ARARIBÁ conecta

MATEMÁTICA

MANUAL DO PROFESSOR

8º ano

Organizadora: Editora Moderna
Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

Editora responsável:
Mara Regina Garcia Gay

Componente curricular:
MATEMÁTICA

MODERNA

ARARIBÁ conecta MATEMÁTICA

MANUAL DO PROFESSOR

8º ano

Organizadora: Editora Moderna

Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

Editora responsável: Mara Regina Garcia Gay

Bacharel e licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
Licenciada em Pedagogia pela Universidade Iguaçu (RJ). Professora de Matemática em escolas públicas e particulares de São Paulo por 17 anos. Editora.

Componente curricular: MATEMÁTICA

1ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

Elaboração dos originais:

Mara Regina Garcia Gay
Bacharel e licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Pedagogia pela Universidade Iguaçu (RJ). Professora de Matemática em escolas públicas e particulares de São Paulo por 17 anos. Editora.

Katia Tiemy Sido
Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Renata Martins Fortes Gonçalves
Mestre em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Bacharel em Matemática com Informática pelo Centro Universitário Fundação Santo André (SP). Editora.

Fabio Martins de Leonardo
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Maria Cecília da Silva Veridiano
Especialista em Educação Matemática: Fundamentos Teóricos e Metodológicos pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Mateus Coqueiro Daniel de Souza
Mestre em Ciências, no programa: Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, pela Universidade de São Paulo. Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Willian Raphael Silva
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Maria José Guimarães de Souza
Mestre em Ciências, no programa: Ciência da Computação, pela Universidade de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Romenig da Silva Ribeiro
Mestre em Ciências, no programa: Ciência da Computação, pela Universidade de São Paulo. Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Cassio Cristiano Giordano
Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Pesquisador e professor em escolas públicas e universidades.

Cintia Alessandra Valle Burkert Machado
Mestre em Educação, na área de Didática, pela Universidade de São Paulo. Assessora pedagógica.

Dario Martins de Oliveira
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Professor em escolas particulares e públicas de São Paulo por 20 anos. Editor.

Erica Toledo Catalani
Mestre em Educação, na área de Educação Matemática, pela Universidade Estadual de Campinas (SP). Licenciada em Ciências pela Universidade Braz Cubas (SP). Educadora.

Juliana Ikeda
Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Marcelo de Oliveira Dias
Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Docente na Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro por 8 anos. Professor da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

Selene Coletti
Licenciada em Pedagogia pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras "Prof. José Augusto Vieira" (MG). Colunista de revista destinada a educadores, professora e formadora de professores em escolas públicas.

Tais Saito Tavares
Mestre em Matemática Aplicada e Computacional e bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (PR). Editora.

Na capa ilustrada por Gabriel Sá de São Luis do Maranhão, a imagem de adolescente usando celular propõe uma reflexão sobre a Matemática inserida em uma rede de conexões envolvendo a comunicação entre as pessoas em tempo real.

Edição de texto: Janaina Soler Caldeira, Katia Tiemy Sido, Renata Martins Fortes Gonçalves, Zuleide Maria Talarico
Assistência editorial: Danielle Fortes Teixeira Vieira, Julio Cesar Jovino da Silva, Luciane Lopes Rodrigues, Patricia Felipe, Rogério Lopes Leitão
Preparação de texto: Mariane de Mello Genaro Feitosa
Gerência de *design* e produção gráfica: Patricia Costa
Coordenação de produção: Denis Torquato
Gerência de planejamento editorial: Maria de Lourdes Rodrigues
Coordenação de *design* e projetos visuais: Marta Cerqueira Leite
Projeto gráfico: Aurélio Camilo, Vinicius Rossignol Felipe
Capa: Tatiane Porusselli, Daniela Cunha
Ilustração: Gabriel Sá
Coordenação de arte: Wilson Gazzoni Agostinho
Edição de arte: Iara Susue Rikimaru
Editoração eletrônica: Setup Editoração Eletrônica
Coordenação de revisão: Elaine C. del Nero
Revisão: Cárita Negromonte, Maristela Carrasco, Palavra Certa, ReCriar Editorial
Coordenação de pesquisa iconográfica: Flávia Aline de Morais
Pesquisa iconográfica: Mariana Alencar, Pamela Rosa
Coordenação de *bureau*: Rubens M. Rodrigues
Tratamento de imagens: Ademir Francisco Baptista, Ana Isabela Pithan Maraschin, Denise Feitoza Maciel, Marina M. Buzzinaro, Vânia Maia
Pré-impressão: Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
Coordenação de produção industrial: Wendell Monteiro
Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Araribá conecta matemática : 8º ano : manual do professor / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editora responsável Mara Regina Garcia Gay. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-16-13540-9

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Gay, Mara Regina Garcia.

22-112557 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

APRESENTAÇÃO

Caro professor, este *Manual do Professor* tem a finalidade de auxiliá-lo a desenvolver as situações didáticas propostas nesta coleção, auxiliando-o no encaminhamento do trabalho durante o ano letivo.

Organizamos o Manual em três partes:

- Na primeira parte (*Orientações gerais*), são apresentadas considerações em relação aos princípios norteadores da coleção, que consideraram a competência leitora e investigativa como abordagem metodológica; à BNCC e ao modo como as competências e habilidades previstas neste documento são propostas na coleção. São apresentadas também reflexões acerca da exploração de conhecimentos prévios dos estudantes, da resolução de problemas, dos Temas Contemporâneos Transversais (TCTs), do letramento matemático, do pensamento computacional, entre outros assuntos pertinentes à reflexão da prática docente e também do ensino e aprendizagem dos estudantes.
- Na segunda parte (*A coleção*), são apresentadas as seções da coleção, as habilidades exploradas, as sugestões de avaliações formativas relacionadas aos capítulos do *Livro do Estudante*, as resoluções e os comentários das atividades propostas no *Livro do Estudante*.
- Na terceira parte (*Orientações*), dispostas em formato lateral, o professor encontrará a reprodução comentada das páginas do *Livro do Estudante*. Nela são apresentadas as competências e as habilidades da BNCC desenvolvidas em cada tópico ou seção, os objetivos traçados e as orientações pertinentes ao tema em questão.

De modo geral, as orientações e sugestões deste *Manual do Professor* buscam auxiliar o desenvolvimento de conhecimentos e práticas pedagógicas que contribuam de maneira significativa para uma formação mais integral, humana e crítica do estudante e do professor. Queremos que os estudantes pensem matematicamente, resolvam problemas diversos e concluam essa etapa da Educação Básica preparados para continuar seus estudos.

Bom trabalho!

SUMÁRIO

ORIENTAÇÕES GERAIS

Princípios norteadores da coleção

A produção desta coleção foi concebida tendo em vista o Decreto nº 9099, de 18 de julho de 2017, que normatiza o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), com o intuito de atender aos seis objetivos (*I – aprimorar o processo de ensino e aprendizagem nas escolas públicas de educação básica, com a consequente melhoria da qualidade da educação; II – garantir o padrão de qualidade do material de apoio à prática educativa utilizado nas escolas públicas de educação básica; III – democratizar o acesso às fontes de informação e cultura; IV – fomentar a leitura e o estímulo à atitude investigativa dos estudantes; V – apoiar a atualização, a autonomia e o desenvolvimento profissional do professor;* e *VI – apoiar a implementação da Base Nacional Comum Curricular*), além dos demais dispositivos. Conforme salientado pelo Edital de Convocação 01/2022, o PNLD 2024 – Anos Finais será disponibilizado em contexto pós-pandêmico. Nesse sentido, é necessário ter especial atenção ao objetivo IV supracitado, a fim de buscar reparar, durante o ciclo do PNLD 2024, problemas decorridos do isolamento social (BRASIL, 2022, p. 34). Assim, o intuito desta coleção é dar oportunidade aos estudantes de desenvolver a capacidade leitora, de modo que o aprendizado dos Anos Iniciais seja consolidado e eles se preparem para o Ensino Médio. Tendo esse panorama em vista, serão foco também, de forma transversal, a leitura e a pesquisa no apoio à implementação da BNCC.

O desenvolvimento da competência leitora e investigativa na linguagem da Matemática apresenta o desafio gerado pela relação entre duas linguagens diferentes: a língua materna e os símbolos matemáticos. A leitura é ferramenta essencial para a aprendizagem em qualquer área do conhecimento e, segundo Rocha, Melo e Lopes (2012, p. 4), trata-se de "um processo de compreensão de expressões formais e simbólicas que se dá a conhecer através de várias linguagens".

Smole, Cândido e Stancanelli (1997, p. 13) ressaltam as colaborações que a leitura e a Matemática podem desenvolver:

a) relacionar as ideias matemáticas à realidade, de forma a deixar clara e explícita sua participação, presença e utilização nos vários campos da atuação humana, valorizando assim o uso social e cultural da matemática;

b) relacionar as ideias matemáticas com as demais disciplinas ou temas de outras disciplinas;

c) reconhecer a relação entre diferentes tópicos da matemática relacionando várias representações de conceitos ou procedimentos umas com as outras;

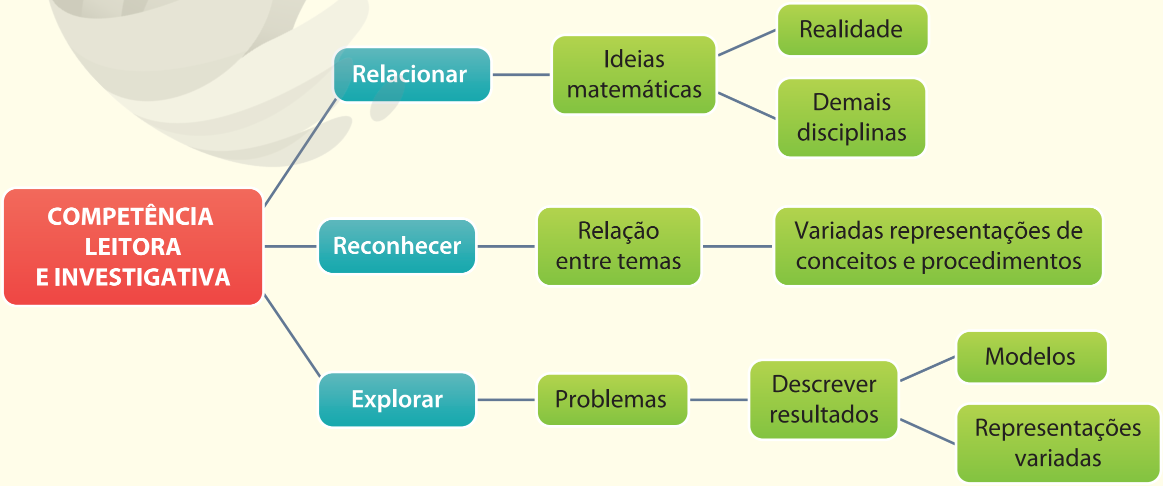
d) explorar problemas e descrever resultados usando modelos ou representações gráficas, numéricas, físicas e verbais.

Nesse sentido, na produção desta coleção, foi considerada essa abordagem metodológica, que integra a competência leitora nas aulas de Matemática, com o intuito de "estimular, de forma recorrente, o pluralismo de ideias, o pensamento crítico e a investigação científica" (BRASIL, 2022, p. 39), operando como um verdadeiro fio condutor ao longo de toda a Educação Básica. Assim, busca-se uma competência leitora e investigativa, com caráter transversal e amplificado, que atue como bússola para o desenvolvimento de currículos de Matemática em consonância com os projetos político-pedagógicos de cada sistema e unidade de ensino.

Dessa forma, a coleção traz atividades cujo objetivo é permitir que os estudantes desenvolvam a capacidade de: (i) produzir análises críticas, criativas e propositivas; (ii) argumentar; e (iii) inferir informações, visando promover a competência leitora, por meio da análise de diversos tipos de texto, orais e escritos, a fim de que utilizem o conhecimento matemático para compreender fenômenos e os relacionem com fatos cotidianos, do mundo, do ambiente e da dinâmica da natureza.

Na figura, a seguir, é proposto um modelo de desenvolvimento de competência leitora e investigativa, com os pilares que podem ser trabalhados para que os estudantes a atinjam.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA



Fonte: Elaborado pelos autores com base nas informações de SMOLE, K. C. S.; CÂNDIDO, P. T.; STANCANELLI, R. *Matemática e literatura infantil.* 2. ed. Belo Horizonte: Lê, 1997.

Modelo de desenvolvimento de competência leitora e investigativa.

com seus desafios e interesses, por meio do planejamento de estratégias de apoio, respeitando os diferentes perfis e escolas.

Tendo esse modelo em vista, você, professor, também pode adequar seu trabalho às habilidades específicas da área, listadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e voltar seu olhar para as diversidades sociais e regionais, bem como para a reformulação curricular, considerando os desafios impostos pelo período pós-pandêmico.

Nesse sentido, além da revisão dos currículos, outro grande desafio envolve a garantia do direito à aprendizagem matemática aos estudantes. Demanda-se, assim, ações estruturadas entre os educadores para que haja um planejamento especial que apoie os estudantes a aprenderem os conceitos fundamentais em cada componente curricular da Educação Básica. Por isso, nesta coleção, ao longo das *Orientações* neste Manual, haverá subsídios para você, professor, a fim de que construa aulas em conjunto com professores de outras áreas do conhecimento.

Múltiplos foram os impactos da pandemia da covid-19 na implementação da BNCC, de modo que diversas correções de rota se fazem necessárias, a fim de apontar caminhos de superação dos desafios impostos pela atual conjuntura, notadamente no que diz respeito ao caráter transversal do desenvolvimento de competências gerais e específicas da área de Matemática pelos estudantes.

A proposta orientadora da coleção, ao enfatizar de forma transversal a leitura e a pesquisa alinhadas aos princípios da BNCC, pode auxiliar na implementação nas unidades escolares, garantindo a aprendizagem nesse contexto de pós-pandemia. Além disso, a coleção oferece a possibilidade de definir trajetórias específicas para cada grupo de estudantes, de acordo com seus desafios e interesses, por meio do planejamento de estratégias de apoio, respeitando os diferentes perfis e escolas.

A Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que delimita um conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais aos estudantes, em seu desenvolvimento, ao longo da trajetória na Educação Básica (BRASIL, 2018). Sua origem remonta à Constituição de 1988 e à Lei de Diretrizes e Bases (LDB) de 1996. Esses documentos determinam que todas as crianças e jovens do país aprendam, independentemente da idade, da origem, da raça, da religião, do gênero ou de qualquer outro elemento que, porventura, possa ameaçar a equidade educacional.

As discussões que culminaram na homologação da versão final da BNCC, em 14 de dezembro de 2018, iniciaram-se, de modo mais efetivo, em 2015, embora já houvesse diversas propostas desde a publicação da Constituição Federal de 1988. Contudo, foi em 2015, com a aprovação do Plano Nacional de Educação, que o movimento pela Base ganhou o impulso necessário. Em 2017, seguiu para o Conselho Nacional de Educação para análise final. A versão preliminar da Educação Infantil e do Ensino Fundamental foi homologada em 20 de dezembro desse ano, ao passo que a Base do Ensino Médio, apenas no ano seguinte.

A linha do tempo a seguir traz os principais marcos que culminaram na publicação da BNCC.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte: INSTITUTO REÚNA. *Linha do tempo*: documentos curriculares. [São Paulo, 2020?]. Disponível em: https://o.institutoreuna.org.br/downloads/primeirospassos/int/_INT_anexo_Linha-do-tempo-base-para-impressao_sem-marcos-locais.pdf. Acesso em: 2 jul. 2022.

Linha do tempo dos documentos curriculares.

A Base prevê a formação integral do cidadão, desde a Educação Infantil até a conclusão do Ensino Médio. De modo geral, podemos dizer que o principal objetivo da BNCC é fomentar a qualidade da Educação Básica, em todos os níveis e modalidades, assegurando um ensino de qualidade para todos, com melhoria do fluxo, da aprendizagem e dos indicadores avaliativos. Para isso, a BNCC visa oferecer igualdade de oportunidades por meio da definição das aprendizagens essenciais que crianças e jovens precisam desenvolver ano a ano durante a Educação Básica.

Competências gerais da BNCC

Com a missão de atender às demandas do século XXI de formar cidadãos participativos, conscientes e integrados à sociedade e ao mundo do trabalho, a BNCC propõe que, ao longo do percurso escolar, sejam desenvolvidas dez competências gerais da Educação Básica que se inter-relacionam, sobrepondo-se e interligando-se na construção de conhecimentos e habilidades e na formação de atitudes e valores. São elas:

1. Conhecimento

Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

2. Pensamento científico, crítico e criativo

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

3. Repertório cultural

Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

4. Comunicação

Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

5. Cultura digital

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

6. Trabalho e projeto de vida

Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

7. Argumentação

Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

8. Autoconhecimento e autocuidado

Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

9. Empatia e cooperação

Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

10. Responsabilidade e cidadania

Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

As dez competências gerais da Educação Básica propostas pela BNCC.

Fontes: BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília; DF: 2018; INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). *Competências gerais da nova BNCC*. Brasília, DF: [c. 2018]. Disponível em: http://inep80anos.inep.gov.br/inep80anos/futuro/novas-competencias-da-base-nacional-comum-curricular-bncc/79. Acesso em: 11 maio 2022.

Esse conjunto de competências gerais norteia e estrutura as competências específicas de todas as componentes curriculares, dos Temas Contemporâneos Transversais e dos Itinerários Formativos.

De nossa parte, buscamos, nesta coleção, propor atividades e situações para que os estudantes possam adquirir efetivamente as habilidades e competências específicas de Matemática, bem como as competências gerais preconizadas pela BNCC, em especial a 9.

A competência geral 9 e o conjunto das outras competências gerais prescritas na BNCC deverão ser desenvolvidos no decorrer do Ensino Fundamental (Anos Iniciais e Finais) e no Ensino Médio, explicitando o compromisso da educação brasileira com a formação humana integral e com a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

Unidades temáticas de Matemática

A BNCC propõe profundas mudanças na educação, em todos os níveis de ensino e em todos os componentes curriculares. Com a Matemática, não seria diferente. Nessa área, a BNCC indica cinco unidades temáticas (Álgebra, Números, Grandezas e medidas, Geometria e Probabilidade e estatística), intrinsecamente relacionadas, que orientam a formulação de habilidades e competências a serem desenvolvidas, assim como objetos de conhecimento a serem explorados ao longo do Ensino Fundamental. Tais objetos de conhecimento compreendem conteúdos, conceitos e processos cognitivos referentes às habilidades.

No campo da Álgebra, o foco recai sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico. Busca-se explorar objetos de conhecimento que permitam relacionar cognição, percepção e competências socioemocionais ao reconhecimento de padrões e regularidades, associados às propriedades operatórias, às ideias de proporcionalidade e à equivalência, entre outros conceitos. Nos Anos Finais do Ensino Fundamental, as equações não são mais trabalhadas de forma técnico-procedimental, que induz à memorização de algoritmos. Pelo contrário, privilegia-se a resolução de problemas contextualizados, para os quais as ferramentas algébricas revelam sua utilidade, envolvendo ou não equações e inequações.

A unidade temática Números dá menor destaque à construção dos conjuntos numéricos, buscando criar condições para que o estudante reconheça diversas categorias numéricas e operações matemáticas e elabore estratégias de cálculo mental, sem precisar necessariamente memorizar algoritmos. Nos Anos Finais do Ensino Fundamental, os estudos iniciais são aprofundados, sobretudo no ensino das frações, com a investigação de suas diferentes concepções como número (elemento dos racionais), operador (aplicado a inteiros discretos ou contínuos) ou representante de relações parte-todo ou razão entre partes.

Essa unidade temática também apresenta estreita relação com a unidade Grandezas e medidas, valorizando mais as grandezas não convencionais, por serem mais realistas e aplicáveis a situações-problema comuns ao contexto social do século XXI. Os conceitos de comprimento, massa, capacidade, área e temperatura estão alocados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, ao passo que, nos Anos Finais, a ênfase é dada à resolução de problemas (que não é mais compreendida como uma metodologia de ensino, mas sim uma filosofia de ensino), envolvendo medidas e mensurações com diferentes unidades, padronizadas ou não. Alguns conceitos matemáticos elementares, como área e volume, permitem uma articulação intramatemática direta com a unidade temática Geometria.

Em Geometria na BNCC, os objetos de estudo relativos à Geometria Clássica permanecem, mas o destaque é dado para a Geometria das Transformações, tanto nos Anos Iniciais quanto nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Assim como acontece na Álgebra, alguns objetos de conhecimento foram antecipados para os Anos Iniciais, como simetria e semelhança, além de noções práticas de Geometria aplicadas a movimentos humanos e da natureza, de modo geral. Nos Anos Finais, a BNCC sugere articular algoritmos e fluxogramas, desenvolvendo o pensamento computacional, além do próprio pensamento geométrico.

Por fim, temos a unidade Probabilidade e estatística. Desde os Anos Iniciais, o estudante é convidado a produzir conhecimento científico, realizando investigações estatísticas, desde a escolha do tema (de relevância social, política, econômica, cultural e ambiental), o delineamento da pesquisa e a coleta de dados até a análise e a divulgação dos resultados. Gráficos estatísticos e tabelas são introduzidos, em níveis de complexidade gradativamente maiores, dos Anos Iniciais até o Ensino Médio. Nos Anos Finais, há um grande salto qualitativo no campo da Probabilidade: do reconhecimento de fenômenos aleatórios, da presença do acaso no cotidiano e da perspectiva probabilística clássica, predominantemente teórica, até uma abordagem frequentista, empírica, que demanda elaboração, execução e análise de experimentos aleatórios e simulações com recursos computacionais.

Para desenvolver o que se espera em cada unidade temática, a BNCC prevê um conjunto de objetos do conhecimento e habilidades relacionadas. É o trabalho com esses objetos e as habilidades que vai assegurar o desenvolvimento das competências específicas de Matemática, que, por sua vez, promoverá o desenvolvimento das competências gerais, conforme mostra o esquema a seguir.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Além dessa articulação entre unidades temáticas, objetos do conhecimento, habilidades e competências, espera-se que sejam contemplados os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs). Nesta coleção, ao se trabalhar determinado conteúdo de uma unidade temática, contextualizado de acordo com os TCTs, há nas *Orientações* neste Manual indicações ao professor para que entenda como esse conteúdo se articula com outras temáticas e, quando for o caso, com outras disciplinas.

Competências específicas e as habilidades de Matemática para o Ensino Fundamental

Contemplar as diversas demandas apresentadas na BNCC para a área da Matemática constitui um grande desafio para os professores. No entanto, elas estão lá justamente para auxiliar os docentes, apontando direções, para que se atinjam os resultados desejados no processo de aprendizagem. As habilidades específicas de cada unidade temática, apresentadas em gradativa elevação do grau de complexidade, indicam um caminho para a organização e a gestão das situações de aprendizagem. Nesse sentido, faz-se necessário definir o que são competências e habilidades.

Uma competência pressupõe a existência de recursos mobilizáveis, mas não se confunde com eles. Nenhum recurso pertence exclusivamente a uma competência, pois pode ser mobilizado por outras. Dessa forma, a maioria dos conceitos é utilizável em muitos contextos e está a serviço de muitas intenções. Ocorre o mesmo com os conhecimentos. Philippe Perrenoud (2000) define competência como a capacidade de agir eficientemente em determinado tipo de situação, com o apoio de conhecimentos, mas sem se limitar a eles. Quase toda ação mobiliza conhecimentos, algumas vezes elementares, outras vezes complexos e organizados em rede.

Já Macedo (2009) estabelece que competência é um conjunto de saberes, de possibilidades ou de repertórios de atuação e compreensão. A BNCC, por sua vez, entende competência "como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho" (BRASIL, 2018, p. 8). Assim, as dez competências gerais definidas pela BNCC são aquelas que "[se inter-relacionam] e desdobram-se no tratamento didático proposto para as três etapas da Educação Básica [...], articulando-se na construção de conhecimentos, no desenvolvimento de habilidades e na formação de atitudes e valores". A Base também indica competências específicas por área do conhecimento, uma vez que cada uma tem suas características.

De acordo com a BNCC, o componente curricular de Matemática deve garantir aos estudantes, no decorrer dos anos do Ensino Fundamental (Anos Iniciais e Finais), o desenvolvimento das seguintes competências específicas:

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 2018, p. 267).

Sobre as habilidades matemáticas presentes na BNCC, vale a pena discutirmos alguns aspectos elementares sobre o tema. Primeiro, conforme a BNCC, as "habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos estudantes nos diferentes contextos escolares" (BRASIL, 2018, p. 29). Por mais que o professor organize as situações de aprendizagem do estudante almejando que ele desenvolva essa ou aquela habilidade, quando dá liberdade aos jovens, estes sempre apresentam respostas inusitadas. É uma grata surpresa quando, ao promover a discussão sobre as respostas, na institucionalização (BROUSSEAU, 1986), por meio de um quadro de respostas, por exemplo (SMOLE; DINIZ, 2009), o professor depara-se com uma solução mais rápida, mais prática, mais elegante, mais criativa do que a maioria dos estudantes e, às vezes, que ele mesmo pensou. Isso significa que planejamos o desenvolvimento de algumas habilidades específicas nas atividades matemáticas, mas aquelas que os estudantes desenvolverão não dependem exclusivamente do professor.

Nesta coleção, nossa intenção é consolidar, aprofundar e ampliar os conhecimentos, as habilidades, as atitudes e os valores desenvolvidos nos Anos Iniciais relacionados à Matemática. Muitas das atividades propostas estão contextualizadas às vivências dos estudantes e trabalham com observações empíricas do mundo real, a fim de que eles desenvolvam a capacidade de estabelecer relações entre essas observações e suas representações (tabelas, figuras e esquemas), fazendo induções e conjecturas.

As competências gerais e específicas da BNCC na coleção

A presente coleção, em sua organização, possui uma estrutura que favorece o desenvolvimento das competências gerais e específicas, bem como das habilidades propostas para a Matemática, indicadas na BNCC.

Os capítulos da coleção estão agrupados em quatro unidades. A seguir, descrevemos de que modo a coleção está alinhada às competências gerais e específicas.

Toda Unidade começa e termina com um texto relacionado às vivências do estudante ou a assuntos que abordam temas ou fatos de interesse dele. Cada texto possui questões relacionadas ao tema em foco, à vida do estudante, ao que ele já sabe e a conceitos abordados no decorrer da Unidade. Desse modo, é possível "valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade [...]" (competência geral 1), permitindo aos estudantes também, "exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses [...]" (competência geral 2). Atrelada a essas duas competências gerais (1 e 2), está a competência específica 2, "desenvolver [...] a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo" (BRASIL, 2018, p. 9; p. 267).

Em alguns textos de abertura e na seção *Compreender um texto*, os estudantes lidam com diferentes manifestações artísticas (competência geral 3), valorizam a diversidade de saberes e vivências culturais (competência geral 6), argumentam com base em fatos, dados e informações confiáveis (competência geral 7) e exercitam a empatia, o diálogo e a cooperação (competência geral 9). Além disso, a seção contribui para que os estudantes compreendam as relações entre conceitos dos diferentes campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento (competência específica 3) e para que discutam diferentes questões com seus pares (competência específica 8).

Discutindo juntos e, posteriormente, compartilhando as ideias, os estudantes poderão, nas atividades em grupos ou em duplas propostas na coleção, "exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade dos indivíduos" (competência geral 9), agindo "com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários" (competência geral 10) (BRASIL, 2018, p. 10).

O trabalho em grupo e sua socialização remetem à competência específica 8 (interagir com seus pares de forma cooperativa, resolvendo as questões, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles), reforçando as competências gerais 9 e 10, citadas anteriormente.

Vários textos da coleção remetem a discussões de projetos que apresentam questões sociais, valorizando sempre a diversidade de opiniões (competência específica 7).

No desenvolvimento dos capítulos de cada Unidade, a construção dos conceitos trabalhados é feita, na maioria das vezes, com base em situações vivenciadas pelos estudantes, permitindo que eles os liguem à realidade, de modo que tenham melhor compreensão dela. Há espaços para pensar, analisar e aplicar os conhecimentos que remetem à competência geral 1, valorizando e utilizando os conhecimentos construídos pela humanidade para entender e aplicar à realidade e, assim, continuar aprendendo e colaborando com a sociedade. Dessa forma, reconhece-se que "a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, que contribui para solucionar problemas" (competência específica 1) (BRASIL, 2018, p. 267). Nos capítulos em que a história da Matemática é resgatada, permite-se compreender o percurso percorrido pela humanidade, valorizando, assim, a diversidade de saberes e vivências culturais, apropriando-se de conhecimentos e experiências (competência geral 6).

As propostas de variadas atividades para serem resolvidas ao longo dos capítulos (problemas, questionamentos, investigações, análises, descobertas, reflexões) permitem desenvolver as competências específicas 2, 3, 5 e 6, pois os estudantes, por meio delas, vão "desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes" (competência específica 2), "compreender as relações entre os conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento" (competência específica 3) e utilizarão "processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas do conhecimento" (competência específica 5). É possível também desenvolver a competência específica 6, pois, ao resolver as atividades, os estudantes podem "expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e em outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados)" (BRASIL, 2018, p. 267).

Além disso, ao resolver as atividades propostas nos capítulos, individualmente ou em grupo, o estudante poderá apresentar argumentos para suas ideias e hipóteses (competência geral 7) utilizando-se de diferentes linguagens – verbal, corporal, visual, sonora e digital – para expressar-se (competência geral 4). Essas ações dialogam com as competências específicas 2 e 5.

Se as atividades propostas forem em grupo, as competências gerais 9 e 10, já citadas anteriormente, estarão em desenvolvimento com a competência específica 8, pois, assim, os estudantes interagirão com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

A seção *Estatística e Probabilidade* e a seção *Informática e Matemática* favorecem a compreensão e a utilização das tecnologias digitais de forma significativa (competência geral 5), pois em variadas atividades é indicado o uso de *softwares* (de Geometria dinâmica e outros) para fazer investigações e construções, verificar hipóteses e organizar dados em tabelas e gráficos que representem o resultado de uma pesquisa, tornando o estudante protagonista de sua aprendizagem.

A seção *Informática e Matemática* também contribui para que os estudantes exercitem a curiosidade intelectual e desenvolvam o raciocínio lógico e o espírito investigativo para elaborar e testar hipóteses (competência geral 2 e competência específica 2). Ainda por meio dessa seção, os estudantes utilizam as tecnologias digitais para resolver problemas e validar resultados (competência específica 5).

As propostas da coleção permitem estabelecer e "compreender as relações entre os conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade)" (competência específica 3), além de possibilitar aos estudantes "fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes" (competência específica 4), utilizar ferramentas matemáticas, inclusive as digitais, para resolver os problemas propostos (competência específica 5) e "expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados)" (competência específica 6) (BRASIL, 2018, p. 267).

A competência geral 3 ("valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas") aparece nas situações em que obras artísticas são apresentadas para facilitar a compreensão dos conceitos que estão sendo trabalhados (BRASIL, 2018, p. 9).

Na seção *Trabalho em equipe*, as diferentes propostas abordam as competências gerais 9 e 10, porque, por meio das trocas para se chegar ao produto final (proposta solicitada), estão em jogo a empatia, a cooperação, o diálogo e o respeito ao outro, acolhendo e valorizando a diversidade dos saberes e de ideias, sem preconceitos de qualquer tipo (competência geral 9). Caminham juntas a responsabilidade, a flexibilidade, a resiliência, a autonomia e a tomada de decisões com base em princípios éticos e democráticos (competência geral 10). No que se refere às competências específicas relacionadas à seção *Trabalho em equipe*, estão a 7 ("desenvolver e/ou discutir projetos que abordem questões de urgência social, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos, sem preconceitos de qualquer natureza") e a de número 8 ("trocar com os pares, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, respeitando o modo de pensar de cada um") (BRASIL, 2018, p. 267).

Conforme algumas propostas de trabalho, pode ser atendida também a competência geral 8 ("compreender-se na diversidade humana para cuidar de sua saúde física e emocional") (BRASIL, 2018, p. 9).

Vale ainda ressaltar que, para produzir o solicitado em cada seção, os estudantes lançarão mão de diferentes linguagens para expressar suas respostas e sintetizar e compartilhar informações, ideias e conclusões (competência geral 4 e competência específica 4).

A seção *Educação financeira* apresenta diferentes situações nas quais os estudantes, ao pensar no que fariam se a vivessem, calculam e exercitam as competências gerais 1, 2, 4, 6, 7, 9 e 10, uma vez que se utilizarão de conhecimentos historicamente construídos, recorrendo ao pensamento científico, crítico e criativo para elaborar e testar suas hipóteses, argumentando, utilizando diferentes linguagens para expressar suas ideias e valorizando a diversidade de saberes dos grupos. No que se refere às competências específicas, podem ser desenvolvidas a 1 (Matemática como fruto das necessidades do ser humano), a 2 (argumentar), a 3 (compreender as relações entre as diferentes áreas da Matemática), a 4 (fazer observações sistemáticas/argumentação), a 5 (utilizar diferentes ferramentas para resolver os problemas), a 6 (expressar as respostas utilizando diferentes registros e linguagens) e a 8 (trabalhar em grupo respeitando as diferenças) (BRASIL, 2018, p. 267).

Na seção *Para finalizar*, os estudantes vão observar, retomar, registrar e novamente terão a oportunidade de desenvolver a competência geral 1 (conhecimentos), a 2 (pensamento científico, crítico e criativo), a 4 (comunicação) e a 7 (argumentação), indo ao encontro das específicas já citadas anteriormente: 1, 2, 3, 4, 6 e 7 (discutir projetos que abordem questões sociais, valorizando a diversidade de opiniões).

A mobilização das competências gerais e específicas, fortalecida pelo desenvolvimento das habilidades, permitirá aos estudantes exercitar o "saber fazer", utilizando-o em favor do seu crescimento pessoal como cidadão qualificado para o mundo do trabalho, participante de uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva.

A seguir, apresentamos um quadro-resumo que mostra a associação entre as competências gerais e específicas e algumas seções da coleção.

Algumas seções da coleção	Competências gerais	Competências específicas
Abertura/boxe "Para começar..."	3, 6, 7, 8, 9 e 10	2, 7 e 8
Estatística e Probabilidade	5, 7, 9 e 10	2, 3, 4, 5, 6 e 8
Informática e Matemática	2 e 5	2 e 5
Compreender um texto	3, 6, 7 e 9	3 e 8
Educação financeira	1, 2, 4, 6, 7, 9 e 10	1, 2, 3, 4, 5, 6 e 8
Trabalho em equipe	4, 8, 9 e 10	4, 7 e 8
Para finalizar	1, 2, 4 e 7	1, 2, 3, 4, 6 e 7

Há vários caminhos para o desenvolvimento dessas competências. Destacamos dois: exploração dos conhecimentos prévios do estudante e resolução de problemas.

Exploração dos conhecimentos prévios

Hoje, considera-se que o conhecimento escolar não é restrito aos conteúdos dos livros didáticos, nem somente aos conhecimentos dos professores. O estudante desse segmento já passou por diversas vivências escolares e familiares e, portanto, já acumulou certa "bagagem". Esses conhecimentos adquiridos, na escola ou fora dela, são chamados de *conhecimentos prévios*. Para muitos teóricos, como David Ausubel, eles são considerados uma âncora na aprendizagem de um novo conceito, em que o antigo conceito é modificado ou detalhado para se obter um novo. Ou seja, o novo se integra à estrutura cognitiva do estudante, ancorando-se em um conhecimento antigo.

> Segundo Ausubel, a essência do processo de aprendizagem significativa está em que ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira não arbitrária e substantiva (não literal) ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto relevante da sua estrutura de conhecimento (i.e., um subsunçor que pode ser, por exemplo, algum símbolo, conceito ou proposição já significativo (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 13-14).

Entendemos, então, que a aprendizagem terá significado se, antes de introduzir um novo conceito, o professor retomar um conteúdo matemático que os estudantes já dominam ou partir de uma situação do dia a dia, para que haja interação desse conhecimento com o novo.

Esse processo se contrapõe ao aprendizado mecânico, em que os estudantes devem saber resolver tipos de atividade ou decorar um conceito. A retomada de um conteúdo matemático e a conexão com um novo conceito permitem perceber algumas relações da rede de conceitos.

Outro aspecto relevante é a introdução de um conceito ancorado em uma situação cotidiana, o que, além de resgatar os conhecimentos prévios, pode ser motivador, criando um ambiente favorável ao aprendizado.

Também é preciso lembrar que o conhecimento matemático pode ser apresentado em relação com os contextos que lhe deram origem ou que demandam sua aplicação. Trata-se de um conhecimento historicamente construído, em estreita conexão com a realidade das comunidades que o produziram e com as outras ciências que nele se embasam, que lhe propõem novos problemas ou que utilizam seus instrumentos.

Resolução de problemas

Os aspectos estruturais da Matemática abarcam conhecimentos de termos, procedimentos e conceitos usualmente ensinados nas escolas, mas também incluem saber de que forma esses aspectos são estruturados e empregados. Muitas vezes, os estudantes estão familiarizados com os aspectos estruturais da Matemática, mas não conhecem a natureza desse conhecimento ou a maneira de utilizá-lo na resolução de um problema. Eles devem ser capazes de aplicar a Matemática aprendida na escola – problemas de livros didáticos – na vida diária, em contextos menos estruturados, nos quais as instruções não são tão claras.

Mesmo havendo concordância de que um problema se caracteriza por uma situação da qual se deseja partir para, por meio de uma série de operações, chegar a um estado final, existem diferenças entre os problemas escolares e os problemas do cotidiano. Em geral, os problemas do cotidiano são mais difíceis, por ser maior a quantidade de conhecimentos necessários à sua solução. Dessa forma, a natureza do problema e o tipo de conhecimento prévio que o sujeito que executa a tarefa possui são dois fatores relevantes no estudo dos processos de solução de problemas.

Cabe destacar que um aspecto importante da representação matemática de um problema é o conhecimento prévio que os estudantes têm sobre o assunto. Segundo Chi & Glaser (1992), ao formar uma representação do problema, os estudantes recuperam na memória os procedimentos adequados à situação. É essa representação que orienta a recordação de tais procedimentos. Ao deparar com um problema, os indivíduos recorrem a esquemas já assimilados que lhes permitem formar uma representação apropriada da situação.

Os estudantes devem, assim, tomar decisões quanto à relevância de certo conhecimento naquela situação e à maneira de aplicá-lo da forma mais útil, ou seja, devem aprender a empregar a Matemática em situações diversificadas.

A resolução de problemas requer dos estudantes o uso de competências e habilidades adquiridas durante sua escolarização e em experiências de vida. O processo de resolução de problemas é chamado pela Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE), no documento *Pisa 2022 Quadro Conceptual de Matemática Draft* (2018), de modelagem matemática. Esse processo pode ser entendido em etapas:

- partir de um problema situado na realidade;
- organizá-lo de acordo com conceitos matemáticos e identificar ideias matemáticas relevantes;
- delimitar gradualmente a realidade por meio de processos, como formular premissas, generalizar e formalizar, que promovem os aspectos matemáticos da situação e transformam o problema do mundo real em um problema matemático que represente a situação;
- resolver o problema matemático;
- dar sentido à solução em termos de situação real, identificando as limitações da solução do problema real.

A modelagem matemática envolve, inicialmente, traduzir um problema da vida real para a Matemática. Esse processo inclui atividades como:

- identificar a Matemática relevante em relação a um problema situado na realidade;
- representar o problema de forma diferente, organizá-lo de acordo com conceitos matemáticos e formular premissas apropriadas;
- compreender relações entre a linguagem do problema e a linguagem simbólica e formal necessária para interpretá-lo matematicamente;
- encontrar regularidades, relações, padrões;
- reconhecer aspectos isomórficos em relação a problemas conhecidos;
- traduzir o problema para um modelo matemático.

Uma vez traduzido o problema para o modelo matemático, todo o processo deve prosseguir dentro da Matemática, empregando habilidades conhecidas. Essa parte do processo de modelagem inclui o uso de:

- diferentes representações e a conversão entre tais representações;
- linguagem e operações simbólicas, formais e técnicas;
- modelos matemáticos;
- argumentação;
- generalização.

O último passo do processo de resolução de problemas envolve a reflexão sobre todo o processo de modelagem matemática e seus resultados. Há necessidade, então, de interpretar os resultados com atitude crítica e de validar todo o processo. Nesse momento, o processo de modelagem passa da solução matemática para a solução real.

Um ponto importante é que, muitas vezes, acredita-se que as dificuldades apresentadas pelos estudantes ao ler e interpretar um problema ou exercício de Matemática estão associadas à pouca habilidade que eles têm para leitura nas aulas da língua materna. É cada vez mais importante que a leitura seja objeto de preocupação também nas aulas de Matemática, o que envolve não apenas a decodificação de termos e sinais específicos, mas também a compreensão da linguagem matemática e a organização da escrita, nem sempre similar à que encontramos nos textos da língua materna, o que exige um processo particular de leitura.

Uma das dificuldades dos estudantes ao resolver problemas está ligada à ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo com que os problemas de Matemática geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da Matemática – que, portanto, não fazem parte do cotidiano do estudante – e até mesmo de palavras que têm significados diferentes na Matemática e fora dela – como "total", "diferença", "ímpar", "fração", "média", "volume", "produto" – podem constituir obstáculos à compreensão de um problema. É imprescindível que o professor esteja atento a isso e ciente de que uma de suas tarefas mais importantes é ajudar os estudantes a resolver um problema; e isso não é fácil, pois demanda tempo e dedicação. Os estudantes devem adquirir experiência em trabalhar de forma autônoma, mas, se forem deixados sozinhos para resolver um problema, sem a ajuda do professor, talvez não progridam. Se, no entanto, o professor ajudar demais, também não progredirão.

Um problema envolve três componentes: as situações ou os contextos em que se situa o problema, o conteúdo matemático que deve ser utilizado para resolver o problema e as competências a serem ativadas para conectar a Matemática e o mundo real em que o problema é gerado.

Situações ou contextos

As situações ou os contextos em que se situam os problemas podem ser da vida real ou da própria Matemática. O contexto envolve todos os elementos para a resolução de um problema.

Um aspecto importante a avaliar é o "fazer Matemática em qualquer situação". Estudos mostram que a escolha de procedimentos e representações matemáticos depende da situação em que um problema é apresentado. Para a OCDE, há quatro tipos de contexto. São eles: o pessoal, que envolve atividades sobre o estudante, sua família ou conhecidos; ocupacional, que se relaciona ao mundo do trabalho; social, que se refere às questões da comunidade (local, nacional ou global); e científico, que são os tópicos relacionados à ciência e à tecnologia (OCDE, 2018, p. 29-30).

O contexto de um problema inclui todos os elementos detalhados usados para formulá-lo, incluindo os aspectos matemáticos.

Um problema da vida real deve oferecer um contexto autêntico para o uso da Matemática. Se uma tarefa se refere a objetos, símbolos ou estruturas matemáticas e não faz referência a termos estranhos ao mundo da Matemática, o contexto da tarefa é considerado *intramatemático*, e a tarefa é classificada como pertencente a uma situação científica. Mas os problemas encontrados nas vivências dos estudantes não são formulados em termos explicitamente matemáticos; eles se referem a objetos do mundo real. Esses contextos de tarefa são denominados *extramatemáticos*, e os estudantes precisam traduzi-los para uma forma matemática. Cabe destacar que é possível ainda introduzir nas atividades matemáticas um contexto hipotético, desde que apresente alguns dados reais, isto é, desde que não esteja tão distante da vida real, e permita o uso da Matemática para solucioná-lo.

Conteúdos matemáticos

O próximo componente do mundo real que deve ser considerado é o conteúdo matemático a que os estudantes recorrem na resolução de um problema. Os conteúdos matemáticos são apresentados nos currículos em torno de grandes eixos ou temas. O documento *Pisa 2022* Quadro Conceptual de Matemática Draft destaca essa organização em quatro categorias: quantidade; incerteza e dados; variações e relações; e espaço e forma (OCDE, 2018, p. 10).

Já a BNCC orienta a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental por meio das cinco unidades temáticas – Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística –, que devem ser exploradas de forma integrada e com ênfase variável, dependendo do ano de escolarização.

Competências

As competências matemáticas necessárias para resolver um problema relacionam-se com a natureza do problema, com o sistema de representações utilizado e com os conteúdos envolvidos. Quando se fala em competências matemáticas, com alguma frequência elas são identificadas com as competências elementares de cálculo ou, no máximo, com competências para efetuar algumas operações algébricas. Trata-se de uma ideia equivocada. Aprender procedimentos de cálculo isolados, por si só, não promove o contato dos estudantes com as ideias e os modos de pensar fundamentais da Matemática e não garante que sejam capazes de ativar os conhecimentos relevantes quando tiverem de enfrentar as situações-problema – mesmo as mais simples – que surgem em contextos diferentes.

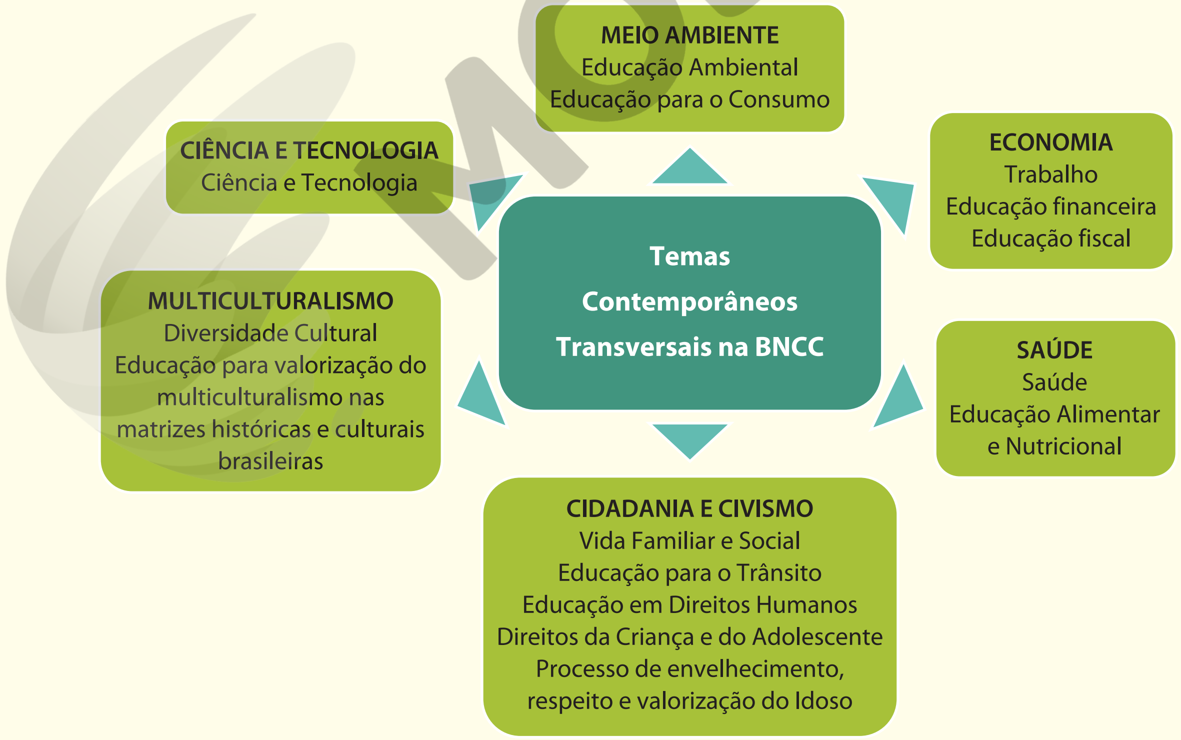
Temas Contemporâneos Transversais (TCTs)

Para trabalhar com as mudanças preconizadas pela BNCC e garantir a aprendizagem efetiva de todas as crianças e de todos os jovens do país, esta coleção traz diferentes situações de ensino de Matemática e de contextualização desses TCTs. Neste Manual, o professor terá subsídios para fazer essa articulação entre unidades temáticas e TCTs, por meio das orientações das atividades, nas quais terão indicação de cada Tema Contemporâneo Transversal trabalhado.

Os TCTs servem para contextualizar os conteúdos a serem ensinados, de modo a trazer assuntos de interesse dos estudantes e que sejam relevantes para que se desenvolvam como cidadãos (BRASIL, 2019a, p. 7). Assim, nesta coleção os Temas Contemporâneos Transversais foram contemplados por meio de diferentes atividades, buscando garantir aquilo que a BNCC preconiza a seu respeito:

> [...] cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora (BRASIL, 2018, p. 19).

Os TCTs não se referem a uma área específica, mas a todas elas, e são eles:

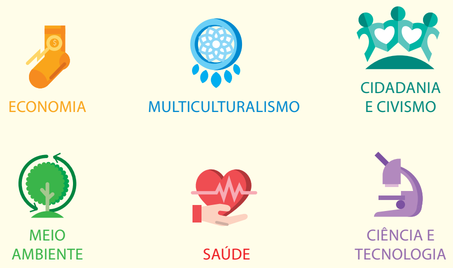


ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Temas Contemporâneos Transversais da BNCC por macroáreas.

Fonte: BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: Contexto Histórico e Pressupostos Pedagógicos. Brasília, DF: MEC, 2019a.

Nesta coleção, os TCTs aparecem indicados por ícones, de acordo com sua macroárea.



Letramento matemático

A BNCC, bem como os currículos que dela emergem, ressaltam a importância da promoção do letramento em suas mais diversas manifestações: financeira, cartográfica, estatística, computacional, entre outras, incluindo o multiletramento. O mundo precisa de bons leitores, de pessoas que saibam interpretar as informações com facilidade e rapidez. Isso é verdade em todas as áreas e, em Matemática, não seria diferente.

Se, nas gerações anteriores, obter acesso à informação era dificultoso, no século XXI a situação é bem diferente. Estamos imersos em dados, e muitos deles podem ter origem e qualidade duvidosas. O aprimoramento das competências leitoras instrumentaliza o cidadão a ler o mundo, a compreendê-lo melhor e, assim, ser capaz de tomar decisões assertivas embasadas em evidências científicas.

Kleiman (1995) acredita que o letramento tem poder transformador sobre a ordem social. Dá ao indivíduo empoderamento que permite o acesso e a manipulação da informação. Segundo essa autora, o termo "letramento" surgiu nos meios acadêmicos durante a busca por uma forma de separação das investigações sobre os impactos da escrita sobre a sociedade e as investigações sobre os processos individuais de alfabetização. De modo simplista, a alfabetização está para a esfera individual assim como o letramento está para a esfera social.

Soares (2016), por sua vez, aponta duas dimensões de letramento, intrinsecamente relacionadas: a individual e a social. Individualmente, a pessoa letrada é aquela que tem domínio satisfatório sobre as tecnologias mentais de ler e escrever. No que se refere à dimensão social, o letramento é compreendido como um fenômeno cultural que reúne um conjunto de atividades sociais que dependem, direta ou indiretamente, da língua escrita. Nessa perspectiva, letrado é o indivíduo capaz de participar plenamente das atividades que requerem letramento em seu grupo social e em sua comunidade. Mais do que ler e escrever, letramento implica interação social consciente e crítica. E como isso está relacionado ao letramento matemático?

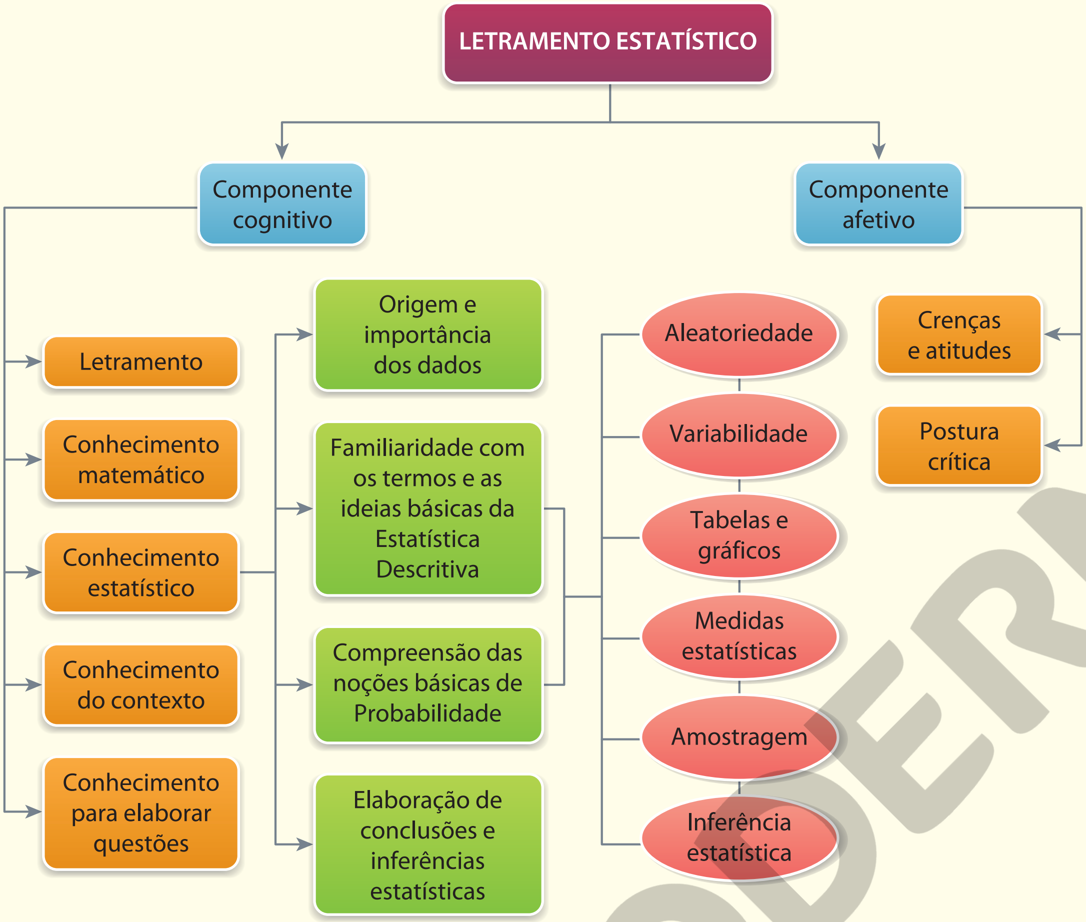
Segundo o Pisa 2022 (OCDE, 2018, p. 7), o letramento matemático é a capacidade de um indivíduo de raciocinar matematicamente e de formular, empregar e interpretar a Matemática para resolver problemas em distintos contextos reais. Incluem-se raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e predizer fenômenos. Dessa maneira, possibilita aos indivíduos reconhecer o papel que a Matemática exerce no mundo, de modo que sejam cidadãos construtivos, engajados e reflexivos que possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar decisões.

Smole e Diniz (2009, p. 15) ressaltam que "aprender Matemática exige comunicação, pois é através dos recursos da comunicação que as informações, os conceitos e as representações são veiculados entre as pessoas". Um recurso básico da comunicação, além da oralidade, é a escrita, pois possibilita o enquadramento da realidade. Ler, interpretar, reorganizar as ideias, representar graficamente (escrita em língua materna, gráficos, diagramas, tabelas, quadros), expressar ideias oralmente e argumentar com base em dados são habilidades necessárias para a autonomia plena na sociedade da informação.

Em consonância com essas ideias, a BNCC orienta:

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como o aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (BRASIL, 2018, p. 266).

Não vamos, nesse momento, nos aprofundar nessa discussão, pois ela será retomada, sempre que necessário, ao longo desta obra, mas, para ilustrar a ideia, trazemos aqui uma das facetas do letramento.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Modelo de letramento estatístico.
Fonte: CAZORLA, I. M.; UTSUMI, M. C. Reflexões sobre o ensino de Estatística na Educação Básica. *In*: CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. R. S. (org.). *Do tratamento da informação ao letramento estatístico*. Itabuna: Via Litterarum, 2010.

O letramento estatístico exemplifica como elementos cognitivos e afetivos, intrinsecamente relacionados às competências socioemocionais, articulam-se para ampliar a visão de mundo das pessoas – em nosso caso, do estudante, que é o centro de nossas atenções nos processos de ensino e de aprendizagem.

Tendo em vista a relevância desse tema, esta coleção se propõe a oferecer recursos didáticos para dar subsídios ao professor na gestão e no desenvolvimento de situações de aprendizagem que visem promover o letramento matemático nos estudantes, de modo que desenvolvam a capacidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar.

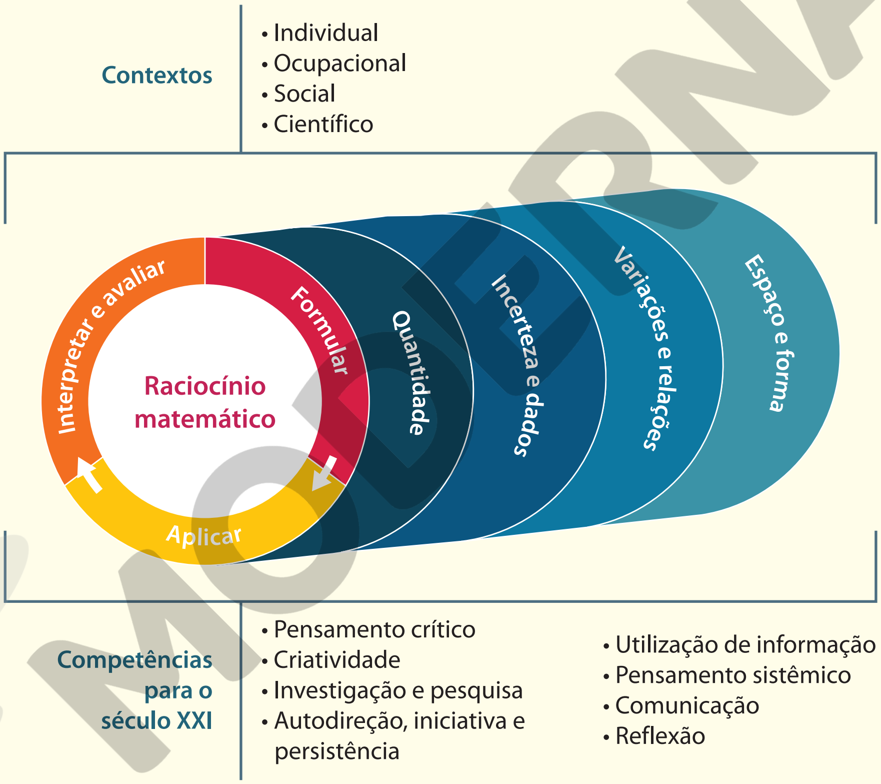
Sabemos que, muitas vezes, promover esse letramento nos estudantes é uma tarefa árdua tendo em vista as dificuldades enfrentadas no âmbito escolar. Estas podem estar relacionadas à infraestrutura da escola (desde o acesso a saneamento básico até a falta de recursos, como bibliotecas, laboratórios etc.), à realidade socioeconômica da região, aos diferentes perfis dos estudantes, entre outras. Na sala de aula, o professor tem o desafio de lidar com turmas numerosas, que abarcam estudantes dos mais diferentes perfis, podendo ser jovens com deficiências, que retornaram de evasão escolar, que conciliam trabalho e estudo, que têm diferenças significativas de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores.

Nesse sentido, uma das formas de se trabalhar com grupos grandes de forma mais eficaz é pensar nas tarefas matemáticas propostas. A professora Jo Boaler, autora do livro *Mentalidades Matemáticas*, propõe o uso das tarefas abertas, pois permitem a participação de toda a turma. Segundo ela, toda tarefa pode ser transformada em uma tarefa aberta desde que se pergunte aos estudantes "sobre suas diferentes maneiras de ver e resolver questões matemáticas e encorajando a discussão dos diversos modos de ver os problemas" (2018, p. 83). Outro ponto é oferecer diferentes opções de tarefa com distintos níveis e áreas da Matemática envolvidos, as quais são escolhidas pelo estudante e não pelo professor. É uma mudança de ponto de vista, o que possibilitará ao estudante escolher as próprias rotas de aprendizagem, "encontrando conteúdo individualizado, acompanhado por oportunidades para o trabalho em grupo e colaboração" (2018, p. 104).

Essa autora também sugere o uso das estratégias equitativas com o objetivo de tornar a Matemática mais inclusiva. Como uma forma de melhorar o desempenho coletivo, ela propõe que se ofereçam conteúdos matemáticos de alto nível a todos os estudantes e não somente àqueles que sempre tiram as melhores notas. Isso está imbricado a outra ideia que precisa ser mudada: a de que somente alguns podem ter êxito na Matemática. Por isso, é preciso oportunizar a todos – meninos e meninas, ricos e pobres, brancos, pardos e pretos – o pensar profundamente a Matemática. Isso implica, por sua vez, trazer experiências práticas, um currículo baseado em projetos e com aplicabilidade na vida real, além de trabalhar colaborativamente, o que, por sua vez, precisa ser ensinado. Trabalhar em grupo é fundamental para um bom desempenho matemático. E, por último, é preciso rever a ideia do dever de casa. Para a autora, é necessário mudar a natureza das tarefas, fazendo "perguntas que os incentive a pensar na matemática da aula e focar as ideias fundamentais" que são importantes para a aprendizagem (2018, p. 94).

Pensamento computacional

A evolução de técnicas e tecnologias representa um desafio para a formação de cidadãos construtivos, engajados e reflexivos. Nesse sentido, o Pisa 2022 (OCDE, 2018) compreende a Matemática no contexto de um mundo em rápida mudança, em que os indivíduos formulam juízos e tomam decisões não rotineiras para utilização individual e no âmbito da sociedade em que vivem. Isso coloca em foco a capacidade de raciocinar matematicamente, que sempre fez parte do quadro conceitual do Pisa, conforme a figura a seguir.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

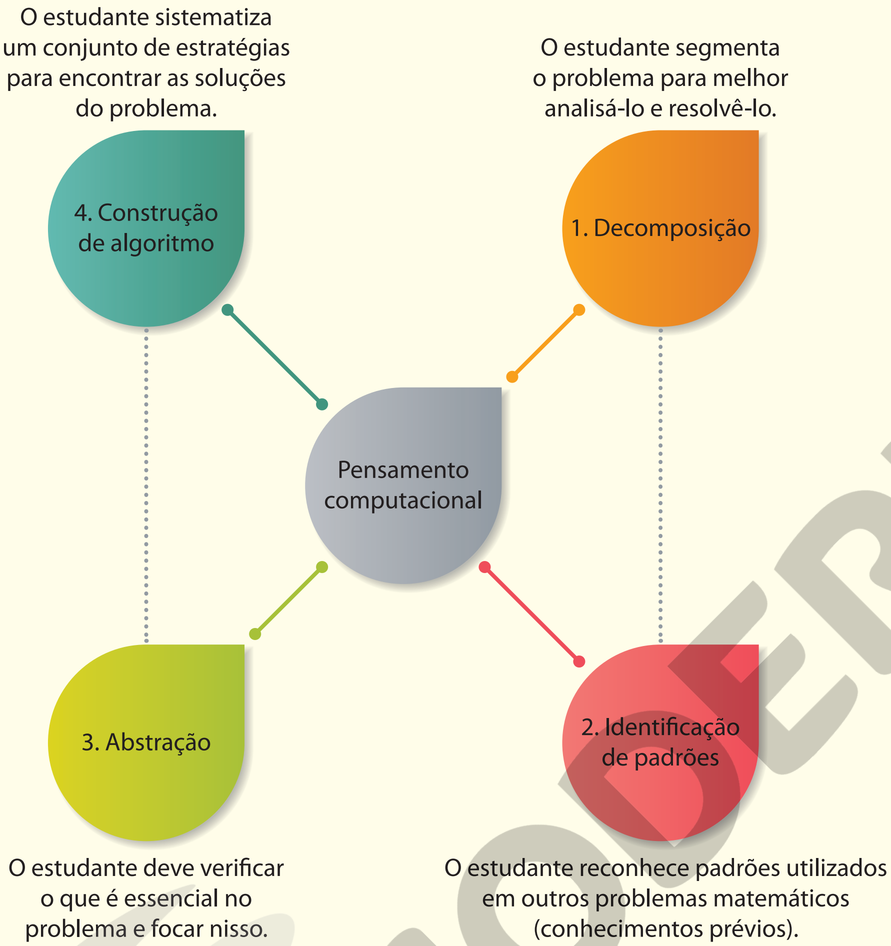
Quadro conceitual do Pisa 2022.

Fonte: ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). *Pisa 2022*: quadro conceptual de Matemática. 2018. Disponível em: https://pisa2022-maths.oecd.org/pt/index.html#Home. Acesso em: 2 jul. 2022.

Essa mudança tecnológica também cria a necessidade de os estudantes entenderem os conceitos de pensamento computacional que fazem parte da literacia matemática. Interpretar e avaliar na perspectiva do raciocínio matemático, segundo o Pisa 2022 (OCDE, 2018), inclui atividades em que se utilizam o pensamento matemático e o pensamento computacional para fazer previsões e fornecer evidências para argumentar, testar e comparar soluções propostas.

O conceito de pensamento computacional, de acordo com a definição de Wing (2006), está estritamente associado às ideias de resolução de problemas, design de sistemas e compreensão de comportamentos norteados por conceitos fundamentais da Ciência da Computação. Na concepção desse autor, o desenvolvimento do pensamento computacional ao longo da Educação Básica deve ser abordado nas perspectivas de conceituar em vez de programar; de contrapor habilidade fundamental e não utilitária; de complementar e combinar a Matemática com a Engenharia – ou seja, a Matemática como base de inovação para o crescimento econômico via ciência, tecnologia e engenharia –; *de gerar ideias, e não artefatos*; *de ser para todos e estar em qualquer lugar*.

O pensamento computacional configura-se como uma habilidade voltada à resolução de problemas de maneira sistemática, ou seja, uma habilidade que consiste em abstrair as informações de determinado problema, identificar padrões que geram esse tipo de problema e, finalmente, propor uma solução algorítmica, na qual se obtém a solução de uma classe de problemas por meio de uma sequência finita e bem definida de passos a serem seguidos, a exemplo da figura a seguir.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Processos cognitivos relacionados ao pensamento computacional.
Fonte: Os autores.

Apesar de haver indícios da transferência de competências entre os domínios da Matemática e do pensamento computacional, faz-se necessário um mapeamento no corpo de conhecimentos de ambas as áreas. A articulação entre pensamento computacional e Matemática exige clara identificação dos momentos em que essa relação pode ocorrer ao longo do currículo escolar (BARCELOS; SILVEIRA, 2012).

São exemplos dessa proximidade a ideia de variável e a identificação de padrões em sequências. Além disso, em Matemática, é muito comum encontrarmos o termo "algoritmo"; por exemplo, algoritmo da adição, algoritmo da subtração, algoritmo da divisão euclidiana e afins.

Nesse sentido, a BNCC, para a área de Matemática, enfatiza processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação e de desenvolvimento, considerados potencialmente ricos para o acréscimo de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. Este último é evidenciado na apresentação da área nas orientações de trabalho na unidade temática Álgebra conforme a seguir:

> Outro aspecto a ser considerado é que a aprendizagem de Álgebra, como também aquelas relacionadas a Números, Geometria e Probabilidade e estatística, podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, tendo em vista que eles precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa.
>
> Associado ao pensamento computacional, cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática. Um algoritmo é uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma. A linguagem algorítmica tem pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável. Outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos (BRASIL, 2018, p. 271).

Assim, em consonância com as ideias propostas na BNCC e no Pisa 2022, esta coleção dá a oportunidade de os estudantes desenvolverem noções de pensamento computacional, com a identificação de padrões, por meio de propostas de atividades ou exploração de conceitos que permitem que eles usem diferentes processos cognitivos, como analisar, compreender, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções. Esse conteúdo aparecerá em boxes, intitulados *Pensamento computacional*, ou em atividades, nas quais será identificado com o ícone de mesmo nome, que apresentam situações que ajudarão os estudantes a organizar sistematicamente o pensamento no processo de resolução de um problema. Neste Manual, haverá sugestões e orientações para o professor para o trabalho com o pensamento computacional.

Níveis de conhecimento

Este item descreve os três níveis de conhecimento que podem ser acionados em uma atividade matemática.

Para promover uma diversidade de possibilidades, é fundamental considerar o nível de conhecimento ativado na resolução de uma questão. Sugere-se como referência a classificação de Aline Robert, que, em seu artigo "Ferramentas de análise dos conteúdos matemáticos a ensinar" (1998), classifica o tipo de conhecimento acionado pelo estudante em três níveis: técnico, mobilizável e disponível.

Os estudantes põem em funcionamento um conhecimento de nível *técnico* quando resolvem uma atividade simples que corresponde à aplicação imediata de um conhecimento. Em geral, há indicação do método a adotar.

Os descritores principais são: reproduzir atividades já praticadas e realizar operações de rotina, como "resolva a equação", "calcule a média aritmética", "identifique as arestas do cubo".

No nível de funcionamento *mobilizável*, os conhecimentos a serem utilizados estão bem identificados no enunciado da atividade, mas necessitam de alguma adaptação ou de alguma reflexão antes de serem colocados em funcionamento.

Os itens associados a esse nível de conhecimento requerem alguma evidência do conteúdo presente na tarefa, por exemplo: "Uma porção de alimento com medida de massa igual a 500 g custa R$ 12,00, e uma porção do mesmo alimento medindo 800 g custa R$ 15,00. Qual das duas porções de alimento tem o melhor preço proporcionalmente?".

O nível de funcionamento *disponível* corresponde a resolver uma situação proposta sem nenhuma indicação ou sugestão em seu enunciado. É preciso achar os conhecimentos que favorecem a resolução, como: "Em um campo de futebol com medidas de comprimento e de largura iguais a 100 m e 50 m, respectivamente, foi realizado um *show*. Todos os lugares cobertos foram vendidos, e muitos espectadores ficaram na parte descoberta. É possível estimar o número de pessoas que havia nesse *show*?".

Entendemos que, para a aprendizagem acontecer de forma significativa, o tipo de conhecimento acionado pelo estudante deve circular entre os três níveis, o técnico, o mobilizável e o disponível, dependendo do momento em que os conteúdos são explorados. Procuramos dosar isso nesta coleção.

O processo de ensino e aprendizagem mediado pelas Tecnologias da Informação e Comunicação

O uso de tecnologias nos ambientes escolares vem se desenvolvendo intensamente nos últimos anos, com a ampliação de salas de informática e a capacitação de professores para atuar nessa área. Essa demanda está diretamente relacionada à velocidade das transformações tecnológicas vividas pela sociedade atual. A cada ano, as grandes empresas de tecnologia, que dominam o mercado mundial, divulgam e comercializam equipamentos e *softwares* cada vez mais potentes, mais ágeis, mais leves, mais interativos e mais acessíveis.

De acordo com a BNCC:

> Em decorrência do avanço e da multiplicação das tecnologias de informação e comunicação e do crescente acesso a elas pela maior disponibilidade de computadores, telefones celulares, *tablets* e afins, os estudantes estão dinamicamente inseridos nessa cultura, não somente como consumidores. Os jovens têm se engajado cada vez mais como protagonistas da cultura digital, envolvendo-se diretamente em novas formas de interação multimidiática e multimodal e de atuação social em rede, que se realizam de modo cada vez mais ágil. Por sua vez, essa cultura também apresenta forte apelo emocional e induz ao imediatismo de respostas e à efemeridade das informações, privilegiando análises superficiais e o uso de imagens e formas de expressão mais sintéticas, diferentes dos modos de dizer e argumentar característicos da vida escolar. Todo esse quadro impõe à escola desafios ao cumprimento do seu papel em relação à formação das novas gerações. É importante que a instituição escolar preserve seu compromisso de estimular a reflexão e a análise aprofundada e contribua para o desenvolvimento, no estudante, de uma atitude crítica em relação ao conteúdo e à multiplicidade de ofertas midiáticas e digitais. Contudo, também é imprescindível que a escola compreenda e incorpore mais as novas linguagens e seus modos de funcionamento, desvendando possibilidades de comunicação (e também de manipulação), e que eduque para usos mais democráticos das tecnologias e para uma participação mais consciente na cultura digital. Ao aproveitar o potencial de comunicação do universo digital, a escola pode instituir novos modos de promover a aprendizagem, a interação e o compartilhamento de significados entre professores e estudantes (BRASIL, 2018, p. 61).

Nesse novo cenário, o professor assume um papel importante, pois cabe a ele criar novas atividades e maneiras de utilizar o conhecimento, tendo nos recursos digitais a possibilidade de ampliar seu campo de ação didática.

Em relação à Matemática, o uso das tecnologias digitais é um facilitador, pois há inúmeros recursos disponíveis, como objetos de aprendizagem e *softwares*, que podem auxiliar na construção de conhecimentos matemáticos.

Nesta coleção, são propostas atividades que utilizam *softwares* de Geometria dinâmica e planilhas eletrônicas, além da calculadora. Também são indicados *sites* que complementam o processo de ensino e aprendizagem.

Ensino e aprendizagem

A diversidade dá cor ao mundo. No campo da educação, por muito tempo, buscou-se a padronização. Alguns, em uma atitude anacrônica, ainda a perseguem. No entanto, hoje é quase consenso entre os profissionais da educação que é preciso promover a inclusão, a tolerância às diferenças e a empatia.

Conforme salienta o Parecer 11/2010,

> tem se firmado, ainda, como resultado de movimentos sociais, o direito à diferença, como também tem sido chamado o direito de grupos específicos verem atendidas suas demandas, não apenas de natureza social, mas também individual. Ele tem como fundamento a ideia de que devem ser consideradas e respeitadas as diferenças que fazem parte do tecido social e assegurado lugar à sua expressão. O direito à diferença, assegurado no espaço público, significa não apenas a tolerância ao outro, *aquele que é diferente de nós*, mas implica a revisão do conjunto dos padrões sociais de relações da sociedade,

exigindo uma mudança que afeta a todos, o que significa que a questão da identidade e da diferença tem caráter político. O direito à diferença se manifesta por meio da afirmação dos direitos das crianças, das mulheres, dos jovens, dos homossexuais, dos negros, dos indígenas, das pessoas com deficiência, entre outros, que para de fato se efetivarem, necessitam ser socialmente reconhecidos (BRASIL, 2010).

Nesse sentido, é preciso olhar cuidadosamente para o estudante dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Ele está inserido na transição entre a infância e a adolescência, período marcado por intensas e profundas mudanças nos aspectos físico, psicológico, social e emocional. Ele é um sujeito, como define a BNCC, "em desenvolvimento, com singularidades e formações identitárias e culturais próprias, que demandam práticas escolares diferenciadas, capazes de contemplar suas necessidades e diferentes modos de inserção social" (BRASIL, 2018, p. 60).

No ambiente escolar, o professor é um dos atores que mais têm contato com esse estudante, por isso o papel docente é essencial na promoção dos direitos dos estudantes (à aprendizagem, à diferença etc.). Por meio da interação do professor com seus estudantes, é possível compreender como vivem, suas necessidades, seus anseios, seu projeto de vida e o que pode motivá-los para uma aprendizagem significativa. Por meio dessa interação, é possível explorar problemas reais e buscar as informações de maneira coletiva, reconhecendo que os próprios estudantes podem ser a fonte de conhecimento. É importante encorajar a troca e a construção entre eles e se envolver em discussões e trabalhos.

O professor também é, muitas vezes, a ponte entre os estudantes e os demais profissionais da escola. Não raro, parte-se da observação do docente de um problema real em sala de aula e chega-se à sua solução em âmbito da comunidade escolar. Quando o professor se depara com estudantes de educação inclusiva, por exemplo, é possível que articule projetos que propiciem a real inclusão desses estudantes, promovendo um aprendizado de fato. Um exemplo dessa situação aconteceu no Pará, por meio do Projeto Libras na Escola, que foi viabilizado quando observou-se que estudantes surdos da Escola do Município de Vigia não tinham suas diferenças contempladas. Esse projeto expandiu-se e chegou a outras escolas. Para saber mais sobre ele, acesse o artigo "Projeto Libras na Escola e as interações inclusivas em uma comunidade escolar", de Ataíde, Furtado e Silva-Oliveira (2020), disponível na seção *Referências bibliográficas comentadas*, neste Manual.

Acreditamos que o professor deve tentar se apropriar do maior número possível de metodologias de ensino, explorando-as com os estudantes, aprendendo com eles. Diversificar estratégias de ensino permite atender de forma mais ampla turmas heterogêneas.

Em consonância com essa realidade, proliferam por todo o mundo novas metodologias de ensino. As chamadas metodologias ativas ganham força no Brasil, impulsionadas pela BNCC, oferecendo estratégias inovadoras aos docentes para que possam explorar ao máximo o potencial dos estudantes, os protagonistas de suas aprendizagens, de forma reflexiva (BACICH; MORAN, 2018).

Algumas das metodologias às quais o professor pode recorrer estão indicadas na imagem a seguir.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Metodologias ativas.

Fonte: Os autores.

Tais metodologias dão oportunidade aos estudantes de construir ativamente os conhecimentos, para empoderá-los nos processos de tomada de decisões e, assim, incentivá-los a conquistar maior autonomia, aptidão na resolução de problemas, criticidade, empatia, responsabilidade, confiança e participação em trabalho colaborativo. Elas permitem a integração entre as componentes curriculares tradicionais, os Temas Contemporâneos Transversais (BRASIL, 2019a) e os Itinerários Formativos (BRASIL, 2019b).

Nas salas de aula, estão estudantes com os mais variados perfis. Além da realidade socioeconômica de cada um, que interfere na aprendizagem do indivíduo, há características individuais que se somam ao contexto onde os estudantes estão inseridos para determinar a forma como eles se sentirão mais motivados para compreender o conteúdo. Há os cinestésicos, que privilegiam os sentidos do olfato, do tato e do paladar para registrar suas experiências. Há também estudantes com perfil auditivo, que privilegiam a oralidade, a escuta ativa, gostam de gravar palestras, assistir a vídeos, ouvir *podcasts* e de participar de *chats*, debates, rodas de conversa, saraus. Muitas vezes, gravam suas próprias ideias em vez de anotá-las. Temos ainda os estudantes com perfil visual, que se destacam ao desenhar, elaborar esquemas, gráficos, fluxogramas, que costumam grifar seus textos, copiar o que está no quadro, elaborar listas e tabelas, colorir, sublinhar e circular palavras-chave, usar mapas mentais. Finalmente, temos estudantes que se destacam na leitura e escrita: são geralmente aqueles que conseguem conciliar características dos estudantes auditivos e visuais.

Embora essa seja uma tipologia um pouco simplista e haja muitas outras categorizações possíveis, o que queremos destacar é que, por mais que o professor se esforce, sempre que optar por determinada metodologia de ensino, beneficiará mais alguns estudantes do que outros. Não há uma estratégia que contemple a todos da mesma maneira, ainda que direcionemos nossos esforços para agir com equidade e respeito às diversidades, o que nos leva de volta à nossa ideia inicial: trabalhar com múltiplas abordagens para atender aos interesses de todos os estudantes.

Hoje, novas propostas emergem no mundo pós-pandêmico. Fala-se de neurociências, *mindset*, *big data*, *machine learning*, competências socioemocionais, inteligências múltiplas (GARDNER; CHEN; MORAN, 2009). A pluralidade de estratégias, públicos e conceitos matemáticos envolvidos na implementação de metodologias ativas (BACICH; MORAN, 2018) oferece novas oportunidades de contemplar os diferentes perfis de inteligência.

Ao expor para o mundo a necessidade do reconhecimento de múltiplas inteligências, Gardner (1995) leva em conta que nem todas as pessoas apresentam os mesmos interesses, habilidades e competências, tampouco aprendem da mesma maneira, e que ninguém pode aprender tudo o que há para ser aprendido. Cabe aos educadores o desafio de tentar compreender as capacidades e os interesses dos estudantes e, tendo em vista esse conhecimento, desenvolver situações de aprendizagem e elaborar instrumentos de avaliação. Os especialistas responsáveis pela construção de propostas curriculares deveriam tentar combinar os perfis, os objetivos e os interesses dos estudantes com a organização curricular e com determinados estilos de aprendizagem. A maior preocupação de Gardner está direcionada aos estudantes que não se destacam nos testes padronizados e que, por esse motivo, são taxados como não possuidores de nenhum tipo de talento especial. Seu trabalho evidencia a necessidade de o professor oferecer oportunidades para que todos os estudantes possam brilhar, cada qual à sua maneira.

Refletindo sobre essas questões no campo da Educação Matemática Crítica, Skovsmose (2013) enaltece a criação de um currículo crítico com princípios imbuídos de valores que duelam com os currículos atuais, que são dissociados de problemas distantes do ambiente escolar. Sendo o *bullying* um tema que atinge diversas classes sociais, dentro do universo escolar, ele pode ser visto como uma possibilidade para a elaboração de atividades que podem servir de base para o desenvolvimento de projetos por meio de tarefas significativas e humanizadas.

Segundo o caderno de práticas e aprofundamentos de apoio à implementação da BNCC (BRASIL, 2019c), as competências socioemocionais como fator de proteção à saúde mental e ao *bullying* encontram-se presentes em todas as competências gerais e sugerem que as escolas as contemplem em seus currículos.

Diante dessa demanda, a educação socioemocional refere-se ao processo de entendimento e manejo das emoções, com empatia e pela tomada de decisão responsável, sinalizando que, para que isso ocorra, é fundamental a promoção desse tipo de educação nas mais diferentes situações, dentro e fora da escola, pelo desenvolvimento de competências como a habilidade de interação social, que se relaciona com as habilidades de ouvir com empatia, falar clara e objetivamente, cooperar com os demais, resistir à pressão social inadequada (ao *bullying*, por exemplo), solucionar conflitos de modo construtivo e respeitoso, bem como auxiliar o outro quando for o caso.

Em uma perspectiva de caracterização daquilo que é quantificável, Ferreira (2019) sugere que os dados matemáticos a respeito do *bullying*, por exemplo, podem se constituir de significados quando interpretados à luz das questões sociais. Com esse olhar, a investigação matemática pode ser utilizada pelo professor como metodologia ativa, visando à interpretação de dados e de informações pelos estudantes, além dos números dispostos em uma tabela. Nesse sentido, dados estatísticos a respeito do *bullying* podem nortear a compreensão do processo, do como e do porquê ele acontece. Da mesma maneira, dados históricos a respeito de casos de *bullying* podem ser interpretados em uma tentativa de compreendê-los para, porventura, abordá-los por meio da promoção de debates sobre dados estatísticos reais, que fizeram ou fazem parte da realidade.

Em uma atividade como essa, é possível envolver outros professores ou até diferentes profissionais, como psicólogos, e promover palestras ou outras ações que tratem da importância de combater os diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*.

Nessa linha, a educação socioemocional também permite a promoção da saúde mental. Segundo o *Levantamento internacional de boas práticas de saúde mental nas escolas* (2021), uma “escola promotora de saúde é aquela que se fortalece constantemente como ambiente seguro e saudável para viver, aprender e trabalhar, envolvendo aspectos físicos, socioemocionais e psicológicos, além dos resultados educacionais positivos". Assim, é importante ter em vista que devem ser pensadas ações de promoção, prevenção e recuperação da saúde mental, que devem ser adotadas em momentos oportunos (VOZES DA EDUCAÇÃO; FUNDAÇÃO LEMANN, 2021).

Nesse sentido, há algumas possibilidades de atividades que podem ser desenvolvidas para a promoção da saúde mental de modo interdisciplinar, considerando a participação de profissionais da saúde, que consistem em rodas de conversa, nas quais os estudantes treinem a habilidade de reconhecer os próprios sentimentos, de ouvir os outros de forma respeitosa e de expressar o próprio ponto de vista sobre temas relevantes a eles. Também podem ser ofertados materiais diversos que gerem um gatilho para as conversas com os estudantes, como *podcasts*, filmes, livros, artigos, histórias em quadrinhos etc.

No entanto, embora as atividades extracurriculares proporcionem um bom momento para o trabalho com as competências socioemocionais, é importante o professor ter em vista que elas devem ser estimuladas a todo momento, ou seja, todas as aulas geram oportunidades para o trabalho com as competências socioemocionais, que pode vir à tona por causa de um conflito surgido entre estudantes, de um tema proposto no livro didático, do trabalho com algum Tema Contemporâneo Transversal ou até de um assunto que esteja em voga na sociedade.

Essas novas demandas trazem desafios e oportunidades. Nesta obra, há atividades que podem e devem ser adaptadas pelos docentes de acordo com a realidade de sua escola e, dentro de uma mesma unidade escolar, de suas diferentes turmas, pois cada uma delas é singular.

Tendo tudo isso em vista, espera-se que o professor tenha um olhar para as diferenças, para as nuances das produções discentes, para as respostas divergentes, considerando que um mesmo problema matemático deve ser observado por um prisma que permite a visão de um amplo espectro de respostas, que podem ser intrinsecamente coerentes. Como diz Balacheff (1995), pode não se tratar de um erro, mas de um conhecimento deslocado de seu domínio de validade. Assim, muitas vezes, antes de avaliar o estudante, se faz necessário ouvi-lo, buscando compreender sua forma peculiar de pensamento.

Avaliação em Matemática

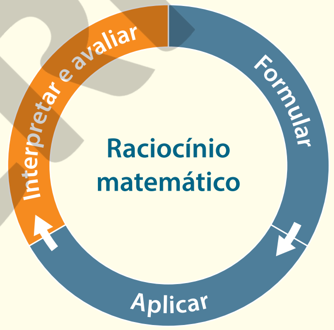
Em um cenário no qual muitos estudantes no Brasil não aprendem Matemática, a proposta apresentada pela BNCC para essa área curricular representa uma possibilidade significativa de mudança, principalmente pelo foco que tem no desenvolvimento do letramento matemático e de processos de raciocínio a ele relacionados, que permitem que se aprenda o conteúdo adequado à faixa etária, indo além do conhecimento de fatos e procedimentos. No entanto, o Instituto Reúna (2020) alerta sobre duas situações:

> A primeira diz respeito ao distanciamento existente entre as altas expectativas de aprendizagem para Matemática trazidas pelos currículos alinhados à BNCC e as aprendizagens atuais dos estudantes nessa disciplina – e esse distanciamento não é pequeno, a considerar os dados de proficiência das avaliações de escala. A segunda diz respeito à interrupção da implementação dos currículos causada pela suspensão das aulas em face da pandemia da covid-19. Juntos, esses dois aspectos podem comprometer o avanço dos estudantes na aprendizagem adequada de Matemática (p. 13).

Esse aspecto apresenta uma série de implicações imediatas para as escolhas didáticas do professor, o qual precisa ter foco nas competências e nas habilidades que deseja desenvolver nos estudantes, em especial no letramento matemático, selecionar os temas e as atividades, planejar e replanejar cuidadosamente e avaliar de modo constante. Portanto, faz-se extremamente necessário não perder de vista que planejamento e avaliação devem caminhar juntos.

As avaliações auxiliam no monitoramento permanente dos resultados de aprendizagem dos estudantes, subsidiando a tomada de decisão e o planejamento de ações com base em evidências pelos diversos atores educacionais em variadas instâncias.

O documento do Pisa 2022 propõe um ciclo de desenvolvimento do raciocínio matemático que envolve as capacidades de *interpretar* e *avaliar* sendo utilizadas na definição de literacia matemática, que se centra na capacidade dos indivíduos de refletir sobre soluções matemáticas, resultados ou conclusões e interpretá-los no contexto da vida real. Isso envolve a tradução dos resultados matemáticos em soluções adequadas e a avaliação de sua razoabilidade no contexto, conforme o ciclo proposto na figura a seguir.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Ciclo de desenvolvimento do raciocínio matemático.

Fonte: ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). *Pisa 2022:* Quadro Conceptual de Matemática Draft. 2022. Disponível em: https://pisa2022-maths.oecd.org/pt/index.html#Home. Acesso em: 3 jul. 2022.

Especificamente, esse processo de interpretação, aplicação e avaliação de resultados matemáticos inclui atividades de interpretar informações apresentadas na forma de gráficos e/ou diagramas; avaliar um resultado matemático; interpretar um resultado matemático no contexto do mundo real; avaliar a razoabilidade das soluções matemáticas de um problema do mundo real; entre outras.

No âmbito da Avaliação em Matemática do Pisa 2021, os resultados das avaliações são relatados em uma única escala unidimensional e subescalas para o domínio principal em cada ciclo, ao descrever as competências dos estudantes em diferentes áreas da Matemática, que permitem que os formuladores de políticas compreendam melhor o foco das atividades de remediação e mudanças no currículo. (BRASIL, 2021, p. 74-75).

Além das matrizes de avaliação em larga escala, a avaliação formativa tem sido foco de discussão contínua no âmbito educacional nacional e internacional, já que ela rompe os tipos de avaliação mensuráveis tradicionalmente adotados em diversos contextos escolares.

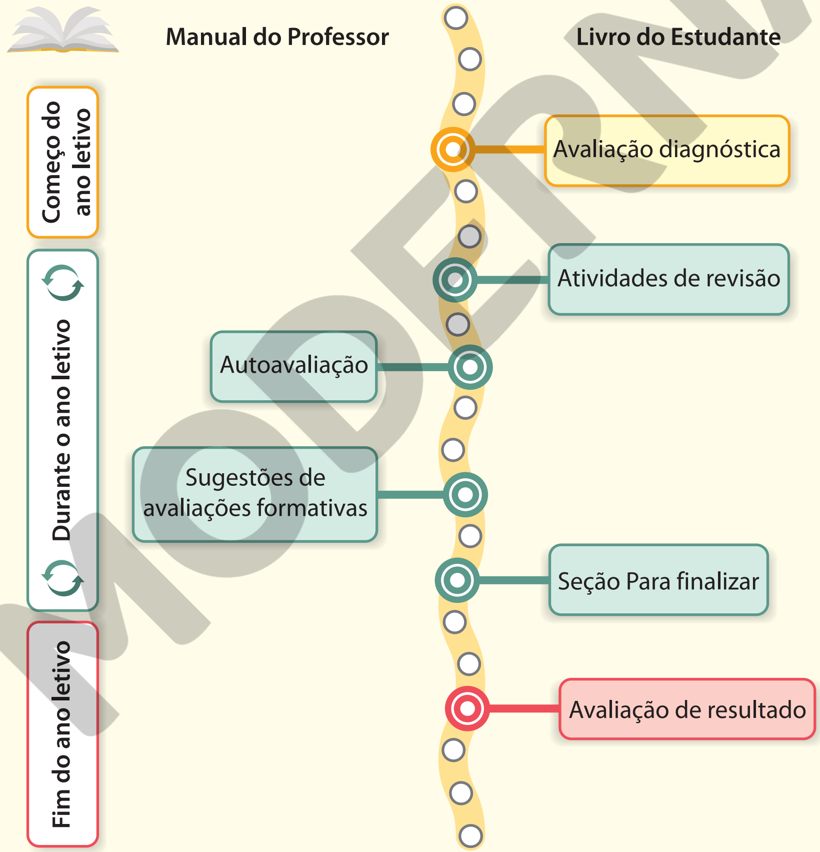
É reconhecido internacionalmente que a avaliação formativa tem ainda pouca aderência na sala de aula de Matemática, verificando-se que existe uma supremacia de práticas de avaliação somativa em detrimento de práticas avaliativas formativas (SANTIAGO *et al.*, 2012). As práticas de avaliação formativa, em particular na área de Matemática, permanece configurando-se em uma dificuldade o seu desenvolvimento de forma expressiva e continuada.

Na avaliação formativa,

> o professor investiga durante todo o tempo, na sala de aula, se os alunos estão ou não aprendendo e por quê. Essas informações servem para replanejar as atividades seguintes, de modo a atender às necessidades da turma ou de grupos de estudantes. Também permitem ao docente dar as orientações que os alunos precisam para se desenvolverem melhor, estimulando o protagonismo deles (YURIE, 2022).

Nesse aspecto, os estudos de Santos (2022) sinalizam que o *feedback* pode ser um poderoso instrumento para apoiar a aprendizagem, de modo que dá a oportunidade de o estudante voltar a pensar, a refletir sobre o que fez, decidindo como prosseguir para seu aperfeiçoamento. A avaliação formativa tem a missão de atribuir aos estudantes o papel de sujeitos coautores e participativos no desenvolvimento de sua aprendizagem e, consequentemente, no seu processo de formação.

Nesta coleção, trazemos sugestões de tipos de avaliação a serem aplicados durante o ano letivo. Para isso, faz-se necessário que o professor compreenda os instrumentos desse tipo de avaliação que visam situar o nível de desenvolvimento dos estudantes. No esquema a seguir, há as avalições sugeridas, onde encontrá-las e o momento sugerido para aplicá-las.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

A primeira avaliação proposta, para ser aplicada no início do ano letivo, é a diagnóstica, cujo objetivo é averiguar os conhecimentos e as habilidades dos estudantes trazidos de anos anteriores.

As autoavaliações, por sua vez, que são encontradas nas *Orientações*, neste Manual, ao final de cada capítulo, têm o intuito de promover a reflexão dos estudantes sobre dificuldades de aprendizagem, de modo a proporcionar a eles o agir com autonomia e a responsabilidade quanto a suas aprendizagens.

Já na seção *Atividades de revisão*, os estudantes fazem exercícios que retomam o conteúdo estudado.

No *Livro do Estudante*, encontra-se também uma seção denominada *Para finalizar*, na qual os estudantes são estimulados a organizar as ideias trabalhadas durante as seções, analisar o que foi estudado em cada capítulo da Unidade e avaliar os aprendizados, no intuito de consolidar o conhecimento adquirido. As questões apresentam-se em forma de síntese dos conceitos trabalhados nas unidades.

No que diz respeito às avaliações formativas, há uma sugestão de avaliação para cada capítulo deste volume disponível mais adiante, neste Manual. É importante avaliar a pertinência e a adequação das propostas, bem como de suas orientações, para que tanto o professor quanto o estudante estejam cientes e comprometidos com tal avaliação.

Ainda, sobre a avaliação de resultado, disponível após o último capítulo do *Livro do Estudante*, sugerimos sua aplicação no fim do ano letivo. O objetivo é averiguar os conhecimentos e as habilidades dos estudantes apreendidos durante o ano.

Para aplicar essas avaliações, sugerimos que sejam escolhidos diferentes métodos, como escrita individual, escrita em dupla, atividade oral, por meio de trabalhos ou com resolução de atividades no quadro, com jogos etc. Dessa forma, a visão da aprendizagem dos estudantes poderá ser amplificada e será possível replanejar o trabalho docente em sala de aula, caso seja necessário. Já, para colher os resultados, é importante ter em mente que as avaliações não devem ser vistas somente como mais uma prova; é preciso que sejam analisadas todas as respostas dos estudantes. Há sempre uma intencionalidade por trás de uma resposta, e elas sempre trazem uma indicação do conhecimento do estudante. Quando ele assinala certo item considerado errado, o faz por alguma razão: por confundir algum conceito, não ter ainda aquele conhecimento consolidado, ter dificuldade para interpretar a questão, entre outras razões, as quais devem ser analisadas caso a caso.

Conforme já salientado, as avaliações propostas neste material buscam averiguar a aprendizagem dos estudantes em cada fase do processo de ensino e as habilidades desenvolvidas por eles nesse percurso. Nesse sentido, vale explanar que as habilidades evidenciadas em nossas avaliações, em especial a diagnóstica, as formativas e a de resultado, foram escolhidas tendo por base os *Mapas de Foco da BNCC*, propostos pelo Instituto Reúna. Dado o recente cenário pandêmico e que os estudantes talvez apresentem defasagens em seu aprendizado, esses mapas foram criados com o intuito de identificar as habilidades da BNCC essenciais aos estudantes. Desse modo, foram assim classificadas: aprendizagens focais, aprendizagens complementares e expectativa de fluência. As aprendizagens focais são aquelas consideradas elementares para o desenvolvimento dos estudantes; são "inegociáveis e essenciais para aprender e avançar em um componente" (INSTITUTO REÚNA, 2020, p. 8) – e essas é que foram priorizadas em nossas avaliações. As aprendizagens complementares são as que podem ser desenvolvidas com as focais. Já as expectativas de fluência compreendem os conhecimentos que precisam ser mobilizados com fluência ou automaticidade no intuito de facilitar o desenvolvimento das aprendizagens focais (REÚNA, 2020).

Para que os mapas cumpram sua função de apoiar a seleção de habilidades para a flexibilização curricular, o Instituto Reúna recomenda a análise e a seleção criteriosa das habilidades classificadas como focais, por serem as mais estruturantes e essenciais para o desenvolvimento dos estudantes. Essa análise poderá oferecer elementos tanto para avaliar o que já foi trabalhado e assegurado aos estudantes quanto para projetar o futuro, definindo aquilo que será priorizado e o tempo para sua efetivação.

Além das avaliações propostas nesta coleção, o professor pode planejar outras, tendo em vista o cenário em que se encontra e a realidade de sua turma. Nesse sentido, também indicamos que sejam feitas perguntas aos estudantes após a leitura de textos – atividade que pode ser realizada em duplas, dando também margem para uma organização de trabalhos em grupo. Ainda, sugerimos que seja proposto aos estudantes em grupos que criem problemas e compartilhem com os colegas, de modo que resolvam os problemas elaborados por eles. Nessa proposta, caso não consigam resolver algum problema, peça que justifiquem o motivo: se faltou informações no enunciado, se o enunciado não era claro ou havia erros ou conflitos de informação etc., o que configura um exercício potencialmente rico para avaliarem o que é importante ter em mente ao criar um problema.

No que tange à proposta do trabalho em grupo, a avaliação do professor poderá ser efetivada com base em três aspectos, conforme a figura a seguir.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Aspectos a serem considerados nas avaliações em grupo.

Fonte: Os autores.

Caso o professor julgar necessário, poderá propor atividades que auxiliem os estudantes a superar as dificuldades diagnosticadas na compreensão dos conceitos. Nesta coleção, há atividades sugeridas que podem ser usadas para esse fim. É também sugerido que o professor adapte ou crie novas atividades, de acordo com o contexto e a realidade da turma.

A COLEÇÃO

Estrutura e seções

A coleção está dividida em quatro volumes, com quatro unidades cada um. A obra apresenta a seguinte estrutura: *Abertura de Unidade*, *Conteúdos*, *Atividades*, *Estatística e Probabilidade*, *Atividades de revisão*, *Compreender um texto*, *Educação financeira*, *Informática e Matemática*, *Trabalho em equipe*, *Para finalizar*, *Recorde*, *Mostre o que você aprendeu* e *Mostre o que você já sabe*.

Ao longo da obra, além de atividades e problemas envolvendo situações contextualizadas, a coleção propõe o uso da calculadora, a resolução de desafios, o trabalho em grupo, o cálculo por estimativa e os cálculos mentais. A obra incentiva os estudantes a raciocinar, relacionar ideias, usar a experiência adquirida fora da escola, refletir sobre a resolução de problemas e sobre os procedimentos utilizados para chegar à solução, produzir análises críticas, criativas e propositivas e desenvolver as capacidades de argumentar e de inferir.

Abertura

Em todas as unidades, há uma página de abertura.

A principal função da *Abertura* é servir de ligação entre o que os estudantes já sabem e o que devem saber ao final da Unidade. Por esse motivo, em cada uma há o boxe *Para começar...*, cuja finalidade é identificar os conhecimentos prévios deles. As atividades desse boxe podem ser discutidas em grupo, e suas conclusões, compartilhadas com a turma.

Conteúdo e atividades

Em todas as unidades, procura-se desenvolver os conteúdos de forma clara e precisa, ampliando-os a cada abordagem e proporcionando, assim, uma visão global do assunto. Os conteúdos estão subdivididos em tópicos, intercalados por seções de atividades que exploram o conteúdo tratado naquele tópico.

No trabalho com os conteúdos, há questionamentos variados em boxes, como *Para analisar*, *Para resolver*, entre outros, que têm o objetivo de levar os estudantes à reflexão, à investigação, ao aprofundamento ou à dedução de algo que continuará estudando. Na seção *Atividades*, o objetivo é apresentar situações em que o conteúdo pode ser aplicado. Elas são organizadas da mais fácil para a mais difícil, incentivando os estudantes a raciocinar.

As atividades propostas envolvem os três níveis de conhecimento que podem ser acionados na resolução de uma questão: os conhecimentos de nível *técnico*, em propostas de atividades simples, que correspondem a aplicações imediatas do conhecimento desenvolvido no tópico; os conhecimentos de nível *mobilizável*, identificados no enunciado da atividade, mas que necessitam de reflexão antes de ser colocados em funcionamento; e os conhecimentos de nível *disponível*, que correspondem a situações propostas sem nenhuma indicação de resolução em seu enunciado.

A seguir, apresentamos um exemplo de cada tipo de atividade.

Técnico	Mobilizável	Disponível
Atividade **3**, página 24. Volume: 6º ano	Atividade **5**, página 40. Volume: 6º ano	Atividade **8**, página 41. Volume: 6º ano
Escreva no caderno os seguintes números usando símbolos romanos: **a)** 97 **b)** 149 **c)** 1 500 **d)** 3 560	Lúcia e Carla trabalham em um mesmo escritório. Lúcia é projetista e recebe um salário de 2 950 reais. Carla é advogada e recebe 500 reais a mais que Lúcia. Qual é o valor do salário de Carla?	Observe o contracheque de Mariana e responda à questão.  MARCELO CASTRO/ARQUIVO DA EDITORA • Qual é o salário de Mariana?
Respostas: **a)** XCVII **c)** MD **b)** CXLIX **d)** MMMDLX	Resposta: 3 450 reais.	Resposta: 1 600 reais.

Entre as atividades, destacamos algumas especiais, que são os **desafios** e as atividades de **calculadora** e de **cálculo mental**, distribuídas por toda a coleção, em momentos variados.

Recorde

Esta seção foi elaborada para ajudar você, professor, a identificar as possíveis dificuldades, individuais ou coletivas, em relação aos principais conteúdos estudados em anos anteriores, considerados pré-requisitos para as habilidades que serão desenvolvidas neste volume. Esperamos que esta seção contribua com o diagnóstico para que você possa avaliar a necessidade de intervenções ou retomada de algum conteúdo. A maneira como os estudantes demonstram entendimento sobre o assunto, os registros e os cálculos dão indícios dos principais equívocos cometidos por eles.

Mostre o que você já sabe

Por meio desta seção, que está localizada no início do volume, vai ser possível fazer uma avaliação diagnóstica dos conhecimentos prévios dos estudantes. As questões que compõem essa avaliação são de múltipla escolha, sempre com quatro alternativas, sendo três distratores e uma resposta correta. O conteúdo das questões é relativo ao que foi trabalhado no ano anterior, mas tem relação com alguma habilidade importante do ano corrente.

Mostre o que você aprendeu

A exemplo da seção *Mostre o que você já sabe*, que busca dar um diagnóstico dos conhecimentos prévios dos estudantes, esta seção, *Mostre o que você aprendeu*, tem a intenção de avaliar o que eles aprenderam durante o ano letivo. Por essa razão, ela aparece sempre no fim do volume. As questões que compõem essa avaliação são de múltipla escolha, sempre com quatro alternativas, sendo três distratores e uma resposta correta. O conteúdo das questões é relativo ao que foi trabalhado no ano corrente.

Estatística e Probabilidade

A sociedade contemporânea exige a seleção e a análise de uma diversidade de informações. A Estatística, com seus conceitos e métodos para coletar, analisar e organizar dados, tem se revelado um poderoso aliado para compreender a realidade. Por esse motivo, a seção *Estatística e Probabilidade* recebeu destaque nesta coleção.

Os conhecimentos que esta seção explora referem-se à capacidade de analisar índices, fazer sondagens, escolher amostras e outras situações importantes ao cotidiano.

Atividades de revisão

As atividades de revisão proporcionam aos estudantes a oportunidade de retomar os conteúdos estudados no capítulo. Muitas dessas atividades são contextualizadas tendo como base assuntos do interesse deles.

O uso desta seção deve se adequar ao planejamento do curso e ao andamento de cada turma; ela pode ser trabalhada em grupo, como atividade para ser realizada em casa ou indicada como opcional.

Compreender um texto

Na seção *Compreender um texto*, é apresentado um texto de interesse dos estudantes, acompanhado de atividades. Essas atividades estão relacionadas à compreensão do texto e aos assuntos matemáticos tratados na Unidade.

O trabalho com textos não pode ser restrito à área de Língua Portuguesa. É importante que todos os professores, incluindo os de Matemática, trabalhem as competências leitora e escritora, pois elas devem ser desenvolvidas pela escola como um todo. Atualmente, muitos textos de circulação social, como reportagens, informativos variados e relatórios, quase sempre são acompanhados de números, e a não apropriação da grandeza numérica envolvida, ou ainda da noção de porcentagem, por exemplo, inviabiliza sua compreensão.

Educação financeira

Na seção *Educação financeira*, apresenta-se uma situação cotidiana que envolve finanças e, a partir daí, são discutidas possibilidades para resolver e enfrentar a situação – os estudantes devem se imaginar naquela situação (*O que você faria?*) e procurar soluções. Depois, em *Calcule*, são apresentadas algumas atividades referentes à situação inicial ou alguma similar. E, em *Reflita*, os estudantes são questionados sobre suas ações e atitudes diante de determinadas situações financeiras.

O foco dessas discussões não são conceitos como juro e porcentagem, mas a postura como consumidor. São abordadas questões como consumo consciente, controle da impulsividade diante de tantas opções e direitos e deveres do consumidor.

Informática e Matemática

Esta seção trabalha os conteúdos matemáticos por meio de tecnologias digitais como *softwares* de Geometria dinâmica, planilhas eletrônicas etc. Ela é composta de duas partes: *Construa* e *Investigue*. Em *Construa*, é apresentado um texto instrucional para que os estudantes sigam os passos e construam as figuras solicitadas. Após a construção, em *Investigue*, por meio das ferramentas do *software*, que permitem uma vasta possibilidade de testes e análises, eles podem medir, investigar e levantar hipóteses a respeito da figura que construíram, o que fomenta a discussão e a interação entre eles e o aprofundamento do conteúdo estudado.

Trabalho em equipe

A seção *Trabalho em equipe*, como o próprio nome diz, é muito importante para o desenvolvimento de atitudes como saber esperar sua vez de falar, comprometer-se com uma tarefa, ajudar os colegas, lidar com diferentes opiniões, fazer uma exposição oral com desenvoltura etc. Em todas as unidades, essa seção apresenta os objetivos, a justificativa, o produto do trabalho e algumas orientações para que a atividade seja realizada a contento.

Para finalizar

A seção *Para finalizar* é dividida em duas partes. Em *Organize suas ideias*, os estudantes fazem uma retrospectiva do que aprenderam na Unidade e respondem a algumas questões. Dessa forma, fazem uma autoavaliação, e o professor pode acompanhar o progresso de suas turmas. Em *Para conhecer mais*, sugerimos a leitura de livros e *sites* que complementam os assuntos explorados na Unidade para enriquecer o conteúdo matemático.

As habilidades da BNCC na coleção

A seguir, são apresentados quadros que relacionam os capítulos da coleção aos objetos de conhecimento e às habilidades a serem desenvolvidas no 8º ano, segundo a BNCC.

Essas correlações também aparecem indicadas nas orientações página a página do manual em formato lateral.

A unidade temática *Números* no 8º ano		
Objetos de conhecimento	**Habilidades**	**Capítulos do livro**
Notação científica	(EF08MA01) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica.	Capítulo 1
Potenciação e radiciação	(EF08MA02) Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.	Capítulo 1
O princípio multiplicativo da contagem	(EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.	Capítulo 8
Porcentagens	(EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.	Capítulo 7
Dízimas periódicas: fração geratriz	(EF08MA05) Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.	Capítulo 1

Fonte: BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 312-313.

A unidade temática *Álgebra* no 8º ano		
Objetos de conhecimento	**Habilidades**	**Capítulos do livro**
Valor numérico de expressões algébricas	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.	Capítulo 7
Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano	(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.	Capítulo 9
Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano	(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.	Capítulo 9
Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.	Capítulo 9
Sequências recursivas e não recursivas	(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.	Capítulo 7
	(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.	Capítulo 1
Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.	Capítulo 10
	(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.	Capítulo 10

Fonte: BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 312-313.

A unidade temática *Geometria* no 8º ano		
Objetos de conhecimento	**Habilidades**	**Capítulos do livro**
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.	Capítulo 4

A unidade temática *Geometria* no 8º ano		
Objetos de conhecimento	**Habilidades**	**Capítulos do livro**
Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares	(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.	Capítulo 2 Capítulo 3 Capítulo 5
	(EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.	Capítulo 5
Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas	(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.	Capítulo 2
Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação	(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de *softwares* de geometria dinâmica.	Capítulo 11

Fonte: BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 314-315.

A unidade temática *Grandezas e medidas* no 8º ano		
Objetos de conhecimento	**Habilidades**	**Capítulos do livro**
Área de figuras planas Área do círculo e comprimento de sua circunferência	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.	Capítulo 6
Volume de bloco retangular Medidas de capacidade	(EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes.	Capítulo 6
	(EF08MA21) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.	Capítulo 6

Fonte: BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 314-315.

A unidade temática *Probabilidade e estatística* no 8º ano		
Objetos de conhecimento	**Habilidades**	**Capítulos do livro**
Princípio multiplicativo da contagem Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral	(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.	Capítulo 8
Gráficos de barras, colunas, linhas ou setores e seus elementos constitutivos e adequação para determinado conjunto de dados	(EF08MA23) Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.	Capítulo 1 Capítulo 2 Capítulo 3 Capítulo 4 Capítulo 5 Capítulo 7
Organização dos dados de uma variável contínua em classes	(EF08MA24) Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.	Capítulo 6 Capítulo 10
Medidas de tendência central e de dispersão	(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.	Capítulo 9
Pesquisas censitária ou amostral Planejamento e execução de pesquisa amostral	(EF08MA26) Selecionar razões, de diferentes naturezas (física, ética ou econômica), que justificam a realização de pesquisas amostrais e não censitárias, e reconhecer que a seleção da amostra pode ser feita de diferentes maneiras (amostra casual simples, sistemática e estratificada).	Capítulo 11
	(EF08MA27) Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.	Capítulo 11

Fonte: BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 314-315.

Os Temas Contemporâneos Transversais na coleção

Os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs) foram assim distribuídos no 8º ano.

Macroáreas	Temas	Livro 8
	Educação Ambiental	Capítulo 1 Capítulo 6
	Educação para o Consumo	Capítulo 3
	Educação Financeira	Capítulo 2 Capítulo 5 Capítulo 7 Capítulo 10
	Saúde	Capítulo 2 Capítulo 7 Capítulo 9
	Educação Alimentar e Nutricional	Capítulo 3
	Educação em Direitos Humanos	Capítulo 4
	Processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso	Capítulo 9
	Diversidade Cultural	Capítulo 11
	Ciência e Tecnologia	Capítulo 3

Sugestões de cronogramas

O quadro a seguir oferece possibilidades de trabalho com os capítulos do volume 8 da coleção durante o ano letivo. O professor pode e deve se sentir à vontade para adaptar as sugestões aqui indicadas de acordo com a realidade e as necessidades da turma e da escola.

O arranjo desse quadro possibilita ao professor a previsão de uma organização bimestral, trimestral ou semestral.

<table>
<tr><th></th><th colspan="4">Sugestões de cronogramas (bimestral, trimestral e semestral)</th></tr>
<tr><th></th><th>Capítulos do volume 8</th><th>Bimestres</th><th>Trimestres</th><th>Semestres</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Unidade 1</td><td>Capítulo 1 – Potenciação e radiciação</td><td rowspan="2">1º bimestre</td><td rowspan="3">1º trimestre</td><td rowspan="5">1º semestre</td></tr>
<tr><td>Capítulo 2 – Retas e ângulos</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Unidade 2</td><td>Capítulo 3 – Congruência de triângulos</td><td rowspan="3">2º bimestre</td></tr>
<tr><td>Capítulo 4 – Quadriláteros</td><td rowspan="4">2º trimestre</td></tr>
<tr><td>Capítulo 5 – Polígonos</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Unidade 3</td><td>Capítulo 6 – Área e volume</td><td rowspan="3">3º bimestre</td><td rowspan="6">2º semestre</td></tr>
<tr><td>Capítulo 7 – Cálculo algébrico</td></tr>
<tr><td>Capítulo 8 – Problemas de contagem</td><td rowspan="4">3º trimestre</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Unidade 4</td><td>Capítulo 9 – Equações e sistemas de equações</td><td rowspan="3">4º bimestre</td></tr>
<tr><td>Capítulo 10 – Proporcionalidade entre grandezas</td></tr>
<tr><td>Capítulo 11 – Transformações geométricas</td></tr>
</table>

Justificativa dos objetivos

Unidade 1 (capítulos 1 e 2)

Nesta Unidade, serão trabalhados os objetos de conhecimento relacionados às unidades temáticas Números, Álgebra, Geometria e Probabilidade e estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF08MA01, EF08MA02, EF08MA05, EF08MA11, EF08MA15, EF08MA17 e EF08MA23.

Ao retomar o estudo de conjuntos numéricos, os números racionais são abordados, de modo que os estudantes possam compreender diferentes formas de representá-los e realizar conversões entre uma representação e outra. Nesse processo, são apresentados procedimentos para a obtenção de frações geratrizes de dízimas periódicas.

O trabalho com potências de expoentes inteiros é desenvolvido por meio de situações que possibilitam a aplicação desse conhecimento na representação de números em notação científica e a compreensão das propriedades de potência, como forma de facilitar os cálculos e a representação de números. Este estudo é ampliado ao relacionar potenciação e radiciação para representar raiz como potência de expoente fracionário.

No campo da Geometria, são retomados elementos primitivos, como reta, ponto, plano e ângulo, e explorados procedimentos de construção, a fim de desenvolver habilidades de desenho geométrico nos estudantes. Nesse sentido, são apresentadas etapas para a construção de mediatriz, bissetriz e ângulos com determinadas medidas de abertura, utilizando régua e compasso. Além disso, essas construções são propostas por meio de um *software* de Geometria dinâmica, possibilitando uma integração entre esses dois recursos e contribuindo para a sistematização desses procedimentos.

O tratamento da informação, por meio de pesquisas sobre variados assuntos, é trabalhado de modo que os estudantes possam reconhecer características de gráficos de linhas e, com base nesse conhecimento, avaliar as situações em que é mais adequado para representar os dados.

A construção, a leitura e a interpretação de dados em tabelas e gráficos de linha, bem como a transposição desses dados entre as representações, contribuem para que os estudantes compreendam diferentes situações e contextos e reconheçam características do gráfico de linhas.

Unidade 2 (capítulos 3, 4 e 5)

Nesta Unidade, serão trabalhados os objetos de conhecimento relacionados às unidades temáticas Geometria e Probabilidade e estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF08MA14, EF08MA15, EF08MA16 e EF08MA23.

Um vasto trabalho no campo da Geometria é desenvolvido nesta Unidade. A começar pelo aprofundamento no conceito de triângulo, como condição de existência, classificação e soma das medidas de abertura de seus ângulos internos. Ao conhecer os pontos notáveis de triângulos, são exploradas as construções de medianas, alturas, bissetrizes e mediatrizes com régua e compasso, ampliado o repertório de desenho geométrico dos estudantes. Seguindo os estudos, os casos de congruência de triângulos são tratados por meio de demonstrações e resolução de problemas.

Na abordagem do conteúdo de quadriláteros, os estudantes são estimulados a desenvolver o espírito investigativo, recorrendo aos conhecimentos de congruência de triângulos para demonstrar determinadas propriedades de paralelogramos, retângulos, losangos e quadrados.

O desenvolvimento do pensamento computacional é incentivado por meio de uma situação em que os estudantes precisam descrever um algoritmo para a construção de um hexágono regular. Propostas como esta desenvolvem a capacidade de analisar, modelar e automatizar soluções de problemas, características próprias do pensamento computacional.

Diversos resultados de pesquisas são apresentados por meio de gráficos de barras, de setores e de linhas. Os dados de uma mesma pesquisa também são tratados em mais de um tipo de gráfico, a fim de que os estudantes possam analisar de forma crítica e verificar as representações mais adequadas para representar determinados conjuntos de dados.

Unidade 3 (capítulos 6, 7 e 8)

Nesta Unidade, serão trabalhados os objetos de conhecimento relacionados às unidades temáticas Números, Álgebra, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF08MA03, EF08MA04, EF08MA06, EF08MA10, EF08MA19, EF08MA20, EF08MA21, EF08MA22, EF08MA23 e EF08MA24.

A abordagem proposta em Grandezas e medidas amplia o trabalho com medições de áreas, com o objetivo de os estudantes reconhecerem a Matemática como ciência humana e viva, resultado da necessidade de resolver problemas do cotidiano. Nesse sentido, são propostas situações que envolvem o cálculo de medidas de área (quadriláteros, triângulos e círculos) em contextos diversos, como de terrenos, de paredes, de painéis e de regiões em mapas, utilizando expressões algébricas. O cálculo de medidas de volume de recipientes com formato de bloco retangular e a relação entre unidades de medidas de volume e de capacidade (litro e decímetro cúbico e litro e metro cúbico) também são explorados por meio da resolução e da formulação de problemas.

Uma das implicações do trabalho com resolução e elaboração de problemas que envolvem o valor numérico de expressões algébricas é compreender a Álgebra como aritmética generalizada. Neste estudo, são abordadas operações e suas propriedades e o conceito de variável como símbolo (Nesse caso uma letra) que pode ser substituída por um número.

O princípio multiplicativo é explorado por meio de variados problemas que envolvem contagem, como na combinação de pratos em restaurantes, na formulação de senhas e na formação de equipes, e usado para calcular probabilidades de eventos com base em um espaço amostral. No estudo de probabilidade, desenvolve-se a habilidade de compreender que o espaço amostral corresponde a 1 inteiro (ou 100%), sendo a soma de todas as probabilidades em um mesmo espaço amostral igual a 1 (ou 100%).

O estudo no campo da Estatística investiga situações em que os estudantes precisam classificar frequências de variáveis contínuas em classes, para resumir os dados de maneira adequada e avaliar a adequação de gráficos para representar esses dados. Na resolução de problemas, eles devem calcular porcentagens e são incentivados a fazer observações sistemáticas, a fim de interpretar, organizar, representar e comunicar dados de pesquisas.

Unidade 4 (capítulos 9, 10 e 11)

Nesta Unidade, serão trabalhados os objetos de conhecimento relacionados às unidades temáticas Álgebra, Geometria e Probabilidade e estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF08MA07, EF08MA08, EF08MA09, EF08MA12, EF08MA13, EF08MA18, EF08MA24, EF08MA25, EF08MA26 e EF08MA27.

Ao abordar múltiplos contextos próximos à realidade dos estudantes, o trabalho com sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas é desenvolvido por meio da resolução e da elaboração de problemas. Em muitos deles, os estudantes devem modelar enunciados apresentados em língua materna para a linguagem algébrica e (ou) gráfica, e então resolver os sistemas de equações para comunicar as soluções. Tal abordagem contribui para que eles desenvolvam a habilidade de converter diferentes tipos de registros e linguagens, a fim de resolver situações-problema, expressar respostas e sintetizar conclusões.

A investigação de situações contextualizadas sobre a relação entre duas grandezas é trabalhada no campo algébrico, com o objetivo de levar os estudantes a reconhecer quais são diretamente ou inversamente proporcionais e quais não são proporcionais. Neste trabalho, eles são incentivados a expressar relações de proporcionalidade, direta ou inversa, por meio de sentenças algébricas e representá-las no plano cartesiano. Tal investigação propicia aos estudantes o exercício da curiosidade intelectual por meio de reflexão, análise crítica e uso de diferentes estratégias, na busca de solução de problemas oriundos de diversas áreas de conhecimento.

O trabalho com transformações geométricas implica reconhecer que a translação, a reflexão e a rotação de uma figura no plano preservam sua forma e suas medidas, como as medidas de comprimentos dos lados e de abertura dos ângulos. Esta proposta visa ampliar o reconhecimento e a construção de figuras no plano, por meio de composições dessas transformações, utilizando instrumentos de desenho.

O campo de Estatística é abordado por meio de situações que requerem o cálculo de medidas de tendência central (média aritmética, moda e mediana) e compreender a função delas na representação de um conjunto de dados, associando-as à amplitude, uma medida de dispersão. Este conteúdo, combinado ao estudo de gráficos e de pesquisas amostrais e não censitárias, possibilita aos estudantes desenvolver habilidades associadas ao planejamento e execução de pesquisas de diferentes naturezas.

Sugestões de avaliação formativa

Capítulo 1 – Potenciação e radiciação

Objetivos	Questões
Determinar expoentes em potências de base com números racionais.	1
Obter a fração geratriz de uma dízima periódica.	2
Encontrar o padrão de uma sequência recursiva.	3
Resolver um problema envolvendo potenciação com expoente fracionário.	4
Ordenar números formados por uma base fixa e expoentes variados.	5

1. Complete as equações a seguir, substituindo cada ■ pelo expoente adequado.

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{■} = \frac{81}{625}$

b) $(0{,}3)^{■} = \frac{1\,000}{27}$

c) $\left(\frac{12}{2}\right)^{■} = 36$

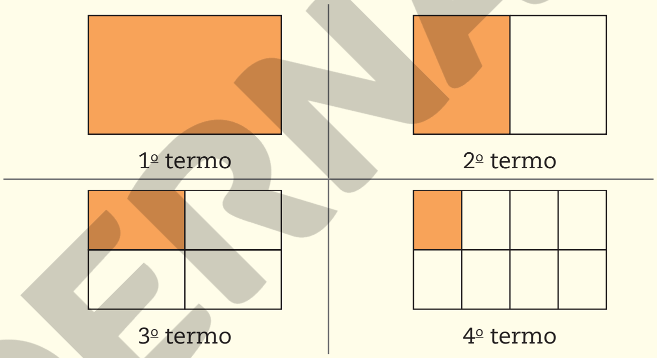
d) $(-0{,}1)^{■} = -0{,}001$

2. Associe cada dízima periódica à sua fração geratriz, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.

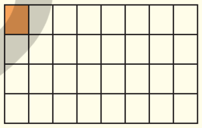
a) $0{,}\overline{57}$ b) $1{,}3\overline{52}$ c) $6{,}12\overline{5}$ d) $1{,}\overline{2}$

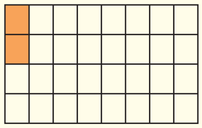
I) $\frac{1\,339}{990}$ II) $\frac{11}{9}$ III) $\frac{57}{99}$ IV) $\frac{5\,513}{900}$

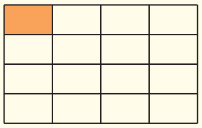
3. Observe a sequência de figuras a seguir:

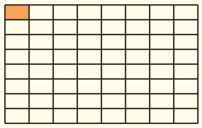


Identifique a figura que corresponde ao sexto termo desta sequência.

a) 

c) 

b) 

d) 

4. Qual é a alternativa que contém o valor da expressão $(256)^{\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{2\,187}\right)^{-\frac{1}{7}}$?

a) 1

c) 7

b) $\frac{11}{3}$

d) 13

5. Ordene os números em ordem crescente.

$\left(\frac{11}{12}\right)^{2}$ $\left(\frac{11}{12}\right)^{0}$ $\left(\frac{11}{12}\right)^{-3}$ $\left(\frac{11}{12}\right)^{1}$

Resoluções e comentários da avaliação

1. Caso haja dificuldades em relação à potenciação de números racionais, principalmente com números na forma decimal, pode-se sugerir aos estudantes que primeiro transformem tal número em uma fração. Depois, sugira-lhes que

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

tentem inserir cada número natural no lugar do expoente, até encontrar o adequado. Leve-os a perceber que, quando o numerador e o denominador da fração se invertem, o expoente é negativo. Além disso, certifique-se de que os estudantes reconhecem que, no caso de base fracionária, o expoente deve ser aplicado tanto no numerador quanto no denominador.

a) 4; **b)** –3; **c)** 2; **d)** 3

2. Há mais de uma maneira de resolver esta questão. Inicialmente, os estudantes precisam saber que um número na forma de fração pode representar o quociente do numerador pelo denominador. Espera-se que eles efetuem as divisões e identifiquem o período pela parte do quociente que se repete infinitamente. No entanto, alguns estudantes podem tentar usar o processo prático e se equivocar nas multiplicações por potências de 10. A dificuldade é elevada pelo fato de que há dízimas simples e compostas entre as alternativas.

a-III; **b**-I; **c**-IV; **d**-II

3. Para resolver esta questão, os estudantes precisam reconhecer que os termos da sequência são as frações associadas às partes coloridas nas figuras, ou seja, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$ e assim por diante, de modo que cada termo é a metade do anterior. O estudante que marcou a alternativa **b** pode ter se confundido e considerado o próximo termo da sequência, ou seja, o quinto termo em vez do sexto termo. O que marcou a alternativa **c** pode ter associado a divisão por 2 à quantidade de quadradinhos coloridos nessa figura. Já o que marcou a alternativa **d** pode ter considerado o sétimo termo em vez do sexto. Caso haja dúvidas nesta atividade, ajude os estudantes a identificar a regra da sequência.

alternativa **a**

4. Os estudantes que indicaram a alternativa **b** podem não ter percebido que o expoente da segunda fração é negativo e, assim, não inverteram a segunda fração. Aqueles que optaram pela alternativa **c** podem ter adicionado o resultado das duas parcelas, enquanto os que indicaram a alternativa **d** podem ter calculado a raiz quadrada do primeiro termo. Caso haja dificuldade, chame a atenção dos estudantes aos detalhes, como os números e os sinais, principalmente dos expoentes.

alternativa **a**

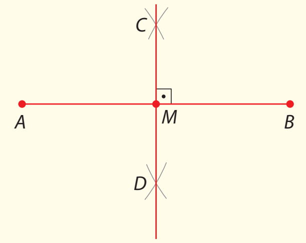
5. Os estudantes podem encontrar dificuldade em ordenar as potências, cujas bases correspondem a um número positivo menor que 1. Desse modo, quanto maior é o expoente, menor é a fração resultante. Além disso, os estudantes podem confundir a ordem crescente com a decrescente. Caso alguma dessas dificuldades ocorra, explique, utilizando exemplos, como deve ser a ordenação de um grupo de dois ou mais números formados por uma potência de base fixada. Pergunte aos estudantes sobre a influência da base e da potência na ordenação de números.

$\left(\frac{11}{12}\right)^2, \left(\frac{11}{12}\right)^1, \left(\frac{11}{12}\right)^0$ e $\left(\frac{11}{12}\right)^{-2}$

Capítulo 2 - Retas e ângulos

Objetivos	Questões
Reconhecer a mediatriz de um segmento.	1
Relacionar e reconhecer alguns tipos de ângulo.	2
Resolver problemas envolvendo bissetrizes de ângulos.	3
Interpretar dados em gráfico de linhas.	4

1. A partir de um segmento $\overline{AB}$, Luan utilizou régua e compasso para construir uma reta contendo os pontos *C* e *D*. Observe.



Se *M* é o ponto médio de $\overline{AB}$, a reta construída por Luan é:

a) a mediatriz de $\overline{AB}$.
b) a mediatriz de $\overline{CD}$.
c) a bissetriz de $C\hat{A}D$.
d) a bissetriz de $C\hat{B}D$.

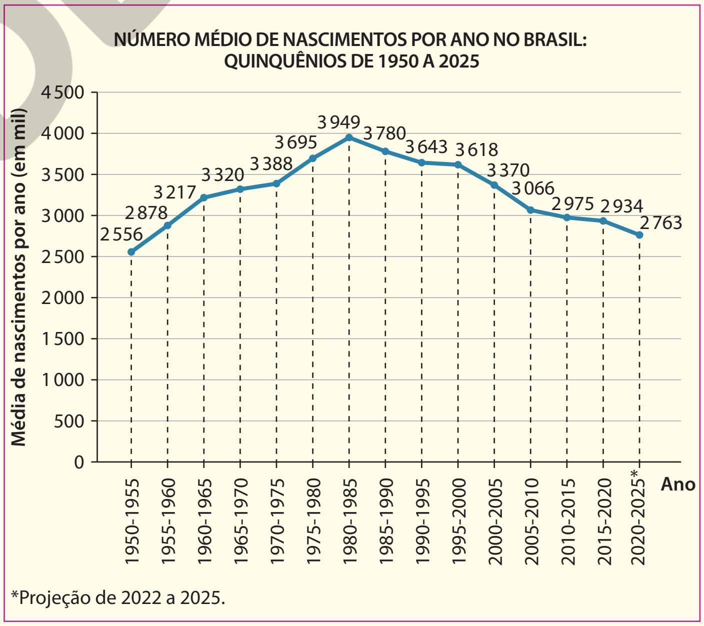
2. Classifique as afirmações em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

a) Um ângulo reto tem medida de abertura maior que 90°.
b) Um ângulo obtuso tem medida de abertura maior que a de um ângulo reto.
c) A bissetriz de um ângulo reto divide esse ângulo em dois ângulos com medida de abertura igual a 45°.
d) A mediatriz de um segmento dado é perpendicular a esse segmento.

3. A bissetriz de um ângulo α divide-o em dois ângulos retos. Podemos afirmar que o ângulo α é:

a) obtuso.
b) raso.
c) reto.
d) agudo.

4. Observe o gráfico a seguir e faça o que se pede.



Dados obtidos em: UNITED NATIONS. *World Population Prospects 2022*. [*S. l.*, 2022]. Disponível em: https://population.un.org/wpp/. Acesso em: 20 jul. 2022.

a) Em qual quinquênio o número médio de nascimentos por ano no Brasil foi o maior? E em qual foi o menor?
b) Qual é a diferença entre o maior e o menor número médio de nascimentos por ano no Brasil nesse período?
c) A partir de qual quinquênio houve um decrescimento do número médio de nascimentos por ano no Brasil?
d) Você acha que, se os dados fossem apresentados em um gráfico de setores, a compreensão e a leitura dos dados seriam facilitadas?

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Resoluções e comentários da avaliação

1. Se algum estudante indicar as alternativas **b**, **c** ou **d**, pode não compreender que a mediatriz é uma reta perpendicular ao segmento dado. Caso isso ocorra, retome os conceitos de bissetriz e mediatriz, dando exemplos sempre que possível. Para a melhor compreensão dos estudantes, ressalte que a mediatriz está ligada ao conceito de perpendicularidade.
   alternativa **a**

2. Espera-se que o estudante compreenda a classificação de um angulo (agudo, reto, obtuso e raso) de acordo com a medida de sua abertura, bem como os conceitos e aplicações da bissetriz e da mediatriz. Caso surja dificuldade com respeito a algum conceito, retome-o.
   verdadeiras: **b**, **c**, **d**; falsa: **a**.

3. Caso algum estudante indique as alternativas **a**, **c** ou **d**, é possível que não compreenda que a abertura do ângulo raso mede 180° ou que a bissetriz divide um ângulo em dois ângulos com mesma medida de abertura. Se isso acontecer, promova a resolução de um *quiz* na sala de aula envolvendo os conceitos de bissetriz e mediatriz, e também os tipos de ângulo. Se possível, realize esta atividade com a ajuda de um *software* de Geometria dinâmica.
   alternativa **b**

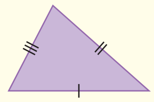
4. Os estudantes podem ter dificuldade em realizar a leitura do gráfico de linhas e interpretar os dados corretamente. Caso isso aconteça, oriente-os a analisar o crescimento ou o decrescimento das linhas ao longo do tempo, ressaltando que esses fatos indicam aumento ou diminuição dos valores em cada período. Na alternativa **d**, caso algum estudante tenha dificuldade em perceber a diferença entre o gráfico de linhas e o gráfico de setores, peça-lhe que tente construir um gráfico de setores com os dados do gráfico do enunciado. Possivelmente, ele encontrará dificuldade, já que o gráfico de setores é indicado para avaliar a proporcionalidade da distribuição de valores em cada setor, enquanto o gráfico de linhas é ideal para representar evolução temporal de dados.
   a) 1980-1985; 1950-1955
   b) 1 393
   c) 1980-1985
   d) Possível resposta: Como envolve intervalos de tempo e evolução, o gráfico de linhas é mais adequado do que o de setores.

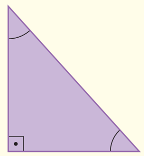
Capítulo 3 – Congruência de triângulos

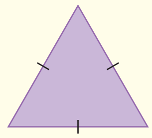
Objetivos	Questões
Classificar triângulos de acordo com a medida de comprimento de seus lados e a medida de abertura de seus ângulos.	1
Verificar o conhecimento sobre propriedades dos ângulos e pontos notáveis de um triângulo.	2
Identificar os casos de congruência de triângulos.	3
Explorar características de triângulos retângulos.	4

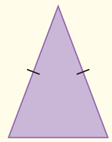
1. Classifique cada triângulo associando as letras aos números romanos correspondentes.
   a) Equilátero
   b) Retângulo
   c) Isósceles
   d) Escaleno

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

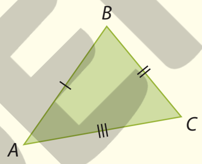
I)


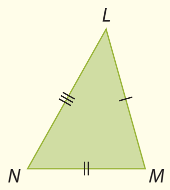
III)


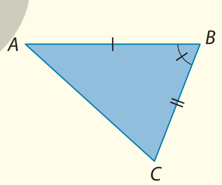
II)


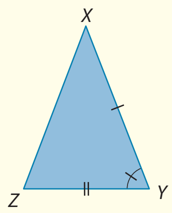
IV)


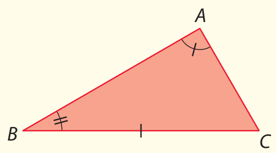
2. Classifique as afirmações em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).
   a) A soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é igual a 360°.
   b) Em um triângulo retângulo, a medida de abertura de um ângulo externo adjacente a um ângulo cuja abertura mede 90° é igual a 90°.
   c) O baricentro é obtido pela intersecção das bissetrizes de um triângulo.
   d) O ponto obtido pela interseção das alturas de um triângulo é o ortocentro.

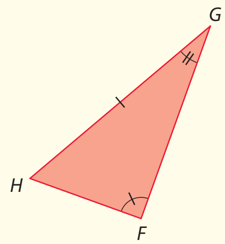
3. Em cada item, determine o caso de congruência dos triângulos.
   a)


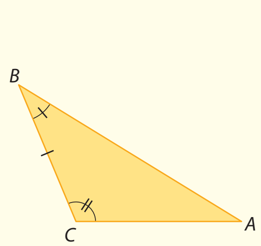


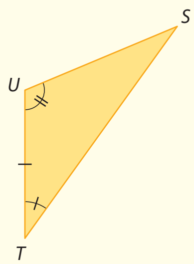
   b)




   c)




   d)




4. Justifique a afirmação a seguir.
   "Dois triângulos retângulos são congruentes se um dos catetos e a hipotenusa de um deles são congruentes aos lados correspondentes do outro triângulo."

Resoluções e comentários da avaliação

1. Caso os estudantes manifestem dificuldade durante a realização da atividade, retome o estudo da classificação dos triângulos de acordo com as medidas de comprimento dos lados e das medidas de abertura dos ângulos. Depois, peça a eles que associem o nome do ângulo ao triângulo correspondente.

a-II; **b**-III; **c**-IV; **d**-I

2. Caso os estudantes classifiquem erroneamente alguma das afirmações, relembre as propriedades e definições necessárias para realizar corretamente a atividade. Sempre que possível, utilize exemplos que permitam verificar a validade das propriedades em certos casos.

verdadeiras: **b**, **d**; falsas: **a**, **c**

3. É possível que alguns estudantes indiquem o caso de congruência incorreto por não compreenderem o conteúdo. Caso isso ocorra, represente no quadro os casos de congruência de triângulos e peça a participação da turma para identificar os elementos que permitem identificá-los.

a) LLL; **b)** LAL; **c)** LAAo; **d)** ALA

4. Esta atividade visa incentivar o estudante a reconhecer o caso especial de congruência de triângulos retângulos. Após a conclusão da atividade, proponha exemplos para os estudantes utilizarem tal informação com o objetivo de verificar a congruência de triângulos retângulos.

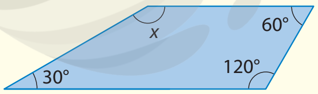
Resposta: Uma vez que ambos os triângulos são retângulos, os dois possuem um ângulo interno com abertura medindo 90°. Assim, a afirmação decorre do caso LAL (ou do caso especial do triângulo retângulo: hipotenusa-cateto – HC).

Capítulo 4 – Quadriláteros

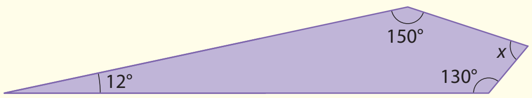
Objetivos	Questões
Calcular a medida de abertura de um ângulo interno de quadriláteros.	1
Classificar trapézios em relação à medida de comprimento de seus lados e à medida de abertura de seus ângulos.	2
Classificar quadriláteros de acordo com a medida de comprimento de seus lados e a medida de abertura de seus ângulos.	3
Reconhecer a utilidade de gráficos e tabelas complementares.	4

1. Determine a medida de abertura x em grau, em cada caso.

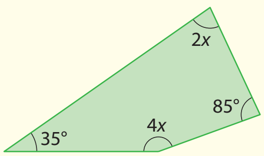
a)



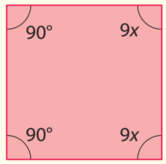
b)



c)



d)



2. Copie as frases no caderno, substituindo cada ■ pelos termos: **isósceles**, **escaleno** ou **retângulo**.

a) Um trapézio ■ é aquele cujos lados não paralelos não são congruentes.

b) Um trapézio ■ é aquele em que um dos lados é perpendicular às bases.

c) Um trapézio ■ é aquele cujos lados não paralelos são congruentes.

3. Classifique as afirmações em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

a) O losango é um paralelogramo que tem os quatro lados congruentes.

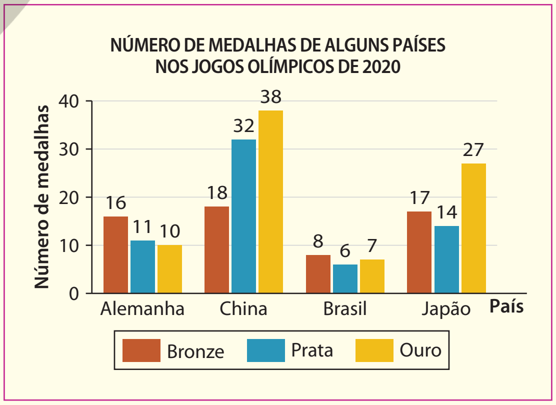
b) O retângulo é um paralelogramo que tem os quatro lados congruentes.

c) Todo trapézio é um paralelogramo.

d) Todo quadrado é um losango e um retângulo simultaneamente.

4. Os Jogos Olímpicos são realizados de quatro e quatro anos em um país do mundo. A edição de 2020 foi realizada em Tóquio e contou com diversos atletas de todo o mundo.

O gráfico a seguir mostra as medalhas conquistadas por alguns países.



Dados obtidos em: QUADRO de medalhas Tóquio 2020. *El País*, 2021. Disponível em: https://brasil.elpais.com/resultados/deportivos/juegos-olimpicos/medallero/. Acesso em: 9 ago. 2022.

a) Entre os países apresentados no gráfico, qual deles conquistou a maior quantidade de medalhas de ouro? E a menor?

b) Quantas medalhas de prata o Japão conquistou nessa edição dos Jogos Olímpicos?

c) De acordo com o gráfico, é possível determinar os três primeiros colocados dos Jogos Olímpicos de 2020? Justifique.

Resoluções e comentários da avaliação

1. Ao realizar esta atividade, os estudantes devem compreender que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°, bem como resolver uma equação linear com incógnita x. Caso algum estudante apresente dificuldade, resolva no quadro alguns exemplos e depois faça o mesmo com um quadrilátero semelhante aos propostos na atividade.

a) $x = 150°$; **b)** $x = 68°$; **c)** $x = 40°$; **d)** $x = 10°$

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

2. Caso os estudantes manifestem dificuldade durante a realização desta atividade, faça alguns exemplos no quadro a fim de clarear as ideias e ajudar na compreensão. Uma abordagem alternativa é associar os conceitos de trapézios isósceles, escaleno e retângulo aos de triângulos isósceles, escaleno e retângulo, respectivamente.

a) escaleno **b)** retângulo **c)** isósceles

3. Para realizar esta atividade, os estudantes devem compreender as definições e as principais diferenças entre os quadriláteros notáveis. Caso manifestem alguma dificuldade, desenhe no quadro um losango, um retângulo, um trapézio e um quadrado e peça a eles que destaquem as principais características desses quadriláteros. Em seguida, utilizando esses dados, faça no quadro um diagrama de inclusão. Isso norteará os estudantes para realizar corretamente a atividade proposta.

verdadeiras: **a**, **d**; falsas: **b**, **c**

4. Caso algum estudante responda, na alternativa **c**, que é possível determinar os três primeiros colocados nos Jogos Olímpicos de 2020, incentive-o a explicar os critérios que utilizou para isso. Se possível, envolva toda a turma em uma discussão a fim de determinar soluções para complementar as informações faltantes.

a) China, Brasil

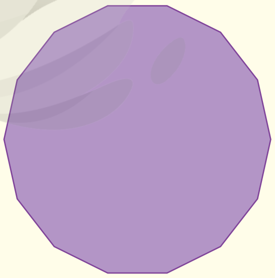
b) 14

c) Não, pois o gráfico apresenta apenas o número de medalhas de alguns países participantes. Para complementar as informações, seria necessário apresentar a classificação e o número de países participantes.

Capítulo 5 - Polígonos

Objetivos	Questões
Calcular o número de diagonais de um polígono convexo.	1
Determinar a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono convexo.	2
Compreender algumas propriedades dos polígonos.	3
Identificar o gráfico adequado para representar os dados de uma pesquisa.	4

1. Considere o polígono convexo.



O número total de diagonais que podem ser traçadas nesse polígono é:

a) 3

b) 14

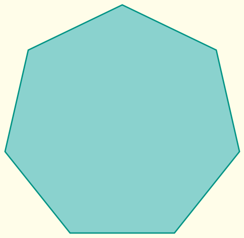
c) 77

d) 154

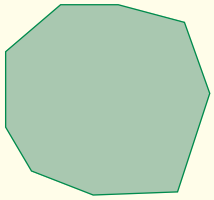
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

2. Determine a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de cada polígono a seguir.

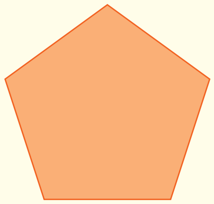
a)



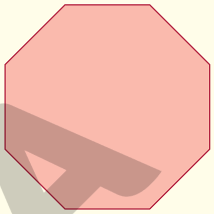
c)



b)



d)



3. Classifique as afirmações em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

a) A medida de abertura de cada ângulo interno de um polígono regular de 180 lados é 179°.

b) A soma das medidas de abertura dos ângulos externos de um polígono convexo é igual 180°.

c) Uma circunferência inscrita em um polígono contém todos os vértices desse polígono.

d) Um polígono convexo cuja soma das medidas de abertura dos ângulos internos é igual 360° é um quadrilátero.

4. A taxa de fecundidade no Brasil é dada pelo número médio de filhos nascidos vivos, tidos por mulher durante seu período reprodutivo, em determinado espaço geográfico.

A tabela a seguir apresenta a taxa de fecundidade no Brasil entre os anos de 1970 e 2020.

Taxa de fecundidade no Brasil – 1970-2020	
Ano	Taxa (%)
1970	5,8
1980	4,4
1991	2,9
2000	2,4
2010	1,9
2020	1,8

Dados obtidos em: IBGE. Projeção da população do Brasil e Unidades da Federação por sexo e idade para o período 2010-2060. Disponível em: https://ftp.ibge.gov.br/Projecao_da_Populacao/Projecao_da_Populacao_2018/projecoes_2018_indicadores.xls. Acesso em: 12 ago. 2022.

De acordo com a tabela, responda ao que se pede.

a) O que podemos afirmar sobre a taxa de fecundidade no Brasil ao longo desse período?

b) Qual tipo de gráfico melhor se adequa para representar as informações da tabela?

Resoluções e comentários da avaliação

1. Alguns estudantes podem responder erroneamente, pois não assimilaram a fórmula que determina o número de diagonais de um polígono convexo. O estudante que indicou a alternativa **a**, pode ter pensado equivocadamente que a fórmula fosse $d = n - (n - 3) = 14 - 11 = 3$. O que indicou a alternativa **b**, pode

ter considerado o número de lados e não o de diagonais. Já o que indicou a alternativa **d**, pode ter pensado que a fórmula fosse $d = n \cdot (n - 3)$. Para direcionar os estudantes de forma a assinalarem a alternativa correta, explore a representação de polígonos convexos de 4, 5, 6 e 7 lados e proponha a eles que contem o número de diagonais distintas.

alternativa **c**

2. Os estudantes podem não compreender ou não saber como utilizar a fórmula que resulta na soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono convexo. Caso isso ocorra, refaça a dedução da fórmula para um caso simples (quadrado ou pentágono) e, em seguida, proponha alguns exemplos no quadro.

a) 900°; b) 540°; c) 1 260°; d) 1 080°

3. É possível que os estudantes tenham dificuldade ao realizar esta atividade, uma vez que podem não compreender alguma definição ou propriedade dos polígonos. Caso isso aconteça, retome os conceitos necessários e também ilustre, por meio de exemplos no quadro, as propriedades e fórmulas necessárias para a realização da atividade.

verdadeira: **d**; falsas: **a**, **b**, **c**

4. Uma sugestão para o trabalho com esta atividade é dividir a turma em três grupos e propor a um dos grupos que construa um gráfico de barras, a outro grupo que construa um gráfico de setores e a outro grupo, um gráfico de linhas para representar os dados da tabela. Se julgar conveniente, proponha o uso de uma planilha eletrônica para essa construção. Em seguida, peça aos grupos que exponham os gráficos e avaliem em qual deles é possível observar com mais clareza a evolução da taxa de fecundidade no Brasil. A troca de experiência entre os grupos pode ajudar os estudantes a compreender melhor o uso de cada gráfico em determinada situação.

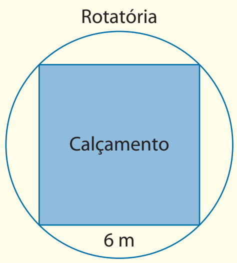
a) É possível observar que a taxa de fecundidade no período apresentado na tabela decresce entre os anos de 1970 e 2020.

b) O gráfico de linhas é uma boa escolha, uma vez que os segmentos de reta que conectam os números de cada período representam a evolução dos dados no período em questão.

Capítulo 6 – Área e volume

Objetivos	Questões
Calcular a medida de área da região interna de uma circunferência, dada a medida de comprimento do lado de um quadrado inscrito.	1
Observar a relação entre unidades de medida de volume e de capacidade.	2
Resolver um problema envolvendo a medida de volume de blocos retangulares.	3
Determinar frequências de uma amostra de determinada população.	4

1. O prefeito aprovou o orçamento para a implementação do calçamento em uma rotatória da área urbana. O calçamento ocupará uma região quadrada conforme a figura a seguir.



A medida de área de toda a região interna da circunferência que corresponde à rotatória é:

a) $(6\sqrt{2})\pi$ m²

b) 36 m²

c) $18(\pi - 2)$ m²

d) 18π m²

2. Classifique as afirmações em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

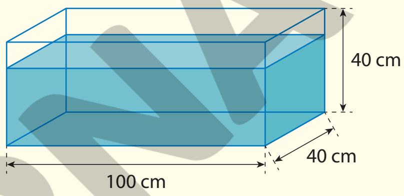
a) 1 L = 1 000 m³

b) 1 cm³ = 1 mL

c) 1 m³ = 1 000 mL

d) 1 dm³ = 1 L

3. Um reservatório de água com formato de paralelepípedo tem medidas de comprimento, de largura e de altura iguais a 100 cm, 40 cm e 40 cm, respectivamente.



Sabendo que no interior do reservatório mostrado na imagem há 100 000 cm³ de água, podemos afirmar que a medida da altura correspondente à parte sem água é:

a) 15 cm

b) 25 cm

c) 40 cm

d) 100 cm

4. Ana realizou uma pesquisa para saber qual era o esporte preferido dos estudantes da sua turma. Os dados obtidos na pesquisa foram registrados em uma tabela.

Esporte preferido na turma de Ana	
Esporte	**Quantidade de estudantes**
Futebol	15
Vôlei	12
Basquete	8
Atletismo	3
Tênis	2

Dados obtidos por Ana em maio de 2023.

Sabendo que cada estudante escolheu apenas um esporte e que todos os estudantes da turma foram consultados, responda às perguntas.

a) Quantos estudantes tem a turma de Ana?

b) Qual esporte obteve a maior frequência? E a menor frequência?

c) Qual é a diferença entre a frequência dos esportes de maior e menor frequência?

Resoluções e comentários da avaliação

1. O estudante que indicou a alternativa **a** pode ter confundido medida de área da região interna com medida de comprimento de uma circunferência. O estudante que optou pela alternativa **b** pode não ter compreendido como calcular a medida de área da região interna da circunferência e, no lugar disso, ter calculado a medida da área do quadrado

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

destinada ao calçamento. Já o estudante que indicou a alternativa **c** pode ter compreendido que devia calcular a medida de área correspondente à parte da rotatória que não será ocupada pelo calçamento. Em todo caso, oriente os estudantes a interpretar e calcular corretamente o que se pede e, caso seja necessário, utilize exemplos para recordar os cálculos envolvidos.

alternativa **d**

2. Se alguma dificuldade aparecer durante a realização desta atividade, relembre os estudantes das possíveis conversões e dê exemplos no quadro. Além disso, proponha a eles que justifiquem e realizem a conversão nas alternativas que julgaram falsas, corrigindo-as.

verdadeiras: **b**, **d**; falsas: **a**, **c**

3. Caso algum estudante tenha indicado as alternativas **b** ou **c**, pode ter determinado equivocadamente a medida da altura do nível da água e do reservatório, respectivamente. Já o estudante que indicou a alternativa **d** pode não ter compreendido o que a atividade pede e simplesmente ter apontado uma das dimensões do reservatório.

alternativa **a**

4. Os estudantes podem não compreender como determinar as frequências utilizando a tabela. Caso isso ocorra, oriente-os a realizar a leitura e a interpretação corretas dos dados da tabela, de modo que consigam localizar as frequências propostas. Para complementar esta atividade, proponha a eles que façam uma pesquisa em sala de aula, em que deverão perguntar a idade dos colegas e, depois, organizar os dados em classes de intervalos de 1 ano.

a) 40 estudantes
b) futebol; tênis
c) 13 estudantes

Capítulo 7 – Cálculo algébrico

Objetivos	Questões
Construir a expressão algébrica que representa uma situação.	1
Reconhecer o coeficiente e a parte literal de monômios.	2
Reconhecer monômios semelhantes.	3
Classificar igualdades relacionadas às operações entre monômios em verdadeiras ou falsas.	4
Calcular a medida do perímetro de figuras planas utilizando polinômios.	5
Calcular a medida de área de um retângulo utilizando operações com polinômios e o valor numérico de expressões algébricas.	6

1. Juliana pretende contratar um bufê para organizar a festa de aniversário de sua filha. Esse bufê cobra uma taxa fixa de R$ 300,00, além de R$ 15,00 por convidado.

Se Juliana convidar x pessoas para essa festa, qual expressão algébrica indica o valor gasto por ela para contratar esse bufê?

a) 315
b) $300x + 15$
c) $300 + 15x$
d) $315x$

2. Copie e complete o quadro, substituindo cada ■ pela informação correta de acordo com a primeira coluna do quadro.

Monômio	Coeficiente	Parte literal
$12x^3y$	■	■
$-7abc$	■	■
p^2q^2	■	■
$0{,}5x^4$	■	■

3. Associe cada monômio da primeira coluna ao monômio semelhante indicado na segunda coluna, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.

a) $-3x^2y$
b) $7xy^2$
c) $1{,}4x^3y$
d) $3xy^3$

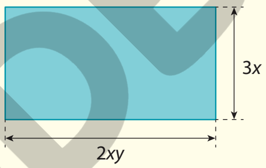
I) $3x^3y$
II) x^2y
III) $-4xy^3$
IV) $0{,}2xy^2$

4. Tendo em vista as operações com monômios, classifique cada igualdade a seguir em verdadeira (**V**) ou falsa (**F**).

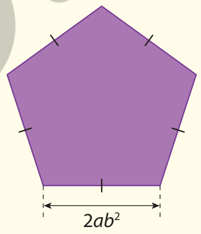
a) $2x + 3x^2y = 5x^3y$
b) $4x^3y - 3x^3y = x^3y$
c) $7xy \cdot 2x^2 = 14x^3y$
d) $8x^4y^2 : 2xy = 4x^3y^2$

5. Calcule a medida do perímetro de cada figura a seguir.

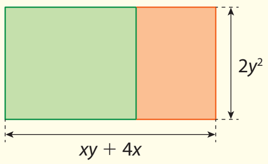
a)



b)



6. Considere o retângulo a seguir.



a) Calcule a medida de área do retângulo.
b) Qual é a medida de área desse retângulo quando $x = 3$ e $y = 1$?

Resoluções e comentários da avaliação

1. Os estudantes que indicaram a alternativa **a** possivelmente têm dificuldade em reconhecer o papel da variável na situação em estudo. Aqueles que optaram pelas alternativas **b** ou **d**, possivelmente reconhecem que a expressão algébrica deve contemplar a variável e os dados presentes no enunciado; no entanto, têm dificuldade para estruturar a expressão.

alternativa **c**

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

2. Nesta atividade, os estudantes devem identificar o coeficiente e a parte literal de um monômio, os quais são construídos com diferentes letras. Eles podem ter dúvidas a respeito do significado dos termos presentes no quadro, bem como a respeito de sua relação com os monômios apresentados. Se julgar necessário, retome esses conceitos por meio de diferentes exemplos.

Monômio	Coeficiente	Parte literal
$12x^3y$	12	x^3y
$-7abc$	-7	abc
p^2q^2	1	p^2q^2
$0{,}5x^4$	0,5	x^4

3. Nesta questão, os estudantes devem associar os monômios semelhantes, reconhecendo que eles precisam ter a mesma parte literal. Podem surgir dificuldades no sentido de compreender que monômios semelhantes não precisam ter o mesmo coeficiente. Aproveite para complementar esse estudo e reforçar que as operações de adição e de subtração de monômios exigem a associação de monômios semelhantes.

   a-II; **b**-IV; **c**-I; **d**-III

4. Nesta questão, os estudantes precisam avaliar as igualdades apresentadas em cada alternativa e classificá-las como verdadeiras ou falsas, considerando as definições das operações envolvendo monômios. Para contribuir com a resolução, oriente os estudantes a efetuar o cálculo indicado no primeiro membro de cada igualdade, comparando o resultado obtido com o termo presente no segundo membro de cada igualdade. Podem surgir dúvidas com relação a cada operação. Nesse caso, avalie a necessidade de uma retomada de conteúdos e uma comparação entre essas operações, de tal forma que os estudantes sanem suas dúvidas.

   verdadeiras: **b**, **c**; falsas: **a**, **d**

5. Na resolução desta questão, os estudantes precisam calcular a medida do perímetro de cada figura plana, considerando a operação de adição envolvendo polinômios. Assim, é preciso que façam as simplificações dos polinômios para que identifiquem corretamente os resultados. Diante das dúvidas manifestadas, podem ser realizadas retomadas de conteúdo, considerando o conceito de monômios semelhantes e as propriedades das operações.

   a) $4xy + 6x$
   b) $10ab^2$

6. Para resolver esta questão, o estudante precisa empregar uma multiplicação envolvendo monômio e polinômio para o cálculo da medida de área de uma figura plana. Com base nisso, ele deve determinar a medida da área para valores específicos das variáveis. As dúvidas nesse contexto podem estar relacionadas ao cálculo de medidas das áreas de retângulos, à multiplicação entre monômio e polinômio, com a aplicação das propriedades das operações, bem como ao cálculo do valor numérico da expressão, sendo importante reforçar esses conceitos.

   a) $2xy^3 + 8xy^2$
   b) 30 unidades de área

Capítulo 8 – Problemas de contagem

Objetivos	Questões
Resolver problema utilizando o princípio multiplicativo ou o princípio fundamental da contagem.	1, 2, 3 e 4
Calcular a probabilidade de ocorrência de um evento.	5 e 6

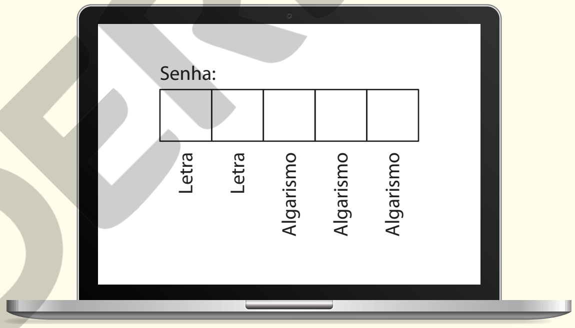
1. Vanessa está vestindo os manequins da vitrine de sua loja de roupas com peças da nova coleção. Essa coleção é composta de 3 modelos diferentes de blusas, 2 modelos de saias diferentes e 4 tipos de colares. De quantas maneiras diferentes Vanessa pode vestir um manequim com uma blusa, uma calça e um colar?

   a) 9 maneiras
   b) 10 maneiras
   c) 14 maneiras
   d) 24 maneiras

2. Quantos números de três algarismos distintos podem ser formados?

   a) 504 números
   b) 648 números
   c) 729 números
   d) 1 000 números

3. Gabriel precisa cadastrar um novo *e-mail*. Para isso ele deve criar uma senha composta da seguinte forma:



   De quantas maneiras diferentes Gabriel pode escolher sua senha?

   a) 82 maneiras
   b) 352 maneiras
   c) 52 000 maneiras
   d) 676 000 maneiras

4. Quantos anagramas diferentes podem ser formados com as letras da palavra MESA?

   a) 2 anagramas
   b) 10 anagramas
   c) 24 anagramas
   d) 48 anagramas

5. Um baralho é formado por 40 cartas, distribuídas em quatro cores (azul, amarela, vermelha e verde). Para cada cor, as cartas são numeradas de 1 a 10.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a probabilidade de retirar desse baralho, ao acaso, uma carta amarela?

a) $\frac{1}{10}$

b) $\frac{1}{40}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{4}{10}$

6. No lançamento de duas moedas, qual é a probabilidade de obter o mesmo resultado nas duas moedas?

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{1}{8}$

Resoluções e comentários da avaliação

1. Se os estudantes indicaram a alternativa **a**, possivelmente têm dificuldade em reconhecer o uso do princípio multiplicativo para a resolução do problema, empregando a adição para a obtenção do resultado. Se optaram pelas alternativas **b** ou **c**, possivelmente não reconhecem que o princípio multiplicativo precisa ser empregado, considerando as três etapas do problema, e acabaram efetuando o cálculo empregando uma combinação de adição e multiplicação.

alternativa **d**

2. Se os estudantes indicaram a alternativa **a**, possivelmente reconhecem a aplicação do princípio multiplicativo; no entanto, têm dificuldade em identificar a quantidade de opções disponíveis para a escolha de cada algarismo. Se optaram pela alternativa **c**, compreendem que o zero não pode ocupar a ordem das centenas, apesar de apresentarem dificuldade com o fato de os algarismos serem distintos e de que o zero pode ocupar as outras ordens. Se julgaram correta a alternativa **d**, não reconhecem que o zero não pode ocupar a ordem das centenas e que os algarismos devem ser distintos.

alternativa **b**

3. Se indicaram a alternativa **a**, possivelmente os estudantes não reconhecem o emprego do princípio multiplicativo na resolução do problema, utilizando adições em sua resolução. Se julgaram corretas as alternativas **b** ou **c**, possivelmente não compreendem que o princípio multiplicativo deve ser empregado considerando a construção da senha como uma situação que ocorre em cinco etapas e optaram por utilizar uma combinação entre adições e multiplicações na resolução do problema.

alternativa **d**

4. Se indicaram a alternativa **a**, possivelmente os estudantes buscaram por anagramas com palavras conhecidas, com algum significado. Se optaram pela alternativa **b**, eles provavelmente têm dificuldade em reconhecer o emprego do princípio multiplicativo para a resolução do problema. Se julgaram correta a alternativa **d**, possivelmente compreendem que é necessário empregar o princípio multiplicativo, porém têm dificuldade em usá-lo corretamente.

alternativa **c**

5. Se optaram pela alternativa **a**, possivelmente os estudantes apenas estabeleceram uma relação com dados presentes no enunciado. Se indicaram a alternativa **b**, eles podem ter desconsiderado o fato de que a carta devia ser amarela. Se optaram pela alternativa **d**, eles têm dificuldade com a identificação de espaço amostral e das possibilidades para o cálculo da probabilidade, apesar de reconhecê-la como razão.

alternativa **c**

6. Caso os estudantes tenham indicado as alternativas **a** ou **c**, possivelmente não reconheceram corretamente a quantidade de combinações de resultados entre duas moedas e quantos se encaixavam no critério estabelecido. Se optaram pela alternativa **d**, possivelmente têm dificuldade em identificar o espaço amostral associado, apesar de reconhecerem a probabilidade como razão.

alternativa **b**

Capítulo 9 – Equações e sistemas de equações

Objetivos	Questões
Representar uma situação por meio de uma equação polinomial do 1º grau.	1
Identificar a solução para uma equação do 1º grau com duas incógnitas.	2
Reconhecer o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas que representa uma situação-problema.	3
Reconhecer a solução para um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas com base em sua representação no plano cartesiano.	4
Determinar a medida de comprimento do lado de um quadrado com base em sua medida de área.	5
Identificar as medidas de tendência central associadas a um conjunto de dados.	6

1. Escreva uma equação que represente cada situação a seguir.

a) A idade de Lucas adicionada ao dobro da idade de Júlio é igual a 25.

b) O preço x reais de uma mesa é igual ao triplo do preço y reais de uma cadeira.

2. O par ordenado (1, –2) é solução de qual das seguintes equações do 1º grau com duas incógnitas?

a) $x - y = 2$

b) $x + y = 3$

c) $2x + y = 0$

d) $2x + y = 4$

3. Em um jogo de basquete, uma equipe fez 104 pontos e 43 cestas no total. Considere que x é a quantidade de cestas de dois pontos e y, a quantidade de cestas de três pontos que essa equipe fez nessa partida.

Qual dos seguintes sistemas indica corretamente a quantidade de cestas de dois e três pontos feitas por essa equipe?

a) $\begin{cases} x + y = 43 \\ 2x + 3y = 104 \end{cases}$

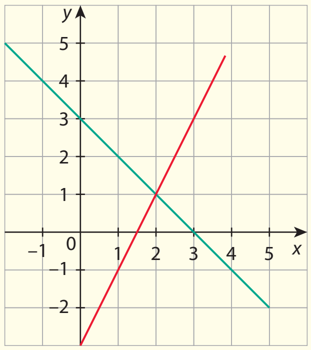
b) $\begin{cases} x - y = 43 \\ 2x - 3y = 104 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 43 \\ x + 2y = 104 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y = 43 \\ 5 + x + y = 104 \end{cases}$

4. O gráfico a seguir representa o sistema: $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA



O par ordenado (x, y) que satisfaz o sistema é:

a) (1, 2) **b)** (2, 1) **c)** (3, 0) **d)** (0, 3)

5. Um terreno de formato quadrado tem medida de área igual a 144 m². Qual é a medida de comprimento do lado do terreno?

a) 12 **b)** 14 **c)** 18 **d)** 36

6. As notas obtidas pelos estudantes na primeira etapa de um curso de inglês foram as seguintes:

80	85	93	85	63	77	70

a) Qual é a média das notas desses estudantes?

b) Qual é a moda das notas desses estudantes?

c) Qual é a mediana das notas desses estudantes?

Resoluções e comentários da avaliação

1. Para resolver esta questão, o estudante deve interpretar as situações apresentadas, escrevendo uma equação polinomial de 1º grau com duas incógnitas. As dúvidas podem surgir em relação ao papel da letra em uma expressão algébrica para a representação de uma variável. Por isso, pode ser feita uma retomada de conteúdos a respeito da construção de uma equação, explorando diferentes situações e contextos.

a) $x + 2y = 25$, em que x é a idade de Lucas e y a de Júlio.

b) $x = 3y$

2. O estudante que indicou a alternativa **a**, provavelmente tem dificuldade em avaliar se o par ordenado é solução, escolhendo apenas uma opção que contém os algarismos presentes no par ordenado. Aquele que optou pelas alternativas **b** ou **d**, possivelmente pode ter considerado a segunda coordenada do par como um número positivo, efetuando os cálculos indicados, porém com valor incorreto.

alternativa **c**

3. Se optou pela alternativa **b**, possivelmente o estudante reconhece os papéis das variáveis x e y, porém tem dificuldade na construção das equações correspondentes. Se indicou a alternativa **c**, o estudante pode ter interpretado de forma parcialmente correta o problema, não considerando corretamente a equação referente à quantidade de pontos obtidos na partida. Se indicou a alternativa **d**, provavelmente não consegue interpretar corretamente a situação e tem dificuldade em reconhecer os papéis das variáveis.

alternativa **a**

4. Se o estudante indicou a alternativa **a**, ele pode ter dificuldade na construção de um par ordenado, não reconhecendo corretamente a ordem de representação dos números. Se optou pelas alternativas **c** ou **d**, provavelmente ele relacionou a solução do sistema com a intersecção de uma das retas do plano cartesiano, no lugar do ponto de interseção entre as retas.

alternativa **b**

5. Ao indicar a alternativa **b**, possivelmente o estudante selecionou um número que contém os algarismos do número presente no enunciado. Ao optar pelas alternativas **c** ou **d**, provavelmente ele relacionou com a medida do perímetro em vez da medida da área, podendo também apresentar dificuldades no cálculo da medida do perímetro e na associação dessa medida com os dados do enunciado.

alternativa **a**

6. Nesta questão, o estudante precisa calcular a média, a moda e a mediana, associadas a um conjunto de dados. Nesse caso, podem surgir dúvidas com relação ao significado de cada um desses termos e às diferenças entre cada uma das medidas. Por isso, é importante explicitar as características de cada uma delas, fazendo uma retomada de conteúdos com o intuito de destacar as especificidades de cada medida e as estratégias de cálculo, no caso da média e da mediana.

a) 79 **b)** 85 **c)** 80

Capítulo 10 – Proporcionalidade entre grandezas

Objetivos	Questões
Classificar pares de grandezas como direta ou inversamente proporcionais.	1
Resolver problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais.	2
Resolver problema envolvendo grandezas inversamente proporcionais.	3
Expressar a relação entre grandezas diretamente proporcionais utilizando expressões algébricas.	4
Organizar um conjunto de dados em uma tabela de frequência.	5

1. Indique a alternativa que apresenta duas grandezas que podem ser classificadas como inversamente proporcionais.

a) Quantidade de produtos comprados e preço pago na compra.

b) Comprimento do lado do quadrado e seu perímetro.

c) Tempo e velocidade média para percorrer determinada medida de distância

d) Altura e massa de uma pessoa.

2. Para confeccionar duas blusas do mesmo modelo, uma costureira utiliza 12 botões iguais. Para ela costurar cinco blusas iguais a essas, quantos botões serão necessários?

a) 6 **b)** 12 **c)** 30 **d)** 60

3. A medida de tempo para a produção de quatro componentes, com duas máquinas atuando juntas, é de 2 horas. Suponha que foram alocadas outras quatro máquinas para a mesma produção.

Quanto tempo essas seis máquinas levam para produzir os mesmos quatro componentes?

a) 30 minutos **c)** 2 horas

b) 40 minutos **d)** 6 horas

4. No quadro a seguir são apresentados dados relacionados às grandezas x e y.

x	y
0,3	1,2
0,6	2,4
0,9	3,6
1,2	4,8
1,5	6,0
1,8	7,2

Com base nesses dados, faça o que se pede.

a) Classifique as grandezas x e y como diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.

b) Escreva a sentença algébrica que relaciona as grandezas x e y entre si.

5. A escola Ritmos fez um levantamento de dados a respeito da idade dos 20 estudantes que frequentam as aulas de balé no período da manhã. Os dados encontrados são apresentados no quadro a seguir.

10	11	8	11	12
8	10	10	11	12
12	8	10	10	10
11	12	8	8	11

Com base nesses dados, determine:

a) a variável dessa pesquisa;

b) as categorias em que esses dados podem ser organizados;

c) uma tabela de frequência que represente esses dados.

Resoluções e comentários da avaliação

1. Se o estudante indicou as alternativas **a** ou **b**, provavelmente tem dificuldade em diferenciar grandezas diretamente proporcionais das inversamente proporcionais, reconhecendo-as com base em contextos do cotidiano e conceitos matemáticos. Se optou pela alternativa **d**, ele pode ter interpretado os dados erroneamente, considerando que as grandezas altura e massa de uma pessoa são proporcionais, porém não podem ser classificadas como diretamente e nem inversamente proporcionais.
alternativa **c**

2. Caso o estudante tenha escolhido a alternativa **a**, possivelmente apenas calculou a quantidade de botões necessária para confeccionar uma blusa, não atentando aos detalhes do problema. Se indicou a alternativa **b**, ele pode apenas ter selecionado um dado do enunciado, sem interpretá-lo corretamente. Se optou pela alternativa **d**, pode ter considerado que ela utiliza 12 botões para confeccionar uma blusa e não duas, como apresentado no enunciado.
alternativa **c**

3. Se o estudante optou pela alternativa **a**, provavelmente reconhece que são grandezas inversamente proporcionais; no entanto, considerou de forma incorreta a quantidade de máquinas atuando. Se indicou a alternativa **c**, o estudante provavelmente apenas selecionou um dos dados presentes no enunciado, sem interpretá-lo corretamente. Se indicou a alternativa **d**, possivelmente ele tem dificuldade em diferenciar grandezas diretamente proporcionais das inversamente proporcionais.
alternativa **b**

4. Para a resolução desta questão, os estudantes precisam, inicialmente, reconhecer o tipo de relação existente entre as grandezas x e y, para construir a expressão algébrica solicitada. Caso apresentem dúvidas, oriente-os a dividir os valores de x pelos valores correspondentes de y de maneira que identifiquem um padrão. Outra possibilidade é solicitar a eles que representem esses dados no plano cartesiano para que possam visualizar o padrão existente e representá-lo corretamente por meio de uma equação do 1º grau envolvendo x e y.

a) diretamente proporcionais

b) $y = 4x$

5. Nesta questão, o estudante precisa analisar o conjunto de dados e organizá-lo em uma tabela de frequência. Os estudantes podem ter dificuldades em reconhecer as classes para a organização dos dados, bem como em diferenciar frequência absoluta da frequência relativa. Nesse caso, é importante retomar com os estudantes o significado dessas duas frequências e a estratégia para calcular as frequências relativas correspondentes a cada classe.

a) idades dos estudantes de uma turma de balé do período da manhã

b) conforme as idades: 8, 10, 11 e 12 anos

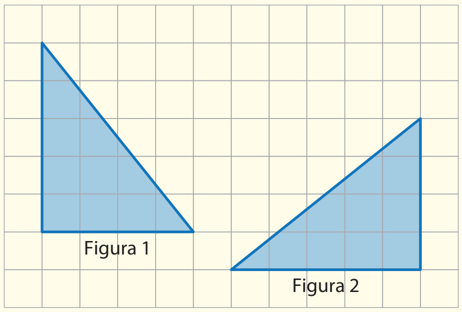
c)

Idades	Frequência absoluta	Frequência relativa
8	5	0,25
10	6	0,3
11	5	0,25
12	4	0,2

Capítulo 11 – Transformações geométricas

Objetivos	Questões
Reconhecer as transformações geométricas aplicadas na obtenção de figuras em malhas quadriculadas.	1
Reconhecer os vetores empregados na translação de uma figura geométrica em uma malha quadriculada.	2
Construir a figura geométrica resultante de uma reflexão em relação a uma reta.	3

1. Observe as figuras apresentadas na malha quadriculada a seguir.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

A figura 2 pode ser obtida a partir da figura 1 por meio da aplicação de uma composição:

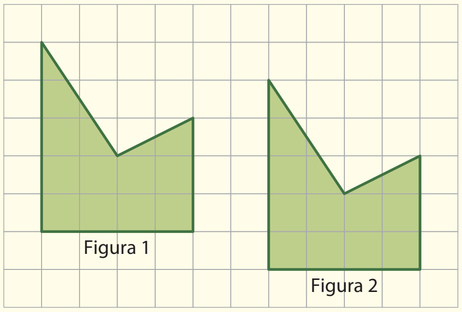
a) de translações.

b) entre rotação e translação.

c) de reflexões.

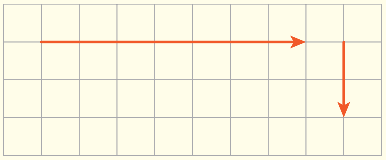
d) entre translação e reflexão.

2. Na malha quadriculada a seguir, a figura 2 foi obtida a partir da figura 1 por meio de uma composição de translações.

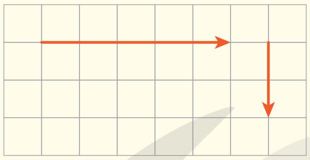


Qual das seguintes alternativas indica os vetores que possibilitaram a construção da figura 2?

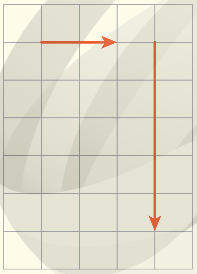
a)



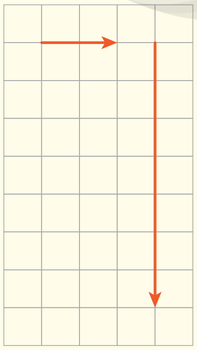
b)



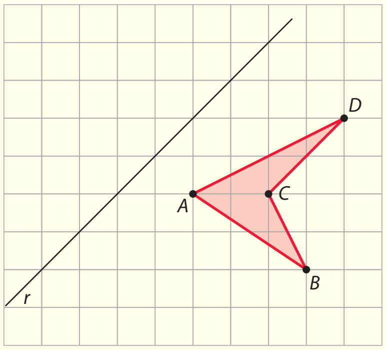
c)



d)



3. Copie a figura a seguir em uma malha quadriculada e construa o polígono $A'B'C'D'$ resultante da reflexão do polígono $ABCD$ em relação à reta r.



Resoluções e comentários da avaliação

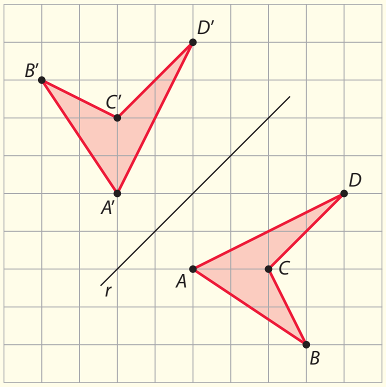
1. Se indicar a alternativa **a**, possivelmente o estudante não reconheceu que somente a translação não é suficiente para a geração da figura 2. Se optar pelas alternativas **c** ou **d** provavelmente ele tem dificuldade de diferenciar reflexões e rotações.

alternativa **b**

2. Se indicar a alternativa **b**, o estudante pode ter dificuldade de reconhecer em quantas unidades ocorreu o deslocamento horizontal para a direita. Se optar pela alternativa **c**, além de não conseguir identificar em quantas unidades ocorreram os deslocamentos, ele não consegue diferenciar os tipos de deslocamento. Se indicar a alternativa **d**, ele reconhece em quantas unidades ocorrem os deslocamentos, mas tem dificuldade de diferenciar as direções de deslocamento.

alternativa **a**

3. Para resolver esta questão, o estudante precisa, além de construir a figura original e a reta r em uma malha quadriculada, representar a figura resultante de reflexão em relação à reta dada. A dificuldade é elevada pela posição da reta sobre as diagonais dos quadradinhos da malha. Assim, podem surgir dificuldades relacionadas à representação da figura original na malha, à construção da reta, às medidas de distância que devem ser consideradas para a obtenção da figura resultante e à diferenciação entre os tipos de transformação geométrica. Assim, retome com os estudantes as propriedades de cada transformação, orientando-os, na construção da reflexão, a manter sempre as mesmas medidas de distância em relação à reta r para a figura original e para a figura resultante. O emprego de espelhos também pode auxiliar na construção da figura resultante.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Resoluções

Avaliação diagnóstica

Mostre o que você já sabe Páginas 12 e 13

1. Para encontrar o número de triângulos brancos na etapa 3, utilizamos uma potência de base 3 da seguinte maneira:

- etapa 0: $3^0 = 1$
- etapa 1: $3^1 = 3$
- etapa 2: $3^2 = 9$
- etapa 3: $3^3 = 27$

Portanto, na etapa 3 haverá 27 triângulos brancos.

alternativa **c**

2. A *pizza* foi dividida em 12 fatias iguais no total. Para determinar a razão entre as 4 fatias que Mateus comeu e o total de fatias da *pizza*, podemos fazer:

$\frac{4}{12} = \frac{1}{3} \simeq 0{,}33 = 33\%$

Portanto, a quantidade da *pizza* que Mateus comeu equivale a $\frac{1}{3}$ da *pizza*, ou seja, aproximadamente 0,33 e aproximadamente 33%.

alternativa **a**

3. Vamos representar os três números consecutivos por $(n - 1)$, n e $(n + 1)$. Como foi pedida uma expressão para representar o quadrado da soma desses três números, fazemos:

$[(n - 1) + n + (n + 1)]^2$

Portanto, a expressão algébrica é $[(n - 1) + n + (n + 1)]^2$.

alternativa **c**

4. Para encontrar a raiz de cada uma das equações, fazemos:

A) $3x - 2 = 10$

$3x = 12$

$x = 4$

Logo, A-II.

B) $2x + 1 = 5$

$2x = 4$

$x = 2$

Logo, B-III.

C) $3x = 15$

$x = 5$

Logo, C-I.

Portanto, a associação correta entre cada equação e sua raiz é A-II, B-III e C-I.

alternativa **d**

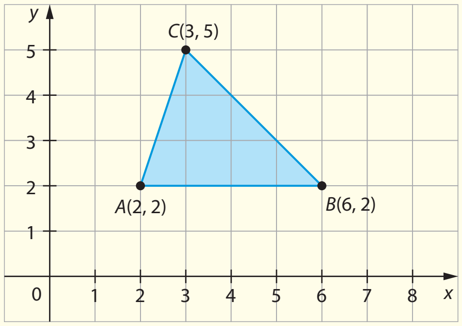
5. A equipe de basquete de Juliana marcou 65 pontos no total, sendo 15 desses pontos marcados por ela. Para escrever a fração irredutível que representa a razão entre o número de pontos marcados por Juliana e o número total de pontos, podemos fazer:

$\frac{15}{65} = \frac{15 : 5}{65 : 5} = \frac{3}{13}$

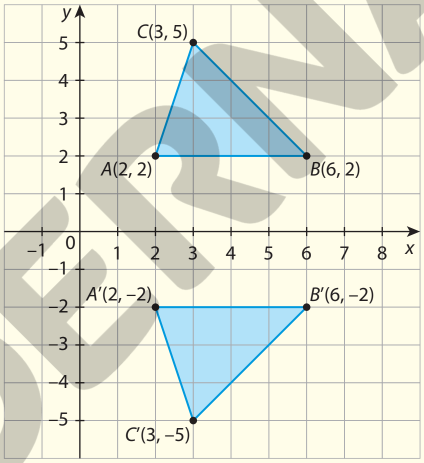
Portanto, a fração irredutível é $\frac{3}{13}$.

alternativa **b**

6. De acordo com a figura apresentada, as coordenadas dos vértices do triângulo são $A(2, 2)$, $B(6, 2)$ e $C(3, 5)$.



Para determinar as coordenadas do simétrico desse triângulo em relação ao eixo x, invertemos o sinal da ordenada de cada um dos pontos, obtendo $A'(2, -2)$, $B'(6, -2)$ e $C'(3, -5)$. Representando no plano cartesiano o triângulo original e seu simétrico em relação ao eixo x temos:



Portanto, as coordenadas são $A'(2, -2)$, $B'(6, -2)$ e $C'(3, -5)$.

alternativa **a**

7. Sabemos que 1 hora equivale a 60 minutos. Se o relógio atrasa 5 minutos por dia, para encontrar a quantidade de dias necessários para ele atrasar 60 minutos (1 hora), podemos fazer:

$60 : 5 = 12$

Portanto, são necessários 12 dias.

alternativa **c**

8. Para determinar a medida da área de um paralelogramo, podemos calcular o produto entre as medidas da base (b) e da altura (h). Assim, $A = b \cdot h$. Observando a figura, temos:

- medida da base: $b = 2$ cm $+ 3$ cm $= 5$ cm
- medida da altura: $h = 4$ cm

Desse modo, temos:

$A = 5 \cdot 4 = 20$

Portanto, a medida da área total do paralelogramo é 20 cm^2.

alternativa **c**

9. Para encontrar dois números naturais cuja soma é igual a 4, podemos fazer:

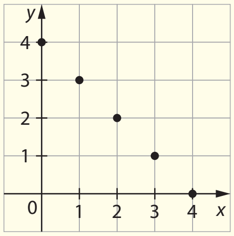
- $0 + 4 = 4$
- $1 + 3 = 4$
- $2 + 2 = 4$

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- $3 + 1 = 4$
- $4 + 0 = 4$

Escrevendo os pares de números naturais como coordenadas de pontos, temos (0, 4), (1, 3), (2, 2), (3, 1) e (4, 0). Representando esses pontos no plano cartesiano, temos:

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA



alternativa **d**

10. Foram entrevistadas 2 000 pessoas no total. De acordo com o gráfico, 25% dos entrevistados acharam ótimo o transporte público. Assim, para determinar a quantidade de pessoas que acharam o transporte público ótimo, devemos calcular 25% de 2 000 pessoas, ou seja:

$$\frac{25}{100} \cdot 2\,000 = \frac{25 \cdot 2\,000}{100} = \frac{50\,000}{100} = 500$$

Portanto, 500 pessoas acharam o transporte público ótimo.

alternativa **b**

11. Vamos analisar cada alternativa para encontrar o polígono cuja área mede 36 cm².

a) Para calcular a medida da área de um quadrado cujos lados medem 6 cm de comprimento, fazemos:

$A = \ell^2 = 6^2 = 36$

Portanto, a medida da área desse quadrado é 36 cm².

b) Para calcular a medida da área de um triângulo cujo comprimento do lado mede 6 cm e a altura relativa a esse lado também mede 6 cm, fazemos:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = \frac{36}{2} = 18$$

Portanto, a medida da área desse triângulo é 18 cm².

c) Para calcular a medida da área de um losango cujas diagonais medem 4 cm e 9 cm de comprimento, fazemos:

$$A = \frac{d \cdot D}{2} = \frac{4 \cdot 9}{2} = \frac{36}{2} = 18$$

Portanto, a medida da área desse losango é 18 cm².

d) Para calcular a medida da área de um quadrado cujos lados medem 9 cm de comprimento, fazemos:

$A = \ell^2 = 9^2 = 81$

Portanto, a medida da área desse quadrado é 81 cm².

Logo, entre as alternativas, o polígono cuja área mede 36 cm² é o quadrado do item **a**.

alternativa **a**

Unidade 1

Capítulo 1

ATIVIDADES Páginas 16, 17 e 18

1. a) Espera-se que os estudantes identifiquem os números 2,25; 25; 1; 2022; 97; 29000-111.

b) Exemplo de resposta: 2,25 indica preço; 25, 1 e 2022 formam a data; 97 é o número da casa; 29000-111 é o código de endereçamento postal (CEP).

c) Espera-se que os estudantes respondam que não, pois o número 2,25 não é um número natural.

2. Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Os números naturais podem ser usados para fazer a contagem da quantidade de estudantes presentes na sala de aula; para compor os códigos das placas de identificação de automóveis.

3. Espera-se que os estudantes respondam que, se existisse, logo abaixo do andar –2 estaria o andar indicado pelo número –3.

4. a) A sequência dos números naturais pares pode ser representada por: 0, 2, 4, 6, 8, 10, ...

Observe que para obter o próximo termo adiciona-se 2 unidades ao termo anterior. Sendo assim, para encontrar o sucessor de um número natural n dessa sequência, podemos usar $n + 2$. E para o antecessor, $n - 2$ para $n \neq 0$.

b) A sequência dos números naturais ímpares pode ser representada por: 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

Observe que para obter o próximo termo adiciona-se 2 unidades ao termo anterior. Sendo assim, para encontrar o sucessor de um número natural n dessa sequência, podemos usar $n + 2$. E para o antecessor, $n - 2$ para $n \neq 1$.

5. a) Vamos representar os números naturais consecutivos por $(n - 1)$, n e $(n + 1)$.

Como a soma deles é 1 233, temos:

$(n - 1) + n + (n + 1) = 1\,233$

$3n = 1\,233$

$n = 1\,233 : 3$

$n = 411$

Assim:

- $n - 1 = 411 - 1 = 410$
- $n + 1 = 411 + 1 = 412$

Logo, os números procurados são 410, 411 e 412.

b) Vamos representar dois números naturais consecutivos na sequência dos números pares por n e $(n + 2)$. Como a soma deles é 998, temos:

$n + (n + 2) = 998$

$2n = 998 - 2$

$$n = \frac{996}{2}$$

$n = 498$

Assim:

$n + 2 = 498 + 2 = 500$

Logo, os números procurados são 498 e 500.

c) Vamos representar três números naturais consecutivos na sequência dos números ímpares por n, $(n + 2)$ e $(n + 4)$. Como a soma deles é 165, temos:

$n + (n + 2) + (n + 4) = 165$

$3n = 165 - 6$

$$n = \frac{159}{3}$$

$n = 53$

Assim:

- $n + 2 = 53 + 2 = 55$
- $n + 4 = 53 + 4 = 57$

Logo, os números procurados são 53, 55 e 57.

6. a) Os termos da sequência aumentam de 15 em 15. Assim:
   75 + 15 = 90
   Portanto, o próximo termo dessa sequência é 90.
   b) Os termos da sequência diminuem de 10 em 10. Assim:
   60 – 10 = 50
   Portanto, o próximo termo dessa sequência é 50.
   c) Os termos da sequência aumentam de 3 em 3. Assim:
   15 + 3 = 18
   Portanto, o próximo termo dessa sequência é 18.
   d) Os termos da sequência aumentam de 8 em 8. Assim:
   236 + 8 = 244
   Portanto, o próximo termo dessa sequência é 244.

7. Espera-se que os estudantes percebam que se trata da sequência dos números naturais ímpares: 1, 3, 5, 7, 9, ...

8. Exemplos de respostas:
   a) $n + 1$, sendo n um número inteiro maior ou igual a –3.
   b) $-44 + 10n$, sendo n um número natural.
   c) $30 - 6n$, sendo n um número natural.
   d) $-300 + 100n$, sendo n um número natural.

9. Espera-se que os estudantes percebam que, uma vez certo, o relógio de Pedro terá de atrasar 12 horas (ou 720 minutos) para marcar novamente a hora certa. Logo, se ele atrasa apenas 1 minuto por dia, levará 720 dias para atrasar 720 minutos. Ou seja, o relógio de Pedro estará certo, aproximadamente, uma vez a cada dois anos. Entretanto, o relógio de Daniel, por mais que esteja parado, marca a hora certa duas vezes por dia. Portanto, de acordo com a regra que eles estabeleceram, o relógio de Daniel é melhor que o de Pedro.

10. Resposta pessoal. Exemplo de sequência:
    Considere a sequência (1 450, 1 300, 1 150, ...). Escreva os próximos três termos dessa sequência.
    Os termos da sequência diminuem de 150 em 150. Assim:
    - 1 150 – 150 = 1 000
    - 1 000 – 150 = 850
    - 850 – 150 = 700

    Portanto, os três termos seguintes são 1 000, 850 e 700.

11. Efetuando os cálculos, para o número inteiro 9, temos:
    - oposto: –9
    - sucessor: 9 + 1 = 10
    - antecessor: 9 – 1 = 8

    Efetuando os cálculos para o número oposto inteiro 1 451, temos:
    - número inteiro: –1 451
    - sucessor: –1 451 + 1 = –1 450
    - antecessor: –1 451 – 1 = –1 452

    Efetuando os cálculos para o número antecessor inteiro 2 003, temos:
    - número inteiro: 2 003 + 1 = 2 004
    - oposto: –2 004
    - sucessor: 2 004 + 1 = 2 005

    Efetuando os cálculos para o sucessor inteiro –7, temos:
    - número inteiro: –7 – 1 = –8
    - oposto: 8
    - antecessor: –8 – 1 = –9

    Efetuando os cálculos para o antecessor inteiro –1 999, temos:
    - número inteiro: –1 999 + 1 = –1 998
    - oposto: 1 998
    - sucessor: –1 998 + 1 = –1 997

    Efetuando os cálculos para o número inteiro –125, temos:
    - oposto: 125
    - sucessor: –125 + 1 = –124
    - antecessor: –125 – 1 = –126

    Efetuando os cálculos para o número inteiro 0, temos:
    - oposto: 0
    - sucessor: 0 + 1 = 1
    - antecessor: 0 – 1 = –1

    Efetuando os cálculos para o sucessor inteiro 1 000 000, temos:
    - número inteiro: 1 000 000 – 1 = 999 999
    - oposto: –999 999
    - antecessor: 999 999 – 1 = 999 998

    Efetuando os cálculos para o número oposto inteiro –1 000 000, temos:
    - número inteiro: 1 000 000
    - sucessor: 1 000 000 + 1 = 1 000 001
    - antecessor: 1 000 000 – 1 = 999 999

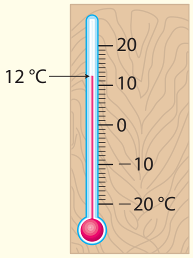
    Portanto, o quadro deve ser preenchido como:

a	Oposto de *a*	Sucessor de *a*	Antecessor de *a*
9	–9	10	8
–1 451	1 451	–1 450	–1 452
2 004	–2 004	2 005	2 003
–8	8	–7	–9
–1 998	1 998	–1 997	–1 999
–125	125	–124	–126
0	0	1	–1
999 999	–999 999	1 000 000	999 998
1 000 000	–1 000 000	1 000 001	999 999

12. a) Espera-se que os estudantes concluam que o oposto do oposto de 155 é o número 155, pois:
    $-[-(+155)] = -[-155] = 155$
    b) Espera-se que os estudantes concluam que o oposto do oposto de –155 é –155, pois:
    $-[-(-155)] = -[155] = -155$

13. Exemplo de correções:
    a) Verdadeira, pois –1 é um número inteiro, porém, por ser negativo, não é um número natural.
    b) Falsa, pois 100 é um número natural, e todo número natural é um número inteiro.
    c) Verdadeira, pois –9, 8 e 100 são exemplos de números inteiros.
    d) Falsa, pois todo número inteiro não negativo é um número natural.

14. O termômetro marca 12 °C.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Para determinar a medida da temperatura que o termômetro marcará ao baixar 15 graus, podemos fazer:

12 °C – 15 °C = –3 °C

Portanto, o termômetro marcará –3 °C.

15. A: 125 – 137 = –12

B: 623 – 232 = 391

C: 1 040 – 1 100 = –60

D: 323 – 402 = –79

E: 729 – 701 = 28

F: 630 – 1 200 = –570

a) As subtrações que têm como resultado um número natural são as indicadas nos itens B e E.

b) Todas as subtrações têm como resultado um número inteiro.

16. Observe os exemplos.

- O oposto de 5 é –5. Logo: 5 + (–5) = 0.
- O oposto de –20 é 20. Logo: –20 + 20 = 0.
- O oposto de n é $-n$. Logo: $n + (-n) = 0$.

Portanto, a soma de dois números opostos é sempre zero.

17. Os gols sofridos são representados por números inteiros negativos e os gols marcados, por números inteiros positivos. Como o saldo de gols é –15, se o time Unidos do Bairro sofrer 3 gols e fizer 1 gol, teremos:

–15 – 3 + 1 = –18 + 1 = –17

Logo, o novo saldo de gols será –17 gols.

ATIVIDADES ▸ Página 22

1. **a)** $\frac{6}{4}$

$$\begin{array}{r|l} 6 & 4 \\ \cline{2-2} -\ 4 & 1{,}5 \\ \cline{1-1} 2\ 0 & \\ -\ 2\ 0 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Portanto, $\frac{6}{4} = 1{,}5$.

b) $\frac{1}{9}$

$$\begin{array}{r|l} 1\ 0 & 9 \\ \cline{2-2} 1\ 0 & 0{,}111... \\ 1\ 0 & \\ 1 & \end{array}$$

Portanto, $\frac{1}{9} = 0{,}111... = 0{,}\overline{1}$.

c) $\frac{1}{3}$

$$\begin{array}{r|l} 1\ 0 & 3 \\ \cline{2-2} -\ 9 & 0{,}33... \\ \cline{1-1} 1\ 0 & \\ -\ 9 & \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Portanto, $\frac{1}{3} = 0{,}333... = 0{,}\overline{3}$.

d) $7\frac{3}{4} = \frac{28 + 3}{4} = \frac{31}{4}$

$$\begin{array}{r|l} 3\ 1 & 4 \\ \cline{2-2} 3\ 0 & 7{,}75 \\ 2\ 0 & \\ 0 & \end{array}$$

Portanto, $7\frac{3}{4} = 7{,}75$.

- Dos resultados obtidos, 1,5 e 7,75 são decimais exatos e $0{,}\overline{1}$ e $0{,}\overline{3}$ são dízimas periódicas.

2. **a)** Na figura **I**, de um total de 25 quadradinhos, 9 estão pintados inteiramente e 12 estão pintados pela metade. Como a cada duas metades obtemos um quadradinho inteiro, com 12 metades teremos 6 quadradinhos inteiros. Assim, temos 15 quadradinhos pintados de azul, pois 9 + 6 = 15. Representando em fração, temos:

$\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

Na figura **II**, de um total de 25 quadradinhos, 13 estão pintados inteiramente e 10 estão pintados pela metade. Como a cada duas metades temos um quadradinho inteiro, teremos 5 quadradinhos inteiros. Assim, temos 18 quadradinhos pintados de azul, pois 13 + 5 = 18. Representando em fração, temos:

$\frac{18}{25}$

Logo, um número racional na forma de fração que representa a parte colorida de azul na figura **I** é $\frac{3}{5}$ e na figura **II**, $\frac{18}{25}$.

b) Pelo item **a**, sabemos que na figura **I** há 15 quadradinhos pintados de azul, ou seja, 10 quadradinhos brancos (25 – 15 = 10). Para representar na forma decimal, podemos fazer:

$\frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

Na figura **II** há 18 quadradinhos pintados de azul, ou seja, 7 quadradinhos brancos (25 – 18 = 7). Para representar na forma decimal, podemos fazer:

$\frac{7}{25} = 0{,}28$

Logo, um número racional na forma decimal que representa a parte branca na figura **I** é 0,4 e na figura **II** é 0,28.

3. Utilizando uma calculadora, obtemos os seguintes resultados:

a) $1 : 9 = 0{,}111... = 0{,}\overline{1}$

b) $2 : 9 = 0{,}222... = 0{,}\overline{2}$

c) $3 : 9 = 0{,}333... = 0{,}\overline{3}$

d) $4 : 9 = 0{,}444... = 0{,}\overline{4}$

Espera-se que os estudantes identifiquem o padrão existente nessas divisões por 9 e, sem usar a calculadora, determinem que o resultado de cada divisão será:

- $5 : 9 = 0{,}555 \ldots = 0{,}\overline{5}$
- $6 : 9 = 0{,}666 \ldots = 0{,}\overline{6}$
- $7 : 9 = 0{,}777 \ldots = 0{,}\overline{7}$
- $8 : 9 = 0{,}888 \ldots = 0{,}\overline{8}$

4. Para escrever os números em ordem crescente, podemos representar as frações como números decimais a fim de facilitar a comparação entre esses números, para, então, ordená-los do menor para o maior valor. Assim, temos:

- $\frac{8}{7} \simeq 1{,}14$

$$\begin{array}{rrr|l} & & 8 & 7 \\ - & & 7 & 1{,}14\ldots \\ \hline & & 1\ 0 & \\ - & & 7 & \\ \hline & & 3\ 0 & \\ & - & 2\ 8 & \\ \hline & & 2 & \end{array}$$

- $\frac{4}{3} = 1{,}\overline{3}$

$$\begin{array}{rrr|l} & & 4 & 3 \\ - & & 3 & 1{,}33\ldots \\ \hline & & 1\ 0 & \\ - & & 9 & \\ \hline & & 1\ 0 & \\ & - & 9 & \\ \hline & & 1 & \end{array}$$

- $-\frac{3}{4} = -0{,}75$

$$\begin{array}{rrr|l} & & 3\ 0 & 4 \\ - & & 2\ 8 & 0{,}75\ldots \\ \hline & & 0\ 2\ 0 & \\ & - & 2\ 0 & \\ \hline & & 0 & \end{array}$$

Portanto, escrevendo os números em ordem crescente, temos: $-1{,}4; -\frac{3}{4}; \frac{8}{7}; \frac{4}{3}; 1{,}91\overline{6}$.

