela traz uma relação de alguns polígonos regulares, com as respectivas medidas de seus ângulos internos.

Nome	Triângulo	Quadrado	Pentágono
Figura			
Ângulo interno	60°	90°	108°

Nome	Hexágono	Octógono	Eneágono
Figura			
Ângulo interno	120°	135°	140°

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

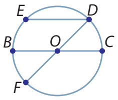
Atenção! Cuidado ao usar o compasso e a tesoura.

2. alternativa **b**

Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação de dois tipos diferentes de ladrilhos entre os polígonos da tabela, sendo um deles octogonal, o outro tipo escolhido deverá ter a forma de um

a) triângulo.
b) quadrado.
c) pentágono.
d) hexágono.
e) eneágono.

3. Observe a ilustração da circunferência de centro O. Depois, transcreva no caderno apenas as afirmações verdadeiras. 3. alternativas **b** e **e**



a) O segmento $\overline{ED}$ é raio da circunferência.
b) Os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{FD}$ são diâmetros da circunferência.
c) A medida de comprimento do diâmetro é a metade da medida de comprimento do raio.
d) O é um ponto da circunferência.
e) A medida de comprimento do raio é igual à metade da medida de comprimento do diâmetro.

4. Com um compasso ou usando objetos de formato circular, trace circunferências. 4. Respostas pessoais.

a) Marque o centro de cada circunferência.
b) Com uma régua, meça o comprimento dos raios das circunferências.
c) Reúna-se com um colega e troquem ideias sobre como traçaram as circunferências e identificaram os raios.

5. Em uma folha de papel, desenhe uma circunferência qualquer e pinte o círculo determinado por ela. Depois, responda às questões e faça o que se pede.

5. a) sim; não

a) O centro da circunferência é um ponto do círculo? É um ponto da circunferência?
b) Os pontos da circunferência fazem parte do círculo? 5. b) sim
c) Recorte o círculo que você desenhou e faça experiências com dobras para descobrir quantos eixos de simetria ele tem.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

5. c) Espera-se que os estudantes percebam que há infinitos eixos de simetria.

Atividades de revisão

Objetivos

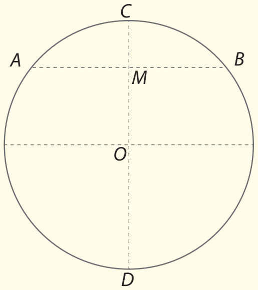
- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF07MA22, EF07MA27 e EF07MA33, da competência geral 3 e da competência específica 3 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- A habilidade EF07MA22 é desenvolvida nesta seção por meio da resolução das atividades **3**, **4**, **5**, **6** e **7**.
- A habilidade EF07MA27 é desenvolvida nesta seção por meio da resolução das atividades **1** e **2**.
- A habilidade EF07MA33 é desenvolvida nesta seção por meio da resolução da atividade **8**.

Orientações

- Para encontrar o centro das circunferências da atividade **4**, os estudantes podem recorrer à experimentação, traçando segmentos entre dois pontos da circunferência até obter o maior possível. Usando técnicas de desenho geométrico, procede-se da seguinte forma: traça-se um segmento qualquer ligando dois pontos da circunferência, A e B; depois, determina-se o ponto médio M do segmento $\overline{AB}$ e, por M, traça-se uma reta perpendicular a esse segmento, que corta a circunferência nos pontos C e D. Assim, $\overline{CD}$ é um diâmetro da circunferência, e o centro da circunferência é o ponto médio O desse segmento. Encontrando o diâmetro, encontra-se o raio da circunferência.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Ao usar o compasso na realização das atividades, oriente os estudantes a manuseá-lo com cuidado, a fim de manter sua integridade física.

(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.

(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

(EF07MA33) Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.

Competência geral 3: Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

- Na atividade **7**, os estudantes apreciarão reproduções de obras de arte em que estão presentes formas circulares. Antes que escrevam o texto, peça a eles que pesquisem outras obras de arte em que seja possível identificar figuras que lembrem circunferências ou círculos. Incentive-os a fazer uma observação detalhada e a opinar sobre a presença da Geometria nas obras de arte. Converse com o professor de Arte sobre a possibilidade de um trabalho conjunto. Os estudantes podem, por exemplo, fazer as próprias produções artísticas com base em figuras geométricas, e depois toda a turma pode montar um painel para expor os trabalhos. Por meio dessa atividade, os estudantes percebem como Matemática e Arte podem estar relacionadas, o que favorece o desenvolvimento da competência geral 3 e da competência específica 3 da BNCC.

▶ Atividades de revisão

Lembre-se:
Escreva no caderno!

6. Se a parte livre da corda com a qual o cavalo está amarrado mede 4,35 m de comprimento, qual é a medida de comprimento do cercado circular, em metro? (*Considere*: $\pi = 3{,}14$) **6.** aproximadamente 27,3 m

FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção! Cuidado ao usar o compasso e a tesoura.

7. Observe as pinturas a seguir. Preste atenção às cores, às formas utilizadas e à composição de cada uma.

WASSILY KANDINSKY - MUSEU DE ARTE MODERNA, CENTRO GEORGES POMPIDOU, PARIS

Wassily Kandinsky. *On the Points* [*Nos pontos*], 1928, óleo sobre tela, 140 cm × 140 cm.

BELMIRO DE ALMEIDA – COLEÇÃO FADEL, RIO DE JANEIRO

Belmiro Barbosa de Almeida. *Maternidade em círculos*, 1908, óleo sobre tela, 46 cm × 61 cm.

a) Escreva um texto sobre o uso de formas geométricas na arte e dê sua opinião sobre as obras desta atividade. **7. a)** Resposta pessoal.

b) Usando régua e compasso, faça um desenho composto de círculos, circunferências e polígonos. Pinte seu desenho com as cores que preferir e apresente-o aos colegas. **7. b)** Resposta pessoal.

8. Arquimedes, matemático grego que viveu no século III a.C., utilizou a forma fracionária para representar, de maneira aproximada, o número irracional π.

$$\pi = 3{,}141592\ldots \simeq \frac{22}{7}$$

a) Arredonde os números 3,141592... e $\frac{22}{7}$ para a 2ª casa decimal e compare-os. O que você observa?

b) E se arredondá-los para a 3ª casa decimal?

8. a) $\pi \simeq 3{,}14$ e $\frac{22}{7} \simeq 3{,}14$; os números arredondados são iguais.

8. b) $\pi \simeq 3{,}142$ e $\frac{22}{7} \simeq 3{,}143$; a diferença entre os números arredondados é de 1 milésimo.

GIUSEPPE NOGARI - MUSEU PUSHKIN, RÚSSIA

Arquimedes, retratado por Giuseppe Nogari no século XVIII. Giuseppe Nogari. *Archimedes*, óleo sobre tela, 55 cm × 44,5 cm.

- Após realizar as atividades desta seção, entregue para cada estudante uma ficha de autoavaliação dos conteúdos trabalhados neste Capítulo. Desse modo, é possível acompanhar as aprendizagens e possíveis dificuldades dos estudantes. A seguir, são sugeridas algumas questões. É importante que cada item seja analisado e adaptado à realidade da turma.

Eu...	Sim	Às vezes	Não
... sei reconhecer polígonos?			
... sei diferenciar polígonos convexos e não convexos?			
... conheço os elementos de um polígono?			
... compreendo as características de um polígono regular?			
... reconheço uma circunferência e seus elementos?			
... sei determinar a medida de abertura de um ângulo correspondente a um setor de um gráfico de setores?			
... sei identificar raios e diâmetros de circunferências a partir de seu centro e de alguns de seus pontos?			
... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?			
... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?			
... tenho facilidade para compreender os conteúdos?			
... realizo as tarefas propostas?			

CAPÍTULO

9

Triângulos e quadriláteros

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF07MA24 | EF07MA26 | EF07MA28
EF07MA25 | EF07MA27 | EF07MA37

1 Triângulos

Você já aprendeu que triângulo é um polígono com três lados. Na Arquitetura e na Engenharia é muito comum o uso de estruturas com formato triangular, principalmente em telhados, prédios e pontes.


YARCHYK/SHUTTERSTOCK

Estrutura de um telhado.


ROY ROCHLIN/GETTY IMAGES

Vista da Torre Hearst, em Midtown Manhattan, Nova Iorque, 2022.

Observe nas fotos acima que, no telhado e no edifício, há estruturas triangulares. Esse formato é muito utilizado em construções porque o triângulo é uma figura rígida, que não pode ser deformada.

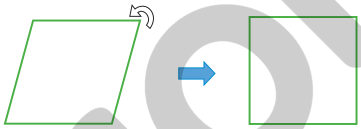
Estruturas com formato de outros polígonos podem sofrer deformações, pois é possível alterar as medidas de abertura de seus ângulos internos sem mudar a medida de comprimento de seus lados. Podemos, por exemplo, movimentar dois lados de uma estrutura com formato de um quadrilátero e transformá-la no formato de outro, com lados de mesmas medidas de comprimento e com ângulos de medidas de abertura diferentes.

Para pensar


CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

A estante entortou!
Como isso poderia ter sido evitado? Por quê?

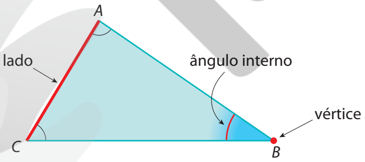
Para pensar: Resposta em *Orientações.*


ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Elementos de um triângulo

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Considere o triângulo *ABC* a seguir. Nele, é possível identificar três vértices, três lados e três ângulos internos.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- A, B e C são os vértices;
- $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ são os lados;
- $C\hat{A}B$, $A\hat{B}C$ e $A\hat{C}B$ são os ângulos internos.

Triângulos

Objetivo

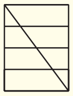
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA25.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA25, porque os estudantes terão a oportunidade de reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas.

Orientações

- O trabalho com a rigidez geométrica do triângulo pode ser enriquecido com uma atividade de observação fora da sala da aula, tanto de estruturas de construções como de móveis na escola ou ainda na região próxima à escola.
- Para organizar alguns conceitos já estudados, nesta Unidade os estudantes farão diversas sistematizações relacionadas aos triângulos. Para iniciar, será trabalhada a terminologia relativa aos elementos dos triângulos: vértices, lados e ângulos internos. Vale destacar que, além de identificar tais elementos, os estudantes devem estar atentos às representações desses elementos, pois assim poderão comunicar-se matematicamente de maneira adequada.
- No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes percebam que, para que a estante não entortasse, poderia ter sido colocado um reforço na diagonal da estrutura, de modo que este reforço formasse com as prateleiras uma figura que lembrasse dois triângulos, como apresentado a seguir.


ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.

Construção de triângulos com régua e compasso

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF07MA24 e EF07MA26.

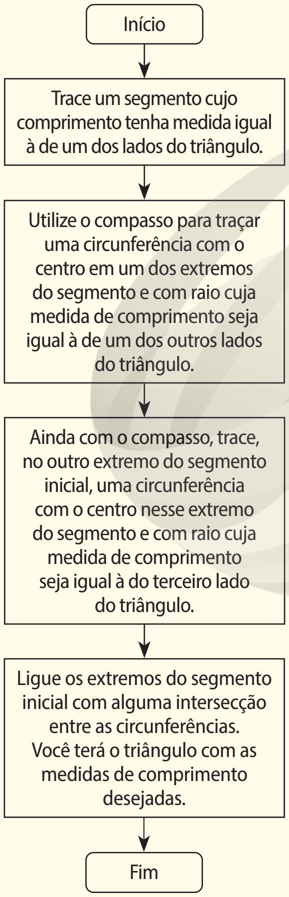
Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF07MA24 e EF07MA26 porque os estudantes vão descrever o processo de construção e construir triângulos usando régua e compasso.

Orientações

- Para a realização das construções, cuide para que os estudantes tenham régua e compasso disponíveis e em boas condições de uso. É sempre bom orientá-los a utilizar o compasso com cuidado para evitar acidentes. Além disso, é preciso acompanhar as construções para que eles compreendam os cuidados que devem tomar ao fazer as medições e os traçados.

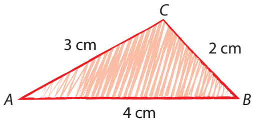
No boxe *Para pensar*, peça aos estudantes que organizem, em um fluxograma, o algoritmo para a construção de qualquer triangulo, dadas as medidas dos lados, em um esquema com passos, sem estruturas de seleção ou repetição. Observe o exemplo a seguir.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

2 Construção de triângulos com régua e compasso

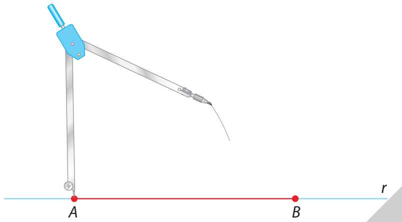


Se soubermos as medidas de comprimento dos lados de um triângulo, poderemos construí-lo usando régua e compasso.

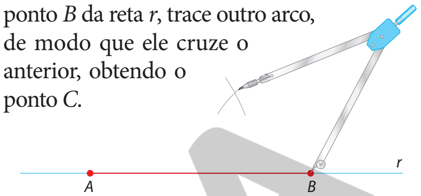
Para construir, por exemplo, um triângulo, como o representado, cujos lados medem 4 cm, 3 cm e 2 cm de comprimento, podemos seguir os passos abaixo.

1º) Trace uma reta *r* e sobre ela construa o segmento $\overline{AB}$, medindo 4 cm de comprimento, que será um dos lados do triângulo.

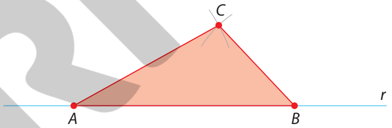
2º) Utilize um compasso com abertura medindo 3 cm de comprimento e, com a ponta-seca do compasso no ponto *A* da reta *r*, trace um arco.



3º) Com abertura medindo 2 cm de comprimento e com a ponta-seca do compasso no ponto *B* da reta *r*, trace outro arco, de modo que ele cruze o anterior, obtendo o ponto *C*.



4º) Una com segmentos o ponto *C* aos pontos *A* e *B* e obtenha os lados $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$. Por fim, pinte a região interna da figura e obtenha o triângulo *ABC*.



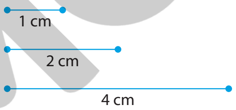
Para fazer

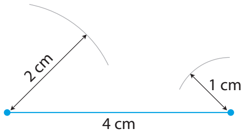
Descreva por meio de um fluxograma os passos para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas de comprimento dos três lados. **Para fazer:** Resposta em *Orientações*.

Condição de existência de um triângulo

Como já sabemos, o contorno de um triângulo é formado por três segmentos, que são os seus lados. Mas devemos observar que nem sempre três segmentos podem formar o contorno de um triângulo.

Por exemplo, será que é possível construir um triângulo com lados medindo 4 cm, 2 cm e 1 cm de comprimento?





ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Observe que os arcos não se cruzam; portanto, não é possível construir um triângulo com essas medidas de comprimento.

Para saber se existe um triângulo com lados de determinadas medidas de comprimento, podemos aplicar a **condição de existência de um triângulo**, também conhecida por **desigualdade triangular**.

(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

(EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.

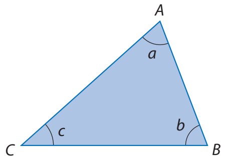
Em qualquer triângulo, a medida de comprimento de um lado deve ser menor que a soma das medidas de comprimento dos outros dois lados.

Exemplos

- Vamos verificar se é possível construir um triângulo com lados medindo 1 cm, 2 cm e 4 cm de comprimento.
  Aplicando a condição de existência de um triângulo, temos:
  $1 \text{ cm} < 2 \text{ cm} + 4 \text{ cm}$ ⟶ sentença verdadeira
  $2 \text{ cm} < 1 \text{ cm} + 4 \text{ cm}$ ⟶ sentença verdadeira
  $4 \text{ cm} < 1 \text{ cm} + 2 \text{ cm}$ ⟶ sentença falsa
  Então, não é possível construir um triângulo com lados com essas medidas de comprimento.
- É possível construir um triângulo com lados medindo 7 cm, 3 cm e 5 cm de comprimento?
  Novamente, vamos aplicar a condição de existência de um triângulo:
  $3 \text{ cm} < 5 \text{ cm} + 7 \text{ cm}$ ⟶ sentença verdadeira
  $5 \text{ cm} < 3 \text{ cm} + 7 \text{ cm}$ ⟶ sentença verdadeira
  $7 \text{ cm} < 3 \text{ cm} + 5 \text{ cm}$ ⟶ sentença verdadeira
  Então, é possível construir esse triângulo.

3 Soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo

Em todo triângulo, a soma das medidas de abertura dos ângulos internos mede 180°.



$$a + b + c = 180°$$

Recorde

Um ângulo cuja abertura mede 180° corresponde ao ângulo de meia-volta.

É possível verificar essa propriedade fazendo um experimento com um modelo de triângulo de papel.

1º) Desenhe, em uma folha de papel, um triângulo qualquer e, com cuidado, recorte-o com uma tesoura sem ponta.

2º) Pinte cada ângulo interno da figura de uma cor.

3º) Recorte o triângulo em três partes de modo que cada uma contenha apenas um dos ângulos internos. Lembre-se: manuseie a tesoura com cuidado.

4º) Junte os três ângulos, formando um ângulo com abertura de medida igual a 180°.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Assim, verificamos experimentalmente que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo qualquer mede 180°. A demonstração desse fato será feita em outro momento.

Soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF07MA24, EF07MA26 e EF07MA27.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF07MA24, EF07MA26 e EF07MA27, porque os estudantes terão a oportunidade de verificar experimentalmente que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

Orientações

- Neste tópico, os estudantes terão a oportunidade de fazer uma experiência que envolve a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo. É um momento em que todos os estudantes precisam colocar a “mão na massa”, pois só assim fará sentido generalizar essa propriedade existente em qualquer triângulo.
- Oriente os estudantes a manusear a tesoura com cuidado para evitar acidentes.
- Se julgar necessário, comente com os estudantes que a demonstração formal de que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180° será feita no volume 8 desta coleção. Neste momento, a proposta é que eles percebam, pelo experimento, que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos do triângulo é 180°.

(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

(EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.

(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

- Solicite aos estudantes que justifiquem as respostas ao resolver a atividade **3**.
- Na atividade **4**, circule pela sala e verifique se os estudantes apresentam alguma dificuldade para construir os triângulos pedidos. Espera-se que eles usem os procedimentos vistos na página 222, alterando as medidas de comprimento para as indicadas em cada item. Eles devem construir, no item **a**, um triângulo com comprimento dos lados medindo 3 cm, 4 cm e 6 cm; e, no item **b**, um triângulo com comprimento dos lados medindo 7 cm, 8 cm e 4 cm. Além disso, devem identificar que não é possível construir o triângulo do item **c**, pois 8 = 6 + 2, nem o do item **d**, pois 16 > 10 + 4.
- A atividade **5** favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA26, visto que o estudante precisa construir um algoritmo para a construção de triângulos quaisquer e representá-lo por meio de um fluxograma.

2. a) lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$; vértices: *A*, *B* e *C*; ângulos internos: $A\hat{B}C$, $B\hat{C}A$ e $C\hat{A}B$

2. b) lados: $\overline{IH}$, $\overline{HG}$ e $\overline{GI}$; vértices: *I*, *H* e *G*; ângulos internos: $I\hat{H}G$, $H\hat{G}I$ e $G\hat{I}H$

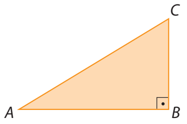
ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

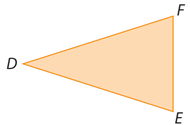
1. Você conhece alguma construção que seja sustentada por uma estrutura triangular? Em caso afirmativo, descreva-a. **1.** Resposta pessoal.

2. Identifique os lados, os vértices e os ângulos internos de cada triângulo.

a)

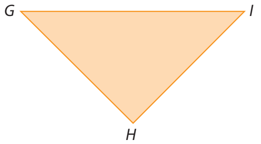


c)

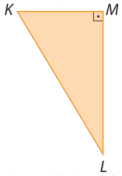


2. c) lados: $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ e $\overline{FD}$; vértices: *D*, *E* e *F*; ângulos internos: $D\hat{E}F$, $E\hat{F}D$ e $F\hat{D}E$

b)



d)



2. d) lados: $\overline{KL}$, $\overline{LM}$ e $\overline{MK}$; vértices: *K*, *L* e *M*; ângulos internos: $K\hat{L}M$, $L\hat{M}K$ e $M\hat{K}L$

3. Verifique se é possível construir triângulos cujos lados tenham as medidas de comprimento indicadas em cada caso.

a) 6 cm, 8 cm e 5 cm
b) 8 cm, 5 cm e 18 cm
c) 7 cm, 4 cm e 3 cm
d) 1,5 cm, 4 cm e 5 cm

3. a) sim
b) não
c) não
d) sim

4. Não é possível construir os triângulos com as medidas indicadas nos itens **c** e **d**.

4. Construa no caderno triângulos com as medidas de comprimento dos lados indicadas em cada item. Lembre-se: tenha cuidado ao manusear o compasso para evitar acidentes.

a) 3 cm, 4 cm e 6 cm
b) 7 cm, 8 cm e 4 cm
c) 8 cm, 6 cm e 2 cm
d) 16 cm, 10 cm e 4 cm

- Você conseguiu construir todos os triângulos?

5. Faça o que se pede. **5.** Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

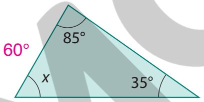
- Escreva no caderno um algoritmo que possa ser utilizado para verificar a condição de existência e construir os triângulos com as medidas de comprimento indicadas nas atividades **3** e **4**.

Descreva por meio de um fluxograma o algoritmo que você elaborou.

- Troque o fluxograma com um colega para que ele siga suas instruções e verifique se ele está correto.

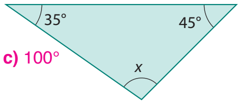
6. Calcule a medida *x* em grau.

a)



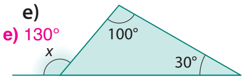
6. a) 60°

c)



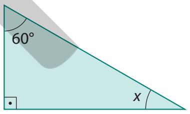
6. c) 100°

e)



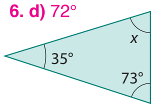
6. e) 130°

b)



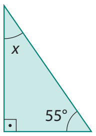
6. b) 30°

d)



6. d) 72°

f)



6. f) 35°

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

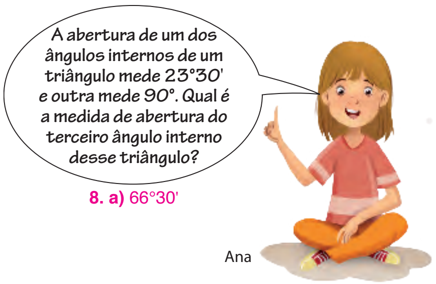
7. Responda às questões.

a) A abertura de dois ângulos internos de um triângulo mede, cada uma, 40°. Qual é a medida de abertura do outro ângulo interno desse triângulo? **7. a)** 100°

b) Um triângulo tem a abertura dos três ângulos com mesma medida. Qual é a medida de abertura de cada ângulo interno desse triângulo? **7. b)** 60°

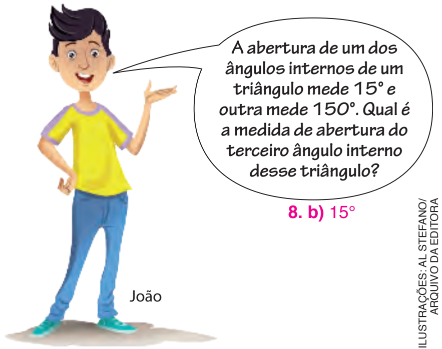
8. Responda às perguntas de Ana e João.

a)



8. a) 66°30'

b)



8. b) 15°

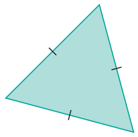
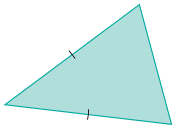
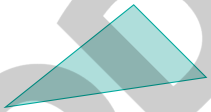
ILUSTRAÇÕES: AL STEFANO/ ARQUIVO DA EDITORA

4 Classificação dos triângulos

Os triângulos recebem nomes especiais de acordo com as medidas de comprimento dos lados ou com as medidas de abertura dos ângulos internos.

Classificação dos triângulos de acordo com as medidas de comprimento dos lados

De acordo com as medidas de comprimento dos lados, os triângulos podem ser classificados em **equilátero**, **isósceles** ou **escaleno**.

Triângulo equilátero	Triângulo isósceles	Triângulo escaleno
		
Um triângulo equilátero tem os três lados congruentes.	Um triângulo isósceles tem dois lados congruentes.	Um triângulo escaleno tem os três lados com medidas de comprimento diferentes.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Observação

Os tracinhos indicam que os lados têm a mesma medida de comprimento.

Para fazer

Descreva com suas palavras como você construiria, usando régua e compasso, um triângulo equilátero dada a medida de comprimento de seu lado.

Para fazer: Espera-se que os estudantes descrevam os procedimentos de modo similar ao aprendido na página 222, alterando as medidas de comprimento no 1º, no 2º e no 3º passos para uma mesma medida de comprimento dada.

Classificação dos triângulos

Objetivos

- Classificar triângulos quanto às medidas de comprimento dos lados.
- Classificar triângulos quanto às medidas de abertura dos ângulos.

Orientações

- O foco neste tópico é a classificação dos triângulos em relação à medida de comprimento dos lados e à medida de comprimento de abertura dos ângulos internos. Mais uma vez, os estudantes devem utilizar os termos adequados para se comunicar e interpretar corretamente os enunciados que envolvem essa linguagem mais específica.
- Espera-se que na resolução do boxe *Para fazer* os estudantes descrevam passos semelhantes aos apresentados na página 222. A descrição solicitada favorece o desenvolvimento do pensamento computacional. A seguir indicamos os passos de uma possível resolução. Lembre-os de que devem utilizar o compasso com cuidado para evitar acidentes.

1º) Trace uma reta *r* e sobre ela construa o segmento $\overline{AB}$, com medida de comprimento do lado do triângulo equilátero que será construído.

2º) Utilize um compasso com abertura medindo o mesmo comprimento de $\overline{AB}$ e, com a ponta-seca no ponto *A* da reta *r*, trace um arco.

3º) Com a mesma abertura do compasso e com a ponta-seca compasso no ponto *B* da reta *r*, trace outro arco que cruze o anterior, obtendo o ponto *C*.

4º) Una com segmentos o ponto *C* aos pontos *A* e *B* e obtenha os lados $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$. Por fim, pinte a região interna da figura e obtenha o triângulo *ABC*.

Relação entre lados e ângulos de um triângulo

Objetivos

- Reconhecer a relação existente entre as medidas de comprimento dos lados e as medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo.
- Favorecer o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC.

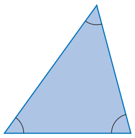
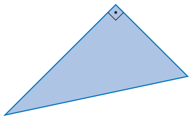
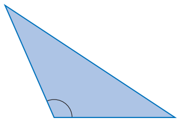
Orientações

- Os estudantes terão a oportunidade de verificar, ainda sem demonstração formal, que, em todo triângulo, ao ângulo com a maior medida de abertura opõe-se o lado com a maior medida de comprimento e, reciprocamente, ao lado com a maior medida de comprimento opõe-se o ângulo com a abertura de maior medida. Da mesma maneira, ao ângulo com a menor medida de abertura opõe-se o lado com a menor medida de comprimento. Se possível, leve os estudantes para a sala de informática da escola ou peça que, em casa, verifiquem essa propriedade utilizando um *software* de Geometria dinâmica.

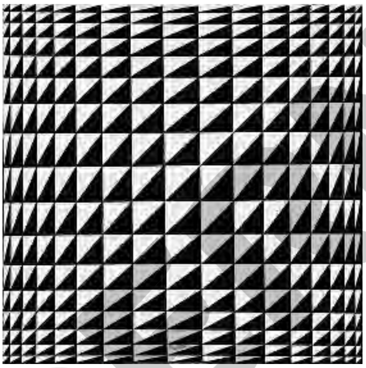
Classificação dos triângulos de acordo com as medidas de abertura dos ângulos

De acordo com as medidas de abertura dos ângulos, os triângulos podem ser classificados em **acutângulo**, **retângulo** ou **obtusângulo**.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Triângulo acutângulo	Triângulo retângulo	Triângulo obtusângulo
		
Um triângulo acutângulo tem todos os ângulos internos agudos.	Um triângulo retângulo tem um ângulo interno reto.	Um triângulo obtusângulo tem um ângulo interno obtuso.

Observe um exemplo do uso de triângulos retângulos na arte.

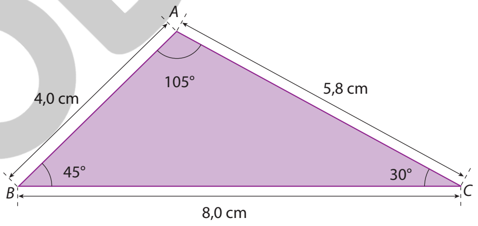


LUIZ SACILOTTO – COLEÇÃO PARTICULAR, SÃO PAULO

Luiz Sacilotto. *Concreção 8455*, 1984, têmpera em tela sobre duratex, 20 cm × 20 cm.

5 Relação entre lados e ângulos de um triângulo

Considere o triângulo *ABC* abaixo.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

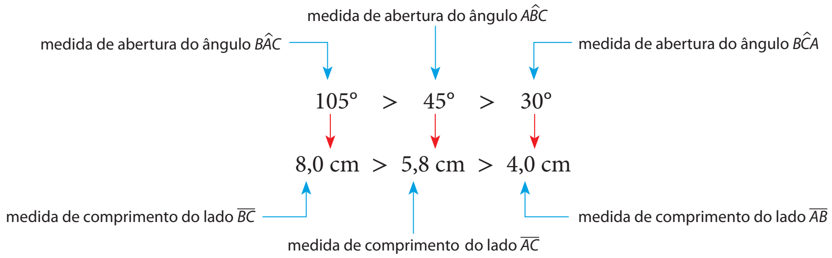
Nesse triângulo:

- o lado $\overline{BC}$ é oposto ao ângulo $B\hat{A}C$;
- o lado $\overline{AB}$ é oposto ao ângulo $B\hat{C}A$;
- o lado $\overline{AC}$ é oposto ao ângulo $A\hat{B}C$.

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Comparando as medidas de abertura dos ângulos internos desse triângulo e relacionando-as com as medidas de comprimento dos lados opostos, temos:

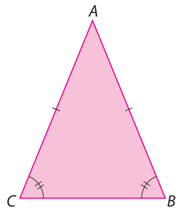


Em todo triângulo, ao ângulo com abertura de maior medida opõe-se o lado de maior medida de comprimento e, reciprocamente, ao lado de maior medida de comprimento opõe-se o ângulo com abertura de maior medida. Da mesma maneira, ao ângulo com abertura de menor medida opõe-se o lado de menor medida de comprimento.

Essa relação é válida para qualquer triângulo e será provada mais adiante, quando avançarmos no estudo da Geometria.

Podemos usar essa relação para observar que:

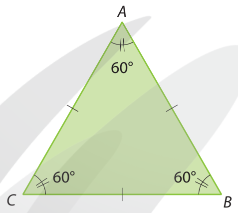
- um triângulo isósceles, que tem dois lados com mesma medida de comprimento, também tem os ângulos opostos a esses lados com abertura de mesma medida;



$$\text{med}(\overline{AB}) = \text{med}(\overline{AC})$$
$$\text{med}(A\hat{C}B) = \text{med}(A\hat{B}C)$$

- um triângulo equilátero tem os três ângulos internos com abertura de mesma medida:

$$180° : 3 = 60°$$



$$\text{med}(\overline{AB}) = \text{med}(\overline{BC}) = \text{med}(\overline{AC})$$
$$\text{med}(B\hat{C}A) = \text{med}(C\hat{A}B) = \text{med}(A\hat{B}C) = 60°$$

Para pensar

Todo triângulo equilátero é um polígono regular? Justifique. **Para pensar:** Resposta em *Orientações*.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes respondam que sim, pois todo triângulo equilátero tem todos os lados com a mesma medida de comprimento e todos os ângulos internos com a mesma medida de abertura.

- Algumas atividades desta página favorecem o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC, na medida em que os estudantes utilizam seus conhecimentos algébricos para responder a atividades de Geometria.
- Aproveite a realização das atividades **1** a **8** para diagnosticar os conceitos que ainda não foram compreendidos pelos estudantes.
- Se os estudantes sentirem necessidade, oriente-os a representar os triângulos para confirmar, ou não, suas hipóteses ao ler cada uma das afirmações da atividade **1**, estimulando a analisar e entender os erros cometidos, caso ocorra de maneira a auxiliar no desenvolvimento da capacidade de inferir. É importante que eles notem que muitas afirmações envolvem mais de um tipo de classificação; por exemplo, no item **b**, fala-se de medida de comprimento dos lados (equilátero) e de medida da abertura de ângulos (acutângulo).
- Na atividade **7**, espera-se que os estudantes usem os procedimentos vistos na página 222, alterando as medidas para as medidas indicadas em cada item, e observem em que caso será possível fazer mais de uma construção nas mesmas condições.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

ATIVIDADES

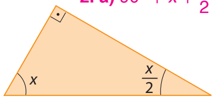
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Escreva no caderno apenas as sentenças verdadeiras. **1.** alternativas **a**, **b**, **f**

a) Todo triângulo equilátero é isósceles.
b) Todo triângulo equilátero é acutângulo.
c) Todo triângulo retângulo é escaleno.
d) Existe triângulo escaleno isósceles.
e) Todo triângulo isósceles é acutângulo.
f) Existe triângulo retângulo isósceles.
g) Todo triângulo isósceles é equilátero.

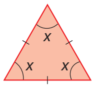
2. Escreva uma equação do 1º grau que represente a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de cada triângulo. Depois, resolva as equações e determine, em cada caso, a medida x em grau.

a) **2. a)** $90° + x + \frac{x}{2} = 180°$; $x = 60°$

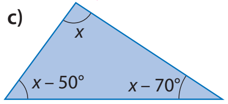


2. b) $x + x + x = 180°$; $x = 60°$

b)



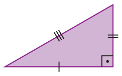
c)



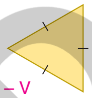
2. c) $x + x - 50° + x - 70° = 180°$; $x = 100°$

3. Sem instrumentos de medida, como régua ou transferidor, associe os triângulos às suas classificações quanto às medidas de comprimento dos lados e quanto às medidas de abertura dos ângulos.

A

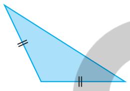


D

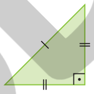


3. A – III; B – IV; C – II; D – I; E – VI; F – V

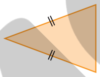
B



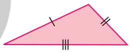
E



C

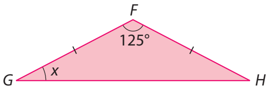


F

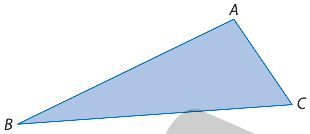


I Equilátero e acutângulo
II Isósceles e acutângulo
III Escaleno e retângulo
IV Isósceles e obtusângulo
V Escaleno e obtusângulo
VI Isósceles e retângulo

4. Calcule a medida x em grau. **4.** 27,5°



5. Observe o triângulo ABC, em que $\overline{BC}$ é o lado com a maior medida de comprimento, e $\overline{AC}$, com a menor.



Sabendo que as aberturas dos ângulos internos desse triângulo medem x, $3x$ e $5x$, determine, em grau, a medida de abertura:

a) do ângulo oposto ao lado $\overline{BC}$; **5. a)** 100°
b) do ângulo oposto ao lado $\overline{AC}$; **5. b)** 20°
c) do ângulo oposto ao lado $\overline{AB}$. **5. c)** 60°

6. Se dois lados de um triângulo isósceles medem 38 cm e 14 cm de comprimento, quanto mede o comprimento do terceiro lado? **6.** 38 cm

7. Construa o triângulo indicado em cada item e, depois, responda à questão.

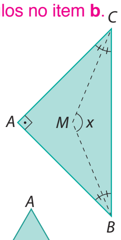
a) Equilátero com lados que medem 3 cm de comprimento.
b) Isósceles com lados que medem 5 cm e 7 cm de comprimento.
c) Escaleno com lados que medem 4 cm, 5 cm e 7 cm de comprimento.

- Há apenas um triângulo que satisfaz cada um dos itens acima? Justifique.

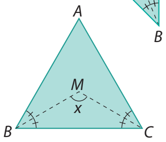
7. Não. Há duas possibilidades de construir os triângulos no item **b**.

8. Resolva os problemas.

a) Sabendo que ABC é um triângulo isósceles, que $\overrightarrow{BM}$ é a bissetriz do ângulo $A\hat{B}C$ e que $\overrightarrow{CM}$ é a bissetriz do ângulo $A\hat{C}B$, encontre a medida x, em grau. **8. a)** 135°



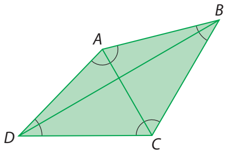
b) Se o triângulo ABC fosse equilátero, qual seria a medida x em grau? **8. b)** 120°



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

6 Quadriláteros

Você já aprendeu que um quadrilátero é um polígono de quatro lados. Observe na figura abaixo um exemplo de quadrilátero e seus elementos.

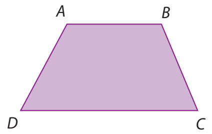


- Vértices: A, B, C e D
- Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$
- Ângulos internos: $D\hat{A}B$, $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$ e $C\hat{D}A$
- Diagonais: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$

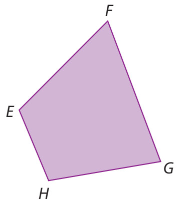
Os quadriláteros que possuem lados opostos paralelos são denominados **quadriláteros notáveis**. De acordo com o número de pares de lados opostos paralelos, o quadrilátero pode ser um **trapézio** ou um **paralelogramo**.

Trapézios

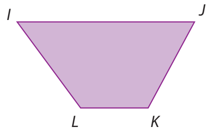
Os trapézios são quadriláteros que têm somente **um par** de lados opostos paralelos. Observe os exemplos.



$\overline{AB} // \overline{DC}$



$\overline{EH} // \overline{FG}$



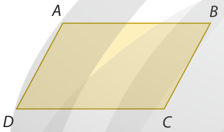
$\overline{IJ} // \overline{LK}$

Observação

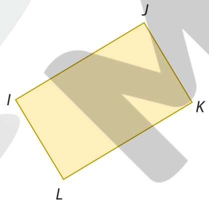
A notação // indica que duas retas ou dois segmentos são paralelos.

Paralelogramos

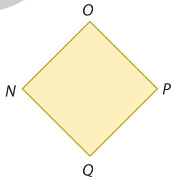
Os paralelogramos são quadriláteros que têm **dois pares** de lados opostos paralelos. Observe os exemplos.



$\overline{AB} // \overline{DC}$ e $\overline{AD} // \overline{BC}$



$\overline{IJ} // \overline{LK}$ e $\overline{IL} // \overline{JK}$



$\overline{NO} // \overline{QP}$ e $\overline{NQ} // \overline{OP}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Quadriláteros

Objetivo

- Classificar quadriláteros quanto ao número de pares de lados paralelos.

Orientação

- Com a intenção de aprofundar e sistematizar o estudo dos quadriláteros, o tópico tem início com a classificação desses polígonos em 3 grupos: trapézios, paralelogramos e outros quadriláteros. É fundamental que os estudantes compreendam as características de cada um desses tipos de quadrilátero para que os classifiquem de modo adequado, especialmente no momento seguinte, quando serão estudados os retângulos, losangos e quadrados.

Soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero

Objetivo

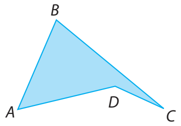
- Estabelecer relações quanto às medidas da abertura dos ângulos internos de quadriláteros.

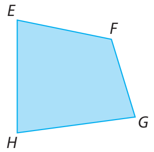
Orientações

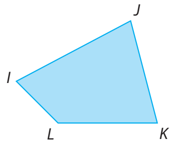
- Neste tópico, os estudantes terão a oportunidade de verificar experimentalmente que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero qualquer é 360°. Peça a eles que reproduzam a experiência descrita. Se julgar necessário, diga que a demonstração dessa propriedade será feita no Capítulo 4 do Volume 8 desta coleção.

Outros quadriláteros

Se o quadrilátero não tem **nenhum par** de lados opostos paralelos, não recebe nomenclatura especial. Observe os exemplos.

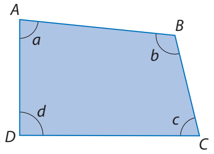






7 Soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero

Em um quadrilátero convexo *ABCD* qualquer, a soma das medidas de abertura dos ângulos internos mede 360°.



$$a + b + c + d = 360^\circ$$

Assim como fizemos com os triângulos, é possível fazer um experimento com um modelo de quadrilátero de papel. Lembre-se: para evitar acidentes, sempre manuseie a tesoura com cuidado.

1º) Em uma folha de papel, desenhe um quadrilátero qualquer; depois, recorte-o.

2º) Pinte cada ângulo interno da figura de uma cor.

3º) Recorte a figura em quatro partes, de modo que cada uma contenha apenas um dos ângulos internos.

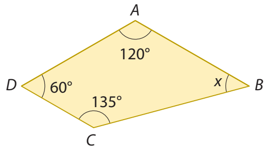
4º) Reúna os pedaços recortados de modo que os quatro ângulos pintados fiquem no centro. Observe que a abertura do ângulo formado pelas quatro cores mede 360°, ou seja, corresponde ao ângulo de uma volta completa.

Assim, verificamos experimentalmente que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero mede 360°. A demonstração desse fato será feita em outro momento.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos aplicar o que acabamos de verificar para calcular a medida desconhecida da abertura de um dos ângulos internos de um quadrilátero.

Observe como podemos encontrar a medida de abertura do ângulo $A\hat{B}C$.



Como *ABCD* é um quadrilátero convexo, a soma das medidas de abertura dos seus ângulos internos mede 360°. Assim, temos:

$$60° + 120° + 135° + x = 360°$$
$$315° + x = 360°$$
$$x = 360° - 315°$$
$$x = 45°$$

1. a) vértices: *E*, *F*, *G* e *H*; lados: $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$ e $\overline{HE}$; ângulos internos: $H\hat{E}F$, $E\hat{F}G$, $F\hat{G}H$ e $G\hat{H}E$; diagonais: $\overline{EG}$ e $\overline{FH}$

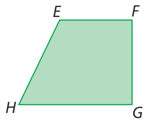
1. b) vértices: *I*, *J*, *K* e *L*; lados: $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{KL}$ e $\overline{LI}$; ângulos internos: $L\hat{I}J$, $I\hat{J}K$, $J\hat{K}L$ e $K\hat{L}I$; diagonais: $\overline{IK}$ e $\overline{JL}$

ATIVIDADES

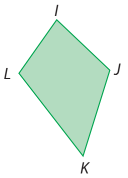
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Em cada quadrilátero, identifique os vértices, os lados, os ângulos internos e as diagonais.

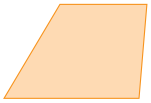
a)



b)



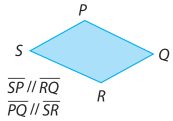
2. Observe a figura e responda: esse quadrilátero é um paralelogramo? Justifique.



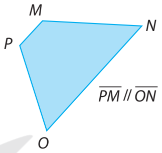
2. Não, pois não tem dois pares de lados opostos paralelos.

3. Classifique os quadriláteros em paralelogramo ou trapézio. Justifique sua resposta.

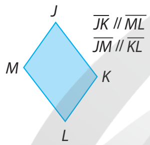
a)



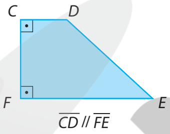
d)



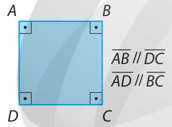
b)



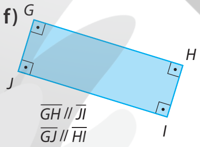
e)



c)



f)



3. Paralelogramos: **a**, **b**, **c**, **f**; trapézios: **d**, **e**; justificativa em *Orientações*.

4. No caderno, classifique cada afirmação em verdadeira ou falsa.

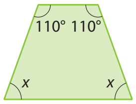
a) Todo quadrilátero é um paralelogramo. **4. a)** falsa

b) Todo paralelogramo é um trapézio. **4. b)** falsa

c) Um trapézio tem somente um par de lados opostos paralelos. **4. c)** verdadeira

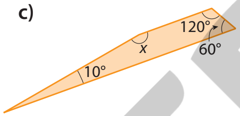
5. Em cada figura, descubra a medida *x*, em grau.

a)



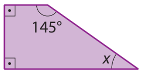
5. a) $x = 70°$

c)



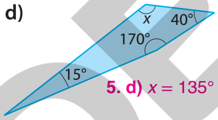
5. c) $x = 170°$

b)



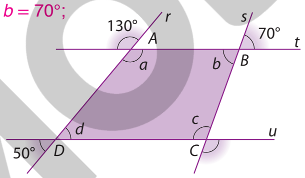
5. b) $x = 35°$

d)



5. d) $x = 135°$

6. Observe o trapézio *ABCD*, formado pelas retas *r*, *s*, *t* e *u*. Depois, faça o que se pede.



6. b) propriedade dos ângulos o.p.v.; $a = 130°$; $b = 70°$; $d = 50°$

a) Indique os pares de retas concorrentes que você pode identificar na figura. **6. a)** *r* e *t*; *r* e *u*; *s* e *t*; *s* e *u*; *r* e *s*

b) Determine as medidas de *a*, *b* e *d* e cite a propriedade que permite obter essas medidas.

c) Escreva uma equação que permita determinar a medida *c*. Depois, resolva-a.

6. c) Exemplo de resposta: $c + 130° + 70° + 50° = 360°$; $c = 110°$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Na atividade **3**, solicite aos estudantes que estejam atentos ao enunciado, pois é possível que classifiquem o quadrilátero do item **c** como quadrado e o quadrilátero do item **f** como retângulo. Apesar de tal classificação ser correta, não está adequada ao enunciado proposto, uma vez que a classificação deverá ser apenas "trapézio" ou "paralelogramo".

Espera-se que, na justificativa das respostas, os estudantes verifiquem que os paralelogramos têm dois pares de lados opostos paralelos e que os trapézios têm somente um par de lados opostos paralelos.

- Ao resolver a atividade **4**, peça aos estudantes que justifiquem as respostas escolhidas. É necessário que organizem suas ideias e usem termos adequados para argumentar, o que pode ser feito com o apoio em ilustrações que contenham exemplos ou contraexemplos.

- Vale destacar que a atividade **9** representa um desafio, pois, além de envolver diferentes conceitos geométricos, não traz uma ilustração, ou seja, os estudantes deverão traduzir o enunciado para uma ilustração de modo que possam visualizar todos os dados disponíveis. Nesse sentido, deve-se dar atenção maior a essa ilustração, promovendo uma troca e comparação entre os registros dos estudantes.

Trapézios

Objetivos

- Reconhecer características do trapézio.
- Classificar trapézios em isósceles, escaleno e retângulo.

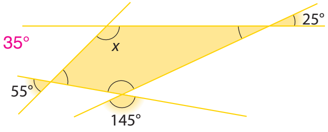
Orientações

- Neste tópico, há uma breve explicação da classificação que os trapézios podem ter: isósceles, escaleno e retângulo. Esses "nomes" já são conhecidos na classificação de triângulos, e, portanto, os estudantes deverão utilizar conhecimentos prévios em novas situações. Com esse estudo, eles terão a oportunidade de comparar esses tipos de trapézio, considerando sempre as suas características.

7. Calcule em cada caso a medida *x*, em grau.

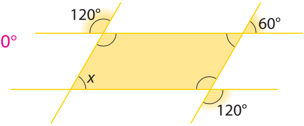
a)

7. a) $x = 135°$

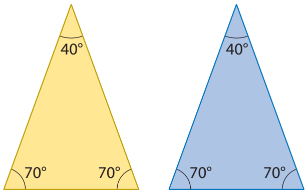


b)

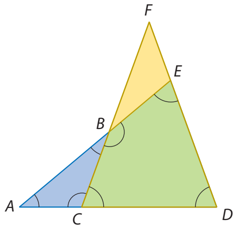
7. b) $x = 60°$



8. Observe os triângulos isósceles.



Eles foram sobrepostos de modo que foi obtida a figura a seguir.



- Determine: **8. a)** 70°, 70°, 70° e 150°
  a) as medidas de abertura dos ângulos internos do quadrilátero *BCDE*;
  b) as medidas de abertura dos ângulos internos do triângulo *ABC*. **8. b)** 30°, 40° e 110°

9. Em um quadrilátero *ABCD*, o ângulo $A\hat{B}C$ é suplementar a um ângulo com abertura de medida 140°. $B\hat{C}D$ é um ângulo reto e a abertura de $C\hat{D}A$ mede 70°. Sabendo que $\overrightarrow{AP}$ é a bissetriz do ângulo $D\hat{A}B$, determine a medida de abertura do ângulo $P\hat{A}B$. **9.** 80°

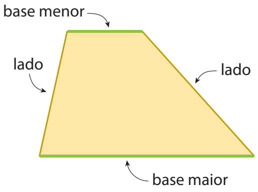
8 Trapézios

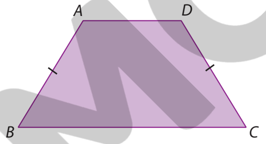
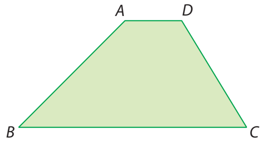
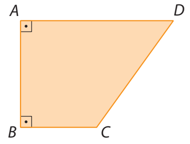
Como já vimos, os trapézios são quadriláteros que têm somente um par de lados opostos paralelos.

Nos trapézios os lados paralelos são denominados **bases**.

Observe que o trapézio possui duas bases: a base menor e a base maior.

No quadro a seguir, apresentamos três modos de classificar um trapézio em relação à medida de comprimento de seus lados e à medida de abertura de seus ângulos.



Trapézio isósceles	Trapézio escaleno	Trapézio retângulo
 $\overline{AB} \cong \overline{CD}$		
Um trapézio isósceles tem os lados não paralelos congruentes.	Um trapézio escaleno tem os lados não paralelos com medidas de comprimento diferentes.	Um trapézio retângulo é um trapézio escaleno que tem dois ângulos retos.

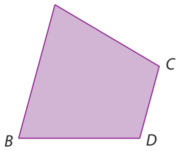
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

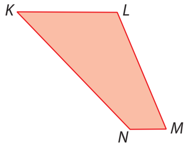
1. Identifique a base maior e a base menor de cada trapézio.

a)



1. a) base maior: $\overline{AB}$; base menor: $\overline{CD}$

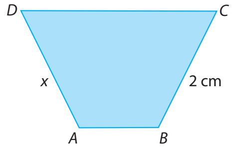
b)



1. b) base maior: $\overline{KL}$; base menor: $\overline{MN}$

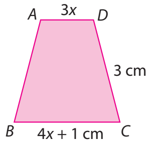
2. O trapézio *ABCD* é isósceles. Qual é a medida de comprimento *x* do lado $\overline{AD}$ desse trapézio?

2. 2 cm



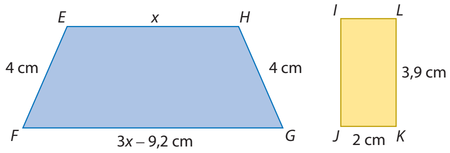
3. Escreva uma equação que represente a informação dada e determine a medida de comprimento de *x*.

a) A medida do perímetro do trapézio isósceles *ABCD* é 10,5 cm.



3. a) $3x + 4x + 1 + 3 + 3 = 10{,}5$; $x = 0{,}5$ cm

b) A medida do perímetro do trapézio isósceles *EFGH* é o dobro da medida do perímetro do retângulo *IJKL*.



3. b) $x + 3x - 9{,}2 + 4 + 4 = 2 \cdot (3{,}9 + 3{,}9 + 2 + 2)$

$x = 6{,}2$ cm

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

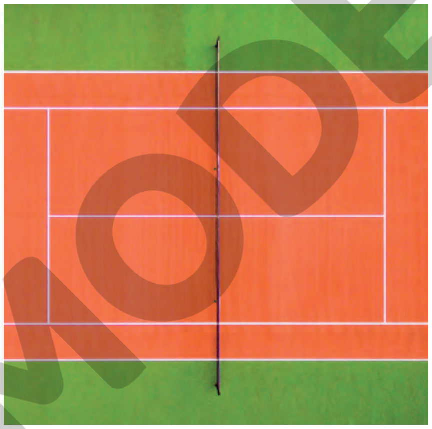
9 Paralelogramos

Como já estudamos, os paralelogramos são quadriláteros que têm dois pares de lados opostos paralelos. No dia a dia, encontramos diversos objetos que lembram paralelogramos.

Observe os exemplos a seguir.

MAURITIUS IMAGES GMBH/ALAMY/FOTOARENA

Edifício Dockland, em Hamburgo, Alemanha, 2021.
A lateral desse edifício lembra um paralelogramo.



NIKITABUIDA/SHUTTERSTOCK

As regiões que compõem a quadra de tênis lembram paralelogramos.

De acordo com as medidas de comprimento dos lados e de abertura dos ângulos, um paralelogramo pode ser classificado como **retângulo**, **losango** ou **quadrado**.

- A atividade **2** pode ser complementada com duas perguntas (peça aos estudantes que não usem a régua ou qualquer outro instrumento de medida): “Qual é a medida de comprimento do lado $\overline{CD}$? E a do lado $\overline{AB}$?”. Espera-se que observem que temos apenas a informação de que o trapézio é isósceles, o que garante saber a medida de comprimento lado $\overline{AD}$. Porém, mesmo sem saber com exatidão as medidas de comprimento de $\overline{CD}$ e de $\overline{AB}$, podemos fazer algumas inferências: a medida de comprimento de $\overline{AB}$ é menor que a de $\overline{CD}$ e a medida de comprimento de $\overline{CD}$ mede mais que 2 cm.

Paralelogramos

Objetivo

- Classificar paralelogramos em retângulo, losango e quadrado.

Orientações

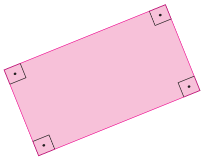
- Ao iniciar o trabalho com este conteúdo, peça aos estudantes que citem também exemplos de objetos que lembram paralelogramos, como tela de aparelho de TV, celular, tampo de mesa etc.
- Os estudantes já estudaram quadrados, retângulos e losangos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental; porém, à medida que compreendem melhor as características das figuras geométricas, podem sistematizar essa classificação e colocar em prática definições. Logo, eles devem considerar o que já conhecem do assunto e refinar as classificações, uma vez que têm mais elementos e conhecimentos. Na prática, espera-se que se concentrem nas características de cada quadrilátero e não tenham a ideia equivocada, por exemplo, de que um losango ou um quadrado devem sempre estar em determinada posição para que sejam essas figuras. Desenhe alguns quadrados em posições diferentes no quadro e pergunte se são quadrados, independentemente da posição em que estão. Se ainda houver dúvida, lembre-os das características desse quadrilátero.

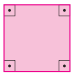
- Peça aos estudantes que relacionem as classificações de quadrado, retângulo e losango, buscando hierarquia entre elas, antes de explorar o boxe *Observação*.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

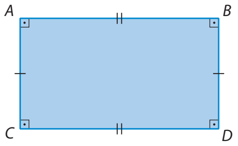
Retângulo

Um paralelogramo com **quatro ângulos retos** é denominado retângulo. Observe alguns exemplos.