5. **a)** $0{,}\overline{2} + 0{,}\overline{5} - 0{,}\overline{7} = 0{,}2222\ldots + 0{,}5555\ldots - 0{,}7777\ldots = 0$

b) Obtendo as frações geratrizes das dízimas periódicas $0{,}\overline{8}$ e $5{,}\overline{6}$, temos:

$x = 0{,}888\ldots$ (I)

$10x = 8{,}888\ldots$ (II)

$9x = 8$ (II – I)

$x = \frac{8}{9}$

$y = 5{,}666\ldots$ (III)

$10y = 56{,}666\ldots$ (IV)

$9y = 51$ (IV – III)

$y = \frac{51}{9}$

Então, podemos fazer:

$0{,}\overline{8} : 5{,}\overline{6} = \frac{8}{9} : \frac{51}{9} = \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{51} = \frac{8}{51}$

c) Obtendo as frações geratrizes das dízimas periódicas $1{,}8\overline{3}$ e $0{,}5\overline{27}$, temos:

$x = 1{,}8333\ldots$ (I)

$10x = 18{,}333\ldots$ (II)

$100x = 183{,}333\ldots$ (III)

$90x = 165$ (III – II)

$x = \frac{165}{90} = \frac{33}{18} = \frac{11}{6}$

$y = 0{,}52727\ldots$ (IV)

$10y = 5{,}2727\ldots$ (V)

$1\,000y = 527{,}2727\ldots$ (VI)

$990y = 522$ (VI – V)

$y = \frac{522}{990} = \frac{29}{55}$

Então, podemos fazer:

$1{,}8\overline{3} \cdot 0{,}5\overline{27} = \frac{11}{6} \cdot \frac{29}{55} = \frac{29}{30}$

6. Podemos começar pela 1ª coluna. Para determinar o número que falta para que a soma seja igual a 30, podemos fazer:

$$30 - \left(\frac{19}{3} + \frac{23}{3} + 6\right) = 30 - \left(\frac{42}{3} + 6\right) = 30 - (14 + 6) = 30 - 20 = 10$$

Na 3ª linha, podemos fazer:

$$30 - \left(\frac{23}{3} + 7 + \frac{20}{3}\right) = 30 - \left(\frac{23 + 21 + 20}{3}\right) = 30 - \frac{64}{3} = \frac{90 - 64}{3} = \frac{26}{3}$$

Assim, ficamos com o seguinte quadrado mágico:

10	$\frac{17}{3}$		9
$\frac{19}{3}$		8	
$\frac{23}{3}$	7	$\frac{20}{3}$	$\frac{26}{3}$
6	9		

Na 1ª linha, podemos fazer:

$$30 - \left(10 + \frac{17}{3} + 9\right) = 30 - \left(\frac{30 + 17 + 27}{3}\right) = 30 - \frac{74}{3} = \frac{90 - 74}{3} = \frac{16}{3}$$

Na 2ª coluna, podemos fazer:

$$30 - \left(\frac{17}{3} + 7 + 9\right) = 30 - \left(\frac{17 + 21 + 27}{3}\right) = 30 - \frac{65}{3} = \frac{90 - 65}{3} = \frac{25}{3}$$

Assim, ficamos com o seguinte quadrado mágico:

10	$\frac{17}{3}$	$\frac{16}{3}$	9
$\frac{19}{3}$	$\frac{25}{3}$	8	
$\frac{23}{3}$	7	$\frac{20}{3}$	$\frac{26}{3}$
6	9		

Na 2ª linha, podemos fazer:

$$30 - \left(\frac{19}{3} + \frac{25}{3} + 8\right) = 30 - \left(\frac{19 + 25 + 24}{3}\right) = 30 - \frac{68}{3} = \frac{90 - 68}{3} = \frac{22}{3}$$

Na 3ª coluna, podemos fazer:

$$30 - \left(\frac{16}{3} + 8 + \frac{20}{3}\right) = 30 - \left(\frac{36}{3} + 8\right) = 30 - 20 = 10$$

Assim, ficamos com o seguinte quadrado mágico:

10	$\frac{17}{3}$	$\frac{16}{3}$	9
$\frac{19}{3}$	$\frac{25}{3}$	8	$\frac{22}{3}$
$\frac{23}{3}$	7	$\frac{20}{3}$	$\frac{26}{3}$
6	9	10	

Por fim, na 4ª linha, podemos fazer:

$30 - (6 + 9 + 10) = 30 - 25 = 5$

Logo:

10	$\frac{17}{3}$	$\frac{16}{3}$	9
$\frac{19}{3}$	$\frac{25}{3}$	8	$\frac{22}{3}$
$\frac{23}{3}$	7	$\frac{20}{3}$	$\frac{26}{3}$
6	9	10	5

ORLY WANDERS/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES ▶ Página 25

1. Observando a reta numérica apresentada na atividade, temos:

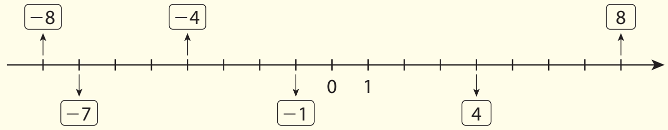
ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- –7: número negativo e não positivo
- –2: número negativo e não positivo
- 0: número natural e não positivo
- 1: número natural e positivo
- 5: número natural e positivo

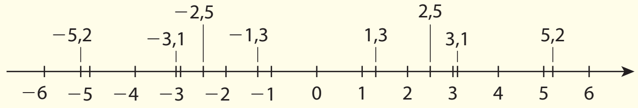
Portanto, o quadro preenchido fica da seguinte maneira:

	Número negativo	Número natural	Número positivo	Número não positivo
–7	X			X
–2	X			X
0		X		X
1		X	X	
5		X	X	

2. Espera-se que os estudantes localizem corretamente os números na reta numérica, de acordo com o esquema feito a seguir.



3. Espera-se que os estudantes copiem a reta numérica e indiquem os números conforme indicado a seguir:



Espera-se que os estudantes escrevam os números na seguinte ordem:

–5,2; –3,1; –2,5; –1,3; 1,3; 2,5; 3,1; 5,2

4. • Para representar $-\frac{3}{8}$ na forma decimal, vamos efetuar a divisão de 3 por 8.

```
3 0 | 8
  6 0   0,375
    4 0
      0
```

Logo, $-\frac{3}{8} = -0{,}375$.

- Para representar $\frac{5}{3}$ na forma decimal, vamos efetuar a divisão de 5 por 3.

```
5     | 3
2 0     1,666...
  2 0
    2 0
      2
```

Logo, $\frac{5}{3} = 1{,}666...$

- Para representar $\frac{7}{6}$ na forma decimal, vamos efetuar a divisão de 7 por 6.

```
7     | 6
1 0     1,166...
  4 0
    4 0
      4
```

Logo, $\frac{7}{6} = 1{,}166...$

- Para representar $-\frac{7}{10}$ na forma decimal, vamos efetuar a divisão de 7 por 10.

```
7 0 | 10
  0   0,7
```

Logo, $-\frac{7}{10} = -0{,}7$.

Escrevendo os números decimais na ordem decrescente, temos:

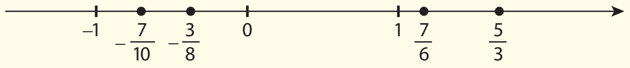
1,666..., 1,1666...; –0,375; –0,7

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

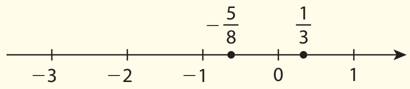
ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, os números indicados em ordem decrescente são: $\frac{5}{3}$; $\frac{7}{6}$; $-\frac{3}{8}$; $-\frac{7}{10}$.

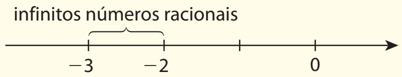
Portanto, a localização aproximada desses números na reta numérica é:



5. **a)** Falsa, pois $\frac{1}{3}$ = 0,333... está entre 0 e 1, enquanto $-\frac{5}{8}$ = = –0,625 está entre –1 e 0. Representando $\frac{1}{3}$ e $-\frac{5}{8}$ na reta numérica, temos:



b) Falsa, pois, entre quaisquer números racionais, existem infinitos números racionais.



c) Verdadeira, pois –200 é o antecessor de –199.

6. Exemplos de respostas:

a) Número racional que esteja entre 1 e 11: 6.

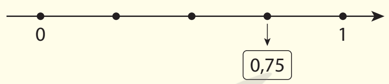
b) Número racional que esteja entre –3 e 0: –2.

c) Número racional que esteja entre 1 e 2: $\frac{3}{2}$.

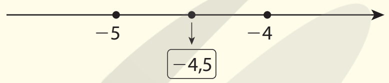
d) Número racional que esteja entre –3 e –2: –2,5.

7. Os estudantes podem apresentar as respostas na forma decimal ou na forma fracionária.

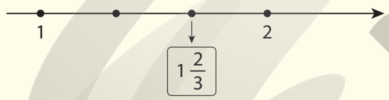
a)



b)



c)

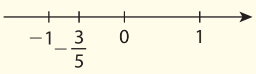


d)

e)

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

8. Exemplo de reta numérica que pode ser desenhada pelos estudantes:



a) Espera-se que os estudantes identifiquem que o ponto correspondente ao número $-\frac{3}{5}$ na reta numérica está localizado à direita do ponto que representa –1.

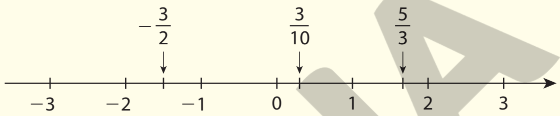
b) Espera-se que os estudantes respondam que o número natural representado pelo ponto localizado entre os pontos correspondentes a –1 e 1 é o número 0.

- Resposta pessoal. Exemplo de questão: Represente na reta numérica os pontos correspondentes aos números $\frac{5}{3}$, $\frac{3}{10}$ e $-\frac{3}{2}$. Agora, responda aos itens a seguir.

a) O ponto correspondente ao número $-\frac{3}{2}$ na reta numérica está localizado à direita ou à esquerda do ponto que representa –1?

b) O ponto que representa determinado número natural está localizado entre os pontos correspondentes a $\frac{3}{10}$ e $\frac{5}{3}$. Qual é o número natural representado por esse ponto?

Resolução: Representando os números na reta numérica, temos:

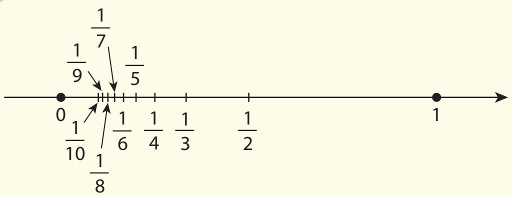


a) O ponto está localizado à esquerda.

b) O número natural representado por esse ponto é o 1.

9. Essa atividade oferece aos estudantes a oportunidade de observar o que ocorre com um número racional escrito na forma fracionária conforme aumentamos seu denominador. Para cada uma dessas frações existe um ponto correspondente na reta numérica e, quanto maior for o denominador, mais próximo do zero ficará o número. Vale lembrar aos estudantes que eles não precisam produzir explicações escritas de maneira formal. O mais importante é que possam se expressar oralmente, de modo que expliquem o que foi observado. Nesse mesmo sentido, a representação na reta numérica poderá ser aproximada.

a) Representando os números na reta numérica, temos:



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

b) Exemplo de resposta: Os pontos que correspondem aos números da sequência ficam cada vez mais próximos do ponto que corresponde ao zero.

ATIVIDADES

▸ Página 27

1. Nessa atividade, são apresentadas algumas fotos com números que pertencem a diferentes conjuntos numéricos. Organize os estudantes em grupos e peça a eles que também apresentem situações do cotidiano que contenham números que correspondam a cada conjunto numérico. Pode-se organizar na lousa ou em um painel um quadro com os conjuntos numéricos e pedir a cada grupo que o preencha com a situação que identificou de cada conjunto numérico. Os estudantes poderão ter dificuldades para encontrar nas situações do cotidiano números que pertençam ao conjunto dos números irracionais. Essa conclusão é importante para que percebam que os números irracionais são utilizados em cálculos matemáticos, por exemplo na raiz quadrada.

Espera-se que os estudantes respondam que:

a) os números que aparecem na foto desse item pertencem ao conjunto dos números racionais e reais.

b) os números que aparecem na foto desse item pertencem ao conjunto dos números naturais, inteiros, racionais e reais.

c) os números que aparecem na foto desse item pertencem ao conjunto dos números racionais e reais.

d) os números que aparecem na foto desse item pertencem ao conjunto dos números naturais, inteiros, racionais e reais.

2. a) Espera-se que os estudantes respondam que não é possível identificar apenas com os algarismos visíveis na tela da calculadora. Explique que o número que aparece no visor da calculadora é parte da representação decimal de $\frac{1}{19}$, que é um número racional. Além disso, o período da dízima só começa a se repetir após a 19ª casa decimal.

b) Espera-se que os estudantes respondam que não, pois às vezes o período de uma dízima periódica é muito grande e em sua representação decimal expressamos um número insuficiente de casas após a vírgula para identificar esse período.

3. Exemplos de respostas:

a) $7 = \frac{14}{2}$

b) $0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

c) $-7 = -\frac{7}{1}$

d) $-1{,}32 = -\frac{132}{100}$

e) Indicamos a dízima por x: $x = 0{,}666...$ (I)

Multiplicando ambos os membros da igualdade (I) por 10, temos: $10x = 6{,}666...$ (II)

Subtraindo membro a membro (I) de (II), temos: $9x = 6$

Logo: $x = \frac{6}{9}$

Portanto, $0{,}666... = \frac{6}{9}$.

f) Indicamos a dízima por x: $x = 1{,}555...$ (I)

Multiplicando ambos os membros da igualdade (I) por 10, temos: $10x = 15{,}555...$ (II)

Subtraindo membro a membro (I) de (II), temos: $9x = 14$

Logo: $x = \frac{14}{9}$

Portanto, $1{,}555... = \frac{14}{9}$.

g) $24{,}3 = \frac{243}{10}$

h) $1{,}05 = \frac{105}{100}$

4. Espera-se que os estudantes percebam que:

a) $\frac{32}{4} = 8$ pertence ao conjunto dos números naturais.

b) $\frac{32}{4} = 8$ e -27 pertencem ao conjunto dos números inteiros.

c) $\frac{32}{4} = 8$, -27, $\frac{3}{5}$ e $1{,}\overline{35}$ são números racionais.

d) $-\sqrt{2}$ e π são números irracionais.

e) $-\sqrt{2}$ e π são números reais e não racionais.

f) $\frac{32}{4} = 8$, -27, $\frac{3}{5}$ e $1{,}\overline{35}$ são números reais e não irracionais.

5. Exemplos de respostas:

a) Número inteiro e não natural: -15.

b) Número real e não racional: π.

c) Número racional e não inteiro: 0,5678.

d) Número inteiro e irracional: não é possível.

6. a) Todo número irracional é um número real.

b) Todo número racional é um número real.

c) Como o conjunto dos números inteiros está contido nos conjuntos dos números racionais e reais, então existem duas possibilidades para completar a frase:

- Todo número inteiro é um número racional.
- Todo número inteiro é um número real.

d) Como o conjunto dos números naturais está contido nos conjuntos dos números inteiros, racionais e reais, então existem três possibilidades de completar a frase:

- Todo número natural é um número inteiro.
- Todo número natural é um número racional.
- Todo número natural é um número real.

7. Para escrever os números em ordem crescente, podemos, primeiro, escrevê-los na forma decimal, com aproximação de uma casa decimal. Assim, temos:

$-\frac{12}{5} = -2{,}4$	$3{,}\overline{62}$	$-1{,}\overline{2}$
$\frac{40}{7} \simeq 5{,}7$	$-\pi \simeq -3{,}1$	$3{,}6\overline{2}$

Escrevendo os números obtidos em ordem crescente, temos:

$-3{,}1$; $-2{,}4$; $-1{,}\overline{2}$; $3{,}6\overline{2}$; $3{,}\overline{62}$; $5{,}7$

Ou seja:

$-\pi$; $-\frac{12}{5}$; $-1{,}\overline{2}$; $3{,}6\overline{2}$; $3{,}\overline{62}$; $\frac{40}{7}$

8. Respostas pessoais. Exemplos de respostas:

a) Números irracionais maiores que 2,5 e menores que 3: $\sqrt{7} \simeq 2{,}6$ e $\sqrt{8} \simeq 2{,}8$

b) Números racionais maiores que $-\frac{7}{8}$ e menores que $-\frac{3}{4}$:

$-\frac{7}{8} = -0{,}875$ e $-\frac{3}{4} = -0{,}75$

$-\frac{7}{9} = -0{,}\overline{7}$; $-\frac{8}{10} = -0{,}8$

TRABALHO EM EQUIPE ▸ Página 28

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▸ Páginas 31 e 32

1. São 7 mulheres, cada mulher com 7 sacos, cada saco com 7 gatos, cada gato com 7 gatinhos. Então, temos:

$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4 = 2\,401$

Portanto, havia 2 401 gatinhos.

2. a) $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

c) $4^0 = 1$

d) $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$

e) $\left(-\frac{1}{5}\right)^3 = \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{1}{125}$

f) $(-7)^3 = (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = -343$

3. a) $2^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$

b) $2^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

c) $(-2)^{-2} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$

d) $(-2)^{-3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$

e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2^1 = 2$

f) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} = (-2)^1 = -2$

g) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} = (-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$

4. a) $1^4 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

b) $1^{-2} = \left(\frac{1}{1}\right)^2 = \left(\frac{1}{1}\right) \cdot \left(\frac{1}{1}\right) = \frac{1}{1} = 1$

c) $1^0 = 1$

d) $1^{101} = 1$

- Exemplo de resposta: Quando a base de uma potência é 1, o resultado também é igual a 1.

5.
- Na 1ª linha, basta resolver a potência:
  $2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$
- Fatorando o resultado da 2ª linha, temos:
  $27 = 3^3$
  Sabendo que o expoente é negativo, então:
  $3^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$
- Na 3ª linha, vamos fatorar o resultado para determinar o expoente.
  $\frac{4}{25} = \frac{2^2}{5^2} = \left(\frac{2}{5}\right)^2$
- Fatorando o resultado da 4ª linha, temos:
  $\frac{1}{32} = \frac{1}{2^5} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 2^{-5}$
  Portanto, há duas potências possíveis para que o resultado seja $\frac{1}{32}$.

Potência	Base	Expoente	Resultado
2^6	2	6	64
$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$	$\frac{1}{3}$	–3	27
$\left(\frac{2}{5}\right)^2$	$\frac{2}{5}$	2	$\frac{4}{25}$
$\left(\frac{1}{2}\right)^5$ ou $(2)^{-5}$	$\frac{1}{2}$ ou 2	5 ou –5	$\frac{1}{32}$

- Espera-se que os estudantes percebam que sim, a 4ª linha.

6. Resposta pessoal. Exemplo de resposta:
- $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$
- $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{81}$
- $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
- $(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$
- $(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$

a) Espera-se que os estudantes percebam que as potências cujas bases são positivas tiveram resultado positivo.

b) Espera-se que os estudantes percebam que as potências cujas bases são negativas tiveram resultado positivo quando os expoentes eram pares e resultado negativo quando os expoentes eram ímpares.

7.
- $10^{-1} = \left(\frac{1}{10}\right)^1 = \frac{1}{10} = 0{,}1$
- $10^{-2} = \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0{,}01$
- $10^{-5} = \left(\frac{1}{10}\right)^5 = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100\,000} = 0{,}00001$
- $10^{-11} = \left(\frac{1}{10}\right)^{11} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} =$
  $= \frac{1}{100\,000\,000\,000} = 0{,}00000000001$
- Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Quanto maior for o expoente da potência, mais perto do zero eles ficam posicionados na reta numérica.

8. Observando a sequência apresentada, notamos que o número de bolinhas de cada figura é o dobro do número de bolinhas da figura anterior. Organizando os dados em um quadro, temos:

Figura	1	2	3	4
Número de bolinhas	$1 = 2^0$	$2 = 2^1$	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$

× 2 × 2 × 2

a) Logo, o número de bolinhas da figura 5 será o dobro do número de bolinhas da figura 4, ou seja, $2 \cdot 8 = 16$.
Portanto, a figura 5 terá 16 bolinhas.

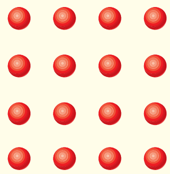


Figura 5

LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

b) Espera-se que os estudantes percebam que se trata de uma sequência de potências de base 2. Chamando de n a posição de cada figura, notamos que o expoente em cada uma é $(n - 1)$.
- Figura 1 → $n = 1$ → 2^0 (1 bolinha)
- Figura 2 → $n = 2$ → 2^1 (2 bolinhas)
- Figura 3 → $n = 3$ → 2^2 (4 bolinhas)
- Figura 4 → $n = 4$ → 2^3 (8 bolinhas)

- Figura 5 → $n = 5$ → 2^4 (16 bolinhas)
- Figura 10 → $n = 10$ → 2^9 (512 bolinhas)

Portanto, o número de bolinhas da figura 10 será igual a 2^9, ou seja, 512 bolinhas.

9. **a)** Reescrevendo a sequência, temos:

$3^3, 3^2, 3^1, \dots$

Observamos que os expoentes das potências diminuem de 1 em 1. Assim, os próximos termos da sequência serão:

- $3^0 = 1$
- $3^{-1} = \frac{1}{3}$
- $3^{-2} = \frac{1}{9}$
- $3^{-3} = \frac{1}{27}$
- $3^{-4} = \frac{1}{81}$

b) Reescrevendo a sequência, temos:

$5^{-1}, 5^{-2}, 5^{-3}, \dots$

Observamos que os expoentes das potências diminuem de 1 em 1. Assim, os próximos termos da sequência serão:

- $5^{-4} = \frac{1}{625}$
- $5^{-5} = \frac{1}{3\,125}$
- $5^{-6} = \frac{1}{15\,625}$
- $5^{-7} = \frac{1}{78\,125}$
- $5^{-8} = \frac{1}{390\,625}$

10. **a)** $5^0 + (0{,}25)^{-2} - (0{,}5)^{-2} - 2^4 =$

$= 1 + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 16 =$

$= 1 + 4^2 - 2^2 - 16 =$

$= 1 + 16 - 4 - 16 =$

$= -3$

b) $\left(\frac{1}{2} - 1\right)^{-1} + (-2)^3 =$

$= \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{2}\right)^{-1} + (-8) =$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - 8 =$

$= -2 - 8 =$

$= -10$

11. Espera-se que os estudantes leiam e interpretem o texto para completar corretamente o quadro da seguinte maneira:

Horário	Quantidade de pessoas que receberam o *e-mail*	Potência
13 h	4	4^1
13 h 30 min	$4 \cdot 4 = 16$	4^2
14 h	$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$	4^3
14 h 30 min	$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$	4^4

- Para saber quantas pessoas receberam o *e-mail* até as 14 h 30 min, adicionamos os valores da segunda coluna:

$$4 + 16 + 64 + 256 = 340$$

Portanto, 340 pessoas receberam o *e-mail* até as 14 h 30 min.

ATIVIDADES ▶ Página 34

1. Para expressar os números em notação científica, fazemos:

a) $0{,}02 = 2 \cdot 10^{-2}$

b) $0{,}0002 = 2 \cdot 10^{-4}$

c) $200\,000 = 2 \cdot 10^5$

d) $1\,002 = 1{,}002 \cdot 10^3$

e) $0{,}000012 = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$

f) $1\,200\,000\,000 = 1{,}2 \cdot 10^9$

g) $0{,}000000371 = 3{,}71 \cdot 10^{-7}$

h) $12\,560\,000\,000 = 1{,}256 \cdot 10^{10}$

i) $0{,}0000000007 = 7 \cdot 10^{-10}$

j) $456{,}987 = 4{,}56987 \cdot 10^2$

2. Para resolver o problema, podemos fazer:

- 100 bilhões: $100\,000\,000\,000 = 10^{11}$
- número total aproximado de estrelas:

$10^{11} \cdot 10^{11} = 10^{11+11} = 10^{22}$

Logo, existem no Universo, em média, 10^{22} estrelas.

3. As potências de base 10 cujo expoente é um inteiro negativo são menores que as potências de base 10 cujo expoente é um inteiro positivo. Além disso, considerando a relação entre o expoente e o número de algarismos zero desses números, temos:

$10^{-11}, 10^{-10}, 10^{-5}, 10^2, 10^5, 10^7$

4. Efetuando as operações, temos:

a) $37{,}3 \cdot 10^{-2} + 0{,}01 \cdot 10^2 = 0{,}373 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^0 =$

$= (0{,}373 + 1) \cdot 10^0 = 1{,}373 \cdot 10^0$

b) $0{,}00034 + 25{,}2 \cdot 10^{-2} = 0{,}0034 \cdot 10^{-1} + 2{,}52 \cdot 10^{-1} =$

$= (0{,}0034 + 2{,}52) \cdot 10^{-1} = 2{,}5234 \cdot 10^{-1}$

c) $13\,200 \cdot 10^3 - 5{,}4 \cdot 10^5 = 1{,}32 \cdot 10^7 - 0{,}054 \cdot 10^7 =$

$= (1{,}32 - 0{,}054) \cdot 10^7 = 1{,}266 \cdot 10^7$

5. Para encontrar os possíveis valores de x, fazemos:

$2{,}53 \cdot 10^4 < x < 2{,}54 \cdot 10^4$

$2{,}53 \cdot 10\,000 < x < 2{,}54 \cdot 10\,000$

$25\,300 < x < 25\,400$

Como x é menor que 25 400, então vamos contar até 25 399.

Logo, 25 399 – 25 300 = 99.

Portanto, há 99 possíveis valores para x.

6. Escrevendo os números informados em notação decimal, temos:

- $3{,}66 \cdot 10^8 = 3{,}66 \cdot 100\,000\,000 = 366\,000\,000$
- $1{,}39 \cdot 10^9 = 1{,}39 \cdot 1\,000\,000\,000 = 1\,390\,000\,000$
- $5{,}89 \cdot 10^3 = 5{,}89 \cdot 1\,000 = 5\,890$
- $3{,}24 \cdot 10^2 = 3{,}24 \cdot 100 = 324$

Escrevendo os números obtidos em ordem crescente, temos:

324; 5 890; 366 000 000; 1 390 000 000

Portanto:

$3{,}24 \cdot 10^2$; $5{,}89 \cdot 10^3$; $3{,}66 \cdot 10^8$; $1{,}39 \cdot 10^9$

ATIVIDADES ▸ Páginas 37 e 38

1. Aplicando as propriedades de potenciação para simplificar as expressões, temos:

a) $\left((\sqrt{2})^6\right)^3 = (\sqrt{2})^{6 \cdot 3} = (\sqrt{2})^{18}$

b) $0{,}2^3 \cdot 0{,}3^3 = (0{,}2 \cdot 0{,}3)^3 = (0{,}06)^3$

c) $(\pi)^{-3} : (\pi)^{-3} = (\pi)^{-3-(-3)} = (\pi)^0 = 1$

d) $\left(\left(\frac{13}{5}\right)^6\right)^2 = \left(\frac{13}{5}\right)^{6 \cdot 2} = \left(\frac{13}{5}\right)^{12}$

e) $(-\pi)^5 \cdot (-\pi)^{-4} = (-\pi)^{5+(-4)} = (-\pi)^1 = -\pi$

f) $(\sqrt{2})^3 : (\sqrt{2})^5 = (\sqrt{2})^{3-5} = (\sqrt{2})^{-2}$

2. Simplificando a e b, temos:

- $a = (0{,}0001)^{-2} = (10^{-4})^{-2} = 10^8$
- $b = (10^2)^3 = (10)^{2 \cdot 3} = 10^6$

Assim, para $a = 10^8$ e $b = 10^6$, temos:

a) $a \cdot b = 10^8 \cdot 10^6 = 10^{8+6} = 10^{14}$

b) $\frac{a}{b} = \frac{10^8}{10^6} = 10^{8-6} = 10^2$

c) $\frac{b}{a} = \frac{10^6}{10^8} = 10^{6-8} = 10^{-2}$

3. Temos que $x = 1\,500\,000 = 1{,}5 \cdot 10^6$ e $y = 0{,}00003 = 3 \cdot 10^{-5}$. Assim:

a) $x \cdot y = (1{,}5 \cdot 10^6) \cdot (3 \cdot 10^{-5}) = 1{,}5 \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot 10^{-5} = 4{,}5 \cdot 10^{6-5} =$
$= 4{,}5 \cdot 10^1 = 45$

b) $\frac{x}{y} = \frac{1{,}5 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^{-5}} = \frac{1{,}5}{3} \cdot \frac{10^6}{10^{-5}} = 0{,}5 \cdot 10^{6-(-5)} = 0{,}5 \cdot 10^{11} = 5 \cdot 10^{10}$

c) $\frac{y}{x} = \frac{3 \cdot 10^{-5}}{1{,}5 \cdot 10^6} = \frac{3}{1{,}5} \cdot \frac{10^{-5}}{10^6} = 2 \cdot 10^{-5-6} = 2 \cdot 10^{-11}$

4. Temos que 1 *gigabyte* equivale a 2^{10} *megabytes*. Então:

- memória do *pen drive*: 64 *gigabytes* = $64 \cdot 2^{10}$ *megabytes* = $2^6 \cdot 2^{10}$ *megabytes* = 2^{16} *megabytes*
- tamanho do arquivo: 512 *megabytes* = 2^9 *megabytes*

Então, calculamos:

$\frac{2^{16}}{2^9} = 2^{16-9} = 2^7 = 128$

Portanto, podem ser armazenados 128 arquivos de 512 *megabytes* no *pen drive*.

5. Vamos transformar a base dada em um número equivalente a ela, de modo que se obtenha um dos números indicados por n no quadro. Assim:

a) $3{,}6^2 = \left(\frac{36}{10}\right)^2 = \frac{36^2}{10^2} = \frac{1\,296}{100} = 12{,}96$

b) $370^2 = (37 \cdot 10)^2 = 37^2 \cdot 10^2 = 1\,369 \cdot 100 = 136\,900$

c) $0{,}38^3 = \left(\frac{38}{100}\right)^3 = \frac{38^3}{(10^2)^3} = \frac{54\,872}{10^6} = \frac{54\,872}{1\,000\,000} = 0{,}054872$

d) $3\,900^3 = (39 \cdot 100)^3 = 39^3 \cdot 100^3 = 59\,319 \cdot 1\,000\,000 =$
$= 59\,319\,000\,000$

6. a) Adicionando a população dos estados em 2011, temos:

$1{,}07 \cdot 10^7 + 6{,}44 \cdot 10^6 + 1{,}10 \cdot 10^7 =$
$= 1{,}07 \cdot 10^7 + 0{,}644 \cdot 10^7 + 1{,}10 \cdot 10^7 =$
$= (1{,}07 + 0{,}644 + 1{,}10) \cdot 10^7 =$
$= 2{,}814 \cdot 10^7$

Logo, a população aproximada total da Região Sul do Brasil em 2011 era $2{,}814 \cdot 10^7$ habitantes.

b) Adicionando a população dos estados em 2021, temos:

$1{,}16 \cdot 10^7 + 7{,}34 \cdot 10^6 + 1{,}15 \cdot 10^7 =$
$= 1{,}16 \cdot 10^7 + 0{,}734 \cdot 10^7 + 1{,}15 \cdot 10^7 =$
$= (1{,}16 + 0{,}734 + 1{,}15) \cdot 10^7 =$
$= 3{,}044 \cdot 10^7$

Calculando a diferença dos resultados de 2011 e 2021, temos:

$3{,}044 \cdot 10^7 - 2{,}814 \cdot 10^7 = (3{,}044 - 2{,}814) \cdot 10^7 = 0{,}23 \cdot 10^7$

Como na notação científica o número deve ser maior que 1 e menor que 10, temos:

$2{,}3 \cdot 10^6$

Portanto, o crescimento da população da Região Sul de 2011 para 2021 foi de $2{,}3 \cdot 10^6$ habitantes.

ATIVIDADES ▸ Páginas 39 e 40

1. Espera-se que os estudantes respondam às sentenças da seguinte maneira:

a) $\sqrt{25} = 5$, pois $5^2 = 25$ e 5 é um número não negativo.

b) $\sqrt{169} = 13$, pois $13^2 = 169$ e 13 é um número não negativo.

c) $\sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$, pois $\left(\frac{7}{4}\right)^2 = \frac{49}{16}$ e $\frac{7}{4}$ é um número não negativo.

d) $\sqrt{0{,}04} = 0{,}2$, pois $0{,}2^2 = 0{,}04$ e 0,2 é um número não negativo.

- Sim, os números 25, 169, $\frac{49}{16}$ e 0,04 podem ser escritos como o quadrado de um número racional não negativo.
- Sim, os números $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{169} = 13$, $\sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$ e $\sqrt{0{,}04} = 0{,}2$ são racionais.

2. Espera-se que os estudantes encontrem corretamente a raiz quadrada de cada um dos números.

a) $\sqrt{9} = 3$, pois $3^2 = 9$.

b) $\sqrt{100} = 10$, pois $10^2 = 100$.

c) $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$, pois $0{,}3^2 = 0{,}09$.

d) $\sqrt{0} = 0$, pois $0^2 = 0$.

3. a) $\sqrt{225} = \sqrt{15^2} = 15$

b) $-\sqrt{81} = -\sqrt{9^2} = -9$

c) $\sqrt{\frac{100}{144}} = \sqrt{\frac{10^2}{12^2}} = \sqrt{\left(\frac{10}{12}\right)^2} = \frac{10}{12}$ ou $\frac{5}{6}$

d) $\sqrt{0{,}36} = \sqrt{(0{,}6)^2} = 0{,}6$

e) $\sqrt{-16}$ não existe no conjunto dos números reais.

f) $-\sqrt{16} = -\sqrt{4^2} = -4$

4. Para determinar a medida do lado do quadrado indicado em cada item, fazemos:

a) $\sqrt{64} = 8$, pois $8^2 = 64$.
Portanto, a medida do lado do quadrado é 8 m.

b) $\sqrt{30{,}25} = 5{,}5$, pois $5{,}5^2 = 30{,}25$.
Portanto, a medida do lado do quadrado é 5,5 cm.

c) $\sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{13}{10}$, pois $\left(\frac{13}{10}\right)^2 = \frac{169}{100}$.
Portanto, a medida do lado do quadrado é $\frac{13}{10}$ km ou 1,3 km.

d) $\sqrt{144} = 12$, pois $12^2 = 144$.
Portanto, a medida do lado do quadrado é 12 mm.

5. Com o auxílio de uma calculadora, obtemos os valores aproximados das raízes quadradas e, depois, arredondamos para a terceira casa decimal. Assim, temos:

a) $\sqrt{3} \simeq 1{,}7320508 \simeq 1{,}732$

b) $\sqrt{7} \simeq 2{,}6457513 \simeq 2{,}646$

c) $\sqrt{20} \simeq 4{,}4721359 \simeq 4{,}472$

d) $\sqrt{0{,}1} \simeq 0{,}3162277 \simeq 0{,}316$

6. O terreno tem formato de quadrado cuja área mede 225 m². Para calcular a medida do lado desse terreno, fazemos $\sqrt{225} = 15$, pois $15^2 = 225$. Ou seja, a medida do lado do terreno é 15 m. Portanto, Rodrigo comprou o terreno, pois 15 metros é maior que 14 metros.

ATIVIDADES ▸ Página 43

1. a) Como o número 78 está compreendido entre os quadrados perfeitos 64 e 81, então o número $\sqrt{78}$ está entre 8 e 9. Portanto, $\sqrt{78}$, por falta, é aproximadamente 8.

b) Como o número 39 está compreendido entre os quadrados perfeitos 36 e 49, então o número $\sqrt{39}$ está entre 6 e 7. Portanto, $\sqrt{39}$, por falta, é aproximadamente 6.

c) Como o número 208 está compreendido entre os quadrados perfeitos 196 e 225, então o número $\sqrt{208}$ está entre 14 e 15. Portanto, $\sqrt{208}$, por falta, é aproximadamente 14.

d) Como o número 80 está compreendido entre os quadrados perfeitos 64 e 81, então o número $\sqrt{80}$ está entre 8 e 9. Portanto, $\sqrt{80}$, por falta, é aproximadamente 8.

e) Como o número 42 está compreendido entre os quadrados perfeitos 36 e 49, então o número $\sqrt{42}$ está entre 6 e 7. Portanto, $\sqrt{42}$, por falta, é aproximadamente 6.

f) Como o número 215 está compreendido entre os quadrados perfeitos 196 e 225, então o número $\sqrt{215}$ está entre 14 e 15. Portanto, $\sqrt{215}$, por falta, é aproximadamente 14.

2. a) Como o número 65 está compreendido entre os quadrados perfeitos 64 e 81, então o número $\sqrt{65}$ está entre 8 e 9.

b) Como o número 50 está compreendido entre os quadrados perfeitos 49 e 64, então o número $\sqrt{50}$ está entre 7 e 8.

c) Como o número 105 está compreendido entre os quadrados perfeitos 100 e 121, então o número $\sqrt{105}$ está entre 10 e 11.

3. a) Como o número 57 está compreendido entre os quadrados perfeitos 49 e 64, então o número $\sqrt{57}$ está entre 7 e 8. Como $\sqrt{57}$ está entre 7 e 8, então:

$(7{,}1)^2$	$(7{,}2)^2$	$(7{,}3)^2$	$(7{,}4)^2$	$(7{,}5)^2$	$(7{,}6)^2$
50,41	51,84	53,29	54,76	56,25	57,76

57 está entre $(7{,}5)^2$ e $(7{,}6)^2$. Logo, $\sqrt{57}$ está entre 7,5 e 7,6.
Portanto, 7,5 é a raiz quadrada aproximada, por falta, de 57, com uma casa decimal.

b) Como o número 69 está compreendido entre os quadrados perfeitos 64 e 81, então o número $\sqrt{69}$ está entre 8 e 9. Como $\sqrt{69}$ está entre 8 e 9, então:

$(8{,}1)^2$	$(8{,}2)^2$	$(8{,}3)^2$	$(8{,}4)^2$
65,61	67,24	68,89	70,56

69 está entre $(8{,}3)^2$ e $(8{,}4)^2$. Logo, $\sqrt{69}$ está entre 8,3 e 8,4.
Portanto, 8,3 é a raiz quadrada aproximada, por falta, de 69, com uma casa decimal.

c) Como o número 130 está compreendido entre os quadrados perfeitos 121 e 144, então o número $\sqrt{130}$ está entre 11 e 12. Como $\sqrt{130}$ está entre 11 e 12, então:

$(11{,}1)^2$	$(11{,}2)^2$	$(11{,}3)^2$	$(11{,}4)^2$	$(11{,}5)^2$
123,21	125,44	127,69	129,96	132,25

130 está entre $(11{,}4)^2$ e $(11{,}5)^2$. Logo, $\sqrt{130}$ está entre 11,4 e 11,5.
Portanto, 11,4 é a raiz quadrada aproximada, por falta, de 130, com uma casa decimal.

d) Como o número 147 está compreendido entre os quadrados perfeitos 144 e 169, então o número $\sqrt{147}$ está entre 12 e 13. Como $\sqrt{147}$ está entre 12 e 13, então:

$(12{,}1)^2$	$(12{,}2)^2$
146,41	148,84

147 está entre $(12{,}1)^2$ e $(12{,}2)^2$. Logo, $\sqrt{147}$ está entre 12,1 e 12,2.
Portanto, 12,1 é a raiz quadrada aproximada, por falta, de 147, com uma casa decimal.

4. A proposta é recorrer à calculadora, mas sem usar a tecla $\sqrt{\ }$. Pode-se, então, construir um quadro de alguns quadrados perfeitos, do 81 ao 1 849, por exemplo (usando a calculadora), para consultar qualquer um dos itens propostos. No quadro, identifica-se a parte inteira das raízes procuradas e, com a calculadora, é possível testar e encontrar a parte decimal.
Exemplos de respostas:

a) 9,43 (por falta) ou 9,44 (por excesso).

b) 11,22 (por falta) ou 11,23 (por excesso).

c) 20,24 (por falta) ou 20,25 (por excesso).

d) 41,41 (por falta) ou 41,42 (por excesso).

5. Exemplos de respostas:

a) 11,357 (por falta) ou 11,358 (por excesso).

b) 20,371 (por falta) ou 20,372 (por excesso).

c) 9,848 (por falta) ou 9,849 (por excesso).

d) 7,469 (por falta) ou 7,470 (por excesso).

e) 12,541 (por falta) ou 12,542 (por excesso).

f) 19,649 (por falta) ou 19,650 (por excesso).

6. • Atividade 4

a) 9,43

b) 11,22

c) 20,24

d) 41,41

• Atividade 5

a) 11,357

b) 20,371

c) 9,848

d) 7,469

e) 12,541

f) 19,649

• Espera-se que os estudantes percebam que sim, ou seja, os resultados calculados estão de acordo com os novos resultados.

7. Para decompor os números em fatores primos, fazemos:

a)
$$\begin{array}{r|l} 3\,600 & 2 \\ 1\,800 & 2 \\ 900 & 2 \\ 450 & 2 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Portanto, a decomposição em fatores primos do número $3\,600$ é $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

b)
$$\begin{array}{r|l} 1\,521 & 3 \\ 507 & 3 \\ 169 & 13 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

Portanto, a decomposição em fatores primos do número $1\,521$ é $3^2 \cdot 13^2$

c)
$$\begin{array}{r|l} 3\,969 & 3 \\ 1\,323 & 3 \\ 441 & 3 \\ 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Portanto, a decomposição em fatores primos do número $3\,969$ é $3^4 \cdot 7^2$

8. Para calcular a raiz quadrada dos números da atividade anterior, podemos fazer:

a) $\sqrt{3\,600} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} =$
$= \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5^2} =$
$= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

b) $\sqrt{1\,521} = \sqrt{3^2 \cdot 13^2} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{13^2} = 3 \cdot 13 = 39$

c) $\sqrt{3\,969} = \sqrt{3^4 \cdot 7^2} = \sqrt{3^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{7^2} = 3 \cdot 3 \cdot 7 = 63$

9. Para calcular as raízes quadradas, fazemos:

a) $\sqrt{\frac{50}{98}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25}{2 \cdot 49}} = \sqrt{\frac{25}{49}} = \sqrt{\frac{5^2}{7^2}} = \frac{5}{7}$

b) $\sqrt{5{,}29} = \sqrt{(2{,}3)^2} = 2{,}3$

c) $\sqrt{\frac{12}{2\,523}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 4}{3 \cdot 841}} = \sqrt{\frac{4}{841}} = \sqrt{\frac{2^2}{29^2}} = \frac{2}{29}$

d) $\sqrt{13{,}69} = \sqrt{(3{,}7)^2} = 3{,}7$

10. a)
$$\begin{array}{r|l} 208 & 2 \\ 104 & 2 \\ 52 & 2 \\ 26 & 2 \\ 13 & 3 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

O erro está na divisão de 13 por 3.

b) $\sqrt{1\,568} = \sqrt{2^5} \cdot 7^2 = 2^2 \cdot 7 = 28$

O erro está na extração do fator 2 da raiz.

11. a) Decompondo o número 405 em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 405 & 3 \\ 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Assim:
$\sqrt{405} = \sqrt{3^2 \cdot 3^2 \cdot 5} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} = 9\sqrt{5}$
Como $\sqrt{5} \simeq 2{,}2$, então:
$\sqrt{405} = 9\sqrt{5} \simeq 9 \cdot 2{,}2 = 19{,}8$

b) Decompondo o número 882 em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 882 & 2 \\ 441 & 3 \\ 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Assim:
$\sqrt{882} = \sqrt{3^2 \cdot 7^2 \cdot 2} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot 7 \cdot \sqrt{2} = 21\sqrt{2}$
Como $\sqrt{2} \simeq 1{,}4$, então:
$\sqrt{882} = 21\sqrt{2} \simeq 21 \cdot 1{,}4 = 29{,}4$

c) Decompondo o número 88 200 em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 88\,200 & 2 \\ 44\,100 & 2 \\ 22\,050 & 2 \\ 11\,025 & 3 \\ 3\,675 & 3 \\ 1225 & 5 \\ 245 & 5 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Assim:
$\sqrt{88\,200} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{2} =$
$= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \sqrt{2} = 210\sqrt{2}$
Como $\sqrt{2} \simeq 1{,}4$, então:
$\sqrt{88\,200} = 210\sqrt{2} \simeq 210 \cdot 1{,}4 = 294$

d) Decompondo o número 162 em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Assim:

$\sqrt{162} = \sqrt{3^2 \cdot 3^2 \cdot 2} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

Como $\sqrt{2} \simeq 1{,}4$, então:

$\sqrt{162} = 9\sqrt{2} \simeq 9 \cdot 1{,}4 = 12{,}6$

e) Decompondo o número 16 200 em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 16\,200 & 2 \\ 8\,100 & 2 \\ 4\,050 & 2 \\ 2\,025 & 3 \\ 675 & 3 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Assim:

$\sqrt{16\,200} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5^2} =$

$= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} = 90\sqrt{2}$

Como $\sqrt{2} \simeq 1{,}4$, então:

$\sqrt{16\,200} = 90\sqrt{2} \simeq 90 \cdot 1{,}4 = 126$

f) Decompondo o número 432 em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 432 & 2 \\ 216 & 2 \\ 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Assim:

$\sqrt{432} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 3} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} =$

$= 12\sqrt{3}$

Como $\sqrt{3} \simeq 1{,}7$, então:

$\sqrt{432} = 12\sqrt{3} \simeq 12 \cdot 1{,}7 = 20{,}4$

12. a) Podemos fazer:

- $(8{,}88)^2 = 78{,}8544$
- $(8{,}89)^2 = 79{,}0321$

Logo, esse número natural está entre 78,8544 e 79,0321, sendo, portanto, o 79.

b) Podemos fazer:

- $(21{,}1)^2 = 445{,}21$
- $(21{,}2)^2 = 449{,}44$

Logo, esses números inteiros estão entre 445,21 e 449,44, sendo, portanto, 446, 447, 448 e 449.

c) Podemos fazer:

- $(48{,}22)^2 = 2\,325{,}1684$

Logo, esse número inteiro positivo é 2 325.

13. a) Como $6 = 2 \cdot 3$, temos:

$\sqrt{6} \simeq \dfrac{2+3}{2} = 2{,}5$

b) Como $15 = 3 \cdot 5$, temos:

$\sqrt{15} \simeq \dfrac{3+5}{2} = 4$

c) Como $25 = 5 \cdot 5$, temos:

$\sqrt{25} \simeq \dfrac{5+5}{2} = 5$

- Exemplo de resposta:

	$\sqrt{6}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{25}$
Método de Herão	2,5	4	5
Calculadora	2,449...	3,872...	5

ATIVIDADES ▸ Página 46

1. a) $\sqrt{25} = 5$, pois $5^2 = 25$.

b) $\sqrt[3]{216} = 6$, pois $6^3 = 216$.

c) $-\sqrt{144} = -12$, pois $-12^2 = -144$.

d) $-\sqrt[3]{-343} = -(-7) = 7$, pois $-7^3 = -343$.

e) $-\sqrt[3]{729} = -9$, pois $-9^3 = -729$.

f) $\sqrt[4]{16} = 2$, pois $2^4 = 16$.

g) $\sqrt[5]{-243} = -3$, pois $(-3)^5 = -243$.

h) $\sqrt{0{,}01} = 0{,}1$, pois $(0{,}1)^2 = 0{,}01$.

i) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{8}} = \dfrac{1}{2}$, pois $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{8}$.

j) $\sqrt[5]{\dfrac{1}{32}} = \dfrac{1}{2}$, pois $\left(\dfrac{1}{2}\right)^5 = \dfrac{1}{32}$.

2. Vamos analisar cada uma das sentenças.

a) $\sqrt{225} = 15$, pois $15^2 = 225$ e $15 > 0$.

Portanto, a sentença é verdadeira.

b) Embora a igualdade $(-15)^2 = 225$ esteja correta, pela definição, a raiz quadrada é um número não negativo.

Portanto, a sentença $\sqrt{225} = -15$ é falsa.

c) $\sqrt{-16}$ não é um número real.

Portanto, a sentença é falsa.

d) $-\sqrt[4]{81} = -3$, pois $3^4 = 81$ e $3 > 0$.

Portanto, a sentença é verdadeira.

3. a) Para calcular a medida de comprimento do lado do quadrado, podemos fazer:

$\sqrt{529} = \sqrt{23^2} = 23$

Logo, a medida de comprimento do lado do quadrado é 23 m.

b) Para calcular a medida de comprimento da aresta do cubo, podemos fazer:

$$\begin{array}{r|l} 1\,728 & 2 \\ 864 & 2 \\ 432 & 2 \\ 216 & 2 \\ 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Ou seja, $1728 = 2^3 \cdot 2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 2 \cdot 3)^3 = 12^3$.

Logo, $\sqrt[3]{1728} = \sqrt[3]{12^3} = 12$, pois $12^3 = 1728$.

Portanto, a medida de comprimento da aresta do cubo é 12 m.

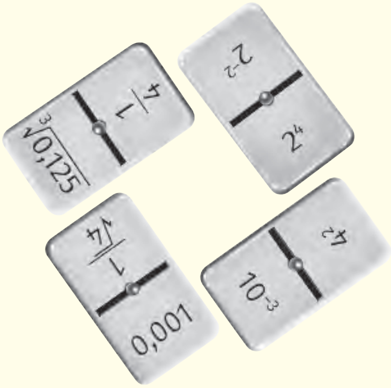
4. a) $\sqrt{4} - \sqrt[4]{1} = 2 - 1 = 1$

b) $5\sqrt[3]{8} - \frac{7}{2}\sqrt{25} = 5 \cdot 2 - \frac{7}{2} \cdot 5 = 10 - \frac{35}{2} = \frac{20}{2} - \frac{35}{2} = -\frac{15}{2}$

5. Temos que:

- $2^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
- $\sqrt[3]{0{,}125} = 0{,}5 = \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{4}}$
- $10^{-3} = \left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{1}{1\,000} = 0{,}001$
- $4^2 = 16 = 2^4$

Portanto, a organização das 4 peças será:



ORLY WANDERS/ARQUIVO DA EDITORA

6. Para simplificar as expressões, podemos fazer:

a) $\dfrac{\sqrt[3]{\sqrt[3]{8} - \sqrt{100}}}{\sqrt[4]{16}} = \dfrac{\sqrt[3]{\sqrt[3]{2^3} - \sqrt{10^2}}}{\sqrt[4]{2^4}} = \dfrac{\sqrt[3]{2 - 10}}{2} = \dfrac{\sqrt[3]{-8}}{2} = \dfrac{\sqrt[3]{(-2)^3}}{2} = \dfrac{-2}{2} = -1$

b) $\sqrt{2\sqrt{16} + 3\sqrt[3]{-27}} = \sqrt{2 \cdot \sqrt{4^2} + 3 \cdot \sqrt[3]{(-3)^3}} = \sqrt{2 \cdot 4 + 3 \cdot (-3)} =$

$= \sqrt{8 - 9} = \sqrt{-1}$

- A expressão do item **b**, pois $\sqrt{-1}$ não é um número real, já que se trata da raiz quadrada de um número negativo.

ATIVIDADES ▸ Página 47

1. a) $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

b) $6^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{6}$

c) $7^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{7^2}$

d) $1{,}2^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{1{,}2^4}$

e) $4{,}5^{0{,}5} = 4{,}5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4{,}5}$

f) $10^{0{,}2} = 10^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{10}$

2. a) $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$

b) $256^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{256} = \sqrt[4]{4^4} = 4$

c) $81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

d) $\left(\frac{125}{343}\right)^{-\frac{1}{3}} = \left(\frac{343}{125}\right)^{\frac{1}{3}} = \dfrac{343^{\frac{1}{3}}}{125^{\frac{1}{3}}} = \dfrac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt[3]{125}} = \dfrac{\sqrt[3]{7^3}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{7}{5}$

e) $81^{-\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{4}} = \dfrac{1^{\frac{1}{4}}}{81^{\frac{1}{4}}} = \dfrac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{81}} = \dfrac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{1}{3}$

f) $49^{-\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{49}\right)^{\frac{3}{2}} = \dfrac{1^{\frac{3}{2}}}{49^{\frac{3}{2}}} = \dfrac{\sqrt{1^3}}{\sqrt{49^3}} = \dfrac{1}{\sqrt{7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2}} = \dfrac{1}{7 \cdot 7 \cdot 7} = \dfrac{1}{343}$

3. a) $4^{\frac{1}{2}} - 8^{\frac{1}{3}} = \sqrt{4} - \sqrt[3]{8} = \sqrt{2^2} - \sqrt[3]{2^3} = 2 - 2 = 0$

b) $27^{-\frac{1}{3}} + 32^{\frac{1}{5}} = \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} + 32^{\frac{1}{5}} = \dfrac{1^{\frac{1}{3}}}{27^{\frac{1}{3}}} + 32^{\frac{1}{5}} = \dfrac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{27}} + \sqrt[5]{32} =$

$= \dfrac{1}{\sqrt[3]{3^3}} + \sqrt[5]{2^5} = \frac{1}{3} + 2 = \frac{1 + 6}{3} = \frac{7}{3}$

4. $\frac{2}{3} \cdot 8^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3} \cdot 8^{-\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \cdot 8^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \cdot 8^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3} \cdot \dfrac{1^{\frac{2}{3}}}{8^{\frac{2}{3}}} = \frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{8^2} - \frac{2}{3} \cdot \dfrac{\sqrt[3]{1^2}}{\sqrt[3]{8^2}} =$

$= \frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{4^3} - \frac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{\sqrt[3]{4^3}} = \frac{2}{3} \cdot 4 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{8}{3} - \frac{1}{6} = \frac{16 - 1}{6} = \frac{15}{6} = 2{,}5$

alternativa **c**

5. $8^{\frac{2}{3}} + 9^{0{,}5} = 8^{\frac{2}{3}} + 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{8^2} + \sqrt{9} = \sqrt[3]{4^3} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$

6. a) $32^x = 1\,024$

$(2^5)^x = 2^{10}$

$2^{5x} = 2^{10}$

$5x = 10$

$x = 2$

b) $x^3 = \frac{1}{27}$

$x^3 = \frac{1}{3^3}$

$x^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^3$

$x = \frac{1}{3}$

c) $x = (2^3)^{\frac{1}{2}}$

$x = \sqrt{2^3}$

$x = \sqrt{8}$

d) $5^{-x} = \frac{1}{125}$

$5^{-x} = \frac{1}{5^3}$

$5^{-x} = 5^{-3}$

$x = 3$

7. Nessa atividade, os estudantes devem elaborar uma expressão com potências de expoente fracionário para que um colega a simplifique. Atividades como essa colocam os estudantes na posição de protagonistas do seu processo de aprendizagem. Para que a interação seja mais proveitosa, incentive-os a verbalizar como procederam para simplificar cada expressão. Exemplos de expressões:

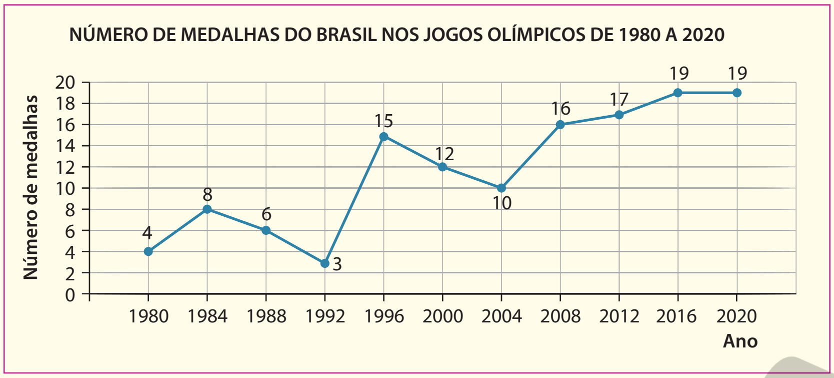
- $8^{\frac{1}{3}} + 81^{\frac{1}{4}} - 64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} + \sqrt[4]{81} - \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^3} + \sqrt[4]{3^4} - \sqrt[3]{4^3} =$
  $= 2 + 3 - 4 = 1$
- $\frac{1}{2} \cdot 25^{\frac{1}{2}} - \frac{2}{5} \cdot 216^{\frac{1}{3}} + 32^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{25} - \frac{2}{5} \cdot \sqrt[3]{216} + \sqrt[5]{32} =$
  $= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5^2} - \frac{2}{5} \cdot \sqrt[3]{6^3} + \sqrt[5]{2^5} = \frac{1}{2} \cdot 5 - \frac{2}{5} \cdot 6 + 2 = \frac{5}{2} - \frac{12}{5} + 2 =$
  $= \frac{25}{10} - \frac{24}{10} + \frac{20}{10} = \frac{21}{10} = 2{,}1$

COMPREENDER UM TEXTO ▸ Página 49

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▶ Páginas 51 e 52

1. **a)** Espera-se que os estudantes construam um gráfico parecido com o exemplo apresentado a seguir.



COB. Disponível em: https://www.cob.org.br/pt/cob/time-brasil/brasil-nos-jogos/participacoes. Acesso em: 6 fev. 2022.

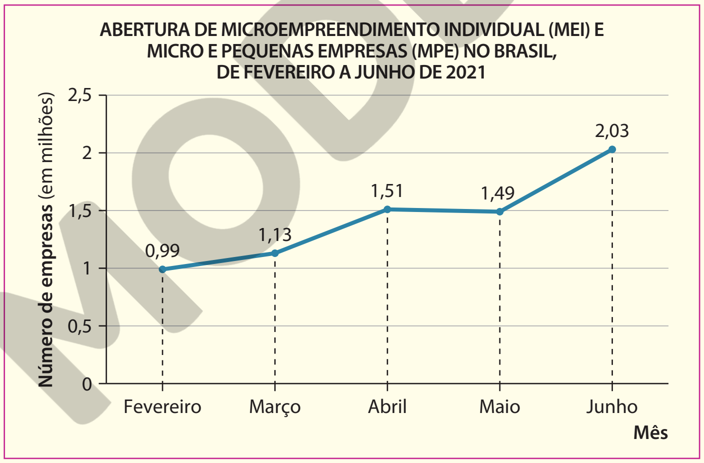
b) Exemplo de resposta: título: Número de medalhas do Brasil nos Jogos Olímpicos de 1980 a 2020. Fonte: COB. Disponível em: https://www.cob.org.br/pt/cob/time-brasil/brasil-nos-jogos/participacoes. Acesso em: 6 fev. 2022.

c) Linha vertical: número de medalhas; linha horizontal: ano.

d) Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes tenham escolhido escalas adequadas para a linha vertical.

e) Resposta pessoal. A resposta dependerá da escala escolhida pelo estudante. É importante que cada estudante tenha um momento para comparar sua resposta com as de outros colegas, pois, apesar de ser a mesma proposta, os gráficos podem variar de acordo com a escala escolhida e até mesmo se é vertical ou horizontal. Espera-se que, ao comparar, os estudantes observem se há necessidade de alguma correção e/ou complementação no gráfico construído.

2. **a)** Espera-se que os estudantes construam um gráfico parecido com o exemplo apresentado a seguir.



SEBRAE. Disponível em: https://datasebrae.com.br/wp-content/uploads/2020/06/crescimento-empresas-caged-ago-2021.pdf. Acesso em: 6 fev. 2022.

b) Exemplo de resposta: título: Abertura de microempreendimento individual (MEI) e micro e pequenas empresas (MPE) no Brasil, de fevereiro a junho de 2021. Fonte: SEBRAE. Disponível em: https://datasebrae.com.br/wp-content/uploads/2020/06/crescimento-empresas-caged-ago-2021.pdf. Acesso em: 6 fev. 2022.

c) Os estudantes terão de decidir qual escala adotar. É fundamental que eles percebam que essa escolha é muito importante para a clareza das informações. Também convém orientá-los sobre a importância de indicar título, fonte, nome e valores dos eixos, para que qualquer pessoa possa compreender o gráfico perfeitamente, sem que seja necessária uma tabela.

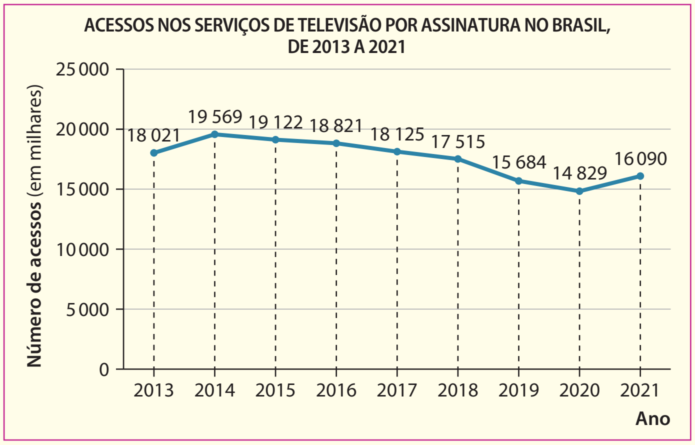
3. **a)** Como o número de acessos é em milhares, em 2013 tivemos:

$18\,021 \cdot 1\,000 = 18\,021\,000$

Portanto, em 2013 foram 18 021 000 acessos nos serviços de televisão.

b) A partir do ano de 2015, o número de acessos nos serviços de assinatura de televisão começou a diminuir e, em 2021, o número de acessos subiu em relação ao ano anterior.

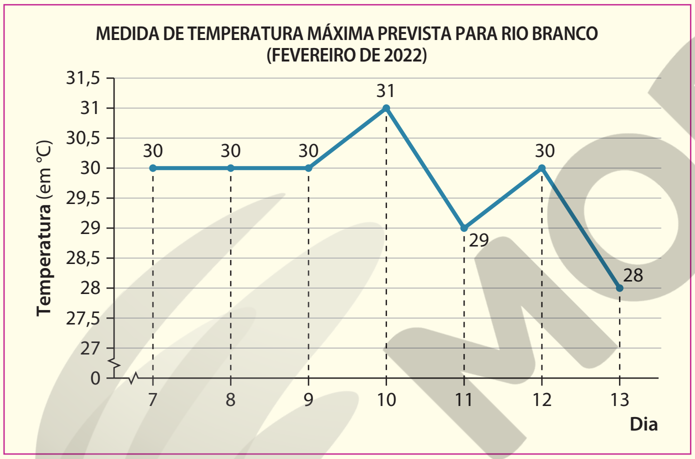
c) Espera-se que os estudantes construam um gráfico parecido com o exemplo apresentado a seguir.



ANATEL. Disponível em: https://informacoes.anatel.gov.br/paineis/acessos/historico. Acesso em: 25 jun. 2022.

d) Os estudantes terão de decidir qual escala adotar. É fundamental que eles percebam que essa escolha é muito importante para a clareza das informações. Também convém orientá-los sobre a importância de indicar título, fonte, nome e valores dos eixos, para que qualquer pessoa possa compreender o gráfico perfeitamente, sem que seja necessária uma tabela.

4. Espera-se que os estudantes construam um gráfico parecido com o exemplo apresentado a seguir.



CPTEC-INPE. Disponível em: http://www.cptec.inpe.br/cidades/tempo/240. Acesso em: 6 fev. 2022.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES DE REVISÃO ▶ Páginas 53 e 54

1. a) O maior número natural de 7 algarismos deve ter 7 algarismos 9, ou seja, 9 999 999. E o sucessor é 9 999 999 + 1, ou seja, 10 000 000.

b) Chamando de n, $n + 1$ e $n + 2$ os três números naturais consecutivos, podemos escrever:

$n + (n + 1) + (n + 2) = 3018$

$3n = 3018 - 3$

$3n = 3015$

$n = \frac{3015}{3}$

$n = 1005$

Assim, temos:

- $n = 1005$
- $n + 1 = 1005 + 1 = 1006$
- $n + 2 = 1005 + 2 = 1007$

Logo, esses números são 1 005, 1 006 e 1 007.

c) O menor número natural é 0. O sucessor de 0 é 1. Não há antecessor do zero no conjunto dos números naturais.

2. a) A maior medida de temperatura prevista foi 7 °C.

b) A menor medida de temperatura prevista foi –36 °C.

c) Para determinar a diferença entre as medidas de temperatura máxima e a mínima, basta calcular a diferença entre a maior e a menor medida de temperatura.

- Tóquio: 7 °C – 0 °C = 7 °C
- Inuvik: –23 °C – (–36 °C) = –23 °C + 36 °C = 13 °C
- Ulan Bator: –11 °C – (–23 °C) = –11 °C + 23 °C = 12 °C
- Oslo: 3 °C – (–2 °C) = 3 °C + 2 °C = 5 °C

3. a) $\frac{5}{4} = 5 : 4 = 1{,}25$

```
 5   |4
 10   1,25
  20
   0
```

b) $\frac{7}{8} = 7 : 8 = 0{,}875$

```
70    |8
 60    0,875
  40
   0
```

c) $\frac{61}{15} = 61 : 15 = 4{,}0\overline{6}$

```
61     |15
 100    4,066
  100
   10
```

d) $2\frac{4}{11} = \frac{11 \cdot 2 + 4}{11} = \frac{26}{11} = 26 : 11 = 2{,}\overline{36}$

```
26       |11
 40       2,3636
  70
   40
    70
     4
```

4. a) $2{,}5 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$

b) Indicamos a dízima por x: $x = 17{,}333...$ (I)

Multiplicando ambos os membros da igualdade (I) por 10, temos: $10x = 173{,}333...$ (II)

Subtraindo membro a membro (I) de (II), temos: $9x = 156$

Logo:

$x = \frac{156}{9} = \frac{52}{3}$

Portanto, $17{,}\overline{3} = \frac{52}{3}$.

c) Indicamos a dízima por x: $x = 1{,}777...$ (I)

Multiplicando ambos os membros da igualdade (I) por 10, temos: $10x = 17{,}777...$ (II)

Subtraindo membro a membro (I) de (II), temos: $9x = 16$

Logo:

$x = \dfrac{16}{9}$

Portanto, $1{,}\overline{7} = \dfrac{16}{9}$.

d) Indicamos a dízima por x: $x = 1{,}2525...$ (I)

Multiplicando ambos os membros da igualdade (I) por 100, temos: $100x = 125{,}2525...$ (II)

Subtraindo membro a membro (I) de (II), temos: $99x = 124$

Logo:

$x = \dfrac{124}{99}$

Portanto, $1{,}\overline{25} = \dfrac{124}{99}$.

e) Indicamos a dízima por x: $x = 0{,}145145...$ (I)

Multiplicando ambos os membros da igualdade (I) por 1000, temos: $1\,000x = 145{,}145145...$

Subtraindo membro a membro (I) de (II), temos: $999x = 145$

Logo:

$x = \dfrac{145}{999}$

Portanto, $0{,}\overline{145} = \dfrac{145}{999}$.

f) Indicamos a dízima por x: $x = 1{,}789789...$ (I)

Multiplicando ambos os membros da igualdade (I) por 1000, temos: $1\,000x = 1\,789{,}789789...$

Subtraindo membro a membro (I) de (II), temos: $999x = 1\,788$

Logo:

$x = \dfrac{1\,788}{999}$

$x = \dfrac{596}{333}$

Portanto, $1{,}\overline{789} = \dfrac{596}{333}$.

5. Para escrever os números em ordem crescente, podemos, primeiro, escrevê-los na forma decimal com aproximação de uma casa. Assim, temos:

4,5	$\frac{7}{2} = 3{,}5$	$\frac{24}{5} = 4{,}8$
$-6{,}\overline{4}$	$\frac{5}{3} = 1{,}\overline{6}$	$\frac{3}{10} = 0{,}3$

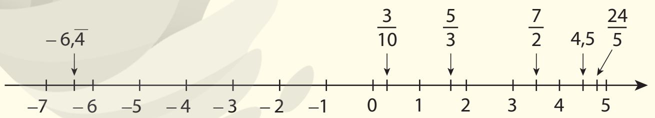
Colocando os números obtidos em ordem crescente, temos:

$-6{,}\overline{4}$; 0,3; $1{,}\overline{6}$; 3,5; 4,5; 4,8

Ou seja:

$-6{,}\overline{4}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{7}{2}$; 4,5; $\frac{24}{5}$

Representando-os na reta numérica, temos:



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

6. a)
- Para calcular o valor de $\frac{1}{11}$, devemos digitar $\boxed{1}\,\boxed{\div}\,\boxed{1}\,\boxed{1}\,\boxed{=}$ na calculadora. O resultado será $0{,}090909... = 0{,}\overline{09}$.
- Para calcular o valor de $\frac{2}{11}$, devemos digitar $\boxed{2}\,\boxed{\div}\,\boxed{1}\,\boxed{1}\,\boxed{=}$ na calculadora. O resultado será $0{,}181818... = 0{,}\overline{18}$.
- Para calcular o valor de $\frac{3}{11}$, devemos digitar $\boxed{3}\,\boxed{\div}\,\boxed{1}\,\boxed{1}\,\boxed{=}$ na calculadora. O resultado será $0{,}272727... = 0{,}\overline{27}$.
- Para calcular o valor de $\frac{4}{11}$, devemos digitar $\boxed{4}\,\boxed{\div}\,\boxed{1}\,\boxed{1}\,\boxed{=}$ na calculadora. O resultado será $0{,}363636... = 0{,}\overline{36}$.
- Para calcular o valor de $\frac{5}{11}$, devemos digitar $\boxed{5}\,\boxed{\div}\,\boxed{1}\,\boxed{1}\,\boxed{=}$ na calculadora. O resultado será $0{,}454545... = 0{,}\overline{45}$.

É possível concluir que o período é formado por múltiplos de 9.

b)
- Usando o mesmo padrão identificado no item **a**, temos que $\frac{6}{11} = 0{,}545454... = 0{,}\overline{54}$.
- Usando o mesmo padrão identificado no item **a**, temos que $\frac{7}{11} = 0{,}636363... = 0{,}\overline{63}$.
- Usando o mesmo padrão identificado no item **a**, temos que $\frac{8}{11} = 0{,}727272... = 0{,}\overline{72}$.
- Usando o mesmo padrão identificado no item **a**, temos que $\frac{9}{11} = 0{,}818181... = 0{,}\overline{81}$.
- Usando o mesmo padrão identificado no item a, temos que $\frac{10}{11} = 0{,}909090... = 0{,}\overline{90}$.

Portanto, as respostas são: $0{,}\overline{54}$; $0{,}\overline{63}$; $0{,}\overline{72}$; $0{,}\overline{81}$; $0{,}\overline{90}$.

7. Como as alternativas de resposta estão em potências de base fracionária, vamos transformar o decimal em fração.

$$0{,}064 = \frac{64}{1\,000} = \frac{4^3}{10^3} = \frac{(2^2)^3}{(2 \cdot 5)^3} = \frac{2^6}{2^3 \cdot 5^3} = \frac{2^3}{5^3} = \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

alternativa **c**

8. a) $3^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^3 = 125$

c) $(0{,}1)^{-6} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-6} = 10^6 = 1\,000\,000$

9. Para comparar potências, devemos lembrar que, se a base é um número maior que 1, quanto maior for o expoente a que ela estiver elevada, maior será a potência obtida como resultado. No entanto, se a base é um número compreendido entre 0 e 1, quanto maior for o expoente a que ela estiver elevada, menor será a potência obtida como resultado. Assim:

a) Como $4 > 2$ e $\frac{1}{47}$ é um número entre 0 e 1, temos:

$\left(\frac{1}{47}\right)^4 < \left(\frac{1}{47}\right)^2$

b) Como $-5 > -6$ e $\frac{1}{10}$ é um número entre 0 e 1, temos:

$\left(\frac{1}{10}\right)^{-5} < \left(\frac{1}{10}\right)^{-6}$

c) Como $-23 < 22$ e 59 é um número maior que 1, temos: $59^{-23} < 59^{22}$

d) Como $7 > -8$ e $\frac{4}{3}$ é um número maior que 1, temos:

$\left(\frac{4}{3}\right)^7 > \left(\frac{4}{3}\right)^{-8}$

10. a) $5^2 - 5^3 = 25 - 125 = -100 = -10^2$

b) $2 \cdot (2^2 \cdot 2) = 2 \cdot (2^{2+1}) = 2 \cdot 2^3 = 2^{1+3} = 2^4$

c) $5^{-1} \cdot 5^2 = 5^{-1+2} = 5^1$

d) $3^0 - 2^{-1} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 2^{-1}$

e) $10^2 : 5^2 = (10 : 5)^2 = 2^2$

f) $10^{-1} \cdot 10^3 = 10^{-1+3} = 10^2$

11. Organizando os dados em um quadro, temos:

Tempo decorrido (em horas)	0	1	2	3
Número de bactérias	$1 = 2^0$	$2 = 2^1$	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$

Observamos que as quantidades de bactérias são potências de base 2 cujos expoentes são iguais ao tempo decorrido em horas. Assim:

a) Após 3 horas, ele encontrará 2^3 bactérias, ou seja, 8 bactérias.

b) Após 10 horas, ele encontrará 2^{10} bactérias, ou seja, 1024 bactérias.

c) No final de um dia (24 horas), ele encontrará 2^{24} bactérias, ou seja, 16777216 bactérias.

12. Como a folha foi dividida em 2 partes e depois dobrada 6 vezes dessa mesma maneira, temos:

$2^6 = 64$

Logo, a folha ficou dividida em 64 partes.

13. $4^2 + 4^2 + 4^2 + 4^2 = 4 \cdot 4^2 = 4^{1+2} = 4^3$

14. a) $(x^5 \cdot y^{-2} : x^6 \cdot y^{-6}) = \dfrac{x^5 \cdot y^{-2}}{x^6 \cdot y^{-6}} = \dfrac{x^5}{x^6} \cdot \dfrac{y^{-2}}{y^{-6}} = x^{5-6} \cdot y^{-2-(-6)} = x^{-1}y^4$

b) $(6x^4y^2):(3x^2y^{-2}) = \dfrac{6x^4y^2}{3x^2y^{-2}} = \dfrac{6}{3} \cdot \dfrac{x^4}{x^2} \cdot \dfrac{y^2}{y^{-2}} = 2 \cdot x^{4-2} \cdot y^{2-(-2)} = 2x^2y^4$

c) $(4x^{-3}y^3):(2x^{-1}y^{-1}) = \dfrac{4x^{-3}y^3}{2x^{-1}y^{-1}} = \dfrac{4}{2} \cdot \dfrac{x^{-3}}{x^{-1}} \cdot \dfrac{y^3}{y^{-1}} = 2 \cdot x^{-3-(-1)} \cdot y^{3-(-1)} =$
$= 2x^{-2}y^4$

d) $(2x^5y^8) \cdot (5x^{-10}y^{-7}) = 2 \cdot 5 \cdot x^5 \cdot x^{-10} \cdot y^8 \cdot y^{-7} = 10 \cdot x^{5+(-10)} \cdot y^{8+(-7)} =$
$= 10x^{-5}y$

15. Para determinar o valor do expoente, basta fatorar 15625.

$$\left.\begin{array}{r|l} 15625 & 5 \\ 3125 & 5 \\ 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}\right\} \text{6 vezes}$$

Ou seja, $15625 = 5^6$. Logo, o expoente procurado é 6.

16. Simplificando a expressão, temos:

$\dfrac{16 : 8 \cdot 2^{-3}}{2} = \dfrac{2^4 : 2^3 \cdot 2^{-3}}{2} = \dfrac{2^{4-3} \cdot 2^{-3}}{2} = \dfrac{2^1 \cdot 2^{-3}}{2} = \dfrac{2^{1+(-3)}}{2} = \dfrac{2^{-2}}{2} =$
$= 2^{-2-1} = 2^{-3}$

alternativa **d**

17. Se $x = 9000000 = 9 \cdot 10^6$ e $y = 0{,}00003 = 3 \cdot 10^{-5}$, temos:

a) $x \cdot y = (9 \cdot 10^6) \cdot (3 \cdot 10^{-5}) = 9 \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot 10^{-5} = 27 \cdot 10^{6+(-5)} =$
$= 27 \cdot 10 = 270$

b) $\dfrac{x}{y} = \dfrac{9 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^{-5}} = \dfrac{9}{3} \cdot \dfrac{10^6}{10^{-5}} = 3 \cdot 10^{6-(-5)} = 3 \cdot 10^{11}$

c) $\dfrac{y}{x} = \dfrac{3 \cdot 10^{-5}}{9 \cdot 10^6} = \dfrac{3}{9} \cdot \dfrac{10^{-5}}{10^6} = \dfrac{1}{3} \cdot 10^{-5-6} = 3^{-1} \cdot 10^{-11}$

18. a) Para calcular a medida do volume do cubo, podemos fazer:

$20 \cdot 20 \cdot 20 = 20^3 = 8000$

Logo, a medida do volume do cubo de aresta medindo 20 cm é 8000 cm³.

b) Resposta possível: O nome da operação que permite calcular a medida desse volume é potenciação.

c) A medida de comprimento da aresta de um cubo é um número que elevado ao cubo, resulta em 1000. Assim, para calcular o valor da medida de comprimento da aresta, podemos fazer $\sqrt[3]{1000} = 10$, pois $10^3 = 1000$. Sendo a medida do volume dada em cm³, então a medida de comprimento da aresta será indicada em cm. Logo, a medida de comprimento da aresta de um cubo cujo volume mede 1000 cm³ é 10 cm.

d) O nome da operação que permite calcular a medida de comprimento dessa aresta é radiciação.

19. a) $\sqrt[3]{\blacksquare} = -4$

Como $(-4)^3 = -64$, então $\sqrt[3]{-64} = -4$.

Logo, $\blacksquare = -64$.

b) $\sqrt[3]{-27} = \blacksquare$

$\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3$

Logo, $\blacksquare = -3$.

c) $\sqrt[\blacksquare]{-1} = -1$

$(-1)^{\frac{1}{\blacksquare}} = -1$ é válido para qualquer valor de $\blacksquare$ ímpar, e $\blacksquare$ deve ser maior ou igual a 2, pois é índice de uma raiz.

Logo, $\blacksquare$ é qualquer número natural ímpar maior que 2.

d) $\sqrt[3]{125} = \blacksquare$

$\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

Logo, $\blacksquare = 5$.

e) $\sqrt[\blacksquare]{1} = 1$

$1^{\frac{1}{\blacksquare}} = 1$ é válido para qualquer valor de $\blacksquare$, e $\blacksquare$ deve ser maior ou igual a 2, pois é índice de uma raiz.

Logo, $\blacksquare$ é qualquer número natural maior ou igual a 2.

f) $\sqrt[3]{\blacksquare} = -6$

Como $(-6)^3 = -216$, então $\sqrt[3]{-216} = -6$.

Logo, $\blacksquare = -216$.

20. a) $(-1{,}\overline{2})^2 - \left(\dfrac{1}{3}\right)^2$

Obtemos primeiro a fração geratriz da dízima periódica $1{,}\overline{2}$.

Indicamos a dízima por x: $x = 1{,}222...$ (I)

Multiplicando ambos os membros da igualdade (I) por 10, temos: $10x = 12{,}222...$ (II)

Subtraindo membro a membro (I) de (II), temos: $9x = 11$

Logo:

$x = \dfrac{11}{9}$

Portanto:

$(-1{,}\overline{2})^2 - \left(\dfrac{1}{3}\right)^2 = \left(-\dfrac{11}{9}\right)^2 - \left(\dfrac{1}{3}\right)^2 = \dfrac{121}{81} - \dfrac{1}{9} = \dfrac{121-9}{81} = \dfrac{112}{81}$

b) $\sqrt{0{,}\overline{1}} - \sqrt{0{,}09}$

Obtemos primeiro a fração geratriz da dízima periódica $0{,}\overline{1}$.

Indicamos a dízima por x: $x = 0{,}111...$(I)

$10x - x = 1{,}111... - 0{,}111...$

Subtraindo membro a membro (I) de (II), temos: $9x = 1$

Logo:

$x = \dfrac{1}{9}$

Portanto:

$\sqrt{0{,}\overline{1}} - \sqrt{0{,}09} = \sqrt{\dfrac{1}{9}} - \sqrt{\dfrac{9}{100}} = \dfrac{1}{3} - \dfrac{3}{10} = \dfrac{10-9}{30} = \dfrac{1}{30}$

c) $1 - \dfrac{1}{\sqrt{9} + 0,\overline{6}}$

Obtemos primeiro a fração geratriz da dízima periódica $0,\overline{6}$.

Indicamos a dízima por x: $x = 0,666...$ (I)

Multiplicando ambos os membros da igualdade (I) por 10, temos: $10x = 6,666...$ (II)

Subtraindo membro a membro (I) de (II), temos: $9x = 6$

Logo:

$x = \dfrac{6}{9}$

$x = \dfrac{2}{3}$

Portanto:

$$1 - \frac{1}{\sqrt{9} + 0,\overline{6}} = 1 - \frac{1}{3 + \frac{2}{3}} = 1 - \frac{1}{\frac{11}{3}} = 1 - \left(1 \cdot \frac{3}{11}\right) = 1 - \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$$

d) $0,5 \cdot (0,\overline{5})^1$

Obtemos primeiro a fração geratriz da dízima periódica $0,\overline{5}$.

Indicamos a dízima por x: $x = 0,555...$ (I)

Multiplicando ambos os membros da igualdade (I) por 10, temos: $10x = 5,555...$ (II)

Subtraindo membro a membro (I) de (II), temos: $9x = 5$

Logo:

$x = \dfrac{5}{9}$

Portanto:

$$0,5 \cdot (0,\overline{5})^1 = \frac{5}{10} \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{5}{18}$$

e) $\left(\dfrac{2}{7}\right)^0 - \sqrt{0,\overline{4}}$

Obtemos primeiro a fração geratriz da dízima periódica $0,\overline{4}$.

Indicamos a dízima por x: $x = 0,444...$ (I)

Multiplicando ambos os membros da igualdade (I) por 10, temos: $10x = 4,444...$ (II)

Subtraindo membro a membro (I) de (II), temos: $9x = 4$

Logo:

$x = \dfrac{4}{9}$

Portanto:

$$\left(\frac{2}{7}\right)^0 - \sqrt{0,\overline{4}} = 1 - \sqrt{\frac{4}{9}} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

21. a) Vamos dividir 540 por alguns números naturais e determinar se o número obtido tem raiz quadrada.

- Para $n = 1$: $\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{540}{1}} = \sqrt{540} \simeq 23,23$. Logo, $\sqrt{\frac{540}{1}}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $n = 2$: $\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{540}{2}} = \sqrt{270} \simeq 16,43$. Logo, $\sqrt{\frac{540}{2}}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $n = 3$: $\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{540}{3}} = \sqrt{180} \simeq 13,42$. Logo, $\sqrt{\frac{540}{3}}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $n = 4$: $\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{540}{4}} = \sqrt{135} \simeq 11,62$. Logo, $\sqrt{\frac{540}{4}}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $n = 5$: $\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{540}{5}} = \sqrt{108} \simeq 10,39$. Logo, $\sqrt{\frac{540}{5}}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $n = 6$: $\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{540}{6}} = \sqrt{90} \simeq 9,48$. Logo, $\sqrt{\frac{540}{6}}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $n = 7$: $\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{540}{7}} \simeq \sqrt{77,14} \simeq 8,78$. Logo, $\sqrt{\frac{540}{7}}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $n = 8$: $\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{540}{8}} = \sqrt{67,5} \simeq 8,22$. Logo, $\sqrt{\frac{540}{8}}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $n = 9$: $\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{540}{9}} = \sqrt{60} \simeq 7,75$. Logo, $\sqrt{\frac{540}{9}}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $n = 10$: $\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{540}{10}} = \sqrt{54} \simeq 7,35$. Logo, $\sqrt{\frac{540}{10}}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $n = 11$: $\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{540}{11}} \simeq \sqrt{49,09} \simeq 7,006$. Logo, $\sqrt{\frac{540}{11}}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $n = 12$: $\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{540}{12}} = \sqrt{45} \simeq 6,71$. Logo, $\sqrt{\frac{540}{12}}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $n = 13$: $\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{540}{13}} \simeq \sqrt{41,54} \simeq 6,45$. Logo, $\sqrt{\frac{540}{13}}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $n = 14$: $\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{540}{14}} \simeq \sqrt{38,57} \simeq 6,21$. Logo, $\sqrt{\frac{540}{14}}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $n = 15$: $\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{540}{15}} = \sqrt{36} = 6$. Logo, $\sqrt{\frac{540}{15}}$ possui raiz quadrada exata.

Portanto, $n = 15$.

b) Vamos multiplicar 24 por alguns números naturais e determinar se o produto obtido tem raiz quadrada exata.

- Para $a = 1$: $\sqrt{24 \cdot 1} = \sqrt{24} \simeq 4,90$. Logo, $\sqrt{24}$ não possui raiz qudrada exata.
- Para $a = 2$: $\sqrt{24 \cdot 2} = \sqrt{48} \simeq 6,93$. Logo, $\sqrt{48}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $a = 3$: $\sqrt{24 \cdot 3} = \sqrt{72} \simeq 8,49$. Logo, $\sqrt{72}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $a = 4$: $\sqrt{24 \cdot 4} = \sqrt{96} \simeq 9,80$. Logo, $\sqrt{96}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $a = 5$: $\sqrt{24 \cdot 5} = \sqrt{120} = 10,95$. Logo, $\sqrt{120}$ não possui raiz quadrada exata.
- Para $a = 6$: $\sqrt{24 \cdot 6} = \sqrt{144} = 12$. Logo, $\sqrt{144}$ possui raiz quadrada exata.

Portanto, $a = 6$.

22. O procedimento adotado pelo comerciante está incorreto, pois o valor final será 96% do valor inicial. Isso ocorre porque o acréscimo de 20% é calculado sobre um preço menor que o preço sobre o qual foi aplicado o desconto.

23. Convertendo as medidas de comprimento que aparecem no texto para quilômetros e escrevendo os números em notação científica, temos o que segue.

a) Sabendo que 1 km = 1 000 m, para transformar de metros para quilômetros, basta dividir o número por 1 000. Assim:

$3,0 \cdot 10^8 = 3,0 \cdot 10^8 : 1\,000 = 3,0 \cdot 10^8 : 10^3 = 3,0 \cdot 10^5$

Portanto, $3,0 \cdot 10^8$ m correspondem a $3,0 \cdot 10^5$ km.

b) 1 ano tem $365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 31\,536\,000$ segundos, ou seja, $3,1536 \cdot 10^7$ segundos. Como a velocidade da luz no vácuo é $3,0 \cdot 10^5$ km/s, ou seja, a cada 1 segundo a luz percorre $3,0 \cdot 10^5$ km, para saber a distância percorrida pela luz em 1 ano, podemos fazer:

$(3,0 \cdot 10^5) \cdot (3,1536 \cdot 10^7) = 3,0 \cdot 3,1536 \cdot 10^5 \cdot 10^7 = 9,4608 \cdot 10^{12}$

Então, 1 ano-luz corresponde à medida da distância de $9,4608 \cdot 10^{12}$ km.

c) $100\,000 \cdot 9,4608 \cdot 10^{12} = 10^5 \cdot 9,4608 \cdot 10^{12} = 9,4608 \cdot 10^{17}$

Portanto, 100 000 anos-luz correspondem a $9,4608 \cdot 10^{17}$ km.

Capítulo 2

ATIVIDADES ▶ Página 61

1. a) Espera-se que os estudantes concluam que, por um ponto, passam infinitas retas.
   b) Espera-se que os estudantes concluam que, por dois pontos distintos, passa uma única reta.
   c) Espera-se que os estudantes concluam que, dados três pontos distintos, não é sempre possível traçar uma reta que passe, ao mesmo tempo, por esses pontos. Só será possível traçar uma reta nessas condições, se os pontos forem colineares.

2. Os segmentos de reta que os pontos A, B, C e D determinam na reta s são:
   $\overline{AB}$; $\overline{AC}$; $\overline{AD}$; $\overline{BC}$; $\overline{BD}$; $\overline{CD}$

3. Para realizar essa atividade, os estudantes podem comparar a medida do comprimento de cada segmento com um compasso ou utilizar uma régua para medir o comprimento de cada um deles. Medindo com uma régua graduada, eles devem determinar que:
   - o segmento $\overline{AB}$ mede 1,4 cm;
   - o segmento $\overline{CD}$ mede 3,5 cm;
   - o segmento $\overline{EF}$ mede 3,9 cm;
   - o segmento $\overline{GH}$ mede 3,5 cm;
   - o segmento $\overline{IJ}$ mede 1,4 cm;
   - o segmento $\overline{KL}$ mede 3,0 cm.

   Portanto, os segmentos de reta congruentes são: $\overline{AB}$ e $\overline{IJ}$; $\overline{GH}$ e $\overline{CD}$.

4. Com o auxílio de um transferidor, espera-se que os estudantes cheguem aos seguintes resultados:
   a) $med(A\hat{O}B) = 35°$
   b) $med(A\hat{O}C) = 61°$
   c) $med(A\hat{O}E) = 123°$
   d) $med(B\hat{O}D) = 50°$
   e) $med(A\hat{O}F) = 165°$
   f) $med(D\hat{O}F) = 80°$

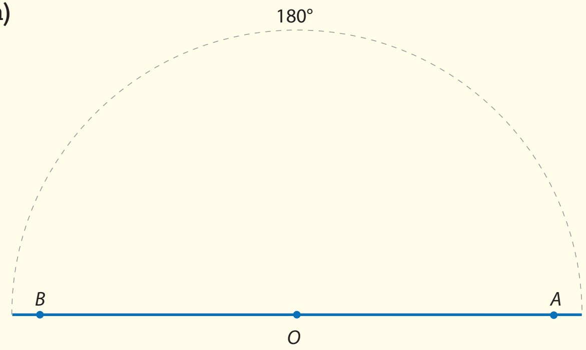
5. Os estudantes devem seguir o procedimento indicado na página 57 do LE para construir um segmento congruente ao segmento dado.

6. A cada hora que passa, o ponteiro menor gira 30°, pois $360° : 12 = 30°$.
   a) A abertura do ângulo destacado mede 90°, pois $3 \cdot 30° = 90°$.

   b) A abertura do ângulo destacado mede 150°, pois $5 \cdot 30° = 150°$.

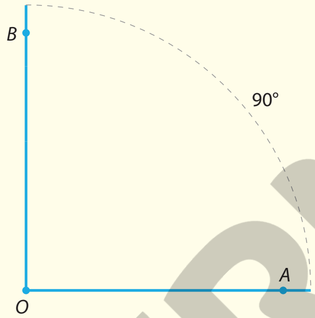
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

7. a)



   Esse ângulo mede 180° e, por isso, é congruente ao ângulo destacado na foto. Sendo assim, é classificado como ângulo raso.

   b)



   Esse ângulo mede 90° e, por isso, é congruente ao ângulo destacado na foto. Sendo assim, é classificado como ângulo reto.

8. a) Espera-se que os estudantes percebam que a medida de abertura do ângulo determinado pelo giro foi de 90°, que corresponde a $\frac{1}{4}$ de volta, pois $\frac{90°}{360°} = \frac{1}{4}$.
   b) Espera-se que os estudantes percebam que a medida de abertura do ângulo determinado pelo giro foi de 180°, que corresponde a $\frac{1}{2}$ volta, pois $\frac{180°}{360°} = \frac{1}{2}$.

ATIVIDADES ▶ Páginas 64 e 65

1. a) Como Beatriz mora à mesma medida de distância de André e de Caio, concluímos que a casa dela está entre as casas de André e de Caio, pois os três moram em uma mesma rua que não tem curva. Representando por A, B e C as casas de André, Beatriz e Caio, respectivamente, podemos fazer o esquema a seguir.

   Como $AB = BC$ e $AC = AB + BC$, temos:
   $AC = AB + BC = AB + AB = 2 \cdot AB = 2 \cdot 73 = 146$
   Logo, a medida de distância entre as casas de André e de Caio é 146 metros.
   b) A casa de Beatriz representa o ponto médio, pois está à mesma medida de distância das casas de André e de Caio.

2. a) Como B é o ponto médio de $\overline{AC}$ e $AC = 14{,}6$ cm, temos:
   $AB = BC = \frac{14{,}6}{2} = 7{,}3$
   Como D é o ponto médio de $\overline{CE}$ e $DE = 6{,}6$ cm, então $CD = DE = 6{,}6$ cm. Logo, temos:
   $AE + AB + BC\ CD + DE = AC + CD + DE$
   $BE = BC + CD + DE$

Assim:

$AE = 14{,}6 + 6{,}6 + 6{,}6 = 27{,}8$

$BE = 7{,}3 + 6{,}6 + 6{,}6 = 20{,}5$

Portanto, $BC = 7{,}3$ cm; $AE = 27{,}8$ cm, $CD = 6{,}6$ cm e $BE =$ $= 20{,}5$ cm.

b) Como $AE = 27{,}8$ cm e F é ponto médio de $\overline{AE}$, então:

$$AF = \frac{AE}{2} = \frac{27{,}8}{2} = 13{,}9$$

Portanto, $AF = 13{,}9$ cm.

c) Se G é ponto médio de $\overline{CD}$, então:

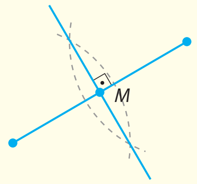
$$CG = \frac{CD}{2} = \frac{6{,}6}{2} = 3{,}3$$

Então:

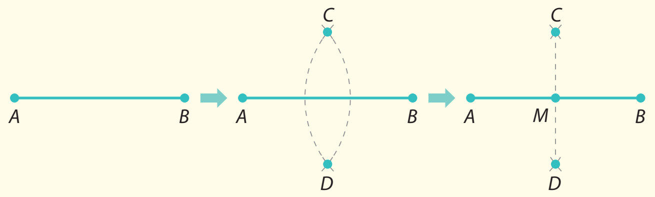
$AG = AC = CG = 14{,}6 + 3{,}3 = 17{,}9$

Logo, $AG = 17{,}9$ cm.

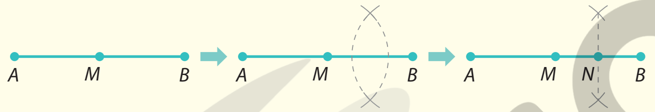
3. Exemplo de resposta:



4. • Construção de M:

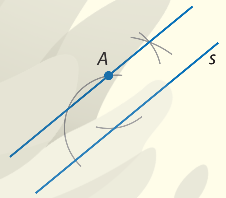


• Construção de N:

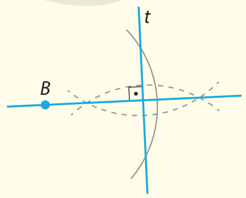


Logo, teremos a figura:

5. Exemplo de resposta:



6. Exemplo de resposta:

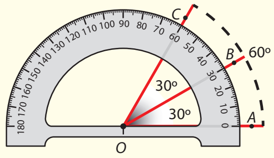


7. Como $AC = BC$, o depósito está em algum ponto da mediatriz do segmento $\overline{AB}$.

alternativa **c**

ATIVIDADES ▸ Páginas 68 e 69

1.



a) Utilizando um transferidor, temos que:
$med(A\hat{O}B) = med(B\hat{O}C) = 30°$

b) Os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são congruentes, pois têm medidas iguais.

c) A semirreta $\overrightarrow{OB}$ é a bissetriz do ângulo $A\hat{O}C$, pois os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são congruentes, ou seja, ambos medem 30°.

2. a) Como $med(A\hat{O}B) = 120°$ e $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$, então os ângulos $A\hat{O}C$ e $B\hat{O}C$ são congruentes, ou seja, têm a mesma medida. Para determinar as medidas de abertura desses ângulos, basta calcular:

$120° : 2 = 60°$

Logo, $med(A\hat{O}C) = 60°$ e $med(B\hat{O}C) = 60°$.

b) Como $med(A\hat{O}B) = 18°$ e $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$, então os ângulos $A\hat{O}C$ e $B\hat{O}C$ são congruentes, ou seja, ambos têm a mesma medida. Para determinar as medidas de abertura desses ângulos, basta calcular:

$18° : 2 = 9°$

Logo, $med(A\hat{O}C) = 9°$ e $med(B\hat{O}C) = 9°$.

3. Como $\overrightarrow{OR}$ é bissetriz de $A\hat{O}C$, temos:

$med(R\hat{O}C) = med(R\hat{O}A) = 20°$

Assim:

$med(C\hat{O}D) = 180° - (30° + 20° + 20°) = 180° - 70° = 110°$

Logo, a abertura do ângulo $C\hat{O}D$ mede 110°.

4. a) O ângulo raso foi dividido em 6 ângulos de mesma medida de abertura. Logo, cada uma das medidas de abertura dos ângulos mede $180° : 6 = 30°$. Assim, temos:

$med(A\hat{O}B) = 3 \cdot 30° = 90°$

Como $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$, então:

$$med(A\hat{O}C) = \frac{med(A\hat{O}B)}{2} = \frac{90°}{2} = 45°$$

Portanto, a abertura do ângulo $A\hat{O}C$ mede 45°.

b) Como $med(B\hat{O}C) = med(A\hat{O}C) = 45°$ e $med(B\hat{O}D) = 30°$, então:

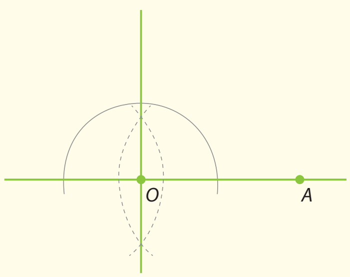
$med(C\hat{O}D) = med(C\hat{O}B) + med(B\hat{O}D) = 45° + 30° = 75°$

Logo, a medida da abertura do ângulo $C\hat{O}D$ mede 75°.

5. Espera-se que os estudantes concluam que o lugar do plano formado por todos os pontos que estão à mesma medida de distância de duas semirretas de mesma origem é denominado bissetriz.

alternativa **c**

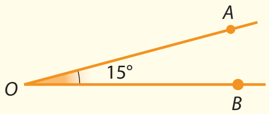
6.



Os ângulos formados foram dois ângulos retos.

Espera-se que os estudantes percebam que os passos são os mesmos.

7. Exemplo de resposta:



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Os estudantes podem ter traçado o ângulo por meio da bissetriz de um ângulo de 30°.

8. **a)** Como $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$, então:

$\text{med}(A\hat{O}C) = \text{med}(C\hat{O}B)$

$5x - 8° = 4x + 7°$

$5x - 4x = 7° + 8°$

$x = 15°$

Substituindo x por 15° na expressão que indica a medida do ângulo $A\hat{O}B$, temos:

$\text{med}(A\hat{O}B) = (5x - 8°) + (4x + 7°) = 9x - 1° = 9 \cdot 15° - 1° = 134°$

Logo, $\text{med}(A\hat{O}B) = 134°$.

b) Como $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$, então:

$\text{med}(A\hat{O}C) = \text{med}(C\hat{O}B)$

$3x = (75° - 2x) + 30°$

$3x + 2x = 105°$

$5x = 105°$

$x = 21°$

Substituindo x por 21° na expressão que indica a medida do ângulo $A\hat{O}B$, temos:

$\text{med}(A\hat{O}B) = 3x + (75° - 2x) + 30° = x + 105° = 21° + 105° = 126°$

Logo, $\text{med}(A\hat{O}B) = 126°$.

9. $\text{med}(A\hat{O}B) = 68°$. Como $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$, temos:

$\text{med}(A\hat{O}C) = \text{med}(C\hat{O}B) = \dfrac{68°}{2} = 34°$

Como $\overrightarrow{OD}$ é bissetriz de $A\hat{O}C$, temos:

$\text{med}(C\hat{O}D) = \text{med}(A\hat{O}D) = \dfrac{34°}{2} = 17°$

Então:

$\text{med}(D\hat{O}B) = \text{med}(B\hat{O}C) + \text{med}(C\hat{O}D) = 34° + 17° = 51°$

Logo, $\text{med}(D\hat{O}B) = 51°$.

10. **a)** Como $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz de $B\hat{O}D$, então:

$\text{med}(B\hat{O}C) = \text{med}(C\hat{O}D)$

$6x - 15° = 2x + 25°$

$6x - 2x = 25° + 15°$

$4x = 40°$

$x = 10°$

Logo, $x = 10°$.

b) $\text{med}(A\hat{O}D) = \text{med}(A\hat{O}B) + \text{med}(B\hat{O}C) + \text{med}(C\hat{O}D) =$

$= 63° + (6x - 15°) + (2x + 25°) = 8x + 73°$

Substituindo x por 10° em $8x + 73°$, temos:

$8x + 73° = 8 \cdot 10° + 73° = 153°$

Logo, $\text{med}(A\hat{O}D) = 153°$.

11. Da fala de Gustavo, concluímos que $\text{med}(A\hat{O}B) = 92°$. Portanto, a medida de abertura de $A\hat{O}B$ é menor que a medida de um ângulo raso (180°). Consequentemente, $A\hat{O}B$ é um ângulo obtuso. Portanto, estão enganados Fernanda e Ricardo.

Após a resolução dessa atividade, pergunte aos estudantes como eles escolheram as falas certas e as falas erradas. Espera-se que eles observem que não seria possível que Mariana, Ricardo e Fernanda estivessem certos simultaneamente, pois uma afirmação já torna a outra incorreta; ou seja, se um ângulo é obtuso, ele não será reto nem agudo, e o mesmo vale para as outras relações. Assim, pelo raciocínio lógico, dado que há um total de 3 afirmações corretas e 2 erradas, certamente entre as duas erradas estará a de Mariana, a de Ricardo ou a de Fernanda.

INFORMÁTICA E MATEMÁTICA ▶ Páginas 70 e 71

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▶ Páginas 73 e 74

1. Nessa atividade, chame a atenção dos estudantes para o fato de que a quantidade de reclamações está representada em milhares e, por isso, a quantidade indicada no gráfico, em cada semestre, deve ser multiplicada por 1 000.

a) O assunto do gráfico se refere ao número de reclamações nos serviços de comunicação no Brasil.

b) O gráfico apresenta dados referentes ao período do 1º semestre de 2019 ao 1º semestre de 2021.

c) Para calcular o número de reclamações realizadas em 2020, fazemos:

- 1º semestre de 2020: 1 521
- 2º semestre de 2020: 1 442

$1\,521 + 1\,442 = 2\,963$

Como os valores indicados estão em milhares, temos:

$2\,963 \cdot 1\,000 = 2\,963\,000$

Portanto, em 2020 foram realizadas 2 963 000 reclamações.

d) Espera-se que os estudantes concluam que, do 1º semestre de 2019 ao 1º semestre de 2021, a quantidade de reclamações nos serviços de comunicação diminuiu, pois no 1º semestre de 2019 foram 1 553 000 reclamações e no 1º semestre de 2021 foram 1 223 000 reclamações.

2. **a)** Espera-se que os estudantes respondam que não é possível dizer que o número de estudantes com cárie decresceu em todo o período, pois de 2017 a 2018 houve aumento nesse número.

b) O ano em que houve mais estudantes com cárie foi 2018.

c) Analisando o gráfico, é possível afirmar que em 2020 havia exatamente 217 estudantes com cárie nessa escola.

d) Espera-se que os estudantes concluam que o número de estudantes com cárie decresceu de 2018 a 2021.

3. **a)** Analisando o gráfico, é possível afirmar que a porcentagem de domicílios com acesso à internet aumentou a cada ano.

b) Sabemos que devemos considerar "mais da metade", ou seja, mais que 50%. Assim, levando em conta o período apresentado no gráfico, de 2015 a 2020 mais da metade dos domicílios tinha acesso à internet.

4. **a)** Para calcular a quantidade de novos casos de Covid-19 registrados da 4ª para a 5ª semana de 2022, fazemos:

$26\,473\,273 - 25\,214\,622 = 1\,258\,651$

Portanto, foram registrados 1 258 651 novos casos.

b) Espera-se que os estudantes respondam que entre a 3ª e a 4ª semana os casos acumulados de Covid-19 atingiram a marca de 24 milhões.

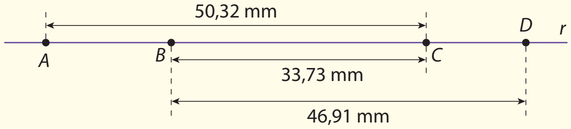
c) Não é possível, pois são valores acumulados, ou seja, o número pode permanecer o mesmo ou aumentar.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA ▸ Páginas 75 e 76

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Páginas 77 e 78

1. De acordo com os dados, temos o seguinte esquema:

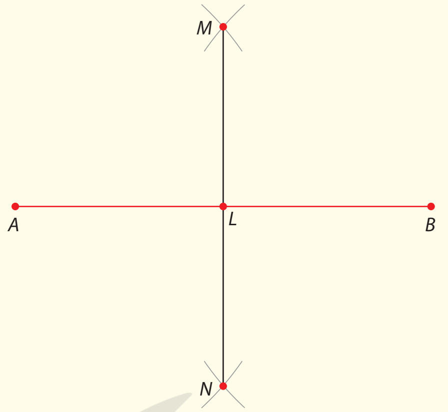


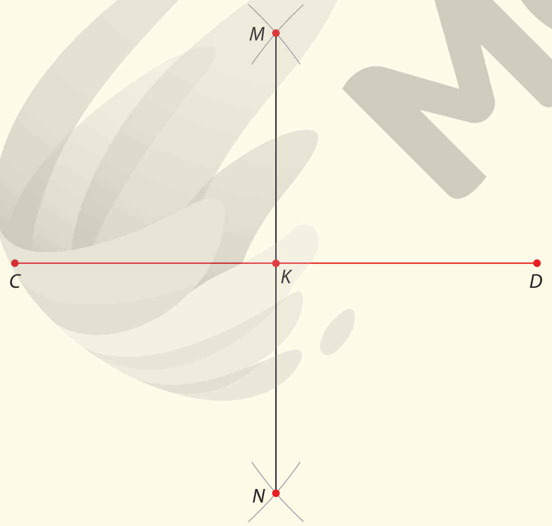
Podemos, então, fazer:

- $CD = BD - BC = 46{,}91 - 33{,}73 = 13{,}18$
- $AD = AC + CD = 50{,}32 + 13{,}18 = 63{,}5$

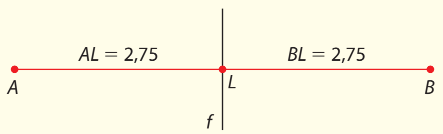
Portanto, $CD = 13{,}18$ mm e $AD = 63{,}5$ mm.

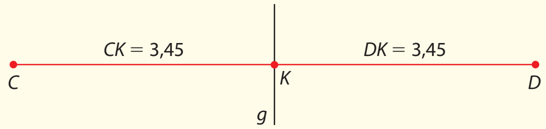
2. Desenhamos com a régua os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$. Com a ponta-seca do compasso nas extremidades do segmento, traçamos dois arcos de mesma abertura, maiores que a metade da medida do comprimento do segmento. Chamamos os pontos de encontro desses arcos de M e N. Ao traçar o segmento $\overline{MN}$, é determinado o ponto médio (L e K) do segmento inicial. Observe os esquemas.





- Exemplo de resposta:





L é o ponto médio de $\overline{AB}$, e K é o ponto médio de $\overline{CD}$.

3. **a)** Os ângulos obtusos, ou seja, maiores que 90° e menores que 180°, são $A\hat{O}C$, $A\hat{O}D$, $A\hat{O}E$, $B\hat{O}D$ e $B\hat{O}E$.

b) Temos:

- $med(A\hat{O}C) = 102°$
- $med(A\hat{O}D) = 130°$
- $med(A\hat{O}E) = 155°$
- $med(B\hat{O}D) = med(A\hat{O}D) - med(A\hat{O}B) = 130° - 30° = 100°$
- $med(B\hat{O}E) = med(A\hat{O}E) - med(A\hat{O}B) = 155° - 30° = 125°$

4. **a)** Falsa, pois um ângulo cuja abertura mede 29° é agudo.

b) Verdadeira, pois a abertura de um ângulo agudo é, por definição, menor que a abertura de um ângulo de 90°.

c) Verdadeira, pois a abertura de um ângulo raso mede 180°, que é maior que a abertura de um ângulo agudo.

d) Verdadeira, pois a abertura de todos os ângulos entre 90° e 180° são maiores que 85°.

5. Como a medida de abertura do ângulo agudo é um terço da medida de abertura do ângulo reto, podemos fazer $\frac{1}{3} \cdot 90° = 30°$. Como a medida de abertura do ângulo obtuso é o quíntuplo da medida de abertura do agudo, podemos fazer $5 \cdot 30° = 150°$. Logo, a medida de abertura do ângulo obtuso é 150°. Portanto, a abertura do ângulo obtido pela bissetriz do ângulo obtuso mede $\frac{150°}{2} = 75°$.

6. **a)** $med(A\hat{O}C) = med(A\hat{O}B) + med(B\hat{O}C) = 40° + 80° = 120°$

b) Se $\overrightarrow{OD}$ é bissetriz de $B\hat{O}C$, então:

$$med(B\hat{O}D) = med(D\hat{O}C) = \frac{med(B\hat{O}C)}{2} = \frac{80°}{2} = 40°$$

Se $\overrightarrow{OE}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$, então:

$$med(A\hat{O}E) = med(E\hat{O}B) = \frac{med(A\hat{O}B)}{2} = \frac{40°}{2} = 20°$$

Logo, podemos fazer:

$$med(D\hat{O}E) = med(D\hat{O}B) + med(B\hat{O}E) = 40° + 20° = 60°$$

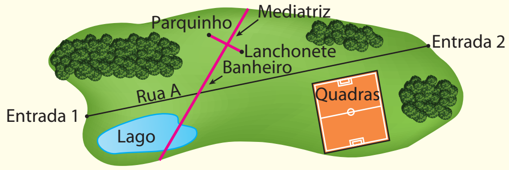
Portanto, $med(D\hat{O}E) = 60°$.

c) O ângulo formado pelas bissetrizes $\overrightarrow{OD}$ e $\overrightarrow{OE}$ é o ângulo $D\hat{O}E$, que, por ser formado por bissetrizes, é a metade da abertura de $A\hat{O}C$. Logo, se $med(D\hat{O}E) = 70°$, então $med(A\hat{O}C) = 2 \cdot 70°$, ou seja, 140°.

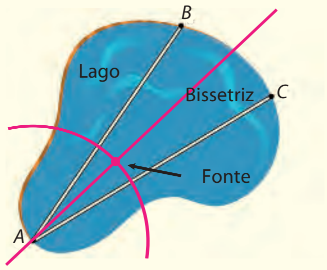
7. Espera-se que os estudantes percebam que o monumento deve ser instalado em qualquer ponto da bissetriz do ângulo formado pelas ruas e que seja interno à região determinada pela praça. Portanto, esse local não é único.

8. **a)** Espera-se que os estudantes percebam que o ponto deve estar na mediatriz do segmento com extremos na lanchonete e no parquinho e que pertença ao segmento que representa a Rua A.

b) Nesse item, os estudantes deverão aplicar o conceito de mediatriz como lugar geométrico para resolver um problema: representar a localização de um banheiro em uma rua de modo que ele esteja à mesma medida de distância de dois pontos fixos (parquinho e lanchonete). Espera-se que eles percebam que o banheiro deve estar na intersecção do segmento de reta que representa a Rua A com a mediatriz do segmento cujas extremidades são os pontos que correspondem à localização da lanchonete e do parquinho.



9. Nessa atividade, os estudantes vão aplicar os conceitos de circunferência e bissetriz como lugares geométricos para resolver um problema: representar a localização de uma fonte. Espera-se que eles percebam que a fonte deve estar na intersecção da bissetriz do ângulo $B\hat{A}C$ com a circunferência de centro A e raio de medida de comprimento igual à do segmento $\overline{BC}$.



alternativa **d**

Unidade 2

Capítulo 3

ATIVIDADES ▸ Páginas 84 e 85

1. **a)** escaleno e obtusângulo, pois não tem lados congruentes e tem um ângulo interno obtuso.
b) escaleno e retângulo, pois não tem lados congruentes e tem um ângulo reto.
c) equilátero e acutângulo, pois tem três lados congruentes e tem três ângulos internos agudos.
d) escaleno e obtusângulo, pois não tem lados congruentes e tem um ângulo interno obtuso.
e) escaleno e acutângulo, pois não tem lados congruentes e tem três ângulos internos agudos.
f) isósceles e retângulo, pois tem dois lados congruentes e tem um ângulo interno reto.

2. Para que exista um triângulo com lados de determinadas medidas de comprimento, ele deve atender à condição de existência de um triângulo:

Em qualquer triângulo, a medida de comprimento de um lado é sempre menor que a soma das medidas de comprimento dos outros dois lados.

a)
- $3{,}5 < 4{,}5 + 6{,}5$
  $3{,}5 < 11$ (verdadeiro)
- $4{,}5 < 2{,}5 + 6{,}5$
  $4{,}5 < 9$ (verdadeiro)
- $6{,}5 < 3{,}5 + 4{,}5$
  $6{,}5 < 8$ (verdadeiro)

Portanto, as medidas dadas neste item possibilitam a construção de um triângulo.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

b) $90 < 45 + 45$
$90 < 90$ (falso)

Portanto, as medidas dadas neste item não possibilitam a construção de um triângulo.

c)
- $6 < 5{,}9 + 6{,}1$
  $6 < 12$ (verdadeiro)
- $5{,}9 < 6 + 6{,}1$
  $5{,}9 < 12{,}1$ (verdadeiro)
- $6{,}1 < 6 + 5{,}9$
  $6{,}1 < 11{,}9$ (verdadeiro)

Portanto, as medidas dadas neste item possibilitam a construção de um triângulo.

d) $10 < 2 + 3$
$10 < 5$ (falso)

Logo, as medidas dos segmentos dos itens **a** e **c** possibilitam a construção de um triângulo.

3. A afirmação de Cátia é verdadeira, pois o triângulo tem três lados congruentes, ou seja, é equilátero. A afirmação de Lia é verdadeira, pois o triângulo tem três ângulos internos de abertura 60°, ou seja, agudos. A afirmação de Flávia também é verdadeira, pois o triângulo é equilátero, ou seja, não é escaleno. Portanto, as três afirmações são verdadeiras.

4. **a)** Como o triângulo é isósceles, é necessário que tenha dois lados com a mesma medida de comprimento. Como a medida de comprimento de dois lados já foram apresentadas, 2 cm e 3 cm, é necessário que a medida de comprimento do terceiro lado seja igual a qualquer um desses dois valores. Portanto, as medidas de comprimento possíveis para o terceiro lado são 2 cm ou 3 cm.

b) Indicando por x a medida de comprimento, em centímetro, do terceiro lado do triângulo escaleno, podemos verificar a condição para a existência de um triângulo. Como dois dos lados medem 7 cm e 3 cm de comprimento, então:

$x + 3 > 7$

$x > 4$

De acordo com o enunciado, as medidas de comprimento dos lados desse triângulo correspondem a um número natural e são menores que 8 cm. Logo, as possibilidades são: 5 cm, 6 cm ou 7 cm de comprimento. Pelo fato de o triângulo ser escaleno, então desconsideramos a possibilidade de medida igual a 7 cm de comprimento. Portanto, as possíveis medidas de comprimento do terceiro lado desse triângulo são 5 cm ou 6 cm.

c) Indicando por x a medida de comprimento, em centímetro, do terceiro lado do triângulo escaleno, podemos verificar a condição para a existência de um triângulo. Como dois dos lados medem 6 cm e 9 cm de comprimento, então:

$6 + x > 9$

$x > 3$

De acordo com o enunciado, as medidas de comprimento dos lados desse triângulo correspondem a um número natural par e são menores que 11 cm. Logo, as possibilidades são: 4 cm, 6 cm, 8 cm e 10 cm. Pelo fato de o triângulo ser escaleno, então desconsideramos a possibilidade de medida igual a 6 cm de comprimento. Portanto, as possíveis medidas de comprimento do terceiro lado desse triângulo são 4 cm, 8 cm ou 10 cm.

5. **a)** Verificando a condição de existência de um triângulo para as cinco situações, temos:

I
$2 < 3 + 6$ (verdadeiro)
$3 < 2 + 6$ (verdadeiro)
$6 < 2 + 3$ (falso)

II
$3 < 1{,}5 + 4$ (verdadeiro)
$1{,}5 < 3 + 4$ (verdadeiro)
$4 < 3 + 1{,}5$ (verdadeiro)

III
$2 < 3 + 4$ (verdadeiro)
$3 < 2 + 4$ (verdadeiro)
$4 < 2 + 3$ (verdadeiro)

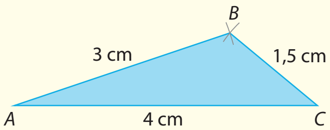
IV
$4 < 4 + 4$ (verdadeiro)

V
$4 < 4 + 6$ (verdadeiro)
$4 < 4 + 6$ (verdadeiro)
$6 < 4 + 4$ (verdadeiro)

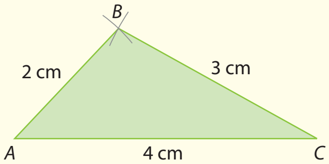
Logo, é possível construir o $\triangle ABC$ nas situações **II**, **III**, **IV** e **V**.

b) Exemplos de construções:

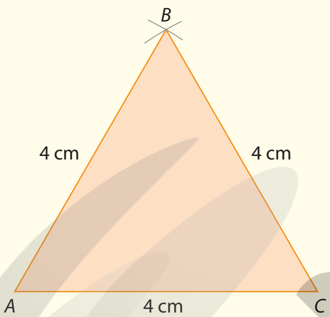
II



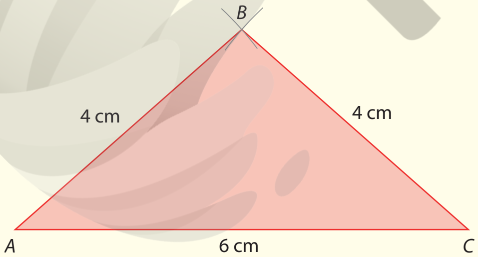
III



IV



V



c) Para realizar este item, os estudantes deverão utilizar o transferidor a fim de encontrar as medidas de abertura dos ângulos internos de cada um dos triângulos construídos com régua e compasso no item anterior. Caminhe entre os estudantes para verificar se estão fazendo uso desse instrumento de medida de forma adequada, pois, muitas vezes, é preciso prolongar os lados dos triângulos para conseguir medir a abertura do ângulo desejado.

As medidas aproximadas de abertura ângulos internos são:

II: $med(\widehat{BAC}) = 18°$; $med(\widehat{ABC}) = 122°$; $med(\widehat{BCA}) = 40°$
III: $med(\widehat{BAC}) = 46°$; $med(\widehat{ABC}) = 105°$; $med(\widehat{BCA}) = 29°$
IV: $med(\widehat{BAC}) = 60°$; $med(\widehat{ABC}) = 60°$; $med(\widehat{BCA}) = 60°$
V: $med(\widehat{BAC}) = 41°$; $med(\widehat{ABC}) = 98°$; $med(\widehat{BCA}) = 41°$

d) Classificando os triângulos em relação às medidas de comprimento dos lados e da abertura dos ângulos, temos:

II: escaleno e obtusângulo
III: escaleno e obtusângulo
IV: equilátero e acutângulo
V: isósceles e obtusângulo

6. Indicando por x a medida de comprimento dos dois lados congruentes, em centímetro, podemos verificar a condição de existência de triângulos isósceles com lados de medidas de comprimento x, x e 6 cm da seguinte maneira:

$x + x > 6$
$2x > 6$
$x > 3$

Logo, a medida de comprimento do lado x deve ser maior que 3 cm. Como há infinitas medidas maiores que 3 cm, concluímos que é possível construir infinitos triângulos isósceles com a condição apresentada.

ATIVIDADES ▶ Página 87

1. **a)** $x + 78° + 50° = 180°$
$x + 128° = 180°$
$x = 180° - 128°$
$x = 52°$

b) $\frac{5x}{2} + 3x + 48° = 180°$
$\frac{5x}{2} + \frac{6x}{2} = 180° - 48°$
$11x = 132° \cdot 2$
$x = \frac{264°}{11}$
$x = 24°$

c) $(30° + x) + 2x + 3x = 180°$
$30° + 6x = 180°$
$6x = 180° - 30°$
$6x = 150°$
$x = \frac{150°}{6}$
$x = 25°$

d) $39° + x + 45° = 180°$
$x + 84° = 180°$
$x = 180° - 84°$
$x = 96°$

2. Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180°, temos:

$26° + (5x + 3°) + (4x + 7°) = 180°$
$9x + 36° = 180°$
$9x = 144°$
$x = 16°$

Portanto, a medida de abertura de x é 16°.

3. $x + (x + 10°) + (x + 20°) = 180°$
$3x + 30° = 180°$
$3x = 150$
$x = 50°$

Calculando a medida de abertura de cada ângulo interno desse triângulo, temos:

- $x = 50°$
- $x + 10° = 50° + 10° = 60°$
- $x + 20° = 50° + 20° = 70°$

Como a medida de abertura de um ângulo externo é igual à soma das medidas de abertura dos ângulos internos não adjacentes a ele, temos:

- $50° + 60° = 110°$
- $50° + 70° = 120°$
- $60° + 70° = 130°$

Logo, as medidas de abertura dos ângulos externos desse triângulo são: 110°, 120° e 130°.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

4. Pela figura, temos:
$a + 148° = 180°$
$a = 32°$
Do mesmo modo, temos:
$b + 102° = 180°$
$b = 78°$
Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°, temos:
$a + b + c = 180°$
$32° + 78° + c = 180°$
$110° + c = 180°$
$c = 70°$
Assim, fazemos:
$c + d = 180°$
$70° + d = 180°$
$d = 110°$
Portanto, $a = 32°$, $b = 78°$, $c = 70°$ e $d = 110°$.

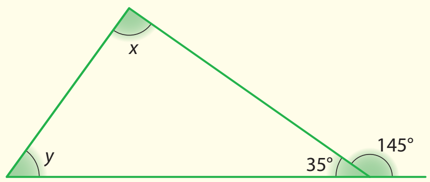
5. a) Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180° e $y = 35°$ (oposto pelo vértice), temos:
- $35° + 45° = 80°$
- $180° - 80° = 100°$

Assim, a abertura do terceiro ângulo interno do triângulo mede 100°. Então:
$x + 100° = 180°$
$x = 80°$
Portanto, $x = 80°$ e $y = 35°$.

b) Pela figura, temos:
$y + 135° = 180°$
$y = 45°$
Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°, temos:
$x + y + 70° = 180°$
$x + 45° + 70° = 180°$
$x + 115° = 180°$
$x = 65°$
Portanto, $x = 65°$ e $y = 45°$.

c) Como x é a medida de abertura de um ângulo externo do triângulo, temos:
$x = \frac{2x}{3} + 25°$
$x - \frac{2x}{3} = 25°$
$\frac{x}{3} = 25°$
$x = 75°$
Mas:
$x + y = 180°$
$75° + y = 180°$
$y = 105°$
Portanto, $x = 75°$ e $y = 105°$.

6. Como em um triângulo a medida de abertura de um ângulo externo corresponde à medida de abertura dos dois ângulos internos não adjacentes a ele, então:
$x + y = 180° - 35°$
$x + y = 145°$
Esboçando esse triângulo, temos:



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Mas, $x - y = 37°$. Então:
$$\begin{cases} x + y = 145° \\ x - y = 37° \end{cases}$$
$2x = 182°$
$x = 91°$
Como $x = 91°$, então:
$x + y = 145°$
$91° + y = 145°$
$y = 54°$
Portanto, as medidas de abertura dos ângulos internos desse triângulo são 35°, 54° e 91°.

INFORMÁTICA E MATEMÁTICA ▶ Página 89

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▶ Página 94

1. Espera-se que os estudantes reconheçam que o triângulo do meio fica em equilíbrio se pendurado pelo ponto indicado.

2. Representamos cada prédio como o vértice de um triângulo e encontramos o seu circuncentro. Para que o estoque esteja à mesma distância dos três prédios, ele deve estar posicionado no circuncentro do triângulo, cujos vértices representam os três prédios. O circuncentro é obtido com o encontro das mediatrizes dos vértices do triângulo.

3. a) Como $\overline{AD}$ é a altura relativa ao lado $\overline{BC}$, então:
$\text{med}(A\hat{D}C) = 90°$
Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°, temos:
$90° + 60° + \text{med}(D\hat{A}C) = 180°$
$150° + \text{med}(D\hat{A}C) = 180°$
$\text{med}(D\hat{A}C) = 30°$
Portanto, a medida de abertura do ângulo $D\hat{A}C$ é 30°.

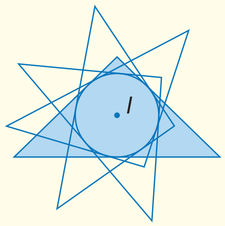
b) Como $\overline{AD}$ é mediatriz, temos $BD = DC = 2$ cm. Logo, a medida do perímetro do triângulo é dada por:
4 cm + 4 cm + 2 cm + 2 cm = 12 cm

4. Como $\overline{EM}$ é mediana relativa ao lado $\overline{BC}$, temos:
$2x - 2 = x + 3$
$2x - x = 3 + 2$
$x = 5$
Para calcular a medida do perímetro, podemos fazer:
$(2x + 3) + (x + 1) + (x + 3) + (2x - 2) = 6x + 5 = 6 \cdot 5 + 5 = 35$
Logo, o perímetro do triângulo BEC mede 35.

5. a) Espera-se que os estudantes concluam que o baricentro, o ortocentro e o incentro de um triângulo equilátero correspondem ao mesmo ponto, ou seja, os três pontos coincidem.

b) Espera-se que os estudantes concluam que as construções feitas por eles sugerem que nos triângulos equiláteros, o baricentro, o ortocentro e o incentro são pontos coincidentes.

6. Espera-se que os estudantes concluam que é possível traçar vários triângulos de modo que a circunferência fique inscrita neles. Por exemplo:



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES ▸ Páginas 98 e 99

1. Espera-se que os estudantes reconheçam que os pares de triângulos congruentes são:

- A e F: LLL
- B e E: ALA

Nos triângulos C e D, embora os três ângulos correspondentes sejam congruentes, não podemos afirmar o mesmo sobre os lados correspondentes. Se necessário, chame a atenção dos estudantes para o fato de que AAA (ângulo-ângulo-ângulo) não é um caso de congruência de triângulos.

2. **a)** $\triangle ABC \cong \triangle DCB$

Os triângulos são congruentes pelo caso LAL.

- lado: $\overline{AB} \cong \overline{DC}$
- ângulo: $A\hat{B}C \cong D\hat{C}B$
- lado: $\overline{BC}$ (lado comum)

b) $\triangle ABC \cong \triangle DBC$

Os triângulos são congruentes pelo caso ALA.

- ângulo: $A\hat{B}C \cong D\hat{B}C$
- lado: $\overline{BC}$ (lado comum)
- ângulo: $A\hat{C}B \cong D\hat{C}B$

3. **a)** Falsa, pois os casos de congruência de triângulo são: LLL, LAL, ALA e LAA. Logo, não há caso de congruência que envolva apenas os ângulos.

b) Verdadeira, pois a hipotenusa é a soma do quadrado dos catetos, logo tendo a medida de comprimento dos catetos é possível encontrar a medida de comprimento da hipotenusa.

c) Verdadeira, pois se os catetos são congruentes a hipotenusa também será, logo os triângulos são congruentes pelo caso LLL.

alternativas **b** e **c**

4. **a)** Os triângulos são congruentes pelo caso LAL (lado-ângulo-lado). Logo, $x = 2$.

b) Os triângulos são congruentes pelo caso HC (hipotenusa-cateto). Logo, $x = 4$.

c) Os triângulos são congruentes pelo caso LAL (lado-ângulo-lado). Indicando por y a abertura do ângulo oposto ao lado de medida de comprimento 5, temos:

$y + y + 90° = 360°$

$2y = 270°$

$y = 135°$

Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°, temos:

$x + y + 15° = 180°$

$x + 135° + 15° = 180°$

$x + 150° = 180°$

$x = 30°$

Portanto, $x = 30°$.

d) Os triângulos são congruentes pelo caso LAL (lado-ângulo-lado). Logo, $x = 6$.

5. Temos:

- $\overline{CH} \cong \overline{DG}$ (por construção)
- $\overline{HG} \cong \overline{DC}$ (por construção)
- $\overline{CG}$ (lado comum)

Logo, pelo caso LLL, $\triangle CHG \cong \triangle GDC$

- $\overline{EB} \cong \overline{CD}$ (lado)
- $E\hat{B}D \cong C\hat{D}B$ (ângulos alternos internos)
- $\overline{BD}$ (lado comum)

Logo, pelo caso LAL, $\triangle CDB \cong \triangle EBD$

- $\overline{BC} \cong \overline{DE}$ (hipotenusas congruentes)
- $\overline{AB} \neq \overline{DF}$ (catetos congruentes)

Logo, pelo caso HC, $\triangle ABC \cong \triangle FDE$

Essa atividade merece uma atenção especial, pois envolve vários triângulos e exigirá que os estudantes coloquem em prática diferentes conhecimentos discutidos nas aulas. É interessante que eles possam realizar a atividade em grupos para trocar ideias e comparar caminhos de resolução. Destaque que não há medidas numéricas para as medidas de comprimento dos lados na ilustração, mas há símbolos que representam as congruências.

INFORMÁTICA E MATEMÁTICA ▸ Páginas 101 e 102

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▸ Página 105

1. Como o triângulo é isósceles, os ângulos da base são congruentes. Assim, $a = 55°$.

Como a soma de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°, temos:

$x + a + 55° = 180°$

$x + 55° + 55° = 180°$

$x + 110° = 180°$

$x = 70°$

Portanto, $a = 55°$ e $x = 70°$.

2. Como o triângulo é isósceles, então a abertura dos ângulos da base têm a mesma medida. Assim, temos:

$80° + x + x = 180°$

$80° + 2x = 180°$

$2x = 100°$

$x = 50°$

Portanto, a abertura dos ângulos da base medem 50°.

3. Como $AB = AC = x$, então o triângulo é isósceles.

a) Considerando $\text{med}(A\hat{B}C) = \text{med}(A\hat{C}B) = y$, temos:

$\text{med}(A\hat{B}C) + \text{med}(A\hat{C}B) + \text{med}(B\hat{A}C) = 180°$

$y + y + 90° = 180°$

$2y = 90°$

$y = 45°$

Portanto, $\text{med}(A\hat{B}C) = 45°$.

b) Pelo caso especial hipotenusa-cateto, os triângulos *ABD* e *ACD* são congruentes. Logo, $\overline{BD} \cong \overline{DC}$. Como $BC = 28$ cm e considerando $BD = DC = z$, temos:

$BC = 28$

$BD + DC = 28$

$z + z = 28$

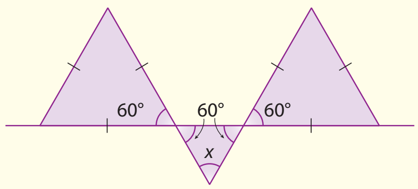
$2z = 28$

$z = 14$

Portanto, $DC = z = 14$ cm.

c) No triângulo *ACD*, como $\text{med}(C\hat{A}D) = \text{med}(A\hat{C}D) = 45°$, então $\triangle ACD$ é isósceles, com $\text{med}(\overline{AD}) = \text{med}(\overline{CD})$. Do item anterior, temos $\text{med}(\overline{CD}) = 14$ cm. Portanto, $\text{med}(\overline{AD}) = 14$ cm.

4. Como os triângulos maiores têm todos os lados congruentes, então eles são equiláteros. Logo, a abertura de seus ângulos internos medem 60°. Assim, a abertura de dois ângulos internos do triângulo menor medem 60°, pois são opostos pelo vértice.



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°, temos:

$x + 60° + 60° = 180°$

$x + 120° = 180°$

$x = 60°$

Portanto, x mede 60°.

5. **a)** Sendo $\overline{AI}$ a mediana do ângulo $\widehat{A}$, então a base do triângulo isósceles é dividida em dois segmentos congruentes. Logo, $x = 3$.

b) Como o triângulo ABC é isósceles, então $\overline{BM}$, além de representar sua mediana, também representa a mediatriz relativa ao lado $\overline{AC}$. Logo, pela própria definição de mediatriz, $x = 90°$.

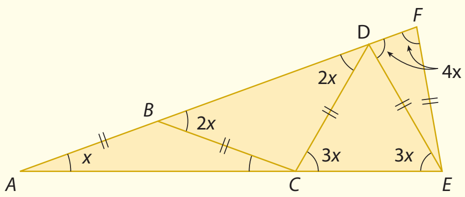
6. Seja x a medida de abertura do ângulo $\widehat{A}$. Logo, a medida de abertura do ângulo $B\widehat{C}A$ também será x, pois o triângulo ABC é isósceles. O ângulo $D\widehat{B}C$ é externo ao triângulo ABC relativo ao vértice B. Logo, a abertura de sua medida é igual à soma das aberturas das medidas dos outros dois ângulos internos, ou seja, $2x$.

Como o triângulo BCD é isósceles, a abertura do ângulo $B\widehat{D}C$ também mede $2x$.

O ângulo $E\widehat{C}D$ é externo ao triângulo ACD. Logo, a abertura de sua medida é igual à soma das aberturas das medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele, ou seja, $x + 2x = 3x$.

Repetindo esse raciocínio para o ângulo $E\widehat{D}F$, externo ao triângulo EAD, concluímos que $E\widehat{D}F = 4x$.

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



Como o triângulo AEF é isósceles, tendo $\overline{FE}$ como base, então os ângulos $A\widehat{F}E$ e $A\widehat{E}F$ são congruentes, cada qual medindo $4x$. Assim, nesse triângulo, temos:

$x + 4x + 4x = 180°$

$9x = 180°$

$x = 20°$

Portanto, $\widehat{A} = 20°$.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Páginas 107 e 108

1. **a)** Correto. Ao observarmos o orçamento de 2020, podemos notar que o valor corresponde a 17 236 milhões de reais. Portanto, ele foi menor do que 20 000 milhões de reais.

b) Incorreto. Ao observar o gráfico, podemos perceber que o orçamento sofreu redução desde o ano de 2013, e não somente entre 2018 e 2020.

c) Correto. A diferença entre o investimento em 2013 e em 2020 foi de 10 075 milhões de reais, pois 27 311 – 17 236 = 10 075.

d) Correto. Entre os anos apresentados, o que teve maior investimento foi 2013, com 27 311 milhões de reais.

e) Correto. O orçamento em 2000 foi de 12 235 milhões de reais, ou seja, menor do que 15 000 milhões de reais.

alternativa **b**

2. **a)** Verdadeiro. Em 2020 houve o menor percentual da população brasileira em segurança alimentar, com apenas 44,8%.

b) Verdadeiro. A segurança alimentar da população brasileira aumentou de 64,8% em 2004 para 69,6% em 2009, e de 69,6% em 2009 para 77,1% em 2013.

c) Verdadeiro. Se em 2020, 44,8% viviam em situação de segurança alimentar, podemos concluir, de maneira análoga, que 55,2% (100% – 44,8% = 55,2%) da população vivia uma situação de insegurança alimentar nesse ano.

d) Falso. O dado de 69,6% em 2009 refere-se à segurança alimentar, e não à insegurança alimentar.

e) Verdadeiro. De 2013 a 2020 houve uma queda de 32,3% (77,1% – 44,8% = 32,3%) da população brasileira em segurança alimentar.

alternativa **d**

3. **a)** Verdadeiro, pois, observando o gráfico, podemos notar que a barra referente ao Sudeste ultrapassa a linha que indica o consumo de 150 L de água *per capita* por dia.

b) Verdadeiro, pois, observando o gráfico, podemos notar que as barras referentes às regiões Sul e Centro-Oeste terminam próximo à marcação que indica o consumo de 150 L de água *per capita* por dia.

c) Verdadeiro, pois, observando o gráfico, podemos notar que a barra referente ao Sudeste é a que tem a maior medida de comprimento.

d) Falso, pois, observando o gráfico, podemos notar que a medida do comprimento da barra referente à região Norte não ultrapassa a marca de consumo de 150 L de água *per capita* por dia.

e) Verdadeiro, podemos notar que a medida do comprimento da barra referente à região Nordeste é a menor do gráfico.

alternativa **d**

4. **a)** Incentive os estudantes a tirar conclusões com base no gráfico apresentado. Se julgar oportuno, peça que pesquisem em jornais, revistas ou na internet gráficos de diferentes tipos que se complementem e, depois, que escrevam um texto com base nas informações coletadas.

b) Aprofunde a proposta e peça aos estudantes que, em grupos, pesquisem em jornais, revistas ou na internet gráficos publicados pela mídia. Depois, proponha que façam a leitura e interpretação dos gráficos encontrados.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Página 109

1. Indicando por x a medida de comprimento do outro lado desse triângulo, podemos verificar a condição de existência para triângulos.

$9 < x + 6$ $\quad\quad$ $x < 9 + 6$

$3 < x$ $\quad\quad$ $x < 15$

Como a medida de comprimento do lado desse triângulo deve ser maior que 3 e menor que 15, o único valor, entre as alternativas da atividade, que obedece a essa condição é 12 cm.

alternativa **c**

2. **a)** Com base na medida de abertura dos ângulos externos apresentados, podemos concluir que a abertura dos ângulos internos da base do triângulo medem 45° (180° – 135° = = 45°) e 65° (180° – 115° = 65°). Assim:

$x + 45° + 65° = 180°$

$x + 110° = 180°$

$x = 70°$

b) Como $180° - 150° = 30°$, temos:

$2x + 3x + 30° = 180°$

$5x + 30° = 180°$

$5x = 150°$

$x = 30°$

3. Como o triângulo *ABC* é isósceles, então:

$\text{med}(A\hat{B}C) = \text{med}(A\hat{C}B) = 22°$

A medida da abertura do ângulo externo em um triângulo é igual à soma das medidas das aberturas dos dois ângulos internos não adjacentes a ele. Logo:

$x = 22° + 22°$

$x = 44°$

4. Pelo fato de o triângulo *ABC* ser retângulo em $\hat{A}$, temos:

$x + 58° + 90° = 180°$

$x + 148° = 180°$

$x = 32°$

Como $\overline{AD}$ é bissetriz, então esse segmento divide a abertura do ângulo $\hat{A}$ em dois ângulos de abertura 45°. Ou seja:

$x + y + 45° = 180°$

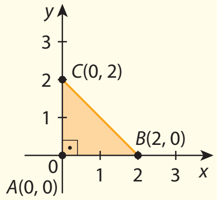
$32° + y + 45° = 180°$

$y + 77° = 180°$

$y = 103°$

Portanto, $x = 32°$ e $y = 103°$.

5. Representando o triângulo indicado no plano cartesiano, temos:



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

Como o triângulo *ABC* tem dois lados de mesma medida de comprimento ($\overline{AB}$ e $\overline{AC}$) e um ângulo reto ($\hat{A}$), então o triângulo *ABC* é retângulo e isósceles.

alternativa **c**

6. Para que o poço fique à mesma distância das três casas, Reinaldo deve determinar o encontro das mediatrizes, ou seja, encontrar o circuncentro do triângulo do esquema.

7. Como $\overline{BD}$ é congruente à $\overline{DC}$, temos:

$a + 3 = 10$

$a = 7$

Do mesmo modo, como $\overline{AB}$ é congruente à $\overline{AC}$, então:

$2b + 5 = 15$

$2b = 10$

$b = 5$

Logo, a medida do perímetro do triângulo *ABC* é dado por:

$(2b + 5) + 15 + (a + 3) + 10 = (2 \cdot 5 + 5) + 15 + (7 + 3) + 10 =$
$= 15 + 15 + 10 + 10 = 50$

Logo, $a = 7$, $b = 5$ e medida do perímetro = 50.

8. No $\triangle CAE$ temos:

$C + 90° + 30° = 180°$

$C + 120° = 180°$

$C = 60°$

No $\triangle BDC$ temos:

$60° + 90° + \text{med}(B\hat{D}C) = 180°$

$150° + \text{med}(B\hat{D}C) = 180°$

$\text{med}(B\hat{D}C) = 30°$

Portanto, concluímos que:

$\text{med}(B\hat{D}C) + \text{med}(A\hat{D}B) + 90° = 180°$

$30° + \text{med}(A\hat{D}B) + 90° = 180°$

$\text{med}(A\hat{D}B) + 120° = 180°$

$\text{med}(A\hat{D}B) = 60°$

alternativa **a**

Capítulo 4

ATIVIDADES ▶ Página 113

1. a) Nesse quadrilátero, os ângulos internos são: $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$.

b) Nesse quadrilátero, os ângulos externos destacados são: $\hat{e}$, $\hat{f}$, $\hat{g}$ e $\hat{h}$.

c) Nesse quadrilátero, os vértices são: *A*, *B*, *C* e *D*.

d) Nesse quadrilátero, os lados são: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$.

e) Nesse quadrilátero, as diagonais são: $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$.

2. Não, um quadrilátero não pode ter os ângulos internos de medidas de abertura 123°, 24°, 56° e 167°, pois a soma das medidas de abertura desses ângulos é 370° ($123° + 24° + 56° + 167° = 370°$) e é maior que 360°. Isso indica que esses ângulos não podem ser ângulos internos de um quadrilátero.

3. Indicando por *x* a medida de abertura do quarto ângulo, podemos escrever:

$121° + 83° + 54° + x = 360°$

$258° + x = 360°$

$x = 102°$

Portanto, a medida de abertura do quarto ângulo desse quadrilátero é 102°.

4. Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°, temos:

$x + (x + 25°) + (x + 30°) + (x + 5°) = 360°$

$4x + 60° = 360°$

$4x = 300°$

$x = 75°$

Substituindo *x* por 75° nas expressões que representam as medidas de abertura dos ângulos internos, temos:

- $x = 75°$
- $x + 25° = 75° + 25° = 100°$
- $x + 30° = 75° + 30° = 105°$
- $x + 5° = 75° + 5° = 80°$

Logo, as medidas de abertura dos ângulos internos desse quadrilátero são 75°, 100°, 105° e 80°.

5. Como no vértice *B* os ângulos interno e externo são suplementares, ou seja, formam um ângulo de medida de abertura 180°, podemos calcular a medida da abertura do ângulo interno desse vértice. Para isso, fazemos:

$\text{med}(A\hat{B}C) + 22° = 180°$

$\text{med}(A\hat{B}C) = 158°$

Sabemos ainda que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°. Logo:

$x + 107° + 43° + 158° = 360°$

$x + 308° = 360°$

$x = 52°$

6. A soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero é 360° e a soma das medidas de abertura de dois ângulos suplementares é 180°.

a) $(5y + 20°) + (7y + 16°) + 10y + 5y = 360°$
$27y + 36° = 360°$
$27y = 324°$
$y = 12°$

b) $90° + 90° + 7y + 2y = 360°$
$180° + 9y = 360°$
$9y = 180°$
$y = 20°$

c) Primeiro, vamos determinar as medidas de abertura dos três ângulos internos, considerando que, em cada vértice, os ângulos interno e externo são suplementares, ou seja, formam um ângulo de abertura de 180°. Assim:

- $a + 80° = 180°$
  $a = 100°$
- $b + 120° = 180°$
  $b = 60°$
- $c + 45° = 180°$
  $c = 135°$

Assim:
$y + a + b + c = 360°$
$y + 100° + 60° + 135° = 360°$
$y + 295° = 360°$
$y = 65°$

d) Neste item, os estudantes devem saber que duas retas paralelas cortadas por uma transversal determinam ângulos suplementares. Logo:
$y + 70° = 180°$
$y = 110°$

7. Como a abertura dos ângulos interno e externo de um polígono são suplementares, temos:

- $b + 78° = 180°$
  $b = 102°$
- $c + 45° = 180°$
  $c = 135°$
- $d + 120° = 180°$
  $d = 60°$

Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°, temos:
$a + b + c + d = 360°$
$a + 102° + 135° + 60° = 360°$
$a + 297° = 360°$
$a = 63°$
Logo, $a = 63°$, $b = 102°$, $c = 135°$ e $d = 60°$.

8. **a)** Sabemos que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°. Como os triângulos *ADE* e *ABF* são equiláteros, a abertura de seus ângulos internos tem medidas iguais a 60°, pois 180° : 3 = 60°.

b) Como os quatro ângulos internos de um quadrado têm a mesma medida de abertura e a soma dessas medidas é 360°, então cada abertura do ângulo interno de um quadrado mede 90°, pois 360° : 4 = 90°.
Como a diagonal do quadrado também é bissetriz do ângulo interno, temos:
$\text{med}(C\hat{A}B) = \dfrac{90°}{2} = 45°$
Portanto:
$\text{med}(F\hat{A}C) = \text{med}(F\hat{A}B) + \text{med}(C\hat{A}B) = 60° + 45° = 105°$
Logo, a abertura do ângulo $F\hat{A}C$ mede 105°.

c) Observamos pela figura que os ângulos $F\hat{A}M$ e $F\hat{A}C$ são suplementares. Assim:
$\text{med}(F\hat{A}M) + \text{med}(F\hat{A}C) = 180°$
$\text{med}(F\hat{A}M) + 105° = 180°$
$\text{med}(F\hat{A}M) = 75°$
Logo, a medida de abertura do ângulo $F\hat{A}M$ mede 75°.

INFORMÁTICA E MATEMÁTICA ▶ Página 117

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▶ Páginas 119 e 120

1. **a)** Falsa, pois o quadrilátero não possui os quatro lados congruentes.
b) Verdadeira, pois o quadrilátero possui dois pares de lados opostos paralelos.
c) Falsa, pois o quadrilátero possui apenas um par de lados opostos paralelos.
d) Verdadeira, pois o quadrilátero possui quatro lados congruentes e quatro ângulos internos retos.
e) Verdadeira, pois o quadrilátero possui quatro lados congruentes.
f) Falsa, pois o quadrilátero não tem todos os ângulos internos retos.
alternativas **b**, **d** e **e**

2. **a)** A figura apresentada nesse item é um trapézio isósceles, pois tem um par de lados paralelos e dois lados não paralelos congruentes.
b) Respostas possíveis: A figura apresentada nesse item pode ser classificada como:

- losango, pois é um paralelogramo que tem os quatro lados congruentes;
- retângulo, pois é um paralelogramo que tem a abertura dos quatro ângulos medindo 90°;
- quadrado, pois é um paralelogramo que tem os quatro lados congruentes e a abertura dos quatro ângulos medindo 90°
- paralelogramo, pois tem os dois pares de lados opostos paralelos.

3. **I.** Todo quadrado é um losango: proposição verdadeira, pois, para ser losango, o quadrilátero deve ter os quatro lados congruentes e, para ser um quadrado, o quadrilátero deve ter, além dos quatro lados congruentes, a abertura dos quatro ângulos medindo 90°.
II. Todo quadrado é um retângulo: proposição verdadeira, pois, para ser um retângulo, o quadrilátero deve ter a abertura dos quatro ângulos medindo 90° e, para ser um quadrado, o quadrilátero deve ter, além da abertura dos quatro ângulos medindo 90°, os quatro lados congruentes.
III. Todo retângulo é um paralelogramo: proposição verdadeira, pois, para ser um paralelogramo, o quadrilátero deve ter dois pares de lados opostos paralelos e, para ser um retângulo, o quadrilátero deve ter, além dos dois pares de lados opostos paralelos, a abertura dos quatro ângulos medindo 90°.
IV. Todo triângulo equilátero é isósceles: proposição verdadeira, pois, para ser um triângulo isósceles, é necessário ter dois lados congruentes e, para ser um triângulo equilátero, é necessário que todos os lados sejam congruentes.
Logo, todas as proposições são verdadeiras.
alternativa **b**

4. Sabemos que a altura do paralelogramo mede 2 cm e o comprimento de um de seus lados mede o triplo da altura, ou seja, o comprimento de um dos lados mede 6 cm. Portanto, o comprimento do lado oposto e paralelo a ele também mede 6 cm. O paralelogramo tem perímetro medindo 18 cm. Ou seja, indicando por y a medida do comprimento do lado desconhecido, temos:

$6 + y + 6 + y = 18$

$12 + 2y = 18$

$2y = 6$

$y = 3$

Portanto, o comprimento das medidas dos outros lados do paralelogramo são 6 cm, 3 cm e 3 cm.

5. **a)** Como se trata de um paralelogramo, os ângulos opostos são congruentes.

Portanto:

$2x = x + 70°$

$x = 70°$

Além disso, como a medida de abertura do ângulo oposto a y também mede y e a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°, temos:

$2x + y + (x + 70°) + y = 360°$

$2 \cdot 70° + y + (70° + 70°) + y = 360°$

$2y + 280° = 360°$

$2y = 80°$

$y = 40°$

Portanto, nesse paralelogramo, $x = 70°$ e $y = 40°$.

b) Como as diagonais de um paralelogramo se cruzam nos respectivos pontos médios, temos:

$2x = 3$

$x = 1{,}5$

$\frac{y}{2} = 6$

$y = 12$

Portanto, nesse paralelogramo, $x = 1{,}5$ e $y = 12$.

ATIVIDADES

▸ Páginas 123, 124 e 125

1. **a)** Proposição verdadeira, pois, em um retângulo qualquer, as diagonais são congruentes.

b) Proposição falsa, pois o losango só terá as diagonais congruentes se todos os seus lados tiverem a mesma medida, ou seja, se ele for um quadrado.

c) Proposição verdadeira, pois, como um quadrado qualquer é também um retângulo, então as diagonais são congruentes.

d) Proposição falsa, pois o retângulo só terá as diagonais perpendiculares entre si se todos os seus lados tiverem a mesma medida, ou seja, se ele for um quadrado.

e) Proposição verdadeira, pois, como os losangos são paralelogramos, suas diagonais se cruzam no ponto médio e, além disso, nos losangos, as diagonais são perpendiculares entre si.

alternativas **a**, **c** e **e**

2. **a)** Como os lados opostos de um retângulo são congruentes, temos:

$3x + 19 = 5x - 21$

$3x - 5x = -21 - 19$

$-2x = -40$

$x = 20$

$3 + 2y = y + 13$

$2y - y = 13 - 3$

$y = 10$

Portanto, $x = 20$ e $y = 10$.

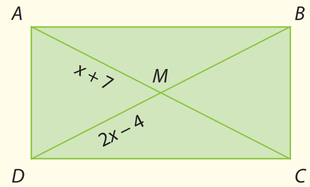
b) Nesse caso, temos $x = 3y = 18$. Logo:

$3y = 18$

$y = 6$

Portanto, $x = 18$ e $y = 6$.

3. Pelo enunciado, temos:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que as diagonais de um retângulo são congruentes, podemos escrever a seguinte igualdade:

$AC = BD$

$AM + MC = DM + MB$

Como M é o ponto médio das diagonais, temos que:

$AM = MC = DM = MB$

Assim:

$AM = DM$

$x + 7 = 2x - 4$

$x - 2x = -4 - 7$

$-x = -11$

$x = 11$

Logo:

$AM = x + 7 = 11 + 7 = 18$

Mas:

$AC = AM + AM$

$AC = AM + AM$

$AC = 2 \cdot AM$

$AC = 2 \cdot 18$

$AC = 36$

Portanto, $\overline{AC}$ mede 36.

4. Proposição I: falsa, pois podemos ter um quadrilátero com as medidas de abertura de ângulos internos iguais a 120°, 105°, 60° e 75° e, as medidas de abertura de dois ângulos opostos não serem suplementares.

Proposição II: verdadeira.

Proposição III: verdadeira.

alternativa **c**

5. **a)** Como em um retângulo as diagonais se cruzam no ponto médio, Q é o ponto médio de $\overline{PN}$. Então:

$PN = 2 \cdot PQ = 2 \cdot 5 = 10$

Em um retângulo, temos ainda que as diagonais são congruentes. Logo, $\overline{MO} \cong \overline{PN}$. Portanto:

$PN = MO = 10$

b) As diagonais do retângulo formam, com lados opostos, ângulos alternos internos e, com lados consecutivos, ângulos complementares. Assim, $O\hat{P}N \cong M\hat{N}P$ (ângulos alternos internos). Logo, $x = 27°$.

Como $O\hat{P}N$ e $N\hat{P}M$ são ângulos complementares, então:

$27° + y = 90°$

$y = 63°$

z é ângulo interno do triângulo isósceles NOQ, cujas aberturas dos ângulos da base medem 63°. Logo, a medida de abertura de z adicionada às medidas de abertura dos outros ângulos internos desse triângulo, resulta em 180°. Ou seja:

$z + 63° + 63° = 180°$

$z + 126° = 180°$

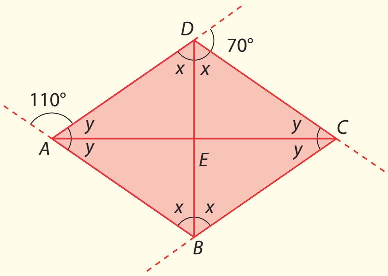
$z = 54°$

Portanto, $x = 27°$, $y = 63°$ e $z = 54°$.

6. a) Como as diagonais de um paralelogramo se cruzam nos respectivos pontos médios, podemos concluir que $x = 4$ cm.
   b) Pelo mesmo motivo do item anterior, podemos concluir que $y = 3{,}5$ cm.
   c) A medida de comprimento do lado $\overline{AB}$ é igual à medida de comprimento do lado $\overline{CD}$, ou seja, 7 cm. Assim, a medida do perímetro do triângulo *DEC* é 14,5 cm, pois:
   $4 + 3{,}5 + 7 = 14{,}5$
   d) Como a medida do perímetro de *ABCD* é 20 cm e sabemos que dois dos lados medem 7 cm de comprimento cada um, então os dois outros lados medem 3 cm de comprimento cada um. Logo, a medida do perímetro do triângulo *ABD* é 18 cm, pois:
   $7 + 2 \cdot 4 + 3 = 7 + 8 + 3 = 18$
   e) Sabendo que $AD = 3$ cm, a medida do perímetro do triângulo *AED* é 10,5 cm, pois:
   $3 + 3{,}5 + 4 = 10{,}5$

7. Como se trata de um paralelogramo, sabemos que seus lados opostos são congruentes. Assim, há dois lados que medem 5 cm de comprimento e dois lados que medem 8 cm de comprimento. A medida do perímetro é obtida adicionando as medidas dos comprimentos desses lados. Ou seja:
   $2 \cdot 5 + 2 \cdot 8 = 26$
   Logo, a medida do perímetro desse paralelogramo é 26 cm.

8. Vamos reproduzir a seguinte figura complementando algumas informações.



Inicialmente, vamos determinar as medidas de abertura dos ângulos *x* e *y*, considerando que, em cada vértice, os ângulos interno e externo são suplementares, ou seja, formam um ângulo de abertura 180°. Assim:

$2x + 70° = 180°$ $\quad$ $2y + 110° = 180°$
$2x = 110°$ $\quad$ $2y = 70°$
$x = 55°$ $\quad$ $y = 35°$

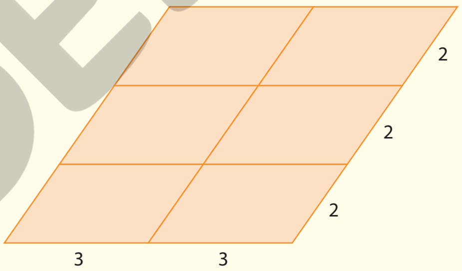
Além disso, as diagonais de um losango estão contidas nas respectivas bissetrizes dos ângulos internos e são perpendiculares entre si. Logo, as medidas de abertura ângulos internos do triângulo *BCE* são 55°, 90° e 35°.

9. a) Sim. Exemplo de justificativa: São congruentes porque $\overline{DC}$ e $\overline{HG}$ são congruentes a $\overline{AB}$.
   b) Sim. Exemplo de justificativa: São congruente porque os paralelogramos *ABCD* e *EFGH* são congruentes.

10. Vamos indicar por *x* a medida de abertura dos ângulos agudos (são dois ângulos agudos opostos de medida *x*). Sabemos, pelo enunciado, que a abertura dos ângulos obtusos medem o dobro da abertura dos ângulos agudos, ou seja, medem 2*x* (são dois ângulos obtusos opostos de medida 2*x*). Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um paralelogramo é 360°, temos:
    $x + x + 2x + 2x = 360°$
    $6x = 360°$
    $x = 60°$
    Assim, temos que $2x = 2 \cdot 60° = 120°$.
    Logo, cada abertura do ângulo obtuso mede 120° e cada abertura do ângulo agudo, 60°.

11. a) Sim, os segmentos são congruentes porque *P* é ponto médio de $\overline{AB}$.
    b) Sim, os ângulos são congruentes porque são ângulos (retos) internos de um quadrado, ou seja, medem 90°.
    c) Sim, os segmentos são congruentes porque *S* e *Q* são ambos pontos médios de lados de um mesmo quadrado, ou seja, de lados que possuem a mesma medida de comprimento.
    d) Sim, os triângulos são congruentes pelo caso LAL.
    e) Como os pontos *P* e *S* são pontos médios dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AD}$, respectivamente, então o triângulo *APS* é isósceles. Também sabemos que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180° e $S\hat{A}P$ é reto, pois *ABCD* é um quadrado. Assim, $A\hat{P}S = A\hat{S}P = 45°$. Analogamente, a abertura dos ângulos $B\hat{P}Q$ e $B\hat{Q}P$ também medem 45°. Como os ângulos $A\hat{P}S$, $B\hat{P}Q$ e $S\hat{P}Q$ formam um ângulo de 180°, então, temos que $S\hat{P}Q$ mede 90°.
    f) No quadrilátero *PQRS*, os lados e os ângulos internos são congruentes.
    g) Pelo item anterior, sim, podemos concluir que o quadrilátero *PQRS* é um quadrado.

12. Mateus vai necessitar de, no mínimo, 6 modelos de paralelogramos com as medidas apresentadas para construir um modelo de losango.



INFORMÁTICA E MATEMÁTICA ▸ Página 126

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▸ Página 128

1. a) Como se trata de um trapézio isósceles e $BC = 39{,}2$ cm, então $AD = BC = 39{,}2$ cm.
   Portanto, a medida de $\overline{AD}$ é 39,2 cm.
   b) Como os ângulos opostos de um trapézio isósceles são suplementares, temos:
   $med(C\hat{D}A) + med(A\hat{B}C) = 180°$
   $med(C\hat{D}A) + 66° = 180°$
   $med(C\hat{D}A) = 114°$
   Portanto, a medida de abertura do ângulo $C\hat{D}A$ é 114°.

2. Como se trata de um trapézio isósceles, as diagonais têm a mesma medida de comprimento. Então:
   $4x - 20 = \frac{4x}{3}$
   $4x - \frac{4x}{3} = 20$
   $\frac{12x - 4x}{3} = 20$
   $8x = 60$
   $x = 7{,}5$

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Substituindo x por 7,5 nas expressões que representam a medida de comprimento da diagonal, temos:

- $4x - 20 = 4 \cdot 7{,}5 - 20 = 30 - 20 = 10$
- $\dfrac{4x}{3} = \dfrac{4 \cdot 7{,}5}{3} = \dfrac{30}{3} = 10$

Portanto, a medida de comprimento de cada uma das diagonais do trapézio é 10 cm.

3. Como se trata de um trapézio isósceles, os lados não paralelos são congruentes. Indicando por *x* a medida de comprimento desses lados, em centímetro, temos:

$23 + x + 12 + x = 80$

$2x + 35 = 80$

$2x = 45$

$x = 22{,}5$

Portanto, o comprimento de cada lado não paralelo mede 22,5 cm.

4. Indicando por *x* a medida de abertura do ângulo agudo e por 3*x* a medida de abertura do ângulo obtuso, temos:

$90° + 90° + 3x + x = 360°$

$4x + 180° = 360°$

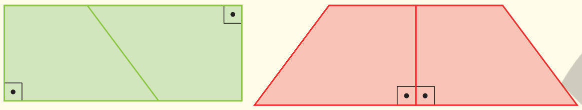
$4x = 180°$

$x = 45°$

Logo, a abertura do ângulo agudo mede 45° e a abertura do ângulo obtuso mede 135° $(3 \cdot 45°)$.

Portanto, a abertura das medidas dos ângulos internos desse trapézio são: 90°, 90°, 45° e 135°.

5. Ambos estão certos, pois depende do lado não paralelo que escolherem para compor a figura.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

TRABALHO EM EQUIPE ▸ Página 129

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Página 131

1. **a)** As informações contidas no gráfico dizem respeito ao gasto com saúde pública por pessoa por ano em alguns países em 2019.

b) Dos países informados, Suíça e Estados Unidos investiram mais do que o Reino Unido em saúde pública por pessoa por ano em 2019.

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes analisem os dados apresentados pelo gráfico e percebam a diferença entre os gastos em saúde nos países latino-americanos em relação às outras nações apresentadas.

2. **a)** Regina poderá comprar qualquer aparelho de TV de 32 ou 49 polegadas, à vista ou a prazo, ou o de 55 polegadas à vista nas duas lojas.

b)
- Loja A: 10% de R$ 3 288,00

  $0{,}1 \cdot 3\,288 = 328{,}80$

  R$ 3 288,00 – R$ 328,80 = R$ 2 959,20
- Loja B: 12% de R$ 3 299,00:

  $0{,}12 \cdot 3\,299 = 395{,}88$

  R$ 3 299,00 – R$ 395,88 = R$ 2 903,12

Logo, Regina gastaria menos se comprasse o aparelho de TV na loja B.

c) Não, pois é no quadro que encontramos as opções de pagamento e os descontos oferecidos. Assim, é necessária a leitura do quadro e do gráfico, em conjunto, para decidir quais aparelhos de TV comprar e em qual loja.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Páginas 132 e 133

1. **a)** Sabendo que a medida do perímetro do quadrilátero é igual a 27 cm, vamos resolver a equação para descobrir o comprimento de cada lado do quadrilátero.

$(3x + 2) + (2x - 1) + (2x + 2) + (x + 8) = 27$

$8x + 11 = 27$

$8x = 16$

$x = 2$

Portanto:

$AB = 3x + 2 = 3 \cdot 2 + 2 = 6 + 2 = 8$; 8 cm

$BC = 2x - 1 = 2 \cdot 2 - 1 = 4 - 1 = 3$; 3 cm

$CD = 2x + 2 = 2 \cdot 2 + 2 = 4 + 2 = 6$; 6 cm

$DA = x + 8 = 2 + 8 = 10$; 10 cm

b) Sabendo que a medida do perímetro do quadrilátero é igual a 27 cm, vamos resolver a equação para descobrir o comprimento de cada lado do quadrilátero.

$3x + (5x - 1) + 4x + 2x = 27$

$14x - 1 = 27$

$14x = 28$

$x = 2$

Portanto:

$AB = 3x = 3 \cdot 2 = 6$; 6 cm

$BC = 5x - 1 = 5 \cdot 2 - 1 = 10 - 1 = 9$; 9 cm

$CD = 4x = 4 \cdot 2 = 8 = 8$; 8 cm

$DA = 2x = 2 \cdot 2 = 4$; 4 cm

2. **a)** Afirmação falsa, pois as diagonais de um losango são perpendiculares entre si.

b) Afirmação verdadeira, pois as diagonais de um quadrado estão contidas nas respectivas bissetrizes dos ângulos internos.

c) Afirmação verdadeira, pois as diagonais de um losango são perpendiculares entre si.

d) Afirmação falsa, pois as diagonais de um retângulo são congruentes.

e) Afirmação verdadeiras, pois as diagonais de um quadrado são congruentes.

alternativas **b**, **c** e **e**

3. **a)** Em um paralelogramo, um ângulo agudo e um ângulo obtuso são suplementares.

b) Dois ângulos adjacentes ao mesmo lado de um paralelogramo nem sempre são congruentes.

4. **a)** As diagonais de um paralelogramo dividem-no em 4 triângulos, congruentes dois a dois, opostos pelo vértice.

b) As diagonais de um losango dividem-no em 4 triângulos congruentes.

c) As diagonais de um retângulo dividem os ângulos internos em ângulos congruentes dois a dois.

d) Ao traçar a diagonal de um quadrado, obtemos 2 triângulos isósceles.

5. Nessa atividade, as afirmativas **I**, **II** e **III** são verdadeiras.

alternativa **e**

6. **a)** $(x + 2°) + (2x + 4°) + 90° = 180°$

$3x + 96° = 180°$

$3x = 84°$

$x = 28°$

b) $2x + 3° = 80°$

$2x = 77°$

$x = 38{,}5°$

c) $x + \frac{x}{2} + 90° = 180°$

$\frac{3x}{2} = 90°$

$3x = 180°$

$x = 60°$

d) $2x + 30° = x + 55°$

$x = 25°$

7. **a)** Como as diagonais de um losango são perpendiculares entre si, então $x = 90°$.

b)
- $\text{med}(\hat{K}) = 2 \cdot 25° = 50°$
- $\text{med}(\hat{L})$: pelo triângulo *KLM*, temos:

  $25° + 25° + \hat{L} = 180°$

  $50° + \hat{L} = 180°$

  $\hat{L} = 130°$
- $\text{med}(\hat{M}) = 2 \cdot 25 = 50°$
- $\text{med}(\hat{N}) = \text{med}(\hat{L}) = 130°$

8. De acordo com o enunciado, temos:

$x + (2x + 10°) + (3x - 32°) + (x - 10°) = 360°$

$7x - 32° = 360°$

$7x = 392°$

$x = 56°$

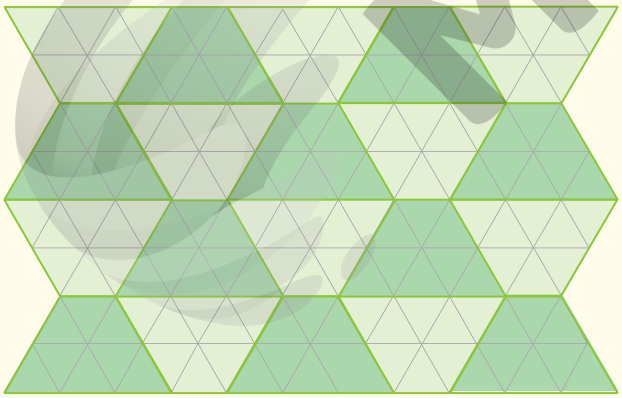
Logo:

- $x = 56°$
- $2x + 10° = 2 \cdot 56° + 10° = 112° + 10° = 122°$
- $3x - 32° = 3 \cdot 56° - 32° = 168° - 32° = 136°$
- $x - 10° = 56° - 10° = 46°$

9. O ângulo de medida x é externo ao $\triangle ABD$ isósceles. Logo, $x = y + y$ ou $y = \frac{x}{2}$.

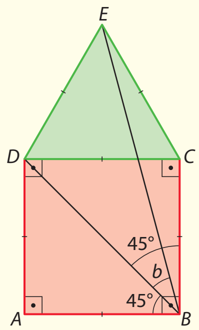
10. **a)** Sim, é possível cobrir toda a malha com o trapézio desenhado.

b)

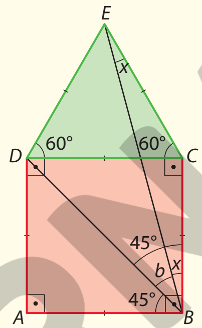


Haverá 20 trapézios no mosaico.

11. Vamos chamar o ângulo $D\hat{B}E$ de b. Como *ABCD* é um quadrado, então todos os lados têm medidas de comprimento iguais. Além disso, a abertura de todos os ângulos é igual a 90°. Como $\overline{DB}$ é diagonal do quadrado *ABCD*, então ela é bissetriz do ângulo *ABC*, ou seja, divide o ângulo $A\hat{B}C$ em dois ângulos de 45° (90° : 2 = 45°).



De acordo com o enunciado, o triângulo *CDE* é equilátero, ou seja, todos os lados têm medidas de comprimento iguais e todos os ângulos têm abertura medindo 60°.



Note que o triângulo *BCE* é isósceles e, portanto, os ângulos da base são congruentes. Como a soma da abertura dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, temos:

$x + 90° + 60° + x = 180°$

$2x + 150° = 180°$

$2x = 30°$

$x = 15°$

De acordo com a figura, temos que:

$x + b = 45°$

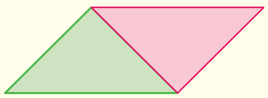
$15° + b = 45°$

$b = 30°$

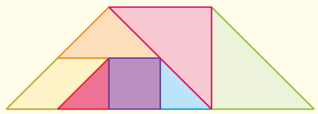
alternativa **d**

12. Todos os formatos apresentados podem recobrir uma área sem que sobrem espaços entre as peças ou sem que elas tenham de ser cortadas.

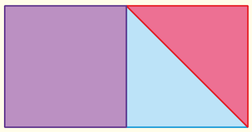
13. **a)**



c)



b)



14. Sendo $\triangle BCE$ equilátero, temos que cada ângulo interno mede 60°. Assim, para encontrar o valor do ângulo $A\hat{B}E$, fazemos:

$A\hat{B}E = 90° - 60° = 30°$

Como o triângulo *ABE* é isósceles e sabendo que a abertura do ângulo do vértice *B* é igual a 30°, a soma dos ângulos restantes mede:

$180° - 30° = 150°$

Logo:

$E = \frac{150°}{2} = 75°$

alternativa **d**

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

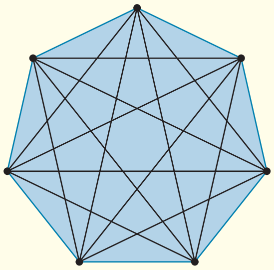
Capítulo 5

ATIVIDADES ▸ Página 136

1. As diagonais desse polígono são: $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{BD}$ e $\overline{CE}$.

2. Desenhando um heptágono e todas as suas diagonais:

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA



a) De cada vértice partem 4 diagonais.

b) O número de diagonais desse polígono é 14.

c) O número de diagonais a partir de um vértice de um polígono é dado pela relação $d = n - 3$. Para $d = 7$, temos:

$7 = n - 3$

$10 = n$

Portanto, o polígono do qual partem 7 diagonais de cada vértice é o decágono.

d) Seja $n = 10$. Pela fórmula, temos:

$$d = \frac{n \cdot (n-3)}{2} = \frac{10 \cdot (10-3)}{2} = \frac{10 \cdot 7}{2} = \frac{70}{2} = 35$$

Portanto, o polígono do item **c** tem 35 diagonais.

3. a) Indicando por n o número de lados e por d o número de diagonais, temos que $n = 2d$. Assim, podemos concluir que $d = \frac{n}{2}$. Logo:

$$d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

$$\frac{n}{2} = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

$n = n \cdot (n - 3)$

Como n representa o número de lados do polígono, então $n \neq 0$. Logo:

$n = n \cdot (n - 3)$

$1 = n - 3$

$n = 4$

Portanto, o polígono convexo em questão é um quadrilátero (4 lados).

b) Indicando por n o número de lados e por d o número de diagonais, temos que $n = d$. Assim:

$$d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

$$n = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

$2 = n - 3$

$n = 5$

Portanto, o polígono convexo cujo número de diagonais é igual ao número de lados é o pentágono.

ATIVIDADES ▸ Páginas 138 e 139

1. a) Para $n = 11$, temos:

$S_i = (n - 2) \cdot 180° = (11 - 2) \cdot 180° = 9 \cdot 180° = 1\,620°$

b) Para $n = 8$, temos:

$S_i = (n - 2) \cdot 180° = (8 - 2) \cdot 180° = 6 \cdot 180° = 1\,080°$

c) Para $n = 15$, temos:

$S_i = (n - 2) \cdot 180° = (15 - 2) \cdot 180° = 13 \cdot 180° = 2\,340°$

d) Para $n = 20$, temos:

$S_i = (n - 2) \cdot 180° = (20 - 2) \cdot 180° = 18 \cdot 180° = 3\,240°$

2. a) Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°, considerando x a medida de abertura do terceiro ângulo, temos:

$x + 35° + 40° = 180°$

$x + 75° = 180°$

$x = 105°$

Logo, a medida de abertura do terceiro ângulo do triângulo é 105°.

b) Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°, considerando x a medida de abertura do terceiro ângulo, temos:

$x + 27° + 75° = 180°$

$x + 102° = 180°$

$x = 78°$

Logo, a medida de abertura do terceiro ângulo é 78°.

3. Considerando a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo como 180°, temos:

$a + 60° + 90° = 180°$

$a + 150° = 180°$

$a = 30°$

Mas:

$a + b = 180°$

$30° + b = 180°$

$b = 150°$

Portanto, $a = 30°$ e $b = 150°$.

4. a) Como a figura é um quadrilátero, vamos substituir n por 4 em $S_i = (n - 2) \cdot 180°$.

$S_i = (4 - 2) \cdot 180° = 2 \cdot 180° = 360°$

Assim:

$2x + 3x + x + 3x = 360°$

$9x = 360°$

$x = 40°$

b) Como a figura é um heptágono, vamos substituir n por 7 em $S_i = (n - 2) \cdot 180°$.

$S_i = (7 - 2) \cdot 180° = 5 \cdot 180° = 900°$

Assim:

$110° + 175° + 100° + 120° + 2x + (x + 20°) + 2x = 900°$

$5x + 525° = 900°$

$5x = 375°$

$x = 75°$

5. Como a figura é um heptágono, vamos substituir n por 7 em $S_i = (n - 2) \cdot 180°$.

$S_i = (7 - 2) \cdot 180° = 5 \cdot 180° = 900°$

Assim:

$(4x + 8°) + (3x + 56°) + (5x - 25°) + (4x + 14°) + (2x + 63°) +$
$+ (3x + 46°) + (6x - 18°) = 900°$

$27x + 144° = 900°$

$27x = 756°$

$x = 28°$

Assim, as medidas de abertura dos ângulos internos são dadas por:

$\text{med}(\hat{A}) = 4x + 8° = 4 \cdot 28° + 8° = 120°$

$\text{med}(\hat{B}) = 3x + 56° = 3 \cdot 28° + 56° = 140°$

$\text{med}(\hat{C}) = 5x - 25° = 5 \cdot 28° - 25° = 115°$

$\text{med}(\hat{D}) = 4x + 14° = 4 \cdot 28° + 14° = 126°$

$\text{med}(\hat{E}) = 2x + 63° = 2 \cdot 28° + 63° = 119°$

$\text{med}(\hat{F}) = 3x + 46° = 3 \cdot 28° + 46° = 130°$
$\text{med}(\hat{G}) = 6x - 18° = 6 \cdot 28° - 18° = 150°$

6. Seja $S_i = (n - 2) \cdot 180°$. Logo, $n = \dfrac{S_i}{180°} + 2$.

a) Para $S_i = 540°$, temos:

$n = \dfrac{S_i}{180°} + 2 = \dfrac{540°}{180°} + 2 = 3 + 2 = 5$

Portanto, o polígono tem 5 lados.

b) Para $S_i = 1\,800°$, temos:

$n = \dfrac{S_i}{180°} + 2 = \dfrac{1\,800°}{180°} + 2 = 10 + 2 = 12$

Portanto, o polígono tem 12 lados.

c) Para $S_i = 1\,620°$, temos:

$n = \dfrac{S_i}{180°} + 2 = \dfrac{1\,620°}{180°} + 2 = 9 + 2 = 11$

Portanto, o polígono tem 11 lados.

d) Para $S_i = 1\,440°$, temos:

$n = \dfrac{S_i}{180°} + 2 = \dfrac{1\,440°}{180°} + 2 = 8 + 2 = 10$

Portanto, o polígono tem 10 lados.

7. a) Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos desse polígono é 1 080°, temos:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$
$1\,080° = (n - 2) \cdot 180°$
$n - 2 = 6$
$n = 8$

Logo, o polígono tem 8 lados, ou seja, é um octógono.
O número de diagonais de um octógono é dado por:

$d = \dfrac{n \cdot (n-3)}{2} = \dfrac{8 \cdot (8-3)}{2} = \dfrac{8 \cdot 5}{2} = \dfrac{40}{2} = 20$

Portanto, o octógono tem 20 diagonais.

b) Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos do polígono é 1 620°, temos:

$S_i = (n - 2) \cdot 180°$
$1\,620° = (n - 2) \cdot 180°$
$n - 2 = 9$
$n = 11$

Logo, o polígono tem 11 lados.
O número de diagonais desse polígono é dado por:

$d = \dfrac{n \cdot (n-3)}{2} = \dfrac{11 \cdot (11-3)}{2} = \dfrac{11 \cdot 8}{2} = \dfrac{88}{2} = 44$

Portanto, o polígono tem 44 diagonais.

8. Como a figura é um pentágono, vamos substituir n por 5 em $S_i = (n - 2) \cdot 180°$.

$S_i = (5 - 2) \cdot 180° = 3 \cdot 180° = 540°$

Assim:

$x + x + x + (x + 25°) + (x + 25°) = 540°$
$5x + 50° = 540°$
$5x = 490°$
$x = 98°$

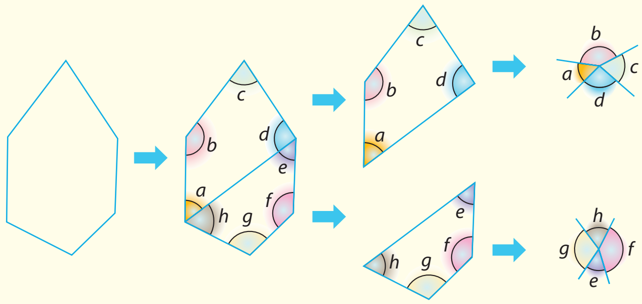
O ângulo de medida de abertura y é suplementar a um ângulo de medida de abertura x, e um dos ângulos de medida de abertura $(x + 25°)$ é suplementar ao ângulo de medida de abertura z. Como $x = 98°$, temos:

$x + y = 180°$
$98° + y = 180°$
$y = 82°$

$(x + 25°) + z = 180°$
$(98° + 25°) + z = 180°$
$123° + z = 180°$
$z = 57°$

Logo, $x = 98°$, $y = 82°$ e $z = 57°$.

9. De acordo com o enunciado da atividade, espera-se que os estudantes façam um esquema parecido com o apresentado a seguir.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com o esquema acima, temos:

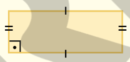
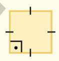
$a + b + c + d = 360°$
$e + f + g + h = 360°$

Portanto:

$(a + b + c + d) + (e + f + g + h) = 360° + 360° = 720°$

- Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que há diferentes possibilidades, desde que estejam dentro das condições do enunciado.

10. a) Exemplos de resposta:

 ou 

b) Todos os outros ângulos internos desse paralelogramo medem 90°de abertura.

ATIVIDADES ▸ Página 141

1. A medida de abertura de cada ângulo externo de um hexágono regular é dada por:
$360° : 6 = 60°$

2. a) Espera-se que os estudantes respondam que Eduardo esqueceu de adicionar a medida de abertura do ângulo interno do outro quadrado.

$120° + 90° + 60° + 90° = 360°$

Portanto, a soma das medidas de abertura de todos os ângulos formados com vértice em A é 360°.

b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que todos os ângulos de vértice A formam uma volta completa. Assim, a soma dessas medidas é 360°.

3. a) Indicando por n o número de lados dos polígonos esquematizados e por a a medida de abertura de cada ângulo interno, temos:

$a = \dfrac{(n-2) \cdot 180°}{n}$
$an = (n - 2) \cdot 180°$
$an = 180° \cdot n - 360°$
$180° \cdot n - an = 360°$
$n \cdot (180° - a) = 360°$
$n = \dfrac{360°}{180° - a}$

Assim:

$\boxed{\text{I}}\ n = \dfrac{360°}{180° - a} = \dfrac{360°}{180° - 140°} = \dfrac{360°}{40°} = 9$

$\boxed{\text{II}}\ n = \dfrac{360°}{180° - a} = \dfrac{360°}{180° - 150°} = \dfrac{360°}{30°} = 12$

Logo, o polígono **I** tem 9 lados e o polígono **II**, 12 lados.

b) A soma das medidas de abertura dos ângulos internos desses polígonos é dada por:

I $9 \cdot 140° = 1\,260°$

II $12 \cdot 150° = 1\,800°$

Logo, a soma das medidas de abertura dos ângulos internos do polígono **I** é $1\,260°$ e do polígono **II**, $1\,800°$.

4. Como o polígono é um eneágono regular, vamos substituir n por 9 em $a = \frac{(n-2) \cdot 180°}{n}$ e efetuar os cálculos.

$a = \frac{(9-2) \cdot 180°}{9} = \frac{7 \cdot 180°}{9} = \frac{1\,260°}{9} = 140°$

Como os ângulos de medidas de abertura a e b são suplementares, temos:

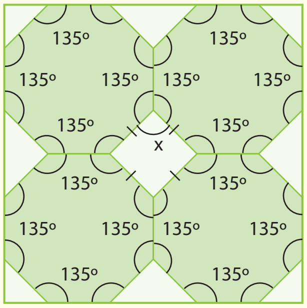
$a + b = 180°$

$140° + b = 180°$

$b = 40°$

Logo, $a = 140°$ e $b = 40°$.

5. Como um octógono regular possui todos os lados congruentes e ângulos internos medindo 135°de abertura, temos:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Observando as medidas de abertura dos ângulos indicadas no esquema acima, temos:

$x + 135° + 135° = 360°$

$x + 270° = 360°$

$x = 90°$

Logo, o polígono que poderá ser usado para completar o mosaico tem seus ângulos internos medindo 90°de abertura, ou seja, é um quadrado.

6. **a)** Indicando por b a medida de abertura do ângulo externo, temos que a medida de abertura ângulo interno medirá $3b$. Como os ângulos interno e externo de um polígono são suplementares, temos:

$b + 3b = 180°$

$4b = 180°$

$b = 45°$

Então, $3b = 3 \cdot 45° = 135°$.

Para descobrir o número de lados desse polígono, vamos substituir a por 135° em $a = \frac{(n-2) \cdot 180°}{n}$ e efetuar os cálculos.

$135° = \frac{(n-2) \cdot 180°}{n}$

$135° \cdot n = 180° \cdot n - 360°$

$45° \cdot n = 360°$

$n = 8$

Logo, esse polígono tem 8 lados, ou seja, é um octógono.

b) O número de diagonais a partir de um vértice de um polígono é dado pela relação $d = n - 3$. Para $d = 6$, temos:

$6 = n - 3$

$n = 9$

Portanto, o polígono tem 9 lados. Para saber a medida de abertura de cada ângulo interno desse polígono, vamos substituir n por 9 em $a = \frac{(n-2) \cdot 180°}{n}$ e efetuar os cálculos.

$a = \frac{(n-2) \cdot 180°}{n} = \frac{(9-2) \cdot 180°}{9} = \frac{7 \cdot 180°}{9} = \frac{1\,260°}{9} = 140°$

Logo, a medida de abertura de cada ângulo interno desse polígono é 140°.

7. **a)** Para pavimentar uma superfície plana sem que haja buracos ou sobreposições, Luciano poderá escolher o triângulo, o quadrado e o hexágono.

b) O polígono regular com maior número de lados que Luciano pode escolher é o hexágono.

ATIVIDADES

▶ Página 146

1. Essa atividade envolve a identificação de elementos de um polígono inscrito em uma circunferência. Acompanhe a resolução para verificar quais dúvidas os estudantes ainda podem ter quanto a esses elementos. Se necessário, procure mais exemplos para tirar as dúvidas que eles ainda tiverem.

a) O raio da circunferência é $\overline{OB}$.

b) O ângulo central é $B\hat{O}C$.

c) Exemplo de resposta: O ângulo interno é $B\hat{C}D$.

d) O apótema é $\overline{OM}$.

2. Para calcular a medida de abertura do ângulo central de um polígono regular de n lados, basta dividir 360° por n. Assim, temos:

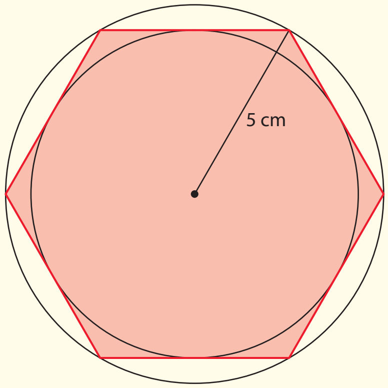
a) ângulo central do quadrado: $\frac{360°}{4} = 90°$

b) ângulo central do hexágono: $\frac{360°}{6} = 60°$

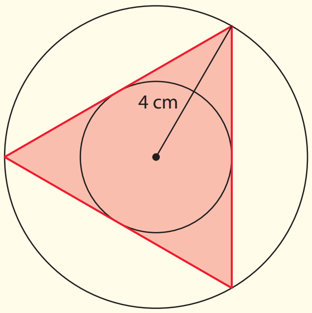
c) ângulo central do heptágono: $\frac{360°}{7} \simeq 51°$

d) ângulo central do dodecágono: $\frac{360°}{12} = 30°$

3. **a)** Exemplo de resposta: Cada ponto encontrado na divisão da circunferência é um vértice do hexágono. Então, traçamos os segmentos de reta com extremidades em dois pontos consecutivos. O hexágono assim construído terá lados medindo ℓ. Desse modo $\ell = 5$ cm.



b) Exemplo de resposta:



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

4. Exemplo de correção: Dado um polígono regular qualquer, o centro da circunferência inscrita nesse polígono coincide com o centro da circunferência circunscrita a ele.

5. a) Exemplo de resposta:

1º) Trace uma circunferência de medida de raio qualquer.

2º) Trace um diâmetro qualquer $\overline{AB}$.

3º) Com a ponta seca do compasso em A e abertura maior que a metade da medida do diâmetro AB trace dois arcos.

4º) Com a mesma abertura do compasso e, com a ponta seca em B, trace dois arcos.

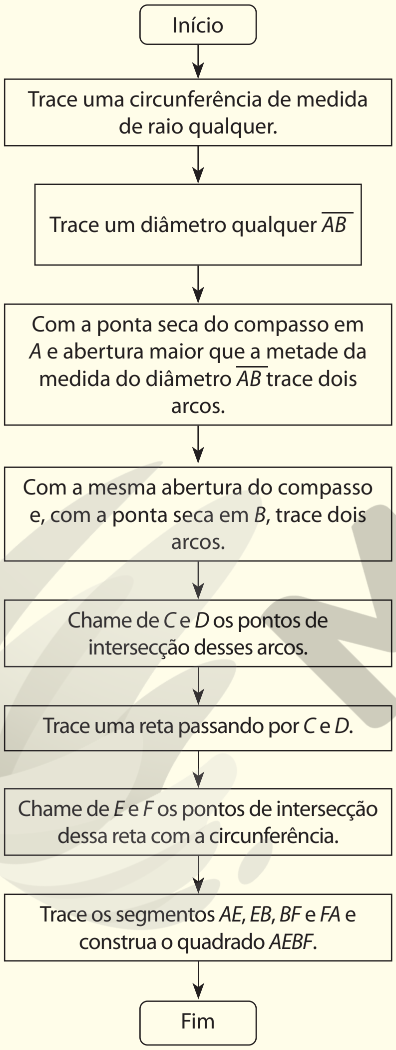
5º) Chame de C e D os pontos de intersecção desses arcos.

6º) Trace uma reta passando por C e D.

7º) Chame de E e F os pontos de intersecção dessa reta com a circunferência.

8º) Trace os segmentos $\overline{AE}$, $\overline{EB}$, $\overline{BF}$ e $\overline{FA}$, que são os lados do quadrado $AEBF$.

b)



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

6. a) Diminuirá. Quanto maior for o número de lados do polígono, por mais partes dividimos 360° e, por isso, a medida de abertura de cada parte (ângulo central) diminui.

b) A medida de abertura do ângulo central de um polígono regular de n lados é dada por $\frac{360°}{n}$.

7. As propostas das atividades investigativas exigem que os estudantes descrevam procedimentos, façam comparações e testem possibilidades. Dessa maneira, além de conhecer conceitos e propriedades geométricas, eles terão oportunidades de colocá-los em prática e tirar conclusões.

a) A medida de comprimento do apótema aumentará.

b) A medida de comprimento do apótema aproxima-se de r.

COMPREENDER UM TEXTO ▶ Páginas 147 e 148

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▶ Páginas 150, 151 e 152

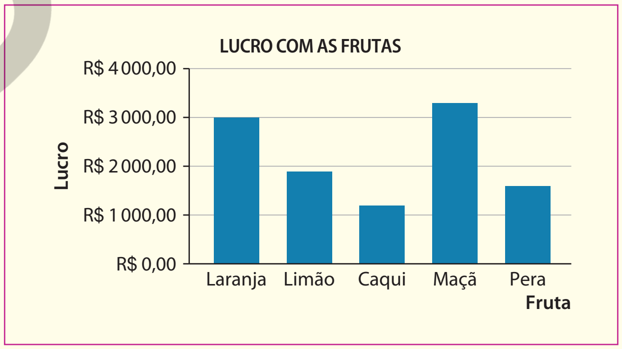
1. a) Resposta pessoal. Peça aos estudantes que compartilhem suas opiniões sobre qual gráfico fornece informações de forma mais clara. Espera-se que alguns justifiquem que no gráfico de setores é possível saber exatamente a porcentagem dos problemas que fazem os carros parar e que no gráfico de barras isso não é possível. É interessante discutir se o uso inadequado de um gráfico pode acarretar na interpretação equivocada de uma informação ou na dificuldade de entendê-lo.

b) De acordo com as informações, a maioria dos carros para por falha mecânica.

2. a) Como os dados são referentes ao total da frota de automóveis do estado de Santa Catarina no período de 2014 a 2021, espera-se que os estudantes percebam que o gráfico de linha ou o gráfico de barras são os mais adequados.

b) Que o número de automóveis de um ano sempre foi maior que o do ano anterior.

3. a) Exemplo de resposta:



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos por Antônio em outubro de 2023.

b) Não. Espera-se que os estudantes percebam que o gráfico de linhas é usado para comparar a mesma informação no decorrer do tempo.

c) Na próxima produção, Antônio deverá investir mais em maçã.

4. a) O consumo de água é maior no setor da agricultura.

b) O consumo de água representa quase a metade do consumo total no setor da agricultura.

c) Espera-se que os estudantes percebam que seria mais fácil visualizar onde o consumo de água representa quase a metade de todo o consumo pelo gráfico de setores.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA ▶ Páginas 153 e 154

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▶ Páginas 155 e 156

1. Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°, então:

- Triângulo *ABC*:
  $30° + 45° + x = 180°$
  $75° + x = 180°$
  $x = 180° - 75°$
  $x = 105°$
- Triângulo *DEF*:
  $22{,}5° + 75° + y = 180°$
  $97{,}5° + y = 180°$
  $y = 180° - 97{,}5°$
  $y = 82{,}5°$
- Triângulo *GHI*:
  $z + 23{,}5° + 13{,}7° = 180°$
  $z + 37{,}2° = 180°$
  $z = 180° - 37{,}2°$
  $z = 142{,}8°$

Portanto:

Triângulo	Medidas de abertura dos ângulos internos		
ABC	30°	45°	105°
DEF	22,5°	75°	82,5°
GHI	142,8°	23,5°	13,7°

2. De acordo com as informações da atividade, temos:
$S_i = (n - 2) \cdot 180° = (6 - 2) \cdot 180° = 4 \cdot 180° = 720°$
Então:
$90° + 90° + 5x + 4x + 4x + 5x = 720°$
$180° + 18x = 720°$
$18x = 540°$
$x = 30°$
Assim:

- $5x = 5 \cdot 30° = 150°$
- $4x = 4 \cdot 30° = 120°$

Portanto, $med(\widehat{A}) = 90°$; $med(\widehat{B}) = 150°$; $med(\widehat{C}) = 120°$; $med(\widehat{D}) = 120°$; $med(\widehat{E}) = 150°$; $med(\widehat{F}) = 90°$

3. O polígono regular que pode ser associado à superfície da tampa da caixa é o octógono. Logo:
$S_i = (n - 2) \cdot 180° = (8 - 2) \cdot 180° = 6 \cdot 180° = 1\,080°$
Como a caixa de *pizza* tem a forma de um octógono, temos:
$\frac{1\,080°}{8} = 135°$
Portanto, a medida de abertura de cada ângulo interno é 135°.
alternativa **d**

4. Como $n = 13$, temos:
$$d = x = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{13 \cdot (13-3)}{2} = \frac{13 \cdot 10}{2} = \frac{130}{2} = 65$$
alternativa **c**

5. As estradas que devem ser construídas correspondem às diagonais do hexágono. Logo:
$$d = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{6 \cdot (6-3)}{2} = \frac{6 \cdot 3}{2} = \frac{18}{2} = 9$$
Serão necessárias 9 estradas representadas pelas diagonais do hexágono, mais as estradas que compõem os lados desse polígono. Assim, $9 + 6 = 15$.
Portanto, devem ser construídas 15 estradas.

6. **a)** Em um triângulo equilátero, temos os três ângulos de mesma medida de abertura. Assim:
$\frac{180°}{3} = 60°$
Portanto, a medida de abertura do ângulo interno de um triângulo equilátero é 60°.

b) $S_i = (n - 2) \cdot 180° = (13 - 2) \cdot 180° = 11 \cdot 180° = 1\,980°$
Portanto, a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono de 13 lados é 1 980°.

c) A soma das medidas de abertura dos ângulos externos de qualquer polígono convexo é igual a 360°. Assim:
$\frac{360°}{10} = 36°$
Portanto, a medida de abertura dos ângulos externos de um decágono regular é 36°.

d) Calculando a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono de 12 lados, temos:
$S_i = (n - 2) \cdot 180° = (12 - 2) \cdot 180° = 10 \cdot 180° = 1\,800°$
Sendo 1 800° a soma das medidas de abertura dos ângulos internos do polígono de 12 lados, vamos calcular a medida de abertura de cada ângulo:
$\frac{1\,800°}{12} = 150°$
Se cada ângulo interno mede 150° de abertura, então cada ângulo externo mede 30° de abertura, pois $180° - 150° = 30°$. Como o polígono tem 12 ângulos externos, então:
$12 \cdot 30° = 360°$
Portanto, a soma das medidas de abertura dos ângulos externos de um polígono regular de 12 lados é 360°.

7. **a)** $\frac{360°}{18} = 20$
Portanto, esse polígono tem 20 lados.

b) Se a medida de abertura do ângulo externo é 18°, para encontrarmos a medida de abertura do ângulo interno calculamos $180° - 18° = 162°$. Como esse polígono tem 20 lados, então:
$20 \cdot 162° = 3\,240°$
Portanto, a soma das medidas de abertura dos ângulos internos desse polígono é 3 240°.

8. De acordo com a figura, temos:
$med(B\widehat{C}D) + 45° + 95° = 180°$
$med(B\widehat{C}D) + 140° = 180°$
$med(B\widehat{C}D) = 40°$
Para calcular a medida de abertura do ângulo $\widehat{C}$, fazemos:
$\widehat{C} + med(B\widehat{C}D) = 180°$
$\widehat{C} + 40° = 180°$
$\widehat{C} = 140°$

9. $15° = \frac{360°}{n}$
$15°n = 360°$
$n = 24$
Portanto, o polígono tem 24 lados.

10. Calculando a medida de abertura dos ângulos internos do pentágono, temos:
$S_i = (n - 2) \cdot 180° = (5 - 2) \cdot 180° = 3 \cdot 180° = 540°$

Assim, cada abertura de ângulo mede:

$\frac{540°}{5} = 108°$

Logo, cada medida de abertura do ângulo interno do pentágono é 108°.

Desse modo:

- $a + 108° = 180°$
  $a = 72°$
- $b + 108° = 180°$
  $b = 72°$
- $c + 72° + 72° = 180°$
  $c + 144° = 180°$
  $c = 36°$

11. Em um hexágono regular inscrito na circunferência, temos $\ell = r$. Como o diâmetro é igual a $2r$, temos:

$4 = 2 \cdot r$

$r = 2$

Como $r = \ell$, então o lado do hexágono mede 2 m de comprimento. Para cercar o canteiro, devemos cobrir os 6 lados do hexágono. Assim:

$6 \cdot 2$ m $= 12$ m

Portanto, Jonas precisará de 12 m de cerca.

12. **a)** Falsa, pois apenas os polígonos regulares podem ser inscritos em uma circunferência.

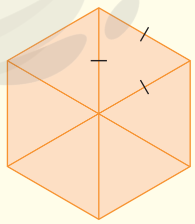
b) Verdadeira.

c) Falsa, pois podemos decompor qualquer polígono regular em triângulos isósceles.

d) Falsa, pois o apótema é o segmento que tem como extremidades o centro da circunferência e em um lado do polígono regular tal que o mesmo seja perpendicular a esse lado.

13. Espera-se que os estudantes percebam que cada uma das aberturas dos ângulos internos de um pentágono regular mede 108° (540° : 5 = 108°). Por isso, não é possível utilizar só pentágonos para formar um ângulo com abertura de medida 360° (108 não é divisor de 360).

14. Observando a figura e sabendo que todos os polígonos são regulares, constatamos que, como o lado do triângulo mede 3 cm, de comprimento, então o lado do quadrado também mede 3 cm de comprimento e, consequentemente, o lado do hexágono também mede 3 cm de comprimento. Traçando as diagonais desse hexágono, temos 6 triângulos equiláteros. Observe a figura:



Como o lado do triângulo mede 3 cm de comprimento e a medida de comprimento da diagonal é o dobro da medida de comprimento do lado do triângulo, temos: $d = 2 \cdot 3$ cm $=$
$= 6$ cm

Logo, a diagonal em destaque mede 6 cm de comprimento.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

15. A soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um pentágono é dada por:

$S_i = (n - 2) \cdot 180° = (5 - 2) \cdot 180° = 3 \cdot 180° = 540°$

A medida de abertura de cada ângulo interno é 108°, pois 540° : 5 = 108°. Como $\alpha = \frac{1}{3}$ da medida de abertura do ângulo A, temos:

$\alpha = \frac{108°}{3} = 36°$

alternativa **c**

PARA FINALIZAR ▶ Páginas 157 e 158

Resoluções e comentários em *Orientações*.

Unidade 3

Capítulo 6

ATIVIDADES ▶ Página 162

1. **a)** A área da superfície desse mosaico mede 66 .

b) $66 \cdot 100 = 6\,600$

A área de todo o mosaico mede 6 600 cm².

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

2. **a)** Sim, as figuras são equivalentes, pois têm a mesma medida de área.

b) A figura da esquerda mede 16 cm² de área e a figura da direita, 16 cm².

3. Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes percebam que, como a maioria dos quartos possui pisos retangulares, para descobrir a quantidade de metros quadrados de carpete é só multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura.

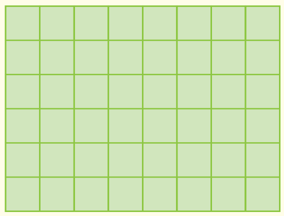
4. **a)** Sim, as figuras são equivalentes.

b) Sim, as figuras são equivalentes, pois ambas têm a mesma medida de área.

5. **a)** $48 \cdot 0{,}25 = 12$

A área dessa sala mede 12 m².

b) Exemplo de resposta:



ATIVIDADES ▶ Páginas 164 e 165

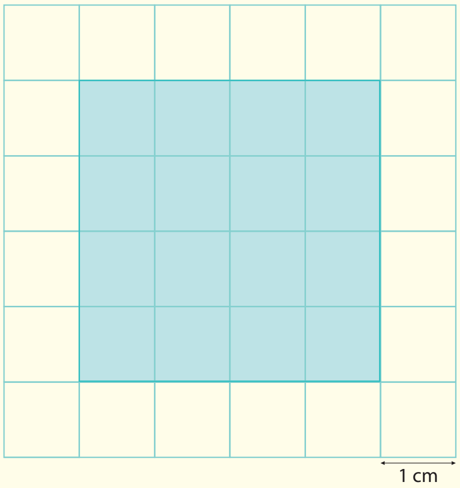
1. **a)** A medida da área de cada quadrado menor é igual a 4 cm². Então, como o quadrado maior é composto de 4 quadrados menores, temos que a área do quadrado 1 mede 16 cm², pois $4 \cdot 4 = 16$.

b) A medida da área do quadrado 2 é igual a 16 cm², pois é a mesma do quadrado 1. Vamos dividir a medida da área do quadrado 2 por 64, pois ele é composto de 64 quadradinhos.

16 : 64 = 0,25

Logo, a medida da área de cada quadradinho deve ser igual a 0,25 cm².

c)



2. **a)** Para calcular a medida da área do trapézio, fazemos:

$$A = \frac{(3+2)\cdot 1{,}1}{2} = \frac{5\cdot 1{,}1}{2} = \frac{5{,}5}{2} = 2{,}75$$

Portanto, a medida da área aproximada do trapézio é $2{,}75\ cm^2$.

b) Para calcular a medida da área do retângulo, fazemos:

$2 \cdot 2{,}5 = 5$

Portanto, a medida da área aproximada do retângulo é $5\ cm^2$.

c) Para calcular a medida da área do losango, fazemos:

$$A = \frac{1{,}9\cdot 1{,}8}{2} = \frac{3{,}42}{2} = 1{,}71$$

Portanto, a medida da área aproximada do losango é $1{,}71\ cm^2$.

d) Para calcular a medida da área do quadrado, fazemos:

$2{,}5 \cdot 2{,}5 = 6{,}25$

Portanto, a medida da área aproximada do quadrado é $6{,}25\ cm^2$.

e) Para calcular a medida da área do triângulo, fazemos:

$$A = \frac{2{,}8\cdot 2{,}2}{2} = \frac{6{,}16}{2} = 3{,}08$$

Portanto, a medida da área aproximada do triângulo é $3{,}08\ cm^2$.

f) Para calcular a medida da área do paralelogramo, fazemos:

$2{,}9 \cdot 2 = 5{,}8$

Portanto, a medida da área aproximada do paralelogramo é $5{,}8\ cm^2$.

3. A medida da área de cada quadradinho é igual a $2{,}25\ cm^2$, pois $1{,}5 \cdot 1{,}5 = 2{,}25$. Observando as figuras, percebemos que dois triângulos formam um quadradinho inteiro.

a) A figura deste item é formada por 18 quadradinhos. Logo:

$18 \cdot 2{,}25 = 40{,}5$

Portanto, a medida da área da figura é $40{,}5\ cm^2$.

b) A figura deste item é formada por 10 quadradinhos. Logo:

$10 \cdot 2{,}25 = 22{,}5$

Portanto, a medida da área da figura é $22{,}5\ cm^2$.

4. Como o campo de futebol tem o formato retangular, temos:

$A = 102 \cdot 68 = 6\,936$

Logo, serão necessários $6\,936\ m^2$ de grama para cobrir o campo.

5. A área de cada quadradinho do painel mede $1\ m^2$. Então, para determinar a medida da área de cada polígono, podemos contar quantos quadradinhos formam cada um. Em seguida, para calcular quantos litros de cada cor o pintor usará, podemos multiplicar a medida da área de cada figura por 0,2.

- O desenho azul é formado por 7 quadradinhos. Logo: $0{,}2 \cdot 7 = 1{,}4$; 1,4 L
- O desenho rosa é formado por 9 quadradinhos. Logo: $0{,}2 \cdot 9 = 1{,}8$; 1,8 L
- O desenho verde é formado por 5 quadradinhos. Logo: $0{,}2 \cdot 5 = 1$; 1 L
- O desenho laranja é formado por 4 quadradinhos. Logo: $0{,}2 \cdot 4 = 0{,}8$; 0,8 L
- O desenho roxo é formado por 9 quadradinhos. Logo: $0{,}2 \cdot 9 = 1{,}8$; 1,8 L

Portanto, a quantidade necessária de tinta de cada cor será: azul: 1,4 litro; rosa: 1,8 litro; verde: 1 litro; laranja: 0,8 litro; roxo: 1,8 litro.

6. Calculando a medida da área total da parede e a medida da área pintada, temos:

- medida da área total da parede: $14 \cdot 4 = 56$; $56\ m^2$
- medida da área pintada: $\frac{(10+6)\cdot 3{,}5}{2} = \frac{16\cdot 3{,}5}{2} = \frac{56}{2} = 28$; $28\ m^2$

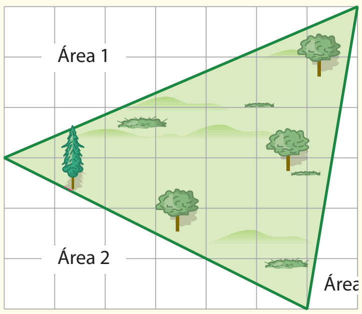
Para determinar a medida da área da parede que permaneceu sem pintura, fazemos:

$56 - 28 = 28$; $28\ m^2$

Portanto, $28\ m^2$ dessa parede permaneceram sem pintura.

7. Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Em uma cartolina vermelha em formato de um losango, de diagonais com medidas 56 cm e 32 cm, foi colada uma folha de papel amarelo em formato de triângulo, cuja base mede 24 cm e a altura, 15 cm. Depois da colagem, qual será a medida da área em vermelho visível nessa cartolina?

8. Para calcular a medida da área da praça, podemos calcular a medida da área total do quadriculado e retirar a medida da área dos três triângulos retângulos que estão em volta.



Área 1: $A = \frac{7\cdot 3}{2} = \frac{21}{2} = 10{,}5$; $10{,}5\ m^2$

Área 2: $A = \frac{6\cdot 3}{2} = \frac{18}{2} = 9$; $9\ m^2$

Área 3: $A = \frac{1\cdot 6}{2} = \frac{6}{2} = 3$; $3\ m^2$

Área 1 + Área 2 + Área 3: $10{,}5 + 9 + 3 = 22{,}5$; $22{,}5\ m^2$

A medida da área total do projeto é igual a $42\ m^2$, pois $6 \cdot 7 = 42$. Logo, a medida da área da praça é dada por $42 - 22{,}5 = 19{,}5$, ou seja, $19{,}5\ m^2$.

Se cada quadradinho representa $2\ m^2$, então $2 \cdot 19{,}5 = 39$, ou seja, $39\ m^2$.

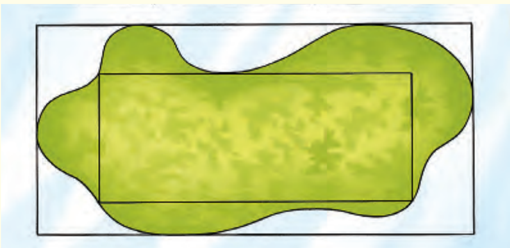
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES ▸ Página 167

1. **A**: aproximadamente 21 cm^2
B: aproximadamente 20 cm^2
C: aproximadamente 18 cm^2

2. **a)** De acordo com as informações da atividade, temos:

ADOLAR/ARQUIVO DA EDITORA



- medida da área do retângulo maior: $5{,}7 \cdot 2{,}7 = 15{,}39$; 15,39 m^2
- medida da área do retângulo menor: $4{,}1 \cdot 1{,}7 = 6{,}97$; 6,97 m^2

Adicionando as medidas das áreas e determinando a média, temos:

$$\frac{(15{,}39 + 6{,}97)}{2} = \frac{22{,}36}{2} = 11{,}18$$

Assim, a medida da área aproximada é 11,18 cm^2.

Como 1 cm na folha equivale a 100 m na realidade, temos que:

1 cm^2 na folha equivale a $100 \cdot 100 = 10\,000$, ou seja, 10 000 m^2 na realidade. Assim:

$11{,}18 \cdot 10\,000 = 111\,800$

Então, 11,18 cm^2 na folha equivalem a 111 800 m^2 na realidade.

Portanto, a medida da área do terreno é aproximadamente 111 800 m^2.

b) Resposta pessoal. Exemplo de resposta: A estratégia de Fernanda é mais fácil de ser utilizada.

c) Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Apesar de a estratégia de Fernanda ser a mais fácil para o cálculo, a estratégia de Lucas é a mais precisa.

3. **a)** Resposta pessoal. Exemplo de resposta: A estratégia utilizada por Fernanda, dos dois retângulos.

b) Respostas pessoais. Exemplo de resposta: Não, pois a resposta depende da precisão da construção dos retângulos, mas são valores próximos.

c) Resposta pessoal. Segundo o IBGE (2018), a medida da área do estado do Paraná é de 199 307,939 km^2.

ATIVIDADES ▸ Páginas 170 e 171

1. **a)** $A = \pi r^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$

Logo, a medida da área é igual a 9π.

b) $A = \pi r^2 = \pi \cdot \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 = \pi \cdot \frac{4}{\pi^2} = \frac{4}{\pi}$

Logo, a medida da área é igual a $\frac{4}{\pi}$.

c) $A = \frac{a \cdot \pi \cdot r^2}{360°} = \frac{90° \cdot \pi \cdot 2^2}{360°} = \frac{90° \cdot \pi \cdot 4}{360°} = \frac{360° \cdot \pi}{360°} = \pi$

Logo, a medida da área do setor circular é igual a π.

d) $A = A_R - A_r = \pi \cdot 7^2 - \pi \cdot 5^2 = 49\pi - 25\pi = 24\pi$

Logo, a medida da área da coroa circular é igual a 24π.

2. **a)** $A = \pi r^2$

$314 = 3{,}14 \cdot r^2$

$r^2 = \frac{314}{3{,}14}$

$r^2 = 100$

$r = \sqrt{100}$

$r = 10$

Logo, a medida do comprimento do raio é igual a 10 cm.

b) $A = \pi r^2$

$78{,}5 = 3{,}14 \cdot r^2$

$r^2 = \frac{78{,}5}{3{,}14}$

$r^2 = 25$

$r = \sqrt{25}$

$r = 5$

Logo, a medida do comprimento do raio é igual a 5 cm.

c) $A = \pi r^2$

$150{,}72 = 3{,}14 \cdot r^2$

$r^2 = \frac{150{,}72}{3{,}14}$

$r^2 = 48$

$r = \sqrt{48}$

$r = \sqrt{16 \cdot 3}$

$r = 4\sqrt{3}$

Logo, a medida do comprimento do raio é igual a $4\sqrt{3}$ cm.

d) $A = \pi r^2$

$28{,}26 = 3{,}14 \cdot r^2$

$r^2 = \frac{28{,}26}{3{,}14}$

$r^2 = 9$

$r = \sqrt{9}$

$r = 3$

Logo, a medida do comprimento do raio é igual a 3 cm.

3. **a)** Vamos considerar A_q como sendo a medida de área do quadrado e A_c como sendo a medida de área do círculo. Então, a medida da área da parte verde pode ser calculada por:

$$A = \frac{A_q}{2} + \frac{A_c}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2} + \frac{\pi \cdot 1{,}5^2}{2} = \frac{9}{2} + \frac{2{,}25\pi}{2} = 4{,}5 + 1{,}125\pi$$

Logo, a medida da área da parte verde é igual a $(4{,}5 + 1{,}125\pi)$ cm^2.

b) Indicando as medidas dos ângulos dos dois setores circulares por a_1 e a_2, a medida da área da parte verde pode ser calculada por:

$$A = \frac{a_1 \cdot \pi \cdot r^2}{360°} + \frac{a_2 \cdot \pi \cdot r^2}{360°} = \frac{90° \cdot \pi \cdot 2^2}{360°} + \frac{45° \cdot \pi \cdot 2^2}{360°} =$$

$$= \frac{360° \cdot \pi}{360°} + \frac{180° \cdot \pi}{360°} = \frac{540° \cdot \pi}{360°} = \frac{3\pi}{2}$$

Logo, a medida da área da parte verde é igual a $\frac{3\pi}{2}$ cm^2.

4. A medida da área de cada *pizza* é dada por $A = \pi r^2$. Sabemos que a medida de comprimento do diâmetro é o dobro da medida de comprimento do raio. Assim, primeiro podemos calcular a área da *pizza* média (A_1).

$A_1 = \pi r^2 = \pi \cdot 15^2 = 225\pi$

Como a promoção se refere a duas *pizzas* médias, a medida da área total será:

$2 \cdot A_1 = 2 \cdot 225\pi = 450\pi$

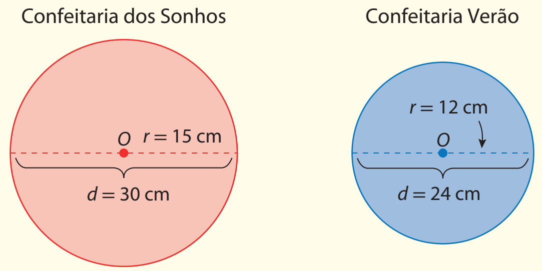
Assim, a medida da área das duas *pizzas* médias é 450π cm². Calculando a área da *pizza* grande (A_2), temos:

$A_2 = \pi r^2 = \pi \cdot 22{,}5^2 = 506{,}25\pi$

Assim, a medida da área da *pizza* grande é $506{,}25\pi$ cm².

Como $506{,}25\pi$ cm² é maior que 450π cm², então a promoção não é vantajosa, pois a medida da área de uma *pizza* grande é maior que a medida da área de duas *pizzas* médias.

5. Esquemas representando as duas tortas:



a) As medidas das áreas da face superior da torta na Confeitaria dos Sonhos (A_s) e na Confeitaria Verão (A_v) são:

- $A_s = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 15^2 = 3{,}14 \cdot 225 = 706{,}5$ cm²
- $A_v = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 12^2 = 3{,}14 \cdot 144 = 452{,}16$ cm²

Logo, a medida da área da face superior da torta na Confeitaria dos Sonhos é 706,5 cm² e na Confeitaria Verão, 452,16 cm².

b) Na Confeitaria dos Sonhos, a torta é dividida em 10 pedaços e na Confeitaria Verão, em 6 pedaços. Assim, para calcular a medida da área de cada um desses pedaços, podemos fazer:

- Confeitaria dos Sonhos: $A_{\text{pedaço}} = \dfrac{706{,}5}{10} = 70{,}65$ cm²
- Confeitaria Verão: $A_{\text{pedaço}} = \dfrac{452{,}16}{6} = 75{,}36$ cm²

Logo, a face superior do pedaço é maior na Confeitaria Verão.

c) Para que ambas as confeitarias tenham o mesmo lucro, a razão entre o preço de cada pedaço e a medida da área da superfície de cada pedaço tem que ser a mesma nas duas confeitarias. Então, indicando por x o preço do pedaço na Confeitaria dos Sonhos, podemos fazer:

$$\frac{\text{preço do pedaço (reais)}}{\text{medida da área do pedaço (cm}^2\text{)}} = \frac{x}{70{,}65} = \frac{5}{75{,}36}$$

$$x = \frac{5 \cdot 70{,}65}{75{,}36} = \frac{353{,}25}{75{,}36} = 4{,}6875$$

Portanto, $x \simeq 4{,}69$.

Logo, para ter o mesmo lucro, a Confeitaria dos Sonhos deve cobrar R$ 4,69 pelo pedaço de torta.

6. $A = A_R - A_r$

$75\pi = \pi \cdot (2r)^2 - \pi \cdot r^2$

$75\pi = 4\pi r^2 - \pi r^2$

$75\pi = 3\pi r^2$

$r^2 = \dfrac{75\pi}{3\pi}$

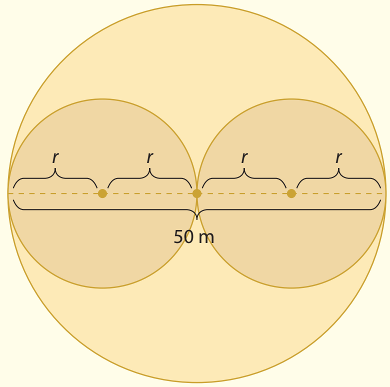
$r^2 = 25$

$r = \sqrt{25}$

$r = 5$

Logo, a medida do comprimento de r é igual a 5 cm.

7. Indicando por r a medida de comprimento do raio de cada círculo em que será feito o mosaico, temos:



$r = \dfrac{50}{4} = 12{,}5$ m

A medida da área de cada círculo de raio r igual a 12,5 m é:

$A = \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot (12{,}5)^2 = 3{,}14 \cdot 156{,}25 = 490{,}625$ m²

Então, para calcular a medida da área A_m da praça destinada ao mosaico, podemos fazer:

$A_m = 2 \cdot 490{,}625$ m² $= 981{,}25$ m²

Sabendo que o custo com a mão de obra é R$ 9,50 por metro quadrado, o valor total a ser gasto será:

$981{,}25 \cdot 9{,}50 = 9\,321{,}875$

Logo, serão gastos R$ 9 321,88 em mão de obra para fazer o mosaico.

8. Sejam A_1 a medida de área do círculo de raio r_1 igual a 1 dm e A_2 a medida de área do círculo de raio r_2 igual a 2 dm. Então, temos:

$A_1 = \pi \cdot (r_1)^2 = 3{,}14 \cdot 1^2 = 3{,}14$ dm²

$A_2 = \pi \cdot (r_2)^2 = 3{,}14 \cdot 2^2 = 12{,}56$ dm²

A medida de área A_q do quadrado de lado 8 dm é:

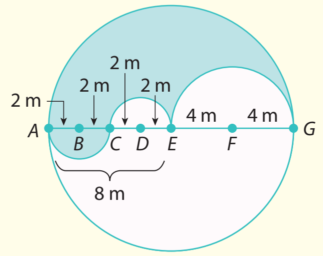
$A_q = 8^2 = 64$; 64 dm²

Portanto, para calcular a medida de área A da parte rosa, podemos fazer:

$A = A_Q - 4 \cdot A_1 - A_2 = 64 - 4 \cdot 3{,}14 - 12{,}56 = 64 - 12{,}56 - 12{,}56 =$
$= 38{,}88$ dm²

Portanto, a medida de área da parte rosa é 38,88 dm².

9. Temos:



Sejam A_1 e A_2 as áreas dos círculos de raio E_G de 8 cm e de raio F_G de 4 cm, respectivamente. Então, temos:

$A_1 = \pi \cdot 8^2 = 64\pi$ m²

$A_2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi$ m²

Portanto, para calcular a medida da área A do fundo da piscina que será revestida de pastilhas azuis, podemos fazer:

$$A = \frac{1}{2}A_1 - \frac{1}{2}A_2 = \frac{1}{2} \cdot 64\pi - \frac{1}{2} \cdot 16\pi = 32\pi - 8\pi = 24\pi$$

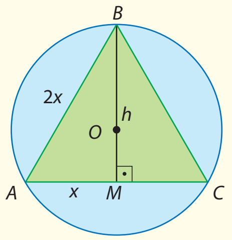
Logo, a medida da área da parte da piscina que terá pastilhas azuis é 24π m².

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

10. Cálculo da razão entre as medidas das áreas dos triângulos inscritos e circunscritos a uma circunferência

- Medida da área do triângulo equilátero inscrito em uma circunferência

Chamando de $2x$ a medida de comprimento do lado do triângulo equilátero *ABC* e sabendo que $\frac{2}{3}$ da medida de comprimento da altura de um triângulo equilátero inscrito em uma circunferência é igual à medida de comprimento do raio, temos:



$$\frac{2}{3}h = r$$

$$h = \frac{3}{2}r$$

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo *ABM*, temos:

$$(2x)^2 = x^2 + \left(\frac{3}{2}r\right)^2$$

$$4x^2 = x^2 + \frac{9}{4}r^2$$

$$3x^2 = \frac{9}{4}r^2$$

$$x^2 = \frac{3}{4}r^2$$

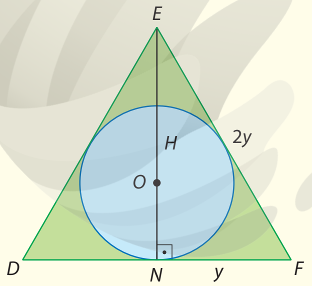
$$x = \frac{r\sqrt{3}}{2}$$

Portanto, a medida da área do triângulo *ABC* é dada por:

$$A_{\text{triângulo } ABC} = \frac{2x \cdot h}{2} = xh = \frac{r\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{2}r = \frac{3\sqrt{3}\,r^2}{4}$$

- Medida da área do triângulo equilátero circunscrito a uma circunferência

Chamando de $2y$ a medida de comprimento do lado do triângulo equilátero *DEF* e sabendo que $\frac{1}{3}$ da medida de comprimento da altura de um triângulo equilátero circunscrito a uma circunferência é igual à medida de comprimento do raio, temos:



$$\frac{1}{3}H = r$$

$$H = 3r$$

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo *ENF*, temos:

$$(2y)^2 = y^2 + (3r)^2$$

$$4y^2 = y^2 + 9r^2$$

$$3y^2 = 9r^2$$

$$y^2 = 3r^2$$

$$y = r\sqrt{3}$$

Portanto, a medida da área do triângulo *DEF* é dada por:

$$A_{\text{triângulo } DEF} = \frac{2y \cdot H}{2} = yH = r\sqrt{3} \cdot 3r = 3\sqrt{3}\,r^2$$

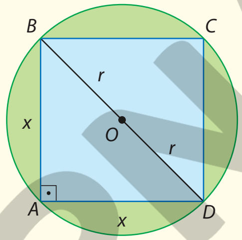
Agora, vamos encontrar a razão entre as medidas das áreas do triângulo inscrito e circunscrito:

$$\frac{A_{\text{triângulo } ABC}}{A_{\text{triângulo } DEF}} = \frac{\frac{3\sqrt{3}\,r^2}{4}}{3\sqrt{3}\,r^2} = \frac{\cancel{3\sqrt{3}\,r^2}}{4} \cdot \frac{1}{\cancel{3\sqrt{3}\,r^2}} = \frac{1}{4}$$

Cálculo da razão entre as áreas do quadrado inscrito e circunscrito a uma circunferência

- Medida da área do quadrado inscrito em uma circunferência

Chamando de x a medida de comprimento do lado do quadrado *ABDC* e sabendo que a medida de comprimento da diagonal do quadrado é igual à medida de comprimento do diâmetro da circunferência, temos:



Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo *ABD*, temos:

$$(2r)^2 = x^2 + x^2$$

$$4r^2 = 2x^2$$

$$2r^2 = x^2$$

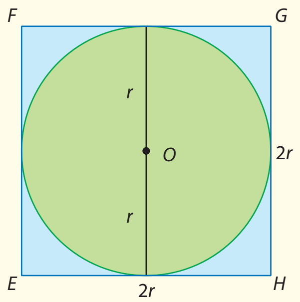
$$x = \sqrt{2}\,r$$

Portanto, a medida da área do quadrado *ABCD* é dada por:

$$A_{\text{quadrado } ABCD} = \left(r\sqrt{2}\right)^2 = 2r^2$$

- Medida da área do quadrado circunscrito a uma circunferência

Como a medida de comprimento do diâmetro da circunferência é igual à medida de comprimento do lado do quadrado circunscrito à circunferência, então a medida da área do quadrado EFGH é dada por:



$$A_{\text{quadrado } EFGH} = (2r)^2 = 4r^2$$

Logo, a razão entre as medidas das áreas dos quadrados inscrito e circunscrito é dada por:

$$\frac{A_{\text{quadrado } ABCD}}{A_{\text{quadrado } EFGH}} = \frac{2r^2}{4r^2} = \frac{1}{2}$$

Portanto, a figura que tem a maior razão entre as medidas das áreas dos polígonos inscrito e circunscrito é o quadrado, porque a razão entre as medidas das áreas dos quadrados é $\frac{1}{2}$ e a razão entre as medidas das áreas dos triângulos é $\frac{1}{4}$.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES ▶ Página 172

1. **a)** Sabemos que 30 cm = 0,3 m. Calculando a medida do volume do paralelepípedo, temos:

$0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}8 = 0{,}072$

Logo, a medida do volume do paralelepípedo é 0,072 m³.

b) Sabemos que 1 dm = 0,1 m e 2 dm = 0,2 m. Calculando a medida do volume do paralelepípedo, temos:

$0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}2 = 0{,}002$

Logo, a medida do volume do paralelepípedo é 0,002 m³.

2. **a)** Cada metro cúbico equivale a 1 000 litros, então:

$10\ m^3 = (10 \cdot 1\,000)\ L = 10\,000\ L$

Logo, 10 m³ equivalem a 10 000 L.

b) Cada mililitro equivale a 1 cm³. Então, 56 mL = 56 cm³.

c) Cada decímetro cúbico equivale a 1 L. Então, 12 dm³ = 12 L.

Dividindo os 72 L por 12 L, obtemos a quantidade de recipientes necessários.

$72 : 2 = 6$

Logo, podemos preencher 6 recipientes.

3. Calculando o volume de cada copo, temos:

$5\ cm \cdot 5\ cm \cdot 12\ cm = 300\ cm^3$

Temos que 300 cm³ = 300 mL. São 6 amigos e cada amigo tomará 2 copos de suco. Logo, os 6 amigos vão tomar 12 copos de suco. Calculando a capacidade total de suco, temos:

$12 \cdot 300\ mL = 3\,600\ mL$

Transformando em L, temos:

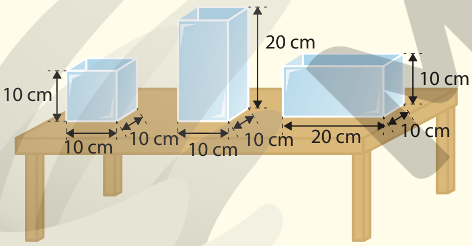
$3\,600\ mL = (3\,600 : 1\,000)\ L = 3{,}6\ L$

Portanto, Daniel deve comprar 3,6 L de suco.

4. **a)** Os dois recipientes apresentam a mesma medida de capacidade, já que possuem a mesma medida de volume.

b) Espera-se que os estudantes percebam que recipientes de diferentes dimensões podem ter a mesma medida de capacidade.

5. Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Karen comprou três recipientes de vidro que lembram paralelepípedos, cujas dimensões estão representadas na figura abaixo.



Apesar de as medidas serem diferentes, será que eles possuem o mesmo volume? Se ela fosse enchê-los de água, quantos mililitros seriam necessários para encher os três recipientes?

COMPREENDER UM TEXTO ▶ Páginas 173 e 174

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▶ Páginas 175, 176 e 177

1. **a)** A classe que tem a maior frequência é a de 6 a 7 anos (exclusive).

b) As três maiores frequências são 8, 7 e 9. Elas totalizam 24 unidades da federação.

2. **a)** A faixa de maior frequência é a de 20 a 30 (exclusive).

b) A faixa de menor frequência é a de 0 a 10 (exclusive).

c) A diferença entre as frequências dos itens **a** e **b** é 11 (12 – 1 = 11).

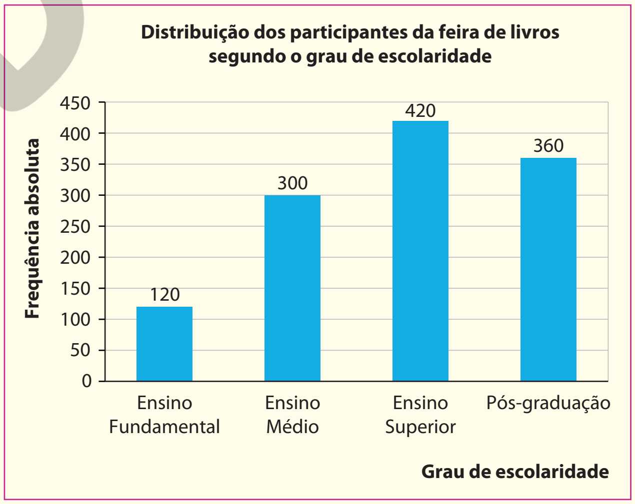
3. **a)**

Distribuição dos participantes da feira de livros segundo o grau de escolaridade

Grau de escolaridade	Frequência relativa	Frequência absoluta
Ensino Fundamental	0,10	$0{,}2 \cdot 1\,200 = 120$
Ensino Médio	0,25	$0{,}25 \cdot 1\,200 = 300$
Ensino Superior	0,35	$0{,}35 \cdot 1\,200 = 420$
Pós-graduação	0,30	$0{,}30 \cdot 1\,200 = 360$
Total	1,00	1 200

Dados obtidos pelos organizadores da feira de livros em 2023.

b) Exemplo de gráfico:



Dados obtidos pelos organizadores da feira de livros em 2023.

c) Resposta pessoal. As conclusões também poderão variar e precisam ser discutidas para serem ou não validadas. A seguir, algumas possibilidades.

- 10% dos participantes estudaram somente até o Ensino Fundamental.
- Mais da metade dos participantes concluiu o Ensino Superior.
- Há o triplo de participantes com pós-graduação em relação aos que cursaram apenas o Ensino Fundamental.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

4.

Estado civil dos consumidores da rede de supermercados Planejamos Juntos		
Estado civil	**Frequência absoluta**	**Frequência relativa**
Solteiro	28	$\frac{28}{120} \simeq 0{,}23$
Casado	52	$\frac{52}{120} \simeq 0{,}43$
Viúvo	12	$\frac{12}{120} = 0{,}10$
Divorciado	28	$\frac{28}{120} \simeq 0{,}23$
Total	120	1

Dados obtidos pela rede de supermercados Planejamos Juntos em maio de 2023.

5. a)

Número de domicílios particulares em 2019			
Região	**Frequência absoluta**	**Frequência relativa**	**Porcentagem**
Norte	5,4	$\frac{5{,}4}{72{,}4} \simeq 0{,}075$	$0{,}075 \cdot 100 = 7{,}5\%$
Nordeste	19	$\frac{19}{72{,}4} \simeq 0{,}262$	$0{,}262 \cdot 100 = 26{,}2\%$
Sudeste	31,5	$\frac{31{,}5}{72{,}4} \simeq 0{,}435$	$0{,}435 \cdot 100 = 43{,}5\%$
Sul	10,9	$\frac{10{,}9}{72{,}4} \simeq 0{,}151$	$0{,}151 \cdot 100 = 15{,}1\%$
Centro-Oeste	5,6	$\frac{5{,}6}{72{,}4} \simeq 0{,}077$	$0{,}077 \cdot 100 = 7{,}7\%$
Total	72,4	1	100%

Dados obtidos em: IBGE. *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) Contínua:* características gerais dos domicílios e dos moradores 2019. Acesso em: 28 abr. 2022.

b) A maior frequência relativa corresponde à região Sudeste, no valor de aproximadamente 0,435.

6. Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Uma pesquisa feita com 1 200 pessoas sobre qual a preferência de gênero musical levantou os dados que são apresentados na tabela abaixo. Complete a tabela com as frequências relativas e responda: qual é a porcentagem do gênero mais votado?

Preferência de gênero musical		
Gênero	**Frequência absoluta**	**Frequência relativa**
Rock	200	
Samba	350	
MPB	150	
Sertanejo	100	
Pop	250	
Axé	150	
Total	1 200	

Dados obtidos pelos organizadores da pesquisa sobre a preferência de gênero musical em 2023.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Páginas 178 e 179

1. a) A composição formou um octógono.
b) $4 \cdot 8 + 4 \cdot 4 = 32 + 16 = 48$
A medida da área do polígono obtido é 48 cm².

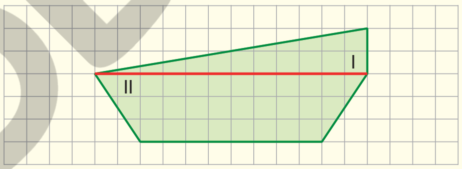
2. A sobreposição é um quadrado cuja medida do comprimento do lado é metade da medida do comprimento do lado do quadrado menor. Portanto, a medida da área comum é $5 \cdot 5 = 25$, ou seja, 25 cm².

3. Considerando r a medida de comprimento do raio do círculo menor, então o raio do círculo maior, que mede o dobro, será $2r$. Assim:
$A_V = A_{maior} - A_{menor} = \pi \cdot (2r)^2 - \pi \cdot r^2 = 4\pi r^2 - \pi r^2 = 3\pi r^2$

4. • medida de área da coroa circular da esquerda:
$A = \pi \cdot (4^2 - 3^2) = \pi \cdot (16 - 9) = 7\pi$ cm²
• medida de área da coroa circular da direita:
$A = \pi \cdot (3^2 - 1{,}2^2) = \pi \cdot (9 - 1{,}44) = 7{,}56\pi$ cm²
Como $7{,}56\pi > 7\pi$, então a medida de área da coroa circular da direita é maior.

5. a) • piscina olímpica:
$V = 50 \cdot 25 \cdot 2 = 2\,500$ m³ $\cdot\ 1\,000 = 2\,500\,000$ L
• piscina semiolímpica:
$V = 25 \cdot 20 \cdot 2 = 1\,000$ m³ $\cdot\ 1\,000 = 1\,000\,000$ L
b) Não, pois a medida de volume de duas piscinas semiolímpicas é menor que a medida de volume de uma piscina olímpica ($2\,000\,000 < 2\,500\,000$).

6. a) Para calcular a medida da área desse terreno, dividiremos em duas áreas: um triângulo e um trapézio isósceles.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

• medida de área I: $A_I = \frac{12 \cdot 2}{2} = 12$
• medida de área II: $A_{II} = \frac{(12 + 8) \cdot 3}{2} = \frac{20 \cdot 3}{2} = \frac{60}{2} = 30$
• medida de área total: $12 + 30 = 42$

Se cada quadradinho equivale a 20 m², então temos $42 \cdot 20 = 840$.
Portanto, a medida de área desse terreno é 840 m².
b) Se cada 40 m² do terreno vale R$ 12 000,00, então:
$840 : 40 = 21$
$21 \cdot 12\,000 = 252\,000$
Portanto, o preço do terreno é R$ 252 000,00.

7. a) A medida da área colorida equivale a $\frac{1}{4}$ da medida da área do círculo de raio medindo 4 cm.
$A = \frac{\pi \cdot 4^2}{4} = \frac{16\pi}{4} = 4\pi$ cm²
b) A medida da área azul equivale à medida da área do quadrado menos duas vezes a medida da área que sobra do quadrado quando retiramos a medida da área do quarto de circunferência calculado no item **a**.
• $A_Q = 4 \cdot 4 = 16$
• $A_{sobra} = \left(A_Q - A\right) = 16 - 4\pi$
• $A_{azul} = 16 - 2 \cdot (16 - 4\pi) = 16 - 32 + 8\pi = (8\pi - 16)$ cm²

8. Para calcular a medida da área circular da pista, precisamos calcular a medida da área da coroa circular.

$A_C = \pi \cdot (60^2 - 20^2) = \pi \cdot (3\,600 - 400) = 3\,200\pi\ m^2$

A medida da área da pista toda equivale à medida da área da coroa circular mais a medida da área de dois retângulos de dimensões 40 m de largura e 200 m de comprimento.

$A_{total} = A_{coroa} + 2 \cdot A_{retângulos} = 3\,200\pi + 2 \cdot (40 \cdot 200) =$
$= 3\,200\pi + 2 \cdot 8\,000 = 3\,200\pi + 16\,000 = 3\,200(\pi + 5)\ m^2$

9. **a)** • recipiente 1: $V = 0{,}20 \cdot 0{,}10 \cdot 0{,}05 = 0{,}001\ m^3 \cdot 1\,000 = 1\ L$
• recipiente 2: $V = 0{,}10 \cdot 0{,}10 \cdot 0{,}10 = 0{,}001\ m^3 \cdot 1\,000 = 1\ L$
Logo, há 1 L em cada recipiente.

b) O nível de água subirá mais no recipiente 2.

c) Espera-se que os estudantes percebam que a medida de volume final será a mesma nos dois recipientes. Assim, como a base do recipiente 2 é menor, o nível da água deverá subir mais nele do que no recipiente 1.

10. $A_{coroa} = \pi \cdot (R^2 - r^2)$
$16\pi = \pi \cdot (R^2 - 3^2)$
$16 = R^2 - 9$
$R^2 = 16 + 9$
$R^2 = 25$
$R = 5$
A medida do comprimento do raio do círculo maior é 5 m.

11. De acordo com as informações da atividade, temos:
- medida da área do círculo de raio a: $A = \pi \cdot a^2$
- medida da área do semicírculo de diâmetro a:

$$A = \frac{\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2}{2} = \frac{\pi \cdot \frac{a^2}{4}}{2} = \frac{\pi \cdot a^2}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi \cdot a^2}{8}$$

Logo, a medida da área da região hachurada equivale a um oitavo da medida da área do círculo de raio a.
alternativa **b**

12. A medida da área da parte colorida é a área da coroa circular, que é dada por:
$A_{coroa} = \pi \cdot (10^2 - 5^2) = \pi \cdot (100 - 25) = 75\pi\ cm^2$

13.
- $V_{reservatório} = 8 \cdot 5 \cdot 1{,}2 = 48\ m^3 \cdot 1\,000 = 48\,000\ L$
- $48\,000 : 2 = 24\,000$ segundos
- $24\,000 : 60 = 400$ minutos

Para encher completamente esse reservatório, serão necessários 400 minutos.
alternativa **c**

Capítulo 7

ATIVIDADES ▶ Página 181

1. **a)** medida do perímetro: $a + a + b = 2a + b$
b) medida do perímetro: $2x + x + x + 3x + x + x + 2x + x + x + 3x + x + x = 18x$

2. **a)** $a + (b + c) = (a + b) + c$, em que a, b e c são números reais.
b) $a \cdot b = b \cdot a$, em que a e b são números reais.
c) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$, em que a, b e c são números reais.

3. **a)** Indicando por x a medida do antigo comprimento, a medida do novo comprimento do molde, em centímetro, é expressa por $(x - 4)$.

b) Indicando por y a medida da antiga largura, a medida da nova largura do molde, em centímetro, é expressa por $(y - 1)$.

c) Como o molde ficou com o formato de um quadrado, então a medida do novo comprimento é igual à medida da nova largura. Assim:
$x - 4 = y - 1$
$x = y - 1 + 4$
$x = y + 3$
Portanto, a diferença, antes do corte, entre as medidas do comprimento e da largura era de 3 cm.

d) Sim. A diferença entre a medida de comprimento e a medida da largura era 3 cm; então, ao cortar 3 cm do comprimento, o molde de Renato teria o formato de um quadrado.

ATIVIDADES ▶ Página 183

1. **a)** $b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 + 24 = 49$
b) $b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-5)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 6 = 25 + 24 = 49$
c) $b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 16 - 16 = 0$

2. **a)** $2 \cdot s$
b) $y + 1$
c) z^2
d) $3 \cdot x + \frac{x}{2}$

3. **a)** Indicando por x a medida de massa de cada caixinha, em quilograma, temos:
- no prato da esquerda: $3x + 1$
- no prato da direita: $x + 8$

Como a balança está em equilíbrio, podemos escrever:
$3x + 1 = x + 8$

b) Como retiramos a mesma massa de cada um dos pratos, a balança continuará em equilíbrio, pois:
$3x + 1 - (x + 1) = x + 8 - (x + 1)$
$3x - x + 1 - 1 = x - x + 8 - 1$
$2x = 7$

c) De acordo com o item **b**, temos:
$2x = 7$
$x = \frac{7}{2}$
$x = 3{,}5$
Portanto, a medida de massa de cada caixa é 3,5 kg.

d) Assumindo que a medida da massa de cada caixa é 7 kg e indicando por y a medida da massa de cada bolinha, em quilograma, temos:
- no prato da esquerda: $y + 3 \cdot 7 = y + 21$
- no prato da direita: $8y + 7$

Como a balança está em equilíbrio, podemos escrever:
$8y + 7 = y + 21$
$8y - y = 21 - 7$
$7y = 14$
$y = \frac{14}{7}$
$y = 2$
Logo, a medida da massa de cada bolinha deverá ser 2 kg.

4. **a)** Para calcular quanto a turma gastou, podemos fazer:
$15 \cdot 5 + 11 \cdot 1{,}50 + 10 \cdot 3 = 75 + 16{,}50 + 30 = 121{,}50$
Logo, a turma gastou R$ 121,50.

b) Primeiro, multiplicamos a quantidade de cada produto pelo preço do produto:

- X-Bolão: $5x$
- Oba-Cola: $1{,}5y$
- Sorvete: $3z$

Adicionando as expressões anteriores, temos:

$5x + 1{,}5y + 3z$

Logo, uma expressão que indica o valor gasto é $5x + 1{,}5y + 3z$.

c) Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Um grupo de amigos pediu 4 X-Bolão, 5 Oba-Cola e 3 sorvetes. Eles tinham duas notas de 20 reais para poder pagar a conta. Será que foi possível pagar a conta toda? Eles obtiveram algum troco?

ATIVIDADES ▸ Página 185

1. As expressões algébricas que podem ser classificadas como monômios estão indicadas nas alternativas **b**, **c**, **d**, **f** e **i**.

A expressão das alternativas **a**, **e**, **g** e **h** não são monômios, pois o expoente de algumas letras não são números naturais.

2. a) coeficiente: -3
parte literal: a^2b

b) coeficiente: -1
parte literal: x^2y

c) coeficiente: 3
parte literal: vbg

d) coeficiente: 7
parte literal: xy

e) coeficiente: 1
parte literal: z

f) coeficiente: 2
parte literal: não tem

g) coeficiente: $\frac{1}{2}$
parte literal: xy

h) coeficiente: $-\frac{3}{5}$
parte literal: x

3. Exemplos de respostas:

a) $-m$; $-x^2$

b) pq^2; $-3pq^2$

c) $\frac{1}{5}d$; $\frac{1}{5}x^2$

d) $-3z$; $2z$

4. Exemplos de respostas:

a) $1{,}8\ m^2$; $6\ m^2$; $-m^2$

b) $4x$; $4xy$; $4x^2$

5. a) $45c$

b) xn

6. a) $10x$

b) $8x$

7. a) $x \cdot x$ ou x^2

b) ab ou ba

c) medida da área do quadrado: $x^2 = 3^2 = 9$; $9\ cm^2$
medida da área do retângulo: $ab = 2 \cdot 4 = 8$; $8\ cm^2$

ATIVIDADES ▸ Página 186

1. a) **C** e **D** são monômios semelhantes, pois a parte literal deles é igual a j^2k^2.

b) **A** e **B**. Neste caso, o coeficiente dos dois monômios é igual a 7.

2. Para esse monômio ser semelhante, sua parte literal precisa ser $p^3q^3r^4$. Também é pedido que seu coeficiente seja igual a $\frac{1}{2}$. Assim, temos o seguinte monômio: $\frac{1}{2}p^3q^3r^4$

3. a) Os monômios $\frac{3}{4}ab^2c$ e $3abc^2$ não têm a mesma parte literal.

b) O monômio $7x^2za$ tem coeficiente diferente dos monômios $\frac{1}{7}x^2za$ e $-7x^2za$.

4. Apenas os monômios $\frac{4x^5}{3}$ e $-2x^5$ são semelhantes, pois a parte literal deles é igual a x^5.

5. a) De acordo com o esquema apresentado, temos:

- monômio que representa a medida do volume da peça azul: xyz
- monômio que representa a medida do volume total das peças amarelas: $3xyz$

b) Sim, as expressões que representam as medidas dos volumes das peças são monômios semelhantes, pois têm a mesma parte literal, nesse caso, xyz.

ATIVIDADES ▸ Página 188

1. a) $3xy - 11xy + 4xy = (3 - 11 + 4)xy = -4xy$

b) $-yb^2 + yb^2 - 7yb^2 + 15yb^2 = (-1 + 1 - 7 + 15)yb^2 = 8yb^2$

c) $y + 3y - 2y - y = (1 + 3 - 2 - 1)y = y$

d) $0{,}5x + 1{,}4x + 2{,}8x - 2x = (0{,}5 + 1{,}4 + 2{,}8 - 2)x = 2{,}7x$

e) $-\frac{1}{3}a + \frac{5}{3}a - \frac{4}{3}a = \left(-\frac{1}{3} + \frac{5}{3} - \frac{4}{3}\right)a = 0$

f) $\frac{x^2y^3}{4} - \frac{2x^2y^3}{3} + x^2y^3 = \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3} + 1\right)x^2y^3 =$

$= \left(\frac{3}{12} - \frac{8}{12} + \frac{12}{12}\right)x^2y^3 = \frac{7}{12}x^2y^3 = \frac{7x^2y^3}{12}$

g) $\frac{1}{5}ab^2 - 2ab^2 + \frac{4}{5}ab^2 = \left(\frac{1}{5} - 2 + \frac{4}{5}\right)ab^2 = \left(\frac{1}{5} - \frac{10}{5} + \frac{4}{5}\right)ab^2 = -ab^2$

h) $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3 - \frac{\sqrt{2}}{2}a^3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)a^3 = 0$

2. a) Simplificando a expressão algébrica, temos:

$\frac{1}{4}x^2z - \frac{1}{4}x^2z = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right)x^2z = 0x^2z$

Portanto, o valor numérico da expressão $\frac{1}{4}x^2z - \frac{1}{4}x^2z$ para $x = -1$ e $z = 1$ é 0.

b) Simplificando a expressão algébrica, temos:

$13xz^3 + \frac{3}{10}xz^3 - xz^3 + xz^3 = \left(13 + \frac{3}{10} - 1 + 1\right)xz^3 =$

$= \left(\frac{130}{10} + \frac{3}{10} - \frac{10}{10} + \frac{10}{10}\right)xz^3 = \frac{133}{10}xz^3$

Substituindo x por -1 e z por 1, temos:

$\frac{133}{10}xz^3 = \frac{133}{10} \cdot (-1) \cdot 1^3 = -13{,}3$

Portanto, o valor numérico da expressão $\frac{133}{10}xz^3$ para $x = -1$ e $z = 1$ é $-13{,}3$.

c) Os monômios $\frac{1}{3}x$ e $\frac{1}{3}z$ não são semelhantes, pois a parte literal não é a mesma, porém, podemos simplificar a expressão colocando $\frac{1}{3}$ em evidência:

$\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}z = \frac{1}{3}(x + z)$

Substituindo x por –1 e z por 1, temos:

$\frac{1}{3}(x + z) = \frac{1}{3} \cdot (-1 + 1) = -\frac{1}{3} \cdot 0 = 0$

Portanto, o valor numérico da expressão $\frac{1}{3}(x + z)$ para $x = -1$ e $z = 1$ é 0.

d) Simplificando a expressão algébrica, temos:

$15xz - (12xz - 18xz) + \frac{4}{5}xz = \left(15 - 12 + 18 + \frac{4}{5}\right)xz =$

$= \left(\frac{75}{5} - \frac{60}{5} + \frac{90}{5} + \frac{4}{5}\right)xz = \frac{109}{5}xz$

Substituindo x por –1 e z por 1, temos:

$\frac{109}{5}xz = \frac{109}{5} \cdot (-1) \cdot 1 = -21{,}8$

Portanto, o valor numérico da expressão $\frac{109}{5}xz$ para $x = -1$ e $z = 1$ é –21,8.

e) Simplificando a expressão algébrica, temos:

$0{,}3x^2z^2 - 0{,}25x^2z^2 - (-x^2z^2) = (0{,}3 - 0{,}25 + 1)x^2z^2 = 1{,}05x^2z^2$

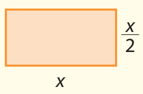
Substituindo x por –1 e z por 1, temos:

$1{,}05x^2z^2 = 1{,}05 \cdot (-1)^2 \cdot 1^2 = 1{,}05$

Portanto, o valor numérico da expressão $1{,}05x^2z^2$ para $x = -1$ e $z = 1$ é 1,05.

3. Exemplos de resposta:

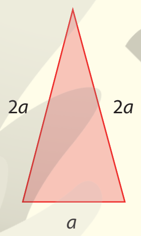
a) Retângulo cujo comprimento mede x e cuja largura mede $\frac{x}{2}$.



Nesse caso, a medida do perímetro é dada por:

$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = \left(1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)x = 3x$

b) Triângulo isósceles cuja base mede a e os lados congruentes medem $2a$.



Nesse caso, a medida do perímetro é dada por:

$2a + 2a + a = (2 + 2 + 1)a = 5a$

4. a) Podemos fazer:

- 1ª semana: x peças
- 2ª semana: $2x$ peças
- 3ª semana: $4x$ peças
- 4ª semana: $8x$ peças

Cálculo da quantidade total de peças arrecadadas no mês:

$x + 2x + 4x + 8x = 15x$

Portanto, $15x$ é o monômio que representa a quantidade total de peças arrecadadas no mês.

b) O monômio que representa a quantidade de pontos feitos por Márcia nesse jogo é $7y$, pois:

$3y + 2 \cdot 2y = 3y + 4y = 7y$

Como Márcia participou de 4 jogos com a mesma pontuação, temos:

$4 \cdot 7y = 28y$

Portanto, $28y$ é o monômio que representa o total de pontos de Márcia nessas partidas.

5. • medida do perímetro do retângulo, em centímetro:

$5 + a + 5 + a = 2a + 10$

• medida do perímetro do triângulo, em centímetro:

$a + 7 + 11 = a + 18$

Como as medidas dos perímetros são iguais, temos:

$2a + 10 = a + 18$

$2a - a = 18 - 10$

$a = 8$

Logo, o valor de a é 8 cm.

6. a) Como a medida da área de cada triângulo é $\frac{ax}{2}$ e há 6 triângulos na figura, para calcular a medida de área dessa figura, devemos multiplicar $\frac{ax}{2}$ por 6. Assim:

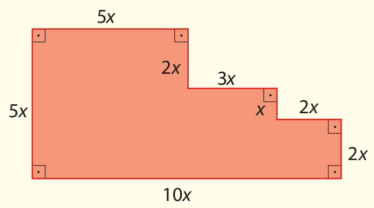
$6 \cdot \frac{ax}{2} = \frac{6}{2}ax = 3ax$

Logo, a medida da área da figura é $3ax$.

b) Como a medida da área da figura é $3ax$ e $ax = \frac{1}{3} \cdot 3ax$, então a terça parte da figura tem medida da área ax.

ATIVIDADES ▸ Página 190

1. De acordo com a atividade, temos a seguinte figura:

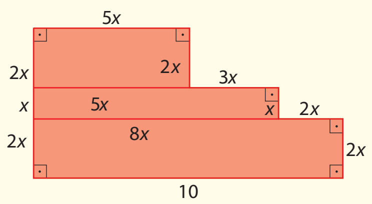


a) Cálculo da medida do perímetro da figura:

$5x + 2x + 3x + x + 2x + 2x + 10x + 5x = 30x$

Portanto, o monômio que representa a medida do perímetro da figura é $30x$.

b) Podemos decompor a figura em três retângulos:



O cálculo da medida da área da figura é dado por:

$(5x \cdot 2x) + (8x \cdot x) + (10x \cdot 2x) = 10x^2 + 8x^2 + 20x^2 =$

$= (10 + 8 + 20)x^2 = 38x^2$

Portanto, o monômio que representa a medida da área da figura é $38x^2$.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

c) Os monômios não são semelhantes, pois a parte literal deles é diferente.

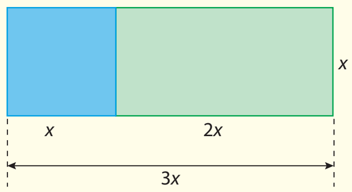
2. a) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = (1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1) \cdot x^{1+1+1+1+1+1} = x^6$

b) $8y \cdot 3y^5 \cdot y^{10} = (8 \cdot 3 \cdot 1) \cdot y^{1+5+10} = 24y^{16}$

c) $2xy^5 \cdot (-4xy) \cdot x^3y^6 = [2 \cdot (-4) \cdot 1] \cdot x^{1+1+3} \cdot y^{5+1+6} = -8x^5y^{12}$

d) $ab \cdot ab \cdot 3ab \cdot (-ab) = [1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot (-1)] \cdot a^{1+1+1+1} \cdot b^{1+1+1+1} =$
$= -3a^4b^4$

3. a) Temos a figura:

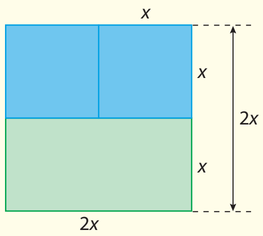


Cálculo de P e S:

- $P = 3x + x + 3x + x = 8x$
- $S = 3x \cdot x = 3x^2$

Logo, $P = 8x$ e $S = 3x^2$.

b) Temos a figura:

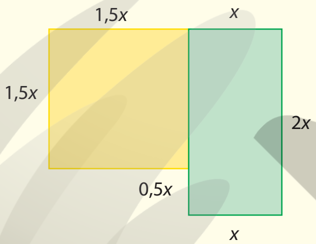


Cálculo de P e S:

- $P = 2x + 2x + 2x + 2x = 8x$
- $S = 2x \cdot 2x = 4x^2$

Logo, $P = 8x$ e $S = 4x^2$.

c) Temos a figura:

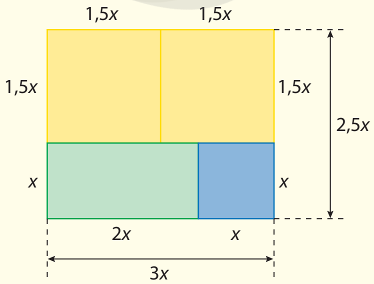


Cálculo de P e S:

- $P = 1{,}5x + 1{,}5x + 1{,}5x + x + 2x + x + 0{,}5x = 9x$
- $S = 1{,}5x \cdot 1{,}5x + x \cdot 2x = 2{,}25x^2 + 2x^2 = 4{,}25x^2$

Logo, $P = 9x$ e $S = 4{,}25x^2$.

d) Temos a figura:



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Cálculo de P e S:

- $P = 3x + 2{,}5x + 3x + 2{,}5x = 11x$
- $S = 3x \cdot 2{,}5x = 7{,}5x^2$

Logo, $P = 11x$ e $S = 7{,}5x^2$.

ATIVIDADES ▸ Páginas 191 e 192

1. a) $(+24a^5b^3c^2) : (+6a^4b^1c^2) = \dfrac{+24a^5b^3c^2}{+6a^4b^1c^2} = \dfrac{24}{6} \cdot \dfrac{a^5}{a^4} \cdot \dfrac{b^3}{b^1} \cdot \dfrac{c^2}{c^2} =$
$= 4a^{5-4}b^{3-1}c^{2-2} = 4ab^2$

b) $(-100x^6y^4z) : (-25xyz) = \dfrac{-100x^6y^4z}{-25xyz} = \dfrac{-100}{-25} \cdot \dfrac{x^6}{x} \cdot \dfrac{y^4}{y} \cdot \dfrac{z}{z} =$
$= 4x^{6-1}y^{4-1}z^{1-1} = 4x^5y^3$

c) $(13a^3b^0c^6) : (-0{,}5a^2c^6) = \dfrac{13a^3b^0c^6}{-0{,}5a^2c^6} = \dfrac{13}{-0{,}5} \cdot \dfrac{a^3}{a^2} \cdot \dfrac{c^6}{c^6} =$
$= -26a^{3-2}c^{6-6} = -26a$

d) $\dfrac{2}{3}xy : \left(-\dfrac{1}{2}xy\right) = \dfrac{\frac{2}{3}xy}{-\frac{1}{2}xy} = \dfrac{\frac{2}{3}}{-\frac{1}{2}} \cdot \dfrac{x}{x} \cdot \dfrac{y}{y} = \left[\dfrac{2}{3} \cdot \left(-\dfrac{2}{1}\right)\right] \cdot x^{1-1}y^{1-1} = -\dfrac{4}{3}$

2. a) $4ab^2 \cdot 6a^4b^1c^2 = 4 \cdot 6 \cdot a^{1+4}b^{2+1}c^2 = 24a^5b^3c^2$
Portanto, o produto é igual ao dividendo.

b) $4x^5y^3 \cdot (-25xyz) = 4 \cdot (-25) \cdot x^{5+1}y^{3+1}z = -100x^6y^4z$
Portanto, o produto é igual ao dividendo.

c) $-26a \cdot (-0{,}5a^2c^6) = -26 \cdot (-0{,}5) \cdot a^{1+2}c^6 = 13a^3c^6 = 13a^3b^0c^6$
Portanto, o produto é igual ao dividendo.

d) $\left(-\dfrac{4}{3}\right) \cdot \left(-\dfrac{1}{2}xy\right) = \left(-\dfrac{4}{3}\right) \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right) \cdot xy = \dfrac{2}{3}xy$
Portanto, o produto é igual ao dividendo.

3. a) Subtraindo *yes* de $-22yes$, temos:
$-22yes - yes = (-22 - 1)yes = -23yes$
Portanto, o monômio é $-23yes$.

b) Dividindo $12y^2e^3s$ por *yes*, temos:
$12y^2e^3s : yes = 12y^{2-1}e^{3-1}s^{1-1} = 12ye^2$
Portanto, o monômio é $12ye^2$.

4. Exemplos de respostas:

a) $(12x^3a) : (12x^3a) = \dfrac{12}{12}x^{3-3}a^{1-1} = 1$

b) $(0{,}5mt^2) : (mt) = 0{,}5m^{1-1}t^{2-1} = 0{,}5t$

c) $(xyz) : (0{,}5x) = (xyz) : \left(\dfrac{1}{2}x\right) = \dfrac{1}{\frac{1}{2}}x^{1-1}yz = 2yz$

5.
- Medida do volume da caçamba no projeto antigo: $6x \cdot \ell \cdot x$
- Medida do volume da caçamba no projeto novo: $4x \cdot \ell \cdot h$

Igualando as medidas dos volumes, temos:
$6x \cdot \ell \cdot x = 4x \cdot \ell \cdot h$
$6x^2\ell = 4x\ell h$
$\dfrac{6x^2\ell}{4x\ell} = h$
$h = 1{,}5x$
Portanto, a medida da nova altura da caçamba deve ser $1{,}5x$.

ATIVIDADES ▸ Página 193

1. a) $(-3a^7by^4)^4 = (-3)^4 \cdot (a^7)^4 \cdot b^4 \cdot (y^4)^4 = 81a^{28}b^4y^{16}$

b) $\left(-\dfrac{1}{2}x^3yz^2\right)^3 = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^3 \cdot (x^3)^3 \cdot y^3 \cdot (z^2)^3 = -\dfrac{1}{8}x^9y^3z^6$

2. a) $(-x + 2x + 4x)^2 - (-x + 5x)^2 = [(-1 + 2 + 4)x]^2 - [(-1 + 5)x]^2 =$
$= (5x)^2 - (4x)^2 = 25x^2 - 16x^2 = 9x^2$

b) $(-5xy) \cdot (-y)^2 + (-3y)^3 \cdot (-2x) = (-5xy) \cdot y^2 + (-27y^3) \cdot (-2x) =$
$= -5xy^3 + 54xy^3 = 49xy^3$

c) $(-12a^5y^7) : (-2a^2y^3)^2 - (-3ay) =$
$= (-12a^5y^7) : [(-2)^2 \cdot (a^2)^2 \cdot (y^3)^2] - (-3ay) =$
$= (-12a^5y^7) : (4a^4y^6) + 3ay = \left(\frac{-12a^5y^7}{4a^4y^6}\right) + 3ay =$
$= -3a^{5-4}y^{7-6} + 3ay = -3ay + 3ay = 0$

d) $\left(\frac{2a^4y^2}{3}\right)^3 : \left(-\frac{4a^5y^3}{6}\right)^2 = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot (a^4)^3 \cdot (y^2)^3\right] : \left[\left(-\frac{4}{6}\right)^2 \cdot (a^5)^2 \cdot (y^3)^2\right] =$
$= \left(\frac{8}{27} \cdot a^{12} \cdot y^6\right) : \left(\frac{16}{36} \cdot a^{10} \cdot y^6\right) = \frac{\frac{8}{27}}{\frac{16}{36}} \cdot a^{12-10} \cdot y^{6-6} = \frac{2a^2}{3}$

e) $\left(\frac{mn}{0,5}\right)^2 \cdot (-0,25mn^2) = \frac{m^2n^2}{0,25} \cdot (-0,25mn^2) = \frac{-0,25}{0,25} \cdot m^{2+1} \cdot n^{2+2} =$
$= -m^3n^4$

3. a) $(-1,1x^3yz^2)^3 = (-1,1)^3 \cdot (x^3)^3 \cdot y^3 \cdot (z^2)^3 = -1,331x^9y^3z^6$

b) $(6ab^2 + 3b^2a)^2 = (9ab^2)^2 = 81a^2b^4$

4. a) Como a medida do comprimento da aresta de cada cubo é indicada por 2x, para calcular a medida do volume, podemos fazer:
$(2x)^3 = 2^3 \cdot x^3 = 8x^3$
Logo, o monômio que representa a medida do volume de cada cubo é $8x^3$.

b) Como a figura é formada por 7 cubos idênticos, para calcular a medida do volume total, devemos multiplicar a medida do volume de um cubo por 7:
$7 \cdot 8x^3 = 56x^3$
Logo, o monômio que representa a medida do volume total da figura é $56x^3$.

c) Substituindo x por 2,5 em $56x^3$, temos:
$56 \cdot (2,5)^3 = 56 \cdot 15,625 = 875$
Logo, a medida do volume dessa figura para x = 2,5 cm é 875 cm³.

ATIVIDADES

Páginas 194 e 195

1. Exemplos de respostas:

a) $5a - 7$

b) $-x^2 + 4x + a - 2b - \frac{5}{2}$

c) $3pq^2 + q$

2. a) Não está de acordo com as condições, pois seu termo independente é 12, e não 0.

b) Seu termo independente é zero. Substituindo x por –1, temos:
$\frac{3x}{5} + x^3 = \frac{3 \cdot (-1)}{5} + (-1)^3 = -\frac{3}{5} - 1 = -\frac{3}{5} - \frac{5}{5} = -\frac{8}{5}$
Como o valor numérico é diferente de 12, esse item não está de acordo com uma das condições citadas.

c) Seu termo independente é 0. Substituindo x por –1, temos:
$20x^2 + 8x = 20 \cdot (-1)^2 + 8 \cdot (-1) = 20 - 8 = 12$
Como o valor numérico é igual a 12, esse item está de acordo com ambas as condições citadas.

d) Não está de acordo com as condições, pois seu termo independente é –12, e não 0.

alternativa **c**

3. a) Medida da área da região vermelha: $A = 3 \cdot 3 = 9$

b) Medida da área da região verde: $A = 2 \cdot (3 \cdot 4x) = 2 \cdot 12x = 24x$

c) Medida da área da região laranja: $A = 5 \cdot (x \cdot x) = 5x^2$

d) Medida da área da região azul: $A = (4x \cdot 4x) - 5x^2 = 16x^2 - 5x^2 =$
$= 11x^2$

4. a) Temos que:
$AD = AB + BC + CD = a^2b + \frac{x}{2} + y$
Logo, o polinômio que representa AD é $a^2b + \frac{x}{2} + y$.

b) Temos que:
$AD = AB - DB = 5xy - 2xy = 3xy$
Logo, o polinômio que representa AD é $3xy$.

5. a) $28 + x$ e $7 + x$

b) $0,25x + 0,05y + z$

6. Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Ana foi à quitanda e comprou x bananas, y mamões e z peras, em que x, y e z são números naturais. Vera comprou na mesma quitanda 3x de bananas, dois mamões e 2z de peras. Escreva um polinômio que representa a quantidade de frutas compradas pelas duas juntas.

7. As duas tábuas retangulares têm x metros por 40 centímetros ou 0,4 metro. Como são duas tábuas laterais, temos:
$2 \cdot x \cdot 0,4 = 0,8x$
As quatro prateleiras retangulares têm y metros por 0,4 metro. Como são quatro prateleiras, temos:
$4 \cdot y \cdot 0,4 = 1,6y$
Para determinar o preço da estante, multiplicamos a soma das medidas das áreas das tábuas por 40 e adicionamos os R$ 30,00 da entrega. Assim:
$40 \cdot (0,8x + 1,6y) + 30 = 32x + 64y + 30$

8. a)
- preço de x centos de salgados: 60x
- preço de y centos de doces: 68y

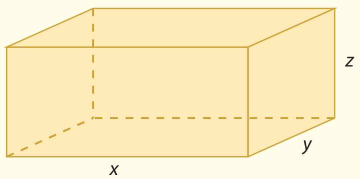
Logo, o polinômio que representa o total arrecadado por essa encomenda é $60x + 68y$.

b) Podemos fazer:
$3 \cdot (60x + 68y) = 180x + 204y$
Logo, o polinômio que representa o total arrecadado por três dessas encomendas é $180x + 204y$.

9. a) $\frac{3x + 5}{2} + 4$, sendo x um número natural entre 1 e 10.

b) Se o rato da direita tivesse pensado no número 5, então o resultado obtido seria:
$\frac{3 \cdot 5 + 5}{2} + 4 = \frac{15 + 5}{2} + 4 = \frac{20}{2} + 4 = 10 + 4 = 14$

10. Representação das embalagens confeccionadas por Marlene:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com a figura, temos:

- 2 retângulos cujos lados medem x e y e medida de área igual a $2xy$;
- 2 retângulos cujos lados medem y e z e medida de área igual a $2yz$;
- 2 retângulos cujos lados medem x e z e medida de área igual a $2xz$.

Para calcular a medida de área da superfície total da embalagem, basta adicionar as medidas de áreas dos retângulos:

$2xy + 2yz + 2xz$

11. De acordo com o enunciado da atividade, temos:

- preço da mesa com desconto de 15%: $(1 - 0{,}15) \cdot y \cdot 1 = 0{,}85y$
- preço das cadeiras com desconto de 15%: $(1 - 0{,}15) \cdot x \cdot 6 = 5{,}1x$

Portanto, o polinômio que representa o preço do conjunto, em reais, é $0{,}85y + 5{,}1x$.

ATIVIDADES ▸ Página 197

1. Exemplos de respostas:

a) $3x$; -4

b) $-4x + 8$; $5x - 3y$

c) $3x^2 + 2x + 1$; $7x^2 - \frac{1}{2}y + z$

d) $4x^2$; $7x - 5y + 2z$

2. a) $3a^3 + 2b^5 - 5 + 2z^2 - 7a^3 + 10 =$
$= (3 - 7)a^3 + 2b^5 + (-5 + 10) + 2z^2 =$
$= -4a^3 + 2b^5 + 5 + 2z^2$

b) $5ab - 10ab^2 + 14ab - a = (5 + 14)ab - 10ab^2 - a =$
$= 19ab - 10ab^2 - a$

c) $12m^2 + 9mn + 9mn - 12m^2 = (12 - 12)m^2 + (9 + 9)mn =$
$= 18mn$

d) $12c^2 + 8cd + 8cd - 12c^2 = (12 - 12)c^2 + (8 + 8)cd =$
$= 16cd$

3. Reduzindo cada polinômio, temos:

a) $5a^3 - 3a - 7 - 2 - 7a^3 + a - a =$
$= (5 - 7)a^3 + (-3 + 1 - 1)a + (-7 - 2) =$
$= -2a^3 - 3a - 9$
Esse polinômio também é chamado trinômio.

b) $7x^3y + 4xy^3 - 8x^3y + 7x^3y - 4xy^3 =$
$= (7 - 8 + 7)x^3y + (4 - 4)xy^3 = 6x^3y$
Esse polinômio também é chamado monômio.

c) $a^2x^5 + ay^5 - a^4z + ay^5 - a^2x^5 - a^4z - ay^5 =$
$= (1 - 1)a^2x^5 + (1 + 1 - 1)ay^5 + (-1 - 1)a^4z =$
$= ay^5 - 2a^4z$
Esse polinômio também é chamado binômio.

d) $bxy + xy - 3xy = bxy + (1 - 3)xy = bxy - 2xy$
Esse polinômio também é chamado binômio.

alternativa **a**

4. A afirmação é falsa, pois, por exemplo, $2x + 1$ é um polinômio, mas não é um monômio.

5. Exemplos de respostas:

a) $2t^3 + \frac{1}{2}t^2 - t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 1$

b) $3t^2 - 2t^2 + 11t^4 - t^4 - 1$

6. a) $x^5 + 3x^4 + 8 = x^5 + 3x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 0x + 8$

b) $10 + x^2 - x^5 + 3x = -x^5 + 0x^4 + 0x^3 + x^2 + 3x + 10$

c) Já está na forma completa.

d) $x + 2x^4 + 6 = 2x^4 + 0x^3 + 0x^2 + x + 6$

7. a) $x + y$ b) $2x + 4y$

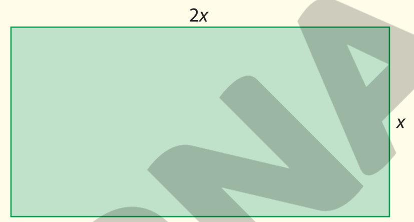
8. a) A obra tem dois custos diferentes: a grama e o muro. A grama é vendida por metro quadrado. Para encontrar a medida da área do terreno, em metro quadrado, podemos fazer:

$x \cdot 2x = 2x^2$

Como o metro quadrado da grama custa R$ 5,00, o gasto com grama será:

$5 \cdot 2x^2 = 10x^2$

O muro também é vendido por metro quadrado. A medida da altura do muro é 1 m e sua extensão pode ser representada pela medida do perímetro da figura a seguir.



Para descobrir a medida de seu perímetro, já descontando a passagem de 1 metro, podemos fazer:

$2x + x + 2x + x - 1 = 6x - 1$

Como a medida da altura é 1 m, a medida da área do muro, em metro quadrado, será $(6x - 1) \cdot 1$, ou seja, $(6x - 1)$. Como o metro quadrado do muro custa R$ 7,00, o gasto com o muro será:

$7 \cdot (6x - 1) = 42x - 7$

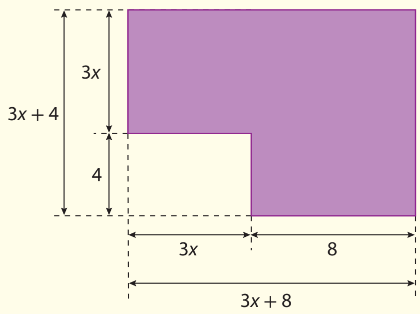
Logo, o custo total da obra pode ser representado pelo polinômio $10x^2 + 42x - 7$.

b) Para $x = 6$, temos:

$10x^2 + 42x - 7 = 10 \cdot 6^2 + 42 \cdot 6 - 7 = 360 + 252 - 7 = 605$

Logo, o custo da obra será R$ 605,00.

9. Temos a seguinte figura:



a) Para calcular o valor de x, primeiro escrevemos a expressão que representa a medida do perímetro dessa figura.

$(3x + 4) + (3x + 8) + (3x + 4) + (3x + 8) = 12x + 24$

Como o perímetro da figura mede 48 cm, temos:

$12x + 24 = 48$

$12x = 48 - 24$

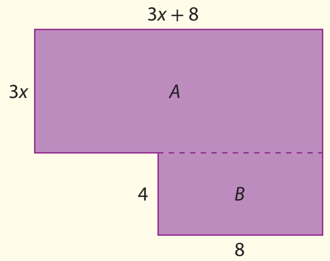
$12x = 24$

$x = 2$

Logo, $x = 2$.

b) Decompondo a figura em dois retângulos, temos:

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



Assim, a medida da área da figura é dada por:

$(3x + 8) \cdot 3x + 8 \cdot 4 = (9x^2 + 24x) + 32 = 9x^2 + 24x + 32$

Logo, o polinômio que representa a medida da área da figura em função de x é $9x^2 + 24x + 32$ e seu grau é 2.

10. Para encontrar o polinômio que representa a medida do volume da figura, basta calcular a medida do volume de cada bloco e, depois, adicioná-las. Assim:

- medida do volume do bloco alaranjado: $4 \cdot 5 \cdot 2 = 40$
- medida do volume do bloco azul: $4 \cdot 5 \cdot x = 20x$
- medida do volume do bloco rosa: $4 \cdot x \cdot 2 = 8x$
- medida do volume do bloco verde: $4 \cdot x \cdot x = 4x^2$

Adicionando os valores obtidos, temos:

$40 + 20x + 8x + 4x^2 = 4x^2 + 28x + 40$

Logo, o polinômio que representa a medida do volume da figura é $4x^2 + 28x + 40$ e seu grau é 2.

ATIVIDADES

▶ Página 200

1. **a)** $(2x + 3y - 4z + 8) + (x - y + 2z - 2) =$
$= (2 + 1)x + (3 - 1)y + (-4 + 2)z + (8 - 2) = 3x + 2y - 2z + 6$

b) $(7xy + 4x + 8z - 15) - (6x + 10y - 3) =$
$= 7xy + (4 - 6)x + (-10)y + 8z + (-15 + 3) =$
$= 7xy - 2x - 10y + 8z - 12$

c) $\left(\frac{x}{3} + y - z^2\right) + \left(\frac{x}{2} + 4y - 3z^2\right) =$

$= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)x + (1 + 4)y + (-1 - 3)z^2 = \frac{5x}{6} + 5y - 4z^2$

d) $\left(\frac{1}{5} + xy - a^2 - 7\right) - (2xy + 7a^2) =$

$= \left(\frac{1}{5} - 7\right) + (1 - 2)xy + (-1 - 7)a^2 = -\frac{34}{5} - xy - 8a^2$

2. Se $P + Q = m^4 + 5m^3 + 3m^2 - 3m - 1$ e $Q + R = m^4 - 5m^3$, então:

$(Q + R) - R = (m^4 - 5m^3) - (-5m^3 + 3m)$

$Q = m^4 - 5m^3 + 5m^3 - 3m$

$Q = m^4 - 3m$

Assim:

$(P + Q) - Q = (m^4 + 5m^3 + 3m^2 - 3m - 1) - (m^4 - 3m)$

$P = m^4 + 5m^3 + 3m^2 - 3m - 1 - m^4 + 3m$

$P = 5m^3 + 3m^2 - 1$

3. **a)** $A + B = (6x^2 - 8x + 1) + (-9x^2 - 2x + 7) = -3x^2 - 10x + 8$

b) $B + A = A + B = -3x^2 - 10x + 8$

c) $A + B + C = (A + B) + C = (-3x^2 - 10x + 8) + (7x^3 + x^2) =$
$= 7x^3 - 2x^2 - 10x + 8$

d) $B + C + A = A + B + C = 7x^3 - 2x^2 - 10x + 8$

e) $A - B = (6x^2 - 8x + 1) - (-9x^2 - 2x + 7) = 15x^2 - 6x - 6$

f) $B - A = -(A - B) = -(15x^2 - 6x - 6) = -15x^2 + 6x + 6$

g) $C - B + A = (7x^3 + x^2) - (-9x^2 - 2x + 7) + (6x^2 - 8x + 1) =$
$= 7x^3 + x^2 + 9x^2 + 2x - 7 + 6x^2 - 8x + 1 = 7x^3 + 16x^2 - 6x - 6$

h) $C - (B + A) = (7x^3 + x^2) - (-3x^2 - 10x + 8) =$
$= 7x^3 + x^2 + 3x^2 + 10x - 8 = 7x^3 + 4x^2 + 10x - 8$

4. **a)** Medida do perímetro das figuras:

- retângulo: $P_r = (2x + 5) + (2 + x) + (2x + 5) + (2 + x) =$ $= 6x + 14$
- hexágono: $P_h = (x + 3) + (x + 3) + (x + 3) + (x + 3) + (x + 3) +$ $+ (x + 3) = 6x + 18$

b) Para $x = 5$, temos:

- retângulo: $P_r = 6x + 14 = 6 \cdot 5 + 14 = 30 + 14 = 44$
- hexágono: $P_h = 6x + 18 = 6 \cdot 5 + 18 = 30 + 18 = 48$

5. **a)** Sendo P o polinômio procurado, temos:

$P + (5x^2 - x + 3) = 0$

$P = -(5x^2 - x + 3)$

$P = -5x^2 + x - 3$

b) Sendo Q o polinômio procurado, temos:

$(2x^2 - x + 1) - Q = -x - 3$

$2x^2 - x + 1 + x + 3 = Q$

$2x^2 + (-1 + 1)x + (1 + 3) = Q$

$Q = 2x^2 + 4$

c) Sendo R o polinômio procurado, temos:

$(x^3 + 2x - 1) + R = 6x^2 + 2x - 3$

$R = 6x^2 + 2x - 3 - (x^3 + 2x - 1)$

$R = 6x^2 + 2x - 3 - x^3 - 2x + 1$

$R = -x^3 + 6x^2 - 2$

6. **a)** Substituindo o quadradinho pelo sinal –, temos:

$(x^5 + 3x^2 + 9) - (x^4 + 3x^2 - 9) = x^5 + 3x^2 + 9 - x^4 - 3x^2 + 9 =$
$= x^5 - x^4 + 18$

b) Substituindo o quadradinho pelo sinal –, temos:

$(x^5 + 3x^2 + 9) - (x^4 - 3x^2 + 9) = x^5 + 3x^2 + 9 - x^4 + 3x^2 - 9 =$
$= x^5 - x^4 + 6x^2$

c) Substituindo o quadradinho pelo sinal +, temos:

$(x^5 + 3x^2 - 9) + (x^4 - 3x^2 + 9) = x^5 + 3x^2 - 9 + x^4 - 3x^2 + 9 =$
$= x^5 + x^4$

d) Substituindo o quadradinho pelo sinal –, temos:

$(x^5 + 3x^2 - 9) - (x^4 - 3x^2 + 9) = x^5 + 3x^2 - 9 - x^4 + 3x^2 - 9 =$
$= x^5 - x^4 + 6x^2 - 18$

7. **a)** Como $A + B = A$, então B só pode ser o polinômio nulo.

b) O polinômio procurado deve ser o oposto de C, ou seja, $-C = -5xy - 3x^2 + 7$.

8. **a)** A afirmação é verdadeira.

b) A afirmação é verdadeira.

c) A afirmação é verdadeira.

9. **a)** O grau da soma de dois polinômios de grau 2 nem sempre é 2.

b) Sentença verdadeira.

c) Um polinômio de grau 2 adicionado a um polinômio de grau 3 não pode resultar em um polinômio de grau 5.

ATIVIDADES ▸ Páginas 202 e 203

1. **a)** $(3x) \cdot (-1{,}4x^2y) \cdot (-5y) = 3 \cdot (-1{,}4) \cdot (-5) \cdot x^3 \cdot y^2 = 21x^3y^2$

b) $-2a \cdot (x + 4) = -2ax - 8a$

c) $(x + 5) \cdot (x^2 + 2x - 10) = x^3 + 2x^2 - 10x + 5x^2 + 10x - 50 =$
$= x^3 + 7x^2 - 50$

d) $(b - a) \cdot (2b - a) = 2b^2 - ba - a \cdot 2b + a^2 = 2b^2 - 3ab + a^2$

e) $(5 - x) \cdot (x^2 + 1) = 5x^2 + 5 - x^3 - x = -x^3 + 5x^2 - x + 5$

2. **a)** $A \cdot C = (2x - 3) \cdot (x + 1) = 2x^2 + 2x - 3x - 3 = 2x^2 - x - 3$

b) $C \cdot A = (x + 1) \cdot (2x - 3) = 2x^2 - 3x + 2x - 3 = 2x^2 - x - 3$

c) $A \cdot B \cdot C = (2x^2 - x - 3) \cdot 3x = 6x^3 - 3x^2 - 9x$

d) $C \cdot A \cdot B = (2x^2 - x - 3) \cdot 3x = 6x^3 - 3x^2 - 9x$

- É verdade que os itens acima são exemplos de que a ordem dos fatores não altera o produto.

3. **a)** $(x^2 + 2) \cdot (3x^2 + 10x - 1) =$
$= 3x^4 + 10x^3 - x^2 + 6x^2 + 20x - 2 =$
$= 3x^4 + 10x^3 + 5x^2 + 20x - 2$

b) $(x + 3)^2 \cdot (x^2 - 4x + 4) =$
$= (x + 3) \cdot (x + 3) \cdot (x^2 - 4x + 4) =$
$= (x^2 + 3x + 3x + 9) \cdot (x^2 - 4x + 4) =$
$= (x^2 + 6x + 9) \cdot (x^2 - 4x + 4) =$
$= x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 6x^3 - 24x^2 + 24x + 9x^2 - 36x + 36 =$
$= x^4 + 2x^3 - 11x^2 - 12x + 36$

c) $(x - y + 5) \cdot (2x - 5y - 1) =$
$= 2x^2 - 5xy - x - 2xy + 5y^2 + y + 10x - 25y - 5 =$
$= 2x^2 + 5y^2 - 7xy + 9x - 24y - 5$

4. O erro ocorreu na última passagem: o resultado de $m^7 - m^6$ não é zero.

Resolução correta:

$(m^2 - m) \cdot (m^5 - 11m - 1) = m^7 - 11m^3 - m^2 - m^6 + 11m^2 + m =$
$= m^7 - m^6 - 11m^3 + 10m^2 + m$

5. **a)** Multiplicando $3x$ por $(x + 4)$, temos:
$3x \cdot (x + 4) = 3x^2 + 12x$
Multiplicando o resultado obtido por ele mesmo:
$(3x^2 + 12x) \cdot (3x^2 + 12x) = 9x^4 + 36x^3 + 36x^3 + 144x^2 =$
$= 9x^4 + 72x^3 + 144x^2$
Paula obteve o polinômio $9x^4 + 72x^3 + 144x^2$.

b) Efetuando a multiplicação indicada, temos:
$(x - 2) \cdot (x - 2) \cdot (x - 2) = (x^2 - 2x - 2x + 4) \cdot (x - 2) =$
$= (x^2 - 4x + 4) \cdot (x - 2) = x^3 - 2x^2 - 4x^2 + 8x + 4x - 8 =$
$= x^3 - 6x^2 + 12x - 8$
Renata obteve o polinômio $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$.

6. Os polinômios que representam as medidas da área das figuras são:

a) $(x + 1) \cdot (1 + y)$

b) $(x + 3y) \cdot (x + y)$

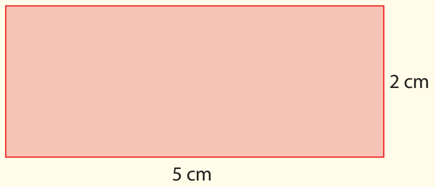
c) $(4x + 2y + z + 4) \cdot (x + 2z + 3)$

7. Exemplos de resposta:

a) Se multiplicarmos dois polinômios de grau 2, o resultado poderá ser um polinômio de grau 4. Por exemplo:
$(x^2 - 1) \cdot (x^2 - 1) = x^4 - x^2 - x^2 + 1 = x^4 - 2x^2 + 1$

b) Se multiplicarmos um polinômio de grau 2 por um polinômio de grau 3, o resultado poderá ser um polinômio de grau 5. Por exemplo:
$(x^2 + x) \cdot (x^3 - 1) = x^5 - x^2 + x^4 - x = x^5 + x^4 - x^2 - x$

8. Resposta pessoal. Exemplo de resposta:



ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

a) A medida da área desse retângulo é dada por $2 \cdot 5 = 10$, ou seja, $10\ cm^2$.

b)
- Medida de comprimento do lado menor: x
- Medida de comprimento do lado maior: $2x + 1$

Logo, as medidas de comprimento dos lados desse retângulo podem ser representadas por x e $2x + 1$.

ATIVIDADES ▸ Página 205

1. **a)** O resultado de $(x^3y + x^2y^2 + x^2y) : (x^2y) = x + y + 1$, pois:

$$
\begin{array}{rrr|l}
x^3y & +\,x^2y^2 & +\,x^2y & x^2y \\ \cline{4-4}
-\,x^3y & & & x + y + 1 \\ \cline{1-1}
 & +\,x^2y^2 & +\,x^2y & \\
 & -\,x^2y^2 & & \\ \cline{2-2}
 & & +\,x^2y & \\
 & & -\,x^2y & \\ \cline{3-3}
 & & 0 &
\end{array}
$$

b) O resultado de $(6x^4y^2 - 6x^3y^2 + 6x^2y^2) : (6x^2y^2) = x^2 - x + 1$, pois:

$$
\begin{array}{rrr|l}
6x^4y^2 & -\,6x^3y^2 & +\,6x^2y^2 & 6x^2y^2 \\ \cline{4-4}
-\,6x^4y^2 & & & x^2 - x + 1 \\ \cline{1-1}
 & -\,6x^3y^2 & +\,6x^2y^2 & \\
 & +\,6x^3y^2 & & \\ \cline{2-2}
 & & +\,6x^2y^2 & \\
 & & -\,6x^2y^2 & \\ \cline{3-3}
 & & 0 &
\end{array}
$$

c) O resultado de $(3a^3b^3 - 3a^2b^4 + 3a^2b^3) : (3a^2b^3) = a - b + 1$, pois:

$$
\begin{array}{rrr|l}
3a^3b^3 & -\,3a^2b^4 & +\,3a^2b^3 & 3a^2b^3 \\ \cline{4-4}
-\,3a^3b^3 & & & a - b + 1 \\ \cline{1-1}
 & -\,3a^2b^4 & +\,3a^2b^3 & \\
 & +\,3a^2b^4 & & \\ \cline{2-2}
 & & +\,3a^2b^3 & \\
 & & -\,3a^2b^3 & \\ \cline{3-3}
 & & 0 &
\end{array}
$$

2. **a)** Efetuando a divisão, temos:

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & +\,3x^2 & -\,7x & -\,3 & x - 2 \\ \cline{5-5}
-x^3 & +\,2x^2 & & & x^2 + 5x + 3 \\ \cline{1-2}
 & +5x^2 & -\,7x & -\,3 & \\
 & -5x^2 & +\,10x & & \\ \cline{2-3}
 & & +3x & -\,3 & \\
 & & -3x & +\,6 & \\ \cline{3-4}
 & & & 3 &
\end{array}
$$

Logo, $Q = x^2 + 5x + 3$ e $R = 3$.

b) Efetuando a divisão, temos:

$$
\begin{array}{l|l}
2x^4+0x^3+0x^2-3x\ -1 & x^2+2x-3 \\ \cline{2-2}
\underline{-2x^4-4x^3+6x^2} & 2x^2-4x+14 \\
\quad -4x^3+6x^2-\ 3x-1 & \\
\quad \underline{+4x^3+8x^2-12x} & \\
\qquad +14x^2-15x-\ 1 & \\
\qquad \underline{-14x^2-28x+42} & \\
\qquad\qquad -43x+41 &
\end{array}
$$

Logo, $Q = 2x^2 - 4x + 14$ e $R = -43x + 41$.

c) Efetuando a divisão, temos:

$$
\begin{array}{l|l}
4x^2-5x+\ 5 & x^2+1 \\ \cline{2-2}
\underline{-4x^2\qquad -\ 4} & 4 \\
\qquad -5x+1 &
\end{array}
$$

Logo, $Q = 4$ e $R = -5x + 1$.

3. a) Efetuando a divisão, temos:

$$
\begin{array}{l|l}
x^3-\ 3x^2 & x-1 \\ \cline{2-2}
\underline{-x^3+1x^2} & x^2-2x-2 \\
\quad -2x^2 & \\
\quad \underline{+2x^2-2x} & \\
\qquad -2x & \\
\qquad \underline{+2x-2} & \\
\qquad\quad -2 &
\end{array}
$$

Logo, o resto é igual a -2.

b) Efetuando a divisão, temos:

$$
\begin{array}{l|l}
x^2-3x+\ 9 & x+3 \\ \cline{2-2}
\underline{-x^2-3x} & x-6 \\
\quad -6x+\ 9 & \\
\quad \underline{+6x+18} & \\
\qquad\quad 27 &
\end{array}
$$

Logo, o resto é igual a 27.

c) Efetuando a divisão, temos:

$$
\begin{array}{l|l}
x^4+0x^3-x^2+9x & x^2+1 \\ \cline{2-2}
\underline{-x^4\qquad -x^2} & x^2-2 \\
\qquad -2x^2+9x & \\
\qquad \underline{+2x^2\qquad +2} & \\
\qquad\qquad 9x+2 &
\end{array}
$$

Logo, o resto é igual a $9x + 2$.

4. a) De acordo com as informações deste item, temos:

$$
\begin{array}{l|l}
2x^4+3x^3+0x^2-2x-3 & 2x+3 \\ \cline{2-2}
\underline{-2x^4-3x^3} & x^3-1 \\
\qquad\qquad -2x-3 & \\
\qquad\qquad \underline{+2x+3} & \\
\qquad\qquad\qquad 0 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l|l}
x^5+x^4+x^3-x^2-x-1 & x^2+x+1 \\ \cline{2-2}
\underline{-x^5-x^4-x^3} & x^3-1 \\
\qquad\quad -x^2-x-1 & \\
\qquad\quad \underline{+x^2+x+1} & \\
\qquad\qquad\qquad 0 &
\end{array}
$$

Logo, a afirmação é verdadeira, pois os quocientes são iguais.

b) De acordo com as informações deste item, temos:

$$
\begin{array}{l|l}
x^4+0x^3+0x^2+\ 0x+1 & x^3-1 \\ \cline{2-2}
\underline{-x^4\qquad\qquad +\ 1x} & x \\
\qquad\qquad\quad +\ 1x+1 &
\end{array}
$$

O resto é igual a $x + 1$, que é um binômio.

$$
\begin{array}{l|l}
a^2+0a+1 & a-1 \\ \cline{2-2}
\underline{-\ a^2+1a} & a+1 \\
\quad +1a+1 & \\
\quad \underline{-1a+1} & \\
\qquad\quad 2 &
\end{array}
$$

O resto é igual a 2, que é um monômio.

Logo, a afirmação é falsa, pois um dos quocientes não é um monômio.

CORREÇÃO: O resto da divisão $(x^4 + 1) : (x^3 - 1)$ é um binômio $(x + 1)$, e o resto da divisão $(a^2 + 1) : (a - 1)$ é um monômio (2).

5. a) Calculando a divisão, temos:

$$
\begin{array}{l|l}
x^2+0x-9 & x+3 \\ \cline{2-2}
\underline{-x^2-3x} & x-3 \\
\quad -3x-9 & \\
\quad \underline{+3x+9} & \\
\qquad\quad 0 &
\end{array}
$$

Logo, $Q = x - 3$ e $R = 0$.

b) Calculando a divisão, temos:

$$
\begin{array}{l|l}
x^2+0x-9 & x-3 \\ \cline{2-2}
\underline{-x^2+3x} & x+3 \\
\quad +3x-9 & \\
\quad \underline{-3x+9} & \\
\qquad\quad 0 &
\end{array}
$$

Logo, $Q = x + 3$ e $R = 0$.

c) Antes de efetuar a divisão, vamos encontrar a forma reduzida de D:

$D = (x + 3)^2 = (x + 3) \cdot (x + 3) = x^2 + 6x + 9$

Agora, vamos dividir D por B:

$$
\begin{array}{l|l}
x^2+6x+9 & x+3 \\ \cline{2-2}
\underline{-x^2-3x} & x+3 \\
\quad +3x+9 & \\
\quad \underline{-3x-9} & \\
\qquad\quad 0 &
\end{array}
$$

Logo, $Q = x + 3$ e $R = 0$.

d) Vamos usar a forma reduzida de D, encontrada no item anterior: $x^2 + 6x + 9$.

Agora, vamos dividir D por C:

$$
\begin{array}{l|l}
x^2+6x+\ 9 & x-3 \\ \cline{2-2}
\underline{-x^2+3x} & x+9 \\
\quad +9x+\ 9 & \\
\quad \underline{-9x+27} & \\
\qquad\quad 36 &
\end{array}
$$

Logo, $Q = x + 9$ e $R = 36$.

6. a) Para obter o polinômio que indica a medida da largura do retângulo, devemos dividir o polinômio que indica a medida de sua área pelo polinômio que indica a medida de seu comprimento. Assim:

$$\begin{array}{rl} 36x^2 - 3x - 3 & \underline{|\ 12x + 3} \\ \underline{-36x^2 - 9x \quad\ } & \ 3x - 1 \\ -12x - 3 & \\ \underline{+12x + 3} & \\ 0 & \end{array}$$

Logo, o polinômio que indica a medida da largura desse retângulo é $3x - 1$.

b) Basta substituir x por 1 em $36x^2 - 3x - 3$ para encontrar a medida da área do retângulo, em centímetro quadrado.

$36x^2 - 3x - 3 = 36 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 - 3 = 36 - 3 - 3 = 30$

Logo, a medida da área desse retângulo, para $x = 1$ cm, é 30 cm^2.

7. Como Mariana dividiu um polinômio de grau 3 por outro e obteve como quociente um polinômio de grau 1, o polinômio divisor só pode ser de grau 2, pois $3 - 1 = 2$. Já Gisele dividiu um polinômio de grau 3 por um monômio e obteve como quociente um polinômio de grau 2. Logo, o monômio divisor só pode ser de grau 1, pois $3 - 2 = 1$.

8. Exemplos de respostas:

a) Como o resto da divisão de P por M é igual a zero, então P é obtido multiplicando-se um polinômio M, que tem grau 2 (divisor), por um polinômio Q de grau 1. Vamos considerar $M = x^2 + x$ e $Q = x + 1$. Assim:

$P = (x^2 + x) \cdot (x + 1) = x^3 + x^2 + x^2 + x = x^3 + 2x^2 + x$

Logo, podemos ter $M = x^2 + x$ e $P = x^3 + 2x^2 + x$.

b) Temos que $P = x \cdot M$. Como M tem grau 2, vamos considerar $M = x^2 + 2$. Assim:

$P = x \cdot (x^2 + 2) = x^3 + 2x$

Logo, podemos ter $M = x^2 + 2$ e $P = x^3 + 2x$.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Páginas 206, 207 e 208

1. Como o enunciado da atividade pede que, na construção do gráfico, os dados sejam apresentados na forma percentual, então vamos encontrar o percentual que cada cor representa na preferência de todos os estudantes da turma.

Quantidade de estudantes da turma: $15 + 10 + 5 + 2 + 8 = 40$

Então:

Azul: $\frac{15}{40} = 0{,}375 = 37{,}5\%$

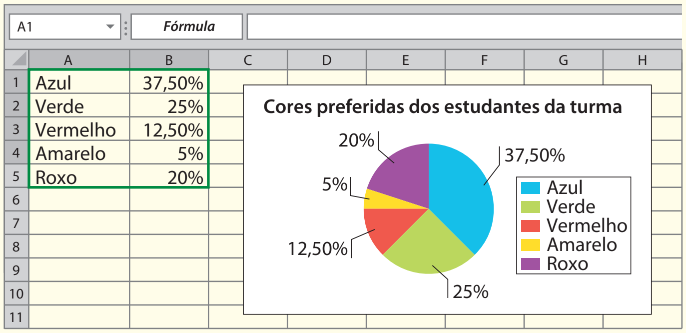
Verde: $\frac{10}{40} = 0{,}25 = 25\%$

Vermelho: $\frac{5}{40} = 0{,}125 = 12{,}5\%$

Amarelo: $\frac{2}{40} = 0{,}05 = 5\%$

Roxo: $\frac{8}{40} = 0{,}2 = 20\%$

Com esses dados e uma planilha eletrônica podemos construir um gráfico para representar as cores preferidas dos estudantes da turma.



ILUSTRAÇÕES: PLANILHA ELETRÔNICA: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA; GRÁFICO: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela professora da turma em junho de 2023.

2. a) Exemplo de resposta: O gráfico de linhas, pois mostra como o número de mortes no trânsito variou de 2014 a 2020.

b) Não, porque, entre todos os anos apresentados, o número de mortes no trânsito diminuiu.

c) $44\,823 - 31\,088 = 13\,735$

$13\,735 : 44\,823 \simeq 0{,}306 = 30{,}6\%$

O percentual da diminuição de mortes no trânsito entre 2014 e 2020 foi de aproximadamente 31%.

3. a) Espera-se que os estudantes escolham o gráfico de linhas, pois expressa a variação dos dados ao longo do tempo.

b) Espera-se que os estudantes escolham o gráfico de barras duplas, pois permite a comparação entre o número de estudantes aprovados e reprovados de anos diferentes.

c) Espera-se que os estudantes escolham o gráfico de setores, pois permite a comparação entre os percentuais de materiais de cada tipo que a cooperativa reciclou.

4. Resposta pessoal. Exemplo de problema: Sabendo que a turma tem 40 estudantes, quantos obtiveram nota 6 no 1º bimestre?

EDUCAÇÃO FINANCEIRA ▸ Páginas 209 e 210

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Página 211

1. a) Caso Jorge tivesse 9 m de comprimento de tela, então a medida do comprimento do lado do galinheiro seria 3 m, pois $9 : 3 = 3$ (apenas 3 lados do galinheiro seriam fechados com tela). Assim, a medida da área do galinheiro seria 9 m^2, pois $3 \cdot 3 = 9$.

b) $A = \frac{c^2}{9}$

2. De acordo com as informações, temos:

$\frac{1}{3} \cdot 3x + \frac{3}{5} \cdot 2y = x + \frac{6}{5}y$

3. De acordo com o esquema apresentado, temos:

$V = (a \cdot a \cdot b) + (a \cdot a \cdot 2b) + (2a \cdot a \cdot b) = a^2b + 2a^2b + 2a^2b = 5a^2b$

4. a) Estacionamento **A**: $3{,}00 + 1{,}20x$

Estacionamento **B**: $4{,}00 + 0{,}80x$

b) Para 6 horas no estacionamento **A**, Vítor deve pagar:

$3{,}00 + 1{,}20 \cdot 6 = 3{,}00 + 7{,}20 = 10{,}20$

Para 6 horas no estacionamento **B**, ele deve pagar:

$4{,}00 + 0{,}80 \cdot 6 = 4{,}00 + 4{,}80 = 8{,}80$

Portanto, para 6 horas, será mais vantajoso Vítor guardar o carro no estacionamento **B**.

5. **a)** De acordo com a figura, temos:

$A_{verde} = (3x + 2y) \cdot (x + y) - (2x \cdot 2y) =$
$= (3x^2 + 3xy + 2xy + 2y^2) - 4xy = 3x^2 + 5xy + 2y^2 - 4xy =$
$= 3x^2 + 2y^2 + xy$

b) Considerando $x = 3$ e $y = 1$, temos:

$3x^2 + 2y^2 + xy = 3 \cdot 3^2 + 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 = 3 \cdot 9 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 =$
$= 27 + 2 + 3 = 32$

6. **a)** Considerando os polinômios M e N, temos:

- $M + N = (3x^4 - 6x^2 + 1) + (3x^4 - 5x^2 - 2) = 6x^4 - 11x^2 - 1$
- $M - N = (3x^4 - 6x^2 + 1) - (3x^4 - 5x^2 - 2) = -x^2 + 3$

Logo:

$$\begin{array}{rrrrr|l}
6x^4 & +\,0x^3 & -\,11x^2 & +\,0x & -\,1 & -x^2+3 \\ \cline{6-6}
-6x^4 & & +\,18x^2 & & & -6x^2-7 \\ \cline{1-5}
 & & 7x^2 & +\,0x & -\,1 & \\
 & & -\,7x^2 & & +\,21 & \\ \cline{3-5}
 & & & & 20 &
\end{array}$$

Portanto, o resto da divisão é 20.

b) Efetuando a divisão, temos:

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
x^5 & +\,2x^4 & +\,0x^3 & -\,x^2 & +\,0x & +\,3 & x^2+5 \\ \cline{7-7}
-x^5 & & -\,5x^3 & & & & x^3+2x^2-5x-11 \\ \cline{1-3}
 & +\,2x^4 & -\,5x^3 & -\,x^2 & +\,0x & +\,3 & \\
 & -\,2x^4 & & -\,10x^2 & & & \\ \cline{2-4}
 & & -\,5x^3 & -\,11x^2 & +\,0x & +\,3 & \\
 & & +\,5x^3 & & +\,25x & & \\ \cline{3-5}
 & & & -\,11x^2 & +\,25x & +\,3 & \\
 & & & +\,11x^2 & & +\,55 & \\ \cline{4-6}
 & & & & 25x & +\,58 &
\end{array}$$

Portanto, o resto da divisão é $25x + 58$.

O valor numérico do resto para $x = -0{,}2$ é:

$25x + 58 = 25 \cdot (-0{,}2) + 58 = -5 + 58 = 53$

7. Respostas pessoais. As etapas apresentadas nesta atividade podem variar de uma calculadora para outra. Oriente os estudantes caso levem calculadoras que funcionem de maneira diferente da indicada.

- A expressão algébrica pode ser indicada por:

$\sqrt{(x - 1) \cdot (x + 1) + 1} = x$

8. **a)** Devemos encontrar um polinômio P tal que:

$P : (x - 5) = x + 3$ e resto 0

Aplicando a operação inversa, temos:

$(x - 5) \cdot (x + 3) = x^2 + 3x - 5x - 15 = x^2 - 2x - 15$

Portanto, o polinômio P é $x^2 - 2x - 15$.

b) Devemos encontrar um polinômio P tal que:

$P : \underbrace{(x^2 - x)}_{D}$ tem quociente $\underbrace{(x^3 + 2x + 4)}_{Q}$ e resto $\underbrace{(4x + 6)}_{R}$

Para isso, fazemos:

$D \cdot Q = (x^2 - x) \cdot (x^3 + 2x + 4) =$
$= x^5 + 2x^3 + 4x^2 - x^4 - 2x^2 - 4x = x^5 - x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 4x$

Adicionando o polinômio obtido ao resto R, temos:

$(x^5 - x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 4x) + (4x + 6) = x^5 - x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 6$

Portanto, o polinômio P é $x^5 - x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 6$.

Capítulo 8

ATIVIDADES ▸ Página 215

1. Duas decisões podem ser tomadas: d_1, representando a escolha do modelo de telefone entre as 10 opções possíveis e d_2, representando a escolha da cor do telefone entre as 4 opções possíveis. Portanto, o número de escolhas possíveis de tomar as decisões d_1 e d_2 é dado por:

$10 \cdot 4 = 40$

2. Três decisões podem ser tomadas: d_1 (escolher uma bola vermelha entre as 3 opções possíveis), d_2 (escolher uma bola azul entre as 5 opções possíveis) e d_3 (escolher uma bola roxa entre as 4 opções possíveis). Portanto, o número de escolhas possíveis de tomar as decisões d_1, d_2 e d_3 é dado por:

$3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$

Logo, Paulo poderá formar 60 trios.

ATIVIDADES ▸ Página 217

1. Para o algarismo das dezenas, há 9 possibilidades (o algarismo 0 não serve). Já para o algarismo das unidades, há 10 possibilidades. Logo, há 90 números de dois algarismos, pois:

$9 \cdot 10 = 90$

2. Para o primeiro algarismo, há 9 possibilidades (o algarismo 0 não serve); para o segundo, 9 possibilidades (deve ser distinto do primeiro, mas o 0 agora serve); e, para o terceiro, 8 possibilidades (o terceiro algarismo deve ser diferente dos outros dois). Logo, há 648 números de três algarismos distintos, pois:

$9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$

3. Para o primeiro algarismo, há 6 possibilidades; para o segundo, 5 possibilidades (deve ser distinto do primeiro); e, para o terceiro, 4 possibilidades (o terceiro algarismo deve ser diferente dos outros dois). Logo, há 120 números de três algarismos distintos formados com os algarismos 2, 4, 6, 7, 8 e 9, pois:

$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

4. Para a primeira pessoa da fila, há 7 possibilidades; para a segunda, há 6 possibilidades; para a terceira, há 5 possibilidades; e será assim até o final da fila, de modo que podemos fazer:

$7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$

Portanto, 7 pessoas podem ficar em fila de 5040 maneiras diferentes.

5. **a)** Para formar números de três algarismos com os dígitos 4, 5, 6, 7 e 8 que sejam menores que 700, temos de considerar que, para o primeiro algarismo, há 3 possibilidades (os algarismos 7 e 8 não servem, pois o número formado seria maior que 700); para o segundo, 5 possibilidades; e, para o terceiro, 5 possibilidades. Logo, há 75 números de três algarismos que podem ser formados, pois:

$3 \cdot 5 \cdot 5 = 75$

b) Como os algarismos não podem se repetir, temos de considerar que, para o primeiro algarismo, há 3 possibilidades (os algarismos 7 e 8 não servem, pois o número formado seria maior que 700); para o segundo, 4 possibilidades (deve ser distinto do primeiro, mas os algarismos 7 e 8 agora servem); e, para o terceiro, 3 possibilidades (o terceiro algarismo deve ser diferente dos outros dois). Logo, há 36 números de três algarismos distintos, pois:

$3 \cdot 4 \cdot 3 = 36$

6. A numeração do bilhete será então:

letra ______ letra ______ número ______ número ______

Para a primeira letra temos 5 possibilidades (A, B, C, D e E); para a segunda, também temos as mesmas 5 possibilidades. Para os números temos 10 algarismos para cada um. Logo, há 2 500 possibilidades de numeração dos bilhetes, pois:

$5 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 10 = 2\,500$

7. Como as letras devem ser diferentes, para a primeira, temos 26 escolhas possíveis; para a segunda, 25; para a terceira, 24; e, para a quarta, 23. Aplicando o princípio multiplicativo, temos:

$26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 = 358\,800$

Portanto, podem ser formadas 358 800 palavras.

8. A senha deverá ter 6 dígitos, mas, como ela sempre começa com 9, vamos descartar esse dígito. Os outros 5 deverão ser 4 números e uma vogal, já que ela sempre termina com uma vogal. Como podem ser repetidos, então temos 10 possibilidades para cada número e 5 possibilidades para a vogal. Logo, há 50 000 possibilidades de senha, pois.

$1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 50\,000$

ATIVIDADES ▸ Página 219

1. Para encontrar o número de anagramas da palavra LIVRO, podemos utilizar o princípio fundamental da contagem: $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Portanto, são 120 anagramas.

2. Se I é sempre a primeira letra e O a última, devemos verificar as possibilidades de escolha para as letras centrais. São 3 possibilidades para a segunda letra, 2 para a terceira e 1 para a quarta. Assim, temos: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

Portanto, são 6 anagramas.

3. Para determinar todas as possibilidades de saladas com 3 tipos de frutas que podem ser escolhidas entre 5 tipos de frutas, podemos fazer: $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$. Como cada combinação pode aparecer 6 vezes repetidas, pois a ordem das frutas não importa, devemos eliminar as repetições, dividindo 60 por 6, assim $60 : 6 = 10$.

Logo, podemos obter 10 tipos de salada.

4. Para encontrar todas as possibilidades de comissões com 3 pessoas escolhidas em um conjunto de 10 pessoas, podemos fazer: $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$. Como cada combinação pode aparecer 6 vezes repetidas, pois a ordem das pessoas não importa, devemos eliminar as repetições, assim $720 : 6 = 120$.

Logo, podemos obter 120 comissões.

5. Se todas as letras na palavra ABACATE fossem distintas, teríamos 5 040 anagramas, pois: $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5\,040$. Como a letra A se repete 3 vezes na palavra, devemos verificar o número de possibilidades repetidas: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Então, devemos dividir o total de possibilidades pelo número de repetições, $5\,040 : 6 = 840$.

Logo, 840 anagramas.

6. Resposta pessoal. Exemplo de problema: Quantos são os anagramas da palavra MARTELO?

Resolução: $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5\,040$

Portanto, há 5 040 anagramas.

TRABALHO EM EQUIPE ▸ Página 220

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Páginas 221, 222 e 223

1. a) Como são 7 participantes, podemos usar o princípio fundamental da contagem e fazer:

$7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5\,040$

Logo, são 5 040 possíveis combinações.

b) A probabilidade de Fernando ser o primeiro colocado pode ser calculada dividindo 1 por 7, já que Fernando é 1 dos 7 participantes. Assim:

$\frac{1}{7} \simeq 0{,}1429$

Multiplicando o valor obtido por 100, temos:

$0{,}1429 \cdot 100 = 14{,}29$.

Logo, a probabilidade de Fernando ser o primeiro colocado é, aproximadamente, 14,29%.

2. a) Nosso alfabeto tem 26 letras, então: $26 \cdot 26 = 676$.

Temos 10 algarismos, que são: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Então: $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$

Multiplicando os valores obtidos, temos:

$676 \cdot 10\,000 = 6\,760\,000$

Portanto, o total de senhas que podem ser criadas nessas condições é 6 760 000 senhas.

b) A letra A é uma das 26 letras do nosso alfabeto, então podemos fazer:

$\frac{1}{26} \simeq 0{,}0385$, ou seja, $0{,}0385 \cdot 100 = 3{,}85$

Logo, a probabilidade de a senha de Ana ter a letra A na última posição é de, aproximadamente, 3,85%.

c) Com letras distintas, para calcular a quantidade de senhas com 2 letras, podemos fazer:

$26 \cdot 25 = 650$

Com algarismos distintos, para calcular a quantidade de senhas com 10 algarismos, podemos fazer:

$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5\,040$

Assim, pelo princípio multiplicativo, temos:

$650 \cdot 5\,040 = 3\,276\,000$

Logo, poderiam ser criadas 3 276 000 senhas. A probabilidade de a senha de Ana ter a letra A na última posição é a mesma, aproximadamente, 3,85%.

3. a) Como são 6 opções de sabor e o sorvete vai ser montado apenas com 2 bolas de 2 sabores diferentes, temos: $6 \cdot 5 = 30$

Logo, é possível montar um sorvete com 2 bolas de 2 sabores diferentes de 30 maneiras.

b) As possibilidades de sorvete com 2 bolas de 2 sabores diferentes, das quais apenas 1 é de chocolate, são 10, pois podem ser:

- 5 possibilidades com a bola de cima sendo de chocolate, daí a debaixo será de morango, flocos, abacaxi, creme ou limão;
- 5 possibilidades com a bola debaixo sendo de chocolate, daí a de cima será de morango, flocos, abacaxi, creme ou limão.

Assim, para calcular a probabilidade de um cliente pedir um sorvete com 2 bolas de 2 sabores diferentes, das quais apenas 1 é de chocolate, podemos fazer:

$\frac{10}{30} \simeq 0{,}3333...$, ou seja: $0{,}3333 \cdot 100 = 33{,}33$

Logo, a probabilidade é, aproximadamente, 33,33%.

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes cheguem à conclusão de que sorvetes de alguns sabores são mais consumidos do que outros e, portanto, a probabilidade de escolha desses sabores é maior. Nessas situações, em que a escolha não é aleatória, a probabilidade não representa fielmente a realidade.

4. a) Como são 7 cores, podemos usar o princípio fundamental da contagem e fazer:

$7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5\,040$

Logo, Everton pode pintar sua casa de 5 040 maneiras diferentes.

b) $\frac{1}{7} \simeq 0{,}1429$, ou seja, $0{,}1429 \cdot 100 = 14{,}29$

Logo, a probabilidade de ele pintar a cozinha de laranja é de aproximadamente 14,29%.

c) Como são 8 cores, podemos usar o princípio fundamental da contagem e fazer:

$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40\,320$

Logo, ele poderia pintar sua casa de 40 320 maneiras diferentes.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▶ Página 224

1. a) O tucano não sabia que cada bolinha preta que visualizou escondia um caractere da senha de Bugio.

b) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100\,000$

É possível formar 100 000 senhas.

2. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 604\,800$

Podem ser fabricados 604 800 cadeados.

3. $26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 260\,000$

É possível formar 260 000 senhas.

4. $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$. Logo, $336 : 6 = 56$.

Portanto, podemos escolher as pessoas de 56 modos diferentes.

5. $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

As letras repetidas são A: $3 \cdot 2 = 6$ e R: $2 \cdot 1 = 2$, ou seja, $6 \cdot 2 = 12$. Logo: $120 : 12 = 10$

Portanto, são 10 anagramas da palavra ARARA.

PARA FINALIZAR ▶ Páginas 225 e 226

Resoluções e comentários em *Orientações*.

▶ Unidade 4

Capítulo 9

ATIVIDADES ▶ Página 231

1. a) A situação deste item pode ser representada pela equação $z + y = 3$.

b) A situação deste item pode ser representada pela equação $3x - 2y = 14$.

2. Analisando as alternativas, temos:

a) Não é uma equação do 1º grau com duas incógnitas, pois não pode ser reduzida a uma sentença do tipo $ax + by = c$, sendo a, b e c números reais, em que a e b são não nulos.

b) Não é uma equação do 1º grau com duas incógnitas, pois a incógnita y está elevada ao cubo.

c) É uma equação do 1º grau com duas incógnitas.

d) Não é uma equação do 1º grau com duas incógnitas, pois ela tem três incógnitas (x, y, z).

e) Não é uma equação do 1º grau com duas incógnitas, pois ela tem apenas uma incógnita (x).

f) Não é uma equação do 1º grau com duas incógnitas, pois tem apenas uma incógnita e está sendo elevada ao quadrado (x^2).

alternativa **c**

3. a) $x + 4y = 15$

$4 + 4 \cdot (-1) = 15$

$4 - 4 = 15$

$0 = 15$ (sentença falsa)

Logo, o par ordenado (4, –1) não é solução da equação dada.

b) $x - 4y = 0$

$4 - 4 \cdot (-1) = 0$

$4 + 4 = 0$

$8 = 0$ (sentença falsa)

Logo, o par ordenado (4, –1) não é solução da equação dada.

c) $4x - 4y = 12$

$4 \cdot 4 - 4 \cdot (-1) = 12$

$16 + 4 = 12$

$20 = 12$ (sentença falsa)

Logo, o par ordenado (4, –1) não é solução da equação dada.

d) $4x + y = 15$

$4 \cdot 4 + (-1) = 15$

$16 - 1 = 15$

$15 = 15$ (sentença verdadeira)

Logo, o par ordenado (4, –1) é solução da equação dada.

e) $3x + 2y = -10$

$3 \cdot 4 + 2 \cdot (-1) = -10$

$12 - 2 = -10$

$10 = -10$ (sentença falsa)

Logo, o par ordenado (4, –1) não é solução da equação dada.

f) $2x + \frac{y}{2} = 7{,}5$

$2 \cdot 4 + \frac{(-1)}{2} = 7{,}5$

$8 - \frac{1}{2} = 7{,}5$

$\frac{16}{2} - \frac{1}{2} = 7{,}5$

$\frac{15}{2} = 7{,}5$

$7{,}5 = 7{,}5$ (sentença verdadeira)

Logo, o par ordenado $(4, -1)$ é solução da equação dada.

4. **a)** Atribuindo o valor 0 para *x*, temos:

$2x - y = \frac{1}{2}$

$2 \cdot 0 - y = \frac{1}{2}$

$-y = \frac{1}{2}$

$y = -\frac{1}{2}$

Portanto, uma solução para a equação é $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$.

Atribuindo o valor 1 para *x*, temos:

$2x - y = \frac{1}{2}$

$2 \cdot 1 - y = \frac{1}{2}$

$2 - y = \frac{1}{2}$

$\frac{4}{2} - y = \frac{1}{2}$

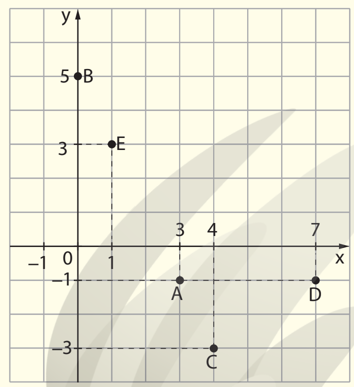
$\frac{4}{2} - \frac{1}{2} = y$

$y = \frac{3}{2}$

Portanto, uma solução para a equação é $\left(1, \frac{3}{2}\right)$.

b) Exemplo de resposta: $-x + y = 15$

5.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Os pontos indicados não pertencem à mesma reta.

6. Para que o ponto dado represente uma das soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas, precisamos encontrar uma sentença verdadeira utilizando as coordenadas do ponto. Podemos verificar que:

$2 \cdot \frac{3}{2} + 2 \cdot \frac{9}{2} = 12$

$3 + 9 = 12$

$12 = 12$ (sentença verdadeira)

Assim, substituindo a abscissa do ponto por *x* e a ordenada por *y*, temos:

$2x + 2y = 12$

Portanto, uma equação do 1º grau com duas incógnitas que tem como solução o par ordenado $\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$ é $2x + 2y = 12$.

7. Como o resultado final de desafio é 15, vamos testar valores menores que 15 nas proposições propostas por Enrico. Quando testamos com o número 9, chegamos aos seguintes resultados:

$9 \cdot 5 = 45$

$45 + 5 = 50$

$50 : 2 = 25$

$\sqrt{25} = 5$

$5 + 10 = 15$

Assim, o número esperado é o 9.

8. Exemplo de explicação: Substituindo as incógnitas pelas coordenadas de alguns pontos de cada representação gráfica e verificando se as igualdades obtidas são verdadeiras, temos:

a)

Par ordenado	Equação $2x - y = 4$
$(2, -1)$	$2 \cdot (2) - (-1) = 4$ $4 + 1 = 4$ $5 = 4$ (sentença falsa)

A representação gráfica desse item não corresponde às soluções da equação $2x - y = 4$.

b)

Par ordenado	Equação $2x - y = 4$
$(1, -1)$	$2 \cdot (1) - (-1) = 4$ $2 + 1 = 4$ $3 = 4$ (sentença falsa)

A representação gráfica desse item não corresponde às soluções da equação $2x - y = 4$.

c)

Pares ordenados	Equação $2x - y = 4$
$(0, -4)$	$2 \cdot (0) - (-4) = 4$ $+4 = 4$ $4 = 4$ (sentença verdadeira)
$(1, -2)$	$2 \cdot (1) - (-2) = 4$ $2 + 2 = 4$ $4 = 4$ (sentença verdadeira)
$(2, 0)$	$2 \cdot (2) - (0) = 4$ $4 - 0 = 4$ $4 = 4$ (sentença verdadeira)
$(3, 2)$	$2 \cdot (3) - (2) = 4$ $6 - 2 = 4$ $4 = 4$ (sentença verdadeira)

A representação gráfica desse item corresponde às soluções da equação $2x - y = 4$.

alternativa **c**

9. **a)** Substituindo *x* por 3 na equação, temos:

$3x - 4y = 7$

$3 \cdot 3 - 4y = 7$

$9 - 4y = 7$

$-4y = 7 - 9$

$-4y = -2$

$y = \frac{2}{4}$

$y = \frac{1}{2}$

Logo, a ordenada desse par ordenado é $\frac{1}{2}$.

b) Substituindo y por –5 na equação, temos:

$2x - y = 5$
$2x - (-5) = 5$
$2x + 5 = 5$
$2x = 5 - 5$
$2x = 0$
$x = 0$

Logo, a abscissa desse par ordenado é 0.

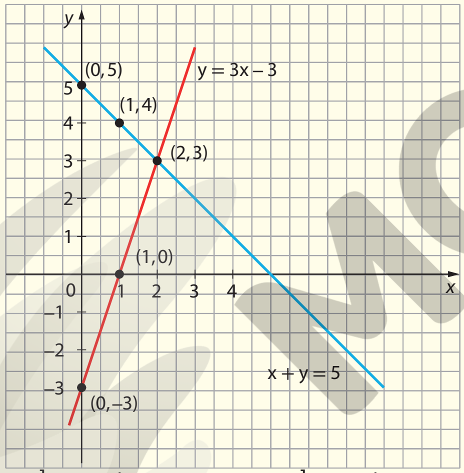
10. Para a equação (I), temos:

x	$x + y = 5$	Par ordenado
0	$0 + y = 5$ $y = 5$	(0, 5)
1	$1 + y = 5$ $y = 5 - 1$ $y = 4$	(1, 4)
2	$2 + y = 5$ $y = 5 - 2$ $y = 3$	(2, 3)

Para a equação (II), temos:

x	$y = 3x - 3$	Par ordenado
0	$y = 3 \cdot 0 - 3 = 0 - 3 = -3$	(0, –3)
1	$y = 3 \cdot 1 - 3 = 3 - 3 = 0$	(1, 0)
2	$y = 3 \cdot 2 - 3 = 6 - 3 = 3$	(2, 3)

Representando em um plano cartesiano, temos:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Como as duas retas passaram pelo ponto correspondente ao par ordenado (2, 3), concluímos que ele é a solução das duas equações.

ATIVIDADES ▸ Página 238

1. O modo de resolução discutido neste momento é o de tentativa e erro, com ênfase na verificação da solução. Ou seja, depois de encontrar a solução, os estudantes são incentivados a retomar o problema original e verificar se a resposta obtida faz sentido para aquela situação. Resolver um sistema por tentativa e erro é uma estratégia pouco econômica, mas pode constituir uma experiência significativa para os estudantes, pois eles poderão valorizar os métodos da substituição e da adição, que serão estudados mais adiante.

a) (–3, 4) b) (6, –3)

2. a) • Método da substituição:

$$\begin{cases} x + 6y = 5 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$$

Vamos isolar x na equação $x + 6y = 5$.

$x = 5 - 6y$ (I)

Na equação $2x - 3y = 5$, substituímos x por $5 - 6y$.

$2 \cdot (5 - 6y) - 3y = 5$

$10 - 12y - 3y = 5$

$-15y = 5 - 10$

$-15y = -5$

$y = \frac{-5}{-15}$

$y = \frac{1}{3}$

Substituímos $y = \frac{1}{3}$ na equação (I):

$x = 5 - 6y$

$x = 5 - 6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$

$x = 5 - 2$

$x = 3$

Logo, o par ordenado $\left(3, \frac{1}{3}\right)$ é a solução do sistema.

• Método da adição:

$$\begin{cases} x + 6y = 5 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-2)} \begin{cases} -2x - 12y = -10 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$$

Adicionando membro a membro as duas equações:

$$\begin{array}{r} -2x - 12y = -10 \\ +\ 2x - 3y = 5 \\ \hline 0x - 15y = -5 \end{array}$$

$y = \frac{-5}{-15}$

$y = \frac{1}{3}$

Substituímos $y = \frac{1}{3}$ na equação $x + 6y = 5$.

$x + 6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) = 5$

$x + 2 = 5$

$x = 5 - 2$

$x = 3$

Logo, o par ordenado $\left(3, \frac{1}{3}\right)$ é a solução do sistema.

b) • Método da substituição:

$$\begin{cases} 6x + y = 5 \\ -3x + 2y = 5 \end{cases}$$

Vamos isolar y na equação $6x + y = 5$:

$y = 5 - 6x$ (I)

Na equação $-3x + 2y = 5$, substituímos y por $5 - 6x$:

$-3x + 2 \cdot (5 - 6x) = 5$

$-3x + 10 - 12x = 5$

$-15x = 5 - 10$

$-15x = -5$

$x = \frac{-5}{-15}$

$x = \frac{1}{3}$

Substituímos $x = \frac{1}{3}$ na equação (I):

$y = 5 - 6 \cdot \frac{1}{3}$

$y = 5 - 2$

$y = 3$

Logo, o par ordenado $\left(\frac{1}{3}, 3\right)$ é a solução do sistema.

- Método da adição:

$\begin{cases} 6x + y = 5 \\ -3x + 2y = 5 \end{cases} \xrightarrow{\cdot\,(2)} \begin{cases} 6x + y = 5 \\ -6x + 4y = 10 \end{cases}$

Adicionando membro a membro as duas equações:

$$\begin{array}{rr} & 6x + y = 5 \\ + & -6x + 4y = 10 \\ \hline & 0x + 5y = 15 \end{array}$$

$y = \frac{15}{5}$

$y = 3$

Substituímos y = 3 na equação 6x + y = 5.

$6x + 3 = 5$

$6x = 5 - 3$

$6x = 2$

$x = \frac{2}{6}$

$x = \frac{1}{3}$

Logo, o par ordenado $\left(\frac{1}{3}, 3\right)$ é a solução do sistema.

c) - Método da substituição:

$\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 4x - 5y = 38 \end{cases}$

Vamos isolar y na equação 3x + 5y = 11:

$5y = 11 - 3x$

$y = \frac{11 - 3x}{5}$ (I)

Na equação 4x – 5y = 38, substituímos y por $\frac{11 - 3x}{5}$:

$4x - 5 \cdot \left(\frac{11 - 3x}{5}\right) = 38$

$4x - 11 + 3x = 38$

$4x + 3x = 38 + 11$

$7x = 49$

$x = \frac{49}{7}$

$x = 7$

Substituímos *x* por 7 na equação (I):

$y = \frac{11 - 3x}{5}$

$y = \frac{11 - 3 \cdot 7}{5}$

$y = \frac{11 - 21}{5}$

$y = \frac{-10}{5}$

$y = -2$

Logo, o par ordenado (7, –2) é a solução do sistema.

- Método da adição:

$\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 4x - 5y = 38 \end{cases}$

$$\begin{array}{r} 3x + 5y = 11 \\ + \ 4x - 5y = 38 \\ \hline 7x + 0y = 49 \end{array}$$

$x = \frac{49}{7}$

$x = 7$

Substituímos *x* por 7 na equação 3x + 5y = 11:

$3 \cdot 7 + 5y = 11$

$21 + 5y = 11$

$5y = -10$

$y = \frac{-10}{5}$

$y = -2$

Logo, o par ordenado (7, –2) é a solução do sistema.

d) - Método da substituição:

$\begin{cases} 7x - 3y = 12 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases}$

Vamos isolar y na equação 2*x* + 3y = 10:

$3y = 10 - 2x$

$y = \frac{10 - 2x}{3}$

Na equação 7*x* – 3y = 12, substituímos y por $\frac{10 - 2x}{3}$:

$7x - 3 \cdot \left(\frac{10 - 2x}{3}\right) = 12$

$7x - 10 + 2x = 12$

$7x + 2x = 12 + 10$

$9x = 22$

$x = \frac{22}{9}$

Substituímos *x* por $\frac{22}{9}$ na equação 2*x* + 3y = 10:

$2 \cdot \left(\frac{22}{9}\right) + 3y = 10$

$\frac{44}{9} + 3y = 10$

$3y = 10 - \frac{44}{9}$

$3y = \frac{90}{9} - \frac{44}{9}$

$3y = \frac{46}{9}$

$y = \frac{\frac{46}{9}}{3}$

$y = \frac{46}{9} \cdot \frac{1}{3}$

$y = \frac{46}{27}$

Logo, o par ordenado $\left(\frac{22}{9}, \frac{46}{27}\right)$ é a solução do sistema.

- Método da adição:

$\begin{cases} 7x - 3y = 12 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases}$

Adicionamos membro a membro as duas equações:

$$\begin{array}{r} 7x - 3y = 12 \\ + \ 2x + 3y = 10 \\ \hline 9x = 22 \end{array}$$

$x = \frac{22}{9}$

Substituímos *x* por $\frac{22}{9}$ na equação 2*x* + 3y = 10:

$2 \cdot \frac{22}{9} + 3y = 10$

$\frac{44}{9} + 3y = 10$

$3y = 10 - \frac{44}{9}$

$3y = \frac{90}{9} - \frac{44}{9}$

$3y = \frac{46}{9}$

$y = \frac{\frac{46}{9}}{3}$

$y = \frac{46}{9} \cdot \frac{1}{3}$

$y = \frac{46}{27}$

Logo, o par ordenado $\left(\frac{22}{9}, \frac{46}{27}\right)$ é a solução do sistema.

3. **a)** Hoje, Fábio tem o triplo da idade de Lucas, ou seja, $x = 3y$.

b) Daqui a 12 anos, a idade de Fábio será $x + 12$, e a de Lucas, $y + 12$. Daqui a 12 anos, Fábio terá o dobro da idade de Lucas, ou seja:

$(x + 12) = 2 \cdot (y + 12)$

c) Temos:

$\begin{cases} x = 3y \\ (x + 12) = 2 \cdot (y + 12) \end{cases}$

Podemos resolver o sistema pelo método da substituição, já que na equação $x = 3y$, x já está isolado. Substituindo x por $3y$ na equação $x + 12 = 2 \cdot (y + 12)$, temos:

$3y + 12 = 2y + 24$

$3y - 2y = 24 - 12$

$y = 12$

Substituindo y por 12 na equação $x = 3y$, temos:

$x = 3y$

$x = 3 \cdot 12$

$x = 36$

Logo, Fábio tem 36 anos, e Lucas, 12 anos.

4. Exemplo de resposta: A importância está em conferir se a solução obtida satisfaz as condições do problema.

Após resolver um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas que traduz um problema, é importante que os estudantes verifiquem se a solução encontrada satisfaz as condições do problema que deu origem ao sistema. Sempre que possível, incentive-os a fazer isso.

Essa discussão traz à tona a importância de verificar se a solução obtida após resolver um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas é ou não correta e, também, o fato de que há outras maneiras de aplicar o método da substituição para resolver um sistema. Deixe os estudantes à vontade para pensar sobre esses dois aspectos e, depois, incentive-os a compartilhar com os colegas as conclusões a que chegaram.

5. Indicando por x o número de homens e por y o número de mulheres, podemos montar o seguinte sistema:

$\begin{cases} x + y = 33 \\ x - 3 = y + 4 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 33 \\ x - y = 7 \end{cases}$

Aplicando o método da adição, temos:

$$\begin{array}{r} x + y = 33 \\ + \; x - y = 7 \\ \hline 2x = 40 \end{array}$$

$x = \frac{40}{2}$

$x = 20$

Substituindo x por 20 na equação $x + y = 33$, temos:

$20 + y = 33$

$y = 13$

Logo, 13 mulheres trabalham nesse escritório.

6. Indicando por x o número de partidas que a equipe Azul ganhou e por y o número de partidas que a equipe Azul perdeu, podemos montar o seguinte sistema:

$\begin{cases} x + y = 14 \\ 3x + y = 32 \end{cases}$

Multiplicamos a equação $x + y = 14$ por (-1) e aplicamos o método da adição.

$$\begin{array}{r} -x - y = -14 \\ + \; 3x + y = 32 \\ \hline 2x \quad = 18 \end{array}$$

$x = \frac{18}{2}$

$x = 9$

Substituindo x por 9 na equação $x + y = 14$, temos:

$9 + y = 14$

$y = 14 - 9$

$y = 5$

Logo, a equipe Azul ganhou 9 partidas e perdeu 5 partidas.

7. Indicando por x a quantidade de questões que Ana acertou e por y a quantidade de questões que Ana errou, podemos escrever o seguinte sistema:

$\begin{cases} x + y = 50 \\ 5x - 3y = 130 \end{cases}$

Multiplicando a 1ª equação por 3, podemos resolver o sistema pelo método da adição:

$$\begin{array}{r} 3x + 3y = 150 \\ + \; 5x - 3y = 130 \\ \hline 8x = 280 \end{array}$$

$x = \frac{280}{8}$

$x = 35$

Substituindo x por 35 na equação $x + y = 50$, temos:

$35 + y = 50$

$y = 50 - 35$

$y = 15$

Portanto, Ana acertou 35 questões.

8. Exemplo de resposta: Na aula de judô que Beatriz faz, existem 10 alunos, entre meninos e meninas. A diferença entre o número de meninos e o de meninas é 2.

Quantos meninos e quantas meninas fazem parte da aula de judô de Beatriz?

Resposta: Há 6 meninos e 4 meninas.

9. Indicando por x a medida da largura do retângulo e por y a medida do comprimento, temos $2x + 2y = 32$. A medida da largura é 4 cm menor que a medida do comprimento, então, $x = y - 4$. Temos, então, o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 32 \\ x = y - 4 \end{cases}$$

Substituindo x por $(y - 4)$ na equação $2x + 2y = 32$, temos:

$2 \cdot (y - 4) + 2y = 32$

$2y - 8 + 2y = 32$

$4y = 40$

$y = \frac{40}{4}$

$y = 10$

Substituindo y por 10 na equação $x = y - 4$, temos:

$x = y - 4$

$x = 10 - 4$

$x = 6$

Agora que sabemos que o retângulo tem largura medindo 6 cm e comprimento medindo 10 cm, podemos calcular a medida de sua área.

Medida da área do retângulo: $10 \cdot 6 = 60$

Portanto, a área do retângulo mede 60 cm².

10. Atribuindo como x e y as medidas das duas partes da corda, temos:

$$\begin{cases} x + y = 405 \\ x = \frac{y}{3} + 25 \end{cases}$$

Substituindo $x = \frac{y}{3} + 25$ em $x + y = 405$, temos:

$\frac{y}{3} + 25 + y = 405$

$\frac{y}{3} + y = 405 - 25$

$\frac{y}{3} + \frac{3y}{3} = 380$

$\frac{4y}{3} = 380$

$4y = 380 \cdot 3$

$4y = 1\,140$

$y = \frac{1\,140}{4}$

$y = 285$

Substituindo $y = 285$ em $x + y = 405$, temos:

$x + 285 = 405$

$x = 405 - 285$

$x = 120$

Portanto, as partes da corda medem 120 cm e 285 cm.

INFORMÁTICA E A MATEMÁTICA ▸ Página 241

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▸ Página 242

1. **a)** Atribuindo valores a uma das incógnitas e calculando os valores correspondentes da outra, determinamos as coordenadas de dois pontos de cada reta.

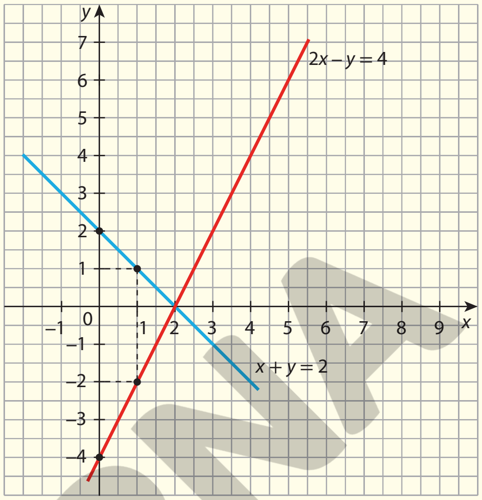
- $x + y = 2$

x	***y***	**(*x*, *y*)**
0	2	(0, 2)
1	1	(1, 1)

- $2x - y = 4$

x	***y***	**(*x*, *y*)**
0	–4	(0, –4)
1	–2	(1, –2)

Localizamos no plano cartesiano os dois pontos de cada reta e traçamos as retas correspondentes.



b) Atribuindo valores a uma das incógnitas e calculando os valores correspondentes da outra, determinamos as coordenadas de dois pontos de cada reta.

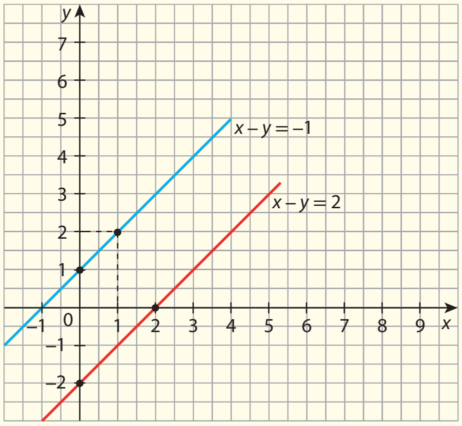
- $x - y = 2$

x	***y***	**(*x*, *y*)**
0	–2	(0, –2)
2	0	(2, 0)

- $x - y = -1$

x	***y***	**(*x*, *y*)**
0	1	(0, 1)
1	2	(1, 2)

Localizamos no plano cartesiano os dois pontos de cada reta e traçamos as retas correspondentes.



c) Atribuindo valores a uma das incógnitas e calculando os valores correspondentes da outra, determinamos as coordenadas de dois pontos de cada reta.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

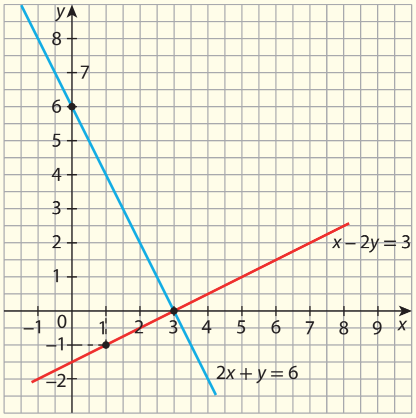
- $x - 2y = 3$

x	y	(x, y)
1	–1	(1, –1)
3	0	(3, 0)

- $2x + y = 6$

x	y	(x, y)
0	6	(0, 6)
3	0	(3, 0)

Localizamos no plano cartesiano os dois pontos de cada reta e traçamos as retas correspondentes.



d) Atribuindo valores a uma das incógnitas e calculando os valores correspondentes da outra, determinamos as coordenadas de dois pontos de cada reta.

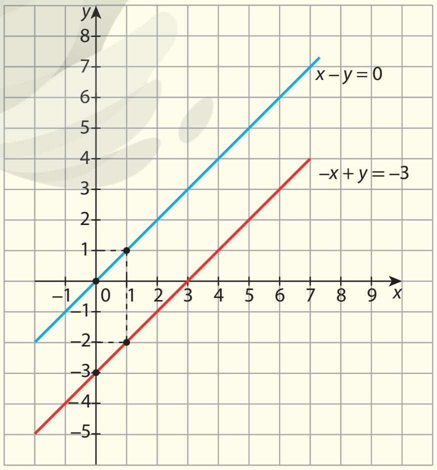
- $x - y = 0$

x	y	(x, y)
0	0	(0, 0)
1	1	(1, 1)

- $-x + y = -3$

x	y	(x, y)
0	–3	(0, –3)
1	–2	(1, –2)

Localizamos no plano cartesiano os dois pontos de cada reta e traçamos as retas correspondentes.



2. Analisando o gráfico, percebemos que se trata de um sistema possível e determinado, em que o par ordenado (3, 1) é o ponto de intersecção que satisfaz as duas equações.

alternativa **b**

3. Analisando o gráfico percebemos que se trata de um sistema possível e determinado, em que o par ordenado (0, 0) é o ponto de intersecção que satisfaz as duas equações. Portanto, (0, 0) é solução do sistema.

Analisando a alternativa **a**, temos:

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x = y \end{cases}$$

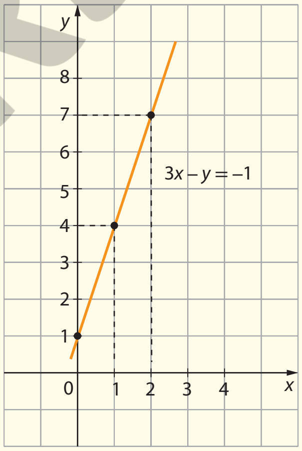
Substituindo o ponto (0, 0) nas equações, temos:

- $x - y = 0$
  $0 - 0 = 0$
  $0 = 0$ (verdadeiro)
- $2x = y$
  $2 \cdot 0 = 0$
  $0 = 0$ (verdadeiro)

Portanto, o ponto (0, 0) é solução do sistema dado.

alternativa **a**

4. a) Representando graficamente as soluções da equação $3x - y = -1$, temos:



b) Exemplo de resposta: Qualquer reta que passe pelo ponto correspondente ao par ordenado (2, 7) representa as soluções da segunda equação. Por exemplo, a reta que representa as soluções da equação $x + y = 9$.

c) Resposta pessoal. Incentive os estudantes a elaborar justificativas para suas escolhas em cada um dos casos em discussão.

5. Nesta atividade, as alternativas corretas são:

a) Um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas que tem apenas uma solução é representado graficamente por retas concorrentes.

c) Um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas que tem infinitas soluções é representado graficamente por duas retas coincidentes.

A alternativa **b** é falsa, pois um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas que não tem solução é representado graficamente por duas retas paralelas e distintas.

alternativas **a** e **c**

INFORMÁTICA E A MATEMÁTICA ▶ Página 244

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES ▶ Página 245

1. **a)** $x^2 = 81$

Após testar alguns valores, concluímos que $x_1 = 9$ e $x_2 = -9$ são as raízes da equação.

b) $x^2 = 144$

Após testar alguns valores, concluímos que $x_1 = 12$ e $x_2 = -12$ são as raízes da equação.

c) $2x^2 = 32$

$\frac{1}{2} \cdot 2x^2 = \frac{1}{2} \cdot 32$

$x^2 = 16$

Após testar alguns valores, concluímos que $x_1 = 4$ e $x_2 = -4$ são as raízes da equação.

d) $2x^2 = 128$

$\frac{1}{2} \cdot 2x^2 = \frac{1}{2} \cdot 128$

$x^2 = 64$

Após testar alguns valores, concluímos que $x_1 = 8$ e $x_2 = -8$ são as raízes da equação.

- Espera-se que os estudantes respondam que as raízes dessas equações sugerem que em uma equação do 2º grau com uma incógnita que é reduzida a $x^2 = b$, em que b é número positivo, há sempre duas raízes reais opostas.

2. **a)** Espera-se que os estudantes respondam que não, pois a raiz negativa (–20) não pode representar medidas, já que medidas de comprimento são sempre positivas.

b) Como a área mede 6 400 cm², para encontrarmos o valor da medida de comprimento do lado devemos calcular:

$\sqrt{6\,400} = 80$

Desse modo, o comprimento do lado mede 80 cm.

O lado é composto de 4 quadros quadrados. Assim:

$80 : 4 = 20$

Desse modo, a medida do comprimento do lado de cada ladrilho é 20 cm.

3. Vamos indicar por ℓ a medida do comprimento do lado do terreno. Assim:

$\ell \cdot \ell = 169$

$\ell^2 = 169$

$\ell = \sqrt{169}$

$\ell = 13$ ou $\ell = -13$

–13 e 13 são raízes da equação, porém, somente 13 representa uma medida.

Logo, o comprimento e a largura desse terreno medem 13 m.

4. Exemplo de resposta: O quintal da casa de Lúcia tem formato quadrado e sua área mede 144 m². Qual é a medida do comprimento do lado desse quintal?

Após terminarem, proponha que os estudantes troquem de problema com um colega e resolvam o problema criado por ele.

5. A área do tapete mede 640 cm² e foram utilizados 10 retalhos de formato quadrado e com as mesmas medidas cada um. Assim, a medida da área de cada retalho é 64 cm², pois:

640 : 10 = 64, ou seja, 64 cm².

Indicando por ℓ a medida do comprimento do lado de cada retalho, temos:

$\ell^2 = 64$, ou seja, $\ell = 8$ ou $\ell = -8$.

–8 e 8 são raízes da equação, porém, somente 8 representa uma medida.

Logo, o comprimento do lado de cada retalho mede 8 cm.

6. Júlio construiu um canteiro de formato retangular de área medindo 32 m². A medida do comprimento desse canteiro é o dobro da medida de sua largura. Quais são as medidas do comprimento e da largura desse canteiro?

Resposta: Vamos indicar por x a medida, em metro, da largura desse canteiro. Logo, a medida do comprimento desse canteiro é $2x$. Então:

$x \cdot 2x = 32$

$2x^2 = 32$

$x^2 = \frac{32}{2}$

$x^2 = 16$

$x = \sqrt{16}$

$x = 4$ ou $x = -4$

–4 e 4 são raízes da equação, porém, somente 4 representa uma medida

Então, o canteiro mede 8 m de comprimento por 4 m de largura.

COMPREENDER UM TEXTO ▶ Páginas 246 e 247

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▶ Páginas 248 a 251

1. **a)**

Frequência das danças	
Tipo de dança	**Frequência**
Tango	4
Samba	8
Zouk	6

Dados obtidos por Larissa em outubro de 2022.

Frequência dos períodos	
Período	**Frequência**
Manhã	4
Tarde	7
Noite	7

Dados obtidos por Larissa em outubro de 2022.

b) O tipo de dança preferido pelos estudantes é o que aparece com maior frequência. Portanto, samba.

c) Os períodos preferidos foram tarde e noite. Esses dois períodos tiveram a maior frequência, nesse caso, 7.

d) Duas modas para o período: tarde e noite. Moda para o tipo de dança: samba.

2. **a)** Vamos determinar as quantidades de salgados vendidos por dia (o mês de junho tem 30 dias):

- empada: $\frac{150}{30} = 5$
- quibe: $\frac{180}{30} = 6$
- croquete: $\frac{250}{30} \simeq 8$
- coxinha: $\frac{320}{30} \simeq 11$

Adicionando as quantidades de salgados vendidos por dia, temos:

$5 + 6 + 8 + 11 = 30$

Portanto, Paulo conseguiu atingir a meta em junho, pois a média de vendas diárias foi de 30 salgados.

b) No mês de junho foram vendidos 900 salgados. Se em julho Paulo vendeu 10% a menos, temos:

$900 - 900 \cdot \frac{10}{100} = 810$

Calculamos agora a média diária de vendas do mês de julho:

$\frac{810}{31} \simeq 26$

Portanto, a média aproximada foi de 26 salgados vendidos por dia.

3. a) Para encontrar a mediana, podemos organizar as medidas de massas (em kg) em ordem crescente. Assim, temos:

65; 67; 69; 72; 72; 73; 73; 74; 74; 75; 75; 76; 76; 77; 78; 80; 82; 84; 85; 85; 86; 90,5

Calculando a média dos números centrais, temos:

$\frac{75 + 76}{2} = \frac{151}{2} = 75{,}5$

Portanto, a mediana das medidas de massas desses jogadores é 75,5 kg.

b) Adicionando as medidas de massas (em kg), temos:

$65 + 67 + 69 + 72 + 72 + 73 + 73 + 74 + 74 + 75 + 75 + 76 +$
$+ 76 + 77 + 78 + 80 + 82 + 84 + 85 + 85 + 86 + 90{,}5 = 1\,688{,}5$

Dividindo o resultado obtido por 22, temos:

$\frac{1\,688{,}5}{22} = 76{,}75$

Logo, a medida de massa média dos jogadores é 76,75 kg.

c) A moda são os valores que mais se repetem. Logo:

72 kg, 73 kg, 74 kg, 75 kg, 76 kg e 85 kg.

d) Para calcular a amplitude, devemos subtrair a menor medida de massa da maior medida de massa. Assim:

$90{,}5 - 65 = 25{,}5$

Logo, 25,5 kg é a amplitude desses dados.

e) Espera-se que os estudantes concluam que a moda é menos representativa nessa situação porque não existe apenas uma, mas várias, indicando que os dados variam bastante. Tanto a média como a mediana representam melhor a situação.

4. a) Colocando em ordem crescente as idades conhecidas, temos:

15, 27, 32, 40, 43, 45, 52, 78, 89

Como há ainda uma idade x desconhecida, há um total de 10 dados e, portanto, a mediana será a média aritmética dos dois números da posição central.

Se fizermos $\frac{40 + 43}{2}$ ou $\frac{43 + 45}{2}$ não obteremos a mediana igual a 42. Isso significa que x estará também na posição central.

Logo, faremos:

$\frac{43 + x}{2} = 42$

$43 + x = 84$

$x = 84 - 43$

$x = 41$

Logo, a idade da última pessoa entrevistada é 41 anos.

b) Calculando a média, temos:

$\frac{15 + 27 + 32 + 40 + 41 + 43 + 45 + 52 + 78 + 89}{10} =$

$= \frac{462}{10} = 46{,}2$

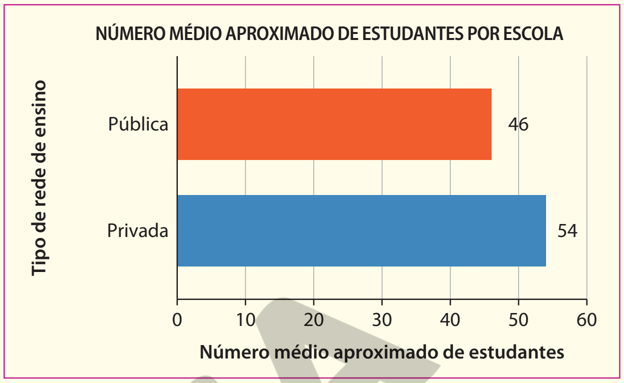
Logo, a média das idades dos entrevistados é 46,2 anos.

5. a) O total de estudantes está abaixo da média na rede privada.

b) • rede pública: $\frac{2\,399\,766}{52\,178} \simeq 45{,}99$, ou seja, 45,99 estudantes, em média.

• rede privada: $\frac{1\,017\,444}{18\,716} \simeq 54{,}36$, ou seja, 54,36 estudantes, em média.

c)



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). *Censo da educação básica 2020*: resumo técnico. Brasília: Inep, 2021.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Página 252

1. Vamos indicar Samantha por x e Aldo por y. Assim, temos:

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ y = \frac{1}{4}x \end{cases}$$

Substituindo $y = \frac{1}{4}x$ na primeira equação, temos:

$x + y = 500$

$x + \frac{1}{4}x = 500$

$\frac{4}{4}x + \frac{1}{4}x = 500$

$\frac{5}{4}x = 500$

$5x = 500 \cdot 4$

$5x = 2\,000$

$x = \frac{2\,000}{5}$

$x = 400$

Substituindo $x = 400$ na primeira equação, temos:

$x + y = 500$

$400 + y = 500$

$y = 500 - 400$

$y = 100$

Assim, Samantha ganhou R$ 400,00, e Aldo, R$ 100,00.

2. Atribuindo x e y para os candidatos, chegamos ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 1\,230 - 83 \\ y = x + 145 \end{cases}$$

Substituindo $y = x + 145$ na primeira equação, temos:

$x + x + 145 = 1\,230 - 83$

$2x + 145 = 1\,147$

$2x = 1\,147 - 145$

$2x = 1\,002$

$x = \frac{1\,002}{2}$

$x = 501$

Substituindo $x = 501$ na equação $y = x + 145$, temos:

$y = 501 + 145$

$y = 646$

Assim, o candidato ganhador obteve 646 votos e o candidato perdedor, 501 votos.

3. Exemplo de problema: João é um ótimo jogador de basquete e em seu último treino arremessou 30 vezes e marcou um total de 66 pontos. Sabendo que esses arremessos podem valer 2 ou 3 pontos, quantos arremessos de 2 pontos e quantos de 3 pontos João acertou?

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 2x + 3y = 66 \end{cases}$$

Pelo método da substituição, temos:

$x + y = 30$

$x = 30 - y$

Substituindo $x = 30 - y$ na segunda equação, temos:

$2x + 3y = 66$

$2 \cdot (30 - y) + 3y = 66$

$60 - 2y + 3y = 66$

$60 + y = 66$

$y = 66 - 60$

$y = 6$

Podemos concluir, então, que João acertou 6 arremessos de 3 pontos. Para descobrirmos quantos arremessos de 2 pontos João acertou, vamos substituir $y = 6$ em $x + y = 30$. Para isso, fazemos:

$x + 6 = 30$

$x = 30 - 6$

$x = 24$

Portanto, João acertou 24 arremessos de 2 pontos e 6 arremessos de 3 pontos.

4. Considerando x para o copo e y para o garrafão, temos:

$$\begin{cases} x = 35y \\ x + 10y = 8{,}1 \end{cases}$$

Substituindo $x = 35y$ na segunda equação $x + 10y = 8{,}1$, temos:

$35y + 10y = 8{,}1$

$45y = 8{,}1$

$y = \frac{8{,}1}{45}$

$y = 0{,}18$

Como estamos trabalhando com a unidade de medida em litros, 0,18 L significa que o copo tem a capacidade de 180 mL ($0{,}18 \cdot 1\,000$). Substituindo $y = 0{,}18$ em $x = 35y$, temos:

$x = 35 \cdot 0{,}18$

$x = 6{,}3$

O garrafão tem a capacidade de 6,3 L.

Assim, temos que o garrafão tem capacidade para 6,3 L, e o copo, para 180 mL.

5. Para a resolução, consideramos que o recipiente é representado por x, e a água, por y. Assim, temos:

$$\begin{cases} x + y = 650 \\ x + \frac{1}{2}y = 360 \end{cases}$$

Pelo método da substituição, isolando x na primeira equação, temos:

$x + y = 650$

$x = 650 - y$

Substituindo $x = 650 - y$ na segunda equação, temos:

$x + \frac{1}{2}y = 360$

$650 - y + \frac{1}{2}y = 360$

$-y + \frac{1}{2}y = 360 - 650$

$-\frac{1}{2}y = -290$

$\frac{1}{2}y = 290$

$y = 290 \cdot 2$

$y = 580$

Substituindo, $y = 580$ na primeira equação, temos:

$x + y = 650$

$x + 580 = 650$

$x = 650 - 580$

$x = 70$

Assim, temos que o recipiente pesa 70 g.

alternativa **c**

6. Nesta questão, vamos usar a propriedade que diz que a soma de dois ângulos internos de um triângulo é igual ao suplementar do terceiro ângulo. Assim, temos:

- no triângulo *ACD*:

  $2y + 4y = 2x + y$

  $6y = 2x + y$

  $6y - 2x - y = 0$

  $5y - 2x = 0$ (I)

- no triângulo *ABC*:

  $y + 10° + x = 4y$

  $3y - x = 10°$ (II)

Assim, obtemos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 5y - 2x = 0 \\ 3y - x = 10° \end{cases}$$

Multiplicando a segunda equação por -2, temos:

$3y - x = 10° \quad \cdot (-2)$

$-6y + 2x = -20°$

Logo:

$$\begin{cases} 5y - 2x = 0 \\ -6y + 2x = -20° \end{cases}$$

Pelo método da adição, temos:

$-y = -20°$

$y = 20°$

Substituindo $y = 20°$ em $3y - x = 10°$, temos:

$3y - x = 10°$

$3 \cdot 20° - x = 10°$

$60° - x = 10°$

$x = 60° - 10°$

$x = 50°$

Assim, temos $x = 50°$ e $y = 20°$.

7. Exemplo de resposta: A segunda equação é resultado da primeira equação multiplicada por 3.

8. Analisando o gráfico, percebemos que o par ordenado (5, 2) representa a solução do sistema. Portanto, vamos testar esse par ordenado nos sistemas das alternativas a seguir.

a) $\begin{cases} 2x = 3y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$

- Para $2x + 3y = 5$, temos:
  $2 \cdot 5 + 3 \cdot 2 = 5$
  $10 + 6 = 5$
  $16 = 5$ (falso)

Portanto, o par ordenado (5, 2) não é solução do sistema.

b) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$

- $x + y = 7$
  $5 + 2 = 7$
  $7 = 7$ (verdadeiro)
- $x - y = 3$
  $5 - 2 = 3$
  $3 = 3$ (verdadeiro)

Portanto, o par ordenado (5, 2) satisfaz o sistema $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$.

alternativa **b**

Capítulo 10

ATIVIDADES ▶ Página 254

1. **a)** As grandezas são diretamente proporcionais.
b) As grandezas são inversamente proporcionais.
c) As grandezas são diretamente proporcionais.

2. **a)** Diretamente proporcionais. Exemplo de justificativa: Dobrando a duração, o preço também dobra. Triplicando a duração, o preço também triplica.
b) A sentença algébrica que relaciona as duas grandezas pode ser indicada por $p = 75m$.
c) Como 2 anos correspondem a 24 meses, substituindo m por 24 em $p = 75m$, temos:
$p = 75m = 75 \cdot 24 = 1\,800$
Portanto, essa pessoa vai pagar R$ 1 800,00 por um pacote de 2 anos.
d) Substituindo p por 1 500 em $p = 75m$, temos:
$p = 75m$
$1\,500 = 75m$
$\frac{1\,500}{75} = \frac{75m}{75}$
$m = 20$
Portanto, a duração do pacote de TV a cabo será 20 meses.

3. **a)** Considerando a sentença algébrica $n = 2{,}5t$, temos:
- para 10 km:
  $n = 2{,}5t$
  $10 = 2{,}5t$
  $\frac{10}{2{,}5} = t$
  $t = 4$
  São necessárias 4 horas para a equipe asfaltar 10 km de estrada.
- para 20 km:
  $n = 2{,}5t$
  $20 = 2{,}5t$
  $\frac{20}{2{,}5} = t$
  $t = 8$
  São necessárias 8 horas para a equipe asfaltar 20 km de estrada.

b) Exemplo de resposta: O número de quilômetros asfaltados e o tempo são grandezas diretamente proporcionais, pois a razão entre o número de quilômetros asfaltados e a medida de tempo, em hora, é sempre a mesma.

4. **a)** Inversamente proporcionais. Espera-se que os estudantes justifiquem dizendo que a razão entre a medida do comprimento e o inverso da medida da largura é sempre a mesma.
$\frac{24}{\frac{1}{2}} = \frac{12}{\frac{1}{4}} = \frac{8}{\frac{1}{6}} = \frac{3}{\frac{1}{16}} = 48$
b) A sentença algébrica pode ser expressa como $y = \frac{48}{x}$.

5. **a)** Enquanto a engrenagem pequena dá 6 voltas completas, a engrenagem grande dá 3 voltas completas.
b) Inversamente proporcional. Exemplo de justificativa: Porque quando o número de dentes dobra o número de voltas completas que a engrenagem dá reduz pela metade.
$n = \frac{5}{d}$

6. Exemplo de problema: Com medida de velocidade média de 50 km/h, um automóvel leva 2 horas para percorrer um trajeto. Quanto tempo esse automóvel levará para percorrer o mesmo trajeto caso sua velocidade média dobre?

ATIVIDADES ▶ Página 259

1. **a)** As grandezas são inversamente proporcionais. A sentença algébrica que expressa a relação entre elas é $y = \frac{16}{x}$.
b) As grandezas são diretamente proporcionais. A sentença algébrica que expressa a relação entre elas é $y = 12x$.
c) As grandezas são não proporcionais. A sentença algébrica que expressa a relação entre elas é $y = x + 1$.

2. I – B, II – C, III – A.

ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▶ Páginas 260 a 263

1. **a)** Em cada caso, a variável da pesquisa é:
I. Marca de creme dental preferida.
II. Quantidade de vezes que os estudantes foram ao cinema no último mês.
III. Medida da altura (em metro) dos estudantes.

b) I. Organizando os dados, temos: A, A, A, A, A, B, B, B, B, B, B, B, B, B, C, C, C, C, C, C. Podemos agrupar esses dados em três classes: A, B e C.
II. Organizando os dados, temos: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2. Podemos agrupar esses dados em três classes: 0, 1 e 2.
III. Organizando os dados, temos: 1,40; 1,41; 1,42; 1,42; 1,43; 1,44; 1,45; 1,46; 1,49; 1,49; 1,50; 1,51; 1,52; 1,53; 1,55; 1,56; 1,56; 1,57; 1,57; 1,57. Podemos agrupar esses dados em três classes: de 1,40 a 1,47; de 1,47 a 1,54 e de 1,54 a 1,61.

c) I.

Marca de creme dental preferida	Frequência absoluta	Frequência relativa
A	5	0,25
B	9	0,45
C	6	0,30

II.

Quantidade de vezes que foram ao cinema no último mês	Frequência absoluta	Frequência relativa
0	9	0,45
1	5	0,25
2	6	0,30

III.

Altura (em metro)	Frequência absoluta	Frequência relativa
1,40 ⊢ 1,47	8	0,40
1,47 ⊢ 1,54	6	0,30
1,54 ⊢ 1,61	6	0,30

2. Os estudantes não precisam realizar cálculos para todas as tabelas. Nesta atividade, o mais importante é que eles observem como é possível descartar algumas possibilidades. Por exemplo:

- o conjunto do item **b** não está de acordo com a segunda tabela, uma vez que as frequências corretas seriam 0,6; 0,2 e 0,2, respectivamente.
- o conjunto do item **c** não está de acordo com a segunda tabela, pois as frequências corretas seriam 0,3; 0,4 e 0,3, respectivamente.

Conclui-se, então, que apenas o conjunto do item **a** se encaixa nas duas tabelas.

alternativa **a**

3. **a)** O rol de dados pode ser crescente ou decrescente:

- rol em ordem crescente:
  250, 250, 265, 270, 280, 283, 283, 290, 295, 300, 302, 304, 310, 330, 380, 385, 390, 402, 402, 407.
- rol em ordem decrescente:
  407, 402, 402, 390, 385, 380, 330, 310, 304, 302, 300, 295, 290, 283, 283, 280, 270, 265, 250, 250.

b) A tabela de distribuição de frequências pode ser indicada por:

	Área construída, em metro quadrado, de vinte residências de certa região		
	Área (m²)	Frequência absoluta (número de incidências)	Frequência relativa
1ª classe	250 ⊢ 285	7	0,35
2ª classe	285 ⊢ 320	6	0,30
3ª classe	320 ⊢ 355	1	0,05
4ª classe	355 ⊢ 390	2	0,10
5ª classe	390 ⊢ 425	4	0,20

Dados coletados pela prefeitura do município.

c) A maior parte das residências pesquisadas pertence à 1ª classe.

d) Uma residência de 380 m² pertence à 4ª classe. Portanto, o imposto a ser pago é R$ 1,30/m². Assim, calculamos: $380 \cdot 1,30 = 494$. Logo, o imposto a ser pago é R$ 494,00.

e)

Área (m²)	Classe	Imposto (m²)	Imposto (total)
250	1ª	R$ 1,00	R$ 250,00
250	1ª	R$ 1,00	R$ 250,00
265	1ª	R$ 1,00	R$ 265,00
270	1ª	R$ 1,00	R$ 270,00
280	1ª	R$ 1,00	R$ 280,00
283	1ª	R$ 1,00	R$ 283,00
283	1ª	R$ 1,00	R$ 283,00
290	2ª	R$ 1,10	R$ 319,00
295	2ª	R$ 1,10	R$ 324,50
300	2ª	R$ 1,10	R$ 330,00
302	2ª	R$ 1,10	R$ 332,20
304	2ª	R$ 1,10	R$ 334,40
310	2ª	R$ 1,10	R$ 341,00
330	3ª	R$ 1,20	R$ 396,00
380	4ª	R$ 1,30	R$ 494,00
385	4ª	R$ 1,30	R$ 500,50
390	5ª	R$ 1,40	R$ 546,00
402	5ª	R$ 1,40	R$ 562,80
402	5ª	R$ 1,40	R$ 562,80
407	5ª	R$ 1,40	R$ 569,80
			R$ 7 494,00

Logo, a prefeitura receberá R$ 7 494,00 pela cobrança total do imposto dessas residências.

4. Uma alternativa para a realização dessa atividade é combinar com os estudantes o tempo para a execução, que pode também ocorrer fora do horário de aula, e como os resultados serão apresentados à turma.

a) Estudantes do 8º ano da escola em que estudam.

b) Preferência de marca de creme dental; frequência com que foram ao cinema no último mês; medida da altura dos estudantes.

c) Verifique com os estudantes a possibilidade de realizar a pesquisa com toda a população. Caso não exista essa possibilidade, oriente-os a realizar a pesquisa a partir de uma amostra.

d) Oriente os estudantes a organizar os dados coletados em tabelas e gráficos.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA ▶ Páginas 264 e 265

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▶ Página 266

1. **a)** De acordo com as informações do quadro, temos:

$$\frac{103{,}5}{15} = \frac{207}{30} = \frac{310{,}5}{45} = \frac{414}{60} = 6{,}9$$

O preço do litro da gasolina nesse posto era R$ 6,90.

b) O valor pago e o número de litros de gasolina comprados são grandezas diretamente proporcionais.

c) $y = 6{,}9x$, em que x pode ser qualquer número real positivo.

2. **a)** $\frac{2}{1{,}5} = \frac{x}{10{,}5}$

$1{,}5x = 10{,}5 \cdot 2$

$1{,}5x = 21$

$x = \frac{21}{1{,}5}$

$x = 14$

Portanto, a medida da altura do edifício é 14 m.

b) $\frac{14}{10{,}5} = \frac{4{,}5}{x}$

$14 \cdot x = 10{,}5 \cdot 4{,}5$

$14x = 47{,}25$

$x = \frac{47{,}25}{14}$

$x = 3{,}375$

Portanto, o comprimento da sombra desse poste mede 3,375 m.

c) $c = \frac{3}{4}h$, em que h pode ser qualquer número real maior ou igual a zero.

d) Exemplo de resposta: É uma linha reta contínua que parte do par ordenado (0, 0), passa pelos pares ordenados (2; 1,5), (14; 10,5) e (4,5; 3,4) e continua infinitamente.

3. **a)** A temperatura do líquido e o tempo são grandezas inversamente proporcionais.

b) A sentença algébrica que relaciona as duas grandezas é $y = \frac{200}{x}$.

c) Exemplo de resposta: É uma linha curva contínua que passa pelos pares ordenados (100, 2), (50, 4), (25, 8) e (12,5; 16).

4. Ao analisar as coordenadas dos pontos indicados no gráfico, percebemos que elas estão dobrando de valor a cada ponto: (1, 4), (2, 8), (4, 16), (8, 32). Portanto, são grandezas diretamente proporcionais.

5. **a)** Exemplo de resposta: y pode ser a medida do volume de um cubo, em centímetro cúbico, e x, a medida de comprimento do lado desse cubo, em centímetro.

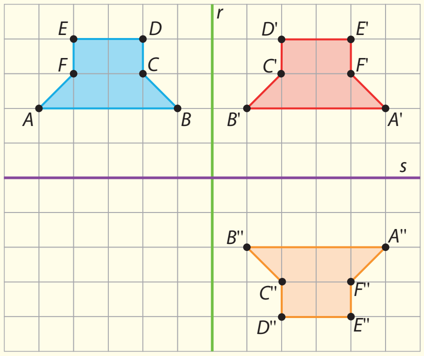
b) As grandezas x e y são não proporcionais.

6. Exemplo de resposta: Uma loja de chocolates está colocando no mercado um novo produto. Trata-se de uma caixa com quatro trufas especiais. Chamando a caixa de y e a quantidade de trufas de x, determine a sentença matemática que determina a quantidade de trufas vendidas de acordo com a quantidade de caixas.

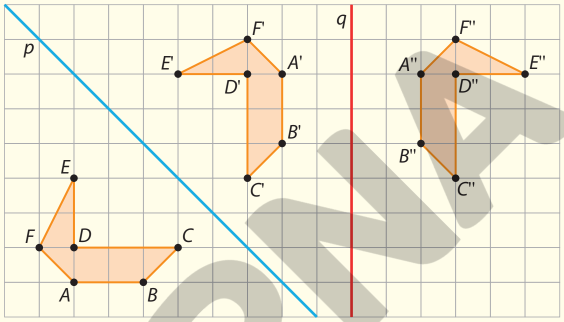
Capítulo 11

ATIVIDADES ▶ Páginas 268 e 269

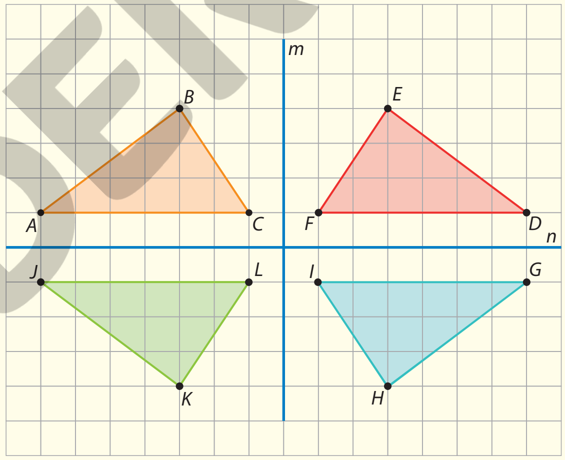
1.



2.



3. **a)**

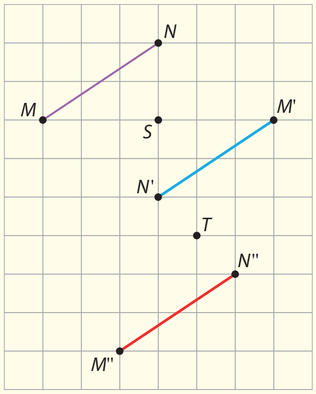


b) Exemplo de resposta: Podemos afirmar que os triângulos são congruentes.

c) A mediatriz de $\overline{AD}$ é a reta m e a mediatriz de $\overline{EH}$ é a reta n.

ATIVIDADES ▶ Página 270

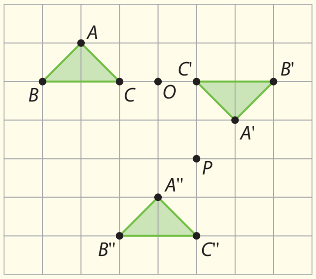
1.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

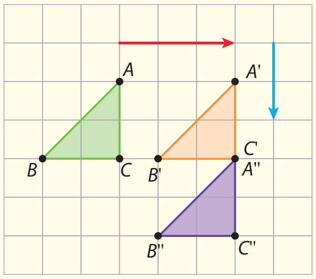
a) verdadeira
b) verdadeira
c) falsa
d) falsa

2.

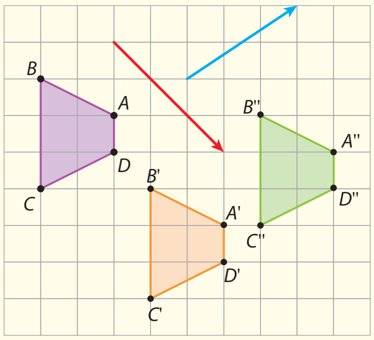


ATIVIDADE ▶ Página 271

1. a)

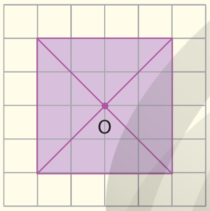


b)



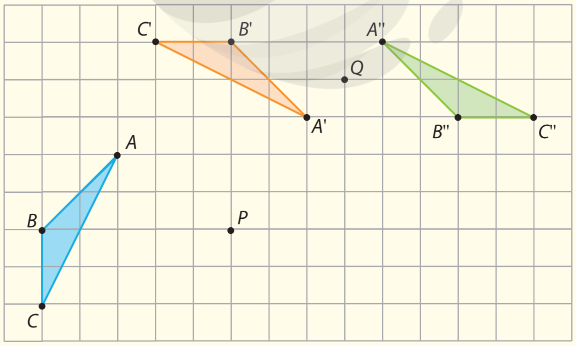
ATIVIDADES ▶ Página 273

1.



- Ao fazer as três rotações sucessivas, a figura obtida é um quadrado.

2.



ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▶ Páginas 274 a 276

1. A – III, B – I e C – II.
Os estudantes deverão analisar as situações e identificar o tipo de seleção de amostra que cada uma delas exemplifica. Esse é o momento oportuno para avaliar se eles compreenderam cada tipo de seleção de amostra.

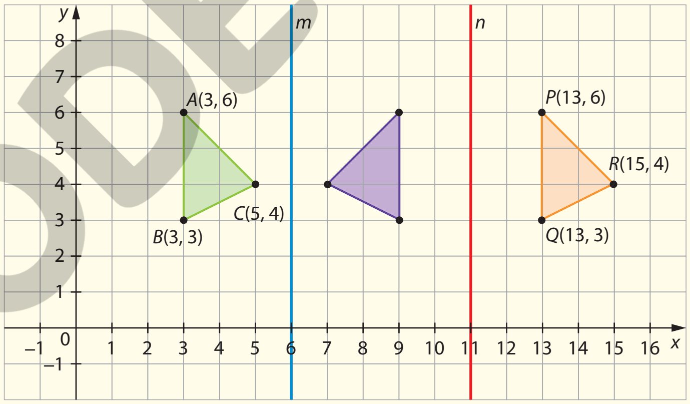
2. Resposta pessoal. Os estudantes deverão planejar e executar uma pesquisa amostral, selecionando a técnica de amostragem adequada. Em projetos como esses, eles exercitam a empatia e o diálogo (**competência geral 9**) e devem agir coletivamente, pautados em princípios éticos e democráticos (**competência geral 10**). Oriente-os a abordar questões de urgência social e a valorizar a diversidade de opiniões dos indivíduos, sem preconceitos de qualquer natureza (**competência específica 7**).
A intenção dessa pesquisa é fazer com que os estudantes, ao interagir de forma cooperativa com seus pares, consigam desenvolver a pesquisa para responder às indagações iniciais do grupo, discutindo temas que extrapolem os limites da escola (**competência específica 8**).
Combine uma parceria com o professor de Língua Portuguesa com a finalidade de ajudar os estudantes a organizar e a escrever o relatório solicitado na atividade **2**.

TRABALHO EM EQUIPE ▶ Página 277

Resoluções e comentários em *Orientações*.

ATIVIDADES DE REVISÃO ▶ Página 278

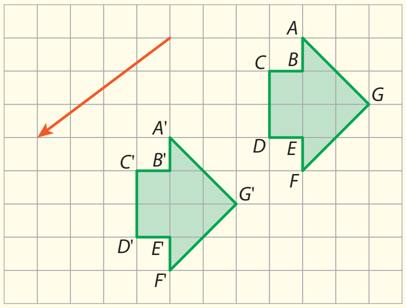
1.



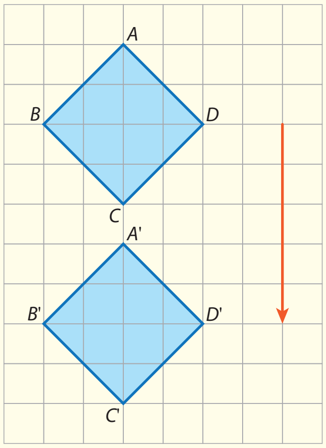
a) $P(13, 6)$, $Q(13, 3)$ e $R(15, 4)$
b) Translação na direção horizontal, da esquerda para a direita, de 10 unidades.

2. Espera-se que os estudantes percebam que a figura obtida coincide com a figura inicial.

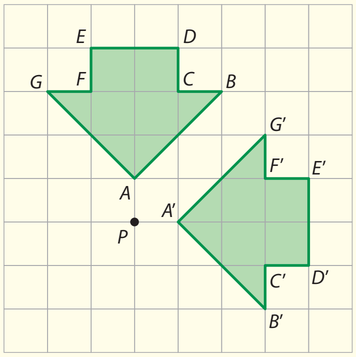
3. a)



b)



4. Exemplo de resposta:



PARA FINALIZAR ▶ Páginas 279 e 280

Resoluções e comentários em *Orientações*.

▶ Avaliação de resultado

Mostre o que você aprendeu ▶ Páginas 281 e 282

1. De acordo com os dados do enunciado, a lanchonete oferece 3 opções diferentes de sanduíches e 4 opções diferentes de sucos. Para determinar quantas são as maneiras diferentes de montar o combo, ou seja, de combinar um sanduíche e um suco natural, aplicamos o princípio fundamental da contagem, fazendo o produto dessas quantidades:

   $3 \cdot 4 = 12$

   Portanto, são 12 maneiras diferentes de montar o combo.

   alternativa **c**

2. Se 1 mililitro equivale a 1 000 microlitros, e em cada 1 microlitro de sangue estão presentes, em média, 5 milhões de hemácias, então, para descobrir quantas hemácias estão presentes, em média, em 1 mililitro, fazemos:

   $1 \cdot 1\,000 \cdot 5\,000\,000 = 5\,000\,000\,000 = 5 \cdot 10^9$

   Portanto, estão presentes $5 \cdot 10^9$ hemácias, em média, em 1 mililitro de sangue.

   alternativa **c**

3. Do total de 800 estudantes, 15% estão matriculados em turmas de 8º ano. Para calcular quantos estudantes dessa escola estão matriculados em turmas de 8º ano, fazemos:

   $15\% \cdot 800 = \frac{15}{100} \cdot 800 = 0{,}15 \cdot 800 = 120$

   Portanto, são 120 estudantes matriculados no 8º ano, nessa escola.

   alternativa **b**

4. Na promoção, o aparelho que custava R$ 1 200,00 passou a custar R$ 960,00. Logo, houve desconto de R$ 240,00 ($1\,200 - 960 = 240$). Para determinar a porcentagem de desconto oferecida pela loja para o aparelho, podemos fazer a razão entre esse valor do desconto e o valor inicial do aparelho, ou seja:

   $\frac{240}{1\,200} = 0{,}20 = 20\%$

   Portanto, a porcentagem de desconto oferecida foi de 20%.

   alternativa **a**

5. Temos a expressão algébrica $15 \cdot x + 30$ que representa o custo para fabricar x camisetas. Para sabermos o custo para a fabricação de 18 camisetas, substituímos x por 18 nessa expressão e calculamos, ou seja:

   $15 \cdot x + 30 = 15 \cdot 18 + 30 = 300$

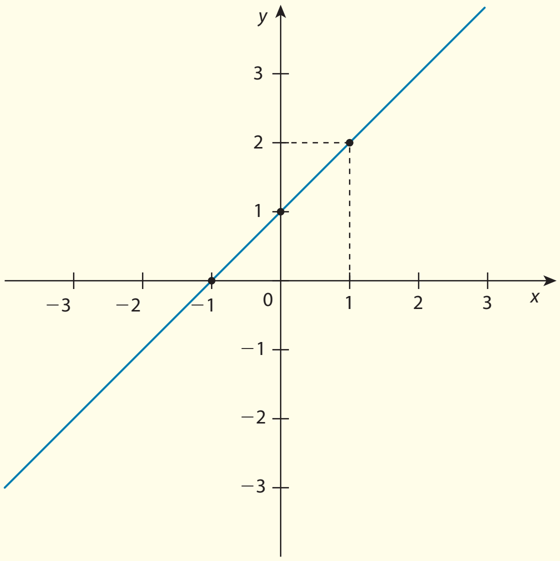
   Portanto, o custo será de R$ 300,00 para a fabricação de 18 camisetas.

   alternativa **b**

6. Para traçar uma reta, é preciso, no mínimo, encontrar dois pontos. Vamos determinar alguns pontos, atribuindo valores para x na equação $y = x + 1$.

x	$y = x + 1$	par ordenado
-1	$y = -1 + 1 = 0$	$(-1, 0)$
0	$y = 0 + 1 = 1$	$(0, 1)$
1	$y = 1 + 1 = 2$	$(1, 2)$

Representando esses pontos no plano cartesiano, temos:



alternativa **a**

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

7. Vamos representar a idade de Luana por x. Então, a idade de Manuela será representada por $2x$, pois Manuela tem o dobro da idade de Luana. Como a soma das idades de Manuela e de Luana é igual a 21, temos:

$x + 2x = 21$

$3x = 21$

$\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$

$x = 7$

Logo, Luana tem 7 anos, e Manuela, 14 anos.

alternativa **a**

8. As grandezas tempo de ligações feitas em um aparelho celular e o preço pago por essas ligações são diretamente proporcionais, porque, ao dobrar uma das grandezas, a outra também dobra. Assim, a constante de proporcionalidade é:

$\frac{0{,}60}{5} = \frac{1{,}20}{10} = \frac{2{,}40}{20} = \frac{4{,}80}{40} = 0{,}12$

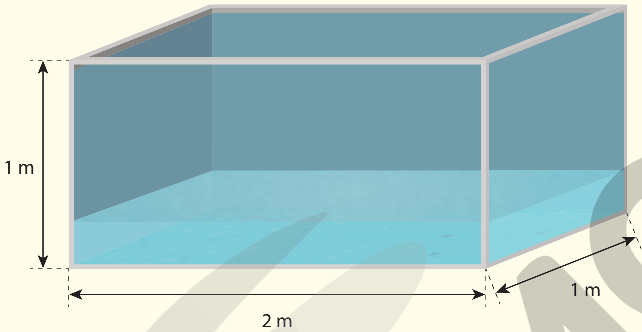
A sentença algébrica que relaciona o preço (p), em real, com a medida de tempo da ligação (d), em minutos, nesse plano é dada por:

$\frac{p}{d} = 0{,}12$

$p = 0{,}12 \cdot d$

alternativa **c**

9. A piscina tem o formato de um bloco retangular, conforme a figura abaixo.



Para calcular a medida da capacidade dessa piscina, fazemos:

$V = 2\ \text{m} \cdot 1\ \text{m} \cdot 1\ \text{m} = 2\ \text{m}^3$

Sabemos que 1 m³ equivale a 1000 litros. Se a piscina já contém 250 litros de água, então ela já contém:

$\frac{250}{1000} = 0{,}25\ \text{m}^3$ de água

Para encontrar a quantidade de metros cúbicos necessários para enchê-la com água até a borda, fazemos:

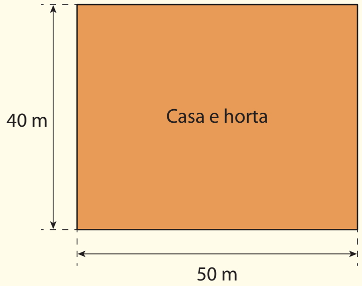
$2\ \text{m}^3 - 0{,}25\ \text{m}^3 = 1{,}75\ \text{m}^3$

Portanto, é necessário 1,75 m³ de água.

alternativa **c**

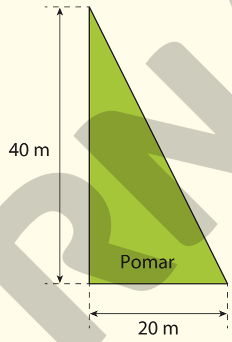
10. A figura do quadrilátero foi decomposta em dois polígonos: um retângulo, que representa a casa e a horta, e um triângulo, que representa o pomar. Vamos calcular a medida da área de cada um deles e, depois, adicionamos as medidas obtidas para determinar a medida da área total dessa chácara.

A medida da área do retângulo pode ser obtida por meio da expressão $A = b \cdot h$, em que b representa a medida de comprimento da base, e h, a medida de comprimento da altura.



$A = 50\ \text{m} \cdot 40\ \text{m} = 2000\ \text{m}^2$

A medida da área do triângulo pode ser obtida por meio da expressão $A = \frac{b \cdot h}{2}$, em que b representa a medida de comprimento da base, e h, a medida de comprimento da altura.



$A = \frac{20\ \text{m} \cdot 40\ \text{m}}{2} = \frac{800\ \text{m}^2}{2} = 400\ \text{m}^2$

Logo, temos:

$2000\ \text{m}^2 + 400\ \text{m}^2 = 2400\ \text{m}^2$

Portanto, a medida da área total dessa chácara é 2400 m².

alternativa **d**

11. Um baralho comum tem 52 cartas. Essas cartas estão divididas igualmente entre os quatro naipes: ouros, paus, espadas e copas. Então, cada naipe é composto de 13 cartas, pois 52 : 4 = 13. Assim, nesse baralho temos 13 cartas de copas em um total de 52 cartas. Para encontrar a probabilidade de Rodrigo retirar uma carta ao acaso e ela ser de copas, devemos calcular a probabilidade de retirar 13 em 52 cartas, ou seja:

$\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

Portanto, a probabilidade é $\frac{1}{4}$.

alternativa **a**

12. Para calcular o preço médio da venda desses quatro modelos de aparelhos, podemos fazer:

$\frac{3 \cdot 1200 + 6 \cdot 1500 + 5 \cdot 2150 + 4 \cdot 4200}{3 + 6 + 5 + 4} =$

$= \frac{3600 + 9000 + 10750 + 16800}{18} = \frac{40150}{18} \simeq 2230{,}56$

Portanto, o preço médio das vendas é de, aproximadamente, R$ 2230,56.

alternativa **c**

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMPLEMENTARES COMENTADAS

Sugestões de livros

BARCELOS, Thiago. S. *et al.* Relações entre o pensamento computacional e a Matemática: uma revisão sistemática da literatura. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 4, 2015, Maceió, AL. *Anais [...]*. Maceió, AL: SBC, 2015. p. 1369-1378.

Esse artigo apresenta uma revisão sistemática da literatura (RSL), incluindo 48 estudos publicados em língua inglesa entre 2006 e 2014 que apresentam atividades didáticas desenvolvendo o pensamento computacional e competências, habilidades ou conteúdos da Matemática.

CAMARGO, Fausto; DAROS, Thuinie. *A sala de aula inovadora*: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo. Porto Alegre: Penso, 2018.

O livro trata de como é possível renovar a sala de aula, propondo diversas estratégias para isso.

COSTA, Manoel S. C. *et al*. Reflexões acerca do currículo de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental à luz da interdisciplinaridade de acordo com a BNCC. *Brazilian Journal of Development*, [*s. l.*], v. 6, n. 12, 2020. Disponível em: https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/22322/. Acesso em: 19 jul. 2022.

O artigo reflete sobre o currículo de Matemática nos Anos Finais na perspectiva da interdisciplinaridade com base em uma pesquisa bibliográfica de natureza qualitativa.

NACARATO, Adair M.; LOPES, Celi E. (org). *Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na educação matemática*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2013.

O livro consiste em uma coletânea de textos que reúnem subsídios teóricos e práticos relativos às interfaces entre a educação matemática e as práticas em leituras e escritas, perpassando a Educação Básica e o ensino superior.

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT (OECD). *Education at a Glance 2021:* OECD Indicators. Paris: OECD Publishing. Disponível em: https://www.oecd.org/education/education-at-a-glance/. Acesso em: 4 jul. 2022.

A publicação reúne dados recentes e fornece indícios sobre as principais questões que afetam estudantes, professores, pais e autoridades públicas. Os indicadores fornecem dados sobre estrutura, finanças e desempenho dos sistemas educacionais em diversos países.

PASQUAL JÚNIOR, Paulo. A. *Pensamento computacional e tecnologias*: reflexões sobre a educação no século XXI. Caxias do Sul: Educs, 2020.

O livro traz diversos artigos que propõem reflexões acerca do pensamento computacional e da tecnologia, perpassando em temas como autoestima e respeito que emergem do processo de ensino e aprendizagem.

Sugestões de *sites*

CENTRO DE APERFEIÇOAMENTO DO ENSINO DE MATEMÁTICA "João Afonso Pascarelli" (CAEM). Disponível em: https://www.ime.usp.br/caem/index.php. Acesso em: 4 jul. 2022.

O CAEM é um órgão de extensão do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP), dirigido por professores do Departamento de Matemática, que tem como objetivo prestar serviços referentes a aperfeiçoamento e extensão científico-cultural voltados prioritariamente ao ensino de Matemática na Educação Básica.

GRUPO DE PESQUISA EM INFORMÁTICA, OUTRAS MÍDIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (GPIMEM). Disponível em: https://igce.rc.unesp.br/#!/gpimem. Acesso em: 4 jul. 2022.

O GPIMEM estuda questões ligadas às tecnologias na Educação Matemática; à formação de professores; modelagem matemática; educação à distância; o uso de tecnologias da informação nas aulas de Matemática; geometria nos livros didáticos e a integração das tecnologias digitais; *performance* matemática digital envolvendo Arte e Matemática, baseando-se em diferentes abordagens teóricas.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (SBEM). Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/. Acesso em: 4 jul. 2022.

A SBEM é uma entidade sem fins lucrativos que reúne profissionais e futuros professores envolvidos com a área de Educação Matemática. O endereço eletrônico conta com publicações, informações sobre eventos e formações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS

ATAIDE, Israellen C. S.; FURTADO, Mairon DE S.; SILVA-OLIVEIRA, Gláucia C. Projeto Libras na escola e as interações inclusivas em uma comunidade escolar. *Revista Encantar*, v. 2, p. 1-20, 10 jul. 2020. Disponível em: https://www.revistas.uneb.br/index.php/encantar/article/view/8988. Acesso em: 29 jun. 2022.

O trabalho é um relato das ações e experiências vivenciadas durante o Projeto Libras na Escola para promover a inclusão e a socialização de estudantes surdos na comunidade escolar em Vigia, Pará, e discute suas implicações e aproximações com a inclusão desses estudantes e o bilinguismo.

BACICH, Lilian; MORAN, José. *Metodologias ativas para uma educação inovadora*: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso Editora, 2018.

Este livro apresenta práticas pedagógicas, na Educação Básica e Superior, que valorizam o protagonismo dos estudantes e que estão relacionadas com as teorias que lhes servem de suporte.

BALACHEFF, Nicolas. Conception, connaissance et concept. *In*: GRENIER, D. (ed.). *Séminaire de l'équipe DidaTech*. Grenoble, France: IMAG, 1995. p. 219-244.

O autor explora a articulação entre o conceito, o conhecimento e a concepção.

BARCELOS, Thiago S.; SILVEIRA, Ismar F. Pensamento computacional e educação matemática: relações para o ensino de computação na Educação Básica. *In*: XX WORKSHOP SOBRE EDUCAÇÃO EM COMPUTAÇÃO, Curitiba. *Anais do XXXII CSBC*, 2012.

Este artigo discute as relações entre o conhecimento, as habilidades e as atitudes advindas do campo das Ciências da Computação e aqueles comumente relacionados à Matemática por meio de um mapeamento das competências previstas nos padrões curriculares brasileiros com atividades que desenvolvem o pensamento computacional.

BOALER, Jo. *Mentalidades matemáticas*: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

Os textos deste livro contribuem para a aplicação em sala de aula de uma matemática mais significativa e conectada com o cotidiano dos estudantes, permitindo que ela seja acessível para todos.

BRASIL. Constituição (1988). *Constituição da República Federativa do Brasil*. Brasília, DF: Senado Federal – Centro Gráfico, 1988.

Conjunto de leis, normas e regras do Brasil.

BRASIL. Decreto nº 9 099, de 18 de julho de 2017. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Lex: *Diário Oficial da União*: seção 1, Brasília, DF, p. 7, 19 jul. 2017.

Decreto que dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático.

BRASIL. Edital de convocação 01/2022 – CGPLI PNLD 2024-2027. FNDE, Brasília, DF: MEC, 2022.

Edital de convocação para o Programa Nacional do Livro Didático.

BRASIL. Lei nº 9 394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. *Diário Oficial da União*, Brasília, DF, p. 27 833, 1996.

Lei que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018.

Documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

BRASIL. Ministério da Educação. *Competências socioemocionais como fator de proteção à saúde mental e ao* bullying. Brasília, DF: 2019c. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/implementacao/praticas/caderno-de-praticas/aprofundamentos/195-competencias-socioemocionais-como-fator-de-protecao-a-saude-mental-e-ao-bullying. Acesso em: 25 maio 2022.

Material que trata das competências socioemocionais no contexto da educação.

BRASIL. Ministério da Educação; Inep. *Pisa 2021*: matriz de referência para pensamento criativo. Brasília, DF: Inep/MEC, 2021. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/centrais-de-conteudo/acervo-linha-editorial/publicacoes-institucionais/avaliacoes-e-exames-da-educacao-basica/pisa-2021-matriz-de-referencia-para-pensamento-criativo. Acesso em: 7 jun. 2022.

Adaptação da obra da Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE). Traz referências para avaliação do pensamento criativo.

BRASIL. Ministério da Educação. Parecer nº 11/2010. Dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos. *Diário Oficial da União*: seção 1, Brasília, DF, p. 28, 9 dez. 2010.

Parecer que dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental.

BRASIL. Ministério da Educação. *Referenciais Curriculares para a Elaboração de Itinerários Formativos*. Brasília, DF: 2019b.

Documento que dá referências para a criação de itinerários formativos.

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília, DF: 2019a. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 25 maio 2022.

Material que explicita a ligação entre os diferentes componentes curriculares de forma integrada, bem como sua conexão com situações vivenciadas pelos estudantes em suas realidades, contribuindo para trazer contexto e contemporaneidade aos objetos do conhecimento descritos na BNCC.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-116, 1986.

Este texto é a primeira parte dos estudos de Guy Brousseau, pioneiro da Didática da Matemática.

CAZORLA, Irene M.; UTSUMI, Miriam C. Reflexões sobre o ensino de Estatística na Educação Básica. *In*: CAZORLA, Irene M.; SANTANA, Eurivalda R. S. (org.). *Do tratamento da informação ao letramento estatístico*. Itabuna: Via Litterarum, 2010.

Este trabalho analisa os projetos vencedores de quatro edições da Feira de Ciências e Matemática da Bahia e traz reflexões sobre o papel potencial do ensino de Estatística.

CHI, Michelene T. H.; GLASER, Robert A. Capacidade para a solução de problemas. *In*: STERNBERG, Robert J. *As capacidades intelectuais humanas*: uma abordagem em processamento de informações. Porto Alegre: Artmed, 1992. p. 250-275.

Pesquisa que investigou a relação entre a competência cognitiva e o desempenho na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau.

FERREIRA, Thais H. F. *A Matemática mediando diálogos para abordar o* bullying *em sala de aula*. 2019. Monografia (especialização em Ensino de Matemática) – Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2019.

Trabalho que busca compreender a influência do *bullying* na aprendizagem, em especial na Matemática, bem como despertar a conscientização para sanar o problema.

GARDNER, Howard. *Inteligências múltiplas*: a teoria na prática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

O autor explica as ideias fundamentais que desencadeiam uma revolução na aprendizagem e mostra como elas podem ser aplicadas em sala de aula.

GARDNER, Howard; CHEN, Jie-Qi; MORAN, Seana. *Inteligências múltiplas ao redor do mundo*. Porto Alegre: Penso Editora, 2009.

Livro que revisa, sintetiza e reflete sobre a teoria das inteligências múltiplas.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). *Competências gerais da nova BNCC*. Brasília, DF: [c. 2018]. Disponível em: http://inep80anos.inep.gov.br/inep80anos/futuro/novas-competencias-da-base-nacional-comum-curricular-bncc/79. Acesso em: 11 maio 2022.

O documento explora as competências gerais da BNCC.

INSTITUTO REÚNA. *Linha do tempo*: documentos curriculares. São Paulo, [2020?]. Disponível em: https://o.institutoreuna.org.br/downloads/primeirospassos/int/_INT_anexo_Linha-do-tempo-base-para-impressao_sem-marcos-locais.pdf. Acesso em: 2 jul. 2022.

O documento traz uma linha do tempo com os principais marcos que culminaram na publicação da BNCC.

INSTITUTO REÚNA. *Mapas de foco da BNCC Ensino Fundamental:* Matemática. São Paulo, [2020?]. Disponível em: https://www.institutoreuna.org.br/uploads/files/file/MapasDeFocoBncc_Mat_18092020.pdf. Acesso em: 3 jul. 2022.

Mapeamento das habilidades de Matemática da BNCC no contexto pós-pandêmico, entendendo-as como focais ou complementares, a fim de contribuir para o planejamento de aulas ou a produção de materiais.

KLEIMAN, Angela B. *Os significados do letramento*: uma nova perspectiva sobre a prática social da escrita. Campinas: Mercado de Letras, 1995.

A obra tem por objetivo informar, por meio de programas de difusão de tecnologias (como técnicos agrícolas, de saúde pública, de habitação), sobre os fatos e os mitos do letramento.

MACEDO, Lino. *Ensaios pedagógicos*: como construir uma escola para todos? Porto Alegre: Artmed, 2009.

O autor traz fundamentação para o docente repensar e recriar sua prática de acordo com as necessidade e possibilidades da realidade educacional.

MOREIRA, Marco A.; MASINI, Elcie F. S. *Aprendizagem significativa*: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

Livro que reúne uma coletânea de artigos sobre aprendizagem significativa.

ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). *PISA 2022*: Quadro Conceptual de Matemática Draft. 2018. Disponível em: https://pisa2022-maths.oecd.org/pt/index.html#Home. Acesso em: 2 jul. 2022.

O documento explicita os fundamentos teóricos dessa avaliação com base no conceito fundamental de literacia matemática.

PERRENOUD, Philippe. *Dez novas competências para ensinar*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2000.

O livro trata das competências emergentes, aquelas que deveriam orientar as formações iniciais e contínuas, que contribuem para a luta contra o fracasso escolar e desenvolvem a cidadania e que recorrem à pesquisa e enfatizam a prática reflexiva.

PERRENOUD, Philippe *et al*. *As competências para ensinar no século XXI*: a formação dos professores e o desafio da avaliação. Porto Alegre: Artmed, 2002.

O livro traz uma análise sobre a profissão docente.

ROBERT, Aline. Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*. France, v. 18, n. 12, p. 139-190, 1998.

O artigo explora e classifica o tipo de conhecimento acionado pelo estudante em três níveis: técnico, mobilizável e disponível.

ROCHA, Érica Consuelo F.; MELO, Melka Betini O.; LOPES, Daniela. A importância da leitura no processo de desenvolvimento da aprendizagem da criança no ensino do fundamental. *Discentis*, Bahia, v. 1, n. 2, p. 4-13, dez. 2012.

A proposta deste artigo é discutir a importância da leitura no processo de desenvolvimento da aprendizagem da criança no Ensino Fundamental com base nos projetos de aprendizagem "Que medo!!"; "Contos de assombração" e "Resgatando valores para uma vida melhor".

SANTIAGO, Paulo *et al*. *OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education*: Portugal. Paris: OECD Publishing, 2012. Disponível em: https://doi.org/10.1787/9789264117020-en. Acesso em: 3 jul. 2022.

Este livro fornece uma análise das principais questões enfrentadas pela avaliação educacional, iniciativas políticas atuais e possíveis abordagens futuras em Portugal.

SANTOS, Leonor. O *feedback* como uma poderosa ferramenta para a aprendizagem matemática: uma meta-análise de estudos portugueses. *Revemop*, Ouro Preto, Brasil, v. 4, e202210, p. 1-23, 2022. Disponível em: https://periodicos.ufop.br/revemop/article/view/5276/4036. Acesso em: 3 jul. 2022.

O artigo visa contribuir para uma compreensão aprofundada sobre as variáveis que podem determinar a eficácia do *feedback* para a aprendizagem matemática.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação matemática crítica*: a questão da democracia. 6. ed. Campinas: Papirus, 2013.

O autor propõe o trabalho com projetos como uma possível saída para que a questão democrática se apresente na sala de aula.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS

SMOLE, Kátia C. S.; CÂNDIDO, Patricia T.; STANCANELLI, Renata. *Matemática e literatura infantil*. 2. ed. Belo Horizonte: Lê, 1997.

As autoras destacam que a integração entre a Matemática e a literatura representa uma mudança significativa no ensino tradicional desse componente curricular, uma vez que os estudantes exploram a Matemática e a história ao mesmo tempo.