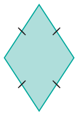
Em um retângulo, os lados opostos são congruentes.

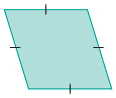


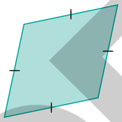
$\overline{AB} \cong \overline{CD}$
$\overline{AC} \cong \overline{BD}$

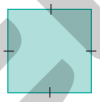
Losango

O losango é um paralelogramo com **quatro lados congruentes**. Observe alguns exemplos de losango.







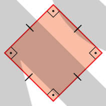


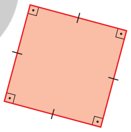
CELSO GONÇALVES/ROC2

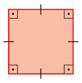
Calçada com alguns padrões que lembram losangos.

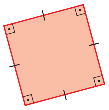
Quadrado

O quadrado é um paralelogramo com **quatro ângulos retos** e **quatro lados congruentes**. Observe alguns exemplos.









ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Observação

Todo quadrado também é um retângulo, pois tem todos os ângulos internos retos, e também é um losango, pois tem todos os lados com a mesma medida de comprimento.

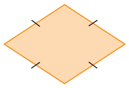
2. Espera-se que os estudantes digam que verificariam se a abertura dos ângulos da figura verde mede 90º para saber se ela representa um retângulo e mediriam o comprimento dos lados da figura amarela para saber se ela representa um losango.

ATIVIDADES

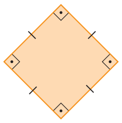
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Classifique os paralelogramos em retângulo, losango ou quadrado. **1. c)** retângulo ou losango ou quadrado

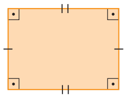
a) **1. a)** losango



c)



b) **1. b)** retângulo



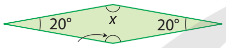
2. Para montar a bandeira do estado do Ceará, Anita fez uma composição de peças e, entre elas, há duas que lembram quadriláteros.

MAXIM STUDIO/SHUTTERSTOCK

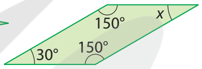
Olhando rapidamente, seria possível dizer que ela usou peças que lembram um retângulo e um losango. O que você faria para ter a certeza da classificação desses quadriláteros? Justifique.

3. Calcule em cada caso a medida x, em grau.

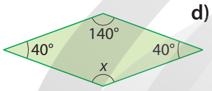
a)



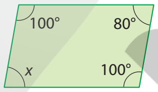
c)



b)



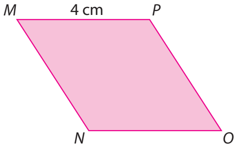
d)

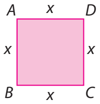


- Com base nos resultados obtidos em cada item, o que você pode afirmar sobre as medidas de abertura dos ângulos opostos em cada um dos quadriláteros?

3. a) $x = 160°$; **b)** $x = 140°$; **c)** $x = 30°$; **d)** $x = 80°$. É possível afirmar que são congruentes.

4. Determine a medida x sabendo que a medida do perímetro do losango *MNOP* é igual ao dobro da medida do perímetro do quadrado *ABCD*. **4.** $x = 2$ cm

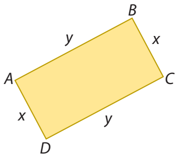


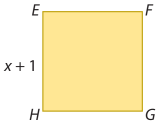


5. Calcule as medidas de x e de y sabendo que:

a) a medida de y é igual ao dobro da medida de x e a medida do perímetro do retângulo *ABCD* é igual à medida do perímetro do quadrado *EFGH*;

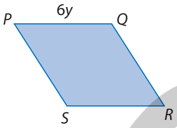
5. a) $x = 2$; $y = 4$

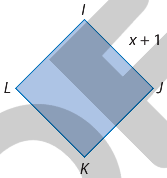




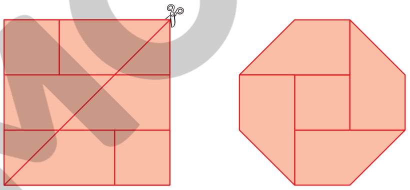
b) a medida de y é igual a um terço da medida de x e a medida do perímetro do losango *PQRS* é igual à medida do perímetro do quadrado *IJKL*.

5. b) $x = 1$; $y = \frac{1}{3}$





6. Um quadrado de cartolina foi dividido e recortado, obtendo-se peças poligonais. Com algumas dessas peças, foi possível formar um octógono, conforme a figura abaixo.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é a medida de abertura dos ângulos internos do octógono? **6. a)** 135°

b) As peças que não foram utilizadas totalizam que fração do quadrado? **6. b)** $\frac{2}{9}$

- Para realizar as atividades **1** a **6**, os estudantes devem mobilizar tudo o que estudaram sobre quadriláteros. Esse é o momento oportuno para avaliar o que aprenderam e retomar algum conceito caso seja necessário.
- Na atividade **1**, diga aos estudantes que eles devem escrever todas as possibilidades em cada um dos itens. Por exemplo, no item **c** e natural que escrevam "quadrado", mas a resposta completa deve ser "retângulo, losango e quadrado".
- Na atividade **6**, se necessário, solicite aos estudantes que reproduzam as peças em um papel que possam recortar para realizar a decomposição e a composição apresentadas e, assim, fazer as análises dos ângulos.

Construção de quadrados com régua e compasso

Objetivos

- Construir quadrados, usando régua e compasso.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA28 e a competência específica 6 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA28 da BNCC porque os estudantes terão a oportunidade de analisar e descrever, por meio de um fluxograma, os passos para a construção de um quadrado, conhecida a medida de comprimento do seu lado.

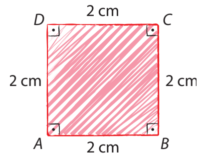
Orientações

- O trabalho já iniciado com os triângulos é aqui retomado e ampliado para os quadrados. Esse é um trabalho que exige atenção e organização, pois cada traço feito de maneira inapropriada afetará o desenho final, ou seja, um quadrado pode virar outro quadrilátero se não for feito com precisão. Pode ser que nas primeiras construções os traçados sejam menos precisos, mas os estudantes devem ser incentivados a praticar para aprimorar suas construções com régua e compasso. Sempre vale a pena orientá-los a utilizar o compasso com cuidado para evitar acidentes.
- Se julgar necessário, diga aos estudantes que no Volume 8 desta coleção eles poderão compreender por que, com a construção realizada, a reta *s* é perpendicular à reta *r*. Se julgar oportuno, eles poderão construir a reta perpendicular utilizando esquadros ou construir os ângulos de 90° com transferidor.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

10 Construção de quadrados com régua e compasso

Vamos construir um quadrado cujo lado mede 2 cm de comprimento, conforme o esboço representado abaixo.

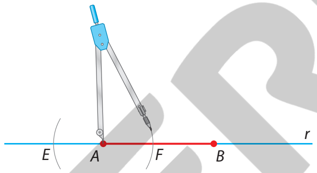


Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

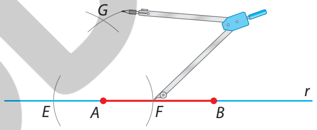
Para isso, podemos seguir os passos mostrados a seguir.

1º) Trace uma reta *r* e, sobre ela, construa o segmento $\overline{AB}$, de medida de comprimento igual a 2 cm, que será um dos lados do quadrado.

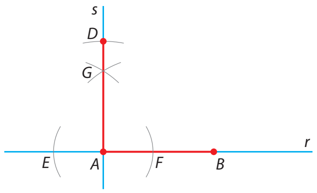
2º) Com a ponta-seca do compasso no ponto *A* e com uma abertura qualquer, marque dois pontos, *E* e *F*, sobre *r*.



3º) Abra o compasso com uma abertura maior que a anterior e trace dois arcos: um com a ponta-seca do compasso em *E* e o outro com a ponta-seca em *F*.
Os dois arcos se cruzarão em um ponto, que indicaremos por *G*.



4º) Una os pontos *G* e *A*, traçando a reta *s*, que é perpendicular a *r*. Depois, com a abertura medindo 2 cm de comprimento e a ponta-seca do compasso em *A*, obtenha o ponto *D* sobre a reta *s*.

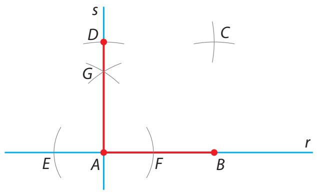


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

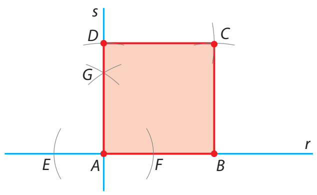
(EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.

Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

5º) Trace dois arcos utilizando o compasso com abertura medindo 2 cm de comprimento: um com a ponta-seca em *B* e o outro com a ponta-seca em *D*. Na intersecção desses arcos, marque o ponto *C*.



6º) Trace os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{CB}$. Por fim, pinte a região interna da figura e obtenha o quadrado *ABCD*.

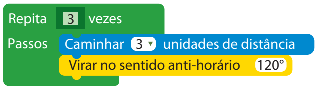


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

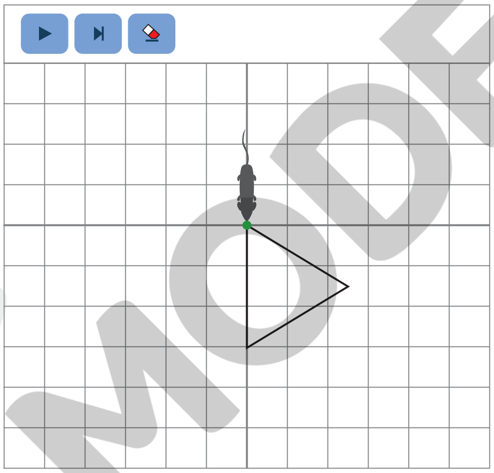
Lembre-se:
Escreva no caderno!

PENSAMENTO COMPUTACIONAL

É possível construir polígonos utilizando aplicativos de desenho. Na imagem abaixo, o triângulo equilátero na malha foi construído por meio dos comandos à esquerda.



Repita 3 vezes
Passos Caminhar 3 unidades de distância
Virar no sentido anti-horário 120°



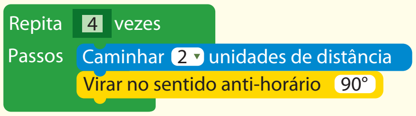
ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Pensamento computacional: Respostas em *Orientações*.

- Com base nesse exemplo, faça no caderno o que se pede.
  a) Que sequência de comandos você forneceria para construir um quadrado de lado medindo 2 unidades de comprimento nesse aplicativo?

- Peça aos estudantes que reproduzam as construções. Em atividades como essa é necessário relembrar conceitos já adquiridos por eles. Para realizar uma construção geométrica, é preciso estar atento para identificar os elementos geométricos e as propriedades que podem ser utilizadas.
- Chame a atenção dos estudantes para o fato de as marcações dos centímetros da régua não serem utilizadas nas construções. No desenvolvimento das atividades, eles deverão notar que a régua é um instrumento utilizado para traçar uma reta quando já se conhecem dois pontos pelos quais ela passa, e não só um instrumento para realizar medições. Quanto ao compasso, eles devem perceber que esse instrumento é utilizado não só para construir circunferências como também para marcar e transferir medidas de comprimento.
- No boxe *Pensamento computacional*, os estudantes deverão analisar e descrever, por meio de um fluxograma, os passos para a construção de um quadrado, conhecida a medida de comprimento do seu lado. Ao expressar um raciocínio por meio desse tipo de linguagem, a habilidade EF07MA28 e a competência específica 6 da BNCC têm seu desenvolvimento favorecido.

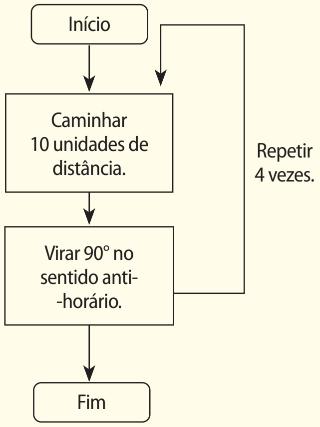
Exemplo de resposta do item **a** do boxe *Pensamento computacional*:



Repita 4 vezes
Passos Caminhar 2 unidades de distância
Virar no sentido anti-horário 90°

ERICSON GUILHERME LUCIANO/
ARQUIVO DA EDITORA

- Exemplo de resposta do item **b** do boxe *Pensamento computacional*:

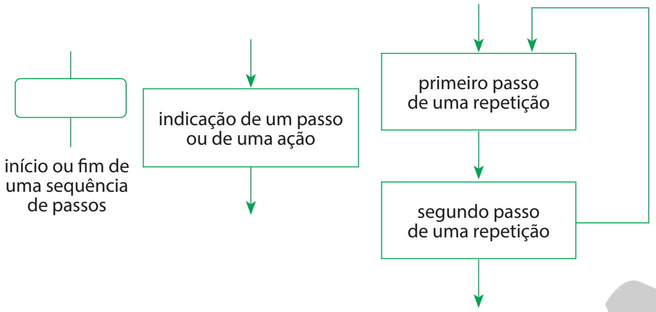


ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA

- Amplie a proposta de cada atividade e peça aos estudantes que descrevam no caderno o caminho pelo qual realizaram a construção, ou seja, escrevam o passo a passo. Aproveite este momento para avaliar se atribuíram significado às propriedades geométricas de cada figura construída.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

b) Agora, crie um fluxograma para representar uma sequência de passos que leve à construção de um quadrado cujo lado mede 10 unidades de comprimento.
Dica: utilize as estruturas a seguir como base para a construção do fluxograma e ligue-as utilizando setas, indicando o sentido dos passos a serem seguidos.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

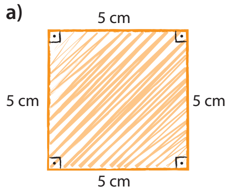
1. Para construir os quadrados, espera-se que os estudantes usem o procedimento apresentado nas páginas 236 e 237, alterando as medidas de comprimento no 1º, 4º e 5º passos para 5 cm (no caso do item **a)**) e 7 cm (no caso do item **b**).

ATIVIDADES

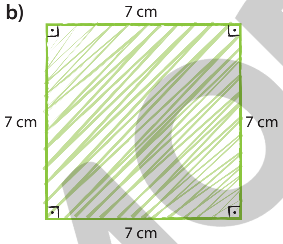
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Construa os seguintes quadrados no caderno, usando régua e compasso e seguindo as medidas de comprimento indicadas nos esboços.

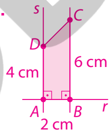
a)



b)



5.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

2. Responda às questões no caderno.

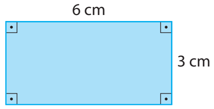
a) Ana construiu um paralelogramo com todos os ângulos internos congruentes. Que paralelogramo ela construiu? **2. a)** retângulo ou quadrado

b) Lucas construiu um paralelogramo com os quatro lados de medidas de comprimento iguais. Que paralelogramo ele construiu? **2. b)** losango ou quadrado

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

3. Descubra que quadrilátero Rodrigo construiu.
“Primeiro, construí um segmento $\overline{PQ}$, de medida de comprimento igual a 5 cm, sobre uma reta *r*. Depois, tracei uma reta *u*, perpendicular a *r*, passando por *P*, e sobre ela construí um segmento $\overline{PS}$ medindo 2 cm de comprimento. Tracei outra reta perpendicular a *r*, passando por *Q*, e sobre ela construí um segmento $\overline{QR}$ de medida de comprimento igual a 2 cm. Uni os pontos *R* e *S* e obtive um quadrilátero.” **3.** retângulo

4. No caderno, descreva como você construiria o retângulo abaixo usando régua e compasso.



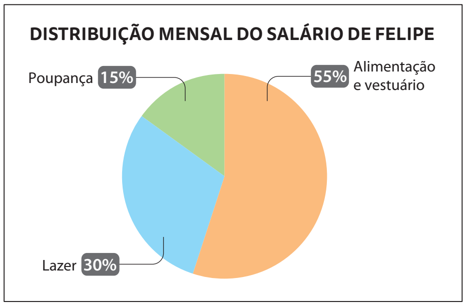
5. Ana construiu um trapézio retângulo. Observe como ela descreveu sua construção.
“Primeiro, construí uma reta *r* e, sobre ela, um segmento $\overline{AB}$, que media 2 cm de comprimento. Depois, tracei uma reta *s*, perpendicular a *r*, passando por *A*, e sobre ela construí um segmento $\overline{AD}$ que media 4 cm de comprimento. Tracei outra reta perpendicular a *r*, passando por *B*, e sobre ela construí um segmento $\overline{BC}$, que media 6 cm de comprimento. Uni os pontos *C* e *D* e obtive um trapézio retângulo.”

- Construa esse trapézio no caderno seguindo a descrição de Ana.

4. Os estudantes podem descrever os passos de modo similar ao da atividade anterior, substituindo as medidas de comprimento 5 cm e 2 cm por 6 cm e 3 cm, respectivamente.

Leitura e interpretação de gráficos de setores

Na empresa em que trabalha, Felipe recebe R$ 1 800,00 de salário líquido. Ele utiliza esse valor para gastar com lazer, alimentação e vestuário e guarda uma parte na caderneta de poupança. Para visualizar melhor essa distribuição, Felipe construiu o gráfico de setores a seguir.



Dados obtidos por Felipe em maio de 2023.

FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

- ▸ Com as informações do gráfico, é possível determinar a finalidade para a qual Felipe reserva cada parte do seu salário e calcular esses valores?

Vamos analisar alguns elementos do gráfico.

O título "Distribuição mensal do salário de Felipe" informa o que o gráfico contém.

No gráfico, cada setor (identificado com uma cor diferente) representa um tipo de gasto: alimentação e vestuário (55%), lazer (30%) e poupança (15%). Juntos, esses gastos totalizam 100% do salário mensal de Felipe.

A fonte, localizada abaixo do gráfico, informa que os dados foram obtidos por Felipe em maio de 2023.

Assim:

- Para saber a finalidade para a qual Felipe reserva a maior parte de seu salário, basta comparar as medidas de abertura dos ângulos dos setores ou as porcentagens indicadas no gráfico. Pelos dois modos, concluímos que o maior gasto de Felipe é com alimentação e vestuário (55% do salário).

  Como sabemos que o salário de Felipe é de R$ 1 800,00 e que o gasto com alimentação e vestuário representa 55% desse valor, podemos calcular o valor gasto com esses itens:

  $$55\% \text{ de } 1\,800 = \frac{55}{100} \cdot 1\,800 = 990$$

  Portanto, Felipe gasta mensalmente R$ 990,00 com alimentação e vestuário.

- Analisando o gráfico, percebemos que o valor que Felipe guarda na caderneta de poupança representa 15% do salário.

  Vamos calcular esse valor em real.

  $$15\% \text{ de } 1\,800 = \frac{15}{100} \cdot 1\,800 = 270$$

  Logo, Felipe reserva para investir na poupança R$ 270,00 mensais.

- Finalmente, para descobrir o valor que Felipe reserva para gastar com lazer, podemos calcular 30% de R$ 1 800,00. Podemos, ainda, adicionar os valores reservados para investir na poupança e para gastar com alimentação e vestuário e, em seguida, subtrair essa soma de R$ 1 800,00:

  $$\text{R\$ } 1\,800{,}00 - (\text{R\$ } 990{,}00 + \text{R\$ } 270{,}00) = \text{R\$ } 540{,}00$$

  Portanto, Felipe reserva R$ 540,00 para gastar com lazer.

(EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

Estatística e Probabilidade

Objetivos

- Ler e interpretar gráficos de setores.
- Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental**, da macroárea **Meio Ambiente**, por meio da discussão sobre o uso consciente da água.
- Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Educação para o Trânsito**, da macroárea **Cidadania e Civismo**, por meio da discussão sobre segurança no trânsito.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA37.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA37 porque os estudantes terão a oportunidade de interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

Orientações

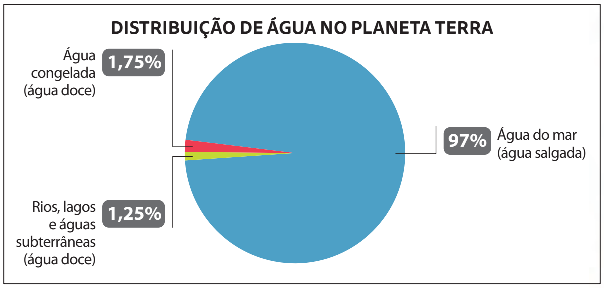
- Para estabelecer uma relação com os estudos desenvolvidos anteriormente, o foco do trabalho aqui é a leitura, a interpretação e a análise de gráficos de setores. Durante as discussões, surgirão naturalmente medidas de aberturas de ângulos. É importante estar atento às relações que os estudantes fazem entre valores percentuais, valores absolutos e medidas em grau, envolvidos nesse tipo de gráfico.
- Ao apresentar o conteúdo desta página, diga aos estudantes que "salário líquido" é o valor que se recebe após serem realizados todos os descontos em uma folha de pagamento.
- Peça aos estudantes que calculem 30% de R$ 1 800,00 a fim de verificar que esse valor é o mesmo que o encontrado para o lazer, porém utilizando outro modo de calcular.

- Aproveite a atividade **1** para iniciar uma conversa sobre o uso consciente da água e desenvolver assim o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental** da macroárea **Meio Ambiente**. Pergunte aos estudantes se eles sabem o que significa atitude sustentável. Argumente que, além de economizar no gasto pessoal de água, deve-se prestar atenção ao consumo de alimentos e produtos que também utilizam água em sua produção. Por exemplo, para produzir um quilograma de carne bovina são gastos, aproximadamente, 15 500 litros de água; já na produção de uma camiseta, 2 700 litros. Como protagonistas das próximas décadas, os estudantes devem entender que a água é necessária à vida e que, antes de buscar soluções como a dessalinização (processo que trata a água do mar para o consumo), temos de economizar e cuidar da água potável disponível.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. A medida do volume de água no planeta Terra é de aproximadamente 1 500 000 000 km^3 (quilômetros cúbicos) de água, sendo 97% do total composto de água salgada e apenas 3% de água doce. Observe no gráfico abaixo a distribuição dessa água.



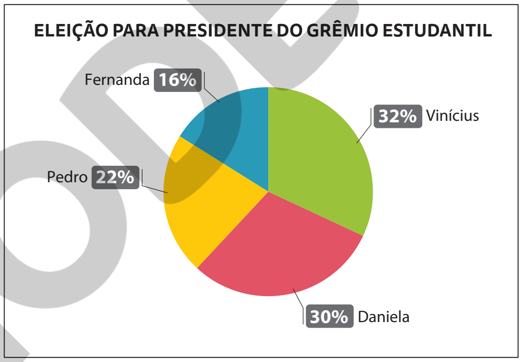
FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: SERVIÇO Geológico do Brasil (SGB). *Coisas que Você Deve Saber sobre a Água*. Disponível em: http://www.cprm.gov.br/publique/SGB-Divulga/Canal-Escola/Coisas-que-Voce-Deve-Saber-sobre-a-Agua-1084.html. Acesso em: 30 maio 2022.

FERNANDA SEVAROLI/ARQUIVO DA EDITORA

- Agora, responda às questões.
  - **a)** De acordo com o gráfico, como é a divisão de água doce em nosso planeta? **1. a)** água congelada: 1,75%; rios, lagos e águas subterrâneas: 1,25%
  - **b)** Qual é a medida do volume, em quilômetro cúbico, de água doce não congelada? **1. b)** 18 750 000 km^3
  - **c)** E a de água salgada? **1. c)** 1 455 000 000 km^3

2. Em janeiro de 2023 houve eleição para presidente do grêmio estudantil de uma escola com 1 100 estudantes. Concorreram nessa eleição 4 candidatos: Vinícius, Fernanda, Pedro e Daniela. Observe o gráfico feito pela coordenação da escola para divulgar o resultado da eleição.

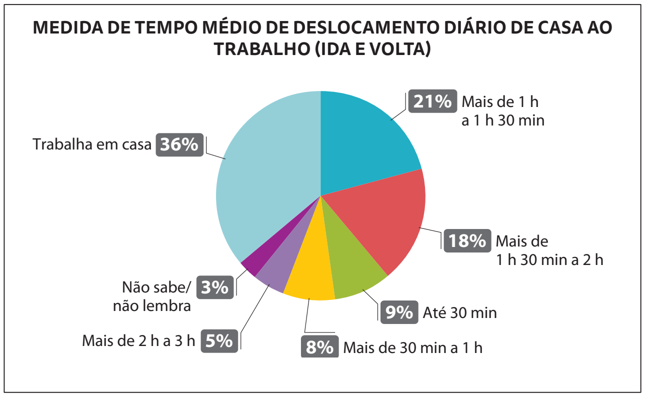


ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela coordenação da escola em janeiro de 2023.

- Agora, responda às questões.
  - **a)** Qual foi o candidato que recebeu a maior porcentagem dos votos? Qual foi essa porcentagem? **2. a)** Vinícius; 32%
  - **b)** Quantos votos recebeu quem obteve menos votos? **2. b)** 176 votos
  - **c)** Qual foi a diferença de votos entre o candidato mais votado e o menos votado? **2. c)** 176 votos

3. Ricardo trabalha na prefeitura de sua cidade e realizou uma pesquisa entre 7 de novembro de 2023 e 8 de dezembro de 2023 para saber a medida de tempo médio de deslocamento diário que os trabalhadores entrevistados gastam de casa ao trabalho.



Dados obtidos por Ricardo em 2023.

a) O que respondeu a maior parte dos entrevistados? **3. a)** “Trabalha em casa”

3. b) 9%

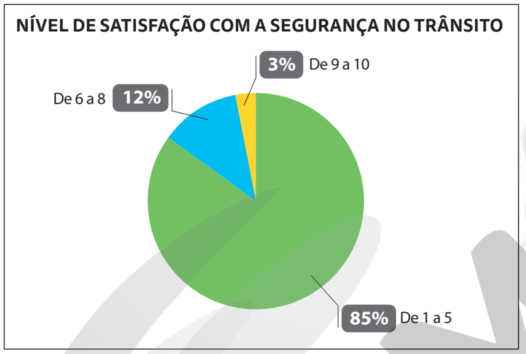
b) Que porcentagem dos entrevistados demora até 30 minutos para se deslocar de casa ao trabalho?

c) Qual é a porcentagem dos entrevistados que demora até 2 horas para se deslocar de casa ao trabalho?

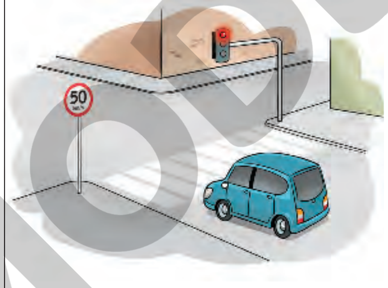
d) Sabendo que 1 000 pessoas foram entrevistadas, quantas demoram mais de 2 horas para chegar ao trabalho? **3. d)** 50 pessoas

3. c) 56%

4. Na mesma pesquisa realizada por Ricardo, os 1 000 entrevistados atribuíram notas de 1 a 10 a seu nível de satisfação com a segurança no trânsito. Observe o resultado abaixo.



Dados obtidos por Ricardo em 2023.



GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quantas pessoas atribuíram notas de 1 a 5 a seu nível de satisfação com a segurança no trânsito? De acordo com esses dados, os entrevistados se sentem seguros no trânsito? **4. a)** 850 pessoas; não

b) Quantas pessoas entrevistadas estão muito satisfeitas com a segurança no trânsito? **4. b)** 30 pessoas

c) O que você acha que poderia ser feito para melhorar a segurança no trânsito? **4. c)** Resposta pessoal.

- Amplie a proposta das atividades e peça aos estudantes que façam uma pesquisa de gráficos de setores divulgados pela mídia. Depois, peça que, em grupos, façam a análise e a interpretação desses gráficos.
- Ao responderem ao item **c** da atividade **3**, verifique se os estudantes percebem que a expressão “até 2 horas” envolve as pessoas que levam até 30 minutos, as que levam mais de 30 minutos a 1 hora, as que levam mais de 1 hora a 1 hora e 30 minutos e as que levam mais de 1 hora e 30 minutos a 2 horas.
- O trabalho com a atividade **4** possibilita desenvolver o Tema Contemporâneo Transversal **Educação para o Trânsito** da macroárea **Cidadania e Civismo**. Aproveite o item **c** para discutir com os estudantes as práticas de segurança no trânsito, como respeito ao sinal de pedestres, aos limites de velocidade e às faixas reservadas ao transporte público e aos pedestres.

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF07MA24, EF07MA25 e EF07MA27.

Habilidades da BNCC

- As atividades desta seção possibilitam aos estudantes desenvolver a habilidade de EF07MA24, pois são propostas construções de triângulos usando régua e compasso, além do reconhecimento da condição de existência de um triângulo e a verificação de que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°. A atividade **11** tem a finalidade de desenvolver a habilidade EF07MA25 ao abordar uma situação envolvendo a rigidez geométrica dos triângulos. A habilidade EF07MA27 também é desenvolvida, uma vez que os estudantes são levados a calcular as medidas de abertura de ângulos internos de triângulos equiláteros e quadrados e estabelecer relações entre as medidas de abertura dos ângulos internos e externos.

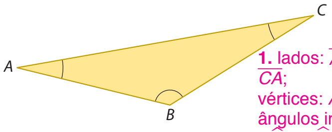
Orientações

- Nas atividades em que os estudantes utilizarem compasso, oriente-os a manuseá-lo com cuidado para evitar acidentes.
- Na atividade **3**, os estudantes devem retomar a questão da soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo qualquer.

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

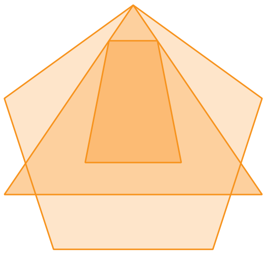
1. No triângulo abaixo, identifique os lados, os vértices e os ângulos internos.



1. lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$; vértices: *A*, *B* e *C*; ângulos internos: $A\hat{B}C$, $B\hat{C}A$ e $C\hat{A}B$

2. (OBM) Quantos triângulos há na figura a seguir?

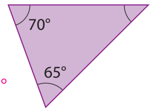
2. alternativa **d**



a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7

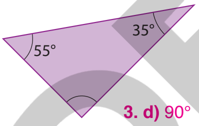
3. Em cada caso, determine a medida de abertura do ângulo desconhecida.

a)



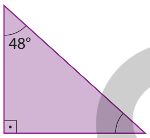
3. a) 45°

d)



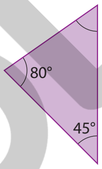
3. d) 90°

b)



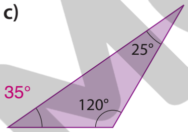
3. b) 42°

e)



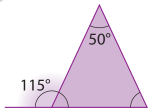
3. e) 55°

c)



3. c) 35°

f)



3. f) ambas medem 65°

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

4. Um triângulo isósceles tem um ângulo interno com medida de abertura igual a 20°. Quais são as medidas de abertura dos outros dois ângulos internos desse triângulo?

4. Respostas possíveis: 80° e 80° ou 20° e 140°

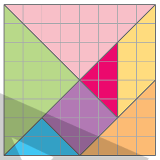
5. Para construir os triângulos, espera-se que os estudantes usem os procedimentos vistos na página 222, alterando as medidas de comprimento para as indicadas em cada item.

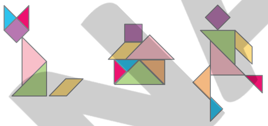
Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

5. Construa em seu caderno um triângulo:

a) equilátero de lados medindo 5 cm de comprimento;
b) isósceles de lados medindo 5 cm, 5 cm e 8 cm de comprimento;
c) escaleno de lados medindo 6 cm, 7 cm e 10 cm de comprimento.

6. O *tangram* é formado por sete peças geométricas. Usando todas essas peças, sem que elas sejam sobrepostas, é possível formar diversas figuras, como os exemplos a seguir.





ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Note que cinco peças do *tangram* são triângulos. Observe o *tangram* representado na malha quadriculada e analise as medidas de comprimento dos lados e as medidas de abertura dos ângulos internos desses triângulos e faça o que se pede.

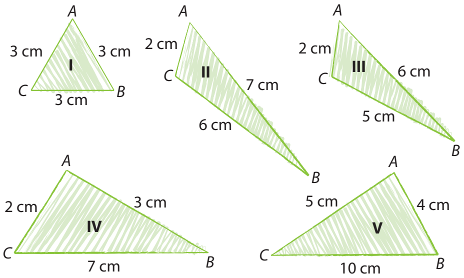
a) Classifique os triângulos de acordo com as medidas de comprimento dos lados e as medidas de abertura dos ângulos.

6. a) Todos são triângulos retângulos isósceles.

b) Considere que podemos classificar esses triângulos, de acordo com as medidas de comprimento de seus lados, em: pequeno, médio e grande. Quantos triângulos pequenos são necessários para formar um triângulo grande?

6. b) 4 triângulos pequenos

7. Luciana fez o esboço de alguns triângulos que vai construir. Analise as medidas de comprimento dos lados dos triângulos e responda à questão.



- Os esboços de Luciana estão corretos? Explique.

7. Os esboços IV e V estão errados, pois os triângulos não existem.

(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

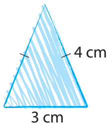
(EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.

(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

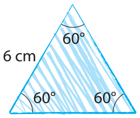
8. Respostas em *Orientações*.

8. Observe os esboços e, se possível, construa os triângulos no caderno. Você pode usar régua, compasso e transferidor.

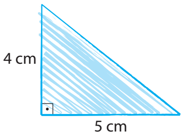
a)



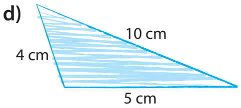
b)



c)



d)

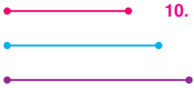


9. Laís está desenhando um triângulo. Ela desenhou o maior lado medindo 10 cm de comprimento e outro lado medindo 6 cm de comprimento. Qual deve ser a medida mínima inteira de comprimento do terceiro lado para que esse triângulo exista?

9. 5 cm

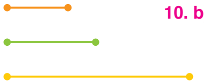
10. Usando apenas régua e compasso, verifique no caderno se é possível construir um triângulo utilizando os três segmentos fornecidos em cada item.

a)



10. a) sim

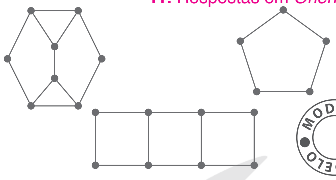
b)



10. b) não

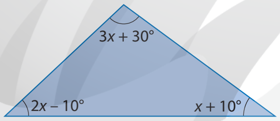
11. Observe a representação de três estruturas de metal unidas por rebites.

11. Respostas em *Orientações*.



- Copie as figuras no caderno e desenhe hastes nas estruturas para que elas se tornem não deformáveis.

12. Escreva uma equação do 1º grau que represente a soma das medidas de abertura dos ângulos internos do triângulo abaixo e, depois, determine a medida *x*.



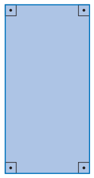
12. $3x + 30^\circ + x + 10^\circ + 2x - 10^\circ = 180^\circ$
$x = 25^\circ$

13. a) retângulo; b) retângulo; losango; c) losango

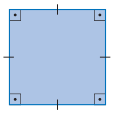
Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

13. Classifique cada paralelogramo em retângulo ou losango.

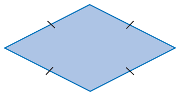
a)



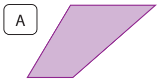
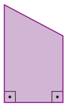
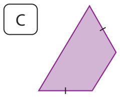
b)



c)



14. No caderno, associe cada trapézio a uma classificação. 14. A – III; B – I; C – II

A 	I Trapézio retângulo
B 	II Trapézio isósceles
C 	III Trapézio escaleno

15. Construa, usando régua e compasso, um quadrado de lados medindo 4 cm de comprimento.

16. Gabriel tinha dois triângulos isósceles de papelão com medidas de comprimento iguais e, com eles, compôs uma figura, como mostra a ilustração abaixo.

16. um paralelogramo

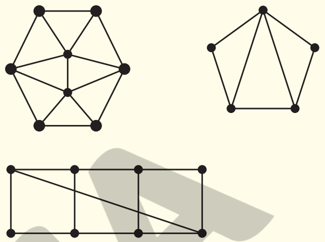
- Com o auxílio de régua e esquadro, descubra que figura ele compôs com os dois triângulos.

15. Espera-se que os estudantes usem os procedimentos vistos nas páginas 236 e 237, alterando as medidas no 1º, 4º e 5º passos para 4 cm.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

FERNANDA SEVAROLI/ARQUIVO DA EDITORA

- Na atividade **8**, não é possível construir um triângulo com as medidas de comprimento indicadas no item **d**: 4 cm, 5 cm e 10 cm. Para construir o triângulo do item **a**, os estudantes podem usar os procedimentos vistos na página 222, alterando as medidas de comprimento para 3 cm, 4 cm e 4 cm. Para construir os triângulos dos itens **b** e **c**, eles podem usar régua e transferidor.
- Respostas da atividade **11**:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

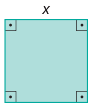
- Na atividade **15**, circule pela sala e verifique se os estudantes conseguiram construir o quadrado usando a régua e o compasso.
- Para a atividade **16**, os estudantes podem desenhar, com o auxílio de uma régua, dois triângulos isósceles justapostos com medidas iguais, como fez Gabriel. Feito isso, eles devem verificar, com régua e esquadro, se os lados opostos da nova figura são paralelos. É esperado que eles respondam que, por ter lados opostos paralelos, a figura obtida com os dois triângulos é um paralelogramo.

- Se considerar conveniente, utilize a atividade **19** para fazer uma avaliação dos estudantes, pois, ao ler e justificar cada uma das afirmações, eles terão de usar seus conhecimentos a respeito da classificação dos quadriláteros. Essa avaliação tem como objetivo verificar o que eles ainda precisam retomar e o que já está consolidado.
- Na atividade **22**, os estudantes devem estar atentos aos dados apresentados para identificar a figura formada, assim como para realizar o cálculo da medida do perímetro.

Atividades de revisão

17. Determine a medida x considerando a medida do perímetro indicada em cada figura.

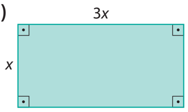
a)



medida do perímetro do quadrado: 24 cm

17. a) $x = 6$ cm

b)

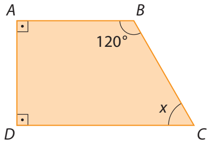


medida do perímetro do retângulo: 60 cm

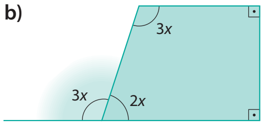
17. b) $x = 7{,}5$ cm

18. Calcule, em cada caso, a medida x em grau.

a)



b)



18. a) $x = 60°$

18. b) $x = 36°$

19. No caderno, classifique cada afirmação em verdadeira ou falsa.

a) Todo quadrilátero é um quadrado. **19. a)** falsa

b) Todo quadrado é um quadrilátero. **19. b)** verdadeira

c) Um retângulo é também um paralelogramo. **19. c)** verdadeira

d) Um losango que também é um retângulo pode ser classificado como quadrado. **19. d)** verdadeira

e) Todo quadrado é um losango. **19. e)** verdadeira

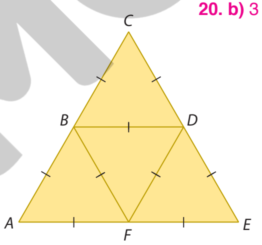
f) Todo quadrado é um retângulo. **19. f)** verdadeira

g) Todo quadrado é um paralelogramo. **19. g)** verdadeira

20. Sabendo que os tracinhos indicam que os segmentos têm a mesma medida de comprimento, responda às questões.

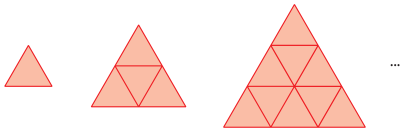
a) Quantos trapézios isósceles podemos identificar na figura? **20. a)** 3 trapézios isósceles

b) E quantos losangos podemos identificar? **20. b)** 3 losangos



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

21. Compondo triângulos equiláteros idênticos, formamos outros triângulos equiláteros. Observe a sequência.



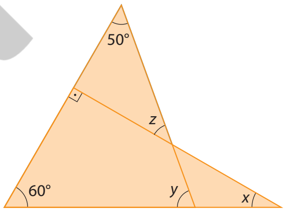
- Agora, responda: qual é a medida do perímetro de um triângulo formado por 64 triângulos equiláteros cujos lados medem 1 cm de comprimento? **21.** 24 cm

22. Marcela desenhou quatro triângulos equiláteros, cada um com perímetro medindo 12 cm, justapostos a um quadrado, de modo que um dos lados de cada triângulo se apoiasse sobre um dos lados do quadrado sem que sobrasse ou faltasse nenhuma parte dos lados dos dois polígonos.

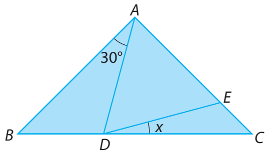
a) Que polígono Marcela formou nessa composição? **22 a)** um octógono

b) Qual é a medida do perímetro do polígono formado? **22 b)** 32 cm

23. Determine as medidas x, y e z, em grau, na figura abaixo. **23.** $x = 30°$; $y = 70°$; $z = 40°$



24. Na figura, $AB = AC$, $AE = AD = DE$ e a abertura do ângulo $B\hat{A}D$ mede 30°. **24.** alternativa **c**



- Então, a abertura do ângulo x mede:

a) 10°
b) 20°
c) 15°
d) 30°
e) 45°

- Após terminar a seção, sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com “sim”, “às vezes” ou “não”.

Eu...
... reconheço a rigidez geométrica dos triângulos?
... sei construir triângulos e quadrados usando régua e compasso?
... sei classificar triângulos quanto às medidas de comprimento dos lados e de abertura dos ângulos?
... sei classificar quadriláteros quanto ao número de pares de lados paralelos?
... reconheço características dos trapézios?
... sei classificar paralelogramos em retângulo, losango e quadrado?
... sei ler e interpretar gráficos de setores?
... reconheço que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°?

Para finalizar

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

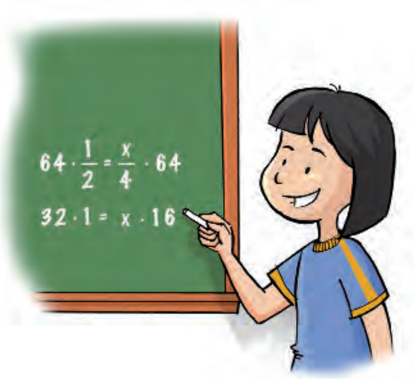
ORGANIZE SUAS IDEIAS

OBSERVE E RESPONDA

Analise estas imagens.

CRYPTOSKYLARK/SHUTTERSTOCK

Bandeira do Brasil.



GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

TONY LIMA - COLEÇÃO PARTICULAR, BRASÍLIA, DF

Tony Lima. *Esfera amarela*, 2004, óleo sobre tela, 40 cm × 60 cm.

Com base nas imagens e também no que você aprendeu nesta Unidade, responda às questões no caderno.

1. A sentença matemática do quadro é uma equação ou uma inequação? Qual é o valor de x?

Observe e responda: 1. equação; $x = 2$

2. Que figuras geométricas podemos associar à bandeira do Brasil? E ao quadro de Tony Lima?

2. Exemplo de respostas:
bandeira do Brasil: retângulo, losango, círculo e decágonos;
quadro: círculos, triângulos, quadriláteros e segmentos de reta

Para finalizar

Objetivo

- Analisar o que foi estudado na Unidade e avaliar o aprendizado.

Orientações

- As imagens apresentadas e as atividades propostas têm o objetivo de levar os estudantes a sistematizar o que aprenderam nesta Unidade. Aproveite a oportunidade para registrar o que eles citam com maior ou menor frequência; isso pode ser um indicativo do que aprenderam melhor ou daquilo em que têm mais dúvidas ou do que sequer lembram.
- Para que os estudantes consigam apontar suas dificuldades, sugerimos a estratégia a seguir.

Solicite que avaliem todas as atividades realizadas durante o desenvolvimento da Unidade. Em seguida, peça em que listem as atividades dos Capítulos 7, 8 e 9 que tiveram dificuldades. Depois, peça que relacionem as atividades listadas com os conteúdos estudados. Por fim, oriente-os a se reunir em grupos para resolver as atividades listadas e formular questões sobre as dúvidas que ainda tiverem, a fim de que você as esclareça.

- Exemplos de resposta de *Registre*:

1. Equação é toda sentença matemática com letras expressa por uma igualdade. A expressão algébrica não é uma igualdade. Exemplos pessoais.

2. Circunferência é o conjunto dos pontos do plano que estão à mesma medida de distância do centro. Círculo é a reunião da circunferência com sua região interna.

3. Um polígono convexo contém todos os pontos dos segmentos de reta com extremidades em seu interior. Já os polígonos não convexos não contêm todos os pontos dos segmentos de reta em seu interior.

4. Espera-se que os estudantes citem as principais características comuns de um triângulo, como: três vértices, três lados e três ângulos internos. Quanto às características que podem variar, espera-se que eles façam referência às classificações dos triângulos de acordo com as medidas de comprimento dos lados e as medidas de abertura dos ângulos.

5. São quadriláteros notáveis o paralelogramo, losango, retângulo, quadrado e trapézio; exemplos pessoais

6. Resposta pessoal.

- Os livros do *Para conhecer mais* podem ser usados como material complementar e também como auxílio à aprendizagem.

▶ **Para finalizar**

REGISTRE

Para finalizar o estudo desta Unidade, reúna-se com um colega e façam o que se pede.

1. O que é uma equação? Como vocês diferenciam uma equação de uma expressão algébrica qualquer? Deem exemplos. **Registre:** Respostas e comentários em *Orientações*.

2. Como vocês diferenciam um círculo de uma circunferência?

3. Qual é a diferença entre os polígonos convexos e os não convexos?

4. Que características são comuns a todos os triângulos? Que características podem variar de triângulo para triângulo?

5. Quais são os quadriláteros notáveis? Deem exemplos explicando as características de cada grupo.

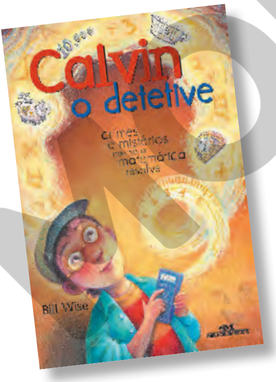
6. Na abertura desta Unidade, vocês responderam a algumas questões do boxe *Para começar*... Retomem as questões e avaliem se vocês dariam outras respostas a elas agora. Depois, escrevam um texto explicando o que vocês aprenderam nesta Unidade.

Para conhecer mais

Equação: o idioma da Álgebra
(Coleção Contando a história da Matemática)
Oscar Guelli
São Paulo: Ática, 1999.

Na Antiguidade, os estudos matemáticos voltavam-se mais à Geometria do que à Álgebra. Diofante, um sábio do qual se sabe muito pouco, foi quem, possivelmente, iniciou os estudos sobre a Álgebra. Desde então, esses estudos não pararam de se desenvolver. Esse livro traz um pouco da história da Álgebra, muitas atividades desafiadoras e curiosidades sobre equações.

REPRODUÇÃO/EDITORA ÁTICA



REPRODUÇÃO/EDITORA MELHORAMENTOS

Calvin, o detetive
Bill Wise
São Paulo: Melhoramentos, 2013.

Uma série de crimes precisa ser resolvida pelo chefe de polícia Artur e seu ajudante mirim Calvin. A chave desses mistérios está nos números, o que exige do leitor atenção e síntese dos fatos. Os problemas desenvolvem o raciocínio lógico e as habilidades matemáticas de maneira divertida e lúdica.

UNIDADE 4

Habilidades da BNCC trabalhadas nesta Unidade:

EF07MA02	EF07MA21
EF07MA09	EF07MA31
EF07MA17	EF07MA32
EF07MA19	EF07MA36
EF07MA20	EF07MA37

PAINÉIS FOTOVOLTAICOS: UMA ALTERNATIVA SUSTENTÁVEL

Os painéis fotovoltaicos, popularmente conhecidos como painéis solares, são uma alternativa sustentável de produção de energia elétrica, pois utilizam uma fonte de energia renovável e não poluente: o Sol.

Instalados em locais com alto índice de incidência solar, como telhados e estacionamentos, os painéis possuem uma tecnologia que capta os raios solares e os converte em energia elétrica. A quantidade de energia elétrica produzida depende de fatores como a medida de área dos painéis e a taxa de incidência solar na região em que estão instalados.

MARIO FRIEDLANDER/PULSAR IMAGENS

Vista aérea de placas fotovoltaicas para captação de energia solar e geração de energia elétrica em fazenda de grãos, Tabaporã (MT), 2021.

Para começar...

1. Por que os painéis solares são considerados uma alternativa sustentável de produção de energia elétrica? **1.** Porque eles utilizam uma fonte de energia renovável e não poluente: o Sol.
2. Você conhece outras fontes de energia sustentáveis? Comente. **2.** Resposta pessoal.
3. Considerando que um painel solar com medida de área de 1 m^2 gere 0,8 quilowatt-hora em um dia, quanta energia elétrica pode ser gerada em um dia com a instalação de painéis solares que medem 9 m^2? **3.** 7,2 quilowatts-hora

Abertura da Unidade 4

Conteúdos

- Nesta Unidade, serão trabalhados vários conceitos relacionados às Unidades temáticas Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística, entre outros objetivos, favorecendo o desenvolvimento das habilidades da BNCC listadas.

Orientações

- Ao abordar a página de abertura com os estudantes, informe-lhes que, em 2021, o Brasil entrou para o grupo dos 14 países com maior potência de geração de energia solar do mundo. Contudo a energia solar ocupa a 5ª posição de matriz energética do país, tendo em vista que a maior parte da geração nacional de energia ainda vem das hidrelétricas e termelétricas.
- Comente que, além dos painéis fotovoltaicos, existem as chamadas usinas heliotérmicas, que utilizam o calor solar para transformar água em vapor capaz de girar turbinas que produzem energia elétrica.
- Na questão **2**, espera-se que os estudantes citem fontes de energia renováveis, como a eólica e a hidráulica. Se julgar conveniente, pergunte se eles sabem como funcionam os tipos de energia citados. Conversar com os estudantes sobre energia sustentável colabora para o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental** da macroárea **Meio Ambiente**.
- O objetivo da questão **3** é introduzir o conteúdo de grandezas proporcionais, que será trabalhado nesta Unidade, e avaliar o conhecimento prévio dos estudantes sobre proporcionalidades. Verifique se eles percebem que, ao aumentar a medida de área do painel solar, a quantidade de energia elétrica gerada aumenta na mesma proporção.

Medida de área

Objetivos

- Retomar o conceito de área.
- Estabelecer relações entre múltiplos e submúltiplos do metro quadrado.
- Reconhecer as medidas agrárias e relacioná-las com o metro quadrado.
- Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 7 e 10 e da competência específica 4 da BNCC.

Orientações

- Comece este tópico fazendo uma leitura do texto e proporcionando uma conversa sobre o conceito de área presente no cotidiano dos estudantes.
- No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes reconheçam, como figura geométrica plana, o trapézio nas pás menores do moinho para responder à primeira pergunta; para responder à segunda, espera-se que eles percebam que a superfície de todas as pás deve ter as mesmas dimensões e, portanto, medidas de área iguais.
- A discussão das informações presentes no texto e a reflexão sobre a segunda pergunta do boxe *Para pensar* favorece o desenvolvimento das competências gerais 7 e 10 da BNCC.

CAPÍTULO

10

Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.

Medida de área de quadriláteros e de triângulos

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF07MA31
EF07MA32
EF07MA37

1 Medida de área

Desde a Antiguidade, os seres humanos se beneficiam do vento. Povos antigos já utilizavam esse recurso para impulsionar as embarcações a vela três séculos antes de Cristo. O aproveitamento da força do vento para a irrigação de terras e a moagem de grãos parece ter começado por volta de 200 a.C., na antiga Pérsia (atual Irã).

Desde a época medieval, a força do vento é aproveitada em moinhos nas serrarias, no bombeamento de água e, posteriormente, no início do século XX, na geração de energia elétrica. Nesses casos, o movimento é provocado pelo contato do vento com a superfície das pás: quanto maior a medida de **área** da superfície, maior o contato. Com o passar do tempo, os moinhos deram espaço às turbinas eólicas, que apresentam aerodinâmica moderna e sistemas avançados de transmissão e controle, que possibilitam a redução dos custos e melhoram o desempenho da geração de energia do vento. Essa tecnologia é considerada uma fonte de energia limpa (não poluente) e renovável.


LUCAS LACAZ RUIZ/FOTOARENA

Moinho de vento na zona rural de Pindamonhangaba (SP), 2020.


LUIS SALVATORE/PULSAR IMAGENS

Turbinas eólicas do Parque Eólico Rei dos Ventos, em Galinhos (RN), 2020.

Para pensar

- As pás menores do moinho da foto lembram que figuras geométricas planas?
- Imagine que a superfície de uma das pás menores tenha medida de área de 6 metros quadrados. Em sua opinião, qual é a medida da área da superfície de cada uma das outras pás?

Para pensar: Respostas em *Orientações.*

Há diversas outras situações do cotidiano em que utilizamos o conceito de área. Por exemplo, para determinar a extensão de um terreno, a quantidade necessária de tinta para pintar uma casa, o número de lajotas para revestir um piso, entre outras. Nesses casos, encontramos as medidas das respectivas superfícies – do terreno, das paredes e do piso.

Competência geral 7: Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Competência geral 10: Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Competência específica 4: Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

Unidade de medida de área

Para determinar a medida de área de uma superfície, é necessário escolher uma unidade de medida adequada e, em seguida, determinar quantas vezes essa unidade de medida cabe nessa superfície. No Sistema Internacional de Unidades (SI), o **metro quadrado** (m^2) é a unidade de medida de referência para área, que corresponde à medida da área de um quadrado cujos lados medem 1 m de comprimento.

Do mesmo modo como com as unidades de medida de comprimento, há múltiplos e submúltiplos do metro quadrado. No quadro a seguir constam essas unidades de medida, o símbolo e a relação de cada múltiplo e submúltiplo com a unidade de medida metro quadrado.

	Múltiplos			Unidade de medida de referência	Submúltiplos		
Unidade	quilômetro quadrado	hectômetro quadrado	decâmetro quadrado	metro quadrado	decímetro quadrado	centímetro quadrado	milímetro quadrado
Símbolo	km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
Relação com a unidade de medida metro quadrado	1 000 000 m^2	10 000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001 m^2

Para pensar

Para pensar: a) dividir por 100; multiplicar por 100; **b)** 2 000 000 m^2; **c)** 0,00005 m^2

a) Qual operação deve ser realizada para transformar uma medida de área expressa em determinada unidade de medida em outra unidade imediatamente superior? E para transformar em uma unidade de medida imediatamente inferior?

b) Como podemos expressar 2 km^2 em metro quadrado?

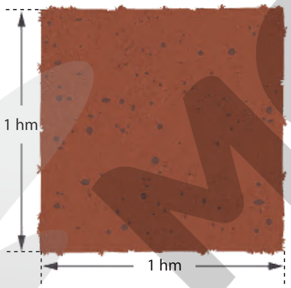
c) Como podemos expressar 50 mm^2 em metro quadrado?

Medidas agrárias

Que unidades de medida são usadas para medir áreas rurais? São as mesmas que se usam em regiões urbanas? Você já ouviu falar em are, em hectare ou em alqueire?

Para regiões rurais, são usadas algumas unidades de medidas específicas, chamadas **medidas agrárias**.

Imagine um terreno de formato quadrado cujos lados medem 1 hm (ou seja, 100 m) de comprimento.



SERI/ARQUIVO DA EDITORA

Um terreno com essas medidas de comprimento tem uma área que mede 1 hm^2, que corresponde a 1 hectare e indicamos por 1 ha.

- Nas questões do boxe *Para pensar*, incentive os estudantes a perceber que, para "passar" de uma unidade de medida de área para outra imediatamente superior ou inferior, se divide ou se multiplica, respectivamente, por 100, e não por 10, como ocorria na transformação das unidades de medida de comprimento. Essa verificação com base na observação do quadro que mostra as relações entre múltiplos e submúltiplos do metro quadrado favorece o desenvolvimento da competência específica 4 da BNCC.
- Resolução dos itens do boxe *Para pensar*:

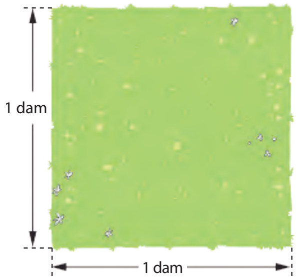
b) $2\ km^2 = 2 \cdot 1000000\ m^2 = 2000000\ m^2$

c) $5\ mm^2 = 5 : 1000000\ m^2 = 0{,}000005\ m^2$

- Se na região em que vocês vivem for comum usar as unidades de medida agrárias, vale a pena reservar uma aula para explorar diversos recortes de jornais e revistas que as registrem. Faça esse levantamento previamente ou peça aos estudantes que providenciem recortes para o dia marcado. Oriente-os a, em grupos, conversar sobre o significado dessas medidas e suas conversões para as unidades de medida do SI.

- Como são introduzidas diferentes nomenclaturas, faça a proposta de elaboração de cartazes contendo informações sintetizadas dos símbolos para as medidas agrárias mais utilizadas.
- Na seção *Atividades*, proporcione a apresentação das resoluções, estimulando os estudantes a justificar as respostas dadas.
- Para resolver o item **a** da atividade **3**, é preciso conhecer a relação entre as duas unidades de medida de área: hectare e quilometro quadrado. Se julgar necessário, peça aos estudantes que retomem o texto sobre essas unidades e vejam que há relação entre hectare e hectômetro quadrado.

Agora, imagine outro terreno, de formato quadrado, cujos lados medem 1 dam (ou seja, 10 m) de comprimento.



SERI/ARQUIVO DA EDITORA

A medida de área desse terreno é igual a 1 dam^2, que corresponde a 1 are e indicamos por 1 a.

Saiba mais

Há ainda outras unidades de medidas agrárias, usadas em algumas regiões do Brasil; por exemplo:

- o **alqueire paulista**, que é equivalente a uma medida de área de 24 200 m^2;
- o **alqueire mineiro**, que é equivalente a uma medida de área de 48 400 m^2;
- o **alqueire do norte**, que é equivalente a uma medida de área de 27 225 m^2.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Faça as seguintes transformações.

a) 600 km^2 em m^2 **1. a)** 600 000 000 m^2

b) 600 cm^2 em m^2 **1. b)** 0,06 m^2

c) 0,0052 hm^2 em cm^2 **1. c)** 520 000 cm^2

d) 0,08 dam^2 em mm^2 **1. d)** 8 000 000 mm^2

e) 105 m^2 em km^2 **1. e)** 0,000105 km^2

f) 0,102 m^2 em cm^2 **1. f)** 1 020 cm^2

2. Sergipe, o menor estado brasileiro, tem medida de área de 21 918,443 km^2. Qual é a medida de área de Sergipe em hectômetro quadrado? E em hectare?
2. 2 191 844,3 hm^2; 2 191 844,3 ha

LUOMAN/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

Aracaju, capital de Sergipe, 2020.

3. Responda às questões no caderno.

a) O que é maior: um terreno que mede 25 000 ha ou um de 12 km^2? **3. a)** o de 25 000 ha

b) O que é menor: uma área que mede 1,56 m^2 ou uma de 15 500 cm^2? **3. b)** a de 15 500 cm^2

4. O sítio de Artur mede 2 alqueires mineiros, e o de Rafaela mede 4 alqueires paulistas. Quem tem o sítio com maior medida de área?
4. Eles têm sítios de mesma medida de área.

5. Josias comprou um terreno que mede 5 alqueires mineiros e pretende dividi-lo em 10 lotes de mesma medida de área. Determine a medida de área de cada lote, em metro quadrado. **5.** 24 200 m^2

6. Em uma área que mede 5 ares, Leandro plantará milho e feijão. Se a plantação de milho ocupar 30% da medida da área, qual será a medida, em metro quadrado, da área ocupada pela plantação de feijão? **6.** 350 m^2

7. Comprei um sítio que mede 12 ha de área. Vou destinar 20% desse terreno para a plantação de árvores frutíferas e 25% para a plantação de legumes e hortaliças. Que medida de área, em metro quadrado, será destinada para plantação?
7. 54 000 m^2

8. Observe os anúncios e responda às questões.

I

VENDE-SE
Fazenda com 356
alqueires mineiros
de medida de área
valor: R$ 600,00 por alqueire

II

VENDE-SE
Fazenda com 635
alqueires paulistas
de medida de área
valor: R$ 500,00 por alqueire

III

VENDE-SE
Fazenda com 532
alqueires do norte
de medida de área
valor: R$ 800,00 por alqueire

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é o valor de cada fazenda? **8. a)** I - R$ 213 600,00; II - R$ 317 500,00; III - R$ 425 600,00

b) Qual das três fazendas tem maior medida de área em metro quadrado? **8. b)** a fazenda do 1º anúncio

c) Diego observou os três anúncios e concluiu que a fazenda do primeiro anúncio tem maior medida de área e valor mais baixo. Diego está correto? **8. c)** sim

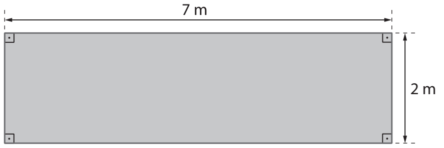
2 Medida de área do retângulo

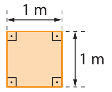
Observe a situação a seguir.

Renato decidiu revestir o chão do corredor de sua casa com lajotas quadradas cujos lados medem 1 m de comprimento.

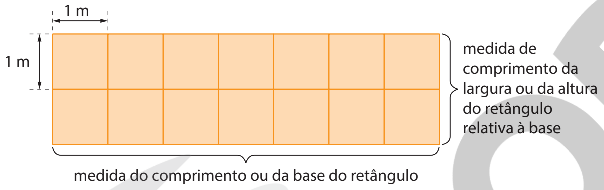
Podemos representar o chão do corredor por um retângulo e cada lajota por um quadrado.

ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA





Agora, vamos ver quantos quadrados com medida de área igual a 1 m^2 cabem no retângulo que representa o chão do corredor.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Com essa representação, percebemos que cabem 14 quadrados que medem 1 m^2 de área, ou seja, são necessárias 14 lajotas para revestir o chão do corredor.

Portanto, a área do chão do corredor da casa de Renato mede 14 m^2.

Observe o retângulo cinza e a seguir, acompanhe como podemos calcular sua medida de área:

$$(7 \cdot 2)\ m^2 = 14\ m^2$$

Observação

Não se esqueça de que, para obter a medida de área do retângulo, bem como de qualquer outra figura, as medidas de comprimento usadas no cálculo devem estar expressas na mesma unidade de medida.

(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.

- No item **b** da atividade **8**, os estudantes devem primeiro calcular a medida de área de cada anúncio em metro quadrado e, depois, comparar essas medidas para responder ao item.

Medida de área do retângulo

Objetivos

- Determinar a expressão de cálculo da medida de área de retângulos.
- Relacionar as medidas de perímetro e de área de retângulos e quadrados.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA31.

Habilidade da BNCC

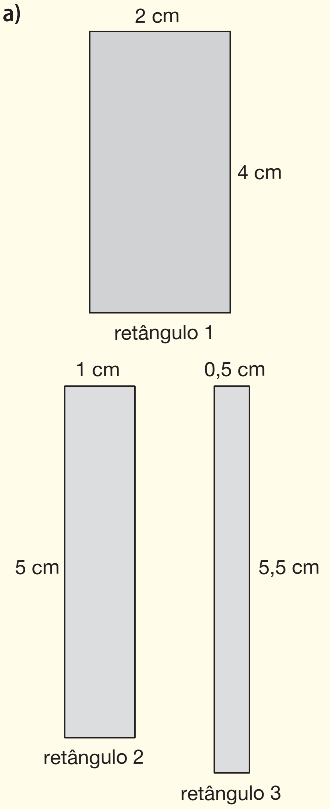
- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA31, porque será estabelecida a expressão de cálculo da medida de área de retângulos.

Orientações

- É possível que os estudantes tenham estudado como calcular medida da área de retângulos e de quadrados em anos anteriores. Inicie o tópico resgatando o que já estudaram para depois estabelecer as expressões de cálculo da medida de área dessas figuras.

- É importante destacar que o quadrado é um retângulo "especial", pois tem dois pares de lados paralelos e quatro ângulos com medida de abertura igual a 90°, e seus quatro lados têm a mesma medida de comprimento. Portanto, o cálculo da medida de área de um quadrado segue o que foi determinado para o retângulo.
- Exemplos de resposta para a atividade **1**:

a)



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

b) Exemplo de resposta de acordo com o item **a**: medida de área do retângulo 1 é 8 cm²; medida de área do retângulo 2 é 5 cm²; medida de área do retângulo 3 é 2,75 cm².

- Uma estratégia para a resolução da atividade **2** é encontrar dois números naturais cujo produto seja 40. Assim os estudantes podem, por análise dos pares de números, verificar qual deles resolve o problema, isto é, escolher o par de números em que um seja 3 unidades maior que o outro. É importante compartilhar as estratégias utilizadas por eles para resolver esse problema e validá-las matematicamente a fim de ampliar o repertório de estratégias de resolução de problemas da turma.

Como vimos, a medida de área do retângulo cinza foi obtida pelo produto da medida de comprimento da base pela medida de comprimento da altura relativa a essa base.

A medida de área de um retângulo de base com medida de comprimento *b* e altura com medida de comprimento *a* é dada por:

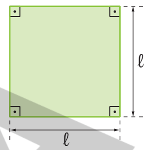
$$A = \underbrace{b}_{\text{medida de comprimento da base}} \cdot \underbrace{a}_{\text{medida de comprimento da altura relativa à base}}$$

Medida de área do quadrado

Já vimos que o quadrado é um caso particular de retângulo. Então:

A medida de área de um quadrado de lado com medida de comprimento ℓ é dada por:

$$A = \underbrace{\ell \cdot \ell}_{\text{medida de comprimento do lado}} = \underbrace{\ell^2}_{\text{medida de comprimento do lado ao quadrado}}$$



ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

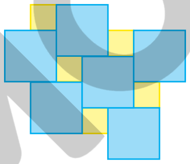
1. Faça o que se pede. **1.** Respostas em *Orientações*.

a) Desenhe três retângulos diferentes que meçam 12 cm de perímetro cada um.

b) Determine a medida de área de cada um dos retângulos que você construiu.

2. Um retângulo mede 40 cm² de área. Sabendo que as medidas de comprimento de seus lados, em centímetro, são dadas por números naturais, e que a medida de comprimento da base é 3 cm maior que a da altura, calcule a medida de comprimento da altura desse retângulo. **2.** 5 cm

3. (Saresp) O piso de uma varanda é feito com ladrilhos quadrados de dois tamanhos. A medida do lado do ladrilho maior é o dobro da medida do lado do ladrilho menor.



Considere as afirmativas.

I. O perímetro do ladrilho maior é o dobro do perímetro do ladrilho menor.

II. O perímetro do ladrilho maior é o quádruplo do perímetro do ladrilho menor.

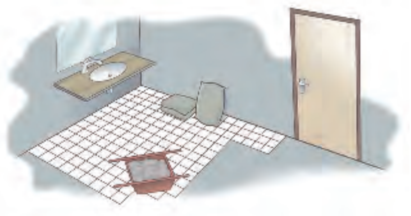
III. A área do ladrilho maior é o dobro da área do ladrilho menor.

IV. A área do ladrilho maior é o triplo da área do ladrilho menor.

É correta apenas a alternativa: **3.** alternativa **a**

a) I **b)** II **c)** III **d)** IV

4. Determine quantas lajotas quadradas cujos lados medem 15 cm de comprimento são necessárias para revestir o piso de um banheiro que mede 2,3 m de largura por 3 m de comprimento. Desconsidere eventuais perdas e o espaço para o rejunte entre as lajotas.



- Quantas lajotas seriam necessárias se, em vez de o lado da lajota medir 15 cm de comprimento, medisse 30 cm?

5. Uma decoradora de ambientes deseja forrar com tecido um pufe, que lembra um cubo, que mede 50 cm de largura. Calcule a medida de área de tecido, em metro quadrado, que ela usará sabendo que a base do pufe não será forrada.

5. 1,25 m²

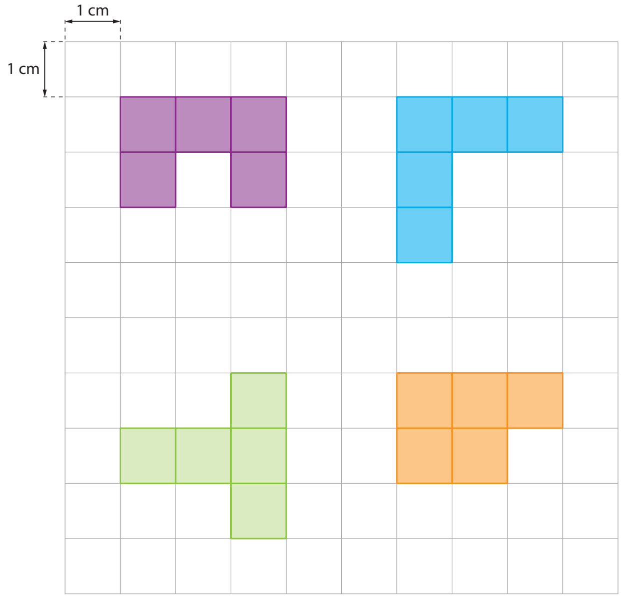
4. aproximadamente 307 lajotas; aproximadamente 77 lajotas (a quarta parte)

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Na atividade **3**, os estudantes podem analisar situações em que a medida de perímetro e a medida de área de quadrados são conhecidas, para retomar as relações entre essas medidas e a de comprimentos dos lados dos quadrados. Lembrando: se a medida de comprimento do lado do quadrado dobra, a medida de perímetro do quadrado também dobra e, se a medida de comprimento do lado do quadrado dobra, a de área do quadrado é quadruplicada.

3 Figuras equidecomponíveis

Observe as figuras coloridas abaixo.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: PAULO MANZI/ARQUIVO DA EDITORA

Compare os formatos dessas figuras e, depois, as medidas de suas áreas. O que você percebeu?

Apesar de essas figuras terem formatos diferentes, podemos decompô-las em 5 quadradinhos e, com eles, formar cada uma das outras figuras da malha quadriculada. Por essa razão, dizemos que essas figuras são **equidecomponíveis**.

Além disso, os quadradinhos medem 1 cm^2, de modo que todas as figuras acima têm 5 cm^2 de medida de área. Por terem a mesma medida de área, dizemos que essas figuras são **equivalentes**.

Sempre que conseguirmos decompor um polígono em outras figuras e, com elas, formar um segundo polígono, este terá a mesma medida de área que o primeiro. Ou seja:

> Se dois polígonos são equidecomponíveis, eles são equivalentes.

Por isso, quando o cálculo da medida da área de uma figura for muito complicado, poderemos decompô-la e formar uma figura cuja área sabemos calcular.

Observe, nesta página, a ilustração do pentágono e como podemos, por exemplo, formar um quadrado a partir dele. Assim, para saber a medida da área do pentágono, basta calcular a medida da área do quadrado que foi formado.

Figuras equidecomponíveis

Objetivos

- Reconhecer que figuras de formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA32.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA32, porque será estudado o cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos.

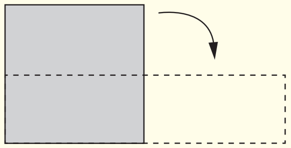
Orientações

- O conceito trabalhado neste tópico é importante para os estudantes compreenderem a equivalência entre figuras de diferentes formatos. Você pode explorá-lo utilizando o *Tangram*. Por meio desse quebra-cabeça, os estudantes podem construir figuras de diferentes formatos, mas todas com a mesma medida de área. Isso porque, para formar cada figura, são utilizadas todas as sete peças.

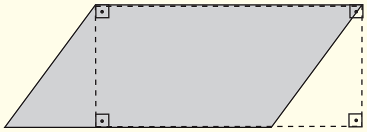
Caso proponha a confecção de *Tangrams* com os estudantes, oriente-os em relação ao uso da tesoura, a fim de evitar acidentes.

(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

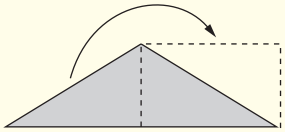
- Exemplo de resposta da atividade **1**:



- Resposta da atividade **2**:



- Exemplo de resposta da atividade **3**:



triângulo isósceles

Medida de área do paralelogramo

Objetivos

- Determinar a expressão de cálculo da medida de área de paralelogramos.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF07MA31 e EF07MA32 e da competência específica 6 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF07MA31 e EF07MA32, porque será estabelecida a expressão do cálculo da medida de área de paralelogramos por meio do conceito de figuras equidecomponíveis.

Orientações

- Antes de iniciar o tópico, você pode propor aos estudantes que, em duplas, tentem estabelecer experimentalmente a expressão do cálculo da medida de área de um paralelogramo. Oriente-os a desenhar um paralelogramo não retângulo em uma folha de papel sulfite e, a partir dele, formar um retângulo.
- A medida de área do paralelogramo será demonstrada por meio do conceito de figuras equidecomponíveis.

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção! Cuidado ao usar o compasso e a tesoura.

ATIVIDADES FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Você sabe como transformar um quadrado em um retângulo de mesma medida de área? Construa um quadrado em uma folha colorida, recorte-o e cole-o no caderno para responder à questão. **1.** Resposta em *Orientações.*

2. Copie no caderno o paralelogramo ilustrado.

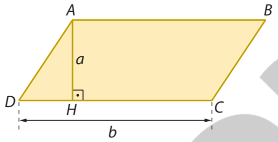
2. Resposta em *Orientações.*

- Agora, responda.
  Como podemos transformar o paralelogramo em um retângulo de mesma medida de área?

3. Crie no caderno uma figura que possa ser transformada em um retângulo de mesma medida de área. Em seguida, troque de caderno com um colega, decomponha a figura criada por ele e componha um retângulo. **3.** Resposta em *Orientações.*

4 Medida de área do paralelogramo

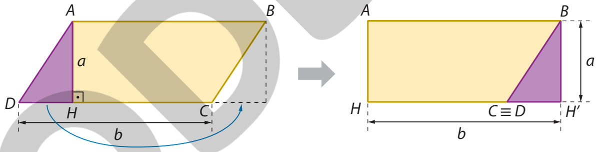
Observe o paralelogramo *ABCD* abaixo. Nele, traçamos a altura $\overline{AH}$, relativa à base $\overline{DC}$.



Recorde

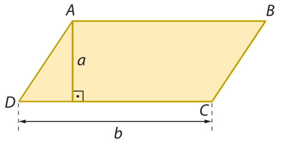
Em um paralelogramo, os lados opostos paralelos são congruentes.

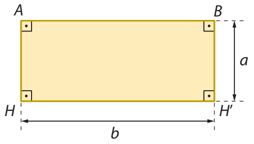
Podemos decompor esse paralelogramo em dois polígonos – o triângulo *ADH* e o trapézio *ABCH* – e com esses polígonos compor um retângulo, conforme indicado no esquema:



Após a decomposição do paralelogramo e a composição do retângulo, observe que o paralelogramo e o retângulo têm:

- altura de medida a de comprimento;
- base de medida b de comprimento;
- mesma medida de área.





ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.

(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Assim:

A medida de área de um paralelogramo é dada por:

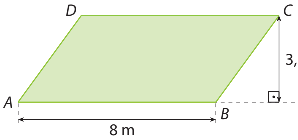
$$A = \underbrace{b}_{\text{medida de comprimento da base}} \cdot \underbrace{a}_{\text{medida de comprimento da altura relativa à base}}$$

Observação

A expressão acima pode ser usada para calcular a medida de área de qualquer paralelogramo, com lados de medidas de comprimento inteiras ou não inteiras.

Exemplo

Vamos determinar a medida de área do paralelogramo *ABCD*.



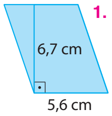
Medida de área:
$A = b \cdot a$
$A = 8\text{ m} \cdot 3{,}5\text{ m}$
$A = 28\text{ m}^2$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

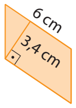
1. Determine a medida de área dos paralelogramos.

a)



1. a) 37,52 cm^2

b)



1. b) 20,4 cm^2

2. a) 20,6 cm

2. Faça o que se pede.

a) A medida de área de um paralelogramo é 146,26 cm^2. Sabendo que sua altura mede 7,1 cm de comprimento, determine a medida de comprimento da base relativa a essa altura.

b) No paralelogramo *ABCD*, o lado $\overline{AB}$ mede 2 cm, a altura relativa ao lado $\overline{BC}$ mede 1,7 cm e o perímetro mede 12 cm de comprimento. Determine a medida de área desse paralelogramo. **2. b)** 6,8 cm^2

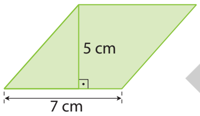
3. Em um paralelogramo *ABCD*, o segmento $\overline{AE}$ é perpendicular ao lado $\overline{DC}$ e mede 3 cm de comprimento. Sabendo que o lado $\overline{DC}$ mede 5 cm de comprimento, calcule a medida de área desse paralelogramo. **3.** 15 cm^2

4. Desenhe um paralelogramo que seja equivalente a um quadrado cujo lado mede 5 cm de comprimento.

- Existe apenas uma solução para esse problema? Explique sua resposta.

4. Respostas em *Orientações*.

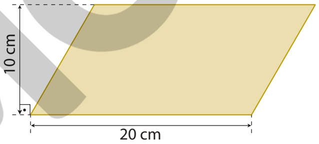
5. Determine a medida de área do paralelogramo e, depois, responda à questão.



- Se dobrarmos a medida de comprimento da altura desse paralelogramo e dividirmos a medida de comprimento de sua base por 2, o que acontecerá com a medida de área?

5. 35 cm^2; será mantida.

6. Ricardo é marceneiro e recebeu uma encomenda para fazer porta-retratos. Cada porta-retrato terá o formato de um paralelogramo, como na figura abaixo (os objetos não terão emendas).

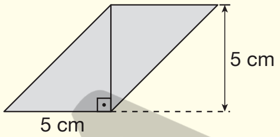


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Para produzir esses porta-retratos, Ricardo comprará placas de madeira, de formato retangular, que medem 80 cm de largura e 100 cm de comprimento. Quantas placas serão necessárias para fazer 40 porta-retratos?

6. 2 placas

- Nas atividades **2** e **3**, oriente os estudantes a fazer um esboço da figura de acordo com as informações fornecidas nos enunciados. A ideia é que, com base na figura, eles consigam determinar com mais facilidade a equação que devem resolver para encontrar as medidas desconhecidas. Atividades como esta, em que os estudantes lidam com diferentes registros e linguagens, contribuem para que a competência específica 6 da BNCC seja favorecida.
- Exemplo de resposta da atividade **4**:



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Espera-se que os estudantes percebam que não há apenas uma solução para este problema, uma vez que há infinitos paralelogramos com medida de área igual à de um quadrado cujo lado mede 5 cm de comprimento.

Medida de área do triângulo

Objetivos

- Determinar a expressão de cálculo da medida de área de triângulos.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF07MA31 e EF07MA32.

Habilidades da BNCC

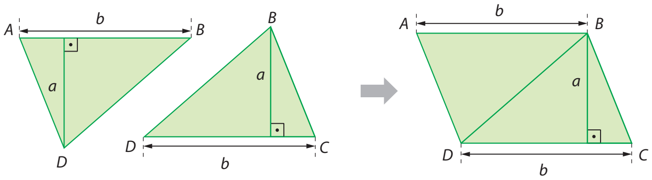
- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF07MA31 e EF07MA32, porque será estabelecida a expressão do cálculo da medida de área de triângulos por meio do conceito de figuras equidecomponíveis.

Orientações

- O *applet* disponível em: https://www.geogebra.org/m/cvU7w64c (acesso em: 2 jun. 2022) mostra a relação entre as medidas de área do triângulo e do paralelogramo, em espanhol. Utilizando os controles deslizantes é possível verificar essa relação. Se julgar oportuno, oriente os estudantes a acessar esse *link*.

5 Medida de área do triângulo

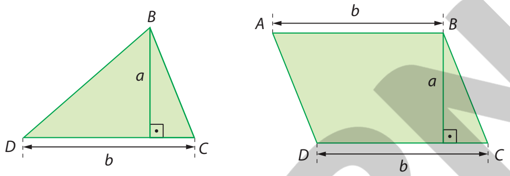
As regiões triangulares abaixo são iguais e formam um paralelogramo, conforme indicado no esquema:



Após a composição do paralelogramo *ABCD*, é possível observar que:

- os triângulos e o paralelogramo têm altura de mesma medida de comprimento (a);
- os triângulos e o paralelogramo têm base de mesma medida de comprimento (b);
- a medida de área do paralelogramo é igual à soma das medidas de áreas dos dois triângulos.

Como as regiões triangulares são iguais, a medida de área de cada uma é igual à metade da medida de área do paralelogramo.



Portanto:

A medida de área de um triângulo é dada por:

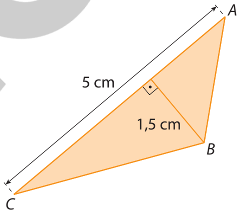
$$A = \frac{\overset{\text{medida de comprimento da base}}{b} \cdot \overset{\text{medida de comprimento da altura relativa à base}}{a}}{2}$$

Observação

A expressão acima pode ser usada para calcular a medida de área de qualquer triângulo, com lados de medidas de comprimento inteiras ou não inteiras.

Exemplo

Vamos determinar a medida de área do triângulo *ABC* abaixo.



$$A = \frac{b \cdot a}{2}$$

$$A = \frac{5\text{ cm} \cdot 1{,}5\text{ cm}}{2} = 3{,}75\text{ cm}^2$$

Logo, a área do triângulo *ABC* mede 3,75 cm^2.

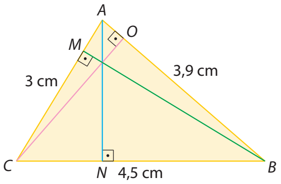
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.

(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Para calcular a medida de área de um triângulo, podemos considerar como base qualquer um de seus lados e tomar a medida de comprimento da altura relativa ao lado escolhido.

Observe as diferentes maneiras de calcular a medida de área do triângulo *ABC* a seguir.



$BM \simeq 3{,}85$ cm
$CO \simeq 2{,}96$ cm
$AN \simeq 2{,}56$ cm

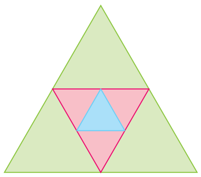
$$A \simeq \frac{3\text{ cm} \cdot 3{,}85\text{ cm}}{2} \simeq 5{,}77\text{ cm}^2 \text{ (base } \overline{AC} \text{ e altura } \overline{BM}\text{)}$$

$$A \simeq \frac{3{,}9\text{ cm} \cdot 2{,}96\text{ cm}}{2} \simeq 5{,}77\text{ cm}^2 \text{ (base } \overline{AB} \text{ e altura } \overline{CO}\text{)}$$

$$A \simeq \frac{4{,}5\text{ cm} \cdot 2{,}56\text{ cm}}{2} \simeq 5{,}77\text{ cm}^2 \text{ (base } \overline{BC} \text{ e altura } \overline{AN}\text{)}$$

Desafio

Se a área da figura mede 1 cm^2 e todos os triângulos que a compõem são equiláteros, quanto mede a área do triângulo azul? **Desafio:** $\frac{1}{16}$ cm^2

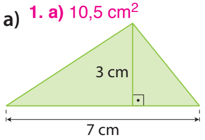


ATIVIDADES

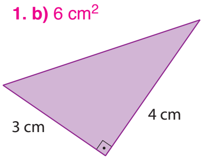
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule quanto mede a área de cada triângulo.

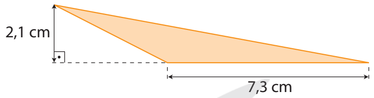
a) **1. a)** 10,5 cm^2



b) **1. b)** 6 cm^2



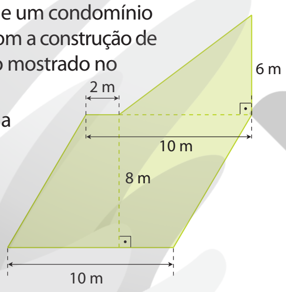
2. Determine a medida de área do triângulo obtusângulo abaixo. **2.** 7,665 cm^2



3. A área de lazer de um condomínio será ampliada com a construção de um jardim, como mostrado no esquema.

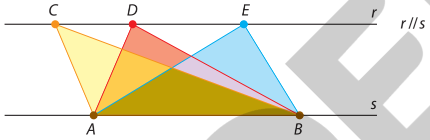
Quanto medirá a área ocupada pelo jardim?

3. 104 m^2

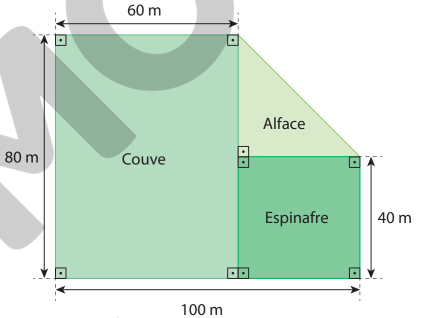


4. Analise a figura abaixo e descubra a relação entre as medidas de área dos triângulos *ABC*, *ABD* e *ABE*.

4. As áreas dos triângulos têm medidas iguais.



5. O esquema abaixo representa um terreno onde serão plantados três tipos de hortaliça. Elabore um problema com base nesse esquema. Depois, troque de problema com um colega e resolva o problema proposto por ele.



5. Resposta pessoal.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- No boxe *Desafio*, espera-se que os estudantes percebam que cada triângulo verde pode ser decomposto em 4 triângulos equiláteros iguais ao triângulo azul. Assim, o triângulo maior pode ser decomposto em 16 triângulos iguais ao triângulo azul e, por serem equiláteros, todos terão mesma medida de área. Verifique se algum estudante usou outra estratégia para resolver o problema e peça que compartilhe com a turma.
- Na atividade **3**, duas figuras compõem o jardim: um triângulo retângulo e um paralelogramo. Logo, a medida de área total do jardim é igual à soma das medidas de área de cada uma dessas figuras. O paralelogramo mede 10 m de comprimento de base e 8 m de medida de altura. Logo, sua área mede 80 m^2. A base do triângulo, de acordo com a figura, é igual à medida de comprimento da base do paralelogramo (10 m) menos 2 m, ou seja, 8 m. Como sua altura mede 6 m, a medida de área é igual a 24 m^2. Assim, a área do jardim mede 80 m^2 + 24 m^2, ou seja, 104 m^2.
- A atividade **4** possibilita discutir que, se fixarmos a medida de comprimento da base e estabelecermos uma medida de altura-padrão (mesma da distância entre as retas paralelas), qualquer triângulo construído que respeite essas condições terá a mesma medida de área, visto que a medida de comprimento da base e a medida da altura serão sempre iguais.

Medida de área do trapézio

Objetivos

- Determinar a expressão de cálculo da medida de área de trapézios.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF07MA31 e EF07MA32 e da competência específica 6 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF07MA31 e EF07MA32, porque será estabelecida a expressão do cálculo da medida de área de trapézios por meio do conceito de figuras equidecomponíveis.

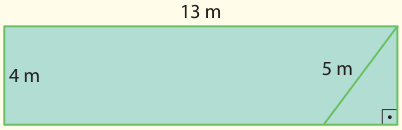
Orientações

- No item **a** do boxe *Para pensar*, os estudantes, precisam determinar a medida da área do piso cujo formato é o de um trapézio:

$$A = \frac{4\text{ m} \cdot (16\text{ m} + 10\text{ m})}{2} =$$

$$= \frac{104}{2}\text{ m}^2 = 52\text{ m}^2$$

Outro modo de resolver este problema pode ser a decomposição do trapézio em um trapézio retângulo e um triângulo e recompô-lo novamente como um retângulo, conforme indicado na figura a seguir.



Logo, esse retângulo terá a mesma medida de área que o trapézio apresentado no enunciado ($13\text{ m} \cdot 4\text{ m} = 52\text{ m}^2$).

- No item **b**, é preciso, primeiro, encontrar a medida de área de cada lajota:

$A = 30\text{ cm} \cdot 30\text{ cm} = 900\text{ cm}^2 = 0{,}09\text{ m}^2$

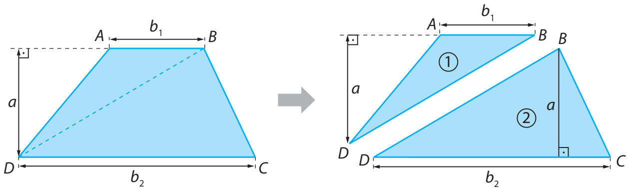
Temos que o número aproximado de lajotas necessárias para revestir o piso é 578. Como serão comprados 5% a mais para repor perdas em caso de quebra, Mariana deverá comprar aproximadamente 607 lajotas, pois:

$578 + 0{,}05 \cdot 578 = 606{,}9$

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

6 Medida de área do trapézio

O trapézio *ABCD* abaixo pode ser decomposto em dois triângulos com bases de medidas b_1 e b_2 de comprimento e altura de mesma medida a de comprimento.



Calculando as medidas de área desses triângulos, temos:

$$A_{\triangle_1} = \frac{b_1 \cdot a}{2} \quad \text{e} \quad A_{\triangle_2} = \frac{b_2 \cdot a}{2}$$

A medida de área do trapézio é igual à soma das medidas de área dos triângulos.

$$A = A_{\triangle_1} + A_{\triangle_2}$$

$$A = \frac{b_1 \cdot a}{2} + \frac{b_2 \cdot a}{2} = \frac{a}{2} \cdot (b_1 + b_2)$$

Assim:

A medida de área de um trapézio é dada por:

$$A = \frac{\overset{\text{medida de comprimento da altura}}{a} \cdot (\overset{\text{medida de comprimento da base menor}}{b_1} + \overset{\text{medida de comprimento da base maior}}{b_2})}{2}$$

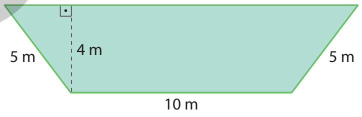
Observação

A expressão acima pode ser usada para calcular a medida de área de qualquer trapézio, com lados de medidas de comprimento inteiras ou não inteiras.

Para pensar

Mariana foi contratada por uma empresa para reformar um salão de festas cujo piso tem a forma de um trapézio, conforme o esquema abaixo.

Para pensar: a) 52 m^2;
b) aproximadamente 607 lajotas



Para revestir o piso, Mariana escolheu uma lajota quadrada cujo lado mede 30 cm de comprimento.

a) Qual é a medida da área do piso do salão?

b) Quantas lajotas Mariana deverá comprar para cobrir completamente o piso do salão, considerando que devem ser comprados 5% a mais de lajotas para repor perdas em caso de quebra?

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

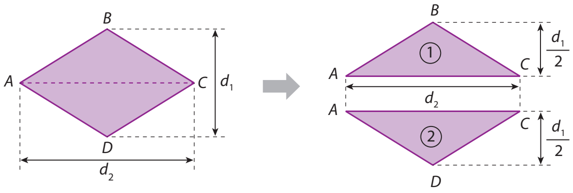
(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.

(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

7 Medida de área do losango

O losango *ABCD* abaixo pode ser decomposto em dois triângulos com base de medida d_2 de comprimento e medida de altura $\frac{d_1}{2}$ de comprimento.



Observação

Como o losango é um paralelogramo de lados de mesma medida de comprimento, as regiões triangulares, obtidas com a decomposição do losango *ABCD*, são iguais.

A medida de área do losango é igual à soma das medidas de área dos triângulos *ABC* e *ADC*.

$$A = A_{\triangle_1} + A_{\triangle_2}$$

$$A = \frac{d_2 \cdot \frac{d_1}{2}}{2} + \frac{d_2 \cdot \frac{d_1}{2}}{2} = \frac{d_2 \cdot d_1}{4} + \frac{d_2 \cdot d_1}{4} = \frac{2 \cdot d_2 \cdot d_1}{4} = \frac{d_2 \cdot d_1}{2}$$

Portanto:

A medida de área de um losango é dada por:

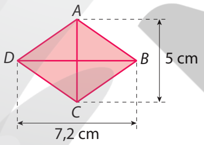
$$A = \frac{\overset{\text{medida de comprimento da diagonal menor}}{d_1} \cdot \overset{\text{medida de comprimento da diagonal maior}}{d_2}}{2}$$

Observação

A expressão acima pode ser usada para calcular a medida de área de qualquer losango, com lados de medidas de comprimento inteiras ou não inteiras.

Exemplo

Vamos determinar a medida de área do losango *ABCD*.



$$A = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

$$A = \frac{5\text{ cm} \cdot 7{,}2\text{ cm}}{2} = \frac{36}{2}\text{ cm}^2 = 18\text{ cm}^2$$

Então, a área do losango *ABCD* mede 18 cm^2.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Medida de área do losango

Objetivos

- Determinar a expressão de cálculo da medida de área do losango.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF07MA31 e EF07MA32.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF07MA31 e EF07MA32, porque será estabelecida a expressão do cálculo da medida de área do losango por meio do conceito de figuras equidecomponíveis.

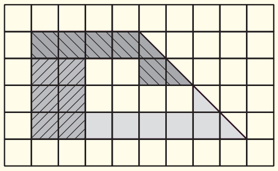
Orientações

- Antes da leitura do texto, faça uma proposta de experimentação e pergunte aos estudantes que estratégia pode ser utilizada para obter a expressão de cálculo da medida de área do losango. Eles podem pensar no losango como dois triângulos ou como um paralelogramo. Converse com eles sobre quais medidas devem ser conhecidas para determinar a medida de área por decomposição em dois triângulos e quais medidas devem ser conhecidas para encontrar a área se o losango for entendido como paralelogramo.
- Se achar oportuno, comente com os estudantes que o losango é também um paralelogramo e a medida de sua área também poderá ser determinada pelo produto da medida de comprimento da base pela medida da altura relativa a essa base.

(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.

(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

- Exemplo de resposta da atividade **2**:



FAUSTINO/ ARQUIVO DA EDITORA

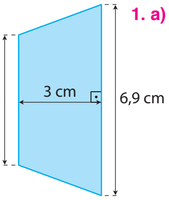
- Na atividade **4**, os estudantes precisam encontrar o valor de *x* para calcular a medida de área da região A. Para isso, eles devem perceber que o enunciado deu uma dica ao informar que a medida da área da região B é 12 km^2, pois por essa medida, é possível determinar o valor de *x* e, consequentemente, calcular o valor da medida da área do trapézio, referente à região A.
- Na atividade **6**, verifique se os estudantes perceberam que as duas figuras amarelas separadas pelo losango azul têm a mesma medida de área; pode-se verificar isso pelas dimensões dessas figuras. Assim, para determinar a medida de área das figuras amarelas, calculamos a medida de área da figura amarela de cima ou a de baixo e multiplicamos essa medida por 2. Para determinar uma dessas medidas de área, subtraímos a medida da área do losango menor (azul) da área do losango maior (azul + amarelo).

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

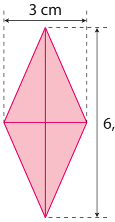
1. Determine a medida de área de cada figura.

a)



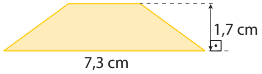
1. a) 17,4 cm^2

b)



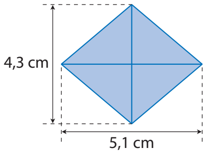
1. b) 10,35 cm^2

c)



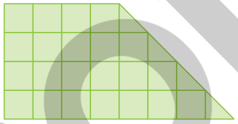
1. c) aproximadamente 8,42 cm^2

d)



1. d) aproximadamente 10,97 cm^2

2. O esquema abaixo representa um terreno que será repartido entre quatro irmãos. **2.** Resposta em *Orientações*.

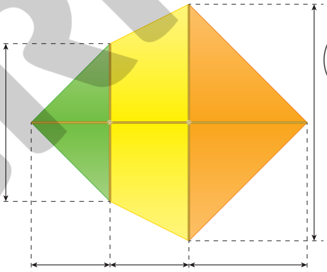


- Como esse terreno poderá ser repartido para que as partes recebidas pelos irmãos tenham a mesma medida de área?

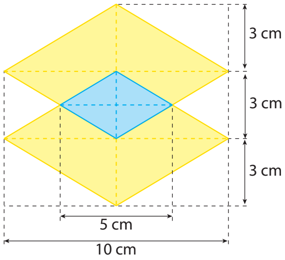
3. Um terreno tem a forma de um trapézio de bases medindo 36 m e 24 m e altura de 20 m de comprimento. Foi construído no local um galpão retangular de lados medindo 10,6 m e 5,5 m de comprimento. No restante do terreno, plantou-se grama. Qual é a medida da área do terreno que foi gramada? **3.** 541,7 m^2

4. Com base na representação do loteamento abaixo, determine a medida da área da região A, sabendo que a área da região B mede 12 km^2. **4.** 6 km^2

5. A figura abaixo representa uma pipa. No caderno, defina as medidas de comprimento como achar conveniente e elabore um problema que envolva o cálculo da medida de área dessa pipa. Depois, troque de problema com um colega e resolva o problema proposto por ele. **5.** Resposta pessoal.



6. Calcule quanto mede a área da parte pintada de amarelo na figura, sabendo que ela é formada por dois losangos parcialmente sobrepostos. **6.** 45 cm^2



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

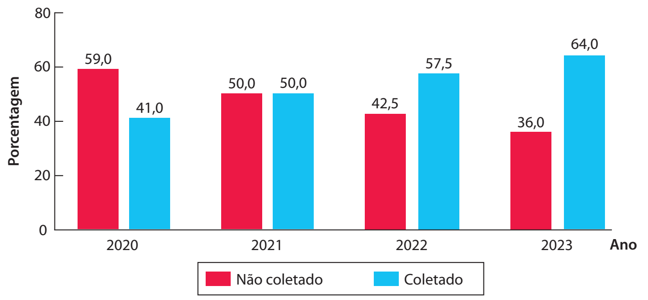
Comparação de dados representados em gráficos de barras e de setores

O saneamento básico de uma cidade se reflete na qualidade da água utilizada para abastecimento.

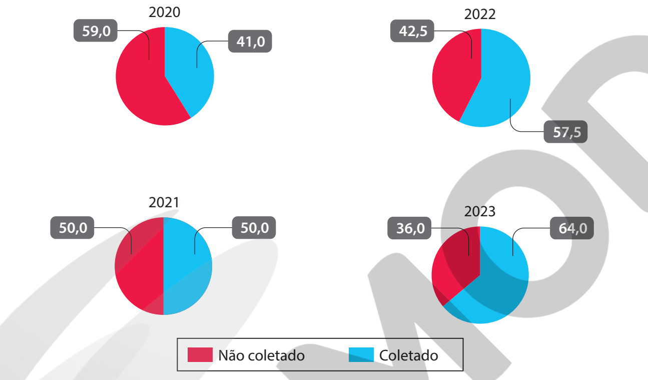
No município fictício de Bela, o esgoto coletado é tratado, mas o esgoto não coletado é lançado ao solo, poluindo-o. Como não são todos os bairros que têm coleta de esgoto, a prefeitura de Bela implantou um programa para melhorar essa situação.

Observe a seguir o gráfico de barras e o gráfico de setores que representam os mesmos dados sobre a porcentagem de esgoto sanitário coletado e não coletado em Bela de 2020 a 2023.

ESGOTO SANITÁRIO COLETADO E NÃO COLETADO (EM %)



ESGOTO SANITÁRIO COLETADO E NÃO COLETADO (EM %)



Dados obtidos pela prefeitura de Bela de 2020 a 2023.

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

- ▶ Em qual dos tipos de gráfico você acha que é possível observar com mais clareza a evolução do esgoto sanitário em Bela ao longo do tempo?
- ▶ Em qual deles você acha que é possível observar melhor, em determinado ano, a relação da quantidade de esgoto coletado com a quantidade total?

(EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

Estatística e Probabilidade

Objetivos

- Comparar dados representados em gráficos de barras e de setores.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA37.
- Promover a reflexão sobre a importância do saneamento básico e da vacinação, favorecendo aspectos dos Temas Contemporâneos Transversais **Educação Ambiental**, **Saúde** e **Direito da Criança e do Adolescente** das macroáreas **Meio Ambiente**, **Saúde** e **Cidadania e Civismo**, respectivamente.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA37, porque os estudantes vão interpretar e analisar dados apresentados em gráficos de setores e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

Orientações

- Considerando que um dos propósitos do ensino de Matemática é levar os estudantes a interpretar adequadamente as informações apresentadas pelos diferentes recursos visuais, nesta seção pretende-se que comparem dados representados em gráficos de setores e de barras.
- Com base nas informações sobre esgoto sanitário em um município, os estudantes têm a oportunidade de realizar comparações entre esses dois tipos de representação gráfica – o que favorece tanto a percepção de diferenças entre as representações como o reconhecimento do gráfico mais adequado para cada situação.
- Converse com os estudantes sobre o saneamento básico. Alerte-os que a falta de coleta e tratamento de esgoto é prejudicial para a saúde e para o meio ambiente. O contato com o esgoto não tratado pode causar doenças e contaminar o solo e os rios com resíduos não tratados, degradando a região.

Abordar este tipo de assunto favorece o desenvolvimento dos Temas Contemporâneos Transversais **Educação Ambiental** e **Saúde** das macroáreas **Meio Ambiente** e **Saúde**.

- As diferentes opiniões que surgirem na resolução da atividade favorecerão a interação entre os estudantes e assegurarão a troca de pontos de vista. Um estudante poderá considerar mais adequado o gráfico de barras, justificando que nele se percebe mais claramente que o percentual de crianças vacinadas foi diminuindo ao longo dos anos. Outro poderá escolher o gráfico de setores como o mais adequado para comparar os percentuais de crianças vacinadas e não vacinadas em cada um dos anos pesquisados. Incentive-os a desenvolver a capacidade de argumentar e produzir análises críticas sobre suas opiniões, propondo questionamentos e promovendo um debate para que possam apresentar as justificativas para suas respostas.
- Aproveite o assunto da atividade para conversar com os estudantes sobre a importância de deixar sempre em dia a carteirinha de vacinação e sobre as campanhas de vacinação. Assuntos como esse colaboram para o desenvolvimento dos Temas Contemporâneos Transversais **Direito da Criança e do Adolescente** e **Saúde** das macroáreas **Cidadania e Civismo** e **Saúde**.

Estatística e Probabilidade

Dependendo dos dados comparados, ora um, ora outro tipo de gráfico revela-se mais eficiente. Em alguns casos, a eficácia de ambos é idêntica. Observe abaixo a comparação desses gráficos em relação à situação apresentada.

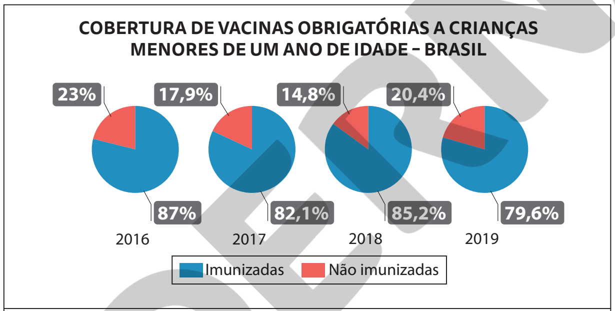
Gráfico de barras verticais	Gráfico de setores
As barras verticais apresentam, a cada ano, a porcentagem de esgoto coletado (barra azul) e a de esgoto não coletado (barra vermelha). Observando as barras azuis, facilmente concluímos que a porcentagem de esgoto coletado aumentou ao longo do período apresentado.	Os círculos estão divididos em duas partes: a que representa a porcentagem de esgoto coletado (setor azul) e a que representa a porcentagem de esgoto não coletado (setor vermelho). Observando o gráfico de setores relativo a 2022, por exemplo, percebemos que nesse ano a maior parte do esgoto produzido já era coletada e, portanto, tratada.

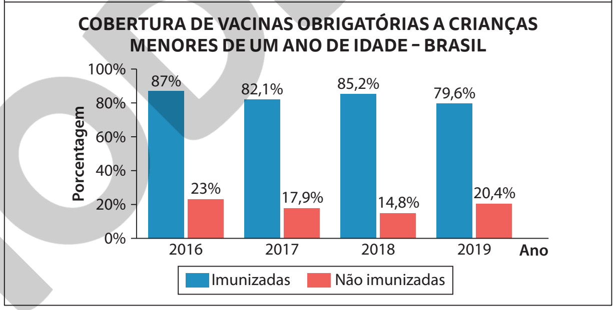
ATIVIDADE

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Segundo a Declaração Universal dos Direitos da Criança, toda criança tem direito à educação e à saúde, mas esse direito nem sempre é respeitado. Os gráficos abaixo apresentam a porcentagem aproximada de crianças menores de um ano de idade vacinadas no Brasil em 2016, 2017, 2018 e 2019.

Observe os gráficos e responda à questão.


COBERTURA DE VACINAS OBRIGATÓRIAS A CRIANÇAS MENORES DE UM ANO DE IDADE – BRASIL


COBERTURA DE VACINAS OBRIGATÓRIAS A CRIANÇAS MENORES DE UM ANO DE IDADE – BRASIL

FUNDAÇÃO ABRINQ. Cenário da Infância e Adolescência no Brasil 2021. 1. ed. Disponível em: https://observatoriocrianca.org.br/system/library_items/files/000/000/030/original/cenario-da-infancia-e-da-adolescencia-2021_%281%29.pdf?1617903781. Acesso em: 1º jun. 2022.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Em qual dos tipos de gráfico é possível observar com mais clareza a variação da porcentagem de crianças menores de um ano de idade vacinadas no período representado? Justifique.

• Exemplo de resposta: no gráfico de barras, em que é possível perceber de imediato que o percentual diminuiu e depois aumentou no decorrer dos anos. Apesar de o gráfico de setores apresentar as porcentagens em cada ano de forma mais evidente, não mostra claramente a variação no período.

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Uma fazenda que mede 16 alqueires mineiros será dividida em lotes que medem 3 200 m^2 de área cada um.

1. a) 242 lotes

a) Quantos lotes serão obtidos com essa divisão?

b) Se cada lote for vendido por R$ 100 000,00, quanto será arrecadado com a venda de $\frac{3}{4}$ desses lotes? **1. b)** R$ 18 150 000,00

2. Responda às questões no caderno.

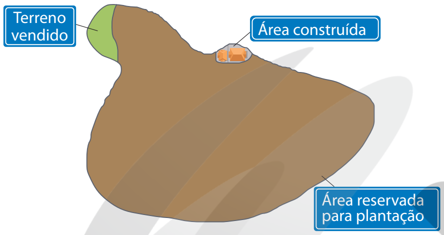
a) Quantas salas retangulares que medem 4 m de comprimento e 5 m de largura são necessárias para formar 1 are? **2. a)** 5 salas

b) A medida de área correspondente a 1 alqueire paulista é equivalente à medida de área de quantos hectares? **2. b)** 2,42 ha

3. Antônio vai trocar o piso de uma sala de formato quadrado cujo lado mede 5 m de comprimento. Se ele pretende utilizar lajotas quadradas de lado medindo 0,5 m de comprimento, quantas lajotas serão necessárias para cobrir todo o piso da sala? **3.** 100 lajotas

4. Determine a variação da medida da área de uma quadra oficial de futebol de salão sabendo que a medida de comprimento máximo é 42 m e a mínima é 25 m e que a medida da largura máxima é 22 m e a mínima é 15 m de comprimento. **4.** 549 m^2

5. Alberto tem um terreno cuja área mede 75 hm^2. Dessa medida de área ele vendeu 2 500 m^2 do terreno, fez uma construção medindo 1 500 m^2 de área e o restante da área reservou para fazer plantações de milho e de feijão.

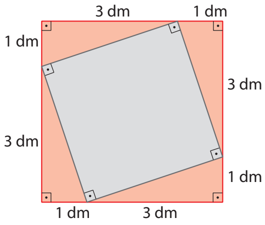


5. a) 746 000 m^2

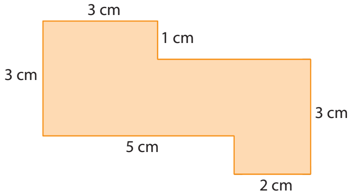
a) Que medida de área, em metro quadrado, Alberto reservou para as plantações?

b) Qual será a medida de área ocupada pela plantação de feijão, sabendo que a plantação de milho ocupará o triplo dessa medida de área? **5. b)** 186 500 m^2

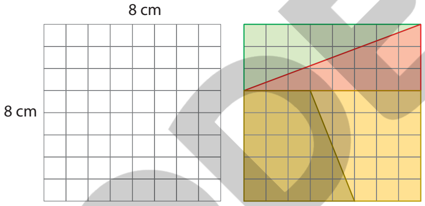
6. Determine a medida de área do quadrado cinza na figura a seguir. **6.** 10 dm^2



7. Calcule a medida de área da figura abaixo. **7.** 19 cm^2

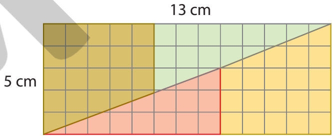


8. João dividiu uma malha quadriculada e a pintou de modo que se formassem dois triângulos e dois trapézios.



Medida de área: 64 cm²

Em seguida, com esses quatro polígonos, João compôs um retângulo com mesma medida de área da malha quadriculada inicial. Observe como ele fez.



Medida de área: 65 cm²

- Descubra o erro que João cometeu na composição do retângulo.

8. A inclinação dos triângulos não é a mesma que a dos trapézios. Assim, esses polígonos não se encaixam perfeitamente e, portanto, a composição final terá um vão entre as peças.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA32.

Habilidade da BNCC

- A habilidade EF07MA32 é desenvolvida nesta seção por meio da resolução das atividades **4**, **6**, **7** e **8**.

Orientações

- Aproveite a realização destas atividades para avaliar se os estudantes compreenderam a relação entre as diferentes unidades de medida de área e se aplicam corretamente as expressões de cálculo da medida de área de triângulos e de quadriláteros na resolução dos problemas. Amplie a proposta das atividades e sugira a eles que elaborem problemas para que um colega os resolva.
- Na resolução da atividade **8**, espera-se que os estudantes percebam que a inclinação do triângulo vermelho não é a mesma que a do trapézio marrom. Se julgar conveniente, solicite a eles que reproduzam as figuras iniciais em um quadriculado de 1 cm de medida de comprimento de lado. Ao tentarem formar o retângulo, vai aparecer um vão, que não permitirá o encaixe perfeito.
- Ao final dessa seção, proponha aos estudantes uma autoavaliação. A seguir, sugerimos alguns exemplos de perguntas. É importante que cada item seja analisado e adaptado à realidade da turma.