SMOLE, Kátia C. S.; DINIZ, Maria I. *Ler, escrever e resolver problemas*: habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Este livro contribui para a discussão sobre o lugar e o significado das competências e das habilidades na escola fundamental, com foco nas habilidades de ler, escrever e resolver problemas em Matemática.

SOARES, Magda. *Letramento*: um tema em três gêneros. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

O livro trata do letramento, da alfabetização e das habilidades e práticas sociais de leitura e de escrita.

VOZES DA EDUCAÇÃO; FUNDAÇÃO LEMANN. *Levantamento de boas práticas de saúde mental nas escolas*: um olhar para oito países. Recife: 2021. Disponível em: https://vozesdaeducacao.com.br/wp-content/uploads/2022/04/Levantamento-Internacional-de-Boas-Praticas-de-Saude-Mental-Escolar.pdf. Acesso em: 3 jul. 2022.

Trabalho cujo objetivo é apoiar as redes de ensino com subsídios para lidar com a questão da saúde mental dos estudantes, sobretudo no contexto pós-pandêmico.

WING, Jeannette. Computational thinking. *ACM*, [*s. l.*], v. 49, n. 3, p. 33-35, 2006.

Artigo que trata do pensamento computacional.

YURIE, Ingrid. Avaliação formativa: corrigindo rotas para avançar na aprendizagem. *Nova Escola*, [*s. l.*], 24 jan. 2022. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/20862/avaliacao-formativa-corrigindo-rotas-para-avancar-na-aprendizagem. Acesso em: 7 jun. 2022.

A reportagem aborda as avaliações formativas, as quais permitem mapear o conhecimento dos estudantes para orientar o planejamento docente e a elaboração de intervenções pedagógicas mais assertivas.

ARARIBÁ conecta MATEMÁTICA

8º ano

Organizadora: Editora Moderna
Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

Editora responsável: Mara Regina Garcia Gay
Bacharel e licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Pedagogia pela Universidade Iguaçu (RJ). Professora de Matemática em escolas públicas e particulares de São Paulo por 17 anos. Editora.

Componente curricular: MATEMÁTICA

1ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

Elaboração dos originais:

Mara Regina Garcia Gay
Bacharel e licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Pedagogia pela Universidade Iguaçu (RJ). Professora de Matemática em escolas públicas e particulares de São Paulo por 17 anos. Editora.

Katia Tiemy Sido
Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Renata Martins Fortes Gonçalves
Mestre em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Bacharel em Matemática com Informática pelo Centro Universitário Fundação Santo André (SP). Editora.

Fabio Martins de Leonardo
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Maria Cecília da Silva Veridiano
Especialista em Educação Matemática: Fundamentos Teóricos e Metodológicos pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Mateus Coqueiro Daniel de Souza
Mestre em Ciências, no programa: Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, pela Universidade de São Paulo. Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Willian Raphael Silva
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Maria José Guimarães de Souza
Mestre em Ciências, no programa: Ciência da Computação, pela Universidade de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Romenig da Silva Ribeiro
Mestre em Ciências, no programa: Ciência da Computação, pela Universidade de São Paulo. Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Cassio Cristiano Giordano
Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Pesquisador e professor em escolas públicas e universidades.

Cintia Alessandra Valle Burkert Machado
Mestre em Educação, na área de Didática, pela Universidade de São Paulo. Assessora pedagógica.

Dario Martins de Oliveira
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Professor em escolas particulares e públicas de São Paulo por 20 anos. Editor.

Erica Toledo Catalani
Mestre em Educação, na área de Educação Matemática, pela Universidade Estadual de Campinas (SP). Licenciada em Ciências pela Universidade Braz Cubas (SP). Educadora.

Juliana Ikeda
Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Marcelo de Oliveira Dias
Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Docente na Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro por 8 anos. Professor da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

Selene Coletti
Licenciada em Pedagogia pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras "Prof. José Augusto Vieira" (MG). Colunista de revista destinada a educadores, professora e formadora de professores em escolas públicas.

Tais Saito Tavares
Mestre em Matemática Aplicada e Computacional e bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (PR). Editora.

Na capa ilustrada por Gabriel Sá de São Luis do Maranhão, a imagem de adolescente usando celular propõe uma reflexão sobre a Matemática inserida em uma rede de conexões envolvendo a comunicação entre as pessoas em tempo real.

Edição de texto: Janaina Soler Caldeira, Katia Tiemy Sido, Renata Martins Fortes Gonçalves, Zuleide Maria Talarico
Preparação de texto: Mariane de Mello Genaro Feitosa
Gerência de *design* e produção gráfica: Patricia Costa
Coordenação de produção: Denis Torquato
Gerência de planejamento editorial: Maria de Lourdes Rodrigues
Coordenação de *design* e projetos visuais: Marta Cerqueira Leite
Projeto gráfico: Aurélio Camilo, Vinicius Rossignol Felipe
Capa: Tatiane Porusselli, Daniela Cunha
Ilustração: Gabriel Sá
Coordenação de arte: Wilson Gazzoni Agostinho
Edição de arte: Iara Susue Rikimaru
Editoração eletrônica: Setup Editoração Eletrônica
Coordenação de revisão: Elaine C. del Nero
Revisão: Ana Cortazzo, Beatriz Rocha, Cárita Negromonte, Dirce Y. Yamamoto, Márcia Leme, Nancy H. Dias, ReCriar Editorial, Salete Brentan
Coordenação de pesquisa iconográfica: Flávia Aline de Morais
Pesquisa iconográfica: Mariana Alencar, Pamela Rosa
Coordenação de *bureau*: Rubens M. Rodrigues
Tratamento de imagens: Ademir Francisco Baptista, Ana Isabela Pithan Maraschin, Denise Feitoza Maciel, Marina M. Buzzinaro, Vânia Maia
Pré-impressão: Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
Coordenação de produção industrial: Wendell Monteiro
Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Araribá conecta matemática : 8º ano / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editora responsável Mara Regina Garcia Gay. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-16-13539-6

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Gay, Mara Regina Garcia.

22-112546 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

APRESENTAÇÃO

Este livro foi elaborado para você e deve contribuir com o desenvolvimento das competências e das habilidades envolvidas no processo de aprendizagem, definidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Queremos que estude Matemática de forma dinâmica e agradável. Nosso objetivo é ajudar você a descobrir que conhecer os números, as figuras geométricas, as medidas e outros assuntos abordados pela Matemática pode ser uma aventura muito interessante, que contribuirá para que você amplie seus conhecimentos, sua visão de mundo e sua participação na sociedade.

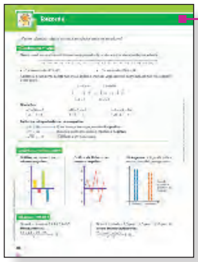
Procure fazer todas as atividades e explorar tudo o que este livro tem a oferecer. Aproveite também a diversidade de informações distribuídas ao longo das seções.

Certamente, você encontrará desafios e obstáculos. Enfrente-os com garra, pois, ao superá-los, perceberá que o saber proporciona grande satisfação pessoal e oportunidades para ampliar sua atuação no mundo.

Bom estudo!

CONHEÇA SEU LIVRO

Neste livro, você vai encontrar 4 unidades: a primeira com 2 capítulos e as restantes com 3 capítulos em cada uma.

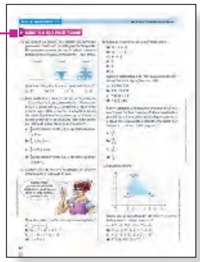


Recorde

Esta seção ajuda você a lembrar de alguns conteúdos já estudados.

Mostre o que você já sabe

O objetivo desta seção é verificar seus conhecimentos sobre os conteúdos estudados anteriormente.



Página de abertura

Em cada **Unidade**, há uma abertura com uma grande imagem motivadora.

Questões sobre o tema da abertura, no boxe **Para começar...**, são propostas com o objetivo de identificar e mobilizar os conhecimentos que você tem de alguns assuntos que serão tratados na **Unidade**.

Ícones que indicam um tipo de atividade ou se ela deve ser feita em grupo ou em dupla.


DESAFIO


CALCULADORA


CÁLCULO MENTAL

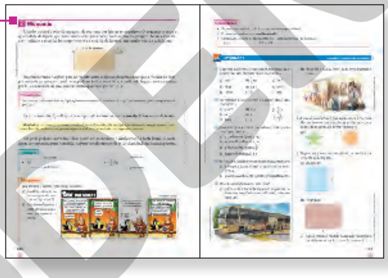

GRUPO OU DUPLA


ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS


PENSAMENTO COMPUTACIONAL

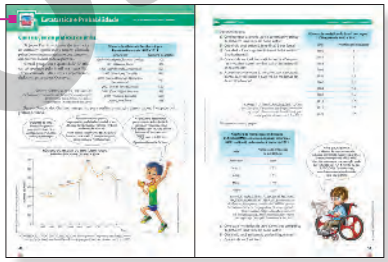
Apresentação dos conteúdos e das atividades

O conteúdo é desenvolvido de forma clara e organizada. Após a abordagem dos conteúdos, vem a seção **Atividades**, com propostas diversificadas.



Estatística e Probabilidade

O objetivo desta seção é desenvolver a interpretação, a comparação e a análise de dados apresentados em diversas formas e abordar temas relacionados ao cálculo de probabilidade.

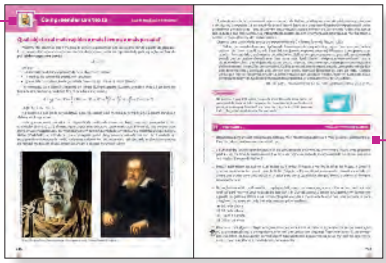


Atividades de revisão

São atividades que consolidam o conhecimento adquirido em cada capítulo da **Unidade**.

Compreender um texto

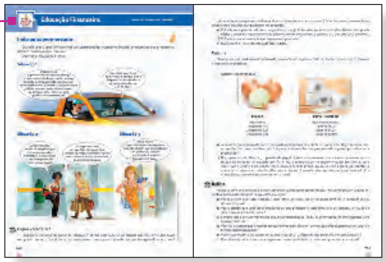
Esta seção tem o objetivo de desenvolver a competência leitora por meio da análise de diversos tipos de texto.



Questões especialmente desenvolvidas orientam a interpretação e a análise do texto e exploram o conteúdo matemático estudado.

Educação Financeira

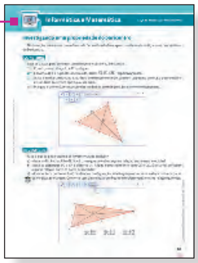
Esta seção apresenta atividades que farão você refletir sobre atitudes responsáveis e conscientes no planejamento e no uso de recursos financeiros em seu dia a dia.



Ícones que indicam os Temas Contemporâneos Transversais.

Informática e Matemática

Esta seção trabalha conteúdos de Matemática por meio de tecnologias digitais como *softwares* de Geometria dinâmica, planilhas eletrônicas etc.



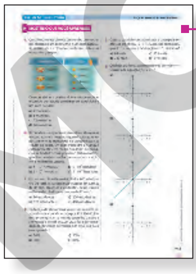
Trabalho em equipe

Além de proporcionar a integração com os colegas e estimular o espírito de pesquisa, esta seção visa à aplicação dos conceitos estudados.

Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.

Para finalizar: organize suas ideias

Nesta seção, você poderá analisar o que foi estudado em cada capítulo da **Unidade** e avaliar seu aprendizado.



Mostre o que você aprendeu

Nesta seção, você vai verificar os conhecimentos adquiridos neste ano.

SUMÁRIO

UNIDADE 3 159

DOUGLAS FRANCHIN/ARQUIVO DA EDITORA

ALEXANDRE AUGUSTO/ARQUIVO DA EDITORA

Recorde

• Faça um levantamento dos conhecimentos prévios dos estudantes em relação aos números negativos. Incentive-os a dar exemplos de uso desses números e, principalmente, de números que fazem parte de um conjunto, mas não de outro. Leve-os a perceber que todo número natural é também um número inteiro, mas nem todo número inteiro é um número natural.

• A reta numérica é um recurso importante para determinar o antecessor ou o sucessor de um número, compreender o significado de módulo e, também, comparar dois números inteiros.

• No trabalho com módulo de um número inteiro, se julgar necessário, retome os conceitos de simétrico e oposto por meio de exemplos com o suporte da reta numérica. Já em relação às operações, incentive os estudantes a expressarem suas dificuldades, principalmente quanto à regra de sinais, à potenciação e à raiz quadrada com números inteiros. Se julgar conveniente, explore outros exemplos. Se ainda restarem dúvidas, retome o estudo de potência por meio da observação de regularidades existentes.

• Ainda em relação aos números inteiros, verifique se os estudantes reconhecem os sentidos dos eixos verticais e/ou horizontais nos gráficos quando houver dados negativos.

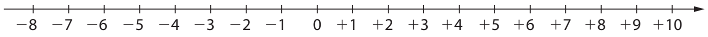
• Espera-se que os estudantes não demonstrem dificuldade no cálculo da média aritmética simples, no entanto, é importante certificar-se de que eles fazem distinção da média aritmética ponderada. Promova um momento de discussão para levantar hipóteses acerca de possíveis equívocos.

Recorde

Vamos relembrar alguns assuntos estudados em anos anteriores?

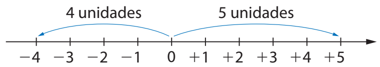
NÚMEROS NEGATIVOS

Na reta numérica, os números inteiros estão organizados de modo crescente, da esquerda para a direita.



- O antecessor de −10 é −11.
- O sucessor de −100 é −99.

A distância de um ponto da reta numérica à origem é chamada valor absoluto, ou módulo, do número associado a esse ponto.



$|-4| = 4$ $\quad$ $|+5| = 5$

Operações:

$+2 - 10 = -8$ $\quad$ $-10 + 5 = -5$ $\quad$ $(+7) - (-9) = 16$

$(-2) \cdot (-3) = 6$ $\quad$ $3 \cdot (-5) = -15$ $\quad$ $(-20) : 5 = -4$

Potência e raiz quadrada com base negativa:

$(-4)^2 = 16$ → Quando o expoente é par, o resultado é **positivo**.

$(-2)^3 = -8$ → Quando o expoente é ímpar, o resultado é **negativo**.

$-\sqrt{100} = -10$ → $\sqrt{-100}$ não é um número real.

GRÁFICOS E PICTOGRAMAS

Gráfico de barras com números negativos:

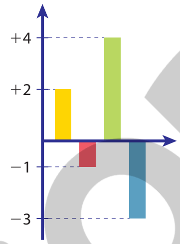
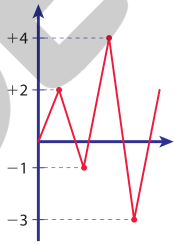
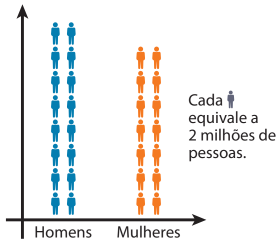


Gráfico de linhas com números negativos:



Pictograma: a legenda indica o valor que cada ícone representa.



MÉDIA ARITMÉTICA

Notas dos bimestres: 8,5; 7,8; 6,9 e 9,5.

Média aritmética:

$$\frac{8,5 + 7,8 + 6,9 + 9,5}{4} = 8,175$$

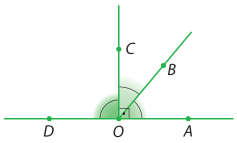
Notas dos trabalhos: 7,0 (peso 1); 8,0 (peso 2) e 9,0 (peso 3).

Média aritmética ponderada:

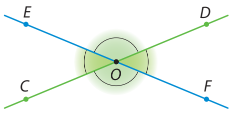
$$\frac{7 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 3}{1 + 2 + 3} = 8,333...$$

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

ÂNGULOS

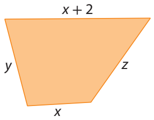


$A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são **complementares**.
$A\hat{O}B$ e $B\hat{O}D$ são **suplementares**.
$B\hat{O}C$ e $C\hat{O}D$ não são complementares nem suplementares.



$D\hat{O}E$ e $C\hat{O}F$ são **opostos pelo vértice**.
$C\hat{O}E$ e $D\hat{O}F$ são **opostos pelo vértice**.

CÁLCULO ALGÉBRICO



Medida do perímetro:
$2x + y + z + 2$
O valor numérico para $x = 2, y = 3$ e $z = -1$ é 8.

$2a^2b^5 + 3a^2b^5 = (2 + 3)a^2b^5 = 5\,a^2b^5$

A sequência $a_n = n^2 + 1$ é (2, 5, 10, 17, 26, ...).
$a_1\ a_2\ a_3\ a_4\ a_5$

GRANDEZAS DIRETAMENTE E INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

O produto dos extremos é igual ao produto dos meios: $a \cdot d = b \cdot c$

$$\frac{1}{5} = \frac{4}{x} \Rightarrow 1 \cdot x = 4 \cdot 5 \Rightarrow x = 20$$

Grandezas diretamente proporcionais

Preço do combustível (R$)	Medida de capacidade (litro)
6	1
45	x

$$\frac{6}{45} = \frac{1}{x}$$
$$x = 7{,}5$$

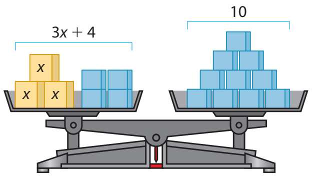
Grandezas inversamente proporcionais

Medida da velocidade (km/h)	Medida de tempo do percurso (hora)
45	4
90	x

razão inversa

$$\frac{45}{90} = \frac{x}{4}$$
$$x = 2$$

EQUAÇÃO E INEQUAÇÃO



2 é raiz da equação $3x + 4 = 10$, pois:

$$3x + 4 = 10$$
$$3 \cdot 2 + 4 = 10$$
$$6 + 4 = 10$$
$$10 = 10$$

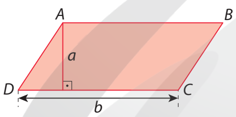
O par ordenado (3, 1) é solução da equação $x + y = 4$, pois $3 + 1 = 4$.

Ao resolver a inequação $x + 5 < 12$ em $U = \mathbb{Z}$, temos:

$$x + 5 < 12$$
$$x + 5 - 5 < 12 - 5$$
$$x < 7$$

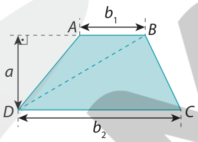
MEDIDA DE ÁREA DE QUADRILÁTEROS E DE TRIÂNGULOS

Paralelogramo



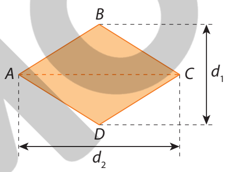
$A = b \cdot a$

Trapézio



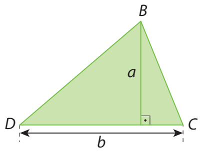
$A = \dfrac{a \cdot (b_1 + b_2)}{2}$

Losango



$A = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$

Triângulo



$A = \dfrac{b \cdot a}{2}$

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Se julgar oportuno, retome o cálculo da medida de área de quadriláteros e triângulos por meio de figuras equidecomponíveis, ou seja, que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos. Para evitar a simples memorização, é importante que eles compreendam a equivalência entre figuras de diferentes formatos. O que deve ser avaliado nesse momento é a ideia de que, a partir da "decomposição" de figuras, os estudantes compreendam e consigam determinar com facilidade as equações. Se for possível, ajude-os a determinar a expressão de cálculo da medida de área das figuras geométricas, mesmo que de maneira breve.

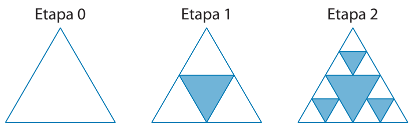
- Proponha aos estudantes que construam no caderno outros pares de ângulos complementares e suplementares adjacentes, assim como ângulos opostos pelo vértice. Aproveite para verificar se reconhecem o conceito de bissetriz de um ângulo e de pares de ângulos congruentes formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal com exemplos no quadro.
- Certifique-se de que eles reconhecem as representações algébricas expressadas por meio de generalizações. Se for conveniente, formule algumas expressões ditadas ou por escrito para que traduzam para a linguagem algébrica, como: "a diferença entre dois números ao quadrado", "o triplo de um número menos a terça parte de outro". É interessante propor ainda alguns problemas para que possam focar tanto na tradução das linguagens quanto na resolução de problemas.
- Explore alguns exemplos de sequências numéricas e questione os estudantes se a sequência é finita ou infinita. Na representação por meio de expressões algébricas, é importante verificar se eles identificam corretamente a ordem dos termos a_1, a_2, a_3 etc. Leve-os a perceber que a variável n (que não é uma incógnita) pode ser substituída por qualquer número natural não nulo.
- Embora o trabalho com as grandezas e medidas vá além do processo prático para resolver problemas envolvendo quatro valores a partir de três já conhecidos, ou seja, da "regra de três", certifique-se de que os estudantes compreenderam como ocorre a variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas. Desafie-os a listarem outras situações envolvendo grandezas proporcionais e não proporcionais para verificar se eles fazem essa distinção. No caso das grandezas inversamente proporcionais, sempre que possível, ressalte a importância de inverter uma das razões ao montar a proporção.
- Na resolução de equações ou inequação do 1º grau com uma incógnita, é importante verificar se os estudantes identificam os princípios aditivo e multiplicativo envolvidos nas (des)igualdades para evitar a simples mecanização dos processos operatórios. É importante que eles reconheçam que a relação de igualdade se mantém quando adicionamos, subtraímos, multiplicamos ou dividimos ambos os membros de uma equação por um mesmo número. Essa habilidade é pré-requisito de outras habilidades envolvendo equações e inequações, que serão ampliadas neste volume.

Avaliação diagnóstica

- Para resolver a atividade **1**, os estudantes precisam reconhecer que a quantidade de triângulos brancos é o triplo da quantidade obtida na etapa anterior e associar esse número a uma potência de base 3. Se julgar conveniente, retome o trabalho com potências de expoente inteiro.
- O objetivo da atividade **2** é que os estudantes escrevam a razão de uma parte em relação ao todo e obtenham uma fração irredutível, além de representá-la na forma decimal e em porcentagem. Para levantar as dificuldades individuais ou coletivas e propor intervenções, analise os registros, os cálculos e as diferentes estratégias utilizadas pelos estudantes.
- Para resolver a atividade **3**, os estudantes precisam compreender a ideia de variável em uma expressão algébrica, reconhecer que três números consecutivos podem ser representados por $n - 1$, n e $n + 1$ e saber a diferença entre "a soma do quadrado de três números" e "o quadrado da soma de três números". Proponha algumas questões para ajudar os estudantes na construção da expressão, por exemplo, "O que são números consecutivos?", "Como podemos representá-los simbolicamente?", "Qual é o resultado da adição de 2 e 3 ao quadrado? E de 2 ao quadrado adicionado a 3 ao quadrado?", entre outras questões.
- Ao resolver a atividade **4**, podem ser manifestadas dificuldades relacionadas ao conceito de raiz, ou nos cálculos envolvidos nessa verificação. Para sanar possíveis dúvidas, proponha aos estudantes algumas questões e peça a eles que as traduzam por meio de equações, por exemplo, "Qual é o número que adicionado a 3 resulta em 12?", "O triplo de um número é 6, que número é esse?".
- Na resolução da atividade **5**, os estudantes precisam interpretar a razão que está sendo avaliada e representá-la na forma de fração irredutível. Para intervir, retome a atividade e promova um momento para que os estudantes se manifestem e apresentem seus argumentos. Proponha e resolva outros exemplos para melhor compreensão do assunto, com o apoio de figuras sempre que possível.
- Para favorecer a compreensão da atividade **6**, podem ser realizados trabalhos utilizando desenhos e recortes para que os estudantes reconheçam a utilização das transformações em diferentes figuras com o auxílio da malha quadriculada e, posteriormente, do plano cartesiano. É importante ainda verificar se os estudantes são capazes de localizar os pares ordenados no plano cartesiano.

MOSTRE O QUE VOCÊ JÁ SABE

1. As imagens a seguir representam os primeiros passos na construção do triângulo de Sierpiński. Ele recebe esse nome porque foi criado pelo matemático polonês Waclaw Sierpiński (1882-1969).



1. alternativa c

Quantos triângulos brancos haverá na etapa 3?

a) 12 b) 15 c) 27 d) 81

2. Luís, Mateus e Lílian dividiram uma *pizza* de 12 fatias iguais. Luís comeu 6 fatias, Mateus comeu 4 e Lílian comeu 2. Considere a razão entre as fatias que Mateus comeu e o total de fatias da *pizza*. Qual item indica essa quantidade na forma de fração irredutível, na forma decimal e na forma de porcentagem, nessa ordem?

2. alternativa a

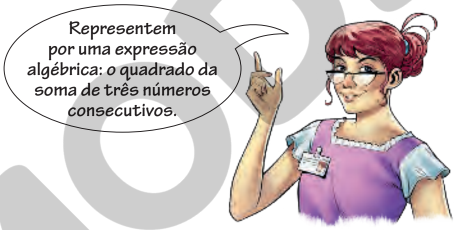
a) $\frac{1}{3}$; aproximadamente 0,33 e aproximadamente 33%

b) $\frac{1}{3}$; 1,3 e 30%

c) $\frac{1}{4}$; 0,25 e 25%

d) $\frac{1}{3}$; aproximadamente 3,33 e aproximadamente 3,33%

3. A professora de Matemática propôs o seguinte desafio para a turma do 8º ano.



DOUGLAS FRANCHIN/ARQUIVO DA EDITORA

Qual alternativa contém essa expressão algébrica?

3. alternativa c

a) $n_1^2 + n_2^2 + n_3^2$

b) $(n - 1)^2 + n^2 + (n + 1)^2$

c) $[(n - 1) + n + (n + 1)]^2$

d) $(1 + 2 + 3)^2$

4. Considere as equações e os valores de x.

A) $3x - 2 = 10$

B) $2x + 1 = 5$

C) $3x = 15$

I) 5

II) 4

III) 2

Qual é a alternativa que indica a associação correta entre uma equação e sua raiz?

4. alternativa d

a) A-I; B-II; C-III

b) A-II; B-I; C-III

c) A-III; B-I; C-II

d) A-II; B-III; C-I

5. Em certa partida de basquete, a equipe de Juliana marcou 65 pontos, dos quais 15 foram marcados por ela. Qual é a fração irredutível que apresenta a razão entre o número de pontos marcados por Juliana e o número total de pontos?

5. alternativa b

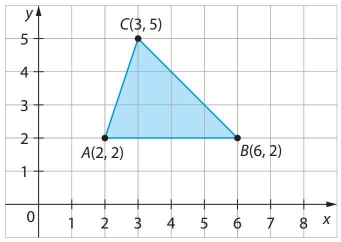
a) $\frac{1}{51}$

b) $\frac{3}{13}$

c) $\frac{1}{15}$

d) $\frac{13}{3}$

6. Observe a figura.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Quais são as coordenadas do simétrico desse triângulo em relação ao eixo x? **6. alternativa a**

a) $A'(2, -2)$, $B'(6, -2)$ e $C'(3, -5)$

b) $A'(-2, 2)$, $B'(-6, 2)$ e $C'(-3, 5)$

c) $A'(2, -5)$, $B'(6, -5)$ e $C'(3, -2)$

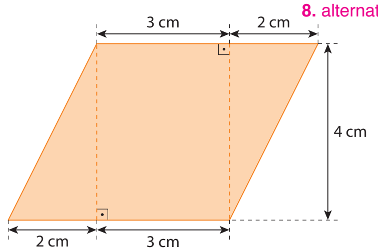
d) $A'(2, 0)$, $B'(6, 0)$ e $C'(3, 3)$

- Alerte os estudantes, sempre que necessário, quanto ao uso da tesoura no trabalho com recorte, a fim de preservar sua integridade física e a dos colegas.

7. Um relógio com defeito atrasa 5 minutos por dia. Quantos dias são necessários para ele atrasar 1 hora? **7.** alternativa **c**

a) 5 dias
b) 10 dias
c) 12 dias
d) 20 dias

8. Qual é a medida da área total da figura a seguir? **8.** alternativa **c**



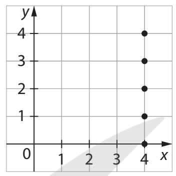
a) 14 cm^2 **c)** 20 cm^2
b) 16 cm^2 **d)** 28 cm^2

9. Acompanhe a conversa de Vicente e Luan. Leia a pergunta que Vicente encontrou no seu antigo caderno.

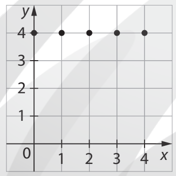
DOUGLAS FRANCHIN/ARQUIVO DA EDITORA

Qual alternativa representa as possíveis respostas para essa pergunta? **9.** alternativa **d**

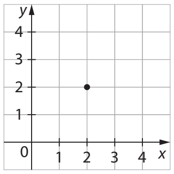
a)



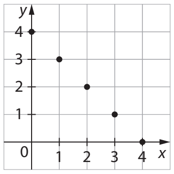
b)



c)

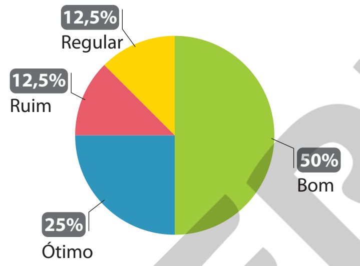


d)



10. A prefeitura de uma cidade encomendou uma pesquisa para saber o nível de satisfação com o serviço de transporte público no município durante o primeiro semestre de 2022. O gráfico a seguir apresenta o resultado dessa pesquisa.

QUALIDADE DO TRANSPORTE PÚBLICO NO PRIMEIRO SEMESTRE DE 2022



Dados obtidos pela empresa de pesquisa estatística em julho de 2022.

Sabendo que 2000 pessoas foram entrevistadas, quantas acharam o transporte público ótimo? **10.** alternativa **b**

a) 25 pessoas **c)** 250 pessoas
b) 500 pessoas **d)** 1000 pessoas

11. Entre as alternativas a seguir, qual apresenta a descrição de um polígono cuja área mede 36 cm^2? **11.** alternativa **a**

a) Um quadrado cujos lados medem 6 cm de comprimento.
b) Um triângulo cujo comprimento do lado mede 6 cm e o da altura relativa a esse lado também mede 6 cm.
c) Um losango cujas diagonais medem 4 cm e 9 cm de comprimento.
d) Um quadrado cujos lados medem 9 cm de comprimento.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Na atividade **7**, retome as ideias relacionadas à variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, ressaltando o uso da propriedade fundamental das proporções (o produto dos extremos é igual ao produto dos meios). Explore algumas situações que envolvam a variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas.
- Para resolver a atividade **8**, os estudantes podem calcular a medida da área do paralelogramo ou decompô-lo e adicionar as medidas das áreas dos triângulos e dos retângulo obtidos.
- Na atividade **9**, se julgar necessário intervir, leve-os a perceber que, nesse caso, há mais de uma resposta para a pergunta. Para isso, liste os números 0, 1, 2, 3 e 4 no quadro e faça questionamentos para que os estudantes determinem os números naturais que adicionados a eles resulta em 4. Em seguida, faça associações simétricas entre esses pares, por exemplo, (1, 3) e (3, 1), evidenciando a relação com as duas possibilidades para os pares ordenados (x, y).
- Para resolver a atividade **10**, os estudantes precisam interpretar o gráfico de setores, identificando que 25% das pessoas entrevistadas consideram o transporte público ótimo, e calcular a quantidade correspondente a essa porcentagem num total de 2000 pessoas entrevistadas. Se julgar conveniente, peça aos estudantes para interpretar os outros setores do gráfico e a calcular as quantidades correspondentes em relação ao total de 2000 pessoas.
- Na atividade **11**, pode ser realizado um trabalho de retomada de conteúdos visando reforçar as decomposições e as composições para estabelecer a expressão de cálculo por meio da ideia de figuras equidecomponíveis. Se julgar necessário, calcule no quadro a medida de área de cada polígono dessa atividade.

Abertura da Unidade 1

Conteúdos

• Nesta Unidade, serão trabalhados vários conceitos relacionados às unidades temáticas Números, Álgebra, Geometria e Probabilidade e Estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC listadas.

Orientações

• Após a leitura do texto e da imagem, individualmente ou em grupo, proporcione um momento para que os estudantes compartilhem o que compreenderam do tema. Verifique se eles perceberam que, à primeira vista, a primeira opção parece representar o maior valor; no entanto, como os centavos são multiplicados diariamente por uma constante (2), os valores crescem rapidamente. Com isso, espera-se introduzir a noção intuitiva de crescimento exponencial.

• Durante o trabalho com as questões **2** e **3**, verifique os conhecimentos prévios dos estudantes acerca da potenciação com expoente inteiro. Esse conhecimento servirá de base para o desenvolvimento de novas habilidades relacionadas à potenciação e radiciação com números reais, principalmente para escrever potências de expoente fracionário como raiz.

• Após o trabalho com a questão **3**, com a ajuda dos estudantes, mostre no quadro como determinar o valor acumulado, em centavos, em cada dia.

1º dia: $1 = 2^0$

2º dia: $2 = 2^1$

3º dia: $2 \cdot 2 = 2^2$

4º dia: $(2 \cdot 2) \cdot 2 = 2^3$

5º dia: $(2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot 2 = 2^4$

6º dia: $(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot 2 = 2^5$

⋮

enésimo dia: $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}_{n-1 \text{ vezes}} = 2^{n-1}$

⋮

17º dia: $2^{17-1} = 2^{16} = 65\,536$ centavos ou 655,36 reais.

⋮

30º dia: $2^{30-1} = 2^{29} = 536\,870\,912$ centavos ou 5 368 709,12 reais.

Se julgar conveniente, mostre aos estudantes como realizar esses cálculos com uma calculadora científica ou planilha eletrônica.

UNIDADE 1

Capítulo 1 Potenciação e radiciação

Capítulo 2 Retas e ângulos

Habilidades da BNCC trabalhadas nesta Unidade:

EF08MA01, EF08MA02, EF08MA05, EF08MA11, EF08MA15, EF08MA17, EF08MA23

SINSEEHO/SHUTTERSTOCK

MULTIPLICANDO CENTAVOS

Imagine que você tenha a oportunidade de escolher entre receber 1 milhão de reais ou receber o valor acumulado ao final de 30 dias da seguinte maneira:

- 1 centavo no 1º dia;
- 2 centavos no 2º dia;
- 4 centavos no 3º dia;
- 8 centavos no 4º dia;
- 16 centavos no 5º dia;
- 32 centavos no 6º dia;

... e assim sucessivamente, ou seja, a cada dia o valor acumulado é igual ao dobro do valor do dia anterior. Qual opção representa o maior valor? Parece que o valor em centavos não chegaria nem perto de 1 milhão. De fato, no 17º dia, o valor acumulado ainda é de apenas R$ 655,36. Mas, para a nossa surpresa, a segunda opção é muito mais vantajosa, pois, acredite se quiser, no 30º dia, o valor acumulado passa de 5 milhões de reais.

Para começar...: Respostas em *Orientações*.

Para começar...

1. De acordo com o texto, de que maneira os centavos são acumulados?
2. Considerando a segunda opção, escreva o valor acumulado nos 6 primeiros dias utilizando uma potência de base 2.
3. Com base nas potências do item anterior, represente por meio de potência os valores acumulados no 17º e no 30º dia.
4. Se você apresentasse as duas opções para algum colega ou familiar, sem apresentar o valor final da segunda opção, o que você acha que eles escolheriam? Faça o teste e depois explique os cálculos.

14

• Respostas do boxe *Para começar...* :

1. A cada dia o valor acumulado é igual ao dobro do valor do dia anterior, começando com 1 centavo.
2. $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4$ e 2^5
3. $2^{16}, 2^{29}$
4. Resposta pessoal. Combine um dia para que os estudantes compartilhem o resultado dos testes que fizeram com os familiares.

CAPÍTULO 1

Potenciação e radiciação

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF08MA01
EF08MA02
EF08MA05
EF08MA11
EF08MA23

1 Recordando alguns conjuntos numéricos

Em que situações do dia a dia você utiliza números? Para quê? Que números você usaria para indicar a medida de sua altura e a de sua massa? E para indicar um dia do mês?

Observe a cena a seguir.

VICTOR TAVARES/ARQUIVO DA EDITORA

Em muitas situações do cotidiano, como a que aparece na ilustração, usamos letras combinadas com algarismos (nas placas dos veículos e na linha do ônibus), números naturais ou números inteiros positivos, números inteiros negativos (no mostrador de temperatura) e números racionais não inteiros (no preço da passagem).

Vamos relembrar os conjuntos numéricos a que esses números pertencem, além de conhecer outros conjuntos.

Conjunto dos números naturais

A sequência dos números naturais é:

$$(0, 1, 2, 3, 4, 5, ...)$$

Nessa sequência, o primeiro termo é o **zero**. Para determinar outro termo qualquer, a partir do segundo, basta adicionar 1 ao termo anterior, ou seja, a sequência dos números naturais é **infinita**.

Agrupando os termos dessa sequência em um conjunto, obtemos o **conjunto dos números naturais**, que indicamos por $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...\}$$

(EF08MA05) Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.

Competência geral 7: Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Recordando alguns conjuntos numéricos

Objetivos

- Recordar o conjunto dos números naturais, inteiros e racionais.
- Transformar um número racional na forma fracionária para a forma decimal.
- Obter a fração geratriz de uma dízima periódica.
- Trabalhar com o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental**, da macroárea **Meio Ambiente**.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA05 e da competência geral 7 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece a habilidade EF08MA05 da BNCC ao propor o reconhecimento e a utilização de procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.

Orientações

- Explore com os estudantes as questões apresentadas no início do tópico. Chame a atenção deles para os tipos de número levantados (se são naturais, inteiros ou racionais) e explique sua função (contagem, medida, código ou ordem).

Se achar conveniente, siga este roteiro de questões para explorar o texto:

a) Qual é a função do número apresentado no termômetro de rua? E na placa do carro?

b) Explique com suas palavras como são os números inteiros.

c) Explique com suas palavras como são os números racionais.

Respostas:

a) O número expresso pelo termômetro de rua indica uma medida em grau Celsius. O número expresso na placa do carro é um código e serve para diferenciá-lo de outros carros.

b) Os números inteiros são os números da sequência dos números naturais (0, 1, 2, 3, 4, ...) e dos números inteiros negativos (–1, –2, –3, ...).

c) Os números racionais são todos os números que podem ser escritos na forma de fração.

- Se achar conveniente, trabalhe a ideia de antecessor e sucessor, mostrando aos estudantes que esses conceitos – geralmente estudados com a sequência dos números naturais – podem ser estendidos para a sequência dos números inteiros. No caso dos números inteiros, pergunte se qualquer número tem antecessor.
- Na realização das atividades, peça aos estudantes que comparem as soluções que encontraram, observando as diversas formas de solucionar o mesmo problema.

Se n é um número natural diferente de zero, representamos seu **antecessor** por $n - 1$.
Se n é um número natural, representamos seu **sucessor** por $n + 1$.
Os números $n - 1$, n e $n + 1$ são números naturais **consecutivos**.

Conjunto dos números inteiros

Observe o extrato bancário a seguir.


BANCO S/A - EXTRATO BANCÁRIO
AGÊNCIA 0001 - C/C 26.123-32
DATA 05/01/22 HORA 13.44.25

05/06 - SALDO 800,00
05/06 - CARTÃO DE DÉBITO 1 000,00

05/06 - SALDO TOTAL .... –200,00

Na conta de Marlene havia R$ 800,00, e ela comprou, pagando com cartão de débito, uma mercadoria de R$ 1 000,00. Como podemos representar o saldo da conta de Marlene depois dessa compra?

Nesse caso, devemos fazer a seguinte operação:

$$800 - 1\,000 = -200$$

Isso significa que Marlene ficou devendo R$ 200,00 ao banco.

Note que, apesar de envolver apenas números naturais, essa subtração tem como resultado um número negativo: –200.

Em uma subtração com números naturais, o resultado pode ser um número positivo, um número negativo ou zero.

Observe esses números na sequência a seguir.

$$(\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots)$$

Assim como acontece com os números naturais, um número inteiro n tem como **sucessor** $n + 1$ e como **antecessor** $n - 1$.

Esses números formam o **conjunto dos números inteiros**, que indicamos por $\mathbb{Z}$.

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Observação

Todo número inteiro n tem um número **oposto** ou **simétrico** $-n$. Por exemplo:

- o oposto ou simétrico de 5 é –5;
- o oposto ou simétrico de –20 é 20;
- o oposto ou simétrico de zero é o próprio zero.

Todos os elementos do conjunto $\mathbb{N}$ são também elementos do conjunto $\mathbb{Z}$. Dizemos que $\mathbb{N}$ é um **subconjunto** de $\mathbb{Z}$, ou seja, $\mathbb{N}$ está **contido** em $\mathbb{Z}$ (indicamos: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$).

ATIVIDADES

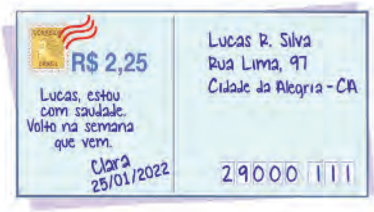
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe o cartão-postal e responda às questões.

a) Que números você identificou nesse cartão?

b) Para que servem esses números?

c) Todos esses números são naturais? Explique.



ILUSTRAÇÕES: PAULO MANZI/ARQUIVO DA EDITORA

1. a) 2,25; 25; 1; 2022; 97; 29000-111
b) Exemplo de resposta: 2,25 indica preço; 25, 1 e 2022 formam a data; 97 é o número da casa; 29000-111 é o código de endereçamento postal (CEP).
c) Não; o número 2,25 não é natural.

8. Exemplos de respostas:
a) $n + 1$, sendo n um número inteiro maior ou igual a –3.
b) $-44 + 10n$, sendo n um número natural.
c) $30 - 6n$, sendo n um número natural.
d) $-300 + 100n$, sendo n um número natural.

Lembre-se: Escreva no caderno!

2. Cite dois exemplos de situações do dia a dia em que são usados números naturais. **2.** Resposta pessoal.

3. Observe a situação a seguir.

VICTOR TAVARES/ARQUIVO DA EDITORA

- Se existisse um andar logo abaixo do –2, que indicação ele teria? **3.** –3

4. Escreva no caderno as expressões pedidas.

a) n é um número da sequência dos números naturais pares. Qual é seu sucessor? E seu antecessor? **4. a)** $n + 2$; $n - 2$, para $n \neq 0$

b) n é um número da sequência dos números naturais ímpares. Qual é seu sucessor? E seu antecessor? **4. b)** $n + 2$; $n - 2$, para $n \neq 1$

5. Descubra os números. **5. a)** 410, 411 e 412

a) A soma de três números naturais consecutivos é 1 233. Quais são esses números?

b) A soma de dois números consecutivos na sequência dos números pares é 998. Quais são esses números? **5. b)** 498 e 500

c) A soma de três números consecutivos na sequência dos números ímpares é 165. Quais são esses números? **5. c)** 53, 55 e 57

6. Descubra o próximo número de cada sequência numérica.

a) (15, 30, 45, 60, 75, ■) **6. a)** 90

b) (100, 90, 80, 70, 60, ■) **6. b)** 50

c) (3, 6, 9, 12, 15, ■) **6. c)** 18

d) (204, 212, 220, 228, 236, ■) **6. d)** 244

7. Escreva no caderno a sequência de números que podem ser escritos na forma $2n + 1$, em que n é um número natural. Você conhece essa sequência?

7. Espera-se que os estudantes percebam que se trata da sequência dos números naturais ímpares: (1, 3, 5, 7, 9, ...).

8. Analise as sequências e descubra uma regra que descreva cada uma.

a) (–2, –1, 0, 1, 2, ...)

b) (–44, –34, –24, –14, ...)

c) (30, 24, 18, 12, 6, ...)

d) (–300, –200, –100, ...)

9. Pedro e Daniel têm relógios de ponteiros com defeitos diferentes: o de Pedro atrasa 1 minuto por dia, e o de Daniel está parado. Apesar disso, Daniel confirmou que seu relógio é melhor que o de Pedro. Após conversarem, concordaram que o melhor relógio é aquele que marca a hora certa mais vezes em um dia. De acordo com essa regra, qual relógio é melhor? **9.** O relógio de Daniel.

ADOLAR/ARQUIVO DA EDITORA

10. Invente uma sequência determinada por um padrão escolhido por você e peça a um colega que a complete. **10.** Resposta pessoal.

11. Copie o quadro no caderno e complete-o.

Nesse quadro, a representa um número inteiro.

11. Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

a	Oposto de a	Sucessor de a	Antecessor de a
9	■	■	■
■	1451	■	■
■	■	■	2003
■	■	–7	■
■	■	■	–1999
–125	■	■	■
0	■	■	■
■	■	1000000	■
■	–1000000	■	■

- A turma poderá sentir alguma dificuldade na atividade **5**. Se isso ocorrer, inicie cada resolução com os estudantes e peça que as terminem. Vale lembrar que eles também podem realizar essa atividade por tentativa e erro.
- Na atividade **8**, espera-se que os estudantes identifiquem um padrão, encontrem um termo qualquer de cada sequência e generalizem a ideia, expressando-a oralmente e por meio de uma expressão algébrica. Eles certamente responderão com as próprias palavras, mas é importante comentar as generalizações dadas nos exemplos de respostas.
- Resolução da atividade **9**:

Uma vez certo, o relógio de Pedro terá de atrasar 12 horas (ou 720 minutos) para marcar novamente a hora certa. Logo, se ele atrasa apenas 1 minuto por dia, levará 720 dias para atrasar 720 minutos. Ou seja, o relógio de Pedro estará certo, aproximadamente, uma vez a cada dois anos. Entretanto, o relógio de Daniel marca a hora certa duas vezes por dia. Portanto, de acordo com a regra que eles estabeleceram, o relógio de Daniel é melhor que o de Pedro.

• Tendo como ponto de partida um mapa, os estudante poderão observar o uso dos números racionais para expressar medidas. Uma das metas deste Capítulo é ampliar as discussões sobre os conjuntos numéricos, com destaque, agora, para os números racionais.

Esse estudo envolve também as relações entre formas diferentes de escrever um mesmo número racional (forma decimal e forma de fração), assim como a ideia de dízima periódica.

• Explore o mapa e, se julgar oportuno, comente com os estudantes que as medidas de temperatura de milhares de anos atrás, usadas por cientistas para efetuar comparações, são estimativas obtidas por estudos geológicos.

Chame a atenção deles para a legenda, que permite a interpretação das zonas coloridas no mapa.

• O boxe *Para pensar* propõe uma pesquisa sobre as consequências do aumento da medida de temperatura global. Solicite aos estudantes que montem um painel com atitudes para minimizar os efeitos do aquecimento global. Pode-se incentivar uma discussão com a turma, apresentando algumas causas e consequências do aquecimento global descritas a seguir.

Causas

✓ CO_2 emitido pelos veículos no trânsito.

✓ Queimadas (liberação de CO_2 e destruição de áreas florestais).

✓ Liberação de gás metano pela pecuária.

✓ Liberação de CO_2 pela indústria.

Consequências

✓ Falta de água por escassez de chuvas.

✓ Falta de alimento. Com o aquecimento global, as regiões agrícolas poderão sofrer a perda das plantações.

✓ Extinção de espécies da fauna e da flora.

✓ Elevação do nível do mar e acidificação do mar e dos oceanos.

Essa pesquisa favorece o desenvolvimento da competência geral 7 da BNCC porque os estudantes, ao compartilhar o que pesquisaram, deverão argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis. A abordagem proposta também trabalha com o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental**, da macroárea **Meio Ambiente**.

13. Exemplos de respostas: **b)** 100 é um número natural e um número inteiro. **d)** Todo número inteiro não negativo é um número natural.

Lembre-se: Escreva no caderno!

12. Responda às questões no caderno. **12. a)** 155

a) Que número é o oposto do oposto de 155?

b) Que número é o oposto do oposto de –155? **12. b)** –155

13. Leia as afirmações abaixo e corrija no caderno as que forem falsas.

a) –1 é um número inteiro, mas não é um número natural.

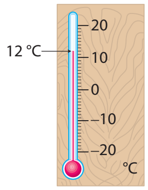
b) 100 é um número natural, mas não é um número inteiro.

c) 8, 100 e –9 são exemplos de números inteiros.

d) Todo número inteiro é um número natural.

14. Um termômetro mede 12 °C. Se a medida de temperatura baixar 15 graus, que temperatura o termômetro medirá? **14.** –3 °C

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



15. Calcule e responda no caderno.

A 125 – 137
B 623 – 232
C 1 040 – 1 100
D 323 – 402
E 729 – 701
F 630 – 1 200

a) Quais dessas subtrações têm como resultado um número natural? **15. a)** B e E

b) Quais dessas subtrações têm como resultado um número inteiro? **15. b)** todas

16. Qual é a soma de dois números opostos? **16.** 0

17. O atual saldo de gols, ou seja, a diferença entre o número de gols marcados e o de gols sofridos do time de futebol Unidos do Bairro, é –15. Se o time sofrer 3 gols e fizer um, qual será seu novo saldo? **17.** –17

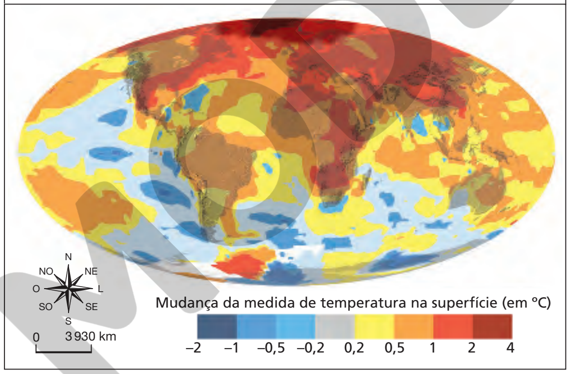
MARCELO CASTRO/ARQUIVO DA EDITORA

Conjunto dos números racionais

Você já deve ter ouvido falar sobre as mudanças climáticas que estão ocorrendo no planeta, como as alterações de temperatura.

Nos últimos anos, as variações nos termômetros tornaram-se aceleradas. Observe o mapa a seguir, elaborado com base em estudos que consideram as mudanças de temperatura ocorridas nos últimos 11 mil anos.

VARIAÇÃO DE MEDIDA DE TEMPERATURA NA SUPERFÍCIE TERRESTRE NOS ÚLTIMOS 11 MIL ANOS



ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA

Elaborado com base em: CALDAS. Sérgio Túlio. *Terra sob pressão*: a vida na era do aquecimento global. São Paulo: Moderna, 2008. p. 40-41.

Para pensar

Faça uma pesquisa sobre as consequências do aumento da temperatura global e sobre as medidas que devem ser tomadas para evitar que isso continue ocorrendo. Compartilhe sua pesquisa com os colegas.

Para pensar: Comentários em *Orientações*.

• Exemplo de resposta do boxe *Para pensar*:

O aumento da temperatura global traz como consequências, entre outras, derretimento de parte das calotas polares, aumento no nível dos oceanos, inundações, ondas de calor mais frequentes, ciclones mais violentos e desaparecimento de ilhas e de espécies de animais. Para evitar que a medida de temperatura na superfície continue aumentando, deve-se controlar a emissão de gases que intensificam o efeito estufa.

Note que, pela legenda, podemos identificar a variação de temperatura de cada região. Por exemplo, a temperatura das regiões coloridas com vermelho-escuro aumentou entre 2 °C e 4 °C nos últimos 11 mil anos.

Todos os números que aparecem na legenda do mapa (–2; –1; –0,5; –0,2; 0,2; 0,5; 1; 2; 4) são **números racionais**, porque podem ser escritos como quociente de dois números inteiros. Observe.

- $-2 = \frac{-2}{1}$
- $-1 = \frac{-1}{1}$
- $-0{,}5 = \frac{-5}{10} = \frac{-1}{2}$
- $-0{,}2 = \frac{-2}{10} = \frac{-1}{5}$
- $0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
- $0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
- $1 = \frac{1}{1}$
- $2 = \frac{2}{1}$
- $4 = \frac{4}{1}$

Números que podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, sendo a e b números inteiros e $b \neq 0$, são chamados **números racionais**.

O **conjunto dos números racionais** é indicado por $\mathbb{Q}$. Usando linguagem matemática, podemos representar esse conjunto da seguinte maneira:

$$\mathbb{Q} = \left\{ x \underbrace{|}_{\text{tal que}} x = \frac{a}{b}, \text{ com } a \text{ e } b \text{ inteiros e } b \neq 0 \right\}$$

Observações

- Todo número natural é também um número inteiro e um número racional.
- Todo número inteiro é também um número racional.

Por isso, dizemos que o conjunto $\mathbb{N}$ é subconjunto de $\mathbb{Z}$, que, por sua vez, é subconjunto de $\mathbb{Q}$.

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

Transformação de um número racional na forma fracionária para a forma decimal

Um número racional que esteja na forma de fração também pode ser representado na forma decimal. Para isso, devemos lembrar que a forma de fração pode representar o quociente do numerador pelo denominador.

Observe como Carlos e Bianca fizeram para escrever os números $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{6}$ na forma decimal.

CARLOS BOURDIEL/ARQUIVO DA EDITORA

- Nesta página, ampliamos as discussões sobre os conjuntos numéricos, com destaque, agora, para os números racionais. Esse estudo envolve também as relações entre maneiras diferentes de escrever um mesmo número racional (forma decimal e forma de fração), assim como a ideia de dízima periódica.

• Lembre aos estudantes que, em muitas calculadoras, a vírgula dos números decimais é representada por um ponto.

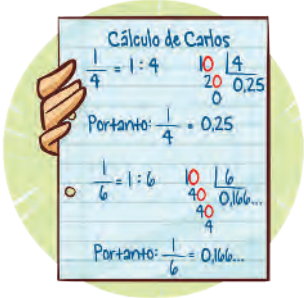
• Pode-se propor aos estudantes que efetuem, na calculadora, divisões de números naturais para verificar o tipo de quociente obtido. Porém, é possível que façam uma divisão e não encontrem – na calculadora comum – nem um decimal exato nem uma dízima periódica. Isso ocorrerá se a parte não periódica tiver muitos algarismos e se o visor não tiver dígitos suficientes para exibir a parte periódica. Nesse caso, será necessário mostrar o resultado em um computador ou em uma calculadora científica.

• Explique aos estudantes que usamos as reticências para indicar que o número tem infinitas casas decimais.

• Se achar necessário, explique aos estudantes que, devido à limitação de dígitos, a calculadora apresenta um número finito de casas decimais, mas que, no exemplo dado, o algarismo 6 se repete infinitamente. Diga a eles que algumas calculadoras fazem arredondamento; então, nesse caso, o resultado seria:

0.1666666666666667

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



MARCELO CASTRO/ARQUIVO DA EDITORA

Cálculo de Bianca

Na calculadora apertei as teclas:

[1] [÷] [4] [=]

E no visor apareceu:

0.25

Depois, apertei as teclas:

[1] [÷] [6] [=]

E no visor apareceu:

0.1666666

CARLOS BOURDIEL/ARQUIVO DA EDITORA

A parte que se repete infinitamente em uma dízima periódica é o **período**.

Para indicar que em 0,166666... o algarismo 6 se repete infinitamente, usamos a notação $\mathbf{0{,}1\overline{6}}$, ou seja, colocamos um traço sobre o período.

Observe mais um exemplo de transformação de um número racional na forma de fração em um número racional na forma decimal.

$\frac{3}{11}$

30 | 11
80   0,2727... — dízima periódica
30
80
3 — O par de restos parciais repete-se infinitamente.

Portanto: $\frac{3}{11} = 0{,}\overline{27}$

Nesse caso também obtivemos uma dízima periódica, uma vez que o resto nunca será igual a zero, pois o par de restos parciais repete-se infinitamente.

Observações

- Quando o período aparece logo após a vírgula, a dízima é chamada **simples**.
  Exemplos: $0{,}\overline{27}$; $13{,}\overline{3}$ e $2{,}\overline{154}$.
- Quando há partes não periódicas e periódicas após a vírgula, a dízima é chamada **composta**.
  Exemplos: $0{,}1\overline{6}$; $0{,}353\overline{5}$ e $1{,}0\overline{8}$.

A representação decimal de qualquer número racional é sempre um decimal exato ou uma dízima periódica.

Transformação de uma dízima periódica para a forma de fração

Os exemplos mostram como transformar um número da forma decimal para a forma de fração:

- $2{,}5 = \dfrac{25}{10} = \dfrac{5}{2}$
- $0{,}23 = \dfrac{23}{100}$
- $0{,}9781 = \dfrac{9\,781}{10\,000}$

Agora, observe como escrever na forma de fração uma dízima periódica. Ao fazer isso, encontramos a **fração geratriz** da dízima.

Acompanhe como Marta e Pedro encontraram as frações geratrizes de $0{,}\overline{3}$ e $1{,}1\overline{36}$.

Eu obtive a fração geratriz da dízima periódica $0{,}\overline{3}$, da seguinte maneira:

1º) Chamei essa dízima de x:

$$x = 0{,}333\ldots \text{ (I)}$$

2º) Como a dízima é simples e seu período é formado por um algarismo (3), multipliquei ambos os membros da igualdade I por 10, a fim de obter outra dízima com o mesmo período:

$$10x = 3{,}333\ldots \text{ (II)}$$

(Notei que, como no número 0,333... o algarismo 3 se repete infinitamente, quando multipliquei essa dízima por 10, obtive a dízima 3,333...)

3º) Subtraí membro a membro I de II e, assim, eliminei a parte que se repete:

$$\begin{array}{rl} 10x = & 3{,}333\ldots \\ -\quad x = & \underline{0{,}333\ldots} \\ 9x = & 3 \end{array}$$

$$x = \frac{3}{9} \quad \text{ou} \quad x = \frac{1}{3}$$

Para obter a fração geratriz da dízima periódica $1{,}1\overline{36}$, eu fiz o seguinte:

1º) Chamei essa dízima de x:

$$x = 1{,}1363636\ldots \text{ (I)}$$

2º) Multipliquei ambos os membros da igualdade I por 10, a fim de obter uma dízima periódica simples:

$$10x = 11{,}363636\ldots \text{ (II)}$$

3º) Como o período dessa dízima é formado por dois algarismos (36), multipliquei ambos os membros da igualdade II por 100, a fim de obter outra dízima com o mesmo período:

$$1\,000x = 1\,136{,}363636\ldots \text{ (III)}$$

(Notei que, como no número 11,363636... o 36 se repete infinitamente, quando multipliquei essa dízima por 100, obtive a dízima 1 136,3636...)

4º) Subtraí membro a membro II de III e, assim, eliminei a parte que se repete:

$$\begin{array}{rl} 1\,000x = & 1\,136{,}363636\ldots \\ -\quad 10x = & \underline{\quad 11{,}363636\ldots} \\ 990x = & 1\,125 \end{array}$$

$$x = \frac{1\,125}{990} \quad \text{ou} \quad x = \frac{25}{22}$$

- Reforce que a fração geratriz é aquela que dá origem à dízima periódica. Os estudantes devem perceber que existem dízimas periódicas simples (que possuem apenas um período e não têm um antepríodo como 0,151515...) e dízimas periódicas compostas (que possuem um antepríodo que não se repete, seguido de um período que se repete infinitamente, como 1,950363636...). Vale salientar que não convém apresentar essa nomenclatura para a turma; basta que os estudantes percebam que há diferentes tipos de dízima.
- Reproduza no quadro o procedimento para obter as frações geratrizes de $0{,}\overline{3}$ e $1{,}1\overline{36}$, solicitando a participação da turma.
- Oriente os estudantes a fazer a verificação do resultado obtido em uma divisão que envolva quociente na forma decimal. Muitas vezes, o erro de interpretação sobre o resto da divisão causa erro também na verificação. Exemplo:

Divisão

$$\begin{array}{r|l} 7 & 4 \\ \hline 3\,0 & 1{,}7 \\ 2 & \end{array}$$

Verificação errada:

$$\begin{array}{r} 1{,}7 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 6{,}8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6{,}8 \\ +\ 2{,}0 \\ \hline 8{,}8 \end{array}$$

Verificação correta:

$$\begin{array}{r} 1{,}7 \\ \times\ \ 4 \\ \hline 6{,}8 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6{,}8 \\ +\ 0{,}2 \\ \hline 7{,}0 \end{array}$$

Na verificação errada, o resto foi interpretado indevidamente como 2 inteiros. Na verificação correta, foi interpretado adequadamente como 2 décimos (0,2).

• Na atividade **2**, conduza os estudantes a criar uma estratégia para descobrir o número pedido em cada caso. Deixe-os livres para testar hipóteses e utilizar suas estratégias pessoais.

• Exemplo de resolução do item **a** da atividade **2**:

Observamos que na figura **I**, de um total de 25 quadradinhos, 9 estão coloridos inteiramente e 12 estão coloridos somente até a metade. Como a cada duas metades temos um quadradinho inteiro, com 12 metades teremos 6 quadradinhos inteiros. Assim, teremos um total de 15 quadradinhos coloridos. Representando na forma de fração, temos: $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

Já na figura **II**, de um total de 25 quadradinhos, 13 estão coloridos inteiramente e 10 estão coloridos somente até a metade. Como a cada duas metades temos um quadradinho inteiro, teremos 5 quadradinhos inteiros. Assim, teremos um total de 18 quadradinhos coloridos. Representando na forma de fração, temos: $\frac{18}{25}$

• Exemplo de resolução do item **b** da atividade **2**:

Pelo item **a**, sabemos que na figura **I** a parte colorida é representada por 15 quadradinhos, logo, a parte branca é representada por 10 quadradinhos. Para representar na forma decimal, podemos fazer: $\frac{10}{25} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0{,}4$

Já na figura **II**, a parte colorida é representada por 18 quadradinhos, então a parte branca é representada por 7 quadradinhos. Para representar na forma decimal, podemos fazer: $\frac{7}{25} = \frac{28}{100} = 0{,}28$

• Na atividade **4**, incentive os estudantes a procurar a ordenação, em um primeiro momento, sem cálculos, pois certamente já sabem que os números menores serão os negativos.

• Espera-se que, ao fazer as atividades **5** e **6**, os estudantes percebam que em alguns casos o cálculo é facilitado com a forma decimal e, em outros, com a forma fracionária.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. a) 1,5; **b)** $0{,}\overline{1}$; **c)** $0{,}\overline{3}$; **d)** 7,75; decimais exatos: 1,5 e 7,75; dízimas periódicas: $0{,}\overline{1}$ e $0{,}\overline{3}$

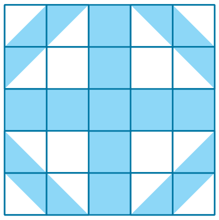
1. Escreva no caderno os seguintes números racionais na forma decimal.

a) $\frac{6}{4}$ **b)** $\frac{1}{9}$ **c)** $\frac{1}{3}$ **d)** $7\frac{3}{4}$

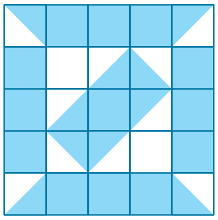
• Dos resultados obtidos, quais são decimais exatos e quais são dízimas periódicas?

2. Observe as figuras e faça o que se pede.

I



II



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Escreva um número racional na forma de fração que represente a parte pintada de azul em cada uma das figuras. **2. a) I.** $\frac{3}{5}$; **II.** $\frac{18}{25}$

b) Escreva um número racional na forma decimal que represente a parte branca de cada uma das figuras. **2. b) I.** 0,4; **II.** 0,28

3. Faça as seguintes operações com a calculadora.

a) 1 : 9 **3. a)** $0{,}\overline{1}$ **b)** 2 : 9 **3. b)** $0{,}\overline{2}$ **c)** 3 : 9 **3. c)** $0{,}\overline{3}$ **d)** 4 : 9 **3. d)** $0{,}\overline{4}$

• Agora, sem usar a calculadora, determine o resultado de cada divisão. **3.** $0{,}\overline{5}$; $0{,}\overline{6}$; $0{,}\overline{7}$; $0{,}\overline{8}$

5 : 9 6 : 9 7 : 9 8 : 9

4. Escreva no caderno os números abaixo, em ordem crescente. **4.** $-1{,}4$; $-\frac{3}{4}$; $\frac{8}{7}$; $\frac{4}{3}$; $1{,}91\overline{6}$

$\frac{8}{7}$ $1{,}91\overline{6}$ $\frac{4}{3}$ $-1{,}4$ $-\frac{3}{4}$

5. Efetue as operações no caderno. (*Dica*: se achar conveniente, escreva os números decimais na forma de fração.)

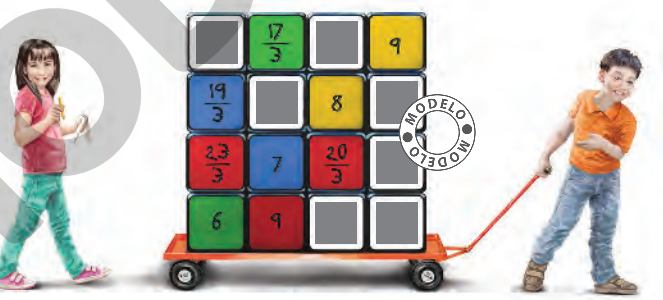
a) $0{,}\overline{2} + 0{,}\overline{5} - 0{,}\overline{7}$ **5. a)** 0 **b)** $0{,}\overline{8} : 5{,}\overline{6}$ **5. b)** $\frac{8}{9} : \frac{51}{9} = \frac{8}{51}$ **c)** $1{,}8\overline{3} \cdot 0{,}5\overline{27}$ **5. c)** $\frac{11}{6} \cdot \frac{29}{55} = \frac{29}{30}$

6. Copie o quadrado mágico no caderno e complete-o.

A soma dos números das linhas (horizontais), das colunas (verticais) e das diagonais é igual a 30.

6.

10	$\frac{17}{3}$	$\frac{16}{3}$	9
$\frac{19}{3}$	$\frac{25}{3}$	8	$\frac{22}{3}$
$\frac{23}{3}$	7	$\frac{20}{3}$	$\frac{26}{3}$
6	9	10	5



ORLY WANDERS/ARQUIVO DA EDITORA

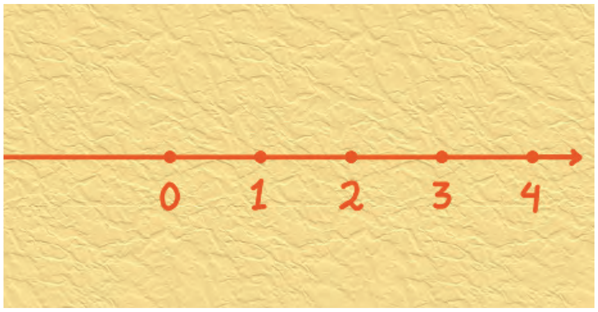
2 A reta numérica

Observe a seguir como podemos dispor os números ordenadamente em uma reta numérica.

Podemos localizar na reta numérica os pontos correspondentes aos **números naturais**. Para isso, marcamos o ponto que representa o zero e, em seguida, usamos uma unidade para determinar a distância entre dois pontos correspondentes a dois números naturais consecutivos.

Unidade
Para localizar os pontos em uma reta numérica, é preciso estabelecer uma unidade.
Adotaremos a seguinte unidade para as retas numéricas:

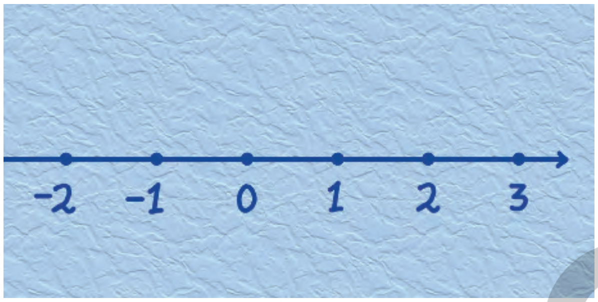
u



Zero
O ponto que corresponde ao zero na reta numérica serve de base para a localização dos infinitos pontos, à direita e à esquerda, que representam os demais números.

Sentido
A ponta da seta na reta numérica indica o sentido positivo.

Da mesma maneira que localizamos os pontos correspondentes aos números naturais, podemos localizar os **números inteiros**. Para isso, marcamos, à direita do ponto que corresponde ao número zero na reta numérica, os pontos correspondentes aos números positivos e, à esquerda, marcamos os pontos correspondentes aos números negativos.



ILUSTRAÇÕES: PAULO MANZI/ARQUIVO DA EDITORA

Para localizar os pontos correspondentes aos **números racionais** que também são inteiros, usamos o procedimento já apresentado. Porém, quando o número racional não é inteiro, precisamos descobrir os números inteiros consecutivos entre os quais ele se localiza, quer esteja expresso na forma decimal, quer na forma fracionária.

Por exemplo, o número $-\frac{3}{2}$ está entre −2 e −1, pois $-\frac{3}{2} = -1{,}5$.

A reta numérica

Objetivos

- Localizar números racionais na reta numérica.
- Comparar e ordenar números racionais com o auxílio da reta numérica.

Orientações

- Ao final deste tópico, apresentamos um esquema em que aparecem três tiras sobrepostas. Na tira amarela, representa-se a reta numérica dos números naturais; na tira azul, a reta numérica dos números inteiros; e, na tira verde, a reta numérica com alguns números racionais. Se os estudantes tiverem dificuldade em entender o esquema, faça no quadro uma reta e represente, em etapas, os números naturais, depois os inteiros e, por último, alguns racionais.

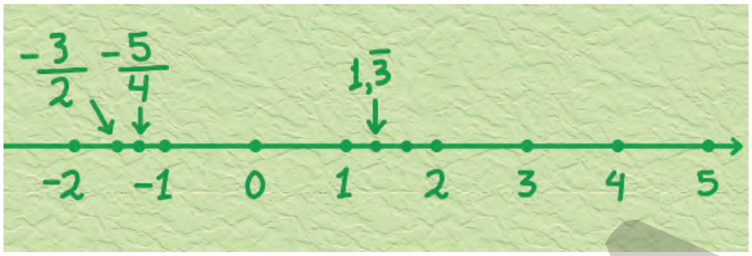
• A localização dos pontos correspondentes aos números de cada conjunto já foi explorada em anos anteriores (a de números naturais no 6º ano e a de números inteiros e racionais no 7º ano); retome esse procedimento para ressaltar que, entre dois números racionais quaisquer, sempre existe outro número racional. Por essa ideia ser abstrata, convém associá-la a pontos de uma reta numérica. Quando os estudantes compreenderem essa ideia, provavelmente perceberão que há espaço na reta para "novos" números e, assim, a introdução de outro tipo de número – os irracionais – poderá ser mais facilmente assimilada. Como, nesse segmento, não é indicado o formalismo matemático na conceituação dos conjuntos dos números racionais e irracionais, abordaremos algumas situações em que esses números são empregados.

O ponto correspondente a $-1{,}5$ está à mesma medida de distância dos pontos correspondentes a -2 e -1.

O número $-\frac{5}{4}$ também está entre -2 e -1. Além disso, o número está entre $-1{,}5$ e -1, pois $-\frac{5}{4} = -1{,}25$.

O ponto correspondente a $-1{,}25$ está à mesma medida de distância dos pontos correspondentes aos números $-1{,}5$ e -1.

Já o número racional $1{,}\overline{3}$ está entre 1 e 2, e sua forma fracionária é $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$. Quando o segmento determinado pelos pontos correspondentes a 1 e 2 é dividido em três partes iguais, $1{,}\overline{3}$ corresponde ao primeiro ponto à direita do 1.



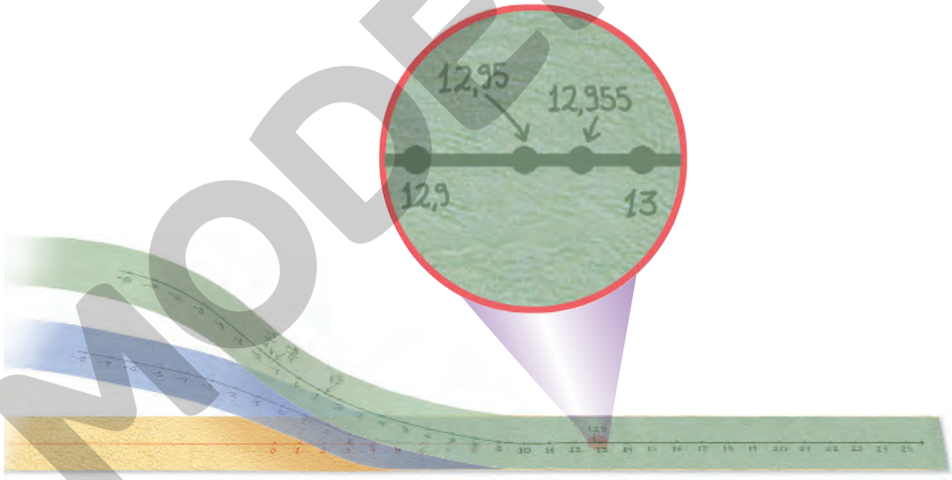
O que há entre dois números racionais?

Entre dois números naturais consecutivos não podemos encontrar nenhum outro número natural. Entre 3 e 4, por exemplo, não há outro número natural.

Isso também vale para os números inteiros. Entre dois números inteiros consecutivos não há nenhum outro número inteiro. Entre -7 e -6, por exemplo, não há outro número inteiro.

No caso dos números racionais, isso não acontece: entre dois números racionais quaisquer, sempre existe outro número racional. Por exemplo, entre 12,9 e 13 há outros números racionais, como o número 12,95. Entre 12,95 e 13 também há números racionais, como o número 12,955.

Se você continuar listando exemplos, vai verificar que pode encontrar infinitos números entre 12,9 e 13.

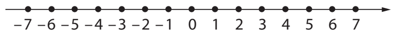


ILUSTRAÇÕES: PAULO MANZI/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

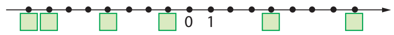
1. Copie o quadro no caderno. Em seguida, consulte a reta numérica e assinale a classificação de cada número no quadro. 1. Resposta em *Orientações*.



	Número negativo	Número natural	Número positivo	Número não positivo
–7				
–2				
0				
1				
5				

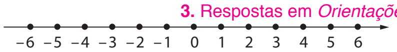
MODELO

2. Copie a reta numérica no caderno e substitua cada ☐ pelo número inteiro correspondente a cada ponto. 2. –8, –7, –4, –1, 4, 8



4 –4 –8 –7 –1 8

3. Copie a reta numérica no caderno e represente nela os números abaixo.
3. Respostas em *Orientações*.



3,1 1,3 –3,1 –1,3

5,2 2,5 –5,2 –2,5

- Agora, escreva esses números em ordem crescente.

4. No caderno, escreva os números abaixo em ordem decrescente e determine sua localização aproximada na reta numérica.

$-\frac{3}{8}, \frac{5}{3}, \frac{7}{6}, -\frac{7}{10}$

4. Respostas em *Orientações*.

5. Escreva no caderno a afirmação verdadeira. Mostre com uma figura que os outros itens apresentam frases incorretas.

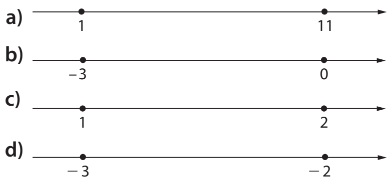
a) Os números $\frac{1}{3}$ e $-\frac{5}{8}$ estão entre os números –3 e –2. 5. Respostas em *Orientações*.

b) Entre os números –3 e –2 há somente cinco números racionais.

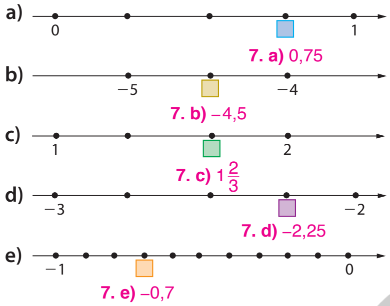
c) Não existem números inteiros entre –200 e –199.

6. Exemplos de respostas: **a)** 6; **b)** –2; **c)** $\frac{3}{2}$; **d)** –2,5

6. Cite um exemplo de número racional que esteja entre os números representados em cada reta numérica.



7. Copie cada reta numérica no caderno, divida-as em partes iguais e identifique o número correspondente a cada quadradinho.



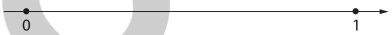
8. Junte-se a um colega, desenhem uma reta numérica e respondam às questões no caderno.

a) O ponto correspondente ao número $-\frac{3}{5}$ na reta numérica está localizado à direita ou à esquerda do ponto que representa –1? 8. a) à direita

b) O ponto que representa determinado número natural está localizado entre os pontos correspondentes a –1 e 1. Qual é o número natural representado por esse ponto? 8. b) 0

- Agora, crie uma questão para seu colega resolver. Resposta pessoal.

9. Copie a reta numérica no caderno e faça o que se pede.



9. a) Resposta e comentário em *Orientações*.

a) Represente os números da sequência abaixo na reta numérica.

$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \ldots$

b) O que ocorre quando representamos os termos dessa sequência na reta numérica?

9. b) Os pontos que correspondem aos números dessa sequência ficam cada vez mais próximos do ponto que corresponde ao zero.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Resposta da atividade **1**:

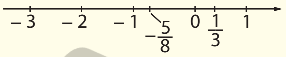
	Número negativo	Número natural	Número positivo	Número não positivo
–7	x			x
–2	x			x
0		x		x
1		x	x	
5		x	x	

- Resposta da atividade **4**:

$\frac{5}{3}; \frac{7}{6}; -\frac{3}{8}; -\frac{7}{10}$

- Respostas da atividade **5**:

a)



b) infinitos números racionais

c) afirmação verdadeira

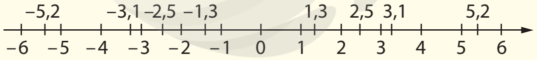
- Na atividade **7**, aceite respostas na forma decimal ou na forma fracionária.
- A atividade **9** oferece aos estudantes a oportunidade de observar o que ocorre com um número racional escrito na forma fracionária conforme aumentamos seu denominador.

Para cada uma dessas frações existe um ponto correspondente na reta numérica, e, quanto maior o denominador, mais próximo do zero ficará o número.

Vale lembrar aos estudantes que não precisam produzir explicações escritas de maneira formal; o mais importante é que possam se expressar oralmente de modo que expliquem o que foi observado.

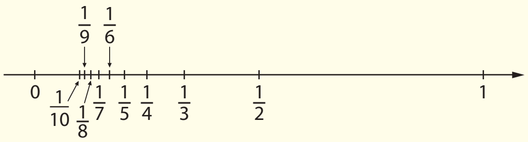
Nesse mesmo sentido, a representação na reta numérica poderá ser aproximada.

- Reta numérica da atividade **3**:



- Reta numérica da atividade **4**:

- Reta numérica do item **a** da atividade **9**:



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Conjunto dos números reais

Objetivos

- Reconhecer os números irracionais como aqueles que apresentam representação decimal infinita e não periódica.
- Introduzir o conjunto dos números reais.

Orientações

- Um dos objetivos deste tópico é mostrar aos estudantes que alguns conjuntos numéricos estão contidos em outros; os conjuntos dos números racionais e dos números irracionais não têm elementos em comum, ou seja, são conjuntos disjuntos; e o conjunto dos números reais é a reunião dos conjuntos dos números racionais e dos números irracionais.
- Algumas operações entre números reais, assim como a localização de alguns desses números na reta numérica, serão estudadas no volume 9 desta coleção.

3 Conjunto dos números reais

Todo número que pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$, é um número racional. A representação decimal dos números racionais é sempre um decimal exato ou uma dízima periódica.

Quando sua representação decimal é infinita e não periódica, o número não pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$, e, portanto, não é racional. Números desse tipo são chamados de **números irracionais**. Observe alguns exemplos.

- No estudo das circunferências, aparece a constante π (pi), que é igual a 3,14159265...

  Esse número tem infinitas casas decimais e não tem parte periódica; por isso, é um número irracional.

Recorde

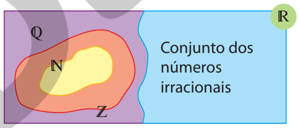
O número obtido ao se dividir a medida de comprimento da circunferência pela medida de comprimento de seu diâmetro, na mesma unidade, é o número irracional pi (representado pela letra grega π).

- $\sqrt{5} = 2{,}2360679...$ é outro exemplo de número irracional.

  Já foram feitos muitos cálculos para se chegar ao valor exato de $\sqrt{5}$, mas nunca se encontrou um decimal exato ou uma dízima periódica. Os matemáticos provaram que não é possível escrever esse número como quociente de dois inteiros e, por isso, $\sqrt{5}$ não pode ser expresso como um decimal exato ou uma dízima periódica.

  A raiz quadrada de qualquer número que não seja quadrado perfeito é um número irracional.
- O número ϕ (phi), que é igual a 1,61803..., também conhecido como número de ouro, tem infinitas casas decimais e não tem parte periódica. Esse número é irracional.
- 0,101001000100001...; 1,12345678910111213... e –0,252255222555... são números irracionais.

Se unirmos o conjunto dos números racionais (no qual estão contidos o conjunto dos números inteiros e o conjunto dos números naturais) com o conjunto dos números irracionais, obteremos outro conjunto, chamado **conjunto dos números reais**, que indicamos por $\mathbb{R}$.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Mesmo que representássemos os infinitos números racionais na reta numérica, ainda haveria pontos da reta que não estariam associados a nenhum número racional. Já com a representação de todos os números reais, a reta numérica conterá exemplares de todos os tipos de números reais.

Todo número real tem um único ponto correspondente na reta numérica, e todo ponto da reta numérica corresponde a um único número real.

2. b) Espera-se que os estudantes respondam que não, pois às vezes o período de uma dízima periódica é muito grande e em sua representação decimal expressamos um número insuficiente de casas após a vírgula para identificar esse período.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe as fotos e responda à questão.

a) 

EVANDRO ROCHA/FOLHAPRESS

Cartaz com preço.

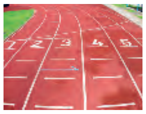
1. a) racionais e reais

c) 

FERNANDO FAVORETTO/CRIAR IMAGEM

Placa de medida de altura máxima.

1. c) racionais e reais

b) 

RDONAR/SHUTTERSTOCK

Numeração na raia de atletismo.

1. b) naturais, inteiros, racionais e reais

d) 

BETO CELLI

Canhoto de talão de cheques.

1. d) naturais, inteiros, racionais e reais

- A que conjuntos numéricos pertencem os números que aparecem em cada foto?

2. Iara fez a operação 1 : 19 usando uma calculadora e, no visor, apareceu o seguinte resultado:

0,052631578

MARCELO CASTRO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Você concorda com Iara? Por quê?

b) Podemos sempre saber se um número é racional ou irracional apenas observando sua representação decimal?

3. Escreva na forma de fração cada número a seguir.

a) 7 **3. a)** $\frac{14}{2}$

b) 0,2 **3. b)** $\frac{1}{5}$

c) –7 **3. c)** $-\frac{7}{1}$

d) –1,32 **3. d)** $-\frac{132}{100}$

e) 0,666... **3. e)** $\frac{6}{9}$

f) 1,555... **3. f)** $\frac{14}{9}$

g) 24,3 **3. g)** $\frac{243}{10}$

h) 1,05 **3. h)** $\frac{105}{100}$

2. a) Espera-se que os estudantes respondam que não, pois o número que aparece no visor da calculadora é parte da representação decimal de $\frac{1}{19}$, que é um número racional.

4. Observe os números e responda às questões.

-27 $\quad \frac{3}{5} \quad \frac{32}{4}$

$1{,}35 \quad -\sqrt{2} \quad \pi$

a) Qual desses números pertence ao conjunto dos números naturais? **4. a)** $\frac{32}{4}$

b) Quais pertencem ao conjunto dos números inteiros? **4. b)** $\frac{32}{4}$ e -27

c) Que números são racionais? **4. c)** $\frac{32}{4}$; -27; $\frac{3}{5}$; $1{,}35$

d) Que números são irracionais? **4. d)** $-\sqrt{2}$; π

e) Que números são reais e não racionais?

f) Que números são reais e não irracionais?

4. e) $-\sqrt{2}$; π **4. f)** $\frac{32}{4}$; -27; $\frac{3}{5}$; $1{,}35$

5. Cite um exemplo, quando possível, de número:

a) inteiro e não natural;

b) real e não racional;

c) racional e não inteiro;

d) inteiro e irracional.

5. Exemplos de respostas: **a)** –15; **b)** π; **c)** 0,5678; **d)** Não é possível.

6. Copie as frases no caderno, completando-as com as palavras corretas.

a) Todo número irracional é um número ■. **6. a)** real

b) Todo número racional é um número ■. **6. b)** real

c) Todo número inteiro é um número ■.

d) Todo número natural é um número ■.

6. c) Respostas possíveis: racional, real

6. d) Respostas possíveis: inteiro, racional, real

7. Escreva os números a seguir em ordem crescente.

7. $-\pi$; $-\frac{12}{5}$; $-1{,}\overline{2}$; $3{,}6\overline{2}$; $3{,}\overline{62}$; $\frac{40}{7}$

$-\frac{12}{5} \quad 3{,}\overline{62} \quad -1{,}\overline{2}$

$\frac{40}{7} \quad -\pi \quad 3{,}6\overline{2}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

8. Respostas pessoais.

8. Escreva no caderno dois exemplos de números reais que obedeçam a cada uma das condições.

a) Números irracionais maiores que 2,5 e menores que 3.

b) Números racionais maiores que $-\frac{7}{8}$ e menores que $-\frac{3}{4}$.

- Na atividade **1**, são apresentadas algumas imagens com números que pertencem a diferentes conjuntos numéricos. Organize os estudantes em grupos e peça a eles que também apresentem situações do cotidiano que contenham números que correspondam a cada conjunto numérico. Pode-se organizar no quadro ou em um painel um quadro com os conjuntos numéricos e pedir a cada grupo que o preencha com a situação que identificou de cada conjunto numérico. Os estudantes poderão ter dificuldade para encontrar nas situações do cotidiano números que pertençam ao conjunto dos números irracionais. Essa conclusão é importante para que percebam que os números irracionais são utilizados em cálculos matemáticos, por exemplo, na raiz quadrada.
- Os números na forma de fração da atividade **3** são exemplos de respostas, já que há outras possíveis.

Trabalho em equipe

Objetivos

- Aplicar, por meio de trabalho em grupo, os conceitos estudados.
- Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 4 e 9 e da competência específica 2 da BNCC.

Orientações

- O trabalho em equipe proposto consiste em uma instigante pesquisa sobre a razão áurea e o número de ouro. Livros de Matemática e a internet poderão ser de grande valia para os estudantes disporem de mais possibilidades de encontrar fatos interessantes relacionados a esse número.
- O modo de apresentação – jornal falado – será um desafio para eles e uma excelente oportunidade de se comunicarem matematicamente e também de mobilizar aspectos da competência geral 4 da BNCC, já que precisarão recorrer a diferentes linguagens para partilhar informações.
- No *site* Clubes de Matemática da OBMEP há uma proposta de atividade relacionada à razão áurea com curiosidades, galeria de vídeos, galeria de arte e outros textos sobre o assunto. Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/atividade-a-razao-aurea/. Acesso em: 12 ago. 2022.
- O trabalho proposto também favorece o desenvolvimento da competência específica 2, ao instigar os estudantes a aprofundar os conhecimentos já trabalhados em sala de aula, por meio da busca de dados mais elaborados sobre o tema, da organização desses dados e da reflexão sobre eles, e da competência geral 9 da BNCC na medida em que o estudante terá de interagir com seus pares, valorizando suas ideias e opiniões.

Trabalho em equipe

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Na página 26, você conheceu o número de ouro, ϕ. Existem muitas curiosidades relacionadas com esse número, e você e seu grupo vão pesquisá-las para mostrar aos colegas.

O número de ouro

JUSTIFICATIVA

Alguns números repetem-se com tanta frequência na natureza que despertaram a atenção do ser humano desde tempos muito antigos. Descobrir diferentes situações associadas com um desses números é um modo de perceber a presença de curiosas relações matemáticas no mundo que nos rodeia e tentar entendê-las.

OBJETIVO

Pesquisar curiosidades relacionadas com a **razão áurea** e o número de ouro, tentando compreendê-las e relacioná-las.

APRESENTAÇÃO

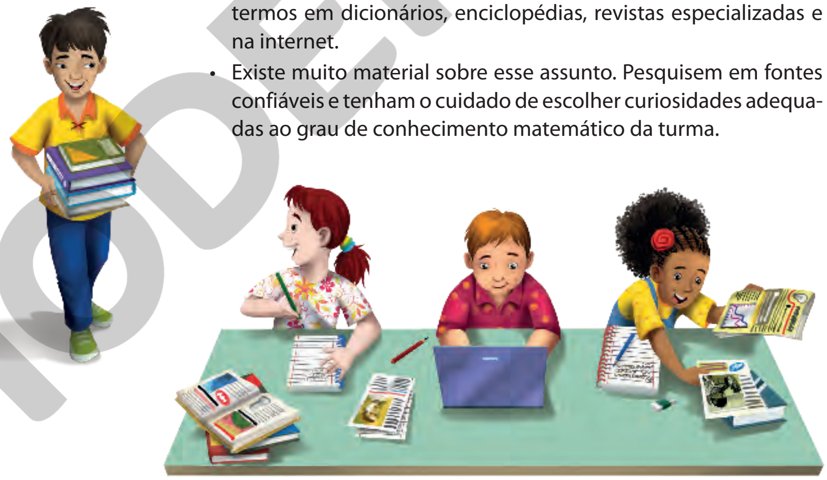
Jornal falado, com o apoio de recursos visuais (fotos, ilustrações e cartazes).

QUESTÕES PARA PENSAR EM GRUPO

- Onde pesquisar esse tipo de curiosidade?
- Qual será o foco da reportagem: a presença do número de ouro na natureza, nas artes ou na Matemática?
- A relação áurea aparece de modo natural ou proposital nos exemplos escolhidos?
- Como apresentar de modo claro e interessante o jornal falado?

NÃO SE ESQUEÇAM

- Há vários outros termos relacionados ao número de ouro: razão áurea, retângulo áureo, divina proporção etc. Pesquisem esses termos em dicionários, enciclopédias, revistas especializadas e na internet.
- Existe muito material sobre esse assunto. Pesquisem em fontes confiáveis e tenham o cuidado de escolher curiosidades adequadas ao grau de conhecimento matemático da turma.



AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

28

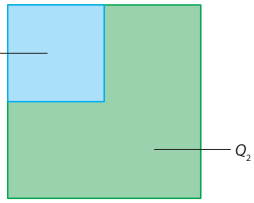
Competência geral 4: Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência específica 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

4 Potência com expoente inteiro

Observe o quadrado azul (Q_1), com medida de área igual a 4, que está sobreposto ao quadrado verde (Q_2), cuja área mede 4 vezes a do quadrado azul.



As medidas de área desses quadrados formam uma sequência numérica em que cada termo é o termo anterior multiplicado por 4.

Quadrado	Medida de área
Q_1	4
Q_2	16

$\times 4$

Podemos escrever a medida de área como potência de base 4.

Quadrado	Medida de área	Medida de área escrita como potência de base 4
Q_1	4	4^1
Q_2	16	4^2

Se continuarmos construindo quadrados seguindo esse padrão, verificaremos que o próximo quadrado, com 4 vezes a medida de área de Q_2, medirá 4^3 de área.

Recorde

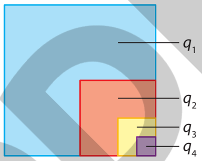
expoente — potência

base — $4^3 = 64$

potência

Observe que usamos o termo *potência* para designar tanto a expressão 4^3 como o resultado 64.

Considere, agora, a sequência de quadrados sobrepostos a seguir, em que a área do primeiro quadrado (q_1) mede 4 e cada quadrado seguinte tem $\frac{1}{4}$ da medida de área do quadrado anterior.



As medidas de área dos quadrados formam uma sequência numérica em que cada termo é o termo anterior dividido por 4.

Quadrado	Medida de área
q_1	4
q_2	1
q_3	$\frac{1}{4}$
q_4	$\frac{1}{16}$

$: 4$ $: 4$ $: 4$

Potência com expoente inteiro

Objetivos

- Ampliar e consolidar o significado da potenciação.
- Favorecer o desenvolvimento das seguintes habilidades da BNCC: EF08MA01 e EF08MA011.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA01 porque os estudantes deverão efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica. Favorece também a habilidade EF08MA11 ao propor aos estudantes que identifiquem uma regularidade em uma sequência numérica recursiva e construam um algoritmo por meio de fluxograma.

Orientações

- A intenção dessa etapa do trabalho é retomar algumas ideias sobre potenciação, além de ampliar e sistematizar os casos de potenciação cuja base é um número real e o expoente é um número inteiro.

(EF08MA01) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica.

(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.

• Reproduza a sequência de quadrados no quadro e preencha os quadros que constam nesta página com a participação dos estudantes.

• Peça aos estudantes que observem os expoentes dos números da terceira coluna do quadro. É importante perceberem que se tratam de uma sequência que vai diminuindo uma unidade, para que compreendam de onde veio o sinal negativo.

Escrevendo os números como potências de base 4, temos:

Quadrado	Medida de área	Medida de área escrita como potência de base 4
q_1	4	4^1
q_2	1	4^0
q_3	$\frac{1}{4}$	4^{-1}
q_4	$\frac{1}{16}$	4^{-2}

Observe as potências com expoentes negativos.

- $4^{-1} = \frac{1}{4}$
- $4^{-2} = \frac{1}{16} = \frac{1}{4^2}$

Quando a base é um número real, as potências são definidas do mesmo modo que quando a base é um número racional.

Potência com expoente inteiro não negativo

- Qualquer potência de base real e expoente inteiro maior que 1 é produto dessa base por ela mesma tantas vezes quantas indica o expoente. Assim, sendo *a* um número real e *n* um número inteiro maior que 1, temos:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ fatores}}$$

expoente; base

- Qualquer potência de base real e expoente 1 é igual à própria base. Assim, sendo *a* um número real, $a^1 = a$.
- Qualquer potência de base real não nula e expoente zero é igual a 1. Assim, sendo *a* um número real não nulo, $a^0 = 1$.

Exemplos

- $\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \underbrace{\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5}}_{2 \text{ fatores}} = \frac{1}{25}$
- $(1{,}3\overline{2})^2 = \underbrace{1{,}3\overline{2} \cdot 1{,}3\overline{2}}_{2 \text{ fatores}}$
- $\left(\frac{\pi}{2}\right)^1 = \frac{\pi}{2}$
- $(\sqrt{2})^0 = 1$

Potência com expoente inteiro negativo

Qualquer potência de base real não nula e expoente inteiro negativo é igual à potência que tem como base o inverso da base original e como expoente o oposto do expoente original. Assim, sendo *a* um número real não nulo e *n* um número inteiro, $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$.

Exemplos

- $(\pi)^{-1} = \frac{1}{\pi}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$
- $(-0{,}01)^{-3} = \left(-\frac{1}{100}\right)^{-3} = (-100)^3 = -1\,000\,000$

PENSAMENTO COMPUTACIONAL

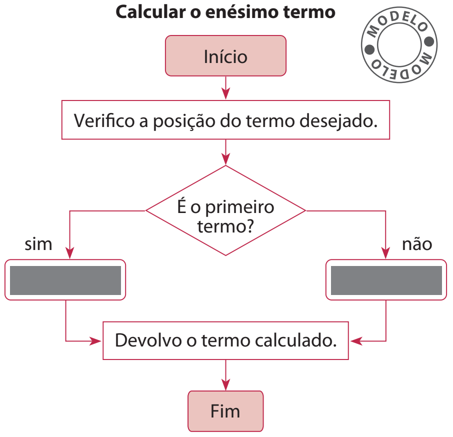
Pensamento computacional: Respostas em *Orientações*.

Analise a sequência recursiva:
(1 024, 512, 256, 128, 64, ...)

a) A partir do segundo termo, como podemos expressar um termo qualquer dessa sequência com base no(s) termo(s) anterior(es)?

b) Copie o fluxograma "Calcular o enésimo termo" e complete as áreas cinza de modo que ele nos permita descrever como obter o enésimo termo da sequência.

c) É possível escrever o enésimo termo dessa sequência sem a necessidade de saber o termo anterior. Converse com um colega e descubram como isso pode ser feito. (*Dica*: Escrevam os termos da sequência como potências de base 2.)



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Leia o texto e resolva o problema.

> Quando ia a Sto. Ives,
> encontrei um homem com sete mulheres,
> cada mulher tinha sete sacos,
> cada saco tinha sete gatos,
> cada gato tinha sete gatinhos.
> [...]
>
> BOYER, Carl B. *História da Matemática*. São Paulo: Blucher, 2012. p. 33.

GK HART/VIKKI HART/GETTY IMAGES

- Quantos gatinhos havia? **1.** 2 401 gatinhos

2. Calcule as potências.

a) 3^3 **2. a)** 27
b) $\left(\frac{1}{3}\right)^3$ **2. b)** $\frac{1}{27}$
c) 4^0 **2. c)** 1
d) $(-5)^2$ **2. d)** 25
e) $\left(-\frac{1}{5}\right)^3$ **2. e)** $-\frac{1}{125}$
f) $(-7)^3$ **2. f)** -343

3. Calcule as potências de expoente negativo.

a) 2^{-1} **3. a)** $\frac{1}{2}$
b) 2^{-2} **3. b)** $\frac{1}{4}$
c) $(-2)^{-2}$ **3. c)** $\frac{1}{4}$
d) $(-2)^{-3}$ **3. d)** $-\frac{1}{8}$
e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ **3. e)** 2
f) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$ **3. f)** -2
g) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4}$ **3. g)** 16

4. Calcule as potências.

a) 1^4 **4. a)** 1
b) 1^{-2} **4. b)** 1
c) 1^0 **4. c)** 1
d) 1^{101} **4. d)** 1

- Agora, reúna-se com um colega e escrevam uma frase que sintetize esses resultados.

5. Reproduza o quadro no caderno, complete-o e, depois, responda à questão.
5. Respostas em *Orientações*.

Potência	Base	Expoente	Resultado
2^6			
		-3	27
	$\frac{2}{5}$		$\frac{4}{25}$
			$\frac{1}{32}$

- Há alguma linha nesse quadro que permite duas soluções? Se houver, comente com um colega os casos em que isso é possível.

4. Exemplo de resposta: quando a base de uma potência é 1, o resultado também será igual a 1.

- O boxe *Pensamento computacional* favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA11 da BNCC porque os estudantes terão a oportunidade de completar um fluxograma que representa o processo de determinação dos números de uma sequência numérica recursiva em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior dividido por 2 $\left(\text{ou multiplicado por } \frac{1}{2}\right)$.

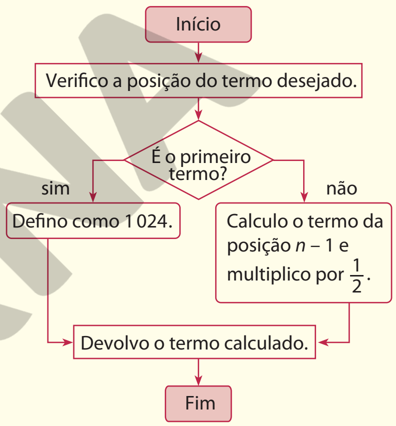
Dessa forma, temos:

$$\begin{cases} a_1 = 1\,024 \\ a_n = \frac{1}{2} \cdot a_{n-1} \end{cases}$$

No item **a**, o termo pode ser assim expresso:

$$a_n = \frac{1}{2} \cdot a_{n-1}$$

b)



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

No item **c**, os estudantes deverão retomar a ideia de que a regularidade de uma mesma sequência numérica pode ser representada por duas expressões algébricas equivalentes. Caso eles tenham dificuldade, oriente-os a escrever alguns termos dessa sequência como potências de base 2. Assim:

$a_1 = 2^{10}$
$a_2 = 2^9 = 2^{10-1}$
$a_3 = 2^8 = 2^{10-2}$
$\vdots$
$a_n = 2^{10-(n-1)}$

- Respostas da atividade **5**:

Potência	Base	Expoente	Resultado
2^6	2	6	64
$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$	$\frac{1}{3}$	-3	27
$\left(\frac{2}{5}\right)^2$	$\frac{2}{5}$	2	$\frac{4}{25}$
$\left(\frac{1}{2}\right)^5$	$\frac{1}{2}$	5	$\frac{1}{32}$

Sim. A 4ª linha.

- Na atividade **8**, os estudantes deverão perceber que se trata de uma sequência de potência de 2.

Chamando de *n* a posição de cada figura, notamos que o expoente em cada uma é ($n - 1$).

Figura 1 $\longrightarrow n = 1 \longrightarrow 2^0$ (1 bolinha)

Figura 2 $\longrightarrow n = 2 \longrightarrow 2^1$ (2 bolinhas)

Figura 3 $\longrightarrow n = 3 \longrightarrow 2^2$ (4 bolinhas)

Figura 4 $\longrightarrow n = 4 \longrightarrow 2^3$ (8 bolinhas)

Figura 5 $\longrightarrow n = 5 \longrightarrow 2^4$ (16 bolinhas)

Figura 10 $\longrightarrow n = 10 \longrightarrow 2^9$ (512 bolinhas)

- Resolução da atividade **11**:

Horário	Quantidade de pessoas que receberam o *e-mail*	Potência
13 h	4	4^1
13 h 30 min	16	4^2
14 h	64	4^3
14 h 30 min	256	4^4

Para saber quantas pessoas receberam o *e-mail* até as 14 h 30 min, adicionamos os valores da segunda coluna.

$4 + 16 + 64 + 256 = 340$, ou seja, 340 pessoas.

Lembre-se: Escreva no caderno!

6. b) Se o expoente for par, o resultado será positivo; se o expoente for ímpar, o resultado será negativo.

6. Escreva cinco potências cujo expoente seja um número natural e passe para seu colega calcular.

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Depois que você e seu colega calcularem todas as potências, responda às questões.

a) As potências cujas bases são positivas tiveram resultado positivo ou negativo? **6. a)** positivo

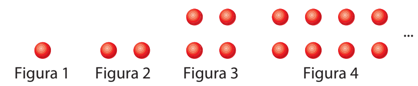
b) As potências cujas bases são negativas tiveram resultado positivo ou negativo?

7. Calcule as potências. **7.** 0,1; 0,01; 0,00001 e 0,00000000001; Resposta pessoal.

10^{-1} 10^{-2} 10^{-5} 10^{-11}

- Agora, imagine a representação desses números na reta numérica. Escreva um texto relacionando os expoentes das potências às posições que os pontos correspondentes a esses números ocupam na reta.

8. Observe a sequência de figuras a seguir.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

8. a) A figura deverá ter 16 bolinhas.

a) Desenhe a figura 5 no caderno.

b) Quantas bolinhas formarão a figura 10? **8. b)** 512 bolinhas

9. Escreva no caderno mais cinco termos de cada sequência:

a) 27, 9, 3, ...

b) $\frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, ...$

9. a) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}$

9. b) $\frac{1}{625}, \frac{1}{3\,125}, \frac{1}{15\,625}, \frac{1}{78\,125}, \frac{1}{390\,625}$

10. Calcule o valor das expressões numéricas.

a) $5^0 + (0,25)^{-2} - (0,5)^{-2} - 2^4$ **10. a)** -3

b) $\left(\frac{1}{2} - 1\right)^{-1} + (-2)^3$ **10. b)** -10

11. Leia o texto, reproduza o quadro e complete-o.

11. Respostas em *Orientações*.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Como as notícias se espalham! Às 13 h, Tina enviou um *e-mail* para 4 amigos contando uma novidade. Após 30 minutos, cada um desses amigos encaminhou o *e-mail* para outros 4 amigos, que após 30 minutos encaminharam o *e-mail* para outros 4 amigos, e assim sucessivamente.

Horário	Quantidade de pessoas que receberam o *e-mail*	Potência
	4	
13 h 30 min		4^2
14 h		
14 h 30 min		

MODELO

- Quantas pessoas receberam o *e-mail* até as 14 h 30 min?

Notação científica

Quando usamos números excessivamente grandes ou extremamente pequenos, podemos escrevê-los como um produto em que um dos fatores é uma potência de base 10. Isso acontece muito na área científica.

Os quadros a seguir mostram alguns exemplos de números representados em **notação científica**.

Alguns intervalos de tempo (aproximados) em segundo	
Idade do Universo	$5 \cdot 10^{17}$
Idade da pirâmide de Quéops	$1 \cdot 10^{11}$
Período de rotação da Terra em torno de seu eixo (1 dia)	$9 \cdot 10^4$
Intervalo entre os batimentos cardíacos de um adulto saudável	$8 \cdot 10^{-1}$
Período típico de rotação de uma molécula	$2 \cdot 10^{-11}$

CELTSTUDIO/SHUTTERSTOCK

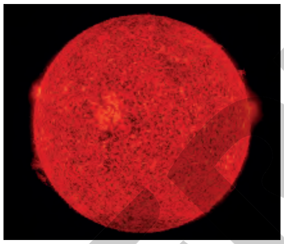
Pirâmide de Quéops, ou Grande Pirâmide, em Gizé, Egito, 2021. Essa pirâmide foi construída por volta de 2500 a.C. e é a única das Sete Maravilhas do Mundo Antigo que resiste ao tempo.

Algumas medidas de distância (aproximadas) em metro	
Medida de distância da Terra à galáxia Andrômeda	$2 \cdot 10^{22}$
Medida de comprimento do raio do Sol	$7 \cdot 10^{8}$
Medida da espessura da página de um livro	$1 \cdot 10^{-4}$
Medida de comprimento típico de um vírus	$1 \cdot 10^{-6}$
Medida de comprimento do raio de um átomo de hidrogênio	$5 \cdot 10^{-11}$

Algumas medidas de massa (aproximadas) em quilograma	
Medida de massa de nossa galáxia	$2 \cdot 10^{43}$
Medida de massa da Terra	$6 \cdot 10^{24}$
Medida de massa de um elefante	$4 \cdot 10^{3}$
Medida de massa de uma uva	$3 \cdot 10^{-3}$
Medida de massa de um grão de poeira	$7 \cdot 10^{-10}$
Medida de massa de um elétron	$9 \cdot 10^{-31}$

RESNICK, Robert; HALLIDAY, David; KRANE, Kenneth S. *Física 1*. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. p. 3, 5 e 6.

Essa forma de representação facilita o uso desses números, pois escrever muitos zeros pode confundir a leitura, além de ser preciso contá-los para compreender o valor expresso. É mais fácil usar a medida de comprimento do raio do Sol, por exemplo, como $7 \cdot 10^8$ m do que como 700 000 000 m, ou escrever a medida de massa de um grão de poeira como $7 \cdot 10^{-10}$ kg do que como 0,0000000007 kg.



SOLAR DYNAMICS OBSERVATORY/NASA

Imagem do Sol obtida por equipamento do Observatório Solar da Nasa em 2018.

Um número escrito em notação científica é expresso como um produto $\boldsymbol{a} \cdot \mathbf{10}^{\boldsymbol{k}}$, em que:

- a é um número escrito na forma decimal cuja parte inteira tem apenas um algarismo, que deve ser diferente de zero;
- k é um número inteiro.

A medida de comprimento, em metro, do raio do átomo de hidrogênio, elemento químico mais comum no Universo, é $5 \cdot 10^{-11}$. Para representar essa medida com todos os seus algarismos, primeiro escrevemos 10^{-11} na forma decimal:

$$10^{-11} = \left(\frac{1}{10}\right)^{11} = \frac{1}{10^{11}} = \frac{1}{100\,000\,000\,000} = 0{,}00000000001$$

Depois fazemos: $5 \cdot 0{,}00000000001 = 0{,}00000000005$

Para representar a maior medida de distância da Terra até o Sol, 152 100 000 km, em notação científica, temos de contar a quantidade de casas em que a vírgula será deslocada:

1,52 100 000

Deslocar a vírgula 8 casas para a esquerda significa dividir o número por 100 000 000. Então, para não alterar o número, temos de multiplicá-lo por 100 000 000 (que, em potência de 10, é 10^8). Assim:

$$152\,100\,000 = 1{,}521 \cdot 10^8$$

• Enfatize que a notação científica é um modo de representar números grandes ou pequenos na forma de um produto em que um dos fatores é uma potência de base 10. Se achar conveniente, mostre aos estudantes na representação decimal alguns dos números presentes nos quadros. O objetivo é que eles percebam as vantagens dessa notação, como a eliminação da escrita de muitos zeros e a melhor compreensão do valor expresso.

• O objetivo da atividade **3** é que os estudantes comparem as potências de base 10 sem ter que escrever os números na forma decimal. Eles devem levar em consideração que as potências de base 10 cujo expoente é um inteiro negativo são menores que as potências de base 10 cujo expoente é um inteiro positivo. Feito isso, eles devem considerar a relação entre o expoente e o número de algarismos zeros desses números para ordená-los.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Expresse os números a seguir em notação científica.

a) 0,02 **1. a)** $2 \cdot 10^{-2}$
b) 0,0002 **1. b)** $2 \cdot 10^{-4}$
c) 200 000 **1. c)** $2 \cdot 10^{5}$
d) 1 002 **1. d)** $1{,}002 \cdot 10^{3}$
e) 0,000012 **1. e)** $1{,}2 \cdot 10^{-5}$
f) 1 200 000 000 **1. f)** $1{,}2 \cdot 10^{9}$
g) 0,000000371 **1. g)** $3{,}71 \cdot 10^{-7}$
h) 12 560 000 000 **1. h)** $1{,}256 \cdot 10^{10}$
i) 0,0000000007 **1. i)** $7 \cdot 10^{-10}$
j) 456,987 **1. j)** $4{,}56987 \cdot 10^{2}$

2. Suponha que no Universo existam aproximadamente 100 bilhões de galáxias com, em média, 100 bilhões de estrelas cada uma. Quantas estrelas existem no Universo, em média? Expresse o número em potência. **2.** 10^{22} estrelas

3. Analise os números das fichas e escreva-os no caderno em ordem crescente.

10^{-5} | 10^{-10} | 10^{7} | 10^{2} | 10^{5} | 10^{-11}

- Como você pensou para escrever esses números em ordem crescente? Converse com um colega sobre isso. **3.** 10^{-11}, 10^{-10}, 10^{-5}, 10^{2}, 10^{5}, 10^{7}; resposta pessoal.

4. Observe a explicação de Caio para efetuar a adição $9{,}56 \cdot 10^{13} + 1{,}67 \cdot 10^{16}$.

- Agora, efetue as operações abaixo no caderno e escreva a resposta em notação científica.
  a) $37{,}3 \cdot 10^{-2} + 0{,}01 \cdot 10^{2}$ **4. a)** $1{,}373 \cdot 10^{0}$
  b) $0{,}00034 + 25{,}2 \cdot 10^{-2}$ **4. b)** $2{,}5234 \cdot 10^{-1}$
  c) $13\,200 \cdot 10^{3} - 5{,}4 \cdot 10^{5}$ **4. c)** $1{,}266 \cdot 10^{7}$

5. Reúna-se com um colega e descubram quantos são os possíveis valores de *x*. **5.** 99
Considerem *x* um número natural.

$$2{,}53 \cdot 10^{4} < x < 2{,}54 \cdot 10^{4}$$

6. Escreva em ordem crescente os números que estão representados em notação científica.

- Medida de comprimento aproximada da circunferência equatorial de Saturno: $3{,}66 \cdot 10^{8}$ m.
- Medida de comprimento aproximada do diâmetro do Sol: $1{,}39 \cdot 10^{9}$ m.
- Medida de altura aproximada do monte Kilimanjaro (Tanzânia, África): $5{,}89 \cdot 10^{3}$ m.
- Medida de altura da Torre Eiffel (Paris, França): $3{,}24 \cdot 10^{2}$ m. **6.** $3{,}24 \cdot 10^{2}$; $5{,}89 \cdot 10^{3}$; $3{,}66 \cdot 10^{8}$; $1{,}39 \cdot 10^{9}$

Lembre-se: Escreva no caderno!

5 Propriedades da potenciação para potências com expoentes inteiros

As propriedades a seguir podem auxiliá-lo nos cálculos com potências.

Considere que as bases a e b são números reais diferentes de zero e os expoentes m e n são números inteiros.

Para calcular o produto de potências de mesma base, mantemos a base e somamos os expoentes. Essa é a propriedade do **produto de potências de mesma base**.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Exemplos

- $(-\pi)^3 \cdot (-\pi)^7 = (-\pi)^{3+7} = (-\pi)^{10}$
- $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{3} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-1+3} = \left(\frac{2}{5}\right)^{2}$

Para calcular o quociente de potências de mesma base, mantemos a base e subtraímos os expoentes. Essa é a propriedade do **quociente de potências de mesma base**.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Exemplos

- $12^8 : 12^{-2} = 12^{8-(-2)} = 12^{8+2} = 12^{10}$
- $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} : \left(-\frac{1}{3}\right)^{2} = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3-2} = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-5}$

Desafio

Calcule a metade de 2^{100}. **Desafio: 2^{99}**

Para calcular a potência de uma potência, mantemos a base e multiplicamos os expoentes. Essa é a propriedade da **potência de uma potência**.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Exemplos

- $(3^2)^2 = 3^{2 \cdot 2} = 3^4$
- $[(-1)^3]^{-1} = (-1)^{3 \cdot (-1)} = (-1)^{-3}$

Propriedades da potenciação para potências com expoentes inteiros

Objetivos

- Calcular potências com expoentes inteiros fazendo uso de propriedades.
- Favorecer o desenvolvimento da seguinte habilidade da BNCC: EF08MA01.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA01 ao propor aos estudantes que efetuem cálculos com potências de expoentes inteiros fazendo uso de propriedades.

Orientações

- Antes de iniciar o estudo deste tópico, faça um levantamento dos conhecimentos prévios da turma sobre as propriedades da potenciação para potências com expoentes naturais. O estudo do tópico deve ser iniciado com base nos conhecimentos adquiridos anteriormente pelos estudantes.
- No boxe *Desafio*, para calcular a metade de 2^{100}, devemos dividir essa potência por 2, ou seja:
- $2^{100} : 2 = 2^{100-1} = 2^{99}$
- Logo, a metade de 2^{100} é 2^{99}.

(EF08MA01) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica.

• Os estudantes devem ser incentivados a perceber a utilidade das propriedades das potências que ajudam a “encurtar” caminhos em algumas resoluções. Se achar conveniente, mostre como seria trabalhoso simplificar uma expressão ou operar com dados em notação científica sem utilizar as propriedades de potência.

A potência de um produto pode ser transformada em um produto de potências. Essa é a propriedade da **potência de um produto**.

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

Exemplo

- $(3{,}2 \cdot 5)^2 = 3{,}2^2 \cdot 5^2$

A potência de um quociente pode ser transformada em um quociente de potências. Essa é a propriedade da **potência de um quociente**.

$$(a : b)^m = a^m : b^m$$

Exemplo

- $[(-2) : 1]^2 = (-2)^2 : 1^2$

Aplicações

Nos casos em que é possível escrever os números em forma de potência e depois transformá-los em potências de bases iguais, podemos simplificar a expressão aplicando algumas das propriedades da potenciação. Acompanhe o exemplo.

$$(2^3 \cdot 4^2 : 16^{-3})^{-1} : 8$$

Fatorando as bases das potências, temos:

$$(2^3 \cdot \underbrace{4^2}_{4 = 2^2} : \underbrace{16^{-3}}_{16 = 2^4})^{-1} : \underbrace{8}_{8 = 2^3}$$

Reescrevemos a expressão:

$$[2^3 \cdot \underbrace{(2^2)^2 : (2^4)^{-3}}_{\text{potência de potência}}]^{-1} : 2^3 =$$

$$= [\underbrace{2^3 \cdot 2^4 : 2^{-12}}_{\text{produto e quociente de potências de mesma base}}]^{-1} : 2^3 =$$

$$= (2^{3+4-(-12)})^{-1} : 2^3 = \underbrace{(2^{19})^{-1}}_{\text{potência de potência}} : 2^3 =$$

$$= 2^{19 \cdot (-1)} : 2^3 = \underbrace{2^{-19} : 2^3}_{\text{quociente de potências de mesma base}} =$$

$$= 2^{-19-3} = 2^{-22}$$

Além de simplificar o cálculo das expressões, as propriedades podem ser muito úteis quando realizamos algumas operações com dados em notação científica.

Observe na tabela abaixo os dados da população e da área aproximadas dos cinco países mais populosos do mundo em 2020.

População e medida de área dos países mais populosos em 2020		
País	Número aproximado de habitantes	Medida de área aproximada (km^2)
China	$1{,}439 \cdot 10^9$	$9{,}600 \cdot 10^6$
Índia	$1{,}380 \cdot 10^9$	$3{,}287 \cdot 10^6$
Estados Unidos	$3{,}310 \cdot 10^8$	$9{,}832 \cdot 10^6$
Indonésia	$2{,}735 \cdot 10^8$	$1{,}905 \cdot 10^6$
Paquistão	$2{,}209 \cdot 10^8$	$7{,}961 \cdot 10^5$

IBGE Países. Disponível em: https://paises.ibge.gov.br/#/pt. Acesso em: 18 fev. 2022.

Para calcular a densidade demográfica da China em 2020, isto é, a quantidade média de habitantes por quilômetro quadrado, dividimos o número de habitantes pela medida de área aproximada. Assim:

$$\frac{1{,}439 \cdot 10^9 \text{ hab.}}{9{,}600 \cdot 10^6 \text{ km}^2} \simeq 0{,}150 \cdot 10^{9-6} \underbrace{\text{hab./km}^2}_{\text{habitantes por quilômetro quadrado}} = 0{,}150 \cdot 10^3 \text{ hab./km}^2 = 150 \text{ hab./km}^2$$

Ou seja, a densidade demográfica da China em 2020 era de aproximadamente 150 habitantes por quilômetro quadrado.

Para pensar: a) China: 150 hab./km^2
Índia: 420 hab./km^2
Estados Unidos: 34 hab./km^2
Indonésia: 144 hab./km^2
Paquistão: 277 hab./km^2

Para pensar

a) Calcule a densidade demográfica aproximada de cada um dos países da tabela.

b) O país que tem a maior população é o que tem a maior densidade demográfica? **Para pensar: b)** não

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Use as propriedades de potenciação para simplificar as expressões:

a) $\left((\sqrt{2})^6\right)^3$ **1. a)** $(\sqrt{2})^{18}$

b) $0{,}2^3 \cdot 0{,}3^3$ **1. b)** $(0{,}06)^3$

c) $(\pi)^{-3} : (\pi)^{-3}$ **1. c)** 1

d) $\left(\left(\frac{13}{5}\right)^6\right)^2$ **1. d)** $\left(\frac{13}{5}\right)^{12}$

e) $(-\pi)^5 \cdot (-\pi)^{-4}$ **1. e)** $-\pi$

f) $(\sqrt{2})^3 : (\sqrt{2})^5$ **1. f)** $(\sqrt{2})^{-2}$

2. Se $a = (0{,}0001)^{-2}$ e $b = (10^2)^3$, calcule:

a) $a \cdot b$ **2. a)** 10^{14} b) $\frac{a}{b}$ **2. b)** 10^2 c) $\frac{b}{a}$ **2. c)** 10^{-2}

3. Faça os cálculos considerando $x = 1\,500\,000$ e $y = 0{,}00003$:

a) $x \cdot y$ **2. a)** 45 b) $\frac{x}{y}$ **2. b)** $5 \cdot 10^{10}$ c) $\frac{y}{x}$ **2. c)** $2 \cdot 10^{-11}$

4. Certo *pen drive* tem capacidade para armazenar até 64 *gigabytes* de memória. Paula quer transferir para o *pen drive* alguns arquivos de 512 *megabytes* cada um. Sendo:

1 *megabyte* $= 2^{10}$ *kbytes* e

1 *gigabyte* $= 2^{10}$ *megabytes*,

quantos arquivos de 512 *megabytes* podem ser armazenados nesse *pen drive*? **4.** 128 arquivos

FOTONIUM/SHUTTERSTOCK

Pen drive.

5. Com base no quadro, calcule o que se pede.

a) $3{,}6^2$ **5. a)** 12,96

b) 370^2 **5. b)** 136 900

c) $0{,}38^3$ **5. c)** 0,054872

d) $3\,900^3$ **5. d)** 59 319 000 000

n	n^2	n^3
36	1 296	46 656
37	1 369	50 653
38	1 444	54 872
39	1 521	59 319

- Resolução do item **a** do boxe *Para pensar*:

Índia: $\frac{1{,}380 \cdot 10^9}{3{,}287 \cdot 10^6} \simeq 0{,}42 \cdot 10^{9-6} =$
$= 0{,}42 \cdot 10^3 = 420$

Estados Unidos: $\frac{3{,}310 \cdot 10^8}{9{,}832 \cdot 10^6} \simeq$
$\simeq 0{,}34 \cdot 10^{8-6} = 0{,}34 \cdot 10^2 = 34$

Indonésia: $\frac{2{,}735 \cdot 10^8}{1{,}905 \cdot 10^6} \simeq$
$\simeq 1{,}44 \cdot 10^{8-6} = 1{,}44 \cdot 10^2 = 144$

Paquistão: $\frac{2{,}209 \cdot 10^8}{7{,}961 \cdot 10^5} \simeq$
$\simeq 0{,}277 \cdot 10^{8-5} = 0{,}277 \cdot 10^3 = 277$

Portanto, a densidade demográfica aproximada de cada um dos países da tabela são:
Índia: 420 hab./km^2
Estados Unidos: 34 hab./km^2
Indonésia: 144 hab./km^2
Paquistão: 277 hab./km^2

Raiz quadrada

Objetivos

- Calcular raízes quadradas.
- Resolver problemas que envolvam o cálculo de raízes quadradas.

Orientações

- Os estudantes devem assimilar a ideia de que o resultado de uma raiz quadrada pode ser um número natural, racional, irracional ou inexistente no conjunto dos números reais.

6. A tabela a seguir representa, em notação científica, a população aproximada dos estados da Região Sul do Brasil em 2011 e em 2021.

População aproximada dos estados da Região Sul		
Estado	**2011**	**2021**
Paraná	$1{,}07 \cdot 10^7$	$1{,}16 \cdot 10^7$
Santa Catarina	$6{,}44 \cdot 10^6$	$7{,}34 \cdot 10^6$
Rio Grande do Sul	$1{,}10 \cdot 10^7$	$1{,}15 \cdot 10^7$

IBGE cidades. Disponível em: https://cidades.ibge.gov.br/. Acesso em: 6 fev. 2022.

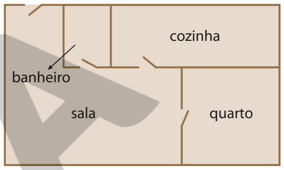
- Considerando as informações da tabela, responda às questões.
  - **a)** Qual era a população aproximada total da Região Sul do Brasil em 2011? **6. a)** $2{,}814 \cdot 10^7$
  - **b)** Qual foi o crescimento da população da Região Sul de 2011 para 2021? **6. b)** $2{,}3 \cdot 10^6$

6 Raiz quadrada

Acompanhe a situação.

Paulo contratou a arquiteta Júlia para fazer o projeto de construção de sua casa. Observe o esboço da planta feito por Júlia.

Como Paulo vai comprar móveis para o quarto, ele precisa saber quanto mede o comprimento das paredes.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

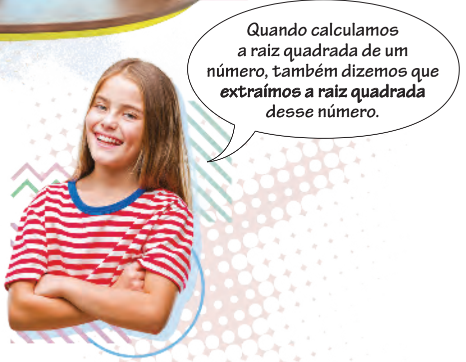
FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTO: JACOB LUND/SHUTTERSTOCK

Para descobrir a medida de comprimento de cada parede do quarto, podemos efetuar uma operação: a **radiciação**.

Nesse caso, calculamos a raiz quadrada de 20,25. Observe.

$$\sqrt{20{,}25} = 4{,}5, \text{ pois: } 4{,}5^2 = 20{,}25$$

A **raiz quadrada** de um número real positivo x é um número **não negativo** que, elevado ao quadrado, resulta em x.



FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTO: KRAKENIMAGES.COM/SHUTTERSTOCK

Observação

Note que há dois números que, elevados ao quadrado, resultam em 20,25:

$$(4{,}5)^2 = 20{,}25 \text{ e } (-4{,}5)^2 = 20{,}25$$

Porém, pela definição, a raiz quadrada é um número não negativo. Logo, $\sqrt{20{,}25} = 4{,}5$.

Análise da $\sqrt{x}$

Quando *x* é quadrado perfeito

Se *x* for um número racional e for quadrado perfeito, $\sqrt{x}$ será um número **racional**.

Recorde

Um número racional é chamado quadrado perfeito quando pode ser escrito como potência de base racional e expoente 2.

Exemplo: $\frac{1}{4}$ é quadrado perfeito porque $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$.

Exemplos

- $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$
- $\sqrt{\frac{169}{16}} = \sqrt{\left(\frac{13}{4}\right)^2} = \frac{13}{4}$
- $\sqrt{0} = \sqrt{0^2} = 0$
- $\sqrt{0{,}04} = \sqrt{\frac{4}{100}} = \sqrt{\left(\frac{2}{10}\right)^2} = \frac{2}{10} = 0{,}2$

Quando *x* não é quadrado perfeito

Se *x* for um número não negativo e **não** for quadrado perfeito, $\sqrt{x}$ será um número com infinitas casas decimais não periódicas, ou seja, será um número **irracional**.

Exemplos

- 2 não é quadrado perfeito e $\sqrt{2}$ é um número irracional.
- 5 não é quadrado perfeito e $\sqrt{5}$ é um número irracional.
- 1,2 não é quadrado perfeito e $\sqrt{1{,}2}$ é um número irracional.
- $\frac{3}{7}$ não é um quadrado perfeito e $\sqrt{\frac{3}{7}}$ é um número irracional.

Observação

Não existe número no conjunto dos números reais que, elevado ao quadrado, resulte em um número negativo. Então $\sqrt{-2}$, $\sqrt{-4}$ e $\sqrt{-0{,}1}$ não são números reais.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Copie as sentenças no caderno, substituindo os ■ por números. Depois, responda às questões.

a) $\sqrt{25} =$ ■, pois ■$^2 = 25$ e ■ é um número não negativo. **1. a)** 5; 5; 5

b) $\sqrt{169} =$ ■, pois ■$^2 = 169$ e ■ é um número não negativo. **1. b)** 13; 13; 13

c) $\sqrt{\frac{49}{16}} =$ ■, pois ■$^2 = \frac{49}{16}$ e ■ é um número não negativo. **1. c)** $\frac{7}{4}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{7}{4}$

d) $\sqrt{0{,}04} =$ ■, pois ■$^2 = 0{,}04$ e ■ é um número não negativo. **1. d)** 0,2; 0,2; 0,2; sim; sim

- Os números 25, 169, $\frac{49}{16}$ e 0,04 podem ser escritos como o quadrado de um número racional não negativo?
- Os números $\sqrt{25}$, $\sqrt{169}$, $\sqrt{\frac{49}{16}}$ e $\sqrt{0{,}04}$ são racionais?

- Nesta página, pode-se identificar a raiz quadrada de um número positivo, que não é quadrado perfeito, como número irracional. O estudo desse tema pode ser relacionado aos estudos dos conjuntos numéricos tratados neste Capítulo.

- No cálculo de raízes quadradas aproximadas, é fundamental conhecer os quadrados perfeitos para realizar as aproximações, que podem ter também casas decimais, dependendo da necessidade. Vale destacar aqui o uso da calculadora para dar mais significado a esses cálculos.
- Se julgar necessário, comente com os estudantes que as imagens da atividade **4** foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

2. Calcule mentalmente a raiz quadrada de:

a) 9 **2. a)** 3
b) 100 **2. b)** 10
c) 0,09 **2. c)** 0,3
d) 0 **2. d)** 0

3. Calcule as expressões quando possível.

a) $\sqrt{225}$ **3. a)** 15
b) $-\sqrt{81}$ **3. b)** –9
c) $\sqrt{\frac{100}{144}}$ **3. c)** $\frac{10}{12}$ ou $\frac{5}{6}$
d) $\sqrt{0{,}36}$ **3. d)** 0,6
e) $\sqrt{-16}$
f) $-\sqrt{16}$ **3. f)** –4

3. e) Não existe no conjunto dos números reais.

4. Determine a medida do lado de cada quadrado esquematizado a seguir, conhecendo a medida de sua área *A*.

a) **4. a)** 8 m
$A = 64$ m^2

b) **4. b)** 5,5 cm
$A = 30{,}25$ cm^2

c) **4. c)** 1,3 km
$A = \frac{169}{100}$ km^2

d) **4. d)** 12 mm
$A = 144$ mm^2

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

5. Com uma calculadora, podemos obter aproximações para raízes quadradas não exatas.

Lembre-se: Escreva no caderno!

Acompanhe, a seguir, como fazemos para extrair a raiz quadrada de 5.

5 √ = ➡ 2,2360679

Isso significa que $\sqrt{5} \simeq 2{,}2360679$ (lemos: "$\sqrt{5}$ é aproximadamente igual a 2,2360679").
Assim, se queremos representar o valor de $\sqrt{5}$ arredondado para a segunda casa decimal, escrevemos: $\sqrt{5} \simeq 2{,}24$.
Agora, use uma calculadora para obter os valores aproximados das raízes quadradas a seguir. Escreva no caderno o resultado arredondado para a terceira casa decimal.

a) $\sqrt{3}$ **5. a)** 1,732
b) $\sqrt{7}$ **5. b)** 2,646
c) $\sqrt{20}$ **5. c)** 4,472
d) $\sqrt{0{,}1}$ **5. d)** 0,316

6. Um classificado de imóveis anunciava a venda de um terreno de formato quadrangular com área medindo 225 m^2. Rodrigo ficou interessado em comprá-lo, mas, para fechar o negócio, precisava ter certeza de que cada lado do terreno media no mínimo 14 m de comprimento. Será que Rodrigo comprou o terreno? Justifique sua resposta no caderno. **6.** sim, pois $\sqrt{225} = 15$ e $15 > 14$

Cálculo da raiz quadrada aproximada

Podemos calcular a raiz quadrada de qualquer número real não negativo, como $\sqrt{2}$, $\sqrt{\pi}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{5{,}3}$, $\sqrt{9}$, ... Mas essa raiz nem sempre é exata. Nos casos em que a raiz é um número irracional, podemos obter um valor aproximado, ou seja, uma **raiz quadrada aproximada**.

Observe como Sabrina obteve, sem calculadora, o valor aproximado da raiz quadrada de 10.

DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos obter valores mais próximos de $\sqrt{10}$ testando o quadrado de valores, com uma casa decimal, entre 3 e 4, até descobrir dois números entre os quais $\sqrt{10}$ está. Por exemplo, como $\sqrt{10}$ está entre 3 e 4, testaremos os números 3,1 e 3,2.

$(3{,}1)^2$	$(3{,}2)^2$
9,61	10,24
menor que 10	maior que 10

10 está entre $(3{,}1)^2$ e $(3{,}2)^2$. Logo:
$\sqrt{10}$ está entre 3,1 e 3,2.

Portanto, **3,1** é a raiz quadrada aproximada de 10, por falta, com uma casa decimal.

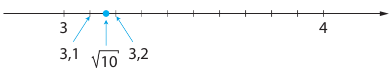
Prosseguindo, vamos obter uma aproximação com duas casas decimais:

$(3{,}11)^2$	$(3{,}12)^2$	$(3{,}13)^2$	$(3{,}14)^2$	$(3{,}15)^2$	$(3{,}16)^2$	$(3{,}17)^2$
9,6721	9,7344	9,7969	9,8596	9,9225	9,9856	10,0489

10 está entre $(3{,}16)^2$ e $(3{,}17)^2$. Logo:
$\sqrt{10}$ está entre 3,16 e 3,17.

Assim, a raiz quadrada aproximada de 10, por falta, com duas casas decimais é **3,16**.

Uma localização aproximada de $\sqrt{10}$ na reta numérica é:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Para pensar

Você conhece outro modo de extrair raízes quadradas aproximadas? Se sim, conte para a turma.

Para pensar: Resposta pessoal.

Cálculo da raiz quadrada por fatoração

Uma maneira de calcular a raiz quadrada de um número é usar a fatoração, ou seja, a decomposição desse número em fatores primos, e aplicar a seguinte propriedade:

A raiz quadrada do produto de dois números reais não negativos é igual ao produto das raízes quadradas desses números. Assim, sendo *a* e *b* números reais não negativos, temos:

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

Para calcular **Para calcular: a)** 2; **b)** 5; **c)** 1,42; **d)** *n*

Usando a propriedade acima, determine o valor de:

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$

b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}$

c) $\sqrt{1{,}42} \cdot \sqrt{1{,}42}$

d) $\sqrt{n} \cdot \sqrt{n}$, com *n* real não negativo

- A visualização na reta numérica contribui para que os estudantes compreendam o significado da aproximação por falta ou por excesso das raízes quadradas.
- Aproveite a atividade do boxe *Para pensar* para incentivar os estudantes a compartilhar entre si suas estratégias. Nessa interação, é importante orientar os estudantes a ouvir os colegas com atenção e empatia, de modo que aprendam uns com os outros.
- No boxe *Para calcular*, usando a propriedade $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$, sendo *a* e *b* números reais não negativos, temos:

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} = 2$

b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{5 \cdot 5} = \sqrt{5^2} = 5$

c) $\sqrt{1{,}42} \cdot \sqrt{1{,}42} = \sqrt{1{,}42 \cdot 1{,}42} =$
$= \sqrt{1{,}42^2} = 1{,}42$

d) $\sqrt{n} \cdot \sqrt{n} = \sqrt{n \cdot n} = \sqrt{n^2} = n$, com *n* real não negativo.

• Chame a atenção dos estudantes para o fato de que, se na decomposição de um número em fatores primos todos os expoentes dos fatores primos forem números pares, o número será um quadrado perfeito e sua raiz quadrada será exata.

• Resoluções do boxe *Para calcular:*

a) Para calcular $\sqrt{8}$, podemos fazer:

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, $8 = 2^2 \cdot 2$. Assim:

$\sqrt{8} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

Como $\sqrt{2} \simeq 1{,}414$, temos:

$\sqrt{8} \simeq 2 \cdot 1{,}414 = 2{,}828 \simeq 2{,}83$

b) Para calcular $\sqrt{50}$, podemos fazer:

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, $50 = 2 \cdot 5^2$. Assim:

$\sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 5^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{5^2} = 5\sqrt{2}$

Como $\sqrt{2} \simeq 1{,}414$, temos:

$\sqrt{50} \simeq 5 \cdot 1{,}414 = 7{,}07$

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Observe como Pedro extraiu a raiz quadrada de 324 e calculou a raiz aproximada de 392.

Decomposição:

$$\begin{array}{r|l} 324 & 2 \\ 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Logo: $324 = 2^2 \cdot 3^4 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2$

Então:

$\sqrt{324} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3^2} = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$

$\sqrt{324} = 18$

Decomposição:

$$\begin{array}{r|l} 392 & 2 \\ 196 & 2 \\ 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Logo: $392 = 2^3 \cdot 7^2 = 2^2 \cdot 7^2 \cdot 2$

Assim:

$\sqrt{392} = \sqrt{2^2 \cdot 7^2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 7 \cdot \sqrt{2}$

$\sqrt{392} = 14\sqrt{2}$

$\sqrt{392} \simeq 14 \cdot 1{,}4 = 19{,}6$

Para calcular

Escolha um dos procedimentos, o adotado por Sabrina (página 40) ou o usado por Pedro, e calcule:

a) $\sqrt{8}$

b) $\sqrt{50}$

Para calcular:
a) aproximadamente 2,83;
b) aproximadamente 7,07

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. No caderno, escreva o número natural que é a raiz quadrada aproximada, por falta, de:

a) 78 **1. a)** 8 c) 208 **1. c)** 14 e) 42 **1. e)** 6

b) 39 **1. b)** 6 d) 80 **1. d)** 8 f) 215 **1. f)** 14

2. Calcule mentalmente e anote o resultado no caderno.
Cada um dos números a seguir localiza-se entre dois números naturais consecutivos. Quais são esses números em cada caso?

a) $\sqrt{65}$ **2. a)** 8 e 9 b) $\sqrt{50}$ **2. b)** 7 e 8 c) $\sqrt{105}$ **2. c)** 10 e 11

3. Encontre a raiz quadrada aproximada, por falta, com uma casa decimal, de:

a) 57 **3. a)** 7,5 c) 130 **3. c)** 11,4

b) 69 **3. b)** 8,3 d) 147 **3. d)** 12,1

4. Utilizando uma calculadora, mas sem usar a tecla $\boxed{\sqrt{\ }}$, encontre a raiz aproximada com duas casas decimais de: **4.** Respostas em *Orientações*.

a) 89 c) 410

b) 126 d) 1715

5. Utilizando uma calculadora, mas sem usar a tecla $\boxed{\sqrt{\ }}$, encontre a raiz aproximada com três casas decimais de: **5.** Respostas em *Orientações*.

a) 129 d) 55,8

b) 415 e) 157,3

c) 97 f) 386,1

6. Agora, usando a tecla $\boxed{\sqrt{\ }}$ da calculadora, determine as raízes quadradas das atividades **4** e **5**. Os resultados que você havia calculado estão de acordo com os novos resultados?
6. Resposta pessoal.

7. Faça a decomposição dos números a seguir em fatores primos. **7.** Respostas em *Orientações*.

a) 3600

b) 1521

c) 3969

8. Agora, calcule a raiz quadrada dos números da atividade anterior. **a)** 60; **b)** 39; **c)** 63

9. Calcule as raízes quadradas.

a) $\sqrt{\dfrac{50}{98}}$ **9. a)** $\dfrac{5}{7}$ c) $\sqrt{\dfrac{12}{2523}}$ **9. c)** $\dfrac{2}{29}$

b) $\sqrt{5{,}29}$ **9. b)** 2,3 d) $\sqrt{13{,}69}$ **9. d)** 3,7

10. Encontre o **erro** em cada uma das resoluções a seguir. **10. a)** erro na divisão de 13 por 3 **10. b)** erro na extração do fator 2 da raiz

a)

208	2
104	2
52	2
26	2
13	3
4	2
2	2
1	

$\sqrt{208} = \sqrt{2^6 \cdot 3} =$
$= 2^3\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

b)

1568	2
784	2
392	2
196	2
98	2
49	7
7	7
1	

$\sqrt{1568} = \sqrt{2^5 \cdot 7^2} =$
$= 2^2 \cdot 7 = 28$

11. Use os valores aproximados a seguir e a decomposição em fatores primos para, em cada item, encontrar a raiz aproximada.

$\sqrt{2} \simeq 1{,}4$ $\sqrt{3} \simeq 1{,}7$ $\sqrt{5} \simeq 2{,}2$

a) 405 **11. a)** 19,8 d) 162 **11. d)** 12,6

b) 882 **11. b)** 29,4 e) 16200 **11. e)** 126

c) 88200 **11. c)** 294 f) 432 **11. f)** 20,4

12. Junte-se a um colega e descubram os números que atendam às condições de cada item.

a) É um número natural cuja raiz quadrada está entre 8,88 e 8,89. **12. a)** 79

b) São números inteiros cujas raízes quadradas estão entre 21,1 e 21,2. **12. b)** 446, 447, 448 e 449

c) É um número inteiro positivo que tem raiz quadrada, com aproximação de duas casas decimais, igual a 48,22. **12. c)** 2325

13. Herão, matemático que viveu no século I em Alexandria, no Egito, enunciou um método para calcular a raiz quadrada aproximada de um número.

Se $n = x \cdot y$, então: $\sqrt{n} \simeq \dfrac{x+y}{2}$

Por exemplo:

Se $10 = 5 \cdot 2$, então: $\sqrt{10} \simeq \dfrac{5+2}{2} = 3{,}5$

Aplicando o método de Herão, calcule:

a) $\sqrt{6}$ b) $\sqrt{15}$ c) $\sqrt{25}$

- Agora, calcule essas raízes quadradas em uma calculadora e compare os resultados obtidos com os que você obteve pelo método de Herão.

13.

	$\sqrt{6}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{25}$
Método de Herão	2,5	4	5
Calculadora	2,449...	3,872...	5

43

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

- Depois que a turma resolver a atividade **1**, pergunte por que algumas respostas são iguais. Espera-se que os estudantes percebam que algumas respostas são iguais por causa da aproximação.
- Na resolução da atividade **4**, a proposta é recorrer à calculadora, mas sem usar a tecla $\boxed{\sqrt{\ }}$. Pode-se, então, construir um quadro de alguns quadrados perfeitos, do 9^2 ao 44^2, por exemplo (usando a calculadora), para consultar qualquer um dos itens propostos. No quadro, identifica-se a parte inteira das raízes procuradas e, com a calculadora, é possível testar e encontrar a parte decimal.
- Respostas possíveis da atividade **4**:

a) 9,43 (por falta) ou 9,44 (por excesso)
b) 11,22 (por falta) ou 11,23 (por excesso)
c) 20,24 (por falta) ou 20,25 (por excesso)
d) 41,41 (por falta) ou 41,42 (por excesso)

- Respostas possíveis da atividade **5**:

a) 11,357 (por falta) ou 11,358 (por excesso)
b) 20,371 (por falta) ou 20,372 (por excesso)
c) 9,848 (por falta) ou 9,849 (por excesso)
d) 7,469 (por falta) ou 7,470 (por excesso)
e) 12,541 (por falta) ou 12,542 (por excesso)
f) 19,649 (por falta) ou 19,650 (por excesso)

- Respostas da atividade **7**:

a)

3600	2
1800	2
900	2
450	2
225	3
75	3
25	5
5	5
1	

b)

1521	3
507	3
169	13
13	13
1	

c)

3969	3
1323	3
441	3
147	3
49	7
7	7
1	

Outras raízes

Objetivos

- Calcular raiz cúbica.
- Calcular raízes enésimas.
- Resolver problemas que envolvam o cálculo de raízes enésimas.

Orientações

- Ao trabalhar o conceito de raiz cúbica, faça uma analogia com o conceito de raiz quadrada. Essa correspondência pode contribuir para que os estudantes compreendam com mais facilidade a ideia de raiz cúbica.
- Resoluções do boxe *Para calcular*:

a) $\sqrt[3]{-125} = \sqrt[3]{(-5)^3} = -5$

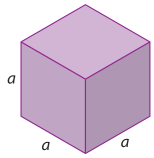
Portanto, a raiz cúbica de -125 é igual a -5.

b) Sendo n um número real, temos $\sqrt[3]{n} = -1$, então $n = -1$, pois $(-1)^3 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$.

7 Outras raízes

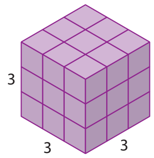
Raiz cúbica

Vamos analisar um cubo cujo volume mede 27 e arestas com medida de comprimento desconhecida.



Para calcular a medida de comprimento da aresta do cubo, temos de encontrar um número que, quando multiplicado três vezes por si mesmo, resulte em 27.

O número procurado é 3, pois $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.



Assim, a **raiz cúbica** de 27 é 3, e indicamos: $\sqrt[3]{27} = 3$, pois $3^3 = 27$.

Observe outros exemplos de raízes cúbicas:

- $\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 8$
- $\sqrt[3]{343} = 7$, pois $7^3 = 343$
- $\sqrt[3]{-64} = -4$, pois $(-4)^3 = -64$
- $\sqrt[3]{0{,}001} = 0{,}1$, pois $(0{,}1)^3 = 0{,}001$

Há também raízes cúbicas que são números irracionais e podem ser aproximadas por falta ou por excesso. Por exemplo:

$$\sqrt[3]{2} = 1{,}25992104989487...$$

Por falta, $\sqrt[3]{2}$ é 1,2; por excesso, $\sqrt[3]{2}$ é 1,3. Observe que, em ambos os casos, há aproximação até a 1ª casa decimal ou até os décimos:

$$\underbrace{1{,}2}_{\text{aproximação por falta}} < \sqrt[3]{2} < \underbrace{1{,}3}_{\text{aproximação por excesso}}$$

Diferentemente do que ocorre no cálculo da raiz quadrada de um número real, a raiz cúbica de um número real é sempre um número **real**.

Para calcular

a) Qual é a raiz cúbica de -125? **Para calcular: a)** -5; **b)** -1

b) A raiz cúbica de um número real é -1. Que número é esse?

Mais raízes

Há também outras raízes: raiz quarta, raiz quinta, raiz sexta etc.

O processo usado para obter o valor dessas outras raízes é similar ao utilizado para obter o valor das raízes quadrada e cúbica.

Podemos generalizar o índice e estudar raízes de índice n qualquer, ou seja, as raízes enésimas.

A **raiz enésima** de um número real a, que tem como índice um número natural $n \geqslant 2$, é assim representada:

$\sqrt[n]{a}$

índice

radicando

O cálculo da raiz enésima pode ser analisado considerando-se dois casos: o **índice *n* par** e o **índice *n* ímpar**.

Índice par

A raiz enésima de índice par de um número real a ($a \geqslant 0$) é o número real b ($b \geqslant 0$) tal que $b^n = a$.
$\sqrt[n]{a} = b$ se, e somente se, $b^n = a$ e $b \geqslant 0$.

Exemplos

- $\sqrt{100} = 10$, pois $10^2 = 100$ e $10 > 0$
- $\sqrt[8]{256} = 2$, pois $2^8 = 256$ e $2 > 0$
- $\sqrt[4]{81} = 3$, pois $3^4 = 81$ e $3 > 0$
- $\sqrt{0{,}01} = 0{,}1$, pois $0{,}1^2 = 0{,}01$ e $0{,}1 > 0$
- $\sqrt[6]{\frac{1}{729}} = \frac{1}{3}$, pois $\left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{1}{729}$ e $\frac{1}{3} > 0$

Se a for um número real negativo, a raiz enésima de a, com n par, não será um número real. Por exemplo: $\sqrt{-4}$ e $\sqrt[4]{-1}$ não são números reais.

Isso ocorre porque não existe um número real que, elevado a um número par, resulte em um número negativo.

Índice ímpar

A raiz enésima de índice ímpar de um número real a é o número real b tal que $b^n = a$.
$\sqrt[n]{a} = b$ se, e somente se, $b^n = a$.

Exemplos

- $\sqrt[3]{-8} = -2$, pois $(-2)^3 = -8$
- $\sqrt[5]{-243} = -3$, pois $(-3)^5 = -243$
- $\sqrt[3]{\frac{1}{1\,000}} = \frac{1}{10}$, pois $\left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{1}{1\,000}$
- $\sqrt[7]{-0{,}0000001} = -0{,}1$, pois $(-0{,}1)^7 = -0{,}0000001$

Para analisar

Quais dos números a seguir são reais? **Para analisar:** $-\sqrt[3]{\frac{-1}{27}}$, $\sqrt{\frac{-8}{-2}}$, $\sqrt[3]{-2}$ e $-\sqrt[6]{32}$

$-\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$ $\quad \sqrt{\frac{-8}{-2}}$ $\quad -\sqrt{-1}$ $\quad \sqrt[3]{-2}$ $\quad \sqrt[4]{-15}$ $\quad -\sqrt[6]{32}$

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

- Após abordar o conceito de raiz enésima, peça aos estudantes que escrevam um texto ou façam um esquema com o que compreenderam em relação à operação de radiciação.
- Resolução do boxe *Para analisar*:

✓ $-\sqrt[3]{-\frac{1}{27}} = -\sqrt[3]{\left(-\frac{1}{3}\right)^3} = -\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$; é um número real.

✓ $\sqrt{\frac{-8}{-2}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$; é um número real.

✓ $-\sqrt{-1}$ não é número real, pois não existe um número real que, elevado ao quadrado, resulte em um número negativo.

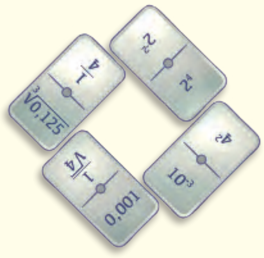
✓ $\sqrt[3]{-2}$ é um número real, pois o índice da raiz é um número ímpar.

✓ $\sqrt[4]{-15}$ não é número real, pois não existe um número real que, elevado à quarta potência, resulte em um número negativo.

✓ $-\sqrt[6]{32} \simeq -1{,}78$; é um número real.

Portanto, são números reais $-\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$, $\sqrt{\frac{-8}{-2}}$, $\sqrt[3]{-2}$ e $-\sqrt[6]{32}$.

- No item **b** da atividade **2**, se julgar oportuno, retome a definição de raiz quadrada "A raiz quadrada de um número real positivo *x* é um número não negativo que, elevado ao quadrado, resulta em *x*." No item **d**, comente que o resultado positivo se refere à raiz quarta de 81 e que o sinal de menos está fora do radical.
- Resposta da atividade **5**:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Potência com expoente fracionário

Objetivos

- Calcular potências com expoente fracionário.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF08MA02.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA02 ao propor a resolução e a elaboração de problemas usando a relação entre potenciação e radiciação para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.

Orientações

- Para calcular potências de expoente fracionário, os estudantes precisam ter se apropriado das propriedades das potências com expoentes inteiros e, em especial, da propriedade da potência de uma potência. Se achar oportuno, retome esses conceitos com a turma.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Determine.

a) $\sqrt{25}$ **1. a)** 5

b) $\sqrt[3]{216}$ **1. b)** 6

c) $-\sqrt{144}$ **1. c)** −12

d) $-\sqrt[3]{-343}$ **1. d)** 7

e) $-\sqrt[3]{729}$ **1. e)** −9

f) $\sqrt[4]{16}$ **1. f)** 2

g) $\sqrt[5]{-243}$ **1. g)** −3

h) $\sqrt{0{,}01}$ **1. h)** 0,1

i) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ **1. i)** $\frac{1}{2}$

j) $\sqrt[5]{\frac{1}{32}}$ **1. j)** $\frac{1}{2}$

2. Classifique cada sentença em verdadeira ou falsa.

a) $\sqrt{225} = 15$, pois $15^2 = 225$ e $15 > 0$

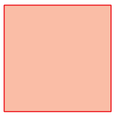
b) $\sqrt{225} = -15$, pois $(-15)^2 = 225$ **2. b)** falsa

c) $\sqrt{-16} = -4$, pois $4^2 = 16$ **2. c)** falsa

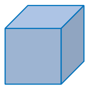
d) $-\sqrt[4]{81} = -3$, pois $3^4 = 81$ e $3 > 0$

2. a) verdadeira **2. d)** verdadeira

3. Observe as figuras e responda às questões.



Medida de área: 529 m²



Medida de volume: 1 728 m³

a) Qual é a medida de comprimento do lado do quadrado? **3. a)** 23 m

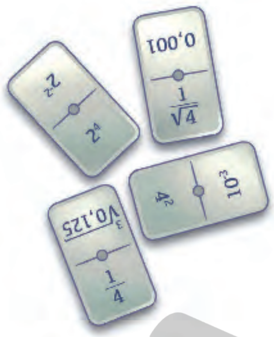
b) Qual é a medida de comprimento da aresta do cubo? **3. b)** 12 m

4. Encontre o valor de cada expressão.

a) $\sqrt{4} - \sqrt[4]{1}$ **4. a)** 1

b) $5\sqrt[3]{8} - \frac{7}{2}\sqrt{25}$ **4. b)** $-\frac{15}{2}$

5. Organize as quatro peças de acordo com as regras do dominó. **5.** Resposta em *Orientações*.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

6. Simplifique cada expressão e responda à questão.

a) $\dfrac{\sqrt[3]{\sqrt[3]{8} - \sqrt{100}}}{\sqrt[4]{16}}$ **6. a)** −1

b) $\sqrt{2\sqrt{16} + 3\sqrt[3]{-27}}$ **6. b)** $\sqrt{-1}$; a expressão do item b

- Que expressão resulta em um número não real?

8 Potência com expoente fracionário

O expoente de uma potência pode ser um número na forma de fração; por exemplo:

- $5^{\frac{1}{2}}$
- $1{,}8^{\frac{4}{7}}$
- $9^{\frac{3}{5}}$

As propriedades de potências com expoentes inteiros continuam válidas quando o expoente é um número racional e a base é um número real positivo.

Assim, aplicando a propriedade da potência de uma potência e a definição de raiz enésima, temos:

- $\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 5^{\frac{1}{2}\cdot 2} = 5^1$

Como $\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 5^1$ e $5^{\frac{1}{2}} > 0$, então: $\sqrt[2]{5^1} = 5^{\frac{1}{2}}$

- $\left(1{,}8^{\frac{4}{7}}\right)^7 = 1{,}8^{\frac{4}{7}\cdot 7} = 1{,}8^4$

Como $\left(1{,}8^{\frac{4}{7}}\right)^7 = 1{,}8^4$, então: $\sqrt[7]{1{,}8^4} = 1{,}8^{\frac{4}{7}}$

(EF08MA02) Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.

- $\left(9^{\frac{3}{5}}\right)^5 = 9^{\frac{3}{5}\cdot 5} = 9^3$

  Como $\left(9^{\frac{3}{5}}\right)^5 = 9^3$, então: $\sqrt[5]{9^3} = 9^{\frac{3}{5}}$

Da mesma forma, podemos escrever outras potências de expoente fracionário como raiz. De modo geral:

Para todo número real positivo a, m inteiro e n natural e $n \geqslant 2$, temos: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Exemplos

- $2^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{2^5}$
- $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{8}\right)^2} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2^3}\right)^2} = \sqrt[3]{\frac{1}{2^6}} = \frac{1}{4}$
- $(0{,}3)^{-\frac{2}{7}} = (0{,}3)^{\frac{-2}{7}} = \sqrt[7]{(0{,}3)^{-2}} = \sqrt[7]{\left(\frac{3}{10}\right)^{-2}} = \sqrt[7]{\left(\frac{10}{3}\right)^2} = \sqrt[7]{\frac{100}{9}}$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Expresse cada potência na forma de radical.

a) $2^{\frac{1}{2}}$ **1. a)** $\sqrt{2}$
c) $7^{\frac{2}{3}}$ **1. c)** $\sqrt[3]{7^2}$
e) $4{,}5^{0,5}$ **1. e)** $\sqrt{4{,}5}$
b) $6^{\frac{1}{4}}$ **1. b)** $\sqrt[4]{6}$
d) $1{,}2^{\frac{4}{5}}$ **1. d)** $\sqrt[5]{1{,}2^4}$
f) $10^{0,2}$ **1. f)** $\sqrt[5]{10}$

2. Calcule.

a) $4^{\frac{1}{2}}$ **2. a)** 2
b) $256^{\frac{1}{4}}$ **2. b)** 4
c) $81^{\frac{1}{4}}$ **2. c)** 3
d) $\left(\frac{125}{343}\right)^{-\frac{1}{3}}$ **2. d)** $\frac{7}{5}$
e) $81^{-\frac{1}{4}}$ **2. e)** $\frac{1}{3}$
f) $49^{-\frac{3}{2}}$ **2. f)** $\frac{1}{343}$

3. Calcule o valor das expressões.

a) $4^{\frac{1}{2}} - 8^{\frac{1}{3}}$ **3. a)** 0
b) $27^{-\frac{1}{3}} + 32^{\frac{1}{5}}$ **3. b)** $\frac{7}{3}$

4. (FGV-SP) $\frac{2}{3} \cdot 8^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3} \cdot 8^{-\frac{2}{3}}$ é igual a: **4.** alternativa **c**

a) 1
c) 2,5
e) 2^3
b) -1
d) 0

5. (Fuvest-SP) Calcule: $8^{\frac{2}{3}} + 9^{0,5}$ **5.** 7

6. Calcule o valor de x.

a) $32^x = 1\,024$ **6. a)** 2
b) $x^3 = \frac{1}{27}$ **6. b)** $\frac{1}{3}$
c) $x = (2^3)^{\frac{1}{2}}$ **6. c)** $\sqrt{8}$
d) $5^{-x} = \frac{1}{125}$ **6. d)** 3

7. Elabore uma expressão que contenha operações com potências de expoente fracionário e cujo valor seja um número inteiro e outra cujo valor seja um número racional.
Passe a expressão para um colega calcular e calcule o valor da expressão criada por ele.
7. Resposta pessoal.

- Há diferentes maneiras de simplificar a expressão da atividade **4**. Uma delas é:

$\frac{2}{3} \cdot 8^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3} \cdot 8^{-\frac{2}{3}} =$

$= \frac{2}{3} \cdot \left(8^{\frac{2}{3}} - 8^{-\frac{2}{3}}\right) =$

$= \frac{2}{3} \cdot \left(8^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{8^{\frac{2}{3}}}\right) =$

$= \frac{2}{3} \cdot \left(\sqrt[3]{8^2} - \frac{1}{\sqrt[3]{8^2}}\right) =$

$= \frac{2}{3} \cdot \left(\sqrt[3]{64} - \frac{1}{\sqrt[3]{64}}\right) =$

$= \frac{2}{3} \cdot \left(4 - \frac{1}{4}\right) =$

$= \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{15}{4}\right) = \frac{30}{12} = 2{,}5$

Após os estudantes terminarem essa atividade, peça a eles que compartilhem com os colegas o modo como fizeram. Essa troca de ideias entre eles pode contribuir para que ampliem o seu repertório de cálculo.

- Na atividade **7**, os estudantes devem elaborar expressões com potências de expoente fracionário para que um colega as simplifique. Atividades como essa colocam os estudantes na posição de protagonistas do seu processo de aprendizagem. Para que essa interação seja mais proveitosa, incentive-os a verbalizar como procederam para simplificar cada expressão.

Objetivos

- Desenvolver a competência leitora.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA02, da competência geral 2 e da competência específica 1 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- As atividades desta seção favorecem o desenvolvimento da habilidade EF08MA02, visto que, ao resolver e elaborar problemas, utiliza a relação entre potenciação e radiciação para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.

Orientações

- Por meio desta seção, os estudantes têm oportunidade de reconhecer e valorizar os conhecimentos historicamente construídos na busca da demonstração do último teorema de Fermat, além de promover a reflexão sobre como a Matemática é uma ciência fruto de preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, conforme sugere a competência geral 2 e a competência específica 1 da BNCC.
- Após a leitura do texto, individualmente ou em grupo, proporcione um momento para que os estudantes compartilhem o que compreenderam. Diga a eles que, apesar da qualidade de sua produção, Fermat era considerado um matemático amador, pois se dedicava ao estudo apenas em seu tempo livre.

Compreender um texto

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Um enigma que fez história

O pequeno teorema de Fermat

Em 1648, o francês Pierre de Fermat (1601-1665) foi promovido a conselheiro do rei no parlamento de Toulouse, título mantido até sua morte. Era a culminação de uma carreira pautada pelo cumprimento do dever na área jurídica do serviço público. Mas, em que pesem os seus méritos profissionais, foi através de seu *hobby* predileto, a Matemática, à qual prazerosamente reservava suas horas de lazer, que Fermat se imortalizou.

Entre suas contribuições à Matemática, a que mais marcou seu nome foi uma anotação que fez em 1637 na margem de seu exemplar da *Arithmetica* de Diofanto de Alexandria ([que] viveu no século III d.C.), em tradução para o latim, ao lado do problema da decomposição do quadrado de um número inteiro em soma de dois quadrados. Resumidamente, essa anotação dizia que, se $n \geqslant 3$, então nenhum terno (a, b, c) de números inteiros positivos é solução da equação $x^n + y^n = z^n$. Fermat observou também que tinha uma demonstração "maravilhosa" para a afirmação, mas que a margem do livro era demasiado pequena para contê-la.

Essa proposição entrou para a história da Matemática como Último Teorema de Fermat (UTF) porque foi a última de uma série de observações de Fermat a ficar por ser demonstrada. Na verdade, apesar do empenho, ao longo do tempo, de grandes matemáticos e de inúmeros amadores em demonstrar esse teorema, só em 1994, portanto mais de 350 anos após a formulação de Fermat, isso foi conseguido plenamente.

Vale acrescentar que a demonstração que venceu o desafio lançado por Fermat, de autoria do inglês Andrew Wiles, envolve avançados métodos matemáticos do século XX, entre outros, custou ao autor cerca de oito anos de trabalho direcionado exclusivamente nesse sentido e estende-se por mais de 100 páginas. Com toda certeza, então, não é a de Fermat, se esta realmente existiu [...].

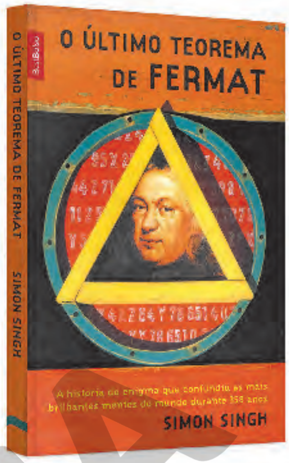
Vale registrar ainda que as equações $x + y = z$ e $x^2 + y^2 = z^2$, correspondentes respectivamente a $n = 1$ e $n = 2$, têm infinitas soluções formadas de inteiros positivos, fato que já era conhecido desde a época de Euclides (séc. III a.C.), pelo menos.

Os méritos matemáticos de Fermat vão muito além da formulação do UTF. De fato, apesar das limitações decorrentes de sua atividade profissional, Fermat foi um dos pioneiros da criação do cálculo, da geometria analítica, da teoria das probabilidades e da moderna teoria dos números. Não sem motivo, pois, é considerado o maior matemático francês do século XVII.

Fermat exerceu grande influência sobre seus contemporâneos, graças, em grande parte, à correspondência científica que manteve com os grandes matemáticos de seu tempo. É de lembrar, a propósito, que na época os matemáticos ainda não dispunham de revistas especializadas para a publicação de seus trabalhos.

[...]

DOMINGUES; Hygino H. O pequeno teorema de Fermat. *Revista do professor de Matemática*. São Paulo, n. 52, 3º quadrimestre de 2003.



REPRODUÇÃO/EDITORA RECORD

O livro *O último teorema de Fermat*: a história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos, de Simon Singh (7. ed. Tradução de Jorge Luiz Calife. Rio de Janeiro: Record, 2000), relata como o teorema que Fermat deixou sem demonstração confundiu e frustrou mentes brilhantes por mais de 350 anos, além da importância desse desafio para o desenvolvimento da Matemática.

(EF08MA02): Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.

Competência geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Competência específica 1: Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. De acordo com o texto, por que esse teorema demorou tanto tempo para ser demonstrado?
1. Porque ele envolve avançados métodos matemáticos do século XX.

2. A pergunta que todo mundo faz: "Fermat tinha ou não uma demonstração?". O próprio fato de ele nunca mais ter mencionado o problema e a forma simplista com que ele tratou a demonstração sugerem que a resposta seja negativa, ou então que havia um erro nessa "maravilhosa" demonstração. Qual é a sua opinião a respeito? Converse com o(a) professor(a) e os colegas sobre isso. **2.** Resposta pessoal.

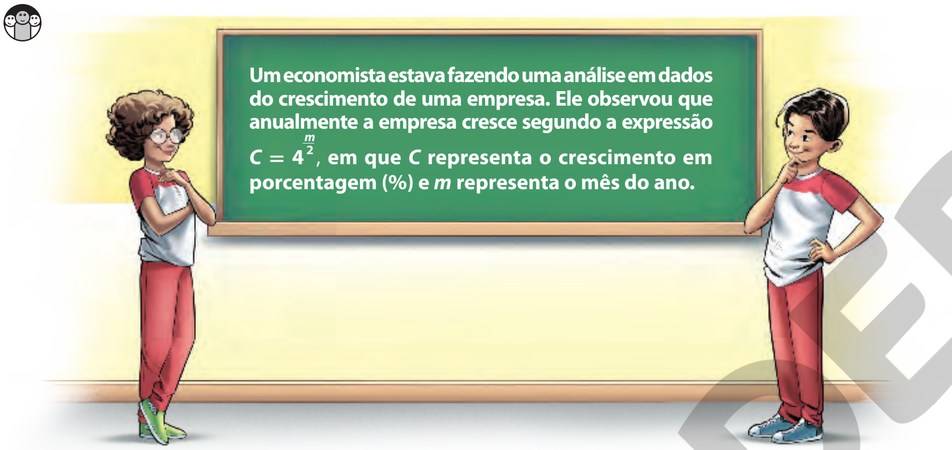
3. Na equação $x^n + y^n = z^n$ do teorema, quais são as condições para n, x, y e z? **3.** n, x, y, z números inteiros positivos, com $n \leqslant 3$

4. De acordo com o texto, a equação $x^n + y^n = z^n$ para $n = 2$ tem infinitas soluções para x, y e z inteiros positivos. Dê três exemplos dessas soluções. **4.** Alguns exemplos de resposta: $3^2 + 4^2 = 5^2$, $6^2 + 8^2 = 10^2$ e $12^2 + 5^2 = 13^2$.

> *Dica*: pense nos números quadrados perfeitos (1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64 etc.), e tente escrever um deles como a soma de outros dois.

5. Mostre que a equação $x^n + y^n = z^n$ para $n = 0{,}5$ também é válida para x, y e z inteiros positivos, por meio de três exemplos. **5.** Alguns exemplos de resposta: $\sqrt{4} + \sqrt{9} = \sqrt{25}$, $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{49}$ e $\sqrt{4} + \sqrt{1} = \sqrt{9}$

6. Junte-se a um colega e resolvam o problema a seguir:



DOUGLAS FRANCHIN/ARQUIVO DA EDITORA

6. a) Cresceu: 8% no 3º mês; 32% no 5º mês; 64% no 6º mês

a) Seguindo a expressão apresentada, quanto a empresa cresceu no 3º mês? No 5º mês? No 6º mês?

b) Escreva uma expressão que represente o crescimento dessa empresa na forma de radiciação.

6. b) $C = \sqrt{4^m}$

7. Crie uma situação em que apareça uma potência de expoente fracionário. Depois, passe para um colega resolver. (Lembre-se de verificar a solução do seu problema antes de passar para seu colega resolver.)

> *Dicas*: Alguns exemplos de contexto para seu problema:
> "Um pesquisador de um laboratório…"
> "O crescimento da população de coelhos…"
> "A dívida de uma empresa ...."

7. Exemplo de resposta: Um pesquisador de um laboratório percebeu que determinada população de fungos cresce de acordo com a expressão $Q = 25^{\frac{d}{2}}$, em que Q é a quantidade de fungos e d é a quantidade de dias. Em 5 dias haverá quantos fungos? (Resposta: 3 125 fungos)

- Durante o trabalho com as atividades **1** e **2**, diga aos estudantes que, embora simples de entender, foram aproximadamente 358 anos de tentativas e fracassos de demonstrar o teorema, o que levou ao aperfeiçoamento de ferramentas e técnicas matemáticas que foram vitais para as últimas tentativas. Por causa disso, o último teorema de Fermat é o mais famoso e duradouro teorema matemático. Como foi demonstrado por Andrew Wiles num documento com mais de 100 páginas, passou a ser também conhecido por teorema de Fermat-Wiles.
- Para resolver a atividade **5**, espera-se que os estudantes considerem que $0{,}5 = \frac{1}{2}$ e lembrem-se de que é possível escrever potências de expoente fracionário como raiz, obtendo assim a equação $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{z}$ no lugar de $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = z^{\frac{1}{2}}$. Caso eles demonstrem dificuldade, retome essa relação por meio de outros exemplos.
- No trabalho com as atividades **4** e **5**, ressalte as diferenças entre os exemplos das soluções da equação $x^n + y^n = z^n$ para $n = 2$ e para $n = 0{,}5$. De fato, a equação é válida para os **ternos pitagóricos** – sequência de três números inteiros que satisfazem ao teorema de Pitágoras, por exemplo, (3, 4, 5), (6, 8, 10), (5, 12, 13), (7, 24, 25), etc. –, no entanto o quadrado desses números não satisfaz a equação $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{z}$. Por exemplo: $3^2 + 4^2 = 5^2$ e $\sqrt{9} + \sqrt{16} \neq \sqrt{25}$, do mesmo modo que $\sqrt{1} + \sqrt{4} = \sqrt{9}$ e $1^2 + 2^2 \neq 3^2$.
- A questão **6** foi obtida do material "Plano de aula: problemas com potências de expoente fracionário e radiciação" da *Revista Nova Escola*. Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/8ano/matematica/problemas-com-potencias-de-expoente-fracionario-e-radiciacao/1031. Acesso em: 18 jun. 2022.

Estatística e Probabilidade

Objetivos

- Construir gráficos de linha.
- Favorecer o desenvolvimento da seguinte habilidade da BNCC: EF08MA23.

Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA23 da BNCC porque os estudantes podem avaliar em que situações é adequado utilizar gráficos de linha para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.

Orientações

- Nesta seção, os estudantes construirão alguns gráficos de linha. Para isso, eles devem usar corretamente a régua, lidar com escalas e cuidar para que os pontos sejam inseridos no gráfico com a maior exatidão possível.
- Enfatize o fato de que os gráficos de linha são indicados quando queremos observar a variação de certo dado ao longo do tempo.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Construção de gráficos de linha

Os Jogos Pan-Americanos são realizados de quatro em quatro anos e reúnem atletas de países do continente americano, que competem em diversas modalidades esportivas.

Samuel pesquisou a quantidade de atletas competindo pelo Brasil nos Jogos Pan-Americanos de 1987 a 2019 e organizou os dados em uma tabela. Observe.

Número de atletas do Brasil nos jogos Pan-Americanos de 1987 a 2019

Ano/local	Número de atletas
1987 (Indianápolis, Estados Unidos)	309
1991 (Havana, Cuba)	304
1995 (Mar del Plata, Argentina)	401
1999 (Winnipeg, Canadá)	436
2003 (Santo Domingo, República Dominicana)	467
2007 (Rio de Janeiro, Brasil)	660
2011 (Guadalajara, México)	512
2015 (Toronto, Canadá)	590
2019 (Lima, Peru)	486

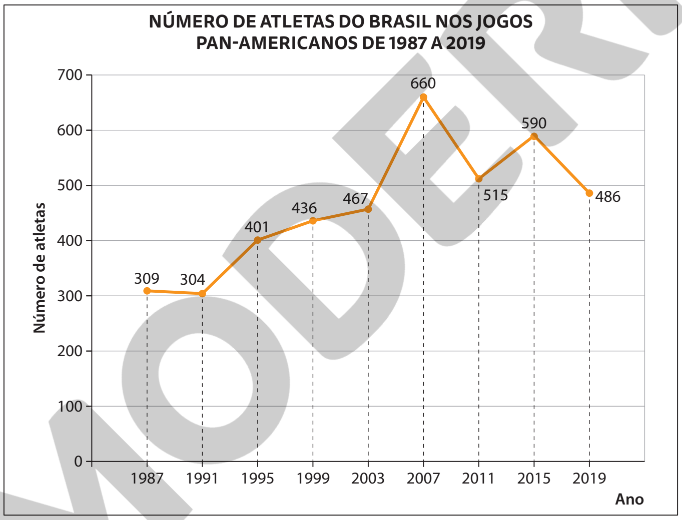
COMITÊ OLÍMPICO BRASILEIRO (COB). *Participações*. Disponível em: https://www.cob.org.br/pt/cob/time-brasil/brasil-nos-jogos/participacoes. Acesso em: 6 fev. 2022.

Depois, Samuel decidiu fazer um gráfico para analisar a variação desses dados. Ele optou pelo gráfico de linha.

*O **gráfico de linha** é indicado quando queremos observar a variação de certo dado ao longo do tempo.*

*Para construir o gráfico, representei, na linha horizontal, o ano de cada competição e, na linha vertical, o número de atletas. Além disso, escolhi uma **escala** para a linha vertical: cada 1 cm no meu gráfico corresponde a 100 atletas.*

Assim, para determinar, por exemplo, a distância do ponto correspondente a 309 atletas em relação à linha horizontal, basta fazer:
$$\left(\frac{309}{100}\right) \text{ cm} = 3{,}09 \text{ cm}$$
Aproximadamente 3,1 cm.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

COMITÊ OLÍMPICO BRASILEIRO (COB). *Participações*. Disponível em: https://www.cob.org.br/pt/cob/time-brasil/brasil-nos-jogos/participacoes. Acesso em: 6 fev. 2022.

ALEXANDRE AUGUSTO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF08MA23) Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe a tabela.

a) Com base nos dados da tabela, construa um gráfico de linha em uma folha de papel sulfite.

b) Que título você atribuiu ao gráfico? E que fonte?

c) Que dados foram apresentados na linha vertical? E na horizontal?

d) Que escala você adotou na linha vertical? A quantas medalhas correspondeu cada centímetro da linha vertical?

e) A quantos centímetros da linha horizontal está cada ponto que representa o número de medalhas em determinado ano?

1. Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

Número de medalhas do Brasil nos Jogos Olímpicos de 1980 a 2020

Ano	Número de medalhas
1980	4
1984	8
1988	6
1992	3
1996	15
2000	12
2004	10
2008	16
2012	17
2016	19
2020	19

COMITÊ OLÍMPICO BRASILEIRO (COB). *Participações*. Disponível em: https://www.cob.org.br/pt/cob/time-brasil/brasil-nos-jogos/participacoes. Acesso em: 6 fev. 2022.

2. Observe a tabela a seguir.

Abertura de microempreendimento individual (MEI) e micro e pequenas empresas (MPE) no Brasil, de fevereiro a junho de 2021

Mês	Número de empresas (em milhões)
Fevereiro	0,99
Março	1,13
Abril	1,51
Maio	1,49
Junho	2,03

SERVIÇO BRASILEIRO DE APOIO ÀS MICRO E PEQUENAS EMPRESAS (SEBRAE). *Levantamento de abertura de empresas e análise do CAGED* (Sistema de Cadastro Geral de Empregados e Desempregados). Disponível em: https://datasebrae.com.br/wp-content/uploads/2020/06/crescimento-empresas-caged-ago-2021.pdf. Acesso em: 6 fev. 2022.

2. Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

a) Com base nos dados da tabela, construa um gráfico de linha em uma folha de papel sulfite.

b) Que título você atribuiu ao gráfico? E que fonte?

c) Que escala você adotou?

ALEXANDRE AUGUSTO/ARQUIVO DA EDITORA

• Na atividade **2**, os estudantes terão de decidir qual escala adotar. É fundamental que eles percebam que essa escolha é muito importante para a clareza das informações. Também convém orientá-los sobre a importância de indicar título, fonte, nome e valores dos eixos para que qualquer pessoa possa compreender o gráfico perfeitamente, sem que seja necessária uma tabela.

• Se achar necessário, explique aos estudantes que microempreendedor individual é a pessoa que trabalha por conta própria e que se legaliza como pequeno empresário.

• É possível aproveitar a sugestão da atividade **4** e propor algo semelhante aos estudantes. Sugira a eles que pesquisem a previsão do tempo para os próximos 10 dias de uma cidade escolhida por eles e, então, construam um gráfico de linhas com as medidas de temperatura previstas. A proposta pode ser feita em trios.

Estatística e Probabilidade

Lembre-se:
Escreva no caderno!

3. A tabela a seguir apresenta a evolução no número de acessos nos serviços de televisão por assinatura no Brasil de 2013 a 2021.

Acessos nos serviços de televisão por assinatura no Brasil, de 2013 a 2021

Ano	Número de acessos (em milhares)
2013	18 021
2014	19 569
2015	19 122
2016	18 821
2017	18 125
2018	17 515
2019	15 684
2020	14 829
2021	16 090

Dados obtidos em: AGÊNCIA NACIONAL DE TELECOMUNICAÇÕES (Anatel). *Painéis de dados*. Disponível em: https://informacoes.anatel.gov.br/paineis/acessos/historico. Acesso em: 6 fev. 2022.

ALEXANDRE AUGUSTO/ARQUIVO DA EDITORA

- Com base nos dados da tabela, responda às questões.
  - **a)** Quantos acessos nos serviços de televisão havia em 2013? **3. a)** 18 021 000
  - **b)** A partir de qual ano o número de acessos nos serviços de assinatura de televisão começou a diminuir? **3. b)** 2015
  - **c)** Em uma folha de papel sulfite, construa um gráfico de linha com base nos dados da tabela.
  - **d)** Que escala você adotou? **3. d)** Resposta pessoal. **3. c)** Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

4. Observe a tabela a seguir com as medidas de temperatura máximas previstas para a cidade de Rio Branco, no Acre, em alguns dias de fevereiro de 2022.

Medida de temperatura máxima prevista para Rio Branco (fevereiro de 2022)

Dia	Temperatura (em °C)
7	30
8	30
9	30
10	31
11	29
12	30
13	28

CENTRO DE PREVISÃO DE TEMPO E ESTUDOS CLIMÁTICOS (CPTEC/INPE). *Previsão numérica de tempo (Rio Branco/AC)*. Disponível em: http://www.cptec.inpe.br/cidades/tempo/240. Acesso em: 6 fev. 2022.

- Construa um gráfico de linha para indicar a medida de temperatura máxima no decorrer dos dias.
  4. Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Descubra os números naturais em cada caso.

a) O maior número natural composto de sete algarismos e seu sucessor. **1. a)** 9 999 999; 10 000 000

b) A soma de três números naturais consecutivos é 3 018. Quais são esses números? **1. b)** 1 005; 1 006; 1 007

c) O menor número natural, seu sucessor e seu antecessor. **1. c)** 0; sucessor: 1; não há antecessor do zero no conjunto dos números naturais.

2. Observe a tabela e responda às questões no caderno.

Previsão de medida de temperatura para 6 de fevereiro de 2022			
Cidade	**País**	**Medida de temperatura**	
		máxima	**mínima**
Tóquio	Japão	7 °C	0 °C
Inuvik	Canadá	−23 °C	−36 °C
Ulan Bator	Mongólia	−11 °C	−23 °C
Oslo	Noruega	3 °C	−2 °C

Dados obtidos em um *site* de metereologia no dia 5 fev. 2022.

a) Qual foi a maior medida de temperatura prevista para o dia pesquisado? **2. a)** 7 °C

b) Qual foi a menor medida de temperatura prevista para o dia pesquisado? **2. b)** −36 °C

c) Qual foi a diferença entre as medidas de temperatura máxima e a mínima previstas, nessa ordem, para cada cidade? **2. c)** 7 °C, 13 °C, 12 °C, 5 °C

3. Escreva no caderno os números racionais na forma decimal.

a) $\frac{5}{4}$ **3. a)** 1,25

b) $\frac{7}{8}$ **3. b)** 0,875

c) $\frac{61}{15}$ **3. c)** $4,0\overline{6}$

d) $2\frac{4}{11}$ **3. d)** $2,\overline{36}$

4. Escreva no caderno os números racionais na forma fracionária.

a) 2,5 **4. a)** $\frac{5}{2}$

b) $17,\overline{3}$ **4. b)** $\frac{52}{3}$

c) $1,\overline{7}$ **4. c)** $\frac{16}{9}$

d) $1,\overline{25}$ **4. d)** $\frac{124}{99}$

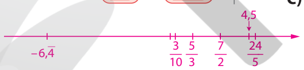
e) $0,\overline{145}$ **4. e)** $\frac{145}{999}$

f) $1,\overline{789}$ **4. f)** $\frac{596}{333}$

5. No caderno, escreva os números a seguir em ordem crescente e represente-os na reta numérica.

4,5 $\frac{7}{2}$ $\frac{24}{5}$ $-6,\overline{4}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{3}{10}$

5. $-6,\overline{4}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{7}{2}$; 4,5; $\frac{24}{5}$



6. a) $0,\overline{09}$; $0,\overline{18}$; $0,\overline{27}$; $0,\overline{36}$; $0,\overline{45}$; o período é formado por múltiplos de 9.

6. Faça o que se pede.

a) Usando uma calculadora, identifique um padrão nos períodos das dízimas periódicas de: $\frac{1}{11}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{4}{11}$ e $\frac{5}{11}$.

b) Calcule mentalmente e escreva na forma decimal os números racionais: $\frac{6}{11}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{8}{11}$, $\frac{9}{11}$ e $\frac{10}{11}$. Depois, em uma calculadora, confira as respostas. **6. b)** $0,\overline{54}$; $0,\overline{63}$; $0,\overline{72}$; $0,\overline{81}$; $0,\overline{90}$

7. alternativa c

7. (Fuvest-SP) Qual desses números é igual a 0,064?

a) $\left(\frac{1}{80}\right)^2$

b) $\left(\frac{1}{8}\right)^2$

c) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

d) $\left(\frac{1}{800}\right)^3$

e) $\left(\frac{8}{10}\right)^3$

8. Calcule as potências.

a) 3^{-1} **8. a)** $\frac{1}{3}$

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$ **8. b)** 125

c) $(0,1)^{-6}$ **8. c)** 1 000 000

9. Reproduza as sentenças no caderno e substitua cada ■ por > (maior que) ou < (menor que).

a) $\left(\frac{1}{47}\right)^4$ ■ $\left(\frac{1}{47}\right)^2$

b) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-5}$ ■ $\left(\frac{1}{10}\right)^{-6}$

c) 59^{-23} ■ 59^{22}

d) $\left(\frac{4}{3}\right)^7$ ■ $\left(\frac{4}{3}\right)^{-8}$

9. a) <; **b)** <; **c)** <; **d)** >

10. Simplifique e escreva no caderno o resultado como potência.

a) $5^2 - 5^3$ **10. a)** -10^2

b) $2(2^2 \cdot 2)$ **10. b)** 2^4

c) $5^{-1} \cdot 5^2$ **10. c)** 5^1

d) $3^0 - 2^{-1}$ **10. d)** 2^{-1}

e) $10^2 : 5^2$ **10. e)** 2^2

f) $10^{-1} \cdot 10^3$ **10. f)** 10^2

11. Resolva o problema.

Observando a reprodução de uma espécie de bactéria, um cientista verificou que, a cada hora, a bactéria se dividia em duas.

a) Quantas bactérias ele encontrará depois de 3 horas, se colocar uma bactéria para se reproduzir na lamínula de observação?

b) E no final de 10 horas? **11. a)** 8 bactérias

c) E no final de um dia? **11. b)** 1 024 bactérias **11. c)** 16 777 216 bactérias

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento das seguintes habilidades da BNCC: EF08MA01, EF08MA02 e EF08MA05.

Habilidades da BNCC

- A habilidade EF08MA01 é desenvolvida nesta seção por meio da resolução das atividades **7**, **8**, **9**, **10**, **11**, **12**, **13**, **14**, **15**, **16** e **22**.
- A habilidade EF08MA02 é desenvolvida nesse tópico por meio da resolução da atividade **19**.
- A habilidade EF08MA05 é desenvolvida nesse tópico por meio da resolução da atividade **20**.

Orientações

- Aproveite as atividades desta seção para avaliar o aprendizado dos estudantes e pensar em estratégias que contribuam para que eles superem suas dificuldades.
- Na atividade **11**, solicite aos estudantes que montem um quadro, como o mostrado abaixo, para registrar como a bactéria se reproduz.

Medida de tempo	Número de bactérias
1º momento	1
Após 1 hora	2^1
Após 2 horas	2^2
Após 3 horas	2^3
Após 4 horas	2^4
Após 5 horas	2^5
Após 10 horas	2^{10}
Após 24 horas	2^{24}

Para calcular o número de bactérias, os estudantes podem usar a calculadora e chegar a:

a) $2^3 = 8$
b) $2^{10} = 1024$
c) $2^{24} = 16\,777\,216$

Se considerar adequado, discuta a ideia do crescimento exponencial, pois é interessante observar como o crescimento ocorre em grande velocidade se comparado, por exemplo, a um caso em que o crescimento é de duas bactérias por dia.

(EF08MA01) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica.

(EF08MA02) Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.

(EF08MA05) Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.

- Na atividade **17**, temos: $x = 9\,000\,000 = 3^2 \cdot 10^6$ e $y = 0{,}00003 = 3 \cdot 10^{-5}$; então:

a) $x \cdot y = (3^2 \cdot 10^6) \cdot (3 \cdot 10^{-5}) = 3^3 \cdot 10 = 270$

b) $\dfrac{x}{y} = \dfrac{3^2 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^{-5}} = 3 \cdot 10^{11}$

c) $\dfrac{y}{x} = \dfrac{1}{\frac{x}{y}} = \dfrac{1}{3 \cdot 10^{11}} = 3^{-1} \cdot 10^{-11}$

- Resolução da atividade **22**:

O procedimento adotado pelo comerciante está incorreto, pois o valor final será 96% do valor inicial. Isso ocorre porque o acréscimo de 20% é calculado sobre um preço menor que o preço sobre o qual foi aplicado o desconto.

- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com "sim", "às vezes" ou "não".

Eu...

... sei identificar o conjunto dos números naturais, inteiros e racionais?

... sei transformar um número racional na forma fracionária para a forma decimal?

... sei usar as propriedades das potências com expoentes inteiros para realizar cálculos?

... sei escrever um radical na forma de potência com expoente fracionário e vice-versa?

... sei calcular raízes quadradas?

... sei resolver problemas que envolvam o cálculo de raízes quadradas?

... sei calcular raízes cúbicas?

... sei calcular raízes enésimas?

... sei calcular raiz quadrada por fatoração?

... sei construir gráficos de linha?

... sei que, entre dois números racionais quaisquer, sempre existe outro número racional?

... consigo localizar números racionais na reta numérica?

... sei comparar e ordenar números racionais com o auxílio da reta numérica?

... consigo identificar padrões em uma sequência?

... sei o processo prático para escrever um número muito grande ou muito pequeno em notação científica?

... cuido do meu material escolar?

... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?

... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?

... realizo as tarefas propostas?

Em todo caso, conforme sugerido nas Orientações Gerais deste manual, outros aspectos devem ser avaliados, além dos conteúdos e conceitos desenvolvidos na Unidade.

Atividades de revisão

Lembre-se: Escreva no caderno!

12. Sueli precisava de papéis para fazer um sorteio. Ela pegou, então, uma folha e dobrou-a ao meio, dividindo-a assim em 2 partes. Em seguida, dobrou a folha novamente, obtendo 4 partes. Ela fez esse procedimento 6 vezes no total. Em quantas partes a folha ficou dividida? **12.** 64 partes

13. Calcule o valor de $4^2 + 4^2 + 4^2 + 4^2$. **13.** 4^3

14. Simplifique as expressões no caderno.

a) $(x^5y^{-2}) : (x^6y^{-6})$ **14. a)** $x^{-1}y^4$

b) $(6x^4y^2) : (3x^2y^{-2})$ **14. b)** $2x^2y^4$

c) $(4x^{-3}y^3) : (2x^{-1}y^{-1})$ **14. c)** $2x^{-2}y^4$

d) $(2x^5y^8) \cdot (5x^{-10}y^{-7})$ **14. d)** $10x^{-5}y$

15. Determine o expoente da potência de base 5 para que a potência formada seja igual a 15 625. **15.** 6

16. Simplificando a expressão $\dfrac{16 : 8 \cdot 2^{-3}}{2}$ e escrevendo-a na forma de potência, obtemos: **16.** alternativa **d**

a) 2^{-2}

b) 2^2

c) 2^3

d) 2^{-3}

e) 2^4

17. Se $x = 9\,000\,000$ e $y = 0{,}00003$, calcule:

a) $x \cdot y$ **b)** $\dfrac{x}{y}$ **c)** $\dfrac{y}{x}$

17. a) 270 **17. b)** $3 \cdot 10^{11}$ **17. c)** $3^{-1} \cdot 10^{-11}$

18. Responda às questões.

a) Qual é a medida de volume de um cubo cuja aresta mede 20 cm de comprimento? **18. a)** 8 000 cm^3

b) Qual é o nome da operação usada para calcular a medida desse volume?

c) Quanto mede o comprimento da aresta de um cubo cuja medida de volume é 1 000 cm^3? **18. c)** 10 cm

d) Qual é o nome da operação usada para calcular a medida de comprimento dessa aresta?

18. b) Exemplo de resposta: potenciação **18. d)** radiciação

19. Determine no caderno os valores de ■ para que as sentenças sejam verdadeiras.

a) $\sqrt[3]{\blacksquare} = -4$ **19. a)** –64

b) $\sqrt[3]{-27} = \blacksquare$ **19. b)** –3

c) $\sqrt[\blacksquare]{-1} = -1$ **19. c)** qualquer número natural ímpar maior que 2

d) $\sqrt[3]{125} = \blacksquare$ **19. d)** 5

e) $\sqrt[\blacksquare]{1} = 1$ **19. e)** qualquer número natural maior ou igual a 2

f) $\sqrt[3]{\blacksquare} = -6$ **19. f)** –216

20. Calcule o valor de cada expressão numérica.

a) $(-1{,}\overline{2})^2 - \left(\dfrac{1}{3}\right)^2$ **20. a)** $\dfrac{112}{81}$

b) $\sqrt{0{,}\overline{1}} - \sqrt{0{,}09}$ **20. b)** $\dfrac{1}{30}$

c) $1 - \dfrac{1}{\sqrt{9} + 0{,}6}$ **20. c)** $\dfrac{8}{11}$

d) $0{,}5 \cdot (0{,}\overline{5})^1$ **20. d)** $\dfrac{5}{18}$

e) $\left(\dfrac{2}{7}\right)^0 - \sqrt{0{,}\overline{4}}$ **20. e)** $\dfrac{1}{3}$

21. (Olimpíada de Matemática)

a) Qual deve ser o valor do número natural n para que $\sqrt{\dfrac{540}{n}}$ seja um número inteiro, o maior possível? **21. a)** 15

b) Determine o menor número natural a de maneira que $\sqrt{24a}$ seja um número natural não nulo. **21. b)** 6

22. Um comerciante fez a seguinte promoção: reduziu o preço de todas as camisas de sua loja em 20%. Alguns dias depois, resolveu encerrar a promoção, voltando aos preços originais. Para isso, instruiu seus funcionários a aumentar o preço das camisas em 20%. O procedimento adotado pelo comerciante para retornar aos preços anteriores está correto? Justifique sua resposta.

22. Resposta em *Orientações*.

AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

23. Considere as informações abaixo. **23. a)** $3{,}0 \cdot 10^5$ km **23. b)** $9{,}4608 \cdot 10^{12}$ km

a) A medida da velocidade da luz no vácuo é $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s. Isso significa que, a cada segundo, a luz percorre **$3{,}0 \cdot 10^8$ m**.

b) **1 ano-luz** é a medida da distância percorrida pela luz no vácuo em 1 ano. Lembre-se de que 1 ano tem 365 · 24 · 60 · 60 segundos.

c) A Terra faz parte da Via Láctea, uma galáxia em forma de espiral com comprimento do diâmetro medindo aproximadamente **100 000 anos-luz**.

- Converta em quilômetro, em notação científica, as medidas de comprimento destacadas em azul. **23. c)** $9{,}4608 \cdot 10^{17}$ km

CAPÍTULO 2

Retas e ângulos

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF08MA15
EF08MA17
EF08MA23

1 Recordando alguns conceitos

Neste Capítulo, vamos revisar alguns conceitos estudados em anos anteriores e aprender a fazer algumas construções com régua e compasso.

Elementos primitivos da Geometria


MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

Na Geometria nem sempre é possível definir um conceito – é o que acontece, por exemplo, com as ideias de ponto, reta e plano. Por isso, eles são chamados **conceitos primitivos** ou **elementos primitivos** da Geometria.

Observe o tabuleiro de futebol de botão ilustrado. Nele, as marcas de pênalti e a marca no centro do campo dão a ideia de pontos. As linhas que delimitam o campo dão a ideia de partes de retas, e a superfície do tabuleiro dá a ideia de parte de um plano.

Os **pontos** não têm dimensões. Eles estão presentes em todas as figuras geométricas. Para nomeá-los, geralmente usamos letras maiúsculas do nosso alfabeto. Por exemplo:

P •

ponto P

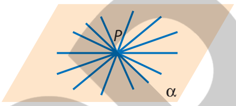
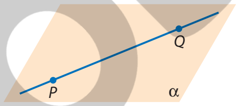
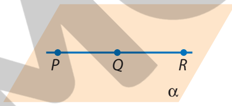
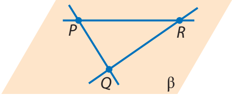
As **retas** não têm espessura e são ilimitadas nos dois sentidos; por isso, para representá-las, desenhamos uma parte delas. Em uma reta, há infinitos pontos. Para nomeá-la, podemos usar letras minúsculas do nosso alfabeto ou letras maiúsculas de dois pontos pertencentes a ela. Por exemplo:

A ——— B ——— r

reta r, ou reta $\overleftrightarrow{AB}$, ou reta $\overleftrightarrow{BA}$

Os **planos** não têm espessura e são ilimitados em todas as direções; por isso, desenhamos uma parte deles. Um plano tem infinitos pontos. Para nomeá-lo, geralmente usamos letras gregas minúsculas, como α (alfa) e β (beta). Por exemplo:

plano α

Retas determinadas por pontos	
Consideremos **um ponto** pertencente a um plano. Por esse ponto, podemos traçar quantas retas quisermos, ou seja, por esse ponto passam infinitas retas.	
Consideremos agora **dois pontos** distintos, pertencentes ao mesmo plano. Por esses pontos, podemos traçar uma única reta.	
Consideremos **três ou mais pontos** distintos, pertencentes ao mesmo plano. Só podemos traçar uma reta que passe ao mesmo tempo por todos os pontos se eles forem colineares, ou seja, se estiverem alinhados.	 

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Recordando alguns conceitos

Objetivos

- Retomar alguns conceitos de Geometria estudados nos anos anteriores.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 8 da BNCC.

Orientações

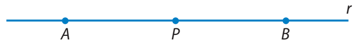
- Neste tópico serão retomados alguns conceitos de Geometria estudados em anos anteriores. Ao abordar os conceitos, procure partir do conhecimento prévio dos estudantes sobre o assunto.
- Com relação aos elementos primitivos da Geometria, incentive-os a investigar, na sala de aula, elementos que dão a ideia de pontos, retas e planos. Uma das paredes da sala pode ser um exemplo de parte de um plano; a intersecção entre duas paredes, um exemplo de parte de uma reta; e a intersecção entre duas paredes e o teto pode ser um exemplo de ponto. Chame a atenção dos estudantes para a representação geométrica e a notação de cada uma dessas noções.
- Represente um ponto no quadro e peça aos estudantes que tracem retas que passem por esse ponto. Assim, poderão perceber, na prática, que por um ponto no plano passam infinitas retas. Depois, peça a um estudante que trace uma reta que passe por dois pontos e pergunte à turma se há outra reta distinta da primeira que passe por esses dois pontos. Faça experimentos também com três pontos. Esse tipo de experiência, embora simples, tem como objetivo fazer com que os estudantes compreendam ideias fundamentais que os ajudarão com futuras atividades em Geometria.

Competência geral 8: Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

- Apesar de abstratas, as ideias de semirreta e segmento de reta já fazem parte da experiência dos estudantes, pois eles utilizam régua e esquadro em desenhos geométricos. Além disso, esses conceitos podem ser trabalhados a partir de situações cotidianas, como a representação de um deslocamento por ruas e avenidas em mapas.
- Oriente os estudantes a observar que as arestas de figuras não planas e os lados de figuras planas são segmentos de reta. Se julgar conveniente, proponha que liguem dois pontos quaisquer por um segmento de reta e por uma linha curva para posteriormente comparar as medidas de comprimento das linhas obtidas.
- Se achar pertinente, proponha aos estudantes que, utilizando um *software* de Geometria dinâmica, construam representações de retas, semirretas, semirretas opostas e coincidentes, segmentos de reta consecutivos e segmentos de reta colineares. Esse pode ser o momento oportuno para verificar se eles se apropriaram dessas noções. Peça a eles que expliquem como fizeram cada uma dessas construções.

Semirreta e segmento de reta

Observe a reta r a seguir e alguns de seus pontos.



De uma reta, podemos obter **semirretas** e **segmentos de reta**.

Semirreta

Um ponto P em uma reta r determina duas semirretas em r. Esse ponto é a **origem** das semirretas.

A semirreta que tem origem em P e passa pelo ponto A é indicada por $\overrightarrow{PA}$. A semirreta de origem P e que passa por B é indicada por $\overrightarrow{PB}$.

Observações

- As semirretas $\overrightarrow{PR}$ e $\overrightarrow{PQ}$ são **opostas**.

- As semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são **coincidentes**.

Segmento de reta

Considere os pontos A e B da reta r e os pontos compreendidos entre eles.

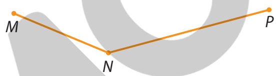
O segmento de reta $\overline{AB}$ é o conjunto de pontos formado pelo ponto A, pelo ponto B e por todos os pontos da reta compreendidos entre A e B.

Os pontos A e B são as **extremidades** do segmento de reta.

Nesse caso, a reta r, à qual pertencem os pontos A e B, é chamada **reta suporte** do segmento $\overline{AB}$.

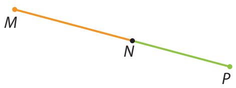
Observações

- Dois segmentos que têm uma extremidade comum são denominados **consecutivos**.
- Dois segmentos que estão na mesma reta suporte são denominados **colineares**.



Os segmentos $\overline{MN}$ e $\overline{NP}$ são consecutivos, pois têm em comum a extremidade N.

Os segmentos $\overline{PQ}$ e $\overline{RS}$ são colineares, pois estão na mesma reta, a reta s.



Os segmentos $\overline{MN}$ e $\overline{NP}$ são consecutivos e colineares.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

Medida de um segmento e segmentos congruentes

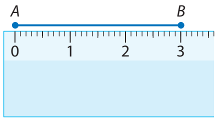
Como um segmento de reta tem início e fim, podemos medir seu comprimento.

A medida de comprimento de um segmento $\overline{AB}$ é o número de vezes que um segmento unitário, considerado unidade de medida, cabe em $\overline{AB}$. O comprimento desse segmento unitário pode medir, por exemplo, 1 cm, 1 mm, entre outros.

Dependendo da medida de comprimento do segmento, a régua é o instrumento mais adequado para medi-lo. Nesse caso, é comum o uso do centímetro ou do milímetro como unidade de medida.