– Sei estabelecer as relações entre múltiplos e submúltiplos do metro quadrado?
– Sei determinar a expressão de cálculo da medida de área de retângulos, quadrados, triângulos, paralelogramos, losangos e trapézios?
– Reconheço que figuras de formatos diferentes podem ter a mesma medida de área?
– Reconheço unidades de medida usadas em áreas rurais?
– Sei relacionar a medida do perímetro e a medida de área de retângulos e quadrados?
– Sei comparar dados representados em gráficos de barras e de setores?
– Tenho um bom relacionamento com meus colegas de turma?
– Consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?
– Realizo as tarefas propostas?

Razão

Objetivos

- Introduzir o conceito de razão.
- Comparar números por meio de uma razão.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA09.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA09 da BNCC porque será utilizada a associação entre razão e fração na resolução de problemas.

Orientações

- O conceito de razão é introduzido tomando por base uma situação que propõe a comparação entre duas quantidades: número de jogos e número de vitórias. Uma comparação desse tipo é usada para avaliar o desempenho de um time em um campeonato, por exemplo.
- Se julgar oportuno, peça aos estudantes que calculem outras razões com base no esquema desta página e explique que geralmente indicamos as razões por frações na forma irredutível.
- Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.

CAPÍTULO

11

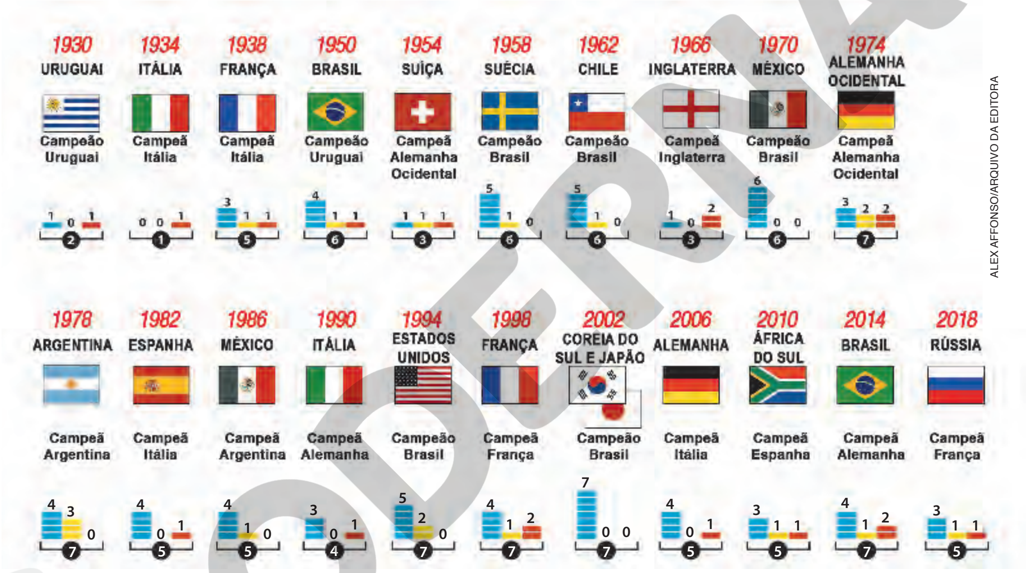
Proporção e aplicações

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF07MA02
EF07MA09
EF07MA17
EF07MA36

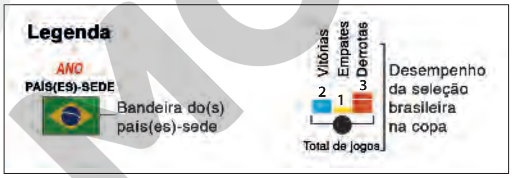
1 Razão

Comparando por meio de uma razão

Observe o esquema com algumas informações sobre as copas do mundo de futebol de 1930 a 2018 que a professora Tânia fez e depois apresentou para a turma dela.



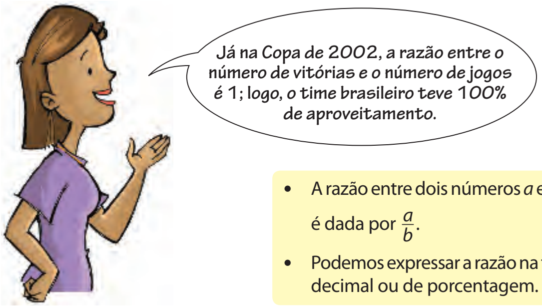
ALEX AFFONSO/ARQUIVO DA EDITORA



Elaborado com base nos dados publicados em: FEDERAÇÃO INTERNACIONAL DE FUTEBOL (FIFA). Disponível em: https://www.fifa.com/tournaments/mens/worldcup. Acesso em: 14 abr. 2022.

Para analisar o desempenho da seleção brasileira, a professora Tânia fez algumas comparações por meio de uma fração, que, nesse caso, chamamos de **razão**.

(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.



ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

- A razão entre dois números *a* e *b*, com $b \neq 0$, nessa ordem, é dada por $\frac{a}{b}$.
- Podemos expressar a razão na forma de fração, de número decimal ou de porcentagem.

Para pensar

Lembre-se: Escreva no caderno!

Karina ficou pensando em uma das análises da professora Tânia.

Para pensar: Espera-se que os estudantes respondam que, quando a professora disse que o desempenho da seleção foi de 100%, ela utilizou outra forma – a porcentagem – para representar a razão entre o número de vitórias e o número de jogos, uma vez que 1 equivale a $\frac{100}{100}$ ou 100%.

DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

- Responda à pergunta de Karina de acordo com o que você já estudou sobre frações e porcentagens.

- Proponha aos estudantes que calculem o desempenho da seleção campeã de cada ano utilizando a forma percentual.
- Peça a eles que pesquisem e obtenham os dados (número de vitórias, empates e derrotas) do campeão da Copa do Mundo da Fifa 2022 realizada no Qatar. Em seguida, peça que calculem a razão entre o número de vitórias e o número de jogos da seleção campeã.
- No boxe *Para pensar*, dê um tempo para que os estudantes analisem o que Karina pensou e, depois, peça aos estudantes que compartilhem como chegaram à conclusão que 1 equivale a 100%.

- Na atividade **2**, como o assunto ainda está em fase introdutória, seria interessante resolver a questão sem usar o recurso das equações, propondo alguns questionamentos que envolvam operações inversas, como “por qual número devemos dividir $\frac{2}{3}$ para obter 1?”.
- Na atividade **7**, os estudantes devem, inicialmente, descobrir a medida de comprimento do lado menor do terreno. Para isso, devem observar que, se o perímetro do terreno mede 42 m e o comprimento de um dos lados mede 15 m, o comprimento do outro lado mede 6 m, pois 2×15 m = 30 m; 42 m − 30 m = 12 m e 12 m : 2 = 6 m. A razão entre a medida de comprimento do lado maior e a do lado menor é $\frac{15}{6}$, que na forma de porcentagem é 250%, pois $\frac{15}{6} = 2{,}5$ e $2{,}5 = \frac{250}{100}$ ou 250%.

Para ampliar essa atividade, após a resolução, peça aos estudantes que interpretem o resultado obtido. Espera-se que eles observem que o resultado indica que a medida de comprimento do lado maior do terreno é 2,5 vezes a medida de comprimento do lado menor ($2{,}5 \times 6$ m = 15 m).

- Resolução da atividade **8**:

$0{,}27 = \frac{27}{100}$

Como *a* e *b* são números negativos, a razão pode ser escrita da seguinte maneira:

$\frac{-27}{-100}$, assim, conclui-se que $a > b$.

Então, o menor número é *b*.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Mariana e Lucas estão preparando um suco com a seguinte receita: para cada litro de suco concentrado, são necessários 2 litros de água.


IDIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

- Como podemos comparar, por meio de uma razão, a quantidade de suco concentrado com a de água? **1.** $\frac{1}{2}$

2. Descubra os números de acordo com cada afirmação.

a) A razão entre um número e $\frac{2}{3}$ é 1. **2. a)** $\frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{7}$ é a razão entre 14 e um número. **2. b)** 98

c) A razão entre 0,25 e um número é −0,5. **2. c)** −0,5

3. Carlos e Fernando estão no mesmo time de futebol. Na última partida, o time marcou 12 gols, dos quais 6 foram de Carlos e 4, de Fernando.


FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Escreva, na forma de fração irredutível, a razão entre o número de gols marcados por Carlos e o número de gols marcados por Fernando. **3. a)** $\frac{3}{2}$

b) Escreva, na forma decimal, a razão entre o número de gols marcados por Fernando e o número total de gols do time. **3. b)** aproximadamente 0,33

c) Escreva, na forma de porcentagem, a razão entre o número de gols marcados por Carlos e o número total de gols do time. **3. c)** 50%

4. Em um município, há 120 dentistas para 240 000 habitantes.

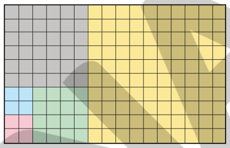
a) Qual é a razão entre o número de dentistas e o número de habitantes? **4. a)** $\frac{1}{2000}$

b) Nesse município, há quantos dentistas para cada grupo de 4 000 pessoas?

- Converse com um colega sobre como cada um encontrou a resposta do item **b**. **4. b)** 2

5. De 32 crianças que foram acampar, 10 são meninas. Qual é a porcentagem de meninas em relação ao número total de crianças? **5.** 31,25%

6. Observe a figura e responda às questões.

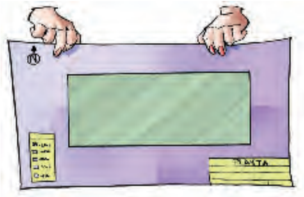

ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

a) O retângulo está decomposto em quadrados. Qual é a porcentagem da medida de área do quadrado rosa em relação à medida de área do quadrado amarelo? **6. a)** 4%

b) Qual é a razão entre a medida de área do quadrado verde e a medida de área do quadrado cinza? **6. b)** $\frac{4}{9}$

c) Escreva, na forma de fração irredutível, a razão entre a medida de área do quadrado amarelo e a medida de área total do retângulo. **6. c)** $\frac{5}{8}$

7. O terreno que Débora pretende comprar está representado na planta por um retângulo.


EDUARDO FERRARA/ARQUIVO DA EDITORA

- O perímetro do terreno mede 42 m e um dos lados mede 15 m de comprimento. Escreva, na forma de porcentagem, a razão entre a medida de comprimento do lado maior e a do lado menor desse terreno. **7.** 250%

8. Reúna-se com um colega para responder à questão a seguir.

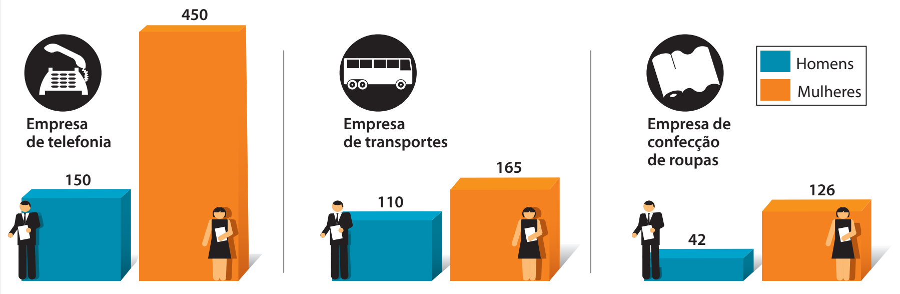
A razão entre os números negativos *a* e *b* é 0,27. Qual desses números é o menor? **8.** *b*

2 Proporção

Observe a situação a seguir.

Em dezembro de 2022, a agência de empregos E10 realizou uma pesquisa para comparar o número de homens e o de mulheres que trabalham em três tipos de empresa. Os dados obtidos estão representados abaixo.

TRABALHADORES DE TRÊS TIPOS DE EMPRESA, POR SEXO, EM DEZEMBRO DE 2022



ALEX ARGOZINO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela agência E10 em dezembro de 2022.

Vamos comparar o número de homens e o de mulheres que trabalham em cada tipo de empresa por meio de uma razão.

- Em telefonia, a razão entre o número de homens e o número de mulheres é: $\frac{150}{450} = \frac{1}{3}$. Isso significa que para cada homem 3 mulheres trabalham nesse tipo de empresa.
- Em transportes, a razão entre o número de homens e o número de mulheres é: $\frac{110}{165} = \frac{2}{3}$. Nesse caso, para cada 2 homens, 3 mulheres trabalham nesse setor.
- Em confecção de roupas, a razão entre o número de homens e o número de mulheres é: $\frac{42}{126} = \frac{1}{3}$. Assim como em telefonia, para cada homem, 3 mulheres trabalham nesse setor.

Como a razão entre o número de homens e o de mulheres em telefonia é igual à razão entre o número de homens e o de mulheres em confecção de roupas, dizemos que as duas razões formam uma **proporção**.

Essa proporção pode ser indicada da seguinte maneira: $\frac{150}{450} = \frac{42}{126}$.

DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

Quatro números não nulos, *a*, *b*, *c* e *d*, formam, nessa ordem, uma **proporção** quando $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Uma proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ também pode ser representada por $a : b = c : d$ (lemos: "*a* está para *b*, assim como *c* está para *d*"). Os **termos** de uma proporção são assim denominados:

$$\frac{\overset{\text{extremo}}{a}}{\underset{\text{meio}}{b}} = \frac{\overset{\text{meio}}{c}}{\underset{\text{extremo}}{d}} \quad \text{ou} \quad \overbrace{a : \underbrace{b = c}_{\text{meios}} : d}^{\text{extremos}}$$

Proporção

Objetivos

- Introduzir o conceito de proporção.
- Compreender a propriedade fundamental das proporções.
- Reconhecer sequências numéricas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA17.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA17 da BNCC porque serão trabalhadas atividades que envolvem variação de proporcionalidade direta e inversa entre números, o que dará subsídios para que sejam resolvidos problemas envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais.

Orientações

- Os conceitos de razão e proporção estão presentes em diversas ciências e no cotidiano. Por esse motivo, convém iniciar o tópico com base nos conhecimentos que os estudantes já possuem do assunto.

(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

- No texto, mostra-se que, em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios. É importante que, em vez de os estudantes memorizarem essa propriedade, eles atribuam significado a ela, sobretudo na resolução de problemas.

Propriedade fundamental das proporções

Acompanhe a situação a seguir.

Dois jovens vão caminhar uma distância que mede 12 km até chegar ao acampamento. Se eles começarem a caminhar às 8 horas, a que horas chegarão ao acampamento, mantendo o mesmo ritmo de caminhada?

DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

Considerando x a medida de tempo gasto para percorrer a distância que mede 12 km, podemos indicar a seguinte proporção, que é uma equação de incógnita x:

$\frac{1}{15} = \frac{12}{x}$ — "Um quilômetro está para 15 minutos, assim como 12 quilômetros estão para x minutos."

Vamos descobrir o valor de x.

$$\frac{1}{15} = \frac{12}{x}$$

$\frac{1}{15} \cdot x = \frac{12}{x} \cdot x$ — Ao multiplicar os dois membros de uma igualdade por um mesmo número, diferente de zero, obtemos outra igualdade.

$$\frac{x}{15} = 12$$

$$\frac{x}{15} \cdot 15 = 12 \cdot 15$$

$$x = 12 \cdot 15$$

$$x = 180$$

Logo, eles levarão 180 minutos (ou 3 horas) para percorrer uma distância que mede 12 km. Assim, eles chegarão ao acampamento às 11 horas.

Ao desenvolver os cálculos para obter o valor de x nessa proporção, podemos observar uma igualdade entre o produto dos extremos e o produto dos meios:

$$\frac{1}{15} = \frac{12}{x} \Rightarrow 1 \cdot x = 12 \cdot 15$$

Será que esse fato é válido para todas as proporções?

Com base no que já estudamos sobre operações com números racionais e resolução de equações, podemos partir de $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, com a, b, c e d não nulos, e obter $a \cdot d = b \cdot c$. Observe.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$\frac{a}{b} \cdot d = \frac{c}{d} \cdot d$ ← Multiplicamos ambos os membros da igualdade por *d*.

$\frac{a \cdot d}{b} = c \cdot \frac{d}{d}$ ← Reescrevemos a igualdade de outra maneira.

$$\frac{a \cdot d}{b} = c \cdot 1$$

$$\frac{a \cdot d}{b} = c$$

$b \cdot \frac{a \cdot d}{b} = b \cdot c$ ← Multiplicamos ambos os membros da igualdade por *b*.

$\frac{b}{b} \cdot a \cdot d = b \cdot c$ ← Reescrevemos a igualdade de outra maneira.

$$1 \cdot a \cdot d = b \cdot c$$

$$\mathbf{a \cdot d = b \cdot c}$$

A igualdade obtida com base em uma proporção é conhecida como **propriedade fundamental das proporções** e pode ser escrita desta forma:

Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.
Ou seja, dados os números *a*, *b*, *c* e *d* não nulos, com $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos: $a \cdot d = b \cdot c$

Os números 1,5; 7; 4,5 e 21, por exemplo, formam, nessa ordem, uma proporção. Repare que o produto dos extremos é igual ao produto dos meios:

$$\frac{1{,}5}{7} = \frac{4{,}5}{21} \qquad \underbrace{1{,}5 \cdot 21}_{31{,}5} = \underbrace{7 \cdot 4{,}5}_{31{,}5}$$

produto dos extremos — produto dos meios

Usando a propriedade fundamental das proporções, podemos resolver muitos problemas.

Observação

As razões $\frac{12}{15}$ e $\frac{3}{2}$ não formam uma proporção, pois: $12 \cdot 2 \neq 15 \cdot 3$

Desafio **Desafio:** 36 litros

Júlio tem um carro com tecnologia *flex fuel* (pode ser abastecido com gasolina ou etanol ou uma mistura dos dois combustíveis). No último abastecimento, Júlio abasteceu o tanque desse carro com etanol e gasolina na proporção de 1 para 4. Sabendo que a medida de capacidade do tanque é de 45 litros de combustível, responda: qual foi a quantidade máxima de gasolina colocada?

ALEXANDRE TOKITAKA/PULSAR IMAGENS

2. $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}; \frac{2}{10} = \frac{3}{15}; \frac{15}{3} = \frac{10}{2}; \frac{15}{10} = \frac{3}{2}; \frac{3}{2} = \frac{15}{10}; \frac{10}{2} = \frac{15}{3}; \frac{3}{15} = \frac{2}{10}; \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Copie no caderno apenas as razões que formam proporções. **1.** alternativas **a**, **c**, **d** e **e**

a) $\frac{4}{10}$ e $\frac{2}{5}$

b) $\frac{8}{32}$ e $\frac{2}{7}$

c) $\frac{9}{0{,}25}$ e $\frac{81}{2{,}25}$

d) $\frac{1{,}5}{6}$ e $\frac{0{,}5}{2}$

e) $\frac{35}{28}$ e $\frac{5}{4}$

f) $\frac{148}{93}$ e $\frac{37}{24}$

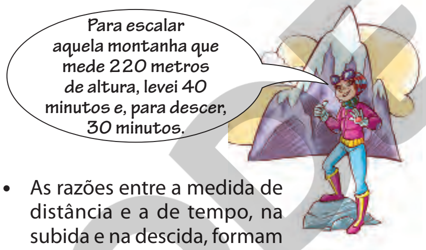
2. Descubra todas as proporções com os termos 2, 3, 10 e 15.

3. Sabendo que 42 está para *x*, assim como 252 está para 186, calcule o valor de *x*. **3.** 31

4. Para animar o acampamento das crianças, o cozinheiro inventou uma brincadeira. A cada 15 biscoitos, 4 seriam recheados.

Se, no final da brincadeira, a garotada encontrou 12 biscoitos recheados, quantos biscoitos foram feitos? **4.** 45 biscoitos

5. Leia atentamente o que a garota está dizendo e, depois, responda à questão.



DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

- As razões entre a medida de distância e a de tempo, na subida e na descida, formam uma proporção? Justifique sua resposta. **5.** não, pois: $\frac{220}{40} \neq \frac{220}{30}$

6. Considerando que, em um mesmo instante do dia, as razões entre a medida da altura de um objeto e a do comprimento da sombra projetada por ele formam uma proporção, resolva o problema a seguir.

Em certo horário do dia, Eduardo, que mede 1,80 m de altura, projeta uma sombra que mede 3 m de comprimento. No mesmo instante, uma árvore projeta uma sombra cuja medida é igual a 7 m de comprimento. Qual é a medida da altura da árvore? **6.** 4,2 m

- Resolução do boxe *Desafio*:

Mistura: $\frac{\text{etanol}}{\text{gasolina}} = \frac{1}{4}$

Quantidade de etanol: *x*

Quantidade de gasolina: *y*

Proporção entre a quantidade de etanol e a de gasolina: $\frac{x}{y} = \frac{1}{4}$

Pela propriedade fundamental das proporções, $y = 4x$.

Total de combustível colocado: $x + y = 45$.

Substituindo *y* por 4*x*, temos:

$x + 4x = 45$

$5x = 45$

$x = 9$

Como $y = 4x$, então:

$y = 4 \cdot 9 = 36$

Portanto, a quantidade máxima de gasolina colocada foi 36 litros.

- Resolução da atividade **4**:

Considerando que *x* é o número total de biscoitos, podemos montar a seguinte proporção:

$\frac{15}{4} = \frac{x}{12}$, ou seja, como em cada 15 biscoitos há 4 recheados, em cada *x* há 12 recheados.

Assim, temos:

$$\frac{15}{4} = \frac{x}{12} \Rightarrow 4x = 15 \cdot 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{15 \cdot 12}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 15 \cdot 3 \Rightarrow x = 45$$

Portanto, foram feitos 45 biscoitos no total.

Pode-se conferir a resposta observando que $\frac{45}{12} = \frac{15}{4}$.

- Após discussões e diversas atividades envolvendo proporções e a propriedade fundamental das proporções, os estudantes aprofundarão os estudos conhecendo algumas situações em que poderão entender a diferença entre uma relação diretamente proporcional e uma inversamente proporcional.

Sequências de números diretamente proporcionais

Acompanhe a situação a seguir.

Caio é dono de uma sorveteria e produz seus próprios sorvetes. A quantidade de sorvetes produzida de cada sabor depende da preferência dos consumidores. Observe abaixo os sabores preferidos e a medida de massa de leite em pó utilizada para fabricá-los.

ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

CHOCOLATE
3,5 kg de leite em pó
para produzir
7 kg de sorvete.

MORANGO
2,5 kg de leite em pó
para produzir
5 kg de sorvete.

CREME
1,5 kg de leite em pó
para produzir
3 kg de sorvete.

Se calcularmos as razões entre a quantidade de leite em pó, em quilograma, usada e a quantidade de quilogramas de sorvete produzida, observamos uma igualdade:

$$\frac{\text{quantidade de leite em pó (em kg) usada}}{\text{quantidade de sorvete (em kg) produzida}} = \frac{3,5}{7} = \frac{2,5}{5} = \frac{1,5}{3} = \frac{1}{2}$$

Note que o quociente de cada número da sequência (3,5; 2,5; 1,5) pelo número correspondente da sequência (7, 5, 3) resulta sempre em um mesmo número, chamado **constante de proporcionalidade**.

Então, dizemos que os números 3,5; 2,5 e 1,5 são **diretamente proporcionais** aos números 7, 5 e 3, nessa ordem.

Podemos dizer ainda que a quantidade de quilogramas de leite em pó que Caio usa é diretamente proporcional à quantidade de quilogramas de sorvete produzida.

Os números $a, b, c, d, \ldots$ são diretamente proporcionais aos números não nulos $A, B, C, D, \ldots$, nessa ordem, quando:

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C} = \frac{d}{D} = \ldots = k$$

sendo k a constante de proporcionalidade.

Sequências de números inversamente proporcionais

Observe as sequências de números abaixo.

(5, 10, 20, 40, 80)
(20; 10; 5; 2,5; 1,25)

Note que:

$$5 \cdot 20 = 10 \cdot 10 = 20 \cdot 5 = 40 \cdot 2,5 = 80 \cdot 1,25 = 100$$

O produto de cada elemento de uma sequência pelo elemento correspondente da outra sequência resulta no mesmo número, que também é chamado constante de proporcionalidade.

Agora, observe como podemos escrever as igualdades acima como igualdades de razões:

$$\frac{5}{\frac{1}{20}} = \frac{10}{\frac{1}{10}} = \frac{20}{\frac{1}{5}} = \frac{40}{\frac{1}{2,5}} = \frac{80}{\frac{1}{1,25}}$$

Então, dizemos que os números 5, 10, 20, 40 e 80 são **inversamente proporcionais** aos números 20, 10, 5, 2,5 e 1,25, nessa ordem.

Repare que 5, 10, 20, 40 e 80 são diretamente proporcionais aos inversos de 20, 10, 5, 2,5 e 1,25, nessa ordem.

Os números não nulos a, b, c, d, ... são inversamente proporcionais aos números não nulos A, B, C, D, ..., nessa ordem, quando:

$$\frac{a}{\frac{1}{A}} = \frac{b}{\frac{1}{B}} = \frac{c}{\frac{1}{C}} = \frac{d}{\frac{1}{D}} = ... = k$$

Para pensar Para pensar: b

Identifique o item que não apresenta sequências de números diretamente proporcionais nem inversamente proporcionais.

a) (6, 9, 12, 15) e (2, 3, 4, 5)
b) (40, 38, 35) e (8, 7, 5)
c) (5, 8, 10) e (40, 25, 20)

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe no quadro o número de camisetas que a empresa Ciranda Confecções produziu em determinada medida de tempo.

Medida de tempo (hora)	Número de camisetas
5	400
10	800
15	1 200

1. a) dobrou; triplicou

a) O que aconteceu com o número de camisetas produzido quando a medida de tempo passou de 5 para 10 horas? E de 5 para 15 horas?

b) Podemos afirmar que os números que expressam a quantidade de camisetas e a medida de tempo de produção delas são diretamente proporcionais? **1. b)** sim

2. Observe as duas sequências de números diretamente proporcionais e descubra mentalmente os números que estão faltando.

S_1 →	1	2	3	4
S_2 →	0,2	▨	0,6	▨

MODELO

- Agora, faça no caderno um quadro como o do modelo e complete-o com os números que estão faltando. **2.** 0,4 e 0,8

3. Observe as duas sequências de números diretamente proporcionais e descubra a constante de proporcionalidade. **3.** 6

(24, 12, 6, 3)
(4; 2; 1; 0,5)

4. A professora de Thaís pediu a ela que dividisse o número 60 em três partes diretamente proporcionais a 3, 5 e 7, nessa ordem. Observe como ela começou a resolver esse problema.

Vou dividir 60 em três partes: x, y e z.

$$x + y + z = 60 \text{ (I)}$$

Os números x, y e z são diretamente proporcionais aos números 3, 5 e 7, nessa ordem. Então:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{constante de proporcionalidade}}}{k}$$

$$\frac{x}{3} = k \Rightarrow x = 3k$$

$$\frac{y}{5} = k \Rightarrow y = 5k$$

$$\frac{z}{7} = k \Rightarrow z = 7k$$

Agora, vou substituir esses valores na equação (I):

$$x + y + z = 60 \text{ (I)}$$

$$3k + 5k + 7k = 60$$

$$15k = 60$$

$$k = 4$$

- Continue a resolução de Thaís e descubra quanto valem x, y e z. **4.** $x = 12$, $y = 20$ e $z = 28$

5. Reúna-se com um colega e descubram como dividir o número 52 em partes inversamente proporcionais a 2, 3 e 4, nessa ordem. Qual foi a resposta obtida? **5.** 24, 16 e 12 são inversamente proporcionais aos números 2, 3 e 4, nessa ordem.

Resolução do boxe *Para pensar*:

a) Diretamente proporcionais. Os números 6, 9, 12, 15 são diretamente proporcionais aos números 2, 3, 4, 5, nessa ordem, pois:

$$\frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{15}{5} = 3$$

b) Nenhuma das duas, pois os números de uma das sequências não estão na razão direta nem inversa em relação aos números da outra.

c) Inversamente proporcionais. Os números 5, 8, 10 são inversamente proporcionais aos números 40, 25, 20, nessa ordem, pois:

$$\frac{5}{\frac{1}{40}} = \frac{8}{\frac{1}{25}} = \frac{10}{\frac{1}{20}} = 200$$

- Se julgar oportuno, proponha o seguinte desafio para os estudantes.

Ana quis fazer uma experiência com o crescimento de plantas. Para isso, colocou um grão de feijão sobre um algodão úmido e acompanhou sua germinação. Verificou que, após começar a brotar, o pé de feijão cresceu 3 mm no 1º dia, mais 3 mm no 2º dia e também mais 3 mm no 3º dia. Quanto medirá a altura desse pé de feijão no 30º dia? (Não é possível determinar a medida de altura, pois não se sabe se esse ritmo de crescimento é regular.)

Grandezas e medidas em nosso cotidiano

Objetivo

- Ampliar e construir noções de medida pelo estudo de diferentes grandezas, tendo como base seu uso no contexto social.

Orientações

- Segundo o Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (Inmetro), o Sistema Internacional de Unidades (SI) é composto de um “sistema de grandezas físicas baseado nas sete grandezas de base: comprimento, massa, tempo, intensidade da corrente elétrica, temperatura termodinâmica, quantidade de matéria e intensidade luminosa. As outras grandezas – grandezas derivadas – são definidas em função dessas sete grandezas de base; as relações entre as grandezas derivadas e as de base são expressas por um sistema de equações”.

São exemplos de unidades de medida derivadas o metro quadrado (m^2), o metro cúbico (m^3), a velocidade (m/s) etc.

3 Grandezas e medidas em nosso cotidiano

No dia a dia, deparamos com diversas **grandezas** (tudo que pode ser medido) e suas **medidas** (comparação entre a grandeza que se deseja medir e outra, de mesma espécie, tomada como unidade).

No Capítulo 5 deste livro, estudamos várias grandezas e suas unidades de medida, com múltiplos e submúltiplos. Observe a seguir algumas dessas grandezas e outras que usamos com frequência em variadas situações.

O **tempo** é uma grandeza; a **hora (h)** é uma unidade de medida de tempo.

A **capacidade de armazenamento** é uma grandeza; o ***gigabyte* (GB)** é uma unidade de medida de capacidade de armazenamento.

A **vazão** é uma grandeza; o **litro por minuto (L/min)** é uma unidade de medida de vazão.

A **massa** é uma grandeza; o **quilograma (kg)** é uma unidade de medida de massa.

A **velocidade** é uma grandeza; o **quilômetro por hora (km/h)** é uma unidade de medida de velocidade.

O **consumo de energia elétrica** é uma grandeza; o **quilowatt-hora (kWh)** é uma unidade de medida de consumo de energia elétrica.

A **área** é uma grandeza; o **metro quadrado (m^2)** é uma unidade de medida de área.

A **massa** é uma grandeza; o **grama (g)** é uma unidade de medida de massa.

A **temperatura** é uma grandeza; o **grau Celsius (°C)** é uma unidade de medida de temperatura.

A **capacidade** é uma grandeza; o **litro (L)** e o **mililitro (mL)** são unidades de medida de capacidade.

FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

4 Grandezas diretamente proporcionais

Situação 1

Um funcionário de uma indústria automobilística decidiu testar a precisão da medida de velocidade indicada no velocímetro de um automóvel. Para isso, verificou a medida de distância percorrida pelo veículo durante 1 minuto, mantendo a mesma medida de velocidade média. Primeiro, ele manteve a medida de velocidade média do veículo em 60 km/h e registrou a medida de distância percorrida em 1 minuto. Em seguida, testou outras medidas de velocidade. Observe os resultados do teste no quadro a seguir.

As unidades de base do SI são:

Grandeza	Nome	Símbolo
Comprimento	metro	m
Massa	quilograma	kg
Tempo	segundo	s
Intensidade de corrente elétrica	ampère	A
Temperatura termodinâmica	kelvin	K
Quantidade de matéria	mol	mol
Intensidade luminosa	candela	cd

× 2 : 4 × 3

Medida de velocidade média (km/h)	60	120	30	90
Medida de distância percorrida em 1 minuto (km)	1	2	0,5	1,5

× 2 : 4 × 3

Observe que a razão entre a medida de velocidade média e a medida de distância percorrida correspondente será sempre a mesma:

$$\frac{60}{1} = \frac{120}{2} = \frac{30}{0{,}5} = \frac{90}{1{,}5} = \ldots = 60$$

Nesse caso, podemos dizer que as grandezas velocidade média e distância percorrida são **diretamente proporcionais**.

Observação

A razão entre a medida de distância percorrida por um corpo móvel e a medida de tempo que esse corpo gasta para percorrê-la é definida como medida de **velocidade média**. Exemplo: Se a medida de distância percorrida por um carro é de 120 km em 2 horas, a medida da velocidade média desse carro é $\frac{120 \text{ km}}{2 \text{ h}}$ ou $\frac{60 \text{ km}}{\text{h}}$, que costumamos indicar 60 km/h.

Duas grandezas são **diretamente proporcionais** quando variam sempre na mesma razão. Ou seja, duas grandezas são diretamente proporcionais quando, se a medida de uma dobra, a medida da outra também dobra; se é reduzida à metade a medida de uma, a medida da outra também se reduz à metade; e assim por diante.

Situação 2

Em uma papelaria, são cobrados 20 centavos por página copiada, como mostra o quadro a seguir.

Número de páginas	1	2	3	4	5	6
Preço total (R$)	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20

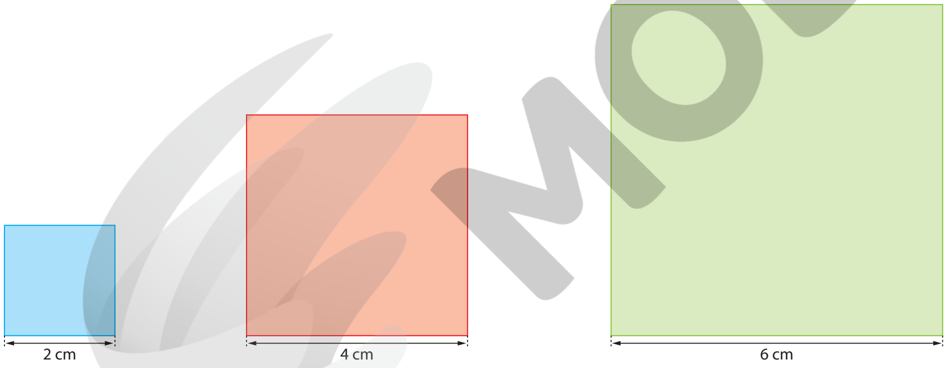
A razão entre o número de páginas copiadas e o preço correspondente é sempre a mesma:

$$\frac{1}{0{,}20} = \frac{2}{0{,}40} = \frac{3}{0{,}60} = \frac{4}{0{,}80} = \frac{5}{1{,}00} = \frac{6}{1{,}20} = 5$$

O preço total é, então, diretamente proporcional ao número de páginas copiadas.

Situação 3

Observe estes quadrados:



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Grandezas diretamente proporcionais

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA17.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA17 da BNCC porque os estudantes deverão resolver e elaborar problemas que envolvam a variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, podendo para isso utilizar sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Orientações

- Por meio de quatro situações, discute-se a ideia de grandezas diretamente proporcionais: velocidade média e distância percorrida; preço e quantidade de páginas copiadas; comprimento do lado e perímetro do quadrado; distância percorrida e quantidade de combustível consumido. É fundamental que os estudantes possam, por meio dessas situações, identificar e relacionar as grandezas e compreender por que elas são diretamente proporcionais.
- Faça a leitura compartilhada do texto e a cada parte converse com os estudantes sobre o que entendem dos quadros e das imagens. Sempre que for lido o texto do quadro referente às conclusões do tópico, peça a eles que o interpretem com suas palavras, verificando o entendimento da turma. Uma boa forma de verificar a compreensão é pedir que exemplifiquem com situações de suas próprias experiências.

(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

- Após apresentar as situações, pergunte aos estudantes se eles conhecem outras em que as grandezas se relacionam em proporção direta. Liste as possibilidades no quadro e, em cada caso, amplie (dobrando, triplicando etc.) ou reduza (pela metade, terça parte etc.) a medida de uma das grandezas e questione-os sobre o que ocorre com a outra grandeza.

No quadro abaixo, a medida de comprimento dos lados de cada quadrado da página anterior é relacionada à medida de seu perímetro.

Quadrado	Medida de comprimento do lado (cm)	Medida de perímetro (cm)
Azul	2	8
Vermelho	× 2 4 × 3	× 2 16 × 3
Verde	× 1,5 6	× 1,5 24

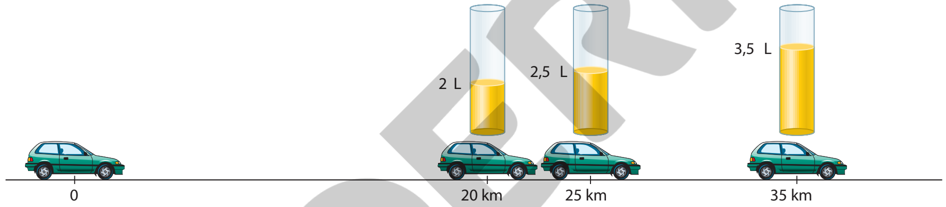
A razão entre a medida de comprimento dos lados dos quadrados e suas respectivas medidas de perímetro é sempre a mesma:

$$\frac{2}{8} = \frac{4}{16} = \frac{6}{24} = \mathbf{\frac{1}{4}}$$

Portanto, a medida de comprimento do lado de um quadrado é diretamente proporcional à medida de seu perímetro.

Situação 4

Para verificar o desempenho de um automóvel, alguns engenheiros mecânicos mediram a distância percorrida por um veículo e a quantidade de combustível consumida durante um trajeto em que o carro manteve a medida de velocidade média constante. Observe abaixo o esquema que representa essa situação.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Após vários testes, os engenheiros concluíram que a medida de distância percorrida era diretamente proporcional à quantidade de combustível consumida, ou seja, a razão entre a medida de distância percorrida e a quantidade de combustível consumida era sempre a mesma:

$$\frac{20}{2} = \frac{25}{2{,}5} = \frac{35}{3{,}5} = \mathbf{10}$$

Então, isso significa que o veículo sempre percorria 10 km por litro de combustível.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Reúna-se com um colega e identifiquem o item que não apresenta grandezas diretamente proporcionais. Em seguida, escrevam uma justificativa para a resposta dada.

a) A idade e a medida de altura de uma pessoa.

b) O número de folhas e a medida de massa de um livro.

c) A quantidade de litros de água consumida em uma residência e o valor a ser pago pelo consumo.

a) Exemplo de justificativa: Em uma fase da vida, a medida de altura de uma pessoa aumenta quando a idade aumenta. Entretanto, o aumento não é diretamente proporcional, ou seja, quando dobramos a idade, a medida de altura não é dobrada; quando triplicamos a idade, a medida de altura não é triplicada.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

2. Observe o quadro com o preço do pão integral de acordo com a medida de massa em quilograma.

Pão (kg)	Preço (R$)
0,5	8,00
1,0	16,00
2,5	40,00

a) O que acontece com o preço do pão quando a medida de massa aumenta de 0,5 kg para 1,0 kg? E quando diminui de 2,5 kg para 0,5 kg? **2. a)** O preço dobra; o preço reduz a um quinto.

b) Pode-se afirmar que, nesse caso, a grandeza massa é diretamente proporcional ao preço? **2. b)** sim

3. Observe o quadro com números relacionados a duas grandezas diretamente proporcionais.

Grandeza A	Grandeza B
5	20
10	x
20	y
30	z

3. c)

Grandeza B
10
20
40
60

a) Calcule os valores de x, y e z. **3. a)** $x = 40$, $y = 80$ e $z = 120$

b) Qual é a constante de proporcionalidade entre os números relacionados à grandeza A e à grandeza B, nessa ordem? **3. b)** $\frac{1}{4}$

c) Como ficaria a coluna relativa à grandeza B se a constante de proporcionalidade fosse $\frac{1}{2}$?

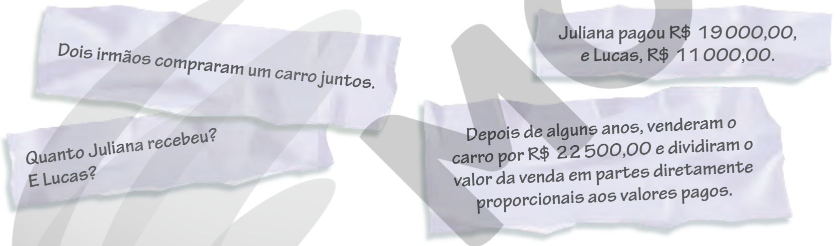
4. R$ 76,80; R$ 96,00; R$ 115,20

4. A quantia de R$ 288,00 será repartida entre três crianças em partes diretamente proporcionais à idade delas. Quantos reais receberá a criança de 8 anos? E a de 10 anos? E a de 12 anos?

5. a) Dois irmãos compraram um carro juntos. Juliana pagou R$ 19 000,00, e Lucas, R$ 11 000,00. Depois de alguns anos, venderam o carro por R$ 22 500,00 e dividiram o valor da venda em partes diretamente proporcionais aos valores pagos. Quanto Juliana recebeu? E Lucas?

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

5. As frases abaixo formam um problema.



Dois irmãos compraram um carro juntos.

Juliana pagou R$ 19 000,00, e Lucas, R$ 11 000,00.

Quanto Juliana recebeu? E Lucas?

Depois de alguns anos, venderam o carro por R$ 22 500,00 e dividiram o valor da venda em partes diretamente proporcionais aos valores pagos.

FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Ordene as frases e escreva o problema.

b) Resolva o problema que você escreveu no item anterior.

5. b) R$ 14 250,00 (valor recebido por Juliana) e R$ 8 250,00 (valor recebido por Lucas).

- Caso os estudantes tenham dificuldade para realizar as atividades, peça que organizem em um quadro o modo como as grandezas se relacionam.
- Na atividade **5**, os estudantes deverão juntar as frases de modo que formem o enunciado de um problema que envolve variação de proporcionalidade direta, o que favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA17.
- Se julgar oportuno, proponha o seguinte desafio para os estudantes.

Álvaro e Bernardo vendiam caquis na feira. Álvaro levava 30 caquis e vendia 2 por R$ 1,00, voltando para casa com R$ 15,00 quando vendia todos. Bernardo também levava 30 caquis e vendia 3 por R$ 1,00, voltando para casa com R$ 10,00 se vendesse todos. Um dia, Álvaro precisou viajar e resolveu pedir a Bernardo que vendesse seus caquis.

Para manter o faturamento total de ambos, por quanto Bernardo precisou vender os caquis?

Observe como Bernardo resolveu o problema:

$$\begin{array}{r} 30 \text{ caquis} \\ +\ 30 \text{ caquis} \\ \hline 60 \text{ caquis} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \text{ por R\$ } 1{,}00 \\ +\ 3 \text{ por R\$ } 1{,}00 \\ \hline 5 \text{ por R\$ } 2{,}00 \end{array}$$

Ele juntou os caquis e formou 12 grupos de 5:

$60 : 5 = 12$

Com 12 grupos, cada grupo custando R$ 2,00, ele faturou R$ 24,00.

Então, Bernardo voltou para casa com R$ 24,00, ou seja, R$ 1,00 a menos que ele e Álvaro faturavam por dia. Onde foi parar a diferença? (O problema foi juntar caquis de preços diferentes.)

Observe, na parte inferior desta página, uma possível resolução.

Ao vender 5 caquis por 2 reais (2 caquis de Álvaro por 1 real e 3 de seus caquis por 1 real), com as 10 primeiras vendas Bernardo vendeu 30 de seus caquis e 20 caquis dos de Álvaro:

Caquis de Álvaro	●●	●●	●●	●●	●●	●●	●●	●●	●●	●●	●●●●● ●●●●●
Caquis de Bernardo	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●	●●●	

$\underbrace{\hspace{20em}}_{\text{10 primeiras vendas de 5 caquis}}$

Como todos os grupos de 5 caquis foram vendidos por 2 reais, Bernardo vendeu os últimos 10 caquis de Álvaro por 4 reais (2 · 2 reais). Mas, para faturar a quantia correta, ele deveria ter vendido cada 2 caquis de Álvaro por 1 real, ou seja, 5 · 1 real ou 5 reais.

Grandezas inversamente proporcionais

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA17.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA17 da BNCC porque os estudantes terão a oportunidade de resolver e elaborar problemas que envolvem a variação de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, podendo utilizar sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Orientações

- Após apresentar as situações, pergunte aos estudantes se eles conhecem outras em que as grandezas se relacionam em proporção inversa. Liste as possibilidades no quadro e, em cada caso, amplie (dobrando, triplicando etc.) ou reduza (pela metade, terça parte etc.) a medida de uma das grandezas e questione-os sobre o que ocorre com a outra grandeza.

5 Grandezas inversamente proporcionais

Agora, vamos observar algumas situações que envolvem grandezas inversamente proporcionais.

Situação 1

No quadro abaixo, está representada a medida de tempo gasto por uma motocicleta para percorrer certa medida de distância variando a medida de velocidade média.

× 2 : 4 : 2

Medida de velocidade média (km/h)	30	60	15	7,5
Medida de tempo (h)	2	1	4	8

: 2 × 4 × 2

A razão entre a medida de velocidade média e o inverso do valor correspondente à medida de tempo gasto é sempre a mesma:

$$\frac{30}{\frac{1}{2}} = \frac{60}{\frac{1}{1}} = \frac{15}{\frac{1}{4}} = \frac{7,5}{\frac{1}{8}} = 60$$

Nesse caso, quando a medida de velocidade dobrou, a de tempo reduziu-se à metade; quando a medida de velocidade foi dividida por 4, a de tempo foi multiplicada por 4; quando a medida de velocidade foi reduzida à metade, a de tempo dobrou. Assim, podemos concluir que as grandezas velocidade média e tempo são **inversamente proporcionais**.

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando uma varia sempre na razão inversa da outra. Ou seja, duas grandezas são inversamente proporcionais se, quando a medida de uma dobra, a medida da outra se reduz à metade; se a medida de uma é dividida por 3, a medida da outra é multiplicada por 3; e assim por diante.

Situação 2

Renata comprou 240 figurinhas da Copa do Mundo de Futebol para dividir entre alguns de seus sobrinhos.

O número de figurinhas que cada sobrinho vai receber depende da quantidade de sobrinhos que Renata vai considerar. Observe o quadro abaixo.

Número de sobrinhos	2	3	4	5	6
Número de figurinhas por sobrinho	120	80	60	48	40

A razão entre o número de sobrinhos de Renata e o inverso do número correspondente de figurinhas por sobrinho é sempre a mesma:

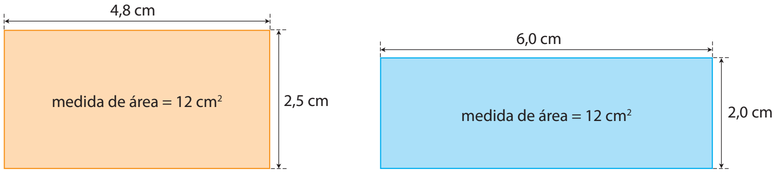
$$\frac{2}{\frac{1}{120}} = \frac{3}{\frac{1}{80}} = \frac{4}{\frac{1}{60}} = \frac{5}{\frac{1}{48}} = \frac{6}{\frac{1}{40}} = 240$$

Logo, o número de sobrinhos é inversamente proporcional ao número de figurinhas que cada um vai receber.

(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Situação 3

Há diversos retângulos cuja área mede 12 cm^2, como os dois representados abaixo.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Considere algumas possíveis medidas de comprimento de lados desses retângulos.

Medida de comprimento (cm)	6	4,8	3	2,4	2
Medida de largura (cm)	2	2,5	4	5	6

A razão entre a medida de comprimento e o inverso da medida de largura é sempre a mesma:

$$\frac{6}{\frac{1}{2}} = \frac{4,8}{\frac{1}{2,5}} = \frac{3}{\frac{1}{4}} = \frac{2,4}{\frac{1}{5}} = \frac{2}{\frac{1}{6}} = 12$$

Portanto, a medida de comprimento de cada um desses retângulos é inversamente proporcional à medida de largura.

2. As grandezas são inversamente proporcionais; os estudantes podem, por exemplo, dizer que, quando se divide por 2 o número de estudantes no grupo, a quantidade de grupos é dobrada.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Classifique as grandezas *x* e *y*, expressas pelos números em cada caso, em diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais.

1. a) diretamente proporcionais

a)

x	2	3
y	4	6

b)

x	1	2
y	48	24

1. b) inversamente proporcionais

2. A professora Lia sempre propõe trabalhos em grupo com uma condição: todos os grupos devem ter a mesma quantidade de estudantes. Na turma de Fernanda, há 40 estudantes. Observe algumas possibilidades de formação de grupos nessa turma.

Número de estudantes no grupo	10	8	4
Quantidade de grupos	4	5	10

- Analise os números do quadro e verifique se as grandezas número de estudantes no grupo e quantidade de grupos são diretamente ou inversamente proporcionais.
- Em seguida, converse com um colega sobre como cada um pensou para responder ao item anterior.

3. Bruno desenhou um retângulo cuja medida de comprimento era 9 cm e a de largura, 5 cm. Lúcia desenhou outro retângulo, que media 15 cm de comprimento e 3 cm de largura. Verifique se as medidas de comprimento desses retângulos são inversamente ou diretamente proporcionais à medida de largura. **3.** inversamente proporcionais

4. Com base nas ilustrações a seguir, elabore um problema envolvendo grandezas inversamente proporcionais.

ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

4. Exemplo de problema: São necessários 2 minutos para encher um balde usando 1 mangueira. Se usássemos 2 mangueiras com a mesma medida de vazão, demoraria 1 minuto. Quanto tempo levaria para encher o balde se usássemos 4 mangueiras? Resposta: 30 s ou 0,5 min

- Na situação 3, verifica-se que, quando retângulos têm a mesma medida de área, as medidas de comprimento e de largura são grandezas inversamente proporcionais e vice-versa; se retângulos têm as medidas de comprimento e de largura representadas por grandezas inversamente proporcionais, eles têm a mesma medida de área.
- Para resolver a atividade **1**, os estudantes deverão comparar as grandezas *x* e *y*, verificar como é a proporcionalidade entre elas e justificar sua escolha.

a) Podemos observar que *x* aumentou e *y* também aumentou, mas isso não garante a proporcionalidade direta. É possível confirmar fazendo:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

Como as duas frações são equivalentes, podemos afirmar que *x* e *y* são grandezas diretamente proporcionais.

b) Podemos observar que *x* aumentou e *y* diminuiu, mas isso não garante a proporcionalidade inversa. É possível confirmar fazendo:

$$\frac{1}{2} = \frac{24}{48}$$

Como as duas frações são equivalentes e fizemos uma "inversão" na segunda fração, podemos afirmar que *x* e *y* são grandezas inversamente proporcionais.

Regra de três

Objetivos

- Resolver problemas que envolvam grandezas direta e inversamente proporcionais aplicando a regra de três.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA17.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA17 da BNCC porque trabalha problemas que envolvem a variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, podendo para isso utilizar sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Orientações

- Quando falamos em proporcionalidade, tradicionalmente pensamos na "regra de três". É importante ficar claro, porém, que ela é apenas um processo prático para resolver problemas que envolvem quatro valores dos quais conhecemos três. Devemos, portanto, determinar um valor a partir dos três já conhecidos.

Assim, ao explorar o tema, convém não apresentar imediatamente a regra. O importante é a compreensão dos conceitos de proporcionalidade direta e inversa. Muitas vezes os estudantes resolvem problemas sobre esse tema usando apenas as operações básicas ou até mesmo um quadro como recurso. Caso isso aconteça, promova uma conversa durante a correção sobre as diferentes formas de resolver um problema. Ressalte que os caminhos que diferem da regra de três não são incorretos; algumas vezes, eles apenas não são os mais econômicos.

- Investigue com os estudantes o motivo do nome "regra de três". Peça que observem os números posicionados nas razões que formam a proporção e solicite que contem quantos desses números são conhecidos.

6 Regra de três

Muitos problemas que envolvem duas grandezas, diretamente ou inversamente proporcionais, podem ser resolvidos de modo prático se empregarmos o procedimento chamado **regra de três**.

Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

Em um dia de sol, Janete e Paulo mediram o comprimento de suas sombras. Janete mede 165 cm de altura, e Paulo, 180 cm. Sabendo que, em determinado horário, a medida de comprimento da sombra de Paulo é 60 cm, qual é a medida de comprimento da sombra de Janete? (Considere que a medida de comprimento da sombra de uma pessoa, em determinado instante, é diretamente proporcional à da sua altura.)


GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Para resolver esse problema, vamos montar um quadro.

	Medida de altura da pessoa (cm)	Medida de comprimento da sombra (cm)
Janete →	165	x
Paulo →	180	60

Como as grandezas são diretamente proporcionais, podemos montar a seguinte proporção:

$$\frac{165}{x} = \frac{180}{60} \text{ ou } \frac{165}{180} = \frac{x}{60}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções e resolvendo a equação, temos:

$$180 \cdot x = 165 \cdot 60$$
$$180x = 9\,900$$
$$x = \frac{9\,900}{180}$$
$$x = 55$$

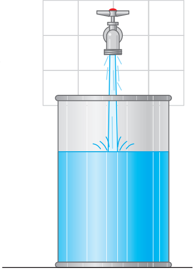
Portanto, nesse horário, a medida de comprimento da sombra de Janete é 55 cm.

Situação 2

Uma torneira enche um barril em 20 minutos, com uma vazão medindo 15 L/min. Se a medida de vazão fosse 5 L/min, quantos minutos seriam necessários para encher o barril?

Vamos organizar os dados em um quadro.

Medida de vazão (L/min)	Medida de tempo (min)
15	20
5	x


ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Nesse caso, se dobrarmos a medida de vazão, a medida de tempo para encher o barril ficará reduzido à metade. Então, as grandezas são inversamente proporcionais e, por isso, montamos a seguinte proporção:

$$\frac{15}{5} = \overset{\text{razão inversa}}{\downarrow \frac{x}{20}}$$

$$15 \cdot 20 = 5 \cdot x$$

$$300 = 5x$$

$$x = \frac{300}{5}$$

$$x = 60$$

Portanto, se a medida de vazão fosse 5 L/min, seriam necessários 60 minutos para encher o barril.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Com uma lata de leite condensado é possível fazer 50 docinhos. Se Júlia precisa fazer 300 docinhos iguais a esses, de quantas latas de leite condensado ela precisará?
1. 6 latas de leite condensado

2. O quadro abaixo mostra quantos quilowatts-hora (kWh) um televisor consome, em um mês, de acordo com a medida de tempo (em hora) em que permanece ligado em um dia.

Medida de tempo (hora)	2	4	6	8	*y*
Consumo de energia elétrica (kWh)	6	*x*	18	24	30

- Quais são os valores de *x* e de *y*?

2. $x = 12$ e $y = 10$

3. Uma indústria fornece refeições aos empregados. Um levantamento revelou que 100 funcionários, alimentados durante 10 dias, custam à empresa R$ 3 000,00. Quanto custaria para a empresa alimentar 150 funcionários durante esse mesmo período? **3.** R$ 4 500,00

4. Três mangueiras iguais, juntas, têm a medida de vazão de 12 litros de água por minuto. Qual será a medida de vazão por minuto de 7 dessas mangueiras juntas? **4.** 28 litros de água por minuto

5. Na empresa em que Marcos trabalha, havia no banheiro torneiras que, quando abertas por 5 minutos, gastavam 80 litros de água. Para economizar, Marcos trocou 6 delas por torneiras que se fecham automaticamente depois de alguns segundos. Essas torneiras têm a mesma medida de vazão que as antigas. Se, em média, contando os períodos de uso, cada torneira tradicional ficava aberta por 25 minutos durante 1 dia e cada torneira automática permanece aberta por 15 minutos, de quanto será a economia de água por dia? **5.** 960 litros

6. Uma torneira com medida de vazão de 6 L/min enche um balde em 2 minutos. Qual deverá ser a medida de vazão dessa torneira para encher o mesmo balde em 1 minuto? **6.** 12 L/min

7. Elisa trabalha como revisora de textos e cobra um valor fixo por página. Para revisar um livro de 127 páginas, ela cobra R$ 1 789,00. Nesta semana, ela aceitou uma proposta para revisar um livro de 587 páginas. Quanto ela deverá receber por esse trabalho? **7.** aproximadamente R$ 8 268,84

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

8. Márcia quer ampliar uma fotografia. Na loja de revelação de fotos, a funcionária anotou as medidas da fotografia (2 cm de altura e 3 cm de comprimento) e perguntou quais deveriam ser as medidas da altura e da largura da foto ampliada. Márcia respondeu apenas que a foto deveria medir 15 cm de altura. Qual deverá ser a medida de comprimento da foto ampliada se as proporções forem mantidas? **8.** 22,5 cm

- Ao resolver as atividades desta página, avalie se os estudantes estão identificando corretamente se a variação entre as grandezas dos problemas é direta ou inversamente proporcional, pois este é o primeiro passo para solucionar problemas desse tipo.
- Para resolver a atividade **7**, sugira aos estudantes que construam um quadro com as grandezas.

Número de páginas	Valor a receber (em reais)
127	1 789
587	*x*

Como se trata de grandezas diretamente proporcionais (quanto mais páginas, maior será o valor pago), podemos escrever a seguinte proporção:

$$\frac{127}{587} = \frac{1\,789}{x}$$

- Na atividade **13**, os estudantes devem encontrar o erro da resolução apresentada para o problema de vazão de uma bomba de combustível. Essa é uma boa oportunidade para conversar com eles sobre estimativa e avaliação de resultados encontrados. Peça-lhes que, antes de encontrar o erro, leiam o problema e observem a resposta dada: 2 minutos é uma resposta razoável? Por quê?

Espera-se que eles apliquem conhecimentos prévios e identifiquem a resposta como absurda, uma vez que a medida de vazão da bomba antiga é menor, o que levará necessariamente a uma medida de tempo maior para encher o mesmo tanque de combustível. Problemas envolvendo regra de três não precisam ser resolvidos pelo método convencional apresentado. É possível fazê-lo usando as operações básicas e até mesmo um quadro que facilite a organização dos dados.

- Resposta da atividade **13**:

Tempo e vazão são grandezas inversamente proporcionais. Portanto, a resolução correta seria:

$15 \cdot 3 = x \cdot 10$

$x = 4{,}5$

A bomba levará 4,5 minutos para encher o tanque.

- Na atividade **14**, organize os estudantes em duplas ou trios e garanta que todos tenham o material necessário, pois a atividade é de experimentação.

- Resposta da atividade **15**:

Temos a metade das bananas para exatamente a metade de macacos. Se cada macaco come 1 banana em 6 minutos, então 3 macacos comem 3 bananas em 6 minutos. Se cada um come 1 banana em 6 minutos, 18 minutos são suficientes para que cada um coma 3 bananas. Se são 18 bananas, são então necessários 6 macacos comendo 3 bananas cada um.

9. (Saresp) As bombas de combustível dos postos de serviços têm um contador que vai acumulando o total de litros vendidos. Observe os totais acumulados por dia em cada bomba do Posto do Pedro.

	Litros
1ª bomba	15635
2ª bomba	10215

- Se o Posto do Pedro vender todos os dias a mesma quantidade, em quantos dias venderá 103 400 litros? **9.** alternativa **c**

a) 6 dias
b) 5 dias
c) 4 dias
d) 3 dias

10. Em uma hora, 4 torneiras despejam 1 000 litros de água em um reservatório.

a) Se fossem 9 torneiras, com a mesma medida de vazão, quantos litros de água seriam despejados por hora? **10. a)** 2 250 litros

b) Se a medida de capacidade do reservatório é de 18 000 litros e ele está completamente vazio, quanto tempo será necessário para enchê-lo com as 9 torneiras? **10. b)** 8 horas

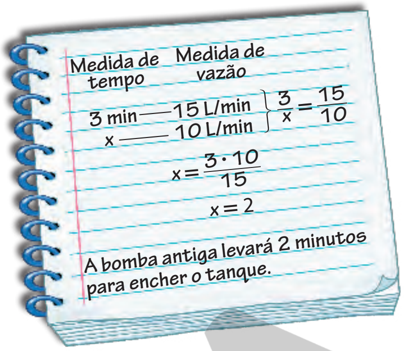
11. Meire é proprietária de uma fábrica de calças. Atualmente, a fábrica produz 78 calças por dia, utilizando 260 metros de tecido. No próximo mês, Meire deverá aumentar sua produção, passando a fabricar 99 calças por dia. Considerando que os modelos das calças serão os mesmos, que medida de comprimento, em metro, de tecido será usada a mais por dia para essa nova produção? **11.** 70 metros

12. Sandra vai viajar de carro para Natal, no Rio Grande do Norte.

- Com a medida de velocidade média de 60 km/h, serão necessárias 3 horas para Sandra percorrer o trajeto de sua casa até o destino. Quanto tempo ela gastará se a medida de velocidade média for de 90 km/h? **12.** 2 horas

13. Encontre o erro que há na resolução do problema a seguir. Depois, resolva-o no caderno.

Em um posto de gasolina há uma bomba antiga e uma moderna. A bomba moderna enche o tanque de um automóvel em 3 minutos, com medida de vazão de 15 L/min. Quanto tempo a bomba antiga levará para encher o mesmo tanque se a medida de sua vazão for de 10 L/min? **13.** Resposta em *Orientações*.



Medida de tempo — Medida de vazão

3 min —— 15 L/min
x —— 10 L/min

$\dfrac{3}{x} = \dfrac{15}{10}$

$x = \dfrac{3 \cdot 10}{15}$

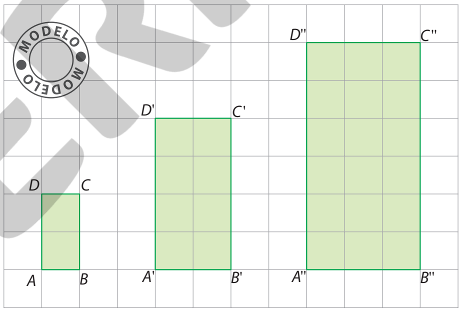
$x = 2$

A bomba antiga levará 2 minutos para encher o tanque.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

14. Faça o que se pede.

- Desenhe três retângulos (como os abaixo) em uma malha quadriculada, de modo que a razão entre as dimensões do primeiro retângulo para o segundo seja 1 por 2 e a razão do primeiro para o terceiro retângulo seja 1 por 3.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Trace as diagonais $\overline{AC}$, $\overline{A'C'}$ e $\overline{A''C''}$.
- Recorte os retângulos e sobreponha-os de modo que os ângulos de vértice *A*, *A'* e *A''* coincidam. Para evitar acidentes, manuseie a tesoura sem ponta com cuidado.

a) Responda: o que aconteceu com as diagonais dos três retângulos? **14. a)** Ficaram sobrepostas.

b) Escreva uma conclusão sobre como podemos ampliar ou reduzir um retângulo.

15. Seis macacos comem 6 bananas em 6 minutos. Quantos minutos 3 macacos levariam para comer 3 bananas? Quantos macacos comeriam 18 bananas em 18 minutos? **15.** Resposta em *Orientações*.

14. b) Exemplo de resposta: Para ampliar ou reduzir um retângulo, é possível traçar a diagonal, prolongá-la e determinar as dimensões de novos retângulos que serão proporcionais às dimensões do retângulo original.

7 Porcentagem

Quando fazemos compras, é muito comum encontrarmos promoções em que se oferecem descontos na aquisição de certas quantidades de produtos. Para verificar se uma promoção é vantajosa, podemos calcular a porcentagem de desconto.

Observe a situação a seguir.

Paula e Caio foram ao mercado, gostaram de uma promoção que viram e compraram 5 detergentes pelo preço de 4. Ou seja, 1 dos 5 detergentes saiu de graça.

De quanto foi o desconto, em porcentagem, oferecido nessa promoção? 20%

Uma maneira de raciocinar para obter o desconto em porcentagem é a seguinte: se 1 dos 5 detergentes saiu de graça, o desconto foi de $\frac{1}{5}$ sobre o valor que seria pago se não houvesse promoção.

Assim, como $\frac{1}{5}$ representa uma fração equivalente a $\frac{20}{100}$, o desconto da promoção foi de 20%.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Taxa percentual ou **porcentagem** é a razão entre um número *p* e 100, que indicamos por $\frac{p}{100}$ ou *p*%.

Observação

A expressão "por cento" vem do latim *per centum*, que significa "divisão por 100".

Para pensar

Mariana quer saber qual é a porcentagem de meninas de sua turma.

Sabendo que o número total de estudantes da turma é 32 e 8 são meninos, observe os cálculos que ela fez.

total de estudantes

número de meninas

$32 - 8 = 24$

número de meninos

$x \cdot 32 = 24$

porcentagem de meninas na classe

$x = \frac{24}{32} = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0{,}75 = 75\%$

A porcentagem de meninas na minha turma é de 75%.

a) Por que podemos dizer que 75% dos estudantes da turma de Mariana são meninas?

b) Qual é a porcentagem de meninos na turma de Mariana? Converse com um colega sobre a estratégia que cada um usou para resolver essa questão.

c) Qual é a razão que representa o número de meninas em relação ao número total de estudantes da turma?

Para pensar: a) Porque $\frac{75}{100}$ (0,75 ou 75%) é uma fração equivalente a $\frac{24}{32}$ (que é a razão entre o número de meninas e o número total de estudantes); **b)** 25%; **c)** $\frac{24}{32}$

(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.

Porcentagem

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA02.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA02 da BNCC porque os estudantes terão a oportunidade de resolver e elaborar problemas que envolvem porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, podendo utilizar estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.

Orientações

- Proponha aos estudantes que resolvam em duplas a questão sobre o desconto na promoção do detergente, para que haja uma discussão sobre estratégias de cálculo. Depois de um tempo, peça a algumas duplas que exponham suas resoluções.
- As porcentagens fazem parte de inúmeras atividades cotidianas. Nestas páginas, buscou-se retomar o estudo da porcentagem como razão e mostrar sua aplicação em diversas situações, tais como lucro, aumentos e descontos nos preços de produtos.
- Durante a resolução das atividades, é importante estimular os estudantes a sempre fazer uma estimativa antes de realizar os cálculos. Isso os ajudará a avaliar se os resultados são confiáveis ou não.
- No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes justifiquem o item **a** pela resolução apresentada por Mariana, uma vez que ela obteve a equivalência entre as frações $\frac{24}{32}$ e $\frac{75}{100}$.

A resolução do item **b** pode ser feita da seguinte maneira: 100% − 75% = 25%. Espera-se que os estudantes compartilhem suas estratégias de resolução. É importante que os estudantes percebam que existem outras maneiras de conseguir esse resultado, por exemplo, usar uma estratégia semelhante à de Mariana ou aplicar a regra de três.

No item **c**, espera-se que os estudantes não demonstrem dificuldade em representar a razão do número de meninas em relação ao número total de estudantes da turma.

Número de meninas: 24

Número total de estudantes: 32

Logo, a razão é $\frac{24}{32}$

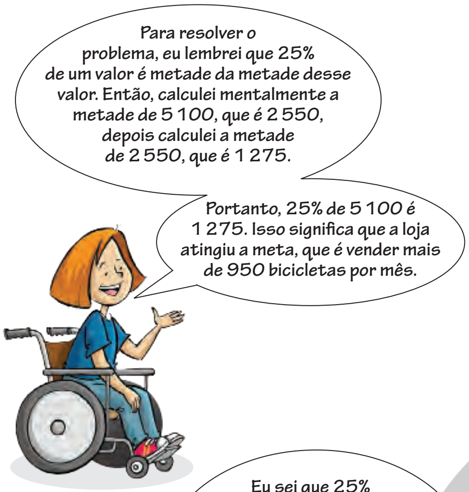
- Na resolução das atividades, os estudantes podem fazer uso de diferentes estratégias. Estimule a troca coletiva delas, a fim de aumentar o repertório dos estudantes.

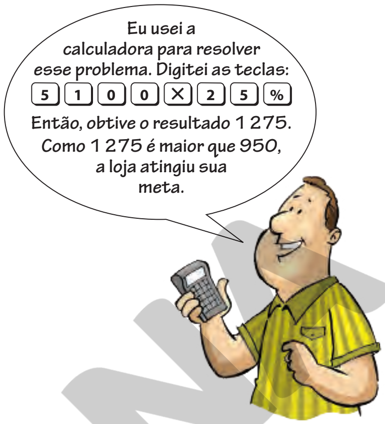
Diferentes modos de calcular porcentagem

Uma loja de brinquedos estabeleceu a meta de vender mais de 950 bicicletas por mês. No mês passado, a loja vendeu 25% das 5 100 bicicletas que estavam no estoque. A meta do mês foi atingida?

Observe como quatro pessoas resolveram esse problema.

Note que podemos utilizar diferentes estratégias para o cálculo de porcentagem.





ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Exemplos

- $2\% \text{ de } 350 = \frac{2}{100} \cdot 350 = \frac{700}{100} = 7$
- $30\% \text{ de } 10\% = \frac{30}{100} \cdot \frac{10}{100} = \frac{300}{10\,000} = 0{,}03$
- $112{,}5\% \text{ de } 70 = \frac{112{,}5}{100} \cdot 70 = 1{,}125 \cdot 70 = 78{,}75$

1. a) R$ 127,68 | **1. c)** aproximadamente R$ 73,46
1. b) R$ 216,84 | **1. d)** aproximadamente R$ 63,34

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Usando uma calculadora, determine os valores abaixo, de acordo com a porcentagem indicada.

a) R$ 112,00 mais 14% de R$ 112,00

b) R$ 208,50 mais 4% de R$ 208,50

c) R$ 58,30 mais 26% de R$ 58,30

d) R$ 47,80 mais 32,5% de R$ 47,80

2. Ao reduzir R$ 99,00 em 1%, qual será o valor obtido? **2.** R$ 98,01

3. Os 78% do total de figurinhas de Mariana correspondem a 156 figurinhas. Qual é a quantidade total de figurinhas que Mariana tem?
3. 200 figurinhas

4. Analise as promoções das duas lojas e, depois, responda à questão.

CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

- Se comprar à vista, em qual das lojas um cliente pagará menos pela geladeira?
4. na loja A

5. De 210 candidatos que participaram de um concurso, 70 foram aprovados. Qual foi, aproximadamente, a porcentagem dos reprovados? **5.** 66,66%

6. Márcia revendeu uma casa por R$ 460 000,00, obtendo lucro de 15% sobre o preço de compra. Quanto Márcia pagou pela casa? **6.** R$ 400 000,00

7. Elabore um problema envolvendo porcentagem cujo cálculo para solucioná-lo está a seguir.

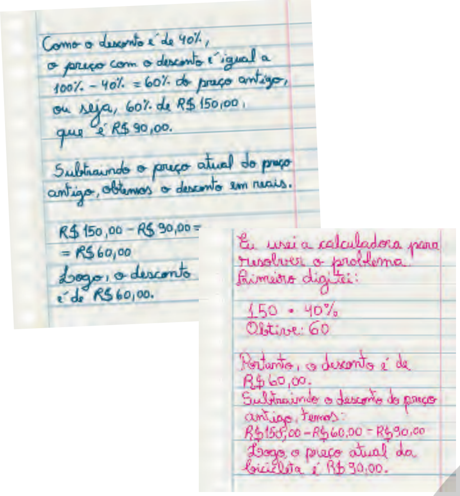
$\frac{1}{10}$ de $800 = 80$

$800 - 80 = 720$

R$ 720,00

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

8. Uma bicicleta que custava R$ 150,00 está sendo vendida com 40% de desconto. De quanto é o desconto? Qual é o preço atual da bicicleta? Observe como Luís e Júlia resolveram esse problema.



Como o desconto é de 40%,
o preço com o desconto é igual a
100% − 40% = 60% do preço antigo,
ou seja, 60% de R$ 150,00,
que é R$ 90,00.

Subtraindo o preço atual do preço
antigo, obtemos o desconto em reais.

R$ 150,00 − R$ 90,00 =
= R$ 60,00
Logo, o desconto
é de R$ 60,00.

Eu usei a calculadora para
resolver o problema.
Primeiro digitei:

150 · 40%
Obtive: 60

Portanto, o desconto é de
R$ 60,00.
Subtraindo o desconto do preço
antigo, temos:
R$ 150,00 − R$ 60,00 = R$ 90,00
Logo o preço atual da
bicicleta é R$ 90,00.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

- Agora, resolva o problema usando uma estratégia diferente das usadas por Luís e Júlia.
8. Resposta pessoal.

9. Paulo foi jantar com sua família em um restaurante. A conta, incluindo os 10% de gorjeta da garçonete, foi de R$ 165,00. Qual seria o valor da conta sem a gorjeta? **9.** R$ 150,00

DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

10. Em uma pesquisa com 1 200 telespectadores, foi questionado quantas famílias assistiram às competições dos últimos Jogos Olímpicos. Concluiu-se que 65% dos telespectadores não assistiram a mais de 50% das competições. Quantos telespectadores entrevistados assistiram a mais de 50% das competições olímpicas?
10. 420 telespectadores

7. Exemplo de resposta: Uma TV estava sendo vendida por R$ 800,00. Em uma liquidação, foi oferecido 10% de desconto para pagamento à vista. Qual será o preço dessa TV, se ela for paga à vista?

- A atividade **4** abre espaço para uma reflexão sobre as promoções frequentemente oferecidas no comércio. Muitas vezes, o preço mais atrativo não é o mais vantajoso.

À primeira vista, o comprador é inclinado a achar que a promoção na Loja B é a mais vantajosa. Observando mais atentamente, ele verifica que a porcentagem de descontos é maior na promoção da Loja A. Portanto, é preciso calcular os dois descontos.
Promoção na Loja A: se o desconto é de 20%, então o preço à vista será 80% de 1500:

$$\frac{80}{100} \cdot 1500 = 1200$$

Promoção na Loja B: se o desconto é de 10%, então o preço à vista será 90% de 1400:

$$\frac{90}{100} \cdot 1400 = 1260$$

Assim, conclui-se que a promoção na Loja A é a mais vantajosa.

- Pelo enunciado da atividade **9** é possível observar que a conta de R$ 165,00 inclui os 10% de gorjeta. Isso significa que R$ 165,00 correspondem a 110% e, para encontrar o valor da conta sem gorjeta, é preciso determinar os 100%.

Compreender um texto

Objetivos

- Desenvolver a competência leitora.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA02 da BNCC.
- Possibilitar o desenvolvimento de aspectos do Tema Contemporâneo Transversal **Educação fiscal** da macroárea **Economia**.

Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA02 ao propor que os estudantes resolvam problemas envolvendo porcentagens.

Orientações

- Ao trabalhar com o texto e a imagem desta seção, é possível desenvolver o Tema Contemporâneo Transversal **Educação fiscal** da macroárea **Economia**. Avalie se os estudantes compreenderam por que os impostos são cobrados e qual é a função das arrecadações para a sociedade. Verifique a possibilidade de levá-los ao laboratório de informática para que possam acessar o portal do Impostômetro e fazer algumas buscas da região onde moram usando os filtros disponíveis. Pergunte se acham que o valor cobrado em impostos é alto e se a destinação desses recursos para serviços públicos é feita adequadamente. Nesse debate, enfatize também a importância do nosso papel, como cidadãos, de cobrar por serviços públicos de qualidade, uma vez que pagamos por eles, por meio dos impostos.

Compreender um texto

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Uma breve história sobre os impostos

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Você já deve ter ouvido falar em impostos ou, pelo menos, alguém reclamando deles! Mas você sabe o que é isso? O próprio nome é uma dica: impostos são tributos obrigatórios cobrados pelo governo. O objetivo? custear as despesas de serviços públicos e coletivos, como educação, saúde e outros.

Atualmente, os impostos fazem parte do nosso cotidiano, mas sua história é tão antiga quanto o próprio surgimento da escrita. Leia no texto a seguir como eram cobrados os impostos na Antiguidade.

> [...]
>
> Peças de barro datados de 4000 a.C. encontrados da Mesopotâmia são os documentos escritos mais antigos que conhecemos. E o mais antigo desses documentos faz referência aos impostos [...]. Além de entregar parte dos alimentos que produziam ao governo, os Sumérios, um dos povos a viver por ali, eram obrigados a passar até cinco meses por ano trabalhando para o rei.
>
> [...]
>
> Tonia Sharlach, arqueóloga da Universidade da Pensilvânia, nos Estados Unidos, afirma que [...] não havia garantia de contrapartida aos cidadãos. “Não sabemos quais os benefícios que as pessoas obtinham com o pagamento, mas presumimos que eles o faziam porque, caso contrário, o rei os mataria", diz.
>
> Era assim também no antigo Egito. As evidências indicam que, em 3000 a.C., os faraós coletavam impostos em dinheiro ou em serviços pelo menos uma vez por ano. Ninguém era tão temido quanto os escribas, responsáveis por determinar a dívida de cada um [...]. Os impostos eram mais altos para estrangeiros, e especula-se que foi para pagar dívidas tributárias que os hebreus, por exemplo, acabaram como escravos.
>
> O Império Romano aperfeiçoou a técnica de impor tributos a estrangeiros. [...] a conquista de outras terras e povos dava aos romanos acesso a mais riquezas, o que, por sua vez, permitia que conquistassem e controlassem um território ainda maior.
>
> O censo, usado até hoje em muitos países, foi criado pelos romanos para decidir quanto deveriam cobrar de cada província. O cálculo era feito com base no número de pessoas. Até hoje, a capacidade de cobrar impostos é diretamente proporcional à quantidade de informações disponíveis sobre os contribuintes.
>
> [...]

VELLOSO, Rodrigo. Uma breve história dos impostos. *Superinteressante*, São Paulo, 11 abr. 2018. Disponível em: https://super.abril.com.br/historia/por-que-pagamos-impostos/. Acesso em: 28 fev. 2022.

MOHAMMED_AL_ALI/SHUTTERSTOCK - MUSEU DO IRAQUE, IRAQUE.

Tabuleta cuneiforme de argila da civilização suméria, Basra (Iraque), 2020.

(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.

Para se ter noção do valor monetário cobrado por impostos no Brasil, é possível acessar o portal do Impostômetro (disponível em: https://impostometro.com.br. Acesso em: 21 jun. 2022). Para contabilizar o valor apresentado, são consideradas três esferas de governo: impostos, taxas e contribuições, incluindo multas, juros e correção monetária. Os levantamentos têm como fonte a base de dados oficiais, como a Receita Federal do Brasil, o Tribunal de Contas da União e o IBGE.

REPRODUÇÃO/ASSOCIAÇÃO COMERCIAL DE SÃO PAULO


BRASIL

De: 01/01/2022 Até: 09/06/2022

1 268 234 926 935 72

Dados referentes ao período entre 01/01/2022 e 09/06/2022

Aplicado na poupança esse dinheiro renderia de juros **R$ 245.591.581 por dia.**

Impostômetro do Brasil no dia 6 de junho de 2022.

No *site* do Impostômetro é possível incluir filtros para personalizar uma busca por arrecadações. Alguns filtros são "Estado", "Capitais", "Municípios" e "Tributos".


Arrecadação por capitais

De: 01/01/2022 Até: 09/06/2022

Campo Grande / MS

579 429 277 12

Dados referentes ao período entre 01/01/2022 e 09/06/2022

REPRODUÇÃO/ASSOCIAÇÃO COMERCIAL DE SÃO PAULO

Impostômetro da capital Campo Grande (MS) no dia 6 de junho de 2022.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. De acordo com o texto, na Antiguidade, como eram realizadas as cobranças de impostos:

a) na Mesopotâmia?

b) no Egito antigo?

c) na Roma antiga?

1. a) Além de entregar parte dos alimentos que produziam ao governo, os sumérios, um dos povos que viviam ali, eram obrigados a passar até cinco meses por ano trabalhando para o rei.

1. b) Os faraós coletavam impostos em dinheiro ou em serviços pelo menos uma vez por ano.

1. c) Os romanos criaram o censo para decidir quanto deveriam cobrar de cada província. O cálculo era feito com base no número de pessoas.

2. Você sabe como os impostos são cobrados atualmente?

- Realize uma pesquisa sobre o assunto e, depois, compartilhe suas descobertas com os colegas.

2. Resposta pessoal.

3. Marta pagou R$ 1 700,00 por um *smartphone*. Sabendo que 15% do preço do *smartphone* corresponde aos impostos, calcule mentalmente e responda: quantos reais ela pagou de impostos nessa compra?

3. R$ 255,00

4. Um televisor custa R$ 2 570,00, dos quais R$ 436,90 são impostos. Quantos por cento do preço do televisor correspondem aos impostos?

4. 17%

5. Marcos comprou uma camiseta no valor de R$ 125,90. Observe a seguir as porcentagens correspondentes aos impostos federais, estaduais e municipais que incidiram sobre o preço desse produto.

Tributo	Federal	Estadual	Municipal
Porcentagem	9,25%	18%	0%

- Quantos reais Marcos pagou de impostos nessa compra? Utilize a calculadora para responder.

5. R$ 34,31

- Aproveite a questão **1** para verificar se os estudantes conseguem ler e localizar informações específicas no texto. Caso seja necessário, retome com eles a leitura, destacando as passagens do texto que tratam das formas de cobranças de impostos pelos povos da Antiguidade.
- Na questão **2**, espera-se que os estudantes percebam que, atualmente, os impostos são cobrados de diferentes formas. Eles poderão comentar, por exemplo, que alguns possuem uma data prevista para a arrecadação (IPTU, IPVA, Imposto de Renda etc.), enquanto outros são cobrados no momento da aquisição de uma mercadoria, na forma de tributos federais, estaduais e municipais.
- Na questão **3**, verifique a estratégia de cálculo utilizada pelos estudantes. Se julgar conveniente, leve-os a perceber que 5% de R$ 1 700,00 é igual à metade de 10% de R$ 1 700,00. Desse modo:

15% de R$ 1 700,00 =

= R$ 170,00 + R$ 85,00 =

= R$ 255,00

- A questão **4** pode ser resolvida por meio de uma regra de três:

$$\frac{2\,570}{436{,}9} = \frac{100}{x}$$

$$2\,570x = 43\,690$$

$$x = \frac{43\,690}{2\,570}$$

$$x = 17$$

Logo, os impostos correspondem a 17% do preço do televisor.

- Caso os estudantes apresentem dificuldades ao utilizar a calculadora na questão **5**, apresente-lhes os procedimentos necessários. Explique-lhes, por exemplo, que para calcular 9,25% de R$ 125,90 poderiam digitar as seguintes teclas:

1 2 5 , 9 0 × 9 , 2 5 % =

- Há outras combinações de teclas que podem ser utilizadas para calcular essa porcentagem. Compartilhe-as a fim de ampliar o repertório dos estudantes quanto ao uso da calculadora.

- A resolução da atividade **5** com a calculadora pode ser solucionada conforme apresentado a seguir.

Impostos pagos pela camiseta:

Federal: $\frac{9{,}25}{100} \cdot 125{,}90 = 11{,}65$

Estadual: $\frac{18}{100} \cdot 125{,}90 = 22{,}66$

Municipal: $\frac{0}{100} \cdot 125{,}90 = 0$

Total: $11{,}65 + 22{,}66 + 0 = 34{,}31$

Logo, Marcos pagou R$ 34,31 de impostos.

Juro simples

Objetivos

- Resolver e elaborar problemas que envolvem juro simples.
- Trabalhar com aspectos do Tema Contemporâneo Transversal **Educação financeira**, da macroárea **Economia**.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA02.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA02 da BNCC porque proporciona a determinação de acréscimos percentuais constantes ou juro simples.

Orientações

- A nomenclatura usada para desenvolver o conceito de juro simples foi trabalhada de modo que os estudantes assimilem gradualmente o significado de cada termo.
- Faça uma roda de conversa e levante os conhecimentos prévios dos estudantes sobre os termos que serão tratados. Perguntas que podem ser feitas durante a roda: “Vocês já ouviram falar de aplicação financeira? E empréstimo? Onde? O que acham que significa?”. Os estudantes podem responder que conhecem esses termos de propagandas de bancos, por exemplo.

8 Juro simples

Pagamento à vista e pagamento a prazo

Acompanhe a situação.

Raul quer comprar uma televisão. A loja oferece duas formas de pagamento: R$ 930,00 à vista ou em 8 parcelas de R$ 139,50.

DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

Por que o preço a prazo (R$ 1 116,00) é maior que o preço à vista (R$ 930,00)?

Nessa situação, o preço a prazo é maior porque é cobrado **juro** (remuneração pelo parcelamento da dívida) sobre o preço à vista.

Vamos calcular o juro cobrado pelo parcelamento dessa dívida:

R$ 1 116,00 – R$ 930,00 = R$ 186,00

Portanto, se Raul comprar a televisão a prazo, pagará R$ 186,00 de juro.

Para encontrar a porcentagem de juro, podemos fazer:

$$\frac{186}{930} = 0{,}2 = 20\%$$

O juro (R$ 186,00) corresponde a 20% do preço à vista (R$ 930,00).

Dividindo 20% por 8 (número de parcelas), obtemos 2,5%, que é a **taxa de juro ao mês** no sistema de **juro simples**.

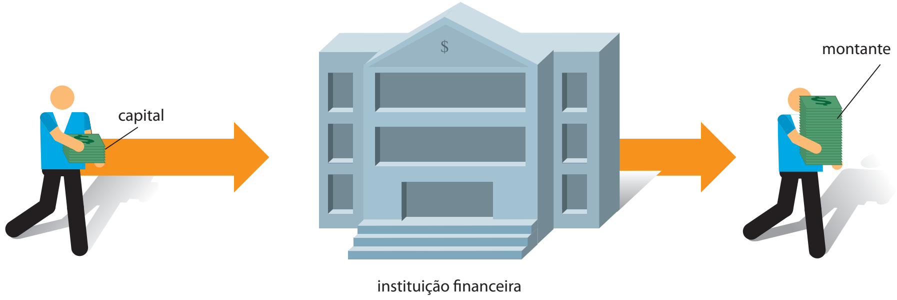
Neste capítulo, estudaremos apenas situações que envolvem o sistema de juro simples.

(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.

Aplicação financeira

Quando uma pessoa quer aplicar um valor em dinheiro, geralmente recorre a uma instituição financeira, por exemplo, um banco. Esse valor em dinheiro é chamado **capital** e, nesse caso, o **juro** é a remuneração que a pessoa vai receber do banco.

A soma do capital com o juro é chamada **montante**.



Observe uma situação de aplicação financeira.

Juliana aplicou R$ 300,00 em um investimento à taxa de juro simples de 0,5% ao mês. Depois de 1 ano, ela tinha R$ 318,00.

Nessa situação, o capital é R$ 300,00; a taxa de juro, 0,5% ao mês; a medida de tempo de aplicação, 1 ano ou 12 meses; o montante, R$ 318,00; e o juro, R$ 18,00 (R$ 318,00 – R$ 300,00).

Empréstimo

Uma pessoa pode recorrer a uma instituição financeira para pedir dinheiro emprestado. O valor em dinheiro é chamado **capital**, assim como nas aplicações financeiras, e, nesse caso, o **juro** é a remuneração que a pessoa paga à instituição e o **montante** é a soma do capital com o juro.

ILUSTRAÇÕES: ALEX ARGOZINO/ARQUIVO DA EDITORA

Observe uma situação envolvendo um empréstimo.

Fábio pediu um empréstimo de R$ 1 000,00 a um banco à taxa de juro simples de 2% ao mês. Depois de 3 meses, Fábio pagou R$ 1 060,00 ao banco.

Nessa situação, o capital é R$ 1 000,00; a taxa de juro, 2% ao mês; a medida de tempo de empréstimo, 3 meses; o montante, R$ 1 060,00; e o juro, R$ 60,00 (R$ 1 060,00 – R$ 1 000,00).

- É importante dizer aos estudantes que, além do juro simples, existe o juro composto, que é aquele em que o juro do mês é incorporado ao capital, constituindo um novo capital a cada mês para o cálculo de novo juro. Nos exemplos dos tópicos *Aplicação financeira* e *Empréstimo* foram utilizados os juros simples a fim de que os estudantes compreendam como funcionam essas modalidades, porém os bancos utilizam juros compostos nesses tipos de negociação.

- No boxe *Para pensar*, o item **b** pode ser resolvido da seguinte maneira:

100 · 0,02 · 8 = 16
100 + 16 = 116 → R$ 116,00
Portanto, após 8 meses, o montante seria R$ 116,00.

Para responder ao item **c**, primeiro temos de transformar 2 anos em meses. Como sabemos, 2 anos correspondem a 24 meses. Agora vamos calcular o juro e o montante desses 2 anos.

100 · 0,02 · 24 = 48 → R$ 48,00 (juro)
100 + 48 = 148 → R$ 148,00 (montante)

Espera-se que o estudante explique os passos feitos anteriormente para encontrar o juro e o montante de 2 anos de aplicação.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Para pensar

Durante uma aula sobre juro simples, a professora de Rebeca fez a observação abaixo.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Pensando no futuro, Rebeca decidiu aplicar, por 6 meses, R$ 100,00 em uma conta de investimento, à taxa de juro simples de 2% ao mês.

Com base no que sua professora disse, Rebeca decidiu calcular o valor que teria nessa conta após 6 meses. Observe.

Como $2\% = \frac{2}{100} = 0{,}02$, *para calcular o valor do juro e do montante a cada mês faço assim:*

Período	Juro (em real)	Montante (em real)
Após 1 mês	100 · 0,02 · 1 = 2	100 + 2 = 102
Após 2 meses	100 · 0,02 · 2 = 4	100 + 4 = 104
Após 3 meses	100 · 0,02 · 3 = 6	100 + 6 = 106
Após 4 meses	100 · 0,02 · 4 = 8	100 + 8 = 108
Após 5 meses	100 · 0,02 · 5 = 10	100 + 10 = 110
Após 6 meses	100 · 0,02 · 6 = 12	100 + 12 = 112

Portanto, depois de 6 meses, o montante será de R$ 112,00.

Para pensar: a) sim; **b)** R$ 116,00; **c)** R$ 48,00 (juro); R$ 148,00 (montante); Resposta pessoal.

Agora, responda às questões.

a) Os cálculos de Rebeca estão corretos?

b) Qual seria o montante após 8 meses de aplicação?

c) Determine o juro e o montante considerando 2 anos de aplicação. Em seguida, explique a um colega como você realizou os cálculos e comparem as resoluções.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO


VERGANI FOTOGRAFIA/SHUTTERSTOCK

1. Paulo aplicou R$ 12 650,00 em um fundo de investimento à taxa de juro simples de 6% ao ano.

a) Qual será o juro obtido após 3 anos? **1. a)** R$ 2 277,00

b) Depois de quantos anos Paulo terá um montante de R$ 16 445,00? **1. b)** depois de 5 anos

2. Elabore um problema utilizando os dados abaixo.

Juro simples

Capital de R$ 1 400,00

Taxa de 4,6% ao mês

6 meses

- Agora, resolva o problema elaborado.

2. Exemplo de problema: Calcule o juro simples produzido por um capital de R$ 1 400,00, à taxa de 4,6% ao mês, durante 6 meses. Resposta: R$ 386,40.

3. Luciano pediu um empréstimo de R$ 200,00 à taxa de juro simples de 2% ao mês. Quanto ele deverá depois de 8 meses? **3.** R$ 232,00

4. Determine os valores usando uma calculadora.

a) Um capital de R$ 750,00 será aplicado a juro simples de 5% ao mês durante 6 meses. Qual será o montante final dessa aplicação? **4. a)** R$ 975,00

b) Um capital de R$ 700,00 será aplicado a juro simples de 4% ao mês durante 6 meses. Qual será o montante final dessa aplicação? **4. b)** R$ 868,00

c) Qual é o juro recebido sobre um capital de R$ 600,00, aplicado por 7 meses a juro simples de 3% ao mês? **4. c)** R$ 126,00

5. Quanto uma pessoa deve aplicar, à taxa de juro simples de 4% ao mês, para obter em 14 meses o montante de R$ 234,00? **5.** R$ 150,00


KORN/SHUTTERSTOCK

6. Durante quantos meses um capital de R$ 370,00 deve ficar aplicado, à taxa de juro simples de 2,5% ao mês, para que renda juro de R$ 83,25? **6.** durante 9 meses

7. Uma loja vende uma *Smart* TV por R$ 4 200,00 à vista ou em 3 parcelas iguais de R$ 1 650,00.

a) Qual é a taxa de juro simples mensal cobrada pela loja? **7. a)** aproximadamente 5,95%

b) Leonardo possui um capital de R$ 4 000,00 e gostaria de aplicar essa quantia em uma instituição financeira à taxa de juro simples de 2,5% ao mês. Quantos meses ele precisaria aguardar para comprar a televisão à vista?

- Em sua opinião, é mais vantajoso que Leonardo pague a televisão a prazo ou à vista?

7. b) 2 meses. Espera-se que os estudantes respondam que é mais vantajoso pagar a televisão à vista, pois, aplicando o capital de R$ 4 000,00, após dois meses, é possível obter o valor do produto. E a prazo o valor do juro é R$ 750,00.

- A atividade **7** propõe uma questão de reflexão sobre compras a prazo ou à vista, desenvolvendo assim o Tema Contemporâneo Transversal **Educação financeira** da macroárea **Economia**. Diga aos estudantes que, em geral, apesar de o preço de um produto à vista ser menor do que o preço a prazo, nem sempre o consumidor pode esperar para comprar, como no caso de itens essenciais, por exemplo uma geladeira. Explique também que muitas lojas oferecem o mesmo preço à vista e a prazo.

- É importante fazer uma reflexão com a turma sobre a existência de diferentes caminhos para a resolução. Assim, durante a resolução das atividades, incentive os estudantes a trocar informações e analisar as soluções apresentadas, buscando aprimorar as próprias formas de raciocínio.
- Na atividade **5**, o montante corresponde à soma do capital empregado com o juro obtido no período em que o dinheiro foi aplicado. Chamando o capital aplicado de x, pode-se montar um esquema:

capital: x

$$\begin{cases} \text{juro obtido em 1 mês:} \\ 4\% \text{ de } x = 0{,}04 \cdot x \\ \text{juro obtido após 14 meses:} \\ 14 \cdot 0{,}04 \cdot x = 0{,}56 \cdot x \end{cases}$$

Como após 14 meses o investidor pretende obter um montante de R$ 234,00, pode-se escrever a equação:

$x + 0{,}56x = 234$

$(1 + 0{,}56)x = 234$

$1{,}56 \cdot x = 234$

$x = 150$

Portanto, o investidor deve aplicar R$ 150,00.

Outro modo de resolver:

Em 14 meses, o investidor obterá um juro de 56% (14 · 4%) sobre o valor do capital investido (x). Considerando o capital investido (x) como 100%, pode-se escrever que o montante (R$ 234,00) corresponde a 156% (100% + 56%) e determinar o capital (x) por meio de regra de três:

156% ——— R$ 234,00

100% ——— x

$$\frac{156\%}{100\%} = \frac{\text{R\$ } 234{,}00}{x}$$

$x =$ R$ 150,00

Ou seja, o investidor deve aplicar R$ 150,00.

Educação Financeira

Objetivos

- Refletir sobre o uso consciente de recursos financeiros.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 10 e das competências específicas 4 e 8 da BNCC.
- Possibilitar o desenvolvimento de aspectos do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira**.

Orientações

- O trabalho com esta seção é oportuno para desenvolver o Tema Contemporâneo Transversal **Educação financeira** da macroárea **Economia**. Quando se trata de educação financeira, não se pode deixar de mencionar o tema “Como pagar contas”. Uma vez que os estudantes são pré-adolescentes, é importante tratar de situações em que os pais, responsáveis e familiares precisam tomar decisões a respeito de consumo e formas de pagamento. Com a leitura do diálogo apresentado, os estudantes poderão se lembrar de situações parecidas que já vivenciaram. Eles perceberão que é fundamental analisar atentamente todas as possibilidades de solucionar um problema, que nesse caso é a compra dos uniformes.

Educação Financeira

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Diferentes formas de pagamento

É fim de ano e momento de planejar alguns gastos. Paulo e Clara precisam comprar uniformes para os filhos que estão ingressando em uma nova escola.

ILUSTRAÇÕES: ROBERTO ZOELLNER/ARQUIVO DA EDITORA

Competência geral 10: Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Competência específica 4: Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

Competência específica 8: Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

O que você faria? **O que você faria?:** Comentários em *Orientações.*

Em relação à compra de uniforme ou de qualquer outro produto com a possibilidade de mais de um modo de pagamento, é importante pensar no que é mais vantajoso e possível de acordo com a realidade de cada família. Reúna-se com um ou dois colegas e, com base no diálogo entre Paulo e Clara, conversem sobre as questões a seguir.

a) É possível adiar essa compra ou ela deve ser feita agora?

b) Se a família tiver alguma reserva de dinheiro, qual será a forma de pagamento mais interessante?

c) Se a família não tiver essa reserva, qual será a melhor forma de pagamento?

d) Paulo e Clara estão lidando com algo que querem, mas que podem deixar de comprar? Explique.

Calcule **Calcule:** Respostas em *Orientações.*

Com base nas informações apresentadas no início da seção, calcule o valor gasto por mês de acordo com cada forma de pagamento.

Faça um quadro como este em seu caderno para registrar esses custos e compare-os.

Descrição das formas de pagamento de acordo com o preço dos uniformes				
Preço dos uniformes	PIX	1 vez no cartão	2 vezes no cartão	3 vezes no cartão
R$ 300,00				
R$ 420,00				
R$ 540,00				
R$ 600,00				

ILUSTRAÇÕES: ROBERTO ZOELLNER/ARQUIVO DA EDITORA

Reflita **Reflita:** Comentários em *Orientações.*

Para concluir o tema desta seção, há algumas questões importantes que você, os colegas e o professor podem discutir e exemplificar.

- Você acha que é perigoso ou vantajoso usar o Pix?
- Quais são as taxas que um banco cobra pelo uso do cartão de crédito?
- Em que situações o uso do cartão de crédito pode fugir do controle?
- Quais são os riscos de ter vários cartões de crédito?

Agora, escreva uma frase para resumir o que você aprendeu nesta seção.

Saiba mais

Você sabia que o Pix é um meio de pagamento eletrônico instantâneo e gratuito? Ele foi lançado em novembro de 2020 pelo Banco Central do Brasil, e esse formato de pagamento existe em mais de 50 países.

O pagamento parcelado no cartão de crédito só existe no Brasil.

- Em *O que você faria?*, o estudante deve chegar à conclusão, em primeiro lugar, de que se trata de uma compra fundamental, porque os filhos não poderão frequentar a nova escola sem o uso de uniformes. O foco dessa discussão deverá ser, então, a forma de pagamento que mais se adapta ao orçamento da família. Os pais não querem perder o desconto de 10%, mas, ao mesmo tempo, é preciso analisar outras variáveis para tomar a decisão. A intenção não é concluir qual é a forma mais apropriada de pagamento, mas sim o que é preciso considerar para tomar tal decisão. Reflexões como essa contribuem para que os estudantes tomem posicionamentos com base em princípios éticos e sustentáveis, o que favorece o desenvolvimento da competência geral 10 e das competências específicas 4 e 8 da BNCC.
- No *Calcule*, além de realizar os cálculos, é momento de os estudantes observarem que, se houver algum parcelamento, é preciso considerar a parcela em seu orçamento para prever os gastos mensais.
- No *Reflita*, fale sobre os golpes que ocorrem nas redes sociais por conta da rapidez das transferências no PIX, por exemplo, e também sobre o dia de vencimento do cartão de crédito; informe-os de que há uma data de fechamento do cartão e que existe uma data ideal para usá-lo (10 dias antes ou 20 dias depois do vencimento), pois assim haverá um prazo maior (40 dias) para efetuar o pagamento da compra realizada naquele dia. É importante informar também que os juros no cartão de crédito são muito altos no caso de pagamento parcial na data de vencimento, e que esse é um dos motivos pelos quais muitas pessoas ficam endividadas.
- Com base nas informações apresentadas no boxe *Saiba mais*, pergunte aos estudantes quais são as vantagens do PIX em relação aos outros meios de pagamento eletrônico. Espera-se que digam que em pagamentos por PIX não são cobradas tarifas e essa é uma forma prática de pagamento, uma vez que pode ser realizada por aplicativos de bancos rapidamente.

- Resposta de *Calcule*:

Descrição das formas de pagamento de acordo com o preço dos uniformes				
Preço dos uniformes	PIX	1 vez no cartão	2 vezes no cartão	3 vezes no cartão
R$ 300,00	11/11 – R$ 285,00	na data de vencimento do cartão: R$ 300,00	2 parcelas de R$ 150,00	Não há essa opção.
R$ 420,00	11/11 – R$ 378,00	na data de vencimento do cartão: R$ 420,00	2 parcelas de R$ 210,00	3 parcelas de R$ 140,00
R$ 540,00	11/11 – R$ 486,00	na data de vencimento do cartão: R$ 540,00	2 parcelas de R$ 270,00	3 parcelas de R$ 180,00
R$ 600,00	11/11 – R$ 540,00	na data de vencimento do cartão: R$ 600,00	2 parcelas de R$ 300,00	3 parcelas de R$ 200,00

Estatística e Probabilidade

Objetivos

- Construir tabelas e gráficos em planilhas eletrônicas.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA36 e da competência geral 5 da BNCC.
- Trabalhar aspectos do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Alimentar e Nutricional**, da macroárea **Saúde**.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA36 da BNCC porque os estudantes terão a oportunidade de construir tabelas e gráficos com o apoio de planilhas eletrônica.

Orientações

- Nesta seção, os estudantes deverão construir diferentes tipos de gráfico com o apoio de planilhas eletrônicas. Essa utilização das tecnologias digitais para comunicar e disseminar informações contribui para o desenvolvimento da competência geral 5 da BNCC.
- A planilha eletrônica pode ser utilizada em diversos conteúdos da Matemática e, em particular, na construção de gráficos. A ideia principal do uso das planilhas eletrônicas como auxiliar na construção de gráficos é fazer com que o estudante seja um sujeito ativo nessa tarefa. Ele deve fornecer informações necessárias por meio de comandos, e essas informações são organizadas de tal forma que possibilitem a visualização do gráfico pretendido.
- Apesar de a pergunta feita pela personagem sobre qual gráfico deve escolher ser respondida na próxima página, comente com os estudantes que eles já estudaram gráficos de barras horizontais, de barras verticais, de setores, pictogramas e de barras duplas. Assim, espera-se que eles respondam que o gráfico de setores é o mais adequado para representar os dados da tabela porque ele possibilita que sejam feitas comparações entre as partes e de cada uma delas com o todo.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Construção de tabelas e gráficos usando planilhas eletrônicas

O Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) é uma maneira de avaliar o desempenho dos estudantes que concluíram o Ensino Médio. A nota obtida nesse exame pode ser utilizada pelos estudantes para ingressar em algumas universidades privadas e públicas. No Enem, são apresentadas questões que envolvem conhecimentos de Matemática, Linguagens, Ciências Humanas e Ciências da Natureza.

A irmã de Marina vai prestar o Enem neste ano e está estudando para alcançar bons resultados na prova. Marina, que está no 7º ano, resolveu ajudar a irmã pesquisando os conteúdos que mais aparecem nas questões de Matemática, nas provas do Enem, de 2009 até 2020. Sobre isso, ela obteve as seguintes informações.

Temas mais frequentes de Matemática no Enem

Geometria: 22,5%

Escalas, razão e proporção: 14,2%

Aritmética: 11,8%

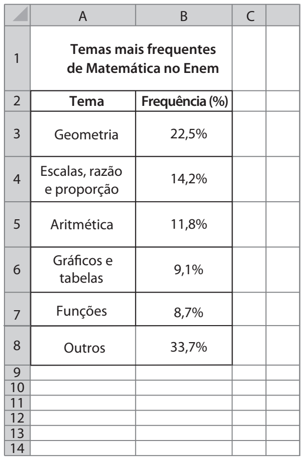
Gráficos e tabelas: 9,1%

Funções: 8,7%

Outros: 33,7%

Para facilitar a leitura das informações, Marina resolveu organizá-las em uma planilha eletrônica e, em seguida, construir um gráfico com elas.

ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA



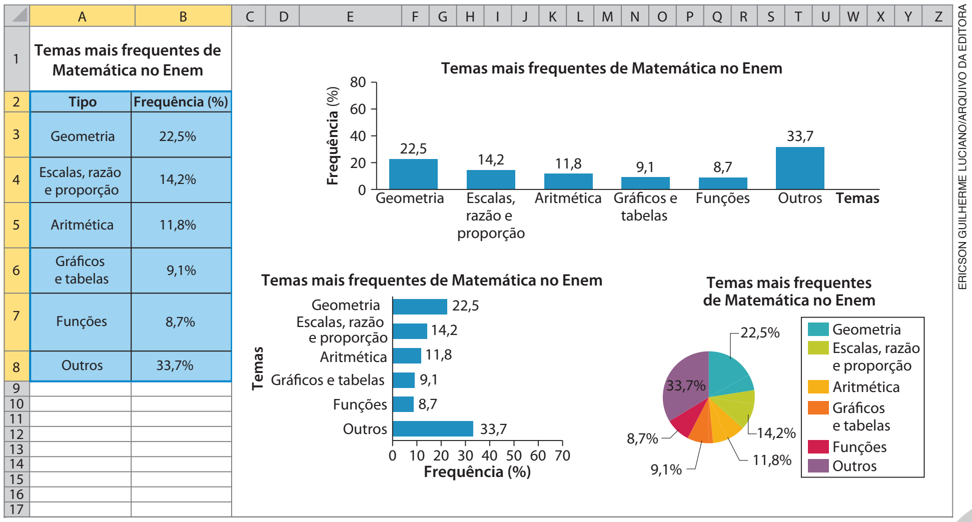
	A	B	C
1	Temas mais frequentes de Matemática no Enem		
2	Tema	Frequência (%)	
3	Geometria	22,5%	
4	Escalas, razão e proporção	14,2%	
5	Aritmética	11,8%	
6	Gráficos e tabelas	9,1%	
7	Funções	8,7%	
8	Outros	33,7%	
9			
10			
11			
12			
13			
14			

ERICSON GUILHERME LUCIANO /ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA36) Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.

Competência geral 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Marina construiu alguns tipos de gráfico para avaliar qual deles era o mais adequado para representar os dados da tabela. Ela, então, selecionou os dados da tabela e escolheu a opção de inserir gráfico de barras verticais. Depois, selecionou novamente os dados e escolheu a opção de inserir gráfico de barras horizontais. Por fim, fez o mesmo procedimento, mas dessa vez escolheu a opção de gráfico de setores. Observe.



	A	B
1	Temas mais frequentes de Matemática no Enem	
2	Tipo	Frequência (%)
3	Geometria	22,5%
4	Escalas, razão e proporção	14,2%
5	Aritmética	11,8%
6	Gráficos e tabelas	9,1%
7	Funções	8,7%
8	Outros	33,7%
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		

OLIVEIRA, Elida. Enem 2021: análise aponta os assuntos mais recorrentes na prova. *G1*, 30 jun. 2021. Disponível em: https://g1.globo.com/educacao/enem/2021/noticia/2021/06/30/enem-2021-analise-aponta-os-assuntos-mais-recorrentes-na-prova.ghtml. Acesso em: 6 jan. 2022.

Após a construção dos gráficos, Marina considerou que o gráfico de setores foi o mais adequado para representar os dados da tabela, pois possibilita comparar cada uma das partes com o todo.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Reginaldo é dono de um brechó de camisas, calças e sapatos. Em janeiro de 2023, ele fez um levantamento da quantidade de peças vendidas no segundo semestre de 2022. Observe a tabela abaixo e, depois, faça o que se pede.

Peças vendidas no segundo semestre de 2022

Mês	Quantidade de peças
Julho	427
Agosto	312
Setembro	284
Outubro	465
Novembro	548
Dezembro	640

Dados obtidos por Reginaldo em janeiro de 2023.

1. b) Gráfico de barras, pois por meio dele é possível visualizar a variação de vendas.

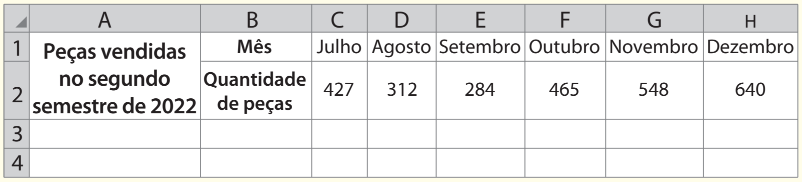
a) Represente esses dados em uma planilha eletrônica. **1. a)** Resposta em *Orientações*.

b) Qual tipo de gráfico pode representar melhor esses dados: de barras ou de setores? Por quê?

c) Construa o gráfico escolhido no item anterior. **1. c)** Resposta em *Orientações*.

- Mostre aos estudantes que, com a tabela pronta, eles devem selecionar as células que a compõem e habilitar o assistente de gráficos. Seguindo as orientações fornecidas pelo *software,* eles devem construir o gráfico. Chame a atenção deles para o fato de que o tipo de gráfico a ser escolhido depende dos dados a serem representados.
- Quando os estudantes terminarem a construção do gráfico, peça a eles que, oralmente, façam algumas afirmações com base em uma análise dos dados do gráfico. Espera-se afirmações do tipo: "O mês de dezembro foi o de maior venda"; "De setembro até dezembro, as vendas aumentaram mês a mês".

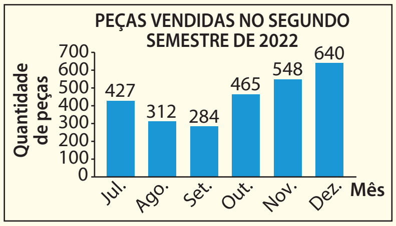
1. a) Possível resposta:



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Peças vendidas no segundo semestre de 2022	Mês	Julho	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro	Dezembro
2		Quantidade de peças	427	312	284	465	548	640
3								
4								

Dados obtidos por Reginaldo em janeiro de 2023.