O segmento $\overline{AB}$ apresentado tem medida de comprimento igual a:

- 3 cm (se a unidade de medida de comprimento adotada for o centímetro), pois um segmento de 1 cm de comprimento cabe 3 vezes em $\overline{AB}$. Indicamos: $AB = 3$ cm
- 30 mm (se a unidade de medida de comprimento adotada for o milímetro), pois um segmento de 1 mm de comprimento cabe 30 vezes em $\overline{AB}$. Indicamos: $AB = 30$ mm



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

Segmentos que têm a mesma medida de comprimento são denominados **congruentes**.

Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são congruentes, pois têm a mesma medida de comprimento. Indicamos: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

Observações

- Quando queremos dizer que as medidas de comprimento dos segmentos são iguais, escrevemos:

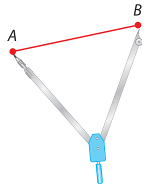
  $AB = CD$

- Quando queremos dizer que os segmentos são congruentes, escrevemos:

  $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

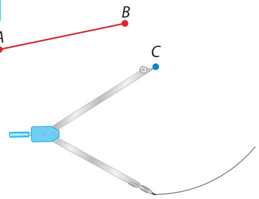
Mesmo se não tivermos régua graduada, podemos traçar um segmento congruente a outro usando régua não graduada e compasso. Observe como traçar um segmento congruente a um segmento $\overline{AB}$ qualquer.

1



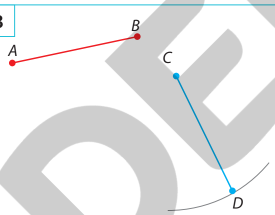
Deixe o compasso com abertura $\overline{AB}$.

2



Marque um ponto C qualquer, que será uma das extremidades do novo segmento. Em seguida, com a ponta-seca do compasso em C e abertura $\overline{AB}$, trace um arco.

3



Marque um ponto D qualquer nesse arco e, com a régua não graduada, trace o segmento $\overline{CD}$. Esse segmento é congruente ao segmento $\overline{AB}$.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

Como o compasso estava com abertura $\overline{AB}$, ao traçar o arco, construímos parte de uma circunferência de centro C e raio de medida de comprimento AB; portanto, qualquer ponto desse arco determina com C um segmento congruente a $\overline{AB}$.

- Disponibilize, se possível, compassos e réguas ou peça aos estudantes que levem para a sala de aula esse material para que construam segmentos de reta congruentes, usando como guia as instruções desta página. Para essa construção, pode-se usar também um *software* de Geometria dinâmica. A seção *Informática e Matemática* da página 69 apresenta atividades envolvendo a construção de segmentos de reta e outros elementos, utilizando um *software* de Geometria dinâmica.

57

• O conceito de ângulo é retomado por meio de uma situação que trata da postura de uma pessoa em frente ao computador. As informações dessa contextualização e do boxe *Para observar* contribuem para cuidados com a saúde física, evitando dores musculares em ombros, braços, costas, pescoço e coluna, o que favorece o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Saúde**, da macroárea **Saúde**, e da competência geral 8 da BNCC.

Ângulos

Você já reparou na sua postura ou na postura de seus colegas ao usar o computador?

Uma postura errada pode gerar dores musculares em ombros, braços, costas e pescoço e até causar desvios na coluna. Por isso, é fundamental ficar atento para manter uma postura correta e confortável. Acompanhe algumas dicas a seguir.

Para observar

Com o auxílio de um colega, avalie sua postura diante da tela do computador.

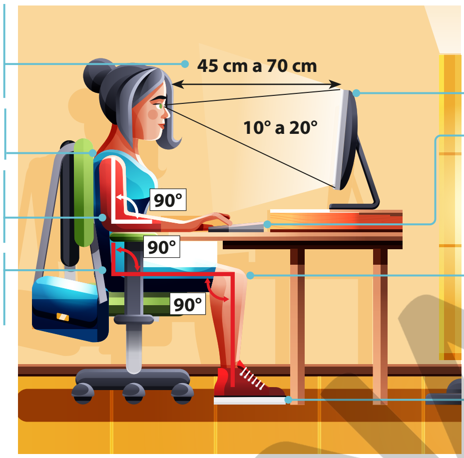
Posicione-se entre 45 e 70 cm do monitor, garantindo um ângulo de visão com medida de abertura entre 10° e 20°.

A coluna deve estar reta e apoiada no encosto da cadeira.

A abertura do ângulo entre os antebraços e os braços deve medir 90°.

A abertura do ângulo entre as coxas e o tronco também deve medir 90°.

Se ficar um período longo usando o computador, faça pausas, alongamentos e relaxe o corpo, além de desviar o olhar da tela, para descansar também os olhos.



O monitor deve estar na altura dos olhos.

O teclado e o *mouse* devem estar à mesma altura dos cotovelos.

Se os pés alcançarem o chão, os joelhos poderão formar um ângulo cuja abertura mede 90°.

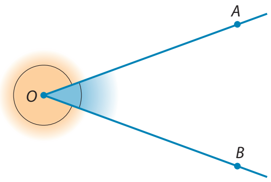
Os pés devem estar bem apoiados no chão ou em um descanso apropriado.

CÁSSIO BITTENCOURT/ARQUIVO DA EDITORA

A ilustração mostra que os **ângulos** formados entre algumas partes do corpo são elementos importantes para a manutenção de uma postura correta quando estamos usando o computador.

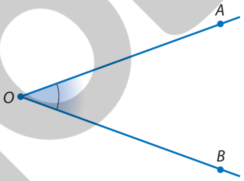
Ângulo é a união de duas semirretas de mesma origem em um plano com uma das regiões determinadas por elas.

Observe as semirretas de mesma origem $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$. Elas determinam duas regiões no plano que as contém (a região indicada em laranja e a indicada em azul). Cada região, com as semirretas, forma um ângulo.



Exemplo

A origem *O* é o **vértice** do ângulo.



As semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$, de mesma origem, são os **lados** do ângulo.

Indicamos esse ângulo por $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}A$ ou, simplesmente, por $\hat{O}$.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Observação

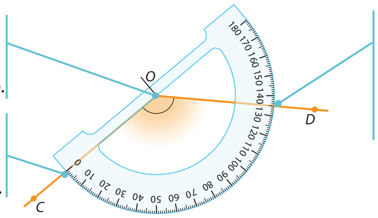
Para não causar confusão, coloriremos apenas a região do ângulo de que estamos tratando.

Medida de abertura de um ângulo e ângulos congruentes

Vamos relembrar como medir a abertura de um ângulo usando transferidor.

1. O centro do transferidor deve coincidir com o vértice do ângulo.

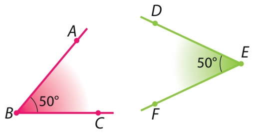
2. A linha que indica zero grau deve estar alinhada com um dos lados do ângulo.



3. O outro lado estará sobre a marca do transferidor que indica a medida de abertura do ângulo. Nesse caso, a abertura do ângulo $C\hat{O}D$ mede 135°.

Indicamos a medida da abertura de $C\hat{O}D$ por: med($C\hat{O}D$) = 135°

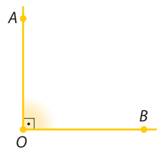
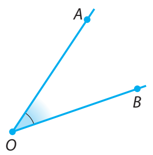
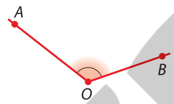
Dois ângulos que têm abertura de mesma medida são denominados **congruentes**.

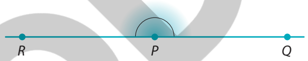


Os ângulos $A\hat{B}C$ e $D\hat{E}F$ são congruentes, pois têm a mesma medida de abertura. Indicamos: $A\hat{B}C \cong D\hat{E}F$

Classificação dos ângulos com abertura medindo até 180°

Observe como um ângulo pode ser classificado de acordo com a medida de sua abertura.

Ângulo reto	Ângulo agudo	Ângulo obtuso
		
É o ângulo cuja abertura mede 90°. O símbolo ⊡ na representação de um ângulo indica sempre que sua abertura mede 90°.	É o ângulo cuja medida de abertura é maior que 0° e menor que 90°.	É o ângulo cuja medida de abertura é maior que 90° e menor que 180°.

Ângulo nulo	Ângulo raso
	
É um dos ângulos formados por duas semirretas coincidentes. Sua abertura tem medida igual a 0°.	É o ângulo formado por duas semirretas opostas. Sua abertura mede 180°.

Observações

- O ângulo reto corresponde ao giro de um quarto de volta.
- O ângulo raso corresponde ao giro de meia-volta.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

• Nesta página, recorda-se como medir a abertura de ângulos utilizando o transferidor. Proponha aos estudantes que meçam algumas aberturas de ângulos ilustrados no livro usando um transferidor e, depois, comparem as medidas obtidas com as dos colegas.

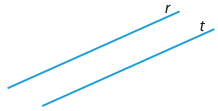
- Nesta página, os estudantes retomam os conceitos de retas paralelas e retas concorrentes. A ideia de paralelismo é importante no uso social em situações de orientação em ruas, por exemplo, e também para classificar figuras geométricas de acordo com a existência ou não de lados opostos paralelos.
- É muito importante os estudantes entenderem que, quando duas retas são perpendiculares entre si, elas são também concorrentes, pois se cruzam em um ponto. Entretanto, nem sempre duas retas concorrentes serão perpendiculares entre si. Desenhe no quadro exemplos de retas concorrentes que sejam perpendiculares ou não.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Posições entre duas retas no plano

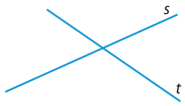
Duas retas no plano podem estar em diferentes posições.

- Quando as retas não se cruzam, ou seja, não têm pontos em comum, são denominadas **retas paralelas**.



As retas *r* e *t* são paralelas.
Indicamos: $r \parallel t$

- Quando as retas se cruzam em apenas um ponto, ou seja, apresentam apenas um ponto em comum, são denominadas **retas concorrentes**.



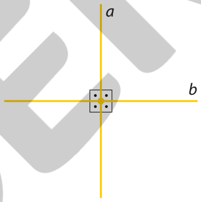
As retas *s* e *t* são concorrentes.
Indicamos: $s \times t$

- Quando as retas têm todos os pontos em comum, são denominadas **retas coincidentes**. Nesse caso, as retas *r* e *s* ocupam o mesmo lugar no plano.

As retas *r* e *s* são coincidentes.
Indicamos: $r \equiv s$

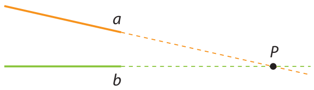
Observações

- Duas retas concorrentes que formam ângulos retos entre si são denominadas **retas perpendiculares**.



As retas *a* e *b* são perpendiculares.
Indicamos: $a \perp b$

- As retas *a* e *b* representadas abaixo não têm aparentemente pontos em comum. Basta, porém, fazer um prolongamento dessas retas para verificar que elas se cruzam, ou seja, são concorrentes.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

5. Os estudantes devem seguir o procedimento indicado na página 57 para construir um segmento congruente ao segmento dado.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Responda às questões.

a) Quantas retas passam por um ponto? **1. a)** infinitas

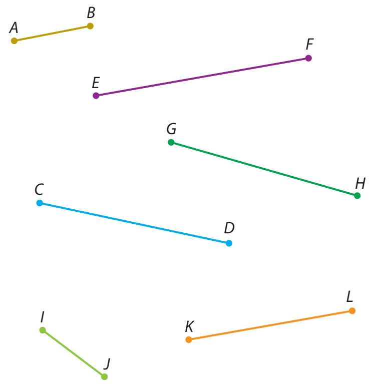
b) Quantas retas podem passar por dois pontos distintos? **1. b)** uma reta

c) Dados três pontos distintos, é sempre possível traçar uma reta que passe, ao mesmo tempo, por esses pontos? **1. c)** Não; somente se os pontos forem colineares.

2. Que segmentos de reta os pontos *A*, *B*, *C* e *D* determinam na reta *s* representada a seguir?

2. $\overline{AB}$; $\overline{AC}$; $\overline{AD}$; $\overline{BC}$; $\overline{BD}$; $\overline{CD}$

3. Com uma régua, meça o comprimento dos segmentos e, depois, responda à questão.



- Quais desses segmentos de reta são congruentes? **3.** $\overline{AB}$ e $\overline{IJ}$; $\overline{GH}$ e $\overline{CD}$

4. Usando um transferidor, descubra a medida de abertura de cada ângulo.

a) $A\hat{O}B$ **4. a)** 35°

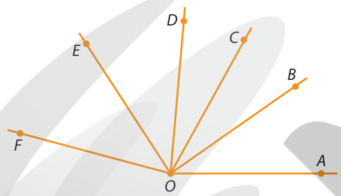
b) $A\hat{O}C$ **4. b)** 61°

c) $A\hat{O}E$ **4. c)** 123°

d) $B\hat{O}D$ **4. d)** 50°

e) $A\hat{O}F$ **4. e)** 165°

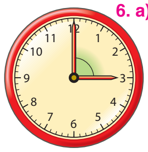
f) $D\hat{O}F$ **4. f)** 80°



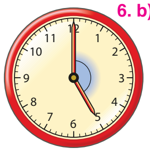
5. No caderno, trace um segmento congruente ao segmento abaixo usando régua não graduada e compasso.

6. Descubra a medida de abertura, em grau, dos ângulos em destaque formados pelos ponteiros dos relógios.

a) **6. a)** 90°

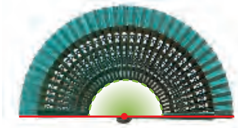


b) **6. b)** 150°



7. Usando transferidor, meça as aberturas dos ângulos destacados em cada foto e classifique-os em reto, agudo, obtuso ou raso.

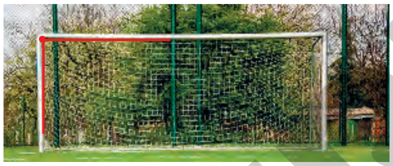
a)



EIVAISLA/SHUTTERSTOCK

7. a) 180°; raso

b)



TARCZAS/SHUTTERSTOCK

7. b) 90°; reto

8. Uma das ideias associadas a ângulos está relacionada com voltas e giros. Podemos observar isso quando movimentamos uma bússola e verificamos a mudança na posição do seu ponteiro.

DIMITAR TODOROV/ALAMY/FOTOARENA

a) Orientada por uma bússola, uma pessoa que caminhava para o norte virou para o leste, seguindo a trajetória da menor abertura de ângulo possível. Que medida de abertura do ângulo o seu giro determinou?

b) Qual é a medida de abertura do ângulo determinado pelo giro de uma pessoa que está indo para o leste e decide ir para o oeste?

8. a) 90°, que corresponde a $\frac{1}{4}$ de volta

8. b) 180°, que corresponde a $\frac{1}{2}$ volta

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- As atividades apresentadas nesta página estimulam os estudantes a mobilizar os conceitos que foram recordados. Durante a realização das atividades, faça um levantamento das principais dificuldades que eles apresentam e retome algum conceito, caso necessário.

Mediatriz e ponto médio de um segmento

Objetivos

- Definir o ponto médio de um segmento de reta.
- Compreender o conceito de mediatriz de um segmento.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA15 da BNCC.

Habilidade da BNCC

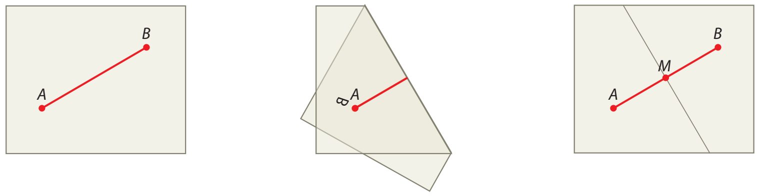
- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA15 porque trabalha a construção da mediatriz de um segmento de reta utilizando instrumentos de desenho.

Orientações

- No início do tópico, mostra-se como obter o ponto médio de um segmento de reta qualquer por meio de dobradura. Incentive os estudantes a reproduzir esse experimento e a checar, com o auxílio de uma régua, que o ponto obtido é de fato o ponto médio do segmento de reta.
- Em seguida, mostra-se como construir a mediatriz de um segmento de reta qualquer utilizando régua e compasso. Peça aos estudantes que reproduzam essa construção no caderno. Reforce a orientação de que devem utilizar o compasso com cuidado.
- Chame a atenção dos estudantes para o fato de a mediatriz de um segmento ser o lugar geométrico dos pontos do plano que estão à mesma medida de distância de seus extremos. Oriente-os a verificar isso, experimentalmente, com o auxílio de uma régua.
- Na seção *Informática e Matemática* da página 69, é proposto aos estudantes que realizem essa construção para verificar experimentalmente sua validade. Caso considere coerente, proponha a atividade com o *software* de Geometria dinâmica nesse momento.

2 Mediatriz e ponto médio de um segmento

Maria desenhou o segmento $\overline{AB}$ em uma folha de papel. Depois, dobrou a folha de modo que o ponto B coincidisse com o ponto A. No local em que essa dobra cruzou o segmento, ela marcou o ponto M, conforme indica a sequência de figuras a seguir. Lembre-se: o compasso deve ser manuseado com cuidado.



Nesse caso, o ponto M é o **ponto médio** do segmento $\overline{AB}$.

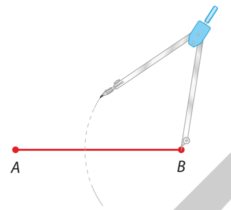
O **ponto médio** de um segmento é o ponto que divide esse segmento em dois segmentos congruentes.

A reta que passa pelo ponto médio de um segmento e é perpendicular a esse segmento é chamada **mediatriz** do segmento.

A mediatriz de um segmento pode ainda ser definida como a figura geométrica formada por todos os pontos do plano que estão à mesma medida de distância de seus extremos.

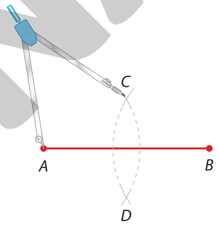
Acompanhe a construção geométrica, com régua e compasso, da mediatriz e do ponto médio M de um segmento $\overline{AB}$ qualquer. Lembre-se: o compasso deve ser manuseado com cuidado.

1



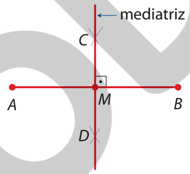
Com a ponta-seca do compasso no ponto B e abertura maior que a metade da medida de comprimento do segmento $\overline{AB}$, trace um arco.

2



Com a mesma abertura usada no item anterior e a ponta-seca no ponto A, trace um arco que cruze o arco anterior. Nos encontros dos dois arcos, marque os pontos C e D.

3



Trace a reta que passa pelos pontos C e D. Essa reta é a mediatriz de $\overline{AB}$ e cruza o segmento no ponto médio M do segmento $\overline{AB}$.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Observação

A justificativa para a validade dessa construção será apresentada no Capítulo 4.

62

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

3 Traçando retas perpendiculares e retas paralelas com régua e compasso

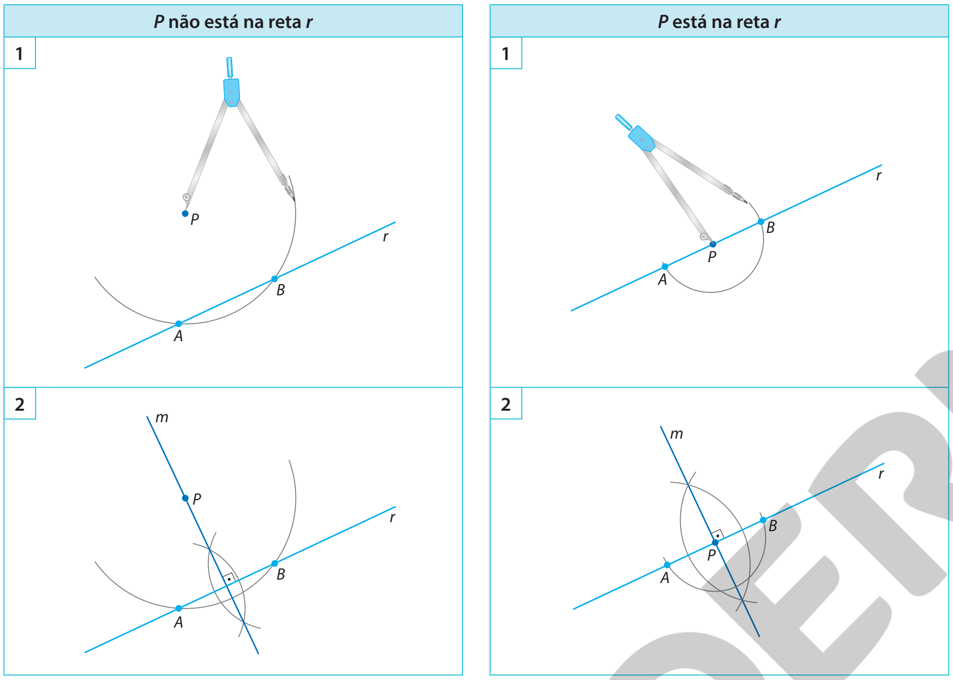
Você vai aprender a traçar retas perpendiculares e paralelas usando régua e compasso.

Retas perpendiculares

Considere uma reta *r* e um ponto *P*, fora da reta ou que pertença a ela. Observe como traçar, usando régua e compasso, uma reta perpendicular a *r* passando por *P*.

1. Com a ponta-seca do compasso em *P*, trace um arco que cruze a reta *r* em dois pontos, *A* e *B*.

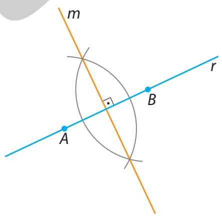
2. Trace a mediatriz *m* de $\overline{AB}$. A reta *m* é perpendicular a $\overline{AB}$ e, portanto, perpendicular a *r*.



Em ambos os casos, pela construção, os pontos *A* e *B* estão à mesma medida de distância de *P*, ou seja: $PA = PB$. Isso garante que *P* pertença à mediatriz *m* de $\overline{AB}$ e, portanto, que *m* seja a reta perpendicular a *r*, passando por *P*.

Observação

Quando queremos traçar uma reta perpendicular à reta *r* sem a condição de passar por um ponto *P* dado, podemos considerar dois pontos quaisquer, *A* e *B*, na reta e traçar a mediatriz de $\overline{AB}$.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Traçando retas perpendiculares e retas paralelas com régua e compasso

Objetivo

- Traçar retas perpendiculares e retas paralelas utilizando régua e compasso.

Orientações

- É esperado que os estudantes já tenham visto como traçar retas paralelas e perpendiculares utilizando régua e esquadro. Agora, eles vão fazer isso utilizando régua e compasso. Antes da leitura das próximas páginas, pergunte se alguém da turma sabe como se constrói uma reta perpendicular ou uma paralela a uma reta dada. Trabalhe este tópico como um jogo, desafiando-os a construir; se algum estudante obtiver êxito, peça a ele que explique aos colegas.
- Neste tópico, a construção da reta perpendicular a uma reta dada é feita usando-se a mediatriz. Pergunte aos estudantes por que $PA = PB$. Eles devem perceber que $PA = PB$ pois *A* e *B* pertencem a um mesmo arco de circunferência com centro em *P*.

• Solicite aos estudantes que construam retas paralelas utilizando régua e compasso. Após terminarem a construção, peça que verifiquem com régua e esquadro se a reta obtida é de fato paralela à reta inicial.

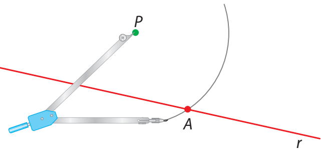
• É importante que todos os estudantes saibam fazer as construções apresentadas com régua e compasso, pois, além de ser motivados para o processo de aprendizagem, eles estarão trabalhando estratégias e tomada de decisões, que futuramente poderão auxiliar na resolução de problemas geométricos.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

Retas paralelas

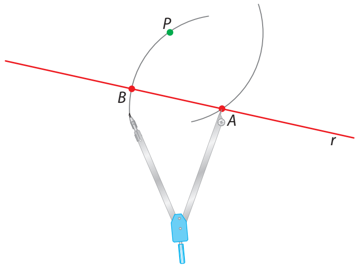
Considere uma reta *r* e um ponto *P* fora dela. Observe um modo de traçar, usando régua e compasso, uma reta paralela a *r* passando por *P*.

1



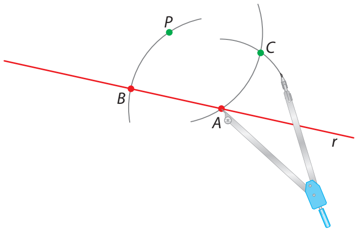
Com a ponta-seca do compasso em *P*, trace um arco que cruze a reta *r*, determinando um ponto *A*.

2



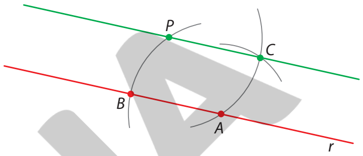
Com a mesma abertura usada no item anterior e a ponta-seca do compasso em *A*, trace um arco que cruze a reta *r* em um ponto *B*.

3



Deixe o compasso com abertura $\overline{BP}$ e, com a ponta-seca em *A*, trace um arco que cruze o primeiro arco traçado (no item 1). No encontro dos dois arcos, marque o ponto *C*.

4



Trace a reta $\overleftrightarrow{PC}$. Essa reta é a paralela à reta *r* passando por *P*.

Quando queremos traçar uma reta paralela à reta *r* sem a condição de passar por um ponto *P* dado, basta considerar um ponto qualquer fora da reta e seguir os passos acima.

Observação

A justificativa para a validade dessa construção será apresentada no Capítulo 4.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Resolva o problema.

- André, Beatriz e Caio moram na rua Retona, cada um em uma casa.
- A rua Retona não tem curva.
- Beatriz mora à mesma medida de distância de André e de Caio.

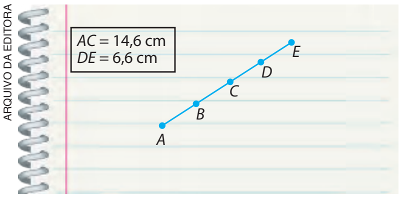
a) Se André, ao sair de casa, caminha 73 m em linha reta por essa rua para chegar à casa de Beatriz, qual é a medida de distância entre as casas de André e de Caio? **1. a)** 146 m

b) Se você representar a rua Retona por uma reta e as casas por pontos, qual delas representará o ponto médio do segmento cujas extremidades serão as outras duas casas? **1. b)** a casa de Beatriz

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

2. Observe a figura que João fez e responda às questões sem medir o comprimento dos segmentos.

ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA



2. a) $BC = 7{,}3$ cm; $AE = 27{,}8$ cm; $CD = 6{,}6$ cm; $BE = 20{,}5$ cm

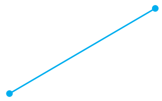
Sabendo que *B* é o ponto médio de $\overline{AC}$ e que *D* é o ponto médio de $\overline{CE}$, determine a medida de comprimento:

a) dos segmentos $\overline{BC}$, $\overline{AE}$, $\overline{CD}$ e $\overline{BE}$;

b) de um segmento $\overline{AF}$, levando em conta que *F* é o ponto médio de $\overline{AE}$; **2. b)** 13,9 cm

c) de um segmento $\overline{AG}$, considerando que *G* é o ponto médio do segmento $\overline{CD}$. **2. c)** 17,9 cm

3. Usando régua não graduada e compasso, trace no caderno um segmento congruente ao segmento a seguir e determine seu ponto médio e sua mediatriz. **3.** Resposta em *Orientações*.



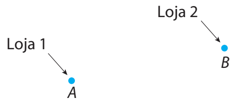
4. Construa no caderno, com régua e compasso, um segmento $\overline{AB}$ de medida 4,5 cm de comprimento, seu ponto médio *M* e o ponto médio *N* do segmento $\overline{MB}$. **4.** Resposta em *Orientações*.

5. No caderno, trace uma reta *s* e um ponto *A* qualquer fora dessa reta. Trace a reta paralela a *s* passando por *A*. **5.** Resposta em *Orientações*.

6. No caderno, trace uma reta *t* e um ponto *B* qualquer fora dessa reta. Trace a reta perpendicular a *t* passando por *B*. **6.** Resposta em *Orientações*.

7. Copie no caderno a alternativa correta.

Gilberto é dono de duas lojas de produtos para animais, representadas abaixo pelos pontos *A* e *B*. **7.** alternativa **c**



Sabendo que Gilberto tem um depósito localizado em um ponto *C* que está à mesma medida de distância das duas lojas (ou seja, $AC = BC$), pode-se afirmar que o depósito está:

a) no ponto médio do segmento $\overline{AB}$.

b) no encontro entre a circunferência de centro em *B* e raio $\overline{AB}$ e a circunferência de centro em *A* e raio $\overline{AB}$.

c) em algum ponto da mediatriz do segmento $\overline{AB}$.

d) em uma perpendicular à reta $\overleftrightarrow{AB}$ passando por *A*.

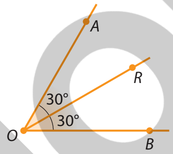
e) em uma perpendicular à reta $\overleftrightarrow{AB}$ passando por *B*.

4 Bissetriz

A **bissetriz** de um ângulo é a semirreta que tem origem no vértice do ângulo e o divide em dois ângulos congruentes.

Exemplo

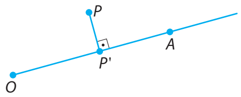
A semirreta $\overrightarrow{OR}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$, pois os ângulos $A\hat{O}R$ e $R\hat{O}B$ são congruentes: a abertura de ambos mede 30°.



A bissetriz de um ângulo pode ainda ser definida como a figura geométrica formada por todos os pontos do plano que estão à mesma medida de distância dos lados desse ângulo.

Observação

A medida de distância entre um ponto e uma semirreta é dada pela medida de comprimento do segmento perpendicular à semirreta que tem um extremo nela e o outro no ponto. Da mesma forma, pode-se determinar a medida de distância entre um ponto e uma reta ou um segmento de reta.



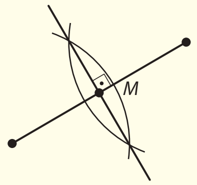
A medida de distância entre *P* e $\overrightarrow{OA}$ é igual à de *PP'*.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

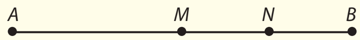
(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.

(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.

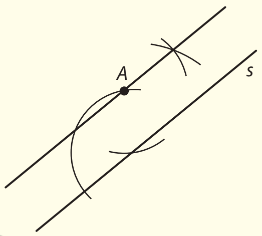
- Resposta da atividade **3**:



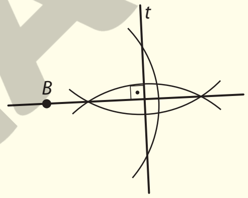
- Resposta da atividade **4**:



- Exemplo de resposta da atividade **5**:



- Exemplo de resposta da atividade **6**:



Bissetriz

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC EF08MA15 e EF08MA17.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF08MA15 e EF08MA17 porque trabalha a construção da bissetriz de um ângulo qualquer e ângulos com aberturas medindo 90°, 60°, 45° e 30° utilizando instrumentos de desenho.

Orientações

- No início do tópico, define-se a bissetriz de um ângulo qualquer. No futuro, esse ente geométrico auxiliará na resolução de muitas atividades da Geometria, como as que trabalham com a bissetriz dos ângulos internos do triângulo.
- Chame a atenção dos estudantes para o fato de a bissetriz de um ângulo ser o lugar geométrico dos pontos do plano que estão à mesma medida de distância dos lados desse ângulo.

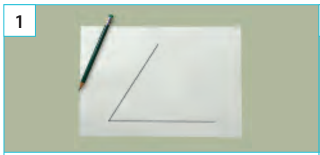
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- No começo desta página, a intenção é que os estudantes compreendam a ideia de bissetriz de um ângulo por meio de dobraduras. Incentive-os a reproduzir o experimento ilustrado.
- Deve-se garantir que, ao traçar um arco de raio com qualquer medida de comprimento, os dois pontos marcados sobre os lados do ângulo estarão à mesma medida de distância do vértice.
- Na seção *Informática e Matemática* da página 69, é proposto aos estudantes que realizem essa construção para verificar experimentalmente sua validade. Caso considere coerente, proponha a atividade com o *software* nesse momento.

Atenção! Cuidado ao usar a tesoura e o compasso.

Vamos recordar a construção da bissetriz de um ângulo por meio de uma dobradura. Em seguida, vamos utilizar um transferidor para fazer essa construção e, depois, aprender como construí-la usando régua e compasso.

Para construir a bissetriz de um ângulo usando dobradura, será necessário ter folha, régua, lápis e tesoura.

1	2	3
		
Desenhe um ângulo na folha de papel.	Recorte a parte do papel em que está desenhado o ângulo e dobre-a ao meio, de maneira que os lados do ângulo coincidam.	Desdobre o papel. O vinco no interior do ângulo representa parte da bissetriz do ângulo.

FOTOS: PAULO MANZI

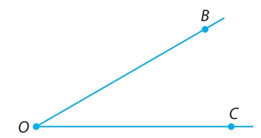
Para fazer

Outro modo de traçar a bissetriz de um ângulo é usando transferidor.

Com o transferidor, desenhe um ângulo com abertura medindo 90° e trace sua bissetriz. A bissetriz dividirá o ângulo em dois ângulos com qual medida de abertura? **Para fazer:** 45°

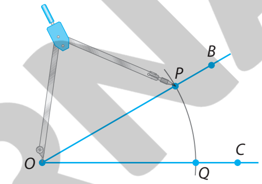
Acompanhe agora a construção da bissetriz de um ângulo com régua e compasso.

1



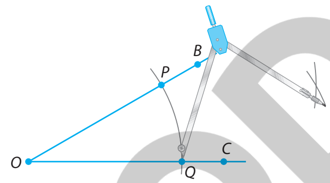
Em uma folha de papel, desenhe um ângulo qualquer $B\hat{O}C$.

2



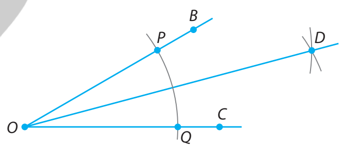
Em seguida, com a ponta-seca do compasso no vértice *O* e uma abertura qualquer, trace um arco, determinando o ponto *P* na semirreta $\overrightarrow{OB}$ e o ponto *Q* na semirreta $\overrightarrow{OC}$.

3



Com a ponta-seca do compasso em *P* e uma abertura qualquer, trace um pequeno arco. Com a mesma abertura, repita o procedimento com a ponta-seca em *Q*.

4



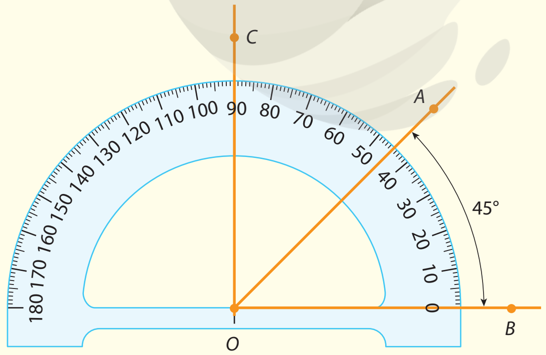
Os arcos traçados interceptam-se no ponto *D*. A semirreta $\overrightarrow{OD}$ é a bissetriz do ângulo $B\hat{O}C$.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Observação

A justificativa para a validade dessa construção será apresentada no Capítulo 3.

- Resolução do boxe *Para fazer*:



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Logo, a bissetriz dividirá o ângulo cuja abertura mede 90° em dois ângulos de abertura medindo 45°.

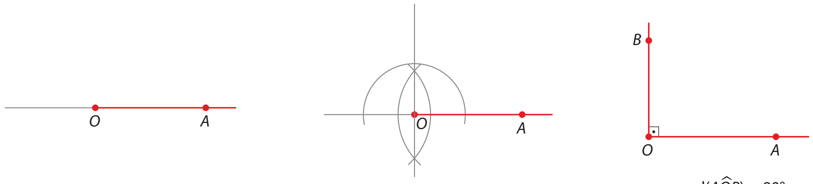
Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

Construção de alguns ângulos usando régua e compasso

Vamos construir, a partir de uma semirreta, alguns ângulos usando régua e compasso.

Ângulo com medida de abertura de 90°

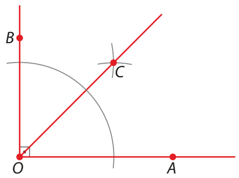
Para construir um ângulo cuja abertura mede 90°, considere a reta $\overleftrightarrow{OA}$ e trace a perpendicular a essa reta passando por *O*. Em seguida, escolha uma das semirretas determinadas nessa perpendicular de origem em *O*.



med($A\hat{O}B$) = 90°

Ângulo com medida de abertura de 45°

Para obter um ângulo cuja abertura mede 45°, construa um ângulo com abertura medindo 90°, trace a bissetriz desse ângulo e considere qualquer ângulo determinado por um dos lados do ângulo inicial e pela bissetriz.

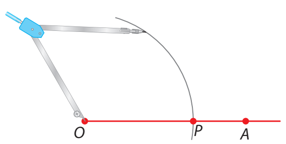


med($A\hat{O}C$) = 45°
med($C\hat{O}B$) = 45°

Ângulo com medida de abertura 60°

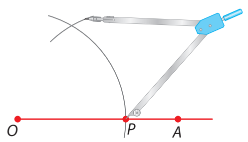
Considere um modo de construir um ângulo cuja abertura mede 60°.

1



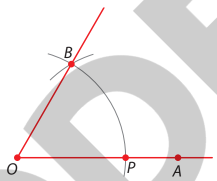
Com a ponta-seca do compasso em *O* e uma abertura qualquer, trace um arco que cruze a semirreta $\overrightarrow{OA}$ em um ponto *P*.

2



Com a mesma abertura usada no item anterior e a ponta-seca do compasso em *P*, trace um arco que cruze o primeiro arco.

3



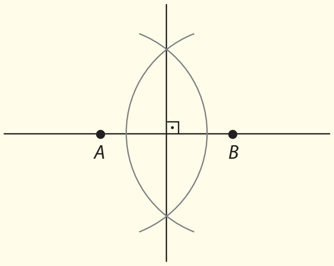
No encontro dos arcos, marque um ponto *B* e trace a semirreta $\overrightarrow{OB}$. A abertura do ângulo $A\hat{O}B$ mede 60°.

Observação

A justificativa para a validade da construção do ângulo cuja abertura mede 60° será apresentada no Capítulo 3.

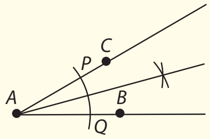
- Nesta página, mostra-se como construir ângulos com aberturas medindo 90°, 45°, 60° e, na próxima página, o ângulo com medida de abertura de 30°, utilizando instrumentos de desenho. Proponha aos estudantes que reproduzam essas construções em seus cadernos. Em atividades que indicam o uso do compasso, alerte a turma sobre o cuidado em seu manuseio, a fim de evitar acidentes.
- Na construção de cada um desses ângulos, os estudantes deverão mobilizar os conceitos e os procedimentos estudados anteriormente. Esse pode ser o momento oportuno de avaliar o que aprenderam.
- Na seção *Informática e Matemática* da página 69, é proposto aos estudantes que realizem essa construção para verificar experimentalmente sua validade. Caso considere coerente, proponha a atividade com o *software* nesse momento.

- Exemplo de resposta da atividade **6**:



Foram formados dois ângulos retos. Espera-se que os estudantes percebam que os passos são os mesmos.

- Exemplo de resposta da atividade **7**:

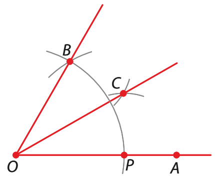


Os estudantes podem ter construído o ângulo por meio da bissetriz de um ângulo cuja abertura mede 30°.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

Ângulo com medida de abertura de 30°

Para obter um ângulo cuja abertura mede 30°, construa um ângulo com abertura medindo 60°, trace a bissetriz desse ângulo e considere um dos ângulos determinados por um dos lados do ângulo inicial e pela bissetriz.

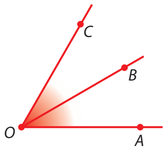


$\text{med}(A\hat{O}C) = 30°$
$\text{med}(C\hat{O}B) = 30°$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Meça as aberturas dos ângulos com transferidor e, depois, responda às questões no caderno.



a) Quanto mede a abertura do ângulo $A\hat{O}B$? E a do ângulo $B\hat{O}C$? **1. a)** 30°; 30°

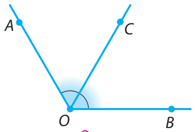
b) Qual é a relação entre os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$?

c) Qual é a relação entre a semirreta $\overrightarrow{OB}$ e o ângulo $A\hat{O}C$? **1. c)** A semirreta é a bissetriz desse ângulo.

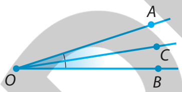
1. b) São congruentes.

2. Descubra a medida de abertura dos ângulos $A\hat{O}C$ e $B\hat{O}C$ em cada caso, sabendo que $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$.

a) $\text{med}(A\hat{O}B) = 120°$

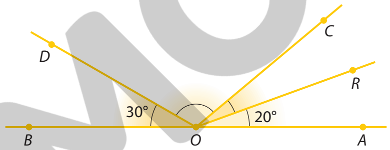


b) $\text{med}(A\hat{O}B) = 18°$



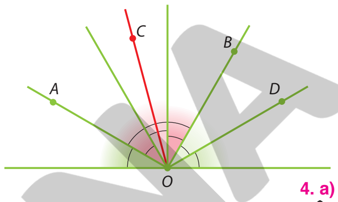
2. a) $\text{med}(A\hat{O}C) = 60°$; $\text{med}(B\hat{O}C) = 60°$;
2. b) $\text{med}(A\hat{O}C) = 9°$; $\text{med}(B\hat{O}C) = 9°$

3. Na figura a seguir, a semirreta $\overrightarrow{OR}$ é a bissetriz do ângulo $A\hat{O}C$ e o ângulo $A\hat{O}B$ é raso. Quanto mede a abertura do ângulo $C\hat{O}D$? **3.** 110°



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

4. O ângulo raso a seguir foi dividido em seis ângulos de mesma medida de abertura, e $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$.



4. a) 45°

a) Quanto mede a abertura do ângulo $A\hat{O}C$?

b) Quanto mede a abertura do ângulo $C\hat{O}D$?

4. b) 75°

5. O lugar do plano formado por todos os pontos que estão à mesma medida de distância de duas semirretas de mesma origem é denominado: **5.** alternativa **c**

a) mediatriz.

b) ponto médio.

c) bissetriz.

d) circunferência.

6. Desenhe um ângulo raso e trace a bissetriz usando régua e compasso. Quais foram os ângulos formados? **6.** Respostas em *Orientações*.

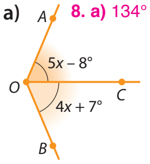
Junte-se a um colega. Comparem a construção que vocês fizeram com a demonstração na página 63 para uma reta perpendicular à outra passando por um ponto pertencente à reta.

7. Desenhe, usando régua e compasso, um ângulo cuja abertura mede 15°. Como você fez para obter esse ângulo? **7.** Resposta em *Orientações*.

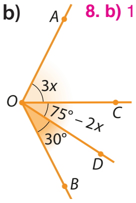
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

8. Calcule a medida de abertura do ângulo $A\hat{O}B$ em cada caso, sabendo que $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$.

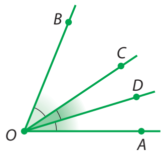
a) **8. a)** 134°



b) **8. b)** 126°

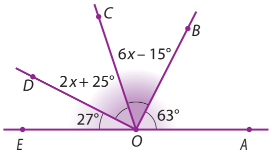


9. Na figura, a abertura do ângulo $A\hat{O}B$ mede 68°, $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$ e $\overrightarrow{OD}$ é bissetriz de $A\hat{O}C$. Determine a medida de abertura do ângulo $D\hat{O}B$.



9. 51°

10. Observe a figura e considere que o ângulo $E\hat{O}A$ é raso.



a) Determine o valor de x, em grau, sabendo que a semirreta $\overrightarrow{OC}$ é bissetriz do ângulo $B\hat{O}D$. **10. a)** 10°

b) Determine a medida de abertura do ângulo $A\hat{O}D$. **10. b)** 153°

11. Gustavo, Mariana, Ricardo, Fernanda e Carmem mediram a abertura de um ângulo $A\hat{O}B$ com o transferidor e afirmaram:

ILUSTRAÇÕES: MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

- Se três deles estão certos, quem está enganado? **11.** Ricardo e Fernanda

Informática e Matemática

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

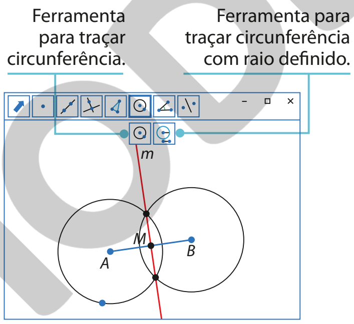
Lugares geométricos

Mediatriz e ponto médio

CONSTRUA

Siga os passos a seguir para construir a mediatriz e o ponto médio de um segmento de reta.

1º) Construa um segmento de reta $\overline{AB}$ em um *software* de Geometria dinâmica.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

Informática e Matemática

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF08MA15 e EF08MA17, da competência geral 5 e das competências específicas 2, 5 e 8 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- A seção favorece o desenvolvimento das habilidades EF08MA15 e EF08MA17 da BNCC porque trabalha a construção de mediatriz, bissetriz e ângulo cuja abertura mede 60° utilizando um *software* de Geometria dinâmica.

Orientações

- Se achar conveniente, mostre aos estudantes outro modo de construir a mediatriz e o ponto médio. Essa construção também será útil caso o *software* utilizado não tenha a ferramenta de construir uma circunferência com raio com medida de comprimento definida.

1º) Construa um segmento de reta $\overline{AB}$.

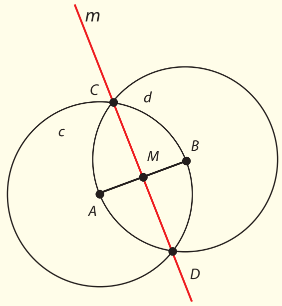
2º) Trace uma circunferência c, de centro em A, passando por B.

3º) Trace uma circunferência d, de centro em B, passando por A.

4º) Marque os pontos C e D, intersecções das circunferências c e d.

5º) Trace a reta mediatriz m passando pelos pontos C e D.

6º) Marque o ponto médio M, intersecção da reta m com o segmento de reta $\overline{AB}$.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.

(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.

Competência geral 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Competência específica 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Competência específica 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Competência específica 8: Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

• Em *Investigue*, os estudantes terão a oportunidade de verificar experimentalmente que mediatriz de um segmento é o lugar geométrico dos pontos do plano que estão à mesma medida de distância de seus extremos. Essa utilização da tecnologia digital para produzir conhecimento favorece o desenvolvimento da competência geral 5 e da competência específica 2 da BNCC.

• Se achar conveniente, mostre aos estudantes outro modo de construir a bissetriz de um ângulo qualquer.

1º) Dado um ângulo $B\hat{O}C$ qualquer, trace uma circunferência *c* de centro em *O* e raio qualquer.

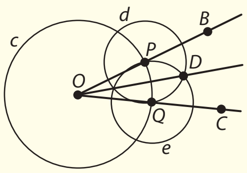
2º) Marque os pontos *P* em $\overrightarrow{OB}$ e *Q* em $\overrightarrow{OC}$, intersecções dessas semirretas com a circunferência *c*.

3º) Trace uma circunferência *d* de centro em *P*, passando por *Q*.

4º) Trace uma circunferência *e* de centro em *Q*, passando por *P*.

5º) Marque o ponto *D*, uma das intersecções entre as circunferências *d* e *e*.

6º) Trace a semirreta $\overrightarrow{OD}$ que é a bissetriz do ângulo $B\hat{O}C$.



ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

▶ **Informática e Matemática**

2º) Seguindo os procedimentos para a construção da mediatriz e do ponto médio com régua e compasso da página 62, construa a mediatriz *m* e o ponto médio *M* do segmento $\overline{AB}$ usando o *software*.

Em vez do compasso, no *software* de Geometria dinâmica usamos a ferramenta para traçar circunferências (quando, no traçado do arco, o compasso pode ter qualquer abertura) ou a ferramenta para traçar circunferência com raio definido (quando, no traçado do arco, o compasso tem a mesma abertura usada anteriormente ou a abertura determinada pela medida de comprimento de algum segmento).

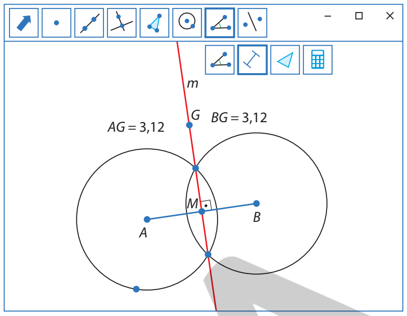
INVESTIGUE

Faça o que se pede usando as ferramentas do *software*.

a) Meça o comprimento dos segmentos de reta $\overline{AM}$ e $\overline{MB}$ e a abertura do ângulo formado entre *m* e o segmento $\overline{AB}$. Depois, movimente a construção geométrica por meio dos pontos móveis (*A* e *B*). Que relação você pôde observar entre as medidas obtidas?

b) Ao realizar no *software* a construção apresentada no livro, você verificou que *M* é, de fato, o ponto médio de $\overline{AB}$ e que *m* é sua mediatriz?

c) Marque um ponto *G* qualquer sobre a reta *m* e meça os comprimentos dos segmentos $\overline{AG}$ e $\overline{BG}$. O que você percebeu em relação às medidas realizadas? O que aconteceu quando você movimentou o ponto *G* ao longo da reta?



Investigue: a) Espera-se que os estudantes respondam que observaram que as medidas de comprimento dos segmentos $\overline{AM}$ e $\overline{MB}$ são iguais e que a medida de abertura do ângulo formado entre *m* e $\overline{AB}$ é 90°.
b) Espera-se que os estudantes respondam "sim".
c) Espera-se que os estudantes percebam que $AG = BG$. Mesmo movimentando o ponto *G* sobre a reta *m*, a relação se mantém.

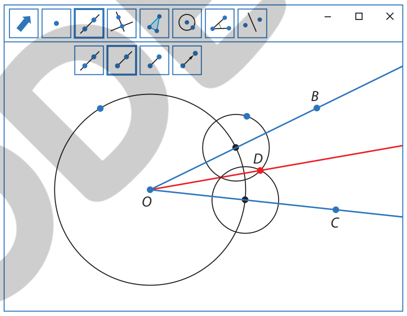
Bissetriz

CONSTRUA

Siga os passos a seguir para construir a bissetriz de um ângulo.

1º) Construa um ângulo $B\hat{O}C$ qualquer. Para isso, trace duas semirretas de mesma origem *O*, $\overrightarrow{OB}$ e $\overrightarrow{OC}$.

2º) Seguindo os procedimentos para a construção da bissetriz de um ângulo com régua e compasso da página 66, construa a bissetriz $\overrightarrow{OD}$ do ângulo $B\hat{O}C$.

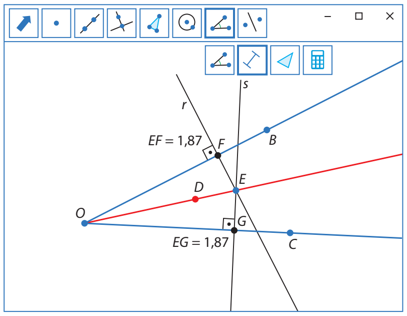


ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Alguns *softwares* apresentam uma ferramenta para esconder construções. É interessante utilizar esse recurso e esconder alguns traçados, permitindo melhor visualização nas investigações.

INVESTIGUE

Faça o que se pede usando as ferramentas do *software*.



a) Meça as aberturas dos ângulos $D\hat{O}B$ e $C\hat{O}D$. Qual é a relação entre essas medidas? Movimente os pontos móveis da construção para verificar se a relação se mantém. **Investigue: a)** Os ângulos $D\hat{O}B$ e $C\hat{O}D$ têm abertura de mesma medida.

b) Ao realizar no *software* a construção apresentada no livro, você pôde verificar que $\overrightarrow{OD}$ é, de fato, a bissetriz do ângulo $B\hat{O}C$? **b)** Espera-se que os estudantes respondam "sim".

c) Marque um ponto *E* qualquer na semirreta $\overrightarrow{OD}$. Trace uma reta *r*, perpendicular a $\overrightarrow{OB}$, passando por *E*, e uma reta *s*, perpendicular a $\overrightarrow{OC}$, passando por *E*. Depois, marque *F* e *G*, intersecções das perpendiculares com os lados do ângulo.

- Meça os comprimentos dos segmentos $\overline{EG}$ e $\overline{EF}$. O que essas medidas representam?
- Movimente o ponto *E* sobre a semirreta $\overrightarrow{OD}$. Que relação você observa entre as medidas realizadas?

Para explorar

Construa, no *software* de Geometria dinâmica, um ângulo cuja abertura mede 90°, um com abertura de medida 45° e um cuja abertura mede 30°. Explore as ferramentas do *software* e analise se há formas de construir esses ângulos diferentes das que vimos.

- Converse com um colega e verifique se vocês fizeram as construções da mesma maneira. Caso tenham feito de maneiras diferentes, expliquem um ao outro como cada um fez. **Para explorar:** Resposta e comentários em *Orientações*.

Ângulo com medida de abertura de 60°

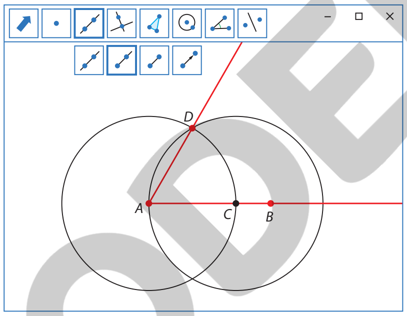
Investigue: c) Representam as medidas de distância entre o ponto *E* e a semirreta $\overrightarrow{OB}$ e entre *E* e a semirreta $\overrightarrow{OC}$, respectivamente.Espera-se que os estudantes percebam que $EF = EG$, ou seja, as medidas de distância entre *E* e cada lado do ângulo são iguais.

CONSTRUA

Siga os passos a seguir para construir um ângulo cuja abertura mede 60°.

1º) Construa uma semirreta $\overrightarrow{AB}$.

2º) Seguindo os procedimentos para a construção de um ângulo de abertura medindo 60° com régua e compasso da página 67, construa o ângulo $B\hat{A}D$.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

INVESTIGUE

Faça o que se pede usando as ferramentas do *software*.

- Meça a abertura do ângulo $B\hat{A}D$ e movimente os pontos móveis da construção. Ao realizar no *software* a construção apresentada no livro, você verificou que a abertura do ângulo $B\hat{A}D$ mede realmente 60°? **Investigue:** Espera-se que os estudantes respondam "sim".

- No item **a** de *Investigue* desta página, os estudantes terão a oportunidade de verificar experimentalmente que a bissetriz de um ângulo qualquer é o lugar geométrico dos pontos do plano que estão à mesma medida de distância dos lados desse ângulo.
- No boxe *Para explorar*, os estudantes são incentivados a pensar sobre modos de construir ângulos com aberturas de outras medidas, como 90°, 45° e 30°. Espera-se que eles percebam que os *softwares* de Geometria dinâmica apresentam ferramentas que facilitam essas construções; alguns, por exemplo, têm a ferramenta para construir ângulo com medida de abertura dada, para traçar a bissetriz, para construir a perpendicular etc. Caso os estudantes tenham dificuldades, após a troca de ideias em duplas, peça a alguns deles que exponham para a turma as ferramentas que utilizaram. Incentive-os a interagir com seus pares de forma cooperativa, buscando identificar aspectos consensuais ou não na discussão, que deve estar pautada nos conceitos e procedimentos estudados até então. Dessa forma, a competência específica 8 da BNCC tem seu desenvolvimento favorecido.

Objetivos

- Ler e interpretar gráficos de linha.
- Favorecer o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Saúde**, da macroárea **Saúde**.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA23 e da competência específica 4 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- O estudo desta seção contribui para o desenvolvimento da habilidade EF08MA23 da BNCC, pois os estudantes vão ler e interpretar gráficos de linha.

Orientações

- Os gráficos de linha são frequentemente usados para a apresentação de dados que variam ao longo de determinado período de tempo ou para identificar tendências de acréscimo ou decréscimo dos dados apresentados. Sua aparência deve permitir ao leitor a verificação de intervalos de crescimento, de decréscimo ou de constância da variável representada.
- Ao trabalhar o boxe *Para fazer*, espera-se que os estudantes percebam que eventos desse nível contribuem para o aumento dos gastos de turistas estrangeiros no Brasil.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Leitura e interpretação de gráficos de linha

Observe, no gráfico de linha a seguir, a receita cambial turística do Brasil de 2010 a 2020.

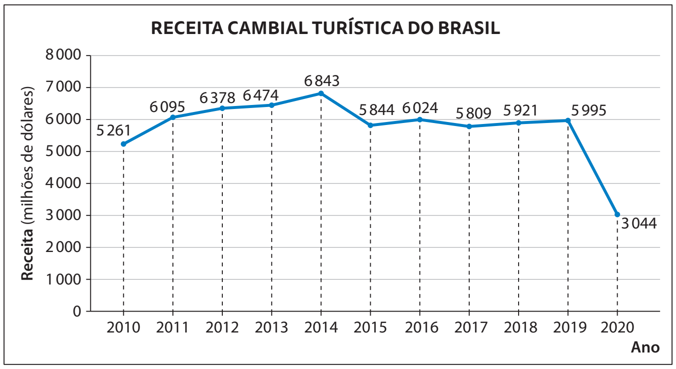
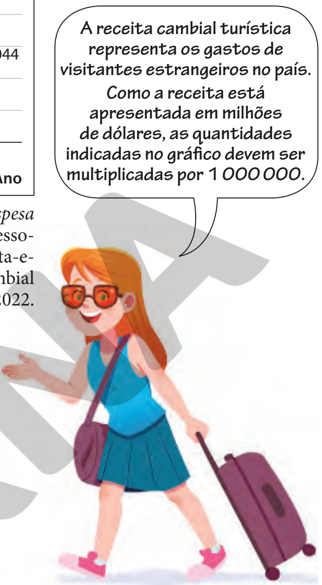


ILUSTRAÇÃO: ERICSSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: BRASIL. Ministério do Turismo. *Receita e Despesa Cambial Turística no Brasil*. Disponível em: https://www.gov.br/turismo/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/observatorio/estatisticas-e-indicadores/receita-e-despesa-cambial-turistica-no-brasil-1/DIVULGAO2ReceitaeDespesaTursticaCambialSrieHistricaAnoMs1990Abr2022.xlsx. Acesso em: 15 jul. 2022.



MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

- ▶ Qual foi a receita cambial turística do Brasil em 2011?
- ▶ Em que ano do período considerado a receita cambial turística do Brasil foi menor? E maior?
- ▶ Em que anos houve queda na receita em relação ao ano anterior?

Para responder a essas questões, devemos observar as informações indicadas no gráfico. Na linha horizontal, temos os anos; na linha vertical, temos a receita cambial.

Associando as informações dessas duas linhas, verificamos que, em 2011, a receita foi de 6095 milhões de dólares, ou seja, 6095 000 000 de dólares.

A receita foi menor no ano representado pelo ponto mais baixo do gráfico, ou seja, em 2020, e maior no ano representado pelo ponto mais alto do gráfico, ou seja, em 2014.

Os anos que apresentaram queda na receita em relação ao ano anterior foram: 2015, 2017 e 2020. Como, pelo gráfico, não está indicada a receita cambial turística em 2009, não é possível saber se em 2010 houve queda ou aumento na receita em relação ao ano anterior.

Observe que, mesmo que os valores não estivessem expressos em cada ponto do gráfico, poderíamos responder às duas últimas questões apenas observando a localização aproximada dos pontos e a inclinação das linhas que compõem o gráfico.

Para fazer

Pergunte a seus familiares ou pesquise na internet o grande evento internacional que ocorreu no Brasil em 2014. Você acha que esse evento contribuiu para que os gastos de turistas estrangeiros no Brasil nesse ano fossem maiores que nos outros anos representados no gráfico? **Para fazer:** Copa do Mundo de Futebol; resposta pessoal

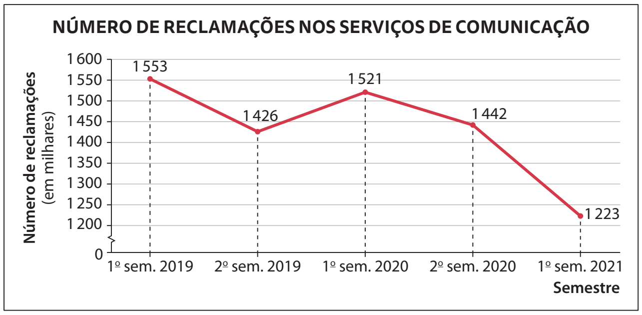
(EF08MA23) Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.

Competência específica 4: Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe o número de reclamações nos serviços de telefonia, internet e TV por assinatura no Brasil.



Dados obtidos em: BRASIL. Ministério da Comunicação. Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel). *Relatório Semestral de Reclamações 1º – 2021*. Elaborado por: CALDAS, Gabriel Bahia; MARCOMINI, Adriano Cortez, Brasília, jul. 2021. Disponível em: https://sistemas.anatel.gov.br/anexar-api/publico/anexos/download/42a4e995c27217df60269e481476e7fc. Acesso em: 9 fev. 2022.

Observação

Na linha vertical do gráfico, o símbolo ⌇ indica que, no trecho de zero a 1 200, a escala adotada (de 50 em 50) não foi obedecida.

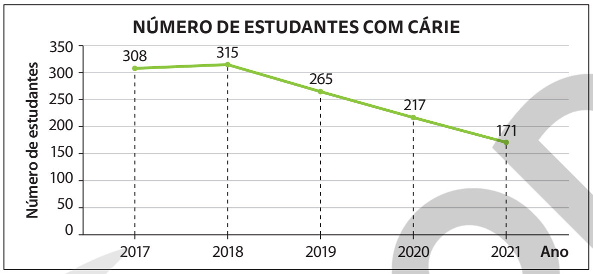
a) A que assunto o gráfico se refere? **1. a)** Ao número de reclamações nos serviços de comunicação no Brasil.

b) O gráfico apresenta dados referentes a qual período? **1. b)** Do 1º semestre de 2019 ao 1º semestre de 2021.

c) Quantas reclamações foram realizadas em 2020? **1. c)** 2 963 000

d) Do 1º semestre de 2019 ao 1º semestre de 2021, a quantidade de reclamações nos serviços de comunicação aumentou ou diminuiu? **1. d)** diminuiu

2. A escola Alegria de Viver implantou um programa de prevenção de cáries. Para analisar o resultado desse programa, a cada ano a escola faz a contagem do número de estudantes com cárie. Observe o gráfico construído com base nas contagens feitas de 2017 a 2021.



Dados obtidos pela escola Alegria de Viver no final de 2021.

2. a) Não, pois de 2017 a 2018 houve um aumento nesse número.

a) Podemos dizer que o número de estudantes com cárie decresceu em todo o período?

b) No período apresentado, em qual ano houve mais estudantes com cárie? **2. b)** em 2018

c) Em qual ano havia exatamente 217 estudantes com cárie nessa escola? **2. c)** em 2020

d) O que aconteceu com o número de estudantes com cárie de 2018 a 2021? **2. d)** decresceu

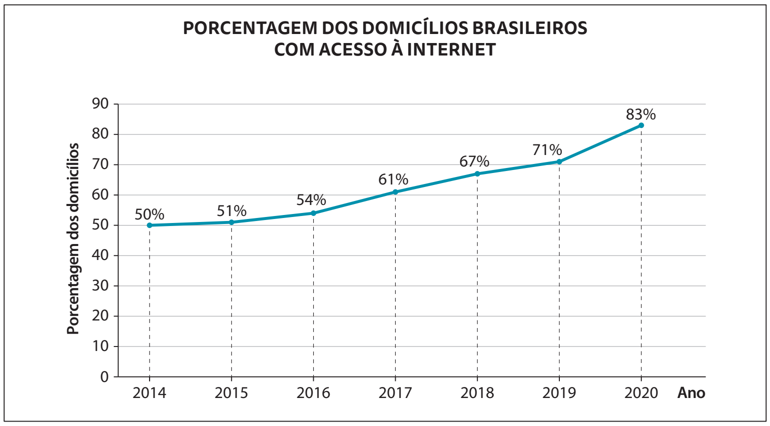
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Com base em dados reais e atualizados, os estudantes serão desafiados a interpretar diferentes gráficos de linha. As atividades propostas servem não apenas para que pensem matematicamente, mas também para que reflitam a respeito de alguns assuntos da atualidade. Nesse âmbito, as atividades favorecem o desenvolvimento da competência específica 4 da BNCC.
- Na atividade **1**, chame a atenção dos estudantes para o fato de que a quantidade de reclamações está representada em milhares e, por isso, a quantidade indicada no gráfico, em cada semestre, deve ser multiplicada por 1000.
- A atividade **2** possibilita desenvolver o Tema Contemporâneo Transversal **Saúde**, da macroárea **Saúde**, ao tratar de um assunto relacionado à higiene bucal. Reforce aos estudantes que uma forma de prevenir as caries é escovar os dentes após as refeições, ao acordar e ao dormir, além de usar fio dental. É possível conversar com um profissional da área (que atenda na escola ou em algum posto de saúde próximo) que oriente os estudantes sobre como devem realizar as escovações e se prevenir de outras doenças relacionadas à falta de higiene bucal.

- Se julgar oportuno, amplie a proposta dessas atividades e peça aos estudantes que pesquisem, em jornais, revistas e internet, gráficos desse tipo e os levem para a sala de aula a fim de discutir com os colegas o que eles representam.
- A atividade **4** possibilita desenvolver o Tema Contemporâneo Transversal **Saúde**, da macroárea **Saúde**, ao tratar de um assunto relacionado à pandemia iniciada em 2019. Cabe destacar que a análise dos dados foi de extrema importância para as tomadas de decisões nos dois primeiros anos da pandemia, como a quantidade de casos acumulados, de casos novos, de óbitos, de pessoas vacinadas, de doses de vacinas aplicadas, a ocupação de leitos em hospitais etc. Com isso, gráficos como o apresentado na atividade eram veiculados pela mídia para manter a população informada e com dados atualizados.

Estatística e Probabilidade

3. Observe o gráfico a seguir.



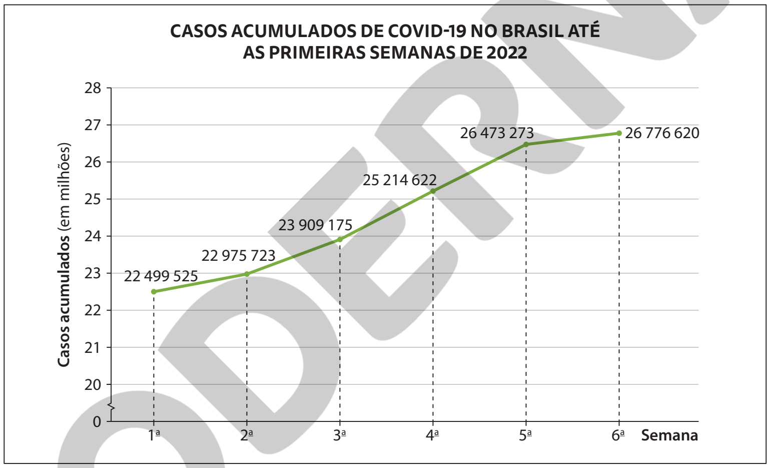
Dados obtidos em: CENTRO Regional de Estudos para o Desenvolvimento da Sociedade da Informação (Cetic.br). *TIC Domicílios 2020*: lançamento dos resultados. Disponível em: https://cetic.br/media/analises/tic_domicilios_2020_coletiva_imprensa.pdf. Acesso em: 12 fev. 2022.

3. a) A porcentagem de domicílios com acesso à internet aumentou a cada ano.

a) O que ocorreu com a porcentagem de domicílios com acesso à internet de 2014 a 2020?

b) Considerando o período apresentado no gráfico, em que ano(s) mais da metade dos domicílios tinha acesso à internet? **3. b)** de 2015 a 2020

4. Observe o gráfico sobre casos de Covid-19 no Brasil.



Dados obtidos em: BRASIL. Ministério da Saúde. *Painel Coronavírus*, c.2022. Disponível em: https://covid.saude.gov.br/. Acesso em: 9 fev. 2022.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Da 4ª para a 5ª semana de 2022, quantos novos casos de Covid-19 foram registrados? **4. a)** 1 258 651 casos

b) Entre quais semanas de 2022 os casos acumulados de Covid-19 atingiram a marca de 24 milhões?

c) Considerando as próximas semanas, é possível que em algum momento o gráfico indique queda em relação à semana anterior? Justifique. **4. c)** Não é possível, pois são valores acumulados, ou seja, o número pode permanecer o mesmo ou aumentar.

4. b) Entre a terceira e a quarta semana.

Educação Financeira

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Mensagens e mais mensagens!

Hoje em dia, é comum recebermos mensagens no celular e por *e-mail* não apenas de pessoas conhecidas, mas também de lojas e empresas anunciando promoções.

ILUSTRAÇÕES: ROBERTO ZOELLNER/ARQUIVO DA EDITORA

O que você faria? **O que você faria:** Respostas em *Orientações*.

Imagine-se no lugar de quem recebeu cada uma das mensagens e escolha entre as opções a seguir o pensamento que mais combina com você. Se nenhum deles for adequado, escreva sua opção.

1ª mensagem

a) Não vale a pena ir até a loja porque o brinde deve ser algo bem sem graça. Além disso, vou ter de gastar tempo e dinheiro para ir até lá.

b) Essa loja é bem perto de casa. Não custa nada passar lá e ver se a promoção vale mesmo a pena.

c) Não estou precisando de roupa de inverno. O que vou fazer lá?

2ª mensagem

a) Já recebi uma mensagem como essa e fui até a loja. Comprei um produto de R$ 120,00 e, para inteirar os R$ 150,00, acabei comprando mais um produto. Depois, nem voltei à loja para usar o bônus.

b) Vou hoje até a loja! Eu adoro ganhar esses bônus e sempre os uso depois.

c) Nessa loja só tem produtos legais! Vou até lá com o dinheiro que recebi de presente de aniversário do meu avô.

Competência geral 7: Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência específica 4: Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

Educação Financeira

Objetivos

- Refletir sobre o uso consciente de recursos financeiros.
- Favorecer o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira**, da macroárea **Economia**.
- Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 7 e 9 e da competência específica 4 da BNCC.

Orientações

- As novas tecnologias abriram um leque de possibilidades de comunicação, e os jovens são atualmente o principal alvo das campanhas publicitárias dessa área. A leitura das mensagens e as discussões que se desenvolverão a partir dela podem auxiliar os estudantes a distinguir "oportunidades" de "estratagemas", assim como refletir sobre seus gastos e identificar que uma mesma situação pode ser interessante para uma pessoa, mas não para outra.
- O trabalho com esta seção possibilita desenvolver o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira**, da macroárea **Economia**, ao abordar a publicidade veiculada em meio eletrônico para atrair o consumidor a realizar compras. A análise das situações apresentadas leva a uma reflexão sobre as vantagens e desvantagens de realizar as compras por meio de propagandas nesses meios, que envolvem uma série de fatores e particularidades para cada pessoa. É importante os estudantes entenderem que nem sempre vale a pena comprar pensando apenas no bom desconto. Afinal, antes de o consumidor considerar o desconto de um produto ou serviço, deve avaliar se precisa dele.
- A intenção em *O que você faria?* não é determinar qual opção é a correta e descartar as demais, visto que não existe apenas uma opção certa. Ela depende muito de cada pessoa e de cada situação. O objetivo é que os estudantes reflitam sobre as possíveis consequências de suas escolhas, mesmo que elas envolvam quantias pequenas (como o custo de uma mensagem). Em outras palavras, mesmo que os gastos pareçam insignificantes, é fundamental controlar a impulsividade para não embarcar em todas as propagandas a que somos expostos.
- Incentive os estudantes a justificar suas escolhas em cada um dos casos em discussão.

• Em *Calcule*, nos itens **a**, **b** e **c**, dê um tempo aos estudantes para que pesquisem o preço dos serviços de telefonia, uma vez que os valores podem variar muito, dependendo da época, do plano e da operadora. No item **d**, peça que escolham uma loja já conhecida por eles para simular as situações.

• Com os cálculos realizados, a turma poderá avaliar se é vantajoso ou não aproveitar as promoções. Essa atitude também é válida no dia a dia, quando nos deparamos com diversas promoções.

• Em *Reflita*, os estudantes são estimulados a perceber que, mesmo em situações simples e corriqueiras, podemos ser conduzidos a consumir além da necessidade. É importante mostrar, porém, que há também situações em que uma promoção pode ser muito vantajosa. O questionamento "Vocês pensam da mesma maneira ou de maneiras diferentes?" favorece o pensamento com flexibilidade, uma vez que os estudantes precisarão imaginar e considerar outros caminhos possíveis para uma mesma situação.

3ª mensagem

a) Vou mudar de plano o mais rápido possível para poder usar a internet no celular.

b) Será que esse plano é muito caro? Vou pesquisar melhor.

c) Que legal! Vou testar durante um mês e, se não gostar, cancelo o serviço depois.

4ª mensagem

a) Eu adoro essa série! Quero ganhar tudo o que tiver sobre ela! Vou mandar a mensagem agora!

b) Eu mandaria a mensagem se tivesse certeza de que iria ganhar o chaveiro, mas é sorteio.

c) Já participei de sorteios desse tipo e só desperdicei os créditos do meu celular; nunca ganhei nada.

Calcule

Calcule: Respostas e comentários em *Orientações.*

Geralmente, não pensamos que podemos ter gastos ao participar de promoções. Responda às questões a seguir para ter uma ideia de valores e avaliar se é vantajoso aproveitá-las.

a) Se você responder à 4ª mensagem, terá de pagar algo?

b) Você sabe quanto custa cada serviço oferecido por uma operadora de telefonia celular? Se não souber, faça uma pesquisa para descobrir. Depois, organize os dados em uma tabela e calcule os gastos com um ou mais serviços anualmente.

c) Caso você tenha celular, existem serviços que são cobrados e você não os utiliza? Quais são os gastos com esses serviços durante um ano?

d) Qual seria o tempo gasto e o custo para se deslocar até uma loja que está oferecendo descontos?

Reflita

Reflita: Comentários em *Orientações.*

Forme um grupo com alguns colegas para conversar sobre situações como as apresentadas nos quadrinhos da página anterior. Procurem debater alguns aspectos, orientando-se pelas perguntas a seguir.

a) Como cada um se posicionou em relação às situações? Vocês pensam da mesma maneira ou de formas diferentes?

b) Que mensagens vocês ou pessoas de sua família costumam receber pelo celular ou por *e-mail*? Elas são úteis? Vocês aproveitam as promoções?

c) Vocês já pararam para pensar no tempo e no dinheiro gastos na leitura e na resposta dessas mensagens?

d) Vocês acham que a loja que enviou a primeira mensagem oferece 70% de desconto em todas as peças de inverno?

e) Uma pessoa que não está precisando do produto em oferta deve ir à loja para verificar a promoção? Se ela de fato estiver precisando, vale a pena conferir?

f) Vocês sabiam que, em geral, é trabalhoso cancelar assinaturas de serviços?

g) Vocês sabiam que muitas promoções, como bônus de desconto, têm validade limitada?

h) Se tivessem de dar um conselho sobre esse tema a um amigo, o que vocês diriam?

DOUGLAS FRANCHIN/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Quatro pontos distintos (*A*, *B*, *C* e *D*) estão, nessa ordem, dispostos na reta *r*. **1.** 13,18 mm e 63,5 mm

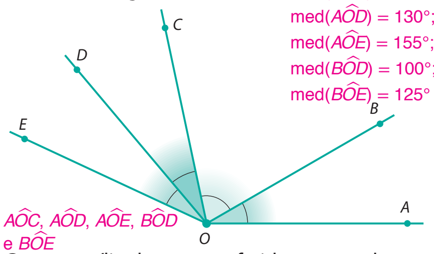
Sabendo que $AC = 50{,}32$ mm, $BC = 33{,}73$ mm e $BD = 46{,}91$ mm, responda: qual é a medida de comprimento dos segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$?

2. Desenhe, no caderno, os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, tais que $AB = 5{,}5$ cm e $CD = 6{,}9$ cm.

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

- Em seguida, com régua e compasso, determine o ponto médio desses segmentos. Lembre-se: use o compasso com cuidado.
  2. Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

3. Observe os ângulos abaixo. **3. b)** med($A\hat{O}C$) = 102°; med($A\hat{O}D$) = 130°; med($A\hat{O}E$) = 155°; med($B\hat{O}D$) = 100°; med($B\hat{O}E$) = 125°



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

3. a) $A\hat{O}C$, $A\hat{O}D$, $A\hat{O}E$, $B\hat{O}D$ e $B\hat{O}E$

Com o auxílio de um transferidor, responda:

a) Quais são os ângulos obtusos?

b) Quanto mede a abertura de cada um desses ângulos obtusos?

4. Classifique cada afirmação em verdadeira ou falsa.

a) Um ângulo cuja abertura mede 29° é obtuso.

b) A abertura de qualquer ângulo agudo é menor que a de um ângulo reto.

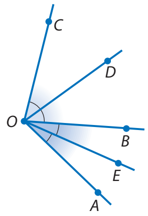
c) Um ângulo raso é maior que um ângulo agudo.

d) A abertura de qualquer ângulo obtuso é maior que 85°.

4. a) falsa | **4. c)** verdadeira
4. b) verdadeira | **4. d)** verdadeira

5. Paula desenhou quatro ângulos: um agudo, um obtuso, um reto e um raso. A medida de abertura do ângulo agudo é um terço da medida de abertura do ângulo reto. A medida de abertura do ângulo obtuso é o quíntuplo da medida de abertura do ângulo agudo. Quanto mede a abertura do ângulo obtido pela bissetriz do ângulo obtuso? **5.** 75°

6. Na figura abaixo, sabe-se que med($A\hat{O}B$) = 40° e med($B\hat{O}C$) = 80°.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

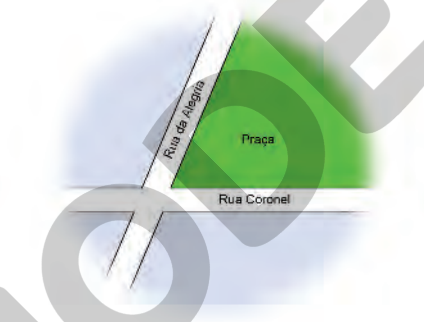
6. a) 120°

a) Quanto mede a abertura do ângulo $A\hat{O}C$?

b) Se $\overrightarrow{OD}$ é bissetriz de $B\hat{O}C$ e $\overrightarrow{OE}$ é bissetriz de $A\hat{O}B$, quanto mede a abertura de $D\hat{O}E$? **6. b)** 60°

c) Quanto deveria medir a abertura do ângulo $A\hat{O}C$ para que a abertura do ângulo formado pelas bissetrizes $\overrightarrow{OD}$ e $\overrightarrow{OE}$ medisse 70°? **6. c)** 140°

7. A praça representada na ilustração a seguir fica na esquina entre a Rua da Alegria e a Rua Coronel. Deseja-se instalar um monumento nessa praça que fique à mesma medida de distância das duas ruas.



MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

- Descreva no caderno um possível local para a instalação do monumento e responda: há somente uma possibilidade para a escolha desse local? **7.** Espera-se que os estudantes percebam que o monumento deve ser instalado em qualquer ponto da bissetriz do ângulo formado pelas ruas e que seja interno à região determinada pela praça; portanto, esse local não é único.

(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA17 da BNCC.

Habilidade da BNCC

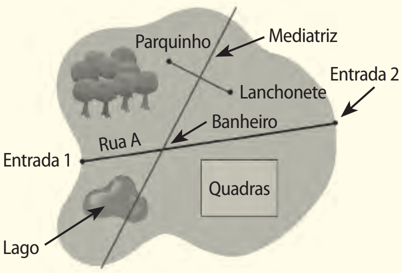
- As atividades desta seção contribuem para o desenvolvimento da habilidade EF08MA17 da BNCC, pois os estudantes vão aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.

Orientações

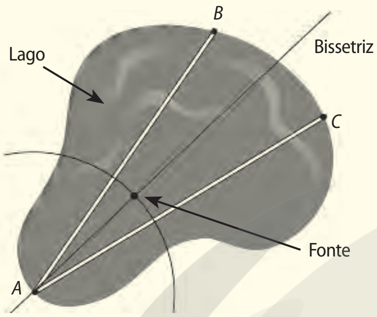
- Na atividade **7**, os estudantes vão aplicar o conceito de bissetriz como lugar geométrico para resolver um problema: a construção de um monumento que fique à mesma medida de distância de duas ruas.

• Na atividade **8**, os estudantes deverão aplicar o conceito de mediatriz como lugar geométrico para resolver um problema: representar a localização de um banheiro em uma rua de modo que esteja à mesma medida de distância de dois pontos fixos (parquinho e lanchonete). Espera-se que os estudantes percebam que o banheiro deve estar na intersecção do segmento de reta que representa a rua A com a mediatriz do segmento cujas extremidades são os pontos que correspondem à localização da lanchonete e do parquinho.

• Resposta do item **b** da atividade **8**:



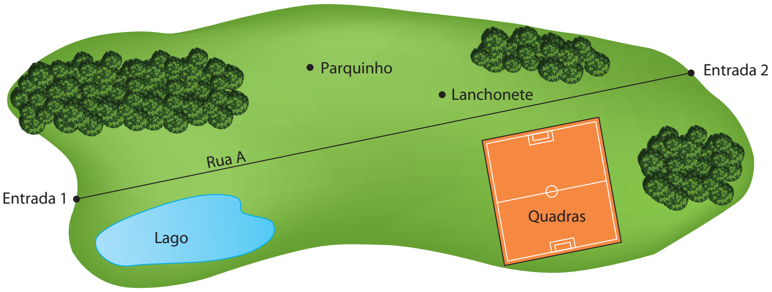
• Na atividade **9**, os estudantes vão aplicar os conceitos de circunferência e bissetriz como lugares geométricos para resolver um problema: representar a localização de uma fonte. Espera-se que eles percebam que a fonte deve estar na intersecção da bissetriz do ângulo $B\hat{A}C$ com a circunferência de centro A e raio de medida de comprimento igual à do segmento $\overline{BC}$, ou seja, alternativa **d**.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades de revisão

8. A figura a seguir representa um projeto para a construção de um parque.



Deseja-se inserir nesse projeto um ponto para representar a localização de um banheiro que fique na Rua A e que esteja à mesma medida de distância do parquinho e da lanchonete.

a) Converse com um colega sobre como é possível determinar esse ponto.

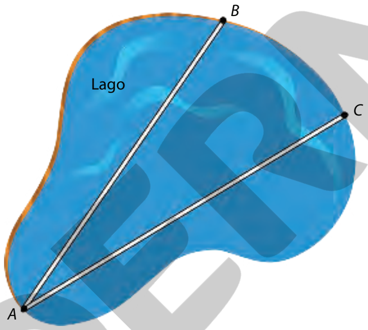
b) Em uma folha, copiem, da figura acima, os pontos que representam o parquinho e a lanchonete e o segmento que representa a Rua A. Usando régua e compasso, encontrem o ponto que representa a localização do banheiro. **8. b)** Resposta em *Orientações*.

8. a) Espera-se que os estudantes percebam que o ponto deve estar na mediatriz do segmento com extremos na lanchonete e no parquinho e que pertença ao segmento que representa a Rua A.

9. A figura a seguir representa a vista aérea de um lago e das duas passarelas que o cruzam, $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$.

Deseja-se construir uma fonte nesse lago atendendo às seguintes condições:

- a fonte deve estar à mesma medida de distância das duas passarelas;
- a medida de distância entre a fonte e o ponto A deve ser igual à medida de distância entre B e C.



ILUSTRAÇÕES: MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

Indique, no caderno, a alternativa correta. Para atender às condições, a fonte deverá ficar:

a) no ponto de encontro entre a mediatriz do segmento $\overline{BC}$ e a bissetriz do ângulo $B\hat{A}C$.

b) no ponto de encontro entre a circunferência de centro B e raio medindo BC de comprimento e a bissetriz do ângulo $B\hat{A}C$.

c) no ponto de encontro entre a circunferência de centro A e raio medindo BC de comprimento e a mediatriz do segmento $\overline{BC}$.

d) no ponto de encontro entre a circunferência de centro A e raio medindo BC de comprimento e a bissetriz do ângulo $B\hat{A}C$.

e) no ponto médio do segmento $\overline{BC}$.

- Agora, reproduza a figura em uma folha e determine, usando régua e compasso, a localização da fonte de acordo com a alternativa que você escolheu. **9.** Resposta em *Orientações*.

78

• Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com “sim”, “às vezes” ou “não”.

Eu...

... sei construir a mediatriz de um segmento?

... sei construir a bissetriz de um ângulo?

... sei definir ponto médio de um segmento de reta?

... compreendo os conceitos de mediatriz e bissetriz?

... compreendo a diferença entre reta, semirreta e segmento de reta?

... sei ler e interpretar gráficos de linha?

... sei traçar retas paralelas?

... sei traçar retas perpendiculares?

... sei construir alguns ângulos usando régua e compasso?

... cuido do meu material escolar?

... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?

... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?

... realizo as tarefas propostas?

Em todo caso, conforme sugerido nas Orientações Gerais deste *Manual do Professor*, outros aspectos devem ser avaliados de forma equilibrada, além dos conteúdos e conceitos desenvolvidos no Capítulo.

Para finalizar

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

ORGANIZE SUAS IDEIAS

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

OBSERVE E RESPONDA

Analise estas imagens.

BETO CELLI


---------- DEMONSTRATIVO DE OPERAÇÃO ----------
01/06/2022

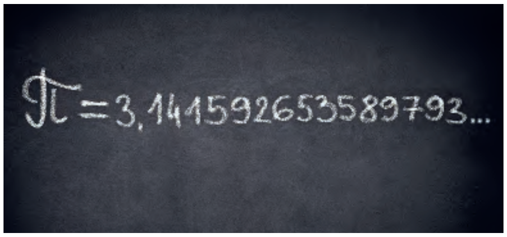
07:42:29 (Horário de Brasília)
************2269 ID:73120011-2193

Extrato

14/05	JUROS POUPANCA SALARI	2,86
15/05	INT TED 847062	-2.500,00
15/05	PAGTO ADIANT SALARIAL	2.969,32
22/05	SAQUE 24H 00766493	-170,00
30/05	TBI 7071.22719-8/500	50,00
30/05	PAGTO SALARIO	1.949,06
	(=)SALDO DISPONIVEL P/SAQUE	2.329,20
	(+)LIS/ADIC. (SUJ ENCARGOS)	8.400,00
	(=)VALOR TOTL DISP P/ SAQUE	10.729,20

CENTRAL DE ATENDIMENTO
(CAPITAIS E REGIOES METROPOLITANAS)

Extrato bancário.



PEPIFOTO/GETTY IMAGES

Número escrito no quadro.

GUAS/SHUTTERSTOCK

Termômetro nas escalas Celsius (°C) e Farenheit (°F).

JAVIER JAIME

Mesa de festa de aniversário.

ALESSANDRO TUMMINELLO/SHUTTERSTOCK

Relógio de parede.

Com base nas imagens e também no que você aprendeu nesta Unidade, faça o que se pede.

1. Relacione cada imagem acima com um tipo de número. Justifique. **Observe e responda: 1.** Resposta pessoal.

2. Que tipo de número pertence ao conjunto dos números reais? Cite exemplos. **Observe e responda: 2.** Números naturais, inteiros, racionais e irracionais. Exemplos pessoais.

79

Para finalizar

Objetivo

- Analisar o que foi estudado na Unidade e avaliar o aprendizado.

Orientações

- Tendo como ponto de partida a observação de imagens que retomam, de alguma maneira, assuntos discutidos na Unidade, os estudantes são convidados a realizar algumas sínteses sobre as principais ideias exploradas.
- Em *Observe e responda*, na atividade **1**, espera-se que os estudantes mencionem os números na forma decimal, no extrato bancário; o π como um número irracional; a possibilidade de representar as fatias de bolo com números na forma de fração; os números inteiros registrados no termômetro; e os números naturais no relógio.

• Em *Observe e responda*, na atividade **6**, um exemplo de problema pode ser: No fim da festa, restaram três fatias do bolo de chocolate e 1 fatia do bolo de laranja. Escreva uma fração que represente a quantidade de fatias de bolo que restaram. $\left(\frac{5}{8}\right)$

• Em *Registre*, na atividade **2**, espera-se que os estudantes expliquem que a bissetriz de um ângulo é a semirreta que tem origem no vértice do ângulo e o divide em dois ângulos congruentes. A bissetriz de um ângulo pode ainda ser definida como a figura geométrica formada por todos os pontos do plano que estão à mesma medida de distância dos lados desse ângulo. Já a reta que passa pelo ponto médio de um segmento e é perpendicular a esse segmento é chamada mediatriz do segmento. A mediatriz de um segmento pode ainda ser definida como a figura geométrica formada por todos os pontos do plano que estão à mesma medida de distância de seus extremos.

• Em *Registre*, questões apresentadas na abertura são retomadas na atividade **3** para que os próprios estudantes tenham possibilidade de avaliar sua evolução, bem como para que o professor possa tirar dúvidas ainda existentes.

• Para complementar o trabalho com esta seção, sugira aos estudantes que reavaliem as atividades dos capítulos desta Unidade e:

– listem no caderno as atividades que tiveram dificuldades em resolver.

– relacionem as atividades que listaram com os conteúdos estudados.

– organizem-se em grupos e resolvam as atividades listadas.

▶ **Para finalizar**

Observe e responda:
3. Sim. Exemplos de resposta: $7 = \frac{14}{2}$; $-2 = -\frac{6}{3}$

Lembre-se:
Escreva no caderno!

3. Podemos afirmar que todo número inteiro é racional? Explique com exemplos.

4. Qual é a medida de abertura do menor ângulo formado entre o ponteiro das horas e o dos minutos na foto do relógio da página anterior? **Observe e responda: 4.** 90°

5. Na foto do relógio, classifique as menores medidas de abertura dos ângulos formados entre o ponteiro:

a) das horas e o dos segundos; **Observe e responda: 5. a)** obtuso

b) dos minutos e o dos segundos. **Observe e responda: 5. b)** agudo

6. Invente um problema para a imagem dos bolos. Em seguida, apresente-o para um colega resolver e resolva o problema criado por ele. **Observe e responda: 6.** Resposta pessoal.

REGISTRE

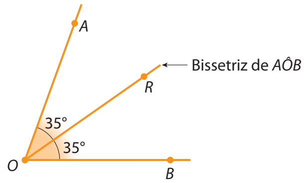
Registre: 1. A escrita decimal de um número racional tem uma quantidade finita de casas decimais ou uma quantidade infinita de casas decimais periódicas. Já a do número irracional tem infinitas casas decimais não periódicas.

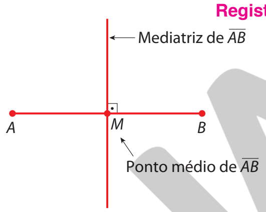
Para finalizar o estudo desta Unidade, reúna-se com alguns colegas para fazer o que se pede.

1. Expliquem como podemos diferenciar a escrita decimal de um número racional da escrita decimal de um número irracional.

2. Expliquem o que vocês entenderam por bissetriz de um ângulo e por mediatriz de um segmento.

Registre: 2. Resposta pessoal.





3. Na abertura desta Unidade, vocês responderam a algumas questões no boxe "Para começar...". Compare as respostas dadas àquelas questões com as respostas que vocês dariam agora e escrevam um texto explicando o que vocês aprenderam nesta Unidade. **Registre: 3.** Resposta pessoal.

Para conhecer mais

História de potências e raízes
(Coleção Contando a história da Matemática)
Oscar Guelli
São Paulo: Ática, 2010.

A potenciação é a quinta operação matemática. Você pode aprender mais sobre essa operação em um livro cheio de histórias sobre riquezas incalculáveis, medidas de distâncias enormes, números e cálculos fantásticos. Nesse livro, você vai aprender sobre as propriedades da potenciação, a propriedade distributiva, a radiciação e os números decimais.

UNIDADE 2

Capítulo 3 **Congruência de triângulos**

Capítulo 4 **Quadriláteros**

Capítulo 5 **Polígonos**

Habilidades da BNCC trabalhadas nesta Unidade:
EF08MA14
EF08MA15
EF08MA16
EF08MA23


FILIP_KRSTIC/GETTY IMAGES

Abelhas no favo de mel.

A GEOMETRIA DAS ABELHAS

As abelhas usam cera ou fibras vegetais para construir os alvéolos das colmeias, que servem depois para armazenar alimento ou para abrigar crias em seu desenvolvimento. Elas constroem os alvéolos de forma otimizada e econômica, ou seja, com o maior aproveitamento do espaço, reduzindo gasto de material, de modo que uns alvéolos se encaixem perfeitamente nos outros. Note que a entrada da cavidade de cada alvéolo lembra a forma de um polígono regular; juntos, os alvéolos cobrem perfeitamente a superfície, sem deixar espaços vazios nem tendo figuras interseccionadas. É por isso que eles não são arredondados, pois a falta de "paredes" comuns entre eles deixaria uma grande quantidade de espaços não aproveitados.

Para começar...

1. A entrada da cavidade de um alvéolo lembra qual polígono? **Para começar...: 1.** hexágono

2. Quantos lados, ângulos internos e diagonais tem esse polígono? **2.** 6 lados; 6 ângulos internos; 9 diagonais

3. Se quisermos cobrir perfeitamente um plano com um só tipo de polígono regular, sem deixar espaços vazios nem tendo figuras interseccionadas, devemos escolher um polígono tal que:

a) a quantidade de diagonais seja um número par.

b) a quantidade de ângulos internos seja igual à de vértices.

c) a quantidade de lados seja um número ímpar.

d) a medida de abertura do seu ângulo interno seja um divisor de 360°.

3. alternativa **d**

Abertura da Unidade 2

Conteúdos

• Nesta Unidade, serão trabalhados conceitos relacionados às unidades temáticas Geometria e Probabilidade e Estatística que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC listadas.

Orientações

• A abertura relaciona natureza à Geometria ao apresentar o formato dos alvéolos das colmeias. Após a leitura individual do texto, verifique se os estudantes compreenderam o tema e solicite que respondam às questões propostas.

• Durante o trabalho com as questões **1** e **2**, verifique o conhecimento prévio dos estudantes acerca da identificação dos polígonos e de seus elementos. Esse conhecimento servirá de base para o desenvolvimento de novas habilidades relacionadas à classificação de polígonos, à relação entre ângulos internos e externos e à soma das medidas de abertura dos ângulos internos, entre outras.

• Promova um momento de debate para que os estudantes justifiquem suas respostas à questão **3**. A pavimentação de um plano (mosaico) consiste em cobri-lo com uma mesma figura (molde), sem deixar espaços vazios ou figuras interseccionadas. Se quisermos um mosaico formado pela propagação de um só tipo de polígono regular (lados e ângulos internos congruentes), devemos escolher tal polígono de modo que seu ângulo interno seja um divisor de 360° (para que haja um encaixe entre os polígonos).

• A construção de mosaicos usando polígonos regulares é assunto de anos anteriores, inclusive com o apoio de *softwares* de Geometria dinâmica. Se julgar necessário, retome algumas atividades semelhantes, ressaltando que os polígonos precisam ter pelo menos um vértice em comum e se encaixar perfeitamente, de forma que não se sobreponham nem haja espaços entre eles. Aproveite para exemplificar a justificativa de que a entrada da cavidade de um alvéolo não pode ser arredondada. Mostre no quadro a incompatibilidade dos círculos ao recobrir uma superfície, ressaltando que haveria muitos "buracos" entre as figuras.

• As informações desta seção foram baseadas no artigo "A geometria instintiva das abelhas" (disponível em: https://super.abril.com.br/ciencia/a-geometria-instintiva-das-abelhas/; acesso em: 4 jan. 2021).

Triângulos

Objetivos

- Reconhecer o formato triangular em diversas áreas do conhecimento.
- Reconhecer a condição de existência de um triângulo.
- Classificar triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos.

Orientações

- Neste tópico, retoma-se o estudo dos triângulos: elementos, condição de existência, soma das medidas de abertura de seus ângulos internos e classificação quanto aos lados e quanto aos ângulos. Faça essa retomada levando em consideração os conhecimentos adquiridos anteriormente pela turma.
- Destaque a importância da rigidez geométrica dos triângulos na Arquitetura e na Engenharia. Se possível, mostre ou peça aos estudantes que pesquisem outras imagens de estruturas em que o formato triangular esteja presente.

CAPÍTULO 3

Habilidade da BNCC trabalhada neste Capítulo:
EF08MA15
EF08MA23

Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.

Congruência de triângulos

1 Triângulos

O formato triangular é constantemente utilizado nas mais diversas áreas, como arte, arquitetura, engenharia e computação. É comum também a utilização do formato triangular na construção de figuras não planas.

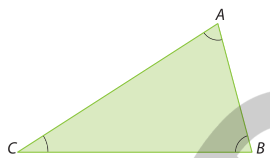
Neste Capítulo, você estudará alguns elementos e a classificação dos triângulos, e conhecerá outros conteúdos relacionados a essa figura geométrica.

FOTOS: OLEKSIY MARK/SHUTTERSTOCK (COMPUTADOR); COFFEEMILL/SHUTTERSTOCK (ILUSTRAÇÃO GRÁFICA)

Imagem de garota em 3-D composta de triângulos em tela de computador.

VINCENT JIANG/SHUTTERSTOCK

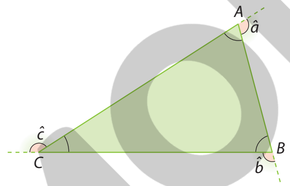
Estruturas triangulares em Biosphere, museu dedicado ao meio ambiente, em Montreal, Canadá, 2020.



Considere o triângulo ABC.

Podemos destacar alguns de seus elementos.

- Vértices: pontos A, B e C
- Lados: segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$
- Ângulos internos: $A\hat{B}C$, $B\hat{C}A$ e $C\hat{A}B$



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Em cada vértice, vamos prolongar um dos lados do triângulo ABC para obter seus **ângulos externos**.

- Ângulos externos: $\hat{a}$, $\hat{b}$ e $\hat{c}$

Observação

Podemos indicar um triângulo ABC por: $\triangle ABC$

Recorde

- Se os ângulos interno e externo de um triângulo possuem o mesmo vértice, eles são **adjacentes**.
- Em cada vértice do triângulo, o ângulo interno e o externo são adjacentes **suplementares**, ou seja, a soma das medidas de abertura igual a 180°.

  Assim, no triângulo *ABC* da página anterior, temos:

  $\text{med}(\hat{a}) + \text{med}(C\hat{A}B) = 180°$

  $\text{med}(\hat{b}) + \text{med}(A\hat{B}C) = 180°$

  $\text{med}(\hat{c}) + \text{med}(B\hat{C}A) = 180°$

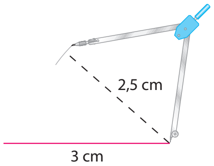
Condição de existência de um triângulo

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

O contorno de todo triângulo é formado por três segmentos, que são seus lados. Porém, nem sempre três segmentos podem formar o contorno de um triângulo.

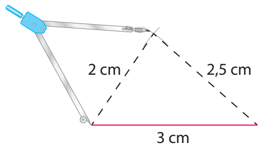
Acompanhe a construção, com régua e compasso, de um triângulo com lados de medidas de comprimento 3 cm, 2,5 cm e 2 cm.

1



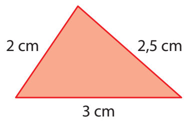
Trace um segmento medindo 3 cm de comprimento. Depois, com a ponta-seca do compasso em uma das extremidades do segmento e abertura medindo 2,5 cm de comprimento, trace um arco.

2



Com a ponta-seca do compasso na outra extremidade do segmento e abertura medindo 2 cm de comprimento, trace outro arco. O ponto de encontro desse arco com o arco traçado anteriormente é um vértice do triângulo.

3



Una o vértice construído com as extremidades do segmento e obtém-se o triângulo com lados de medidas de comprimento 3 cm, 2,5 cm e 2 cm.

Para fazer

Para fazer: Não, porque os arcos correspondentes às aberturas do compasso com medidas 2 cm e 3 cm de comprimento não se cruzam.

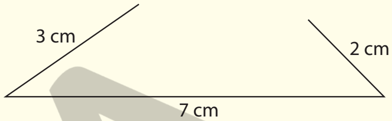
Tente construir no caderno um triângulo cujos lados medem 7 cm, 3 cm e 2 cm de comprimento. Você conseguiu construir o triângulo? Por quê?

Para que exista um triângulo com lados de determinadas medidas de comprimento, ele deve atender à condição de existência de um triângulo.

Em qualquer triângulo, a medida de comprimento de um lado é sempre menor que a soma das medidas de comprimento dos outros dois lados.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Antes de estudar os conceitos desta página, pode ser feito um experimento interessante a respeito da condição de existência de um triângulo. Leve para a sala de aula diversos trios de canudinhos ou palitos de madeira com medidas de comprimento variados, de modo que alguns desses trios formem triângulos e outros não. Após as tentativas de obter triângulos, peça aos estudantes que meçam o comprimento dos lados das figuras formadas e elaborem hipóteses sobre a condição de existência de um triângulo.
- No boxe *Para fazer*, ao tentar construir um triângulo, os estudantes vão perceber que não é possível obter um triângulo com as medidas de comprimento indicadas.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

Comente com eles que, antes de tentar construir o triângulo, é possível verificar a existência dele, pois só é possível construir um triângulo quando a soma das medidas de comprimento de dois de seus lados é maior que a medida de comprimento do terceiro lado.

- Em atividades que indicam o uso do compasso, alerte os estudantes sobre o cuidado em seu manuseio, a fim de evitar acidentes.

• Ao trabalhar a classificação dos triângulos quanto à medida de comprimento dos lados, é importante comentar que os triângulos equiláteros são também equiângulos e, por isso, regulares, e, ainda, que todo triângulo equilátero é também isósceles, pois tem dois lados de mesma medida de comprimento; entretanto, nem todo triângulo isósceles é equilátero.

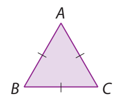
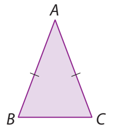
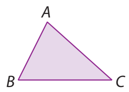
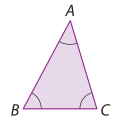
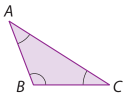
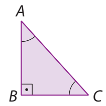
• Explique aos estudantes que é comum usar risquinhos para indicar medidas de comprimento dos lados ou medidas de abertura de ângulos iguais.

• Os prefixos *equi* e *iso* indicam igualdade, o que sugere o significado das palavras **equilátero** e **isósceles**. A palavra **escaleno** vem do grego *skalēnós*, que significa desigual, de tamanhos diferentes, como as medidas de comprimento dos lados do triângulo escaleno.

Classificação dos triângulos

Observe, no quadro a seguir, a classificação dos triângulos de acordo com as medidas de comprimento dos lados ou com as medidas de abertura dos ângulos.

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTOS: MENINA: MIMAGEPHOTOGRAPHY/SHUTTERSTOCK
ELEMENTOS GEOMÉTRICOS: HERO MUJAHID/SHUTTERSTOCK

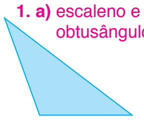
Classificação dos triângulos					
De acordo com as medidas de comprimento dos lados			De acordo com as medidas de abertura dos ângulos		
Equilátero	Isósceles	Escaleno	Acutângulo	Obtusângulo	Retângulo
					
Tem três lados congruentes.	Tem dois lados congruentes.	Não tem lados congruentes.	Tem três ângulos internos agudos.	Tem um dos ângulos internos obtuso.	Tem um dos ângulos internos reto.

ATIVIDADES

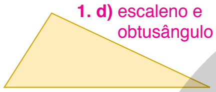
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Usando régua e transferidor, classifique os triângulos conforme as medidas de comprimento dos lados e de abertura dos ângulos.

a) **1. a)** escaleno e obtusângulo

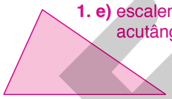


d) **1. d)** escaleno e obtusângulo



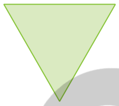
b) **1. b)** escaleno e retângulo

e) **1. e)** escaleno e acutângulo



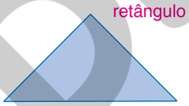
1. c) equilátero e acutângulo

c)



1. f) isósceles e retângulo

f)



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

2. Que alternativas contêm medidas de comprimento de segmentos que possibilitam a construção de um triângulo? **2.** alternativas **a** e **c**

a) 3,5 cm, 4,5 cm e 6,5 cm
b) 90 cm, 45 cm e 45 cm
c) 6 cm, 5,9 cm e 6,1 cm
d) 10 cm, 2 cm e 3 cm

3. Observe o triângulo que Jonas desenhou e analise as afirmações de Cátia, Lia e Flávia.

MARCELO CASTRO/ARQUIVO DA EDITORA

• Quais afirmações são verdadeiras? **3.** as três

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

4. Responda às questões.

a) Se dois lados de um triângulo isósceles medem 2 cm e 3 cm de comprimento, quais são as possíveis medidas de comprimento do terceiro lado? **4. a)** 2 cm ou 3 cm

b) As medidas de comprimento de dois lados de um triângulo escaleno são 7 cm e 3 cm. Quais são as possíveis medidas de comprimento do outro lado, sabendo que elas são menores que 8 cm e correspondem a um número natural?

c) As medidas de comprimento de dois lados de um triângulo escaleno são 6 cm e 9 cm. Quais são as possíveis medidas de comprimento do terceiro lado? Sabe-se que elas são menores que 11 cm de comprimento e estão representadas por um número natural par.

4. b) 5 cm ou 6 cm **4. c)** 10 cm, 8 cm ou 4 cm

5. No quadro a seguir são apresentadas as medidas de comprimento dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$ (que indicamos por AB, BC e AC), expressas em centímetro, em cinco situações (I, II, III, IV e V). Em todas elas, os pontos A, B e C não estão alinhados.

5. Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

	I	II	III	IV	V
AB	2	3	2	4	4
BC	3	1,5	3	4	4
AC	6	4	4	4	6

- Faça o que se pede e, depois, compare suas respostas com as de um colega.

a) Verifique as situações em que é possível construir o $\triangle ABC$.

b) Considere as situações indicadas no item anterior e construa os triângulos usando régua e compasso.

c) Meça a abertura dos ângulos internos de cada triângulo construído e escreva as medidas de abertura dos ângulos em grau.

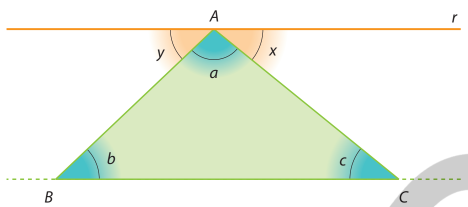
d) Classifique os triângulos em relação às medidas de comprimento dos lados e da abertura dos ângulos.

6. Quantos triângulos isósceles é possível construir com o lado não congruente medindo 6 cm de comprimento? **6.** infinitos

2 Ângulos nos triângulos

Soma das medidas de abertura dos ângulos internos

As aberturas dos ângulos internos do triângulo ABC medem a, b e c. Consideremos a reta r, paralela ao lado $\overline{BC}$, passando pelo vértice A.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com a figura, temos:

- $x = c$, pois os ângulos de medidas de abertura x e c são alternos internos;
- $y = b$, pois os ângulos de medidas de abertura y e b são alternos internos;
- $x + a + y = 180°$.

Então, temos: $c + a + b = 180°$

Assim, mostramos que:

Em qualquer triângulo, a soma das medidas de abertura dos ângulos internos é 180°.

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

- A atividade **5** explora diversos conteúdos já vistos pelos estudantes e, com isso, é possível verificar se algum deles apresenta dificuldade em, por exemplo, aplicar a condição de existência de um triângulo, manusear o compasso e/ou o transferidor e classificar um triângulo em relação às medidas de comprimento dos lados e de abertura dos ângulos.

Ângulos nos triângulos

Objetivos

- Demonstrar que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°.
- Reconhecer a relação entre um ângulo externo e dois ângulos internos não adjacentes de um triângulo qualquer.
- Favorecer o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC.

Orientações

- Reproduza no quadro a demonstração de que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180° e incentive a participação da turma. É importante enfatizar que, nessa demonstração, é empregada a relação entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. Se achar conveniente, retome esse assunto com a turma.

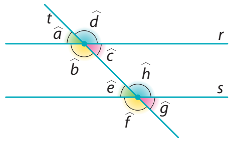
• Proponha aos estudantes que se reúnam com um colega e tentem descobrir, por meio de experimentações, a relação entre a medida de abertura de um ângulo externo e dois ângulos internos não adjacentes a ele em um triângulo qualquer. Essa experimentação pode ser feita com o auxílio de um transferidor ou utilizando um *software* de Geometria dinâmica. Depois, reproduza a demonstração no quadro com a participação da turma. A definição de ângulos suplementares e o fato de a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo ser 180° são aplicados nessa demonstração.

Observação

Dadas duas retas paralelas cortadas por uma transversal, podemos destacar alguns pares de ângulos.

- Ângulos **correspondentes**: $\hat{a}$ e $\hat{e}$; $\hat{b}$ e $\hat{f}$; $\hat{c}$ e $\hat{g}$; $\hat{d}$ e $\hat{h}$
- Ângulos **alternos** internos: $\hat{b}$ e $\hat{h}$; $\hat{c}$ e $\hat{e}$
- Ângulos **alternos** externos: $\hat{a}$ e $\hat{g}$; $\hat{d}$ e $\hat{f}$

Quaisquer dois ângulos correspondentes são congruentes e, portanto, quaisquer dois ângulos alternos (internos ou externos) são congruentes, desde que as retas sejam paralelas.



Relação entre um ângulo externo e dois ângulos internos não adjacentes

Observe o triângulo *ABC*.

De acordo com a figura, temos:

$\text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{a}) = 180°$

Então:

$\text{med}(\hat{A}) = 180° - \text{med}(\hat{a}) \quad \text{(I)}$

Sabemos que:

$\text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{C}) = 180° \quad \text{(II)}$

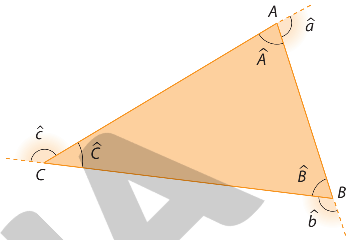
Substituindo I em II, obtemos:

$\text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{C}) = 180°$

$180° - \text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{C}) = 180°$

$\text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{C}) = 180° - 180° + \text{med}(\hat{a})$

$\text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{C}) = \text{med}(\hat{a})$



Considerando cada um dos outros ângulos externos da figura, chegaremos a:

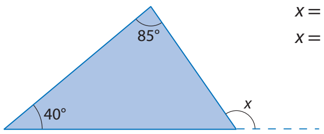
$$\text{med}(\hat{C}) + \text{med}(\hat{A}) = \text{med}(\hat{b})$$
$$\text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{A}) = \text{med}(\hat{c})$$

Assim:

Em qualquer triângulo, a medida de abertura de um ângulo externo é igual à soma das medidas de abertura dos ângulos internos não adjacentes a ele.

Exemplo

Vamos determinar a medida *x*, em grau.



$x = 85° + 40°$

$x = 125°$

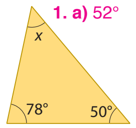
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES

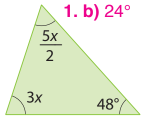
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Encontre a medida x, em grau, em cada item.

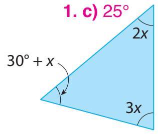
a) **1. a)** 52°



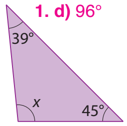
b) **1. b)** 24°



c) **1. c)** 25°



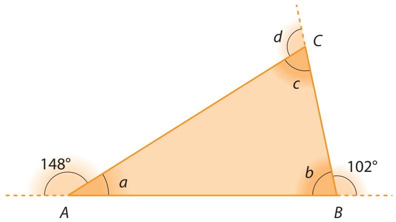
d) **1. d)** 96°



2. As aberturas dos ângulos internos de um triângulo medem 26°, $5x + 3°$ e $4x + 7°$. Qual é o valor de x, em grau? **2.** 16°

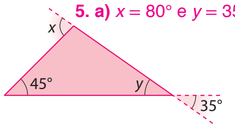
3. Quais são as medidas de abertura dos ângulos externos de um triângulo se as medidas de abertura de seus ângulos internos são x, $x + 10°$ e $x + 20°$? **3.** 130°, 120° e 110°

4. Determine as medidas a, b, c e d no triângulo ABC a seguir. **4.** $a = 32°$, $b = 78°$, $c = 70°$, $d = 110°$

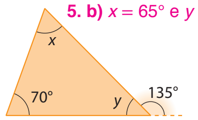


5. Determine x e y, em cada item.

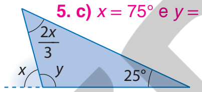
a) **5. a)** $x = 80°$ e $y = 35°$



b) **5. b)** $x = 65°$ e $y = 45°$



c) **5. c)** $x = 75°$ e $y = 105°$



6. A abertura de um dos ângulos internos de um triângulo mede 35°. A diferença entre as medidas de abertura dos outros dois ângulos é igual a 37°. Quais são as medidas de abertura dos ângulos internos desse triângulo? **6.** 54°, 91° e 35°

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

3 Pontos notáveis de um triângulo

Há quatro pontos em um triângulo que apresentam propriedades importantes e, por isso, são denominados **pontos notáveis**: baricentro, ortocentro, incentro e circuncentro. Vamos estudar um pouco sobre cada um desses pontos.

Intersecção das medianas: baricentro

As **medianas** de um triângulo são segmentos que têm uma extremidade em um dos vértices do triângulo e a outra extremidade no ponto médio do lado oposto a esse vértice.

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.

• As atividades propostas requerem do estudante a mobilização dos conceitos dos campos da Geometria e da Álgebra, o que favorece o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC.

• Após a resolução da atividade **6**, peça aos estudantes que retomem o enunciado e confiram as respostas obtidas, ou seja, que façam os cálculos necessários com os valores encontrados para validá-los. É importante enfatizar essa validação de resultados em busca de maior autonomia do estudante.

Pontos notáveis de um triângulo

Objetivos

• Reconhecer e construir com régua e compasso os pontos notáveis de um triângulo.

• Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA15 da BNCC.

Habilidade da BNCC

• Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA15 da BNCC ao propor aos estudantes que, usando instrumentos de desenho, construam a mediana, a altura, a bissetriz e a mediatriz de um triângulo.

Orientações

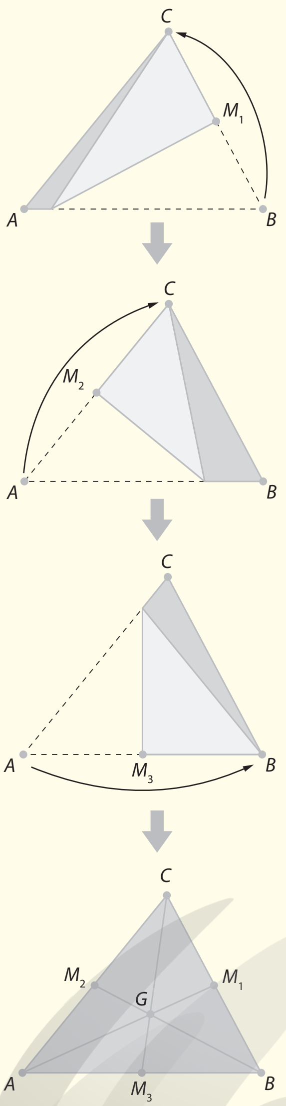
• Neste tópico, serão sistematizados os conceitos de baricentro, ortocentro, incentro e circuncentro. Além de reconhecer esses pontos, os estudantes devem construí-los com o auxílio de régua e compasso, assim como resolver problemas que os envolvam.

• Antes de definir mediana, bissetriz, altura e mediatriz e suas respectivas intersecções (baricentro, incentro, ortocentro e circuncentro), pode-se identificá-las e obtê-las por meio de dobraduras em papel.

- Para obter as medianas e sua intersecção (baricentro) com dobraduras de papel, peça aos estudantes que recortem triângulos quaisquer (inicialmente triângulos escalenos e acutângulos) e sigam os procedimentos indicados abaixo.

1. Obter os pontos médios M_1, M_2 e M_3 dos lados $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$ por dobradura de um lado sobre ele mesmo.

2. Traçar as medianas $\overline{AM_1}$, $\overline{BM_2}$ e $\overline{CM_3}$, obtendo o baricentro G.



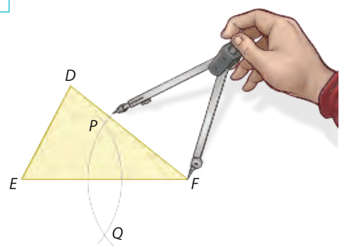
ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Ao trabalhar o boxe *Para fazer*, os estudantes terão a oportunidade de verificar na prática que o triângulo fica em equilíbrio ao apoiar o baricentro na ponta do lápis. Caso o triângulo não fique em equilíbrio, peça aos estudantes que verifiquem se o baricentro foi obtido corretamente.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso e a tesoura.

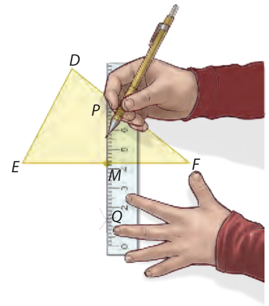
Observe como construir, usando régua e compasso, uma das medianas de um triângulo.

1



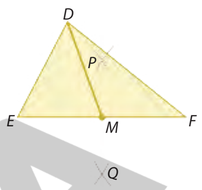
Para obter a mediana relativa ao lado $\overline{EF}$, inicialmente determinamos o ponto médio desse lado. Já vimos como obter o ponto médio de um segmento na página 62: traçamos dois arcos com a mesma abertura, um com a ponta-seca do compasso em *E*, e o outro, com a ponta-seca em *F*. Para que os arcos se cruzem, o compasso deve ter abertura maior que a metade de $\overline{EF}$.
Na intersecção dos arcos, obtemos dois pontos, *P* e *Q*.

2



Traçamos a reta auxiliar que passa pelos pontos *P* e *Q* e cruza o lado $\overline{EF}$. Desse modo, obtemos o ponto *M*, que é o ponto médio de $\overline{EF}$.

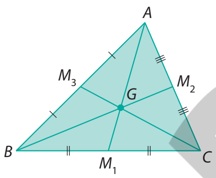
3



Traçamos o segmento que une o vértice *D* ao ponto *M*.
$\overline{DM}$ é a mediana relativa ao lado $\overline{EF}$.

ILUSTRAÇÕES: HECTOR GÓMEZ/ARQUIVO DA EDITORA

A intersecção das medianas de um triângulo determina um ponto chamado **baricentro**. Observe o triângulo *ABC*.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- M_1 é o ponto médio de $\overline{BC}$; então, $\overline{AM_1}$ é a mediana relativa ao lado $\overline{BC}$.
- M_2 é o ponto médio de $\overline{AC}$; então, $\overline{BM_2}$ é a mediana relativa ao lado $\overline{AC}$.
- M_3 é o ponto médio de $\overline{AB}$; então, $\overline{CM_3}$ é a mediana relativa ao lado $\overline{AB}$.
- G é o baricentro do triângulo.

Para fazer **Para fazer:** Resposta pessoal.

O baricentro de um corpo qualquer é considerado seu centro de gravidade (ou centro de massa). Se apoiarmos um corpo em seu baricentro, ele ficará em equilíbrio. Vamos verificar?

a) Desenhe um triângulo em uma cartolina e determine o seu baricentro, conforme explicado acima. Depois, recorte esse triângulo usando uma tesoura sem pontas.

b) Apoie o ponto que representa o baricentro do triângulo na ponta de um lápis. Então, verifique se o triângulo se manteve em equilíbrio.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Informática e Matemática

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Investigando uma propriedade do baricentro

Nesta seção, vamos usar um *software* de Geometria dinâmica para construir e investigar uma propriedade do baricentro.

CONSTRUA

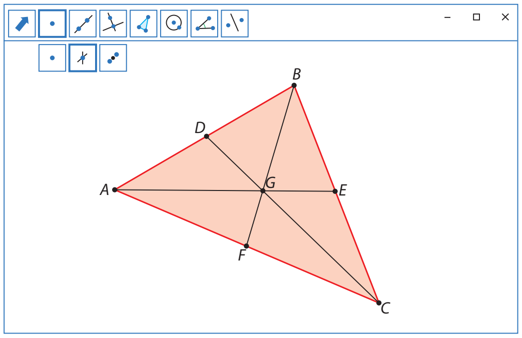
Siga os passos para construir um triângulo e obter seu baricentro.

1º) Construa um triângulo *ABC* qualquer.

2º) Construa *D*, *E* e *F*, pontos médios dos lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$, respectivamente.

3º) Trace a mediana relativa a cada lado do triângulo unindo, com um segmento de reta, o ponto médio de um lado ao vértice oposto a esse lado.

4º) Marque o ponto *G*, intersecção das medianas do triângulo. Esse ponto é o baricentro.



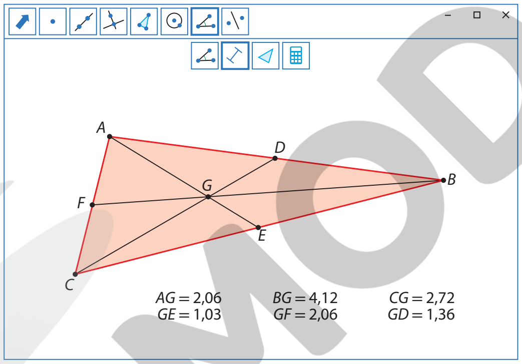
INVESTIGUE

Faça o que se pede usando as ferramentas do *software*. **Investigue:** Comentários em *Orientações*.

a) Meça as distâncias *AG* e *GE*. Você consegue perceber alguma relação entre essas medidas?

b) Meça as distâncias *BG* e *GF* e observe-as. Repita o procedimento com *CG* e *GD*. É possível perceber alguma relação entre os pares de medidas?

c) Movimente os pontos *A*, *B* e *C*, mudando a configuração do triângulo, e observe se a relação entre os pares de medidas se mantém. Converse com um colega e verifique se ele observou a mesma relação que você.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.

Competência geral 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Competência específica 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Competência específica 4: Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

Informática e Matemática

Objetivos

- Investigar uma propriedade do baricentro utilizando um *software* de Geometria dinâmica.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA15, da competência geral 5 e das competências específicas 2 e 4 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA15 da BNCC ao propor aos estudantes que construam, usando *software* de Geometria dinâmica, o baricentro de um triângulo qualquer.

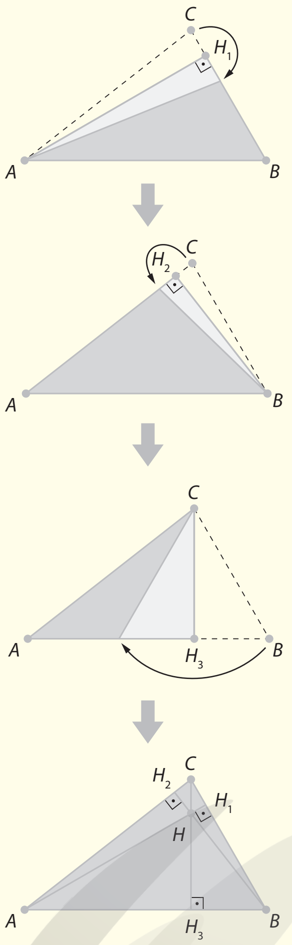
Orientações

- Nesta seção, os estudantes deverão construir o baricentro de um triângulo qualquer e verificar, com base em observações sistemáticas, que esse ponto divide cada mediana do triângulo em duas partes, sendo que a parte que contém o vértice tem o dobro da medida de comprimento da parte que contém o ponto médio do lado, o que favorece o desenvolvimento da competência específica 4 da BNCC.
- O uso do *software* promovido por esta seção contribui para que os estudantes desenvolvam a competência geral 5 e a competência específica 2 da BNCC, uma vez que terão de assumir uma postura investigativa e produzir argumentos com base em observações sistemáticas de aspectos quantitativos (medida das partes em que o baricentro divide as medianas) fornecidos pelo *software* ao movimentar a construção realizada.
- No item **a** de *Investigue*, espera-se que os estudantes respondam que o comprimento de *AG* mede o dobro do comprimento de *GE* ou que o comprimento de *GE* mede a metade do comprimento de *AG*. No item **b**, espera-se que percebam que a medida de distância de cada vértice ao baricentro é o dobro da medida de distância entre o baricentro e o ponto médio do lado oposto. Ao responderem o item **c**, os estudantes devem verificar que a relação entre os pares de medidas se mantém e, depois, confirmar esta constatação com um colega.

• Para obter as alturas e sua intersecção (ortocentro) com dobraduras de papel, peça aos estudantes que recortem triângulos quaisquer (exceto obtusângulos, pois nesse caso o ortocentro encontra-se na região externa do triângulo) e sigam os procedimentos indicados abaixo.

1. Dobrar um lado sobre ele mesmo, de modo que o vinco passe pelo vértice que não pertence a esse lado, obtendo as alturas $\overline{AH_1}$, $\overline{BH_2}$ e $\overline{CH_3}$.

2. As três alturas de um triângulo encontram-se em um mesmo ponto *H*, chamado ortocentro do triângulo.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

Intersecção das alturas: ortocentro

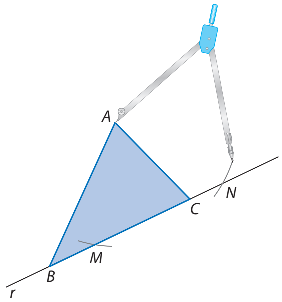
As **alturas** de um triângulo são segmentos que têm uma extremidade em um dos vértices do triângulo e a outra na reta suporte do lado oposto ao vértice, formando um ângulo com abertura medindo 90° com essa reta.

Observe como construir, usando régua e compasso, uma das alturas de um triângulo.

Recorde

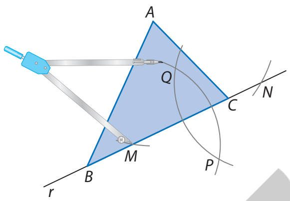
Para obter a reta suporte de um segmento, basta prolongá-lo nos dois sentidos.

1



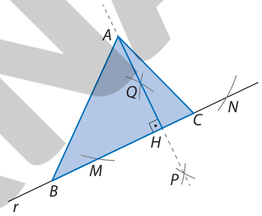
Para obter a altura relativa ao lado $\overline{BC}$, inicialmente traçamos a reta suporte desse lado; vamos indicá-la por *r*. Note que a altura estará na reta perpendicular a *r* passando pelo vértice *A*. Podemos obter essa perpendicular pelo modo visto na página 63: traçando um arco com centro em *A* que cruze a reta *r* em dois pontos, *M* e *N*.

2



Traçamos dois arcos de mesma abertura (maior que a metade de $\overline{MN}$), com centros em *N* e em *M*, e obtemos dois pontos, *P* e *Q*.

3

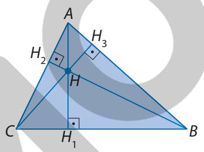


Traçamos a reta $\overleftrightarrow{PQ}$, que interceptará a reta suporte do lado $\overline{BC}$ no ponto *H*.
$\overline{AH}$ é a altura relativa ao lado $\overline{BC}$.

O ponto de encontro das retas suporte das alturas é denominado **ortocentro**.

Observe as alturas e o ortocentro de diferentes tipos de triângulo.

a) Triângulo acutângulo



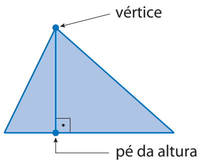
- $\overline{AH_1}$ é a altura relativa ao lado $\overline{BC}$.
- $\overline{BH_2}$ é a altura relativa ao lado $\overline{AC}$.
- $\overline{CH_3}$ é a altura relativa ao lado $\overline{AB}$.
- H é o ortocentro do triângulo ABC.

Nesse caso, as alturas encontram-se na região interna do triângulo.

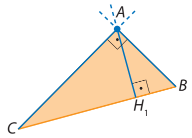
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Observação

Uma das extremidades de uma altura é o vértice. A outra extremidade é um ponto denominado **pé da altura**.



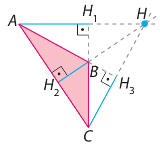
b) Triângulo retângulo



- $\overline{AH_1}$ é a altura relativa ao lado $\overline{BC}$.
- $\overline{BA}$ é a altura relativa ao lado $\overline{AC}$.
- $\overline{CA}$ é a altura relativa ao lado $\overline{AB}$.
- A é o ortocentro do triângulo ABC.

Nesse caso, uma das alturas coincide com o lado $\overline{AB}$; outra altura, com o lado $\overline{AC}$; e o ortocentro, com o vértice A.

c) Triângulo obtusângulo

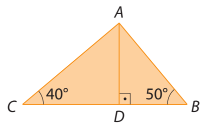


- $\overline{AH_1}$ é a altura relativa ao lado $\overline{BC}$.
- $\overline{BH_2}$ é a altura relativa ao lado $\overline{AC}$.
- $\overline{CH_3}$ é a altura relativa ao lado $\overline{AB}$.
- H é o ortocentro do triângulo ABC.

Nesse caso, as retas suporte das alturas de um triângulo obtusângulo encontram-se na região externa do triângulo.

Desafio

Sabendo que $\overline{AD}$ é a altura relativa ao lado $\overline{BC}$ do triângulo ABC, calcule a medida de abertura do ângulo $C\hat{A}D$. **Desafio: 50°**



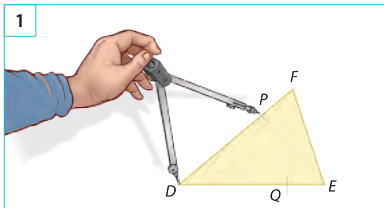
Intersecção das bissetrizes: incentro

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

As **bissetrizes** de um triângulo são os segmentos que dividem os seus ângulos internos em dois ângulos congruentes e têm uma extremidade em um dos vértices do triângulo e a outra no lado oposto a esse vértice.

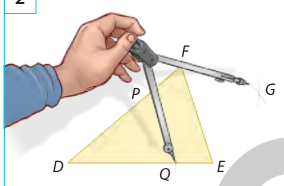
Observe como construir, usando régua e compasso, uma das bissetrizes de um triângulo.

1



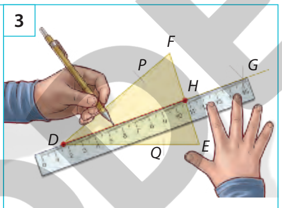
Para obter a bissetriz relativa ao ângulo $F\hat{D}E$, podemos seguir os passos vistos na página 66: com a ponta-seca do compasso no vértice D e uma abertura qualquer, traçamos um arco que cruze os dois lados do triângulo que apresentam o vértice D, obtendo dois pontos, P e Q.

2



Traçamos dois arcos com a mesma abertura, um com a ponta-seca em P e o outro em Q.
Na intersecção desses arcos, obtemos um ponto G.

3



Traçamos a semirreta $\overrightarrow{DG}$. A intersecção dessa semirreta com o lado $\overline{EF}$ determina um ponto H.

$\overline{DH}$ é a bissetriz do triângulo relativa ao ângulo $F\hat{D}E$.

- Resolução do boxe *Desafio*:

Observando o triângulo ADC, temos que o ângulo $A\hat{D}B$ é externo a ele e sua abertura mede 90°. Desse modo, utilizando a relação de um ângulo externo e dois ângulos internos não adjacentes, podemos fazer:

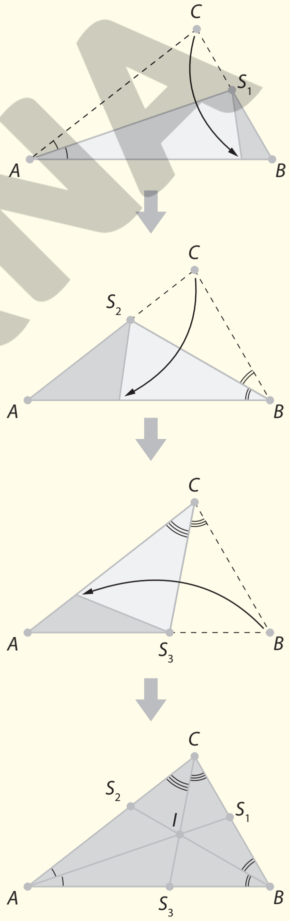
$\text{med}(C\hat{A}D) + 40° = 90°$

$\text{med}(C\hat{A}D) = 50°$

Logo, $C\hat{A}D$ mede 50°.

- Para obter as bissetrizes e sua intersecção (incentro) com dobraduras de papel, peça aos estudantes que recortem triângulos quaisquer (inicialmente triângulos escalenos e acutângulos) e sigam o procedimento indicado abaixo.

Dobrar de modo que um lado fique sobreposto a outro, obtendo as bissetrizes internas $\overline{AS_1}$, $\overline{BS_2}$ e $\overline{CS_3}$, além do incentro I do triângulo.



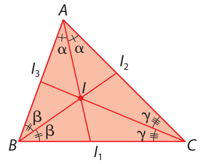
• Por meio das construções feitas com papel é possível verificar experimentalmente algumas propriedades, como o fato de o incentro ser equidistante dos três lados do triângulo. Peça aos estudantes que tracem a circunferência inscrita ao triângulo que construíram.

• Oriente os estudantes para terem cuidado com o manuseio do compasso para a realização do trabalho proposto, a fim de que evitem acidentes.

• Proponha aos estudantes que obtenham as mediatrizes de triângulos quaisquer e sua intersecção (circuncentro) utilizando um *software* de Geometria dinâmica. Depois, oriente-os a verificar experimentalmente que esse ponto é equidistante dos três vértices dos triângulos e a construir a circunferência circunscrita a ele.

O ponto de encontro das três bissetrizes de um triângulo é denominado **incentro**.

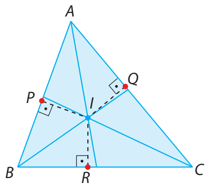
No triângulo ABC a seguir:



- $\overline{AI_1}$ é a bissetriz relativa ao ângulo $B\hat{A}C$;
- $\overline{BI_2}$ é a bissetriz relativa ao ângulo $A\hat{B}C$;
- $\overline{CI_3}$ é a bissetriz relativa ao ângulo $A\hat{C}B$;
- I é o incentro do triângulo ABC.

Circunferência inscrita a um triângulo

A bissetriz equidista dos lados que formam o ângulo, e como o incentro é a intersecção das bissetrizes, esse ponto é equidistante dos três lados do triângulo. Portanto, a medida de distância é sempre a mesma entre o incentro e qualquer um dos lados do triângulo.



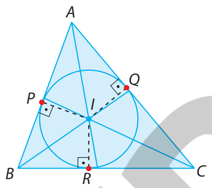
I é o incentro do triângulo ABC.
$\overline{IR} \cong \overline{IP} \cong \overline{IQ}$

Observação

Usamos o símbolo ≅ para indicar a congruência entre dois segmentos, entre dois ângulos ou entre dois polígonos.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Assim, podemos traçar uma circunferência de centro I e raio $\overline{IP}$, que contém apenas um ponto em comum com cada lado do triângulo. Essa circunferência é **inscrita ao triângulo**.



Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

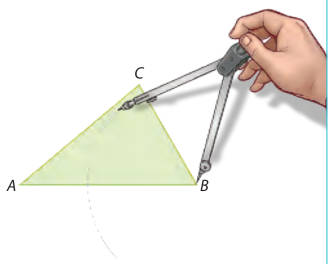
Intersecção das mediatrizes: circuncentro

As **mediatrizes** de um triângulo são as mediatrizes de cada um de seus lados, ou seja, são as retas perpendiculares aos seus lados que passam pelo ponto médio do lado correspondente.

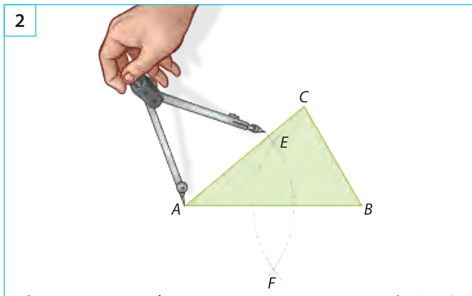
Observe como construir, usando régua e compasso, uma das mediatrizes de um triângulo.

1

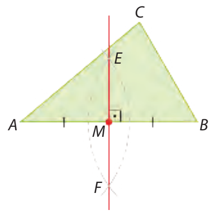
Para traçar a mediatriz do lado $\overline{AB}$, basta seguir os procedimentos estudados na página 62 para construir a mediatriz de um segmento: com a ponta-seca do compasso no vértice B e abertura maior que a metade da medida de comprimento do lado $\overline{AB}$, traçamos um arco.



HECTOR GÓMEZ/ARQUIVO DA EDITORA



Com a mesma abertura e a ponta-seca no vértice *A*, traçamos outro arco que cruza o primeiro, obtendo dois pontos, *E* e *F*.

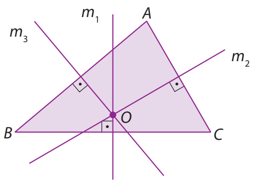


Traçamos a reta que passa pelos pontos *E* e *F*. Essa reta é a mediatriz do triângulo relativa ao lado $\overline{AB}$, e *M* é o ponto médio desse lado.

ILUSTRAÇÕES: HECTOR GÓMEZ/ARQUIVO DA EDITORA

Um triângulo tem três mediatrizes. A intersecção delas determina um ponto chamado **circuncentro**.

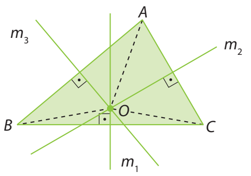
No triângulo ABC:



- m_1 é a mediatriz relativa ao lado $\overline{BC}$;
- m_2 é a mediatriz relativa ao lado $\overline{AC}$;
- m_3 é a mediatriz relativa ao lado $\overline{AB}$;
- O é o circuncentro do triângulo ABC.

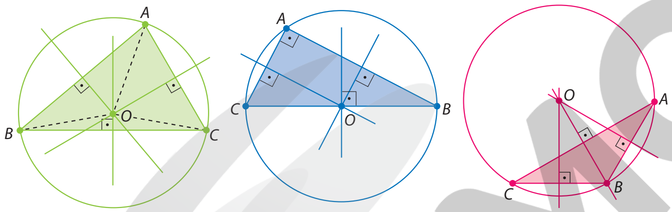
Circunferência circunscrita a um triângulo

Cada mediatriz equidista dos extremos do segmento, e como o circuncentro é a intersecção das mediatrizes, esse ponto é equidistante dos três vértices do triângulo. Portanto, a distância entre o circuncentro e qualquer um dos vértices do triângulo é sempre a mesma.



O é o circuncentro do triângulo *ABC*.
$\overline{AO} \cong \overline{BO} \cong \overline{CO}$

Assim, podemos traçar uma circunferência de centro O e raio $\overline{AO}$ que passa pelos três vértices do triângulo. Essa circunferência é **circunscrita ao triângulo**.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

LASSMAR/ARQUIVO DA EDITORA

- Após fazer as construções em triângulos escalenos e acutângulos, oriente os estudantes a investigar esses mesmos elementos em triângulos retângulos, em triângulos obtusângulos e em triângulos isósceles e equiláteros. Eles deverão observar alguns casos curiosos, como o do triângulo obtusângulo, cujo ortocentro é um ponto externo ao triângulo, o do triângulo retângulo, cujo ortocentro é o vértice do ângulo reto, e o do triângulo equilátero, cujos baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro coincidem.

93

• Na atividade **2**, espera-se que os estudantes tracem um triângulo pelos três pontos que representam os prédios e as respectivas mediatrizes desse triângulo. Dessa maneira, é possível obter o ponto *C* (circuncentro do triângulo) que é equidistante dos vértices do triângulo.

• Na atividade **4**, é necessário determinar o valor de *x* para calcular a medida do perímetro do triângulo *BEC*. Os estudantes devem estar atentos à informação de que $\overline{EM}$ é a mediana relativa ao lado $\overline{BC}$. Verifique se eles já estão familiarizados com o termo "mediana" e, se necessário, retome o conceito com a turma.

Congruência

Objetivo

• Compreender o conceito de congruência de triângulos e reconhecer triângulos congruentes segundo um dos casos: LAL, LLL, ALA, e LAAo.

Orientações

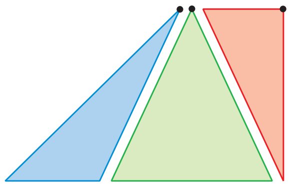
• Neste tópico, são propostas diferentes situações que exploram os casos de congruência de triângulos. Os casos são: LAL, LLL, ALA, LAAo e o do triângulo retângulo.

5. b) Espera-se que os estudantes concluam que as construções feitas por eles sugerem que nos triângulos equiláteros, o baricentro, o ortocentro e o incentro são pontos coincidentes.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

ATIVIDADES — FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Um quadro ficará em posição de equilíbrio se o ponto pelo qual for pendurado estiver na mesma linha vertical que seu centro de gravidade.

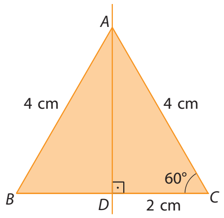


- Qual dos quadros triangulares acima fica em equilíbrio quando pendurado pelo ponto indicado? **1.** o quadro verde

2. Durante a construção de um condomínio formado por três prédios, a construtora pretende estocar os materiais em local que esteja à mesma distância dos três prédios. Sabendo que esses prédios não estarão alinhados, qual é o ponto mais próximo dos três?

2. O circuncentro do triângulo com vértices nos três prédios.

3. No triângulo *ABC*, $\overleftrightarrow{AD}$ é a mediatriz e $\overline{AD}$ é a altura relativas ao lado $\overline{BC}$.



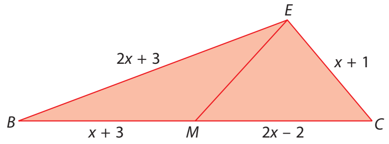
3. a) 30°

a) Qual é a medida de abertura do ângulo $D\hat{A}C$?

b) Qual é a medida do perímetro do triângulo *ABC*, ou seja, a soma das medidas de comprimento de seus lados? **3. b)** 12 cm

4. Calcule a medida do perímetro do triângulo *BEC* sabendo que $\overline{EM}$ é a mediana relativa ao lado $\overline{BC}$.

4. 35



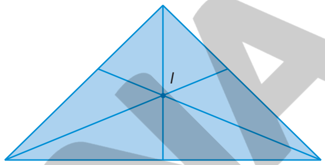
5. Construa um triângulo equilátero e encontre o baricentro, o ortocentro e o incentro dele.

a) O que você observou? **5. a)** Os três pontos coincidem.

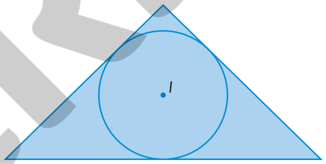
b) Converse com um colega, e verifiquem se vocês chegaram à mesma conclusão.

6. Reúna-se com um colega e leiam o texto.

Em um triângulo qualquer, o incentro (*I*) do triângulo é único.



Por isso, é possível traçar apenas uma circunferência inscrita nesse triângulo.



Agora, respondam no caderno.

- Dada uma circunferência, é possível traçar apenas um triângulo, de maneira que essa circunferência seja inscrita nele?

6. Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

4 Congruência

Dizemos que segmentos congruentes são aqueles que têm mesma medida de comprimento, e ângulos congruentes, os que têm mesma medida de abertura. Agora, vamos ampliar o estudo sobre a congruência de duas figuras planas.

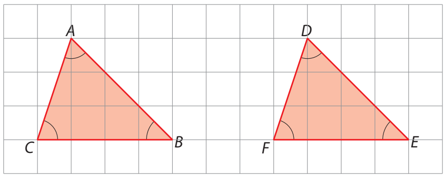
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Para entender o conceito de congruência de duas figuras, imagine que seja possível "deslocar" uma delas até que fique perfeitamente sobreposta à outra. Essa é a ideia da congruência.

Dizemos que dois polígonos são congruentes quando atendem simultaneamente a estas duas condições:

- os lados correspondentes são congruentes;
- os ângulos correspondentes são congruentes.

Observe os triângulos na malha quadriculada a seguir.



Os lados correspondentes são congruentes: $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ e $\overline{CA} \cong \overline{FD}$

Os ângulos correspondentes são congruentes: $\widehat{A} \cong \widehat{D}$, $\widehat{B} \cong \widehat{E}$ e $\widehat{C} \cong \widehat{F}$

Logo, o triângulo *ABC* é congruente ao triângulo *DEF*. Indicamos essa congruência assim:

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

Note que, para concluir que os triângulos são congruentes, verificamos as congruências entre os lados correspondentes e entre os ângulos correspondentes. Porém, não é necessário checar todas essas medidas: se verificarmos a congruência de alguns elementos, escolhidos convenientemente, a congruência dos outros já estará garantida.

É importante observar que há uma ordem correta para representar a congruência. Devemos escrever os vértices na ordem em que ocorrem as correspondências dos ângulos e dos lados.

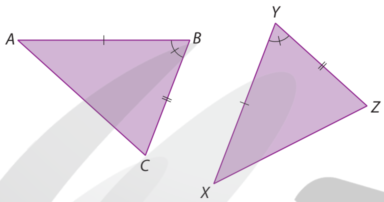
No exemplo acima, o triângulo *ABC* não é congruente ao triângulo *FDE*, pois os ângulos $\widehat{A}$ e $\widehat{F}$, $\widehat{B}$ e $\widehat{D}$, $\widehat{C}$ e $\widehat{E}$ não são congruentes, assim como não são congruentes os lados $\overline{AB}$ e $\overline{FD}$, $\overline{BC}$ e $\overline{DE}$, e $\overline{CA}$ e $\overline{EF}$.

A seguir, veremos casos em que se relacionam condições mínimas para garantir a congruência de dois triângulos.

Casos de congruência de triângulos

Caso lado-ângulo-lado (LAL)

Dois triângulos são congruentes se têm um ângulo correspondente congruente e os dois lados correspondentes que formam esse ângulo também congruentes.



- Lado $\longrightarrow \overline{AB} \cong \overline{XY}$
- Ângulo $\longrightarrow \widehat{B} \cong \widehat{Y}$
- Lado $\longrightarrow \overline{BC} \cong \overline{YZ}$

Então: $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

• Ao trabalhar o conceito de congruência de triângulos, pode-se comentar com os estudantes que o modo usual de representar que dois triângulos, *ABC* e *A′B′C′*, são congruentes ($ABC \cong A'B'C'$) indica que o vértice *A* corresponde ao vértice *A′*, o vértice *B* corresponde ao vértice *B′* e o vértice *C* corresponde ao vértice *C′*.

• Comente com os estudantes que, para verificar que dois triângulos são congruentes, não é preciso verificar as seis congruências, três entre lados e três entre ângulos. Existem condições mínimas para que dois triângulos sejam congruentes. Ao apresentar os casos de congruência de triângulos, enfatize que é necessário verificar apenas a congruência de três pares de elementos correspondentes em determinada ordem.

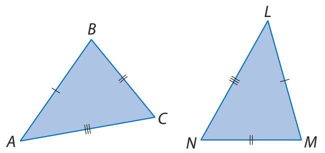
• É interessante também comentar com os estudantes que os casos de congruência de triângulos podem ser aplicados para determinar elementos desconhecidos nos triângulos e para demonstrar algumas propriedades importantes da Geometria.

• No item **c** do boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes percebam que a ordem dos elementos congruentes deve ser respeitada para que os dois triângulos sejam congruentes. Nesse caso, para os triângulos serem congruentes, os ângulos congruentes deveriam ser aqueles formados entre os lados de medidas de comprimento 2,1 cm e 2,8 cm. Portanto, apesar de os triângulos terem dois lados congruentes e um ângulo congruente, o triângulo *ABC* não é congruente ao triângulo *PQR*.

Lembre-se: Escreva no caderno!

Caso lado-lado-lado (LLL)

Dois triângulos que têm os três lados correspondentes congruentes são congruentes.

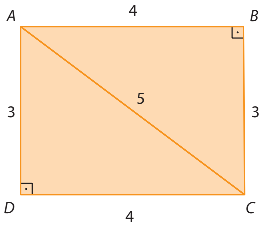


- Lado $\longrightarrow$ $\overline{AB} \cong \overline{LM}$
- Lado $\longrightarrow$ $\overline{BC} \cong \overline{MN}$
- Lado $\longrightarrow$ $\overline{CA} \cong \overline{NL}$

Logo: $\triangle ABC \cong \triangle LMN$

Exemplo

Vamos verificar se os triângulos *ABC* e *CDA* a seguir são congruentes.

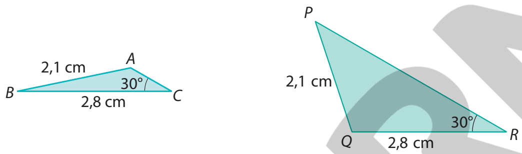


- Lado $\longrightarrow$ $AB = CD = 4$
- Lado $\longrightarrow$ $BC = DA = 3$
- Lado $\longrightarrow$ $AC = 5$ ($\overline{AC}$ é comum aos dois triângulos)

Logo: $\triangle ABC \cong \triangle CDA$

Para pensar

Observe os triângulos *ABC* e *PQR*.



a) Os triângulos têm dois lados correspondentes congruentes?

b) Os triângulos têm um ângulo correspondente congruente?

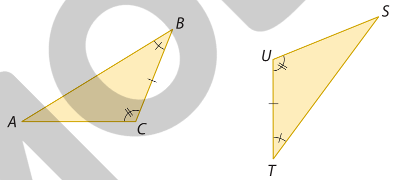
c) Podemos dizer que esses triângulos são congruentes pelo caso LAL? Justifique.

Para pensar: a) sim; **b)** sim; **c)** Não, pois pelo caso LAL, o ângulo congruente deve estar compreendido entre os lados congruentes, o que não acontece neste caso.

Caso ângulo-lado-ângulo (ALA)

Dois triângulos são congruentes se têm, respectivamente, um lado congruente e os dois ângulos adjacentes a esse lado também congruentes.

Observe os triângulos *ABC* e *STU* a seguir.



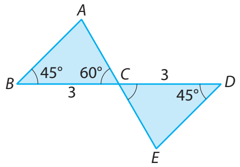
- Ângulo $\longrightarrow$ $\widehat{B} \cong \widehat{T}$
- Lado $\longrightarrow$ $\overline{BC} \cong \overline{TU}$
- Ângulo $\longrightarrow$ $\widehat{C} \cong \widehat{U}$

Então: $\triangle ABC \cong \triangle STU$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Exemplo

Vamos verificar se os triângulos *ABC* e *EDC* a seguir são congruentes.



- Ângulo ⟶ med($A\hat{B}C$) = med($E\hat{D}C$) = 45°
- Lado ⟶ *BC* = *DC* = 3
- Ângulo ⟶ med($B\hat{C}A$) = med($D\hat{C}E$) = 60°

Então: $\triangle ABC \cong \triangle EDC$

Recorde

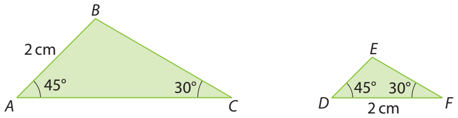
Quando dois ângulos têm o vértice comum e os lados de um deles são semirretas opostas aos lados do outro, eles são denominados **opostos pelo vértice** (**o.p.v.**). Dois ângulos opostos pelo vértice são sempre congruentes.

Na figura do exemplo anterior, os ângulos $B\hat{C}A$ e $D\hat{C}E$ são congruentes porque são opostos pelo vértice (o.p.v.).

Para analisar

Para analisar: Não, pois, pelo caso ALA, o lado congruente deve ser o compreendido entre os ângulos congruentes correspondentes, o que não acontece nesse caso.

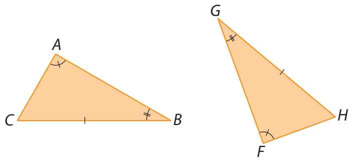
Observe os triângulos *ABC* e *DEF*.



Podemos dizer que esses triângulos são congruentes pelo caso ALA? Justifique sua resposta no caderno.

Caso lado-ângulo-ângulo oposto (LAAo)

Dois triângulos são congruentes se têm um lado correspondente congruente e se um dos ângulos adjacentes a esse lado e o ângulo oposto a ele também forem congruentes aos respectivos ângulos correspondentes.

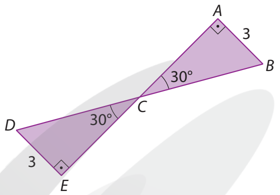


- Lado ⟶ $\overline{BC} \cong \overline{GH}$
- Ângulo ⟶ $\hat{B} \cong \hat{G}$
- Ângulo oposto ⟶ $\hat{A} \cong \hat{F}$

Então: $\triangle ABC \cong \triangle FGH$

Exemplo

Vamos verificar se os triângulos *ABC* e *EDC* a seguir são congruentes.



- Lado ⟶ *AB* = *ED* = 3
- Ângulo ⟶ *med*($B\hat{A}C$) = *med*($D\hat{E}C$) = 90°
- Ângulo oposto ⟶ *med*($D\hat{C}E$) = *med*($B\hat{C}A$) = 30°

Logo: $\triangle ABC \cong \triangle EDC$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- É interessante que os estudantes observem que existem triângulos que não são congruentes, mas que têm dois ângulos correspondentes de mesma medida de abertura e um dos lados também de mesma medida de comprimento. Se julgar necessário, desenhe um exemplo no quadro.
- O boxe *Para analisar* permite que os estudantes observem que existem triângulos não congruentes que apresentam dois ângulos correspondentes de mesma medida de abertura e um dos lados também de mesma medida de comprimento. Enfatize que, para serem congruentes pelo caso ALA, o comprimento do lado $\overline{AC}$ do triângulo *ABC* teria de medir 2 cm.

• Depois do estudo dos casos de congruência de triângulos, peça aos estudantes que verbalizem o que aprenderam, apresentando suas conclusões e sínteses para os colegas. Esse é um momento de avaliar o que aprenderam e o modo como se comunicam matematicamente.

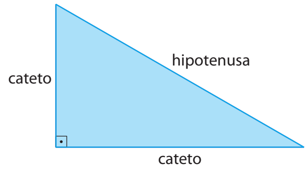
• Se necessário, na atividade **1**, observe com os estudantes que AAA (ângulo-ângulo-ângulo) não é um caso de congruência de triângulos.

Caso especial do triângulo retângulo: hipotenusa-cateto (HC)

Sabemos que um triângulo é **retângulo** quando um de seus ângulos internos é reto, ou seja, tem medida de abertura igual a 90°.

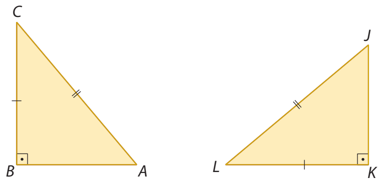
Em um triângulo retângulo, os lados recebem nomes especiais:

- os lados que determinam o ângulo reto são denominados **catetos**;
- o lado oposto ao ângulo reto é denominado **hipotenusa**.



Os outros casos de congruência estudados podem ser aplicados a qualquer tipo de triângulo, mas o caso a seguir só pode ser utilizado em triângulos retângulos.

Dois triângulos retângulos são congruentes se um tem um dos catetos e a hipotenusa congruentes aos lados correspondentes do outro.

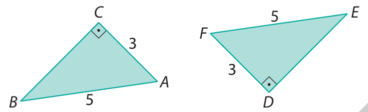


- Hipotenusa $\longrightarrow \overline{AC} \cong \overline{JL}$
- Cateto $\longrightarrow \overline{BC} \cong \overline{KL}$

Então: $\triangle ABC \cong \triangle JKL$

Exemplo

Vamos verificar se os triângulos *ABC* e *FED* são congruentes.

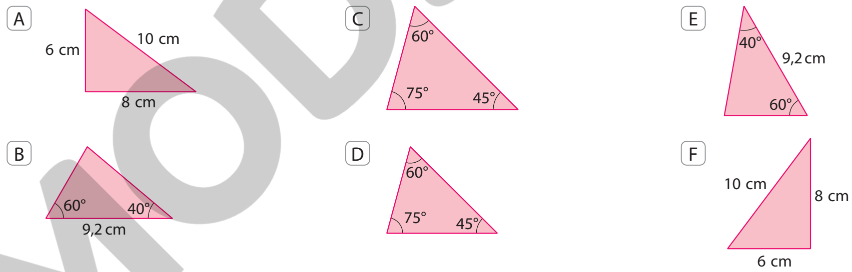


- Cateto $\longrightarrow AC = FD = 3$
- Hipotenusa $\longrightarrow AB = FE = 5$

Logo: $\triangle ABC \cong \triangle FED$

ATIVIDADES FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Entre as figuras abaixo, encontre os pares de triângulos congruentes e indique o caso de congruência que se aplica a eles. **1.** A e F: LLL; B e E: ALA

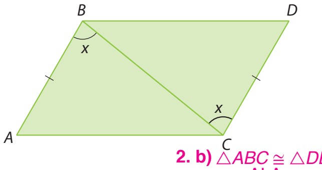


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

2. a) $\triangle ABC \cong \triangle DCB$
caso LAL
• lado: $\overline{AB} \cong \overline{DC}$
• ângulo: $A\hat{B}C \cong D\hat{C}B$
• lado: $\overline{BC}$ (lado comum)

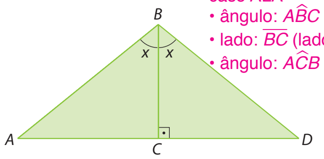
2. Em cada figura a seguir há um par de triângulos congruentes. Identifique esses triângulos e indique o caso de congruência. Justifique sua resposta.

a)



2. b) $\triangle ABC \cong \triangle DBC$
caso ALA
• ângulo: $A\hat{B}C \cong D\hat{B}C$
• lado: $\overline{BC}$ (lado comum)
• ângulo: $A\hat{C}B \cong D\hat{C}B$

b)



3. alternativas **b** e **c**

3. Copie no caderno as afirmações verdadeiras.

a) Se dois triângulos têm os três ângulos respectivamente congruentes, eles são congruentes.

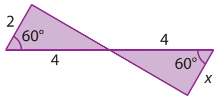
b) Para construir um triângulo retângulo, basta conhecer a medida dos dois catetos.

c) Dois triângulos retângulos que têm os catetos congruentes são congruentes.

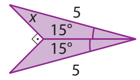
4. a) 2; **b)** 4; **c)** 30°; **d)** 6

4. Determine a medida *x* em cada caso.

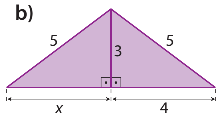
a)



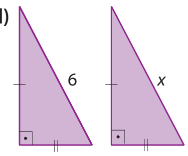
c)



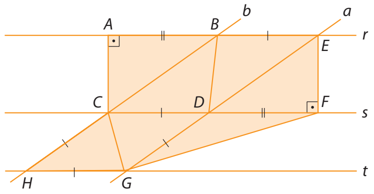
b)



d)



5. Observe os triângulos formados na figura a seguir e identifique os triângulos congruentes sabendo que *r* // *s* // *t* e que *a* // *b*.



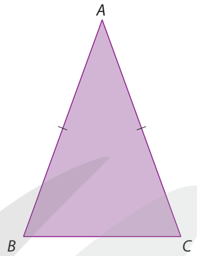
5. $\triangle CHG \cong \triangle GDC$ (LLL); $\triangle CDB \cong \triangle EBD$ (LAL); $\triangle ABC \cong \triangle FDE$ (HC)

5 Triângulos isósceles e triângulos equiláteros

Como vimos, os triângulos podem ser classificados conforme a medida de comprimento de seus lados. Nessa classificação, o triângulo equilátero é aquele que tem todos os lados congruentes; já o triângulo isósceles é aquele que tem dois lados congruentes. Então, podemos dizer que todo triângulo equilátero também é isósceles.

No caso de um triângulo isósceles não equilátero, o lado não congruente é denominado **base** do triângulo. Quando o triângulo isósceles é equilátero, qualquer um dos lados pode ser considerado base.

Observe o triângulo isósceles *ABC* abaixo.



Nesse triângulo:
- os lados congruentes são $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$;
- a base é $\overline{BC}$;
- os ângulos da base são $\hat{B}$ e $\hat{C}$.

Vamos estudar algumas propriedades dos triângulos isósceles e dos triângulos equiláteros.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

• A atividade **5** merece uma atenção especial, pois envolve vários triângulos e exige que os estudantes coloquem em prática diferentes conhecimentos discutidos nas aulas. É interessante que eles possam realizar a atividade em grupos para trocar ideias e comparar caminhos de resolução. Destaque que não há medidas numéricas para as medidas de comprimento dos lados na ilustração, mas há símbolos que representam congruência.

Triângulos isósceles e triângulos equiláteros

Objetivo

• Reconhecer e demonstrar propriedades dos triângulos isósceles e equilátero.

Orientações

• Para que os estudantes aprimorem seus conhecimentos sobre triângulos e suas propriedades, nessa etapa dois tipos de triângulo ganham destaque: o isósceles e o equilátero.

• Antes de apresentar a propriedade dos ângulos da base de um triângulo isósceles e a propriedade dos ângulos internos de um triângulo equilátero, proponha aos estudantes que investiguem essas propriedades utilizando um *software* de Geometria dinâmica. Propostas como essa colocam-nos como protagonistas de seu processo de aprendizagem e contribuem para que valorizem as demonstrações que serão feitas posteriormente.

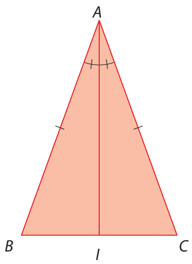
• Demonstre cada uma dessas propriedades no quadro, incentivando a participação da turma. Em cada caso, é importante deixar claras as hipóteses e a tese. Enfatize os conceitos empregados e deixe que os estudantes identifiquem os triângulos congruentes.

Propriedade dos ângulos da base de um triângulo isósceles

Em um triângulo isósceles, os ângulos da base são congruentes.

Acompanhe a demonstração dessa propriedade.

Considere o $\triangle ABC$, com $\overline{AB} \cong \overline{AC}$, sendo $\overline{AI}$ a bissetriz relativa ao ângulo $\hat{A}$.



Nos triângulos AIB e AIC:

- $\overline{AI}$ é comum $\longrightarrow$ lado;
- $I\hat{A}B \cong I\hat{A}C$, pois $\overline{AI}$ é bissetriz $\longrightarrow$ ângulo;
- $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ pois o triângulo é isósceles $\longrightarrow$ lado.

Portanto, pelo caso LAL: $\triangle AIB \cong \triangle AIC$

Como os triângulos AIB e AIC são congruentes: $\hat{B} \cong \hat{C}$

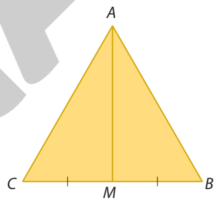
Assim, concluímos que os ângulos da base de um triângulo isósceles são congruentes.

Propriedade dos ângulos internos de um triângulo equilátero

Em qualquer triângulo equilátero, os três ângulos internos são congruentes a abertura de cada um mede 60°.

Vamos demonstrar essa propriedade.

Observe o $\triangle ABC$ equilátero e a mediana $\overline{AM}$ relativa ao lado $\overline{BC}$.



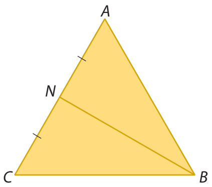
Nos triângulos AMB e AMC:

- $\overline{AM}$ é comum $\longrightarrow$ lado;
- $\overline{BM} \cong \overline{CM}$, pois M é o ponto médio de $\overline{BC}$ $\longrightarrow$ lado;
- $\overline{AB} \cong \overline{AC}$, pois o $\triangle ABC$ é equilátero $\longrightarrow$ lado.

Portanto, pelo caso LLL: $\triangle AMB \cong \triangle AMC$

Logo: $\hat{B} \cong \hat{C}$ (I)

Vamos, agora, traçar a mediana $\overline{BN}$ relativa ao lado $\overline{AC}$.



Nos triângulos BNA e BNC:

- $\overline{BN}$ é comum $\longrightarrow$ lado;
- $\overline{AN} \cong \overline{CN}$, pois N é o ponto médio de $\overline{AC}$ $\longrightarrow$ lado;
- $\overline{BA} \cong \overline{BC}$, pois o $\triangle ABC$ é equilátero $\longrightarrow$ lado.

Portanto, pelo caso LLL: $\triangle BNA \cong \triangle BNC$

Logo: $\hat{A} \cong \hat{C}$ (II)

De I e II vem: $\hat{A} \cong \hat{B} \cong \hat{C}$

Como $\text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{C}) = 180°$, então:

$\text{med}(\hat{A}) = \text{med}(\hat{B}) = \text{med}(\hat{C}) = 60°$

Assim, demonstramos que os ângulos internos de um triângulo equilátero são congruentes e a abertura de cada um mede 60°.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Informática e Matemática

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Investigando os pontos notáveis em um triângulo

Antes de apresentar a próxima propriedade, vamos utilizar um *software* de Geometria dinâmica para fazer algumas investigações.

CONSTRUA

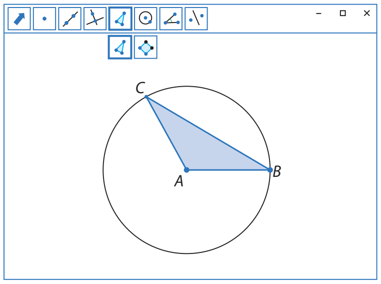
Triângulo isósceles

Inicialmente, vamos construir um triângulo isósceles.

1º) Trace um segmento $\overline{AB}$ qualquer.

2º) Trace a circunferência de centro em A passando por B.

3º) Escolha um ponto C qualquer nessa circunferência e trace o triângulo ABC.



Mesmo com a movimentação dos vértices, pela construção, esse triângulo será isósceles.

Triângulo equilátero

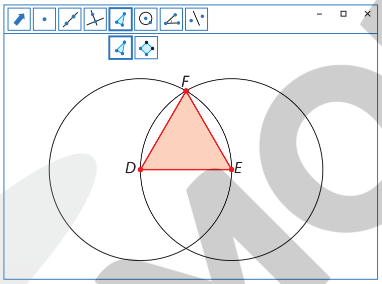
Agora, vamos construir um triângulo equilátero.

1º) Trace um segmento $\overline{DE}$ qualquer.

2º) Trace a circunferência de centro em D passando por E.

3º) Trace a circunferência de centro em E passando por D.

4º) Em uma das intersecções das circunferências marque o ponto F e trace o triângulo DEF. Mesmo com a movimentação dos vértices D e E, pela construção, esse triângulo será equilátero.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.

Competência geral 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Competência específica 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Informática e Matemática

Objetivos

- Investigar a posição dos pontos notáveis em triângulos isósceles e equiláteros.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA15, da competência geral 5 e da competência específica 2 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA15 da BNCC ao propor aos estudantes que construam, usando o *software* de Geometria dinâmica, um triângulo isósceles e um triângulo equilátero e, depois, investiguem os pontos notáveis desses triângulos.

Orientações

- Nesta seção, os estudantes deverão construir um triângulo isósceles e um triângulo equilátero, suas medianas, alturas, bissetrizes e mediatrizes e seus pontos notáveis (baricentro, ortocentro, incentro e circuncentro).

• Em *Investigue*, os estudantes deverão movimentar os vértices dos triângulos construídos e verificar experimentalmente que a mediatriz, a altura e a mediana relativas à base e a bissetriz relativa ao ângulo oposto à base coincidem. Além disso, eles devem observar que os pontos notáveis estão alinhados no triângulo isósceles (não equiláteros), e que esses pontos coincidem no triângulo equilátero. É importante enfatizar que as investigações realizadas apenas sugerem que essas propriedades são válidas e que elas serão demonstradas nas páginas seguintes.

• O uso da tecnologia digital de forma significativa contribui para o desenvolvimento da competência geral 5 da BNCC. Além disso, essa atividade proporciona aos estudantes desenvolver o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, o que favorece o desenvolvimento da competência específica 2 da BNCC.

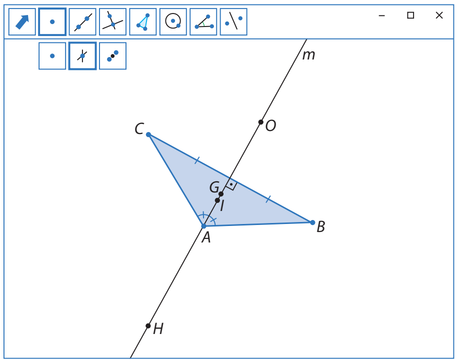
▶ Informática e Matemática

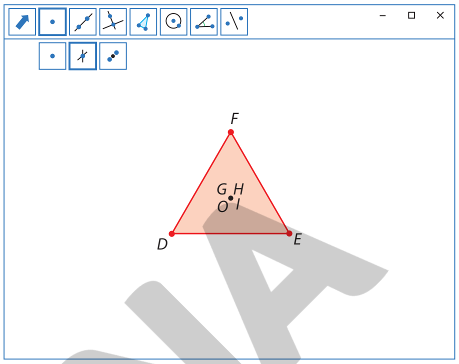
Pontos notáveis

Agora, usando o passo a passo visto neste Capítulo ou as ferramentas do *software* (alguns *softwares* contêm ferramentas que determinam pontos médios, mediatrizes, bissetrizes e retas perpendiculares), para cada um dos triângulos trace:

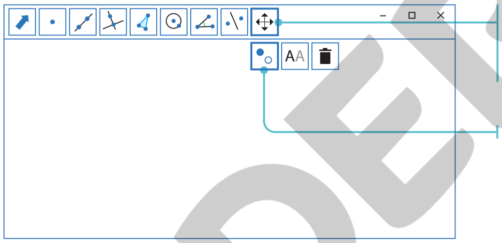
- as medianas do triângulo e o ponto *G* (baricentro), intersecção dessas medianas;
- as alturas do triângulo e o ponto *H* (ortocentro), intersecção dessas alturas;
- as bissetrizes do triângulo e o ponto *I* (incentro), intersecção dessas bissetrizes;
- as mediatrizes do triângulo e o ponto *O* (circuncentro), intersecção dessas mediatrizes.

Usando uma ferramenta do *software*, esconda as construções auxiliares, deixando somente os triângulos e os pontos notáveis visíveis. No caso do triângulo isósceles, **não** esconda a mediatriz, a altura e a mediana relativas à base $\overline{BC}$ e a bissetriz relativa ao ângulo $\hat{A}$.





A maioria dos *softwares* tem uma ferramenta para esconder construções. Utilize esse recurso a cada passo para esconder os traçados auxiliares.



Neste exemplo de tela, esse botão foi clicado e surgiram as ferramentas exibir/esconder objeto; exibir/esconder rótulo; excluir.

Ferramenta para exibir/esconder objetos.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

INVESTIGUE

a) Movimente os vértices do triângulo isósceles construído a fim de modificar sua configuração. O que acontece com a mediatriz, a altura e a mediana relativas à base $\overline{BC}$ e a bissetriz relativa ao ângulo oposto?

Investigue: a) A altura, a mediana e a bissetriz coincidem e estão contidas na reta que é a mediatriz relativa à base.

b) Os pontos notáveis do triângulo isósceles estão alinhados? Isso acontece mesmo quando você movimenta o triângulo?

b) Espera-se que os estudantes percebam que em um triângulo isósceles os pontos notáveis estão sempre alinhados.

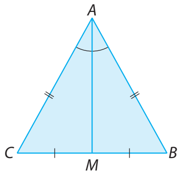
c) Movimente os vértices móveis do triângulo equilátero construído para modificar sua configuração. O que você observa em relação aos pontos notáveis de um triângulo equilátero?

c) Espera-se que os estudantes percebam que os pontos notáveis coincidem.

Propriedade da mediana, da altura e da bissetriz de um triângulo isósceles

Em qualquer triângulo isósceles, a mediana relativa à base e a altura relativa à base coincidem com a bissetriz do ângulo do vértice oposto à base.

No triângulo ABC isósceles a seguir, $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ e a mediana $\overline{AM}$ é relativa à base $\overline{BC}$.



Vamos demonstrar, inicialmente, que $\overline{AM}$ também é a bissetriz relativa ao ângulo $\widehat{A}$.
Considerando os triângulos AMB e AMC, podemos afirmar que:

- $\overline{AM}$ é comum $\longrightarrow$ lado;
- $\overline{BM} \cong \overline{CM}$, pois M é o ponto médio de $\overline{BC}$ $\longrightarrow$ lado;
- $\overline{AB} \cong \overline{AC}$, pois o $\triangle ABC$ é isósceles $\longrightarrow$ lado.

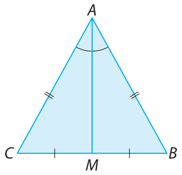
Lembre-se:
Escreva no caderno!

Portanto, pelo caso LLL: $\triangle AMB \cong \triangle AMC$

Assim: $M\widehat{A}B \cong M\widehat{A}C$

Portanto, $\overline{AM}$ é a bissetriz relativa ao ângulo $\widehat{A}$.

Agora, vamos demonstrar que $\overline{AM}$ também é a altura relativa à base $\overline{BC}$.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Como foi demonstrado acima, os triângulos AMB e AMC são congruentes.
Portanto, $A\widehat{M}B \cong A\widehat{M}C$.
Além disso, $A\widehat{M}B$ e $A\widehat{M}C$ são suplementares. Então:

$\text{med}(A\widehat{M}B) + \text{med}(A\widehat{M}C) = 180°$

$\text{med}(A\widehat{M}B) + \text{med}(A\widehat{M}B) = 180°$

$2 \cdot \text{med}(A\widehat{M}B) = 180°$

$\text{med}(A\widehat{M}B) = 90°$

Portanto, $\overline{AM}$ é a altura relativa à base $\overline{BC}$.

- A propriedade da mediana, da altura e da bissetriz de um triângulo isósceles, investigada pelos estudantes na seção *Informática e Matemática*, agora deve ser demonstrada. Convém demonstrá-la no quadro com a colaboração da turma. Novamente, ressalta-se a importância de deixar claras as hipóteses e a tese. A identificação dos triângulos congruentes deve ficar a cargo dos estudantes.
- As demonstrações matemáticas geralmente são feitas com vocabulário próprio, diferente do que aquele com o qual os estudantes estão acostumados. Por essa razão, às vezes eles podem ter dificuldade de compreendê-las. Tenha isso em vista ao propor as demonstrações e verifique o entendimento dos estudantes durante a explicação.

Justificativa de algumas construções com régua e compasso

Objetivos

• Justificar a construção com régua e compasso da bissetriz de um ângulo qualquer.

• Justificar a construção com régua e compasso de um ângulo com medida de abertura de 60°.

• Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA15 da BNCC.

Habilidade da BNCC

• Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA15 da BNCC ao propor aos estudantes que construam, usando instrumentos de desenho, a bissetriz e o ângulo com medida de abertura de 60°.

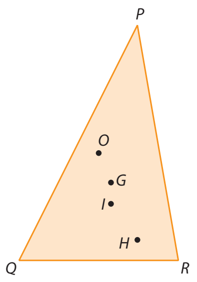
Orientações

• No Capítulo **2**, foram estudadas algumas construções com régua e compasso, e, neste tópico, algumas delas serão demonstradas. A construção da bissetriz, por exemplo, será demonstrada por meio da identificação de triângulos congruentes.

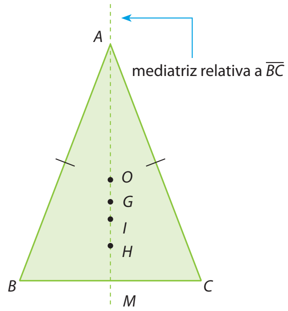
• Ao propor o uso de compasso, enfatize aos estudantes o cuidado com seu manuseio, a fim de evitar acidentes.

Observações

- Pela propriedade demonstrada, em um triângulo isósceles:
  a) a mediatriz relativa à base é reta suporte da altura e da mediana relativas à base e da bissetriz do ângulo oposto;
  b) os pontos notáveis são colineares.
  Note nos triângulos a seguir a posição dos pontos *O* (circuncentro), *G* (baricentro), *I* (incentro) e *H* (ortocentro).

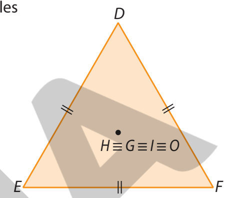


Triângulo escaleno



Triângulo isósceles

- Como um triângulo equilátero é também isósceles, a mediatriz relativa a cada lado será reta suporte de cada bissetriz, mediana e altura. Assim, os pontos notáveis de um triângulo equilátero coincidem. Indicamos: $H \equiv G \equiv I \equiv O$

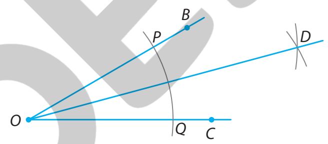


Triângulo equilátero

6 Justificativa de algumas construções com régua e compasso

Bissetriz

A bissetriz do ângulo $B\hat{O}C$ a seguir foi construída como mostrado na página 66.

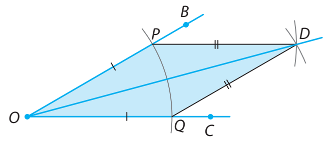


Vamos verificar que, de fato, com os passos realizados, $\overrightarrow{OD}$ é a bissetriz do ângulo $B\hat{O}C$.

Podemos considerar dois triângulos: $\triangle POD$ e $\triangle QOD$

Com base na construção realizada, sabemos que $\overline{OP} \cong \overline{OQ}$, $\overline{PD} \cong \overline{QD}$ e $\overline{OD}$ é lado comum aos triângulos. Logo, pelo critério LLL: $\triangle POD \cong \triangle QOD$

Então, $B\hat{O}D \cong C\hat{O}D$ e, portanto, $\overrightarrow{OD}$ é a bissetriz do ângulo $B\hat{O}C$.

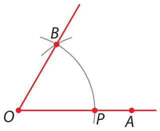


ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.

Ângulo com medida de abertura de 60°

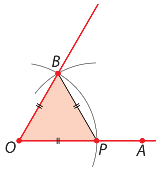
O ângulo cuja abertura mede 60° da figura foi construído como mostrado na página 67.



Vamos verificar que, com a construção realizada, a abertura do ângulo $A\hat{O}B$ mede, de fato, 60°.

Com base nos passos realizados na construção, sabemos que $\overline{OB} \cong \overline{OP} \cong \overline{PB}$.

Logo, o triângulo *OPB* é equilátero e, portanto, a abertura de seus ângulos internos mede 60°. Então, med$(A\hat{O}B) = 60°$.

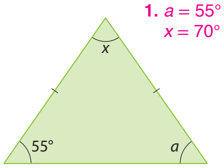


ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. O triângulo a seguir é isósceles. Determine o valor de *a* e de *x*, em grau.

1. $a = 55°$
$x = 70°$



2. A abertura do ângulo do vértice *A*, oposto à base de um triângulo isósceles, mede 80°. Quanto mede a abertura dos ângulos da base $\hat{B}$ e $\hat{C}$? **2.** 50°

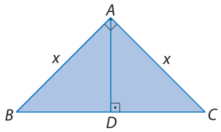
3. Considerando o triângulo a seguir, em que $BC = 28$ cm, calcule no caderno: **3. a)** 45°

a) a medida de abertura do ângulo interno $A\hat{B}C$;

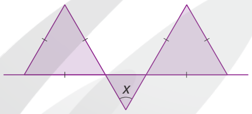
b) a medida de comprimento do segmento $\overline{DC}$;

c) a medida de comprimento do segmento $\overline{AD}$.

3. b) 14 cm **3. c)** 14 cm

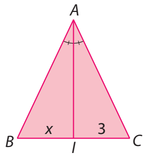


4. Determine a medida *x*, em grau. **4.** 60°

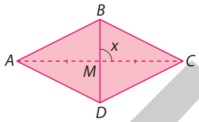


5. Determine *x* sabendo que o triângulo *ABC*, em cada item, é isósceles.

a) $\overline{AI}$ é a bissetriz relativa ao vértice *A*. **5. a)** 3

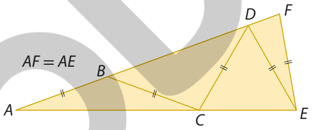


b) $\overline{BM}$ é a mediana relativa ao lado $\overline{AC}$ do triângulo *ABC*. **5. b)** 90°



6. Reúna-se com um colega e resolvam.

Dado um triângulo isósceles *AEF* $(\overline{AF} \cong \overline{AE})$ com um caminho de cinco segmentos congruentes *A-B-C-D-E-F*, ache a medida, em grau, [da abertura] do ângulo $\hat{A}$. **6.** 20°



MILAUSKAS, George. Problemas de geometria criativos podem levar à resolução criativa de problemas criativos. *In*: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. (org.). *Aprendendo e ensinando geometria*. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1996. p. 93.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Na resolução dessas atividades, solicite aos estudantes que registrem de forma sucinta as ideias ou propriedades que utilizaram. A intenção não é que a descrição fique longa ou demasiadamente formal, mas apenas deixar claro o caminho percorrido para chegar a cada uma das soluções. Nesse sentido, contribui-se para que os estudantes aprimorem sua habilidade de comunicarem-se matematicamente.
- Se julgar conveniente, peça aos estudantes que avaliem se todas as medidas encontradas estão coerentes com as ilustrações apresentadas. Assim, eles mesmos poderão identificar possíveis falhas nos cálculos ou na interpretação.

Estatística e Probabilidade

Objetivos

- Ler e interpretar gráficos de diferentes tipos publicados pela mídia.
- Trabalhar com os Temas Contemporâneos Transversais **Ciência e Tecnologia**, da macroárea **Ciência e Tecnologia**; **Educação Alimentar e Nutricional**, da macroárea **Saúde**; e **Educação para o Consumo**, da macroárea **Economia**.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA23 e das competências gerais 7 e 9 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Esta seção contribui para o desenvolvimento da habilidade EF08MA23 da BNCC porque trabalha a leitura e a interpretação de determinado conjunto de dados representados em gráficos.

Orientações

- O acesso à informação de maneira rápida e organizada é de grande importância na sociedade atual. Para oferecer esse tipo de informação, as diferentes mídias habitualmente se utilizam de informações visuais, entre elas os gráficos, para apresentar dados que abordam temas de interesse da população, como questões econômicas, políticas e esportivas, entre outras. É com base nessas informações, veiculadas pelos diferentes meios de comunicação, que o indivíduo faz previsões, toma decisões e se mantém informado. Nesse sentido, a proposta desta seção favorece o desenvolvimento da competência geral 7 da BNCC.
- Busca-se proporcionar aos estudantes a experiência de ler e interpretar diferentes tipos de gráfico publicados pela mídia. A intenção é que eles desenvolvam um olhar crítico sobre as informações apresentadas pela mídia de modo que possam ler dados e realizar questionamentos necessários à sua interpretação.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Leitura e interpretação de gráficos

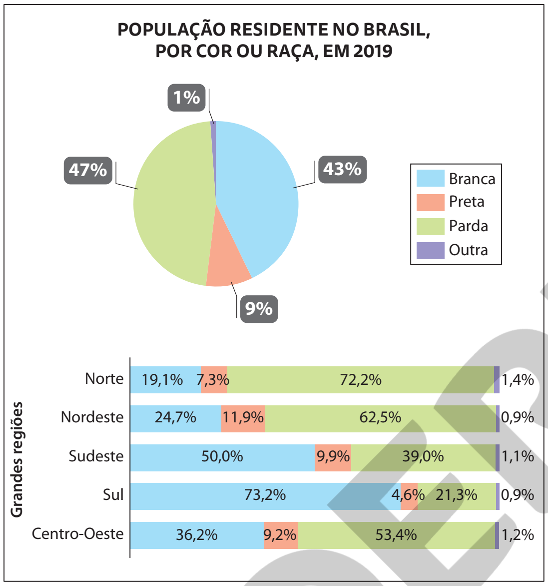
Em muitas situações do dia a dia você deve ter visto diversos tipos de gráfico, como os de barras, os de setores, os de linhas e os pictogramas. Para que a informação seja transmitida de maneira clara, é preciso, entre outras coisas, que o tipo de gráfico seja adequado aos dados que contém.

Para interpretar um gráfico, é importante saber analisar seus elementos e usar o que você já sabe sobre o assunto abordado.

Observe os gráficos elaborados a partir de uma pesquisa publicada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

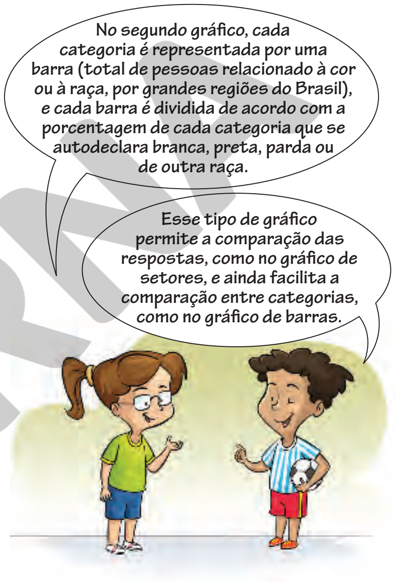

ANDRIY POPOV/ALAMY/FOTOARENA

Pesquisadora analisando gráficos.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte: IBGE. *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua*: características gerais dos domicílios e dos moradores 2019.



GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Com base nos gráficos, podemos tirar várias conclusões. Leia algumas delas:

- a pesquisa foi realizada em 2019 pelo IBGE;
- no Brasil, 43% das pessoas se autodeclararam brancas, 9% pretas, 47% pardas e 1% de outra cor ou raça;
- a maioria dos brasileiros se autodeclarou parda;
- nas regiões Norte, Nordeste e Centro-Oeste mais da metade das pessoas se autodeclararam pardas;
- no Sul, 73,2% das pessoas se autodeclararam brancas;
- havia diferenças significativas entre as porcentagens de acordo com a cor ou a raça autodeclarada por grande região do Brasil.

(EF08MA23) Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.

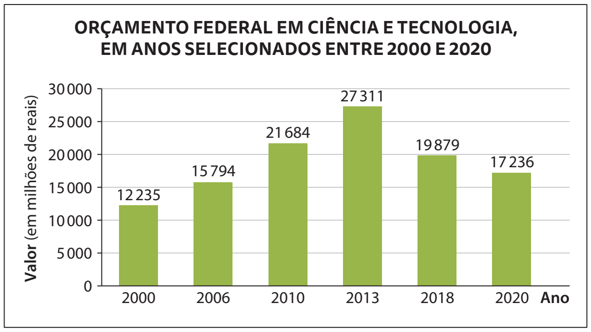
Competência geral 7: Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe o gráfico a seguir.



Para pensar

Você acha importante que o governo federal invista mais em ciência e tecnologia no Brasil?

Para pensar: Resposta pessoal.

Fonte: INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA (Ipea). *Políticas Públicas para Ciência e Tecnologia*: cenário e evolução recente. Disponível em: http://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/10879/2/NT_92_Diset_Politicas_Publicas_Para_Ciencia.pdf. Acesso em: 2 ago. 2022.

De acordo com as informações do gráfico, é **incorreto** afirmar que: **1.** alternativa b

a) o orçamento no ano de 2020 foi menor que 20000 milhões de reais.

b) entre os anos apresentados, houve redução do orçamento somente entre 2018 e 2020.

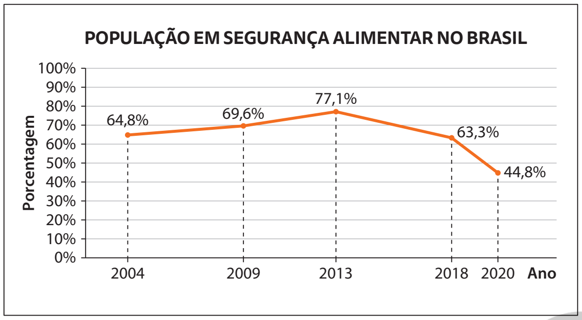
c) a diferença entre o investimento em 2013 e em 2020 foi de 10075 milhões de reais.

d) entre os anos apresentados, o que teve maior investimento foi 2013.

e) o orçamento em 2000 foi menor que 15000 milhões de reais.

2. A segurança alimentar é a garantia de ter acesso pleno e permanente aos alimentos. Apesar de ser um direito do brasileiro assegurado por lei desde 2010, em 2020 mais da metade da população se encontrava em situação de insegurança alimentar, que pode ser classificada em leve, moderada ou grave, quando a fome passa a ser uma realidade.

Observe a seguir os dados apresentados sobre esta situação no Brasil ao longo dos anos.



ELDER GALVÃO/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte: REDE BRASILEIRA DE PESQUISA EM SOBERANIA E SEGURANÇA ALIMENTAR E NUTRICIONAL (Rede PENSSAN). *Inquérito Nacional sobre Insegurança Alimentar no Contexto da Pandemia da Covid-19 no Brasil*. Disponível em: http://olheparaafome.com.br/VIGISAN_Inseguranca_alimentar.pdf. Acesso em: 15 jun. 2022.

Com base na análise do gráfico, **não** podemos afirmar que: **2.** alternativa d

a) entre os anos apresentados, em 2020 houve o menor percentual da população brasileira em segurança alimentar.

b) a segurança alimentar da população brasileira aumentou de 2004 a 2009 e de 2009 a 2013.

c) em 2020 cerca de 55,2% da população vivia algum tipo de insegurança alimentar.

d) em 2009, 69,6% da população brasileira vivia em insegurança alimentar.

e) de 2013 a 2020 houve uma queda de 32,3% da população brasileira em segurança alimentar.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Se achar conveniente, retome os tipos de gráfico estudados neste ano e em anos anteriores, enfatizando as situações em que o uso de um é mais adequado que o uso do outro. Além disso, convém retomar o conceito de porcentagem. Ao fazer essa ponte com os conhecimentos previamente adquiridos pela turma, pode-se contribuir para que realizem as atividades propostas com mais facilidade.
- Durante a realização das atividades **1** e **2**, incentive os estudantes a explicar o porquê de as afirmações serem falsas ou verdadeiras.
- A temática proposta na atividade **1** possibilita desenvolver o Tema Contemporâneo Transversal **Ciência e Tecnologia**, da macroárea **Ciência e Tecnologia**. Após resolver a atividade **1**, proponha aos estudantes que reflitam sobre a pergunta do boxe *Para pensar*. Em seguida, peça a alguns deles que compartilhem suas opiniões com a turma. Promova um ambiente acolhedor, de modo que os estudantes sintam-se à vontade para colocar suas ideias e ouçam a opinião do colega com empatia e respeito. Assim, promove-se a competência geral 9 da BNCC.
- Aproveite o tema da atividade **2** e converse com os estudantes sobre o aumento da fome no país e as possíveis causas para esse aumento, possibilitando, assim, o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Alimentar e Nutricional**, da macroárea **Saúde**.

• Enfatize a importância de obter o título, a legenda e a fonte dos gráficos no processo de compreensão dos dados apresentados. Se achar pertinente, mostre para os estudantes os impactos da supressão dos títulos e das legendas.

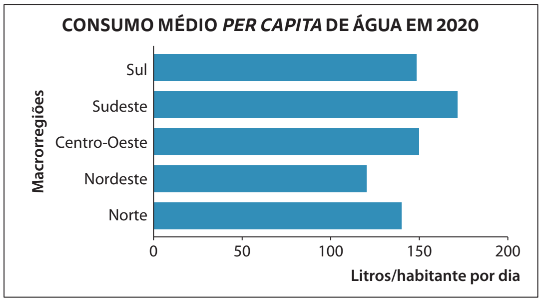
• Se possível, converse com eles a respeito dos temas a que os gráficos se referem, de modo a possibilitar uma maior interação deles com os gráficos. O boxe *Para pensar*, por exemplo, favorece tal discussão com relação ao tema do gráfico da atividade **3**. Se julgar conveniente, mostre a eles algumas ferramentas, disponíveis na internet, que estimam quantidades gastas de água com algumas atividades (por exemplo: http://www.sabesp.com.br/CalandraWeb/animacoes/index.html; acesso em: 12 ago. 2022.). Comente com os estudantes algumas medidas que podem evitar o desperdício, como tomar banhos mais curtos, desligar o registro ao ensaboar a louça, aproveitar a água da chuva etc. Esse assunto favorece o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação para o Consumo**, da macroárea **Meio Ambiente**.

• Amplie a proposta desta seção e peça aos estudantes que, em grupos, pesquisem em jornais, revistas ou internet gráficos publicados pela mídia. Depois, proponha que façam a leitura e a interpretação do material encontrado.

▶ **Estatística e Probabilidade**

3. O gráfico de barras a seguir apresenta o consumo médio doméstico *per capita* de água nas macrorregiões do Brasil em 2020.

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTO: KRAKENIMAGES/SHUTTERSTOCK



Fonte: MINISTÉRIO DO DESENVOLVIMENTO REGIONAL; SECRETARIA NACIONAL DE SANEAMENTO – SNS. *Diagnóstico Temático Serviços de Água e Esgoto DEZ/2021*: visão geral – ano de referência 2020. Disponível em: http://www.snis.gov.br/downloads/diagnosticos/ae/2020/DIAGNOSTICO_TEMATICO_VISAO_GERAL_AE_SNIS_2021.pdf. Acesso em: 15 jun. 2022.

Com base nas informações do gráfico, é **incorreto** afirmar que, em 2020: **3.** alternativa **d**

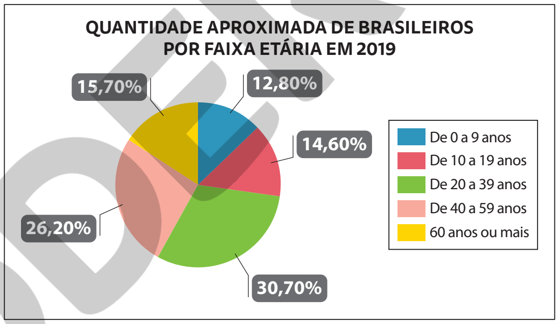
a) o consumo de água *per capita* no Sudeste era de mais de 150 L.
b) os consumos de água *per capita* no Sul e no Centro-Oeste eram próximos a 150 L.
c) o Sudeste era a região em que o consumo de água *per capita* em 2020 era maior.
d) o consumo de água *per capita* no Norte era maior do que 150 L.
e) o Nordeste era a região em que o consumo de água *per capita* em 2020 era menor.

Para pensar

Você tem ideia de quanto gasta de água por dia? Que ações você pode tomar para diminuir o consumo de água em sua casa? **Para pensar:** Respostas pessoais.

4. Analise o gráfico a seguir.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA



Fonte: IBGE. *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua*: características gerais dos domicílios e dos moradores 2019.

4. a) Resposta pessoal.

a) Escreva um parágrafo com três conclusões sobre as informações contidas nesse gráfico.
b) Converse com dois colegas e comparem as conclusões que vocês escreveram. Caso as conclusões dos colegas sejam diferentes das suas, copie-as no caderno. **4. b)** Resposta pessoal.

Atividades de revisão

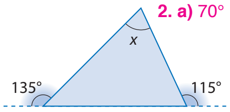
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. (CFSDFN-RJ) Dois lados de um triângulo medem 9 cm e 6 cm. Qual das seguintes medidas pode ser escolhida para o terceiro lado? **1.** alternativa **c**

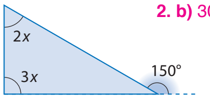
a) 2 cm
b) 15 cm
c) 12 cm
d) 3 cm

2. Calcule a medida x em cada item.

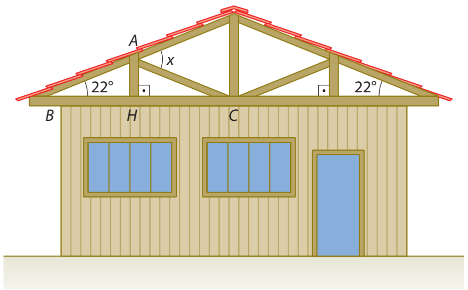
a) **2. a)** 70°



b) **2. b)** 30°

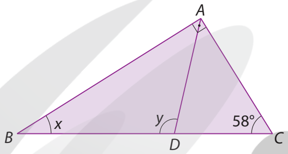


3. Observe o projeto de um telhado.



- Se o triângulo ABC é isósceles e $\overline{AH}$ é sua altura, qual é a medida x, em grau? **3.** 44°

4. Determine as medidas x e y, em grau, sabendo que o triângulo ABC é retângulo, o ângulo $\hat{A}$ é reto e o segmento $\overline{AD}$ é uma de suas bissetrizes. **4.** $x = 32°$; $y = 103°$

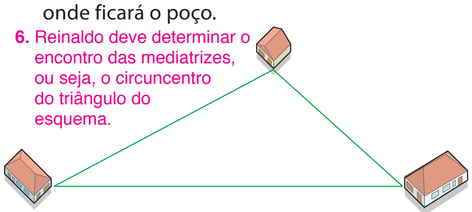


5. (Unimep-SP) Se $A(0, 0)$, $B(2, 0)$ e $C(0, 2)$ são os vértices de um triângulo no plano cartesiano, então esse triângulo é: **5.** alternativa **c**

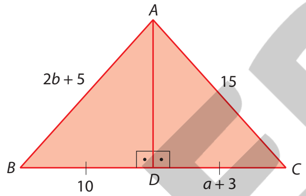
a) retângulo e não isósceles.
b) equilátero.
c) retângulo e isósceles.
d) isósceles e não retângulo.
e) escaleno e retângulo.

6. Reinaldo vai perfurar um poço em sua propriedade. Ele quer que o poço fique à mesma medida de distância de três casas. Por isso, fez um esquema representando a posição das casas nos vértices de um triângulo. Explique como Reinaldo deverá proceder para encontrar o local onde ficará o poço.