1. c)



Dados obtidos por Reginaldo em janeiro de 2023.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Aproveite o contexto da temática da atividade **2** e comente com os estudantes que o grêmio estudantil é o órgão máximo de representação dos interesses dos estudantes da escola e apresenta fins cívicos, culturais, educacionais, desportivos e sociais.
- Para complementar a atividade **3**, após os estudantes responderem aos itens, proponha algumas questões para que possam comparar os dados entre as regiões do Brasil, como: "Em 2019, qual região apresentou maior percentual de leitores?"; "Em qual região o percentual de leitores teve maior aumento de percentual de leitores entre os anos de 2015 e 2019?"; "Na região em que você mora, qual foi o percentual de leitores em 2015? E em 2019?".
- Ao trabalhar com a atividade **4**, aproveite para desenvolver o Tema Contemporâneo **Educação Alimentar e Nutricional** da macroárea **Saúde**. Pergunte aos estudantes se eles têm o hábito de consumir frutas e legumes e explique que esses alimentos são fontes saudáveis de nutrientes para manutenção de nosso corpo. Diga que alguns produtos industrializados, como refrigerantes, sucos e guloseimas, devem ser evitados, pois possuem quantidade excessiva de açúcar. Para ampliar o trabalho, é possível pedir uma pesquisa para que possam identificar a quantidade de açúcar presente em suas frutas preferidas.

▶ **Estatística e Probabilidade**

2. a) Em um gráfico de setores, ela pode representar em porcentagem a intenção dos votos; em um gráfico de barras, ela pode representar em porcentagem a intenção dos votos ou os números relacionados à intenção dos votos.

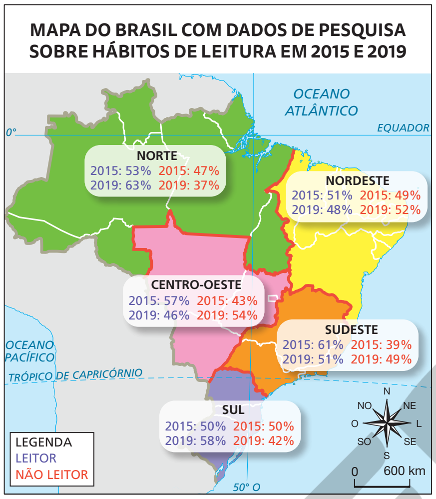
2. Juliana está fazendo uma pesquisa sobre as intenções de voto para o Grêmio Estudantil da escola em que estuda. Ela precisa apresentar os resultados em um gráfico que será colocado no jornal da escola e enviado por *e-mail* a todos os estudantes. Os estudantes poderão votar nas seguintes chapas: "Vamos em frente", "A hora é agora", "Podemos juntos" ou "É preciso agir".

a) Em que tipos de gráfico ela pode representar os resultados dessa pesquisa? Que informações ela pode indicar em cada gráfico?

b) Há estudantes que ainda não sabem em quem votar. Como ela pode indicar essa informação no gráfico?

2. b) Juliana pode indicar como "Não sei" ou "Indecisos".

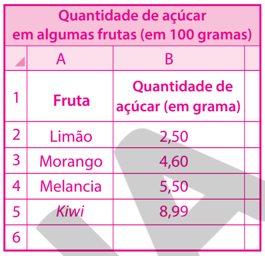
3. Em pesquisa realizada entre 2015 e 2019 levantaram-se alguns dados sobre os hábitos de leitura dos brasileiros de acordo com as regiões. Observe o mapa abaixo e faça o que se pede.



ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA

Elaborado com base em: IBGE. *Atlas geográfico escolar*. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. p. 90. INSTITUTO PRÓ-LIVRO. Disponível em: https://www.prolivro.org.br/wp-content/uploads/2020/12/5a_edicao_Retratos_da_Leitura-_IPL_dez2020-compactado.pdf. Acesso em: 6 fev. 2022.

4. a)



	A	B
	Quantidade de açúcar em algumas frutas (em 100 gramas)	
1	Fruta	Quantidade de açúcar (em grama)
2	Limão	2,50
3	Morango	4,60
4	Melancia	5,50
5	*Kiwi*	8,99
6		

ERICSON GUILHERME LUCIANO

MUNDO Boa Forma. 13 frutas com menos carboidratos e açúcar. Disponível em: https://www.mundoboaforma.com.br/13-frutas-com-menos-carboidratos-e-acucar/. Acesso em: 6 fev. 2022.

a) Construa, em uma planilha eletrônica, uma tabela para indicar a porcentagem de leitores e não leitores das regiões brasileiras em 2015. Em seguida, construa um gráfico de barras duplas para representar esses dados. **3. a)** Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

b) Construa, em uma planilha eletrônica, uma tabela para indicar a porcentagem de leitores e não leitores das regiões brasileiras em 2019. Em seguida, construa 5 gráficos de setores, um para cada região brasileira. **3. b)** Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

c) Observe os gráficos construídos nos itens anteriores e verifique o tipo de gráfico em que é possível visualizar as informações relacionadas a todas as regiões em um ano. **3. c)** Espera-se que os estudantes respondam "no gráfico de barras duplas".

4. Para uma alimentação saudável, não devemos consumir açúcar em excesso. Observe a quantidade de açúcar presente em cada 100 gramas de algumas frutas. Em seguida, faça o que se pede.

Quantidade de açúcar em algumas frutas (em 100 gramas)				
Fruta	**Limão**	**Morango**	**Melancia**	***Kiwi***
Quantidade de açúcar (em grama)	2,50	4,60	5,50	8,99

MUNDO Boa Forma. 13 frutas com menos carboidratos e açúcar. Disponível em: https://www.mundoboaforma.com.br/13-frutas-com-menos-carboidratos-e-acucar/. Acesso em: 6 fev. 2022.

a) Construa, em uma planilha eletrônica, uma tabela com os dados apresentados.

b) Construa, em uma planilha eletrônica, o gráfico que, para você, melhor representa esses dados.

4. b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes construam um gráfico de barras.

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

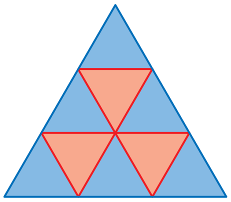
1. Determine uma razão que forme proporção com a razão $\frac{12}{9}$. **1.** Exemplo de resposta: $\frac{4}{3}$

2. Verifique se as razões formam proporções.

a) $\frac{18}{24}$ e $\frac{2,5}{9,5}$ **2. a)** não

b) $\frac{51}{68}$ e $\frac{16,5}{22}$ **2. b)** sim

3. Observe a figura formada por triângulos equiláteros e, depois, responda às questões.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

3. b) aproximadamente 11%

a) Qual é a razão entre a medida de área de um dos triângulos menores e a medida de área do maior triângulo? **3. a)** $\frac{1}{9}$

b) Qual é a porcentagem da medida de área de um dos triângulos menores em relação à medida de área do maior triângulo?

c) Qual é a fração irredutível que representa a parte da figura que não está pintada de azul? **3. c)** $\frac{1}{3}$

d) E qual é a fração irredutível que representa a parte pintada de azul? **3. d)** $\frac{2}{3}$

e) Escreva, na forma de porcentagem, as frações encontradas nos itens **c** e **d**.

3. e) aproximadamente 33% e 67%, respectivamente

4. Copie no caderno e complete os quadros de sequências de números diretamente proporcionais (**a**) e inversamente proporcionais (**b**).

a) Constante de proporcionalidade: 3

4. a) 27, 30, 33, 36, 39

S_1 →	81	90	99	108	117
S_2 →					

b) Constante de proporcionalidade: 20

4. b) 2, 4, 8, 5, 16

S_1 →	10	5	2,5	4	1,25
S_2 →					

5. Bianca comprou 3 camisetas de mesmo preço por R$ 120,00. Quanto ela pagaria se comprasse 5 camisetas? **5.** R$ 200,00

6. Um trem, deslocando-se com medida de velocidade média de 200 km/h, demora 3 horas para completar um percurso. Que medida de tempo esse trem gastaria para fazer o mesmo percurso com velocidade média medindo 280 km/h?

6. aproximadamente 128 min

7. Três amigos montaram uma empresa de telefonia. João investiu R$ 8 000,00, Pedro, R$ 6 000,00, e Daniel, R$ 12 000,00. Após um ano, dividiram o lucro de R$ 91 000,00 em partes proporcionais ao capital que cada um investiu. Quanto João recebeu? E Pedro? E Daniel?

7. R$ 28 000,00, R$ 21 000,00 e R$ 42 000,00, respectivamente.

8. Para construir uma laje com medida de espessura de 7 cm, foram gastos 35 sacos de cimento. Cada saco tem medida de massa de 40 kg. Quantos quilogramas de cimento seriam economizados se a laje tivesse sido construída com 5 cm de medida de espessura? **8.** 400 kg

9. Bernardo consultou um mapa para saber a medida de distância entre dois municípios. Ele observou a escala e viu que a medida de 6 cm equivalia a 18 km da medida de distância real. Sabendo que a distância real entre os dois municípios mede 48 km, qual era a medida de distância entre esses municípios nesse mapa?

9. 16 cm

10. Jane usou uma régua e verificou em um mapa que a distância entre dois municípios media 25 cm. Em seguida, fez uma pesquisa e descobriu que a distância real entre os dois municípios mede 5 000 km. Jane também mediu no mesmo mapa a distância entre outros dois municípios e obteve 15 cm. Qual é a medida de distância real entre esses dois municípios? **10.** 3 000 km

11. aproximadamente, 2 kg de milho.

11. Mauro tem uma granja com 73 galinhas. Essas galinhas botam 73 dúzias de ovos em 73 dias. Sabendo que 37 galinhas comem 37 kg de milho em 37 dias, que medida de massa, em quilograma, de milho será necessária para obter 1 dúzia de ovos?

12. Elabore um problema envolvendo duas grandezas direta ou inversamente proporcionais. Passe seu problema para um colega resolver e resolva o problema criado por ele. **12.** Resposta pessoal.

13. Um empresário investiu R$ 8 400,00 em um projeto. Depois de um ano, seu lucro foi de R$ 1 680,00. Qual foi a porcentagem do lucro em relação ao investimento? **13.** 20%

Atividades da revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Trabalhar aspectos do Tema Contemporâneo Transversal **Educação financeira**, da macroárea **Economia**.
- Favorecer o desenvolvimento das seguintes habilidades da BNCC: EF07MA02, EF07MA09 e EF07MA17.

Habilidades da BNCC

- As atividades desta seção contribuem para o desenvolvimento das habilidades EF07MA02, EF07MA09 e EF07MA17 da BNCC, pois os estudantes terão a oportunidade de resolver problemas que envolvem porcentagens, o conceito de razão e proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas.

Orientações

- Na atividade **3**, é interessante observar a resolução dos estudantes e incentivar a troca de ideias entre eles. Para começar, deve estar claro que o triângulo é formado por 9 triângulos idênticos.

(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.

(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

- As questões propostas nas atividades **15** e **16** e no item **d** da atividade 17 possibilitam desenvolver o Tema Contemporâneo Transversal **Educação financeira** da macroárea **Economia**. Em relação à atividade **15**, converse com os estudantes sobre as vantagens de fazer pesquisas de preços de produtos, pois os preços podem variar bastante de um estabelecimento para outro, especialmente quando se trata de um bem de maior valor. As buscas na internet podem ajudar bastante nessa tarefa. Ao trabalhar com a atividade **16**, reforce a ideia de que, ao comprar um produto à vista, é ideal que o preço seja menor do que o preço a prazo, pois não deve ser incluído juro. O item **d** da atividade **17** aborda uma situação bem comum em algumas atividades cotidianas, em que descontos maiores são dados a clientes que se comprometem a fazer aulas por períodos mais longos; porém, em geral, cobra-se uma taxa, caso se desista antes do término do plano. Assim, é importante ter certa clareza de que realmente possa se comprometer pelo prazo determinado, para não correr esse risco.
- Após realizar as atividades da seção *Atividades de revisão*, entregue para cada estudante uma ficha de autoavaliação dos conteúdos trabalhados neste Capítulo. Desse modo, é possível acompanhar a aprendizagem e possíveis dificuldades dos estudantes.

Na parte inferior desta página, sugerimos uma ficha com algumas questões. É importante que cada item seja analisado e adaptado à realidade da turma.

▶ Atividades de revisão

15. aproximadamente R$ 4,45; Espera-se que os estudantes respondam que sim, pois pode haver diferença de preços de um estabelecimento para o outro.

17. a) plano semestral: R$ 360,00; plano trimestral: R$ 420,00; plano mensal: R$ 480,00

14. Observe a promoção.

DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

14. a) aproximadamente R$ 1 331,48

Agora, responda às questões.

a) Se Cláudio comprar essa geladeira a prazo, quanto pagará?

b) Qual é a diferença, em real, entre o preço a prazo e o preço à vista?

14. b) aproximadamente R$ 32,48

15. Em uma rede de postos de combustível, o preço médio do litro do etanol fechou a semana com alta de 0,6% em relação à semana imediatamente anterior. Se o preço do litro era R$ 4,42, qual foi o preço cobrado por litro após o aumento?

- Em sua opinião, é importante pesquisar os preços antes de efetuar uma compra?

16. Maria comprou uma calça e, como pagou à vista, teve desconto de 15% sobre o valor anunciado. Calcule o valor anunciado sabendo que, após obter o desconto, Maria pagou R$ 80,75 na calça.

- Você costuma pedir desconto ao realizar uma compra? Em sua opinião, qual é a importância de obter um desconto?

16. R$ 95,00; Respostas pessoais.

17. Observe a ilustração.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, responda:

a) Qual é o valor cobrado pela escola de dança em cada plano para um período de 6 meses?

b) Se uma estudante optar pelo plano semestral, qual será o percentual que ela economizará em comparação ao que pagaria pelo plano trimestral no mesmo período de 6 meses?

17. b) aproximadamente 14,3%

c) Um estudante optou pelo plano mensal por um período de 6 meses. Qual é a porcentagem que ele está pagando a mais que alguém que optou pelo plano semestral?

17. c) aproximadamente 33,33%

d) Observe novamente os preços cobrados pela escola de dança em cada plano e responda: quais são as vantagens e as desvantagens de fazer um plano semestral?

18. Rodrigo comprou um guarda-roupa e uma cama por R$ 2 250,00. Como ele vai parcelar esse valor em 10 meses, a loja cobrará juro simples de 2% ao mês.

FERNANDA SEVAROLI/ARQUIVO DA EDITORA

18. a) 20%

a) Em relação ao valor à vista, que percentual representa o juro pago após os 10 meses?

b) Qual será o valor de cada parcela? **18. b)** R$ 270,00

19. a) R$ 142,50; R$ 82,50

19. Gustavo e Artur compraram uma bicicleta em sociedade e, para isso, juntaram suas economias. Gustavo investiu R$ 190,00, e Artur, R$ 110,00. Depois de algum tempo, venderam a bicicleta por R$ 225,00 e dividiram o dinheiro em partes diretamente proporcionais aos valores pagos.

a) Quanto Gustavo recebeu? E Artur?

b) Qual é a constante de proporcionalidade entre o valor que Artur pagou na compra e o valor que ele recebeu na venda da bicicleta? **19. b)** $\frac{4}{3}$

17. d) Espera-se que os estudantes respondam que o plano semestral é mais barato que os demais, como vimos no item **a**. Uma desvantagem de um plano mais longo, por exemplo, é o prejuízo maior em caso de desistência.

Eu...	Sim	Às vezes	Não
... compreendo o que é uma razão entre grandezas?			
... reconheço grandezas proporcionais entre si?			
... compreendo as diferenças entre grandezas direta e inversamente proporcionais?			
... reconheço as unidades utilizadas na representação de grandezas diversas, como massa, tempo, velocidade média etc.?			
... sei resolver problemas utilizando regra de três e proporcionalidade?			
... sei calcular porcentagens?			
... sei efetuar cálculos de montantes aplicando juro simples?			
... sei empregar regra de três para resolver problemas de proporcionalidade?			

CAPÍTULO

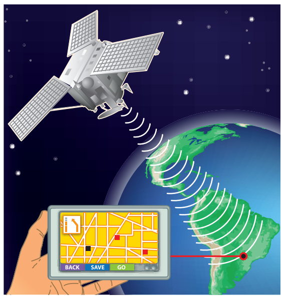
12

Habilidades da BNCC **trabalhadas neste Capítulo:**
EF07MA19 | EF07MA20 | EF07MA21 | EF07MA36

Transformações geométricas

1 Localização de pontos no plano

ALEX ARGOZINO/ARQUIVO DA EDITORA



Representação artística do Sistema de Posicionamento Global (GPS – sigla do nome em inglês *Global Positioning System*), que é um sistema de navegação que indica a posição de qualquer ponto no globo terrestre usando as coordenadas latitude e longitude. (Imagem sem escala; cores fantasia.)

Você já viu que determinados pontos podem ser localizados na reta numérica. Mas como podemos localizar um ponto em um plano?

Para localizar um ponto em um plano, usamos duas coordenadas: uma para indicar a localização horizontal e outra para indicar a localização vertical.

Para facilitar a localização no globo terrestre, por exemplo, foram criadas as coordenadas geográficas, duas linhas imaginárias que indicam a posição de um ponto de acordo com a localização horizontal e a vertical. Essas coordenadas são a latitude e a longitude, também utilizadas em sistemas de navegação como o GPS.

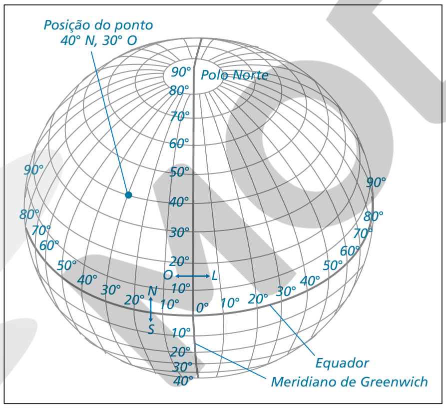
A ideia de localização com base na latitude e na longitude é similar à de localização de pontos em um plano; por isso, antes de estudar esse assunto, vamos conhecer um pouco mais sobre latitude e longitude.

A latitude e a longitude são medidas de distância angular (em grau) empregadas para localizar qualquer ponto no globo terrestre.

A latitude toma como referência a linha do Equador e se baseia na orientação norte-sul. A longitude tem como referência o meridiano de Greenwich e se baseia na orientação leste-oeste.

Observe, abaixo, um esquema com as linhas de indicação de latitude e longitude do globo terrestre, e na página seguinte, o planisfério com a localização de algumas cidades, conforme essas coordenadas.

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA



Esquema das linhas de latitude e longitude.

Elaborado com base em: IBGE. *Atlas geográfico escolar*. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. p. 18.

(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.

(EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.

Competência geral 1: Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

Competência geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Localização de pontos no plano

Objetivos

- Localizar pontos em um plano.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF07MA19 e EF07MA20, das competências gerais 1 e 2 e das competências específicas 3 e 5 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF07MA19 e EF07MA20 da BNCC ao permitir que os estudantes aprendam a localizar pontos em um plano cartesiano, o que é pré-requisito para que realizem transformações de polígonos representados nesse plano.

Orientações

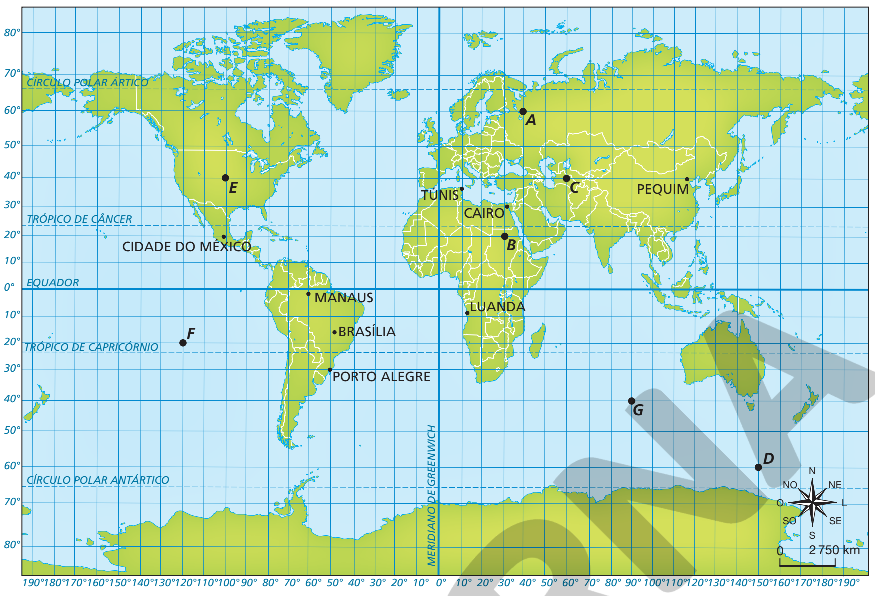
- As noções de latitude e de longitude, bem como de coordenadas em mapas de ruas, contribuem para que os estudantes atribuam significado ao conceito de coordenadas cartesianas. Busque levantar com eles o que já conhecem sobre a ideia de latitude e de longitude. Se achar oportuno, trabalhe em parceria com o professor de Geografia, pois a relação entre Geografia (coordenadas geográficas e guia de ruas) e coordenadas cartesianas favorece o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC. É possível dar exemplos de pontos que podemos localizar em um planisfério: uma cidade, uma montanha, um barco no oceano etc.
- Na representação do esquema das linhas de longitude e latitude, é importante que os estudantes compreendam o ponto de origem como referência para as coordenadas geográficas. Para isso, pergunte onde se localiza esse ponto, de modo que possam perceber que sua posição é no cruzamento da linha do Equador com o meridiano de Greenwich. Avalie também se eles identificam quais localizações estão a leste ou a oeste do meridiano de Greenwich e quais estão ao norte ou ao sul da linha do Equador.
- No livro do 6º ano, desta coleção, foi trabalhado o conteúdo de pares ordenados de números associados a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante. Por esse motivo, convém iniciar o Capítulo com base nesses conhecimentos.

- Se julgar necessário, proponha outras questões sobre localização no planisfério apresentado no Livro do Estudante; por exemplo: "Qual é a latitude aproximada da cidade do Cairo, no Egito?" (30° norte); "Qual é a longitude aproximada da cidade de Túnis, na Tunísia?" (10° leste); "Qual é a latitude aproximada da cidade de Porto Alegre, no Brasil? E a longitude aproximada da cidade Manaus?" (30° sul; 60° oeste); "Qual ponto está localizado nas coordenadas 30° leste, 20° norte?" (B); "E o ponto que está 100° oeste, 40 ° norte?" (E).
- É possível também propor questões em que o estudante tenha de localizar o município onde reside; por exemplo: "Ele fica a leste ou a oeste do meridiano de Greenwich? Fica ao norte ou ao sul da linha do Equador?". Além disso, você pode propor que pesquisem em um atlas ou na internet a latitude e a longitude do município.
- De maneira geral, questões desse tipo favorecem o desenvolvimento da competência específica 3, na medida em que os estudantes podem utilizar conhecimentos como localização geográfica para compreender localização de pontos no plano.
- Realize uma leitura coletiva do boxe *Saiba mais* a fim de promover uma discussão sobre como era possível localizar um endereço sem o uso da tecnologia e a importância dos guias de rua impressos. Traçar um paralelo entre o impresso e o uso de mapas via web no sentido de mostrar vantagens e desvantagens contribui para o desenvolvimento da competência geral 1 da BNCC. Uma vantagem do guia impresso é que ele não falhará por falta de sinal, porém ele é estático, limitado e restringe-se às informações de cada página, o que não acontece em uma mapa da web, que é dinâmico e permite um grau de detalhamento maior.

A longitude do ponto *A* no planisfério, por exemplo, é 40° leste, e a latitude é 60° norte.

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA

PLANISFÉRIO



Elaborado com base em: FERREIRA, Graça Maria Lemos. *Moderno atlas geográfico*. 6. ed. São Paulo: Moderna, 2016. p. 12-13.

Saiba mais

Os guias de rua impressos

Esses guias surgiram em 1970 e existem até hoje. Com o avanço da tecnologia, eles deixaram de ser a solução mais comum para se orientar no espaço urbano.

Para localizar uma rua nesse tipo de guia, além do número da página em que ela está representada, precisamos saber suas coordenadas, que, geralmente, são uma letra e um número. Observe as imagens a seguir, que indicam a localização de uma rua da cidade de São Paulo (SP).

03275-007 Berthilia de Camargo e Couto
(V. Ivone) 185 D 13
06826-200 Bertioga (Embu) 253 E 30
09380-513 Bertioga (Mauá) 274 E 29
09857-160 Bertioga,Pas. (S. B. do Campo) 403 T 3
06542-160 Bertioga,Al. (Sant. de Parn.) A98 Z 26
04141-100 Bertioga (B. da Saúde) 207 U 22
09290-330 Bertioga (Sto. André) 272 D 19
04304-030 Berto Conde (V. Mte. Alegre) 235 U 15
07500-000 Bertoldo Cel.Av. (Sta. Isabel) 435 V 29
03090-040 Bertoldo Frei (Maranhão) 128 T 3
08441-160 Bertoldo Adam (Jd. Lajeado) 138 J 9

03090-040 Bertoldo Frei (Maranhão) 128 T 3

Reprodução de parte da página com as coordenadas da rua Frei Bertoldo do *Guia Mapograf: ruas São Paulo e Municípios 2020/2021*. São Paulo: On line Editora, 2019.

Localização da rua Frei Bertoldo no mapa. Reprodução de parte da página 128 do *Guia Mapograf: ruas São Paulo e Municípios 2020/2021*. São Paulo: On line Editora, 2019.

FOTOS: © FABIO YOSHIHITO MATSUURA/MOSAICO FOTOGRAFIA

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

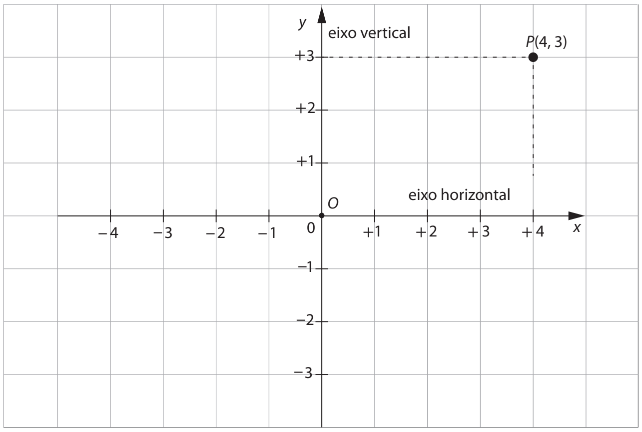
Competência específica 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Par ordenado

Como vimos, a longitude e a latitude são as coordenadas utilizadas para localizar um ponto no planisfério.

Em Matemática, a localização de pontos em um plano é feita com o auxílio de duas retas numeradas perpendiculares, denominadas **eixos**. Esses eixos determinam o **plano cartesiano**. Para localizar um ponto no plano cartesiano, usamos dois números. Esses números são expressos na forma de um **par ordenado**.

Esse par de números é assim chamado porque existe uma ordem predeterminada para escrevê-lo. Considere, no plano cartesiano abaixo, o ponto *P* correspondente ao par ordenado (4, 3).



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

O primeiro número do par ordenado indica a posição em relação ao eixo horizontal, e o segundo número, a posição em relação ao eixo vertical.

Observação

Representamos o ponto *P* de coordenadas (4, 3) por:

$P(4, 3)$

posição em relação ao eixo horizontal

posição em relação ao eixo vertical

O ponto *O* é denominado **origem**. No eixo horizontal, à direita de *O*, estão os pontos correspondentes aos números positivos e, à esquerda, os pontos correspondentes aos números negativos. A medida de distância entre um ponto correspondente a um número inteiro e o seguinte, no eixo horizontal, é a mesma, tanto à direita quanto à esquerda da origem.

No eixo vertical, acima do ponto *O*, estão os pontos correspondentes aos números positivos e, abaixo, os correspondentes aos números negativos. A medida de distância entre um ponto correspondente a um número inteiro e o seguinte, no eixo vertical, é a mesma, tanto acima quanto abaixo da origem.

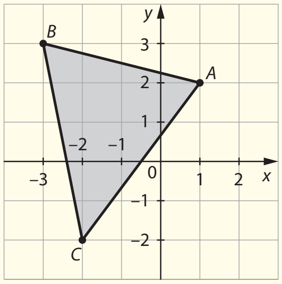
- Peça aos estudantes que procurem explicar com suas palavras por que é necessário definir os dois eixos para a localização de pontos. Espera-se que eles percebam que os eixos orientam o início da contagem na malha quadriculada. Outra pergunta que pode ser feita se refere à necessidade de a posição de *x* ser a primeira informação do par ordenado. Espera-se que eles percebam que, se não houvesse essa definição, ficaria difícil a comunicação e o entendimento sobre a localização de pontos.
- Depois de avançar com as características das coordenadas cartesianas, retome a relação entre as coordenadas cartesianas e as geográficas, fazendo as perguntas:

a) Qual eixo cartesiano corresponderia à linha do Equador? (Espera-se que os estudantes identifiquem o eixo horizontal ou eixo *x*.)

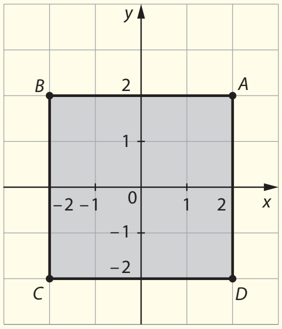
b) Qual eixo cartesiano corresponderia ao Meridiano de Greenwich? (Espera-se que os estudantes identifiquem o eixo vertical ou eixo *y*.)

c) O que substitui a referência norte e sul e leste e oeste no plano cartesiano? (Espera-se que os estudantes identifiquem os sinais positivo e negativo.)

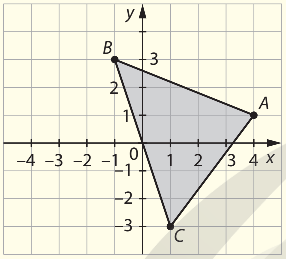
- No boxe *Para fazer*, estimule os estudantes a responder oralmente a questão. Assim, é possível verificar os conhecimentos prévios deles e, se for o caso, auxiliar os que apresentam dificuldades em reconhecer as coordenadas dos pontos solicitados
- Resposta do item **a** da atividade **2**:



- Resposta do item **b** da atividade **2**:



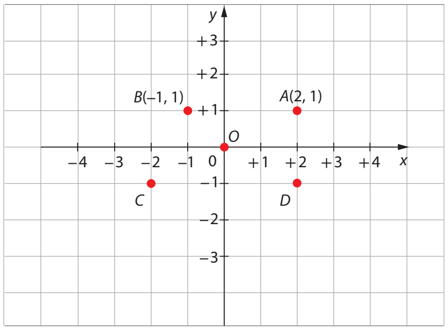
- Resposta da atividade **3**:



A figura formada é um triângulo.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Na figura abaixo, o ponto *A* pode ser localizado no plano pelo par ordenado (2, 1), e o ponto *B*, por (−1, 1).



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Para fazer

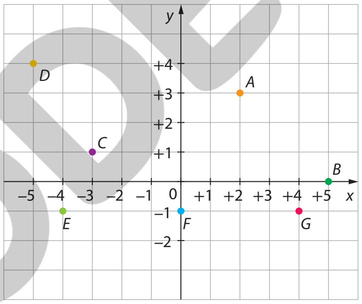
Quais são as coordenadas dos pontos *C*, *D* e *O*? **Para fazer:** *C*(−2, −1), *D*(2, −1) e *O*(0, 0)

Os números do par ordenado que indicam a localização de determinado ponto são as **coordenadas** desse ponto. A primeira coordenada é a **abscissa** do ponto, e a segunda, a **ordenada** do ponto.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Considere o sistema de eixos na representação abaixo e escreva, no caderno, as coordenadas dos pontos destacados. **1.** *A*(2, 3); *B*(5, 0); *C*(−3, 1); *D*(−5, 4); *E*(−4, −1); *F*(0, −1); *G*(4, −1)



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

2. Em uma folha de papel quadriculado, determine um sistema de eixos perpendiculares. Depois, trace:

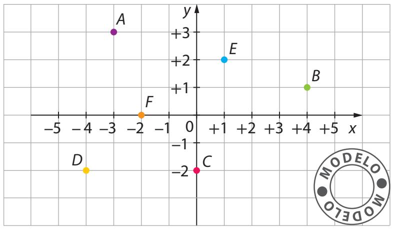
a) o triângulo de vértices nos pontos *A*(1, 2), *B*(−3, 3) e *C*(−2, −2); **2.** Respostas em *Orientações.*

b) o quadrado de vértices nos pontos *A*(2, 2), *B*(−2, 2), *C*(−2, −2) e *D*(2, −2).

3. Em uma folha de papel quadriculado, determine um plano cartesiano e assinale os pontos *A*(4, 1), *B*(−1, 3) e *C*(1, −3).

- Usando uma régua, ligue os pontos *A* e *B*, *B* e *C*, *C* e *A*. Pinte a região interna da figura formada. Que figura é essa? **3.** Resposta em *Orientações.*

4. Em uma folha de papel quadriculado, determine um sistema de eixos cartesianos e represente os pontos indicados a seguir. Depois, faça o que se pede. **4.** Respostas em *Orientações.*

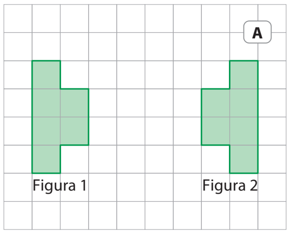


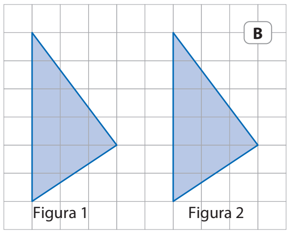
a) Encontre o ponto cujo par ordenado é formado pelo módulo das coordenadas de cada ponto representado na malha. Por exemplo, o ponto *A*(−3, 3) será correspondente ao ponto *A*'(|−3|, |3|).

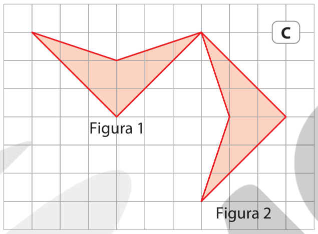
b) Onde estão localizados os pontos *A*', *B*', *C*', *D*', *E*' e *F*'? Descreva a região para os colegas.

2 Transformações geométricas no plano

Podemos fazer certos movimentos ou transformações com figuras do plano de modo que todas as suas medidas sejam preservadas. Nos exemplos a seguir, a figura 2 foi obtida com base na figura 1 por meio de uma **transformação geométrica**.







ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Como a medida de comprimento dos lados e a medida de abertura dos ângulos correspondentes das figuras 1 e 2 são iguais, essas transformações são chamadas **isometrias**. São exemplos de isometrias no plano: **reflexão**, **translação** e **rotação**.

Para investigar: Espera-se que os estudantes percebam que foi por meio de uma transformação geométrica. Em **A**, reflexão; em **B**, translação; e, em **C**, rotação.

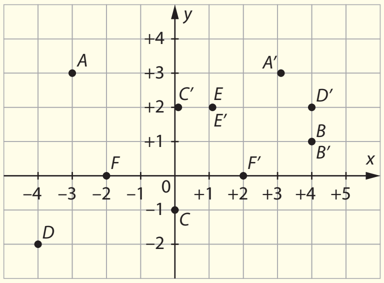
Para investigar

Em cada exemplo, como você acha que a figura 2 foi obtida a partir da figura 1?

(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Competência geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

- Resposta do item **a** da atividade **4**: *A*′(3, 3); *B*′(4, 1); *C*′(0, 2); *D*′(4, 2); *E*′(1, 2) e *F*′(2, 0):



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Resposta do item **b** da atividade **4**:

Espera-se que os estudantes digam, com suas palavras, que o ponto *F*′ está sobre o eixo das abscissas, o ponto *C*′, sobre o eixo das ordenadas, e os demais pontos estão todos no 1º quadrante.

Transformações geométricas

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA21 e da competência geral 2 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA21 porque trabalha com o reconhecimento de figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão.

Orientações

- Antes de iniciar este tópico e se julgar oportuno, apresente aos estudantes algumas imagens de padrões em ladrilhos, tecidos, faixas decorativas ou obras de arte, para promover uma roda de conversa sobre como esses padrões são formados. Verifique, por exemplo, se eles concluem que uma mesma figura se repete, podendo ou não estar na mesma posição.
- No boxe *Para investigar,* os estudantes podem explicar as questões com suas palavras. No caso do exemplo A, eles podem dizer que a figura 1 foi "espelhada"; no caso do exemplo B, que a figura 1 "deslizou" ou "escorregou", e, no caso do exemplo C, que a figura 1 foi "girada". Valorize as respostas deles. Momentos como esse colocam os estudantes como protagonistas e favorecem o desenvolvimento da competência geral 2 da BNCC.

Reflexão

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF07MA19 e EF07MA20 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Este tópico contribui para o desenvolvimento da habilidade EF07MA19 por favorecer o reconhecimento das relações entre as coordenadas dos vértices de uma figura e de sua simétrica em relação ao eixo *x* e ao eixo *y*. Já a habilidade EF07MA20 tem seu desenvolvimento favorecido porque trabalha o reconhecimento e a representação, no plano cartesiano, do simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.

Orientações

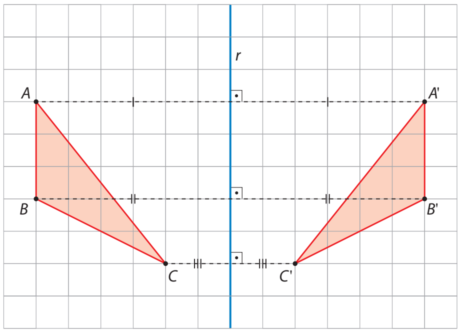
- Para verificar se os estudantes compreenderam o conceito de figuras simétricas em relação a uma reta, desenhe no quadro figuras que parecem ser simétricas em relação a uma reta, mas não são. As figuras podem ter formatos diferentes ou ter o mesmo formato com medidas correspondentes diferentes. Depois, peça aos estudantes que justifiquem o motivo pelo qual elas não são simétricas em relação à reta dada.

3 Reflexão

Uma figura pode ser refletida em um plano de dois modos: em relação a uma reta ou a um ponto. Vamos estudar os dois casos a seguir.

Reflexão em relação a uma reta

Na figura abaixo, o triângulo *A'B'C'* foi obtido do triângulo *ABC* por meio da **reflexão em relação à reta** *r* indicada. Dizemos que esses dois triângulos são simétricos em relação à reta *r*, que é o **eixo de reflexão** ou **eixo de simetria**, e que o triângulo *A'B'C'* é a imagem do triângulo *ABC*.



MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

Cada ponto do triângulo *A'B'C'* tem um ponto correspondente no triângulo *ABC*, que é seu simétrico em relação à reta *r*.

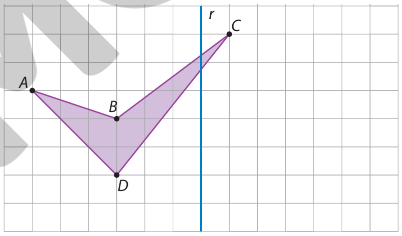
Por exemplo:

- *A* e *A'* são simétricos em relação à reta *r*;
- *B'* é o simétrico de *B* em relação à reta *r*;
- *C'* é a imagem de *C* por meio da reta *r*.

Observe que dois pontos simétricos em relação à reta *r* estão à mesma medida de distância dessa reta, em posições opostas.

Isso sempre ocorre com duas figuras simétricas em relação a uma reta: cada ponto de uma delas é simétrico a um ponto da outra em relação à reta, e vice-versa, e os pontos simétricos estão à mesma medida de distância da reta considerada.

Observe, por exemplo, como podemos refletir o quadrilátero *ABCD* ilustrado em relação à reta *r*, em uma malha quadriculada.



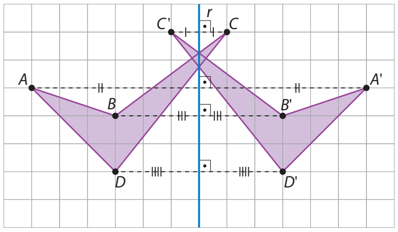
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.

(EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.

Primeiro, encontramos os simétricos dos vértices *A*, *B*, *C* e *D* do quadrilátero em relação à reta *r*. Vamos indicar esses pontos por *A*', *B*', *C*' e *D*', respectivamente. Em seguida, construímos o quadrilátero *A*'*B*'*C*'*D*', que é simétrico do quadrilátero *ABCD* em relação à reta *r*.

Note que, como o eixo de simetria corta a figura inicial, parte da figura refletida está de um lado da reta *r* e a outra parte está do outro lado.

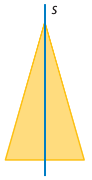


Observação

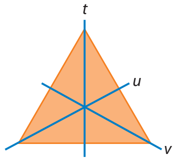
- O eixo de reflexão é fixo, ou seja, não se movimenta.
- A simetria em relação a uma reta é chamada **simetria axial**.

Figuras com simetria

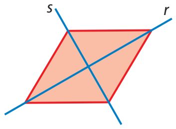
Observe algumas figuras que apresentam simetria. Note que algumas delas têm mais de um eixo de simetria.



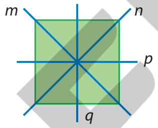
Dizemos, nesse caso, que a figura apresenta simetria de reflexão.



O triângulo equilátero tem três eixos de simetria.



O losango tem dois eixos de simetria.



O quadrado tem quatro eixos de simetria.

Reflexão de figuras em relação aos eixos do plano cartesiano

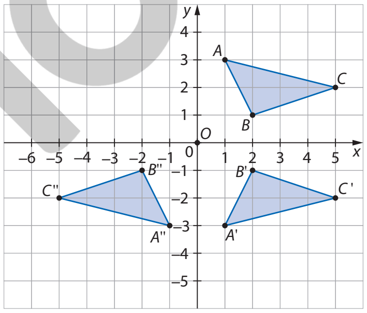
Podemos encontrar a simétrica de qualquer figura em relação aos eixos do plano cartesiano. Vamos analisar os triângulos representados no plano cartesiano.

- O triângulo *A*'*B*'*C*' é o simétrico do triângulo *ABC* em relação ao eixo *x*.

  Observe as coordenadas dos vértices dos triângulos *ABC* e *A*'*B*'*C*'.

  No triângulo *ABC* as coordenadas dos vértices são *A*(1, 3), *B*(2, 1) e *C*(5, 2) enquanto as do triângulo *A*'*B*'*C*' são *A*'(1, –3), *B*'(2, –1) e *C*'(5, –2).

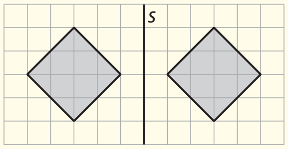
Note que as abscissas dos pontos correspondentes são iguais e que, para obter as ordenadas dos pontos *A*', *B*' e *C*', multiplicamos as ordenadas dos pontos correspondentes por –1.



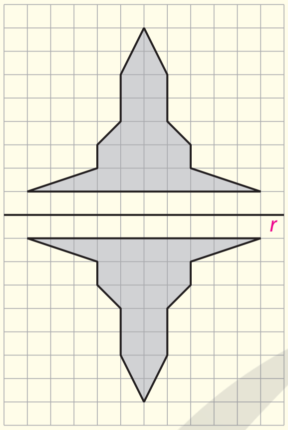
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Peça a eles que desenhem no caderno outras figuras que apresentem mais de um eixo de simetria. Depois, incentive-os a compartilhar com os colegas os desenhos feitos.

- Na resolução do item **b** do boxe *Para investigar*, espera-se que os estudantes respondam que as coordenadas dos vértices do triângulo *A'''B'''C'''* serão obtidas multiplicando as abscissas das coordenadas dos vértices do triângulo *ABC*. Assim, temos A'''(–1, 3), B'''(–2, 1) e C'''(–5, 2).
- A fim de favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA20, o texto mostra como representar, no plano cartesiano, o simétrico de um triângulo em relação aos eixos. Além disso, ao verificar que é possível obter as coordenadas do vértice de uma figura simétrica em relação a um dos eixos cartesianos fazendo uma multiplicação conveniente por –1, a habilidade EF0MA19 é favorecida.
- Resposta da atividade **1**:



- Resposta da atividade **2**:



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- O triângulo *A''B''C''* é o simétrico do triângulo *A'B'C'* em relação ao eixo *y*.

  Observe as coordenadas dos vértices dos triângulos *A'B'C'* e *A''B''C''*.

  No triângulo *A'B'C'* as coordenadas dos vértices são *A'*(1, –3), *B'*(2, –1) e *C'*(5, –2) e as do triângulo *A''B''C''* são *A''*(–1, –3), *B''*(–2, –1) e *C''*(–5, –2).

  Note que as ordenadas dos pontos correspondentes são iguais e que, para obter as abscissas dos pontos *A''*, *B''* e *C''*, multiplicamos as abscissas dos pontos correspondentes por –1.

Para investigar **Para investigar: a)** O triângulo *A''B''C''*.

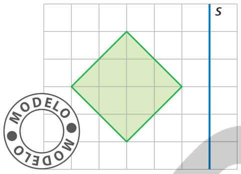
a) Que triângulo obteremos se refletirmos o triângulo *ABC* primeiro em relação ao eixo *y* e, depois, em relação ao eixo *x*?

b) Considerando que ao refletir o triângulo *ABC* em relação ao eixo *y* obtemos o triângulo *A'''B'''C'''*, quais são as coordenadas dos vértices desse novo triângulo? **b)** *A'''*(–1, 3), *B'''*(–2, 1) e *C'''*(–5, 2)

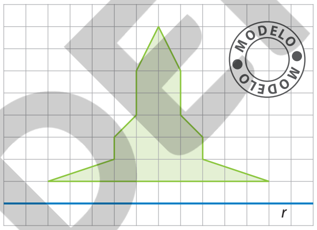
ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

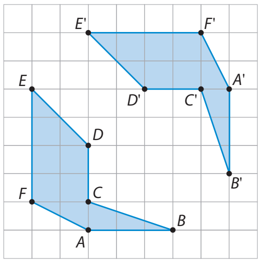
1. Copie a figura ilustrada a seguir em papel quadriculado. Em seguida, construa a figura simétrica em relação à reta *s*. **1.** Resposta em *Orientações*.



2. Copie a figura abaixo em uma folha de papel quadriculado e desenhe a figura simétrica a ela em relação à reta *r*. **2.** Resposta em *Orientações*.



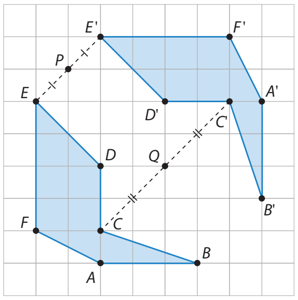
3. Na imagem abaixo, o polígono *A'B'C'D'E'F'* é o simétrico do polígono *ABCDEF* em relação a uma reta *r*, que não está representada na figura.



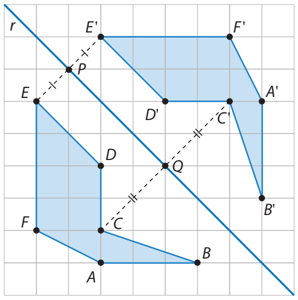
Observe como Ana fez para representar a reta *r* na página seguinte.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Primeiro, construí dois segmentos cujas extremidades são pontos correspondentes nos dois polígonos: os segmentos $\overline{EE'}$ e $\overline{CC'}$. Depois, encontrei, em cada segmento, o ponto que o divide em dois segmentos de mesma medida de comprimento. Indiquei esses pontos por *P* e *Q*, respectivamente.

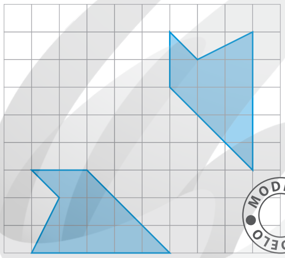


Por fim, tracei a reta que passa pelos pontos *P* e *Q*. Essa é a reta *r*.

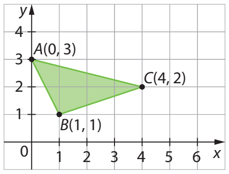


- Agora, sabendo que as figuras abaixo são simétricas em relação a uma reta *t*, não representada, copie-as em papel quadriculado e represente a reta *t*.

3. Resposta em *Orientações.*



4. Observe as coordenadas dos vértices do triângulo abaixo.



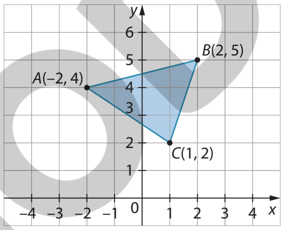
- Agora, responda. **4. a)** Multiplicando as ordenadas dos pontos *A*, *B* e *C* por –1.
  - **a)** Como é possível obter as coordenadas do triângulo *A'B'C'* simétrico ao triângulo *ABC* em relação ao eixo *x*, sem que seja preciso desenhar o triângulo *A'B'C'*?
  - **b)** Quais serão as coordenadas do triângulo *A'B'C'*? **4. b)** *A*'(0, –3), *B*'(1, –1) e *C*'(4, –2)

5. Em uma folha de papel quadriculado, determine um sistema de eixos cartesianos e represente nele o triângulo de vértices *J*(–6, 2), *K*(–5, 5) e *L*(–2, 2) e o seu simétrico em relação ao eixo *x*. **5.** Resposta em *Orientações.*

6. Em uma folha de papel quadriculado, determine um sistema de eixos cartesianos e represente nele o quadrilátero de vértices *F*(–8, –4), *G*(–7, –7), *H*(–1, –4) e *I*(–4, –2) e o seu simétrico em relação ao eixo *y*.

6. Resposta em *Orientações.*

7. Observe as coordenadas dos vértices do triângulo representado no plano cartesiano abaixo.



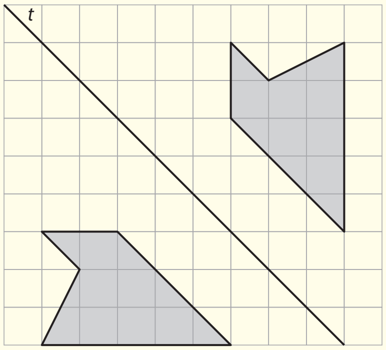
7. a) *A*'(2, 4), *B*'(–2, 5) e *C*'(–1, 2)

- **a)** Quais serão as coordenadas do vértice do triângulo *A'B'C'* simétrico ao triângulo *ABC* em relação ao eixo *y*?
- **b)** Em uma folha de papel quadriculado, determine um sistema de eixos cartesianos e represente o triângulo *ABC* e seu simétrico em relação ao eixo *y*.

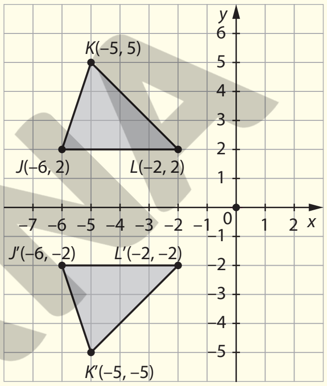
7. b) Resposta em *Orientações.*

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Resposta da atividade **3**:

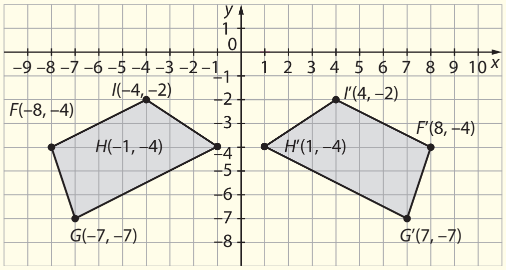


- Resposta da atividade **5**:

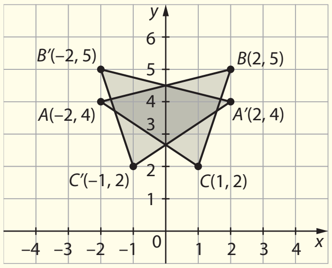


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Resposta da atividade **6**:



- Resposta da atividade **7b**:

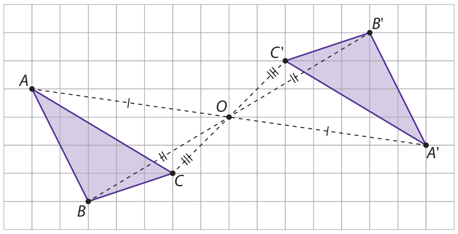


ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

- No momento de encontrar a simetria central do polígono *ABCDE* em relação ao ponto *O*, reproduza a malha, o ponto *O* e o polígono no quadro e estimule os estudantes a descrever a localização dos pontos *A'*, *B'*, *C'*, *D'* e *E'* em relação ao ponto *O*.
- Explique aos estudantes que as afirmações de que dois pontos são simétricos em relação a determinado ponto, ou de que um ponto é simétrico a outro ponto ou, ainda, de que um ponto é a imagem de outro são equivalentes.

Reflexão em relação a um ponto

Observe os triângulos representados na malha quadriculada abaixo.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

O triângulo *A'B'C'* foi obtido do triângulo *ABC* por meio da **reflexão em relação ao ponto** *O* indicado. Dizemos que esses dois triângulos são simétricos em relação ao ponto *O*, que é o **centro de reflexão**, e que o triângulo *A'B'C'* é a imagem do triângulo *ABC*.

Cada ponto do triângulo *A'B'C'* tem um ponto correspondente no triângulo *ABC*, que é seu simétrico em relação ao ponto *O*.

Por exemplo:

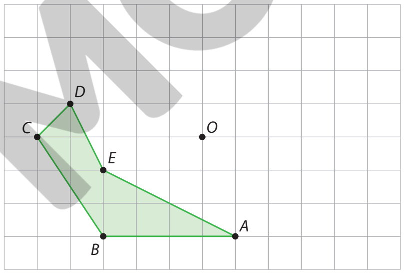
- *A* e *A'* são simétricos em relação ao ponto *O*;
- *B'* é o simétrico de *B* em relação ao ponto *O*;
- *C'* é a imagem de *C* em relação ao ponto *O*.

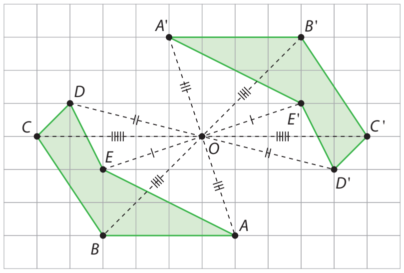
Isso sempre ocorre com duas figuras simétricas em relação a um ponto: cada ponto de uma delas é simétrico a um ponto da outra em relação ao centro de reflexão, e vice-versa, e os pontos simétricos estão à mesma medida de distância do centro de reflexão.

Observação

A simetria em relação a um ponto é chamada **simetria central**.

Observe, por exemplo, como podemos refletir o polígono *ABCDE,* abaixo, em relação ao ponto *O*, em uma malha quadriculada. Primeiro, encontramos os simétricos dos vértices *A*, *B*, *C*, *D* e *E* do polígono em relação ao ponto *O*. Vamos indicar esses pontos por *A'*, *B'*, *C'*, *D'* e *E'*, respectivamente. Em seguida, construímos o polígono *A'B'C'D'E'*, que é o simétrico do polígono *ABCDE* em relação ao ponto *O*.





ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

Reflexão de figuras em relação à origem do plano cartesiano

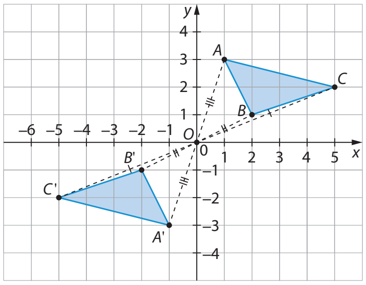
Podemos encontrar a simétrica de qualquer figura em relação à origem do plano cartesiano. Considere a representação a seguir.

Nesse exemplo, o triângulo *A'B'C'* é o simétrico do triângulo *ABC* em relação à origem do plano cartesiano.

Agora, observe as coordenadas dos vértices dos triângulos *ABC* e *A'B'C'*.

No triângulo *ABC* as coordenadas dos vértices são *A*(1, 3), *B*(2, 1) e *C*(5, 2), enquanto as do triângulo *A'B'C'* são *A'*(–1, –3), *B'*(–2, –1) e *C'*(–5, –2).

Note que, para obter a abscissa e a ordenada dos pontos *A'*, *B'* e *C'*, multiplicamos as abscissas e as ordenadas dos pontos *A*, *B* e *C* por –1, respectivamente.

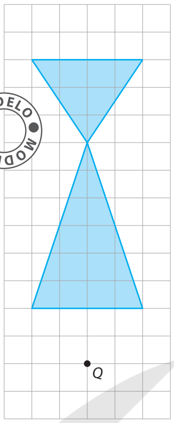


ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Copie a figura a seguir em uma folha de papel quadriculado. Depois, construa a figura simétrica a ela em relação ao ponto *Q*.

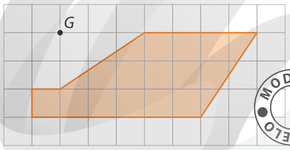
1. Resposta em *Orientações*.



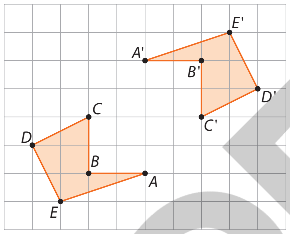
ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

2. Copie a figura a seguir em uma folha de papel quadriculado. Depois, construa a figura simétrica a ela em relação ao ponto *G*.

2. Resposta em *Orientações*.

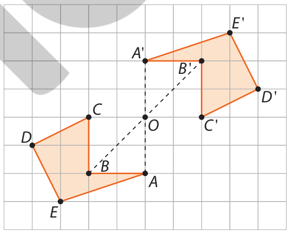


3. Na imagem abaixo, o polígono *A'B'C'D'E'* é o simétrico do polígono *ABCDE*, em relação a um ponto *O*, que não está representado na figura.



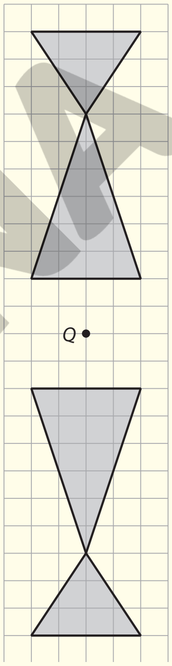
Observe como Ivo determinou a localização do ponto *O*.

Tracei dois segmentos cujas extremidades fossem pontos correspondentes nas duas figuras: $\overline{AA'}$ e $\overline{BB'}$. O ponto de intersecção desses segmentos é o ponto O.

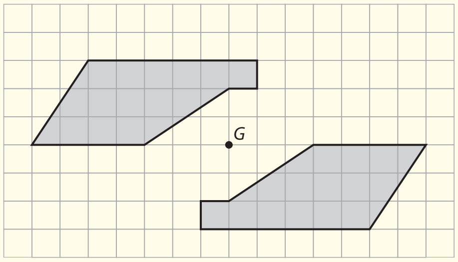


ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- O texto mostra como representar, no plano cartesiano, o simétrico de um triângulo em relação à origem do plano cartesiano, o que favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA20. Além disso, observar as coordenadas correspondentes dos dois triângulos e concluir que, para obter as coordenadas do simétrico de determinado polígono em relação à origem, basta multiplicar as coordenadas do ponto inicial por –1 favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA19.
- Resposta da atividade **1**:

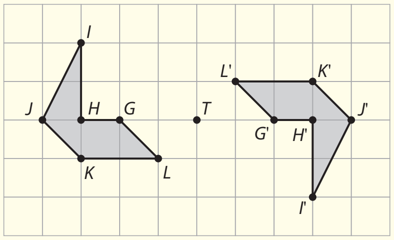


- Resposta da atividade **2**:

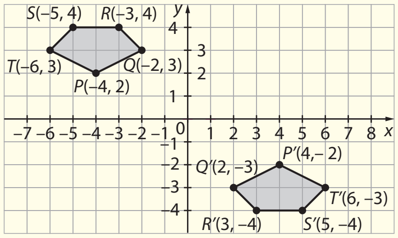


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Resposta da atividade **3**:



- Resposta da atividade **5**:



Translação

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da seguinte habilidade da BNCC: EF07MA21.

Habilidade da BNCC

- Este tópico contribui para o desenvolvimento da habilidade EF07MA21 da BNCC por favorecer o reconhecimento e a construção de figuras obtidas por simetria de translação.

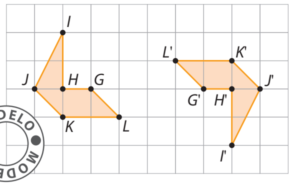
Orientações

- Comente com os estudantes que eles podem pensar na translação de uma figura como se ela deslizasse sobre o plano sem girar. Diga a eles que a direção, o sentido e a medida de distância que a figura deverá se deslocar em uma translação são indicados pelo vetor da translação.

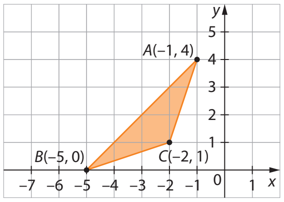
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Lembre-se:
Escreva no caderno!

- Agora, sabendo que as figuras abaixo são simétricas em relação a um ponto *T*, que não está representado, copie-as em uma folha de papel quadriculado e represente o ponto *T*. **3.** Resposta em *Orientações*.



4. Observe as coordenadas dos vértices do triângulo abaixo. Depois, responda às perguntas.



4. a) Multiplicando as abscissas e as ordenadas dos pontos *A*, *B* e *C* por –1.

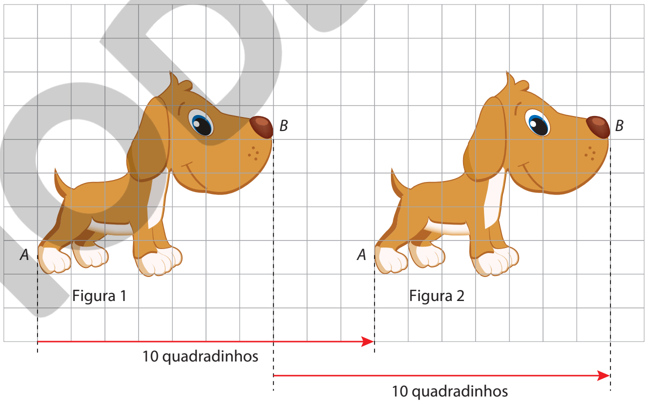
a) Como é possível obter as coordenadas do triângulo *A'B'C'* simétrico ao triângulo *ABC* em relação à origem, sem que seja preciso desenhar o triângulo *A'B'C'*?

b) Quais serão as coordenadas do triângulo *A'B'C'*? **4. b)** *A'*(1, –4), *B'*(5, 0) e *C'*(2, –1)

5. Em uma folha de papel quadriculado, determine um sistema de eixos cartesianos e represente nele o pentágono de vértices *P*(–4, 2), *Q*(–2, 3), *R*(–3, 4), *S*(–5, 4) e *T*(–6, 3) e o seu simétrico em relação à origem do plano cartesiano. **5.** Resposta em *Orientações*.

4 Translação

Observe as figuras na malha quadriculada abaixo.



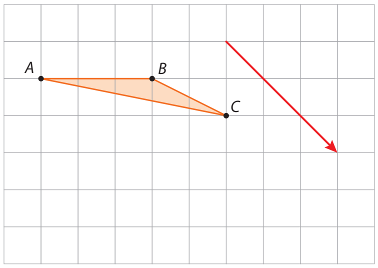
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

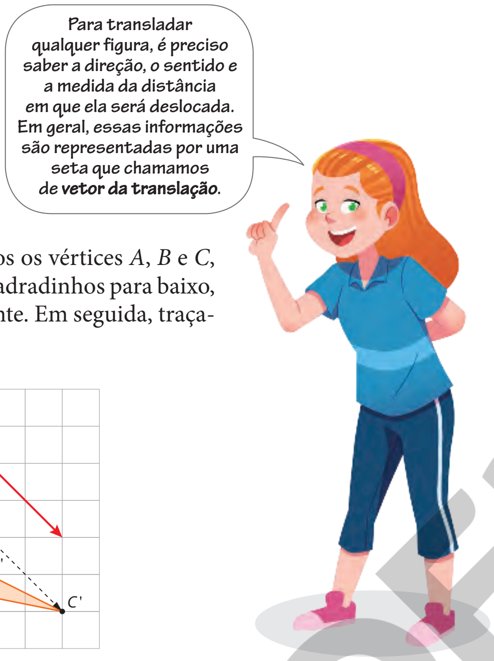
As setas indicam que a figura 1 foi deslocada 10 quadradinhos na direção horizontal e no sentido da esquerda para a direita, gerando a figura 2.

(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Considerando que esse mesmo deslocamento foi feito com todos os pontos da figura 1, dizemos que a figura 2 foi obtida por uma **translação** da figura 1, e que a figura 2 é a imagem da figura 1.

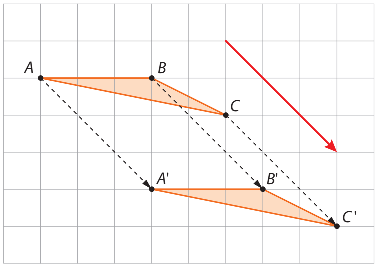
Observe, por exemplo, como podemos transladar o triângulo *ABC* abaixo de acordo com a medida de comprimento, a direção e o sentido da seta.





MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

Para transladar esse triângulo, deslocamos os vértices *A*, *B* e *C*, 3 quadradinhos para a direita e, depois, 3 quadradinhos para baixo, obtendo os vértices *A*', *B*' e *C*', respectivamente. Em seguida, traçamos o triângulo *A*'*B*'*C*'.



Para analisar

O que a reflexão em relação a uma reta (ou em relação a um ponto) tem em comum com a translação? Converse com os colegas sobre isso.

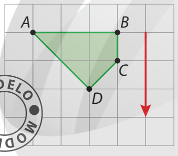
Para analisar: Exemplo de resposta: A reflexão em relação a uma reta (ou em relação a um ponto) e a translação são isometrias.

ATIVIDADES

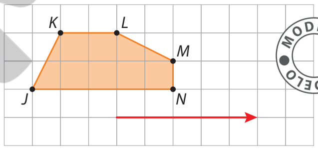
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Em cada caso, copie o polígono em uma folha de papel quadriculado. Depois, translade-o de acordo com a medida de comprimento, a direção e o sentido da seta. **1.** Respostas em *Orientações*.

a)

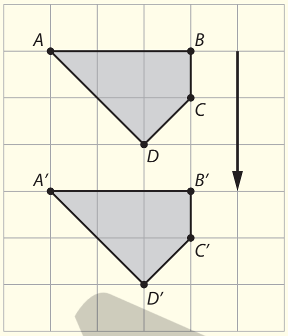


b)

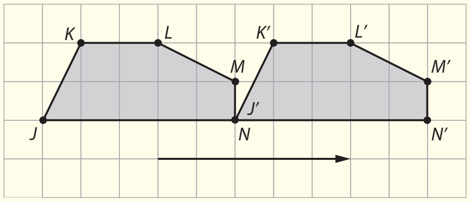


ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

- É importante que os estudantes, aos poucos, percebam que em uma translação todos os pontos da figura se deslocam da mesma maneira e que o formato e as medidas da figura inicial são conservados.
- Resposta da atividade **1a**:

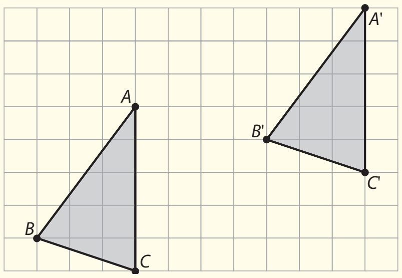


- Resposta da atividade **1b**:



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Resposta da atividade **2**:



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

Rotação

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA21.

Habilidade da BNCC

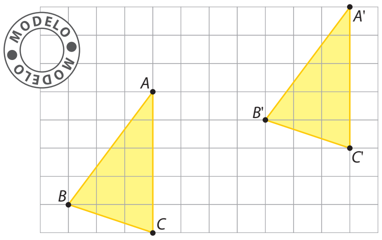
- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA21 da BNCC porque proporciona o reconhecimento e a construção de figuras obtidas por simetria de rotação.

Orientações

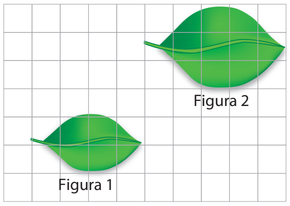
- Comente com os estudantes que uma rotação fica bem definida quando são fornecidos a medida de giro, o centro da rotação e o sentido do giro (horário ou anti-horário).
- É importante que eles, aos poucos, percebam que, assim como a reflexão e a translação, o formato e as medidas da figura inicial são conservados.

2. Na figura abaixo, o triângulo *A'B'C'* é imagem do triângulo *ABC* por translação. Reproduza as figuras, em uma folha de papel quadriculado, e, em seguida, desenhe o vetor dessa translação.

2. Resposta em *Orientações.*



3. Observe as figuras representadas na malha quadriculada abaixo. Depois, faça o que se pede.



- É correto afirmar que a figura 2 foi obtida pela translação da figura 1? Justifique.

3. Não, pois a figura 2 não tem as mesmas medidas de comprimento da figura 1.

4. Observe as faixas decorativas a seguir.

ELENA NEVSKAYA/ SHUTTERSTOCK

ELENA NEVSKAYA/ SHUTTERSTOCK

MELISSA HELD/ SHUTTERSTOCK

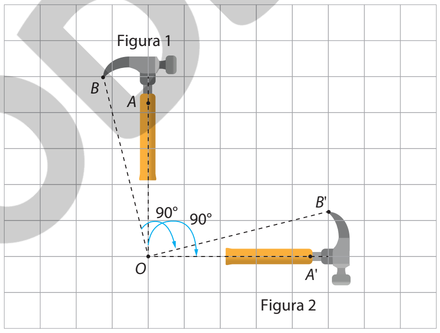
YULIA M/ SHUTTERSTOCK

- Qual é a direção da translação presente nas figuras de cada uma dessas faixas?

4. horizontal

5 Rotação

Observe as figuras na malha quadriculada abaixo.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Na malha quadriculada acima, temos o desenho de dois martelos idênticos. Observe que a figura 2 foi obtida da figura 1 por meio de um giro, no sentido horário (sentido dos ponteiros do relógio), que mede 90° ao redor do ponto *O*. Assim, podemos dizer, por exemplo, que o ponto *A* gerou o ponto *A'*, e o ponto *B* gerou o ponto *B'*.

(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

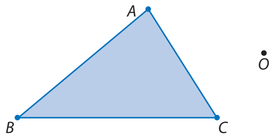
Considerando que um giro de mesma medida foi feito com todos os pontos da figura 1, dizemos que a figura 2 foi obtida por uma **rotação** da figura 1 e que a figura 2 é a imagem da figura 1.

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

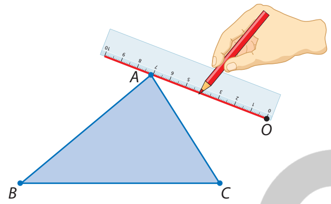
Observe, por exemplo, como podemos construir, usando régua e transferidor, a figura obtida pela rotação do triângulo *ABC*, em torno do ponto *O*, considerando um giro com medida igual a 90° no sentido horário.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

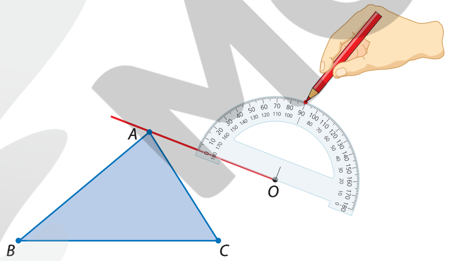
1º) Seja o triângulo *ABC* e o ponto *O*.



2º) Traçamos a semirreta $\overrightarrow{OA}$.



3º) Usando uma régua e um transferidor, traçamos uma semirreta com origem em *O* e que forma um ângulo cuja abertura mede 90° com $\overrightarrow{OA}$ no sentido horário.



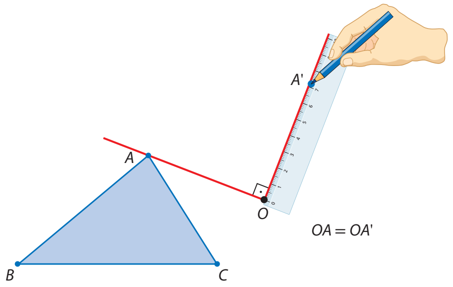
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Nesta página, mostra-se como construir, utilizando instrumentos de desenho, o triângulo obtido pela rotação do triângulo *ABC*, em torno do ponto *O*, considerando um giro cuja medida é de 90° no sentido horário. Peça aos estudantes que reproduzam no caderno a rotação descrita. Aproveite a oportunidade para retomar conceitos como semirreta e congruência de segmentos de reta.

- Após terminarem a construção, peça aos estudantes que compartilhem a figura que obtiveram. Você pode também pedir que comparem as medidas de comprimento dos segmentos e de abertura dos ângulos correspondentes de ambas as figuras para verificar que são iguais.
- No boxe *Para analisar*, comente com os estudantes que a reflexão em relação a um ponto é um caso particular de rotação.

4º) Marcamos um ponto *A*' sobre a semirreta construída, de modo que o segmento $\overline{OA'}$ tenha a mesma medida de comprimento que $\overline{OA}$.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

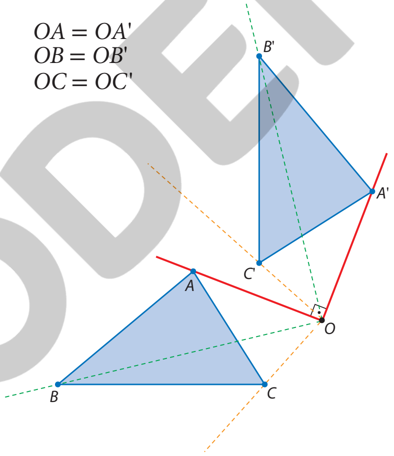


5º) Repetimos o mesmo processo com os pontos *B* e *C* para obter os pontos *B*' e C', ou seja:

- traçamos $\overrightarrow{OB}$ e, em seguida, uma semirreta com origem em *O* e que forma um ângulo cuja abertura mede 90° com $\overrightarrow{OB}$ no sentido horário. Depois, marcamos o ponto *B*' nessa semirreta, de modo que $OB = OB'$.
- traçamos $\overrightarrow{OC}$ e, depois, uma semirreta com origem em *O* e que forma um ângulo cuja abertura mede 90° com $\overrightarrow{OC}$ no sentido horário. Depois, marcamos o ponto *C*' nessa semirreta, de modo que $OC = OC'$.

Por fim, ligamos os pontos *A*', *B*' e *C*' e pintamos a região interna da figura, obtendo o triângulo *A*'*B*'*C*'.

Assim, o triângulo *A*'*B*'*C*' foi obtido por uma rotação do triângulo *ABC* em torno do ponto *O* no sentido horário e com giro medindo 90°.


$$OA = OA'$$
$$OB = OB'$$
$$OC = OC'$$

Para analisar: Espera-se que os estudantes respondam, com as próprias palavras, que a reflexão em relação a um ponto *O* é equivalente a uma rotação de centro *O* e um giro com medida igual a 180°.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

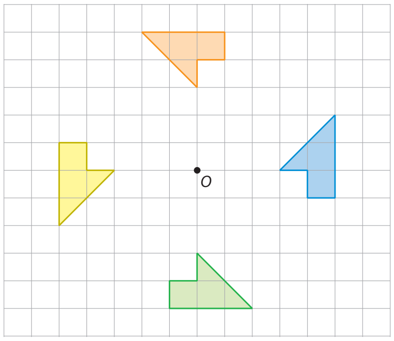
Para analisar

Compare a reflexão em relação a um ponto *O* de uma figura qualquer com a rotação de centro *O* e um giro com medida igual a 180°, em qualquer sentido, dessa mesma figura. O que você pode perceber?

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe a rotação das figuras ao redor do ponto *O* e responda às questões no caderno.



a) Qual é a medida do giro de rotação no sentido anti-horário que devemos aplicar na figura azul para obter a figura laranja? **1. a)** 90°

b) Ao aplicar uma rotação com giro de medida 180° na figura laranja, obtemos qual figura?

c) Explique o sentido de rotação que devemos aplicar na figura azul para obter a figura verde.

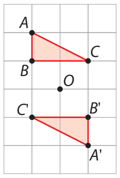
d) Qual é a medida do giro de rotação que devemos aplicar na figura amarela para obtê-la novamente? **1. d)** 360°

1. b) a figura verde

1. c) 270° no sentido anti-horário ou 90° no sentido horário.

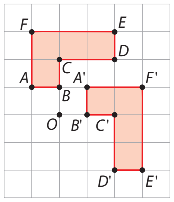
2. Escreva no caderno, em cada caso, a medida e o sentido da rotação realizada da figura original em torno do ponto *O*.

a) Figura original: *ABC*



2. a) rotação com um giro de medida igual a 180° no sentido horário ou rotação com um giro de medida igual a 180° no sentido anti-horário

b) Figura original: *ABCDEF*



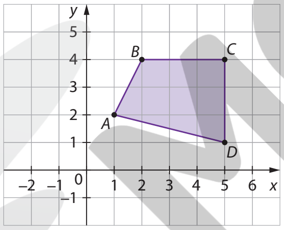
2. b) rotação com um giro de medida igual a 90° no sentido horário ou rotação com um giro de medida igual a 270° no sentido anti-horário

3. Construa, em seu caderno, a figura obtida pela rotação de um triângulo qualquer, em torno de um ponto *O*, determinada pelo giro de medida igual a 100° no sentido anti-horário. **3.** Resposta em *Orientações*.

4. Construa, em seu caderno, a figura obtida pela rotação de um quadrilátero qualquer, em torno de um ponto *O*, determinada pelo giro de medida igual a 70° no sentido horário. **4.** Resposta em *Orientações*.

5. Descreva a rotação que fazemos com o quadrilátero *ABCD* abaixo quando multiplicamos as coordenadas de seus vértices por –1.

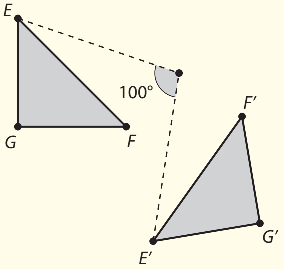
5. rotação com giro de medida igual a 180° no sentido horário (ou rotação com giro de medida igual a 180° no sentido anti-horário), em torno da origem do plano cartesiano



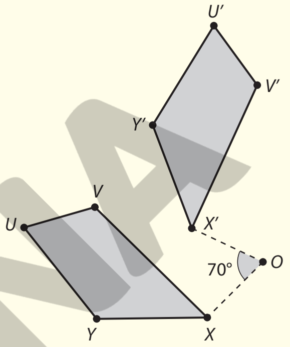
6. Em uma folha de papel quadriculado, represente em um plano cartesiano o triângulo de vértices *P*(2, 1), *Q*(3, 3) e *R*(4, 1) e o triângulo de vértices *S*(1, –2), *T*(3, –3) e *U*(1, –4). O que podemos afirmar sobre esses dois triângulos? **6.** Resposta em *Orientações*.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

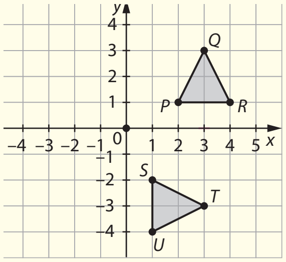
- Exemplo de resposta da atividade **3**:



- Exemplo de resposta da atividade **4**:



- Na atividade **5**, verifique se os estudantes percebem que multiplicar as coordenadas dos vértices por –1 pode resultar em uma rotação com giro de 180° da figura em relação à origem ou em uma reflexão em relação à origem.
- Resposta da atividade **6**:



Espera-se que estudantes respondam que é possível afirmar que o triângulo *STU* é a imagem por uma rotação de medida igual a 90°, em torno da origem, no sentido horário do triângulo *PQR*.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Informática e Matemática

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA21, da competência geral 5 e das competências específicas 2 e 5 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- A seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA21 da BNCC porque trabalha a construção de figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando um *software* de Geometria dinâmica.

Orientações

- O uso do *software* de Geometria dinâmica permite que os estudantes superem suas dificuldades de aprendizagem relacionadas ao tema de estudo. Propostas como essa possibilitam aos estudantes visualizar, explorar, conjeturar, validar, compreender e comunicar os conceitos geométricos de forma interativa e atrativa, favorecendo o desenvolvimento da competência geral 5 e das competências específicas 2 e 5 da BNCC.
- Oriente os estudantes a salvar cada uma das construções separadamente para que, ao final da seção, possam retomar as construções feitas para realizar investigações.

Informática e Matemática

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Figuras obtidas por transformações geométricas

Nesta seção, vamos usar um *software* de Geometria dinâmica para refletir, transladar e rotacionar polígonos, além de investigar algumas propriedades dessas transformações geométricas.

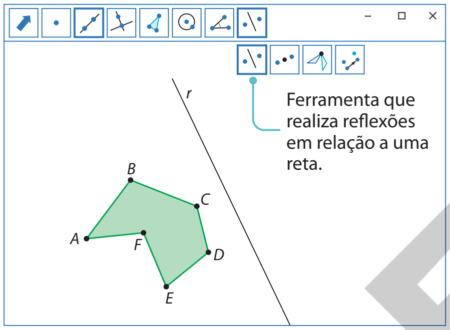
CONSTRUA

Reflexão em relação a uma reta

Siga os passos abaixo para construir o simétrico de um polígono qualquer em relação a uma reta.

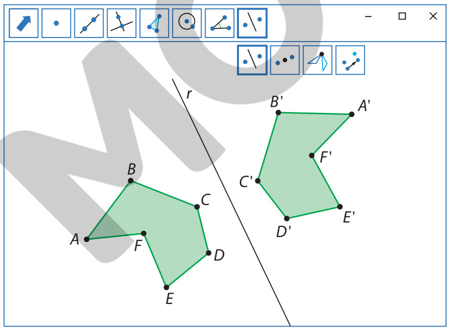
1º) Construa um polígono qualquer.

2º) Trace uma reta *r* qualquer. Essa reta será o eixo de reflexão.



Ferramenta que realiza reflexões em relação a uma reta.

3º) Clique na ferramenta de reflexão em relação a uma reta. Depois, clique sobre o polígono e sobre a reta *r*. O polígono que aparecerá na tela será o simétrico do polígono inicial em relação à reta *r*.



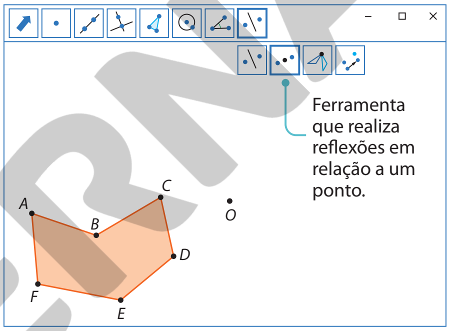
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Reflexão em relação a um ponto

Siga os passos abaixo para construir o simétrico de um polígono qualquer em relação a um ponto.

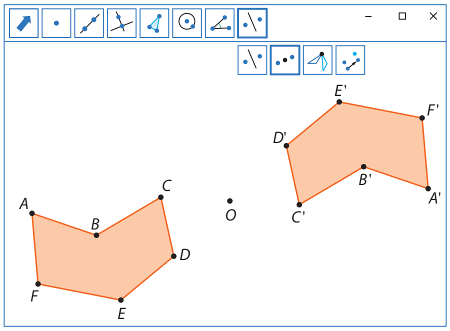
1º) Construa um polígono qualquer.

2º) Marque um ponto *O* qualquer. Esse ponto será o centro de reflexão.



Ferramenta que realiza reflexões em relação a um ponto.

3º) Clique na ferramenta de reflexão em relação a um ponto. Depois, clique sobre o polígono e sobre o ponto *O*. O polígono que aparecerá na tela será o simétrico do polígono inicial em relação ao ponto *O*.



(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Competência geral 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Competência específica 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

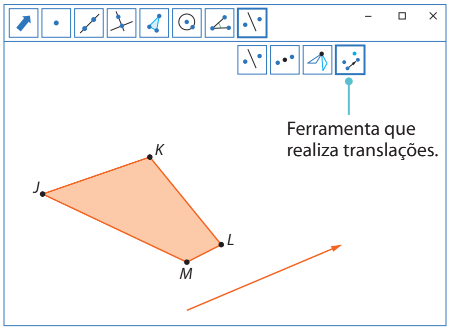
Competência específica 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Translação

Siga os passos abaixo para transladar um polígono qualquer.

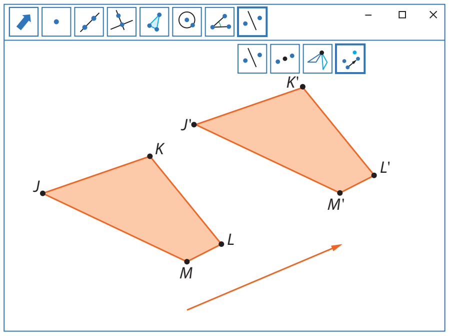
1º) Construa um polígono qualquer.

2º) Clique na ferramenta para construir vetores e construa um vetor qualquer. Esse será o vetor da translação.



Ferramenta que realiza translações.

3º) Clique na ferramenta de translação. Depois, clique sobre o polígono e sobre o vetor. O polígono que aparecerá na tela será a imagem da translação.

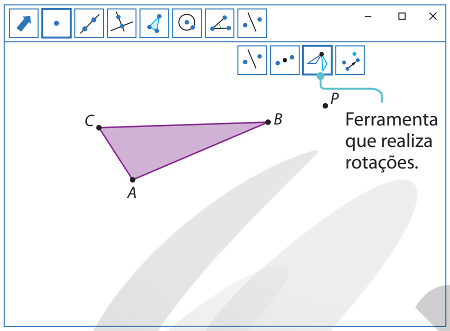


Rotação

Siga os passos abaixo para rotacionar um polígono qualquer em torno de um ponto.

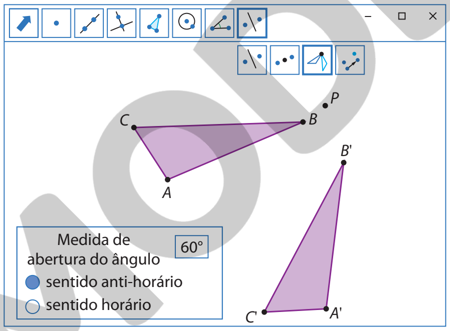
1º) Construa um polígono qualquer.

2º) Marque um ponto *P* qualquer. Esse ponto será o centro da rotação.



Ferramenta que realiza rotações.

3º) Clique na ferramenta de rotação. Depois, clique sobre o polígono e sobre o ponto *P*. Por fim, escolha a medida de abertura do ângulo e o sentido da rotação. O polígono que aparecerá na tela será a imagem da rotação.



Medida de abertura do ângulo 60°

● sentido anti-horário

○ sentido horário

INVESTIGUE

Em cada uma das construções que você realizou, meça o comprimento dos lados e a medida de abertura do ângulo que determinou a rotação correspondente dos polígonos. Depois, movimente-os. O que você observou?

Investigue: Espera-se que os estudantes respondam que observaram que as medidas de comprimento dos lados e de abertura dos ângulos correspondentes são iguais.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Em *Investigue*, os estudantes vão verificar que a reflexão em relação a uma reta, a reflexão em relação a um ponto, a translação e a rotação são isometrias.

Outras transformações geométricas no plano cartesiano

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF07MA19.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA19 da BNCC porque trabalha com a multiplicação das coordenadas dos vértices de um polígono por um número inteiro não nulo e diferente de –1.

Orientações

- Comente com os estudantes que a multiplicação das coordenadas dos vértices de um polígono por um número inteiro não nulo e diferente de –1 faz com que a figura original seja ampliada. Ao realizar essa multiplicação por apenas uma das coordenadas (abscissas ou ordenadas), a figura original é deformada.
- Para ampliar o estudo sobre a multiplicação das coordenadas por números inteiros menores que –1, questione os estudantes perguntando "Por que o retângulo *A'B'C'D'* ficou invertido?". Espera-se que os estudantes percebam que multiplicar as coordenadas dos vértices por –2 significa refletir o retângulo *ABCD* em relação à origem e depois realizar uma ampliação, obtendo o retângulo *A'B'C'D'*.
- Se julgar oportuno, realize multiplicações das coordenadas dos vértices por números fracionários, por exemplo $\frac{1}{2}$ ou $-\frac{1}{2}$, e mostre que também é possível reduzir as medidas das figuras.

6 Outras transformações geométricas no plano cartesiano

Vimos que podemos fazer algumas transformações com figuras no plano cartesiano de modo que as suas medidas sejam preservadas. E, para isso, multiplicamos as abscissas e/ou as ordenadas por –1.

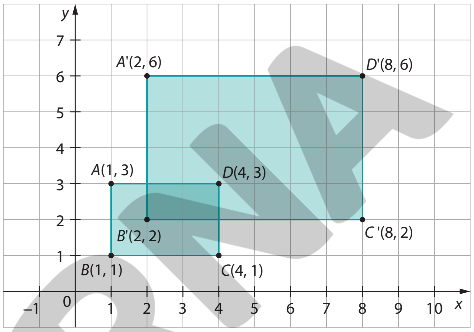
Também é possível fazer transformações geométricas que podem alterar as medidas e a forma delas multiplicando as coordenadas por números inteiros não nulos diferentes de –1. Acompanhe.

Multiplicando as coordenadas por números inteiros não nulos maiores que –1

Observe as coordenadas dos vértices dos retângulos *ABCD* e *A'B'C'D'*.

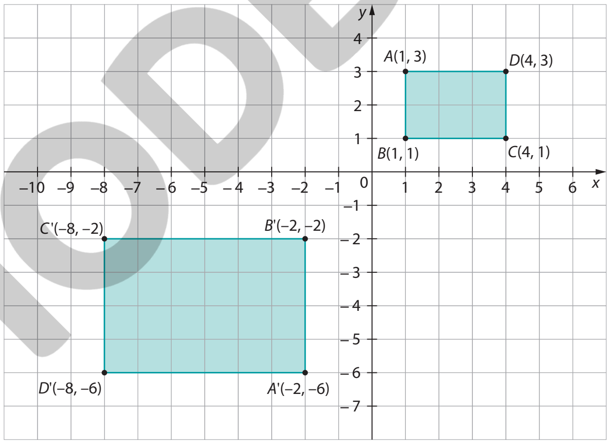
O retângulo *A'B'C'D'* foi obtido multiplicando as abscissas e as ordenadas de cada vértice do retângulo *ABCD* por 2.

Note que, nesse caso, a forma da figura original *ABCD* foi mantida e as medidas de comprimento dos lados correspondentes foram duplicadas. Podemos dizer que o retângulo *A'B'C'D'* é uma ampliação do retângulo *ABCD*.



Multiplicando as coordenadas por números inteiros menores que –1

Observe as coordenadas dos vértices dos retângulos *ABCD* e *A'B'C'D'*.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

O retângulo *A'B'C'D'* foi obtido multiplicando as abscissas e as ordenadas de cada vértice do retângulo *ABCD* por –2.

(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.

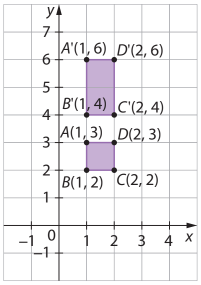
Note que, nesse caso, a forma da figura original *ABCD* foi mantida e as medidas de comprimento dos lados correspondentes também foram duplicadas, porém o retângulo *A'B'C'D'* está invertido. Podemos dizer que o retângulo *A'B'C'D'* é uma ampliação invertida do retângulo *ABCD*.

Multiplicando uma das coordenadas por números inteiros não nulos diferentes de –1

Observe as coordenadas dos vértices dos quadriláteros *ABCD* e *A'B'C'D'*.

O retângulo *A'B'C'D'* foi obtido multiplicando apenas as ordenadas de cada vértice do quadrado *ABCD* por 2.

Note que o quadrado *ABCD* teve sua forma alterada, pois obtivemos um retângulo. Note que apenas as medidas de comprimento dos lados $\overline{A'B'}$ e $\overline{C'D'}$ são o dobro das medidas de comprimento de $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ e que as medidas de comprimento de $\overline{B'C'}$ e $\overline{A'D'}$ são as mesmas que as de $\overline{BC}$ e $\overline{AD}$. Nesse caso, dizemos que houve uma deformação da figura.



Para pensar

Para pensar: Apenas as medidas de comprimento de $\overline{B'C'}$ e $\overline{A'D'}$ seriam o dobro das de $\overline{BC}$ e $\overline{AD}$ e as medidas de comprimento de $\overline{A'B'}$ e $\overline{C'D'}$ seriam as mesmas que as de $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$.

O que aconteceria se multiplicássemos por 2 apenas as abscissas de cada vértice do quadrado *ABCD*?

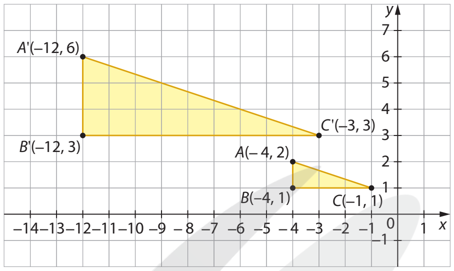
ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. a) Exemplo de resposta: Podemos afirmar que o triângulo *A'B'C'* é uma ampliação do triângulo *ABC*.

1. Observe as coordenadas dos vértices dos triângulos abaixo.

1. b) Multiplicando as coordenadas dos vértices do triângulo *ABC* por 3.



a) O que podemos afirmar sobre os triângulos *ABC* e *A'B'C'*?

b) Como é possível obter as coordenadas dos vértices do triângulo *A'B'C'* a partir das coordenadas dos vértices do triângulo *ABC*?

2. Em uma folha de papel quadriculado, determine um sistema de eixos cartesianos e represente nele o triângulo *ABC* da atividade **1**.

2. a) Resposta em *Orientações*.

2. b) Espera-se que os estudantes percebam que o triângulo *A'B'C'* é uma ampliação invertida do triângulo *ABC*.

Agora, faça o que se pede.

a) Multiplique as coordenadas do triângulo *ABC* por –3 para obter as coordenadas *A'*, *B'* e *C'*. Determine as novas coordenadas e desenhe, no mesmo sistema de eixos cartesianos, o triângulo *A'B'C'*.

b) O que é possível afirmar sobre o triângulo *A'B'C'* em relação ao triângulo *ABC*?

3. Respostas em *Orientações*.

3. Em uma folha de papel quadriculado determine um sistema de eixos cartesianos e represente nele o quadrado de vértices *P*(–4, –2), *Q*(–4, –4), *R*(–2, –4) e *S*(–2, –2).

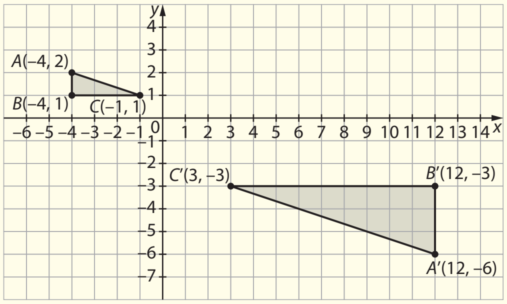
a) Multiplique apenas as abscissas do quadrado *PQRS* por –3 obtendo os pontos *P'*, *Q'*, *R'* e *S'*. Represente o quadrilátero *P'Q'R'S'* no mesmo sistema de eixos cartesianos.

b) Multiplique apenas as ordenadas do quadrado *PQRS* por –3, obtendo os pontos *P''*, *Q''*, *R''* e *S''*. Represente o quadrilátero *P''Q''R''S''* no mesmo sistema de eixos cartesianos.

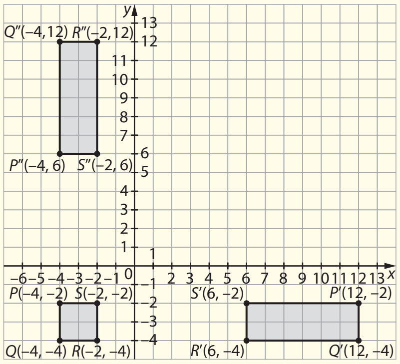
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- No boxe *Para pensar*, aproveite a pergunta para verificar se os estudantes sabem identificar qual é a abscissa e qual é a ordenada das coordenadas. Certifique-se de que eles compreendem que, ao multiplicar um dos eixos, o ponto do plano correspondente muda, deformando a figura original.

- Resposta do item **a** dada atividade **2:** *A'*(12, –6), *B'*(12, –3) e *C'*(3, –3).



- Resposta dos itens **a** e **b** da atividade **3**:



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

As transformações nas artes

Objetivos

- Trabalhar com o Tema Contemporâneo Transversal **Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras**, da macroárea **Multiculturalismo**, ao propor uma conversa sobre grafismos indígenas.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA21, das competências gerais 3 e 9 e da competência específica 3 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA21 da BNCC ao veicular o estudo das transformações geométricas às representações planas de obras de arte e aos grafismos indígenas.

Orientações

- Peça aos estudantes que observem a reprodução da obra *Peixe/pato/lagarto*, de M. C. Escher, a fim de reconhecer as transformações geométricas presentes nela. Se julgar conveniente, proponha a eles que pesquisem outras reproduções de obras de arte em que é possível reconhecer a presença de algumas das transformações geométricas estudadas. Momentos como esse, em que os estudantes apreciam uma obra de arte e percebem a presença de conceitos matemáticos, favorecem o desenvolvimento da competência geral 3 e da competência específica 3 da BNCC.

7 As transformações nas artes

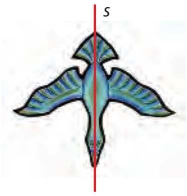
Podemos reconhecer algumas transformações geométricas nas obras de arte, em elementos arquitetônicos e em vários outros objetos e imagens.

Ao criar uma obra de arte, muitos artistas aplicam os conceitos de simetria e repetição de padrões. O artista gráfico holandês M. C. Escher (1898-1972), por exemplo, destaca-se pela habilidade de criar imagens com efeitos de ilusão de ótica e padrões obtidos a partir de figuras simples, como as observadas na obra reproduzida a seguir.

M. C. ESCHER'S "SYMMETRY DRAWING E69" © 2022 THE M. C. ESCHER COMPANY - THE NETHERLANDS. ALL RIGHTS RESERVED.

M. C. Escher. *Peixe/pato/lagarto*, 1948, 30,5 cm × 32,5 cm.

Observe que na imagem três desenhos se repetem: peixe, pato e lagarto. Todos eles apresentam simetria em relação a uma reta.



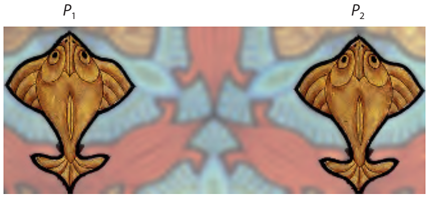
(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Competência geral 3: Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

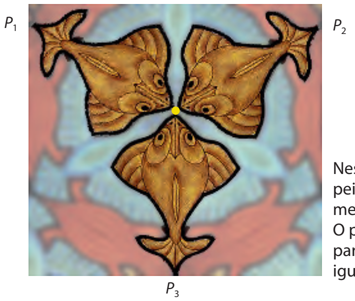
Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Além disso, é possível identificar translações e rotações de figuras. Observe.



Nesse destaque, o peixe P_1 foi deslocado na direção horizontal e no sentido da esquerda para a direita, resultando no peixe P_2.



Nesse destaque, note que o peixe P_2 foi obtido do peixe P_1 a partir de um giro, no sentido horário, de medida igual a 120° ao redor do ponto amarelo. O peixe P_3, por sua vez, foi obtido do peixe P_2 a partir de um giro, no sentido horário, de medida igual a 120° ao redor do ponto amarelo.

Para analisar

Observe novamente a reprodução da obra *Peixe/pato/lagarto*, de M. C. Escher, e identifique outras translações e rotações presentes nela. **Para analisar:** Resposta em *Orientações.*

As transformações geométricas também estão presentes em diferentes obras visuais indígenas, como a pintura corporal e a cestaria (técnica de produção de cestos). Uma característica comum nessas obras é a utilização de **grafismos**, desenhos que representam figuras geométricas ou imagens de pessoas e de animais. Observe as imagens a seguir.


RENATO SOARES/PULSAR IMAGENS

Indígenas da etnia Yawalapiti, no Parque Indígena do Xingu (MT), 2012.


RITA BARRETO/FOTOARENA - MUSEU DO ÍNDIO – EMBU DAS ARTES

Cesto dos povos Wayana e Apalaí. Museu do Índio, Embu das Artes (SP).

- As imagens desta página exemplificam como a reflexão, a translação e a rotação estão presentes na pintura corporal e na cestaria indígenas.
- Comente com os estudantes que os grafismos indígenas muitas vezes estão associados às formas observadas na natureza. Esse pode ser o momento oportuno para trabalhar com o Tema Contemporâneo Transversal **Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras** da macroárea **Multiculturalismo**. Em parceria com o professor de Arte, proponha aos estudantes que façam um trabalho sobre como as transformações geométricas estão presentes em diversas manifestações artísticas e culturais. Essa proposta também pode contar com o professor de História, para que os estudantes possam refletir sobre a importância dos indígenas na formação do povo brasileiro. Por meio desse trabalho eles terão a oportunidade de desenvolver a competência geral 3 e a competência específica 3 da BNCC.
- A valorização das matrizes indígenas e africanas como elementos identificados em objetos de conhecimento matemático contribui com o desenvolvimento da competência geral 9 da BNCC.

- Exemplos de resolução do boxe *Para analisar*:

Translação do lagarto.

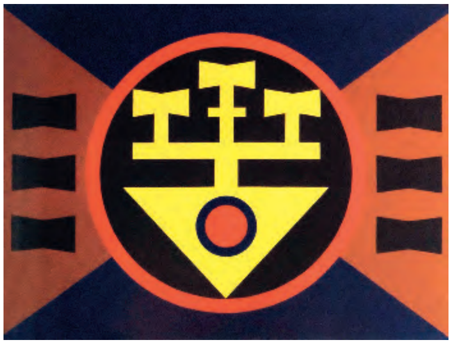
Rotação dos patos.

- No item **a** da atividade **1**, os estudantes vão observar duas obras do artista brasileiro Rubem Valentim. A fonte de inspiração das obras desse artista é o universo religioso, principalmente aquele relacionado ao candomblé ou à umbanda. Em suas obras, estão presentes signos ou emblemas em que é possível reconhecer a presença de simetria de reflexão e/ou translação. Se achar conveniente, peça aos estudantes que pesquisem outras obras desse artista na internet e as analisem, a fim de identificar as transformações geométricas presentes nelas.
- Aproveite para trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras** da macroárea **Multiculturalismo** no item **b** da atividade **1**, em que é solicitado aos estudantes que pesquisem a influência da cultura africana na formação do povo brasileiro. Esse pode ser o momento oportuno para propor um projeto interdisciplinar em parceria com o professor de História. É importante que eles reconheçam que essa cultura influenciou diversas áreas, como a culinária (com comidas como vatapá, acarajé, caruru etc.), a religiosa (candomblé, umbanda, catimbó etc.), a musical (samba, afoxé, maracatu, capoeira etc.), entre outras. Dessa forma, a competência específica 3 da BNCC tem seu desenvolvimento favorecido.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Influenciado pela cultura e pelas tradições dos povos africanos, o artista brasileiro Rubem Valentim (1922-1991) atribuía um caráter sagrado às suas produções. Aprecie, a seguir, a reprodução de duas de suas obras.


RÔMULO FIALDINI/TEMPO COMPOSTO - MUSEU DE ARTE MODERNA DA BAHIA, SALVADOR

Rubem Valentim, *Emblemágico*, 1979, 73 cm × 100 cm.


RÔMULO FIALDINI/TEMPO COMPOSTO - MUSEU DE ARTE MODERNA DA BAHIA, SALVADOR

Rubem Valentim, *Emblemágico 78*, 1978, 75,7 cm × 103 cm.

- Agora, faça o que se pede.
  - **a)** Que transformações geométricas você reconhece na reprodução da obra *Emblemágico*? E na reprodução da obra *Emblemágico 78*?
  - **b)** Reúna-se com três colegas e façam uma pesquisa sobre a influência da cultura africana na formação do povo brasileiro.

2. Nas peças de cerâmica, os grafismos podem ser pintados ou feitos por incisões. Nos vasos de cerâmica marajoara reproduzidos na imagem, os grafismos foram obtidos por pequenos cortes.

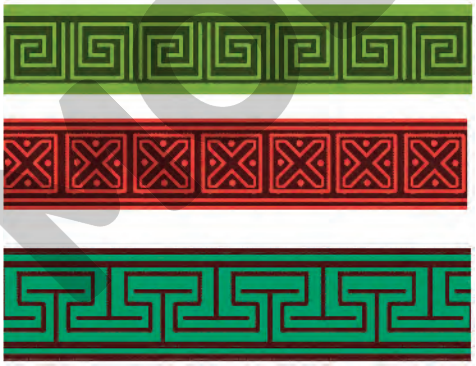
Que transformações geométricas você reconhece nesses vasos?

2. Exemplo de resposta: Reflexão em relação a uma reta, translação e rotação.


JOSÉ BASSIT/PULSAR IMAGENS

Vasos de cerâmica marajoara. Belém (PA).

3. As figuras abaixo foram criadas com base em grafismos indígenas. Observe.


ILUSTRAÇÕES: MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

- Inspirado pelas imagens apresentadas, crie um grafismo em uma folha de papel quadriculado. **3.** Resposta pessoal.

1. a) Exemplo de resposta: *Emblemágico*: reflexão em relação a uma reta; *Emblemágico 78*: reflexão em relação a uma reta.
1. b) Espera-se que os estudantes abordem na pesquisa algumas influências originárias do povo africano, por exemplo, na música e na dança: jongo, roda de capoeira, maracatu e samba de roda; nos instrumentos musicais: berimbau, tambores e agogô; na culinária: azeite de dendê; e nos aspectos da língua.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Pesquisa amostral e pesquisa censitária

Duas ideias muito importantes estão presentes nas pesquisas: a ideia de população e a de amostra.

População é o conjunto de todos os elementos que contêm uma característica que se quer estudar. A população pode ser formada, por exemplo, pelos habitantes de determinada cidade ou pelas peças produzidas por uma fábrica em certo período.

Amostra de uma população é uma parte da população que queremos estudar.

População.

Amostra da população.

ILUSTRAÇÕES: MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

Por exemplo, em uma pesquisa sobre a idade dos funcionários das 18 escolas públicas de uma cidade, temos:

- População: todos os funcionários dessas escolas.
- Amostra: funcionários de 10 das 18 escolas públicas dessa cidade.

Uma pesquisa estatística pode ser feita acessando toda a população (**pesquisa censitária**) ou uma parte dela (**pesquisa amostral**). Em geral, opta-se pelas pesquisas amostrais por razões econômicas e/ou pela impossibilidade de acessar toda a população.

Estatística e Probabilidade

Objetivos

- Definir os conceitos de população e amostra de uma população.
- Distinguir uma pesquisa censitária de uma pesquisa amostral.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA36, das competências gerais 9 e 10 e das competências específicas 7 e 8 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA36 da BNCC ao trabalhar o planejamento e a realização de uma pesquisa estatística envolvendo o tema da realidade social e identificando a necessidade de ser censitária ou amostral, além de interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.

Orientações

- Ao trabalhar a distinção entre pesquisa censitária e amostral, comente com os estudantes que, na maior parte das vezes, a tolerância a erros em uma pesquisa censitária é menor que em uma pesquisa amostral; no entanto, as pesquisas censitárias costumam ser inviáveis do ponto de vista econômico e levam um tempo maior para que sejam concluídas. Comparações como essa fornecem subsídios para que os estudantes possam identificar a necessidade de a pesquisa que vão realizar ser censitária ou amostral.
- Outro aspecto importante a destacar é que, na pesquisa amostral, deve haver um cuidado na seleção da amostra para que ela não seja tendenciosa e se aproxime da resposta que seria dada pela população. Futuramente, serão estudados diferentes tipos de amostra.

(EF07MA36) Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.
Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
Competência geral 10: Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.
Competência específica 7: Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
Competência específica 8: Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

- Na atividade **3**, os estudantes, em grupos, vão planejar e realizar uma pesquisa estatística seguindo o roteiro proposto. Na escolha do tema, incentive-os a optar por algo que envolva a realidade social, por exemplo lixo e reciclagem, igualdade de gênero, inclusão social, mobilidade urbana etc., o que contribui para o desenvolvimento da competência específica 7 da BNCC.

Oriente-os a formular questões claras e objetivas. Isso não só facilita a coleta dos dados como também diminui as chances de a pessoa consultada não compreender a questão proposta.

Para decidir como será feita a coleta de dados, os estudantes devem levar em consideração variáveis como o tempo, o tipo de pesquisa (censitária ou amostral) e o tema escolhido.

Eles devem decidir o tipo de gráfico a ser usado e colocar em prática os conhecimentos adquiridos anteriormente para escolher os gráficos que melhor representem os dados da pesquisa. Estimule-os a construir os gráficos de que precisam com o auxílio de planilhas eletrônicas.

Por fim, eles devem retomar as questões propostas inicialmente e respondê-las. É importante que compartilhem suas conclusões com os colegas de turma.

A realização de projetos como esse coloca os estudantes no papel de protagonistas do seu processo de aprendizagem e contribui para que trabalhem coletivamente e desenvolvam a competência de pensar de maneira interdependente, o que favorece o desenvolvimento das competências gerais 9 e 10 e da competência específica 8 da BNCC.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Leia as afirmações a seguir e copie no caderno a(s) verdadeira(s). **1.** alternativa **a**

a) Uma amostra é uma parte da população.
b) Uma pesquisa censitária é feita consultando parte da população.
c) Uma pesquisa amostral é feita consultando toda a população.
d) Se o público-alvo for pequeno, é indicado fazer uma pesquisa amostral.