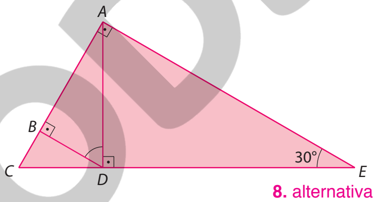
6. Reinaldo deve determinar o encontro das mediatrizes, ou seja, o circuncentro do triângulo do esquema.



7. Determine a, b e a medida do perímetro do triângulo ABC. **7.** $a = 7$; $b = 5$; medida do perímetro = 50



8. (Faap-SP) Observe a figura:



8. alternativa **a**

- Qual é a medida do ângulo $B\hat{D}A$?

a) 60° **b)** 30° **c)** 45° **d)** 90° **e)** 40°

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades de revisão

Objetivo

- Consolidar os conhecimentos adquiridos no decorrer do Capítulo.

Orientações

- Os estudantes serão desafiados a resolver, entre outras atividades, alguns testes de vestibulares, todos de acordo com os temas trabalhados neste Capítulo.
- Na atividade **5**, eles devem retomar a representação de pontos no plano cartesiano e, com base na representação desses 3 pontos, analisar e classificar o triângulo formado.
- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com "sim", "às vezes" ou "não".

... sei classificar um triângulo com respeito à medida de comprimento de seus lados?
... sei classificar um triângulo com respeito à medida de abertura de seus ângulos?
... sei identificar os casos de congruência de triângulos?
... sei identificar os pontos notáveis de um triângulo?
... consigo construir os elementos notáveis de um triângulo com *software* de Geometria dinâmica?
... sei ler e interpretar gráficos de diferentes tipos?
... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?
... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?
... tenho facilidade para compreender os conteúdos?

Em todo caso, conforme sugerido nas Orientações Gerais deste *Manual do Professor*, outros aspectos, além dos conteúdos e conceitos desenvolvidos no Capítulo, devem ser avaliados.

Elementos de um quadrilátero

Objetivos

- Reconhecer os elementos de um quadrilátero.
- Demonstrar que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA14, da competência geral 3 e da competência específica 3 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA14 uma vez que a soma dos ângulos internos de quadriláteros é demonstrada por meio da divisão destes em dois triângulos congruentes.

Orientações

- No início do tópico, os estudantes serão convidados a identificar quadriláteros em uma reprodução de obra de arte. Essa relação entre Matemática e Arte favorece o desenvolvimento da competência geral 3 e da competência específica 3 da BNCC. Aproveite a oportunidade para verificar o conhecimento da turma sobre quadriláteros.
- Se achar pertinente, proponha aos estudantes que pesquisem obras de arte ou de artesanato em que seja possível identificar figuras que lembrem quadriláteros. Essa pesquisa pode culminar em uma exposição das reproduções dessas obras em um local em que todos os estudantes possam apreciá-las. Essa é outra maneira de auxiliar o desenvolvimento da competência geral 3 e da competência específica 3 da BNCC.

CAPÍTULO 4

Quadriláteros

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF08MA14
EF08MA23

1 Elementos de um quadrilátero

É comum observarmos a representação de figuras geométricas planas nas obras de muitos artistas. Na pintura reproduzida abaixo, há diversos exemplos dessas figuras, das quais destacamos os **quadriláteros**.

Paul Klee. *Fogo na lua cheia*, 1933, óleo sobre tela, 44 cm × 57 cm.

Observe alguns desses quadriláteros em destaque.

Neste Capítulo, vamos aprofundar um pouco mais o estudo dos quadriláteros.

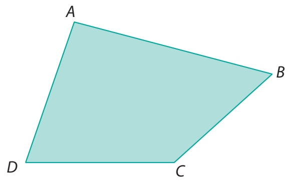
Os principais elementos de um quadrilátero são: vértices, lados, diagonais, ângulos internos e ângulos externos.

(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

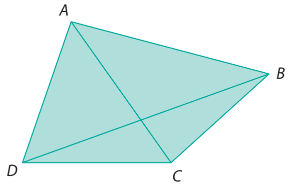
Competência geral 3: Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Observe o quadrilátero *ABCD* a seguir.

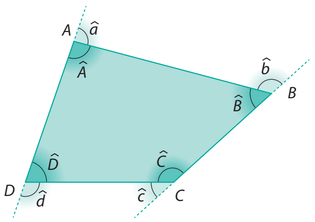


Nele, destacamos os vértices, os lados e as diagonais.



- Vértices: pontos A, B, C e D
- Lados: segmentos de reta $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$
- Diagonais: segmentos de reta $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$

Agora, observe os ângulos internos e alguns ângulos externos desse quadrilátero.

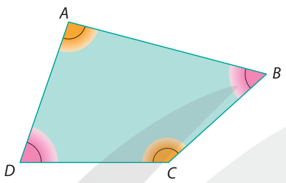
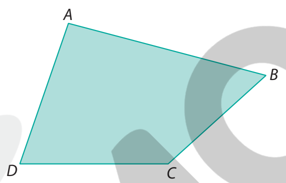
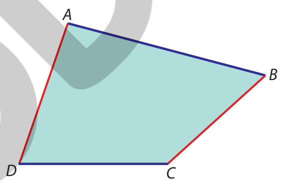


Recorde

Os ângulos externos são obtidos quando prolongamos, em cada vértice, um dos lados do quadrilátero.

- Ângulos internos: $D\hat{A}B$ (ou $\hat{A}$), $A\hat{B}C$ (ou $\hat{B}$), $B\hat{C}D$ (ou $\hat{C}$) e $C\hat{D}A$ (ou $\hat{D}$)
- Ângulos externos: $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$

Observe, agora, alguns pares de lados e de ângulos importantes no estudo dos quadriláteros.

Ângulos opostos	Lados consecutivos	Lados opostos
		
$\hat{A}$ e $\hat{C}$; $\hat{B}$ e $\hat{D}$	$\overline{AB}$ e $\overline{BC}$; $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$; $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$; $\overline{DA}$ e $\overline{AB}$	$\overline{AB}$ e $\overline{CD}$; $\overline{BC}$ e $\overline{DA}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Durante a leitura do texto, chame a atenção dos estudantes para a simbologia empregada em cada caso. Desenhe um quadrilátero no quadro e solicite a eles que reconheçam algum de seus elementos.
- Lembre os estudantes de que há outros ângulos externos obtidos pelo prolongamento dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ do quadrilátero *ABCD*.

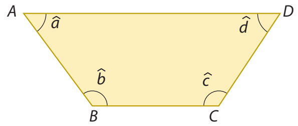
111

• De acordo com a BNCC, o cálculo das medidas de abertura dos ângulos internos de polígonos sem uso de fórmulas está previsto para ser objeto de estudo a partir do 7º ano. Nesta obra, no livro do 7º ano, os estudantes verificaram, por meio de experimentação, que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero é 360º. Agora, essa propriedade será demonstrada. Faça a demonstração junto com os estudantes, incentivando-os a justificar cada passo com base no que estudaram anteriormente. O contato com demonstrações como essa é um caminho para que os estudantes compreendam que os conceitos matemáticos foram construídos por estudiosos da área no decorrer do tempo e não foram inventados ou sugeridos sem fundamentação teórica.

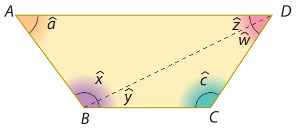
• Aproveite o boxe *Exemplos* e chame a atenção dos estudantes para o fato de a propriedade valer para os quadriláteros que não são convexos.

Soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero

Vamos considerar um quadrilátero qualquer.



Podemos decompor qualquer quadrilátero em dois triângulos.



Considerando o triângulo ABD, temos que a soma das medidas de abertura dos ângulos $\hat{a}$, $\hat{x}$ e $\hat{z}$ é 180°. Da mesma maneira, no triângulo BCD, temos que a soma das medidas de abertura dos ângulos $\hat{y}$, $\hat{c}$ e $\widehat{w}$ é 180°.

$$a + x + z = 180° \quad \text{e} \quad y + c + w = 180°$$

Observação

Indicamos a medida de abertura de um ângulo $\hat{x}$ qualquer por x ou por med($\hat{x}$).

Para saber a soma das medidas de abertura dos ângulos internos do quadrilátero, adicionamos as medidas de abertura dos ângulos internos dos dois triângulos que o formam.

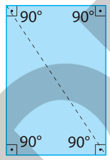
$$a + x + z + y + c + w = 180° + 180°$$
$$a + x + y + c + z + w = 360°$$

Como $x + y = b$ e $z + w = d$, fazemos as substituições e obtemos:

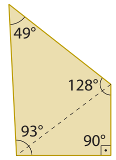
$$a + b + c + d = 360°$$

Assim, como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de cada triângulo é 180°, a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero é $2 \cdot 180°$, ou seja, 360°.

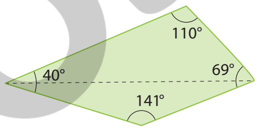
Exemplos



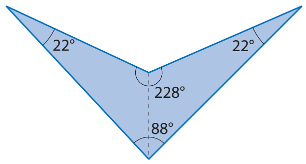
90° + 90° + 90° + 90° = 360°



49° + 93° + 90° + 128° = 360°



40° + 110° + 69° + 141° = 360°



22° + 22° + 88° + 228° = 360°

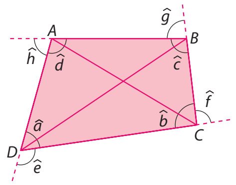
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

2. Não, pois a soma das medidas de abertura dos ângulos é maior que 360°.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe o quadrilátero *ABCD* e, depois, indique o que se pede.



a) os ângulos internos; **1. a)** $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$

b) os ângulos externos destacados; **1. b)** $\hat{e}$, $\hat{f}$, $\hat{g}$ e $\hat{h}$

c) os vértices; **1. c)** *A*, *B*, *C* e *D*

d) os lados; **1. d)** $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$

e) as diagonais. **1. e)** $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$

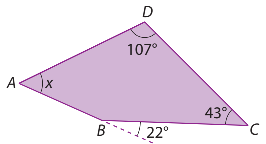
2. Um quadrilátero pode ter os ângulos internos de medidas de abertura 123°, 24°, 56° e 167°? Justifique sua resposta.

3. Três ângulos de um quadrilátero têm medida de abertura 121°, 83° e 54°. Quanto mede a abertura do quarto ângulo desse quadrilátero? **3.** 102°

4. Em um quadrilátero, as medidas de abertura dos ângulos internos são expressas por x, $x + 25°$, $x + 30°$ e $x + 5°$. Quais são as medidas de abertura dos ângulos internos desse quadrilátero?

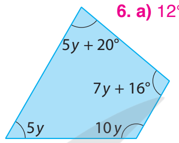
4. 75°, 100°, 105° e 80°

5. Determine a medida de abertura x, em grau, no quadrilátero *ABCD* a seguir. **5.** 52°

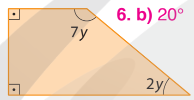


6. Calcule no caderno a medida de abertura y, em grau.

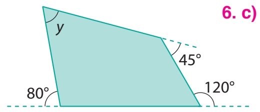
a) **6. a)** 12°



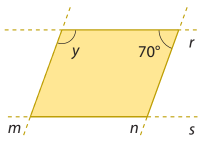
b) **6. b)** 20°



c) **6. c)** 65°



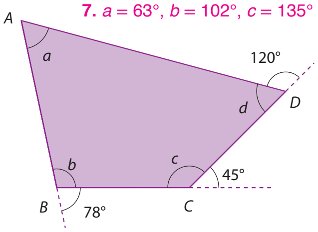
d) **6. d)** 110°



$r // s$ e $m // n$

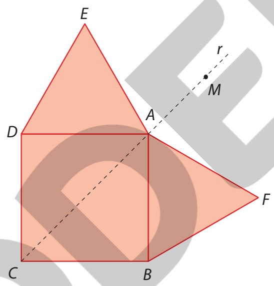
7. Quais são as medidas de abertura a, b, c e d dos ângulos internos do quadrilátero *ABCD*?

7. $a = 63°$, $b = 102°$, $c = 135°$ e $d = 60°$



8. O quadrado é um quadrilátero que tem os quatro lados congruentes e os quatro ângulos internos de mesma medida de abertura.

Observe a figura a seguir, em que *ABCD* é um quadrado e os triângulos *ADE* e *ABF* são equiláteros.



Sabendo que os pontos *C*, *A* e *M* pertencem à reta *r*, calcule a medida de abertura:

a) dos ângulos internos dos triângulos *ADE* e *ABF*;

b) do ângulo $F\hat{A}C$; **8. b)** 105°

c) do ângulo $F\hat{A}M$. **8. c)** 75°

8. a) Todos os ângulos medem 60°.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Em algumas atividades os estudantes terão de fazer uso da linguagem algébrica para resolvê-las. Avalie se eles aplicam adequadamente essa linguagem e se resolvem as equações oriundas dessas atividades pautados nos princípios aditivo e multiplicativo da igualdade.
- Na atividade **5**, os estudantes precisam primeiro determinar a medida de abertura do ângulo $A\hat{B}C$. Como esse ângulo é suplementar ao que mede 22°, temos que $m(A\hat{B}C) = 158°$.

Depois, como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°, podemos escrever a seguinte equação:

$107° + 43° + 158° + x = 360°$

Resolvendo essa equação, encontramos $x = 52°$.

Quadriláteros notáveis

Objetivos

- Definir os conceitos de paralelogramo e trapézio.
- Classificar paralelogramos em losangos, retângulos e quadrados.
- Classificar trapézios em isósceles, escaleno e retângulo.

Orientações

- Alguns quadriláteros podem ser observados em situações do nosso cotidiano, na arquitetura e nas artes. É o caso dos quadriláteros notáveis, que apresentam pelo menos um par de lados paralelos. Neste tópico, serão estudados os paralelogramos e os trapézios.
- Ao trabalhar os elementos do paralelogramo bem como a sua classificação, é importante abordar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o assunto. Incentive-os a verbalizar o que sabem para que, aos poucos, incorporem a linguagem matemática inerente ao tema.

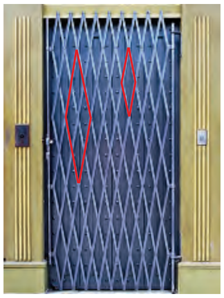
2 Quadriláteros notáveis

Os quadriláteros com lados opostos paralelos recebem uma classificação especial e são denominados **quadriláteros notáveis**. Dependendo do número de pares de lados opostos paralelos, o quadrilátero pode ser classificado como paralelogramo ou trapézio.

Paralelogramos

Os paralelogramos são um tipo de quadrilátero notável.

Todo quadrilátero que tem os dois pares de lados opostos paralelos é um **paralelogramo**.



DIGITALHALLWAY/GETTY IMAGES

Porta pantográfica, na qual é possível observar figuras que lembram os contornos de paralelogramos. Destacamos dois deles em vermelho.

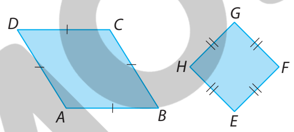
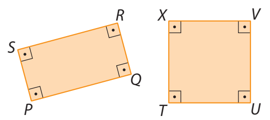
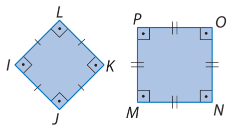
O quadrilátero *ABCD* a seguir é um paralelogramo.

Temos que:

- os lados opostos $\overline{AB}$ e $\overline{DC}$ são paralelos ($\overline{AB}$ // $\overline{DC}$), assim como os lados opostos ($\overline{AD}$ e $\overline{BC}$) ($\overline{AD}$ // $\overline{BC}$);
- o lado $\overline{AB}$ é uma das **bases** do paralelogramo (qualquer lado do paralelogramo pode ser considerado base);
- o segmento $\overline{DE}$ é uma **altura** do paralelogramo relativa à base $\overline{AB}$;
- os ângulos $B\hat{A}D$ e $B\hat{C}D$ são opostos, assim como os ângulos $A\hat{D}C$ e $A\hat{B}C$;
- traçando os segmentos $\overline{DB}$ e $\overline{AC}$, obtemos as **diagonais** do paralelogramo;
- a soma das medidas de abertura de todos os ângulos internos é 360°.

Classificação dos paralelogramos

Observe no quadro abaixo a classificação de alguns paralelogramos de acordo com as particularidades de seus lados ou de seus ângulos.

Losangos	Retângulos	Quadrados
Paralelogramos que têm os quatro lados congruentes.	Paralelogramos que têm a abertura dos quatro ângulos medindo 90°.	Paralelogramos que têm os quatro lados congruentes e a abertura dos quatro ângulos medindo 90°.
		

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

114

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Para pensar

Observe o que Marina diz.

- Analisando o que Marina disse e o que Augusto pensou, converse com um colega para identificar quem está certo.

Para pensar: Marina está certa. Espera-se que os estudantes percebam que todo quadrado reúne a característica de um retângulo e a de um losango; por isso, podemos concluir que todo quadrado é um retângulo e um losango.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Trapézios

Agora, vamos estudar outro quadrilátero notável: o trapézio.

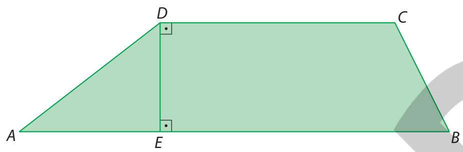
Observando de frente o móvel abaixo, podemos identificar um trapézio, destacado em verde.

BYJENG/SHUTTERSTOCK

Móvel cuja parte da frente lembra um trapézio, destacado em verde.

Todo quadrilátero que tem apenas um par de lados opostos paralelos é um **trapézio**.

O quadrilátero *ABCD* a seguir é um trapézio.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

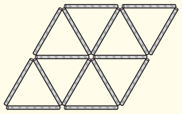
Temos que:

- os lados paralelos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são as **bases**;
- o lado $\overline{AB}$ é a **base maior** e o lado $\overline{CD}$ é a **base menor**;
- a **altura** $\overline{DE}$ do trapézio é um segmento perpendicular às duas bases;
- os ângulos $B\hat{A}D$ e $A\hat{D}C$ são suplementares, assim como os ângulos $A\hat{B}C$ e $B\hat{C}D$;
- traçando os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, obtemos as **diagonais** do trapézio;
- a soma das medidas de abertura dos ângulos internos é 360°.

- Aproveite o boxe *Para pensar* e comente com a turma que todo quadrado é também um losango, uma vez que possui os quatro lados congruentes. E também é um retângulo, pois a abertura de cada um de seus ângulos internos mede 90°.
- Após definir o conceito de trapézio, peça aos estudantes que façam uma lista das diferenças e das semelhanças entre os trapézios e os paralelogramos.

ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

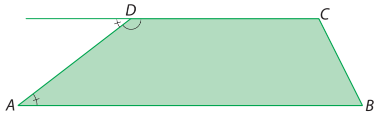
- Resposta do boxe *Desafio*:



- Após apresentar como os trapézios são classificados, peça aos estudantes que desenhem trapézios isósceles escalenos e retângulos em uma malha quadriculada ou no caderno usando instrumentos de desenho. Os desenhos feitos por eles deverão revelar se conseguiram se apropriar das características de cada tipo de trapézio.

Lembre-se: Escreva no caderno!

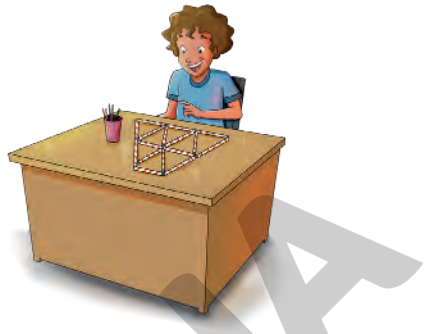
Observação



Quando prolongamos o lado $\overline{CD}$ do trapézio, obtemos o ângulo externo, que é congruente ao ângulo $B\hat{A}D$, pois esses dois ângulos são alternos internos. A medida de abertura desse ângulo externo e a do ângulo $A\hat{D}C$ somam 180°. Assim, concluímos que $B\hat{A}D$ e $A\hat{D}C$ são suplementares, ou seja, a soma de suas medidas de abertura é 180°.
De modo análogo, notamos que as medidas de abertura dos ângulos $A\hat{B}C$ e $B\hat{C}D$ também somam 180°.

Desafio **Desafio:** Resposta em *Orientações*.

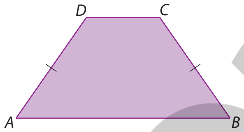
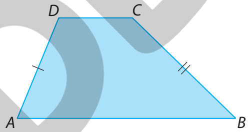
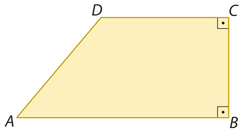
Rafael fez um modelo de trapézio formado por 8 triângulos equiláteros congruentes, utilizando 16 canudinhos biodegradáveis. Ajude-o a construir um modelo de paralelogramo movimentando apenas dois canudinhos.



DANILLO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

Classificação dos trapézios

Observe no quadro abaixo a classificação que alguns trapézios recebem de acordo com seus lados ou ângulos.

Trapézio isósceles	Trapézio escaleno	Trapézio retângulo
Trapézio cujos lados não paralelos são congruentes.	Trapézio cujos lados não paralelos não são congruentes.	Trapézio que tem um lado perpendicular às bases.
		
$\overline{AD} \cong \overline{BC}$	$\overline{AD}$ não é congruente a $\overline{BC}$.	$\overline{BC} \perp \overline{AB}$ e $\overline{BC} \perp \overline{DC}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Para pensar

Podemos afirmar que todo trapézio retângulo é também escaleno?

Para pensar: Sim. Espera-se que os estudantes percebam que os lados não paralelos de um trapézio retângulo não são congruentes.

Informática e Matemática

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Algumas propriedades dos paralelogramos

Nesta seção, você vai utilizar um *software* de Geometria dinâmica para construir um paralelogramo qualquer e investigar algumas propriedades.

CONSTRUA

Siga os passos abaixo para construir um paralelogramo.

1º) Construa um segmento de reta $\overline{AB}$.

2º) Marque um ponto *C* qualquer, tal que *C* não pertença a $\overline{AB}$.

3º) Trace a reta *r*, paralela ao segmento de reta $\overline{AB}$, passando por *C*.

4º) Trace o segmento de reta $\overline{BC}$.

5º) Trace a reta *s*, paralela ao segmento de reta $\overline{BC}$, passando por *A*.

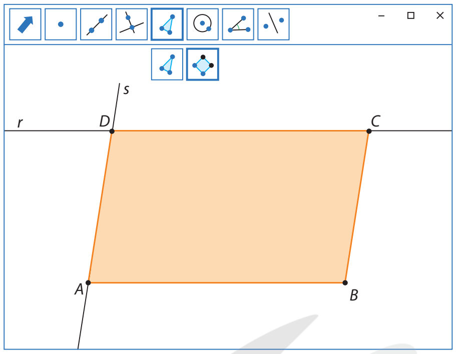
6º) Marque o ponto *D*, intersecção das retas *r* e *s*.

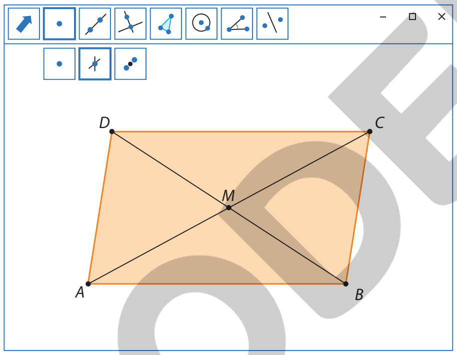
7º) Construa o paralelogramo *ABCD*.

8º) Se desejar, esconda as construções auxiliares.

9º) Trace o segmento de reta $\overline{AC}$ e o segmento de reta $\overline{BD}$, diagonais do paralelogramo.

10º) Marque o ponto *M*, intersecção das diagonais.





ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Investigue: a) Espera-se que os estudantes percebam que os lados opostos de um paralelogramo são congruentes.

Investigue: b) Espera-se que os estudantes percebam que os ângulos opostos de um paralelogramo são congruentes.

INVESTIGUE

Faça o que se pede usando as ferramentas do *software*.

a) Meça o comprimento dos lados do paralelogramo e movimente-o. O que você pode observar em relação a essas medidas?

b) Meça a abertura dos ângulos internos do paralelogramo e movimente-o. O que você pode observar em relação às medidas de abertura dos ângulos internos?

c) Meça agora o comprimento dos segmentos $\overline{AM}$ e $\overline{MC}$ e observe. Faça o mesmo com os segmentos $\overline{BM}$ e $\overline{MD}$. O que é possível verificar?

Investigue: c) Com base nessas medidas, os estudantes vão verificar que $AM = MC$ e $BM = MD$. Isso sugere que *M* é o ponto médio das duas diagonais. Assim, essa investigação sugere que as diagonais de um paralelogramo se cruzam em seus respectivos pontos médios.

Competência geral 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Competência específica 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Informática e Matemática

Objetivos

- Investigar algumas propriedades dos paralelogramos utilizando um *software* de Geometria dinâmica.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 5 e da competência específica 2 da BNCC.

Orientações

- Nesta seção, os estudantes terão a oportunidade de construir um paralelogramo e investigar algumas de suas propriedades, como o fato de seus lados opostos serem congruentes, de os ângulos opostos também serem congruentes e de as diagonais se interceptarem nos respectivos pontos médios. É importante enfatizar para a turma que as investigações realizadas apenas sugerem que essas propriedades são válidas e que elas serão demonstradas, nas páginas seguintes, por meio da identificação de triângulos congruentes. Incentivos como esse colocam os estudantes na posição de protagonistas do seu processo de aprendizagem e favorecem o desenvolvimento da competência geral 5 e da competência específica 2 da BNCC, porque os estudantes têm chance de pôr em prática o espírito investigativo para produzir conhecimento usando uma tecnologia digital.
- Durante a construção, oriente os estudantes sobre quais ferramentas devem ser empregadas em cada passo. Em geral, os *softwares* de Geometria dinâmica possibilitam esconder construções. Essa ferramenta é muito útil, já que, algumas vezes, o excesso de traçados pode prejudicar a elaboração de hipóteses. É importante ressaltar que esconder uma construção é diferente de apagá-la. Quando apagamos um ponto, por exemplo, todas as construções que dependem desse ponto deixam de existir.

Propriedades dos paralelogramos

Objetivos

- Reconhecer as propriedades dos paralelogramos.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF08MA14.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA14 porque são feitas as demonstrações de algumas propriedades dos paralelogramos aplicando a congruência de triângulos.

Orientações

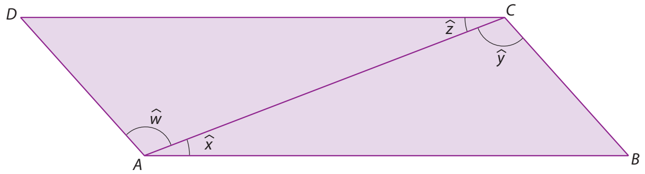
- Neste tópico, serão apresentadas as demonstrações de algumas propriedades dos paralelogramos. Faça cada uma delas com a participação da turma. Ao trabalhar cada uma dessas demonstrações, é importante deixar claras a tese e as hipóteses consideradas, como as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal e os casos de congruência de triângulos. Se houver necessidade, retome esses conceitos.

3 Propriedades dos paralelogramos

Vamos estudar três propriedades comuns dos paralelogramos.

Os lados opostos de um paralelogramo são congruentes

Observe o paralelogramo *ABCD* a seguir.



Ao traçar a diagonal $\overline{AC}$, obtemos os triângulos *ABC* e *CDA*.

Comparando os triângulos, percebemos que:

- $\hat{x} \cong \hat{z}$ ⟶ ângulos alternos internos
- $\overline{AC} \cong \overline{AC}$ ⟶ lado comum
- $\hat{y} \cong \hat{w}$ ⟶ ângulos alternos internos

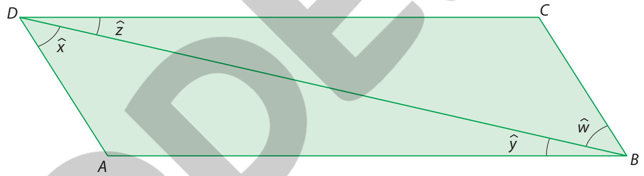
Então, pelo caso de congruência ALA (ângulo-lado-ângulo), concluímos que $\triangle ABC \cong \triangle CDA$.

Portanto, $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ e $\overline{BC} \cong \overline{DA}$, ou seja, em um paralelogramo, os lados opostos são congruentes.

Também podemos enunciar que um quadrilátero que tem lados opostos congruentes é um paralelogramo. Essa afirmação pode ser demonstrada, mas não a faremos aqui.

Os ângulos opostos de um paralelogramo são congruentes

Observe o paralelogramo *ABCD* a seguir.



Ao traçar a diagonal $\overline{BD}$, obtemos os triângulos *ABD* e *CDB*.

Comparando os triângulos, percebemos que:

- $\hat{x} \cong \hat{w}$ ⟶ ângulos alternos internos
- $\overline{BD} \cong \overline{BD}$ ⟶ lado comum
- $\hat{y} \cong \hat{z}$ ⟶ ângulos alternos internos

Então, pelo caso de congruência ALA, concluímos que $\triangle ABD \cong \triangle CDB$.

Portanto, temos $B\hat{A}D \cong D\hat{C}B$.

Como $\hat{x} \cong \hat{w}$ e $\hat{z} \cong \hat{y}$, concluímos que $x = w$ e $z = y$; então: $x + z = w + y$. Portanto, $A\hat{B}C \cong C\hat{D}A$.

Logo, os ângulos opostos de um paralelogramo são congruentes.

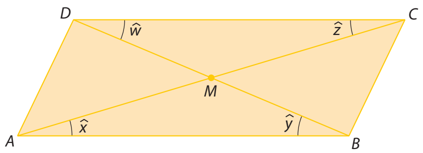
Também podemos enunciar que, se um quadrilátero tem ângulos opostos congruentes, é um paralelogramo. Essa afirmação também pode ser demonstrada, mas não a faremos aqui.

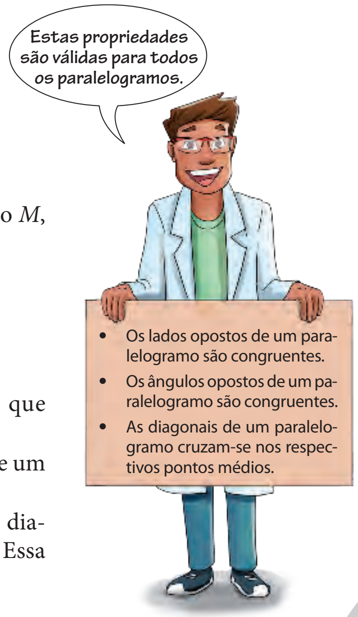
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

As diagonais de um paralelogramo cruzam-se nos respectivos pontos médios

Observe o paralelogramo *ABCD* a seguir.





DANILLO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

Ao traçar as diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, que se cruzam no ponto *M*, obtemos os triângulos *AMB* e *CMD*.

Comparando esses triângulos, percebemos que:

- $\hat{x} \cong \hat{z} \longrightarrow$ ângulos alternos internos
- $\overline{AB} \cong \overline{CD} \longrightarrow$ lados opostos de um paralelogramo
- $\hat{y} \cong \hat{w} \longrightarrow$ ângulos alternos internos

Então, pelo caso de congruência ALA, concluímos que $\triangle AMB \cong \triangle CMD$.

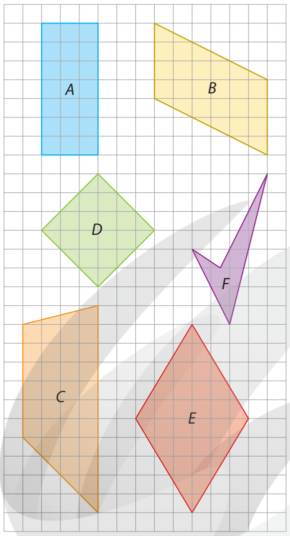
Portanto, $\overline{AM} \cong \overline{CM}$ e $\overline{BM} \cong \overline{DM}$, ou seja, as diagonais de um paralelogramo cruzam-se nos respectivos pontos médios.

Também podemos enunciar que um quadrilátero cujas diagonais se cruzam no ponto médio é um paralelogramo. Essa afirmação pode ser demonstrada, mas não a faremos aqui.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe as figuras a seguir.



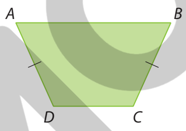
Das afirmações a seguir, quais são verdadeiras?

1. alternativas **b**, **d** e **e**

a) *A* é quadrado.
b) *B* é paralelogramo.
c) *C* é paralelogramo.
d) *D* é quadrado.
e) *E* é losango.
f) *F* é retângulo.

2. Escreva no caderno o nome de cada figura.

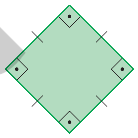
a)



$\overline{AB} // \overline{DC}$

2. a) trapézio isósceles

b)



2. b) Respostas possíveis: losango, retângulo, quadrado, paralelogramo

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Organize a turma em grupos para a resolução das atividades e, na correção da atividade **1**, peça aos estudantes que justifiquem as afirmações falsas com base nas definições apresentadas:

a) *A* não é um quadrado, pois, apesar de a medida de abertura de cada ângulo interno ser igual a 90°, a figura não tem os 4 lados congruentes;
c) *C* não é um paralelogramo, porque só tem 1 par de lados opostos paralelos;
f) *F* não é um retângulo, porque os 4 ângulos internos não são congruentes.

- Para o item **b** da atividade **2**, os estudantes podem pensar apenas no quadrado como o nome da figura e não estarão errados; porém, conforme a teoria apresentada, a figura pode ser também chamada de retângulo (todo quadrado é um retângulo), losango (todo quadrado é um losango) e paralelogramo (todo quadrado é um paralelogramo).

- Na atividade **3**, incentive os estudantes a justificar o porquê de as afirmações serem verdadeiras.
- Na atividade **5**, para determinar as medidas de x e de y os estudantes devem empregar corretamente as propriedades dos paralelogramos e utilizar adequadamente a linguagem algébrica. Após concluírem essa atividade, peça que compartilhem com um colega o modo como pensaram. Essa troca contribui para que ampliem o seu repertório de resolução de problemas.
- Demonstra-se que em um retângulo as diagonais são congruentes. Se achar conveniente, antes de apresentar a demonstração, peça aos estudantes que tentem fazê-la em grupos. Observe os grupos e vá dando dicas de como devem proceder. Após concluírem, peça a um dos grupos que explique aos demais como fez.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

3. (Unesp) Considere as seguintes proposições:

I. todo quadrado é um losango;
II. todo quadrado é um retângulo;
III. todo retângulo é um paralelogramo;
IV. todo triângulo equilátero é isósceles.

Pode-se afirmar que: **3.** alternativa **b**

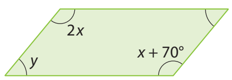
a) só uma é verdadeira.
b) todas são verdadeiras.
c) só uma é falsa.
d) duas são verdadeiras e duas são falsas.
e) todas são falsas.

4. O perímetro de um paralelogramo mede 18 cm, e o comprimento de um de seus lados mede o triplo de sua altura, que é 2 cm. Quais são as medidas de comprimento dos outros lados?

4. 6 cm, 3 cm e 3 cm

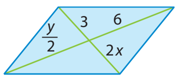
5. Determine os valores de x e de y nos paralelogramos.

a)



5. a) $x = 70°$ e $y = 40°$

b)



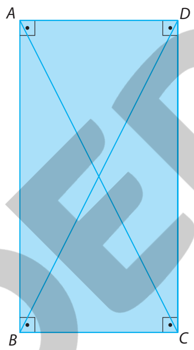
5. b) $x = 1,5$ e $y = 12$

Propriedade dos retângulos

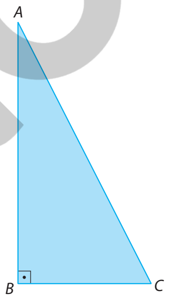
O fato de os retângulos serem paralelogramos garante que suas diagonais se cruzem no ponto médio. Além disso, nos retângulos, as diagonais têm a mesma medida de comprimento.

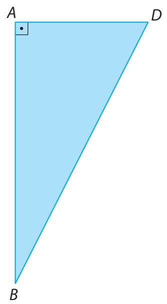
As diagonais de um retângulo são congruentes

Observe o retângulo $ABCD$ a seguir.



Ao traçar as diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, vamos considerar os triângulos ABC e BAD.





ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Comparando esses triângulos, percebemos que:

- $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ ⟶ lados opostos de um paralelogramo
- $A\hat{B}C \cong B\hat{A}D$ ⟶ ângulos retos
- $\overline{AB} \cong \overline{BA}$ ⟶ lado comum

Então, pelo caso de congruência LAL (lado-ângulo-lado), concluímos que $\triangle ABC \cong \triangle BAD$.

Portanto, $\overline{AC} \cong \overline{BD}$, ou seja, as diagonais do retângulo têm a mesma medida de comprimento. Essa propriedade vale para todos os retângulos.

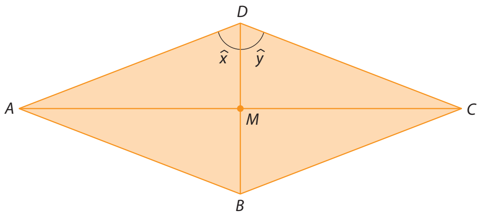
Também podemos enunciar que todo quadrilátero cujas diagonais são congruentes é um retângulo. Essa afirmação pode ser demonstrada, mas não a faremos aqui.

Propriedade dos losangos

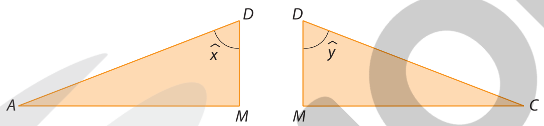
O fato de os losangos serem paralelogramos garante que suas diagonais se cruzem no ponto médio. Além disso, nos losangos, as diagonais são perpendiculares entre si e estão contidas nas respectivas bissetrizes dos ângulos internos.

As diagonais de um losango estão contidas nas respectivas bissetrizes dos ângulos internos e são perpendiculares entre si

Observe o losango *ABCD* a seguir.



Ao traçar as diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, cujo ponto médio é M, podemos considerar os triângulos AMD e CMD.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Comparando esses triângulos, percebemos que:

- $\overline{AD} \cong \overline{CD}$ ⟶ lados do losango
- $\overline{AM} \cong \overline{CM}$ ⟶ M é ponto médio de $\overline{AC}$
- $\overline{MD} \cong \overline{MD}$ ⟶ lado comum

Então, pelo caso de congruência LLL (lado-lado-lado), concluímos que $\triangle AMD \cong \triangle CMD$.

Logo, $\hat{x} \cong \hat{y}$ e, portanto, $\overline{DB}$ é bissetriz do ângulo $C\hat{D}A$. Da mesma forma, podemos provar que $\overline{BD}$ é bissetriz de $A\hat{B}C$, $\overline{CA}$ é bissetriz de $B\hat{C}D$ e $\overline{BD}$ é bissetriz de $D\hat{A}B$.

- Demonstra-se que em um losango as diagonais estão contidas nas respectivas bissetrizes dos ângulos internos e são perpendiculares entre si. Também, nesse caso, convém fazer a demonstração com a participação da turma.

• Peça aos estudantes que citem todas as propriedades de um quadrado e ao mesmo tempo relacionem essas propriedades a outras figuras. Por exemplo: lados opostos paralelos (paralelogramo), ângulos internos congruentes (retângulo), lados congruentes (losango) etc.
• Algumas construções que os estudantes já fizeram estão sendo justificadas nesse momento. Antes da leitura, peça a eles que refaçam as construções e tentem explicar o resultado de cada uma delas.

Além disso, $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ são perpendiculares, pois $A\widehat{M}D$ e $C\widehat{M}D$ são congruentes e suplementares, ou seja, são ângulos retos.

As congruências entre os triângulos obtidos traçando as diagonais, assim como as conclusões acima, valem para todos os losangos.

Também podemos enunciar que todo quadrilátero cujas diagonais estão contidas nas respectivas bissetrizes dos ângulos internos e são perpendiculares entre si é um losango. Essa afirmação pode ser demonstrada, mas não a faremos aqui.

Propriedade dos quadrados

Por ser um paralelogramo, um retângulo e, também, um losango, um quadrado apresenta todas as propriedades válidas para esses quadriláteros.

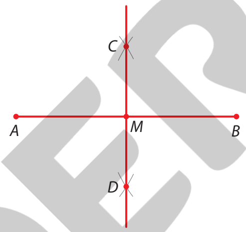
Assim, em um quadrado, as diagonais são congruentes, estão contidas nas respectivas bissetrizes dos ângulos internos, são perpendiculares entre si e cruzam-se nos respectivos pontos médios.

Justificativa de algumas construções com régua e compasso

- **Mediatriz e ponto médio**

Retome a construção com régua e compasso (na página 62) da **mediatriz** e do **ponto médio** de um segmento de reta $\overline{AB}$.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

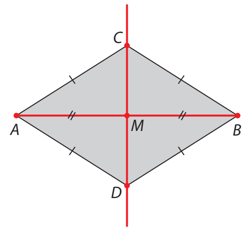


Vamos verificar que, de fato, o ponto M é ponto médio de $\overline{AB}$ e a reta $\overleftrightarrow{CD}$ é sua mediatriz.

Pela construção realizada, temos: $BC = BD = AC = AD$

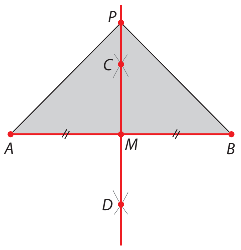
Assim, o quadrilátero $ADBC$ é um losango de diagonais $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, que se cruzam em M.

Pelas propriedades dos quadriláteros que estudamos, as diagonais de um losango se cruzam em seu ponto médio e são perpendiculares entre si. Assim, M é ponto médio de $\overline{AB}$, e $\overleftrightarrow{CD}$ é sua mediatriz.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

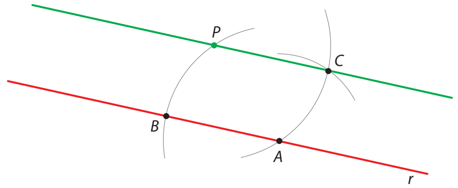
Note que, qualquer que seja o ponto P diferente de M, pertencente a $\overleftrightarrow{CD}$, os triângulos AMP e BMP serão congruentes pelo critério LAL (pois $\overline{AM} \cong \overline{BM}$, $A\widehat{M}P \cong B\widehat{M}P$ e $\overline{MP}$ é lado comum). Portanto, $AP = BP$, ou seja, qualquer ponto da reta $\overleftrightarrow{CD}$ está à mesma medida de distância de A e de B. Esse é outro modo de mostrar que, de fato, com a construção realizada, $\overleftrightarrow{CD}$ é mediatriz de $\overline{AB}$



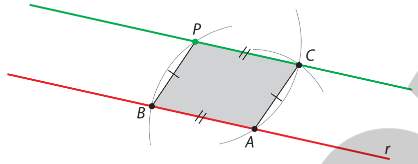
Retas paralelas

Retome a construção com régua e compasso (feita na página 64) da **reta paralela** a uma reta r passando por um ponto P que não pertence a ela.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.



Pela construção realizada, temos: $AB = PC$ e $BP = AC$



Vimos, neste Capítulo, que um quadrilátero que tem lados opostos congruentes é um paralelogramo. Assim, $ABPC$ é um paralelogramo e, portanto, $\overleftrightarrow{PC} \,//\, r$.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. (UFMS) Dadas as proposições a seguir, identifique quais são as verdadeiras. **1.** alternativas **a**, **c** e **e**

a) Em um retângulo qualquer, as diagonais são congruentes.
b) Em um losango qualquer, as diagonais são congruentes.
c) Em um quadrado qualquer, as diagonais são congruentes.
d) Em um retângulo qualquer, as diagonais são perpendiculares entre si.
e) Em um losango qualquer, as diagonais são perpendiculares entre si.

- Lembre os estudantes de que os casos de congruência de triângulos LAL (lado-ângulo-lado), LLL (lado-lado-lado), ALA (ângulo-lado-ângulo) e LAAo (lado-ângulo-ângulo oposto) serviram para demonstrar as propriedades dos quadriláteros e podem justificar algumas construções geométricas realizadas anteriormente.
- Valorize cada uma das justificativas e desperte o interesse da turma para isso, pois tão importante quanto a resolução de um problema é saber justificar o seu resultado.
- Na atividade **1**, os estudantes devem estar atentos às proposições a fim de identificar as verdadeiras. Vale destacar que, se a proposição **a** for verdadeira, a proposição **c** também será, uma vez que qualquer quadrado é também um retângulo. Quanto às afirmações falsas, podemos dizer que:

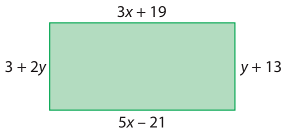
b) O losango só terá as diagonais congruentes se ele for um quadrado.
d) O retângulo só terá as diagonais perpendiculares entre si se ele for um quadrado.

• Na atividade **2**, para determinar as medidas de comprimento de x e de y os estudantes devem empregar corretamente as propriedades dos retângulos e utilizar adequadamente a linguagem algébrica. Caso algum estudante não obtenha as medidas corretas, avalie se a dificuldade está relacionada ao emprego das propriedades ou da manipulação algébrica.

Lembre-se: Escreva no caderno!

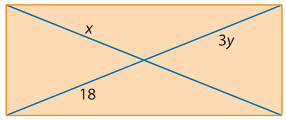
2. Determine o valor de x e de y considerando que as figuras abaixo são retângulos.

a)



2. a) $x = 20$ e $y = 10$

b)



2. b) $x = 18$ e $y = 6$

3. Considere $ABCD$ um retângulo e M o ponto médio de $\overline{AC}$ e de $\overline{BD}$. Qual é a medida de $\overline{AC}$ se $AM = x + 7$ e $DM = 2x - 4$? **3.** 36

4. (ITA-SP) Dadas as afirmações:

I. Quaisquer dois ângulos opostos de um quadrilátero são suplementares.

II. Quaisquer dois ângulos adjacentes a um lado de um paralelogramo são suplementares.

III. Se as diagonais de um paralelogramo são perpendiculares entre si e se cruzam em seu ponto médio, então esse paralelogramo é um losango.

Podemos então garantir que: **4.** alternativa **c**

a) todas são verdadeiras.

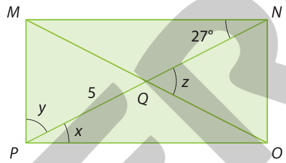
b) apenas I e II são verdadeiras.

c) apenas II e III são verdadeiras.

d) apenas II é verdadeira.

e) apenas III é verdadeira.

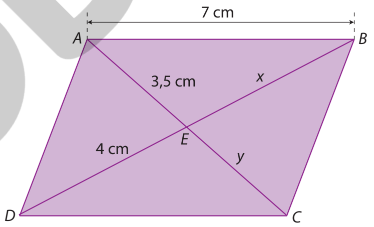
5. Observe o retângulo *MNOP*.



a) Qual é a medida de comprimento de $\overline{PN}$? E a de $\overline{MO}$? **5. a)** $PN = 10$; $MO = 10$

b) Qual é a medida de abertura de x, y e z, em grau? **5. b)** $x = 27°$, $y = 63°$ e $z = 54°$

6. Sabendo que o quadrilátero *ABCD* a seguir é um paralelogramo e que a medida do perímetro de *ABCD* é 20 cm, responda às questões.



a) Qual é a medida de comprimento de x? **6. a)** 4 cm

b) Qual é a medida de comprimento de y? **6. b)** 3,5 cm

c) Qual é a medida do perímetro do triângulo *DEC*? **6. c)** 14,5 cm

d) Qual é a medida do perímetro do triângulo *ABD*? **6. d)** 18 cm

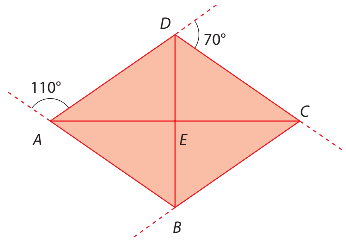
e) Qual é a medida do perímetro do triângulo *AED*? **6. e)** 10,5 cm

124

Lembre-se:
Escreva no caderno!

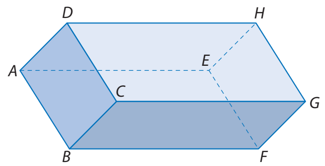
7. Calcule a medida do perímetro de um paralelogramo que tem dois lados consecutivos medindo 5 cm e 8 cm de comprimento. **7.** 26 cm

8. Observe o losango a seguir e, depois, responda à questão.



- Quais são as medidas de abertura dos ângulos internos do triângulo *BCE*? **8.** 55°, 90° e 35°

9. Observe o prisma abaixo, cujas faces são paralelogramos, e responda às questões.

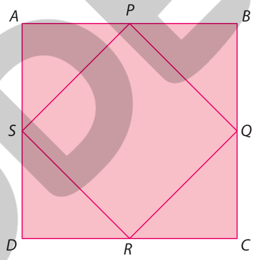


a) $\overline{AB}$ e $\overline{HG}$ são congruentes? Por quê? **9. a)** Sim, porque $\overline{DC}$ e $\overline{HG}$ são congruentes a $\overline{AB}$.

b) $D\hat{A}B$ e $H\hat{G}F$ são congruentes? Por quê? **9. b)** Sim, porque os paralelogramos *ABCD* e *EFGH* são congruentes.

10. Calcule as medidas de abertura dos ângulos internos do paralelogramo *ABCD* sabendo que os ângulos obtusos medem o dobro da abertura dos ângulos agudos. **10.** 120° e 60°

11. Na figura a seguir, *ABCD* é um quadrado e *P*, *Q*, *R* e *S* são pontos médios dos lados desse quadrado.



a) Os segmentos $\overline{AP}$ e $\overline{PB}$ são congruentes? Por quê?

b) Os ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$ são congruentes?

c) Os segmentos $\overline{AS}$ e $\overline{BQ}$ são congruentes? Por quê?

d) Os triângulos *SAP* e *PBQ* são congruentes?

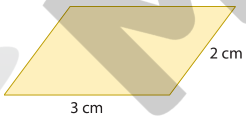
e) Quais são as medidas de abertura dos ângulos $A\hat{P}S$, $B\hat{P}Q$ e $S\hat{P}Q$?

f) No quadrilátero *PQRS*, qual é a relação entre os lados? E entre os ângulos internos?

g) O quadrilátero *PQRS* é um quadrado?

12. Mateus recortou vários modelos de paralelogramos iguais à figura a seguir.

11. a) Sim, porque *P* é ponto médio de $\overline{AB}$.
11. b) Sim, pois são ângulos (retos) internos de um quadrado.
11. c) Sim. Porque *S* e *Q* são pontos médios dos lados de um mesmo quadrado.



11. d) Sim, pelo caso LAL.
11. e) 45°, 45° e 90°
11. f) Os lados são congruentes; os ângulos internos são congruentes.
11. g) sim

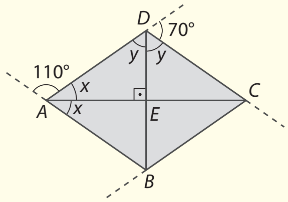
- Ele quer juntá-los, lado a lado, para construir um modelo de losango. Qual é o menor número de modelos de paralelogramos necessários para isso? **12.** 6 modelos

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Resolução da atividade **8**:

Sendo as diagonais de um losango bissetrizes de seus ângulos internos, temos:



ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

$110° + 2x = 180° \Rightarrow x = 35°$
$70° + 2y = 180° \Rightarrow y = 55°$

Portanto, as medidas de abertura dos ângulos internos do triângulo *BCE* formado pelas diagonais do losango são: 55°, 35° e 90°.

- Para realizar a atividade **9**, os estudantes devem estar atentos para o fato de que todas as faces do prisma são paralelogramos e, assim, utilizar as propriedades estudadas para responder às questões propostas nos itens.

Informática e Matemática

Objetivos

- Investigar algumas propriedades dos trapézios isósceles utilizando um *software* de Geometria dinâmica.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 5 e da competência específica 2 da BNCC.

Orientações

- Nesta seção, os estudantes terão a oportunidade de construir um trapézio isósceles e investigar algumas de suas propriedades, como o fato de os ângulos adjacentes a uma de suas bases serem congruentes e suas diagonais também serem congruentes. É importante deixá-los livres para interagir com seus pares e estabelecer conjecturas. Novamente enfatize que as investigações realizadas apenas sugerem que essas propriedades são válidas e que elas serão demonstradas, nas páginas seguintes, por meio da identificação de triângulos congruentes.
- A seção favorece o desenvolvimento da competência geral 5 e da competência específica 2 da BNCC, porque os estudantes colocam em prática o espírito investigativo para produzir conhecimento usando uma tecnologia digital.
- Nesta construção do trapézio isósceles, optamos por partir de um triângulo isósceles. Explore outras possibilidades com os estudantes, utilizando, por exemplo, a reflexão para construir os lados de mesma medida.
- Recomende aos estudantes que não escondam o ponto *P* para possibilitar outras alterações na configuração do trapézio.

Informática e Matemática

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Algumas propriedades dos trapézios isósceles

Nesta seção, você vai utilizar um *software* de Geometria dinâmica para construir um trapézio isósceles e investigar algumas propriedades.

CONSTRUA

Siga os passos abaixo para construir um trapézio isósceles.

1º) Construa um segmento de reta $\overline{AB}$.

2º) Trace a mediatriz *m* de $\overline{AB}$.

3º) Marque um ponto *P* qualquer na mediatriz.

4º) Trace os segmentos de reta $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$.

5º) Marque um ponto *C* qualquer em $\overline{PB}$, com *C* distinto de *P* e de *B*.

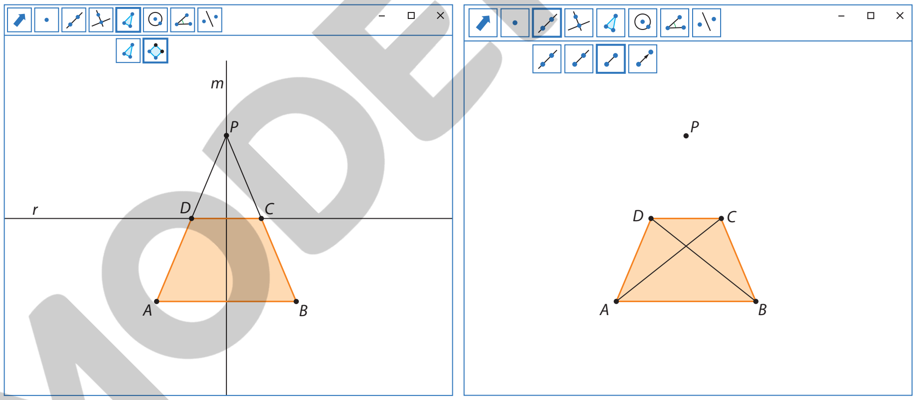
6º) Trace uma reta *r*, paralela a $\overline{AB}$, passando por *C*.

7º) Marque *D*, intersecção da reta *r* com $\overline{PA}$.

8º) Construa o trapézio *ABCD*.

9º) Se desejar, esconda as construções de suporte.

10º) Trace o segmento de reta $\overline{AC}$ e o segmento de reta $\overline{BD}$, diagonais do trapézio.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

INVESTIGUE

Faça o que se pede usando as ferramentas do *software*.

a) Meça a abertura dos ângulos internos do trapézio isósceles. Observe essas medidas e movimente a construção. O que é possível perceber? **Investigue: a)** Espera-se que os estudantes percebam que os ângulos adjacentes a uma das bases do trapézio isósceles são congruentes.

b) Meça o comprimento das diagonais do trapézio. O que é possível observar?

Investigue: b) Espera-se que os estudantes observem que as diagonais do trapézio isósceles são congruentes.

Competência geral 5: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

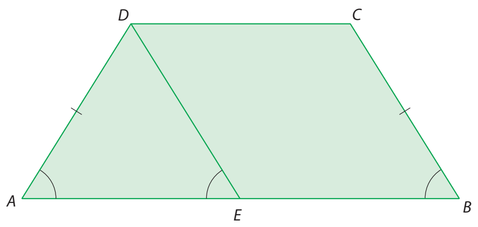
Competência específica 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

4 Propriedades dos trapézios isósceles

Agora, estudaremos duas propriedades dos trapézios isósceles.

Os ângulos adjacentes a uma das bases de um trapézio isósceles são congruentes

Observe o trapézio isósceles *ABCD* a seguir.



Ao traçar pelo vértice *D* um segmento paralelo a $\overline{BC}$, determinamos um ponto *E* na base maior e obtemos o triângulo *AED* e o paralelogramo *EBCD*.

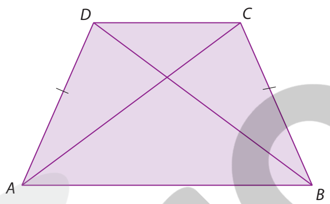
Como $\overline{DE} \cong \overline{BC}$ (lados opostos do paralelogramo) e $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ (trapézio isósceles), concluímos que $\overline{DE} \cong \overline{BC} \cong \overline{AD}$, ou seja, $\overline{DE} \cong \overline{AD}$. Logo, o triângulo *AED* é isósceles.

Como $D\hat{A}E \cong D\hat{E}A$ (pois o triângulo *AED* é isósceles) e $D\hat{E}A \cong C\hat{B}A$ (pois são ângulos correspondentes), $D\hat{A}E \cong C\hat{B}A$, isto é, os ângulos adjacentes à base maior são congruentes.

De modo similar, é possível mostrar que $A\hat{D}C \cong B\hat{C}D$ (os ângulos adjacentes à base menor são congruentes).

As diagonais de um trapézio isósceles são congruentes

Observe o trapézio isósceles *ABCD* a seguir.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Ao traçar as diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, podemos considerar os triângulos *ABC* e *BAD*.

Comparando esses triângulos, percebemos que:

- $\overline{BC} \cong \overline{AD} \longrightarrow$ lados não paralelos do trapézio isósceles
- $A\hat{B}C \cong B\hat{A}D \longrightarrow$ ângulos adjacentes à base $\overline{AB}$ do trapézio isósceles
- $\overline{AB} \cong \overline{BA} \longrightarrow$ lado comum

Então, pelo caso de congruência LAL concluímos que os triângulos *ABC* e *BAD* são congruentes.

Portanto, $\overline{AC} \cong \overline{BD}$, isto é, as diagonais de um trapézio isósceles são congruentes.

Propriedades dos trapézios isósceles

Objetivos

- Reconhecer as propriedades dos trapézios isósceles.
- Favorecer o desenvolvimento da seguinte habilidade da BNCC: EF08MA14.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA14 porque são feitas as demonstrações de algumas propriedades dos trapézios isósceles aplicando a congruência de triângulos.

Orientações

- Neste tópico, serão apresentadas as demonstrações de algumas propriedades dos trapézios isósceles. Faça cada uma delas com a participação da turma. Ao trabalhar as demonstrações, é importante deixar claras a tese e as hipóteses consideradas, como as propriedades dos paralelogramos, a propriedade dos triângulos isósceles, o fato de os lados não paralelos serem congruentes e os casos de congruência de triângulos. Se houver necessidade, retome esses conceitos.

(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

• Resolução do boxe *Cálculo mental*:
Aplicando a propriedade de que as diagonais de um trapézio isósceles são congruentes, temos:
a) $med(D\hat{A}B) = med(A\hat{B}C) = 18°$
b) $BD \cong AC = 110$ unidades de comprimento
c) $med(A\hat{D}C) = med(B\hat{C}D) = 162°$
d) $AD \cong BC = 32$ unidades de comprimento
• Como os trapézios não foram representados nas atividades **3** e **4**, é interessante que os estudantes esbocem essas figuras para que tenham maior clareza do que pode ser feito para chegar a cada uma das respostas. Incentive-os a comparar essas representações.

Cálculo mental

ABCD é um trapézio isósceles de bases $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Cálculo mental: a) 18°; **b)** 110 unidades de comprimento; **c)** 162°; **d)** 32 unidades de comprimento

Calcule:

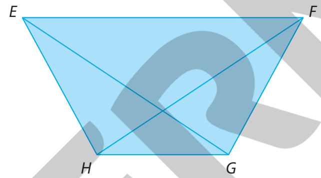
a) $med(D\hat{A}B)$ se $med(A\hat{B}C) = 18°$;
b) BD se $AC = 110$ unidades de comprimento;
c) $med(A\hat{D}C)$ se $med(B\hat{C}D) = 162°$;
d) AD se $BC = 32$ unidades de comprimento.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Considerando o trapézio isósceles *ABCD*, com bases $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, responda às questões.
a) Qual é a medida de comprimento de $\overline{AD}$ se $BC = 39,2$ cm? **1. a)** 39,2 cm
b) Qual é a medida de abertura de $C\hat{D}A$ se $med(A\hat{B}C) = 66°$? **1. b)** 114°

2. O quadrilátero *EFGH* é um trapézio isósceles. A medida de comprimento, em centímetro, da diagonal $\overline{EG}$ é expressa por $4x - 20$, e a da diagonal $\overline{FH}$, por $\frac{4x}{3}$. Qual é a medida de comprimento de cada diagonal desse trapézio? **2.** 10 cm



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

3. As medidas de comprimento das bases de um trapézio isósceles são 23 cm e 12 cm. Sabendo que a medida do perímetro do trapézio é igual a 80 cm, responda: qual é a medida de comprimento dos lados não paralelos do trapézio? **3.** 22,5 cm

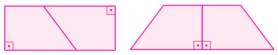
4. Em um trapézio retângulo, a medida de abertura do ângulo obtuso é o triplo da medida de abertura do ângulo agudo. Determine as medidas de abertura dos ângulos desse trapézio. **4.** 90°, 90°, 45° e 135°

5. Observe.

ADOLAR/ARQUIVO DA EDITORA

• Quem está certo?

5. Ambos estão certos, pois depende do lado não paralelo que escolherem para compor a figura:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Trabalho em equipe

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Atenção! Cuidado ao usar a tesoura.

Tangram

JUSTIFICATIVA

> Nos quebra-cabeças normalmente comprados em papelarias, a imaginação é escrava do jogo, que é composto de muitas peças com um caminho único para a solução. No *tangram*, o jogo é escravo da imaginação, pois suas sete peças apontam muitos caminhos para a solução. É possível obter mais de mil figuras combinando as sete peças.
>
> GÊNOVA, A. Carlos. *Brincando com* tangram *e* origami. São Paulo: Global, 2002. p. 9.

A construção e o manuseio do *tangram* constituem um meio para você trabalhar com as mais diversas ideias geométricas, como as de quadriláteros e ângulos.

OBJETIVO

Elaborar quadros cujas imagens sejam formadas apenas com as peças do *tangram*.

PAULO MANZI/ARQUIVO DA EDITORA

APRESENTAÇÃO

A turma deverá organizar uma exposição dos trabalhos de cada grupo.

QUESTÕES PARA PENSAR EM GRUPO

- Que qualidades podem ser admiradas em um quadro?
- Que imagens vocês gostariam de representar?
- Que tipo de material vocês empregarão na confecção do quadro (papel, tela, cortiça, recortes, tinta, lápis de cor, caneta hidrográfica etc.)?
- Caso decidam fazer uma colagem, com que material pretendem elaborar o *tangram* (papel, cartolina, madeira etc.)?
- Vocês precisarão de quantos *tangrans* para formar o quadro?
- Que medidas adotarão para as peças do(s) *tangram(ns)*?

NÃO SE ESQUEÇAM

- Escrevam as etapas necessárias para a elaboração do trabalho.
- Definam a medida de tempo para a realização de cada etapa. Isso facilitará a organização do trabalho.
- Antes de começar, reúnam todos os materiais necessários para a confecção do quadro.
- Ao expô-lo para os colegas, contem em que vocês se basearam para fazê-lo e descrevam as etapas da elaboração. Isso tornará a atividade mais interessante.

Trabalho em equipe

Objetivos

- Aplicar, por meio de trabalhos em grupo, os conceitos estudados.
- Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 3 e 9 da BNCC.

Orientações

- Nesta seção, os estudantes terão a oportunidade de colocar em prática os conhecimentos adquiridos neste Capítulo usando a criatividade.
- O estudante é estimulado a exercitar a imaginação e a criatividade ao elaborar o quadro com imagens construídas com as peças do *tangram*. Convide a turma para apreciar a figura montada e a identificar os polígonos presentes. Dessa maneira, eles lidam com diferentes manifestações artísticas e, favorecendo a competência geral 3.
- É interessante observar que essa prática se dará com um trabalho em grupo, o que exigirá da turma o desenvolvimento de algumas habilidades essenciais nessa dinâmica, destacando-se a troca de ideias para elaboração de estratégias de resolução e sua validação. Nesse sentido, é favorecido o desenvolvimento da competência geral 9 da BNCC.

Competência geral 3: Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Estatística e Probabilidade

Objetivos

- Ler e interpretar informações que se complementam.
- Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Educação em Direitos Humanos**, da macroárea **Cidadania e Civismo**.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA23 e das competências gerais 7 e 10 da BNCC.

Orientações

- O objetivo desta seção é que os estudantes leiam e interpretem informações que se complementam. É possível que eles lidem com situações como essa ao ler uma matéria ou infográfico publicado em um jornal ou em uma página da internet. Nesse sentido, a proposta desta seção contribui para o desenvolvimento da competência geral 7 da BNCC, porque os estudantes devem argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis.
- Incentive os estudantes a tirar outras conclusões com base nos gráficos apresentados. Se achar oportuno, peça que pesquisem em jornais, revistas ou na internet gráficos de diferentes tipos que se complementem e, depois, escrevam um texto com base nas informações presentes neles.
- Vale a pena chamar a atenção da turma para o fato de o gráfico de colunas ter o total da porcentagem maior que 100%. Explique para os estudantes que as pessoas podem ter optado por mais de uma resposta e que o gráfico de colunas permite essa interpretação, diferentemente do gráfico de setores, que precisa somar 100%.
- A temática proposta nesta seção possibilita desenvolver o Tema Contemporâneo Transversal **Educação em Direitos Humanos**, da macroárea **Cidadania e Civismo**.

Comente com a turma que a doação (de órgãos, de sangue, de bens materiais ou de alimentos) é uma maneira de o cidadão atuar em prol da sociedade.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

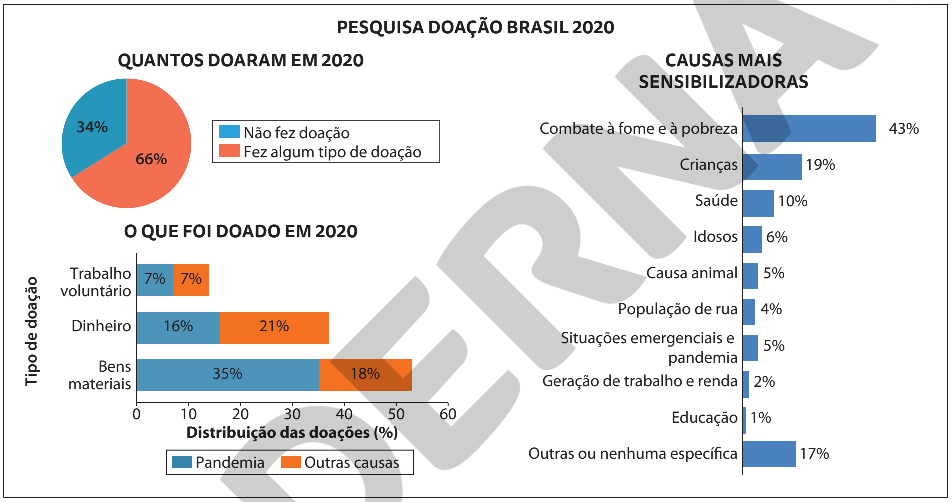
Leitura e interpretação de informações que se complementam

Os gráficos estão presentes no dia a dia das pessoas e são muito usados em algumas áreas de estudo, pois permitem a visualização de dados de maneira clara e informativa, proporcionando uma análise mais rápida e objetiva das informações neles contidas.

Dependendo da análise que desejamos fazer, precisamos buscar informações complementares em diferentes tipos de gráfico, textos ou tabelas.

Observe, por exemplo, os gráficos a seguir, que tratam de uma pesquisa realizada, em 2020, sobre doações feitas por indivíduos no Brasil.

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Gráficos elaborados com base em: INSTITUTO PARA O DESENVOLVIMENTO DO INVESTIMENTO SOCIAL (IDIS). *Pesquisa Doação Brasil 2020*. Coordenação Andréa Wolffenbüttel. São Paulo: Idis, 2021. Disponível em: https://www.idis.org.br/wp-content/uploads/2021/08/Pesquisa_Doacao_Brasil_2020.pdf. Acesso em: 20 fev. 2022.

O gráfico de setor contém informações a respeito da quantidade de doadores em relação aos entrevistados. Com base nele, o gráfico de barras, abaixo dele, mostra o tipo de doação realizado e a distribuição referente a iniciativas ligadas à pandemia ou a outras causas. Já o gráfico de barras horizontais, à direita, traz informações sobre as causas que mais sensibilizam os entrevistados para uma eventual doação.

Com base nesses gráficos, pode-se concluir que:

- a maioria dos entrevistados fez algum tipo de doação em 2020 e, dos que doaram, a maioria doou bens materiais;
- o tempo para algum trabalho voluntário é o que as pessoas menos doam;
- a causa mais sensibilizadora para doações é o combate à fome e à pobreza;
- além dos motivos apresentados, 17% dos entrevistados têm outros motivos para realizar as doações ou não especificaram uma causa.

As conclusões se basearam na análise dos dados apresentados em gráficos que se complementam, enriquecendo e aprofundando as informações a respeito do tema estudado.

(EF08MA23) Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.

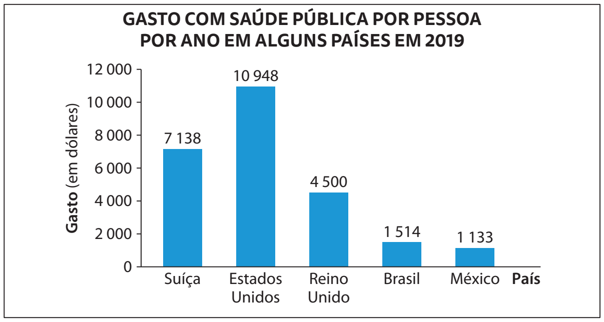
Competência geral 7: Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Competência geral 10: Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe as informações do gráfico a seguir, elaborado com base nos dados publicados pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE).



ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT (OECD). Health spending (indicator). *OECD Data*, 2022. Disponível em: https://data.oecd.org/healthres/health-spending.htm. Acesso em: 10 abr. 2022.

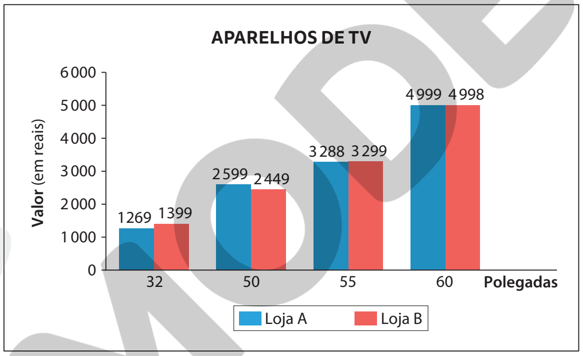
a) Qual é o tema das informações contidas no gráfico? **1. a)** Gasto com saúde pública por pessoa por ano em alguns países em 2019.

b) De todos os países citados acima, quais investiram mais do que o Reino Unido em saúde pública por pessoa por ano em 2019? **1. b)** Suíça e Estados Unidos

c) Escreva um texto com três conclusões baseadas nos dados apresentados no gráfico.
1. c) Resposta pessoal.

2. Regina pesquisou aparelhos de TV de sua marca preferida em duas lojas. Ela quer gastar até R$ 3 000,00 na compra de uma TV. Observe abaixo o quadro com as formas de pagamento nas duas lojas pesquisadas e o gráfico que mostra os valores encontrados por Regina nessas lojas.

	Pagamento	
Loja	**À vista**	**A prazo**
A	10% de desconto	15 vezes sem juros
B	12% de desconto	10 vezes sem juros



Dados obtidos por Regina em setembro de 2023.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Que aparelhos de TV Regina poderá comprar? **2. a)** Qualquer aparelho de TV de 32 ou 49 polegadas, à vista ou a prazo, ou o de 55 polegadas à vista nas duas lojas.

b) Se Regina escolhesse comprar o aparelho de TV de 55 polegadas à vista, em qual das duas lojas ela gastaria menos? **2. b)** na loja B

c) Observando apenas o gráfico, é possível saber em qual loja o aparelho de TV desejado é mais barato? Justifique sua resposta. **2. c)** Não, pois é no quadro que encontramos as opções de pagamento e os descontos oferecidos. Assim, é necessária a leitura do quadro e do gráfico, em conjunto, para decidir quais aparelhos de TV comprar e em qual loja.

- Se julgar conveniente, peça aos estudantes que realizem as atividades em duplas. Incentive as duplas a tirar outras conclusões com base nas informações que foram apresentadas.
- Aproveite a atividade **1** e pergunte aos estudantes se é possível construir o gráfico de setores com os dados apresentados no gráfico de barras e peça a eles que construam o gráfico de setores. Em seguida, peça que descrevam as principais diferenças entre o gráfico de barras e o gráfico de setores, questionando quando é mais adequado utilizar um ou outro e qual gráfico apresenta as informações de maneira mais clara.
- Antes de os estudantes partirem para os cálculos da atividade **2**, faça uma leitura conjunta do enunciado, do quadro e do gráfico e peça a eles que falem quais são as informações do quadro e do gráfico e avaliem aquelas que são mais importantes para a decisão de compra. Espera-se que eles percebam que são informações complementares, todas necessárias para tomar a decisão de qual aparelho de TV comprar.

Atividades de revisão

Objetivo

• Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.

Orientações

• Neste Capítulo, os estudantes aprenderam várias propriedades dos quadriláteros: paralelogramos (incluindo losangos, retângulos e quadrados) e trapézios. Se julgar pertinente, peça a eles que façam uma ficha resumindo todas as propriedades estudadas. A elaboração da ficha resumo é um excelente exercício para o estudante formalizar conceitos e se comunicar matematicamente.

• Aproveite as atividades desta seção para avaliar o aprendizado dos estudantes e pensar em estratégias que contribuam para que eles superem suas dificuldades.

• Respostas da atividade **4**:

a) As diagonais de um paralelogramo dividem-no em 4 triângulos, congruentes dois a dois, opostos pelo vértice.

b) As diagonais de um losango dividem-no em 4 triângulos congruentes.

c) As diagonais de um retângulo dividem os ângulos internos em ângulos congruentes dois a dois.

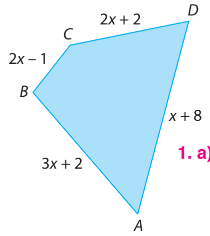
d) Ao traçar a diagonal de um quadrado, obtemos 2 triângulos isósceles.

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

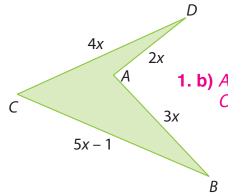
1. Sabendo que a medida do perímetro dos quadriláteros abaixo é 27 cm, determine a medida de comprimento dos lados desses quadriláteros.

a)



1. a) $AB = 8$ cm; $BC = 3$ cm; $CD = 6$ cm; $DA = 10$ cm

b)



1. b) $AB = 6$ cm; $BC = 9$ cm; $CD = 8$ cm; $DA = 4$ cm

2. alternativas **b**, **c** e **e**

2. Copie as afirmações verdadeiras no caderno.

a) As diagonais de um losango são congruentes.

b) As diagonais de um quadrado estão contidas nas respectivas bissetrizes dos ângulos internos.

c) As diagonais de um losango são perpendiculares entre si.

d) As diagonais de um retângulo são perpendiculares entre si.

e) As diagonais de um quadrado são congruentes.

3. Responda às questões.

a) Em um paralelogramo, um ângulo agudo e um ângulo obtuso são complementares ou suplementares? **3. a)** suplementares

b) Dois ângulos adjacentes ao mesmo lado de um paralelogramo são sempre congruentes? **3. b)** não

4. Corrija as afirmações a seguir no caderno.

a) As diagonais de um paralelogramo dividem-no em 4 triângulos congruentes.

b) As diagonais de um losango dividem-no em 4 triângulos não congruentes.

c) As diagonais de um retângulo dividem os ângulos internos em 4 ângulos congruentes.

d) Ao traçar a diagonal de um quadrado, obtemos 2 triângulos equiláteros.

4. Respostas em *Orientações*.

5. Considere as afirmações a seguir.

I. As diagonais de um paralelogramo se interceptam nos respectivos pontos médios.

II. Se as diagonais de um quadrilátero se interceptam perpendicularmente nos respectivos pontos médios, o quadrilátero é um losango.

III. As diagonais de um trapézio isósceles são congruentes.

Podemos afirmar que é(são) verdadeira(s):

a) apenas II.

b) apenas III.

c) apenas I e II.

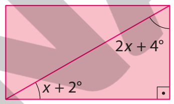
d) apenas I e III.

e) I, II e III.

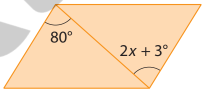
5. alternativa **e**

6. Calcule as medidas de abertura *x*, em grau.

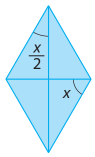
a) Retângulo **6. a)** 28°



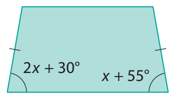
b) Paralelogramo **6. b)** 38,5°



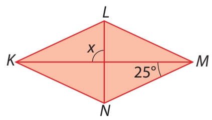
c) Losango **6. c)** 60°



d) Trapézio **6. d)** 25°



7. Observe o losango *KLMN* e responda às questões.



a) Qual é a medida de abertura *x*, em grau? **7. a)** 90°

b) Quais são as medidas de abertura dos ângulos internos do losango *KLMN*?

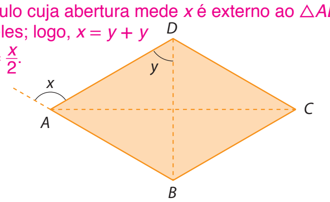
7. b) $med(\hat{K}) = 50°$, $med(\hat{L}) = 130°$, $med(\hat{M}) = 50°$ e $med(\hat{N}) = 130°$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Lembre-se:
Escreva no caderno!

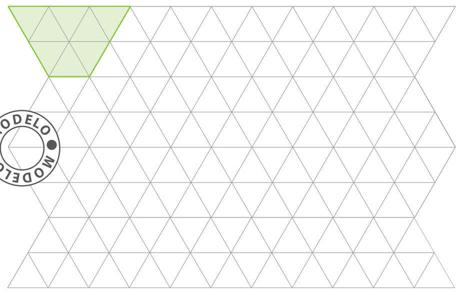
8. Em um quadrilátero, as medidas de abertura dos ângulos são representadas por x, $2x + 10°$, $3x - 32°$ e $x - 10°$. Determine a medida de abertura de cada ângulo desse quadrilátero.
8. 56°, 122°, 136° e 46°

9. Considere o losango *ABCD* e faça o que se pede.
9. O ângulo cuja abertura mede x é externo ao $\triangle ABD$ isósceles; logo, $x = y + y$ ou $y = \frac{x}{2}$.



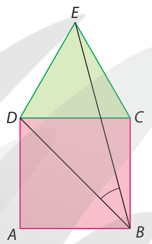
Mostre que, no losango *ABCD*, $y = \frac{x}{2}$.

10. Observe a malha triangular e um trapézio isósceles desenhado sobre ela.



10. a) sim
a) É possível cobrir toda a malha, formando um mosaico, com o trapézio desenhado?
b) Quantos trapézios haverá no mosaico?
10. b) 20 trapézios

11. (Unip-SP) O quadrilátero *ABCD* na figura é um quadrado e o triângulo *CDE* é equilátero.

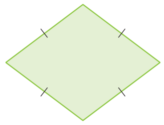
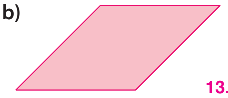
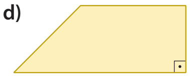


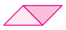
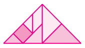
11. alternativa **d**
A medida do ângulo $D\hat{B}E$ é igual a:

a) 15°
b) 20°
c) 25°
d) 30°
e) 35°

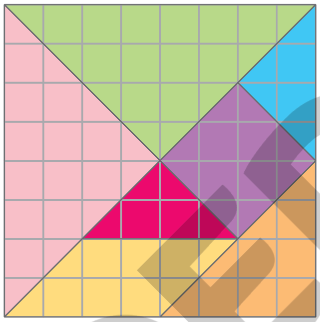
12. Um projetista de uma indústria de cerâmicas estava estudando inovações sobre o formato de azulejos para cobrir pisos.

Identifique os formatos de azulejo com os quais é possível recobrir uma área sem que sobrem espaços entre as peças ou sem que elas tenham de ser cortadas. **12.** todas as alternativas

a) 
c) 
b) 
d) 

13. a)  **13. b)** 
13. c) 

13. Observe abaixo o *tangram*.

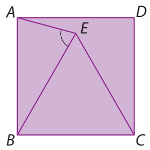


- Copie as peças do *tangram* em uma cartolina e recorte-as, usando uma tesoura sem pontas.

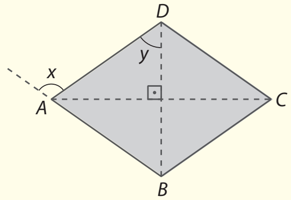
  Depois, tente formar os seguintes polígonos convexos:
  a) um paralelogramo, com duas peças;
  b) um retângulo, com três peças;
  c) um trapézio, com todas as peças.

14. (UFMG) Na figura, *ABCD* é um quadrado e *BCE* é um triângulo equilátero. A medida do ângulo $A\hat{E}B$, em grau, é:
14. alternativa **d**

a) 30
b) 49
c) 60
d) 75
e) 90



- Resolução da atividade **9**:



O $\triangle ABD$ é isósceles (pois $\overline{AD}$ e $\overline{AB}$ são lados do losango; logo, são congruentes). Assim, os ângulos $A\hat{D}B$ e $A\hat{B}D$ são congruentes e têm medida de abertura y. Sabe-se, ainda, que a medida de abertura do ângulo externo x é igual à soma das medidas de abertura dos ângulos internos não adjacentes; logo: $x = 2y$

Portanto: $y = \frac{x}{2}$

- Na atividade **11**, os estudantes precisam utilizar conhecimentos sobre figuras geométricas. Por exemplo, a medida de abertura dos ângulos internos de um quadrado é 90°, as medidas de comprimento das diagonais de um quadrado estão contidas nas respectivas bissetrizes dos ângulos internos; em um triângulo equilátero, todos os ângulos internos são congruentes e os lados têm mesma medida de comprimento e, por fim, em um triângulo isósceles, os ângulos da base são congruentes.
- Na parte inferior desta página, sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com “sim”, “às vezes” ou “não”.

Eu...
... reconheço os elementos e propriedades de um quadrilátero?
... sei identificar paralelogramos e trapézios?
... sei classificar paralelogramos em losangos, retângulos ou quadrados?
... sei classificar trapézios em isósceles, escaleno ou retângulo?
... sei construir quadriláteros e investigar suas propriedades utilizando *softwares* de Geometria dinâmica?
... sei ler e interpretar informações apresentadas em gráficos que se complementam?
... consigo representar uma porcentagem na forma fracionária?
... cuido do meu material escolar?
... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?
... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?
... realizo as tarefas propostas?

Polígono e seus elementos

Objetivos

- Retomar o conceito de polígono.
- Identificar os elementos de um polígono.

Orientação

- Discuta com os estudantes a definição de polígono e incentive-os a desenhar no quadro figuras que atendem e que não atendem à definição apresentada. Peça a eles que desenhem polígonos com 5, 6 e 7 lados. Em cada exemplo apresentado no quadro, proponha à turma que identifique os vértices, os lados, as diagonais e os ângulos internos e externos.

CAPÍTULO 5

Polígonos

Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF08MA15
EF08MA16
EF08MA23

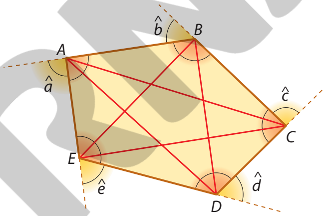
Lembre-se: Escreva no caderno!

1 Polígono e seus elementos

Uma linha poligonal plana fechada e simples, com sua região interna, é um **polígono**.

Triângulos e quadriláteros, estudados nos Capítulos 3 e 4, são polígonos. Considere mais alguns exemplos.

Agora, observe o polígono abaixo.



Podemos destacar alguns de seus elementos.

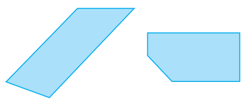
- Vértices: A, B, C, D e E
- Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EA}$
- Diagonais: $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{BD}$ e $\overline{CE}$
- Ângulos internos: $E\hat{A}B$, $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$, $C\hat{D}E$ e $D\hat{E}A$ (esses ângulos também podem ser indicados por: $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$, $\widehat{D}$ e $\widehat{E}$, respectivamente)
- Ângulos externos: $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$ e $\hat{e}$

Recorde

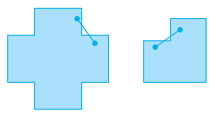
Um polígono pode ser **convexo** ou **não convexo**.

Para ser convexo, é necessário que todos os segmentos de reta com extremidades no interior do polígono tenham todos os seus pontos situados no interior desse polígono.

- Polígonos convexos:



- Polígonos não convexos:

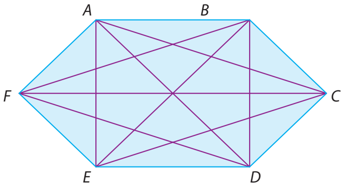


ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

134

2 Número de diagonais de um polígono convexo

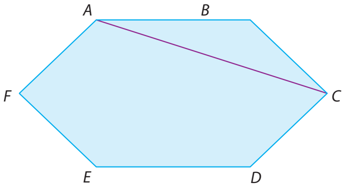
Observe o polígono convexo abaixo.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

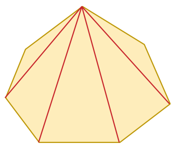
Os segmentos $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$ e $\overline{DF}$ são suas diagonais.

Agora, observe a diagonal $\overline{AC}$. Ela tem extremidades em A e em C, por isso também pode ser identificada por $\overline{CA}$.

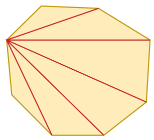


Para saber, por exemplo, quantas diagonais podemos traçar a partir do vértice A deste polígono, temos de desconsiderar três vértices: o A, o B e o F. Assim, podemos traçar três diagonais a partir de A, cada uma delas com um extremo em A e o outro extremo no vértice C, no D e no E.

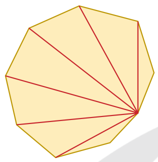
Observe, agora, o que Isabel e Jorge concluíram observando a quantidade de diagonais que partem de um dos vértices de alguns polígonos convexos.



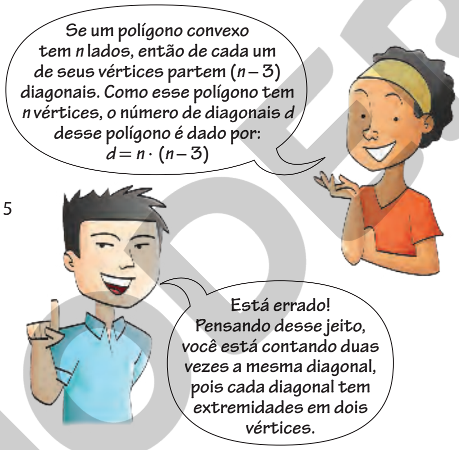
número de vértices: 7
número de diagonais relativas a um dos vértices: 4



número de vértices: 8
número de diagonais relativas a um dos vértices: 5



número de vértices: 9
número de diagonais relativas a um dos vértices: 6



ARI NICOLOSI/ARQUIVO DA EDITORA

Para pensar

Com base nas conclusões de Isabel e Jorge, é possível obter a fórmula correta do número d de diagonais de um polígono convexo de n lados? Como? **Para pensar:** Sim; dividindo $n \cdot (n - 3)$ por 2.

Temos, então, que:

O número d de diagonais de um polígono convexo de n lados é a metade de $n \cdot (n - 3)$, ou seja:

$$d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$$

Número de diagonais de um polígono convexo

Objetivo

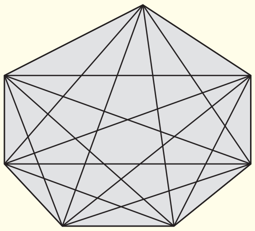
- Relacionar o número de diagonais com o número de lados em um polígono convexo.

Orientações

- Antes de os estudantes fazerem a leitura do texto, proponha a eles que tentem descobrir a relação entre o número de diagonais e o número de lados de um polígono convexo por investigação. Peça que se reúnam em grupos, desenhem alguns polígonos e organizem em um quadro as informações observadas. A atividade **2** da página seguinte pode nortear essa atividade.
- Aproveite o boxe *Para pensar* para verificar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação ao número de diagonais de um polígono. Por exemplo, se sabem identificar as diagonais dele.

- Caso os estudantes tenham dificuldade em responder à pergunta do boxe *Para pensar*, sugira que desenhem polígonos com 3, 4 e 5 lados e, depois, analisem a quantidade de diagonais de cada figura.
- Respostas da atividade **2**:

Exemplo de desenho de um heptágono convexo e suas diagonais.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) 4 diagonais
b) 14 diagonais
c) decágono
d) 35 diagonais

- Exemplo de resposta do item **a** da atividade **3**:

Como $d = \frac{n(n-3)}{2}$ e $n = 2d$, temos:

$n = 2 \cdot \frac{n(n-3)}{2}$

$n = n(n-3)$

Como n é um número natural maior ou igual a 3, podemos multiplicar ambos os membros da equação $n = n(n-3)$ por $\frac{1}{n}$. Assim:

$(n-3) = 1$, ou seja, $n = 4$

Como $n = 4$, o polígono é um quadrilátero.

Ângulos de um polígono convexo

Objetivos

- Reconhecer que os ângulos internos e externos com vértice comum são adjacentes suplementares.
- Relacionar a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer com seu número de lados.
- Reconhecer que a soma das medidas de abertura dos ângulos externos de um polígono convexo qualquer é 360°.

Orientações

- Em um polígono convexo, os ângulos internos e externos com vértice comum são adjacentes e suplementares. Antes de formalizar essa relação, peça aos estudantes que tentem chegar a essa conclusão sozinhos. Se necessário, retome com a turma os conceitos de ângulos adjacentes e suplementares.

Para pensar

Qual é o polígono que não tem diagonais? **Para pensar:** triângulo

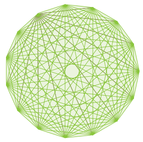
Exemplo

Vamos calcular o número de diagonais de um polígono convexo de 15 lados.

$d = \frac{15 \cdot (15-3)}{2}$

$d = 90$

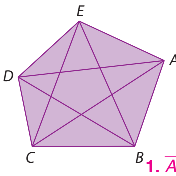
Logo, um polígono convexo de 15 lados tem 90 diagonais.



Representação de todas as diagonais de um polígono convexo de 15 lados.

ATIVIDADES — FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe o polígono *ABCDE* e responda à questão.



1. $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{BD}$ e $\overline{CE}$

- Quais são as diagonais desse polígono?

2. Desenhe um heptágono (polígono de 7 lados) convexo no caderno e trace todas as suas diagonais. **2.** Respostas em *Orientações*.

a) Quantas diagonais partem de cada vértice?
b) Qual é o número de diagonais desse polígono?
c) Qual é o polígono em que, de cada vértice, partem 7 diagonais?
d) Quantas diagonais tem o polígono do item **c**?

3. Observe como Rafael descobriu qual é o polígono convexo cujo número de lados é igual ao dobro do número de diagonais.

Número de lados: n
Número de diagonais: d $\Big\}\ d = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$

Para $n = 3$: $d = \frac{3 \cdot (3-3)}{2} = \frac{3 \cdot (0)}{2} = 0$

Para $n = 4$: $d = \frac{4 \cdot (4-3)}{2} = \frac{4 \cdot 1}{2} = 2$

Como $4 = 2 \cdot 2$, o polígono é um quadrilátero.

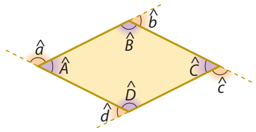
a) Você saberia resolver esse problema de outra maneira? **3. a)** Resposta em *Orientações*.
b) Qual é o polígono convexo cujo número de diagonais é igual ao número de lados? **3. b)** pentágono

3 Ângulos de um polígono convexo

Relação entre os ângulos internos e externos de um polígono convexo

Em um polígono convexo, cada ângulo interno e o ângulo externo com vértice comum são adjacentes suplementares, ou seja, a soma das medidas de suas aberturas é igual a 180°.

No polígono convexo a seguir, por exemplo, temos:



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

$$\text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{a}) = 180°$$
$$\text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{b}) = 180°$$
$$\text{med}(\hat{C}) + \text{med}(\hat{c}) = 180°$$
$$\text{med}(\hat{D}) + \text{med}(\hat{d}) = 180°$$

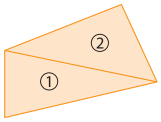
Soma das medidas de abertura dos ângulos internos e soma das medidas de abertura dos ângulos externos de um polígono convexo

Já vimos que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º. Vimos também que todo quadrilátero pode ser decomposto em dois triângulos traçando uma de suas diagonais.

Assim como fizemos com os quadriláteros, podemos encontrar a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer com base na soma das medidas de abertura dos ângulos internos de triângulos, pois todo polígono convexo pode ser decomposto em triângulos.

Traçando as diagonais que partem de um mesmo vértice, é possível decompor qualquer polígono convexo em triângulos. Considere alguns exemplos.

Quadrilátero

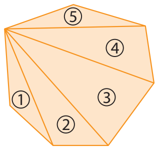


número de triângulos formados: 2

↑

4 – 2
(número de lados menos 2)

Heptágono

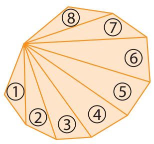


número de triângulos formados: 5

↑

7 – 2
(número de lados menos 2)

Decágono



número de triângulos formados: 8

↑

10 – 2
(número de lados menos 2)

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Fixando um dos vértices de um polígono convexo e traçando as diagonais que partem desse vértice, decompomos o polígono de n lados em $(n - 2)$ triângulos.

Observe como encontrar a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de alguns polígonos.

	Triângulo	Quadrilátero	Pentágono	Heptágono	Octógono	Decágono
Número de lados	3	4	5	7	8	10
Número de triângulos formados	(3 – 2) = 1	(4 – 2) = 2	(5 – 2) = 3	(7 – 2) = 5	(8 – 2) = 6	(10 – 2) = 8
Soma das medidas de abertura dos ângulos internos	1 · 180° = 180°	2 · 180° = 360°	3 · 180° = 540°	5 · 180° = 900°	6 · 180° = 1 080°	8 · 180° = 1 440°

Para deduzir a fórmula que relaciona o número de lados (n) com a soma (S_i) das medidas de abertura dos ângulos internos do polígono, usamos os dados a seguir.

- Um polígono de n lados pode ser decomposto em $(n - 2)$ triângulos pelas diagonais que partem de um mesmo vértice.
- A soma das medidas de abertura dos ângulos internos de cada triângulo é igual a 180°.

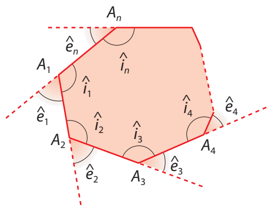
- Reproduza o quadro dessa página e complete-o com a participação da turma. A intenção é que os estudantes percebam como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos se relaciona com o número de lados. Se achar conveniente, inclua no quadro outros polígonos, como o undecágono e o dodecágono.

- A partir da decomposição de um polígono em triângulos chega-se à relação $S_i = (n - 2) \cdot 180°$, em que S_i é a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono convexo e n é o número de lados desse polígono.
- O boxe *Para pensar* incentiva os estudantes a perceber que, ao contrário da soma das medidas de abertura dos ângulos internos, a soma das medidas de abertura dos ângulos externos de um polígono convexo não depende do número de lados.

Logo, temos:

A soma S_i das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono convexo de n lados é dada por:
$S_i = (n - 2) \cdot 180°$

Com base na soma das medidas de abertura dos ângulos internos e na relação entre os ângulos internos e externos com vértice comum, podemos calcular a soma S_e das medidas de abertura dos ângulos externos de um polígono convexo de n lados. Acompanhe.



$$
\begin{array}{l}
e_1 + i_1 = 180° \\
e_2 + i_2 = 180° \\
e_3 + i_3 = 180° \\
\vdots \qquad \vdots \\
e_n + i_n = 180° \\
\hline
S_e + S_i = n \cdot 180°
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
S_e + S_i &= n \cdot 180° \\
S_e + (n - 2) \cdot 180° &= n \cdot 180° \\
S_e + n \cdot 180° - 360° &= n \cdot 180° \\
S_e - 360° &= 0 \\
S_e &= 360°
\end{aligned}
$$

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTO: KASEFOTO/SHUTTERSTOCK

Assim, concluímos:

A soma das medidas de abertura dos ângulos externos de qualquer polígono convexo é igual a 360°.

Para pensar

Para pensar: não

A soma das medidas de abertura dos ângulos externos de um polígono convexo depende do número de lados?

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono convexo de:

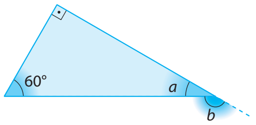
a) 11 lados **1. a)** 1620°
b) 8 lados **1. b)** 1080°
c) 15 lados **1. c)** 2340°
d) 20 lados **1. d)** 3240°

2. Responda às questões.

a) A abertura de um ângulo interno de um triângulo mede 35° e de outro mede 40°. Qual é a medida de abertura do terceiro ângulo desse triângulo? **2. a)** 105°

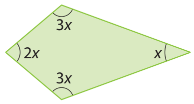
b) A abertura de dois ângulos internos de um triângulo medem 27° e 75°. Quanto mede a abertura do terceiro ângulo? **2. b)** 78°

3. Calcule as medidas *a* e *b*, em grau, indicadas no triângulo a seguir. **3.** $a = 30°$; $b = 150°$



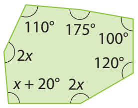
4. Em cada item, calcule o valor de *x* em grau.

a)



4. a) 40°

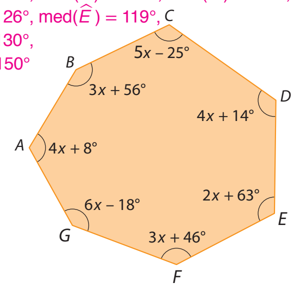
b)



4. b) 75°

5. Calcule a medida de abertura dos ângulos internos do polígono convexo a seguir.

5. $med(\widehat{A}) = 120°$, $med(\widehat{B}) = 140°$, $med(\widehat{C}) = 115°$, $med(\widehat{D}) = 126°$, $med(\widehat{E}) = 119°$, $med(\widehat{F}) = 130°$, $med(\widehat{G}) = 150°$



6. a) 5 lados **6. b)** 12 lados **6. c)** 11 lados **6. d)** 10 lados

6. Calcule quantos lados tem o polígono convexo com ângulos internos cujas medidas de abertura somam:

a) 540° **b)** 1 800° **c)** 1 620° **d)** 1 440°

7. Responda às questões. **7. a)** octógono; 20 diagonais

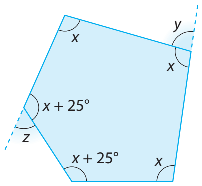
a) A soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono convexo é 1 080°. Que polígono é esse? Quantas diagonais ele tem?

b) A soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono convexo é 1 620°. Qual é o número de diagonais desse polígono?

7. b) 44 diagonais

8. Determine as medidas *x*, *y* e *z*, em grau, indicadas no polígono a seguir.

8. $x = 98°$
$y = 82°$
$z = 57°$



9. Em uma folha de papel sulfite, desenhe um hexágono qualquer e pinte cada um dos seus ângulos internos de uma cor. Em seguida, recorte esses ângulos e junte-os para mostrar que a soma das medidas de suas aberturas é igual a 720°.

- Como você resolveu esse problema? Explique para os colegas de classe. **9.** Resposta pessoal.

10. Um ângulo interno de um paralelogramo tem medida de abertura igual a 90°.

a) Desenhe esse paralelogramo no caderno.

b) Qual é a medida de abertura dos outros ângulos internos desse paralelogramo?

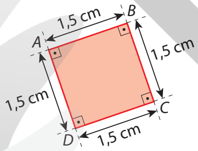
10. b) 90°

10. a) Exemplos de resposta:

ADILSON SECCO/
ARQUIVO DA EDITORA

4 Polígono regular

Os polígonos que apresentam todos os lados de mesma medida de comprimento e todos os ângulos de mesma medida de abertura são polígonos **regulares**. O quadrado *ABCD* a seguir, por exemplo, é um polígono regular.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/
ARQUIVO DA EDITORA

Os alvéolos de um favo de mel lembram uma composição formada por hexágonos regulares.

(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.

(EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.

- Na atividade **5,** primeiro, os estudantes devem encontrar o valor de *x* para depois calcular a medida de abertura dos ângulos internos. Para isso, terão de adicionar as medidas de abertura de todos os ângulos, em função de *x*, indicados na figura e igualar essa soma a 900°, que é a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um heptágono.
- Na atividade **7**, para determinar o número de lados, os estudantes devem igualar a soma indicada no enunciado por $(n - 2) \cdot 180°$. Assim, com o número de lados, podem determinar o número de diagonais.

Polígono regular

Objetivos

- Compreender o conceito de polígono regular.
- Calcular a medida de abertura do ângulo interno de um polígono regular a partir do seu número de lados.
- Favorecer o desenvolvimento das seguintes habilidades da BNCC: EF08MA15 e EF08MA16.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA15 porque trabalha a construção de polígonos regulares utilizando instrumentos de desenho. A habilidade EF08MA16 tem seu desenvolvimento favorecido porque os estudantes terão a oportunidade de descrever, por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer medida de área, a partir da medida de abertura do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.

Orientações

- Nesse momento, o foco dos estudos são os polígonos regulares, com destaque para as medidas de abertura de seus ângulos internos e externos.
- Neste tópico, é apresentado o cálculo da medida de abertura do ângulo interno de um polígono regular a partir do seu número de lados. Se achar conveniente, peça aos estudantes que deduzam a fórmula que será apresentada. É importante enfatizar que não há necessidade de os estudantes memorizarem essa fórmula, pois ela pode ser deduzida quando necessário.

- Para responder à pergunta do boxe *Para Pensar*, os estudantes devem saber que a soma das medidas de abertura dos ângulos externos de um polígono convexo qualquer é 360°; logo, a medida de abertura de cada ângulo externo de um polígono regular de n lados é dada por $\frac{360°}{n}$.
- Resolução do boxe *Para calcular*:

✓ Observando a moeda de 1 centésimo de dólar jamaicano, concluímos que ela possui 12 lados.
Pela fórmula da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono, temos:
$S_i = (n - 2) \cdot 180°$
$S_i = (12 - 2) \cdot 180°$
$S_i = 1800°$
Como é um polígono regular, todos os ângulos internos têm a mesma medida de abertura:
$a = \frac{S_i}{n} = \frac{1800°}{12} = 150°$
Logo a moeda de 1 centésimo de dólar jamaicano possui 12 lados e medida de abertura do ângulo interno igual a 150°.

✓ Observando a moeda de 1 dólar jamaicano, concluímos que ela possui 7 lados.
Pela fórmula da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono, temos:
$S_i = (n - 2) \cdot 180°$
$S_i = (7 - 2) \cdot 180°$
$S_i = 900°$
Como é um polígono regular, todos os ângulos internos têm a mesma medida de abertura:
$a = \frac{S_i}{n} = \frac{900°}{7} \cong 128,57°$
Logo a moeda de 1 dólar jamaicano possui 7 lados e medida de abertura do ângulo interno é, aproximadamente, 128,57°.

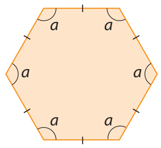
Agora, vamos estudar a relação entre as medidas de abertura dos ângulos de um polígono regular e o número de lados.

Ângulos nos polígonos regulares

Você já estudou que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um hexágono é igual a 720°, pois: $(6 - 2) \cdot 180° = 720°$

Mas você sabe qual é a medida da abertura de cada ângulo interno de um hexágono regular?

Como a abertura dos ângulos internos de um polígono regular têm a mesma medida, temos que em um hexágono regular há seis ângulos de mesma medida de abertura. Assim:



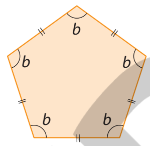
$6a = 720°$

$a = \frac{720°}{6}$

$a = 120°$

Portanto, a medida de abertura de cada ângulo interno de um hexágono regular é 120°.

Um pentágono regular tem cinco ângulos internos de mesma medida de abertura, cuja soma é igual a 540°, pois: $(5 - 2) \cdot 180° = 540°$. Assim:



$5b = 540°$

$b = \frac{540°}{5}$

$b = 108°$

Logo, a medida de abertura de cada ângulo interno de um pentágono regular é 108°.

Relacionando as medidas de abertura dos ângulos internos com a soma S_i dessas medidas, concluímos:

> A medida de abertura a de cada ângulo interno de um polígono regular de n lados é dada por:
>
> $$a = \frac{S_i}{n} = \frac{(n - 2) \cdot 180°}{n}$$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Para pensar

Qual é a medida de abertura de cada ângulo externo de um polígono regular de n lados? **Para pensar:** $\frac{360°}{n}$

Para calcular

Observe as moedas abaixo.

1 centésimo de dólar jamaicano.

1 dólar jamaicano.

Para calcular: 1 centésimo de dólar jamaicano: 12 lados; 150°; 1 dólar jamaicano: 7 lados; aproximadamente 128,57°

FOTOS: BANCO DA JAMAICA

Podemos associar as faces de cada moeda a um polígono regular. Quantos lados tem cada um desses polígonos? Calcule a medida de abertura de um ângulo interno de cada um dos polígonos.

140

2. a) Eduardo se esqueceu de adicionar a medida de abertura do ângulo interno do outro quadrado.
$120° + 90° + 90° + 60° = 360°$. Portanto, a soma das medidas de abertura de todos os ângulos formados com vértice em A é $360°$.

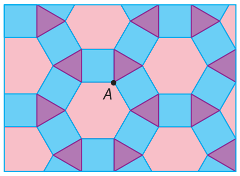
ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule a medida de abertura de cada ângulo externo de um hexágono regular.

1. $360° : 6 = 60°$

2. Mosaico é um desenho formado por um ou mais tipos de figura geométrica que cobrem perfeitamente superfícies sem superposições e sem espaços vazios entre elas. O mosaico a seguir é formado por polígonos regulares. Qual é a soma das medidas de abertura de todos os ângulos formados com vértice em A?



Eduardo tentou resolver esse problema, mas cometeu um erro. Analise a solução dele.

Hexágono: $a = \frac{(6-2) \cdot 180°}{6} = \frac{4 \cdot 180°}{6} = 120°$

Quadrilátero: $a = \frac{(4-2) \cdot 180°}{4} = \frac{2 \cdot 180°}{4} = 90°$

Triângulo: $a = \frac{(3-2) \cdot 180°}{3} = \frac{1 \cdot 180°}{3} = 60°$

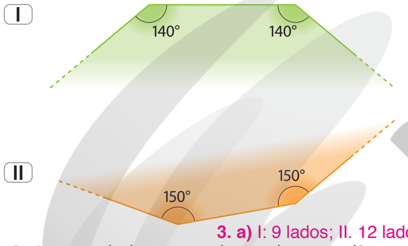
$120° + 90° + 60° = 270°$

Os ângulos com vértice em A formam um ângulo de abertura medindo $270°$.

a) Qual foi o erro cometido por Eduardo?

b) Há outra forma de resolver o problema. Descubra-a e registre-a no caderno.

3. As figuras abaixo mostram partes de polígonos regulares.



3. a) I: 9 lados; II. 12 lados

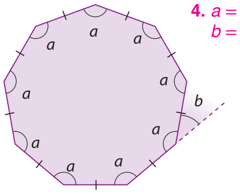
a) Quantos lados tem cada um desses polígonos?

b) Qual é a soma das medidas de abertura dos ângulos internos desses polígonos?

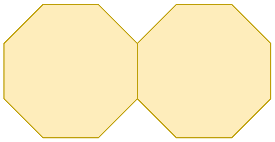
3. b) I. 1 260°; II. 1 800°

4. No caderno, calcule a e b, em grau, indicadas no polígono regular a seguir.

4. $a = 140°$
$b = 40°$



5. Observe abaixo dois octógonos regulares idênticos com um lado comum.



- Imagine que você precise formar um mosaico com esses octógonos. Que outro polígono poderá usar para completar o mosaico?

5. quadrado

6. Junte-se a um colega e resolvam os problemas.

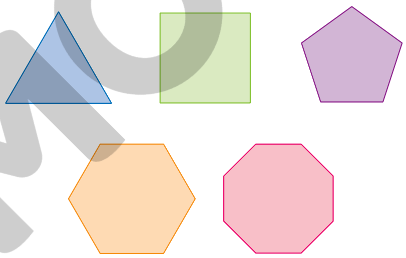
a) A medida de abertura do ângulo interno de um polígono regular é o triplo da medida de abertura do seu ângulo externo. Qual é esse polígono? **6. a)** octógono

b) Qual é a medida de abertura do ângulo interno de um polígono regular que tem 6 diagonais a partir de um vértice? **6. b)** 140°

7. Luciano quer pavimentar uma superfície plana sem que haja buracos ou sobreposições, empregando polígonos regulares de mesmo formato.

a) Quais dos polígonos Luciano poderá escolher?

7. a) triângulo, quadrado e hexágono



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

b) Qual é o polígono regular com maior número de lados que Luciano pode escolher?

7. b) hexágono

2. b) Espera-se que os estudantes percebam que todos os ângulos de vértice A formam uma volta completa. Assim, a soma das medidas de suas aberturas é $360°$.

Na atividade **7**, são dados alguns polígonos regulares e questiona-se quais podem pavimentar uma superfície plana sem que fiquem buracos ou haja sobreposições. As opções são: triângulo, quadrado, pentágono, hexágono e octógono. É necessário observar quais polígonos apresentam a possibilidade de unir seus vértices e formar um ângulo cuja abertura mede 360°, que representa uma volta.

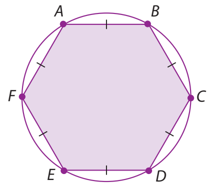
Os estudantes devem observar que a união de 6 triângulos, 4 quadrados e 3 hexágonos é viável em um plano. Assim, é possível que Luciano escolha qualquer um dos três polígonos acima, sendo que o polígono regular com o maior número de lados que ele pode escolher é o hexágono.

- Nesta página ocorrem a continuidade e o aprofundamento do estudo de polígonos regulares. Comente com a turma que a atenção agora é voltada aos polígonos inscritos em uma circunferência e à sua construção. Enfatize que todo polígono regular pode ser inscrito em uma circunferência.
- Os estudantes deverão identificar alguns elementos importantes de polígonos regulares inscritos em uma circunferência, como o centro do polígono, o ângulo central e o apótema. A ideia é que, aos poucos, esse vocabulário faça parte do repertório deles.

Polígono regular inscrito em uma circunferência

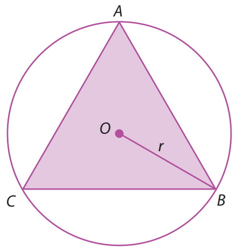
Uma circunferência **circunscrita** a um polígono contém todos os vértices desse polígono. Nesse caso, podemos dizer também que o polígono está **inscrito** na circunferência.

Os polígonos regulares têm uma propriedade: sempre é possível traçar uma circunferência circunscrita a eles, ou seja, todo polígono regular pode ser inscrito em uma circunferência. Observe ao lado, por exemplo, um hexágono regular inscrito em uma circunferência.

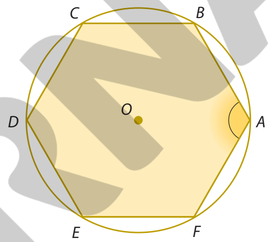


A seguir, vamos estudar alguns elementos importantes dos polígonos regulares inscritos em uma circunferência.

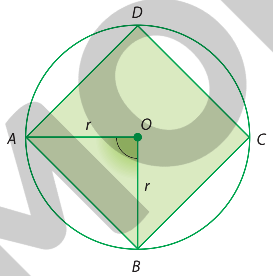
No triângulo equilátero inscrito, destacamos o centro O da circunferência, que é o **centro do polígono**. O segmento $\overline{OB}$ é o raio da circunferência.



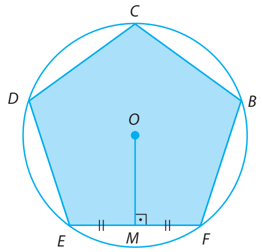
No hexágono regular inscrito, destacamos o ângulo $B\widehat{A}F$, um **ângulo interno** do hexágono.



No quadrado inscrito, destacamos o **ângulo central** $A\widehat{O}B$.



No pentágono regular inscrito, destacamos o segmento $\overline{OM}$ (M é o ponto médio do lado $\overline{EF}$ e $\overline{OM}$ é perpendicular a $\overline{EF}$). Esse segmento é um **apótema** do pentágono.

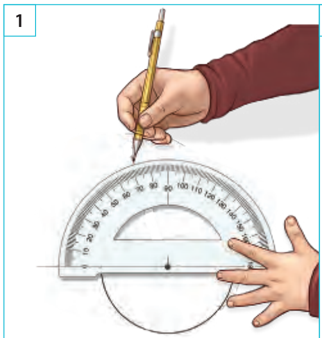


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Todo polígono regular inscrito em uma circunferência tem centro, ângulo interno, ângulo central e apótema.

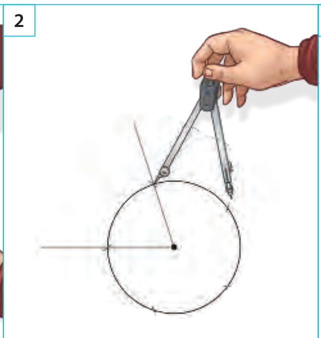
Dada uma circunferência e seguindo certos passos, podemos inscrever nela qualquer polígono regular. Observe a seguir o procedimento para inscrever um pentágono regular em uma circunferência. Repare que, como um pentágono tem cinco vértices, a circunferência na qual ele será inscrito deve ser marcada em cinco pontos e ficar dividida em cinco partes congruentes.

1



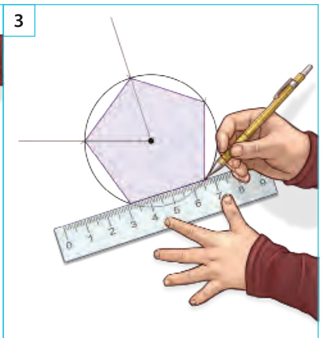
Como o pentágono tem cinco lados, dividimos 360° por 5 e obtemos a medida de abertura do ângulo central do pentágono, que é 72°. Traçamos uma circunferência com o compasso e, usando o transferidor, marcamos um ângulo com medida de abertura 72°.

2



Em seguida, com o compasso, dividimos a circunferência em cinco partes de 72°.

3



Cada ponto encontrado na divisão da circunferência corresponde a um vértice do pentágono. Então, para finalizar, traçamos segmentos de reta com extremidades em dois pontos consecutivos e pintamos o interior da figura.

ILUSTRAÇÕES: HECTOR GÓMEZ/ARQUIVO DA EDITORA

Para fazer

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

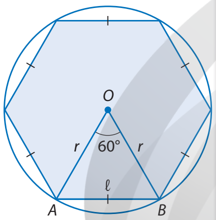
a) Construa no caderno um triângulo equilátero inscrito em uma circunferência. **Para fazer: a)** Resposta em *Orientações.*

b) Qual é a medida de abertura do ângulo central desse triângulo? **Para fazer: b)** 120°

PENSAMENTO COMPUTACIONAL

A medida de comprimento do lado de um hexágono regular pode ser escrita em função da medida de comprimento do raio da circunferência circunscrita a ele.

Observe como Júlia escreveu a medida ℓ de comprimento do lado do hexágono regular em função da medida de comprimento r do raio da circunferência circunscrita a ele.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Como o triângulo OAB é isósceles, temos:

$med(O\hat{A}B) = med(A\hat{B}O)$

Assim: $med(\hat{O}) + med(O\hat{A}B) + med(A\hat{B}O) = 180°$

$60° + med(O\hat{A}B) + med(A\hat{B}O) = 180°$

$60° + 2 \cdot med(O\hat{A}B) = 180°$

$med(O\hat{A}B) = 60°$

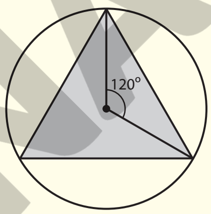
Ou seja, o triângulo OAB é equilátero.

Então: $\ell = r$

A medida de abertura do ângulo central do hexágono regular é 60°, pois: 360° : 6 = 60°. Como o triângulo OAB é isósceles e a soma das medidas de abertura dos ângulos internos é 180°, descobri que med(OÂB) = med(AB̂O) = med(Ô), ou seja, o triângulo OAB é equilátero.

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTO: PEPSCO STUDIO/SHUTTERSTOCK

- Para as propostas de construção com régua, transferidor e compasso desta página, alerte os estudantes quanto ao cuidado no manuseio dos instrumentos e acompanhe o trabalho a fim de garantir a integridade física de todos.
- Proponha aos estudantes que reproduzam a construção de um pentágono regular inscrito em uma circunferência. No caso da construção sugerida, além de utilizarem régua e compasso, os estudantes devem também trabalhar com o transferidor para fazer a medida de abertura do ângulo central de 72°. Se possível, peça a eles que construam outros polígonos regulares inscritos em uma circunferência.
- Construção do item **a** do boxe *Para fazer*:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Ao apresentar o conteúdo do boxe *Pensamento computacional*, comente com os estudantes que, nesse caso, como a abertura do ângulo central de um hexágono regular mede 60°, para traçar esse ângulo podemos usar um esquadro com ângulos cujas aberturas medem 30°, 60° e 90°.
- Leia o texto com os estudantes e mostre, passo a passo, que a medida de comprimento do lado de um hexágono regular é igual à medida de comprimento do raio da circunferência que o circunscreve. Para isso, eles terão de lembrar que o triângulo isósceles tem dois lados de mesma medida de comprimento e que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

• O fluxograma auxilia na resolução de problemas e situações do cotidiano. Com base em conhecimentos prévios, os estudantes devem descrever os passos para construir um hexágono regular de lado ℓ. Com essa atividade, eles estarão aplicando e treinando o conceito de algoritmo, que, de modo resumido, é uma sequência finita de passos usada na resolução de um problema. Depois, devem construir um hexágono de lado medindo 3 cm de comprimento, usando essa sequência; e, por fim, completar os três passos descritos em um algoritmo para a construção de um hexágono regular de lado ℓ.

• Respostas do boxe *Pensamento computacional*:

1. Exemplo de resposta:

1º) Com o compasso, traçamos uma circunferência com raio de medida ℓ de comprimento e, usando o transferidor, marcamos um ângulo com abertura de medida 60°.

2º) Em seguida, com o compasso, dividimos a circunferência em seis partes, cada uma com a abertura de ângulo medindo 60°.

3º) Cada ponto encontrado na divisão da circunferência é um vértice do hexágono. Então, traçamos os segmentos de reta com extremidades em dois pontos consecutivos. O hexágono assim construído terá lados medindo ℓ de comprimento.

2. Espera-se que os estudantes usem os passos descritos na atividade **1**, construindo inicialmente uma circunferência de 3 cm de medida de comprimento do raio.

3. **Passo 1**: raio; ℓ; 60°

Passo 2: 6; 60°

Passo 3: hexágono; segmentos de reta; ℓ

• Nesta página, é trabalhado o conceito de polígonos circunscritos a uma circunferência. No quadro, desenhe uma circunferência inscrita e outra circunscrita a um mesmo polígono regular e peça aos estudantes que comentem as principais diferenças entre esses dois conceitos.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

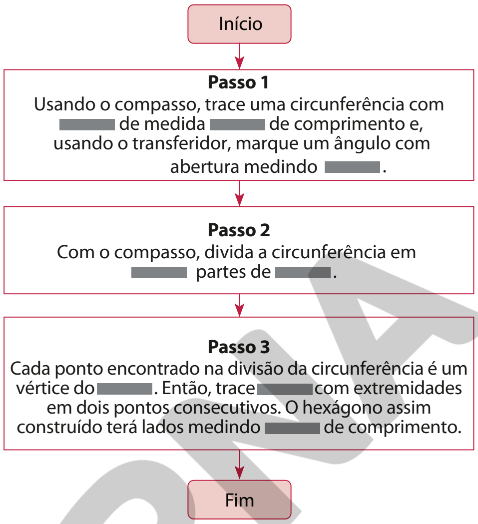
Portanto, a medida de comprimento do raio da circunferência circunscrita ao hexágono é igual à medida de comprimento do lado do hexágono.

Sabendo desse fato, podemos traçar um hexágono regular baseando-se na medida de comprimento ℓ de seu lado. Para isso, basta traçar uma circunferência com raio medindo ℓ de comprimento e, em seguida, fazer como na página anterior, e traçar o hexágono inscrito nessa circunferência.

1. Descreva no caderno os passos que podem ser seguidos para traçar um hexágono regular de lado medindo ℓ de comprimento. **1.** Resposta em *Orientações*.

2. Trace no caderno um hexágono regular de lado medindo 3 cm de comprimento. Lembre de ser cuidadoso ao manusear o compasso. **2.** Resposta em *Orientações*.

3. Depois, analise o fluxograma ao lado, com os procedimentos que podem ser seguidos para traçar um hexágono regular com lado medindo ℓ de comprimento. Copie esse fluxograma no caderno, completando-o. **3.** Resposta em *Orientações*.

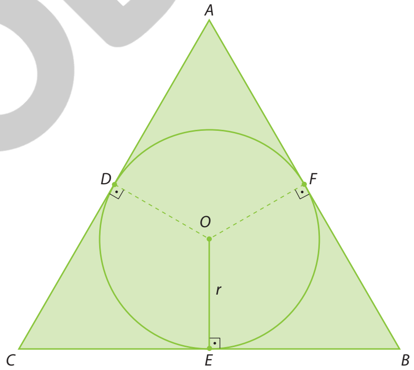


NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Polígono regular circunscrito a uma circunferência

Os polígonos regulares apresentam outra propriedade: sempre é possível inscrever neles uma circunferência. Ou seja, sempre há uma maneira de circunscrever um polígono regular a uma circunferência.

Em um polígono convexo **circunscrito** a uma circunferência, cada um dos lados tem apenas um ponto em comum com a circunferência, como observamos no triângulo equilátero a seguir.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

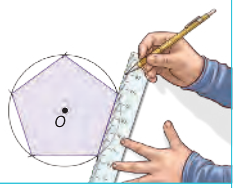
O lado $\overline{AC}$ do triângulo equilátero toca a circunferência apenas no ponto D, chamado **ponto de tangência**. O mesmo acontece com os pontos E e F.

O segmento $\overline{OE}$ é perpendicular ao lado $\overline{BC}$. Ou seja, o raio da circunferência que contém o ponto de tangência forma um ângulo reto com o lado do polígono.

Acompanhe a seguir os passos para construir uma circunferência inscrita em um pentágono regular.

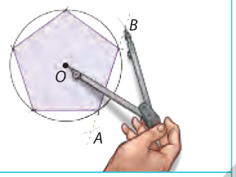
1

Para fazer essa construção, partiremos de um pentágono regular inscrito em uma circunferência. O centro da circunferência inscrita em um polígono regular coincide com o centro da circunferência circunscrita a ele.



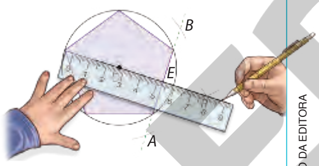
2

A circunferência inscrita em um polígono regular tangencia todos os lados desse polígono. Para descobrir os pontos de tangência e, consequentemente, o raio da circunferência, será necessário traçar um segmento perpendicular a um dos lados do polígono. Assim, prolongamos um dos lados e, com a ponta-seca do compasso no centro do polígono, traçamos um arco que cruza o prolongamento em dois pontos, A e B.



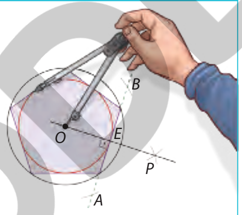
3

A partir dos pontos A e B obtidos, traçamos dois arcos utilizando a mesma abertura do compasso e obtemos o ponto P.
Em seguida, ligamos esse ponto ao centro da circunferência e encontramos o ponto E na intersecção com o lado do pentágono. Esse é um dos pontos de tangência da circunferência inscrita.



4

A medida de distância OE é a do raio da circunferência inscrita no pentágono regular. Para finalizar, basta traçar a circunferência de centro O e raio medindo OE de comprimento.



ILUSTRAÇÕES: HECTOR GÓMEZ/ARQUIVO DA EDITORA

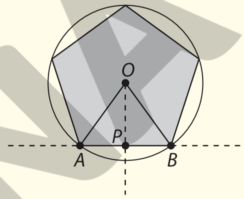
Para demonstrar

Junte-se a um colega e tentem provar, por meio da congruência de triângulos, que os pontos de tangência são os pontos médios dos lados do pentágono regular. **Para demonstrar:** Resposta em *Orientações*.

De modo geral, temos que:

A circunferência inscrita em um polígono regular tangencia os lados desse polígono nos respectivos pontos médios.

- Proponha aos estudantes que reproduzam a construção da circunferência inscrita em um pentágono regular. É importante que eles percebam que a circunferência inscrita em um polígono regular tangencia todos os lados desse polígono. Caso ache necessário, recorde com os estudantes o procedimento para traçar a perpendicular a uma reta passando por um ponto fora dela, visto no Capítulo 2.
- Para a proposta dessa construção, alerte os estudantes quanto ao manuseio dos instrumentos e acompanhe o trabalho de perto, a fim de garantir a integridade física de todos envolvidos.
- Exemplo de resposta do boxe *Para demonstrar*:



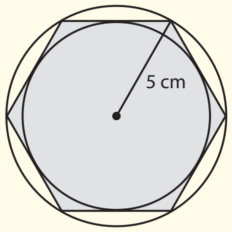
ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

$\triangle APO$ e $\triangle BPO$ são triângulos retângulos. Como as hipotenusas $\overline{AO}$ e $\overline{BO}$ são congruentes (raios da circunferência maior) e $\overline{OP}$ (lado comum) é cateto dos dois triângulos, então os triângulos APO e BPO são congruentes. Portanto, $\overline{AP}$ e $\overline{BP}$, são congruentes. Logo, P é o ponto médio de $\overline{AB}$ (lado do polígono).

145

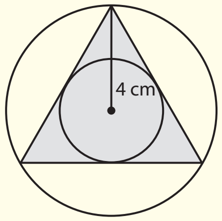
- Resposta da atividade **3**:

a)



A medida de comprimento do lado do hexágono é 5 cm.

b)



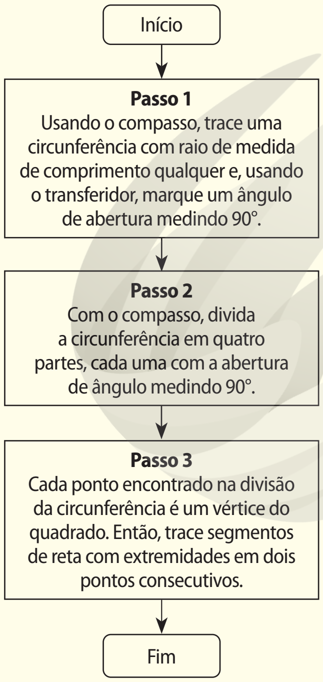
- Exemplo de resposta da atividade **5**:

a) Passo 1: Com o compasso, traçamos uma circunferência com raio de medida de comprimento qualquer e, usando o transferidor, marcamos um ângulo de abertura medindo 90°.

Passo 2: Com o compasso, dividimos a circunferência em quatro partes, cada uma com a abertura de ângulo medindo 90°.

Passo 3: Cada ponto encontrado na divisão da circunferência é um vértice do quadrado. Então, traçamos os segmentos de reta com extremidades em dois pontos consecutivos.

b)



4. Dado um polígono regular qualquer, o centro da circunferência inscrita nesse polígono coincide com o centro da circunferência circunscrita a ele.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

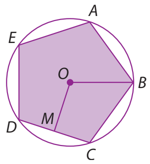
ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

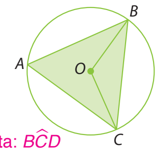
1. Identifique o elemento pedido em cada polígono a seguir.

a) raio da circunferência que está destacado

1. a) $\overline{OB}$

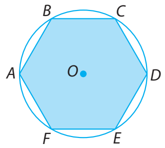


b) ângulo central que está destacado **1. b)** $B\hat{O}C$

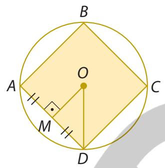


1. c) Exemplo de resposta: $B\hat{C}D$

c) um ângulo interno



d) apótema destacado **1. d)** $\overline{OM}$



2. c) aproximadamente 51°

2. Calcule a medida de abertura do ângulo central de cada polígono regular.

a) quadrado **2. a)** 90°

b) hexágono **2. b)** 60°

c) heptágono

d) dodecágono

2. d) 30°

3. Respostas em *Orientações*.

3. Faça o que se pede no caderno.

a) Desenhe um hexágono regular inscrito em uma circunferência de raio medindo 5 cm de comprimento. Depois, desenhe uma circunferência inscrita nesse hexágono. Em seguida, responda: quanto mede o comprimento do lado do hexágono?

b) Desenhe um triângulo equilátero inscrito em uma circunferência de raio medindo 4 cm de comprimento. Depois, desenhe uma circunferência inscrita nesse triângulo.

4. Leia a afirmação abaixo e corrija-a no caderno, caso seja falsa.

Dado um polígono qualquer, o centro da circunferência inscrita nesse polígono coincide com o centro da circunferência circunscrita a ele.

5. A professora de uma turma do 8º ano pediu aos estudantes que construíssem um quadrado inscrito em uma circunferência.

a) Descreva os passos que podem ser seguidos para essa construção.

b) Assim como na página 144, faça um fluxograma com os procedimentos para a construção do quadrado inscrito.

5. Respostas em *Orientações*.

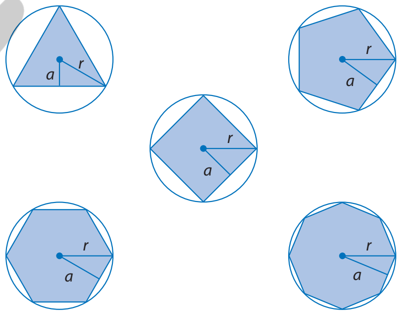
6. Reúna-se com um colega e respondam no caderno:

a) Se aumentarmos o número de lados dos polígonos regulares inscritos em uma circunferência, a medida de abertura do ângulo central aumentará ou diminuirá? Por quê?

b) Qual é a medida de abertura do ângulo central de um polígono regular de *n* lados?

6. b) $\frac{360°}{n}$

7. Nas figuras abaixo, estão destacados o raio e o apótema de cada polígono. Ainda com o colega, observem as figuras e respondam às questões.



7. a) Aumentará.

a) Se aumentarmos o número de lados dos polígonos regulares inscritos em uma circunferência de raio *r*, a medida de comprimento do apótema aumentará ou diminuirá?

b) Aumentando o número de lados de um polígono regular inscrito em uma circunferência de raio *r*, a medida de comprimento do apótema se aproxima de que valor?

6. a) Diminuirá. Quanto maior o número de lados do polígono, dividimos 360° em mais partes e, por isso, a medida de abertura do ângulo central diminui.

7. b) Aproxima-se de *r*.

Compreender um texto

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Construções com régua e compasso

Na História da Matemática alguns problemas recebem significado especial por influenciar fortemente seu desenvolvimento. A curiosidade reside no fato dos enunciados destes problemas serem facilmente compreendidos, porém sua solução (ou a impossibilidade dela) leva décadas e até centenas de anos para ser descoberta. O resultado disso é a formulação de diversos métodos, teorias e novas perguntas que alimentam a evolução da Matemática.

Os três problemas clássicos da Geometria grega são sobre como realizar uma construção geométrica usando apenas régua e compasso.

Resumidamente, tratava-se dos seguintes problemas:

- **Duplicação do cubo**: dado um cubo qualquer, construir outro cubo com o dobro do volume do anterior.
- **Trissecção do ângulo**: dado um ângulo qualquer, construir outro ângulo com a terça parte da medida de abertura do anterior.
- **Quadratura do círculo**: dado um círculo qualquer, construir um quadrado com a mesma área.

À primeira vista, parecem construções simples, mas estão relacionadas com teorias algébricas modernas e complexas. A dificuldade deve-se justamente ao uso exclusivo de régua e compasso, de acordo com as regras a seguir:

- **Régua**: só pode ser usada para construir um segmento tão longo quanto se queira, com extremidades em dois pontos *A* e *B* dados.
- **Compasso**: só pode ser usado para construir uma circunferência de centro em *A* e passando pelo ponto *B*.

Apenas no século XIX, mais de 2000 anos da criação desses problemas clássicos, foi provada a impossibilidade das três construções, de acordo com as regras de uso da régua e compasso estabelecidas acima. Caso as regras sejam quebradas, os problemas terão solução.

Observação

Algumas pessoas chamam as construções com régua e compasso de construções euclidianas, mas estão equivocadas. Os termos régua e compasso não surgem na obra *Os Elementos*, de Euclides, por volta de 300 a.C., pois ele apenas usava expressões do tipo "construir um segmento", "prolongar um segmento" e "construir uma circunferência", sem sequer mencionar quais instrumentos utilizar.

BIBLIOTECA BRITÂNICA, LONDRES

Capa de uma versão em inglês, datada de 1570, da obra *Os Elementos*, de Euclides.

(EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.

Competência geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Competência específica 1: Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

Compreender um texto

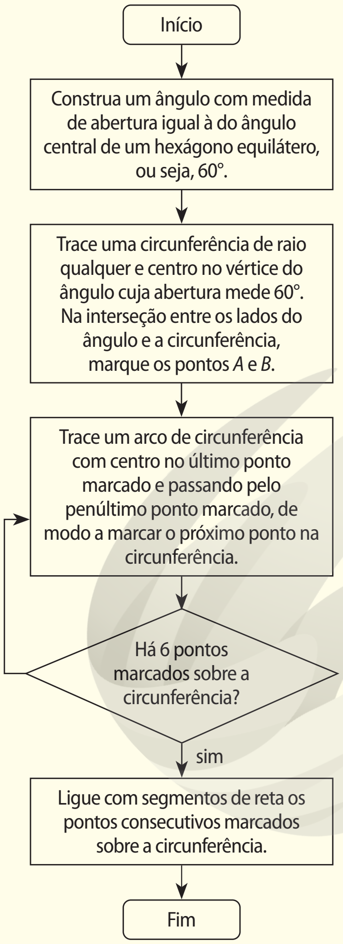
Objetivos

- Desenvolver a competência leitora.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA16, da competência geral 2 e da competência específica 1 da BNCC.

Orientações

- As atividades dessa seção favorecem o desenvolvimento da habilidade EF08MA16, visto que trabalha, por escrito e por meio de um fluxograma, a construção de um hexágono regular a partir da medida de abertura de seu ângulo central e da utilização de esquadros (ou regra não graduada) e compasso. Além disso, os estudantes têm oportunidade de reconhecer e valorizar os conhecimentos historicamente construídos na busca da solução dos três problemas clássicos da Geometria grega, além de promover a reflexão sobre como a Matemática é uma ciência fruto de preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, conforme sugere a competência geral 2 e a competência específica 1 da BNCC.
- Estimule os estudantes a pesquisar palavras que não conheçam.
- Explique a eles que o problema da duplicação do cubo, em específico, parece ter uma natureza distinta da dos outros dois, pois trata-se de um problema de Geometria no espaço, enquanto os outros são problemas de Geometria plana. De fato, o que se quer aqui é, dado um segmento de reta, que deve ser encarado como uma aresta de um cubo, construir com régua e compasso um segmento tal que um cubo que tenha esse segmento como aresta tenha o dobro da medida de volume do cubo inicial. A solução algébrica desse problema sugere que a medida do comprimento deste último segmento deverá ser igual à do segmento inicial multiplicado por $\sqrt[3]{2}$, o que não é tão simples de executar com régua e compasso.
- Durante o trabalho com as atividades **1** e **2** da página seguinte diga aos estudantes que, embora simples de entender, os três problemas clássicos da Geometria grega não possuem solução usando apenas régua e compasso e seguindo as regras descritas; no entanto, as tentativas de encontrar uma solução ao longo dos anos levou ao aperfeiçoamento de ferramentas e técnicas matemáticas que foram vitais para o desenvolvimento da Matemática moderna que vai além dos conteúdos estudados no Ensino Básico, conforme explicado na citação inicial.

- Caso os estudantes utilizem uma régua graduada para a construção solicitada na atividade **4**, leve-os a perceber que não foi necessário utilizar a graduação na régua. Essa construção poderia ser realizada com um esquadro – que geralmente não possui graduação – conforme sugere a habilidade EF08MA16 da BNCC.
- Se julgar necessário, durante o trabalho com as atividades **4** e **6**, retome a construção do ângulo cuja abertura mede 60° com régua e compasso apresentado na página 67. Certifique-se de que os estudantes perceberam que os passos descritos nessa construção representam a trissecção do ângulo cuja medida de abertura é 180° dado pela semirreta $\overline{OA}$. Além disso, ressalte que essa construção segue as regras descritas no texto, pois o compasso foi usado para construir circunferências com centro em um ponto e passando por outro ponto e não para transportar distâncias.
- Resposta da atividade **5:**



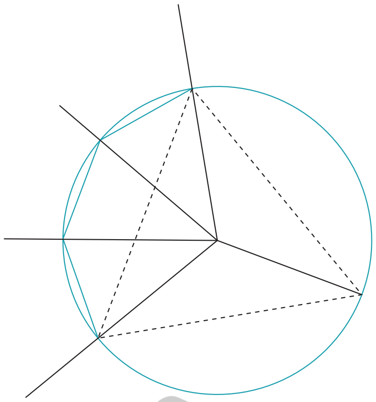
NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Compreender um texto

Em relação ao problema da trissecção do círculo, acredita-se que tenha surgido de forma similar à multissecção de um segmento de reta ou, ainda mais provável, talvez tenha surgido para a construção de polígonos regulares, como o eneágono (nove lados), em que é preciso trissecionar um ângulo de 120°.

Um aspecto difere o problema da trissecção do ângulo dos outros dois (a duplicação do cubo e quadratura do círculo): independentemente das medidas de comprimento da aresta do cubo ou do raio do círculo, por mais especiais que sejam, não é possível duplicar um cubo ou quadrar um círculo com régua não graduada e compasso. No entanto, para medidas de aberturas específicas de determinados ângulos, é possível trissectá-lo.

Arquimedes de Siracusa (287-212 a.C.) descreveu uma solução para o problema geral da trissecção do ângulo, mas ele só conseguiu porque usou um método chamado *neusis*, que consiste em utilizar uma régua com duas marcações manipuladas de acordo com as medidas desejadas, o que não está de acordo com as regras descritas anteriormente.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. A que se deve a dificuldade em realizar as três construções geométricas citadas no texto? **1.** Alternativa d.

a) À falta de acesso a cópias da obra *Os Elementos*, de Euclides.
b) À dificuldade em calcular a medida de abertura do ângulo interno de um polígono regular.
c) Ao uso do compasso para transportar distâncias.
d) Ao uso exclusivo de compasso e régua não graduada.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

2. O que acontece se a hipótese "construção com régua e compasso" for desprezada?
2. Isso permite resolver os problemas clássicos de Geometria grega de diferentes maneiras.

3. O problema da trissecção do ângulo surgiu provavelmente de qual necessidade?
3. Da necessidade de construção de polígonos regulares.

4. Siga o passo a passo abaixo e construa no caderno um hexágono regular com régua e compasso.
4. Espera-se que os estudantes contruam um hexágono de acordo com os passos apresentados.

- **Passo 1**: Construa um ângulo com medida de abertura igual à do ângulo central de um hexágono equilátero, ou seja, 60°.
- **Passo 2**: Trace uma circunferência de raio qualquer e centro no vértice do ângulo cuja abertura mede 60°. Na intersecção entre os lados do ângulo e a circunferência, marque os pontos *A* e *B*.
- **Passo 3**: Trace um arco de circunferência com centro no último ponto marcado e passando pelo penúltimo ponto marcado, para marcar o próximo ponto na circunferência.
- **Passo 4**: Há 6 pontos marcados sobre a circunferência? Se sim, vá para o passo **5**; se não, retorne ao passo **3**.
- **Passo 5**: Ligue com segmentos de reta os pontos consecutivos marcados sobre a circunferência.

5. Organize os passos descritos na atividade anterior em um fluxograma. **5.** Resposta em *Orientações*.

6. De que maneira devemos construir o ângulo cuja abertura mede 60° no passo **1** da atividade **4**, para que a construção esteja de acordo com as regras descritas no texto? (*Dica*: justifique citando um dos problemas clássicos da Geometria grega.)
6. A construção do ângulo cuja abertura mede 60° também deve ser uma construção com régua e compasso, e uma maneira de isso acontecer é trissecar um ângulo cuja abertura mede 180°.

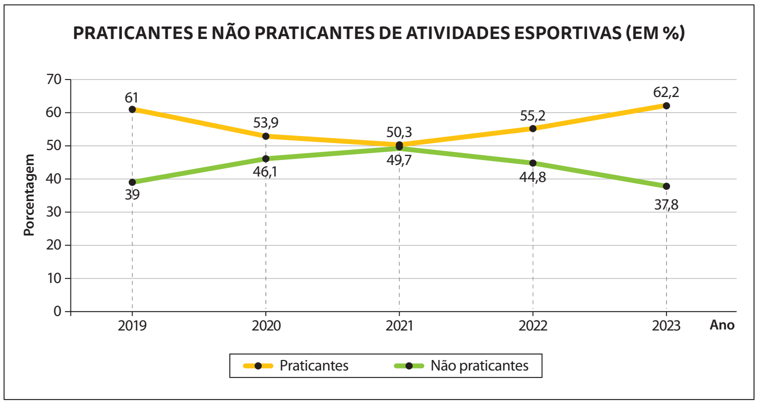
- Esta seção foi elaborada com base em: PRECIOSO, Juliana Conceição; PEDROSO, Hermes Antônio. Construções euclidianas e o desfecho de problemas famosos da geometria. *Revista Ciências Exatas e Naturais*, Guarapuava, PR, v. 13, n. 2, jul./dez. 2011. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/122395/ISSN1518-0352-2011-13-02-163-183.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 24 dez. 2021.

Estatística e Probabilidade

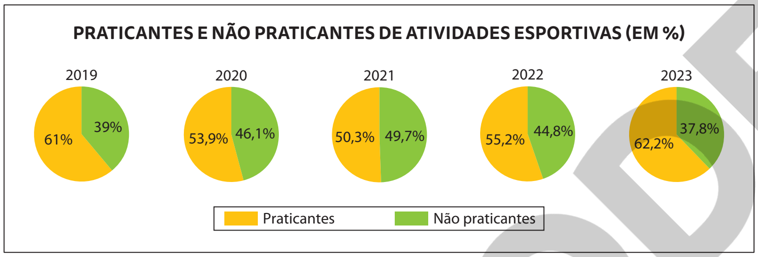
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Comparação de dados representados em diferentes tipos de gráfico

Os gráficos abaixo apresentam, diferentemente, os resultados de uma pesquisa, realizada entre 2019 e 2023, sobre a prática de esportes por estudantes da Escola Felicidade.



Dados obtidos pela Escola Felicidade de 2019 a 2023.



Dados obtidos pela Escola Felicidade de 2019 a 2023.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- ▶ Em 2019, a maior parte dos estudantes praticava algum esporte?
- ▶ Em que ano houve a maior porcentagem de praticantes de atividades esportivas?
- ▶ Em qual dos gráficos é possível observar com mais clareza a evolução da porcentagem dos praticantes ou não de alguma atividade esportiva?

Observando os gráficos, percebemos que mais da metade dos estudantes da Escola Felicidade praticavam algum esporte em 2019.

Comparando os valores por ano, verificamos que em 2023 houve a maior porcentagem de estudantes que praticavam atividades esportivas.

Apesar de os dois gráficos apresentarem os mesmos dados, percebemos que algumas informações estão mais claras em um do que em outro.

Estatística e Probabilidade

Objetivos

- Comparar a representação de uma mesma informação em dois gráficos diferentes e analisar a vantagem e a desvantagem de cada representação.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA23 e da competência específica 6 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA23 porque trabalha a comparação de dados representados em diferentes tipos de gráfico.

Orientações

- Os dados estatísticos podem ser organizados de diversas formas. Os estudantes já têm repertório para ler, interpretar e construir alguns gráficos (de barras horizontais e verticais, de setores, de linhas e pictogramas). Agora, eles deverão analisar que tipo de gráfico é mais conveniente para representar determinada informação. Essa análise é importante, pois, quando tiverem de optar pela organização de dados em um tipo de gráfico, deverão saber quais características são relevantes para optar por um ou por outro. Deixe que os estudantes concluam sobre o tipo de gráfico mais adequado à informação.

(EF08MA23) Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.

Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

• Ao trabalhar com o item **a** da atividade **1**, avalie as respostas dos estudantes e verifique se eles apresentam diferentes opiniões sobre qual tipo de gráfico apresenta as informações de forma mais clara. É importante que, além de responder, eles argumentem sobre o porquê da escolha. Nesse momento, proponha questionamentos para que percebam a funcionalidade dos tipos de gráficos apresentados, como a comparação de partes com o todo, no caso no gráfico de setores.

No gráfico de linhas, pode ser mais fácil comparar a mesma informação no decorrer do tempo. Por exemplo, ao observar a linha amarela, percebemos que a porcentagem de estudantes praticantes de atividades esportivas diminuiu de 2019 a 2021, chegando a seu menor valor em 2021, e aumentou de 2021 a 2023.

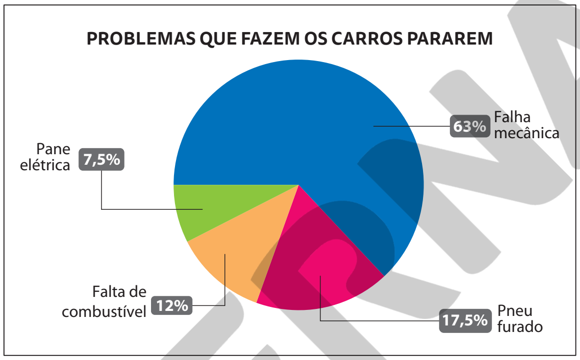
Já no gráfico de setores, pode ser mais fácil comparar as porcentagens em cada ano. Por exemplo, no gráfico de setores, percebemos mais facilmente que, em 2019, o setor relativo à quantidade de estudantes não praticantes de atividades esportivas corresponde a, aproximadamente, 40% do total (círculo) de estudantes.

Assim, dependendo da situação, do que se pretende analisar e das informações, um tipo de gráfico pode ser mais adequado em relação a outro.

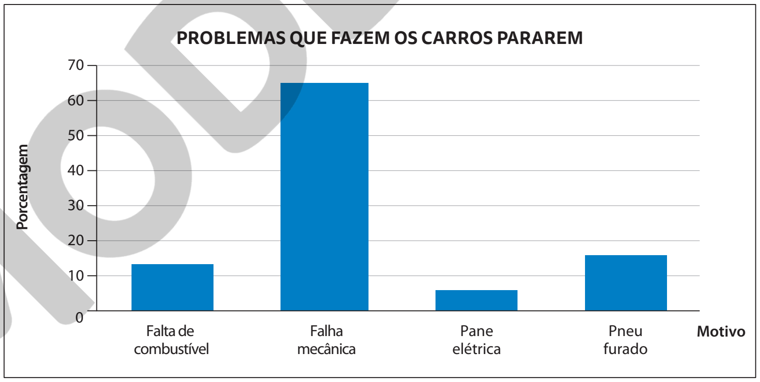
ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Em setembro de 2023, a prefeitura da cidade de Vida Longa fez uma pesquisa para identificar os tipos de problema que fazem os carros pararem, independentemente da ação do motorista. Observe os gráficos que apresentam esses dados e, depois, responda às questões.



Dados obtidos pela prefeitura da cidade de Vida Longa em setembro de 2023.



Dados obtidos pela prefeitura da cidade de Vida Longa em setembro de 2023.

a) Em sua opinião, que gráfico fornece de forma mais clara essas informações? **1. a)** Resposta pessoal.

b) A maioria dos carros para em decorrência de qual motivo? **1. b)** falha mecânica

150

2. a) Como os dados são referentes ao total da frota de automóveis do estado de Santa Catarina no período de 2014 a 2021, espera-se que os estudantes percebam que o gráfico de linha ou o gráfico de barras são os mais adequados.

2. Observe os dados da tabela e, depois, faça o que se pede.

Total da frota de automóveis do estado de Santa Catarina – de 2014 a 2021	
Ano	**Número de automóveis**
2014	2 545 507
2015	2 631 037
2016	2 699 170
2017	2 781 659
2018	2 875 072
2019	2 980 740
2020	3 069 497
2021	3 131 494

Dados obtidos em: http://consultas.detrannet.sc.gov.br/Estatistica/Veiculos/geral.asp. Acesso em: 10 abr. 2022.

2. b) Que o número de automóveis de um ano sempre foi maior que o do ano anterior.

a) Qual é o tipo de gráfico mais adequado para representar os dados da tabela?

b) O que podemos afirmar sobre o número de automóveis de um ano em relação ao ano anterior nesse período em Santa Catarina?

3. Antônio é proprietário de uma fazenda onde há alguns pomares. Para saber em que fruta deverá investir mais na próxima produção, em outubro de 2023, ele coletou alguns dados e fez uma tabela com o lucro obtido com cada uma delas. Ele calculou o lucro com base na diferença entre o que gastou para cultivar cada fruta e o valor que recebeu com as vendas.

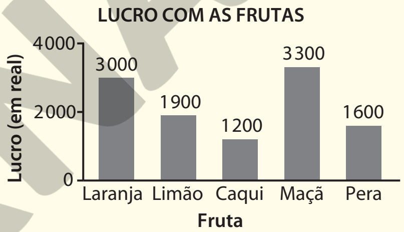
Lucro com as frutas	
Fruta	**Lucro**
Laranja	R$ 3 000,00
Limão	R$ 1 900,00
Caqui	R$ 1 200,00
Maçã	R$ 3 300,00
Pera	R$ 1 600,00

Dados obtidos por Antônio em outubro de 2023.

- Agora, faça o que se pede: **3. a)** Resposta em *Orientações*.
  - **a)** Construa o gráfico que você julga mais adequado para representar os dados da tabela acima e, depois, compare seu gráfico com o de um colega e discutam sobre eles.
  - **b)** É possível construir um gráfico de linhas com base nos dados da tabela?
  - **c)** Analisando o gráfico que você construiu, responda: em que fruta Antônio deverá investir mais na próxima produção? **3. c)** em maçã

3. b) Não. Espera-se que os estudantes percebam que o gráfico de linhas é usado para comparar a mesma informação no decorrer do tempo.

- Ao realizar a atividade **2**, comente que os dados fornecidos, de 2014 a 2021, determinam uma tendência de crescimento, e que na apresentação de um gráfico de setores essa tendência não ficaria evidente, já que o crescimento de um ano para o outro não é expressivo em relação à quantidade aproximada de carros. Assim, pergunte qual tipo de gráfico seria melhor para apresentar os dados. Espera-se que os estudantes respondam que o gráfico de linhas pode apresentar melhor essa tendência de crescimento.
- É interessante discutir se o uso inadequado de um gráfico pode acarretar interpretação equivocada de uma informação ou dificuldade de entendê-la.
- Exemplo de resposta do item **a** da atividade **3**:



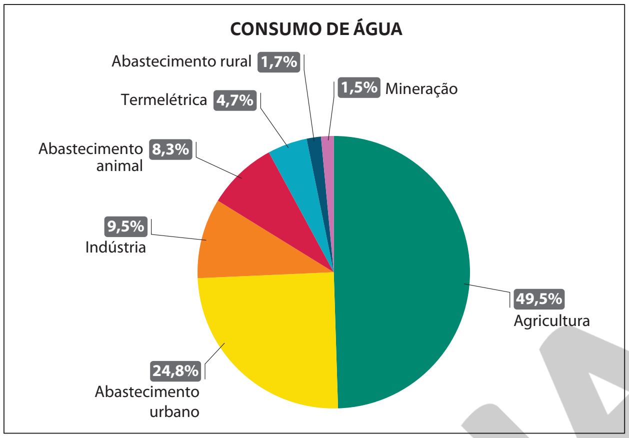
ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos por Antônio em outubro de 2023.

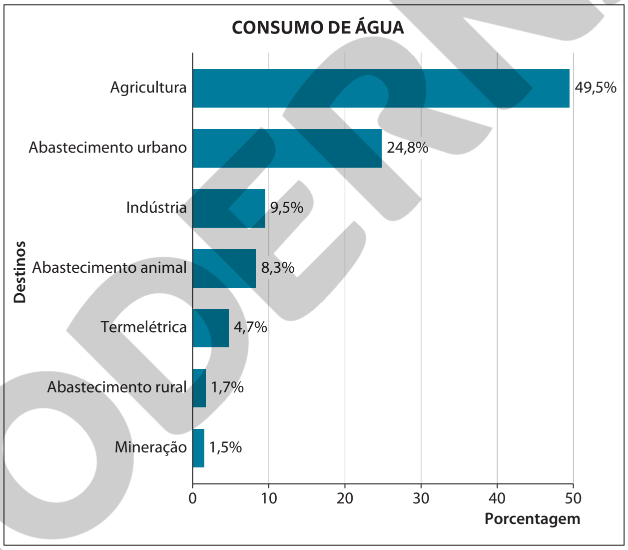
• Aproveite o contexto da atividade **4** para abordar o tema de consumo consciente de água. Explique aos estudantes que o abastecimento urbano pode ser reduzido se em nossas casas adotarmos algumas medidas simples, mas que fazem muita diferença de forma coletiva, como: reduzir o tempo de banho, fechar o registro ao se ensaboar no banho e ao escovar os dentes, reaproveitar água descartada da máquina para lavar ambientes da casa etc.

▶ Estatística e Probabilidade

4. O Brasil é um dos países com maior reserva de água doce no mundo. Considere abaixo os gráficos que representam o consumo de água no país em 2020.



Dados obtidos em: https://relatorio-conjuntura-ana-2021.webflow.io/capitulos/usos-da-agua. Acesso em: 14 jul. 2022.



Dados obtidos em: https://relatorio-conjuntura-ana-2021.webflow.io/capitulos/usos-da-agua. Acesso em: 14 jul. 2022.

- Agora, responda:
  - **a)** Observando o gráfico de setores, em que setor o consumo de água é maior? **4. a)** na agricultura
  - **b)** Considerando o gráfico de barras, em que setor o consumo de água representa quase a metade do consumo total? **4. b)** na agricultura
  - **c)** Se nos dois gráficos acima as porcentagens não fossem apresentadas, em qual deles seria mais fácil visualizar o setor em que o consumo de água representa quase a metade de todo o consumo?

4. c) Espera-se que os estudantes percebam que seria mais fácil visualizar onde o consumo de água representa quase a metade de todo o consumo pelo gráfico de setores.

Educação Financeira

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Está na hora de trocar?

Fazer compras pode se tornar um ato corriqueiro em nossa vida. Afinal, para viver, precisamos de alimentos, roupas e outros produtos. No entanto, às vezes essas compras são exageradas ou feitas sem uma necessidade real, apenas por impulso ou vontade.

Observe as situações a seguir e reflita sobre elas. Você já presenciou algo parecido ou passou por isso?

ILUSTRAÇÕES: ORLY WANDERS/ARQUIVO DA EDITORA

Educação Financeira

Objetivos

- Refletir sobre o uso consciente de recursos financeiros.
- Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira**, da macroárea **Economia**.
- Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 6, 7 e 9 da BNCC.

Orientações

- Esta seção possibilita trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira**, da macroárea **Economia**, ao se estabelecer um paralelo entre consumo consciente e desperdício. Pretende-se fazer com que os estudantes reflitam sobre o que, como e quanto consomem. É importante entenderem que é possível e necessário não consumir compulsivamente para não gerar desperdício de dinheiro e de recursos naturais ou outros prejuízos. Os exemplos expostos podem contribuir para que eles avaliem sua impulsividade diante de determinadas situações.

Competência geral 6: Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

Competência geral 7: Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

- Em *O que você faria?*, é importante a reflexão dos estudantes diante de cada situação. Não se espera que todos cheguem a uma única resposta, mas que pensem qual das respostas tem mais relação com seu modo de agir. Tendo flexibilidade, eles poderão aproveitar oportunidades de conhecer novos modos de pensar sobre um mesmo assunto. Nesse sentido, as competências gerais 6, 7 e 9 da BNCC são favorecidas.
- Em *Calcule*, convém orientar previamente a montagem de grupos para a confecção dos painéis. O conteúdo nos painéis pode ser apresentado por meio de textos, fotos, gráficos, esquemas, expressões numéricas etc.
- Se possível, proponha aos estudantes que colham dados diretamente da fonte: como, por exemplo, da cantina da escola, de um restaurante do bairro ou de outros lugares em que o desperdício pode ser registrado em números. Vale destacar que o principal foco dessa etapa de estudo é fazer os estudantes conhecerem dados reais sobre desperdício e, a partir deles, desenvolverem maior consciência sobre o assunto.
- Em *Reflita*, a ideia é explorar o não desperdício associado à reutilização. É importante mostrar aos estudantes que se pode praticar a filantropia doando produtos que não tenham mais utilidade para eles.

▸ **Educação Financeira**

O que você faria? O que você faria?: Respostas pessoais.

Agora é sua vez de opinar sobre consumo. Leia cada uma das situações apresentadas e opte pela possibilidade de ação que se assemelha com o que você pensa. Se não optar por nenhuma, escreva no caderno o que considera mais adequado fazer em cada situação.

Situação	Possibilidades de ação
Na geladeira não tem o que eu preciso para preparar uma receita que vi na internet. Será que eu compro os ingredientes ou faço outro prato com o que já tenho em casa?	• Comprar os ingredientes necessários para a receita e deixar para outro dia os que estão na geladeira. • Mudar o cardápio, aproveitando os ingredientes que já estão na geladeira para que não se estraguem.
Minha filha não se interessa mais por seus brinquedos, pois ela cresceu. Devo guardá-los e comprar novos, mais adequados para a idade dela?	• Comprar brinquedos novos e guardar os antigos, porque a criança pode querer brincar com eles em outro momento. • Guardar apenas dois ou três brinquedos como recordação e doar o restante a entidades que trabalham com comunidades carentes.
Recebi um convite para uma festa de 15 anos em que é preciso usar traje a rigor. Não tenho esse tipo de roupa, mas meu primo tem e ofereceu a dele para eu usar. O que faço?	• Comprar uma roupa nova porque não lhe agrada a ideia de usar uma roupa que alguém já usou. • Pedir emprestado o traje do primo porque é o tipo de roupa que você não vai usar com frequência.
Meu *notebook* está muito lento e não suporta muitas janelas abertas. Outro dia não consegui fazer meu trabalho porque não era possível abrir os arquivos de que precisava simultaneamente. Será que compro um novo?	• Procurar uma assistência técnica e fazer um orçamento de conserto do *notebook* para avaliar se é mais vantajoso consertá-lo ou comprar outro. • Buscar um local que recicle peças de aparelhos eletrônicos para descartar o *notebook* quebrado.

Calcule Calcule: Resposta pessoal.

O desafio nesta seção é fazer cálculos aproximados das perdas com materiais ou produtos desperdiçados. Procure em *sites* de empresas e organizações dados sobre o desperdício de alimentos e de materiais descartáveis em um restaurante. Depois, junte-se a alguns colegas e façam um painel com os dados que vocês encontraram.

ZANONE FRAISSAT/FOLHAPRESS

Em 2001, chegou ao Brasil uma ação chamada *bookcrossing*, que consiste em deixar um livro num local público para ser encontrado por outro leitor, que, por sua vez, deve deixar outro livro. O objetivo do *bookcrossing*, presente em 132 países, é "transformar o mundo em uma biblioteca". Na foto, livros em um ponto de *bookcrossing* em São Paulo (SP), 2017.

Reflita Reflita: Resposta pessoal.

Você sabia que é possível evitar o desperdício? Observe alguns exemplos.

- Esportistas profissionais que adquirem novos equipamentos para melhorar o desempenho competitivo podem doar seus antigos equipamentos para iniciantes no esporte.
- Flores usadas como ornamentos em casamentos e formaturas podem ser reaproveitadas para enfeitar e levar mais alegria a asilos e casas de repouso.
- Campanhas de doação de livros em locais públicos podem facilitar o acesso aos livros e disseminar a cultura da leitura.

Converse com os colegas e procurem mais exemplos de situações em que aquilo que não tem mais valor para uma pessoa pode ser muito útil para outra.

Atividades de revisão

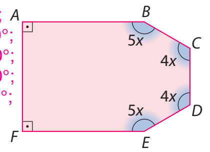
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Copie o quadro a seguir no caderno e descubra a medida de abertura do ângulo interno que falta em cada triângulo. **1.** *ABC*: 105°; *DEF*: 82,5°; *GHI*: 142,8°

Triângulo	Medidas de abertura dos ângulos internos		
ABC	30°	45°	
DEF	22,5°	75°	
GHI		23,5°	13,7°

2. Calcule a medida de abertura de cada ângulo interno do polígono.

2. med($\hat{A}$) = 90°; med($\hat{B}$) = 150°; med($\hat{C}$) = 120°; med($\hat{D}$) = 120°; med($\hat{E}$) = 150°; med($\hat{F}$) = 90°



3. Uma pizzaria entrega suas *pizzas* em caixas como a representada abaixo.

DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

3. alternativa **d**

- Qual é a medida de abertura de cada ângulo interno do polígono regular que podemos associar à superfície da tampa dessa caixa?

a) 45° **b)** 85° **c)** 100° **d)** 135° **e)** 145°

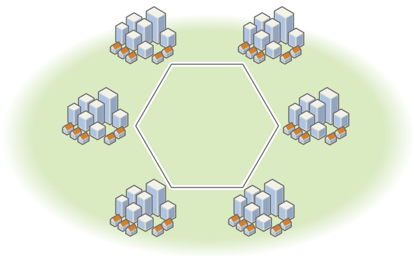
4. (FEI-SP) A sequência a seguir representa o número de diagonais *d* de um polígono regular de *n* lados: **4.** alternativa **c**

n	3	4	5	6	7	–	13
d	0	2	5	9	14	–	*x*

O valor de *x* é:

a) 44 **b)** 60 **c)** 65 **d)** 77 **e)** 91

5. (Saresp) Seis cidades estão localizadas nos vértices de um hexágono regular, como mostra a figura. Há um projeto para interligá-las, duas a duas, por meio de estradas. Algumas dessas estradas correspondem aos lados do polígono, e as demais correspondem às diagonais. Nessas condições, quantas estradas devem ser construídas? **5.** 15 estradas



6. Calcule:

a) a medida de abertura do ângulo interno de um triângulo equilátero; **6. a)** 60°

b) a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono de 13 lados; **6. b)** 1 980°

c) a medida de abertura dos ângulos externos de um decágono regular; **6. c)** 36°

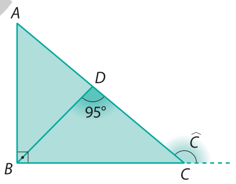
d) a soma das medidas de abertura dos ângulos externos de um polígono regular de 12 lados. **6. d)** 360°

7. A abertura do ângulo externo de um polígono regular mede 18°.

a) Quantos lados tem esse polígono? **7. a)** 20 lados

b) Qual é a soma das medidas de abertura de seus ângulos internos? **7. b)** 3 240°

8. (Ufam) Observe a figura a seguir e diga qual é a medida do ângulo externo $\hat{C}$, sabendo que o segmento $\overline{BD}$ é bissetriz do ângulo $A\hat{B}C$. **8.** 140°



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades de revisão

Objetivo

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.

Orientações

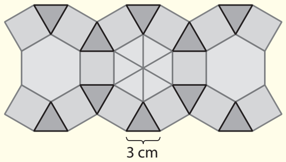
- Observe, durante a resolução da atividade **5**, se os estudantes interpretaram adequadamente a situação, pois não basta calcular o número de diagonais do hexágono, uma vez que haverá estradas que correspondem aos lados desse hexágono.
- Complemente o trabalho desta seção, propondo a seguinte atividade:

Os números que expressam a quantidade de lados de três polígonos convexos são consecutivos, e a soma da medida de abertura dos ângulos internos dos três polígonos é 2700°. Com base nessas informações, descubra quais são esses três polígonos.

Resposta: hexágono, heptágono e octógono.

- Na atividade **14**, espera-se que os estudantes percebam que a medida de comprimento da diagonal do hexágono regular corresponde ao dobro da medida de comprimento dos seus lados. Estes são lados do triângulo equilátero, cujo comprimento do lado mede 3 cm, como mostra a figura. Logo, o comprimento da diagonal mede 6 cm.

ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA



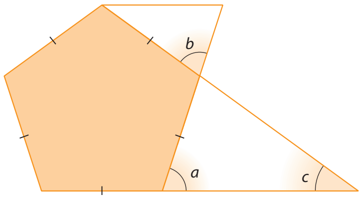
- Após realizar as atividades, entregue para cada estudante uma ficha de autoavaliação dos conteúdos trabalhados neste Capítulo. Desse modo, é possível acompanhar a aprendizagem e possíveis dificuldades dos estudantes.

Na parte inferior desta página, sugerimos uma ficha com algumas questões, sendo que os itens avaliados devem ser adaptados à realidade da turma.

Atividades de revisão

9. Quantos lados tem o polígono regular cuja abertura do ângulo central mede 15°? **9.** 24

10. Determine *a*, *b* e *c*, em grau, indicadas na figura a seguir. **10.** $a = 72°$, $b = 72°$ e $c = 36°$



11. Para se distrair nos fins de semana, Jonas se dedica à jardinagem. Ele pretende fazer um jardim circular, com diâmetro medindo 4 m de comprimento, e nele construir um canteiro de flores no formato de um hexágono regular, como mostra a figura abaixo.

- Jonas vai cercar o canteiro de flores com uma tela. De quantos metros de tela Jonas precisará? **11.** 12 m

12. Classifique cada afirmação em verdadeira ou falsa.

a) Todos os polígonos podem ser inscritos em uma circunferência. **12. a)** falsa

b) Todos os polígonos regulares podem ser inscritos em uma circunferência. **12. b)** verdadeira

c) Podemos decompor qualquer polígono regular em triângulos equiláteros. **12. c)** falsa

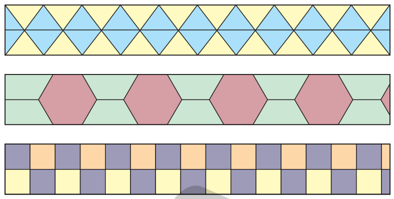
d) Em um polígono regular inscrito em uma circunferência, o apótema é o segmento que tem como extremidades o centro da circunferência e um vértice do polígono. **12. d)** falsa

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

13. Junte-se a um colega e resolvam o problema.

Uma indústria estava projetando tapetes nos quais seriam desenhados mosaicos compostos somente de polígonos regulares.

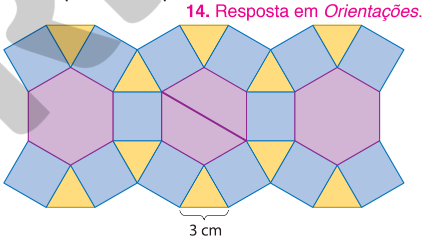
Foram planejados tapetes com três tipos de mosaico: com triângulos, com hexágonos e com quadrados.



Quando tentaram desenhar tapetes com mosaicos compostos apenas de pentágonos regulares, perceberam que era impossível. Expliquem por quê.

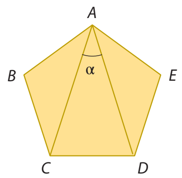
14. No mosaico abaixo, formado apenas por polígonos regulares, qual é a medida de comprimento da diagonal em destaque no hexágono? Justifique sua resposta.

14. Resposta em *Orientações*.



15. Observe o pentágono regular *ABCDE*.

15. alternativa **c**



A medida de abertura, em grau, do ângulo α é:

a) 32°

b) 34°

c) 36°

d) 38°

e) 40°

13. Espera-se que os estudantes percebam que cada uma das aberturas dos ângulos internos de um pentágono regular mede 108°; por isso, não era possível utilizar só pentágonos para formar um ângulo com abertura de medida 360° (108 não é divisor de 360).

156

Eu...	Sim	Às vezes	Não
... sei identificar quando um polígono está inscrito em uma circunferência?			
... sei calcular a soma das medidas de abertura dos ângulos externos de um polígono convexo?			
... reconheço que, em um polígono, os ângulos internos e externos com vértice comum são adjacentes suplementares?			
... cuido do meu material escolar?			
... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?			
... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?			
... tenho facilidade para compreender os conteúdos?			
... realizo as tarefas propostas?			

Para finalizar

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

ORGANIZE SUAS IDEIAS

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

OBSERVE E RESPONDA

Considere estas imagens.


ATLASPIX/SHUTTERSTOCK
Bandeira do Congo, país da África.


DOVLA982/SHUTTERSTOCK
Bandeira do Kuwait, país da Ásia.


PERUPHOTART/SHUTTERSTOCK
Moeda peruana de 1 sol.


BANCO CENTRAL DO BRASIL
Moeda brasileira de 25 centavos da primeira família do real.


JOEYPHOTO/SHUTTERSTOCK


JOE JIRANG/SHUTTERSTOCK


BILL45/SHUTTERSTOCK

Azulejos com formatos de polígonos.

Para finalizar

Objetivo

- Analisar o que foi estudado na Unidade e avaliar o aprendizado.

Orientação

- Por meio de vários questionamentos, os estudantes aprendem e são estimulados a realizar sínteses em relação aos assuntos estudados na Unidade 2.

Deve-se dar atenção aos diferentes modos como eles respondem a esses questionamentos, incentivando cada um a buscar nas respostas dos demais as complementações necessárias para esclarecer eventuais dúvidas.

• Em *Registre*, questões apresentadas na abertura da Unidade são retomadas na atividade **5** para que os estudantes possam avaliar sua evolução, bem como para que o professor possa tirar dúvidas ainda existentes.

• Para complementar o trabalho com esta seção, sugira aos estudantes que reavaliem as atividades dos capítulos desta Unidade e:

– listem no caderno as atividades que tiveram mais dificuldades em resolver;
– relacionem as atividades listadas com os conteúdos estudados;
– reúnam-se com alguns colegas e resolvam juntos as atividades listadas por eles.

▶ **Para finalizar**

Observe e responda: 2. bandeira do Congo: o quadrilátero é um paralelogramo; bandeira do Kuwait: o quadrilátero branco é um retângulo, o quadrilátero preto é um trapézio isósceles, os quadriláteros verde e vermelho são trapézios retângulos.

Com base nas imagens e também no que você aprendeu nesta Unidade, faça o que se pede.

1. Que polígonos com apenas uma cor é possível identificar na bandeira do Congo? E na bandeira do Kuwait?
Observe e responda: 1. bandeira do Congo: 2 triângulos e 1 quadrilátero; bandeira do Kuwait: 4 quadriláteros

2. Classifique os quadriláteros notáveis identificados no item anterior.

3. A face da moeda peruana de 1 sol e a de 25 centavos da primeira família do real lembram polígonos. Quantos lados têm esses polígonos? **Observe e responda: 3.** moeda peruana de 1 sol: 8 lados; moeda da primeira família do real: 7 lados

4. Observe as imagens dos azulejos. A superfície de cada uma das peças dos azulejos lembra quais polígonos? Esses polígonos são regulares? **Observe e responda: 4.** Quadrilátero, hexágono e triângulo. Os quadriláteros da primeira imagem não são regulares, pois possuem lados congruentes, mas não ângulos internos congruentes; os hexágonos da segunda imagem são regulares; os triângulos não são regulares, pois não possuem todos os lados nem todos os ângulos internos congruentes.

REGISTRE

Para finalizar o estudo desta Unidade, reúna-se com alguns colegas e façam o que se pede.

1. Quais são os pontos notáveis de um triângulo? Expliquem.

Registre: 2. Quando atendem a duas condições: os lados correspondentes são congruentes e os ângulos correspondentes são congruentes.

2. Quando dois polígonos são congruentes?

3. Citem três propriedades válidas para qualquer paralelogramo. **Registre: 3.** Os lados opostos são congruentes; os ângulos opostos são congruentes; as diagonais cruzam-se nos respectivos pontos médios.

4. Qual é a expressão que fornece a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono convexo de *n* lados? **Registre: 4.** $(n - 2) \cdot 180°$

5. Na abertura desta Unidade, vocês responderam a algumas questões no boxe "Para começar...". Comparem as respostas dadas àquelas questões com as respostas que vocês dariam agora e escrevam um texto explicando o que vocês aprenderam nesta Unidade. **Registre: 5.** Resposta pessoal.

Registre: 1. *Baricentro*: ponto de intersecção das medianas de um triângulo; *ortocentro*: ponto de intersecção das alturas de um triângulo; *incentro*: ponto de intersecção das bissetrizes de um triângulo; *circuncentro*: ponto de intersecção das mediatrizes de um triângulo.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Para conhecer mais

Quero fazer *Origami*
Florencia Errecarte
São Paulo: Catapulta, 2018

O *origami* é a arte de transformar um simples papel em uma maravilhosa figura por meio da dobradura. Nesse livro você vai aprender o passo de cada projeto, que se trata de uma folha de papel que vai se transformando em distintos animais, plantas e objetos.

REPRODUÇÃO/EDITORA CATAPULTA

UNIDADE 3

Habilidades da BNCC trabalhadas nesta Unidade:
EF08MA03 | EF08MA20
EF08MA04 | EF08MA21
EF08MA06 | EF08MA22
EF08MA10 | EF08MA23
EF08MA19 | EF08MA24

CORES, SONS E MUITA DIVERSÃO

Na década de 1980, surgiu um tipo de brinquedo que ficou muito popular entre crianças e jovens. As primeiras versões tinham apenas 4 botões coloridos que emitiam sons próprios. No modo desafio, ele começa acendendo a luz de um dos botões coloridos, aleatoriamente, e emitindo um sinal sonoro que você precisa repetir, apertando o botão correspondente. A cada nova jogada, ele repete os sinais da sequência anterior e acrescenta mais um para você repetir. O ritmo também vai aumentando. Vence se conseguir continuar jogando uma certa quantidade de vezes, com a sequência completa de sinais.

O desafio é garantido pela enorme quantidade de possibilidades que o brinquedo tem para formar a sequência de sinais.

CHRIS WILLSON/ALAMY/FOTOARENA

Brinquedo de memorização de sequência de cores.

Para começar...

Para começar...: 1. Respostas pessoais.

1. Você já conhecia esse tipo de brinquedo? Acredita que conseguiria repetir a sequência até qual jogada?
2. Considerando apenas as 4 cores em cada uma das duas primeiras jogadas, de quantas maneiras é possível combinar uma cor para a primeira jogada e uma cor para a segunda? **2.** 16 possibilidades.
3. Cite outra situação que envolva combinações possíveis de cores, números, letras, alimentos, objetos ou pessoas.

3. Exemplos de respostas: senhas, códigos, placas de automóveis, anagramas, combinações com alimentos (sorvetes e coberturas, massas e molhos etc.), grupos de pessoas (times, filas etc.), entre outras situações.

159

Abertura da Unidade 3

Conteúdos

• Nesta Unidade, serão trabalhados vários conceitos relacionados às unidades temáticas Números, Álgebra, Grandezas e medidas e Probabilidade e Estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC.

Orientações

• Diga aos estudantes que atualmente existem variações de marcas, tamanhos, formatos e quantidades de botões para o tipo de brinquedo apresentado nesta página, inclusive jogos digitais para celulares; no entanto, a ideia principal é a mesma: repetir a sequência de sinais até certa jogada.

• Embora o modo desafio seja o mais conhecido, alguns modelos são mais versáteis, pois oferecem diferentes modos que podem ser jogados de forma individual ou em grupos desafiando os amigos em diversos níveis de dificuldade.

• Pergunte aos estudantes se eles conhecem algum brinquedo ou jogo parecido, mesmo sendo digital. O universo lúdico dos jogos está inserido na cultura juvenil e pode ajudar no desenvolvimento de habilidades mentais, como memória, raciocínio lógico e estratégico, organização e habilidades físicas, como coordenação motora.

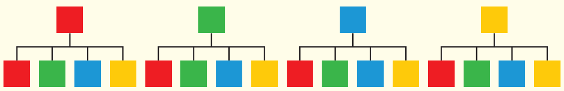
• A ludicidade desse tipo de brinquedo tem como objetivo medir a capacidade de memorização de uma sequência de eventos, por isso contribui para o desenvolvimento pedagógico dos jogadores, já que estimula o raciocínio e a concentração.

• Verifique a possibilidade de levar um brinquedo desse tipo para os estudantes manusearem e testarem suas habilidades. Outra possibilidade é usar um aplicativo para celular ou mesmo *on-line*. Nesse caso, como se trata de um momento de descontração, organize os estudantes de maneira que todos possam experimentar, incentivando-os a respeitar a vez de cada um e as tentativas dos colegas.

• Para complementar o trabalho e verificar o conhecimento prévio dos estudantes acerca do raciocínio combinatório, na questão **2**, ajude-os a construir o esquema a seguir para representar as 16 possibilidades de combinação de cores considerando apenas as duas primeiras jogadas.

1ª jogada

2ª jogada



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

Neste momento, o objetivo é explorar a ideia de uma árvore de possibilidades de maneira intuitiva. Esse assunto será trabalhado com mais detalhes no Capítulo 8, no qual os estudantes verão que esse tipo de representação é útil quando há poucas possibilidades de combinações e que, nos demais casos, deve ser aplicado o **princípio multiplicativo** ou **princípio fundamental da contagem**.

Superfícies

Objetivos

- Identificar figuras equivalentes.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA19 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA19 da BNCC ao apresentar situações envolvendo medidas de área de figuras planas a partir de contextos diversos.

Orientações

- Compreender as ideias de composição e de decomposição de figuras é fundamental para os estudantes construírem de maneira mais significativa a noção de equivalência de figuras planas.
- Aqui não há ainda preocupação com o cálculo de medidas de áreas de modo formalizado; o importante é os estudantes observarem o que significa compor e decompor figuras como se estivessem montando diferentes quebra-cabeças com base em determinadas peças.

- No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes tenham compreendido a equivalência entre as figuras 1, 2 e 3. Podemos calcular a medida de área da superfície do mosaico da seguinte maneira: Considerando como unidade de medida de área a figura 2, temos que a medida de área é igual a 80 ◺.

E, para formar um ◻, usamos 2 ◺.

Logo, a medida de área é igual a 40 ◻.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

CAPÍTULO 6

Área e volume

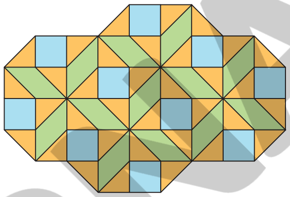
Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF08MA19
EF08MA20
EF08MA21
EF08MA24

1 Superfícies

Cobrindo uma superfície

O mosaico a seguir está decorando a fachada do restaurante de Alberto.



Recorde

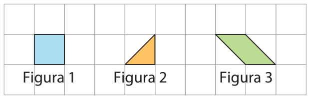
Mosaico é um desenho composto de uma ou mais figuras geométricas que cobrem perfeitamente uma superfície, sem superposições e sem espaços vazios entre elas.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Observe as figuras que compõem o mosaico.

Foram usadas: 10 ◻, 34 ◺ e 13 ▱.

Nesse mosaico, uma figura ◻ tem a mesma medida de área de uma figura ▱ e cada figura ◻ tem o dobro da medida de área de cada figura ◺.



A figura 1 é formada por duas figuras 2: ◺ ⇨ ◻

A figura 3 também é formada por duas figuras 2: ◺◺ ⇨ ▱

As figuras 1 e 3 são formadas por duas figuras 2, ou seja, as medidas das áreas dessas duas figuras (1 e 3) são iguais.

Quando duas figuras têm a mesma medida de área, dizemos que elas são **equivalentes**.

Assim, considerando como unidade de medida de área a figura 2, a medida de área da superfície coberta pelo mosaico da fachada do restaurante de Alberto equivale a 80 ◺.

Para pensar

Quanto mede a área da superfície do mosaico, usando como unidade de medida de área a figura 1? Para pensar: 40 ◻

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

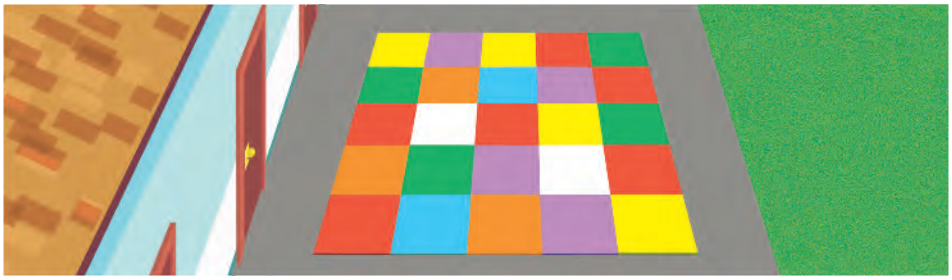
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

Medida de área de uma superfície

Podemos calcular a medida de área das mais variadas superfícies, como a de um mosaico, a do chão de uma garagem ou a de uma figura geométrica plana.

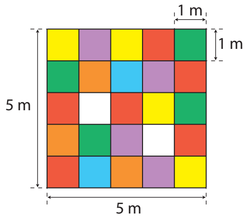
No pátio da escola de Jorge, foi reservada uma parte quadrada com lado medindo 5 m de comprimento para se fazer um espaço recreativo para os estudantes da Educação Infantil.



MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

Esse espaço foi coberto com 25 placas quadradas emborrachadas, cujos lados medem 1 m de comprimento.

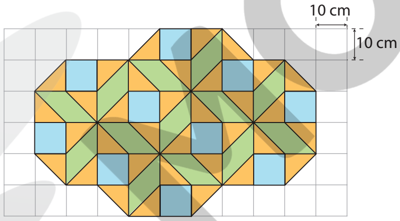
A medida de área da superfície do espaço recreativo é igual à medida de área da superfície das 25 placas emborrachadas.



Como **1 metro quadrado** (1 m^2) é a medida de área da superfície de um quadrado cujo comprimento do lado mede 1 m, podemos considerar que a medida de área da superfície de cada placa emborrachada é igual a 1 m^2.

Assim, podemos dizer que a medida de área da superfície do espaço recreativo é igual a 25 m^2.

Vamos, agora, verificar quantos metros quadrados ocupa o mosaico da fachada do restaurante de Alberto, reproduzido a seguir em uma malha quadriculada que representa as dimensões reais.



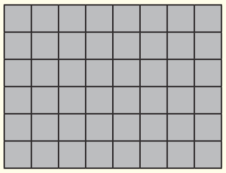
Observamos que o mosaico ocupa 40 quadradinhos inteiros da malha. Como a área de cada quadradinho mede 100 cm^2, sabemos que a área de superfície desse mosaico mede 4 000 cm^2, ou seja, 0,4 m^2.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Nesse momento, os estudantes deverão compreender que as medidas de áreas de superfícies podem se representadas em diferentes unidades, de acordo com a situação.
- São dados exemplos de uso do metro quadrado e também de uma unidade de medida não padronizada de um quadradinho de uma malha quadriculada. É o momento de formalizar a ideia de figura equivalente, já trabalhada de modo mais intuitivo.

161

- Ao realizar as atividades, incentive os estudantes a justificar suas respostas. Se achar pertinente, peça que resolvam essas atividades em duplas.
- Após os estudantes terminarem a atividade **2**, comente que a conclusão seria a mesma, independente da unidade de medida de área considerada. Se achar pertinente, peça que determinem a medida de área dessas duas figuras utilizando primeiro o quadradinho como unidade de medida de área e, depois, utilizando a metade do quadradinho como unidade de medida de área.
- Exemplo de resposta do item **b** da atividade **5**:

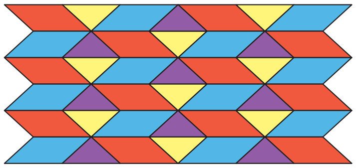


ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe o mosaico abaixo, que decora uma das paredes do quarto de Marilu.

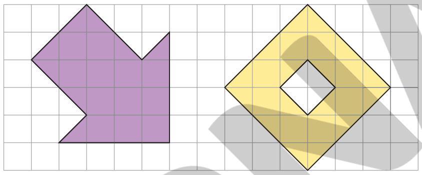


- Cada peça tem o dobro da medida de área de cada peça .
- Cada peça mede 100 cm² de área.

a) Considerando a peça como unidade de medida de área, responda: quanto mede a área da superfície desse mosaico? **1. a)** 66

b) Quantos centímetros quadrados mede a área de todo o mosaico? **1. b)** 6 600 cm²

2. Observe as duas figuras abaixo e responda às questões.



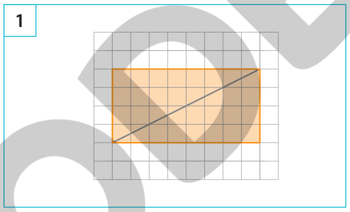
a) Essas figuras são equivalentes? Justifique. **2. a)** Sim, pois elas têm a mesma medida de área.

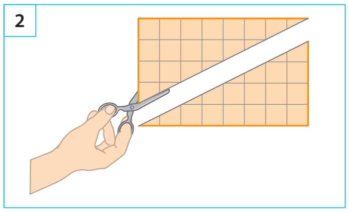
b) Se cada quadradinho da malha mede 1 cm² de área, quanto mede a área de cada figura?

2. b) 16 cm²; 16 cm²

3. Quantos metros quadrados de carpete seriam necessários para revestir seu quarto? Como você faria para descobrir? **3.** Respostas pessoais.

4. Observe a sequência de figuras.





ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, responda às questões.

a) A ilustração 2 apresenta duas figuras obtidas com a decomposição da figura da ilustração 1. Essas duas figuras são equivalentes? **4. a)** sim

b) Com as figuras da ilustração 2 podemos representar dois triângulos. A representação dos triângulos e a representação do retângulo da ilustração 1 são equivalentes? Justifique sua resposta.

4. b) Sim, pois ambas têm a mesma medida de área.

5. Gabriel vai trocar o piso da sala de sua casa. Para isso, comprou lajotas de formato quadrado cuja área mede 0,25 m².

a) Se Gabriel utilizou 48 lajotas para revestir toda a sala, quanto mede a área dessa sala? **5. a)** 12 m²

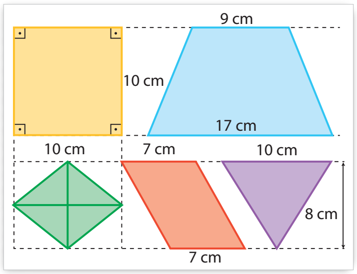
b) Sabendo que a medida do comprimento da sala é 4 m, faça um esquema para representar a disposição em que as lajotas ficarão. **5. b)** Resposta em *Orientações.*

Lembre-se:
Escreva no caderno!

2 Cálculo da medida de área de figuras planas

Vamos retomar, por meio de uma situação, o cálculo da medida de área de algumas figuras planas.

Em uma aula de Geometria, Heloísa representou cinco figuras geométricas planas em uma folha de papel retangular medindo 32 cm de comprimento por 24 cm de largura, como mostrado abaixo.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Depois, ela recortou as figuras e descartou o restante da folha de papel.

Quanto mede a área da superfície de papel descartada por Heloísa?

Uma maneira de descobrir a medida da área dessa superfície é calcular a soma das medidas de áreas das figuras planas e subtrair o resultado da medida de área total da folha retangular.

Recorde

Observe como calcular a medida de área de algumas figuras planas.

- Retângulo:

$$A = \underbrace{b}_{\text{medida da base}} \cdot \underbrace{a}_{\text{medida da altura relativa à base}}$$

- Triângulo:

$$A = \frac{\overbrace{b}^{\text{medida da base}} \cdot \overbrace{a}^{\text{medida da altura relativa à base}}}{2}$$

- Quadrado:

$$A = \underbrace{\ell \cdot \ell}_{\text{medida do comprimento do lado}}$$

- Trapézio:

$$A = \frac{\overbrace{a}^{\text{medida da altura}} \cdot (\overbrace{b_1}^{\text{medida da base menor}} + \overbrace{b_2}^{\text{medida da base maior}})}{2}$$

- Paralelogramo:

$$A = \underbrace{b}_{\text{medida da base}} \cdot \underbrace{a}_{\text{medida da altura relativa à base}}$$

- Losango:

$$A = \frac{\overbrace{d_1}^{\text{medida do comprimento da diagonal menor}} \cdot \overbrace{d_2}^{\text{medida do comprimento da diagonal maior}}}{2}$$

Cálculo da medida de área de figuras planas

Objetivos

- Recordar o cálculo da medida de área de triângulos e quadriláteros.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA19 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA19 da BNCC porque os estudantes poderão resolver e elaborar problemas, inclusive relacionados ao cálculo da medida de área de terrenos, utilizando expressões de cálculo de medida de área de triângulos e quadriláteros.

Orientações

- Neste tópico, são retomados os cálculos de medidas de áreas de diferentes figuras planas: quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, losango e triângulo. No livro do 7º ano desta coleção, com base nas ideias de composição e de decomposição de figuras, os estudantes chegaram às fórmulas para o cálculo da medida de área dessas figuras planas, apoiados na ideia de equivalência de figuras. Se possível, retome esse estudo com a turma.

(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

163

• Ao trabalhar com a atividade **1**, disponibilize malhas quadriculadas com quadradinhos cujo comprimento dos lados tenha medida 1 cm para que os estudantes possam desenhar o quadrado proposto. Eles poderão utilizá-la para desenhar outras figuras e explorar medidas de área com diferentes unidades de medida.

Primeiro, calculamos a medida de área de cada figura plana.

- Medida de área do quadrado: $A = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$
- Medida de área do trapézio: $A = \dfrac{10 \text{ cm} \cdot (17 + 9) \text{ cm}}{2} = 130 \text{ cm}^2$
- Medida de área do losango: $A = \dfrac{8 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}}{2} = 40 \text{ cm}^2$
- Medida de área do paralelogramo: $A = 7 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 56 \text{ cm}^2$
- Medida de área do triângulo: $A = \dfrac{10 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm}}{2} = 40 \text{ cm}^2$

A soma das medidas de áreas das figuras é 366 cm^2, pois:

$$100 \text{ cm}^2 + 130 \text{ cm}^2 + 40 \text{ cm}^2 + 56 \text{ cm}^2 + 40 \text{ cm}^2 = 366 \text{ cm}^2$$

A medida de área da superfície da folha retangular é 768 cm^2, pois:

$$32 \text{ cm} \cdot 24 \text{ cm} = 768 \text{ cm}^2$$

Subtraindo a soma das medidas de áreas das figuras planas da medida de área da superfície da folha retangular, temos:

$$A_{\text{descartada}} = A_{\text{folha}} - A_{\text{figuras}} = 768 \text{ cm}^2 - 366 \text{ cm}^2 = 402 \text{ cm}^2$$

Portanto, a área da superfície de papel descartada por Heloísa mede 402 cm^2.

Observação

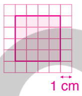
Não se esqueça de que, para obter a medida de área de qualquer figura, as medidas usadas no cálculo devem estar expressas na mesma unidade de medida de comprimento.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

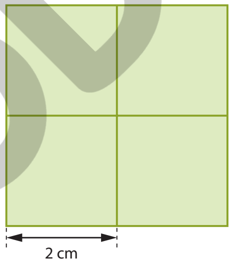
1. Os quadrados 1 e 2 foram divididos em quadrados menores. Observe-os e responda às questões.

1. c)

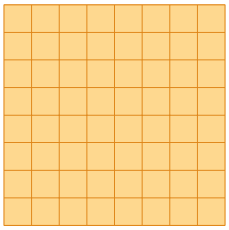


ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Quadrado 1



Quadrado 2



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

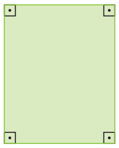
a) Quanto mede a área do quadrado 1? **1. a)** 16 cm^2

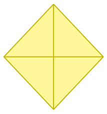
b) Qual deve ser a medida de área de cada quadradinho do quadrado 2 para que a medida de área do quadrado 1 seja igual à do quadrado 2? **1. b)** $0,25 \text{ cm}^2$

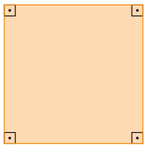
c) Em uma malha quadriculada com quadradinhos cujo comprimento dos lados mede 1 cm, desenhe um quadrado que tenha a mesma medida de área do quadrado 1.

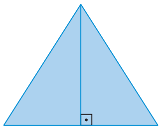
2. Usando régua, calcule a medida de área aproximada, em centímetro quadrado, das figuras abaixo.

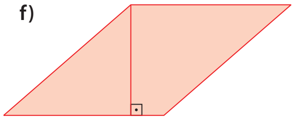
a)  2. a) 2,75 cm^2

b)  2. b) 5 cm^2

c)  2. c) 1,71 cm^2

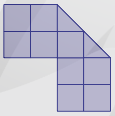
d)  2. d) 6,25 cm^2

e)  2. e) 3,08 cm^2

f)  2. f) 5,8 cm^2

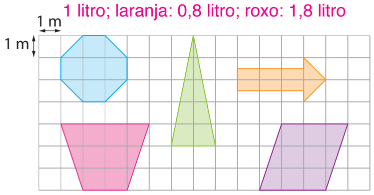
3. Calcule a medida de área de cada figura a seguir considerando que o comprimento do lado de cada quadradinho mede 1,5 cm.

a)  3. a) 40,5 cm^2

b)  3. b) 22,5 cm^2

4. A comunidade onde Luís mora resolveu recuperar um antigo campo de futebol. Quantos metros quadrados de grama serão necessários para cobrir o campo retangular que mede 102 m de comprimento e 68 m de largura? 4. 6 936 m^2

5. Observe os desenhos do painel e responda à questão. 5. azul: 1,4 litro; rosa: 1,8 litro; verde: 1 litro; laranja: 0,8 litro; roxo: 1,8 litro

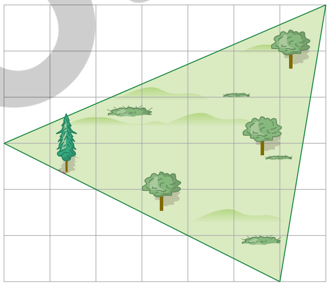


- Um pintor está fazendo um painel com desenhos geométricos. Para cada metro quadrado pintado, é usado 0,2 L de tinta. Para pintar as figuras do painel, quantos litros de cada cor de tinta o pintor usará aproximadamente?

6. Em uma parede retangular cujo comprimento mede 14 m e cuja altura mede 4 m, Daniel pintou um painel que lembra um trapézio com bases medindo 10 m e 6 m e altura medindo 3,5 m. Quanto mede a área da parede que permaneceu sem pintura? 6. 28 m^2

7. Elabore um problema cuja resolução envolva o cálculo da diferença entre a medida de área de um losango, de diagonais medindo 56 cm e 32 cm de comprimento, e a medida de área de um triângulo cuja base mede 24 cm e tem 15 cm de medida de altura relativa a esta base. 7. Resposta pessoal.

8. No projeto de um condomínio, há uma praça triangular. Cada quadradinho no desenho do projeto representa 2 m^2.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Determine a medida de área da praça. 8. 39 m^2

- Na atividade **2**, para calcular a medida de área do trapézio, do triângulo e do paralelogramo, os estudantes terão de medir a altura de cada uma dessas figuras. É importante lembrá-los de que a altura de uma figura geométrica é o segmento que une o vértice à reta que contém o lado oposto e é perpendicular a essa reta. A ideia é que eles posicionem a régua tendo esse conceito em vista.
- Na atividade **4**, os estudantes terão a oportunidade de resolver um problema que envolve a medida de área de um terreno retangular. Problemas como esse contribuem para que os estudantes desenvolvam a habilidade EF08MA19. Amplie a proposta dessa atividade e peça a eles que resolvam o seguinte problema:

Um terreno tem o formato de um trapézio cujas bases medem 36 m e 24 m de comprimento e a altura mede 20 m de comprimento. Foi construído no local um galpão retangular cujos comprimentos dos lados medem 10,6 m e 5,5 m de comprimento. No restante do terreno, plantou-se grama. Qual é a medida de área dessa parte gramada do terreno? (Resposta: 541,7 m^2)

Caso os estudantes tenham dificuldade, oriente-os a fazer uma figura que represente o terreno, o galpão e a parte em que se plantou grama.
- Se achar conveniente, depois de resolver as atividades, proponha aos estudantes uma visita a locais próximos da escola, cujas superfícies tenham diferentes formatos, para que eles possam calcular as medidas de área desses locais. Atividades como essa enriquecem a construção do conhecimento, pois possibilitam uma aplicação prática do que foi estudado em sala de aula.

Cálculo aproximado de medidas de área

Objetivos

- Resolver situações-problema que envolvam cálculo de medidas de área de figuras geométricas planas por meio de procedimentos de decomposição.
- Calcular a medida de área de superfícies planas por meio da composição e decomposição de figuras por aproximações.