2. Leia a pesquisa descrita em cada item, identifique a população e, depois, classifique-a em censitária ou amostral.

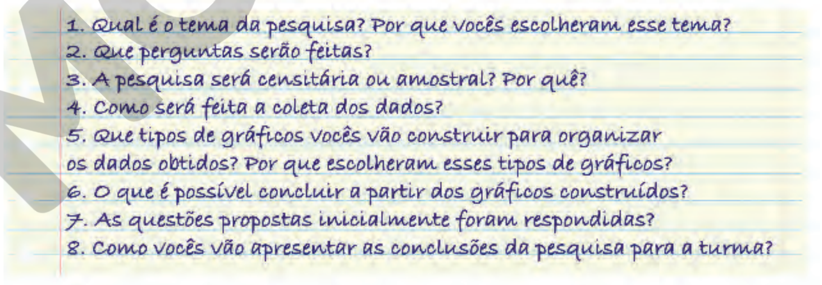
a) A dona de uma loja que vende produtos pela internet decidiu avaliar o grau de satisfação de seus clientes com o atendimento no último mês. Para isso, todo cliente que fizesse alguma compra precisava, no *site*, classificar o atendimento em ruim, regular ou ótimo.

b) Em um prédio com 240 moradores, foi feita uma pesquisa com 50 moradores, escolhidos aleatoriamente, para saber a intenção de voto para síndico do prédio. **2. b)** população: os 240 moradores do prédio; pesquisa amostral

c) Para fazer o recadastramento dos alunos de uma academia, foi necessário ligar para cada um e obter informações atualizadas. **2. c)** população: todos os alunos da academia; pesquisa censitária

2. a) população: clientes que compraram produtos na loja no último mês; pesquisa censitária

3. Reúna-se com alguns colegas para realizar uma pesquisa estatística. Ao final da pesquisa, produzam um relatório escrito procurando responder às questões a seguir. **3.** Resposta e comentários em *Orientações*.


1. Qual é o tema da pesquisa? Por que vocês escolheram esse tema?
2. Que perguntas serão feitas?
3. A pesquisa será censitária ou amostral? Por quê?
4. Como será feita a coleta dos dados?
5. Que tipos de gráficos vocês vão construir para organizar os dados obtidos? Por que escolheram esses tipos de gráficos?
6. O que é possível concluir a partir dos gráficos construídos?
7. As questões propostas inicialmente foram respondidas?
8. Como vocês vão apresentar as conclusões da pesquisa para a turma?

ILUSTRAÇÕES: MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

Trabalho em equipe

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Você e seus colegas de grupo vão realizar uma pesquisa e, para isso, precisam identificar as etapas da pesquisa, elaborar um questionário, entrevistar algumas pessoas e produzir um relatório.

Hábitos esportivos

JUSTIFICATIVA

A prática regular de esportes traz inúmeros benefícios para a saúde física e mental. Além disso, pode ser uma maneira divertida de passar o tempo com os amigos e com a família. Sabendo disso, você e seu grupo vão realizar uma pesquisa estatística para saber se as pessoas que moram na sua cidade têm o hábito de praticar esportes.

Com base em resultados de pesquisas estatísticas podemos tirar conclusões a respeito da população em estudo.

AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

OBJETIVO

- Realizar uma pesquisa estatística para saber qual esporte as pessoas de sua comunidade escolar praticam e com qual frequência.

APRESENTAÇÃO

- Relatório escrito com gráficos e tabelas.

QUESTÕES PARA PENSAR EM GRUPO

- Todos já participaram de uma pesquisa estatística?
- A pesquisa será censitária ou amostral? Justifique.
- Como será feita a coleta de dados?
- Quais perguntas serão feitas na entrevista?
- Quais tipos de gráficos e tabelas serão utilizados no relatório?
- Quais estratégias serão utilizadas para a construção dos gráficos e das tabelas?
- Quais informações vocês acham indispensáveis no relatório?
- O que é possível concluir analisando os dados obtidos na pesquisa?

NÃO SE ESQUEÇAM

- Escrevam as etapas necessárias para a realização da pesquisa.
- Elaborem um questionário para ser utilizado nas entrevistas.
- Para construir os gráficos vocês podem utilizar planilhas eletrônicas.
- Agendem um horário para realizar as entrevistas.
- Organizem um cronograma para a realização de cada etapa da pesquisa.

Trabalho em equipe

Objetivos

- Aplicar, por meio de trabalhos em grupos, os conceitos estudados.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF07MA36, das competências gerais 9 e 10 e das competências específicas 7 e 8 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF07MA36 da BNCC na medida em que os estudantes vão planejar e realizar uma pesquisa sobre hábitos esportivos, identificando a necessidade de ser censitária ou amostral, além de interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.

Orientações

- Ao organizar e realizar a pesquisa proposta na seção, os estudantes devem dividir tarefas, compartilhar conhecimentos, respeitar a opinião dos colegas, desenvolvendo, assim, aspectos das competências gerais 9 e 10 e das competências específicas 7 e 8 da BNCC.
- Após todos produzirem seus relatórios, sugira que os grupos realizem uma apresentação dos resultados das pesquisas. Nesse momento, promova uma comparação dos dados obtidos, bem como das conclusões de cada um dos grupos.

(EF07MA36) Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência geral 10: Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Competência específica 7: Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência específica 8: Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF07MA19, EF07MA20, EF07MA21 e da competência geral 9 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- As atividades desta seção contribuem para o desenvolvimento da habilidade EF07MA19 da BNCC na medida em que os estudantes realizam transformações de polígonos representados no plano cartesiano decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. Favorecem também o desenvolvimento das habilidades EF07MA20 e EF07MA21 da BNCC, pois apresentam situações que envolvem o reconhecimento e a representação de figuras obtidas por meio de simetria de reflexão, translação e rotação.

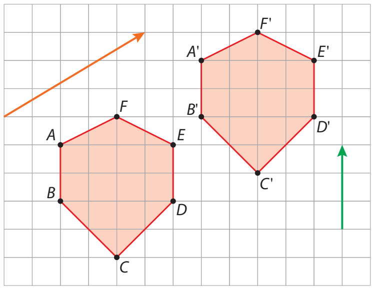
Orientações

- Nesse momento, a proposta é resolver as atividades individualmente. Assim, é possível identificar o que aprenderam e as dificuldades que estão enfrentando.
- O item **b** da atividade **3** possibilita o estímulo à valorização da diversidade e o respeito à produção artística do outro, favorecendo a competência geral 9.

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Com base na figura, classifique no caderno as afirmações a seguir em verdadeiras ou falsas, sabendo que o polígono *A'B'C'D'E'F'* foi obtido a partir do polígono *ABCDEF* por uma translação.



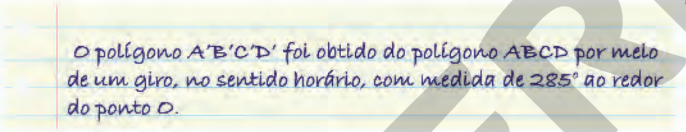
1. a) falsa
1. b) verdadeira
1. c) falsa
1. d) verdadeira

2. a) Espera-se que os estudantes concordem.

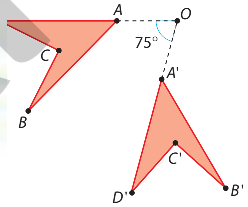
2. b) Exemplo de resposta: O polígono *A'B'C'D'* foi obtido do polígono *ABCD* por meio de um giro, no sentido anti-horário, com medida de 75° ao redor do ponto *O*.

a) O vetor dessa translação é o de cor verde.
b) Os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{B'C'}$ têm mesma medida de comprimento.
c) As aberturas dos ângulos correspondentes desses polígonos não têm a mesma medida.
d) A medida de distância entre os pontos *D* e *D'* é igual à medida de distância entre os pontos *F* e *F'*.

2. Observe como Laura descreveu a rotação representada.



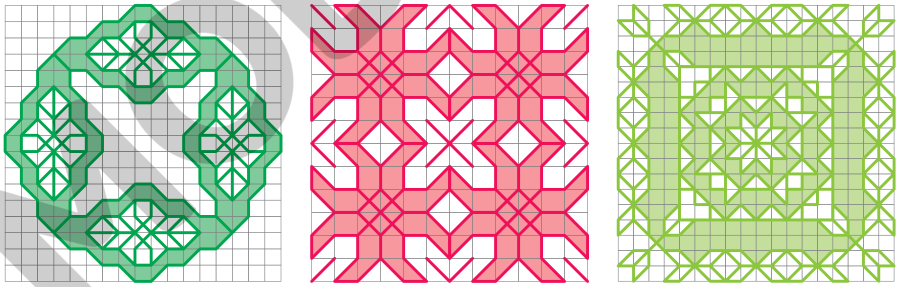
O polígono A'B'C'D' foi obtido do polígono ABCD por meio
de um giro, no sentido horário, com medida de 285° ao redor
do ponto O.



a) Você concorda com a descrição feita por Laura?
b) De que outra maneira ela poderia ter descrito essa rotação?

3. As transformações geométricas também estão presentes em bordados. Considere alguns exemplos de padrões de bordados.

3. a) Exemplo de resposta: reflexão em relação à reta, reflexão em relação a um ponto, translação e rotação.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Que transformações geométricas você reconhece nesses padrões?
b) Inspirado pelas imagens acima, crie um padrão de bordado em uma folha de papel quadriculado. Em seguida, compartilhe seu desenho com os colegas. **3. b)** Resposta pessoal.

(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.

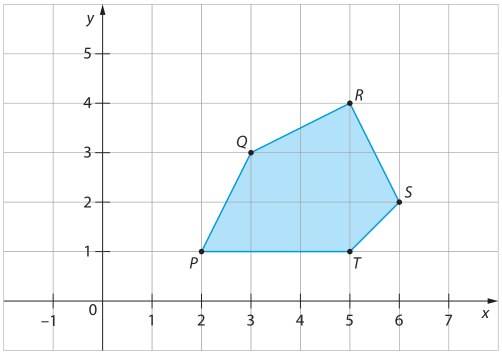
(EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.

(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

4. Observe o pentágono *PQRST* abaixo.



4. a) *P'*(–2, 1), *Q'*(–3, 3), *R'*(–5, 4), *S'*(–6, 2) e *T'*(–5, 1)

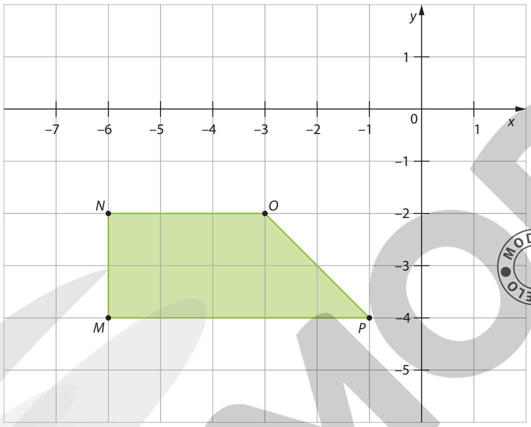
a) Quais são as coordenadas do simétrico em relação ao eixo *y* deste pentágono?

b) Em uma folha de papel quadriculado, determine um sistema de eixos cartesianos e represente nele os pentágonos *PQRST* e *P'Q'R'S'T'*. **4. b)** Resposta em *Orientações*.

5. Quais são as coordenadas do simétrico em relação ao eixo *x* do quadrilátero de vértices *A*(1, 1), *B*(1, 3), *C*(5, 5) e *D*(5, 2)? **5.** *A'*(1, –1), *B'*(1, –3), *C'*(5, –5) e *D'*(5, –2)

6. Quais são as coordenadas do simétrico do quadrilátero cujos vértices são *A*(–2, –6), *B*(–3, –1), *C*(–5, –3) e *D*(–5, –5) em relação à origem? **6.** *A'*(2, 6), *B'*(3, 1), *C'*(5, 3) e *D'*(5, 5)

7. Copie a figura abaixo em uma folha de papel quadriculado.



a) Escreva as coordenadas dos vértices do trapézio *MNOP*. **7. a)** *M*(–6, –4), *N*(–6, –2), *O*(–3, –2) e *P*(–1, –4)

b) Multiplique apenas as ordenadas dos vértices do trapézio *MNOP* por 2, localize no plano cartesiano as coordenadas *M'*, *N'*, *O'* e *P'* e desenhe o novo quadrilátero. **7. b)** Resposta em *Orientações*.

c) Multiplique apenas as abscissas dos vértices do quadrilátero *MNOP* por –2, localize no plano cartesiano as coordenadas *M''*, *N''*, *O''* e *P''* e desenhe o novo quadrilátero. **7. c)** Resposta em *Orientações*.

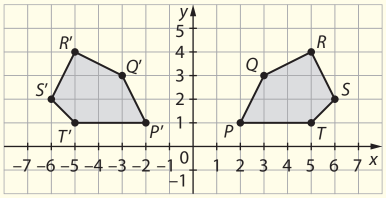
d) Obtenha o simétrico do quadrilátero *M''N''O''P''* em relação à origem. **7. d)** Resposta em *Orientações*.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

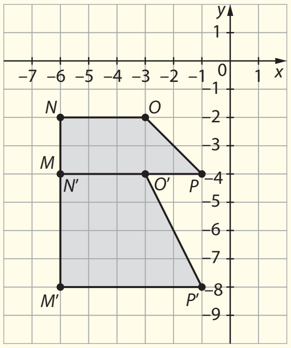
- Após terminar a seção, sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com “sim”, “às vezes” ou “não”.

Eu...
... identifico corretamente pares ordenados a partir de pontos do plano cartesiano?
... reconheço a aplicação de transformações geométricas sobre figuras?
... compreendo as características das transformações geométricas de rotação, reflexão e translação?
... sei diferenciar e aplicar rotações, reflexões e translação sobre figuras no plano?
... sei construir figuras, no plano cartesiano, a partir das coordenadas de seus pontos?
... sei construir figuras, no plano cartesiano, geradas a partir de transformações de rotação, translação e reflexão?
... sei diferenciar população e amostra?
... sei distinguir as características de pesquisas censitárias e amostrais?
... sei diferenciar pesquisas censitárias e amostrais a partir de exemplos do cotidiano?
... cuido do meu material escolar?
... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?
... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?
... tenho facilidade para compreender os conteúdos?
... realizo as tarefas propostas?

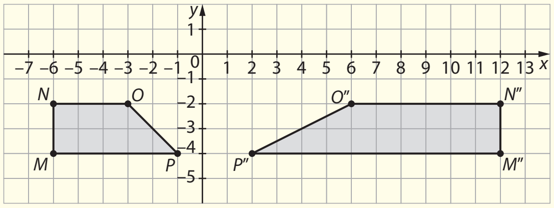
- Resposta do item **b** da atividade **4**:



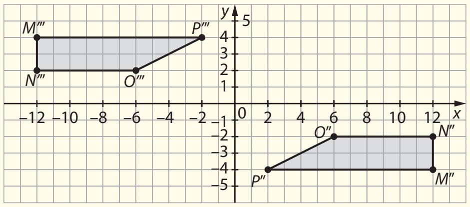
- Resposta do item **b** da atividade **7**:



- Resposta do item **c** da atividade **7**:



- Resposta do item **d** da atividade **7**:



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Para finalizar

Objetivo

- Analisar o que foi estudado na Unidade e avaliar o aprendizado.

Orientações

- Nessa etapa de conclusão da Unidade, os estudantes têm a oportunidade de retomar conceitos como razão, proporção e juros, de modo que os usem para se comunicar matematicamente.
- Nessa comunicação oral e escrita, será possível observar se ainda há dúvidas e quais são elas, proporcionando um momento ideal de reformulações e conclusões.
- Para que os estudantes consigam apontar suas dificuldades, sugerimos a seguinte estratégia.
- Solicite que reavaliem todas as atividades realizadas durante o desenvolvimento da Unidade. Em seguida, peça que listem as atividades dos Capítulos 10, 11 e 12 em que tiveram dificuldades. Depois, relacionem as atividades listadas com os conteúdos estudados. Por fim, oriente-os a se reunir em grupos para resolver as atividades listadas e a formular questões sobre as dúvidas que ainda tiverem, a fim de que você as esclareça.

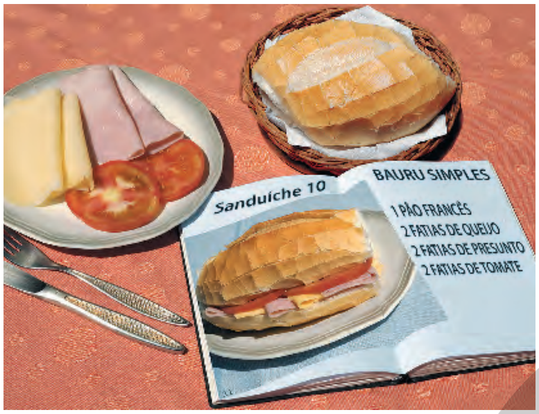
Para finalizar

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

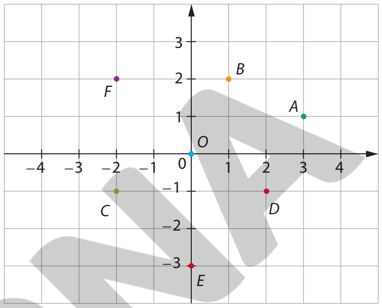
ORGANIZE SUAS IDEIAS

OBSERVE E RESPONDA

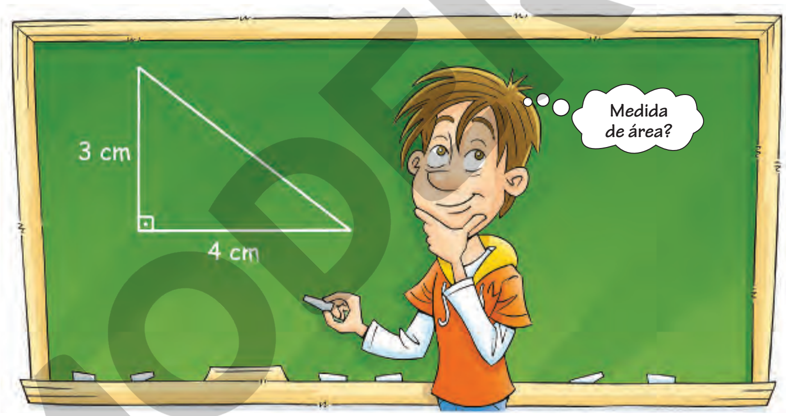
Considere as imagens a seguir.



EDUARDO SANTALIESTRA



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA



ADOLAR/ARQUIVO DA EDITORA

Com base nas imagens e também no que você aprendeu nesta Unidade, responda às questões no caderno.

1. Qual é a medida de área do triângulo desenhado no quadro acima? **Observe e responda: 1.** 6 cm^2
2. De acordo com a imagem do sanduíche, para fazer um bauru simples, devem ser usadas 2 fatias de queijo e 2 de presunto. Quantas fatias de presunto e quantas de queijo seriam necessárias para fazer 3 desses baurus? E 4? E 5? **Observe e responda: 2.** 3 baurus: 6 fatias de queijo e 6 de presunto; 4 baurus: 8 fatias de queijo e 8 de presunto; 5 baurus: 10 fatias de queijo e 10 de presunto
3. Com base no plano cartesiano, indique 4 dos pontos destacados que podem formar os vértices de um quadrado. **Observe e responda: 3.** Os pontos *ABOD* formam os vértices de um quadrado.

REGISTRE

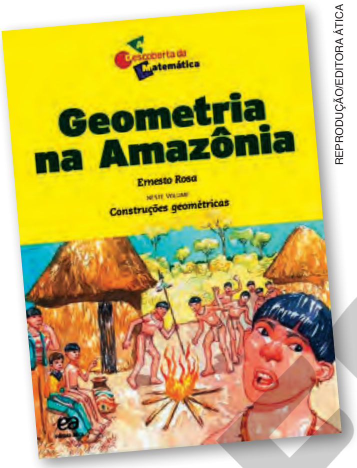
Para finalizar o estudo desta Unidade, reúna-se com um colega e façam o que se pede.

1. Que polígonos vocês conhecem? Desenhem alguns exemplos e expliquem como calcular a medida de área de cada um deles. **Registre: 1**. Resposta pessoal.
2. O que é proporção? **Registre: 2.** Proporção é uma igualdade entre duas razões.
3. Quantos eixos de simetria possui um quadrado? E um retângulo? **Registre: 3.** 4 eixos; 4 eixos
4. Na abertura desta Unidade, vocês responderam a algumas questões no boxe “Para começar...”. Retomem as questões e analisem se vocês dariam outras respostas a elas agora. Depois, escrevam um texto explicando o que aprenderam nesta Unidade. **Registre: 4.** Resposta pessoal.

Para conhecer mais

Geometria na Amazônia
(Coleção A descoberta da Matemática)
Ernesto Rosa
São Paulo: Ática, 2002.

Assuntos importantes da Matemática do Ensino Fundamental são abordados de forma lógica e clara nessa história dos irmãos André e Isabela. Enquanto sobrevoam a Floresta Amazônica, o avião em que estão colide com um urubu e, depois de o piloto fazer um pouso forçado, eles precisam construir um balão para deixar a floresta.



REPRODUÇÃO/EDITORA ÁTICA

REPRODUÇÃO/EDITORA ÁTICA

Uma proporção ecológica
(Coleção A descoberta da Matemática)
Luzia Faraco Ramos
São Paulo: Ática, 2008.

Uma viagem para participar de um projeto de pesquisa e de divulgação sobre a importância da reciclagem do lixo leva as amigas Mari, Isabela e Lina a viver uma aventura inesperada. Qual seria a reação das pessoas à proposta de reciclar lixo? Elas entenderiam a importância desse projeto ou tentariam sabotá-lo?

Enquanto vivem essa aventura, as meninas e seus amigos aprendem razão, proporção, regra de três e porcentagem.

- A proposta dada em *Registre* possibilita aos estudantes a reflexão sobre dificuldades e aprendizagens. Essa reflexão proporcionará o agir com autonomia e a responsabilidade quanto a suas aprendizagens.
- Na atividade **1**, os estudantes podem, por exemplo, desenhar um quadrado, por exemplo, e indicar que Área $=$ lado $\cdot$ lado.
- Os livros sugeridos no *Para conhecer mais* podem ser usados como material complementar e também como auxílio à aprendizagem.

Avaliação de resultado

- Para o trabalho com a atividade **1**, podem ser apresentados aos estudantes exemplos de grandezas diretamente e inversamente proporcionais, para que diferenciem o tipo de relação existente partindo de exemplos práticos e de situações reais.
- Para intervir na atividade **2**, é interessante explorar a visualização espacial e retomar a ideia de volume, preferencialmente usando material dourado, moldes ou *softwares* de Geometria dinâmica que permitam construções tridimensionais.
- Na atividade **3**, para escrever os termos da sequência $a_n = 7n$, os estudantes precisam reconhecer que n representa um número natural maior ou igual a 1 e substituir n por 1, 2, 3, 4, ..., obtendo os múltiplos não nulos de 7. Em caso de alguma dificuldade se manifestar, apresente exemplos no quadro, ressaltando a relação entre a variável n e cada termo da sequência e considerando também os casos em que o enésimo termo envolve diferentes operações além da multiplicação.
- Na atividade **4**, para resolver equações do 1º grau com uma incógnita, os estudantes precisam usar equações equivalentes a partir da aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo das igualdades; nesse caso, subtraindo 1 dos dois membros da equação e, depois, multiplicando os dois membros por 2. É importante levantar as dificuldades individuais ou coletivas, para ressaltar que uma igualdade não se altera quando adicionamos/subtraímos, multiplicamos/dividimos ambos os membros de uma equação por uma mesma quantidade ou por um mesmo número não nulo, respectivamente.
- Se julgar necessário intervir na atividade **5**, leve os estudantes a perceber que, nesse caso, uma estratégia prática é escrever frações com denominador igual a 30. Com isso, a comparação se torna mais prática ao verificar os numeradores. Outra proposta é sugerir uma situação semelhante a essa, registrando no quadro a cor dos olhos dos estudantes ou de algum objeto pessoal e questionando-os sobre a fração correspondente a cada quantidade em relação ao todo. Em todo caso, certifique-se de que eles reconheçam a relação entre parte de um todo ao indicar as frações.
- Para auxiliar os estudantes que não marcaram a alternativa correta na atividade **6**, leia novamente o enunciado e resolva-a no quadro com a participação deles. Inicialmente, oriente-os a observar o esquema e determine um intervalo em que a medida da altura de Sabrina deve estar. Espera-se que percebam que ela deve estar entre 1,50 m e 1,85 m. Em seguida, peça-lhes que analisem todas as alternativas munidos dessa informação, a fim de utilizarem seus conhecimentos a respeito da comparação de números racionais.

AVALIAÇÃO DE RESULTADO **FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

MOSTRE O QUE VOCÊ APRENDEU

1. Gabriela está fazendo uma reforma em sua casa e vai precisar pintá-la. O gerente da empresa contratada por ela informou que o tempo para finalizar a pintura dependeria da quantidade de pintores contratados e que 2 pintores realizariam o serviço em 6 dias. Se Gabriela contratar 4 pintores, em quanto tempo eles finalizarão a pintura, mantendo o mesmo ritmo de trabalho?

1. alternativa b

a) 2 dias
b) 3 dias
c) 6 dias
d) 12 dias

2. As peças a seguir fazem parte de um quebra-cabeça tridimensional. Nelas, os cubinhos possuem medida de volume igual a 1 cm³, sendo que não há cubinhos escondidos atrás das pilhas.

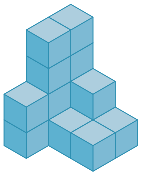


Figura 1

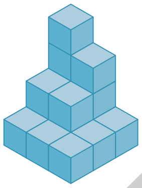


Figura 2

Qual alternativa indica a medida de volume da Figura 1 e a da Figura 2, nessa ordem?

2. alternativa a

a) 15 cm^3 e 16 cm^3
b) 11 cm^3 e 11 cm^3
c) 16 cm^3 e 16 cm^3
d) 15 cm^3 e 15 cm^3

3. A sequência numérica na forma (a_1, a_2, a_3, a_4, ...) em que o enésimo termo é dado por $a_n = 7n$, em que n é um número natural maior ou igual a 1, é:

3. alternativa b

a) (71, 72, 73, 74, ...)
b) (7, 14, 21, 28, ...)
c) (0, 7, 14, 21, ...)
d) (1, 2, 3, 4, ...)

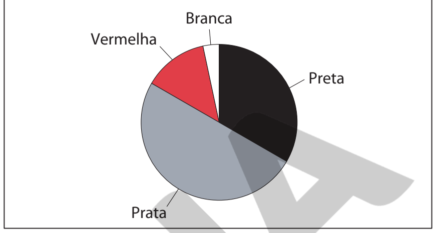
4. A solução da equação $\frac{x}{2} + 1 = 3$, considerando $U = \mathbb{Q}$ é:

4. alternativa c

a) 1
b) 2
c) 4
d) 8

5. O gráfico a seguir representa os 30 veículos que foram vendidos no último mês em certa concessionária, segundo as quatro opções de cores disponíveis.

COR DOS VEÍCULOS VENDIDOS NA CONCESSIONÁRIA

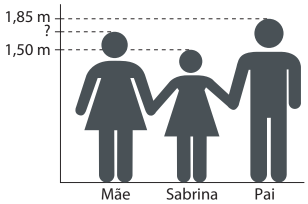


Dados obtidos pela concessionária em dezembro de 2022.

Qual alternativa indica uma possibilidade para relacionar cada setor do gráfico a uma fração da quantidade de veículos vendidos? 5. alternativa d

a) Branca: $\frac{1}{2}$, prata: $\frac{1}{30}$, preta: $\frac{2}{15}$ e vermelha: $\frac{1}{3}$
b) Branca: $\frac{1}{30}$, prata: $\frac{1}{3}$, preta: $\frac{2}{15}$ e vermelha: $\frac{1}{2}$
c) Branca: $\frac{2}{15}$, prata: $\frac{1}{2}$, preta: $\frac{1}{3}$ e vermelha: $\frac{1}{30}$
d) Branca: $\frac{1}{30}$, prata: $\frac{1}{2}$, preta: $\frac{1}{3}$ e vermelha: $\frac{2}{15}$

6. O esquema a seguir representa a medida das alturas de Sabrina e de seus pais.



Qual medida melhor representa a altura da mãe de Sabrina?

6. alternativa d

a) 0,675 m
b) 1,50 m
c) 1,51 m
d) 1,70 m

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

7. A uma medida de velocidade média de 70 km/h, Felipe percorreu com seu automóvel a medida de distância entre duas cidades em 40 minutos. Quanto tempo Felipe levaria para percorrer esse mesmo trajeto a uma medida de velocidade média de 80 km/h? **7.** alternativa **b**

a) 30 minutos
b) 35 minutos
c) 45 minutos
d) 140 minutos

8. Cada opção a seguir indica três medidas de comprimento.

Opção	Medidas de comprimento (em cm)		
A	14	8	5
B	2	7	4
C	12	7	9
D	9	21	10

Qual dessas opções pode indicar as medidas de comprimento dos lados de um triângulo? **8.** alternativa **c**

a) A
b) B
c) C
d) D

9. O quadro a seguir mostra a quantidade de gols marcados nos cinco primeiros jogos de um campeonato de futebol.

Jogos	Quantidade de gols marcados
1º	7
2º	5
3º	3
4º	1
5º	0

Qual foi a média aritmética de gols marcados nesses jogos de futebol? **9.** alternativa **c**

a) 4
b) 3
c) 3,2
d) 16

10. Um pintor obteve a medida de 40 L de tinta por meio da mistura de três cores: branca, bege e amarela. Sabe-se que, desse total, $\frac{3}{5}$ foi obtido da tinta branca e $\frac{1}{6}$ foi obtido da tinta bege. Qual fração representa a medida da parte correspondente à tinta amarela em relação aos 40 L medidos? **10.** alternativa **d**

a) $\frac{2}{5}$
b) $\frac{5}{6}$
c) $\frac{23}{30}$
d) $\frac{7}{30}$

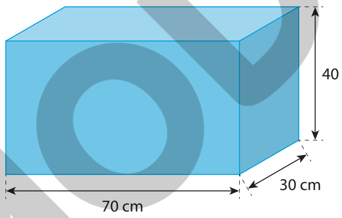
11. Em uma loja, um tênis que custava R$ 200,00 entrou em promoção e está sendo vendido com desconto de 45%. Qual alternativa indica o preço do tênis com esse desconto? **11.** alternativa **b**

a) R$ 90,00
b) R$ 110,00
c) R$ 290,00
d) R$ 245,00

12. Taís faz sucos naturais e bolo para vender. Ela cobra R$ 6,00 pelo suco e R$ 9,00 por pedaço de bolo. Qual expressão algébrica descreve o valor arrecadado por Taís com a venda de x sucos e y pedaços de bolo? **12.** alternativa **c**

a) $x + y + 15$
b) $x + y$
c) $6x + 9y$
d) $9x + 6y$

13. A figura a seguir representa o formato e as dimensões internas de um aquário.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Qual item indica a medida de volume, em centímetro cúbico, desse aquário e a de sua capacidade máxima, em litro, nessa ordem? **13.** alternativa **a**

a) $84\,000\ \text{cm}^3$; 84 L
b) $840\ \text{cm}^3$; 840 L
c) $84\ \text{cm}^3$; 84 L
d) $84\,000\ \text{cm}^3$; 84 000 L

- Na atividade **7**, os estudantes que indicaram a alternativa **a** podem não ter utilizado cálculo algum, entendendo que, ao aumentar a velocidade média, o tempo para percorrer o trajeto diminuiria e, como a velocidade média aumentou em 10 km/h, o tempo também deveria diminuir 10 unidades, obtendo 30 minutos. Em todo caso, retome as ideias relacionadas à variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas. Inicialmente, é necessário esclarecer que deve-se utilizar a propriedade fundamental das proporções (o produto dos extremos é igual ao produto dos meios). Desse modo, nas situações em que as grandezas forem inversamente proporcionais, é necessário escrever a proporção indicando uma razão e invertendo a outra, ou seja, trocando o numerador pelo denominador. Em seguida, apresente a eles problemas que envolvam a variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas e auxilie-os a resolvê-las.
- Na atividade **8**, é interessante retomar o enunciado e oportunizar momentos de discussão e argumentação para evidenciar os motivos dos equívocos cometidos. Se julgar conveniente, proponha a construção desses triângulos com o auxílio de régua e compasso para que os estudantes validem as opções. Para evitar acidentes, oriente os estudantes a manusear o compasso com cuidado.
- Na atividade **9**, favoreça momentos de discussão e argumentação para evidenciar os motivos dos equívocos cometidos e uma possível intervenção individual ou coletiva.
- Para resolver a atividade **10**, os estudantes precisam reconhecer que o total (40 L de tinta) representa um inteiro ou uma unidade (1) e subtrair desse número as duas frações correspondentes às cores branca e bege para obter a parte correspondente à cor amarela na mistura, ou seja, efetuar $1 - \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{6}\right)$ ou $1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{6}$. Possíveis equívocos estão relacionados a esse entendimento, à interpretação do enunciado ou, ainda, à resolução da adição algébrica com números racionais. Para levantar as dificuldades individuais ou coletivas e propor intervenções, analise os registros e os cálculos realizados, verificando as diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes.
- Há mais de uma maneira de resolver a atividade **11**. Favoreça momentos de discussão e argumentação para que os estudantes compartilhem suas estratégias.
- Na atividade **12**, os estudantes precisam construir a expressão algébrica que representa o total arrecadado na venda dos dois produtos, associando as variáveis e os valores unitários. Aproveite para avaliar o pensamento algébrico da turma e proponha questões mais simples como: “O triplo de um número é igual a 18. Que número é esse?” (6); “Qual é o número que, adicionado a 2, resulta em 10?” (8); “A terça parte de um número é igual a 5. Que número é esse?” (15).
- Na atividade **13**, os estudantes precisam calcular a medida de volume de um paralelepípedo e, depois, reconhecer que a medida de volume de 1 dm^3 equivale a 1 L de capacidade ou que 1 cm^3 equivale a 1 mL, por exemplo. O grau de dificuldade nesse processo é elevado pela necessidade de converter cm para dm ou, então, mL para L antes de relacionar as duas grandezas; por isso, alguns estudantes podem marcar as alternativas considerando uma equivalência direta, conforme sugerido nas alternativas **c** e **d**. Pode-se então realizar um trabalho de retomada de conteúdos.

RESPOSTAS

UNIDADE 1

CAPÍTULO 1

Página 32

1 alternativa **b**

2 **a)** Os números 35 e 55 não são primos entre si, pois mdc (35, 55) = 5.
c) O mdc (5, 15) é maior que o mdc (3, 7).

3 alternativa **c**

4 daqui a 42 dias

5 120 biscoitos

6 **a)** 450 segundos
b) Carla: 54 voltas; Jane: 60 voltas

7 **a)** 4 estudantes
b) 172 equipes
c) nos cursos A e D

8 $1\,050 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$

CAPÍTULO 2

Página 69

1 **a)** +5; –7
b) +1
c) –3

2 alternativas **a** e **b**

3 –5

4 zero

6 **a)** $-12 < +15$
b) $0 > -3$
c) $+12 > -15$
d) $+4 < +7$

7 **a)** a cidade B; a cidade A
b) na cidade B
c) –1 °C

8 **a)** –12
b) –9
c) –4
d) –3
e) Exemplo de resposta: 1 e (–1)

9 **a)** associativa

10 **a)** –10
b) +10
c) +111
d) –95
e) –26

12 **a)** –1 824
b) 2 208
c) –105
d) 17

14 **a)** 5^3
b) 500 caixas
c) 6 lotes

15 **a)** 3^3
b) 16 cubinhos

16 **a)** *A*: 1; *B*: 8; *C*: 27; *D*: 64; *E*: 125; *F*: 216
b) 1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3 e 6^3
c) 1, 9, 36, 100, 225 e 441
d) 1^2, 3^2, 6^2, 10^2, 15^2 e 21^2
e) A soma das seis bases de **b** é igual à sexta base de **d**.
f) Em cada caso, a soma das primeiras bases de **b** é igual à respectiva base de **d**.

17 às 14 horas e 19 minutos

18 **a)** 25
b) sim; $121 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21$

19 **a)** 64 bolinhas
b) 216 bolinhas
c) $8 \cdot 100^3$ bolinhas

CAPÍTULO 3

Página 91

1 **a)** 83° e 143°

2 alternativa **b**

3 alternativa **a**

4 160°

6 **a)** 40°
b) 70°
c) 30°
d) 120°

7 **a)** $x = 30°$ e $y = 40°$
b) $x = 110°$ e $y = 30°$

UNIDADE 2

CAPÍTULO 4

Página 128

1 $-98; \frac{5}{3}; 5\frac{9}{13}; 14; -\frac{2}{3}$

2 alternativa **b**; Exemplo de resposta: Na reta numérica, o número $|-0{,}63|$ está entre os números $\frac{5}{9}$ e $\frac{6}{9}$.

3 dormir

4 Júlia está correta, e Ricardo está errado.

5 R$ 21,20

6 Exemplo de resposta: Porque o resultado de 2,25 + 3,75 é 6; portanto, esse agrupamento facilita o cálculo da operação mentalmente.

7 **a)** 0
  b) –1,5
  c) –0,5
  d) 1,75

8 **a)** +0,8
  b) $-\frac{1}{3}$
  c) $-\frac{1}{4}$
  d) 0
  e) –1,7

9 3 kg

10 $\frac{1}{60}$

12 $\frac{1}{4}$

13 R$ 109,35

14 2,9

15 $\frac{15}{16}$

17 3^0

18 não

CAPÍTULO 5

Página 148

1 **a)** o caminho de João
  b) 100 cm

2 **a)** 510,7 cm
  b) 90 cm

3 280 m

4 0,0003 mm e 0,01 mm

5 **a)** aproximadamente 780 000 000 km
  b) $7{,}8 \cdot 10^8$ km

6 **a)** Daniela
  b) Mariana
  c) 16 min

7 5 kg

CAPÍTULO 6

Página 167

1 **a)** 188 cm
  b) 300 cm

2 alternativa **d**

3 **a)** $x + y$
  b) $a + b + c + d$
  c) $m \cdot m$ ou m^2
  d) $a \cdot a \cdot a$ ou a^3

4 **a)** $2 \cdot x$
  b) $\frac{x}{3}$
  c) $x + 5$
  d) $\frac{x+5}{2}$

5 **a)** $x + 20$
  b) 100 cm
  c) 120 cm

6 **a)** medida de área em metro quadrado: $x(x + 25)$
  b) medida do perímetro em metro: $4x + 50$
  c) 3 750 m²; 250 m

7 $\frac{x}{30}$ reais; 375 reais

8 **a)** 14
  b) 168
  c) 4

9 **a)** $-\frac{27}{4}$
  b) 0

10 **a)** (–3, –2, –1)
  b) (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19)
  c) (0, 11, 22, 33, 44, 55, ...)

11 **a)** (9, 18, 27, 36, 45, ...)
  b) (2, 5, 10, 17, 26, ...)
  c) (1, 11, 21, 31, 41, ...)
  d) (2, 8, 10, 18, 28, ...)

12 **a)** não
  c) $n = 2 \cdot (x - 1)$ ou $n = 2x - 2$

13 Todas as sequências são recursivas.

14 1 999

15 Exemplo de resposta:
$a_n = 10n - 2$ e $a_1 = 8$
$a_{n+1} = a_n + 10$

UNIDADE 3

CAPÍTULO 7

Página 203

1 **a)** $3x + 3 = 24; x = 7$
  b) $2x - 25 = 7; x = 16$
  c) $\frac{1}{2}x - 1 = 3; x = 8$
  d) $\frac{3}{4}x + 5 = \frac{1}{2}; x = -6$

2 A – III; B – I; C – IV; D – II

3 **a)** $\frac{5}{3}$

b) Não tem solução.

c) Não tem solução.

d) $\frac{5}{3}$

4 **a)** $x = -10$

b) $x = \frac{1}{5}$

c) $y = 40$

5 **a)** $12x$
b) 5 cm
c) 1 200 cm
d) $2x \cdot 4x$ ou $8x^2$

6 alternativa **d**

7 2 300 km

8 R$ 18,00

9 aproximadamente 6 960 m

10 R$ 24 000,00

11 Jorge: 5; Ricardo: 2; Régis: 7

12 8 filmes de ficção científica, 16 de comédia e 32 de aventura

13 **a)** $x \geqslant \frac{21}{8}$, com $x \in \mathbb{Q}$

b) $x \leqslant -12$, com $x \in \mathbb{Q}$

c) $x > 2$, com $x \in \mathbb{Q}$

d) Não tem solução.

14 $x > 7$

15 **a)** $2x + 4 \leqslant 12$
b) 4 toneladas

16 R$ 208,00

17 **a)** não
b) $18\,700 + 12\,400 < 34\,000$ ou $31\,100 < 34\,000$

18 7,5

19 O mais novo tem 7 anos e o mais velho, 28 anos.

CAPÍTULO 8

Página 219

1 **a)** $x = 130°$ e $y = 50°$

b) $x = 110°$ e $y = 125°$

2 alternativa **b**

3 alternativas **b** e **e**

5 **a)** sim; não
b) sim
c) Há infinitos eixos de simetria.

6 aproximadamente 27,3 m

8 **a)** $\pi \simeq 3,14$ e $\frac{22}{7} \simeq 3,14$; os números arredondados são iguais.

b) $\pi \simeq 3,142$ e $\frac{22}{7} \simeq 3,143$; a diferença entre os números arredondados é de 1 milésimo.

CAPÍTULO 9

Página 242

1 lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$

vértices: A, B e C

ângulos internos: $A\hat{B}C$, $B\hat{C}A$ e $C\hat{A}B$

2 alternativa **d**

3 **a)** 45°

b) 42°

c) 35°

d) 90°

e) 55°

f) 65°; 65°

4 Respostas possíveis: 80° e 80° ou 20° e 140°

6 **a)** Todos são triângulos retângulos isósceles.

b) 4 triângulos pequenos

7 Os esboços IV e V estão errados, pois os triângulos não existem.

8 Não é possível construir um triângulo com as medidas de comprimento 4 cm, 5 cm e 10 cm.

9 5 cm

10 **a)** sim

b) não

12 $3x + 30° + x + 10° + 2x - 10° = 180°$; $x = 25°$

13 **a)** retângulo

b) retângulo; losango

c) losango

14 A – III; B – I; C – II

16 um paralelogramo

17 **a)** $x = 6$ cm

b) $x = 7,5$ cm

18 **a)** $x = 60°$

b) $x = 36°$

19 **a)** falsa

b) verdadeira

c) verdadeira

d) verdadeira

e) verdadeira

f) verdadeira

g) verdadeira

20 **a)** 3 trapézios isósceles

b) 3 losangos

21 24 cm

22 **a)** um octógono

b) 32 cm

23 $x = 30°$; $y = 70°$; $z = 40°$

24 alternativa **c**

UNIDADE 4

CAPÍTULO 10

Página 263

1 **a)** 242 lotes
  b) R$ 18 150 000,00

2 **a)** 5 salas
  b) 2,42 ha

3 100 lajotas

4 549 m^2

5 **a)** 746 000 m^2
  b) 186 500 m^2

6 10 dm^2

7 19 cm^2

8 A inclinação dos triângulos não é a mesma que a dos trapézios.

CAPÍTULO 11

Página 295

1 Exemplo de resposta: $\frac{4}{3}$

2 **a)** não
  b) sim

3 **a)** $\frac{1}{9}$
  b) aproximadamente 11%
  c) $\frac{1}{3}$
  d) $\frac{2}{3}$
  e) aproximadamente 33% e 67%, respectivamente

5 R$ 200,00

6 aproximadamente 128 min

7 R$ 28 000,00, R$ 21 000,00 e R$ 42 000,00, respectivamente

8 400 kg

9 16 cm

10 3 000 km

11 aproximadamente 2 kg

13 20%

14 **a)** aproximadamente R$ 1 331,48
  b) aproximadamente R$ 32,48

15 aproximadamente R$ 4,45

16 R$ 95,00

17 **a)** plano semestral: R$ 360,00; plano trimestral: R$ 420,00; plano mensal: R$ 480,00
  b) aproximadamente 14,3%
  c) aproximadamente 33,33%

18 **a)** 20%
  b) R$ 270,00

19 **a)** R$ 142,50; R$ 82,50
  b) $\frac{4}{3}$

CAPÍTULO 12

Página 324

1 **a)** falsa
  b) verdadeira
  c) falsa
  d) verdadeira

2 **b)** Exemplo de resposta: O polígono *A'B'C'D'* foi obtido do polígono *ABCD* por meio de um giro, no sentido anti-horário, com medida de 75° ao redor do ponto *O*.

3 **a)** Exemplo de resposta: reflexão em relação à reta, reflexão em relação a um ponto, translação e rotação.

4 **a)** *P'*(–2, 1), *Q'*(–3, 3), *R'*(–5, 4), *S'* (–6, 2) e *T'*(–5, 1)

5 *A'*(1, –1), *B'*(1, –3), *C'*(5, –5) e *D'*(5, –2)

6 *A'*(2, 6), *B'*(3, 1), *C'*(5, 3) e *D'*(5, 5)

7 **a)** *M*(–6, –4), *N*(–6, –2), *O*(–3, –2) e *P*(–1, –4)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS

ASIMOV, Isaac. *No mundo dos números.* Tradução de Lauro S. Blandy. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989. (Coleção Ciência).
A obra apresenta a Matemática por meio de uma linguagem simples e compreensível. Com abordagens não convencionais, solidifica as noções do significado e da aplicação dos números.

ÁVILA, Geraldo. A distribuição dos números primos. *Revista do Professor de Matemática*. São Paulo, n. 19, p. 19-26, 2º sem. 1991.
O artigo versa sobre a descoberta da distribuição da tabela de números primos e suas demonstrações.

BARBOSA, Ruy Madsen. *Descobrindo padrões em mosaicos*. 3. ed. São Paulo: Atual, 2001.
Obra que convida a conhecer a fascinante arte de descobrir e criar padrões na Geometria plana.

BARBOSA, Ruy Madsen. *Descobrindo padrões pitagóricos*. 3. ed. São Paulo: Atual, 2001.
O livro traz os conceitos que estruturam a pavimentação no plano fazendo emergir a Matemática oculta nesses padrões.

BAUMGART, John K. *História da Álgebra*. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992. (Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula, v. 4.).
A obra traz a história da Álgebra, desde a etimologia passando da Álgebra antiga à Álgebra moderna.

BOLTIANSKI, Vladimir. G. *Figuras equivalentes e equicompostas*. Tradução de Seiji Hariki. São Paulo: Atual, 1996.
A obra se dedica a estudar certas questões relacionadas com a equicomposição de figuras, entre elas polígonos e poliedros.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática*. Tradução de Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.
O livro apresenta um estudo aprofundado da história da Matemática desde o Egito antigo até as tendências mais recentes. Mostra também a fascinante relação entre o desenvolvimento dos conhecimentos sobre números, formas e padrões e a evolução da humanidade.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Brasil no Pisa 2018* [recurso eletrônico]. Brasília, DF: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020. p. 185.
O Pisa, programa internacional de avaliação de estudantes, é uma ferramenta importante para avaliar o desempenho dos estudantes que concluíram a Educação Básica, além de fornecer parâmetros que ajudam a definir o futuro da educação no país.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular* – versão final. Brasília, DF: MEC, 2018.
Documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: Contexto Histórico e Pressupostos Pedagógicos. Brasília, DF: MEC, 2019.
Material que apresenta a relação entre diferentes componentes curriculares de forma integrada, fazendo conexões com situações da realidade dos estudantes.

BRASIL. *Sistema Internacional de Unidades (SI)* [recurso eletrônico]. Tradução do Grupo de Trabalho luso-brasileiro do Inmetro e IPQ. Brasília, DF: Inmetro, 2021. 842 kB; pdf.
O documento traz a revisão do Sistema Internacional de Unidades, por meio da adoção das novas definições das sete unidades de base, que entraram em vigor em 20 de maio de 2019, considerando o uso de sete constantes definidoras.

CARNEIRO, Mario; SPIRA, Michel. *Oficina de dobraduras*. Rio de Janeiro: IMPA/OBMEP, 2015.
O trabalho aborda a Geometria por meio de dobraduras como instrumento pedagógico, com demonstrações e atividades.

CENTURIÓN, Marília. *Conteúdo e metodologia da Matemática:* números e operações. São Paulo: Scipione, 1994.
A obra aborda noções fundamentais do conteúdo matemático e expressa a necessidade da construção dos conceitos de forma lógica.

CHI, Michelene T. H.; GLASER, Robert A. Capacidade para a solução de problemas. *In*: STERNBERG, Robert J. *As capacidades intelectuais humanas*: uma abordagem em processamento de informações. Porto Alegre: Artmed, 1992.
O artigo versa sobre a competência cognitiva e sua influência na solução de problemas.

DANTE, Luiz Roberto. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. São Paulo: Ática, 1989.

A obra versa sobre a resolução de problemas como uma metodologia de ensino da Matemática; os capítulos descrevem objetivos, tipologias de problemas, abordagens, resoluções e sugestões.

DAVID, Maria Manuela M. S.; FONSECA, Maria da Conceição F. R. Sobre o conceito de número racional e a representação fracionária. *Presença Pedagógica*, Belo Horizonte, v. 3, n. 14, mar./abr. 1997.

O artigo traz uma abordagem diferenciada para o conteúdo de números racionais, provendo o professor de elementos para compreender como o estudante assimila esse conteúdo e permitindo ao estudante perceber a intencionalidade na dinâmica da produção do conhecimento matemático.

DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira (coord.); SMOLE, Kátia Cristina Stocco. A construção da bissetriz de um ângulo. *In*: *O conceito de ângulo e o ensino de Geometria*. São Paulo: IME-USP; CAEM, 1993.

O texto aborda a construção da bissetriz com o uso de régua e compasso.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e fundamento cognitivo da compreensão em Matemática. *In*: MACHADO, Silvia D. A. (org.). *Aprendizagem em Matemática*: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

Trata-se de uma coletânea de pesquisas de autores nacionais com a finalidade de divulgar a teoria de Duval, que afirma que a maneira matemática de raciocinar e visualizar está intrinsecamente ligada à utilização das representações semióticas.

EVES, Howard. *Introdução à história da Matemática*. Tradução de Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Unicamp, 2011.

A obra abarca a história da Matemática desde a Antiguidade até os tempos modernos. O livro traz também recursos pedagógicos ao fim de cada capítulo, abordando panoramas culturais da época relatada.

FRAGOSO, Wagner da Cunha. Uma abordagem histórica da equação do 2º grau. *Revista do Professor de Matemática*, SBM, São Paulo, n. 43, p. 20 a 25, 2º quadrimestre 2000.

O autor tem como objetivo apresentar a história por trás da equação do 2º grau, uma perspectiva pouco abordada em sala de aula e que desperta a curiosidade dos estudantes.

GUEDJ, Denis. *O teorema do papagaio*. Tradução de Eduardo Brandão. São Paulo: Companhia das Letras, 2001.

O livro é um suspense matemático-policial, uma abordagem literária da história da Matemática.

HOUAISS, Antonio. *Minidicionário Houaiss da Língua Portuguesa*. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2020.

Dicionário redigido seguindo o acordo ortográfico, apresenta as novas regras de acentuação, hifenização e grafia.

IBGE. *Censo demográfico 2010*. Rio de Janeiro: IBGE, 2011.

Constitui a principal fonte de referência para o conhecimento das condições de vida da população em todos os municípios do país e em seus recortes territoriais internos, tendo como unidade de coleta a pessoa residente, na data de referência, em domicílio do território nacional.

IFRAH, Georges. *História universal dos algarismos*. Tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v. 2.

A obra versa sobre a história do cálculo aritmético, das escritas e notações numéricas até a informatização.

IMENES, Luiz Márcio; JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo. *Equação do 2º grau*. São Paulo: Atual, 1992.

Um livro repleto de exemplos de aplicações divertidas da equação do 2º grau, assim como uma viagem ao século V a.C. para conhecer o Partenon e também as resoluções usando geometria de Galileu e Isaac Newton.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. *Conversa de professor*: Matemática. Brasília, DF: Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação a Distância, 1996. (Cadernos da TV Escola).

A obra desenvolve uma conversa objetiva e didática sobre o ensino da Matemática, com exemplos de aplicações que podem ser implementados em sala de aula.

LIMA, Elon Lages. *Meu professor de Matemática e outras histórias*. Rio de Janeiro: SBM, IMPA, 1991. (Coleção Professor de Matemática).

O livro é composto de pequenos ensaios da matemática elementar que vão desde questões simples, como o significado da igualdade, até questões mais elaboradas, como a definição de pi.

LIMA, José Mauricio de Figueiredo. Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento da conservação de quantidade. *In*: CARRAHER, Terezinha Nunes (org.). *Aprender pensando*. Petrópolis: Vozes, 2008.

O texto explora uma das origens da fração, situada na divisão das terras no Egito. O autor faz a abordagem por meio da divisão de figuras enfatizando a conservação da área como pré-requisito à noção do conceito de fração.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert (org.). *Aprendendo e ensinando Geometria*. São Paulo: Atual, 2005.
A obra é uma reunião de artigos selecionados com os temas Educação Matemática e Geometria.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectiva em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.
Os autores exploram a inter-relação na aprendizagem da Álgebra e da Aritmética e analisam de que modo isso pode influenciar mudanças na educação matemática escolar.

MENDES, Iran Abreu. *Números*: o simbólico e o racional na história. São Paulo: Livraria da Física, 2006.
Nessa obra, o autor reorganiza a história de como os humanos inventaram e desenvolveram métodos para contar, ordenar e quantificar, com narrativa leve e diferente despertando o interesse dos estudantes.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. Compreendendo números racionais. *In*: *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997. p. 191-217.
O capítulo trata o ensino de frações a fim de evitar conduzir as crianças ao erro.

OZAMIZ, Miguel de Guzmán. *Aventuras matemáticas*. Tradução de João Filipe Queiró. Lisboa: Gradiva, 1991.
A obra envolve o leitor e estimula a participação ativa em diversos aspectos da criatividade matemática.

PERRENOUD, Phillipe *et al*. *As competências para ensinar no século XXI*: a formação dos professores e o desafio da avaliação. Tradução de Cláudia Schilling e Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed, 2002.
Os assuntos trazidos nessa obra são de alta relevância para o professor, pois auxiliam na tomada de decisões importantes e na busca por um trabalho diferenciado e construtivo, contribuindo para o aprimoramento do ensino.

PIRES, Célia M. C.; CURI, Edda. Revendo conteúdos, propondo atividades e observando como as crianças lidam com as figuras bidimensionais. *In*: PIRES, Célia M. C.; CURI, Edda; CAMPOS, Tania M. M. *Espaço & forma*: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental. São Paulo: Proem, 2000.
As autoras, nessa obra, analisam como as crianças constroem relações espaciais e, no capítulo 4, propõem atividades com figuras bidimensionais.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas.* Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.
Nessa obra o autor traz uma série de estratégias práticas que auxiliam na solução de problemas.

TAHAN, Malba. *O homem que calculava.* 76. ed. Rio de Janeiro: Record, 2009.
A obra é referência no universo dos livros paradidáticos. O objetivo da história é mostrar como a Matemática está presente em tudo, e o autor consegue envolver o leitor ao mesmo tempo que ensina Matemática.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. *Didática de Matemática*: como dois e dois – a construção da Matemática. São Paulo: FTD, 1997.
Por meio de atividades diversas, os autores despertam a intuição matemática em todas as pessoas e rompem os preconceitos que cercam a disciplina. Para complementar, a obra contém textos interessantes sobre o desenvolvimento da ciência com interpretações variadas da perspectiva matemática.

ZASLAVSKY, Claudia. *Jogos e atividades matemáticas do mundo inteiro*: diversão multicultural para idades de 8 a 12 anos. Tradução de Pedro Theobald. Porto Alegre: Artmed, 2000.
A obra traz jogos do mundo inteiro que utilizam Geometria para desenhar tabuleiros e pensamento lógico para planejar estratégias.

ISBN 978-85-16-13536-2