Orientações

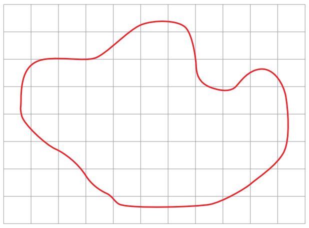
- Considerando que em diferentes situações do cotidiano é necessário realizar cálculos de medidas de áreas de superfícies não regulares, mas compostas de polígonos conhecidos, torna-se importante o estudo aproximado de medidas de áreas. No exemplo discutido no texto, os estudantes observarão que a malha é um importante instrumento e que a diminuição da unidade de medida na malha aumenta o grau de precisão. Em outras palavras, de acordo com a precisão desejada ou necessária, devem ser selecionadas a unidade e a estratégia mais apropriadas.
- O objetivo do boxe *Para pensar* é fazer os estudantes perceberem que quanto menor a unidade de medida na malha quadriculada, mais próximo estará da medida de área do terreno.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

3 Cálculo aproximado de medidas de área

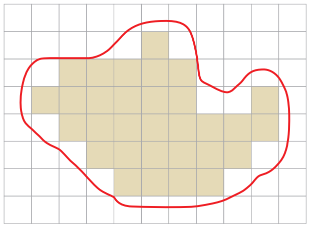
Lucas é engenheiro e precisou calcular a medida de área aproximada de um terreno de formato irregular. Para isso, ele representou o contorno desse terreno em uma folha de papel quadriculado, no qual cada quadradinho representava 10 m^2. Observe a seguir como ele fez.

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



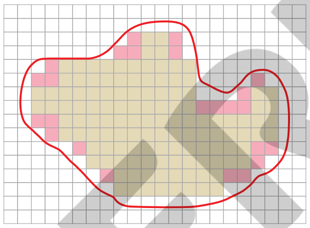
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Primeiro, Lucas coloriu de bege os quadradinhos inteiros que estão no interior.



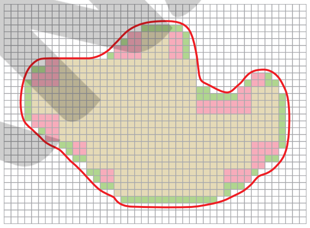
Assim, ele pintou 31 quadradinhos de bege.

Depois, dividiu cada quadradinho da malha em 4 quadradinhos menores, colorindo de rosa os novos quadradinhos inteiros, conforme a figura abaixo.



Assim, ele pintou 24 quadradinhos de rosa.

Em seguida, dividiu cada quadradinho da malha anterior em 4 quadradinhos menores, colorindo de verde os novos quadradinhos inteiros.



Assim, ele pintou 72 quadradinhos de verde.

Depois, Lucas fez o seguinte cálculo.

- Cada quadradinho bege representa 10 m^2. Assim:
  $31 \cdot 10\ \text{m}^2 = 310\ \text{m}^2$
- Cada quadradinho rosa representa $\frac{10}{4}$ m^2. Assim:
  $24 \cdot \frac{10}{4}\ \text{m}^2 = 60\ \text{m}^2$
- Cada quadradinho verde representa $\frac{10}{16}$ m^2. Assim:
  $72 \cdot \frac{10}{16}\ \text{m}^2 = 45\ \text{m}^2$

Portanto, a medida da área aproximada do terreno é 415 m^2, pois:
$310\ \text{m}^2 + 60\ \text{m}^2 + 45\ \text{m}^2 = 415\ \text{m}^2$

Para pensar

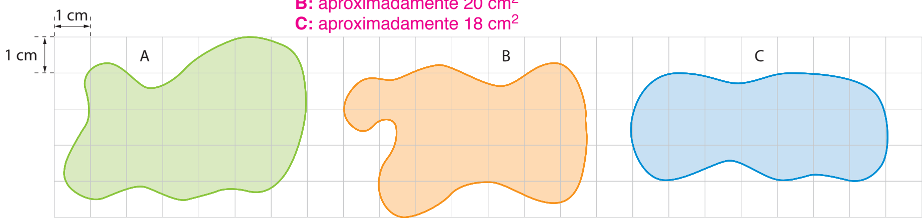
Como Lucas poderia obter uma aproximação ainda melhor para a medida de área do terreno?

Para pensar: Ele poderia ter dividido cada quadradinho da última malha outra vez em 4 quadradinhos ainda menores, considerando a quantidade de novos quadradinhos inteiros que poderia pintar na região interna do terreno.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule a medida de área aproximada de cada figura, considerando que o comprimento de cada lado do quadradinho mede 1 cm. **1. A:** aproximadamente 21 cm^2
B: aproximadamente 20 cm^2
C: aproximadamente 18 cm^2

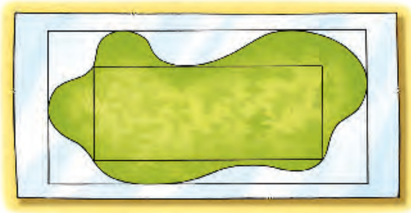


ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

2. Observe como Fernanda calculou a medida de área aproximada de um terreno irregular e responda às questões.

Primeiro, ela representou o terreno em uma folha. Depois, traçou duas figuras retangulares, uma interna e outra externa ao terreno, conforme o esquema.

Fernanda sabia que cada 1 cm desenhado na folha representava, na realidade, 100 m. Então, ela calculou a medida de área das duas figuras retangulares em valores reais. Depois, para encontrar a medida de área aproximada do terreno, calculou a média dessas duas medidas de área.



ADOLAR/ARQUIVO DA EDITORA

a) Faça como Fernanda e encontre a medida da área aproximada do terreno. **2. a)** 111 800 m^2

b) Analisando a maneira de calcular usada por Lucas (na página anterior), com o uso de uma malha quadriculada, e a maneira usada por Fernanda nesta atividade, qual das duas você achou mais fácil para encontrar o valor aproximado da medida de área de uma superfície irregular? **2. b)** Resposta pessoal.

c) O que você achou das estratégias empregadas por Lucas e por Fernanda para resolver o problema? **2. c)** Resposta pessoal.

3. Faça uma estimativa da medida da área do estado do Paraná.

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA

Elaborado com base em: IBGE. *Atlas geográfico escolar*. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. p. 175.

Agora, reúna-se com um colega para responder às questões.

a) Como vocês fizeram para calcular a medida da área desse estado? **3. a)** Resposta pessoal.

b) Encontraram o mesmo valor para a medida da área? Se não, por quê? **3. b)** Respostas pessoais.

c) Pesquisem na internet ou em um atlas a medida da área do estado do Paraná e verifiquem se o resultado obtido por vocês está próximo do real. **3. c)** Resposta pessoal. Segundo o IBGE (2018), a medida da área do estado do Paraná é de 199 307,939 km^2.

- A atividade **2** pode proporcionar momentos de troca de respostas e estratégias entre os estudantes. Assim, eles poderão articular ideias e etapas do raciocínio que possibilitarão refinar suas noções e estratégias para o cálculo aproximado de medidas de áreas em diferentes situações-problema. Aproveite para obter informações a respeito do que eles compreenderam ou não sobre o assunto.
- Antes de resolver os itens da atividade **3**, pergunte aos estudantes se eles conhecem o estado do Paraná e se sabem em que região do Brasil este estado está localizado. Se possível, leve um mapa do Brasil e mostre a sua localização. Proponha questões para que possam comparar a medida da área do Paraná com a de outros estados brasileiros.

Medida de área de regiões circulares

Objetivos

- Calcular a medida de área de regiões circulares (círculo, setor circular e coroa circular).
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA19 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA19 da BNCC ao propor aos estudantes que resolvam e elaborem problemas, inclusive os relacionados ao cálculo da medida de área de terrenos, utilizando expressões de cálculo de medida de área de círculos.

Orientações

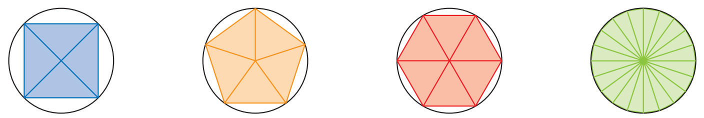
- O cálculo da medida de área de um círculo é apresentado com base na aproximação das medidas de áreas de polígonos regulares inscritos em circunferências. Conforme a quantidade de lados aumenta, a medida do perímetro do polígono se aproxima da medida do comprimento da circunferência, e a medida de área do polígono se aproxima da medida de área do círculo.
- Se julgar oportuno, ao apresentar o conteúdo do boxe *Saiba mais*, peça aos estudantes que realizem uma atividade prática, desenhando um círculo com o auxílio de um compasso e, depois, que obtenham a medida aproximada de sua área, com a utilização de retângulos, processo semelhante ao usado por Seki Kowa. Essa experiência contribui para que eles vivenciem como o conhecimento científico se desenvolve e consigam fazer descobertas durante o processo. Alerte-os para terem cuidado com o manuseio do compasso, a fim de preservar a integridade física deles.

4 Medida de área de regiões circulares

Medida de área do círculo

Para determinar a medida de área de um polígono regular qualquer inscrito em uma circunferência, podemos decompô-lo em triângulos.

Analise a decomposição de alguns polígonos regulares.



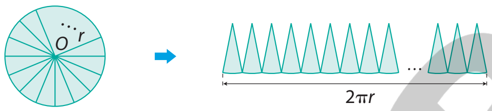
Quadrado — Pentágono regular — Hexágono regular — Polígono regular de 20 lados

Observe que, conforme aumentamos o número de lados do polígono regular inscrito na circunferência, mais o seu formato se aproxima do formato de um círculo. Assim, a medida de área desses polígonos também tende a se aproximar da medida de área do círculo.

Agora, considere um círculo de centro O e raio com medida de comprimento r. Esse círculo pode ser decomposto em n setores circulares congruentes (em que n é um número muito grande). Observe.

Observação

Setor circular é a região do círculo delimitada por um de seus ângulos centrais.



Círculo dividido em n setores circulares congruentes

Cada setor é tão pequeno que a medida de sua área é próxima da medida de área de um triângulo. Quanto maior for a quantidade n de setores em que dividirmos o círculo, maior será essa aproximação.

Setor circular — Triângulo

Como os setores são congruentes, os triângulos a eles associados têm a mesma medida de área. Assim, considerando que a medida de área do círculo é aproximadamente igual à soma das medidas de áreas dos n triângulos, temos:

$$\text{Medida de área} \simeq n \cdot \frac{b \cdot a}{2}$$

$$\text{Medida de área} \simeq \frac{n \cdot b \cdot a}{2}$$

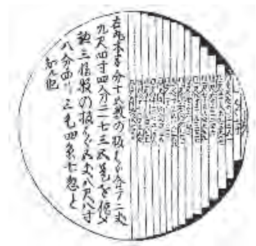
Considerando a soma das medidas das bases dos triângulos aproximadamente igual à medida de comprimento total da circunferência, temos: $n \cdot b \simeq 2\pi r$. Além disso, a medida da altura de cada um dos triângulos aproxima-se da medida de comprimento do raio, ou seja, podemos considerar $a \simeq r$. Assim:

$$\text{Medida de área} \simeq \frac{2\pi r \cdot r}{2}$$

Por meio dessa ideia, podemos provar que a medida de área de um círculo cujo comprimento do raio mede r é dada por:

$$\text{Medida de área} = \pi r^2$$

Saiba mais



BIBLIOTECA NACIONAL DA AUSTRÁLIA

No século XVII, o japonês Seki Kowa (1642-1708) calculou a medida de área de um círculo por meio da decomposição em retângulos e chamou esse método de *yenri*, que significa "teoria do círculo".

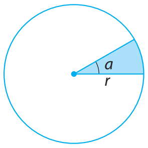
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

Medida de área de um setor circular

Em um círculo de raio com comprimento medindo r, a medida de área de um setor circular é diretamente proporcional à medida de abertura do ângulo central. Observe o setor circular cuja abertura do ângulo central mede a.



medida de abertura do ângulo central	medida de área correspondente
$360°$	πr^2
a	A

Assim, é possível estabelecer uma regra de três simples para relacionar a medida de área A de um setor com a medida a, em grau, de abertura do ângulo central correspondente.

Como as medidas são diretamente proporcionais, temos:

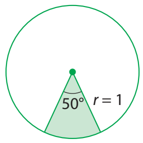
$$\frac{360°}{a} = \frac{\pi r^2}{A}$$

Portanto, a medida de área de um setor circular de raio com comprimento medindo r e ângulo central de medida de abertura a, em grau, é dada por:

$$A = \frac{a \cdot \pi r^2}{360°}$$

Exemplo

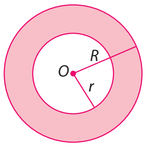
Vamos calcular a medida de área do setor circular destacado.



$$A = \frac{50° \cdot \pi \cdot 1^2}{360°} = \frac{5\pi}{36}$$

Medida de área da coroa circular

Chamamos de **coroa circular** a região entre duas circunferências concêntricas que estão em um mesmo plano e têm raios de medidas de comprimento diferentes. Observe a coroa circular abaixo.



FOTOS: FAT JACKEY/ SHUTTERSTOCK

Moedas japonesas de 5 ienes (à esquerda) e 50 ienes (à direita). As faces dessas moedas lembram coroas circulares.

A medida de área de uma coroa circular (A) é determinada pela diferença entre a medida de área do círculo de raio com maior comprimento (A_R) e a medida de área do círculo de raio de menor comprimento (A_r).

Exemplo

Sabendo que o comprimento do diâmetro de uma moeda de 1 real mede 2,7 cm e que o diâmetro da região prateada mede aproximadamente 1,8 cm de comprimento, vamos calcular a medida da área da região dourada de uma das faces.

Para isso, vamos considerar $\pi = 3{,}14$ e fazer:

$A = A_R - A_r$

$A = \pi \cdot (1{,}35)^2 \text{ cm}^2 - \pi \cdot (0{,}9)^2 \text{ cm}^2$

$A = 3{,}14 \cdot 1{,}8225 \text{ cm}^2 - 3{,}14 \cdot 0{,}81 \text{ cm}^2$

$A = 5{,}72265 \text{ cm}^2 - 2{,}5434 \text{ cm}^2$

$A = 3{,}17925 \text{ cm}^2$

BANCO CENTRAL DO BRASIL

Portanto, a medida da área da região dourada de uma das faces da moeda de 1 real é, aproximadamente, 3,18 cm².

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Nesta página, o estudo de medidas de áreas circulares é ampliado para as medidas de áreas de setores circulares e de coroa circular. É importante que, antes dos cálculos, os estudantes compreendam as ideias de setor (região do círculo delimitada por um de seus ângulos centrais) e coroa (região entre duas circunferências concêntricas de raios com diferentes medidas de comprimento).

- Durante a realização das atividades, incentive os estudantes a compartilhar as estratégias empregadas e o modo como pensaram. Essa troca de ideias entre eles contribui para que possam ampliar o repertório de estratégias de resolução de problemas. Aproveite esse momento para avaliar o que aprenderam e fazer um levantamento das principais dificuldades enfrentadas por eles.

5. a) Confeitaria dos Sonhos: 706,5 cm^2; Confeitaria Verão: 452,16 cm^2
5. b) A face superior do pedaço de torta da Confeitaria Verão é maior: 75,36 cm^2 > 70,65 cm^2

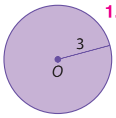
As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

ATIVIDADES

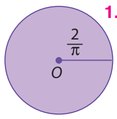
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule a medida da área da região lilás em cada caso.

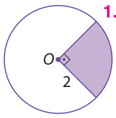
a) **1. a)** 9π



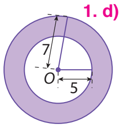
b) **1. b)** $\frac{4}{\pi}$



c) **1. c)** π



d) **1. d)** 24π

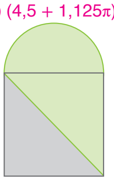


2. Dadas as medidas de áreas, encontre a medida do comprimento do raio de cada círculo. (Considere: $\pi = 3{,}14$.)

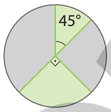
a) 314 cm^2 **2. a)** 10 cm
b) 78,5 cm^2 **2. b)** 5 cm
c) 150,72 cm^2 **2. c)** $4\sqrt{3}$ cm
d) 28,26 cm^2 **2. d)** 3 cm

3. Calcule a medida de área da parte verde de cada figura.

a) O lado do quadrado mede 3 cm de comprimento. **3. a)** $(4{,}5 + 1{,}125\pi)$ cm^2



b) O raio do círculo mede 2 cm de comprimento. **3. b)** $\frac{3\pi}{2}$ cm^2



4. Uma pizzaria fez a seguinte promoção:

AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Sabendo que o diâmetro da *pizza* média mede 30 cm de comprimento e o da *pizza* grande mede 45 cm, você acha que essa promoção será vantajosa para quem comprar as *pizzas* médias? Explique.

4. Espera-se que os estudantes percebam que a promoção não será vantajosa, pois a medida da área de uma *pizza* grande é maior que a medida da área de duas *pizzas* médias.

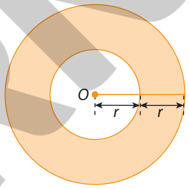
5. Na Confeitaria dos Sonhos, uma torta em formato circular, cujo diâmetro mede 30 cm de comprimento, é vendida em 10 pedaços. Na Confeitaria Verão o mesmo tipo de torta é vendido em 6 pedaços e o diâmetro mede 24 cm de comprimento, apesar de ser produzida com a mesma receita e com o mesmo custo. (Considere: $\pi = 3{,}14$.)

a) Quais são as medidas das áreas da face superior da torta nas duas confeitarias?

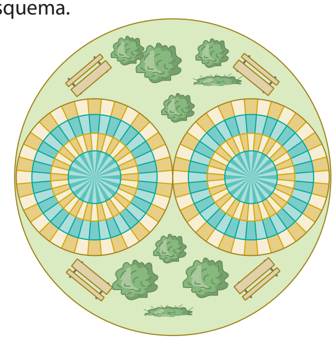
b) Em qual das duas confeitarias a face superior do pedaço de torta é maior?

c) Se na Confeitaria Verão o pedaço de torta custa R$ 5,00, quanto a Confeitaria dos Sonhos deve cobrar para que ambas tenham o mesmo lucro? **5. c)** R$ 4,69

6. Na figura a seguir, a medida de área da coroa circular é igual a 75π cm^2. Calcule a medida do comprimento *r*. **6.** 5 cm



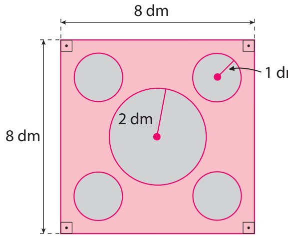
7. O prefeito de uma cidade decidiu fazer um mosaico em parte de uma praça circular, conforme o esquema.



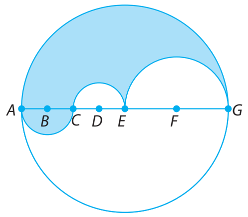
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Sabe-se que a medida do diâmetro da praça é 50 m de comprimento e a mão de obra custa R$ 9,50 por metro quadrado. Determine o valor que será gasto em mão de obra. (Considere: $\pi = 3{,}14$.) **7.** R$ 9 321,88

8. Encontre a medida de área da parte rosa considerando que os quatro círculos menores têm a mesma medida de comprimento de raio. (Considere: $\pi = 3,14$.) **8.** 38,88 dm²

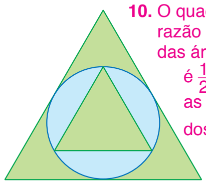


9. O fundo de uma piscina circular será revestido com pastilhas azuis e brancas, formando uma figura como a apresentada a seguir.

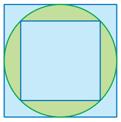


- Sabendo que $AC = CE = EF = 4$ m e que todas as curvas da figura são arcos de circunferência, calcule a medida da área da parte que terá pastilhas azuis. **9.** 24π m²

10. Observe as duas figuras, em que há um polígono inscrito em uma circunferência e um polígono circunscrito a essa circunferência. Considere que as circunferências têm a mesma medida de comprimento de raio, os triângulos são equiláteros e os quadriláteros são quadrados.



10. O quadrado; porque a razão entre as medidas das áreas dos quadrados é $\frac{1}{2}$ e a razão entre as medidas das áreas dos triângulos é $\frac{1}{4}$.



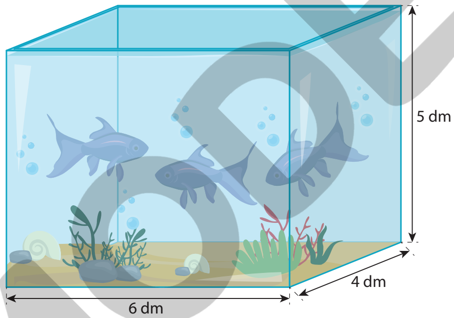
- Que figura tem a maior razão entre as medidas das áreas dos polígonos inscrito e circunscrito, nessa ordem? Por quê?

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

5 Volume e capacidade

Observe o aquário que Mariana comprou para seu filho.

O aquário tem o formato de um paralelepípedo com 6 dm de medida de comprimento, 4 dm de medida de largura e 5 dm de medida de altura. Quantos litros de água cabem nesse aquário?



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Para saber quantos litros de água cabem nesse aquário, devemos primeiro multiplicar as medidas de suas três dimensões:

$V = 6\text{ dm} \cdot 4\text{ dm} \cdot 5\text{ dm} = 120\text{ dm}^3$

Como $1\text{ dm}^3 = 1$ L, então $120\text{ dm}^3 = 120$ L.

Portanto, nesse aquário cabem 120 L de água.

Note que, para resolver o problema, usamos o fato de que 1 dm^3 corresponde a 1 L. Observe outras relações entre unidades de medida de volume:

$$1\text{ m}^3 = 1\,000\text{ L}$$

$$1\text{ cm}^3 = 1\text{ mL}$$

Recorde

A medida de volume de um paralelepípedo, em que a representa a medida do comprimento, b a da largura e c a da altura, é dado por:

$V = a \cdot b \cdot c$

Volume e capacidade

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF08MA20 e EF08MA21 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA20 da BNCC porque trabalha a relação do litro com o decímetro cúbico e do litro com o metro cúbico para resolver problemas de cálculo de medida de capacidade de recipientes. O tópico também favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA21 porque os estudantes poderão resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da medida de volume de recipientes cujo formato é o de um bloco retangular.

Orientações

- Ao iniciar o trabalho com este tópico, recorde os estudantes da fórmula apresentada na página para se calcular a medida de volume de um paralelepípedo. Reforce que essa expressão pode ser usada para calcular a medida de volume de qualquer paralelepípedo com medidas representadas por números reais positivos.

(EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes.

(EF08MA21) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.

171

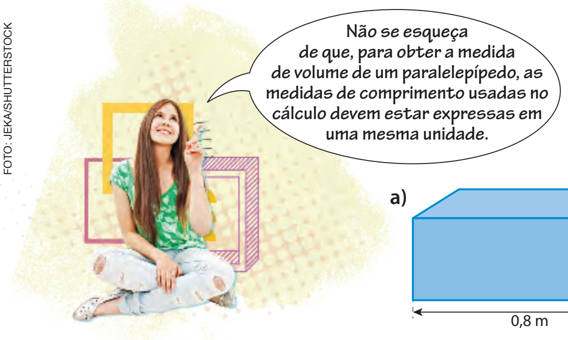
• Na atividade **5**, os estudantes terão a oportunidade de elaborar um problema envolvendo o cálculo da medida de volume de vasos cujos formatos lembram paralelepípedos. Espera-se que o problema criado por eles seja coerente com a ilustração apresentada. Após resolverem o problema proposto pelo colega, reproduza no quadro alguns problemas que foram elaborados por eles e discuta-os com a turma.

ATIVIDADES

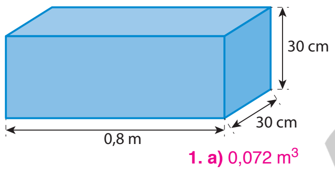
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule a medida de volume, em metro cúbico, dos paralelepípedos representados abaixo.

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTO: JEKA/SHUTTERSTOCK

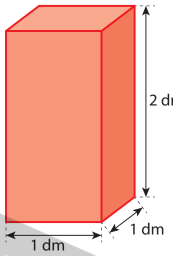


a)



1. a) $0{,}072\ m^3$

b)



1. b) $0{,}002\ m^3$

2. Responda às questões.

a) Quantos litros equivalem a $10\ m^3$? 2. a) 10 000 L

b) Qual deve ser a medida de volume, em centímetro cúbico, de um recipiente, para que 56 mL ocupem toda sua capacidade? 2. b) $56\ cm^3$

c) Com 72 L, podemos preencher completamente quantos recipientes de $12\ dm^3$ cada um?

2. c) 6 recipientes

3. Daniel convidou 6 amigos para um lanche em sua casa. Ele calculou 2 copos cheios de suco para cada amigo. Se cada copo lembra um paralelepípedo com 5 cm de medida de comprimento, 5 cm de medida de largura e 12 cm de medida de altura, quantos litros de suco, no mínimo, Daniel deve comprar para servir a seus amigos? 3. 3,6 L de suco

4. André e Sofia fizeram uma experiência na aula de Matemática. Cada um escolheu um recipiente e calculou a medida de seu volume.

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTOS: MENINA: LIGHT-STUDIO/SHUTTERSTOCK;
MENINO: JACEK CHABRASZEWSKI/SHUTTERSTOCK

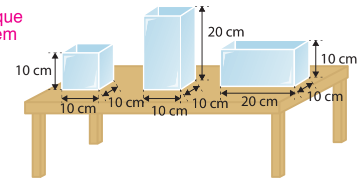
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

4. a) Os dois recipientes apresentam a mesma medida de capacidade, já que possuem a mesma medida de volume.

a) Qual dos dois recipientes apresenta a maior medida de capacidade?

b) O que podemos concluir sobre a medida de capacidade dos recipientes? 4. b) Espera-se que os estudantes percebam que recipientes de diferentes dimensões podem ter a mesma medida de capacidade.

5. Karen comprou vasos que lembram paralelepípedos. Observe as dimensões de cada vaso e elabore um problema que envolva medida de volume, em centímetro cúbico, e medida de capacidade, em mililitro. Depois, peça a um colega que resolva o seu problema e resolva o problema elaborado por ele.



5. Resposta pessoal.

Compreender um texto

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Embalagem longa-vida

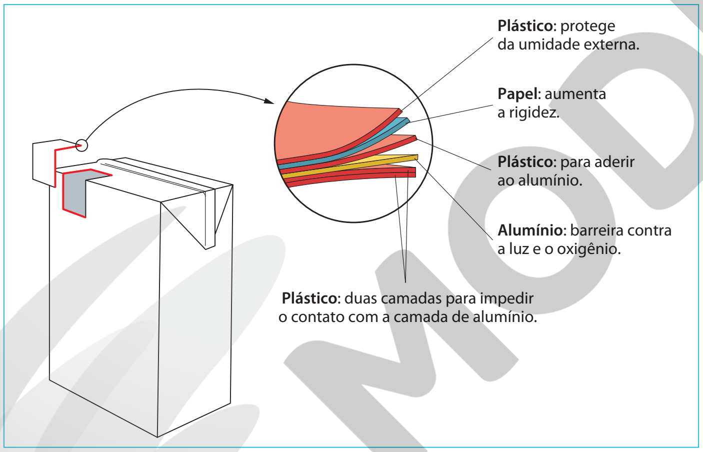
Durante a Segunda Guerra Mundial, a escassez de vidro e de metal laminado para a produção de latas motivou o desenvolvimento de embalagens alternativas. O empresário sueco Ruben Rausing (1895-1983) patenteou em 1944 e lançou em 1952 uma embalagem de papelão impermeável para bebidas, inicialmente com o formato tetraédrico (pirâmide de base triangular), conforme imagem a seguir (à esquerda). Com o tempo, esse tipo de embalagem passou a ter o formato mais comum de um paralelepípedo, que é mais fácil no armazenamento e transporte (à direita).

KOSTSOV/ISTOCKPHOTO/GETTY IMAGES

NEIROMOBILE/SHUTTERSTOCK

Embalagens de papelão impermeável, popularmente conhecidas como "longa-vida".

Desde então, foram desenvolvidas máquinas para montar, encher e selar automaticamente diversos alimentos e bebidas com esse tipo de embalagem. São popularmente chamadas de embalagem "longa-vida", pois a sua composição multicamadas permite que os alimentos sejam armazenados por várias semanas, sem a necessidade de conservantes ou refrigeração:



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

A embalagem longa-vida do leite **UHT** (*Ultra High Temperature*, em inglês), por exemplo, garante uma vida de prateleira ou validade de até 180 dias, no entanto, após aberta, o leite deve ser conservado em geladeira e consumido no máximo em 3 dias.

Compreender um texto

Objetivos

- Desenvolver a competência leitora.
- Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental**, da macroárea **Meio Ambiente**.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA20 e da competência geral 6 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- As atividades desta seção favorecem o desenvolvimento da habilidade EF08MA20, visto que trabalha a relação do litro com o decímetro cúbico para verificar a capacidade de embalagens de leite.

Orientações

- O tema tratado na seção valoriza a diversidade de saberes, possibilita entender relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas com consciência crítica e responsável, conforme sugere a competência geral 6 da BNCC.
- O formato tetraédrico da primeira embalagem impermeável de papelão determinou o nome da empresa de Ruben Rausing.

(EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes.

Competência geral 6: Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

• Ao apresentar o conteúdo do boxe *Saiba mais*, peça aos estudantes que realizem uma pesquisa para conhecerem outras descobertas e contribuições de Louis Pasteur para a ciência. Ao longo dos seus 73 anos de vida, ele realizou experimentos que levaram a descobertas científicas brilhantes, que contribuíram para a evolução da medicina e da química. Seus estudos conseguiram identificar a ação de bactérias e outros micro-organismos, favorecendo a prevenção de infecções. Verifique a possibilidade de realizar um trabalho integrado com o componente curricular de Ciências sobre alguns dos experimentos e resultados de Pasteur.

• Aproveite o trabalho com a atividade **1** e sugira aos estudantes que identifiquem nas embalagens longa-vida o prazo de validade e o tempo em que o produto deve ser consumido após aberto. Estimule-os a comparar entre eles as medidas de capacidade e de tempo observadas.

• Para o trabalho com as atividades **4** e **5**, considere a possibilidade de levar embalagens vazias de diferentes medidas de capacidade para que eles tomem as medidas e realizem os cálculos na prática. Ao final, se for conveniente, permita que eles desmontem e tentem identificar as camadas da embalagem.

• Resolução da atividade **5**:

Embalagem 1: $7 \text{ cm} \cdot 7{,}5 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} =$
$= 1050 \text{ cm}^3$
Portanto, 1050 cm^3 ou 1050 mL ou 1,05 L;
Embalagem 2: $6{,}5 \text{ cm} \cdot 9{,}5 \text{ cm} \cdot 16{,}5 \text{ cm} =$
$= 1018{,}845 \text{ cm}^3$
Portanto, $1018{,}845 \text{ cm}^3$ ou 1018,845 mL ou 1,018845 L.

• Na atividade **6**, espera-se que as pesquisas dos estudantes mostrem a eles alguns exemplos de reutilização das embalagens longa-vida como artesanato ou mesmo para a produção de telhas ecológicas em grande escala. Durante a confecção dos cartazes, alerte os estudantes quanto ao uso da tesoura, por exemplo, a fim de preservar a integridade física de todos envolvidos.

▶ **Compreender um texto**

Saiba mais

Processos de esterilização de alimentos

Leite UHT é resultado de um processo de **ultrapasteurização**, em que o líquido é aquecido entre 130 °C e 150 °C por até 8 segundos e depois resfriado à temperatura ambiente. Como praticamente nenhuma bactéria sobrevive, o leite dura até 180 dias dentro da embalagem longa-vida. Já o leite "de saquinho", que tem duração máxima de 7 dias dentro da embalagem, é obtido pelo processo de **pasteurização**, em que o líquido é aquecido a mais de 70 °C por até 20 segundos, e então resfriado muito rapidamente a –4 °C, eliminando apenas as bactérias que causam doenças. Esse processo recebe esse nome em homenagem ao químico francês que o criou, Louis Pasteur.


BETTMANN/GETTY IMAGES

Louis Pasteur (1822-1895).

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Na sua casa, você e seus familiares ou responsáveis costumam comprar e consumir leite de caixinha ou leite de saquinho? Se sim, explique a eles a diferença entre os dois processos de esterilização. **1.** Resposta pessoal.

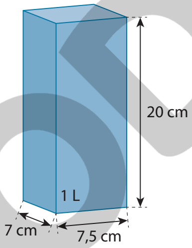
2. Porque a embalagem do leite de caixinha é chamada de "longa-vida"? **2.** Porque esse tipo de embalagem permite que os alimentos sejam armazenados por várias semanas, sem a necessidade de conservantes ou refrigeração.

3. Pesquise em sua residência ou no supermercado e cite alguns produtos comercializados em embalagem longa-vida, além do leite. **3.** Exemplos de resposta: Produtos como iogurte, suco, água de coco, achocolatado, creme de leite, leite condensado, extrato de tomate, entre outros.

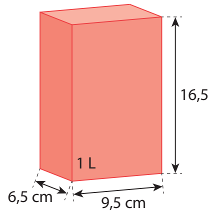
4. Em geral, nas embalagens de leite longa-vida, qual unidade de medida costuma ser utilizada para indicar a capacidade? **4.** Litro ou mililitro.

5. Verifique se as duas embalagens de leite longa-vida, cujas dimensões internas estão apresentadas a seguir, realmente acondicionam aproximadamente 1 L cada uma. **5.** Sim, ambas acondicionam aproximadamente 1 L cada uma.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA



Embalagem 1



Embalagem 2

6. Por possuir muitas camadas bem aderidas umas às outras, embalagens longa-vida são difíceis de reciclar, podendo levar até 100 anos para se decompor. Assim, uma das formas de evitar que seu descarte acarrete prejuízos ambientais é reaproveitá-las, utilizando-as para outros fins. Reúna-se com alguns colegas e pesquisem algumas ideias para a reutilização de embalagens longa-vida como matéria-prima de outros produtos, tais como telhas, cadernos, carteiras, porta-trecos, formas de gelo, vasinhos etc. Montem um cartaz com exemplos e imagens e o apresentem aos colegas. **6.** Resposta pessoal.

174

• O trabalho de pesquisa para a confecção e apresentação dos cartazes possibilita o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental** da macroárea **Meio Ambiente**. A reutilização de materiais recicláveis é uma forma de reaproveitar os resíduos sólidos que descartamos diariamente. Converse com os estudantes sobre boas práticas em relação à gestão dos resíduos sólidos que favorecem o meio ambiente, como: repensar e reduzir o consumo de produtos com muitas embalagens; reutilizar embalagens para outra finalidade (como na pesquisa sobre as longa-vida) ou utilizar as retornáveis; e reciclar, contribuindo com a separação do lixo doméstico para a destinação correta para a coleta seletiva.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

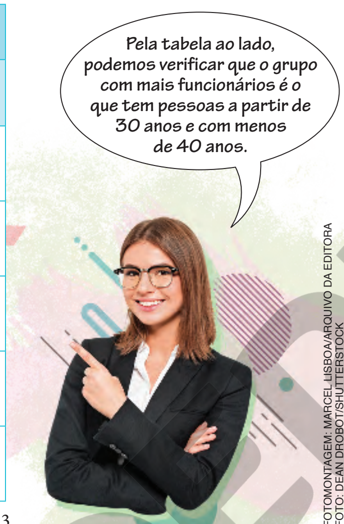
Determinação da frequência absoluta e da frequência relativa de uma amostra de uma população

Em uma pesquisa, os dados coletados podem ser apresentados na forma de números absolutos e/ou relativos. Consideremos, por exemplo, dois modos de apresentar os dados coletados, em outubro de 2023, sobre a idade dos 200 funcionários da empresa ABC.

Distribuição dos funcionários da empresa ABC por idade

Faixa etária	Número de funcionários	Porcentagem de funcionários
A partir de 20 anos e com menos de 30 anos	62	31%
A partir de 30 anos e com menos de 40 anos	79	39,5%
A partir de 40 anos e com menos de 50 anos	30	15%
A partir de 50 anos e com menos de 60 anos	29	14,5%
Total	200	100%

Dados obtidos pela empresa ABC em outubro de 2023.



FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTO: DEAN DROBOT/SHUTTERSTOCK

Frequência absoluta e frequência relativa

Com a leitura dos dados dessa tabela, observamos que:

- as idades foram divididas em quatro classes: de 20 a 30 anos (exclusive), de 30 a 40 anos (exclusive), de 40 a 50 anos (exclusive) e de 50 a 60 anos (exclusive);
- a classe em que há maior frequência de funcionários é a de 30 a 40 anos (exclusive), com 79 pessoas ou 39,5% do total;
- na 2ª coluna estão apresentados os **dados absolutos**, indicando o número de funcionários correspondente a cada faixa etária;
- na 3ª coluna estão apresentados os **dados relativos**, indicando percentuais de frequência de funcionários em cada uma das classes.

Os dados absolutos e os dados relativos estão relacionados aos seguintes conceitos:

Frequência absoluta é o número de elementos correspondentes a determinada classe.
Frequência relativa é a razão entre o número de elementos de determinada classe e o número total de elementos analisados.

Estatística e Probabilidade

Objetivos

- Determinar as frequências absoluta e relativa de uma amostra de uma população.
- Distribuir as frequências de uma variável de uma pesquisa em classes.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA24 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA24 da BNCC porque os estudantes podem verificar que as frequências organizadas em classes resumem os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.

Orientações

- Com base no problema que aborda as faixas etárias dos funcionários de uma empresa, espera-se que os estudantes reconheçam a diferença entre frequência absoluta e frequência relativa da amostra de uma população.
- Comente com os estudantes o que significa "exclusive" nos casos apresentados. Por exemplo, "de 20 a 30 anos (exclusive)" significa que as pessoas de 20 anos estão inclusas, mas as de 30 anos não estão.
- Diga também que cada faixa etária corresponde a uma classe.

(EF08MA24) Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.

• Diga aos estudantes que, geralmente, em uma pesquisa, não é possível obter dados de toda a população. Por isso, os pesquisadores levantam dados de uma amostra da população, ou seja, escolhem uma parte dela de acordo com uma metodologia. Para ilustrar, cite a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD), em que o IBGE faz pesquisas com uma parte da população e, do resultado, podem ser feitas inferências para toda a população.

• Explique aos estudantes que o termo "população" não é utilizado apenas para designar pessoas, mas também objetos ou qualquer outro tema sobre o qual temos interesse em estudar.

Observe outra forma de representar os dados:

Distribuição dos funcionários da empresa ABC por idade		
Faixa etária (em ano)	Frequência absoluta	Frequência relativa
20 ⊢ 30	62	0,31
30 ⊢ 40	79	0,395
40 ⊢ 50	30	0,15
50 ⊢ 60	29	0,145
Total	200	1

Dados obtidos pela empresa ABC em outubro de 2023.

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTO: MICHAELJUNG/SHUTTERSTOCK

O símbolo ⊢ indica a inclusão do valor situado à sua esquerda e a exclusão do valor situado à sua direita.

Amostra de uma população

Ainda no estudo da Estatística, duas ideias muito importantes estão presentes nas pesquisas:

População é o conjunto de todos os elementos que contêm uma característica que se quer estudar.
Amostra de uma população é uma parte da população que queremos estudar.

Em uma pesquisa sobre a idade dos funcionários das 18 escolas públicas de uma cidade, por exemplo:

- a população engloba todos os funcionários das 18 escolas públicas dessa cidade;
- a amostra é composta de funcionários de 10 das 18 escolas públicas dessa cidade.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Uma das medidas para melhorar a qualidade da educação de um país é elevar o número médio de anos escolares concluídos por pessoa, entre sua população. Considere a tabela com dados do país A em dezembro de 2023 e, depois, responda às questões.

Distribuição das unidades da federação do País A segundo o número médio de anos escolares concluídos (2023)	
Número médio de anos concluídos	Frequência: quantidade de unidades da federação
4 ⊢ 5	8
5 ⊢ 6	7
6 ⊢ 7	9
7 ⊢ 8	2
8 ⊢ 9	1

Dados obtidos pelo Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais do país A em dezembro de 2023.

a) Que classe tem a maior frequência? **1. a)** de 6 a 7 anos (exclusive)

b) Qual é o total de unidades da federação que corresponde às três maiores frequências?
1. b) 24 unidades da federação

2. Considere os dados da tabela a seguir, referentes a 2022/2023 no país A, e responda às questões.

Distribuição das unidades da federação do País A segundo a faixa de repetência escolar (2022-2023)

Faixa de repetência escolar (em %)	Frequência: quantidade de unidades da federação
0 a 10 (exclusive)	1
10 a 20 (exclusive)	7
20 a 30 (exclusive)	12
30 a 40 (exclusive)	7

Dados obtidos pelo Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais do país A em dezembro de 2023.

a) De acordo com essa tabela, qual é a faixa de maior frequência? **2. a)** 20 a 30 (exclusive)

b) E a de menor frequência? **2. b)** 0 a 10 (exclusive)

c) Qual é a diferença entre as frequências encontradas nos itens **a** e **b**? **2. c)** 11

3. Os organizadores de uma feira de livros da cidade Flores Coloridas realizaram uma pesquisa sobre o grau de escolaridade dos 1 200 participantes da feira em 2023.

Distribuição dos participantes da feira de livros segundo o grau de escolaridade

Grau de escolaridade	Frequência relativa
Ensino Fundamental	0,10
Ensino Médio	0,25
Ensino Superior	0,35
Pós-graduação	0,30

Dados obtidos pelos organizadores da feira de livros em 2023.

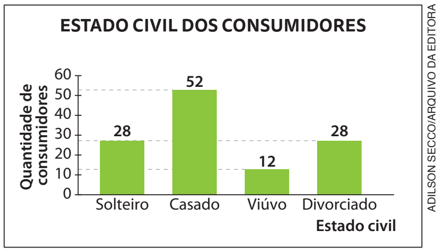
a) Copie a tabela no caderno e insira uma nova coluna com a frequência absoluta referente a cada grau de escolaridade.

b) Construa no caderno um gráfico que represente esses resultados.

c) Escreva uma conclusão possível a respeito desses participantes.

3. Respostas em *Orientações*.

4. Com base em uma pesquisa, realizada em maio de 2023, com 120 pessoas que frequentam a rede de supermercados Planejamos Juntos, foi construído o gráfico a seguir, referente ao estado civil desses consumidores.



Dados obtidos pelo supermercado Planejamos Juntos em maio de 2023.

- Construa, no caderno, a tabela de frequência absoluta e relativa com os dados desse gráfico.

4. Resposta em *Orientações*.

5. Observe, na tabela a seguir, dados da *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2020*, referentes ao número de domicílios particulares em 2019.

Número de domicílios particulares em 2019

Região	Quantidade (em milhões)
Norte	5,4
Nordeste	19
Sudeste	31,5
Sul	10,9
Centro-Oeste	5,6

Dados obtidos em: IBGE. *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) Contínua*: características gerais dos domicílios e dos moradores 2019, c.2020. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101707_informativo.pdf. Acesso em: 28 abr. 2022.

a) Construa uma tabela indicando a frequência relativa dos dados apresentados e a porcentagem referente a cada região brasileira. Deixe a frequência relativa indicada com 3 casas após a vírgula. **5. a)** Resposta em *Orientações*.

b) A que região corresponde a maior frequência relativa? De quanto é essa frequência?

5. b) Sudeste; aproximadamente 0,435

6. Elabore um problema envolvendo frequência absoluta ou frequência relativa. Passe seu problema para um colega resolver e resolva o problema criado por ele. **6.** Resposta pessoal.

- Resposta do item **a** da atividade **3**:

Distribuição dos participantes da feira de livros segundo o grau de escolaridade

Grau de escolaridade	Freq. rel.	Freq. abs.
Ensino Fundamental	0,10	120
Ensino Médio	0,25	300
Ensino Superior	0,35	420
Pós-graduação	0,30	360

Dados obtidos pelos organizadores da feira de livros em 2023.

- No item **c** da atividade **3**, as conclusões também poderão variar e precisam ser discutidas para serem ou não validadas. Algumas possibilidades:

– 10% dos participantes estudaram somente até o Ensino Fundamental.

– Mais da metade dos participantes tem Ensino Superior.

– Há o triplo de participantes com Pós-graduação em relação aos que cursaram apenas o Ensino Fundamental.

- Resposta da atividade **4**:

Estado civil dos consumidores

Estado civil	Freq. rel.	Freq. abs.
Solteiro	0,23	28
Casado	0,43	52
Viúvo	0,10	12
Divorciado	0,23	28

Dados obtidos pelo supermercado Planejamos Juntos em maio de 2023.

- Resposta do item **a** da atividade **5**:

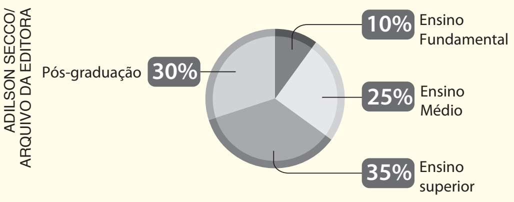
Número de domicílios particulares em 2019

Região	Freq. rel.	%
N	0,075	7,5
NE	0,262	26,2
SE	0,435	43,5
S	0,151	15,1
CO	0,077	7,7

Dados obtidos em: IBGE. *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) Contínua*: características gerais dos domicílios e dos moradores 2019, c.2020. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101707_informativo.pdf. Acesso em: 28 abr. 2022.

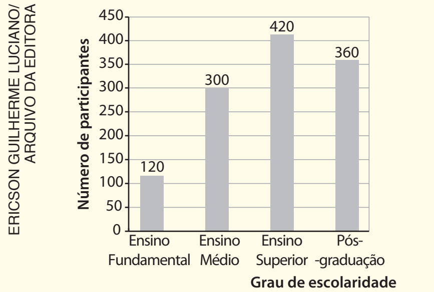
- Exemplos de resposta do item **b** da atividade **3**:

DISTRIBUIÇÃO DOS PARTICIPANTES DA FEIRA DE LIVROS SEGUNDO O GRAU DE ESCOLARIDADE



Dados obtidos pelos organizadores da feira de livros em 2023.

DISTRIBUIÇÃO DOS PARTICIPANTES DA FEIRA DE LIVROS SEGUNDO O GRAU DE ESCOLARIDADE



Dados obtidos pelos organizadores da feira de livros em 2023.

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF08MA19, EF08MA20 e EF08MA21 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Algumas atividades desta seção contribuem para o desenvolvimento da habilidade EF08MA19 porque os estudantes poderão resolver problemas que envolvem medidas de áreas de figuras geométricas, com a possível utilização de expressões de cálculo. Algumas atividades também contribuem para o desenvolvimento da habilidade EF08MA20 porque os estudantes podem utilizar a relação entre um litro e um decímetro cúbico e entre um litro e um metro cúbico para resolvê-las. Por fim, a habilidade EF08MA21 tem seu desenvolvimento favorecido ao propor a resolução de problemas que envolvem o cálculo da medida de volume de paralelepípedos.

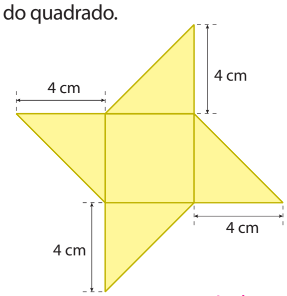
Orientações

- Aproveite a realização dessas atividades para avaliar o aprendizado dos estudantes no que tange aos conceitos trabalhados no Capítulo. Procure identificar as dificuldades enfrentadas e planeje propostas que possam ajudá-los a superá-las.

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Quatro triângulos retângulos, cada um de área medindo 8 cm², foram justapostos a um quadrado, conforme a figura, de maneira que o comprimento do lado de cada triângulo que está apoiado no quadrado tem a mesma medida do comprimento do lado do quadrado.



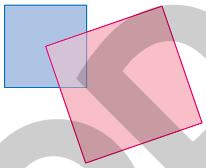
1. a) um octógono

a) A composição formou que polígono?

b) Qual é a medida da área do polígono obtido?

1. b) 48 cm²

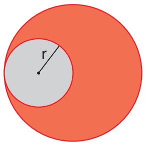
2. Dois quadrados, um pequeno, com lado medindo 10 cm de comprimento, e um grande, com lado medindo 15 cm de comprimento, estão sobrepostos de modo que um dos vértices do quadrado maior está fixado no centro do quadrado menor. O quadrado maior pode se movimentar, mantendo fixo o vértice que está no centro do quadrado menor.



Determine a medida da área comum entre os dois quadrados. **2.** 25 cm²

3. Determine a medida da área da parte vermelha da figura em função de *r*. O comprimento do raio do círculo maior mede o dobro da medida do comprimento do raio *r* do círculo menor.

3. $3\pi r^2$

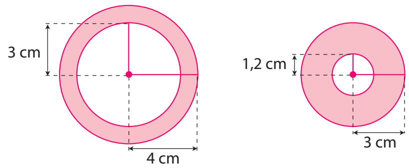


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

5. a) Piscina olímpica: 2 500 000 L; piscina semiolímpica: 1 000 000 L

4. Coroa da esquerda: 7π cm², coroa da direita: $7{,}56\pi$ cm². A coroa da direita tem a maior medida de área.

4. Calcule a medida de área das coroas circulares a seguir.



- Qual das duas coroas circulares tem maior medida de área?

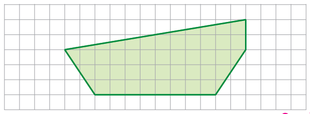
5. Uma piscina olímpica mede 50 m de comprimento, 25 m de largura e 2 m de profundidade. Já uma piscina semiolímpica mede 25 m de comprimento, 20 m de largura e 2 m de profundidade.

a) Calcule a medida de volume, em litro, de cada piscina.

b) É possível encher completamente uma piscina olímpica com a medida de volume de água de duas piscinas semiolímpicas?

6. Uma construtora pretende comprar um terreno para construir um conjunto residencial. Para isso, fez uma pesquisa de preços de terrenos em uma região e descobriu que um terreno com 40 m² custava R$ 12 000,00.

Observe, na figura abaixo, um esquema do terreno que a construtora pretende comprar.



6. a) 840 m²

a) Considerando que cada quadradinho do esquema corresponde a 20 m² na realidade, qual é a medida da área desse terreno?

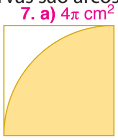
b) De acordo com os preços pesquisados pela construtora, calcule o preço do terreno.

6. b) R$ 252 000,00

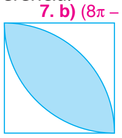
7. Calcule a medida da área da parte colorida de cada figura sabendo que o lado do quadrado mede 4 cm de comprimento e que todas as curvas são arcos de circunferência.

7. a) 4π cm² **7. b)** $(8\pi - 16)$ cm²

a)



b)



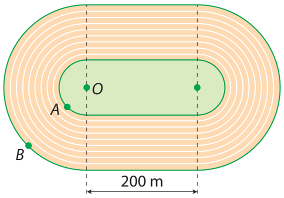
5. b) Não, pois a medida de volume de duas piscinas semiolímpicas é menor que a medida de volume de uma piscina olímpica.

(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

(EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes.

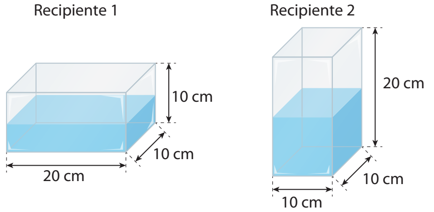
(EF08MA21) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.

8. Uma pista de corrida tem o formato da figura a seguir.



- Calcule a medida da área dessa pista sabendo que $AO = 20$ m e $OB = 60$ m. **8.** $3\,200(\pi + 5)$ m^2

9. Observe os dois recipientes a seguir usados em uma experiência e, depois, responda às questões.



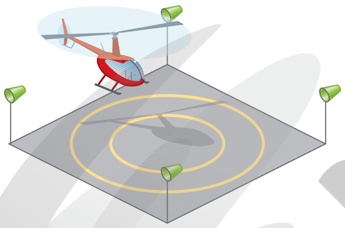
Os dois recipientes estão com água até a metade de sua capacidade. **9. a)** 1 L em cada recipiente

a) Quantos litros de água há em cada recipiente?

b) Se mergulharmos uma peça com medida de volume igual a 200 cm^3 em cada recipiente, o nível da água subirá. Em qual dos dois recipientes o nível da água subirá mais em relação ao nível inicial? **9. b)** no recipiente 2

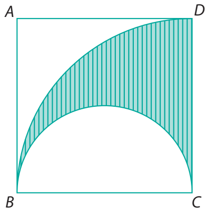
c) Pensando na resposta do item anterior, por que isso ocorre?

10. Um helicóptero precisa pousar em uma região demarcada, como mostra a figura.



Sabendo que o comprimento do raio do círculo menor mede 3 m e que a área da coroa circular delimitada pelos dois círculos mede 16π m^2, calcule a medida de comprimento do raio do círculo maior. **10.** 5 m

11. (UEL-PR) Na figura, *ABCD* é um quadrado cujo lado mede *a*. Um dos arcos está contido na circunferência de centro *C* e raio *a*, e o outro é uma semicircunferência de centro no ponto médio de $\overline{BC}$ e de diâmetro *a*. **11.** alternativa **b**



A área da região hachurada é:

a) um quarto da área do círculo de raio *a*.

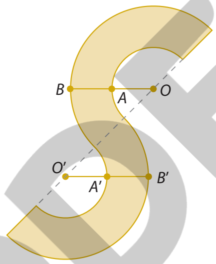
b) um oitavo da área do círculo de raio *a*.

c) o dobro da área do círculo de raio $\frac{a}{2}$.

d) igual à área do círculo de raio $\frac{a}{2}$.

e) a metade da área do quadrado.

12. Calcule a medida de área da parte colorida da figura, em que todas as curvas são arcos de circunferência e $AO = O'A' = 5$ cm e $OB = O'B' = 10$ cm. **12.** 75π cm^2



13. (UFMG) Considere um reservatório, em forma de paralelepípedo retângulo, cujas medidas são 8 m de comprimento, 5 m de largura e 120 cm de profundidade. Bombeia-se água para dentro desse reservatório, inicialmente vazio, a uma taxa de 2 litros por segundo. Com base nessas informações, é CORRETO afirmar que, para se encher completamente esse reservatório, serão necessários: **13.** alternativa **c**

a) 40 min

b) 240 min

c) 400 min

d) 480 min

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

9. c) Espera-se que os estudantes percebam que a medida de volume final será a mesma nos dois recipientes. Sendo assim, como a base do recipiente 2 é menor, o nível da água deverá subir mais nele do que no recipiente 1.

- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma.

Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com “sim”, “às vezes” ou “não”.

Eu...

... sei identificar figuras equivalentes?

... recordo as fórmulas para calcular medidas de área de triângulos e quadriláteros?

... reconheço as unidades de medida de área?

... sei utilizar diferentes métodos para calcular a medida de área de uma figura plana?

... sei resolver situações-problema que envolvam cálculo de medidas de área de figuras geométricas planas por meio de procedimentos de decomposição?

... sei calcular a medida de área de superfícies planas por meio da composição e decomposição de figuras por aproximações?

... sei calcular a medida de área de regiões circulares?

... sei calcular a medida de área de um setor e de uma coroa circular?

... reconheço a relação entre volume e capacidade?

... sei determinar as frequências absoluta e relativa de uma amostra de uma população?

Expressões algébricas

Objetivos

- Reconhecer que as representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir problemas e favorecer suas possíveis soluções.
- Encontrar o valor numérico de uma expressão algébrica.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF08MA06 e EF08MA10 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA06 da BNCC porque os estudantes terão a oportunidade de resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações; e da habilidade EF08MA10 por meio da atividade proposta no boxe *Pensamento computacional*.

Orientações

- A Álgebra relaciona-se com diversas áreas do conhecimento e é uma poderosa ferramenta para resolver problemas. Esse e outros aspectos dessa área da Matemática poderão ser percebidos e discutidos com os estudantes durante a leitura e a resolução das atividades propostas.
- Neste tópico, é feita uma retomada da distinção entre variável e incógnita e da utilização de expressões algébricas para representar problemas ou expressar regularidades encontradas em sequências numéricas. Sempre que possível, inicie a aula a partir dos conhecimentos previamente adquiridos pela turma.

CAPÍTULO 7

Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.

Cálculo algébrico

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF08MA04
EF08MA06
EF08MA10
EF08MA23

1 Expressões algébricas

Podemos utilizar a linguagem algébrica para representar sentenças ou fazer generalizações.

Observe a situação a seguir.

Carla presta serviço como técnica de informática em uma empresa e recebe R$ 40,00 por hora trabalhada.

Observe no quadro a seguir o valor recebido por Carla, de acordo com o número de horas trabalhadas por ela.

Número de horas trabalhadas	5	10	20	40
Valor recebido	R$ 200,00	R$ 400,00	R$ 800,00	R$ 1 600,00

Indicando por x a quantidade de horas trabalhadas, podemos representar o valor recebido por $40 \cdot x$.

Também podemos utilizar a linguagem algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

Vamos considerar a sequência dos números naturais positivos múltiplos de 10 que começa no número 10.

(10, 20, 30, 40, 50, ...)

(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.

Nessa sequência:

- o 1º termo é 10, então $10 \cdot 1$;
- o 2º termo é 20, então $10 \cdot 2$;
- o 20º termo é 200, então $10 \cdot 20$;
- o enésimo termo pode ser expresso por $10 \cdot n$, em que n é um número natural maior ou igual a 1.

Observação

Em uma sequência, chamamos de nº termo (lê-se "enésimo termo") o termo de ordem n.

Expressões como $40 \cdot x$ e $10 \cdot n$ são exemplos de **expressões algébricas**. As letras presentes nessas expressões são denominadas **variáveis**.

Exemplos

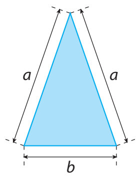
São exemplos de expressões algébricas:

- $2m + 1$
- $p^2 - q^2$
- $(x + y) \cdot (x - y)$
- $\frac{2x}{5} - \frac{1}{2}$

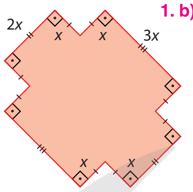
ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Escreva uma expressão algébrica que represente a medida do perímetro de cada figura geométrica.

a) 

1. a) $2a + b$

b) 

1. b) $18x$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

2. Usando apenas letras, escreva no caderno sentenças que generalizem igualdades como as mostradas a seguir para todos os números reais.

a) $3 + (4 + 8) = (3 + 4) + 8$

b) $7 \cdot 8 = 8 \cdot 7$

c) $2 \cdot (3 \cdot 5) = (2 \cdot 3) \cdot 5$

2. Respostas em *Orientações*.

3. O marceneiro Renato tinha um molde para fazer um porta-retratos retangular com medida de comprimento x e medida de largura y.

JUBRAN/ARQUIVO DA EDITORA

Renato fez algumas modificações nesse molde.

- Ele cortou um pedaço, reduzindo a medida de seu comprimento em 4 cm.
- Depois, fez outro corte, reduzindo a medida de sua largura em 1 cm.

a) Qual expressão algébrica representa a medida do novo comprimento do molde? **3. a)** $x - 4$

b) Qual expressão algébrica representa a medida da nova largura? **3. b)** $y - 1$

c) Com esses cortes, o molde de Renato ficou com o formato de um quadrado. Qual era a diferença entre a medida do comprimento e a medida da largura, antes dos cortes? **3. c)** 3 cm

d) Seria possível fazer apenas um corte para que o molde de Renato tivesse formato quadrado? Em caso afirmativo, explique como deveria ser o corte.

3. d) Sim. O corte deveria ser de apenas 3 cm no comprimento.

- Considerando que o ensino da Álgebra não deve se limitar aos cálculos de expressões algébricas descontextualizadas, as atividades desta página enfocam tanto em generalizações quanto na resolução de problemas.
- Na atividade **2**, caso os estudantes tenham dificuldade para escrever a expressão algébrica que generaliza as igualdades, solicite que a expliquem oralmente.

Repostas da atividade **2**:

a) $a + (b + c) = (a + b) + c$, em que a, b e c são números reais.

b) $a \cdot b = b \cdot a$, em que a e b são números reais.

c) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$, em que a, b e c são números reais.

- A atividade proposta no boxe *Pensamento computacional* possibilita o desenvolvimento da habilidade EF08MA10, pois os estudantes são levados a construir um fluxograma que permite indicar as figuras seguintes de uma sequência não recursiva.

Complemente esta atividade pedindo aos estudantes que escrevam um passo a passo ou façam um fluxograma para determinar o número de quadradinhos de uma figura qualquer *n*. Uma possibilidade de resposta é:

Passo 1: Considere a posição *n* da figura.
Passo 2: Eleve *n* ao quadrado.
Passo 3: O resultado é o número de quadradinhos da figura na *n*-ésima posição.

- Retoma-se o conceito de valor numérico de uma expressão algébrica por meio de situações. Se achar conveniente, desenvolva cada uma das situações no quadro com a participação dos estudantes.
- No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes indiquem, inicialmente, a medida do volume da caixa, ou seja, 1000 cm³. Então, como 1 cm³ corresponde a 1 mL, a medida do volume da caixa corresponde a 1000 mL ou 1 L.

PENSAMENTO COMPUTACIONAL **Pensamento computacional: a)** 36; **b)** n^2; **c)** Resposta em *Orientações*.

Observe a sequência de figuras.

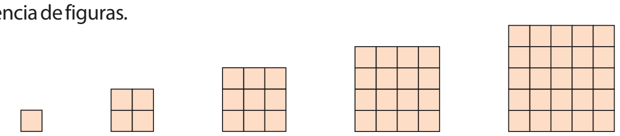


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5

a) Quantos ☐ tem a figura 6?
b) Escreva a expressão algébrica que representa o número de ☐ da figura *n*.
c) Observe o esquema abaixo, com instruções para representar a figura 6 a partir da figura 5.

Início → **Passo 1** Adicione uma coluna com 5 ☐ à figura 5. → **Passo 2** Adicione uma linha com 6 ☐ à figura obtida no **Passo 1**. → **Fim**

- Em seu caderno, faça um esquema com instruções para representar a figura ($n + 1$) a partir da figura *n*.

Valor numérico de uma expressão algébrica

Vamos analisar as situações a seguir.

Situação 1

Para uma festa, um bufê cobra uma taxa de R$ 1 500,00 mais R$ 40,00 por criança de até 12 anos e R$ 50,00 por convidado com 13 anos ou mais.

No aniversário de Valentina havia 34 crianças e 16 convidados com mais de 12 anos. O bufê cobrou R$ 3 660,00. Acompanhe como verificar se esse cálculo está correto:

R$ 1 500,00 + 34 · R$ 40,00 + 16 · R$ 50,00 = R$ 1 500,00 + R$ 1 360,00 + R$ 800,00 = R$ 3 660,00

Generalizando esse cálculo, a expressão algébrica que o bufê aplica ao fazer o orçamento, em real, de uma festa para *c* crianças e *p* convidados com mais de 12 anos é:

$$1\,500 + c \cdot 40 + p \cdot 50 \text{ ou } 1\,500 + 40c + 50p$$

O valor numérico dessa expressão para $c = 34$ e $p = 16$ é 3 660.

Situação 2

A medida do volume (V) de um cubo com aresta de medida de comprimento x pode ser expressa por x^3. Qual é a medida do volume de um cubo com aresta medindo 10 cm de comprimento?

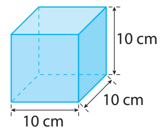
Para responder a essa questão, basta substituir a letra x por 10 cm.

Logo, $V = (10 \text{ cm})^3$, ou seja, $V = 1\,000 \text{ cm}^3$.

O número 1 000 é o valor numérico da expressão x^3 para $x = 10$.

Para pensar

Quantos litros de água cabem em uma caixa cúbica como a representada? Explique como você pensou para responder à questão. **Para pensar:** 1 L de água; resposta pessoal.



- Exemplo de resposta do item **c** do boxe *Pensamento computacional*:

Início → **Passo 1** Adicione uma coluna com *n* ☐ à figura *n*. → **Passo 2** Adicione uma linha com ($n + 1$) ☐ à figura obtida no **Passo 1**. → **Fim**

Situação 3

O valor numérico da expressão $\frac{20b}{a-3}$, para $a = -3$ e $b = 9$, é -30, pois:

$\frac{20 \cdot 9}{-3-3} = \frac{180}{-6} = -30$

Note que, seja qual for o valor de b, essa expressão não tem valor numérico para $a = 3$, pois o denominador seria igual a zero.

> O **valor numérico** de uma expressão algébrica é o número que se obtém ao substituir as variáveis por números e efetuar as operações indicadas.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule o valor numérico da expressão $b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ para:

a) $a = 1, b = 5$ e $c = -6$ **1. a)** 49

b) $a = -1, b = -5$ e $c = 6$ **1.b)** 49

c) $a = 1, b = -4$ e $c = 4$ **1. c)** 0

2. Escreva no caderno a expressão algébrica correspondente a cada sentença.

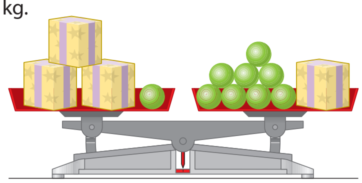
a) O dobro de um número s. **2. a)** $2 \cdot s$

b) O consecutivo de um número natural y. **2. b)** $y + 1$

c) O quadrado de um número z. **2. c)** z^2

d) O triplo de um número x adicionado à metade de x. **2. d)** $3 \cdot x + \frac{x}{2}$

3. Observe a ilustração da balança em equilíbrio e faça o que se pede, sabendo que a medida de massa de cada bolinha é 1 kg e a de cada caixa é x kg.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Aplique o conceito de igualdade e represente a situação por meio de uma sentença algébrica. **3. a)** $3x + 1 = x + 8$

b) O que acontecerá com a balança se retirarmos 1 caixa e 1 bolinha de cada prato? Represente essa situação por meio de uma sentença algébrica. **3. b)** A balança continuará em equilíbrio; $2x = 7$

c) Use a sentença algébrica obtida no item **b** para calcular a medida de massa de cada caixa. **3. c)** 3,5 kg

d) Se a medida de massa de cada caixa for igual a 7 kg, qual deverá ser a medida de massa de cada bolinha para que a balança continue em equilíbrio? **3. d)** 2 kg

4. As caixas registradoras das redes de *fast-food* têm teclas associadas a alguns produtos. Apertando a tecla e indicando a quantidade do produto, o preço já aparece calculado. Analise o quadro de preços de uma dessas redes.

Preços de alguns produtos

Produto	X-Bolão	Oba-Cola	Sorvete
Preço (R$)	5	1,5	3

VICTOR TAVARES/ARQUIVO DA EDITORA

Danilo reuniu os pedidos dos amigos que estavam à mesa e foi até o caixa.

a) Quanto a turma gastou se, ao todo, foram pedidos 15 sanduíches X-Bolão, 11 refrigerantes Oba-Cola e 10 sorvetes? **4. a)** R$ 121,50

b) Escreva uma expressão algébrica que indique o valor gasto, em real, ao serem pedidos x sanduíches, y refrigerantes e z sorvetes.

c) Elabore um problema utilizando os dados do enunciado. Depois, peça a um colega que resolva o seu problema e resolva o problema elaborado por ele. **4. c)** Resposta pessoal.

4. b) $x \cdot 5 + y \cdot 1{,}5 + z \cdot 3$ ou $5x + 1{,}5y + 3z$

- Certifique-se de que os estudantes compreenderam o fato de que a expressão $\frac{20b}{a-3}$ não admite valor numérico para $a = 3$, pois o denominador seria igual a zero, ou seja, não é possível dividir por zero.
- Nas atividades, os estudantes deverão resolver problemas que envolvem o cálculo do valor numérico de expressões algébricas. Caso tenham dificuldade, peça que façam as atividades em duplas, de modo que um possa ajudar o outro. Após terminarem, faça a correção comentada dessas atividades no quadro.

Monômio

Objetivos

- Introduzir o conceito de monômio.
- Reconhecer monômios semelhantes.
- Favorecer o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC.

Orientações

- Pergunte aos estudantes se a expressão algébrica $3 \cdot x^{-1}$ é um monômio. Espera-se que eles respondam que não, pois o expoente da letra é negativo. Explique que, para ser um monômio, as letras devem ser expressas na forma de potência com expoentes naturais. Também é possível perceberem que a expressão pode ser escrita como $\frac{3}{x}$, o que não é um monômio, pois contraria a definição ao apresentar a letra no denominador, indicando uma divisão e não uma multiplicação do número pela letra. Se julgar necessário, relembre aos estudantes que, se a é um número real não nulo e n é um número inteiro, $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$.
- Pergunte aos estudantes se a expressão algébrica da tirinha do boxe *Para pensar* é ou não um monômio e peça que justifiquem suas respostas. Espera-se que eles digam que sim, porque a expressão algébrica $zyzw^2abc$ possui apenas multiplicação entre letras, que estão expressas na forma de potência com expoentes naturais.
- Respostas do boxe *Para pensar*:

a) Espera-se que os estudantes respondam que a intenção do tucano foi fornecer um exemplo de monômio, em vez de falar a palavra *monômio*, a resposta da cruzadinha que o macaco estava preenchendo.
b) coeficiente: 1; parte literal: $xyzw^2abc$.

2 Monômio

Ricardo trocará o piso da garagem de sua casa por lajotas retangulares. O esquema mostra a quantidade de lajotas que serão necessárias para cobrir todo o piso da garagem. Nesse esquema, x e y indicam a medida do comprimento e a medida da largura, em centímetro, de cada lajota.

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Desconsiderando o espaço para os rejuntes entre as lajotas, podemos dizer que a medida do comprimento da garagem, em centímetro, pode ser indicado por $8 \cdot x$, a medida da largura, em centímetro, por $6 \cdot y$, e a medida da área, em centímetro quadrado, por $48 \cdot x \cdot y$.

Observação

Costuma-se omitir o sinal de multiplicação nos monômios. O monômio $2 \cdot x \cdot y^2$, por exemplo, pode ser representado por $2xy^2$.

As expressões $8x$, $6y$ e $48xy$ são exemplos de **monômio**, ou **termo algébrico**, ou ainda **termo**.

Monômio é um número ou uma expressão algébrica formada pela multiplicação de um número por uma ou mais letras. Essas letras devem sempre ser expressas na forma de potência com expoentes naturais.

Em geral, podemos identificar duas partes nos monômios: o **coeficiente** e a **parte literal**. O coeficiente corresponde à parte numérica, e a parte literal corresponde às variáveis, incluindo seus expoentes.

Exemplos

- $\overbrace{5}^{\text{coeficiente}}\underbrace{y^2}_{\text{parte literal}}$
- $\overbrace{-\frac{3}{7}}^{\text{coeficiente}}\underbrace{x^2yz}_{\text{parte literal}}$

Para pensar

Leia a tirinha e, depois, responda às questões.

a) Qual foi a intenção do tucano quando respondeu "*xyzw*²*abc*"?

b) Qual é o coeficiente e a parte literal do monômio que aparece na tirinha?

Para pensar: Respostas em *Orientações*.

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Observações

- Todo número real não nulo é um monômio sem parte literal.
- O número zero chama-se **monômio nulo**.
- Costumam-se omitir os coeficientes 1 e –1 dos monômios. Por exemplo:
  $1x = x$ $\quad\quad$ $-1a^2b = -a^2b$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. alternativas **b**, **c**, **d**, **f** e **i**

1. Copie no caderno as expressões algébricas que podem ser classificadas como monômios.

a) $-xy^{-1}$ **d)** $\frac{1}{3}xy$ **g)** $3x^{-2}$

b) $75ax$ **e)** $3a^{-3}$ **h)** $(xy)^{-1}$

c) $-a^2bx$ **f)** 9 **i)** πxy

2. Identifique o coeficiente e a parte literal dos monômios.

a) $-3a^2b$ **d)** $7xy$ **g)** $\frac{1}{2}xy$

b) $-x^2y$ **e)** z **h)** $-\frac{3}{5}x$

c) $3vbg$ **f)** 2

3. Em cada caso, escreva no caderno dois monômios que tenham: **3.** Exemplos de respostas:

a) o coeficiente igual a –1; **3. a)** $-m$; $-x^2$

b) a parte literal igual a pq^2; **3. b)** pq^2; $-3pq^2$

c) o coeficiente igual a $\frac{1}{5}$; **3. c)** $\frac{1}{5}d$; $\frac{1}{5}x^2$

d) a parte literal igual a z. **3.d)** $-3z$; $2z$

4. Exemplos de respostas:

4. Escreva no caderno três monômios que tenham:

a) a mesma parte literal e coeficientes diferentes; **4. a)** $1{,}8m^2$; $6m^2$; $-m^2$

b) o mesmo coeficiente e partes literais diferentes. **4. b)** $4x$; $4xy$; $4x^2$

5. Qual é o monômio em cada caso?

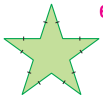
a) Número de estudantes que vão ao parque de diversões em c ônibus com 45 estudantes em cada um. **5. a)** $45c$

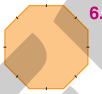
ORLY WANDERS/ARQUIVO DA EDITORA

b) Preço de x calças *jeans*, cada uma custando n reais. **5. b)** xn

ORLY WANDERS/ARQUIVO DA EDITORA

6. Escreva o monômio que representa a medida do perímetro dos seguintes polígonos com lados de medida de comprimento x:

a)  **6. a)** $10x$

b)  **6. b)** $8x$

7. Represente com um monômio a medida da área de cada figura.

a) Quadrado **7. a)** $x \cdot x$ ou x^2

b) Retângulo **7. b)** ab ou ba

c) Agora, calcule a medida da área de cada figura considerando $x = 3$ cm, $a = 2$ cm e $b = 4$ cm.

7. c) medida da área do quadrado: 9 cm²; medida da área do retângulo: 8 cm²

2. a) coeficiente: –3; parte literal: a^2b

2. b) coeficiente: –1; parte literal: x^2y

2. c) coeficiente: 3; parte literal: vbg

2. d) coeficiente: 7; parte literal: xy

2. e) coeficiente: 1; parte literal: z

2. f) coeficiente: 2; parte literal: não tem

2. g) coeficiente: $\frac{1}{2}$; parte literal: xy

2. h) coeficiente: $-\frac{3}{5}$; parte literal: x

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Explique aos estudantes por que dizemos que um número real não nulo é um monômio de grau zero ou sem parte literal. Diga que todo número não nulo elevado a zero equivale a 1 e que 1 é o elemento neutro da multiplicação. Assim, por exemplo, 5 pode ser representado por $5x^0$, que equivale a: $5 \cdot 1 = 5$.
- Caminhe pela sala de aula para verificar como os estudantes atribuem significado às situações apresentadas na atividade **5**. Amplie a proposta e solicite a eles que criem situações que possam ser traduzidas por um monômio. Depois, peça que troquem com um colega as situações criadas e descubram o monômio que traduz cada situação criada por esse colega.
- As atividades **6** e **7** relacionam conceitos das unidades temáticas Geometria, Grandezas e medidas e Álgebra, o que favorece o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC.

• Os estudantes deverão identificar os monômios e reconhecer os monômios semelhantes. Nessa fase introdutória, pode ser que considerem, por exemplo, ab^2 e a^2b monômios semelhantes, por isso precisam ser estimulados a ficar atentos para evitar esse equívoco.

Monômios semelhantes

Observe os monômios:

$$4xy^2z,\ -xy^2z,\ \frac{xy^2z}{3} \text{ e } 15xy^2z$$

Eles têm em comum a parte literal (xy^2z). Nesse caso, dizemos que são **monômios semelhantes**.

Monômios com a mesma parte literal são chamados **monômios semelhantes**.

Exemplo

$-\frac{1}{2}a^3x^2$ e $11a^3x^2$ são monômios semelhantes, pois têm a mesma parte literal (a^3x^2).

Observação

$0{,}2ab^2$ e $0{,}2a^2b$ não são monômios semelhantes, pois a parte literal do primeiro (ab^2) é diferente da parte literal do segundo (a^2b).

Note que, nesse caso, o fato de os dois monômios terem o mesmo coeficiente não faz deles monômios semelhantes.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe os quatro monômios do quadro e, depois, responda às questões.

A	B	C	D
$7xy^4$	$7x^4y$	$2j^2k^2$	$-2j^2k^2$

a) Quais são semelhantes? **1. a)** C e D

b) Quais têm o mesmo coeficiente? **1. b)** A e B

2. Um monômio é semelhante ao monômio $8p^3q^3r^4$ e tem coeficiente $\frac{1}{2}$. Qual é esse monômio?
2. $\frac{1}{2}p^3q^3r^4$

3. Corrija as afirmações falsas.

a) Os monômios $\frac{3}{4}ab^2c$ e $3abc^2$ têm a mesma parte literal.

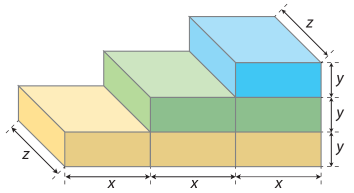
b) O monômio $7x^2za$ tem o mesmo coeficiente dos monômios $\frac{1}{7}x^2za$ e $-7x^2za$.

c) Os monômios 5, $5mn$ e $5p^2$ têm o mesmo coeficiente, mas não são semelhantes.

4. Observe os monômios a seguir e identifique os que são semelhantes. **4.** $\frac{4x^5}{3}$ e $-2x^5$

$350a^4b^2$	$\frac{4x^5}{3}$	$-y^7$
7	$-2x^5$	$2abcd^3$

5. A medida do volume total das peças verdes é determinada pelo monômio $2xyz$.



a) Que monômio representa a medida do volume da peça azul? E a medida do volume total das peças amarelas? **5. a)** xyz; $3xyz$

b) As expressões que representam as medidas dos volumes das peças são monômios semelhantes? **5. b)** sim

3. a) Os monômios $\frac{3}{4}ab^2c$ e $3abc^2$ não têm a mesma parte literal.

3. b) O coeficiente do monômio $7x^2za$ é diferente dos coeficientes de $\frac{1}{7}x^2za$ e de $-7x^2za$.

3 Operações com monômios

Adição de monômios

Considere as situações a seguir.

Situação 1

A professora de Paola propôs a seguinte adição: $7ab^2 + 4ab^2 - 2ab^2$.
Acompanhe como Paola realizou a adição de monômios semelhantes.

$$7ab^2 + 4ab^2 - 2ab^2 =$$

$$= (7 + 4 - 2)ab^2 = 9ab^2$$

Uma expressão em que há apenas adição e subtração de monômios é chamada **adição algébrica de monômios**.

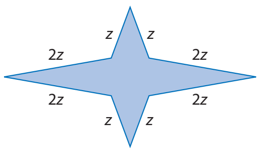
Para pensar

Para pensar: Exemplo de resposta $\frac{1}{2}xz - 3xz + 5xz = \left(\frac{1}{2} - 3 + 5\right)xz = \frac{5}{2}xz$

Como você faria para calcular $\frac{1}{2}xz - 3xz + 5xz$?

Situação 2

Observe a figura com as medidas de comprimento dos lados indicadas por monômios semelhantes.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

A medida do perímetro dessa figura pode ser representada pela seguinte **adição algébrica** de monômios:

$$z + 2z + 2z + z + z + 2z + 2z + z$$

Obtemos o resultado dessa adição aplicando a propriedade distributiva em relação à adição:

$$1z + 2z + 2z + 1z + 1z + 2z + 2z + 1z =$$

$$= (1 + 2 + 2 + 1 + 1 + 2 + 2 + 1)z = 12z$$

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTOS: MULHER: PROSTOCK-STUDIO/SHUTTERSTOCK; ELEMENTOS GEOMÉTRICOS: THENATCHDL/SHUTTERSTOCK

A adição algébrica de monômios semelhantes é efetuada adicionando-se algebricamente os coeficientes e mantendo-se a parte literal.

Observações

- Podemos adicionar algebricamente apenas monômios semelhantes.
- A soma de monômios semelhantes pode ser o monômio nulo. Por exemplo: $5cy - 5cy = (5 - 5)cy = 0cy = 0$

Operações com monômios

Objetivos

- Calcular a adição algébrica, a multiplicação, a divisão e a potenciação de monômios.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 7 e das competências específicas 2, 3 e 8 da BNCC.

Orientações

- É importante que os estudantes empreguem seus conhecimentos numéricos para realizar as adições algébricas, ficando sempre atentos à necessidade do conhecimento sobre monômios semelhantes. A situação geométrica apresentada para introduzir as operações com os monômios permite trabalhar com conceitos algébricos e geométricos de maneira articulada, o que favorece o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC.
- Após a resolução da proposta presente no boxe *Para pensar*, instigue os estudantes a compartilharem a estratégia empregada, pois compartilhar as diferentes estratégias contribui para ampliar o repertório de procedimentos de cálculo dos estudantes.

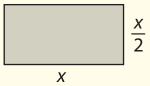
Competência geral 7: Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Competência específica 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

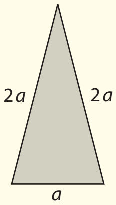
Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Competência específica 8: Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

• Exemplo de resposta do item **a** da atividade **3**:



• Exemplo de resposta do item **b** da atividade **3**:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Exemplos

- $3x^2 - 9x^2 + 8x^2 = (3 - 9 + 8)x^2 = 2x^2$
- $1{,}4xa^2 - 0{,}8xa^2 - 2xa^2 = (1{,}4 - 0{,}8 - 2)xa^2 = -1{,}4xa^2$
- $\frac{1}{4}bt + 6bt - \frac{1}{9}bt = \left(\frac{1}{4} + 6 - \frac{1}{9}\right)bt =$

  $= \left(\frac{9 + 216 - 4}{36}\right)bt = \frac{221}{36}bt$

2. a) $0x^2z$; valor numérico: 0
2. b) $\frac{133}{10}xz^3$; valor numérico: –13,3
2. c) $\frac{1}{3}(x + z)$; valor numérico: 0
2. d) $\frac{109}{5}xz$; valor numérico: –21,8
2. e) $1{,}05x^2z^2$; valor numérico: 1,05

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Efetue as adições algébricas.

a) $3xy - 11xy + 4xy$ **1. a)** $-4xy$

b) $-yb^2 + yb^2 - 7yb^2 + 15yb^2$ **1. b)** $8yb^2$

c) $y + 3y - 2y - y$ **1. c)** y

d) $0{,}5x + 1{,}4x + 2{,}8x - 2x$ **1. d)** $2{,}7x$

e) $-\frac{1}{3}a + \frac{5}{3}a - \frac{4}{3}a$ **1. e)** 0

f) $\frac{x^2y^3}{4} - \frac{2x^2y^3}{3} + x^2y^3$ **1. f)** $\frac{7x^2y^3}{12}$

g) $\frac{1}{5}ab^2 - 2ab^2 + \frac{4}{5}ab^2$ **1. g)** $-ab^2$

h) $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3 - \frac{\sqrt{2}}{2}a^3$ **1. h)** 0

2. Simplifique a expressão algébrica dada e encontre o valor numérico da expressão resultante considerando $x = -1$ e $z = 1$.

a) $\frac{1}{4}x^2z - \frac{1}{4}x^2z$

b) $13xz^3 + \frac{3}{10}xz^3 - xz^3 + xz^3$

c) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}z$

d) $15xz - (12xz - 18xz) + \frac{4}{5}xz$

e) $0{,}3x^2z^2 - 0{,}25x^2z^2 - (-x^2z^2)$

3. Desenhe no caderno polígonos cujas medidas dos perímetros possam ser expressas pelos monômios abaixo. **3.** Respostas em *Orientações*.

a) $3x$

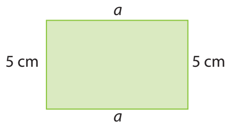
b) $5a$

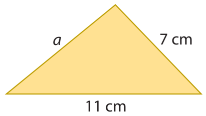
4. Leia as situações e escreva no caderno o monômio que representa cada uma delas.

a) Na primeira semana de abril, uma escola recebeu x peças de roupas para doação. A cada semana, o número de doações dobrou em relação à semana anterior. Qual foi a quantidade total de peças arrecadadas nas 4 semanas do mês? **4. a)** $15x$

b) Em um jogo de basquete, Márcia fez y cestas de 3 pontos e $2y$ cestas de 2 pontos. Ela participou de mais três jogos, nos quais seu desempenho foi o mesmo. Que monômio representa o total de pontos de Márcia nessas partidas? **4. b)** $28y$

5. Os polígonos abaixo têm a mesma medida de perímetro.

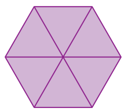




Calcule a medida de comprimento de a em centímetro. **5.** 8 cm

6. Analise a figura para responder às questões.

medida da área de cada triângulo $= \frac{ax}{2}$



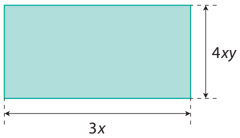
a) Qual é a medida da área dessa figura? **6. a)** $3ax$

b) Que parte dessa figura tem medida da área igual a ax? **6. b)** A terça parte dessa figura.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Multiplicação de monômios

No retângulo abaixo, a medida do comprimento e a medida da altura são representadas por monômios.



Lembre-se de que, quando temos uma multiplicação de potências de mesma base, devemos manter a base e adicionar os expoentes: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$, em que a é um número real não nulo e n e m são números inteiros. Por isso, neste cálculo, fazemos: $x \cdot x = x^1 \cdot x^1 = x^{1+1} = x^2$

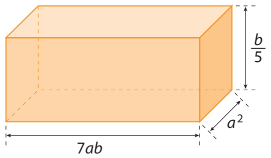
FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTO: NEW AFRICA/SHUTTERSTOCK

A medida da área do retângulo é determinada pela multiplicação dos monômios $3x$ e $4xy$.

Aplicando as propriedades comutativa e associativa da multiplicação, temos:

$$3x \cdot 4xy = 3 \cdot x \cdot 4 \cdot x \cdot y = (3 \cdot 4) \cdot (x \cdot x \cdot y) = 12x^2y$$

Observe outro exemplo de aplicação da multiplicação de monômios.



Podemos obter a medida do volume do paralelepípedo acima por meio da multiplicação dos monômios $7ab$, a^2 e $\frac{b}{5}$, que representam suas medidas.

Aplicando as propriedades comutativa e associativa da multiplicação, temos:

$$7ab \cdot a^2 \cdot \frac{b}{5} = 7 \cdot a \cdot b \cdot 1 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{5} \cdot b =$$

$$= \left(7 \cdot 1 \cdot \frac{1}{5}\right) \cdot (a \cdot a^2 \cdot b \cdot b) = \frac{7}{5}a^3b^2$$

A multiplicação de monômios é efetuada multiplicando-se coeficiente por coeficiente e parte literal por parte literal.

Exemplos

- $(-7ab) \cdot (-4a^2yx) = 28a^3byx$
- $\frac{3}{2}xy \cdot \left(-\frac{2}{7}xy\right) = -\frac{3}{7}x^2y^2$

Observação

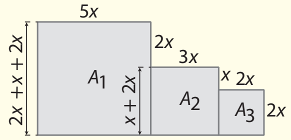
Podemos multiplicar monômios semelhantes e monômios não semelhantes.

- Monômios semelhantes: $a^3m \cdot 3a^3m = 3a^6m^2$
- Monômios não semelhantes: $m^2 \cdot (-1{,}2xab) = -1{,}2xabm^2$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

• Ao estudar a multiplicação de monômios, os estudantes deverão aplicar as propriedades da multiplicação e da potenciação com números racionais. Se achar necessário, recorde com a turma essas propriedades.

- Peça aos estudantes que formem duplas para a realização das atividades. Deixe-os livres para utilizar as estratégias que lhes forem convenientes e percorra as duplas para verificar as principais dificuldades. Após terminarem, proponha que apresentem as soluções no quadro e faça perguntas que possibilitem argumentarem matematicamente, por exemplo: "Como você chegou a essa solução? Explique aos colegas por que fez dessa maneira e não de outra". Estará, assim, favorecendo o desenvolvimento da competência geral 7 e da competência específica 2 da BNCC.
- Para resolver o item **b** da atividade **1**, os estudantes podem decompor a figura em três quadrados, calcular a medida de área de cada um deles e, em seguida, adicioná-las para encontrar a medida da área total.



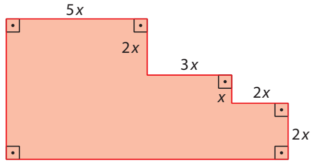
ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

$A_1 = 5x \cdot (2x + x + 2x) = 5x \cdot 5x = 25x^2$
$A_2 = 3x \cdot (x + 2x) = 3x \cdot 3x = 9x^2$
$A_3 = 2x \cdot 2x = 4x^2$
$A_{total} = A_1 + A_2 + A_3 = 25x^2 + 9x^2 + 4x^2 =$
$= 38x^2$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe a figura e, depois, responda às questões.



a) Qual monômio representa a medida do perímetro da figura? **1. a)** $30x$
b) Qual monômio representa a medida da área dessa figura? **1. b)** $38x^2$
c) Os monômios que você encontrou nos itens **a** e **b** são semelhantes? **1. c)** não

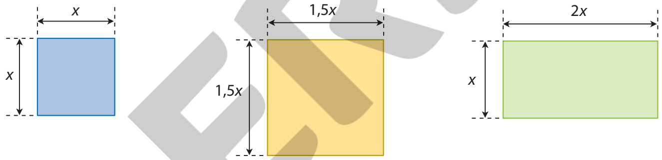
2. Observe este modo de calcular.

$2x^2 \cdot 3x^5 \cdot x^1 = (2 \cdot 3 \cdot 1) \cdot x^{2+5+1}$
$2x^2 \cdot 3x^5 \cdot x^1 = 6x^8$

Procedendo assim ou de outra maneira que você já conheça, calcule mentalmente e registre a resposta no caderno.

a) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$ **2. a)** x^6
b) $8y \cdot 3y^5 \cdot y^{10}$ **2. b)** $24y^{16}$
c) $2xy^5 \cdot (-4xy) \cdot x^3y^6$ **2. c)** $-8x^5y^{12}$
d) $ab \cdot ab \cdot 3ab \cdot (-ab)$ **2. d)** $-3a^4b^4$

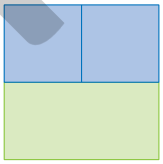
3. Considere as figuras a seguir.



Alguns polígonos foram compostos com essas figuras. Encontre a medida do perímetro P e a medida da área S de cada polígono abaixo.

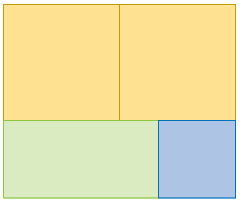
a)

3. a) $P = 8x$ e $S = 3x^2$

b)

3. b) $P = 8x$ e $S = 4x^2$

c)

3. c) $P = 9x$ e $S = 4{,}25x^2$

d)

3. d) $P = 11x$ e $S = 7{,}5x^2$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Divisão de monômios

Vamos calcular o resultado de $(36x^4y^6z) : (-9x^2y^3)$.

Para facilitar, escrevemos o quociente em forma de fração. Observe.

$$(36x^4y^6z) : (-9x^2y^3) = \frac{36x^4y^6z}{-9x^2y^3} = \frac{36}{-9} \cdot \frac{x^4}{x^2} \cdot \frac{y^6}{y^3} \cdot z = -4x^{4-2}y^{6-3}z = -4x^2y^3z$$

O quociente dessa divisão é $-4x^2y^3z$.

A divisão de monômios, com divisor diferente de zero, é efetuada dividindo-se coeficiente por coeficiente e parte literal por parte literal.

Recorde

Para dividir potências de mesma base, devemos manter a base e subtrair os expoentes.

$a^n : a^m = a^{n-m}$, em que a é um número real não nulo e n e m são números inteiros.

Exemplos

- $(-15a^5b^3) : (-3a) = \frac{-15a^5b^3}{-3a} = \frac{-15}{-3} \cdot \frac{a^5}{a} \cdot b^3 = +5a^{5-1}b^3 = 5a^4b^3$
- $(0,5ab) : (0,25ab) = \frac{0,5ab}{0,25ab} = \frac{0,5}{0,25} \cdot \frac{a}{a} \cdot \frac{b}{b} = 2 \cdot a^0 \cdot b^0 = 2$

Observações

- Podemos dividir monômios não semelhantes.
- O quociente de dois monômios nem sempre é um monômio.
  $(-20x^5b^6) : (-4x^6b^4) = \frac{-20x^5b^6}{-4x^6b^4} = \frac{-20}{-4} \cdot \frac{x^5b^6}{x^6b^4} = \frac{5b^2}{x}$
- Podemos **verificar o resultado** de uma divisão de monômios efetuando a operação inversa, ou seja, a multiplicação.
  Divisão: $(40d^3e^5f^2) : (2de^5f) = 20d^2f$
  Verificação: $(20d^2f) \cdot (2de^5f) = 40d^3e^5f^2$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Efetue as divisões.

a) $(+24a^5b^3c^2) : (+6a^4b^1c^2)$ **1. a)** $4ab^2$

b) $(-100x^6y^4z) : (-25xyz)$ **1. b)** $4x^5y^3$

c) $(13a^3b^0c^6) : (-0,5a^2c^6)$ **1. c)** $-26a$

d) $\left(\frac{2}{3}xy\right) : \left(-\frac{1}{2}xy\right)$ **1. d)** $-\frac{4}{3}$

2. Retome a atividade anterior, multiplique o quociente obtido pelo divisor e verifique se o produto é igual ao dividendo.

2. Espera-se que os estudantes verifiquem que sim, pois a multiplicação é a operação inversa da divisão.

3. Encontre o monômio que:

a) adicionado ao monômio yes resulta no monômio $-22yes$; **3. a)** $-23yes$

b) multiplicado pelo monômio yes resulta no monômio $12y^2e^3s$. **3. b)** $12ye^2$

4. Corrija as sentenças falsas no caderno.

a) $(12x^3a) : (12x^3a) = 0$ **4. a)** $(12x^3a) : (12x^3a) = 1$

b) $(0,5mt^2) : (mt) = 0,5m$ **4. b)** $(0,5mt^2) : (mt) = 0,5t$

c) $(xyz) : (0,5x) = 0,5yz$ **4. c)** $xyz : 0,5x = 2yz$

d) $\left(\frac{49m^4}{3}\right) : (49t) = \frac{m^4}{3t}$

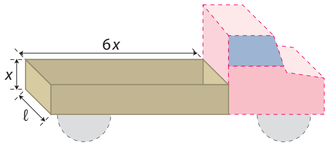
- Acompanhe a realização das atividades pelos estudantes e incentive-os a socializar as respostas e o modo como pensaram. Iniciativas como essas contribuem para que eles, aos poucos, ampliem o seu repertório de cálculo.
- Com a exploração da potenciação de monômios, faça um balanço dos estudos sobre monômios, recordando as principais ideias e as relações das operações aritméticas e algébricas já discutidas.

191

• A seguir, sugerimos uma atividade lúdica, que proporciona interações entre os estudantes. Faça uma proposta de construção de um dominó de operações com monômios em que os estudantes deverão construir as peças em papel-cartão e depois jogar em quartetos. As regras deverão ser parecidas com as do dominó tradicional, que muitos deles já conhecem. O dominó deverá ser construído com 28 peças da seguinte maneira: metade de cada peça deverá apresentar uma operação com monômios e a outra metade, o resultado de uma operação de monômios, de modo que a operação de uma peça tenha o resultado em outra peça. Essa proposta favorece o desenvolvimento da competência específica 8 da BNCC.

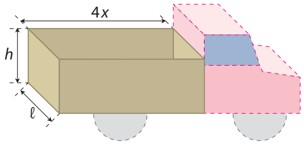
Lembre-se: Escreva no caderno!

5. A caçamba de uma picape foi projetada de acordo com a figura a seguir.



projeto antigo

Reavaliado o projeto, concluiu-se que a medida do volume V e a medida da largura ℓ devem ser preservadas, mas a nova medida de comprimento deve ser $4x$.

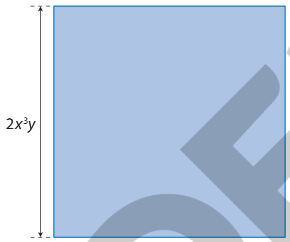


projeto novo

- Qual deve ser a medida da nova altura h da caçamba? **5.** $h = 1{,}5x$

Potenciação de monômios

Qual expressão pode representar a medida da área do quadrado a seguir?



A medida da área desse quadrado pode ser dada pela potência de um monômio: $(2x^3y)^2$

Aplicando a definição de potências: $(2x^3y)^2 = (2x^3y) \cdot (2x^3y)$, que é uma multiplicação de monômios.

Assim:

$(2x^3y)^2 = 2 \cdot 2 \cdot x^3 \cdot x^3 \cdot y \cdot y = 2^2 \cdot (x^3)^2 \cdot y^2 = 4x^6y^2$

Portanto: $(2x^3y)^2 = 4x^6y^2$

A potência de um monômio é obtida elevando-se o coeficiente e cada fator da parte literal ao expoente dado.

Exemplos

- $(0{,}2ab^2)^3 = (0{,}2)^3a^3(b^2)^3 = 0{,}008a^3b^6$
- $\left(-\dfrac{5m^3n^2}{2^2}\right)^4 = \left(-\dfrac{5}{2^2}\right)^4 (m^3)^4(n^2)^4 = \dfrac{625}{256}m^{12}n^8$

192

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Efetue a potenciação dos monômios.

a) $(-3a^7by^4)^4$ **1. a)** $81a^{28}b^4y^{16}$

b) $\left(-\frac{1}{2}x^3yz^2\right)^3$ **1. b)** $-\frac{1}{8}x^9y^3z^6$

2. Calcule.

a) $(-x + 2x + 4x)^2 - (-x + 5x)^2$ **2. a)** $9x^2$

b) $(-5xy) \cdot (-y)^2 + (-3y)^3 \cdot (-2x)$ **2. b)** $49xy^3$

c) $(-12a^5y^7) : (-2a^2y^3)^2 - (-3ay)$ **2. c)** 0

d) $\left(\frac{2a^4y^2}{3}\right)^3 : \left(-\frac{4a^5y^3}{6}\right)^2$ **2. d)** $\frac{2a^2}{3}$

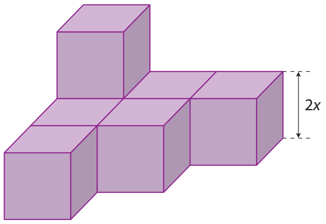
e) $\left(\frac{mn}{0,5}\right)^2 \cdot (-0,25mn^2)$ **2. e)** $-m^3n^4$

3. Determine:

a) o cubo do monômio $-1,1x^3yz^2$; **3. a)** $-1,331x^9y^3z^6$

b) o quadrado da soma de $6ab^2$ com $3b^2a$. **3. b)** $81a^2b^4$

4. A figura abaixo é formada por vários cubos.



- Determine:

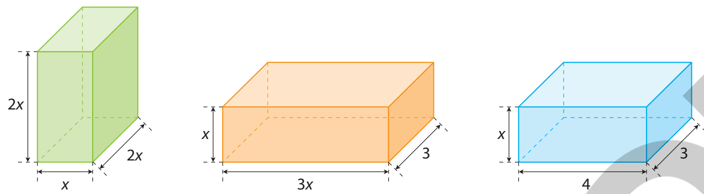
a) o monômio que representa a medida do volume de cada cubo; **4. a)** $8x^3$

b) o monômio que representa a medida do volume total dessa figura; **4. b)** $56x^3$

c) a medida do volume dessa figura para $x = 2,5$ cm. **4. c)** 875 cm^3

4 Polinômio

Observe os blocos retangulares e o diálogo entre Guilherme e sua professora.



ORLY WANDERS/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Polinômio é um monômio ou uma soma finita de monômios.

- Observe se, no item **a** da atividade **2**, os estudantes calculam a adição algébrica dos monômios semelhantes antes das potências.
- No item **b** da atividade **2**, observe se os estudantes calculam as potências e as multiplicações antes da adição algébrica dos monômios semelhantes.

Polinômio

Objetivos

- Introduzir o conceito de polinômio.
- Reduzir os termos semelhantes de um polinômio.
- Reconhecer polinômios com uma variável.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA06 e da competência específica 3 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA06 da BNCC porque os estudantes resolverão problemas que envolvam o cálculo do valor numérico de um polinômio.

Orientações

- As figuras geométricas são um recurso interessante para dar significado e continuidade aos estudos da Álgebra, ampliados agora para os polinômios. Essa opção favorece o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC porque mobiliza conceitos de Geometria, Grandezas e medidas e Álgebra. Vale destacar que, como o polinômio é uma soma finita de monômios, o trabalho desenvolvido anteriormente é crucial para a compreensão desse conceito.
- Chame a atenção dos estudantes para o fato de que todo monômio é também um polinômio, mas nem todo polinômio é um monômio.

(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

• Ao propor a realização das atividades, chame a atenção dos estudantes para o significado de "termo independente", destacado no boxe *Observações*. Pergunte se eles sabem o motivo dessa nomenclatura. É um termo independente de quem ou de quê? Espera-se que eles estabeleçam a relação entre ser independente e não estar acompanhado de letras.

• Acompanhe o trabalho dos estudantes e proponha-lhes que compartilhem e discutam as respostas das atividades. Assim, pode-se verificar se eles de fato aprenderam as ideias estudadas até o momento.

• Para resolver a atividade **3**, oriente a turma a analisar a figura atentamente. Assim:

a) A região vermelha é formada por um quadrado cujo lado mede **3** de comprimento; logo, sua medida de área é $(3)^2 = 9$.

b) A região verde é formada por dois retângulos cujos lados medem 3 e $4x$ de comprimento; logo, sua área mede:
$2 \cdot (3 \cdot 4x) = 2 \cdot (12x) = 24x$

c) Observando a região laranja, verificamos que é composta de 5 quadrados com lados medindo x de comprimento; logo, sua medida de área é $5x^2$.

d) Observando a região azul, notamos que sua medida de área corresponde à diferença entre a medida da área de um quadrado com lado medindo $4x$ de comprimento e a medida da área da região laranja. Então, a área da região azul mede:
$(4x)^2 - 5x^2 = 16x^2 - 5x^2 = 11x^2$

• Na atividade **6**, é importante acolher os contextos trazidos pelos estudantes na elaboração das situações-problema, considerando o repertório, as culturas juvenis e os diferentes interesses deles.

Exemplos

- $4xy^2 + 3x + 6 \longrightarrow$ Tem três termos.
- $\dfrac{3xy}{4} + x^2 + 7x - 10 \longrightarrow$ Tem quatro termos.

Observações

- Uma soma de monômios semelhantes é um monômio, que é um polinômio de um só termo.
- O termo do polinômio que não apresenta variáveis (letras) é chamado **termo independente**. Nos exemplos anteriores, o termo independente do primeiro polinômio é 6 e o do segundo é −10.
- Um polinômio formado pelo monômio nulo é chamado **polinômio nulo**.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Exemplos de resposta:

1. Escreva um polinômio que tenha:

a) dois termos e que o termo independente seja um número negativo; **1. a)** $5a - 7$

b) cinco termos e que o termo independente seja um número racional; **1. b)** $-x^2 + 4x + a - 2b - \frac{5}{2}$

c) dois termos, um deles com parte literal pq^2 e o outro com coeficiente 1. **1. c)** $3pq^2 + q$

2. Qual dos polinômios a seguir está de acordo com todas as condições citadas? **2.** alternativa **c**

- Seu termo independente é zero.
- Seu valor numérico para $x = -1$ é 12.

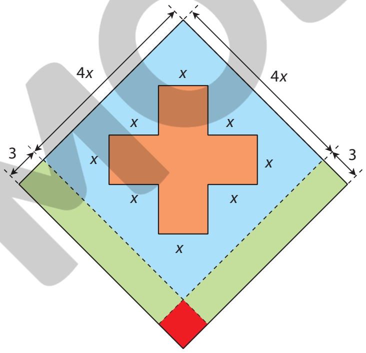
a) $x^2 + x + 12$

b) $\dfrac{3x}{5} + x^3$

c) $20x^2 + 8x$

d) $-x^4 + 0x^3 - 12$

3. Observe a figura.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Determine o monômio que representa a medida da área da região:

a) vermelha; **3. a)** 9

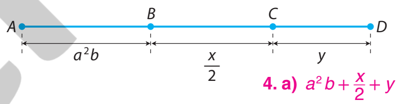
b) verde; **3. b)** $24x$

c) laranja; **3. c)** $5x^2$

d) azul. **3. d)** $11x^2$

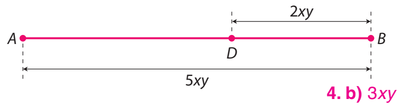
4. Observe os segmentos de reta. Em seguida, escreva o polinômio que representa a medida de $\overline{AD}$ em cada caso.

a)



4. a) $a^2b + \frac{x}{2} + y$

b)



4. b) $3xy$

5. Represente cada situação por meio de um polinômio. **5. a)** $28 + x$ e $7 + x$

a) A idade de Clara e de sua filha daqui a x anos. Hoje, Clara tem 28 anos e a filha, 7 anos.

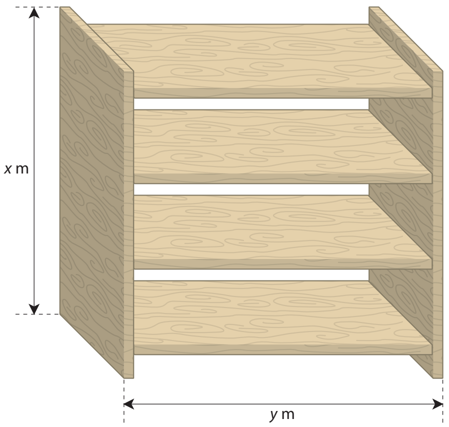
b) O total de dinheiro, em real, de Bruna, considerando que ela tem x moedas de R$ 0,25, y moedas de R$ 0,05 e z moedas de R$ 1,00. **5. b)** $0{,}25x + 0{,}05y + z$

6. Elabore uma situação que pode ser representada por meio de um polinômio, como nos itens da atividade anterior. Em seguida, troque a situação proposta com um colega para que ele a represente por meio de um polinômio e, por fim, avaliem se os polinômios escritos estão adequados. **6.** Resposta pessoal.

194

Lembre-se:
Escreva no caderno!

7. Luciano faz estantes e cobra R$ 40,00 por metro quadrado de madeira usada na confecção do móvel fabricado, além de R$ 30,00 pela entrega. Represente algebricamente o valor que Luciano cobra por uma estante com duas tábuas verticais medindo x metros e quatro prateleiras de y metros de comprimento, todas com medida de largura igual a 40 cm. **7.** $32x + 64y + 30$



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

8. Lina vende salgados e doces para festas. O cento de salgados custa R$ 60,00, e o de doces custa R$ 68,00. No caso de uma encomenda de x centenas de salgados e y centenas de doces, qual é a expressão que representa o total arrecadado:

a) com essa encomenda? **8. a)** $60x + 68y$

b) em três encomendas como essa? **8. b)** $180x + 204y$

9. Com um colega, analise a tirinha de Níquel Náusea abaixo.

© FERNANDO GONSALES

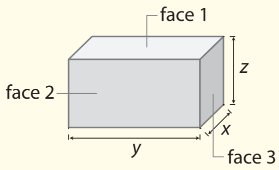
a) Escrevam no caderno um polinômio que represente o problema proposto nessa tirinha. **9. a)** $\frac{3x + 5}{2} + 4$

b) Se o rato da direita tivesse pensado no número 5, qual seria o resultado obtido? **9. b)** 14

10. Marlene confecciona embalagens para presentes. O preço da embalagem é proporcional à medida da área da superfície total das caixas, que têm o formato de blocos retangulares de dimensões x, y e z. Escreva um polinômio que represente a medida da área da superfície dessas caixas. **10.** $2xy + 2xz + 2yz$

11. Um conjunto de 1 mesa de jantar e 6 cadeiras está em promoção. Qual é o polinômio que representa o preço do conjunto se a mesa custa y reais, cada cadeira custa x reais e a oferta propõe um desconto de 15% sobre esses valores? **11.** $(0{,}85y + 5{,}1x)$ reais

- Na atividade **10**, espera-se que os estudantes percebam que devem representar as medidas das arestas das caixas pelas letras x, y e z. Para determinar a medida da área da superfície das caixas, deverão determinar a medida da área de cada face das caixas, assumindo que são retangulares, e adicionar os resultados.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

195

- É importante que os estudantes compreendam que reduzir termos semelhantes de um polinômio é o mesmo que adicionar os monômios semelhantes.
- Atente para o fato de os polinômios poderem ser classificados pelo número de termos e pelo maior expoente da variável, quando se trata de um polinômio de uma única variável. Peça aos estudantes que deem exemplos de monômios, binômios e trinômios.
- No boxe *Saiba mais*, se achar oportuno, pode ser proposto um trabalho aos estudantes em que eles busquem outros prefixos usados na Matemática, indicando sua origem e seu significado.

Redução de termos semelhantes

Alguns polinômios contêm monômios (ou termos) semelhantes. Nesses casos, convém adicionar esses termos semelhantes para obter o **polinômio reduzido**. Observe o exemplo a seguir.

$$3x^5y - 4x^4 + b^2 + 2x - 2x^5y + x^3 + 1 - x^5y - 7 - 5x^4 =$$
$$= 3x^5y - 2x^5y - x^5y - 4x^4 - 5x^4 + b^2 + 2x + x^3 + 1 - 7 =$$
$$= (3 - 2 - 1)x^5y + (-4 - 5)x^4 + b^2 + 2x + x^3 + 1 - 7 =$$
$$= 0x^5y + (-9)x^4 + b^2 + 2x + x^3 - 6 =$$
$$= -9x^4 + b^2 + 2x + x^3 - 6$$

polinômio reduzido

Alguns polinômios recebem nomes especiais de acordo com o número de termos em sua forma reduzida. Observe.

Nome	Número de termos
Monômio	1
Binômio	2
Trinômio	3

Os polinômios reduzidos com mais de três termos não recebem nomes especiais.

Saiba mais

Significado dos prefixos:

- **mon(o)**: do grego *mónos*, "único, só, um só ser".
- **bi**: prefixo latino, "duas vezes".
- **tri**: do latim *trēs*, *trĭa*, "três, três vezes, três partes".

Polinômio com uma variável

Observe os polinômios reduzidos a seguir.

- $7x^4 + 2x^3 - 10x^2$
- $3x^5 - 2$
- $x^4 + x^3 + x + 2$

O que esses polinômios têm em comum?

Eles são **polinômios com uma única variável**, que é x.

Analise outros exemplos:

- $14y^4 - 6y^2 + 2$ (variável y)
- $16z^2 - 2z + 6$ (variável z)

Observações

- Em um polinômio com uma só variável, o maior expoente da variável é chamado **grau do polinômio**. Por exemplo: $8x - 3x^4 + 0{,}4x^2 - 5$ é um polinômio de grau 4.
- É costume ordenar os termos de um polinômio com uma variável de acordo com os expoentes decrescentes dessa variável. Por exemplo: $-3y^3 + y^2 - y + 1$
- Quando falta um ou mais termos com variável de expoente menor que n em um polinômio de grau n, o polinômio é chamado **incompleto**. Escrevemos um polinômio incompleto na **forma geral** (ou **completa**) introduzindo, com coeficiente zero, os termos que faltam. Por exemplo, a forma geral de $x^2 + 9$ é $x^2 + 0x + 9$.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Escreva no caderno dois exemplos de: **1.** Exemplos de respostas:
   a) monômio; **1. a)** $3x$; -4
   b) binômio; **1. b)** $-4x + 8$; $5x - 3y$
   c) trinômio; **1. c)** $3x^2 + 2x + 1$; $7x^2 - \frac{1}{2}y + z$
   d) polinômio. **1. d)** $4x^2$; $7x - 5y + 2z$

2. Obtenha o polinômio reduzido.
   a) $3a^3 + 2b^5 - 5 + 2z^2 - 7a^3 + 10$
   b) $5ab - 10ab^2 + 14ab - a$ **2. b)** $19ab - 10ab^2 - a$
   c) $12m^2 + 9mn + 9mn - 12m^2$ **2. c)** $18mn$
   d) $12c^2 + 8cd + 8cd - 12c^2$ **2. d)** $16cd$

2. a) $-4a^3 + 2b^5 + 5 + 2z^2$

3. Identifique o polinômio que pode ser chamado trinômio. **3.** alternativa **a**
   a) $5a^3 - 3a - 7 - 2 - 7a^3 + a - a$
   b) $7x^3y + 4xy^3 - 8x^3y + 7x^3y - 4xy^3$
   c) $a^2x^5 + ay^5 - a^4z + ay^5 - a^2x^5 - a^4z - ay^5$
   d) $bxy + xy - 3xy$

4. Considere a afirmação abaixo.

> Todo monômio é um polinômio, e todo polinômio é um monômio.

Essa afirmação é verdadeira ou falsa? Justifique a sua resposta.

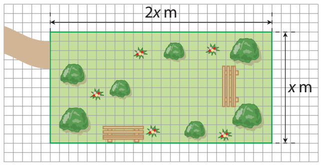
4. A afirmação é falsa, pois, por exemplo, $2x + 1$ é um polinômio, mas não é um monômio.

5. Dê exemplo de um polinômio cuja forma reduzida seja igual a: **5.** Exemplo de respostas:
   a) $t^3 + t^2 + 1$ **5. a)** $2t^3 + \frac{1}{2}t^2 - t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 1$
   b) $10t^4 + t^2 - 1$ **5. b)** $3t^2 - 2t^2 + 11t^4 - t^4 - 1$

6. Identifique os polinômios incompletos e escreva-os na forma geral.
   a) $x^5 + 3x^4 + 8$ **6. a)** $x^5 + 3x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 0x + 8$
   b) $10 + x^2 - x^5 + 3x$ **6. b)** $-x^5 + 0x^4 + 0x^3 + x^2 + 3x + 10$
   c) $x^2 + x - 1$
   d) $x + 2x^4 + 6$ **6. d)** $2x^4 + 0x^3 + 0x^2 + x + 6$

7. Uma concessionária tem x motos e y carros. Qual binômio representa o número total de:
   a) veículos? **7. a)** $x + y$
   b) pneus? (Considere que cada moto tem 2 pneus e cada carro tem 4 pneus.) **7. b)** $2x + 4y$

8. O jardim de uma casa tem formato retangular, como indicado na figura a seguir.

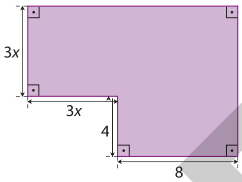


Ele será recoberto com uma grama especial, que custa R$ 5,00 por metro quadrado colocado.

Também será construído um pequeno muro medindo 1 m de altura em torno do jardim, deixando uma passagem de 1 m. O custo do metro quadrado do muro é R$ 7,00.

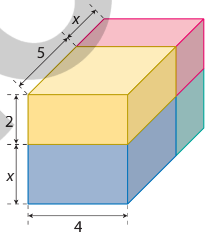
Determine: **8. a)** $10x^2 + 42x - 7$
   a) o polinômio que expressa o custo da obra;
   b) o custo da obra se $x = 6$. **8. b)** R$ 605,00

9. Observe a figura e faça o que se pede.



- Sabendo que o perímetro da figura mede 48 cm, determine:
   a) o valor de x; **9. a)** 2
   b) o polinômio que representa a medida da área da figura em função de x e o grau desse polinômio. **9. b)** $9x^2 + 24x + 32$; grau 2

10. Observe a figura e responda.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Qual polinômio representa a medida do volume da figura? Qual é o seu grau?

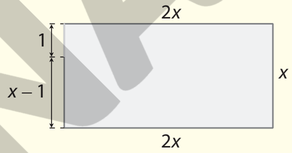
10. $4x^2 + 28x + 40$; grau 2

- As atividades **1** e **5** admitem diferentes respostas. Nesse tipo de atividade, os estudantes devem ser estimulados a argumentar matematicamente para a validação de suas soluções. Além disso, convém que socializem suas respostas.
- Na resolução da atividade **8**, espera-se que os estudantes percebam que a obra tem dois custos: um referente à grama e outro referente ao muro.

Como a grama é vendida por metro quadrado e o terreno mede $2x^2$ m^2 de área, o total a ser gasto com a grama será representado por: $10x^2$.

O muro também é cobrado por metro quadrado. A altura desse muro mede 1 metro; a extensão do muro pode ser representada, conforme a figura seguinte, por:

$(2x) + (2x) + x + (x - 1) = (6x - 1)$



ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

Logo, a medida da área desse muro será $6x - 1$.

Calculando o custo do muro, temos: $42x - 7$

Para concluir, o custo total da obra, em reais, é expresso pelo seguinte polinômio: $10x^2 + 42x - 7$

Essa atividade favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA06.

Adição algébrica de polinômios

Objetivos

- Realizar a adição algébrica de polinômios.
- Favorecer o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC.

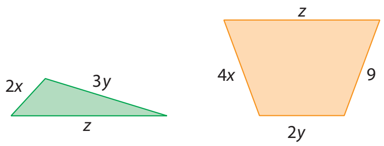
Orientações

- O objetivo deste tópico é aprofundar os estudos sobre Álgebra, ampliando-os agora para as operações de adição e subtração de polinômios.
- A adição entre polinômios depende dos conhecimentos desenvolvidos anteriormente, como a identificação de termos semelhantes e a ideia de polinômio reduzido. Retome esses conceitos, caso julgue necessário.
- As operações entre polinômios são propostas por meio da articulação com as operações aritméticas e com base no cálculo de perímetros de figuras planas, o que favorece o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC.

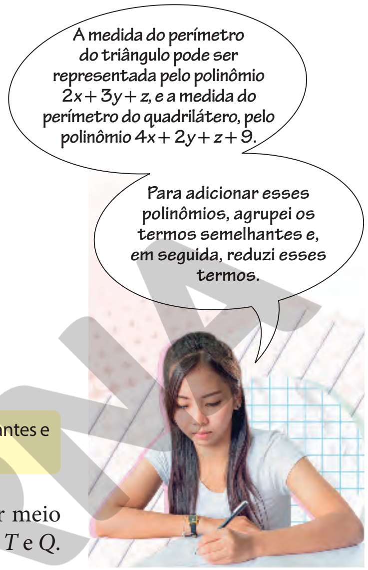
5 Adição algébrica de polinômios

Adição de polinômios

A professora de Jéssica pediu a ela que representasse por um polinômio a soma das medidas dos perímetros dos polígonos a seguir.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTO: NAMART PIEAMSUWAN/SHUTTERSTOCK

Observe como Jéssica adicionou esses polinômios.

$$(2x + 3y + z) + (4x + 2y + z + 9) =$$
$$= 2x + 3y + z + 4x + 2y + z + 9 =$$
$$= 2x + 4x + 3y + 2y + z + z + 9 =$$
$$= 6x + 5y + 2z + 9$$

Para adicionar dois ou mais polinômios, agrupamos os termos semelhantes e depois os reduzimos.

Podemos adicionar os polinômios da situação acima por meio de um dispositivo prático. Vamos indicar os polinômios por T e Q.

$$\begin{aligned} T &= 2x + 3y + z \\ Q &= 4x + 2y + z + 9 \\ \hline T + Q &= 6x + 5y + 2z + 9 \end{aligned}$$

Exemplo

Vamos adicionar os polinômios $P = 7y^2 + 15y - 12$, $Q = 5y^2 - 1$ e $R = -y^2 + 6y$.

Aplicando o dispositivo prático, escrevemos termo semelhante embaixo de termo semelhante e os adicionamos. Observe.

$$\begin{aligned} P &= 7y^2 + 15y - 12 \\ Q &= 5y^2 + 0y - 1 \\ R &= -y^2 + 6y + 0 \\ \hline P + Q + R &= 11y^2 + 21y - 13 \end{aligned}$$

Oposto de um polinômio

Dado um polinômio qualquer A, seu **oposto**, indicado por $-A$, é aquele que, adicionado a A, resulta no polinômio nulo.

Exemplo

O oposto de $A = 7x^2 - 4x + 8$ é $-A = -7x^2 + 4x - 8$, pois $A + (-A) = 0$.

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Para pensar: a) $+\frac{2}{9}$ b) $-3x$ c) $+4x^2$ d) $+4x^2 - 3x + \frac{2}{9}$ e) Trocar os sinais de todos os termos do polinômio dado. f) Exemplo de resposta: os sinais dos termos.

Para pensar

Descubra:

a) o oposto de $-\frac{2}{9}$;

b) o oposto de $+3x$;

c) o oposto de $-4x^2$;

d) o oposto de $-4x^2 + 3x - \frac{2}{9}$;

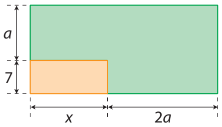
e) um modo prático de obter o oposto de um polinômio dado;

f) uma diferença entre um polinômio e seu oposto.

Subtração de polinômios

Observe os retângulos da figura a representada.

Qual é a diferença entre a medida do perímetro do retângulo maior e a do menor?



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

A diferença pode ser obtida pela subtração dos polinômios A e B, que representam as medidas dos perímetros dos retângulos maior e menor, respectivamente.

$A = x + 2a + 7 + a + x + 2a + 7 + a = 2x + 6a + 14$

$B = x + 7 + x + 7 = 2x + 14$

Para subtrair um polinômio B de um polinômio A, adicionamos o polinômio A ao oposto de B, ou seja, $A - B = A + (-B)$.

Agora, acompanhe como podemos encontrar a diferença entre a medida dos perímetros representados por A e B.

$A - B = A + (-B)$

$A - B = (2x + 6a + 14) + (-2x - 14)$

$A - B = 2x + 6a + 14 - 2x - 14$

$A - B = 2x - 2x + 6a + 14 - 14$

$A - B = 6a$

Observação

Aplicando o dispositivo prático, temos:

$$\begin{array}{rrrr} A = & 2x & + 6a & + 14 \\ -B = & -2x & - \ \ 0 & - 14 \\ \hline A - B = & 0x & + 6a & + \ \ 0 \end{array}$$

Logo: $A - B = 6a$

Adição algébrica de polinômios

Uma expressão que tem apenas adições e subtrações de polinômios é chamada **adição algébrica de polinômios**.

Para efetuar uma adição algébrica de polinômios, fazemos sua indicação, eliminamos os parênteses e reduzimos os termos semelhantes.

Exemplo

Se $A = 3y^4 + 2y^2$, $B = -y^4 + 2y^3 - 6y^2$ e $C = 2y^3 + 4y^2$, vamos obter $A + B - C$, que é o mesmo que $A + B + (-C)$.

$A + B - C = (3y^4 + 2y^2) + (-y^4 + 2y^3 - 6y^2) + (-2y^3 - 4y^2)$ ← Indicamos a adição algébrica.

$A + B - C = 3y^4 + 2y^2 - y^4 + 2y^3 - 6y^2 - 2y^3 - 4y^2$ ← Eliminamos os parênteses.

$A + B - C = 3y^4 - y^4 + 2y^3 - 2y^3 + 2y^2 - 6y^2 - 4y^2$ ← Agrupamos os termos semelhantes.

$A + B - C = 2y^4 - 8y^2$ ← Reduzimos os termos semelhantes.

- A subtração de dois polinômios é definida como a adição do primeiro polinômio ao oposto do segundo polinômio. Essa forma de conceber a subtração justifica o fato de utilizarmos a denominação de adição algébrica para a realização tanto de adições como de subtrações de polinômios.
- É importante rever as operações com números inteiros, para que os estudantes façam analogia com a subtração de polinômios.
- No procedimento para adicionar ou subtrair polinômios, o algoritmo utilizado é análogo ao das operações aritméticas.
- Ao explorar a atividade proposta no boxe *Para calcular*, peça aos estudantes que compartilhem como pensaram para resolver os itens. Espera-se que eles não tenham dificuldades em responder e, caso seja necessário, retome o conteúdo estudado para que nenhum estudante se sinta prejudicado em relação à turma.

• Para resolver a atividade **5**, se julgar conveniente, oriente os estudantes a indicar o polinômio desconhecido como P, então no item **a** temos:

$P + (5x^2 - x + 3) = 0$
$P = 0 - (5x^2 - x + 3)$
$P = -5x^2 + x - 3$

O mesmo raciocínio pode ser empregado nos demais itens, como podemos observar no item **b**:

$(2x^2 - x + 1) - P = -x - 3$
$-P = -x - 3 - (2x^2 - x + 1)$
$-P = -x - 3 - 2x^2 + x - 1$
$P = x + 3 + 2x^2 - x + 1$
$P = 2x^2 + 4$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule.

a) $(2x + 3y - 4z + 8) + (x - y + 2z - 2)$
b) $(7xy + 4x + 8z - 15) - (6x + 10y - 3)$
c) $\left(\frac{x}{3} + y - z^2\right) + \left(\frac{x}{2} + 4y - 3z^2\right)$
d) $\left(\frac{1}{5} + xy - a^2 - 7\right) - (2xy + 7a^2)$

2. A soma dos polinômios P e Q é:

$m^4 + 5m^3 + 3m^2 - 3m - 1$

A soma dos polinômios Q e R é:

$m^4 - 5m^3$

Se $R = -5m^3 + 3m$, qual é o polinômio P?

2. $P = 5m^3 + 3m^2 - 1$

3. Considere os polinômios abaixo e calcule o que se pede.

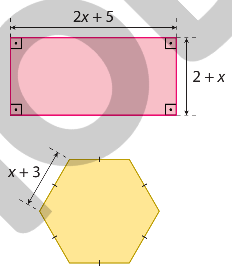
$A = 6x^2 - 8x + 1$ $\quad B = -9x^2 - 2x + 7$

$C = 7x^3 + x^2$

a) $A + B$
b) $B + A$
c) $A + B + C$
d) $B + C + A$
e) $A - B$
f) $B - A$
g) $C - B + A$
h) $C - (B + A)$

1. a) $3x + 2y - 2z + 6$
1. b) $7xy - 2x + 8z - 10y - 12$
1. c) $\frac{5x}{6} + 5y - 4z^2$
1. d) $-\frac{34}{5} - xy - 8a^2$
3. a) e **b)** $-3x^2 - 10x + 8$
3. c) e **d)** $7x^3 - 2x^2 - 10x + 8$
3. e) $15x^2 - 6x - 6$
3. f) $-15x^2 + 6x + 6$
3. g) $7x^3 + 16x^2 - 6x - 6$
3. h) $7x^3 + 4x^2 + 10x - 8$

4. Observe as figuras.



a) Qual é a medida do perímetro de cada uma dessas figuras? **4. a)** retângulo: $6x + 14$; hexágono: $6x + 18$
b) Qual é a medida do perímetro de cada uma para $x = 5$? **4. b)** retângulo: 44; hexágono: 48

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

5. Analise e responda qual é o polinômio que:

a) adicionado a $5x^2 - x + 3$, resulta em zero?
b) subtraído de $2x^2 - x + 1$, resulta em $-x - 3$?
c) adicionado a $x^3 + 2x - 1$, resulta em $6x^2 + 2x - 3$?

5. a) $-5x^2 + x - 3$ **5. b)** $2x^2 + 4$ **5. c)** $-x^3 + 6x^2 - 2$

6. Copie no caderno as igualdades substituindo os ■ pelos sinais + ou − de modo que cada sentença fique verdadeira. **6.** Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

a) $(x^5 + 3x^2 + 9)$ ■ $(x^4 + 3x^2 - 9) =$
$= x^5 - x^4 + 18$
b) $(x^5 + 3x^2 + 9)$ ■ $(x^4 - 3x^2 + 9) =$
$= x^5 - x^4 + 6x^2$
c) $(x^5 + 3x^2 - 9)$ ■ $(x^4 - 3x^2 + 9) =$
$= x^5 + x^4$
d) $(x^5 + 3x^2 - 9)$ ■ $(x^4 - 3x^2 + 9) =$
$= x^5 - x^4 + 6x^2 - 18$

7. Leia e responda às questões.

a) Considere a soma de polinômios $A + B = A$. Qual é o polinômio B? **7. a)** B é o polinômio nulo.
b) Sabendo que $C = 5xy + 3x^2 - 7$, descubra o polinômio que, adicionado a C, resulta no polinômio nulo. **7. b)** $-5xy - 3x^2 + 7$

8. Classifique cada afirmação em verdadeira ou falsa.

a) O polinômio oposto de $4x^3 - x^2 - 2x + 3$ é $-4x^3 + x^2 + 2x - 3$. **8. a)** verdadeira
b) A adição de um polinômio com seu oposto é sempre o polinômio nulo. **8. b)** verdadeira
c) O polinômio nulo é o elemento neutro da adição de polinômios. **8. c)** verdadeira

9. Corrija as sentenças falsas no caderno, considerando polinômios com apenas uma variável.

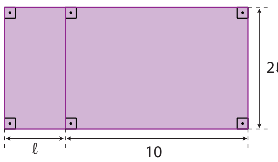
a) Quando adicionamos dois polinômios de grau 2, o resultado é sempre um polinômio de grau 2. **9. a)** O grau da soma de dois polinômios de grau 2 nem sempre é 2.
b) Se adicionarmos dois polinômios de grau 3, o resultado deverá ser um polinômio de grau menor ou grau 3 ou ainda um polinômio nulo.
c) Um polinômio de grau 2 adicionado a um polinômio de grau 3 pode resultar em um polinômio de grau 5.

9. c) Um polinômio de grau 2 adicionado a um polinômio de grau 3 não pode resultar em um polinômio de grau 5.

6 Multiplicação de polinômios

Multiplicação de monômio por polinômio

Observando a figura a seguir, conseguimos identificar três retângulos de mesma altura. As medidas de comprimento das bases dos retângulos menores são ℓ e 10, e a medida de comprimento da base do retângulo maior é a soma das medidas de comprimento das bases dos retângulos menores, ou seja, $\ell + 10$.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

A medida da área do retângulo maior pode ser calculada de duas maneiras. Acompanhe.

1ª) Multiplicando a medida da altura (2ℓ) pela soma das medidas de comprimento das bases ($\ell + 10$), temos:

$$2\ell \cdot (\ell + 10)$$

2ª) Adicionando as medidas das áreas dos dois retângulos que compõem o retângulo maior, temos:

$$(2\ell \cdot \ell) + (2\ell \cdot 10) = 2\ell^2 + 20\ell$$

Como estamos calculando a mesma medida de área por caminhos diferentes, temos:

$$2\ell \cdot (\ell + 10) = (2\ell \cdot \ell) + (2\ell \cdot 10) = 2\ell^2 + 20\ell$$

Nesse caso, multiplicamos um monômio por um polinômio. Esse tipo de multiplicação também pode ser efetuado sem o auxílio de figuras, aplicando a propriedade distributiva:

$$2x \cdot (3x + 4y - 2) = 2x \cdot 3x + 2x \cdot 4y + 2x \cdot (-2) = 6x^2 + 8xy - 4x$$

Para multiplicar um monômio por um polinômio, aplicamos a propriedade distributiva. Nesse caso, multiplicamos o monômio por cada termo do polinômio e adicionamos os termos obtidos.

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTOS: HOMEM: RANTA IMAGES/SHUTTERSTOCK; ELEMENTOS GEOMÉTRICOS: WONGJOGJA/SHUTTERSTOCK

Exemplos

- $x \cdot \left(\frac{x}{3} - x^2 + 5\right) = x \cdot \frac{x}{3} + x \cdot (-x^2) + x \cdot 5 = \frac{x^2}{3} - x^3 + 5x$
- $(x^2 - 4x + 8) \cdot \frac{x^5}{2} = x^2 \cdot \frac{x^5}{2} + (-4x) \cdot \frac{x^5}{2} + 8 \cdot \frac{x^5}{2} = \frac{x^7}{2} - 2x^6 + 4x^5$

Multiplicação de polinômio por polinômio

Na multiplicação de dois polinômios que não são monômios, procedemos como no caso anterior: aplicamos a propriedade distributiva da multiplicação.

$$\begin{aligned}(x^2 + 2x - 1) \cdot (x + 1) &= x^2 \cdot x + x^2 \cdot 1 + 2x \cdot x + 2x \cdot 1 + (-1) \cdot x + (-1) \cdot 1 = \\ &= x^3 + x^2 + 2x^2 + 2x - x - 1 = \\ &= x^3 + 3x^2 + x - 1\end{aligned}$$

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Multiplicação de polinômios

Objetivos

- Calcular a multiplicação de polinômios.
- Favorecer o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC.

Orientações

- A situação inicial envolvendo a multiplicação de polinômios está relacionada ao cálculo de medida de áreas, de modo a contribuir para que os estudantes atribuam significado a essa operação, favorecendo o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC.
- É necessário que os estudantes retomem a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e a apliquem nas operações entre polinômios.

- Um dos objetivos do estudo de polinômios é generalizar as operações e as propriedades das operações realizadas com números racionais. Sempre que possível, enfatize essas relações com a turma.
- Enquanto os estudantes realizam as atividades, caminhe pela sala de aula para verificar as estratégias empregadas por eles. Incentive-os a verbalizar o modo como pensaram. Isso contribui para o desenvolvimento da capacidade de se comunicar matematicamente.

Para multiplicar dois polinômios, multiplicamos cada termo de um deles por todos os termos do outro e adicionamos os novos termos obtidos.

Podemos usar um dispositivo prático para multiplicar polinômios. Observe.

1 Primeiro, multiplicamos o 1 por $x^2 + 2x - 1$.

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x - 1 \\ x + 1 \\ \hline x^2 + 2x - 1 \end{array}$$

2 Depois, multiplicamos o x por $x^2 + 2x - 1$ e, em seguida, adicionamos os polinômios obtidos.

$$\begin{array}{rrrr} & x^2 & + 2x & - 1 \\ & & x & + 1 \\ \hline & x^2 & + 2x & - 1 \\ x^3 & + 2x^2 & - x & \\ \hline x^3 & + 3x^2 & + x & - 1 \end{array}$$

Portanto: $(x^2 + 2x - 1) \cdot (x + 1) = x^3 + 3x^2 + x - 1$

A propriedade comutativa também é válida na multiplicação de polinômios. Acompanhe os exemplos $(3x - 2) \cdot (x^2 - x + 10)$ e $(x^2 - x + 10) \cdot (3x - 2)$, aos quais aplicamos o dispositivo prático.

$$\begin{array}{rrrr} & x^2 & - x & + 10 \\ & & 3x & - 2 \\ \hline & -2x^2 & + 2x & - 20 \\ 3x^3 & - 3x^2 & + 30x & \\ \hline 3x^3 & - 5x^2 & + 32x & - 20 \end{array}
\qquad
\begin{array}{rrrr} & & 3x & - 2 \\ & x^2 & - x & + 10 \\ \hline & & 30x & - 20 \\ & -3x^2 & + 2x & \\ 3x^3 & - 2x^2 & & \\ \hline 3x^3 & - 5x^2 & + 32x & - 20 \end{array}$$

Os resultados encontrados são os mesmos, pois alteramos apenas a ordem dos polinômios envolvidos na multiplicação.

Observações

- Analise a semelhança entre os algoritmos numérico e algébrico da multiplicação.

$$\begin{array}{r} 523 \\ \times \quad 21 \\ \hline 523 \\ 1046 \\ \hline 10\,983 \end{array}
\qquad
\begin{array}{rrrr} & 5x^2 & + 2x & + 3 \\ \times & & 2x & + 1 \\ \hline & 5x^2 & + 2x & + 3 \\ 10x^3 & + 4x^2 & + 6x & \\ \hline 10x^3 & + 9x^2 & + 8x & + 3 \end{array}$$

- Quando há três ou mais polinômios, podemos multiplicar os dois primeiros, depois multiplicar o resultado pelo terceiro e assim por diante.

$(x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (3x + 1) =$

$= (x^2 + x - x - 1) \cdot (3x + 1) =$

$= (x^2 - 1) \cdot (3x + 1) =$

$= 3x^3 + x^2 - 3x - 1$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Encontre os produtos escrevendo o resultado na forma reduzida.

a) $(3x) \cdot (-1,4x^2y) \cdot (-5y)$ **1. a)** $21x^3y^2$

b) $-2a \cdot (x + 4)$ **1. b)** $-2ax - 8a$

c) $(x + 5) \cdot (x^2 + 2x - 10)$ **1. c)** $x^3 + 7x^2 - 50$

d) $(b - a) \cdot (2b - a)$ **1. d)** $2b^2 - 3ab + a^2$

e) $(5 - x) \cdot (x^2 + 1)$ **1. e)** $-x^3 + 5x^2 - x + 5$

2. Calcule as operações com os polinômios e, depois, verifique se a afirmação é verdadeira ou falsa.

$A = 2x - 3$ $B = 3x$ $C = x + 1$

a) $A \cdot C$ **2. a)** $2x^2 - x - 3$

b) $C \cdot A$ **2. b)** $2x^2 - x - 3$

c) $A \cdot B \cdot C$ **2. c)** $6x^3 - 3x^2 - 9x$

d) $C \cdot A \cdot B$ **2. d)** $6x^3 - 3x^2 - 9x$

- Os itens acima são exemplos de que a ordem dos fatores não altera o produto. **2.** verdadeira

3. Determine a forma reduzida dos produtos.

a) $(x^2 + 2) \cdot (3x^2 + 10x - 1)$ **3. a)** $3x^4 + 10x^3 + 5x^2 + 20x - 2$

b) $(x + 3)^2 \cdot (x^2 - 4x + 4)$ **3. b)** $x^4 + 2x^3 - 11x^2 - 12x + 36$

c) $(x - y + 5) \cdot (2x - 5y - 1)$ **3. c)** $2x^2 + 5y^2 - 7xy + 9x - 24y - 5$

4. Encontre o erro na multiplicação e corrija-o no caderno.

$(m^2 - m) \cdot (m^5 - 11m - 1) =$

$= m^7 - 11m^3 - m^2 - m^6 + 11m^2 + m =$

$= -11m^3 - 10m^2 + m$

5. Responda às questões.

a) Paula multiplicou $3x$ por $(x + 4)$ e, depois, multiplicou o resultado por ele mesmo. Qual polinômio ela obteve? **5. a)** $9x^4 + 72x^3 + 144x^2$

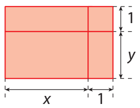
b) Renata efetuou $(x - 2) \cdot (x - 2) \cdot (x - 2)$. Qual polinômio ela obteve? **5. b)** $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

4. O erro está na última passagem.
A resposta é: $m^7 - m^6 - 11m^3 + 10m^2 + m$

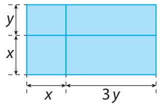
NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Lembre-se: Escreva no caderno!

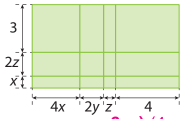
6. Em cada item, represente a medida da área da figura por um produto de polinômios.

a) 

6. a) $(x + 1) \cdot (1 + y)$

b) 

6. b) $(x + 3y) \cdot (x + y)$

c) 

6. c) $(4x + 2y + z + 4) \cdot (x + 2z + 3)$

7. Dê um exemplo que contradiga cada uma das afirmações a seguir. **7.** Respostas em *Orientações*.

a) Quando multiplicamos dois polinômios de grau 2, o resultado é sempre um polinômio de grau 2.

b) Um polinômio de grau 2 multiplicado por um polinômio de grau 3 não pode resultar em um polinômio de grau 5.

8. Desenhe um retângulo em que um dos lados tenha o dobro da medida de comprimento do outro lado mais 1 cm. Em seguida:

a) encontre a medida de sua área, em cm²;

b) indicando por x a medida de comprimento do lado menor, represente as medidas de comprimento dos lados do retângulo por polinômios.

8. a) Resposta pessoal. **8. b)** x e $2x + 1$

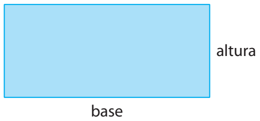
7 Divisão de polinômios

Divisão de polinômio por monômio

A medida da área e a medida da altura de um retângulo foram indicadas por expressões algébricas.

Medida da área: $20y^4 + 16y^3 - 8y^2 + 12y$

Medida da altura: $4y$



Procure se lembrar de que são equivalentes as seguintes relações entre as medidas de um retângulo:
área = base · altura
altura = área : base
base = área : altura

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTOS: MENINA: PROSTOCK-STUDIO/SHUTTERSTOCK;
ELEMENTOS GEOMÉTRICOS: THENATCHDL/SHUTTERSTOCK

Para descobrir a medida de comprimento da base desse retângulo, dividimos o polinômio $20y^4 + 16y^3 - 8y^2 + 12y$ (que indica a medida da área) pelo monômio $4y$ (que indica a medida a altura).

$$(20y^4 + 16y^3 - 8y^2 + 12y) : 4y = (20y^4 + 16y^3 - 8y^2 + 12y) \cdot \frac{1}{4y} =$$

$$= \frac{20y^4}{4y} + \frac{16y^3}{4y} - \frac{8y^2}{4y} + \frac{12y}{4y} = 5y^3 + 4y^2 - 2y + 3$$

Então, a medida da base do retângulo pode ser indicada pelo polinômio $5y^3 + 4y^2 - 2y + 3$.

Para dividir um polinômio por um monômio não nulo, dividimos cada termo do polinômio pelo monômio e adicionamos os novos termos.

Exemplos

- $(8x^4y^2 - x^2y^2) : (-5x^2y) =$

  $= \left(\frac{+8x^4y^2}{-5x^2y}\right) + \left(\frac{-x^2y^2}{-5x^2y}\right) =$

  $= \frac{-8}{5}x^2y + \frac{y}{5}$

- $\left(22abc^2 + \frac{1}{2}bc\right) : 11bc =$

  $= (22abc^2 : 11bc) + \left(\frac{1}{2}bc : 11bc\right) =$

  $= 2ac + \frac{1}{22}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Exemplos de resposta da atividade **7**:

Exemplos de resposta:

a) $(x^2 - 1) \cdot (x^2 - 1) = x^4 - 2x^2 + 1$ (grau 4)

b) $(x^2 + x) \cdot (x^3 - 1) = x^5 + x^4 - x^2 - x$ (grau 5)

Divisão de polinômios

Objetivos

- Calcular a divisão de polinômios.
- Favorecer o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC.

Orientações

- Para o fechamento dos estudos sobre Álgebra deste Capítulo, novamente será importante explorar a divisão de polinômios, estabelecendo relações com as operações aritméticas, além de explorar o cálculo da medida de área. Nesse âmbito, a competência específica 3 da BNCC tem seu desenvolvimento favorecido.
- Explore os exemplos apresentados na página e, se julgar conveniente, resolva-os no quadro, passo a passo, como mostrado na situação inicial, de modo que os estudantes possam sanar as dúvidas existentes.

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

- Para que os estudantes compreendam o algoritmo da divisão de polinômio por polinômio, faça a analogia com o algoritmo da divisão envolvendo números naturais.
- Chame a atenção dos estudantes para o fato de o grau do polinômio divisor sempre ser menor que o grau do polinômio do dividendo e de que é possível prever o grau do polinômio quociente antes mesmo de efetuar os cálculos. Essa análise preliminar contribui para que os estudantes avaliem a razoabilidade de suas respostas e possam corrigi-las caso seja necessário.

Divisão de polinômio por polinômio

Considere os polinômios $A = 6x^2 - x + 10$ e $B = 2x - 1$.

Qual é o quociente da divisão do polinômio A pelo polinômio B? E o resto dessa divisão?

Acompanhe o algoritmo da divisão de A por B.

1º Dividimos o termo com variável de maior expoente ($6x^2$) do dividendo A pelo termo com variável de maior expoente ($2x$) do divisor B, obtendo o primeiro termo ($3x$) do quociente.

$$\begin{array}{r|l} 6x^2 - x + 10 & 2x - 1 \\ \cline{2-2} & 3x \end{array} \qquad 6x^2 : 2x = 3x$$

2º Multiplicamos $3x$ por B e subtraímos o resultado de A, que é o mesmo que multiplicar $3x$ por B e adicionar o oposto do resultado a A.

$$\begin{array}{r|l} 6x^2 - x + 10 & 2x - 1 \\ \cline{2-2} -6x^2 + 3x & 3x \\ \hline 2x & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 3x \cdot (2x - 1) = 6x^2 - 3x \\ -(6x^2 - 3x) = -6x^2 + 3x \end{array}$$

3º Dividimos o termo com variável de maior expoente ($2x$) do resto parcial pelo termo com variável de maior expoente ($2x$) de B, obtendo o segundo termo ($+1$) do quociente.

$$\begin{array}{r|l} 6x^2 - x + 10 & 2x - 1 \\ \cline{2-2} -6x^2 + 3x & 3x + 1 \\ \hline 2x + 10 & \end{array} \qquad 2x : 2x = 1$$

4º Multiplicamos ($+1$) por B e subtraímos o resultado do resto parcial.

$$\begin{array}{r|l} 6x^2 - x + 10 & 2x - 1 \\ \cline{2-2} -6x^2 + 3x & 3x + 1 \\ \hline 2x + 10 & \\ -2x + 1 & \\ \hline 11 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} (+1) \cdot (2x - 1) = 2x - 1 \\ -(2x - 1) = -2x + 1 \end{array}$$

Portanto, o quociente de A por B é $3x + 1$, com resto 11.

Note que: $6x^2 - x + 10 = (2x - 1) \cdot (3x + 1) + 11$

Dividir um polinômio A (dividendo) por outro B (divisor) significa encontrar um polinômio Q, chamado quociente, e um polinômio R, chamado resto, de grau menor que o grau do divisor, de modo que: $A = B \cdot Q + R$

Observações

- Estudaremos as divisões de polinômio por polinômio apenas quando eles tiverem a mesma variável e esta for única em cada um deles.
- Para aplicar o algoritmo explicado acima, dividendo e divisor devem estar escritos na forma geral e ordenados segundo as potências decrescentes da variável. O procedimento termina ao obtermos resto igual a zero (nesse caso, a divisão é exata) ou um resto que é um polinômio de grau menor que o grau do divisor.

Exemplo

Vamos dividir $(x^3 + 1)$ por $(x + 1)$.

$$\begin{array}{rr|l}
 & x^3+0x^2+0x+1 & x+1 \\ \cline{3-3}
-[x^2\cdot(x+1)] \longrightarrow & -x^3-\ x^2 & x^2-x+1 \longleftarrow \text{quociente} \\ \cline{2-2}
 & -x^2+0x+1 & x^3 : x \\
-[-x\cdot(x+1)] \longrightarrow & +x^2+\ x & -x^2 : x \\ \cline{2-2}
 & +x+1 & +x : x \\
-[+1\cdot(x+1)] \longrightarrow & -x-1 & \\ \cline{2-2}
 & 0 \longleftarrow \text{resto} &
\end{array}$$

Portanto: $(x^3 + 1) : (x + 1) = (x^2 - x + 1)$

2. a) $Q = x^2 + 5x + 3$; $R = 3$
2. b) $Q = 2x^2 - 4x + 14$; $R = -43x + 41$
2. c) $Q = 4$; $R = -5x + 1$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Escreva os resultados das divisões abaixo.

a) $(x^3y + x^2y^2 + x^2y) : (x^2y)$ **1. a)** $x + y + 1$

b) $(6x^4y^2 - 6x^3y^2 + 6x^2y^2) : (6x^2y^2)$ **1. b)** $x^2 - x + 1$

c) $(3a^3b^3 - 3a^2b^4 + 3a^2b^3) : (3a^2b^3)$ **1. c)** $a - b + 1$

2. Calcule o quociente Q e o resto R das divisões.

a) $(x^3 + 3x^2 - 7x - 3) : (x - 2)$

b) $(2x^4 - 3x - 1) : (x^2 + 2x - 3)$

c) $(4x^2 - 5x + 5) : (x^2 + 1)$

3. Escreva o resto de cada divisão.

a) $(x^3 - 3x^2) : (x - 1)$ **3. a)** -2

b) $(x^2 - 3x + 9) : (x + 3)$ **3. b)** 27

c) $(x^4 - x^2 + 9x) : (x^2 + 1)$ **3. c)** $9x + 2$

4. Resposta em *Orientações*.

4. Corrija a afirmação falsa no caderno.

a) As divisões $(2x^4 + 3x^3 - 2x - 3) : (2x + 3)$ e $(x^5 + x^4 + x^3 - x^2 - x - 1) : (x^2 + x + 1)$ têm o mesmo quociente.

b) Os restos obtidos nas divisões $(x^4 + 1) : (x^3 - 1)$ e $(a^2 + 1) : (a - 1)$ são monômios.

5. Considerando os polinômios $A = x^2 - 9$, $B = x + 3$, $C = x - 3$ e $D = (x + 3)^2$, calcule o quociente Q e o resto R das divisões a seguir.

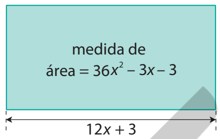
a) $A : B$ **5. a)** $Q = x - 3$; $R = 0$

b) $A : C$ **5. b)** $Q = x + 3$; $R = 0$

c) $D : B$ **5. c)** $Q = x + 3$; $R = 0$

d) $D : C$ **5. d)** $Q = x + 9$; $R = 36$

6. Ao dividir a medida de área do retângulo pela medida de seu comprimento, obtemos a medida de largura. O retângulo a seguir tem a medida de área indicada pelo polinômio $36x^2 - 3x - 3$ e a medida do comprimento indicada pelo polinômio $12x + 3$.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual polinômio indica a medida da largura desse retângulo? **6. a)** $3x - 1$

b) Qual é a medida da área desse retângulo se $x = 1$ cm? **6. b)** $30\ cm^2$

7. Mariana dividiu o polinômio $P = -x^3 - 2x^2 - x$ por outro polinômio, S, e obteve como quociente um polinômio de grau 1.

Gisele dividiu o polinômio $P = -x^3 - 2x^2 - x$ por um monômio T e obteve como quociente um polinômio de grau 2.

Qual é o grau do polinômio S? E o grau do monômio T? **7.** grau 2; grau 1

8. Reúna-se com um colega para resolver o problema a seguir.

Um polinômio P de grau 3 e variável x foi dividido por um polinômio M de grau 2 e variável x.

Procurem um exemplo para P e para M de modo que: **8.** Exemplos de respostas:
8. a) $P = x^3 + 2x^2 + x$; $M = x^2 + x$

a) o resto da divisão de P por M seja igual a zero;

b) o quociente da divisão de P por M seja igual a x.

8. b) $P = x^3 + 2x$; $M = x^2 + 2$

- Oriente os estudantes durante a resolução das atividades, esclarecendo eventuais dúvidas e, depois, confira com eles os resultados obtidos.
- Espera-se que os estudantes, na atividade **4**, validem a afirmação contida no item **a** como verdadeira. O item **b** pode ser corrigido da seguinte maneira: O resto da divisão $(x^4 + 1) : (x^3 - 1)$ é um binômio, $x + 1$, e o resto da divisão $(a^2 + 1) : (a - 1)$ é um monômio, 2.

Estatística e Probabilidade

Objetivos

- Favorecer a reflexão sobre a importância da vacinação contra a febre amarela, possibilitando o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Saúde**, da macroárea **Saúde**.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF08MA04 e EF08MA23, da competência geral 8 e da competência específica 6 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Esta seção contribui para o desenvolvimento da habilidade EF08MA04 porque os estudantes vão resolver e a elaborar problemas envolvendo o cálculo de porcentagens, inclusive com o uso de tecnologias digitais. Já a habilidade EF08MA23 tem o seu desenvolvimento favorecido porque os estudantes devem analisar qual é o gráfico mais adequado para representar determinados conjuntos de dados.

Orientações

- Nesta seção, os estudantes são orientados a calcular, com o auxílio de uma planilha eletrônica, a frequência percentual de cada dado de uma tabela para depois construir o gráfico de setores correspondente a esse conjunto de dados. Comente que esse procedimento é útil quando temos um conjunto de dados muito grande, o que inviabiliza fazer os cálculos um a um. Chame a atenção deles para o fato de a soma das frequências percentuais ser igual a 100%.
- Aproveite a situação inicial e o questionamento proposto no boxe *Para pensar* e converse com os estudantes sobre como é transmitida a febre amarela, seus sintomas e como podemos nos prevenir. Converse com eles sobre a importância de tomar a vacina. Alguns aspectos clínicos e epidemiológicos, bem como uma série de perguntas e respostas, podem ser consultados no *site* da Secretaria de Saúde do governo do estado do Paraná, disponível em: https://www.saude.pr.gov.br/Pagina/Febre-amarela (acesso em: 30 jun. 2022).
- Esse momento de troca de ideias favorece o desenvolvimento da competência geral 8 da BNCC e do Tema Contemporâneo Transversal **Saúde**, da macroárea **Saúde**, porque os estudantes são alertados a cuidar da saúde física.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Gráficos e porcentagem

A febre amarela é uma doença infecciosa grave causada por um vírus e transmitida por mosquitos em áreas urbanas ou silvestres. A infecção acontece quando uma pessoa que nunca contraiu a febre amarela ou tomou a vacina contra ela é picada por um mosquito infectado.

Observe, na tabela abaixo, o número de casos humanos notificados de febre amarela no Brasil, de julho de 2019 a janeiro de 2020. Nesse período, um paciente veio a óbito, na Região Norte.

Casos humanos notificados de febre amarela – julho/2019 a janeiro/2020 – Brasil

Região	Número de casos notificados
Norte	29
Nordeste	6
Centro-Oeste	39
Sudeste	188
Sul	65

Dados obtidos em: BRASIL. Ministério da Saúde. Secretaria de Vigilância em Saúde. *Boletim Epidemiológico*, Brasília, DF, v. 51, n. 1, jan. 2020. Disponível em: https://www.rets.epsjv.fiocruz.br/sites/default/files/arquivos/biblioteca/boletim-epidemiologico-svs-01.pdf. Acesso em: 21 abr. 2022.

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTO: GEORGE RUDY/SHUTTERSTOCK

Para pensar

Para pensar: Comentários em *Orientações*.

Como podemos nos prevenir contra a febre amarela? Converse com os colegas sobre o assunto.

Acompanhe como podemos construir um gráfico de setores com base nos dados da tabela apresentada. Primeiro, copiamos a tabela em uma planilha eletrônica e calculamos o total.

B6 | Fórmula

	A	B	C
1	Norte	29	
2	Nordeste	6	
3	Centro-Oeste	39	
4	Sudeste	188	
5	Sul	65	
6	TOTAL	327	

Para calcular o total, digitamos na célula B6 a fórmula =SOMA(B1:B5) (adiciona os valores das células B1, B2, B3, B4 e B5).

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.

(EF08MA23) Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.

Competência geral 8: Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

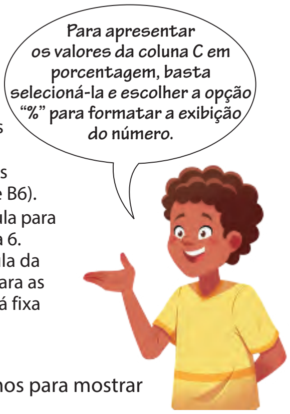
Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Depois, acrescentamos uma coluna com a porcentagem de casos notificados em cada Região do Brasil em relação ao total.

C1 | Fórmula

	A	B	C
1	Norte	29	9%
2	Nordeste	6	
3	Centro-Oeste	39	
4	Sudeste	188	
5	Sul	65	
6	TOTAL	327	

Na célula C1, digitamos a fórmula =B1/B6 (calcula a razão entre os valores das células B1 e B6). O $ é utilizado na fórmula para fixar a coluna B e a linha 6. Assim, quando a fórmula da célula C1 for copiada para as outras, a célula B6 ficará fixa na fórmula.



Em seguida, copiamos a fórmula para as células C2 a C5 e as formatamos para mostrar os valores em porcentagem.

C1 | Fórmula

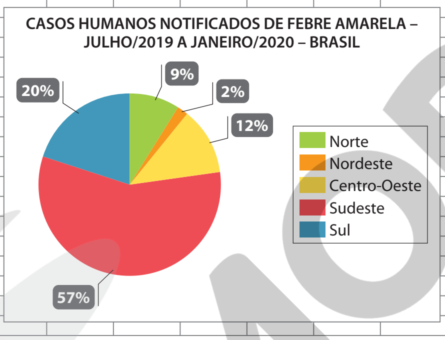
	A	B	C
1	Norte	29	9%
2	Nordeste	6	2%
3	Centro-Oeste	39	12%
4	Sudeste	188	57%
5	Sul	65	20%
6	TOTAL	327	

Não é necessário repetir a fórmula para cada célula da coluna. Basta selecionar a primeira célula, levar o cursor até a quina da seleção e, com o botão esquerdo do *mouse* clicado, arrastar a seleção até a célula C5. Esse procedimento copia a fórmula da célula C1 para as células C2, C3, C4 e C5, substituindo C1, respectivamente, por C2, C3, C4 e C5.

Por fim, em outra planilha, copiamos somente os dados das colunas A e C e construímos o gráfico de setores.

A1 | Fórmula

	A	B
1	Norte	9%
2	Nordeste	2%
3	Centro-Oeste	12%
4	Sudeste	57%
5	Sul	20%



Dados obtidos em: BRASIL. Ministério da Saúde. Secretaria de Vigilância em Saúde. *Boletim Epidemiológico*, Brasília, DF, v. 51, n. 1, jan. 2020. Disponível em: https://www.rets.epsjv.fiocruz.br/sites/default/files/arquivos/biblioteca/boletim-epidemiologico-svs-01.pdf. Acesso em: 21 abr. 2022.

Para pensar

Para pensar: Espera-se que os estudantes respondam que o gráfico de setores é o mais adequado, porque por meio dele é possível comparar as partes e cada parte com o todo.

Se quisermos comparar o número de casos notificados em cada região com o número total de casos notificados no Brasil, qual dos gráficos é mais adequado: o de barras (verticais ou horizontais) ou o de setores? Por quê?

- Leve os estudantes para a sala de informática da escola e peça que reproduzam a construção do gráfico de setores apresentada.
- Aproveite o boxe *Para pensar* e peça aos estudantes que descrevam as principais diferenças entre os gráficos de barras e os gráficos de setores, destacando quando é mais adequado utilizar um ou outro.
- Aproveitando a sala de informática, sugira aos estudantes que construam o gráfico de barras na planilha eletrônica para representar os dados. Assim, eles poderão desenvolver a capacidade de argumentar com base na comparação das representações.

207

- Amplie a proposta do item **a** da atividade **2** e peça aos estudantes que construam o gráfico que consideram mais adequado utilizando uma planilha eletrônica. Se achar pertinente, peça que escrevam um texto comparando as representações gráficas.
- Exemplos de resposta da atividade **3**:

a) Gráfico de linha, pois expressa a variação dos dados ao longo do tempo.
b) Gráfico de barras duplas, pois faz uma comparação direta ano a ano.
c) Gráfico de setores, pois compara a porcentagem dos diferentes tipos de material reciclado em um mesmo ano.

- Na atividade **4**, após elaborarem o problema, peça aos estudantes que o troquem com um colega e resolvam o problema proposto por ele.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Em junho de 2023, foi feita uma pesquisa para saber as cores preferidas dos estudantes de uma turma. O resultado dessa pesquisa foi organizado na tabela abaixo. Em uma planilha eletrônica, construa o gráfico de setores correspondente à tabela. No gráfico, os dados devem estar apresentados na forma percentual.

Cores preferidas dos estudantes da turma

Cores	Número de votos
Azul	15
Verde	10
Vermelho	5
Amarelo	2
Roxo	8

Dados obtidos pela professora da turma em junho de 2023.

1. Resposta em *Orientações*.

2. A tabela a seguir informa o número de mortes no trânsito no Brasil entre 2014 e 2020.

Mortes no trânsito entre 2014 e 2020

Ano	Número de mortes
2014	44823
2016	38265
2018	33625
2020	31088

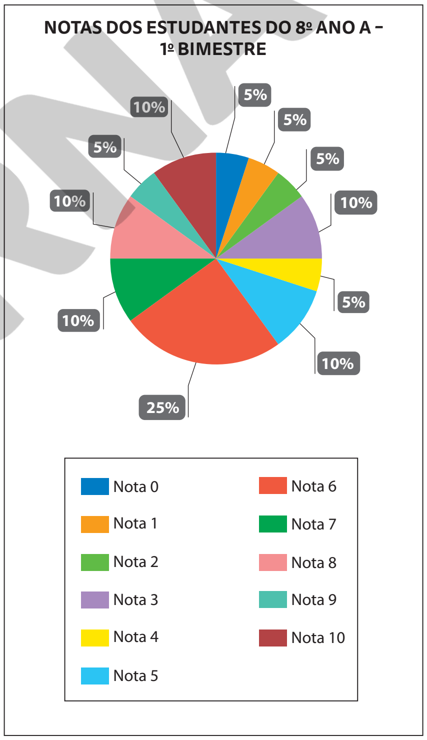
Dados obtidos em: BRASIL. Ministério da Saúde. *DATASUS*, Brasília, DF, c. 2020. Disponível em: http://tabnet.datasus.gov.br/cgi/tabcgi.exe?sim/cnv/ext10uf.def. Acesso em: 2 maio 2022.

a) Qual é o tipo de gráfico mais adequado para representar os dados dessa tabela? Por quê?
b) Podemos afirmar que nesse período o número de mortes no trânsito foi sempre crescente? Por quê?
c) Com uma calculadora, determine o percentual aproximado da diminuição de mortes no trânsito entre 2014 e 2020.

3. Para cada situação, indique o tipo de gráfico mais adequado. Justifique sua resposta.
a) Mostrar como o número de automóveis vendidos por uma concessionária variou, mês a mês, durante 1 ano.
b) Comparar o número de estudantes aprovados e reprovados em 2022 e 2023.
c) Comparar os percentuais de materiais de cada tipo que uma cooperativa reciclou em 2023.

3. Respostas em *Orientações*.

4. Em abril de 2023, a professora de Matemática do 8º ano A organizou em um gráfico de setores a porcentagem de estudantes que obtiveram notas de 0 a 10 no 1º bimestre. Observe.



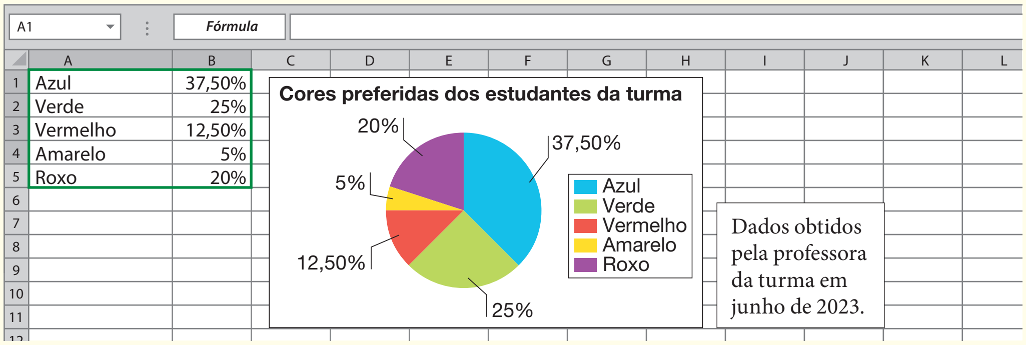
ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela professora de Matemática do 8º ano A em abril de 2023.

- Elabore um problema envolvendo os dados do gráfico de setores construído pela professora. **4.** Resposta pessoal.

2. a) Exemplo de resposta: O gráfico de linhas, pois mostra como o número de mortes no trânsito variou de 2014 a 2020.
2. b) Não, porque entre todos os anos apresentados o número de mortes no trânsito diminuiu.
2. c) aproximadamente 31%

- Exemplo de resposta da atividade **1**:



PLANILHA ELETRÔNICA: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA; GRÁFICO: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Educação Financeira

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Decisões a tomar

Já faz alguns anos que você estuda Matemática, não é mesmo? Você se lembra de alguma situação na qual usou a Matemática em seu dia a dia? Analise o diálogo a seguir.

ILUSTRAÇÕES: ROBERTO ZOELLNER/ARQUIVO DA EDITORA

O que você faria? O que você faria?: Respostas pessoais.

Imagine-se na situação do rapaz da história. Como você agiria? Leia as opções a seguir e escreva no caderno as vantagens e as desvantagens de cada uma.

a) Pagaria à vista, pois já teria economizado dinheiro para comprar os presentes.

b) Pagaria a prazo, já que não teria o dinheiro para o pagamento à vista.

c) Pagaria à vista, pois assim não teria prestações no futuro.

d) Pesquisaria na internet maneiras de fazer as contas para, então, decidir o que seria mais vantajoso.

e) Perguntaria ao vendedor da loja qual seria a melhor opção de pagamento.

f) Procuraria, entre amigos e familiares, alguém que pudesse explicar melhor a diferença entre as formas de pagamento.

(EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.

Competência geral 7: Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Educação Financeira

Objetivos

- Refletir sobre o uso consciente de recursos financeiros, favorecendo o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira**, da macroárea **Economia**.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA04 e da competência geral 7 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Esta seção contribui para o desenvolvimento da habilidade EF08MA04 porque os estudantes irão refletir e resolver problemas envolvendo o cálculo de porcentagens.

Orientações

- Nesta seção, embora o centro do debate não sejam as diferentes aplicações da Matemática em nosso cotidiano, os estudantes podem fazer uma breve discussão de quando e como usam a Matemática e, especialmente, pensar em situações como a da ilustração, em que a falta de conhecimento matemático pode afetar a vida social, econômica e financeira das pessoas. As discussões e reflexões propostas nesta seção propiciam o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira**, da macroárea **Economia**.
- Em *O que você faria?*, além de escolher uma opção para solucionar a dúvida apresentada, os estudantes poderão opinar sobre as diferentes atitudes que podem ser tomadas e suas consequências. A ideia é que eles se posicionem de maneira ética com base na situação apresentada ou em fatos que já vivenciaram, o que contribui para que a competência geral 7 da BNCC tenha seu desenvolvimento favorecido.

• De modo simplificado, podemos definir juro como a quantia paga por um empréstimo de dinheiro.

• Em *Calcule*, permita que os estudantes utilizem uma calculadora, como costuma ser feito em casos reais de compra e venda. Nas perguntas propostas, eles são levados a desenvolver a habilidade EF08MA04, pois resolvem problemas que envolvem o cálculo de porcentagens para determinar os valores à vista dos produtos e das porcentagens que correspondem aos valores excedentes dos preços a prazo em relação aos preços à vista.

Resolução do item **a**:

Brinquedo

À vista: R$ 530,00

A prazo: $5 \cdot$ R$ 121,90 = R$ 609,50

Valor excedente: R$ 609,50 − R$ 530,00 =
= R$ 79,50

Notebook

À vista: R$ 3000,00 − 20% =
= R$ $3000 \cdot 0{,}80$ = R$ 2400,00

A prazo: $3 \cdot$ R$ 1000,00 = R$ 3000,00

Valor excedente:
R$ 3000,00 − R$ 2400,00 = R$ 600,00

Carro

À vista: R$ 45500,00

A prazo: R$ 10000 + $20 \cdot$ R$ 1810,50 =
= R$ 10000 + R$ 36210 = R$ 46210,00

Valor excedente:
R$ 46210,00 − R$ 45500,00 = R$ 710,00

Resolução do item **b**:

Brinquedo: $79{,}50 : 530 = 0{,}15$;
logo: $0{,}15 \cdot 100 = 15\%$

Notebook: $600 : 2400 = 0{,}25$;
logo: $0{,}25 \cdot 100 = 25\%$

Carro: $710 : 45500 = 0{,}0156$;
logo: $0{,}0156 \cdot 100 \simeq 1{,}56\%$

• Em *Reflita*, como conclusão, promova um debate entre os estudantes, de modo que tenham a oportunidade de expor sua opinião sobre os modos de pagamento em situações de compra, mesmo que hipotéticas.

• É importante considerar as dimensões social, emocional, histórica e cultural dos estudantes, uma vez que é provável que eles tragam experiências familiares para debates desse tipo. Nesse sentido, é preciso acolher as experiências, promovendo o respeito e a empatia, combatendo o *bullying*, que porventura possa surgir nessas discussões em razão das vivências compartilhadas ou das respostas sugeridas para as questões propostas. A intenção é que os estudantes fiquem mais críticos em relação a esse assunto e valorizem o conhecimento matemático.

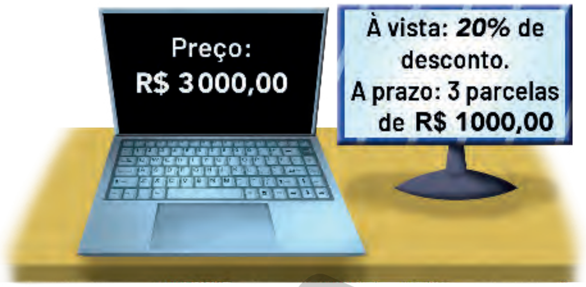
▶ **Educação Financeira**

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Calcule

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

Observe os preços de cada produto. Depois, responda às questões.



ILUSTRAÇÕES: AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Ao optar pela compra a prazo, qual será o valor excedente que a pessoa pagará por cada produto, comparando com o valor à vista? **Calcule: a)** brinquedo: R$ 79,50; *notebook*: R$ 600,00; carro: R$ 710,00

b) Esse valor excedente para o pagamento a prazo de cada produto corresponde a qual percentual do valor para pagamento à vista? **Calcule: b)** brinquedo: 15%; *notebook*: 25%; carro: aproximadamente 1,56%

Reflita

Para concluir o tema desta seção, discuta oralmente estas questões com seus colegas. **Reflita:** Respostas pessoais.

a) O que quero comprar é urgente? Se não for urgente, não será mais vantajoso economizar o dinheiro para comprar à vista?

b) Durante quanto tempo eu devo economizar para comprar um produto à vista?

c) O que eu posso comprar com o valor a mais que é cobrado em uma venda a prazo?

d) Compras parceladas são sempre a pior opção?

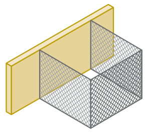
e) Em qual situação uma compra a prazo é mais vantajosa para o consumidor?

ROBERTO ZOELLNER/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe a figura e encontre a expressão solicitada.
Jorge quer construir um galinheiro com formato quadrado, aproveitando o muro de seu quintal e alguns metros de tela que possui.



1. a) $9\ m^2$

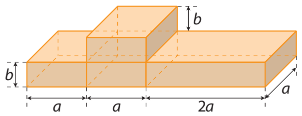
a) Se Jorge tivesse 9 m de comprimento de tela, qual seria a medida da área do quintal ocupada pelo galinheiro? **1. b)** $A = \frac{c^2}{9}$

b) Levando em conta que a medida do comprimento c da tela é desconhecida, escreva uma expressão algébrica para o cálculo da medida da área do galinheiro, dependendo da medida do comprimento c da tela.

2. $x + \frac{6}{5}y$

2. Durante uma partida de basquete, Fábio fez x arremessos de 3 pontos e y arremessos de 2 pontos. Sabendo que ele acertou $\frac{1}{3}$ dos arremessos de 3 pontos e $\frac{3}{5}$ dos arremessos de 2 pontos, determine a expressão algébrica que representa a quantidade de pontos que Fábio marcou.

3. Qual é o monômio que representa a medida do volume da figura a seguir? **3.** $5a^2b$



4. Vítor decidiu levar seus filhos ao cinema. Chegando lá, viu que tinha duas opções para estacionar seu carro. Observe os valores anunciados nas placas dos estacionamentos.

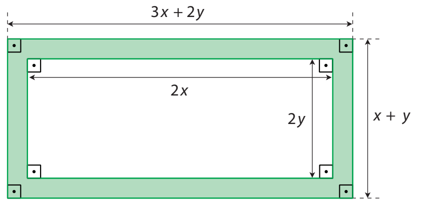
Estacionamento A	Estacionamento B
1ª hora: R$ 3,00	1ª hora: R$ 4,00
Hora adicional: R$ 1,20	Hora adicional: R$ 0,80

a) Quais são os polinômios que expressam os valores cobrados pela utilização de x horas em cada estacionamento?

b) Em qual dos estacionamentos será mais vantajoso para Vítor guardar o carro por um período de 6 horas? **4. b)** no estacionamento B

4. a) estacionamento A: $3{,}00 + 1{,}20x$; estacionamento B: $4{,}00 + 0{,}80x$

5. Observe a figura e responda às questões.



5. a) $3x^2 + 2y^2 + xy$

a) Qual é o polinômio que representa a medida da área da região colorida de verde?

b) Encontre o valor numérico da medida da área dessa região para $x = 3$ e $y = 1$. **5. b)** 32

6. Determine o resto em cada caso. **6. a)** 20

a) Se $M = 3x^4 - 6x^2 + 1$ e $N = 3x^4 - 5x^2 - 2$, determine o resto da divisão de $(M + N)$ por $(M - N)$.

b) Dividindo o polinômio $x^5 + 2x^4 - x^2 + 3$ por $x^2 + 5$, obtêm-se o quociente Q e o resto R. Determine o resto para $x = -0{,}2$. **6. b)** 53

7. Pense em um número x, inteiro e positivo. Depois, multiplique o antecessor e o sucessor desse número. Em seguida, adicione 1 ao produto obtido e extraia a raiz quadrada da soma obtida.

O resultado é o número pensado.

Usando uma calculadora comum, para $x = 13$, fazemos:

7. Respostas pessoais.

Verifique esse procedimento para x igual:

a) ao seu número de chamada em sala de aula;

b) ao número de chamada de um colega de turma;

c) ao ano de seu nascimento.

d) Escreva uma expressão algébrica que justifique os passos acima.

8. a) $x^2 - 2x - 15$

8. Faça o que se pede em cada caso.

a) Determine o polinômio que, dividido por $(x - 5)$, tem como quociente exato $(x + 3)$.

b) Determine o polinômio P que, dividido por $D = x^2 - x$, resulta no quociente $Q = x^3 + 2x + 4$ e no resto $R = 4x + 6$.

8. b) $x^5 - x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 6$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA06 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- As atividades **4** e **5** desta seção contribuem para o desenvolvimento da habilidade EF08MA06 porque são propostos problemas que envolvem o cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica.

Orientações

- Nesse momento, a proposta é resolver as atividades individualmente. Verifique se em cada atividade os estudantes empregam a linguagem algébrica de maneira correta. Aproveite para avaliar o que aprenderam e para tirar as dúvidas da turma.
- As etapas apresentadas na atividade **7** podem variar de uma calculadora para outra. Verifique se é necessário orientar os estudantes cujas calculadoras funcionem de maneiras diferentes da indicada.
- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com “sim”, “às vezes” ou “não”.

Eu...

... sei construir expressões algébricas para descrever problemas?

... reconheço a parte literal e o coeficiente de monômios?

... compreendo o que são monômios semelhantes?

... sei calcular o valor numérico de expressões algébricas?

... sei efetuar operações envolvendo polinômios?

... sei avaliar a melhor representação gráfica para um conjunto de dados?

... reconheço a importância da Matemática no meu dia a dia?

(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

Contagem

Objetivo

• Explorar o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Orientações

• O assunto que é tema deste capítulo envolve um raciocínio matemático particular: o raciocínio combinatório. Contar é uma habilidade básica que se procura desenvolver desde muito cedo na formação do ser humano. Na análise combinatória, há situações nas quais os elementos a serem contados não aparecem explícitos, mas são definidos por características dadas, que permitem perceber quais são todos esses elementos, por meio do raciocínio combinatório.

CAPÍTULO 8

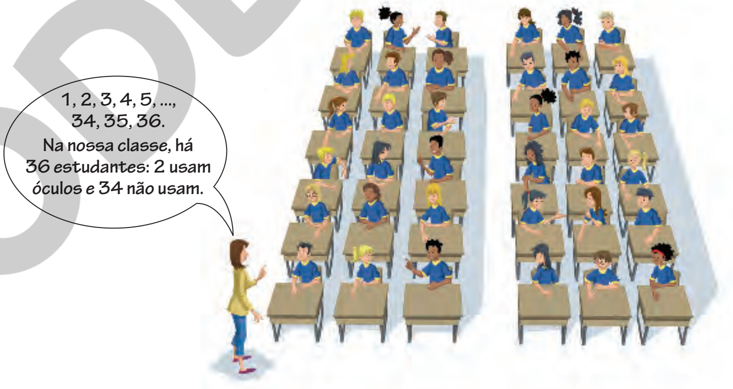
Problemas de contagem

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF08MA03
EF08MA22

1 Contagem

Em muitas situações do dia a dia, temos de fazer contagens. Acompanhe algumas delas a seguir.

JUBRAN/ARQUIVO DA EDITORA



LIMA/ARQUIVO DA EDITORA

Lembre-se: Escreva no caderno!

Note que, nesses dois casos, os elementos foram contados um a um, mas há situações em que essa forma de contagem é muito trabalhosa ou não é viável.

Imagine, por exemplo, que uma turma de formandos de um colégio resolveu fazer uma rifa para levantar fundos para a festa de formatura. Cada bilhete será formado com duas letras, entre as cinco primeiras do nosso alfabeto, seguidas de dois algarismos. Observe alguns exemplos de bilhetes dessa rifa.

JUBRAN/ARQUIVO DA EDITORA

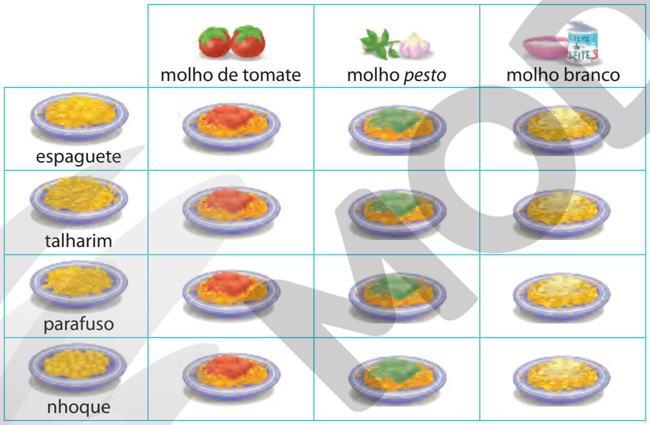
Quantos são os bilhetes dessa rifa?

Para responder a essa pergunta, poderíamos listar todas as combinações possíveis de letras e de números, e depois contá-las, mas isso seria muito trabalhoso. Entretanto, podemos utilizar um procedimento que permite contar, de forma indireta, os bilhetes dessa rifa. Para compreender como esse método funciona, acompanhe outras situações parecidas com essa.

2 Princípio multiplicativo ou princípio fundamental da contagem

Clara está em um restaurante italiano e não sabe que combinação de massa e molho escolher. Ela tem à disposição 4 tipos diferentes de massa – espaguete, talharim, parafuso e nhoque – e 3 tipos de molho – de tomate, *pesto* e branco. De quantas maneiras diferentes Clara pode combinar uma massa com um molho?

Observe as combinações que podem ser feitas com um tipo de massa e um tipo de molho.



FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com esse quadro, há 12 maneiras diferentes de combinar uma massa com um molho.

• Comente com os estudantes que eles resolverão o problema da quantidade de bilhetes da rifa mais adiante neste Capítulo (atividade **6** da página 217).

Princípio multiplicativo ou princípio fundamental da contagem

Objetivos

• Definir o princípio multiplicativo ou princípio fundamental da contagem.

• Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA03 da BNCC.

Habilidade da BNCC

• Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA03 porque será definido o princípio multiplicativo, e os estudantes poderão aplicá-lo na resolução de problemas.

Orientações

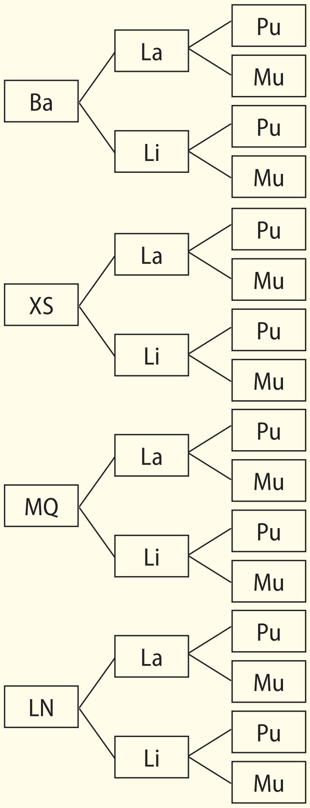
• O raciocínio combinatório precisa ser desenvolvido pelos estudantes para que tenham a capacidade de lidar com números em situações nas quais não haviam antes pensado e que são instigantes e desafiadoras.

• Antes de iniciar este tópico, apresente aos estudantes o problema e peça a eles que, utilizando estratégias pessoais, encontrem de quantas maneiras diferentes se pode escolher uma massa e um molho. Após discutirem, mostre como solucionar esse problema listando todas as combinações em um quadro e por meio da árvore de possibilidades, conforme ilustrado no *Livro do Estudante*. A construção de uma representação visual da situação descrita, por exemplo, um quadro ou a árvore de possibilidades, permite que os estudantes compreendam o princípio multiplicativo, atribuindo significado ao produto que fornece o total de opções.

(EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.

213

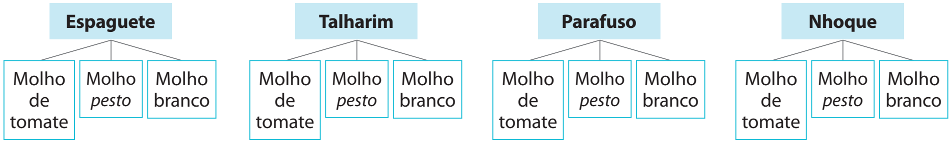
- Ao lidar com problemas de contagem, os estudantes, cada um no seu tempo, começam a substituir a construção de quadros ou esquemas, completa ou parcialmente, por uma resolução aritmética. Entretanto, é importante ressaltar que essa substituição deve partir dos estudantes.
- Exemplo de resposta do boxe *Para fazer*:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Ba – Bauru
XS – X-salada
MQ – Misto-quente
LN – Lanche natural
La – Suco de laranja
Li – Suco de limão
Pu – Pudim
Mu – *Mousse*

Podemos, também, representar essas possibilidades por meio de um esquema chamado **árvore de possibilidades**. Observe.



Note que, como a quantidade de maneiras de combinar uma massa com um molho não é grande, foi possível listar todas as combinações. Mas como listaríamos todas as combinações se a quantidade de tipos de massa e de molho fosse bem maior que a da situação apresentada?

Em casos como esse, aplicaríamos o **princípio multiplicativo** ou o **princípio fundamental da contagem**.

Se uma decisão d_1 pode ser tomada de p_1 maneiras diferentes e se, uma vez tomada a decisão d_1, a decisão d_2 puder ser tomada de p_2 maneiras diferentes, então o número de maneiras de tomar as decisões d_1 e d_2 é $p_1 \cdot p_2$.

Na situação anterior, duas decisões poderiam ser tomadas: d_1 (escolher o tipo de massa entre as 4 opções possíveis) e d_2 (escolher o tipo de molho entre as 3 opções possíveis). Portanto, o número de maneiras distintas de tomar as decisões d_1 e d_2 era 12, pois $4 \cdot 3 = 12$.

O princípio multiplicativo pode ser estendido para mais de duas decisões. Acompanhe a situação a seguir.

Em uma lanchonete são oferecidas diferentes opções de combo aos clientes.

JUBRAN/ARQUIVO DA EDITORA

De quantas maneiras diferentes uma pessoa pode montar um combo?

Nesse caso, três decisões podem ser tomadas: d_1 (escolher o lanche entre as 4 opções possíveis), d_2 (escolher o sabor do suco entre as 2 opções possíveis) e d_3 (escolher o doce entre as 2 opções possíveis). Portanto, o número de maneiras distintas de tomar as decisões d_1, d_2 e d_3 é 16, pois $4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$.

Para fazer **Para fazer:** Resposta em *Orientações*.

Construa uma árvore de possibilidades para representar as diferentes maneiras de montar um combo.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Em uma loja são oferecidos 10 modelos de telefone, disponíveis em 4 cores. Para quem quer comprar um telefone nessa loja, quantas escolhas são possíveis? **1.** 40 escolhas

2. Paulo possui 3 bolinhas vermelhas numeradas (V_1, V_2 e V_3), 5 bolinhas azuis numeradas (A_1, A_2, A_3, A_4 e A_5) e 4 bolinhas roxas, também numeradas (R_1, R_2, R_3 e R_4). Quantos trios, escolhendo uma bolinha numerada de cada cor, Paulo pode formar? **2.** 60 trios

Problemas que envolvem o princípio fundamental da contagem

Podemos usar o princípio fundamental da contagem para resolver muitos problemas. Analise alguns exemplos.

Situação 1

Quantos números de três algarismos podem ser formados?

Para responder a essa pergunta, poderíamos listar e contar todos os números de três algarismos, mas isso daria muito trabalho. Nesse caso, podemos aplicar o princípio fundamental da contagem.

Como nenhum número pode começar com o algarismo zero, o algarismo das centenas pode ser escolhido de 9 modos. O algarismo das dezenas e o das unidades podem ser escolhidos de 10 modos cada um.

centena	dezena	unidade
↑	↑	↑
9 modos	**10 modos**	**10 modos**
qualquer algarismo, exceto o zero	qualquer algarismo	qualquer algarismo

Assim, podem ser formados 900 números de três algarismos, pois $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$.

Para calcular

Quantos números de quatro algarismos podem ser formados? **Para calcular:** 9 000 números

Situação 2

Quantos números de quatro algarismos **distintos** podem ser formados?

Uma vez que listar todos esses números e depois contá-los não é a estratégia mais adequada, vamos aplicar o princípio fundamental da contagem. Observe o esquema.

unidade de milhar	centena	dezena	unidade
↑	↑	↑	↑
9 modos	**9 modos**	**8 modos**	**7 modos**
qualquer algarismo, exceto o zero	qualquer algarismo não escolhido para a casa das unidades de milhar ou o zero	qualquer algarismo não escolhido para a casa das unidades de milhar e para a casa das centenas	qualquer algarismo que ainda não foi escolhido

Dessa forma, podem ser formados 4 536 números de quatro algarismos distintos, pois $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 4\,536$.

- Na atividade **1**, os estudantes devem observar que para cada modelo de telefone há quatro cores. Como são 10 modelos, temos 40 escolhas possíveis, pois $10 \cdot 4 = 40$.
- Na atividade **2**, como são 3 bolinhas vermelhas, 5 azuis e 4 roxas, é possível formar 60 trios, pois $3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$.
- Em *Problemas que envolvem o princípio fundamental da contagem* é apresentada a resolução de diferentes situações por meio da aplicação do princípio multiplicativo.

- No boxe *Para calcular*, espera-se que os estudantes empreguem raciocínio semelhante ao apresentado na Situação 1.

unidade de milhar	centena	dezena	unidade
↑	↑	↑	↑
9 modos	10 modos	10 modos	10 modos

A quantidade de números é obtida por meio da multiplicação: $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000$

Portanto, podem ser formados 9000 números de quatro algarismos.

- Cada situação precisa ser examinada com cuidado, solicitando a participação dos estudantes. É importante que eles exponham suas ideias e troquem informações.
- No boxe *Para calcular*, espera-se que os estudantes concluam que é possível 5 pessoas sentarem-se em 3 cadeiras de 60 modos diferentes, pois $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

Situação 3

De quantos modos diferentes é possível que 3 pessoas se sentem em 3 cadeiras?

Para resolver esse problema, podemos imaginar as diferentes maneiras de dispor essas pessoas nas cadeiras e depois contá-las.

Portanto, as 3 pessoas podem se sentar de 6 maneiras diferentes nas 3 cadeiras.

Também podemos resolver esse problema aplicando o princípio fundamental da contagem.

cadeira verde	cadeira azul	cadeira laranja
↑	↑	↑
3 modos	**2 modos**	**1 modo**
Ivo, **Bia** ou **Taís**	qualquer pessoa que não tenha se sentado na cadeira verde	a pessoa que sobrou

A cadeira verde pode ser ocupada de 3 modos diferentes, a azul, de 2 modos, e a laranja, somente de 1 modo.

Assim, há 6 modos diferentes de essas pessoas se sentarem em 3 cadeiras, pois $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

Para calcular

De quantos modos diferentes é possível que 5 pessoas se sentem em 3 cadeiras? **Para calcular:** 60 modos

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Quantos números de dois algarismos existem? **1.** 90 números

2. Quantos números de três algarismos distintos existem? **2.** 648 números

3. Quantos números de três algarismos distintos podemos formar com os algarismos 2, 4, 6, 7, 8 e 9? **3.** 120 números

4. De quantas maneiras diferentes 7 pessoas podem ficar em fila? **4.** 5 040 maneiras

5. Quantos números de três algarismos menores que 700 podem ser formados com os dígitos 4, 5, 6, 7 e 8, considerando que: **5. a)** 75 números

a) os algarismos podem se repetir;

b) os algarismos não podem se repetir.

5. b) 36 números

6. Você se lembra do problema do início deste Capítulo? Agora, é a hora de resolvê-lo.

Uma turma de formandos do colégio resolveu fazer uma rifa para levantar fundos para a festa de formatura. Cada bilhete será formado com duas letras, entre as cinco primeiras do nosso alfabeto, seguidas de dois algarismos. Quantos bilhetes há nessa rifa? **6.** 2 500 bilhetes

7. Quantas palavras de 4 letras diferentes, com sentido ou não, podem ser formadas com um alfabeto de 26 letras? **7.** 358 800 palavras

8. Marília precisa criar uma senha de acesso à rede do instituto em que estuda. Ela foi informada de que a senha precisa ter 6 dígitos, sendo um deles uma letra e os demais, algarismos, que podem ser repetidos. Todas as senhas criadas por Marília começam com o algarismo 9 e terminam com uma vogal. Quantas senhas diferentes Marília pode criar com base nesse critério? **8.** 50 000 senhas

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

Situação 4

Chamamos de **anagramas** as diferentes maneiras de ordenar as letras de uma palavra para formar outra palavra, com sentido ou não.

Quantos são os anagramas da palavra **MEU**?

Para responder a essa pergunta, podemos listar todos os anagramas e depois contá-los:

MEU **EMU** **UME**

MUE **EUM** **UEM**

Portanto, existem 6 anagramas da palavra **MEU**.

Também podemos aplicar o princípio fundamental da contagem. Os anagramas da palavra **MEU** têm 3 letras. Para a primeira letra, temos 3 escolhas; para a segunda, 2 escolhas; e, para a terceira, somente 1 escolha.

1ª letra	2ª letra	3ª letra
↑	↑	↑
3 escolhas	**2 escolhas**	**1 escolha**
M, **E** ou **U**	qualquer letra não escolhida como a 1ª letra	a letra que não foi escolhida

Assim, o número de anagramas da palavra **MEU** é 6, pois $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

• As atividades propostas nesta página pretendem mobilizar os conhecimentos e as situações exploradas neste Capítulo até o momento, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

• A atividade **6** retoma a situação apresentada no início do capítulo (página 213). Verifique se os estudantes identificam que, no enunciado do problema, não é informado que as letras precisam ser diferentes e que os algarismos devem ser distintos. Então, temos: para as letras, 25 possíveis escolhas, pois $5 \cdot 5 = 25$; e, para os algarismos, 100 possíveis escolhas, pois $10 \cdot 10 = 100$. Logo, os números da rifa são 2 500, pois $25 \cdot 100 = 2\,500$.

• Antes de explorar a Situação 4, verifique se os estudantes conhecem o significado de anagrama e explore alguns com eles.

- A solução de problemas de contagem exige compreensão plena da situação descrita. Muitos deles, como os apresentados nas Situações 5 e 6, não podem ser resolvidos aplicando diretamente o princípio multiplicativo. Por esse motivo, incentive os estudantes a expor o que entenderam e como acham que devem proceder para resolver determinado problema.
- Para solucionar a questão proposta no boxe *Para calcular*, espera-se que os estudantes concluam que, para compor a dupla de monitores, podemos escolher 1 entre os 4 candidatos, e para o segundo monitor da dupla, restam 3 estudantes para serem escolhidos. Assim, o total de duplas é calculado por: $4 \cdot 3 = 12$

Desconsiderando a quantidade de repetições, temos $12 : 2 = 6$, ou seja, 6 duplas.

Situação 5

Jorge, Lucas e Iara se candidataram ao cargo de monitor da classe. Sabendo que 2 deles serão escolhidos, quantas duplas diferentes de monitores podem ser formadas?

Para resolver esse problema, vamos imaginar as duplas que podem ser formadas.

ORLY WANDERS/ARQUIVO DA EDITORA

Note que há duplas formadas pelos mesmos integrantes, portanto são iguais. Por exemplo, a dupla Jorge e Lucas é igual à dupla Lucas e Jorge. Assim, observando novamente as imagens acima, podemos concluir que existem 3 duplas diferentes.

Também podemos usar o princípio multiplicativo para resolver esse problema. O primeiro estudante da dupla pode ser escolhido de 3 modos, e o segundo, de 2 modos, o que totalizaria 6 duplas, pois $3 \cdot 2 = 6$.

1º estudante da dupla	2º estudante da dupla
↑	↑
3 modos	**2 modos**
Jorge, **Lucas** ou **Iara**	qualquer estudante não escolhido como o 1º

No entanto, da mesma forma, cada dupla foi contada 2 vezes. Então, é necessário dividir o total 6 por 2 para eliminar as repetições.

Portanto, podem ser formadas 3 duplas diferentes, pois $6 : 2 = 3$.

Para calcular

E se fossem 4 candidatos ao cargo de monitor da classe, quantas duplas diferentes de monitores poderiam ser formadas? **Para calcular:** 6 duplas

Situação 6

Quantos são os anagramas da palavra **CARA**?

Vamos listar todos os anagramas da palavra **CARA**, supondo que as letras **A** sejam “diferentes”. Para isso, vamos destacar cada letra A com uma cor.

CARA	CARA	CAAR	CAAR	CRAA	CRAA
RACA	RACA	RAAC	RAAC	RCAA	RCAA
ACRA	ACAR	AACR	AARC	ARCA	ARAC
ACRA	ACAR	AACR	AARC	ARCA	ARAC

Dessa forma, listamos 24 anagramas. No entanto, como as letras **A** não são diferentes, os pares de anagramas destacados a seguir são iguais.

CARA	CARA	CAAR	CAAR	CRAA	CRAA
RACA	RACA	RAAC	RAAC	RCAA	RCAA
ACRA	ACAR	AACR	AARC	ARCA	ARAC
ACRA	ACAR	AACR	AARC	ARCA	ARAC

Note que metade dos anagramas acima é igual. Portanto, a palavra **CARA** tem, na verdade, 12 anagramas.

Nesse caso, também podemos aplicar o princípio fundamental da contagem. Se todas as letras fossem diferentes, teríamos 4 escolhas para a primeira letra, 3 para a segunda, 2 para a terceira e somente 1 para a quarta. Isso daria 24 anagramas, pois $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. No entanto, como cada anagrama foi contado 2 vezes, devemos dividir 24 por 2 para eliminar as repetições.

Portanto, a palavra **CARA** tem 12 anagramas, pois $24 : 2 = 12$.

Para investigar **Para investigar:** 20 anagramas

Reúna-se com um colega e calculem o número de anagramas da palavra **AMADA**.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Quantos são os anagramas da palavra LIVRO? **1.** 120 anagramas
2. Quantos são os anagramas da palavra LIVRO que começam com I e terminam com O? **2.** 6 anagramas
3. Com os 5 tipos de fruta que há em uma fruteira, quantos tipos de salada, contendo 3 delas, podemos fazer? **3.** 10 tipos de salada
4. Dado um conjunto de 10 pessoas, quantas comissões diferentes de 3 pessoas é possível formar? **4.** 120 comissões
5. Quantos são os anagramas da palavra ABACATE? **5.** 840 anagramas
6. Elabore um problema envolvendo o princípio fundamental da contagem. Passe seu problema para um colega resolver e resolva o problema criado por ele. **6.** Resposta pessoal.

- No boxe *Para investigar*, espera-se que os estudantes identifiquem, a princípio, que, se todas as letras fossem diferentes, teríamos 5 escolhas para a primeira letra, 4 para a segunda, 3 para a terceira, 2 para a quarta e somente 1 para a quinta, o que resultaria em 120 anagramas, pois $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$. Como a letra A se repete 3 vezes na palavra AMADA, devemos computar o número de anagramas repetidos, ou seja, $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Assim, é preciso dividir o total de anagramas pelo número de repetições: $120 : 6 = 20$.

Portanto, há 20 anagramas da palavra AMADA.

- Na resolução da atividade **3**, para fazer a salada com 3 tipos de fruta, temos: para a primeira fruta, 5 escolhas; para a segunda, 4; e, para a terceira, 3. Há, portanto, 60 escolhas para os três tipos de fruta, pois $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$. Mas esse não é o total de saladas, pois aquela formada pelas frutas A, B e C é a mesma daquela formada por B, C e A, por exemplo. Precisamos eliminar as repetições: cada salada foi contada 6 vezes, pois $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Logo, o número de saladas de frutas desejado é 10, pois $60 : 6 = 10$.
- Nos problemas de contagem, é possível, frequentemente, mudar um pouco o enunciado para ter outro problema. Nesses casos, pode acontecer de algum estudante sugerir “... e se fosse assim?”, o que é muito bom. Caso isso não ocorra, pode-se sugerir a alteração e colocar a nova situação em discussão.
- Após a criação de problemas, na atividade **6**, é importante promover a troca dos problemas entre os estudantes. Isso pode ser feito em duplas, quando cada um propõe um problema para o colega resolver, ou em pequenos grupos, quando cada estudante propõe um problema para o grupo – cinco ou seis estudantes – discutir e resolver.

Trabalho em equipe

Objetivos

- Aplicar, por meio de trabalhos em grupos, os conceitos estudados.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA03 e das competências gerais 9 e 10 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA03 porque os estudantes deverão elaborar problemas que possam ser resolvidos pelo princípio multiplicativo.

Orientações

- Organize a turma em grupos. Após a leitura da seção, é importante verificar se os estudantes compreenderam claramente a atividade proposta. Se julgar oportuno, cite exemplos de problemas de contagem com restrições, como: "Quantos números de 9 algarismos podem ser formados, de modo que o primeiro algarismo seja maior do que 5?", "Quantos anagramas da palavra BELO podem ser formados, tal que a última letra seja uma vogal?".
- Antes de os grupos se apresentarem, verifique se os problemas estão adequados ao que foi estudado, se envolve apenas os conhecimentos matemáticos adquiridos até o momento e se todos os integrantes do grupo participaram da tarefa.
- Essa proposta de trabalho em equipe favorece o desenvolvimento das competências gerais 9 e 10 da BNCC pois estimula o exercício da empatia e do diálogo, além de colocar em prática a cooperação e a competitividade entre os estudantes.
- Após todos os grupos elaborarem seus problemas e resolverem os problemas dos demais grupos, sugira que cada grupo resolva o seu problema no quadro e oriente os demais a compararem as resoluções. Verifique e valorize as diferentes estratégias.
- Se julgar conveniente, sugira uma votação para o problema de contagem com a situação mais criativa, a mais difícil e a mais fácil.

Trabalho em equipe

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Gincana dos problemas de contagem

Existem muitas situações envolvendo o raciocínio combinatório em que a quantidade de possibilidades não é explícita, mas deve ser calculada por meio das características dadas. Sabendo disso, você e seu grupo vão elaborar problemas de contagem com restrições e resolvê-los em uma "gincana matemática".

JUSTIFICATIVA

Para resolver um problema de contagem com um número pequeno de combinações, podemos usar um diagrama de árvore ou outra representação para listar todas as possibilidades. No entanto, quando o número de combinações é muito grande, temos de usar outras estratégias, principalmente quando esses problemas trazem restrições muito específicas. Uma gincana é um meio divertido de treinar essas habilidades.

OBJETIVO

Elaborar problemas de contagem com restrições que possam ser resolvidos pela turma, por meio do princípio multiplicativo.

APRESENTAÇÃO

Gincana entre os diversos grupos da sala.

QUESTÕES PARA PENSAR EM GRUPO

- Que tipo de problema de contagem com restrições pode ser resolvido por meio do princípio multiplicativo?
- Problemas de contagem podem envolver combinações de letras, números, senhas, anagramas, sabores de sorvete e cobertura, de sanduíches e sucos, cartas de baralho, fichas numeradas, entre outros. Quais elementos vocês escolherão?
- Antes de apresentar o problema para a turma, é importante que todos os integrantes do grupo saibam resolvê-lo. Como garantir que o problema elaborado possa ser resolvido usando apenas os conhecimentos matemáticos adquiridos até o momento?
- Quais serão as regras da gincana?

NÃO SE ESQUEÇAM

- Cada grupo vai elaborar um problema de contagem com restrições, o qual deve ser apresentado (oralmente ou por escrito em uma folha ou no quadro) para os demais grupos, que, por sua vez, devem resolvê-lo e anotar em uma folha a resposta dos problemas.

DOUGLAS FRANCHIN/ARQUIVO DA EDITORA

(EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência geral 10: Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Aplicação do princípio fundamental da contagem em cálculos de probabilidade

Marcos fez uma mágica com um baralho comum de 52 cartas. Para isso, ele espalhou as cartas sobre a mesa com as faces voltadas para baixo. Em seguida, pediu a Aline que retirasse uma carta qualquer do baralho.


JUBRAN/ARQUIVO DA EDITORA

▶ Qual carta tinha maior probabilidade de ser retirada por Aline?

Experimento aleatório e experimento equiprovável

Retirar uma carta qualquer do baralho é um experimento cujo resultado não pode ser previsto. É chamado **experimento aleatório**.

Além disso, o experimento que Aline realizou ao retirar uma carta qualquer do baralho é **equiprovável**, ou seja, todas as cartas têm a mesma probabilidade de ser retiradas.

Cálculo de probabilidade

Para calcular a probabilidade de um evento ocorrer, basta dividir o número de casos favoráveis pelo número de elementos do espaço amostral. Para determinar esses números, quando necessário, podemos usar o princípio fundamental da contagem.

Espaço amostral é o conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento.

Estatística e Probabilidade

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA22 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA22 porque os estudantes terão a oportunidade de calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.

Orientações

- Dando continuidade à resolução de problemas que envolvem combinações e contagens, esta seção propõe aos estudantes que façam aplicações do princípio multiplicativo em cálculos de probabilidades empregando uma razão.
- Aproveite a situação inicial e peça aos estudantes que calculem a probabilidade de Aline retirar uma carta 7 de determinado naipe. Espera-se que eles concluam que a probabilidade é de $\frac{1}{52}$, dado que há apenas um caso favorável (uma carta 7 para o naipe escolhido). Se julgar oportuno, proponha outros cálculos envolvendo a mesma situação, como a probabilidade de escolher carta 4 de qualquer naipe $\left(\frac{4}{52}\right)$, ou uma carta de determinado naipe $\left(\frac{13}{52}\right)$.

(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.

• Caso julgue conveniente retomar os conceitos envolvidos para o desenvolvimento da habilidade EF08MA22, sugerimos os cadernos de exercícios do Portal da Matemática OBMEP, para explorar a fração como probabilidade. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=36&tipo=4. Acesso em: 7 jul. 2022.

Lembre-se: Escreva no caderno!

Acompanhe, por exemplo, como calcular a probabilidade de uma senha de três algarismos diferentes começar com 0:

- número de senhas com três algarismos diferentes que começam com 0 (casos favoráveis):

$$1 \cdot 9 \cdot 8 = 72$$

- número de senhas com três algarismos diferentes (casos possíveis):

$$10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

Ou seja, a probabilidade de a senha começar com 0 é dada por:

$$\frac{72}{720} = \frac{1}{10} = 0{,}1 \text{ ou } 10\%$$

Da mesma maneira, a probabilidade de essa senha começar com o algarismo 1 é $\frac{1}{10}$, de começar com o algarismo 2 é $\frac{1}{10}$ e assim por diante.

Note que a soma de todas essas probabilidades é igual a 1:

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = 1$$

probabilidade de a senha começar com o algarismo 9
probabilidade de a senha começar com o algarismo 8
probabilidade de a senha começar com o algarismo 7
probabilidade de a senha começar com o algarismo 6
probabilidade de a senha começar com o algarismo 5
probabilidade de a senha começar com o algarismo 4
probabilidade de a senha começar com o algarismo 3
probabilidade de a senha começar com o algarismo 2
probabilidade de a senha começar com o algarismo 1
probabilidade de a senha começar com o algarismo 0

Isso ocorre com a soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral: a soma das probabilidades é sempre igual a 1.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Fernando, Luana, Pedro, Alexandre, Izabel, Marta e Carla estão participando de um torneio de xadrez na escola. Considerando que eles são os únicos participantes e que todos têm a mesma probabilidade de ficar em primeiro lugar, responda às questões a seguir. **1. a)** 5 040 combinações

a) Quantas são as possíveis combinações de colocação desses participantes no campeonato?

b) Qual é a probabilidade de Fernando ser o primeiro colocado? **1. b)** aproximadamente 14,29%

2. Ana tem conta-corrente em um banco em que recebe o salário. Para sacar o dinheiro do banco, ela recebeu uma senha composta de quatro algarismos seguidos por duas letras, os quais podem ser iguais.

a) Qual é o total de senhas que podem ser criadas nessas condições? **2. a)** 6 760 000 senhas

b) Qual é a probabilidade de a senha de Ana ter a letra A na última posição? **2. b)** aproximadamente 3,85%

c) Se as letras e os algarismos não pudessem ser iguais, quantas senhas poderiam ser criadas? Nessas condições, qual seria a probabilidade de a senha de Ana ter a letra A na última posição?
2. c) 3 276 000 senhas; aproximadamente 3,85%

3. Na sorveteria de Fábio são oferecidos sorvetes na casquinha com 6 opções de sabores: morango, limão, abacaxi, creme, flocos e chocolate.

a) De quantas maneiras é possível montar um sorvete com 2 bolas de 2 sabores diferentes? **3. a)** 30 maneiras

b) Qual é a probabilidade de um cliente pedir um sorvete com 2 bolas de 2 sabores diferentes, das quais uma bola seja de chocolate? **3. b)** aproximadamente 33,33%

c) Você acha que, na realidade de uma sorveteria, essa probabilidade é verdadeira? Converse com um colega a respeito do assunto e formulem uma hipótese.
3. c) Resposta pessoal.

4. Everton resolveu pintar sua nova casa antes de se mudar. Para deixá-la com aspecto alegre, decidiu usar uma cor diferente em cada cômodo. Então, comprou 7 cores de tinta: azul, amarela, branca, lilás, verde, rosa e laranja.

Considerando que a casa tem 2 quartos, 1 sala, 1 cozinha, 2 banheiros e 1 lavanderia, responda às questões.

a) De quantas maneiras diferentes Everton poderá pintar sua casa? **4. a)** 5 040 maneiras

b) Qual é a probabilidade de ele pintar a cozinha de laranja? **4. b)** 14,29%

c) Nas condições apresentadas no enunciado, se Everton tivesse 8 cores de tinta, de quantas maneiras distintas ele poderia pintar sua casa?
4. c) 40 320 maneiras

ILUSTRAÇÕES: JUBRAN/ARQUIVO DA EDITORA

• Comente com os estudantes que, na atividade **3**, é preciso levar em conta a ordem das bolas de sorvete na casquinha. Por exemplo, o sorvete com a bola de flocos embaixo e a de limão em cima é diferente do sorvete com a bola de limão embaixo e a de flocos em cima. Então, o número de possibilidades de sorvete com apenas uma bola de chocolate será a soma do número de possibilidades de sorvete com uma bola de chocolate embaixo e do número de possibilidades de sorvete com uma bola de chocolate em cima.

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA03 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- A habilidade EF08MA03 é desenvolvida nesta seção por meio da resolução das atividades propostas.

Orientações

- Aproveite o tema das primeiras atividades propostas nesta seção e peça aos estudantes que pesquisem e tragam informações para a aula seguinte a respeito do uso de senhas seguras, antes da realização das atividades.
- Faça uma roda de conversa para que eles exponham o que sabem e o que pesquisaram sobre o assunto. Espera-se que eles indiquem o cuidado com a criação das senhas, evitando o uso de dados pessoais e priorizando senhas longas, com caracteres diversos e/ou aleatórios.
- Faça a mediação sobre o uso das senhas, cuidando para que não sejam expostas nem compartilhadas, tampouco usadas em computadores públicos sem conexões seguras. É possível que algum estudante traga a informação sobre *phishing*, que são códigos maliciosos usados para invadir computadores ou copiar senhas.
- Se julgar conveniente, oriente os estudantes a elaborarem cartazes com dicas e hábitos de segurança para o uso de senhas.
- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com “sim”, “às vezes” ou “não”.

Eu...

... compreendo o princípio multiplicativo ou princípio fundamental da contagem?

... sei resolver problemas utilizando o princípio multiplicativo ou princípio fundamental da contagem?

... compreendo o que são anagramas?

... compreendo o conceito de probabilidade?

... sei calcular a probabilidade da ocorrência de um evento?

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Leia a tirinha e, depois, responda às questões.

© HUMOR COM CIÊNCIA

a) Qual foi o engano cometido pelo tucano? **1. a)** O tucano não sabia que cada bolinha preta que visualizou esconde um caractere da senha de Bugio.

b) A senha de Bugio é formada por cinco algarismos. Quantas senhas é possível formar com cinco algarismos? **1. b)** 100 000 senhas

2. Em uma empresa são fabricados cadeados que só abrem por meio de um código, dispensando o uso de chave. Os códigos são formados por sete algarismos distintos. Quantos cadeados com códigos diferentes podem ser fabricados nessa empresa? **2.** 604 800 cadeados

3. Uma senha para acessar a internet é formada por uma letra do nosso alfabeto seguida de quatro algarismos, que podem ser iguais.

ILUSTRAÇÕES: JUBRAN/ARQUIVO DA EDITORA

- Quantas senhas é possível formar? **3.** 260 000 senhas

4. De quantos modos podemos escolher 3 entre 8 pessoas? **4.** 56 modos

5. Quantos são os anagramas da palavra ARARA? **5.** 10 anagramas

224

(EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.

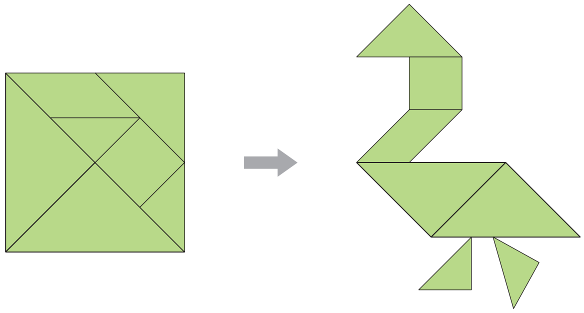
Para finalizar

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

OBSERVE E RESPONDA

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

Considere as imagens a seguir.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

TED FOXX/ALAMY/FOTOARENA

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

Para finalizar

Objetivo

- Analisar o que foi estudado na Unidade e avaliar o aprendizado.

Orientações

- Para fechar a Unidade de modo que fique claro para os estudantes quais conceitos foram discutidos e se possa verificar se ainda há dúvidas, essa etapa promove discussões orais sobre expressões algébricas, medida de volume e problemas de contagem.
- Com debates e registros, é possível que todos tirem suas conclusões e estejam mais seguros em relação ao conhecimento construído.
- Oriente os estudantes a reverem as atividades feitas nos capítulos e peça que:

1) Listem as atividades dos capítulos 6, 7 e 8 que eles tiverem dificuldades de resolver.
2) Relacionem as atividades que listaram na questão anterior com os conteúdos estudados.
3) Reúnam-se em grupos e resolvam juntos as atividades listadas. Se ainda tiverem dúvidas, formulem questões para o professor a fim de esclarecê-las.

- Na questão **3**, proposta em *Observe e responda*, espera-se que os estudantes determinem a medida do perímetro do octógono, calculando: $8 \cdot a$
- Na questão **4**, como a senha é formada por algarismos distintos, temos que: $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151\,200$

Portanto, é possível formar 151 200 senhas diferentes.

A probabilidade de se acertar uma senha nesse total é de $\frac{1}{151\,200}$.

- Em *Registre*, na atividade **2**, exemplos de resposta:

– expressão algébrica: $5x$; $x + 3$

– expressão numérica: $(3 \cdot 2) + 5$

- Na atividade **6**, espera-se que, após o estudo dos capítulos, tenha ficado mais fácil responder às questões propostas na abertura desta Unidade.
- O livro paradidático apresentado na seção *Para conhecer mais* pode ser usado como material complementar e também auxiliar na aprendizagem.

Verifique se ele está disponível na escola e incentive os estudantes a lê-lo. Com isso, eles não só estarão desenvolvendo a competência leitora como também poderão lidar com alguns dos conceitos estudados.

▶ Para finalizar

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Com base nas imagens e também no que você aprendeu nesta Unidade, responda às questões.

1. Observe a figura da ave. Ela foi composta com as peças do quadrado. Como você faria para calcular a medida da área dessa figura? **Observe e responda: 1.** Espera-se que os estudantes percebam que basta medir o comprimento do lado e calcular a medida da área do quadrado. A medida da área da figura da ave será igual à do quadrado.

2. Como podemos calcular a medida de volume de água necessária para encher o aquário da foto? **Observe e responda: 2.** Multiplicando as dimensões *a*, *b* e *c* do aquário.

3. Na placa de trânsito, a medida de comprimento de cada lado do octógono está representada por *a*. Como você indicaria a medida do perímetro desse octógono? **Observe e responda: 3.** $8a$

4. Uma senha de 6 dígitos foi digitada na máquina retratada na página anterior. Qual é a probabilidade de adivinharmos essa senha, sabendo que ela é formada por algarismos distintos? **Observe e responda: 4.** $\frac{1}{151\,200}$

REGISTRE

Para finalizar o estudo desta Unidade, reúna-se com alguns colegas e façam o que se pede.

1. Como se calcula a medida de volume de um paralelepípedo? **Registre: 1.** Multiplicando-se a medida do comprimento pelas medidas da largura e da altura.

2. Como vocês diferenciam expressões algébricas de expressões numéricas? Deem exemplos.

3. O que são monômios? E polinômios? O que os diferencia das equações?

4. Quais operações podem ser realizadas entre os polinômios? Exemplifiquem cada uma delas. **Registre: 4.** Espera-se que os estudantes façam uma breve síntese das operações e dos métodos aprendidos nesta Unidade.

5. O que diz o princípio fundamental da contagem?

6. Na abertura desta Unidade, vocês responderam a algumas questões no boxe “Para começar...”. Comparem as respostas dadas àquelas questões com as respostas que vocês dariam agora e escrevam um texto explicando o que vocês aprenderam nesta Unidade. **Registre: 6.** Resposta pessoal.

Registre: 2. Expressões algébricas são formadas por operações com números e letras ou somente por letras. Expressões numéricas são formadas apenas por um número ou por operações entre números. Exemplos pessoais.

Registre: 3. Monômio é um número ou uma expressão algébrica formada pela multiplicação de um número por uma ou mais letras. Polinômio é um monômio ou uma soma finita de monômios. As equações expressam uma igualdade, enquanto monômios e polinômios, não.

Para conhecer mais

O código polinômio
(Coleção A descoberta da Matemática)
Luzia Faraco Ramos
São Paulo: Ática, 2019.

O relógio antigo do pai de Leo desaparece, e o ladrão deixa como pista desafios matemáticos. Leo pede a ajuda da professora Paula para desvendar os códigos, o que acaba por despertar o ciúme da namorada Kika. Será que a Matemática vai conseguir solucionar esse problema também?

REPRODUÇÃO/EDITORA ÁTICA

Registre: 5. Se uma decisão d_1 pode ser tomada de p_1 maneiras diferentes e se, uma vez tomada a decisão d_1, a decisão d_2 puder ser tomada de p_2 maneiras diferentes, então o número de maneiras de tomar as decisões d_1 e d_2 é $p_1 \cdot p_2$.

226

UNIDADE 4

Habilidades da BNCC trabalhadas nesta Unidade: EF08MA07 EF08MA08 EF08MA09 EF08MA12 EF08MA13 EF08MA18 EF08MA24 EF08MA25 EF08MA26 EF08MA27

CHOTTHANIN THITIAKARAKIAT/SHUTTERSTOCK

Remédios devem ser manipulados somente por adultos e utilizados só em casos de necessidade e na dosagem correta com prescrição médica.

O CUIDADO COM AS DOSES PEDIÁTRICAS

A prescrição de medicamentos deve ser precisa, segura e eficaz, considerando tanto as informações do medicamento (doses máxima e efetiva, intervalo entre as doses etc.) quanto as vias (oral, nasal etc.) e as técnicas de aplicação (subcutânea, intramuscular, intravenosa etc.). Especificamente no caso de crianças, embora não haja um consenso, a dosagem pode ser calculada com base na dosagem já estabelecida para adultos e na medida de massa ou idade da criança. Para efeito de curiosidade, considere três fórmulas que podem ser usadas para determinar a dosagem pediátrica, em que *DP* refere-se à dose pediátrica e *DA* à dose para adultos.

Nome da regra	Característica da criança	Fórmula
Regra de Clark	Medida de massa corporal menor que 30 kg	$DP = \dfrac{DA \cdot \text{medida de massa da criança (kg)}}{70 \text{ kg}}$
Regra de Law	Idade inferior a 1 ano	$DP = \dfrac{DA \cdot \text{idade da criança (meses)}}{150}$
Regra de Young	Entre 1 e 12 anos de idade	$DP = \dfrac{DA \cdot \text{idade da criança (anos)}}{\text{idade da criança (anos)} + 12}$

Fonte: LIBERATO, Eryck *et al.* Fármacos em crianças. *In*: BRASIL. Ministério da Saúde. Secretária de Ciência, Tecnologia e Insumos Estratégicos. Departamento de Assistência Farmacêutica e Insumos Estratégicos. *Formulário terapêutico nacional 2008*: Rename 2006. Brasília, DF: Ministério da Saúde, 2008. p. 22.

Para começar...: 1. A medida de massa e a idade da criança.

Para começar...

1. Quais são as características consideradas no cálculo da dosagem pediátrica?

2. Indique uma fórmula que pode ser usada para determinar a *DP* de um medicamento para cada uma das crianças a seguir.
- Lucas: 5 meses e 5 kg
- Maria: 9 meses e 10 kg
- Aline: 7 anos e 25 kg
- João: 11 anos e 32 kg

3. Calcule a *DP* aproximada para as crianças do item anterior, considerando que a *DA* seja 200 mg por dia.

2. Lucas: regra de Clark ou regra de Law; Maria: regra de Clark ou regra de Law; Aline: regra de Clark ou regra de Young; João: regra de Young.

3. Lucas: 17 mg por dia (Clark e Law); Maria: 29 mg por dia (Clark) e 26 mg por dia (Law); Aline: 71 mg por dia (Clark) e 74 mg por dia (Young); João: 96 mg por dia (Young).

Abertura da Unidade 4

Conteúdos

- Nesta Unidade, serão trabalhados vários conceitos relacionados às unidades temáticas Álgebra, Geometria e Probabilidade e Estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC listadas.

Orientações

- A proposta da abertura possibilita trabalhar com o Tema Contemporâneo Transversal **Saúde** da macroárea **Saúde**, ao tratar de cuidados com a dosagem de medicação indicada para crianças e apresentar fórmulas para seu cálculo, com base na dosagem já estabelecida para adultos e na medida de massa e idade da criança.
- Estimule-os a pesquisar as palavras que não conhecem. Se julgar necessário, explique a eles que pediatria é o ramo da medicina que trata a saúde e os cuidados das crianças e adolescentes. Explique ainda os significados das palavras citadas nas técnicas de aplicação: subcutânea (sob a pele), intramuscular (interior do músculo) e intravenosa (interior da veia).
- Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.
- Após responderem à questão **1** do boxe *Para começar*, pergunte aos estudantes se a dose para adultos (DA), a medida de massa e a idade da criança, presentes nas fórmulas são variáveis ou incógnitas. Espera-se que eles respondam que são variáveis, uma vez que podem assumir valores diferentes. Aproveite essa pergunta para verificar se está clara para eles a distinção entre variável e incógnita.
- Alerte-os de que nunca devem tomar medicamentos sem prescrição médica e acompanhamento de um adulto, pois a automedicação pode gerar consequências graves, ou até a morte.
- O trabalho com este tema permite que os estudantes conheçam algumas fórmulas matemáticas usadas na área da saúde, além de servir para a aprendizagem de conceitos relacionados ao cálculo do valor numérico de expressões algébricas, conforme solicitado na questão **3**. Reforce que tais fórmulas devem guiar exclusivamente os médicos, pois eles também podem considerar outros fatores além da idade e da medida de massa da criança.

- O Formulário Terapêutico Nacional (FTN) contém informações científicas, embasadas em evidências sobre os medicamentos selecionados na Relação Nacional de Medicamentos Essenciais (Rename), visando subsidiar os profissionais de saúde em prescrição, dispensação e uso dos medicamentos essenciais. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/formulario_terapeutico_nacional_2008.pdf. Acesso em: 24 jul. 2022.

Equação do 1º grau com duas incógnitas

Objetivos

- Introduzir o conceito de equação do 1º grau com duas incógnitas.
- Verificar se um par ordenado é solução de uma equação do 1º grau com duas incógnitas.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA07 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico contribui para o desenvolvimento da habilidade EF08MA07 da BNCC ao promover a associação entre uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas e uma reta no plano cartesiano.

Orientações

- Aproveite o contexto da Situação 1 e proponha aos estudantes que conversem sobre as seguintes questões: "Você costuma ir a feiras ou mercados como o Ver-o-Peso?"; "Que outros tipos de feira você conhece?"; "O que mais chama sua atenção nesses ambientes?"; "Como os alimentos são comercializados em uma feira livre?". É possível que os estudantes respondam que conhecem feiras de objetos antigos, de mostruário, de livros e revistas etc. Os alimentos, em geral, são comercializados por unidade, baciada, pedaço ou quilograma.
- Neste tópico, o foco do trabalho está voltado para a equação do 1º grau com duas incógnitas, envolvendo definição, solução e representação gráfica da solução. Verifique inicialmente se os estudantes compreenderam como a equação $4{,}5x + 32y = 20$ se relaciona com a situação-problema apresentada. Se possível, verifique se eles conseguem prever valores para x e y que satisfaçam essa equação.

CAPÍTULO 9

Equações e sistemas de equações

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF08MA07
EF08MA08
EF08MA09
EF08MA25

1 Equação do 1º grau com duas incógnitas

As equações do 1º grau também são chamadas **equações polinomiais do 1º grau**. Vamos analisar algumas situações em que aparecem equações do 1º grau com duas incógnitas.

Situação 1

No mercado Ver-o-Peso, Benedito tem uma banca de camarão e Izabel, uma banca de farinhas. Observe os preços a seguir.

MARIO BITTENCOURT/FOLHAPRESS

CRISTIANO QUINTINO

O camarão seco e a farinha branca são ingredientes típicos da cozinha paraense. O camarão seco é usado no preparo de um prato de origem indígena: o tacacá, um mingau feito da goma da mandioca com jambu (erva da região). Já a farinha branca é usada pura ou para engrossar o pirão servido com peixes.

Lembre-se: Escreva no caderno!

Como podemos expressar o gasto de R$ 20,00 na compra de certa quantidade de farinha branca e de outro tanto de camarão seco por meio de uma sentença algébrica?

Indicando por x e y, respectivamente, a quantidade de farinha branca e a quantidade de camarão seco, em quilograma, podemos escrever:

$$\underbrace{4{,}5x}_{\text{preço de } x \text{ quilogramas de farinha branca}} + \underbrace{32y}_{\text{preço de } y \text{ quilogramas de camarão seco}} = 20$$

Esse é um exemplo de **equação do 1º grau com duas incógnitas**.


MAURO AKIIN NASSOR/FOTOARENA

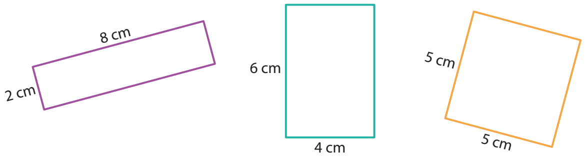
Mercado Ver-o-Peso (no centro da imagem), em Belém (PA), 2020. O conjunto arquitetônico e paisagístico do Mercado Ver-o-Peso foi tombado pelo Instituto do Patrimônio Histórico e Artístico Nacional (Iphan) em 1977.

(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.

Situação 2

Irineu cortou fios coloridos com medida de 20 cm de comprimento para construir modelos do contorno de figuras retangulares. Se ele usou um fio inteiro para cada modelo, quais medidas de comprimentos dos lados esses modelos podem ter?

Considere alguns exemplos de modelos construídos por Irineu.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

JUBRAN/ARQUIVO DA EDITORA

A medida do perímetro de todos os modelos construídos é 20 cm; logo, a medida do semiperímetro é 10 cm.

Indicando por x e y, respectivamente, a medida da largura e a medida do comprimento em centímetro dessas figuras, podemos escrever: $x + y = 10$.

Esse é outro exemplo de equação do 1º grau com duas incógnitas.

Os pares ordenados (x, y), correspondentes às medidas da largura e do comprimento das figuras feitas por Irineu, (2, 8), (4, 6) e (5, 5), são soluções da equação $x + y = 10$, porque $2 + 8 = 10$, $4 + 6 = 10$ e $5 + 5 = 10$. Observe a seguir mais alguns pares ordenados que são soluções dessa equação.

- (1, 9), porque $1 + 9 = 10$;
- (3,8; 6,2), porque $3{,}8 + 6{,}2 = 10$;
- $\left(\frac{13}{2}, \frac{7}{2}\right)$, porque $\frac{13}{2} + \frac{7}{2} = 10$.

Para pensar

A equação $x + y = 10$ tem infinitas soluções, mas a situação 2 descrita nesta página impõe algumas condições para os valores de x e de y. Quais são essas condições?

Para pensar: Nenhuma das medidas x e y pode ser negativa, nula, igual a 10 ou maior que 10.

Equação do 1º grau com duas incógnitas, x e y, é uma sentença matemática que pode ser reduzida a uma sentença do tipo $ax + by = c$, sendo a, b e c números reais, em que a e b são não nulos.

São equações do 1º grau com duas incógnitas:

- $\frac{1}{2}x - \sqrt{3}\,y = 4$
- $1{,}65x + 22y = \sqrt{7}$
- $8x + \frac{7}{2} = -\frac{y}{3}$

Não são equações do 1º grau com duas incógnitas:

- $x^2 + y = 2$
- $\sqrt{x} + y = 1$
- $5x - (2y)^2 = 6$

Observação

Podemos verificar se um par ordenado (x, y) é solução de uma equação do 1º grau com duas incógnitas substituindo as incógnitas pelos valores numéricos correspondentes. Se a sentença obtida for verdadeira, o par ordenado é solução da equação. Caso contrário, não é solução. No exemplo, o par ordenado (1, −7) é solução da equação $3x - y = 10$.

$3x - y = 10$

(1, −7)

$3 \cdot 1 - (-7) = 10$

$3 + 7 = 10$

$10 = 10$ (sentença verdadeira)

- Se achar pertinente, apresente a Situação 2 e proponha aos estudantes que a representem por meio de uma equação do 1º grau com duas incógnitas. Incentive-os a verbalizar o que indica cada uma das incógnitas da equação que obtiveram. Depois, formalize o conceito de equação do 1º grau com duas incógnitas e o compare com o conceito de equação do 1º grau com uma incógnita. Estabelecer essa ponte entre o que já estudaram e o que estão estudando contribui para que eles atribuam significado ao novo conceito.
- Converse com eles sobre as soluções da equação $x + y = 10$. O boxe *Para pensar* contribui para que notem que a situação-problema impõe restrições aos valores que x e y podem assumir. Por representar medidas, x e y não podem ser negativos; também não podem ser iguais a 0, pois dessa forma não teríamos uma figura retangular; e, por fim, não podem ser iguais ou maiores que 10, porque, em uma adição de números positivos não nulos, qualquer uma das parcelas não pode ser igual ou maior que a soma.
- Após abordar o conteúdo destas páginas, explique aos estudantes o porquê de as equações apresentadas também receberem o nome de "equações polinomiais do 1º grau". Explique que uma equação polinomial é dada por $P(x) = 0$, em que $P(x)$ é um polinômio qualquer. Logo, como as equações apresentadas podem ser expressas dessa forma (por exemplo, na situação 1, $4{,}5x + 32y - 10 = 0$), são chamadas de polinomiais.

229

- Se julgar oportuno, para fazer uma retomada do assunto, proponha uma atividade em que os estudantes tenham de representar pontos em um plano cartesiano.
- Comente com eles que uma equação do 1º grau com duas incógnitas, quando desvinculada de um contexto, tem infinitas soluções, uma vez que, para cada valor atribuído a uma das incógnitas (podemos atribuir um número infinito de valores), encontramos um valor correspondente para a segunda incógnita. O fato de a reta ser a representante do conjunto de todas as soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas, considerando que as incógnitas possam ser qualquer número real, reforça a ideia de que essas equações têm infinitas soluções, uma vez que uma reta tem infinitos pontos.
- No boxe *Para fazer*, após os estudantes resolverem as questões, peça a eles que comparem as respostas entre si e discutam possíveis divergências. Essa troca favorece a autonomia, uma vez que precisarão, eles mesmos, conferir o que fizeram e compreender o motivo de possíveis divergências. Essa troca de ideias desenvolve, ainda, a capacidade de argumentação dos estudantes, pois eles têm de se expressar por meio de textos orais e escritos.

Representação gráfica das soluções

Cada par ordenado (x, y), em que x e y são números reais, é representado por um ponto P do plano cartesiano. Os números x (**abscissa** de P) e y (**ordenada** de P) são as **coordenadas** do ponto P.

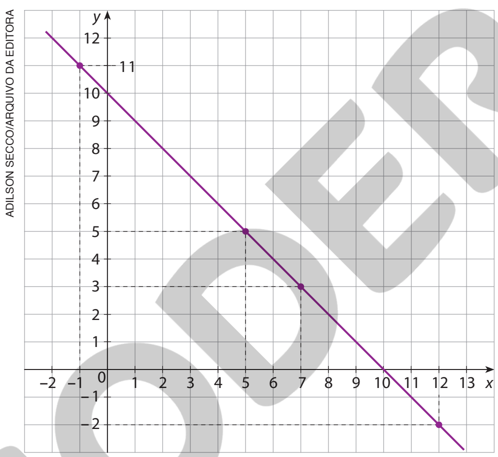
Agora, vamos considerar a equação $x + y = 10$ sem levar em conta a situação-problema que a originou, ampliando o significado de x e de y para além de medidas de comprimento dos lados de uma figura e, assim, superando as restrições aos valores das incógnitas. Vamos pensar em dois números reais quaisquer cuja soma seja 10.

É possível representar no plano cartesiano as soluções (pares ordenados) da equação $x + y = 10$. Observe como Rubens fez.

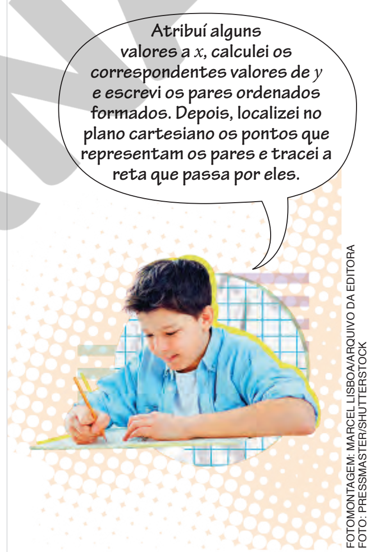
GUGA BACAN/ARQUIVO DA EDITORA

O matemático e filósofo francês René Descartes (1596-1650) foi o primeiro a usar o método de representação de coordenadas como o conhecemos hoje. O sistema de coordenadas cartesianas recebeu esse nome em sua homenagem.

Valor atribuído a x	Equação em y	Valor de y	Par ordenado (x, y)
-1	$-1 + y = 10$	11	$(-1, 11)$
5	$5 + y = 10$	5	$(5, 5)$
7	$7 + y = 10$	3	$(7, 3)$
12	$12 + y = 10$	-2	$(12, -2)$



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTO: PRESSMASTER/SHUTTERSTOCK

Note que os pontos que representam os pares listados estão alinhados. Podemos demonstrar que o conjunto de todas as soluções de $x + y = 10$, em que x e y são números reais, é representado por uma reta. O mesmo ocorre com o conjunto das soluções de qualquer equação do 1º grau com duas incógnitas que possam ser qualquer número real.

O conjunto das soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas pode ter nenhum, finitos ou infinitos elementos, dependendo da equação e dos números que as incógnitas podem assumir.

Para fazer

a) Determine quatro soluções da equação $x + y = 2$, sendo x e y números reais.

b) Agora, represente por meio de pares ordenados as soluções que você encontrou no item anterior.

Para fazer: a) Exemplos de resposta: $x = -2{,}5$ e $y = 4{,}5$; $x = -1$ e $y = 3$; $x = 0$ e $y = 2$; $x = 1$ e $y = 1$

b) Exemplos de resposta: $(-2{,}5; 4{,}5)$; $(-1, 3)$; $(0, 2)$; $(1, 1)$

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Represente cada situação por uma equação.

a) O preço z reais de um lápis adicionado ao preço y reais de uma borracha é R$ 3,00.

b) Diva tem x reais e Reginaldo tem y reais. A diferença entre o triplo do valor que Diva tem e o dobro do valor que Reginaldo tem é 14.

1. a) $z + y = 3$ **1. b)** $3x - 2y = 14$

2. Analise as equações e identifique qual delas é uma equação do 1º grau com duas incógnitas. **2.** alternativa **c**

a) $4xy = 15$
b) $2x - y^3 = 7$
c) $2\,008 = x - y$
d) $x + 4y = z$
e) $x + 3 = 8$
f) $2x + x^2 = 10$

3. Verifique se o par ordenado (4, –1) é solução das equações a seguir.

a) $x + 4y = 15$ **3. a)** não
b) $x - 4y = 0$ **3. b)** não
c) $4x - 4y = 12$ **3. c)** não
d) $4x + y = 15$ **3. d)** sim
e) $3x + 2y = -10$ **3. e)** não
f) $2x + \frac{y}{2} = 7{,}5$ **3. f)** sim

4. a) Exemplo de resposta: $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ e $\left(1, \frac{3}{2}\right)$

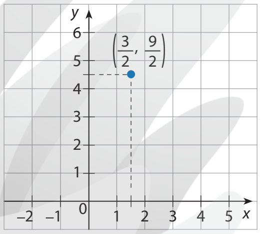
4. Faça o que se pede.

a) Determine duas soluções para a equação $2x - y = \frac{1}{2}$.

b) Invente uma equação do 1º grau com duas incógnitas que tenha como solução os números –3 e 12. **4. b)** Exemplo de resposta: $-x + y = 15$

5. Faça um plano cartesiano em uma folha de papel quadriculado e localize os pontos representados pelos pares ordenados: $A(3, -1)$, $B(0, 5)$, $C(4, -3)$, $D(7, -1)$ e $E(1, 3)$. Depois, verifique se esses pontos pertencem à mesma reta. **5.** Resposta em *Orientações*.

6. Escreva no caderno uma equação do 1º grau com duas incógnitas que tenha uma das soluções representada pelo ponto no plano cartesiano a seguir.

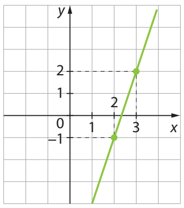


6. Exemplo de resposta: $2x + 2y = 12$

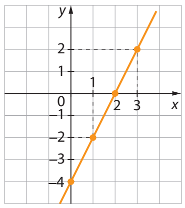
7. Enrico propôs um desafio para sua amiga Juliana. Ele pediu a ela que encontrasse um número natural que, multiplicado por 5, acrescentando 5 unidades ao produto, dividindo o resultado por 2 e, depois de extrair a raiz quadrada, acrescentando 10 unidades, resultasse em 15. Qual era esse número? **7.** 9

8. Entre as representações gráficas a seguir, qual corresponde às soluções da equação $2x - y = 4$, em que x e y são números reais?

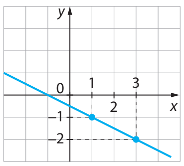
a)



c)



b)



8. alternativa **c**
Exemplo de explicação: Substituí as incógnitas pelas coordenadas de dois pontos de cada gráfico, verificando se as igualdades obtidas eram verdadeiras.

- Explique a um colega como você fez para identificar a representação gráfica correta.

9. Leia e faça o que se pede.

a) Um par ordenado cuja abscissa vale 3 é solução da equação $3x - 4y = 7$. Determine a ordenada desse par ordenado. **9. a)** $\frac{1}{2}$

b) Uma das soluções da equação $2x - y = 5$ é o par ordenado cuja ordenada vale –5. Determine a abscissa desse par ordenado. **9. b)** 0

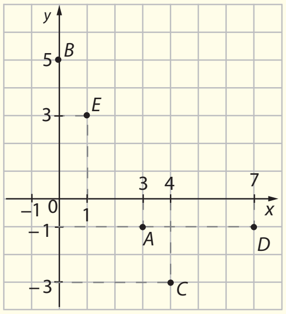
10. Represente em um mesmo plano cartesiano as soluções de cada uma das equações e depois responda à questão.

(I) $x + y = 5$
(II) $y = 3x - 3$

- Que par ordenado é solução das duas equações? **10.** Resposta em *Orientações*.

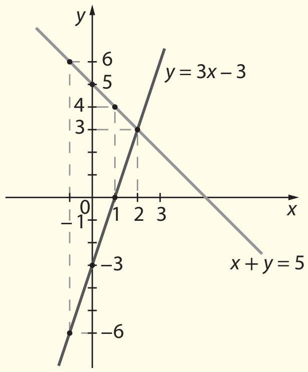
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Resposta da atividade **5**:



Logo, os pontos não pertencem a uma mesma reta.

- Na atividade **7**, Enrico propôs a Juliana que encontrasse um número. Verifique se eles usam a estratégia de montar uma equação do primeiro graus com uma incógnita para obter o número desconhecido.
- Na atividade **10**, oriente os estudantes a montar um quadro para identificar pares ordenados que são soluções de cada uma das equações até obter o par ordenado que é solução das duas equações. A representação em um mesmo plano cartesiano pode ser observada na figura abaixo, entretanto, verifique se os estudantes percebem que para a representação das soluções de cada equação seja de fato uma reta, é necessário considerar que x e y podem ser qualquer número real.



O par ordenado que é solução das duas equações é (2, 3).

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas

Objetivos

- Introduzir o conceito de sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.
- Resolver sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas utilizando diferentes estratégias.
- Interpretar graficamente as soluções de sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA08 e da competência específica 6 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico contribui para o desenvolvimento da habilidade EF08MA08 da BNCC porque os estudantes terão a oportunidade de resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas, e de interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.

Orientações

- O estudo prossegue com a introdução dos sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas, relacionando um problema a um sistema. É importante destacar que as duas equações que compõem um sistema expressam duas condições que devem ser verificadas ao mesmo tempo. Assim, não se pode considerar as equações do sistema desconectadas uma da outra.

2 Sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas

Analise as situações a seguir.

Situação 1

Leia o diálogo a seguir.

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTOS: MENINO: JOE RAEDLE/GETTY IMAGES; MENINA: SERGEY RYZHOV/SHUTTERSTOCK

Vamos escrever equações que representam a situação apresentada.
Indicando por x o número de figurinhas de Jorge e por y o número de figurinhas de Luísa, temos:

- A diferença entre o número de figurinhas de Jorge e de Luísa é 12 $\longrightarrow x - y = 12$
- Jorge e Luísa têm, juntos, 52 figurinhas $\longrightarrow x + y = 52$

Essas equações formam um **sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas**.
Costumamos dispor as equações de um sistema em uma chave.

$$\begin{cases} x - y = 12 \\ x + y = 52 \end{cases}, \text{ em que } x \text{ e } y \text{ são números naturais.}$$

Situação 2

Em um parque de diversões há dois preços para a entrada:

Pessoas com idade até 12 anos $\longrightarrow$	R$ 18,00
Pessoas com mais de 12 anos $\longrightarrow$	R$ 25,00

Joana foi com alguns familiares a esse parque. No total, compraram 5 ingressos e gastaram R$ 111,00. Nessa situação, quantas pessoas com idade até 12 anos e quantas pessoas com mais de 12 anos participaram do passeio familiar?

Esse problema pode ser traduzido para a linguagem algébrica. Ao indicar por x o número de pessoas com mais de 12 anos e por y o número de pessoas com idade até 12 anos, temos:

Informações do enunciado	Linguagem algébrica
"compraram 5 ingressos"	$x + y = 5$
"gastaram R$ 111,00"	$25x + 18y = 111$

(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.

Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Nesse caso, podemos também montar um sistema de equações, considerando que x e y são números naturais.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 25x + 18y = 111 \end{cases}$$

Para pensar: **a)** Resposta pessoal; **b)** 3 pessoas com mais de 12 anos e 2 pessoas com idade até 12 anos.

Para pensar

a) Como você faria para resolver o problema?

b) Qual é a solução do problema?

Assim como as equações do 1º grau com duas incógnitas, o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas pode ter nenhuma, uma ou infinitas soluções. Se tiver solução, cada uma das soluções será um par ordenado (x, y).

A seguir, vamos estudar métodos de resolução de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas.

Resolução de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas por tentativa e erro

No jogo de basquete, há cestas que valem 3 e 2 pontos. Durante uma partida, Robson converteu 10 cestas e marcou 22 pontos. Quantas cestas de 3 pontos e quantas de 2 pontos Robson converteu nessa partida?

Indicando por x o número de cestas de 3 pontos e por y o número de cestas de 2 pontos, podemos traduzir o problema por meio de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas, em que x e y representam números naturais. Assim:

- Robson converteu 10 cestas: $x + y = 10$
- Robson marcou 22 pontos: $3x + 2y = 22$

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 3x + 2y = 22 \end{cases}$$

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTO: VIDMANTAS GOLDBERG/SHUTTERSTOCK

Para resolver esse sistema, Robson usou o **método de tentativa e erro**, ou seja, testou alguns valores para x e para y e verificou se as soluções encontradas estavam de acordo com os dados do problema.

$x + y$	Valor atribuído a x	Valor de y	Valor de $3x + 2y$
10	5	5	$3 \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 25$
10	4	6	$3 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 24$
10	3	7	$3 \cdot 3 + 2 \cdot 7 = 23$
10	2	8	$3 \cdot 2 + 2 \cdot 8 = 22$

Portanto, Robson converteu 2 cestas de 3 pontos e 8 cestas de 2 pontos.

Observação

Nas situações apresentadas, cada uma das equações do sistema tem mais de uma solução, mas o sistema formado por essas duas equações tem apenas **uma solução**.

- Ao resolver o item **a** do boxe *Para pensar*, os estudantes podem fazer várias conjecturas sobre como resolver esse problema. Avalie cada uma das estratégias apresentadas. Atividades desse tipo favorecem o desenvolvimento do raciocínio lógico.
- O modo de resolução discutido neste momento é o de tentativa e erro, com ênfase na verificação da solução; ou seja, depois de encontrar a solução, os estudantes são estimulados a retomar o problema original e verificar se ela faz sentido para aquela situação. Resolver um sistema por tentativa e erro é uma estratégia pouco econômica, mas pode constituir uma experiência significativa para os estudantes, pois eles poderão valorizar os métodos da substituição e da adição, que serão estudados mais adiante.

• Nesta e na próxima página, mostra-se como resolver sistemas de equações pelo método da substituição. Após estudarem a resolução do sistema por meio dessa estratégia, chame a atenção dos estudantes para o fato de existirem outras maneiras de resolvê-lo. Se achar pertinente, proponha a eles que resolvam esse mesmo sistema de outras maneiras e que compartilhem o modo como resolveram com os colegas.

• Após resolver um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas que traduz um problema, é imprescindível que os estudantes verifiquem se a solução encontrada satisfaz as condições do problema que deu origem ao sistema. Sempre que possível, oriente-os e lembre-os a fazer isso.

• No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes percebam que os valores de c e m não podem ser negativos pois indicam idades como também as incógnitas não podem ser maiores ou iguais a 18 pois na situação proposta é mencionada a condição de que $c + m = 18$.

Resolução de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas pelo método da substituição

Vamos estudar agora outro método para obter a solução de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas: o **método da substituição**.

Na semana passada, Augusto completou 46 anos de idade. Ele é pai de Clara e de Mateus. Observe o que as crianças pensaram a respeito da idade de cada um.

KIRLEY VELOSO/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a idade dos filhos de Augusto?

Indicando por c a idade de Clara e por m a idade de Mateus, o sistema a ser resolvido é:

$$\begin{cases} c + m = 18 \\ 3c + 2m = 46 \end{cases}$$

Na primeira equação, $c + m = 18$, isolamos uma das incógnitas:

$$c + m - m = 18 - m \quad \longrightarrow \text{Aplicamos o princípio aditivo das igualdades.}$$
$$c = 18 - m$$

Substituindo na equação $3c + 2m = 46$ a expressão encontrada para c, obtemos:

$$3 \cdot (18 - m) + 2m = 46$$
$$54 - 3m + 2m = 46$$
$$54 - 54 - m = 46 - 54 \quad \longrightarrow \text{Aplicamos o princípio aditivo das igualdades.}$$
$$-m = -8$$
$$(-1) \cdot (-m) = -8 \cdot (-1) \quad \longrightarrow \text{Aplicamos o princípio multiplicativo das igualdades.}$$
$$m = 8$$

Agora, substituímos o valor obtido para m em uma das equações do sistema, para encontrar o valor de c.

$$c + 8 = 18$$
$$c + 8 - 8 = 18 - 8 \quad \longrightarrow \text{Aplicamos o princípio aditivo das igualdades.}$$
$$c = 10$$

Logo, a solução do sistema é o par ordenado (10, 8).
Portanto, Clara tem 10 anos e Mateus, 8 anos.

Para pensar

Para pensar: a) Não, porque c e m indicam idades e, portanto, só podem assumir valores maiores ou iguais a zero.

a) As incógnitas c e m no sistema de equações acima podem assumir valores negativos? Por quê?

b) As incógnitas c e m podem assumir valores maiores que 18? Por quê? **b)** Não, porque a soma das idades de Clara e de Mateus deixaria de ser 18.

Observação

Ao resolver um sistema, podemos fazer mentalmente ou por escrito a verificação da solução obtida.
Observe o cálculo para verificar a solução obtida para o sistema da situação das idades de Clara e Mateus.

Solução obtida: (10, 8)

Sistema: $\begin{cases} c + m = 18 \\ 3c + 2m = 46 \end{cases}$

Verificação:

$\begin{cases} 10 + 8 = 18 \text{ (sentença verdadeira)} \\ 3 \cdot 10 + 2 \cdot 8 = 46 \text{ (sentença verdadeira)} \end{cases}$

Lembre-se: Escreva no caderno!

Agora, observe como Lúcia resolveu o sistema: $\begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$

Lúcia escolheu uma das equações para isolar uma das incógnitas. Ela isolou x na equação $3x + 2y = 9$.

$$3x + 2y = 9$$
$$3x + 2y - 2y = 9 - 2y$$
Lúcia aplicou o princípio aditivo das igualdades.
$$3x = 9 - 2y$$
$$\frac{1}{3} \cdot 3x = \frac{1}{3} \cdot (9 - 2y)$$
Depois, aplicou o princípio multiplicativo das igualdades.
$$x = \frac{9 - 2y}{3}$$

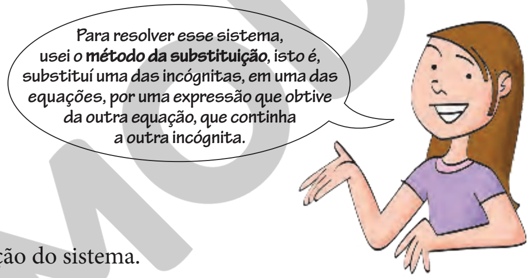
Em seguida, na equação $2x + 3y = 16$, ela substituiu x por $\frac{9 - 2y}{3}$ e, assim, obteve uma equação com apenas uma incógnita.

$$2x + 3y = 16$$
$$2 \cdot \left(\frac{9 - 2y}{3}\right) + 3y = 16$$
$$\frac{18 - 4y}{3} + 3y = 16$$
$$3 \cdot \left(\frac{18 - 4y}{3}\right) + 3 \cdot 3y = 3 \cdot 16$$
Lúcia aplicou o princípio multiplicativo das igualdades.
$$18 - 4y + 9y = 48$$
$$18 - 18 - 4y + 9y = 48 - 18$$
Depois, aplicou o princípio aditivo das igualdades.
$$5y = 30$$
$$\frac{1}{5} \cdot 5y = \frac{1}{5} \cdot 30$$
Em seguida, aplicou o princípio multiplicativo das igualdades.
$$y = 6$$

Desse modo, Lúcia determinou o valor de y.

Depois, ela substituiu y por 6 na equação em que isolou x e obteve o valor de x.

$$x = \frac{9 - 2y}{3}$$
$$x = \frac{9 - 2 \cdot 6}{3}$$
$$x = -\frac{3}{3}$$
$$x = -1$$



ARI NICOLOSI/ARQUIVO DA EDITORA

Logo, o par ordenado $(-1, 6)$ é a solução do sistema.

Para pensar Para pensar: Respostas pessoais.

- Você conhece uma maneira de verificar se a solução obtida por Lúcia está correta? Explique no caderno.
- Há outras maneiras de resolver o sistema acima? Será que Lúcia chegaria ao mesmo resultado se tivesse escolhido a equação $2x + 3y = 16$ para isolar uma das incógnitas? Tente resolver esse sistema de outra maneira.

- O boxe *Para pensar* traz à tona a importância de verificar se a solução obtida após resolver um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas é ou não correta e também o fato de que há outras maneiras de aplicar o método da substituição para resolver um sistema. Deixe os estudantes à vontade para pensar sobre esses dois aspectos e, depois, incentive-os a compartilhar as conclusões a que chegaram com os colegas.
- Exemplo de resposta da primeira questão do boxe *Para pensar*:

Substituindo os valores encontrados nas duas equações: se as sentenças obtidas forem verdadeiras, a solução estará correta; caso contrário, haverá algum erro.

$3x + 2y = 9$
$3 \cdot (-1) + 2 \cdot 6 = 9$
$-3 + 12 = 9$
(sentença verdadeira)

$2x + 3y = 16$
$2 \cdot (-1) + 3 \cdot 6 = 16$
$-2 + 18 = 16$
(sentença verdadeira)

Portanto, a solução está correta.

- Exemplo de resposta da segunda questão do boxe *Para pensar*:

Lúcia poderia isolar y na equação $2x + 3y = 16$, obtendo $y = \frac{16 - 2x}{3}$

Em seguida, substituiria y por $\frac{16 - 2x}{3}$ na equação $3x + 2y = 9$, obtendo $x = -1$. Por fim, substituiria x por -1 em $y = \frac{16 - 2x}{3}$, obtendo $y = 6$.

Portanto, Lúcia chegaria à mesma solução.

- Nestas páginas, trabalha-se a resolução de sistemas de equações pelo método da adição. É importante que os estudantes percebam que convém aplicar esse método quando os coeficientes de uma mesma incógnita nas duas equações são opostos. Nos casos em que isso não ocorre, é possível preparar uma das equações multiplicando-a por um número, de modo que as equações passem a ter coeficientes opostos para uma das incógnitas.
- Peça aos estudantes que façam a verificação da solução obtida para o sistema desta página, ou seja:

$3x + 2y = 28$
$3 \cdot 4 + 2 \cdot 8 = 28$
(sentença verdadeira)

$4x - 2y = 0$
$4 \cdot 4 - 2 \cdot 8 = 0$
(sentença verdadeira)

Resolução de um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas pelo método da adição

Para resolver sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas, podemos usar também o **método da adição**. Analise a situação a seguir.

Na compra de 3 mangas e 2 melões, Adriana gastou R$ 28,00. Observando o preço dessas frutas, ela percebeu que não havia diferença entre o custo de 4 mangas e o de 2 melões. Qual é o preço de cada fruta?

JUBRAN/ARQUIVO DA EDITORA

Indicando por x o preço da manga e por y o preço do melão, podemos escrever o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 28 \\ 4x - 2y = 0 \end{cases}$$

Nesse sistema, como há incógnita (y) com coeficientes opostos, adicionamos membro a membro das equações e obtemos uma equação com apenas a incógnita x. Resolvendo-a, obtemos o valor de x.

$$\begin{array}{rr} & 3x + 2y = 28 \\ + & 4x - 2y = 0 \\ \hline & 7x + 0y = 28 \end{array} \qquad \begin{aligned} 7x &= 28 \\ \frac{7x}{7} &= \frac{28}{7} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Em seguida, substituímos x por 4 em uma das equações do sistema.

1ª equação

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 28 \\ 3 \cdot 4 + 2y &= 28 \\ 12 + 2y &= 28 \\ 12 - 12 + 2y &= 28 - 12 \\ 2y &= 16 \\ \frac{2y}{2} &= \frac{16}{2} \\ y &= 8 \end{aligned}$$

ou

2ª equação

$$\begin{aligned} 4x - 2y &= 0 \\ 4 \cdot 4 - 2y &= 0 \\ 16 - 2y &= 0 \\ 16 - 16 - 2y &= 0 - 16 \\ -2y &= -16 \\ \frac{-2y}{-2} &= \frac{-16}{-2} \\ y &= 8 \end{aligned}$$

Portanto, a manga custa R$ 4,00, e o melão, R$ 8,00.

Acompanhe como Davi resolveu o sistema: $\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$

Ao multiplicar a equação $2x - y = 0$ por 2, ele obteve coeficientes opostos para y.

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \xrightarrow{\cdot 2} \begin{cases} x + 2y = 10 \\ 4x - 2y = 0 \end{cases}$$

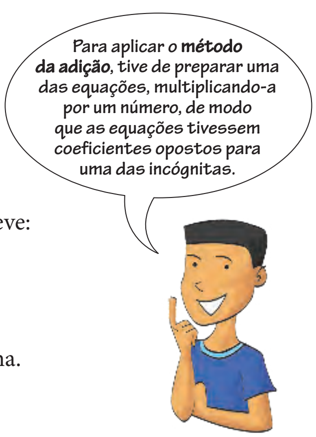
Adicionando membro a membro das duas equações, Davi obteve:

$$\begin{array}{r} x + 2y = 10 \\ + \; 4x - 2y = 0 \\ \hline 5x + 0y = 10 \end{array} \qquad \begin{aligned} 5x &= 10 \\ \frac{5x}{5} &= \frac{10}{5} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Em seguida, substituiu x por 2 em uma das equações do sistema.

$$\begin{aligned} 2x - y &= 0 \\ 2 \cdot 2 - y &= 0 \\ 4 - y &= 0 \\ 4 - 4 - y &= 0 - 4 \\ -y &= -4 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

Logo, o par ordenado (2, 4) é a solução do sistema.



Agora, observe como Davi resolveu o sistema $\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ -5x + 3y = 22 \end{cases}$

Ao multiplicar a equação $3x + 2y = 2$ por 5 e a equação $-5x + 3y = 22$ por 3, ele obteve coeficientes opostos para x.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 2 \xrightarrow{\cdot 5} \\ -5x + 3y = 22 \xrightarrow{\cdot 3} \end{cases} \begin{cases} 15x + 10y = 10 \\ -15x + 9y = 66 \end{cases}$$

Adicionando membro a membro das duas equações, Davi obteve:

$$\begin{array}{r} 15x + 10y = 10 \\ + \; -15x + 9y = 66 \\ \hline 0x + 19y = 76 \end{array} \qquad \begin{aligned} 19y &= 76 \\ \frac{19y}{19} &= \frac{76}{19} \\ y &= 4 \end{aligned}$$

Depois, substituiu y por 4 em uma das equações do sistema.

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 2 \\ 3x + 2 \cdot 4 &= 2 \\ 3x + 8 &= 2 \\ 3x + 8 - 8 &= 2 - 8 \\ 3x &= 2 - 8 \\ 3x &= -6 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{-6}{3} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Logo, o par ordenado (–2, 4) é a solução do sistema.

ILUSTRAÇÕES: ARI NICOLOSI/ARQUIVO DA EDITORA

Para pensar

Podemos preparar o sistema acima de modo que obtenhamos duas novas equações, com coeficientes de y opostos. Para isso, por qual número podemos multiplicar a equação $3x + 2y = 2$? E a equação $-5x + 3y = 22$?

Para pensar: Exemplo de resposta: Multiplicamos a equação $3x + 2y = 2$ por 3, e a equação $-5x + 3y = 22$ por –2.

- Assim como ocorre com o método da substituição, é possível aplicar de diferentes maneiras o método da adição. No primeiro exemplo apresentado nesta página, a equação $2x - y = 0$ foi preparada de modo que as equações do sistema tivessem coeficientes opostos para a incógnita y. Outra possibilidade é preparar a equação $x + 2y = 10$ para que as equações do sistema tenham coeficientes opostos para a incógnita x. Nesse caso, todos os membros dessa equação devem ser multiplicados por –2. Mostre essa e outras alternativas de resolução para os estudantes. O objetivo é que aos poucos eles ampliem o repertório de cálculo.
- Reproduza o segundo exemplo desta página no quadro e enfatize o fato de que, nesse caso, houve a necessidade de preparar as duas equações. Se possível, dê um tempo para que os estudantes percebam por si sós essa necessidade e como devem proceder para fazer a preparação das equações.
- Após apresentar os exemplos desta página, peça aos estudantes que verifiquem se as soluções obtidas, ao serem substituídas nas equações dos sistemas, as tornam verdadeiras.
- No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes percebam que precisam determinar os coeficientes para y de modo que um seja o oposto do outro.

- Ao resolver as atividades desta página, deixe os estudantes livres para usarem o método que acharem mais adequado a cada situação. Contudo, é importante acompanhá-los para avaliar se o aplicam corretamente e questioná-los em determinadas situações se um ou outro é mais adequado.
- Um problema que pode ser elaborado pelos estudantes na atividade **8** é: “Lucas e Miguel têm juntos R$ 10,00. Sabendo que Lucas tem R$ 2,00 a mais que Miguel, quantos reais cada um tem?”.

4. Exemplo de resposta: A importância está em conferir se a solução obtida satisfaz as condições do problema.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Calcule mentalmente a solução (x, y) de cada sistema. Em seguida, compare suas respostas com as de um colega.

a) $\begin{cases} x = -3 \\ x - y = -7 \end{cases}$ **1. a)** $(-3, 4)$

b) $\begin{cases} 2x - y = 15 \\ y = -3 \end{cases}$ **1. b)** $(6, -3)$

2. Determine a solução dos sistemas aplicando os métodos da substituição e da adição. Considere que x e y podem ser qualquer número real.

a) $\begin{cases} x + 6y = 5 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$ **2. a)** $\left(3, \frac{1}{3}\right)$

b) $\begin{cases} 6x + y = 5 \\ -3x + 2y = 5 \end{cases}$ **2. b)** $\left(\frac{1}{3}, 3\right)$

c) $\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 4x - 5y = 38 \end{cases}$ **2. c)** $(7, -2)$

d) $\begin{cases} 7x - 3y = 12 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases}$ **2. d)** $\left(\frac{22}{9}, \frac{46}{27}\right)$

3. Hoje, Fábio tem o triplo da idade de Lucas e, daqui a 12 anos, terá o dobro da idade dele.

Lucas e Fábio (hoje) Lucas e Fábio (daqui a 12 anos)

ILUSTRAÇÕES: LEO TEIXEIRA/ARQUIVO DA EDITORA

Indicando por x a idade atual de Fábio e por y a idade atual de Lucas:

3. a) $x = 3y$

a) escreva a relação entre as idades atuais deles;

b) escreva a relação entre as idades daqui a 12 anos; **3. b)** $x + 12 = 2(y + 12)$

c) resolva o sistema formado pelas equações dos itens **a** e **b** e descubra a idade de cada um hoje.

3. c) $x = 36$ e $y = 12$; Fábio: 36 anos e Lucas: 12 anos.

4. Reúna-se a um colega e respondam à questão no caderno.

Qual é a importância de verificar a solução de problemas que são resolvidos por um sistema de equações?

5. Em um escritório trabalham 33 funcionários, entre homens e mulheres. Se forem demitidos 3 homens e admitidas 4 mulheres, o número de homens e de mulheres passará a ser igual. Quantas mulheres trabalham nesse escritório?

5. 13 mulheres

6. O quadro a seguir mostra o desempenho da equipe Azul em um torneio de vôlei.

Equipe Azul	
Partidas	14
Pontos	32

- Sabendo que a equipe vencedora da partida ganha 3 pontos e a equipe perdedora, ganha 1 ponto, determine quantas partidas a equipe Azul ganhou e quantas perdeu.

6. Ganhou 9 partidas e perdeu 5.

7. Ana fez uma prova que continha 50 questões. Para cada questão correta, ela ganhava 5 pontos; para cada questão errada, perdia 3 pontos. Se Ana fez um total de 130 pontos, quantas questões ela acertou? **7.** 35 questões

8. Com base no sistema a seguir, elabore um problema e dê para um colega resolver. Depois, verifique se a resposta dele está correta.

8. Resposta pessoal.

$\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 2 \end{cases}$

9. A medida do perímetro de um retângulo é igual a 32 cm, e a medida da largura é 4 cm menor que a medida do comprimento. Determine a medida de área desse retângulo. **9.** 60 cm²

10. Uma corda de 405 cm de comprimento foi dividida em duas partes de tal forma que o comprimento da parte menor media a terça parte do comprimento da parte maior mais 25 cm. Determine a medida de comprimento de cada parte dessa corda. **10.** 285 cm e 120 cm

Análise da solução por meio da representação gráfica

Já vimos que as soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas, x e y, do tipo $ax + by = c$, em que a, b e c são números reais conhecidos (coeficientes) e a e b são não nulos, podem ser representadas por uma reta no plano cartesiano.

Recorde

Duas retas no plano podem ser:

- concorrentes, quando possuem apenas um ponto em comum;
- paralelas, quando não possuem pontos comuns;
- coincidentes, quando possuem infinitos pontos comuns.

Agora, vamos analisar graficamente a solução de alguns sistemas em que x e y são números reais.

a) Vamos analisar graficamente a solução do sistema: $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + y = 13 \end{cases}$

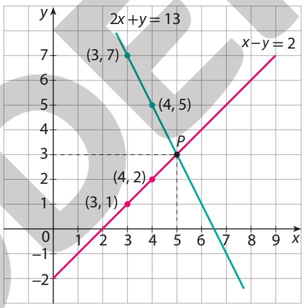
Resolvendo esse sistema por qualquer um dos métodos estudados, obtemos como solução o par ordenado (5, 3). Podemos verificar graficamente essa solução. Para isso, é necessário traçar em um mesmo plano cartesiano as duas retas que representam as soluções das equações do sistema.

Lembrando que, para traçar uma reta, basta conhecer dois de seus pontos. Para isso, atribuímos dois valores a uma das incógnitas e calculamos os valores correspondentes da outra, obtendo, assim, pares ordenados que são coordenadas de dois dos pontos de cada reta.

$x - y = 2$		
x	y	(x, y)
3	1	(3, 1)
4	2	(4, 2)

$2x + y = 13$		
x	y	(x, y)
3	7	(3, 7)
4	5	(4, 5)

Observe que no plano cartesiano localizamos os quatro pontos obtidos e, depois, traçamos as retas correspondentes. Como o ponto P, e só ele, pertence às duas retas, suas coordenadas satisfazem as duas equações; logo, podemos verificar que o par ordenado (5, 3), intersecção das duas retas, é a solução do sistema. Esse é um exemplo de sistema **possível** e **determinado**.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Um sistema é **possível** e **determinado** quando tem **apenas uma solução**. As retas que representam as soluções das equações de um sistema possível e determinado são concorrentes, ou seja, interceptam-se em apenas um ponto.

b) Vamos analisar graficamente o sistema: $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 0 \end{cases}$

Atribuindo valores a uma das incógnitas e calculando os valores correspondentes da outra, determinamos as coordenadas de dois pontos de cada reta.

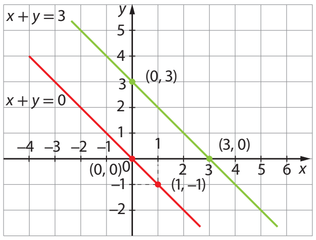
$x + y = 3$		
x	y	(x, y)
0	3	(0, 3)
3	0	(3, 0)

$x + y = 0$		
x	y	(x, y)
0	0	(0, 0)
1	–1	(1, –1)

• Nesta página, o estudo dos sistemas é ampliado. Os estudantes enriquecem seu repertório aprendendo a analisar a solução por meio da representação gráfica e compreendendo o que significa obter retas paralelas (o sistema não tem solução), retas concorrentes (o ponto de interseção é a solução) e retas coincidentes (há infinitas soluções).

• Pesquisadores em Educação Matemática enfatizam que os estudantes alcançam a apreensão conceitual quando lhes é exigida a coordenação de diferentes registros, como o algébrico, o gráfico, o figural, o registro em língua materna etc. Isso se dá porque cada um desses registros caracteriza o conceito matemático de uma maneira e todas as maneiras se complementam. Resolver uma situação-problema e recorrer aos gráficos para a resolução de sistemas são atividades que contribuem para essa mobilização. Nesse sentido, a competência específica 6 da BNCC tem seu desenvolvimento favorecido porque os estudantes lidam com situações-problema e expressam suas respostas ou sintetizam conclusões utilizando diferentes linguagens, como a algébrica e a gráfica.

Localizamos no plano cartesiano os pontos obtidos e traçamos as retas.



Se o sistema tivesse solução, existiriam dois números cuja soma seria igual a 3 e também a zero, o que seria um absurdo.

Como as retas são paralelas, não há ponto cujas coordenadas satisfaçam as duas equações. Logo, o sistema não tem solução. Esse é um exemplo de sistema **impossível**.

Um sistema é **impossível** quando **não tem solução**. As retas que representam as soluções das equações de um sistema impossível são distintas e paralelas; logo, não têm ponto comum.

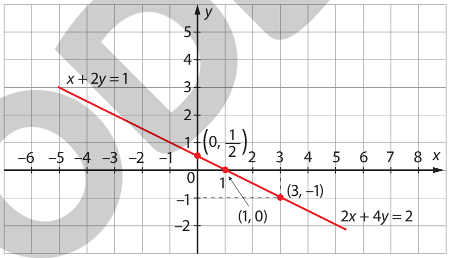
c) Agora, vamos analisar graficamente o sistema: $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 4y = 2 \end{cases}$

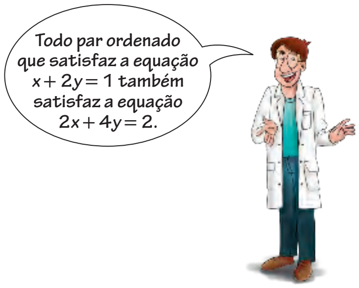
Atribuindo valores a uma das incógnitas e calculando os valores correspondentes da outra, determinamos as coordenadas de dois pontos de cada reta.

$x + 2y = 1$		
x	**y**	**(x, y)**
0	$\frac{1}{2}$	$\left(0, \frac{1}{2}\right)$
1	0	(1, 0)

$2x + 4y = 2$		
x	**y**	**(x, y)**
3	–1	(3, –1)
1	0	(1, 0)

Localizamos no plano cartesiano os dois pontos de cada reta e, assim, observamos que as retas são coincidentes.





ADOLAR/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Como as retas são coincidentes, têm infinitos pontos comuns. Logo, o sistema tem infinitas soluções. Esse é um exemplo de sistema **possível** e **indeterminado**.

Um sistema é **possível** e **indeterminado** quando tem **infinitas soluções**. As retas que representam as soluções das equações de um sistema possível e indeterminado são coincidentes.

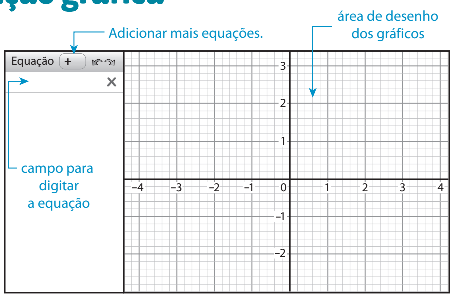
Observando as equações, percebemos que, ao multiplicar cada termo da primeira equação por 2, obtemos a segunda equação. Assim, as equações são equivalentes, isto é, têm as mesmas soluções.

Informática e Matemática

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Análise da solução de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas por meio da representação gráfica

Nesta seção, você vai utilizar um *software* de construção de gráficos para representar graficamente as soluções de uma equação do tipo $ax + by = c$. Além disso, vai utilizar esse *software* para verificar se um sistema apresenta uma, infinitas ou nenhuma solução.



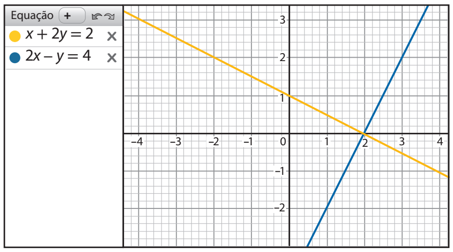
Tela inicial de um *software* de construção de gráficos.

CONSTRUA **Construa:** Respostas em *Orientações.*

Para obter a representação gráfica das soluções de uma equação do tipo $ax + by = c$, basta digitar a equação no campo apropriado.

1º) Construa a representação gráfica das soluções da equação $x + 2y = 2$.

2º) Construa a representação gráfica das soluções da equação $2x - y = 4$.

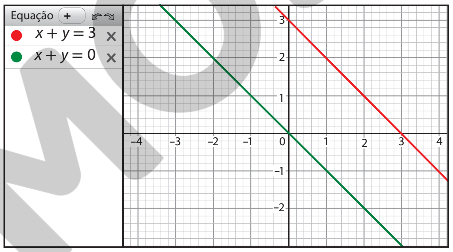


- O sistema $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ é possível e determinado, possível e indeterminado ou impossível? Por quê?

3º) Construa a representação gráfica das soluções da equação $x + y = 3$.

4º) Construa a representação gráfica das soluções da equação $x + y = 0$.

- O sistema $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 0 \end{cases}$ é possível e determinado, possível e indeterminado ou impossível? Por quê?



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

INVESTIGUE **Investigue:** Resposta em *Orientações.*

- Invente um sistema possível e indeterminado e, depois, construa a representação gráfica das soluções de cada uma das equações desse sistema. Como ficaram as retas que você construiu?

Informática e Matemática

Objetivos

- Interpretar graficamente as soluções de sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA08 e da competência geral 2 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Esta seção possibilita que os estudantes usem um *software* de construção de gráficos para analisar a solução de sistemas de equação do 1º grau graficamente, contribuindo assim para o desenvolvimento da habilidade EF08MA08.

Orientações

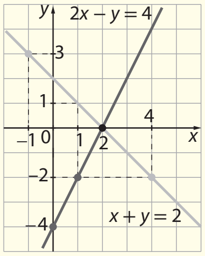
- Nesta seção, os estudantes deverão representar graficamente, com o auxílio de um *software* de construção de gráficos, as soluções de sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.
- Em *Construa*, a resposta da pergunta feita sobre o sistema de equações da primeira imagem é possível e determinado, porque as retas que representam as soluções de cada uma das equações são concorrentes. Já a resposta para o sistema referente à segunda imagem é impossível, porque as retas que representam as soluções de cada uma das equações são paralelas.
- Em *Investigue*, para a construção sugerida, da representação gráfica de soluções das equações de um sistema possível e indeterminado, espera-se que os estudantes obtenham retas coincidentes.

(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.

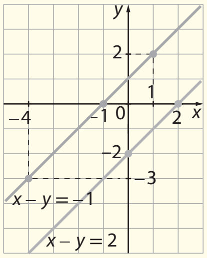
Competência geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

- Respostas da atividade **1**:

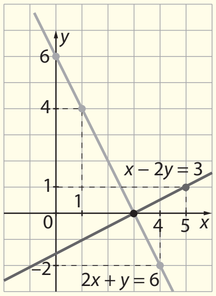
a)



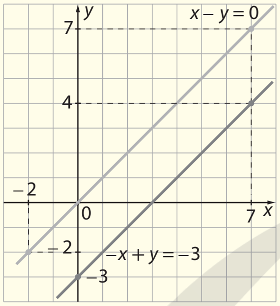
b)



c)



d)



- No item **c** da atividade **4**, espera-se que os estudantes percebam que há infinitas possibilidades para a reta que representa a solução da segunda equação.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Respostas em *Orientações*.

1. Represente graficamente cada sistema, em que *x* e *y* são números reais.

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$

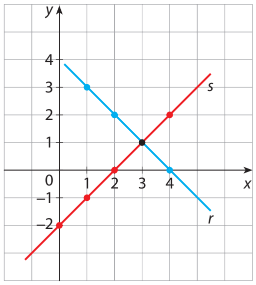
b) $\begin{cases} x - y = 2 \\ x - y = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y = 0 \\ -x + y = -3 \end{cases}$

2. (Saresp) O gráfico abaixo representa o sistema:

$\begin{cases} x + y = 4\ (r) \\ x - y = 2\ (s) \end{cases}$



O par ordenado (*x*, *y*) que satisfaz o sistema é:

2. alternativa **b**

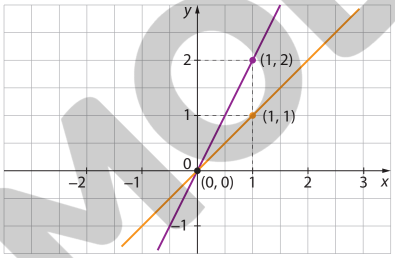
a) (4, 0)

b) (3, 1)

c) (2, 2)

d) (2, 0)

3. Lívia representou graficamente um sistema. Considere a representação que ela fez e descubra o sistema correspondente. **3.** alternativa **a**



a) $\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x = y \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 0 \\ x = 2y - 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 1 + y = 0 \\ x = -2y \end{cases}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

4. Observe a folha de caderno em que Joana derrubou café e, depois, faça o que se pede.

DANILO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Represente graficamente as soluções da equação que você pode ler no caderno de Joana.

b) Sabendo que a solução do sistema é o par ordenado (2, 7), trace no mesmo plano cartesiano uma reta que represente as soluções da segunda equação desse sistema.

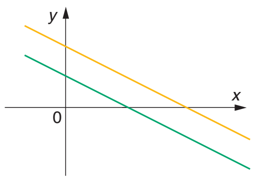
c) Compare suas respostas com as de seus colegas e verifique se todos traçaram a mesma reta.

4. Respostas em *Orientações*.

5. Leia as afirmações a seguir e copie no caderno as verdadeiras. **5.** alternativas **a** e **c**

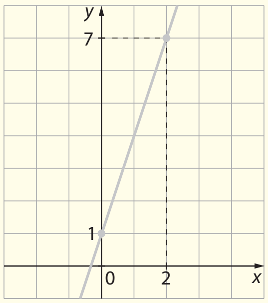
a) Um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas que tem apenas uma solução é representado graficamente por retas concorrentes.

b) A representação gráfica a seguir está associada a um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas que tem infinitas soluções.

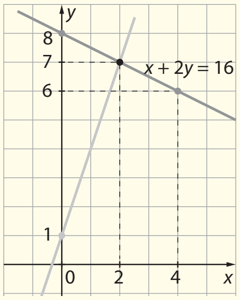


c) Um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas que tem infinitas soluções é representado graficamente por retas coincidentes.

- Resposta do item **a** da atividade **4**:



- Exemplo de resposta do item **b** da atividade **4**:



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

3 Introdução às equações do 2º grau

Miguel propôs um desafio para Alice.

JUBRAN/ARQUIVO DA EDITORA

Observe como Alice resolveu esse desafio.

Alice indicou por x o número real desconhecido e representou o seu quadrado por x^2. Como Miguel disse que o dobro do quadrado do número real é igual a 50, ela escreveu a equação:

$$2x^2 = 50$$

Essa equação é um exemplo de **equação do 2º grau com uma incógnita** (a letra x).

Para solucionar o desafio, foi preciso resolver a equação.

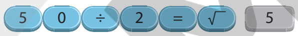
Alice aplicou o princípio multiplicativo das igualdades, multiplicando por $\frac{1}{2}$ os dois membros da equação.

$$\frac{1}{2} \cdot 2x^2 = \frac{1}{2} \cdot 50$$

$$x^2 = 25$$

Por fim, precisou descobrir os números que, quando elevados ao quadrado, resultam no número 25. Após testar alguns valores, Alice percebeu que x podia ser igual a 5 ou –5, pois $5^2 = 25$ e $(-5)^2 = 25$. Assim, ela descobriu duas raízes para a equação $2x^2 = 50$, uma positiva e outra negativa.

A raiz positiva dessa equação também poderia ser encontrada usando uma calculadora.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, o dobro do quadrado dos números reais 5 e –5 é igual a 50.

Para pensar

Para pensar: Espera-se que os estudantes percebam que não existe número real que, elevado ao quadrado, resulte em número negativo. Logo, esse desafio não tem solução.

Se o desafio fosse descobrir um número real que, elevado ao quadrado, resultasse em –25, qual seria esse número?

Introdução às equações do 2º grau

Objetivos

- Introduzir o conceito de equação do 2º grau com uma incógnita.
- Resolver equações do 2º grau com uma incógnita com e sem uso de tecnologias.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA09 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da EF08MA09 da BNCC porque os estudantes poderão resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que podem ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.

Orientações

- O objetivo deste tópico é ampliar o estudo das equações introduzindo o conceito de equação do 2º grau com uma incógnita. Nesse momento, vamos nos restringir às equações do tipo $ax^2 = b$, em que a e b são números reais positivos.
- O objetivo do boxe *Para pensar* é que os estudantes, percebam que qualquer número real elevado ao quadrado não pode resultar em um número negativo.

(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.

Informática e Matemática

Objetivos

- Resolver equações do 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA09 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Esta seção propõe que os estudantes resolvam equações de 2º grau do tipo $ax^2 = b$ por meio de um *software* de construção de gráficos (ou de Geometria dinâmica), favorecendo o desenvolvimento da habilidade EF08MA09.

Orientações

- Nesta seção, os estudantes deverão resolver algebricamente equações do 2º grau do tipo $ax^2 = b$ com o auxílio de um *software* de Geometria dinâmica. Eles terão a oportunidade de obter a solução exata e a solução aproximada desse tipo de equação para resolver problemas.
- Certifique-se de que os estudantes reconhecem que o símbolo do acento circunflexo (^) é utilizado para representar uma potência. Leve-os a perceber que o botão com o símbolo (≈) que aparece no passo **3** não aparece no caso de soluções inteiras.
- Sugira aos estudantes que resolvam ou verifiquem as respostas de algumas atividades da página seguinte com o auxílio de um *software* de Geometria dinâmica. Eles terão a oportunidade de obter a solução exata e a solução aproximada desse tipo de equação para resolver problemas.
- Um exemplo de resposta para a seção *Investigue* é $3x^2 = 42$.

Informática e Matemática

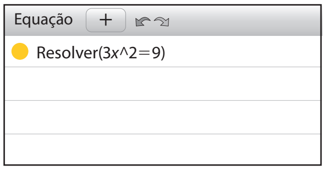
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Solução de equações do 2º grau do tipo $ax^2 = b$

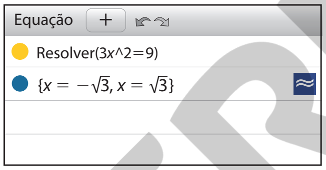
Na seção *Informática e Matemática* da página 241, vimos como utilizar um *software* de construção de gráficos para representar as soluções de uma equação do tipo $ax + by = c$. De maneira semelhante, podemos resolver uma equação do tipo $ax^2 = b$, utilizando apenas a janela de álgebra, sem considerar a janela de gráficos.

CONSTRUA

1º) Para resolver a equação $3x^2 = 9$, digite no campo apropriado Resolver(3x^2=9).

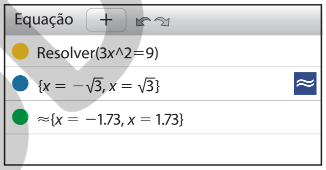


2º) Ao pressionar **Enter**, as duas soluções da equação, $x = -\sqrt{3}$ e $x = \sqrt{3}$ aparecerão na próxima linha.



Note que o símbolo do acento circunflexo (^) foi utilizado para representar uma potência, ou seja, x^2 representa x^2. Geralmente, é preciso pressionar a tecla **Shift** do teclado junto com a tecla em que aparece esse símbolo.

3º) Clique no botão com o símbolo (≈) para visualizar uma aproximação das soluções da equação, que são $-1,73$ e $1,73$.



Neste caso, a aproximação ocorreu até os centésimos, porém, em geral, é possível configurar o *software* para exibir mais casas decimais.

INVESTIGUE

1. Determine as soluções exata e aproximada de cada equação a seguir:

a) $5x^2 = 10$ **Investigue: 1. a)** $x = -\sqrt{2}$ e $x = \sqrt{2}$; $x = -1,41$ e $x = 1,41$

b) $3x^2 = 21$ **b)** $x = -\sqrt{7}$ e $x = \sqrt{7}$; $x = -2,65$ e $x = 2,65$

c) $2x^2 = 10$ **c)** $x = -\sqrt{5}$ e $x = \sqrt{5}$; $x = -2,24$ e $x = 2,24$

2. Invente uma equação e, depois, dê para um colega resolver usando o *software*. **Investigue: 2.** Resposta pessoal.

(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Determine as raízes de cada equação a seguir, considerando que x pode ser qualquer número real.

a) $x^2 = 81$
b) $x^2 = 144$
c) $2x^2 = 32$
d) $2x^2 = 128$

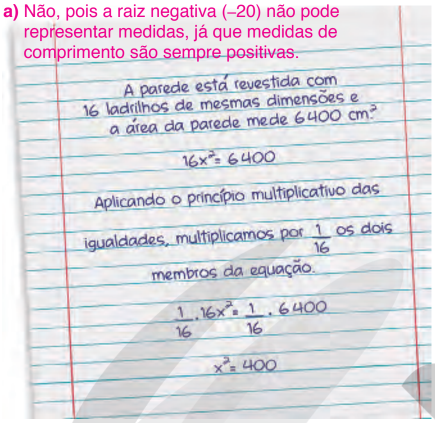
- O que as raízes dessas equações sugerem?

1. Respostas em *Orientações*.

2. Tadeu assentou 16 ladrilhos de formato quadrado em uma parede. A área revestida mede 6 400 cm². Todos os ladrilhos têm as mesmas dimensões, e a medida de comprimento do lado de cada ladrilho é x.

Veja como Ana iniciou os cálculos para saber quanto mede o comprimento do lado de cada ladrilho.

2. a) Não, pois a raiz negativa (–20) não pode representar medidas, já que medidas de comprimento são sempre positivas.



a) Para a equação $16x^2 = 6400$, Ana encontrou duas raízes. Ambas podem ser consideradas solução para o problema apresentado?

b) Quanto mede o comprimento do lado de cada ladrilho? **2. b)** 20 cm

3. Paulo fará uma horta em um terreno de formato quadrado cuja área mede 169 m². Qual é a medida de comprimento e de largura desse terreno?

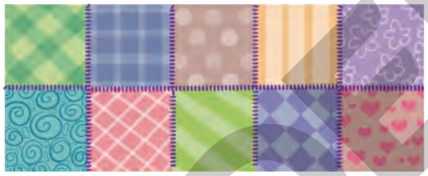
3. O comprimento e a largura medem 13 m.

4. Elabore um problema cuja solução possa ser encontrada resolvendo a seguinte equação:

$$x^2 = 144$$

4. Resposta pessoal.

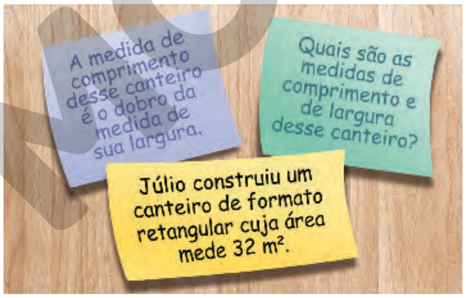
5. Teresa fez um tapete de 640 cm² usando retalhos de formato quadrado. Observe.



- Quanto mede o comprimento do lado de cada retalho quadrado que ela utilizou?

5. 8 cm

6. Escreva o enunciado do problema formado pelas frases abaixo. Depois, resolva-o.



6. Júlio construiu um canteiro de formato retangular cuja área mede 32 m². A medida de comprimento desse canteiro é o dobro da medida de sua largura. Quais são as medidas de comprimento e de largura desse canteiro? (Resposta: 8 m e 4 m.)

- A fim de favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA09, na seção *Atividades*, os estudantes são levados a resolver e a elaborar problemas que podem ser representados por equações do 2º grau do tipo $ax^2 = b$, em que a e b são números reais positivos.
- Respostas da atividade **1**:

a) $x_1 - 9$ e $x_2 = -9$
b) $x_1 - 12$ e $x_2 = -12$
c) $x_1 - 4$ e $x_2 = -4$
d) $x_1 - 8$ e $x_2 = -8$

Espera-se que os estudantes respondam ao item proposto dizendo que as raízes dessas equações sugerem que em uma equação do 2º grau com uma incógnita que é reduzida $ax^2 = b$, em que b é um número positivo e *a é diferente de zero* há sempre duas raízes reais opostas.

- Chame a atenção dos estudantes para o fato de que nem sempre as duas raízes encontradas ao resolver a equação do 2º grau satisfazem o problema que a originou. Os problemas propostos nas atividades **3** e **5**, por exemplo, admitem como solução apenas a raiz positiva da equação oriunda deles, uma vez que solicitam aos estudantes que determinem medidas: medida do comprimento do lado do terreno (atividade **3**) e medida do comprimento do lado do retalho (atividade **5**).
- A atividade **4** solicita aos estudantes que elaborem um problema. Após terminarem, proponha que o troquem com um colega e resolvam o problema criado por ele.

Compreender um texto

Objetivos

- Desenvolver a competência leitora.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA09 e das competências gerais 1 e 2 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- O trabalho com esta seção possibilita que os estudantes desenvolvam a habilidade EF08MA09, uma vez que resolvem problemas usando a lei dos corpos em queda e, consequentemente, equações do 2º grau do tipo $ax^2 = b$, com e sem o uso de tecnologias.

Orientações

- Inicie lendo apenas o título e instigue os estudantes a responder à pergunta. Após a leitura, que pode ser realizada individual ou coletivamente, aproveite a atividade **1** e verifique se eles mantiveram a resposta anterior, questionando-os caso mudem de opinião. Comente com os estudantes que, no título, os termos “mais leve” e “mais pesado” referem-se a “menor medida de massa” e “maior medida de massa”, respectivamente.
- A abordagem histórica nos estudos relacionados à queda livre, comparando as teorias de Aristóteles e Galileu, contribui para o desenvolvimento da competência geral 1 da BNCC. Além disso, despertar a curiosidade dos estudantes quanto à experimentação de investigações com o campo da Física na resolução de problemas em diferentes áreas favorece o desenvolvimento da competência geral 2 da BNCC.
- Diga aos estudantes que alguns historiadores afirmam que o experimento na torre de Pisa não ocorreu, teria sido apenas um experimento mental de Galileu. Talvez seja por isso que muitos seguidores de Aristóteles não se convenceram e Galileu acabou sendo alvo de perseguições por causa de suas ideias revolucionárias.

Compreender um texto

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Qual objeto cai mais rápido: o mais leve ou o mais pesado?

Atualmente, sabemos que a medida da distância percorrida por um objeto caindo a partir do repouso, livre da resistência do ar ou com resistência desprezível, pode ser representada pela equação, conhecida por **lei dos corpos em queda**:

$$d = \frac{1}{2}gt^2$$

em que:

- d: medida da distância percorrida pelo objeto, em metro;
- t: medida do tempo de queda, em segundo;
- g: medida da aceleração da gravidade terrestre, aproximadamente 10 m/s^2.

Por exemplo, para calcular a medida de tempo que uma pedra leva para atingir o chão ao ser solta da beira de um precipício medindo 125 m de altura, efetuamos:

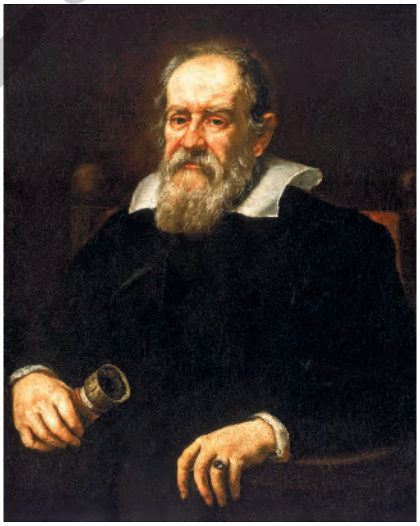
$$d = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 125 = \frac{1}{2} \cdot 10t^2 \Rightarrow 125 = 5t^2 \Rightarrow \frac{125}{5} = \frac{5t^2}{5} \Rightarrow \frac{125}{5} = t^2 \Rightarrow t^2 = 25$$

Logo: $t = 5$ ou $t = -5$

No entanto, t não pode ser negativo, pois representa uma medida de tempo; logo, a pedra atingirá o chão após 5 segundos.

Note que a equação anterior não depende da medida de massa do objeto, mas nem sempre foi assim. Aristóteles (384-322 a.C.) afirmava que corpos mais pesados caíam mais rapidamente do que corpos mais leves. Essa crença perdurou por muitos anos sem que ninguém pudesse verificar ou contestar, até que Galileu Galilei (1564-1642), ao introduzir o método experimental, chegou à conclusão de que isso não é verdade, ou seja, quando dois corpos de medidas de massas diferentes, desprezando a resistência do ar, são abandonados da mesma medida de altura, ambos alcançam o solo no mesmo instante.

DEAGOSTINI/GETTY IMAGES-MUSEU NACIONAL ROMANO PALAZZO ALTEMPS-ROMA



MUSEU MARÍTIMO NACIONAL, LONDRES

Busto de Aristóteles (à esquerda) e pintura retratando Galileu Galilei (à direita).

(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.

Competência geral 1: Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

Competência geral 2: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

A ciência estudada nas universidades na época de Galileu privilegiava a teoria aristotélica e colocava a técnica ou a experiência em segundo plano, isto é, havia um desprezo do método experimental pelos professores peripatéticos – que ensinavam andando, passeando, como era o costume de Aristóteles. Nessa época, tudo o que fosse contrário à interpretação aristotélica dos fenômenos da natureza não recebia crédito perante o corpo docente das universidades.

Observe uma curiosidade acerca do experimento de Galileu na Torre de Pisa, na Itália.

> Galileu demoliu facilmente a hipótese de Aristóteles sobre a queda dos corpos. Conta-se que Galileu deixou cair da torre inclinada de Pisa vários objetos com pesos [massas] diferentes e comparou suas quedas. Ao contrário da afirmativa de Aristóteles, Galileu comprovou que uma pedra duas vezes mais pesada que outra não caía realmente duas vezes mais rápido. Exceto pelo pequeno efeito da resistência do ar, ele descobriu que objetos de vários pesos, soltos ao mesmo tempo, caíam juntos e atingiam o chão ao mesmo tempo. Em certa ocasião, Galileu presumivelmente teria atraído uma grande multidão para testemunhar a queda de dois objetos com pesos [massas] diferentes do topo da torre. A lenda conta que muitos observadores desta demonstração que viram os objetos baterem juntos no chão zombaram do jovem Galileu e continuaram a sustentar os ensinamentos de Aristóteles.
>
> HEWITT, P. G. *Física conceitual*. 12. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015. p. 49.

Observação

Na prática, o que influencia na queda mais lenta de uma pena, um paraquedista ou uma folha de papel em comparação à queda de uma pedra, por exemplo, é a resistência do ar, pois, se a desconsiderássemos, todos chegariam ao chão simultaneamente.

1933BKK/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Responda à pergunta do título (Qual objeto cai mais rápido: o mais leve ou o mais pesado?) justificando-a. Para isso, desconsidere a resistência do ar. **1.** Os dois objetos caem juntos, pois a medida de distância percorrida por um objeto caindo a partir do repouso não depende da medida de massa do objeto.

2. Se uma pedra leva 6 segundos para cair de certa medida de altura, quanto tempo levaria uma segunda pedra, cuja medida de massa mede 2 vezes a da primeira, solta da mesma medida de altura, segundo Aristóteles? E segundo Galileu? **2.** 3 segundos; 6 segundos.

3. Pegue duas folhas do caderno, de modo que ambas tenham a mesma medida de massa, e amasse apenas uma delas, formando uma bolinha. Depois, solte-as, simultaneamente, da maior medida de altura que puder com seus braços esticados para cima. Qual delas chegou ao chão primeiro? Por que isso aconteceu? **3.** A folha amassada chegou primeiro; isso aconteceu devido à resistência do ar.

4. Na seção *Informática e Matemática* da página 244, vimos como empregar um *software* de construção de gráficos para resolver uma equação do tipo $ax^2 = b$, usando apenas a janela de álgebra, sem considerar a janela de gráficos. Utilize essa ferramenta para calcular a medida de tempo que uma pedra leva para atingir o chão ao ser solta da beira de um precipício medindo:

a) 80 m de altura. **4. a)** 4 segundos
b) 90 m de altura. **4. b)** $2\sqrt{3}$ segundos ou, aproximadamente, 4,25 segundos
c) 150 m de altura. **4. c)** 30 segundos
d) 200 m de altura. **4. d)** $2\sqrt{10}$ segundos ou, aproximadamente, 6,32 segundos

5. Reúna-se com alguns colegas e façam uma pesquisa sobre o método experimental (experimentação ou experimentalismo) e o empirismo. Montem um cartaz com algumas frases e imagens listando etapas, exemplificando algumas contribuições ou ressaltando a importância desse método em diferentes áreas, como na Ciência e na Medicina, por exemplo. **5.** Resposta pessoal.

- Para responderem à atividade **2**, oriente os estudantes a retomar o texto e localizar a informação necessária para a obtenção da resposta. Pela frase "Ao contrário da afirmativa de Aristóteles, Galileu comprovou que uma pedra duas vezes mais pesada (maior medida de massa) que outra não caía realmente duas vezes mais rápido.", podemos presumir que, segundo Aristóteles, uma pedra com o dobro de medida de massa cairia na metade da medida de tempo. Alguns estudantes podem demonstrar dificuldade em reconhecer a proporção inversa e apresentar resposta com o dobro da medida de tempo em vez da metade. Nesse caso, ajude-os ou permita que um colega relate como chegou à resposta.
- Durante o trabalho com o experimento da atividade **3**, certifique-se de que os estudantes concordam que a folha amassada chega primeiro ao chão devido à menor resistência do ar.

Ao realizar este experimento, certifique-se de que os estudantes o façam de forma segura, a fim de que não haja riscos para sua integridade física.

- A atividade **4** favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA09, pois permite ao estudante obter a solução exata e a solução aproximada de uma equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$ usando um *software* de Geometria dinâmica.
- Na atividade **5**, espera-se que os estudantes realizem investigações sobre o tema proposto e suas etapas. Compartilhe os cartazes e promova discussões com a turma sobre as etapas do método experimental.
- Esta seção foi elaborada com base no texto *O papel da experimentação no ensino de Ciências*, de Marcelo Giordan, publicado nas Atas do II Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências (IIENPEC), realizado em Valinhos/SP em 1999.

Estatística e Probabilidade

Objetivos

• Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA25 da BNCC.

• Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso**, da macroárea **Cidadania e Civismo**, ao falar de temáticas relacionadas ao envelhecimento.

Habilidade da BNCC

• Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA25 da BNCC porque os estudantes poderão obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.

Orientações

• Provavelmente, os estudantes dessa faixa etária já vivenciaram situações em que houve necessidade de calcular a média aritmética de uma amostra de dados. Aqui, esse tema é retomado com base em uma problematização a respeito da idade dos participantes de um Encontro da Terceira Idade.

• Aproveite o contexto para trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso** da macroárea **Cidadania e Civismo**. É importante debater temáticas relacionadas ao processo de envelhecimento, natural ao longo do ciclo da vida, e à valorização do idoso, eliminando preconceitos, reconhecendo seus direitos e respeitando suas histórias e vivências.

• Além dos cálculos envolvidos na discussão, os estudantes devem compreender o significado de média e como fazer inferências.

• O objetivo do boxe *Para analisar* é que os estudantes percebam que a média da idade vai aumentar sem que seja preciso calcular a média aritmética novamente, bastando analisar a média de idade calculada antes da entrada do novo idoso.

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Média aritmética, moda, mediana e amplitude

Nove idosos participam semanalmente do Encontro da Terceira Idade para praticar atividades físicas e se divertir. Em outubro de 2022, foi feito um levantamento da idade desses idosos, como podemos observar na tabela a seguir.

FOTOMONTAGEM: MARCEL LISBOA/ARQUIVO DA EDITORA
FOTOS: GRUPO DE IDOSOS: PHOTOGRAPHEE.EU/SHUTTERSTOCK; HOMEM DE JAQUETA AZUL: DRAZEN ZIGIC/SHUTTERSTOCK; MULHER ASIÁTICA: KIMBERRYWOOD/SHUTTERSTOCK; HOMEM ASIÁTICO: WORAWIT_J/SHUTTERSTOCK

Idade dos idosos do Encontro da Terceira Idade

Idoso	Idade (em ano)
Alice	68
Benedito	68
Manoela	70
Yoko	70
Chang	70
José	73
Julieta	75
Sebastião	75
Ubiratan	77

Dados obtidos pelo organizador do Encontro da Terceira Idade em outubro de 2022.

▶ Qual é a média aritmética, a moda, a mediana e a amplitude da idade desses idosos?

Média aritmética

Para calcular a **média aritmética simples** (ou média aritmética) de um conjunto de valores, adicionamos todos e dividimos o resultado pela quantidade de valores.

Na situação acima, para calcular a idade média dos 9 idosos, adicionamos todas as idades e dividimos o resultado por 9.

$$\frac{68 + 68 + 70 + 70 + 70 + 73 + 75 + 75 + 77}{9} = \frac{646}{9} \simeq 71{,}8$$

Assim, podemos dizer que a idade média dos idosos que participam dos encontros é aproximadamente 71,8 anos.

Para analisar: Espera-se que os estudantes respondam que a média aumentaria, pois a idade do idoso que entrou é superior à média, mas esta seria menor que 80, pois, dos 10 idosos que fazem parte do grupo, 9 têm idade inferior a 80 anos.

Para analisar

Se um idoso de 80 anos entrasse no grupo, a média de idade aumentaria ou diminuiria? Esse valor seria maior ou menor que 80 anos? Por quê?

(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.

Moda

Em um conjunto de dados com valores numéricos ou não, o valor ou os valores que apresentam a maior frequência, ou seja, que ocorrem mais vezes, são chamados **moda** do conjunto de dados.

Para organizar os dados, construímos a tabela a seguir, que indica a quantidade de vezes que cada idade apareceu.

Frequência das idades dos idosos do Encontro da Terceira Idade	
Idade	**Frequência**
68	2
70	3
73	1
75	2
77	1

Dados obtidos pelo organizador do Encontro da Terceira Idade em outubro de 2022.

Como a idade que mais aparece, nesse conjunto de dados, é 70 anos, dizemos que a moda é **70 anos**.

Mediana

Para determinar a mediana de um conjunto de dados, primeiramente é preciso escrever os valores do conjunto de dados em ordem crescente ou decrescente.

Mediana em um conjunto de dados com número ímpar de valores

Quando você tem um conjunto de dados com um número ímpar de valores e os ordena, do menor para o maior ou do maior para o menor, o valor que ocupa a posição central nessa ordenação é chamado **mediana**. Esse é o caso da situação apresentada, pois o conjunto de dados tem 9 idades.

Observando as idades organizadas em ordem crescente, temos:

68	68	70	70	70	73	75	75	77

posição central

Com essa organização, a idade 70 anos ocupou a posição central.

Assim, dizemos que a mediana das idades é 70 anos.

Para pensar

Suponha que um idoso de 70 anos saia do grupo e um de 71 anos entre no grupo. Qual passará a ser a mediana das idades? **Para pensar:** A mediana das idades passará a ser 71 anos.

Mediana em um conjunto de dados com número par de valores

Quando um conjunto de dados tem um número par de valores, dois deles ocuparão a posição central. Nesse caso, **a mediana será a média aritmética desses dois valores**.

Imagine que, na situação apresentada, um indivíduo de 68 anos entre no grupo. Nesse caso, se organizarmos as idades em ordem crescente, teremos dois valores ocupando a posição central. Observe.

68	68	68	70	70	70	73	75	75	77

termos centrais

- Dando continuidade à exploração das medidas de tendência central de uma pesquisa, os estudantes deverão estudar os conceitos de moda e de mediana.
- A situação apresentada mostra que a moda do conjunto de dados é 70 anos. No entanto, se um idoso de 75 anos entrar nesse grupo, teremos duas modas: 70 anos e 75 anos.
- Os estudantes devem observar que, para determinar a mediana, é necessário organizar os dados apresentados para que se busque a posição central. Independentemente do número de elementos, par ou ímpar, é possível determinar a mediana.
- No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes não apresentem dificuldades em responder a pergunta. Eles devem reordenar as idades excluindo uma de 70 e incluindo uma de 71 anos.

• Explique aos estudantes que a média aritmética, bem como a mediana e a moda, caracteriza um conjunto de valores. Convém usar a média quando o conjunto de dados não apresenta valores discrepantes, pois, caso contrário, o resultado fornecido pode desencadear conclusões falhas. A mediana representa melhor o conjunto de dados quando este apresenta valores discrepantes, pois esses dados não “contaminam” o seu valor. Mais importante do que o cálculo dessas medidas é o trabalho com a interpretação delas. Pode-se, sempre que possível, incentivar os estudantes a observar os aspectos acima apontados, trabalhando o cálculo dessas medidas com base num conjunto de dados sem valores discrepantes e depois acrescentando um valor bem maior ou menor que os demais. Se houver discrepância entre os dados, torna-se interessante calcular a amplitude.

• Resposta do item **a** da atividade **1**:

Frequência dos tipos de dança	
Tipo de dança	**Frequência**
Tango	4
Samba	8
Zouk	6

Dados obtidos por Larissa em outubro de 2022.

Frequência dos períodos	
Período	**Frequência**
Manhã	4
Tarde	7
Noite	7

Dados obtidos por Larissa em outubro de 2022.

Em situações como essa, a mediana será a média aritmética dos dois valores centrais:

$$\text{média aritmética} = \frac{70 + 70}{2} = \frac{140}{2} = 70$$

Assim, dizemos que 70 anos é a mediana desse conjunto de dados.

Amplitude de um conjunto de dados

A **amplitude** de um conjunto de dados é a diferença entre o menor e o maior valor que aparecem nesse conjunto. Nesse caso, é interessante que os dados estejam organizados em ordem crescente ou decrescente para melhor visualização desses valores.

Na situação inicial do grupo de idosos, como a menor idade é 68 anos e a maior idade é 77 anos, a amplitude será calculada assim:

$$77 - 68 = 9$$

Perceba que, se entrarem idosos com mais de 77 anos ou menos de 68 anos, a amplitude do conjunto de dados será maior.

Assim, respondendo à pergunta sobre o grupo de idosos, obtemos média aritmética: aproximadamente 71,8; moda: 70 anos; mediana: 70 anos; e a amplitude: 9.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Larissa, dona de uma escola de danças de salão, abrirá um horário de aula às sextas-feiras. Para conseguir atender o maior número de estudantes possível, ela fez, em outubro de 2022, uma pesquisa para identificar as preferências de período e de tipo de dança, conforme indicado a seguir.

Período e tipo de dança preferidos					
Nome	**Período**	**Tipo de dança**	**Nome**	**Período**	**Tipo de dança**
Camila	Manhã	Tango	Lúcia	Noite	Tango
Jéferson	Noite	*Zouk*	Ana Maria	Tarde	*Zouk*
Amanda	Tarde	*Zouk*	Carolina	Tarde	*Zouk*
Jonas	Noite	*Zouk*	Pedro	Manhã	Tango
Lucas	Tarde	Samba	Érica	Noite	Samba
Tamires	Noite	Tango	João Paulo	Tarde	Samba
Pablo	Tarde	Samba	Cláudio	Noite	Samba
Leandro	Noite	*Zouk*	Samanta	Manhã	Samba
Rubens	Manhã	Samba	Felipe	Tarde	Samba

a) Construa duas tabelas: a primeira com os tipos de dança e a quantidade de vezes que cada tipo foi citado na pesquisa; a segunda, com os períodos e a quantidade de vezes que cada um apareceu. **1. a)** Resposta em *Orientações*.
b) Qual foi o tipo de dança preferido pelos estudantes? **1. b)** samba
c) Qual(is) foi/foram o(s) período(s) preferido(s)? **1. c)** tarde e noite
d) Qual é a moda do conjunto de dados sobre o período e a moda do conjunto de dados sobre o tipo de dança? **1. d)** Duas modas para o período: tarde e noite; moda para o tipo de dança: samba.

250

2. a) Sim, pois a média de vendas diárias foi de 30 salgados.
2. b) A média aproximada foi de 26 salgados vendidos por dia.

2. Paulo faz salgados para vender. Ele estipulou uma meta de vendas para o mês de junho de 28 salgados por dia, em média. A tabela a seguir mostra as vendas no mês de junho.

Número de salgados vendidos no mês de junho	
Tipo	**Quantidade vendida**
Empada	150
Quibe	180
Croquete	250
Coxinha	320

Dados obtidos por Paulo em junho de 2022.

a) Paulo conseguiu atingir sua meta em junho?

b) No mês de julho, Paulo vendeu 10% a menos do que no mês de junho. Qual foi a média aproximada de salgados vendidos por dia no mês de julho? Lembre-se de que julho tem 31 dias.

3. Observe a tabela e responda às questões.

Medida de massa dos jogadores do clube Alegria Total			
Nome	**Medida de massa (em kg)**	**Nome**	**Medida de massa (em kg)**
Toninho	85	Gilberto	78
Rogério	85	Luciano	80
César	82	Luisão	84
Marinho	74	Juan	73
Vevé	69	Cris	77
Carlos	67	Émerson	72
Roberto	72	Ricardinho	73
Gustavo	74	Ronaldo	90,5
Marcinho	65	Adriano	86
Will	76	Renan	75
Fabinho	75	Juninho	76

Dados obtidos pelo clube Alegria Total em outubro de 2022.

a) Qual é a mediana das medidas de massa desses jogadores? **3. a)** 75,5 kg

b) Qual é a média das medidas de massa dos jogadores? **3. b)** 76,75 kg

c) Qual é a moda da medida de massa desses jogadores? **3. d)** 25,5

d) Qual é a amplitude desse conjunto de dados?

e) Em sua opinião, para analisar a medida de massa desses jogadores, qual das informações é menos representativa: a mediana, a média ou a moda dos dados? Justifique sua resposta.

3. c) 72 kg, 73 kg, 74 kg, 75 kg, 76 kg e 85 kg

3. e) Espera-se que os estudantes concluam que a moda é menos representativa nessa situação porque não existe apenas uma, mas várias, indicando que os dados variam bastante. Tanto a média como a mediana representam melhor a situação.

4. Vera fez uma entrevista com algumas pessoas e marcou em uma folha a idade de cada uma.

Enquanto tomava seu lanche da tarde, ela deixou cair café na folha, e a idade da última pessoa entrevistada ficou ilegível.

ORLY WANDERS/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é a idade da última pessoa entrevistada, se a mediana para as idades dos entrevistados é igual a 42 anos? **4. a)** 41 anos

b) Calcule no caderno a média das idades dos entrevistados após descobrir a última idade anotada. **4. b)** 46,2 anos

5. Observe quantas escolas e estudantes matriculados em creches havia na rede pública e na rede privada do Brasil, de acordo com o Censo da Educação Básica 2020. Em seguida, faça o que se pede.

Números da Educação em 2020 – creches		
Rede	**Matrícula**	**Número de escolas**
Pública	2 399 766	52 178
Privada	1 017 444	18 716

Dados obtidos em: BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). *Censo da educação básica 2020*: resumo técnico. Brasília, DF: Inep, 2021.

a) A média aritmética do número de estudantes matriculados em creches, por tipo de rede, é 1 708 605. Em que tipo de rede o total de estudantes matriculados está abaixo da média? **5. a)** na rede privada

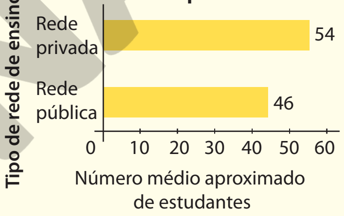
b) Em cada rede de ensino, qual é a média aritmética aproximada do número de estudantes por escola? **5. b)** pública: 45,99 estudantes; privada: 54,36 estudantes

c) Com base nos dados do item **b**, construa um gráfico de barras horizontais indicando a quantidade média aproximada (para número inteiro) de estudantes matriculados em creches por tipo de rede de ensino em 2020.

5. c) Resposta em *Orientações*.

- Após a resolução da atividade **3**, peça aos estudantes que comparem as duas medidas de tendência central. A mediana é 75,5 kg e a média é 76,75 kg. Liste no quadro a medida da massa de todos os jogadores e localize as duas medidas. É interessante comentar que a maior medida de massa, 90,5 kg, influiu bastante no fato de a média aritmética ter sido maior que a mediana.
- Os dados da atividade **5** foram obtidos do Censo 2020. Essa e outras informações interessantes podem ser conferidas em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/resumo_tecnico_censo_escolar_2020.pdf. Acesso em: 13 ago. 2022.
- Resposta do item **c** da atividade **5**:

Número médio aproximado de estudantes por creche - 2020



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). *Censo da educação básica 2020*: resumo técnico. Brasília, DF: Inep, 2021.

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF08MA07 e EF08MA08 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Esta seção contribui para o desenvolvimento da habilidade EF08MA07 porque na atividade **8**, ao identificar o sistema que corresponde à representação gráfica, os estudantes deverão associar uma equação do 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano. Já a habilidade EF08MA08 tem o seu desenvolvimento favorecido porque são propostos problemas que podem ser representados por sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas.

Orientações

- Esse é o momento para os estudantes colocarem em prática o que estudaram no capítulo. É importante incentivá-los a justificar suas resoluções e a verificar as respostas obtidas.
- Ao realizar as atividades, incentive os estudantes a representar graficamente os sistemas de equações usados para traduzir as situações apresentadas.
- Procure identificar as dificuldades enfrentadas por eles e ajude-os a superá-las. Se achar conveniente, peça que façam uma autoavaliação do que aprenderam e do que precisam aprender.
- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com "sim", "às vezes" ou "não".

Eu...

... sei representar situações-problema por meio de equações de 1º grau com duas incógnitas?

... sei avaliar soluções para equações de 1º grau com duas incógnitas?

... compreendo o que são sistemas de equações lineares de 1º grau?

... identifico as coordenadas de um ponto representado no plano cartesiano?

... sei determinar as medidas de tendência central associadas a um conjunto de dados?

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

2. candidato ganhador: 646 votos; candidato perdedor: 501 votos

1. Aldo e Samanta realizaram um trabalho e ganharam juntos R$ 500,00. Se Aldo ganhou $\frac{1}{4}$ do valor recebido por Samanta, quanto ganhou cada um?
1. Aldo: R$ 100,00; Samanta: R$ 400,00

2. Uma escola realizou eleições para o grêmio. Havia dois candidatos concorrendo ao cargo de presidente. Sabendo que 1 230 estudantes votaram, que houve 83 votos brancos e nulos e que o vencedor ganhou por uma diferença de 145 votos, calcule a quantidade de votos que obteve cada candidato.

3. Elabore e resolva um problema envolvendo cestas de 2 e de 3 pontos no basquete e que possa ser resolvido por meio de um sistema de equações do 1º grau, de maneira semelhante ao apresentado na página 233. **3.** Resposta pessoal.

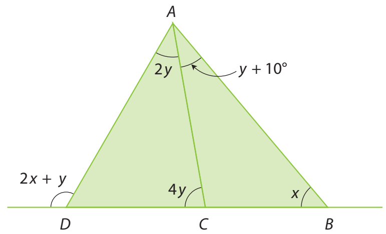
4. Reginaldo despejou a água de um garrafão, completamente cheio, em 35 copos iguais, enchendo-os. Se o conteúdo desse garrafão e de outros 10 copos fosse colocado em um recipiente com capacidade medindo 8,1 L, esse recipiente ficaria cheio. Quanto mede a capacidade do garrafão? E a do copo?
4. garrafão: 6,3 L; copo: 180 mL

JUBRAN/ARQUIVO DA EDITORA

5. A massa de um recipiente cheio de líquido mede 650 g. Se retirarmos metade desse líquido, essa medida cairá para 360 g. Quanto mede a massa do recipiente vazio? **5.** alternativa **c**

a) 40 g
b) 50 g
c) 70 g
d) 80 g
e) 90 g

6. Quais são as medidas de x e de y, em grau, na figura? **6.** $x = 50°$ e $y = 20°$

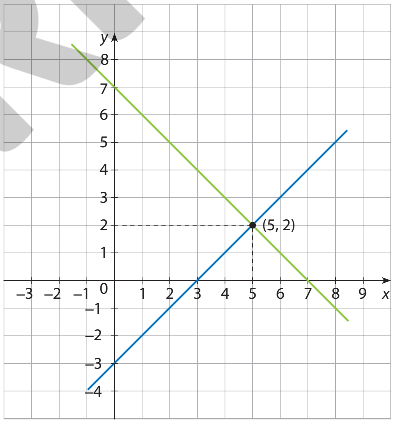


7. Sem resolver, explique por que o sistema a seguir é um sistema possível e indeterminado.

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 6x + 3y = 24 \end{cases}$$

7. Exemplo de resposta: A segunda equação é resultado da primeira equação multiplicada por 3.

8. Analise a representação gráfica e responda à questão.



- Essa representação gráfica corresponde à solução de que sistema? **8.** alternativa **b**

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.

(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.

CAPÍTULO 10

Proporcionalidade entre grandezas

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF08MA12
EF08MA13
EF08MA24

1 Grandezas diretamente e inversamente proporcionais

Nas situações apresentadas a seguir, vamos estudar como relações entre grandezas direta e inversamente proporcionais podem ser expressas por meio de sentenças algébricas.

FERNANDA SEVAROLLI/ARQUIVO DA EDITORA

Situação 1

Uma feirante cobra R$ 8,00 pela dúzia de ovos, como mostra o quadro a seguir.

Preço cobrado (R$)	8,00	16,00	24,00	32,00	40,00
Número de dúzias de ovos vendidas	1	2	3	4	5

A razão entre o valor cobrado e o número de dúzias de ovos vendidas é sempre a mesma: $\frac{8}{1} = \frac{16}{2} = \frac{24}{3} = \frac{32}{4} = \frac{40}{5} = 8$

O valor cobrado é, então, **diretamente proporcional** ao número de dúzias de ovos vendidas.

A relação entre o valor cobrado (v), em real, e o número de dúzias de ovos vendidas (n) pode ser expressa pela seguinte sentença algébrica:

$$v = 8n$$

Para pensar

Na sentença algébrica $v = 8n$ a letra n é uma incógnita ou uma variável? Por quê?

Para pensar: Variável, porque pode assumir diversos valores.

Situação 2

Observe no quadro a seguir a relação entre as medidas de tempo, em hora, e de velocidade média, em quilômetro por hora, que um motociclista leva para percorrer determinada medida de distância.

×3 : 2 : 2

Medida de velocidade média (km/h)	40	120	60	30
Medida de tempo (h)	6	2	4	8

: 3 ×2 ×2

A razão entre a medida da velocidade média e o inverso da medida do tempo correspondente é sempre a mesma:

$$\frac{40}{\frac{1}{6}} = \frac{120}{\frac{1}{2}} = \frac{60}{\frac{1}{4}} = \frac{30}{\frac{1}{8}} = 240$$

Então, podemos dizer que as grandezas velocidade média e tempo são **inversamente proporcionais**.

Recorde

A razão entre as medidas de distância percorrida por um corpo móvel e do tempo que esse corpo gasta para percorrê-la é definida como **medida de velocidade média**.

(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.

(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Competência específica 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Grandezas diretamente e inversamente proporcionais

Objetivos

- Compreender o conceito de grandezas diretamente e inversamente proporcionais.
- Identificar se duas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF08MA12 e EF08MA13 e da competência específica 3 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA12 porque os estudantes vão identificar a natureza da variação de duas grandezas direta ou inversamente proporcionais. O tópico também favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA13, pois propõe a resolução e a elaboração de problemas que envolvam grandezas direta ou inversamente proporcionais, possibilitando a utilização de estratégias diversas.

Orientações

- Antes de iniciar o estudo deste tópico, pode-se retomar as noções de razão e proporção trabalhadas anteriormente, pois são importantes para que os estudantes possam se apropriar dos conceitos que serão estudados.
- Retome também os conceitos de variável e incógnita, partindo da pergunta do boxe *Para pensar*. Peça a eles que justifiquem suas respostas e apresente exemplos de equações algébricas perguntando a eles, em cada caso, se a letra representa uma incógnita ou uma variável.
- É possível construir com os estudantes uma lista das grandezas que conhecem e suas respectivas unidades de medida. Isso poderá ajudá-los a resgatar os conteúdos trabalhados, que serão importantes para o desenvolvimento dos conceitos explorados no capítulo.
- Pode-se propor aos estudantes, ainda, que reflitam sobre como essas grandezas podem se relacionar e que explorem intuitivamente as noções de proporcionalidade entre elas. Isso poderá contribuir para fazer um levantamento dos conhecimentos prévios dos estudantes e planejar atividades que possam ampliar o repertório deles.

• A construção de quadros pode ser uma estratégia interessante para que os estudantes reconheçam se os valores das grandezas são direta ou inversamente proporcionais. No caso de grandezas diretamente proporcionais, é importante que eles percebam que, ao dobrar o valor de uma, o valor da outra também dobra; ao reduzir pela metade o valor de uma, o valor da outra também reduz pela metade, e assim por diante. Já no caso das grandezas inversamente proporcionais, é importante que percebam que, ao dobrar o valor de uma, o valor da outra reduz pela metade; ao dividir por 4 o valor de uma, o valor da outra é multiplicado por 4, e assim por diante. Pode-se propor aos estudantes que, em duplas, façam uma lista de grandezas direta e inversamente proporcionais e que, em seguida, eles a compartilhem com os colegas. Isso favorece a percepção das possibilidades de integração entre as unidades temáticas Grandezas e Medidas e Números, o que contribui para que a competência específica 3 seja desenvolvida.

• Resolução do boxe *Para fazer*:

$$v = \frac{240}{t} = \frac{240}{3} = 80$$

Portanto, a medida da velocidade média do motociclista é 80 km/h.

2. a) Diretamente proporcionais. Exemplo de justificativa: Dobrando a duração, o preço também dobra. Triplicando a duração, o preço também triplica.

4. a) Inversamente proporcionais. Espera-se que os estudantes justifiquem dizendo que a razão entre a medida do comprimento e o inverso da medida da largura é sempre a mesma.

A relação entre velocidade média (v) e tempo (t) pode ser expressa pela seguinte sentença algébrica:

$$v = \frac{240}{t}$$

Para fazer

Utilize a sentença $v = \frac{240}{t}$ para descobrir a medida da velocidade média do motociclista, sabendo que ele levou 3 horas para percorrer a mesma medida de distância. **Para fazer:** 80 km/h

5. b) Inversamente proporcional. Exemplo de justificativa: Porque, quando o número de dentes dobra, o número de voltas completas que a engrenagem dá se reduz pela metade.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. a) diretamente proporcionais **1. b)** inversamente proporcionais

1. Identifique em cada item se as grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais. Escreva a resposta no caderno.

a) A medida do perímetro e a medida do comprimento do lado de um quadrado.

b) A medida da velocidade média de um veículo e a medida do tempo que ele leva para percorrer uma mesma medida de distância.

c) A medida da distância percorrida por um automóvel e a quantidade de combustível consumido. **1. c)** diretamente proporcionais

2. Observe no quadro abaixo como estão relacionados o preço e a duração de alguns pacotes de TV a cabo.

Preço (R$)	150,00	300,00	600,00	1 200,00
Quantidade de meses	2	4	8	16

a) O preço e a duração dos pacotes são diretamente ou inversamente proporcionais? Justifique sua resposta.

b) Escreva a sentença algébrica que relaciona o preço (p), em real, e a duração (m), em mês, dos pacotes de TV a cabo. **2. b)** $p = 75m$

c) Quanto uma pessoa vai pagar por um pacote de 2 anos? **2. c)** R$ 1 800,00

d) Qual é a duração do pacote de TV a cabo de uma pessoa que pagou R$ 1 500,00? **2. d)** 20 meses

3. A sentença algébrica a seguir relaciona o número de quilômetros asfaltados de uma estrada (n) à medida de tempo (t), em hora, que uma equipe leva para fazer esse serviço.

$$n = 2{,}5t$$

3. a) 4 horas; 8 horas

a) Quantas horas são necessárias para a equipe asfaltar 10 km de estrada? E 20 km?

b) O número de quilômetros asfaltados e a medida de tempo são diretamente ou inversamente proporcionais? Justifique sua resposta.

3. b) Diretamente proporcionais. Exemplo de justificativa: A razão entre o número de quilômetros asfaltados e a medida de tempo, em hora, é sempre a mesma.

4. Existem diversos retângulos de medida de área igual a 48 cm^2. Observe no quadro abaixo como estão relacionadas a medida do comprimento e a medida da largura de alguns desses retângulos.

Medida do comprimento (cm)	24	12	8	3
Medida da largura (cm)	2	4	6	16

a) A medida do comprimento e a medida da largura desses retângulos são diretamente ou inversamente proporcionais? Justifique.

b) Qual é a sentença algébrica que relaciona a medida do comprimento (y), em centímetro, desses retângulos com a medida da largura (x) deles? **4. b)** $y = \frac{48}{x}$

5. Vamos considerar as duas engrenagens da imagem. Enquanto a engrenagem pequena dá uma volta completa, a grande gira só meia-volta.

JUBRAN/ARQUIVO DA EDITORA

a) Enquanto a engrenagem pequena dá 6 voltas completas, quantas voltas completas dá a engrenagem grande? **5. a)** 3 voltas

b) Nessa situação, o número de voltas que cada engrenagem dá é diretamente ou inversamente proporcional ao número de dentes? Por quê?

c) Nessa situação, qual é a sentença algébrica em que se relaciona o número de voltas (n) que cada engrenagem dá ao número de dentes (d) que cada uma contém? **5. c)** $n = \frac{5}{d}$

6. Elabore um problema que envolva duas grandezas inversamente proporcionais e que possa ser resolvido aplicando a regra de três, conforme mostrado a seguir.

$$\frac{50}{100} = \frac{x}{2}$$

$$50 \cdot 2 = 100 \cdot x$$

$$x = \frac{100}{100} = 1$$

6. Exemplo de problema: Com medida de velocidade média de 50 km/h, um automóvel leva 2 horas para percorrer um trajeto. Quanto tempo esse automóvel levará para percorrer esse mesmo trajeto caso sua medida de velocidade média dobre?

2 Situações em que não há proporcionalidade

Há situações em que as grandezas não são diretamente nem inversamente proporcionais. Acompanhe algumas delas.

Situação 1

Não é possível prever esse resultado porque as grandezas número de gols marcados e tempo não são diretamente nem inversamente proporcionais.

Para fazer

Observe a situação a seguir.

Nessa situação, há proporcionalidade entre o número de maçãs e o preço cobrado por elas?

ILUSTRAÇÕES: JUBRAN/ARQUIVO DA EDITORA

Para fazer: Espera-se que os estudantes percebam que não há proporcionalidade.
Pergunte qual deve ser o preço das 6 maçãs para que as grandezas número de maçãs e preço sejam diretamente proporcionais. A resposta é: R$ 15,00.

Situação 2

Observe a medida da altura e a medida da massa destas pessoas.

MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

1,80 m 85 kg | 1,65 m 68 kg | 1,70 m 92 kg | 1,75 m 80 kg | 1,5 m 77 kg

Agora, vamos calcular as razões:

$$\frac{1{,}80}{85} \neq \frac{1{,}65}{68} \neq \frac{1{,}70}{92} \neq \frac{1{,}75}{80} \neq \frac{1{,}5}{77}$$

$$\frac{1{,}80}{\frac{1}{85}} \neq \frac{1{,}65}{\frac{1}{68}} \neq \frac{1{,}70}{\frac{1}{92}} \neq \frac{1{,}75}{\frac{1}{80}} \neq \frac{1{,}5}{\frac{1}{77}}$$

Note que a medida da altura e a medida da massa de uma pessoa não são diretamente nem inversamente proporcionais, ou seja, essas grandezas não são proporcionais.

Por isso, preste muita atenção: antes de resolver um problema usando regra de três, certifique-se de que as grandezas envolvidas são de fato diretamente ou inversamente proporcionais.

Situações em que não há proporcionalidade

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da seguinte habilidade da BNCC: EF08MA12.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA12 da BNCC, pois os estudantes poderão identificar a natureza da variação entre grandezas proporcionais e não proporcionais.

Orientações

- Com base em duas situações e na pergunta proposta no boxe *Para fazer*, é aberta uma discussão importante para que os estudantes não tenham a falsa ideia de que, sempre que há grandezas envolvidas em uma situação, haverá uma relação de proporcionalidade entre elas. Nesse sentido, esses e outros exemplos serão fundamentais para romper esse equívoco.
- É fundamental que os estudantes compreendam que o fato de uma das grandezas aumentar quando a outra aumenta, ou diminuir quando a outra diminui, não é suficiente para que sejam diretamente proporcionais.
- É importante também tomar cuidado com algumas situações-problema contextualizadas que são propostas aos estudantes, pois às vezes elas não condizem com a realidade. Por exemplo, se uma pessoa percorre 12 km em 1 hora, quantas horas levará para percorrer 600 km? Desconsiderando o contexto da pergunta, a resposta indicaria 50 horas; porém, nenhuma pessoa consegue manter a mesma medida de velocidade média por tanto tempo e nem percorrer tamanha medida de distância. Você pode até propor questões desse tipo, desde que o foco esteja na reflexão sobre a razoabilidade da resposta, o que pode contribuir significativamente para que desenvolvam o senso crítico.

(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.

Representação no plano cartesiano da relação entre grandezas

Objetivos

- Reconhecer as representações gráficas de duas grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais e não proporcionais.
- Favorecer o desenvolvimento da seguinte habilidade da BNCC: EF08MA12.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA12 da BNCC porque os estudantes vão representar graficamente a relação existente entre duas grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais e não proporcionais.

Orientações

- É importante que os estudantes observem que duas grandezas diretamente proporcionais podem ser representadas no plano cartesiano por uma reta que passa pela origem ou por pontos alinhados. Por meio do gráfico, é possível perceber que, ao dobrar o valor de uma, o valor da outra também dobra; ao reduzir pela metade o valor de uma, o valor da outra também é reduzido pela metade, e assim por diante. Analisar esses aspectos pode colaborar para que os estudantes atribuam significado ao conceito de função linear, que será estudado no livro do 9º ano.
- Ao apresentar as situações deste tópico, comente com os estudantes que, quanto mais pontos conhecermos, mais clara será a ideia que teremos de como ficará o gráfico.

Lembre-se: Escreva no caderno!

3 Representação no plano cartesiano da relação entre grandezas

Toda situação em que é possível relacionar uma grandeza a outra pode ser representada em um sistema cartesiano na forma de gráfico. Observe as situações a seguir.

Situação 1

Considere um quadrado cuja medida de comprimento do lado é maior ou igual a 0. A medida do perímetro desse quadrado é diretamente proporcional à medida de comprimento do lado correspondente. Observe no quadro a seguir como essas grandezas se relacionam.

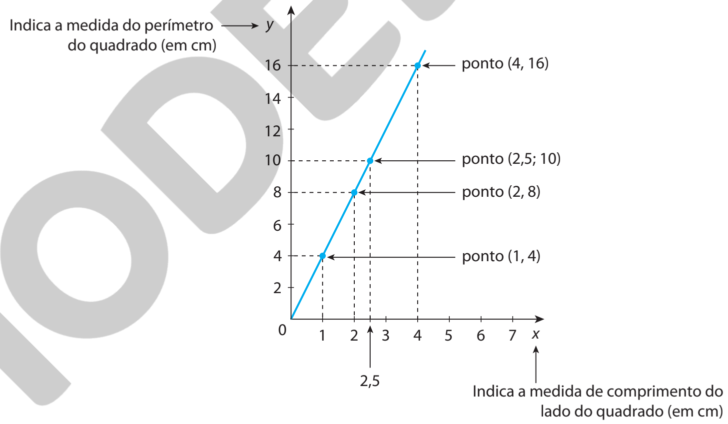
Medida de comprimento do lado do quadrado (cm)	1	2	2,5	4
Medida do perímetro (cm)	4	8	10	16

Para pensar

Para pensar: $y = 4x$, em que x pode ser qualquer número real maior ou igual a 0.

Qual é a sentença algébrica que expressa a relação entre a medida do perímetro (y) do quadrado e a medida de comprimento do lado correspondente (x), ambas em centímetro?

Podemos considerar que a medida de comprimento do lado do quadrado e a medida do perímetro correspondente formam um par ordenado. Nesse caso, o primeiro número do par ordenado indica a medida de comprimento do lado e o segundo, a medida do perímetro correspondente. No sistema cartesiano abaixo, os pares ordenados do quadro estão representados por pontos.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Note que os pontos representados no plano cartesiano estão alinhados. Como a medida de comprimento do lado do quadrado pode assumir qualquer valor real maior ou igual a 0, o gráfico que representa a relação entre essas grandezas será uma linha reta contínua que parte do par ordenado (1, 4), passa pelo par ordenado (2, 8) e continua infinitamente.

(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

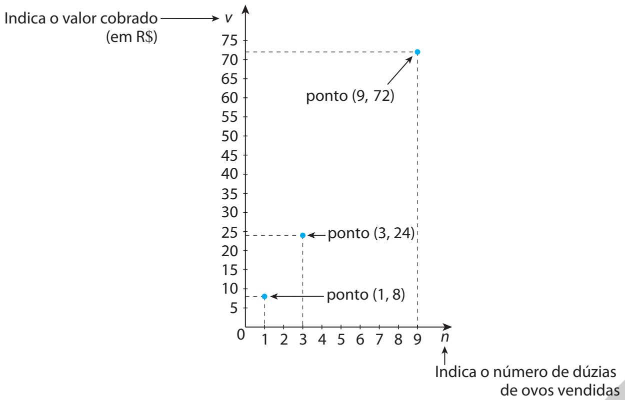
Situação 2

Vamos retomar a situação 1 que foi estudada na página 253, em que o número de dúzias de ovos vendidas está relacionado ao valor cobrado por eles. Observe o quadro a seguir.

Número de dúzias de ovos vendidas	1	3	9
Valor cobrado (R$)	8	24	72

Como vimos, o valor cobrado é diretamente proporcional ao número de dúzias de ovos vendidas.

Os pares ordenados (número de dúzias de ovos vendidas, valor cobrado) podem ser representados em um plano cartesiano.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Como o número de dúzias de ovos vendidas só pode ser um número natural, o gráfico que representa a relação entre o valor cobrado e o número de dúzias de ovos vendidas vendidas não é uma linha reta contínua, mas pontos alinhados, como você pode observar acima.

Situação 3

O professor de Ciências do 8º ano e seus estudantes construíram um robô. Eles fizeram alguns testes em que o robô percorre o mesmo trajeto com medidas de velocidades diferentes. Observe no quadro a seguir como a medida de tempo que esse robô leva para percorrer o trajeto se relaciona com sua medida de velocidade média.

Medida de velocidade média (km/h)	1	2	3	4
Medida de tempo (h)	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

Para pensar **Para pensar:** $t = \frac{1}{v}$, em que v pode ser qualquer número real positivo.

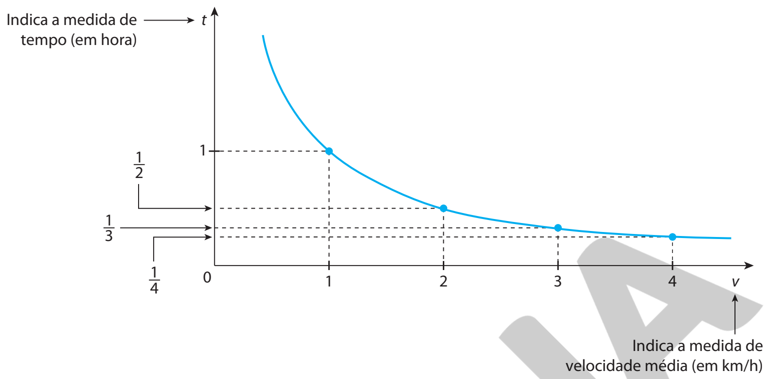
Qual é a sentença algébrica que expressa a relação entre a medida de tempo (t), em hora, que o robô demora para percorrer o trajeto e a medida de velocidade média (v), em quilômetro por hora, desse robô?

- Após analisarem a situação 3, comente com os estudantes que duas grandezas inversamente proporcionais podem ser representadas no plano cartesiano por uma curva chamada hipérbole e isso está exemplificado nessa situação. Analise o gráfico resultante (na próxima página) com a turma e chame a atenção para o fato de que, por meio desse gráfico, é possível notar que, ao dobrar o valor de uma grandeza, o valor da outra reduz pela metade; ao dividir por 4 o valor de uma grandeza, o valor da outra é multiplicado por 4; e assim por diante.

• Ao analisar a situação 4, os estudantes devem perceber que a medida da área de um quadrado não é direta nem inversamente proporcional à medida de comprimento de seu lado e que a relação entre essas grandezas pode ser representada no plano cartesiano por meio de uma curva que não é uma hipérbole.

Lembre-se: Escreva no caderno!

Podemos dizer que as grandezas velocidade média e tempo são inversamente proporcionais. É possível representar por pontos no plano cartesiano os pares ordenados formados pela medida de velocidade média e pela medida de tempo correspondentes. Como a medida de velocidade média pode assumir qualquer valor real positivo, o gráfico que representa a relação entre essas grandezas é uma linha contínua.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Note que o gráfico que representa a relação entre as medidas de velocidade média e de tempo é uma linha curva.

Situação 4

Considere um quadrado cuja medida de comprimento do lado é maior ou igual a 0. Já sabemos que a medida do perímetro é diretamente proporcional à medida de comprimento do lado do quadrado. Mas será que as medidas de área e de comprimento do lado são proporcionais?

Observe abaixo como a medida de área de um quadrado (y), em centímetro quadrado, relaciona-se com a medida de comprimento do seu lado (x), em centímetro.

Medida de comprimento do lado (cm)	1	2	3	6
Medida da área (cm²)	1	4	9	36

Agora, vamos calcular as razões e compará-las:

$$\frac{1}{1} \neq \frac{2}{4} \neq \frac{3}{9} \neq \frac{6}{36}$$

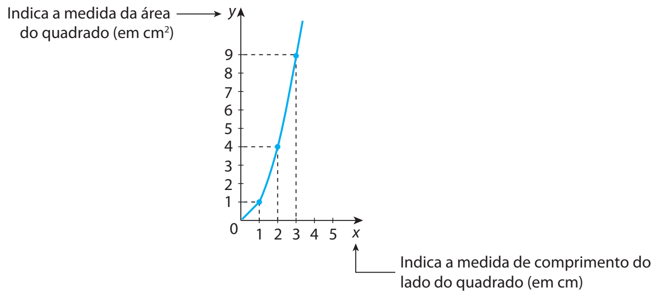
$$\frac{1}{1} \neq \frac{2}{\frac{1}{4}} \neq \frac{3}{\frac{1}{9}} \neq \frac{6}{\frac{1}{36}}$$

Para pensar

Para pensar: $y = x^2$, em que x pode ser qualquer número real maior ou igual a 0.

Qual é a sentença algébrica que relaciona a medida da área de um quadrado (y), em centímetro quadrado, com a medida de comprimento do lado (x) correspondente, em centímetro?

Logo, a medida da área de um quadrado não é diretamente nem inversamente proporcional à medida de comprimento do seu lado; ou seja, essas grandezas não são proporcionais. Considere a seguir a representação gráfica da relação entre a medida de comprimento do lado do quadrado e a medida de sua área.



ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Em cada item, verifique se as grandezas *x* e *y* são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. Depois, em cada caso, escreva a sentença algébrica que expressa a relação entre as grandezas *x* e *y*.

a)

x	*y*
4	4
8	2
16	1
32	0,5
64	0,25

b)

x	*y*
0,25	3
0,5	6
1	12
2	24
4	48

c)

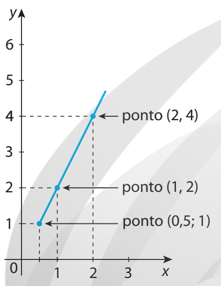
x	*y*
1	2
3	4
4	5
5	6
7	8

1. a) inversamente proporcionais; $y = \frac{16}{x}$ **1. b)** diretamente proporcionais; $y = 12x$ **1. c)** não proporcionais; $y = x + 1$

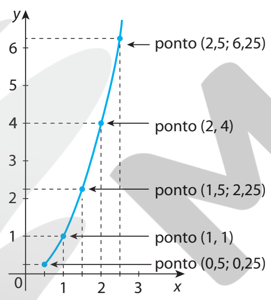
2. No caderno, associe cada representação gráfica à relação correspondente entre as grandezas *x* e *y*.

2. I – B, II – C, III – A

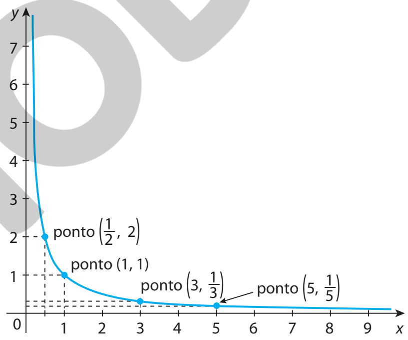
I



II



III



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

A inversamente proporcionais **B** diretamente proporcionais **C** não proporcionais

• É fundamental que o trabalho com grandezas direta e inversamente proporcionais esteja pautado em situações que os estudantes vivenciam em seu cotidiano, pois isso contribui para que eles atribuam significado a essas noções trabalhadas. Incentive-os a criar problemas envolvendo proporcionalidade; trocá-los com um colega é uma estratégia que pode desenvolver a criatividade e servir como avaliação sobre o que apreenderam e em quais pontos estão com dificuldade.

Estatística e Probabilidade

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da seguinte habilidade da BNCC: EF08MA24.

Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA24 porque os estudantes poderão classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.

Orientações

- O objetivo desta seção é que os estudantes compreendam o que significa classificar as frequências de uma variável de uma pesquisa em classes e no que essa classificação pode ser útil.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Distribuição de frequências em classes

No 1º semestre de 2022, um novo medicamento contra a dor foi testado pelo laboratório Lupa durante 60 dias com um grupo de 50 pessoas. Esses pacientes registraram o número de dias que ficaram sem sentir dor.

Considere os registros.

52	53	15	20	21
57	26	18	24	25
42	54	20	43	48
58	53	22	29	39
23	59	54	44	28
57	33	42	45	29
46	45	48	47	48
55	51	28	46	39
35	28	48	37	51
45	45	36	37	29

ORLY WANDERS/ARQUIVO DA EDITORA

- Como você organizaria esses dados para facilitar as interpretações e chegar a uma conclusão sobre a eficácia desse medicamento?

Identificação das variáveis de uma pesquisa

Nessa pesquisa, é interessante observar que a variável em questão é **o número de dias que os pacientes ficaram sem sentir dor**.

Como o medicamento foi usado durante 60 dias, essa variável poderia assumir valores de 0 a 60. Entretanto, consultando os registros do grupo pesquisado, percebe-se que essa variação foi de 15 (menor número encontrado) a 59 (maior número encontrado).

Escolha das classes

Se esses dados fossem organizados segundo cada valor assumido pela variável, teríamos 45 grupos: todos os valores de 15 a 59. Por isso, em casos como esse, é interessante agrupar em classes os valores assumidos pelas variáveis. Em geral, convém que essas classes tenham a mesma **amplitude**, isto é, o mesmo "tamanho". A escolha da amplitude das classes é muito importante para a tomada de decisões.

Na situação acima, vamos indicar por 15 ⊢⊣ 17 a classe constituída por todos os números de 15 a 17, incluindo as extremidades 15 e 17. (Se indicássemos 15 ⊢ 17, a classe seria constituída por todos os números de 15 a 17, com exceção do 17).

Desse modo, podemos considerar as 15 classes que estão indicadas na tabela a seguir. Repare que essas classes são de amplitude 2, uma vez que a diferença entre os valores dos extremos das classes é 2.

(EF08MA24) Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.

Distribuição das pessoas do grupo segundo a quantidade de dias sem dor, após uso do medicamento		
Número de dias sem dor	Frequência absoluta	Frequência relativa
15 ⊢ 17	1	0,02
18 ⊢ 20	3	0,06
21 ⊢ 23	3	0,06
24 ⊢ 26	3	0,06
27 ⊢ 29	6	0,12
30 ⊢ 32	0	0,00
33 ⊢ 35	2	0,04
36 ⊢ 38	3	0,06
39 ⊢ 41	2	0,04
42 ⊢ 44	4	0,08
45 ⊢ 47	7	0,14
48 ⊢ 50	4	0,08
51 ⊢ 53	5	0,10
54 ⊢ 56	3	0,06
57 ⊢ 59	4	0,08

Dados obtidos pelo Laboratório Lupa no 1º semestre de 2022.

Note que, como o número de classes é grande, os dados não foram resumidos adequadamente. Nesse caso, convém aumentar a amplitude das classes para obter um número menor de classes.

Na tabela abaixo, os mesmos dados foram distribuídos em três classes de amplitude 14 cada uma.

Distribuição das pessoas do grupo segundo a quantidade de dias sem dor, após uso do medicamento		
Número de dias sem dor	Frequência absoluta	Frequência relativa
15 ⊢ 29	16	0,32
30 ⊢ 44	11	0,22
45 ⊢ 59	23	0,46

Dados obtidos pelo Laboratório Lupa no 1º semestre de 2022.

Nesse caso, os dados também não foram resumidos adequadamente, pois há apenas 3 classes, sendo agrupadas na segunda classe 11 pessoas que podem ter ficado de 30 a 44 dias sem dor.

Dessa forma, é preciso que a amplitude das classes seja maior que 2 e menor do que 14.

Na tabela abaixo, os dados foram organizados em cinco classes de amplitude 8 cada uma.

Distribuição das pessoas do grupo segundo a quantidade de dias sem dor, após uso do medicamento		
Número de dias sem dor	Frequência absoluta	Frequência relativa
15 ⊢ 23	7	0,14
24 ⊢ 32	9	0,18
33 ⊢ 41	7	0,14
42 ⊢ 50	15	0,30
51 ⊢ 59	12	0,24

Dados obtidos pelo Laboratório Lupa no 1º semestre de 2022.

Nesse caso, é possível observar que mais de 50% dos pacientes ficaram mais de 40 dias sem sentir dor durante o uso do medicamento. Além disso, menos de 32% dos pacientes ficaram no máximo 32 dias sem sentir dor.

- Proponha aos estudantes que conversem sobre a seguinte questão: Por que é interessante que as classes tenham a mesma amplitude? Espera-se que eles percebam que, caso as classes tenham amplitudes diferentes, isso poderá levar a interpretações errôneas dos resultados da pesquisa, uma vez que é esperado que, quanto maior a classe, maiores as frequências absoluta e relativa correspondentes.
- Comente com eles que, ao calcular a frequência relativa, é aconselhável arredondar os resultados sempre que o número apresentar muitas casas decimais.

- Respostas da atividade **1**:

a) I. Marca de creme dental preferida.
II. Quantidade de vezes que foram ao cinema no último mês.
III. Medida da altura (em metro).
b) I. Classes A, B ou C
II. Classes 0, 1 ou 2
III. Exemplo de resposta:
$1,40 \vdash\dashv 1,42$; $1,43 \vdash\dashv 1,45$;
$1,46 \vdash\dashv 1,48$; $1,49 \vdash\dashv 1,51$;
$1,52 \vdash\dashv 1,54$; $1,55 \vdash\dashv 1,57$.
c)

I.

Marca de creme dental preferida	Frequência absoluta	Frequência relativa
A	5	0,25
B	9	0,45
C	6	0,30

II.

Quantidade de vezes que foram ao cinema no último mês	Frequência absoluta	Frequência relativa
0	9	0,45
1	5	0,25
2	6	0,30

III.

Medida da altura (em metro)	Frequência absoluta	Frequência relativa
$1,40 \vdash\dashv 1,42$	4	0,20
$1,43 \vdash\dashv 1,45$	3	0,15
$1,46 \vdash\dashv 1,48$	1	0,05
$1,49 \vdash\dashv 1,51$	4	0,20
$1,52 \vdash\dashv 1,54$	2	0,10
$1,55 \vdash\dashv 1,57$	6	0,30

- Na atividade **2**, os estudantes não precisam realizar cálculos para todas as tabelas; o mais importante é observarem como é possível descartar algumas possibilidades. Por exemplo:

– A amostra **b** não está de acordo com a 2ª tabela, uma vez que as frequências corretas seriam 0,6, 0,2 e 0,2, respectivamente.
– A amostra **c** não está de acordo com a 2ª tabela, pois as frequências corretas seriam 0,3, 0,4 e 0,3, respectivamente.
Conclui-se, então, que apenas a amostra **a** se encaixa nas duas tabelas.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Em cada uma das situações abaixo os dados de uma pesquisa estão dispostos aleatoriamente.

I. Respostas de 20 estudantes sobre a marca de creme dental preferida deles: A, B ou C.

A	B	A	B	C	B	C	A	B	C
B	B	C	A	B	B	C	A	B	C

II. Respostas de 20 estudantes sobre a quantidade de vezes que foram ao cinema no último mês.

1	0	1	0	2	0	2	1	0	2
0	0	2	1	0	0	2	1	0	2

III. Respostas de 20 estudantes sobre a medida da sua altura em metro.

1,45	1,43	1,42	1,57	1,44	1,46	1,51	1,53	1,57	1,56
1,49	1,50	1,52	1,55	1,40	1,41	1,42	1,56	1,57	1,49

- Para cada um dos casos, determine: **1.** Respostas em *Orientações*.
  a) a variável da pesquisa;
  b) as classes adequadas para agrupar os valores que essa variável assume;
  c) um quadro que represente os resultados.

2. Observe as duas tabelas com os dados coletados por uma pessoa no 4º bimestre de 2022.

Distribuição dos dados do conjunto	
Classe	**Frequência relativa**
$2 \vdash 4$	0,3
$4 \vdash 6$	0,1
$6 \vdash 8$	0,2
$8 \vdash 10$	0,4

Dados obtidos por uma pessoa no 4º bimestre de 2022.

Distribuição dos dados do conjunto	
Classe	**Frequência relativa**
$2 \vdash\dashv 4$	0,4
$5 \vdash\dashv 7$	0,2
$8 \vdash\dashv 10$	0,4

Dados obtidos por uma pessoa no 4º bimestre de 2022.

A qual destes conjuntos de dados podem corresponder essas tabelas? **2.** alternativa **a**.

a)

2	8	4	6	6	2	8	3	9	8

b)

2	6	4	5	9	3	3	3	2	9

c)

2	4	5	6	2	9	8	5	8	6

3. A prefeitura de um município resolveu fazer um levantamento sobre a medida da área construída, em metro quadrado, de vinte residências de certa região. Observe os valores encontrados.

250	385	402	330	280	304	310	270	290	302
390	300	283	250	265	402	283	295	380	407

a) Organize os valores encontrados. 3. a) Resposta em *Orientações*.

b) Construa uma tabela de distribuição de frequências dessa amostra, com cinco classes de amplitude 35. Para cada classe, a prefeitura cobrará o mesmo valor de imposto. Esse imposto será cobrado por metro quadrado construído, de acordo com a tabela abaixo. 3. b) Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

Informações sobre o imposto	
Classe	Valor por metro quadrado
1ª classe	R$ 1,00
2ª classe	R$ 1,10
3ª classe	R$ 1,20
4ª classe	R$ 1,30
5ª classe	R$ 1,40

Dados obtidos na prefeitura do município em 2022.

ALEXANDRE AUGUSTO/ARQUIVO DA EDITORA

c) A que classe pertence a maior parte das residências pesquisadas? 3. c) à 1ª classe

d) Calcule o valor do imposto a ser pago por uma residência com área construída medindo 380 m^2. 3. d) R$ 494,00

e) Calcule o valor que a prefeitura receberá pela cobrança total do imposto dessas residências. 3. e) R$ 7 494,00

4. Forme um grupo com três ou quatro colegas para realizar uma atividade de acordo com as instruções a seguir.

Vocês farão uma pesquisa sobre o perfil dos estudantes do 8º ano da escola em que estudam. Para isso, deverão analisar a:

- preferência de marca de creme dental;
- frequência com que foram ao cinema no último mês;
- medida da altura dos estudantes.

Antes de iniciar a pesquisa, respondam às seguintes questões: 4. Respostas pessoais.

a) Qual é a população a ser observada?

b) Quais são as variáveis envolvidas?

c) A coleta será com toda a população ou com uma amostra?

d) Quais são as formas mais adequadas para organizar e apresentar os dados?

No final, apresentem aos colegas e ao professor os dados pesquisados.

- Resposta da atividade **3**:

a) O rol de dados pode ser crescente ou decrescente:

Ordem crescente:
250; 250; 265; 270; 280; 283; 283; 290; 295; 300; 302; 304; 310; 330; 380; 385; 390; 402; 402; 407.

Ordem decrescente:
407; 402; 402; 390; 385; 380; 330; 310; 304; 302; 300; 295; 290; 283; 283; 280; 270; 265; 250; 250.

- Uma alternativa para realização da atividade **4** é combinar com os estudantes o tempo para a execução – que pode também ocorrer fora do horário de aula – e como os resultados serão apresentados à classe.

Educação Financeira

Objetivos

- Refletir sobre o uso consciente de recursos financeiros.
- Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 7 e 9 da BNCC.
- Trabalhar com o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira** da macroárea **Economia**.

Orientações

- Aproveite esta seção para trabalhar com os estudantes o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira** da macroárea **Economia**, uma vez que tem por objetivo que os estudantes reflitam sobre o planejamento na hora de comprar e como a falta de planejamento e o estado de espírito em que a pessoa se encontra podem fazer com que ela compre por impulso. Para dar início à discussão, após a leitura das situações, pergunte aos estudantes se eles já presenciaram situações parecidas em suas casas ou se acham que isso pode realmente acontecer.
- Ao trabalhar com a questão proposta em *O que você faria?*, incentive os estudantes a justificar a escolha, mesmo que usem argumentos como: "Vai dar muito trabalho voltar ao supermercado. É melhor ficar como está.". Após responderem a esta questão, peça-lhes que optem por uma das alternativas propostas na próxima página e organize-os em grupos de acordo com essas escolhas. Uma proposta interessante para exercitar a capacidade de argumentar e inferir é trocar as escolhas e pedir a cada grupo que defenda uma alternativa diferente da escolhida. Esse trabalho também exercita a empatia, ao se colocarem no lugar do outro para compreender uma decisão diferente da sua.

Educação Financeira

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Indo ao supermercado

Quando você e seus familiares vão ao supermercado, levam uma lista dos produtos de que precisam ou decidem na hora o que comprar?

Observe as situações a seguir.

Situação 1

Situação 2

Situação 3

ILUSTRAÇÕES: VICTOR TAVARES/ARQUIVO DA EDITORA

O que você faria? O que você faria?: Resposta pessoal.

Imagine-se no lugar do rapaz da situação 1. O que você faria se, ao chegar em casa, visse que havia comprado produtos que já tinha, mas se esqueceu de comprar o leite de que precisava para fazer um bolo?

Competência geral 7: Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Leia as atitudes a seguir e considere se alguma delas se encaixa no que você faria. Converse com os colegas sobre outras atitudes que poderiam ser tomadas.

a) Voltaria ao supermercado com os produtos que já tinha em casa e tentaria devolvê-los; compraria o leite e pediria o ressarcimento da diferença entre o valor desse produto e o dos que você devolveu.
b) Voltaria ao supermercado apenas para comprar leite.
c) Ficaria sem o leite e desistiria de fazer o bolo.

Calcule

Observe a seguir um trecho do folheto de promoções do supermercado Em Conta. Depois, faça os cálculos e responda às questões.

Supermercado Em Conta


BERGAMONT/SHUTTERSTOCK

CEBOLA

Pacote com
1 kg por R$ 4,50
2 kg por R$ 6,25
3 kg por R$ 8,28


BILLION PHOTO/SHUTTERSTOCK

PAPEL HIGIÊNICO

Pacote com 30 rolos
1 por R$ 45,00
2 por R$ 84,00
3 por R$ 130,00

a) Janaína ficou empolgada com o preço do quilograma de cebola no pacote de 3 kg. Ela mora sozinha e não costuma cozinhar com frequência. Você acha que para ela vale a pena aproveitar essa promoção? **Calcule: a)** Resposta pessoal.
b) No supermercado Baratão, o pacote de papel higiênico da mesma marca e com a mesma quantidade de rolos foi anunciado por R$ 41,00. Sabendo que no supermercado Em Conta, caso você leve o anúncio do concorrente, paga o menor preço, avalie se vale a pena apresentar o anúncio do supermercado Baratão para comprar 2 pacotes do produto no supermercado Em Conta. De quanto será a economia nesse caso? **Calcule: b)** Vale a pena; a economia será de R$ 2,00.

Reflita

Reúna-se com dois colegas e conversem sobre as situações apresentadas. Procurem debater alguns aspectos, como os levantados nas questões a seguir. **Reflita:** Respostas pessoais.

a) Vocês acham que fazer compras com fome, ansiosos ou tristes pode levá-los a comprar coisas desnecessárias?
b) Vocês acham que verificar os produtos de que precisam e fazer uma lista de compras e levá-la ao supermercado é interessante?
c) Sempre vale a pena comprar algo que está em promoção? Todas as promoções são interessantes para qualquer pessoa?
d) Vocês já passaram por situações em que compraram algo em promoção e depois perceberam que não fizeram um bom negócio?
e) Vocês conheciam a dica apresentada na situação 2? Já fizeram algo parecido ao fazer compras?
f) Que atitudes podem ser tomadas para economizar dinheiro e evitar compras desnecessárias?

- No item **a** do *Calcule*, espera-se que os estudantes respondam que compensaria Janaína comprar 3 pacotes somente se utilizasse muitas cebolas no dia a dia, pois, em geral, uma pessoa não consome tantas cebolas para comprar essa quantidade e, por ser um produto perecível, poderia estragar.
- Resolução do item **b** do *Calcule*:

Preço de 2 pacotes de papel higiênico no supermercado Baratão:
$2 \cdot 41 = 82$
Portanto, R$ 82,00.
Como o preço de 2 pacotes no supermercado Em Conta é R$ 84,00, a economia seria de R$ 2,00 ($84 - 82 = 2$).

- Aproveite as questões do *Reflita* e incentive a troca de ideias entre os estudantes. É possível que eles assumam diferentes posicionamentos diante das questões propostas, então esse pode ser o momento oportuno para que exercitem a empatia e o diálogo, favorecendo o desenvolvimento da competência geral 9 da BNCC. O intuito é que essa troca de ideias contribua para que os estudantes defendam seus pontos de vista pautados no consumo, o que favorece também o desenvolvimento da competência geral 7 da BNCC.
- Alerte-os para a importância de planejar as compras antes de ir ao supermercado, pois dessa forma evita-se o exagero. Chame a atenção para a utilidade de fazer uma lista antes de ir às compras.

Espera-se que os estudantes percebam que fatores como fome, ansiedade, tristeza, raiva, entre outros, podem influenciar no tipo e na quantidade de coisas que se compra, mesmo sem que se perceba. Lembre-os de outras situações em que as pessoas costumam fazer listas de coisas para comprar, como quando organizam uma festa, quando precisam comprar material escolar, quando vão viajar etc.

- Sugira aos estudantes que perguntem aos familiares se, no supermercado onde costumam fazer compras, cobrem-se os preços anunciados pelos concorrentes, e se eles sabem que muitas vezes os folhetos de anúncios podem ser obtidos na internet, sem que seja necessário ir a cada supermercado conferir as ofertas anunciadas.

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento construído no decorrer do capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento das seguintes habilidades da BNCC: EF08MA12 e EF08MA13.

Habilidades da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA12 porque os estudantes poderão identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais. Além disso, eles poderão resolver problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias diversas, o que favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA13.

Orientação

- Enquanto os estudantes realizam as atividades desta seção, avalie o aprendizado deles. Se achar pertinente, peça que se reúnam em duplas e troquem ideias.
- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com "sim", "às vezes" ou "não".

Eu...
... compreendo as relações de proporcionalidade entre grandezas?
... sei efetuar cálculos envolvendo proporção?
... sei representar no plano cartesiano relação entre grandezas?
... sei diferenciar frequência absoluta de frequência relativa associadas a um conjunto de dados?
... cuido do meu material escolar?
... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?
... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?
... tenho facilidade para compreender os conteúdos?
... realizo as tarefas propostas?

Em todo caso, conforme sugerido nas Orientações Gerais deste *Manual do Professor*, outros aspectos devem ser avaliados, além dos conteúdos e conceitos desenvolvidos no Capítulo.

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

2. d) Exemplo de resposta: É uma linha reta contínua que parte do par ordenado (0, 0), passa pelos pares ordenados (2; 1,5), (14; 10,5) e (4,5; 3,4) e continua infinitamente.

3. c) Exemplo de resposta: É uma linha curva contínua que passa pelos pares ordenados (100, 2), (50, 4), (25, 8) e (12,5; 16).

1. No quadro abaixo relaciona-se o número de litros de gasolina comprados ao valor pago pelo abastecimento, em certo posto.

Gasolina (em litro)	Valor pago (R$)
15	103,50
30	207,00
45	310,50
60	414,00

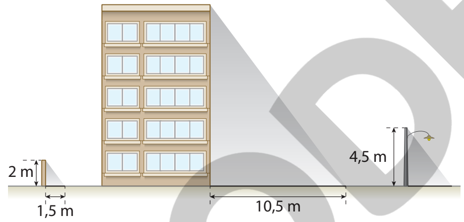
a) Qual era o preço do litro da gasolina nesse posto? **1. a)** R$ 6,90

b) O valor pago e o número de litros de gasolina comprados são diretamente ou inversamente proporcionais? **1. b)** diretamente proporcionais

c) Escreva a sentença algébrica que relaciona o valor pago (y), em real, ao número de litros de gasolina comprada (x) nesse posto.

1. c) $y = 6{,}9x$, em que x pode ser qualquer número real positivo.

2. A certa hora do dia, um muro de 2 m de medida de altura projeta uma sombra de medida de comprimento igual a 1,5 m. Nesse momento, um edifício de 5 andares projeta uma sombra de 10,5 m de medida de comprimento. Observe a figura e, depois, responda às questões.



GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quanto mede a altura do edifício? **2. a)** 14 m

b) No mesmo instante, quanto mede o comprimento da sombra de um poste de 4,5 m de medida de altura? **2. b)** 3,375 m

c) Escreva a sentença algébrica que relaciona a medida do comprimento da sombra projetada (c), em metro, à medida da altura (h), em metro, dos elementos presentes na ilustração.

d) Descreva a representação gráfica da relação entre a medida do comprimento da sombra projetada, em metro, e a medida da altura dos elementos presentes na ilustração.

2. c) $c = \frac{3}{4}h$, em que h pode ser qualquer número real maior ou igual a zero.

3. Em um teste de laboratório, um recipiente com determinado líquido fervente é deixado esfriar até que atinja a medida de temperatura de 12,5 °C. Observe no quadro abaixo como a medida de temperatura desse líquido varia de acordo com a medida de tempo.

Medida de temperatura (°C)	100	50	25	12,5
Medida de tempo (min)	2	4	8	16

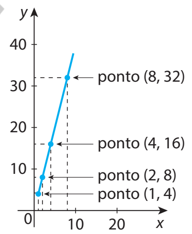
a) As medidas de temperatura do líquido e do tempo são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não são proporcionais? **3. a)** inversamente proporcionais

b) Escreva a sentença algébrica que relaciona as medidas de temperatura (y) e de tempo (x).

c) Descreva a representação gráfica da relação entre essas grandezas.

3. b) $y = \frac{200}{x}$

4. Observe o gráfico e analise se os valores das grandezas x e y são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. **4.** diretamente proporcionais



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

5. Duas grandezas, x e y, que só podem assumir valores reais positivos, estão relacionadas pela seguinte sentença algébrica:

$$y = x^3$$

a) Que grandezas podem ser y e x?

b) As grandezas x e y são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais? **5. b)** não proporcionais

6. Resposta pessoal.

6. Elabore um problema que envolva duas grandezas, x e y, cuja relação pode ser expressa pela seguinte sentença algébrica: $y = 4x$.

5. a) Exemplo de resposta: y pode ser a medida do volume de um cubo, em centímetro cúbico, e x, a medida de comprimento do lado desse cubo, em centímetro.

(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.

(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

CAPÍTULO

11

Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.

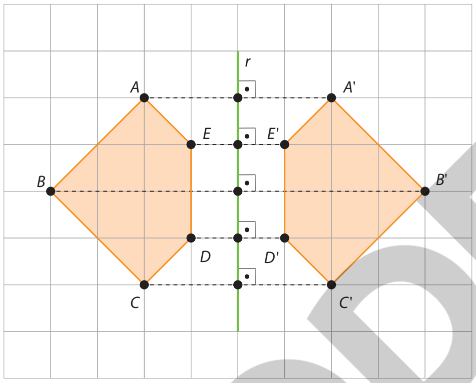
Transformações geométricas

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF08MA18
EF08MA26
EF08MA27

Reflexão em relação a uma reta, reflexão em relação a um ponto, translação e rotação são exemplos de transformações geométricas no plano. Essas transformações são chamadas de **isometrias**, pois a figura obtida após a transformação é congruente à figura inicial. Vamos recordá-las e estudar algumas propriedadesde cada uma.

1 Reflexão em relação a uma reta

Na figura a seguir, o pentágono $A'B'C'D'E'$ (imagem) foi obtido do pentágono $ABCDE$ por meio da **reflexão em relação à reta** r indicada.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Alguns pontos foram ligados às suas respectivas imagens por segmentos de reta. Note que a reta r é a mediatriz de $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{DD'}$ e $\overline{EE'}$.

Para analisar

Para analisar: Porque *r* é perpendicular a esses segmentos e passa pelo ponto médio deles.

Por que a reta r é a mediatriz de $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{DD'}$ e $\overline{EE'}$?

A **reflexão em relação a uma reta** r é a isometria que associa cada ponto P do plano (P não pertencente a r) ao ponto P' (simétrico de P ou imagem de P), de modo que P e P' estão à mesma distância de r. Dizemos, nesse caso, que os pontos P e P' são simétricos em relação à reta r.

Reflexão em relação a uma reta

Objetivos

- Retomar o conceito de reflexão em relação a uma reta.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF08MA18.

Habilidade da BNCC

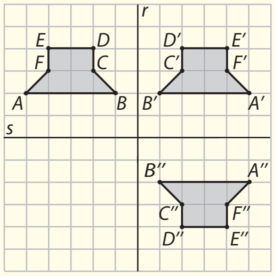
- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA18 porque os estudantes terão a oportunidade de reconhecer e construir, com o uso de instrumentos de desenho, figuras obtidas por composições de reflexões em relação a retas.

Orientações

- De acordo com a BNCC, a simetria de reflexão está prevista para ser objeto de estudo a partir do 7º ano. Nesta obra, o livro do 7º ano abordou que a reflexão em relação a uma reta é uma isometria porque preserva as medidas de comprimento dos lados e de abertura dos ângulos da figura a ser refletida. Inicie o tópico retomando esses assuntos e incentivando os estudantes a verbalizar o que lembram.
- Agora que já foi apresentado o conceito de congruência de figuras, chame a atenção dos estudantes para o fato de que podemos afirmar que a figura obtida por meio da reflexão em relação a uma reta é congruente à figura inicial.
- O boxe *Para analisar* solicita aos estudantes que expliquem o porquê de o eixo de simetria ser a mediatriz dos segmentos cujas extremidades são pontos correspondentes da figura obtida e da figura inicial. Alguns deles podem afirmar que isso ocorre porque o eixo de simetria é perpendicular a esses segmentos (não mencionando que o eixo passa pelos pontos médios) ou porque ele passa pelos pontos médios desses segmentos (não mencionando que o eixo é perpendicular a eles). Caso isso ocorra, retome com eles o conceito de mediatriz.

(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de *softwares* de Geometria dinâmica.

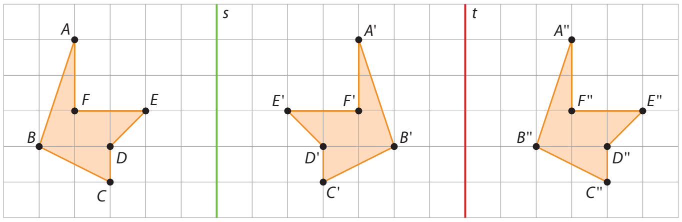
- Nesta página, mostra-se um exemplo de como refletir sucessivamente uma mesma figura em relação a duas retas.
- Após responderem à questão do boxe *Para pensar*, peça aos estudantes que descrevam como é o vetor da translação. Espera-se que eles digam que o vetor está na direção horizontal, no sentido da esquerda para a direita, e que a medida do seu comprimento é igual a 14 vezes a medida de comprimento do lado de um quadradinho da malha. Se achar conveniente, apresente no quadro outros exemplos de reflexões sucessivas em que as retas (eixos de simetria) não são paralelas. Incentive os estudantes a dizer como e em que posição essas figuras devem ser desenhadas.
- Nas atividades deste Capítulo, lembre aos estudantes que eles não devem escrever no livro.
- Resposta da atividade **1**:



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

Composição de reflexões

Na figura a seguir, foram feitas duas reflexões em sequência do hexágono *ABCDEF*: a primeira em relação à reta *s* e a segunda em relação à reta *t*.



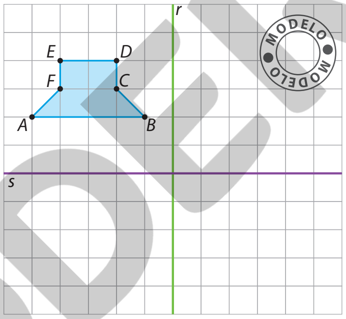
Note que o hexágono *A'B'C'D'E'F'* foi obtido do hexágono *ABCDEF* a partir da **reflexão em relação à reta** *s*. Já o hexágono *A"B"C"D"E"F"* foi obtido do hexágono *A'B'C'D'E'F'* por meio da **reflexão em relação à reta** *t*.

Para pensar **Para pensar:** translação

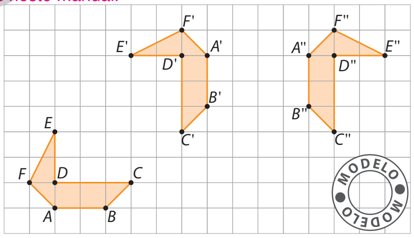
Que transformação geométrica você conhece que leva o hexágono *ABCDEF* diretamente ao hexágono *A"B"C"D"E"F"*?

ATIVIDADES **FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

1. Copie a figura a seguir em uma folha de papel quadriculado. Depois, reflita o polígono em relação à reta *r* e, em seguida, em relação à reta *s*. **1.** Resposta em *Orientações*.

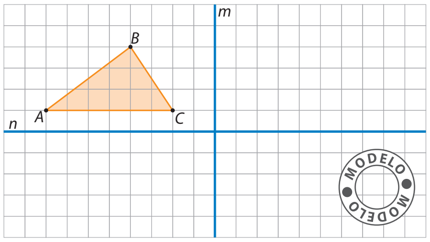


2. Na figura a seguir, o polígono *A'B'C'D'E'F'* foi obtido do polígono *ABCDEF* por meio da reflexão em relação a uma reta *p*, e o polígono *A"B"C"D"E"F"* foi obtido do polígono *A'B'C'D'E'F'* por meio da reflexão em relação a uma reta *q*. Copie essas figuras em uma folha de papel quadriculado e represente as retas *p* e *q*.
2. Resposta na seção *Resoluções* neste manual.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

3. Considere as retas perpendiculares *m* e *n* e o triângulo *ABC* representados a seguir.



a) Copie a figura em uma folha de papel quadriculado e construa os triângulos *DEF*, simétrico do triângulo *ABC* em relação à reta *m*, *GHI*, simétrico do triângulo *DEF* em relação à reta *n*, e *JKL*, simétrico do triângulo *GHI* em relação à reta *m*.

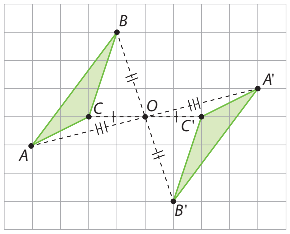
b) O que podemos afirmar sobre os triângulos *ABC* e *GHI*? **3. b)** Exemplo de resposta: podemos afirmar que os triângulos são congruentes.

c) Qual é a mediatriz de $\overline{AD}$? E a mediatriz de $\overline{EH}$?

3. a) Resposta em *Orientações*. **3. c)** reta *m*; reta *n*

2 Reflexão em relação a um ponto

Na figura a seguir, o triângulo *A'B'C'* (imagem) foi obtido do triângulo *ABC* por meio da **reflexão em relação ao ponto** *O* indicado.

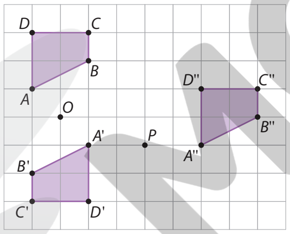


Alguns pontos foram ligados às suas respectivas imagens por segmentos de reta. Note que *O* é o ponto médio de $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ e $\overline{CC'}$.

A **reflexão em relação a um ponto** *O* é uma isometria que associa cada ponto *P* do plano (*P* distinto de *O*) ao ponto *P'*, de modo que os segmentos $\overline{OP}$ e $\overline{OP'}$ sejam congruentes. Dizemos, nesse caso, que os pontos *P* e *P'* são simétricos em relação ao ponto *O*.

Composição de reflexões

Na figura a seguir, foram feitas duas reflexões em sequência do quadrilátero *ABCD*: a primeira em relação ao ponto *O* e a segunda em relação ao ponto *P*.

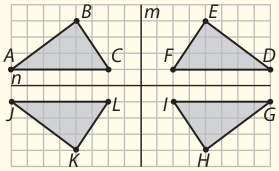


ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Note que o quadrilátero *A'B'C'D'* foi obtido do quadrilátero *ABCD* por meio da **reflexão em relação ao ponto** *O*. Já o quadrilátero *A''B''C''D''* foi obtido do quadrilátero *A'B'C'D'* por meio da **reflexão em relação ao ponto** *P*.

(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de *softwares* de Geometria dinâmica.

• Resposta do item **a** da atividade **3**:



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

Reflexão em relação a um ponto

Objetivos

• Retomar o conceito de reflexão em relação a um ponto.
• Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF08MA18.

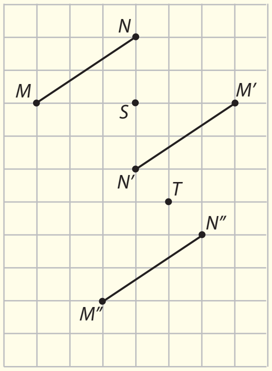
Habilidade da BNCC

• Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA18 porque os estudantes poderão reconhecer e construir, com o uso de instrumentos de desenho, figuras obtidas por composições de reflexões em relação a pontos.

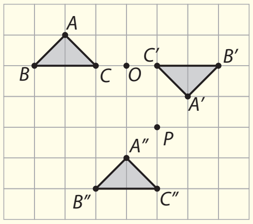
Orientações

• Retome o que foi estudado no livro do 7º ano sobre reflexão em relação a um ponto. Chame a atenção dos estudantes para o fato de também, nesse caso, a figura obtida ser congruente à figura inicial.
• Mostra-se um exemplo de como refletir sucessivamente uma mesma figura em relação a pontos diferentes. Se achar conveniente, peça aos estudantes que construam, utilizando um *software* de Geometria dinâmica, reflexões sucessivas de uma mesma figura em relação a dois ou mais pontos diferentes.

- Resposta da atividade **1**:



- Resposta da atividade **2**:



Translação

Objetivos

- Retomar o conceito de translação.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF08MA18.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA18 porque os estudantes terão a oportunidade de reconhecer e construir, com o uso de instrumentos de desenho, figuras obtidas por composições de translações.

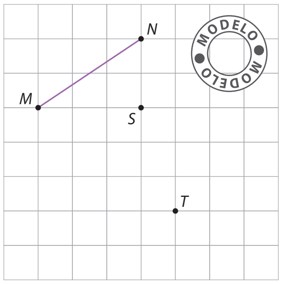
Orientações

- Assim como a reflexão em relação a uma reta e em relação a um ponto, a translação também está prevista na BNCC para ser objeto de estudo a partir do 7º ano. Assim, nesta obra, o conteúdo foi abordado no 7º ano e, portanto, convém retomar esse estudo e destacar o fato de a figura obtida ser congruente à figura inicial.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

ATIVIDADES — FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Copie a figura a seguir em uma folha de papel quadriculado e construa os segmentos: $\overline{M'N'}$, simétrico do segmento $\overline{MN}$ em relação ao ponto S, e $\overline{M''N''}$, simétrico de $\overline{M'N'}$ em relação ao ponto T.
1. Resposta em *Orientações.*



Em seguida, classifique as informações a seguir em verdadeiras ou falsas.

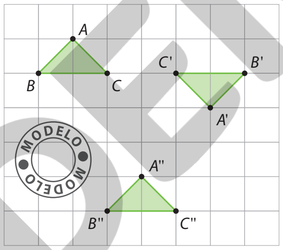
a) Os segmentos $\overline{MN}$ e $\overline{M''N''}$ são congruentes. **1. a)** verdadeira

b) S é ponto médio do segmento de $\overline{MM'}$. **1. b)** verdadeira

c) T é ponto médio do segmento de $\overline{M'N''}$. **1. c)** falsa

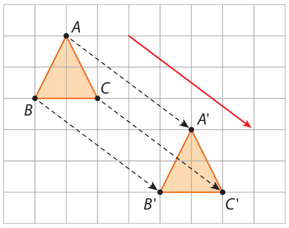
d) Os segmentos $\overline{MN}$ e $\overline{M''N''}$ são simétricos em relação ao ponto S. **1. d)** falsa

2. Na figura a seguir, o triângulo $A'B'C'$ é o simétrico de ABC em relação a um ponto O e o triângulo $A''B''C''$ é o simétrico de $A'B'C'$ em relação a um ponto P. Copie essas figuras em uma folha de papel quadriculado e represente os pontos O e P. **2.** Resposta em *Orientações.*



3 Translação

Na figura a seguir, o triângulo $A'B'C'$ (imagem) foi obtido por meio de uma **translação** do triângulo ABC. O vetor dessa translação está indicado pela seta vermelha.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

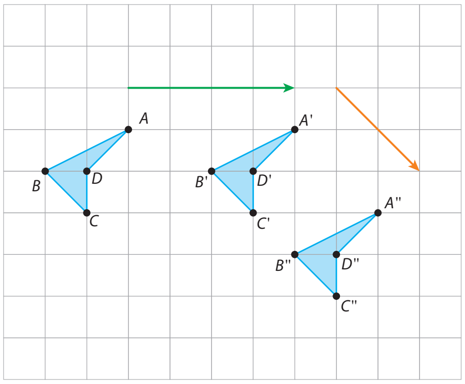
(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de *softwares* de Geometria dinâmica.

A translação que leva A até A' é representada pelo vetor $\overrightarrow{AA'}$ com origem em A e término em A'. Na figura acima, $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$, pois as medidas dos vetores $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BB'}$ e $\overrightarrow{CC'}$ são iguais, e a direção e o sentido de $\overrightarrow{AA'}$ são os mesmos de $\overrightarrow{BB'}$ e $\overrightarrow{CC'}$.

A **translação** é a isometria pela qual uma figura é deslocada em determinada direção e sentido, de modo que a medida de comprimento entre cada ponto da figura original e o seu correspondente na figura obtida é a mesma.

Composição de translações

Observe a figura a seguir. Nela, foram feitas duas translações em sequência.



A primeira translação leva o quadrilátero $ABCD$ ao quadrilátero $A'B'C'D'$ e está representada pelo vetor verde. A segunda translação leva o quadrilátero $A'B'C'D'$ ao quadrilátero $A''B''C''D''$ e está representada pelo vetor laranja.

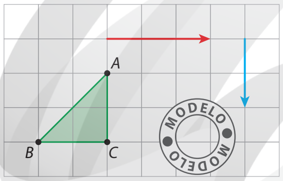
Para pensar

É possível obter o quadrilátero $A''B''C''D''$ diretamente do quadrilátero $ABCD$ por meio de uma translação? Se sim, represente o vetor dessa translação em uma folha de papel quadriculado. **Para pensar:** Resposta em *Orientações.*

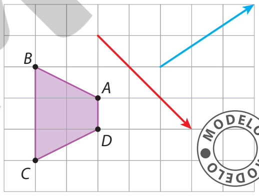
ATIVIDADE **FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO**

1. Em cada item, copie a figura em uma folha de papel quadriculado. Depois, translade-a primeiro na direção e no sentido indicados pelo vetor vermelho e, em seguida, na direção e no sentido indicados pelo vetor azul. **1.** Respostas em *Orientações.*

a)



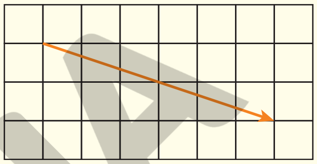
b)



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

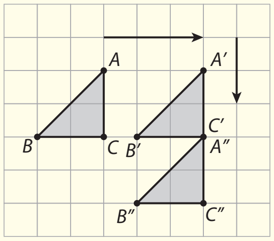
- Mostra-se um exemplo de como fazer translações em sequência. No quadro e com a contribuição dos estudantes, translade o quadrilátero *ABCD* na direção e sentido do vetor laranja, obtendo um quadrilátero *A′B′C′D′*, e translade o quadrilátero *A′B′C′D′* na direção e sentido do vetor verde. Após fazer isso, verifique se os estudantes observam que a composição de translações é comutativa.
- Resolução do boxe *Para pensar*:

É possível obter o quadrilátero A″B″C″D″ diretamente do quadrilátero ABCD e o vetor dessa translação pode ser representado por:

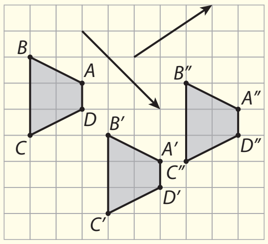


- A questão do boxe *Para pensar* contribui para que os estudantes percebam que a composição de duas translações é uma translação.
- Respostas da atividade **1**:

a)



b)



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Rotação

Objetivos

- Retomar o conceito de rotação.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF08MA18.

Habilidade da BNCC

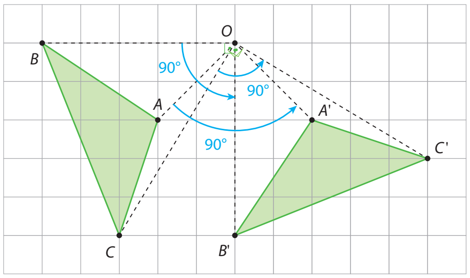
- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA18 porque os estudantes poderão reconhecer e construir, com o uso de instrumentos de desenho, figuras obtidas por composições de rotações.

Orientações

- De acordo com a BNCC, a simetria de rotação está prevista para ser objeto de estudo a partir do 7º ano. Nesta obra, o livro do 7º ano iniciou o estudo sobre simetria de rotação. Retome o que foi estudado, enfatizando que a figura obtida após uma rotação é congruente à original.
- As questões do boxe *Para pensar* contribuem para que os estudantes percebam que a composição de duas rotações com o mesmo centro equivale a uma rotação cuja medida do giro é igual à soma das medidas dos giros das rotações que fazem parte da composição. Se julgar conveniente, chame alguns estudantes para compartilharem como pensaram.
- Proponha aos estudantes que, utilizando um *software* de Geometria dinâmica, rotacionem figuras sucessivamente em torno de um mesmo ponto e em torno de pontos diferentes.

4 Rotação

Na malha quadriculada a seguir, o triângulo *A'B'C'* (imagem) foi obtido do triângulo *ABC* por meio de um giro, no sentido anti-horário (sentido contrário ao dos ponteiros do relógio), que mede 90° ao redor do ponto *O*.



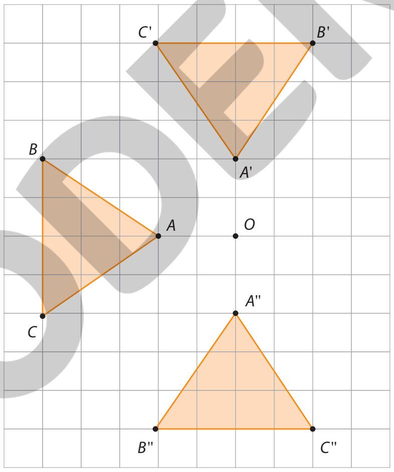
A **rotação** é a isometria pela qual a nova figura é obtida por meio de um giro da figura inicial ao redor de um ponto fixo, chamado de **centro da rotação**.

Composição de rotações

Podemos rotacionar figuras sucessivamente em torno de um mesmo ponto ou em torno de pontos diferentes.

Composição de rotações em torno de um mesmo ponto

Observe a figura a seguir.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Para pensar: a) o triângulo *A''B''C''*
b) Espera-se que os estudantes percebam que a medida do giro da rotação descrita no item **a** é a soma das medidas dos giros das rotações sucessivas do exemplo estudado.

Para pensar

a) Que triângulo obtemos ao rotacionar o triângulo *ABC* no sentido horário, com medida igual a 270° ao redor do ponto *O*?

b) Qual é a relação entre a medida do giro da rotação descrita anteriormente e a medida do giro das rotações sucessivas do exemplo estudado?

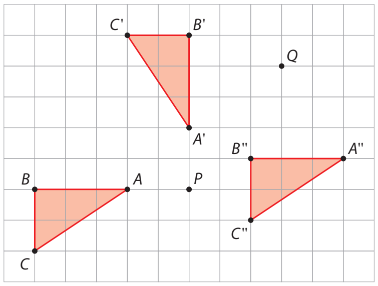
Nela, foram feitas duas rotações em torno do ponto *O*.

- O triângulo *A'B'C'* foi obtido do triângulo *ABC* por meio de um giro, no sentido horário (sentido dos ponteiros do relógio), com medida igual a 90° ao redor do ponto *O*.
- O triângulo *A''B''C''* foi obtido do triângulo *A'B'C'* por meio de um giro, no sentido horário, com medida igual a 180° ao redor do ponto *O*.

(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de *softwares* de Geometria dinâmica.

Composição de rotações em torno de pontos diferentes

Observe a figura a seguir.



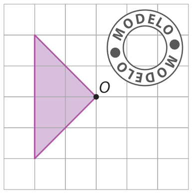
Nela, foram feitas duas rotações sucessivas: primeiro em torno do ponto P e, em seguida, em torno do ponto Q.

- O triângulo $A'B'C'$ foi obtido do triângulo ABC por meio de um giro, no sentido horário, com medida igual a 90° ao redor do ponto P.
- O triângulo $A''B''C''$ foi obtido do triângulo $A'B'C'$ por meio de um giro, no sentido horário, com medida igual a 270° ao redor do ponto Q.

ATIVIDADES

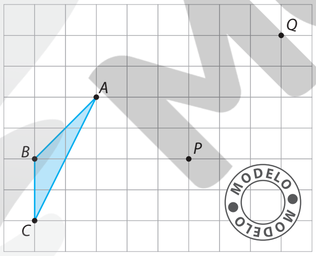
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Copie a figura a seguir em uma folha de papel quadriculado. Depois, gire-a três vezes consecutivas em torno do ponto O com medida igual a 90°, no sentido anti-horário. **1.** Resposta em *Orientações*.



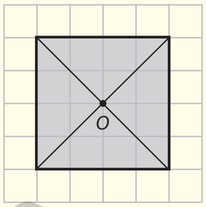
- Agora, responda: que figura você obteve ao fazer as três rotações sucessivas? **1.** quadrado

2. Copie a figura a seguir em uma folha de papel quadriculado. Depois, gire-a, primeiro, em torno do ponto P com medida igual a 90°, no sentido horário, e, em seguida, em torno do ponto Q com um giro com medida igual a 180°, no sentido horário. **2.** Resposta em *Orientações*.

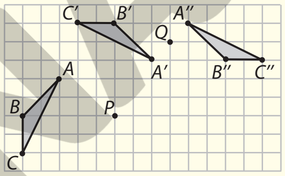


ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Se julgar necessário, peça aos estudantes que recortem os triângulos das atividades **1** e **2** para realizar concretamente as rotações pedidas e, então, registrar essas movimentações na malha quadriculada. Oriente-os quanto ao manuseio de tesouras com pontas arredondadas, para que não se machuquem.
- Resposta da atividade **1**:



- Resposta da atividade **2**:



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Estatística e Probabilidade

Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF08MA26 e EF08MA27, das competências gerais 9 e 10 e das competências específicas 6, 7 e 8 da BNCC.

Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA26, pois os estudantes terão a oportunidade de perceber as razões que justificam a realização de uma pesquisa amostral e reconhecer que a seleção da amostra pode ser feita de diferentes maneiras (amostra casual simples, estratificada e sistemática). Já a habilidade EF08MA27 tem seu desenvolvimento favorecido porque é proposto aos estudantes que planejem e executem uma pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada e escrevendo um relatório que contenha gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.

Orientações

- O infográfico desta seção trata da distinção entre pesquisa censitária e amostral. Comente com a turma as vantagens e as desvantagens de cada um desses tipos de pesquisa.
- Explique aos estudantes que a proposta do Censo Demográfico do Brasil é coletar informações precisas, baseadas em entrevistas feitas em todos os domicílios. Em alguns casos, os recenseadores encontram casas fechadas e precisam fazer uma estimativa do número de pessoas que vivem ali. Em 2010, 1,3% dos domicílios particulares (ou 899152 residências) visitados estavam fechados.

Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

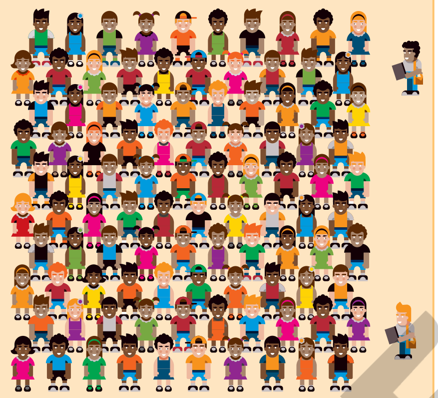
As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

Pesquisas estatísticas

Examinar todos os elementos de uma população de interesse pode ser muito difícil e caro. Nesse caso, pesquisadores podem obter informações sobre a população examinando uma parte representativa dela, chamada amostra.

Tipos de pesquisa estatística

Censitária
Todos os elementos da população são investigados.



Ideal para:

Populações pequenas

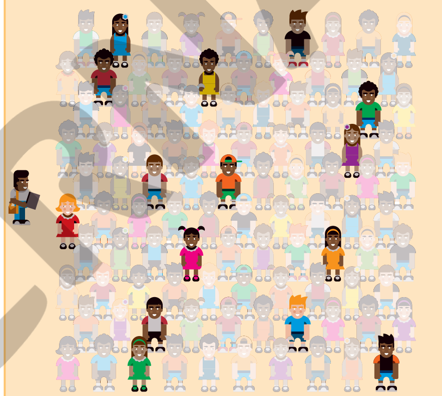
Quando há tempo e outros recursos disponíveis

Exemplo:
Censo Demográfico do Brasil
- Decenal.
- Em 2010, 191 mil recenseadores visitaram 67,6 milhões de domicílios em todos os 5565 municípios do país.

Dados obtidos em Censo 2010: população do Brasil é de 190732694 pessoas. *Agência IBGE*, 29 nov. 2010. Disponível em: https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-sala-de-imprensa/2013-agencia-de-noticias/releases/13937-asi-censo-2010-populacao-do-brasil-e-de-190732694-pessoas. Acesso em: 6 jul. 2022.

CÁSSIO BITTENCOURT/ARQUIVO DA EDITORA

Amostral
Uma parte da população é investigada.



Ideal para:

Populações grandes

Situações em que há poucos recursos

Exemplo:
Controle de qualidade por amostragem
- Pode ocorrer muitas vezes ao dia.
- Parte de um lote de um produto é examinada para decidir se ele está adequado ou não.

(EF08MA26) Selecionar razões, de diferentes naturezas (física, ética ou econômica), que justificam a realização de pesquisas amostrais e não censitárias, e reconhecer que a seleção da amostra pode ser feita de diferentes maneiras (amostra casual simples, sistemática e estratificada).

(EF08MA27) Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.

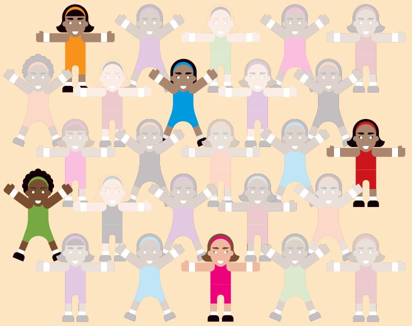
Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência geral 10: Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

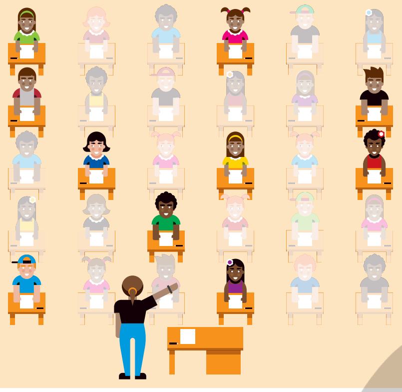
Principais tipos de pesquisa amostral

Amostra casual simples
Nesse tipo de seleção da amostra, os elementos da população são rotulados (numerando-os, por exemplo); e, por meio de alguma espécie de sorteio, os integrantes da amostra são selecionados para participar da pesquisa.



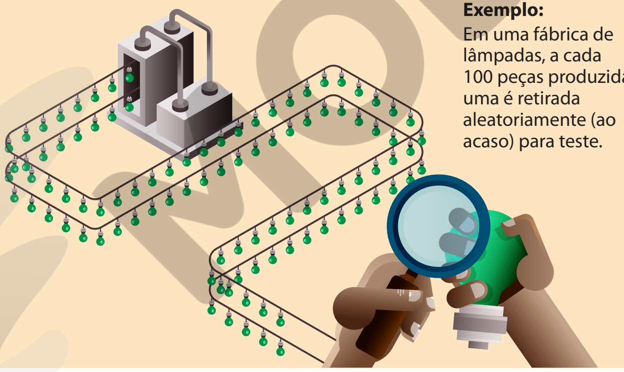
Exemplo:
Sortear 5 mulheres de um grupo de 25 para responder a um questionário sobre hábitos saudáveis.

Amostra estratificada
Muitas vezes, a população estudada se divide em subpopulações chamadas estratos. A amostra é obtida por meio da seleção de indivíduos de cada estrato. A porcentagem de indivíduos de cada estrato na população e na amostra é a mesma.



Exemplo:
Em uma sala de aula, verifica-se que 60% dos estudantes são meninas e 40% são meninos. Como a amostra, nesse caso, terá 10 indivíduos, serão entrevistados 6 meninas e 4 meninos nessa pesquisa.

Amostra sistemática
Nos casos em que os elementos da população se apresentam ordenados (prédios de uma rua, mercadorias de uma linha de produção, estudantes inscritos em uma faculdade etc.), a seleção da amostra é feita por meio da retirada periódica de um elemento da população, ou seja, a cada determinada quantidade de elementos, um é retirado para análise.



Exemplo:
Em uma fábrica de lâmpadas, a cada 100 peças produzidas, uma é retirada aleatoriamente (ao acaso) para teste.

CÁSSIO BITTENCOURT/ARQUIVO DA EDITORA

- Esse infográfico também aborda as diferentes maneiras de selecionar uma amostra (amostra casual simples, estratificada e sistemática). Faça a leitura em conjunto com a turma e ajude os estudantes a compreender os exemplos apresentados.
- Comente com a turma que na amostra casual simples todos os indivíduos da população têm a mesma probabilidade de ser sorteados para compor a amostra e que para a realização do sorteio os indivíduos da população devem estar identificados. É importante ressaltar que esse tipo de seleção de amostra é indicado quando se tem uma população homogênea, ou seja, quando a característica que estamos investigando não varia de indivíduo para indivíduo.
- Verifique se os estudantes compreenderam que os estratos de uma população correspondem aos grupos distintos (gênero, idade, renda, grau de instrução etc.) nos quais ela está dividida. Explique que a amostra estratificada é indicada para populações que não são homogêneas e que os indivíduos são selecionados de cada estrato por meio da amostragem casual simples.
- A amostra sistemática é indicada quando a população é homogênea e seus elementos estão naturalmente ordenados em filas, listas etc.

Competência específica 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Competência específica 7: Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência específica 8: Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

275

- Na atividade **1**, os estudantes deverão analisar as situações e identificar o tipo de seleção de amostra exemplificada em cada uma delas. Esse é o momento oportuno para avaliar se compreenderam cada tipo de seleção de amostra.
- Na atividade **2**, os estudantes deverão planejar e executar uma pesquisa amostral, selecionando a técnica de amostragem adequada. Em projetos como esses, eles exercitam a empatia e o diálogo (competência geral 9) e devem agir coletivamente, pautados em princípios éticos e democráticos (competência geral 10). Oriente-os a abordar questões de urgência social e a valorizar a diversidade de opiniões dos indivíduos, sem preconceitos de qualquer natureza (competência específica 7). A intenção dessa pesquisa é que os estudantes, ao interagir de forma cooperativa com seus pares, consigam desenvolver a pesquisa para responder às indagações iniciais do grupo, discutindo temas que extrapolem os limites da escola (competência específica 8).

Além disso, é solicitado que a representação dos dados seja feita a partir de algum tipo de gráfico e que seja comentado o motivo da escolha do tipo de gráfico utilizado e, ainda, que sejam calculadas a média, a moda, a mediana e a amplitude do conjunto de dados obtidos. Logo, a competência específica 6 é favorecida ao explorar vários conceitos matemáticos e distintas maneiras de representá-los.

- Combine uma parceria com o professor de Língua Portuguesa com a finalidade de ajudar os estudantes a organizar e a escrever o relatório solicitado na atividade **2**.

ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Associe o tipo de seleção de amostra correspondente às situações. **1.** III – A, I – B e II – C

I Amostra casual simples **II** Amostra estratificada **III** Amostra sistemática

A

B

C

2. Reúna-se com alguns colegas para organizar e realizar uma pesquisa estatística amostral. Ao final da pesquisa, escrevam um relatório procurando responder às questões a seguir. **2.** Resposta pessoal.

1. Qual foi o tema da pesquisa? Qual é a importância desse tema?
2. Que perguntas foram feitas?
3. Que tipo de seleção de amostra vocês fizeram? Por quê?
4. Que tipos de gráfico vocês vão construir para organizar os dados obtidos? Por que escolheram esses tipos de gráfico?
5. Quais são a média, a moda, a mediana e a amplitude do conjunto de dados que vocês obtiveram? O que é possível concluir com base nelas?
6. O resultado da pesquisa atendeu os objetivos propostos inicialmente?

ILUSTRAÇÕES: FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

Trabalho em equipe

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Na seção *Estatística e Probabilidade* da página 274, vimos um infográfico com os principais tipos de pesquisa amostral. A partir dessas informações, você e seu grupo vão planejar e executar uma pesquisa estatística amostral para saber se o número de filhos está diminuindo nas suas famílias. Para isso, selecionem uma técnica de amostragem adequada e escrevam um relatório que contenha gráficos apropriados.

Quantos filhos?

JUSTIFICATIVA

O perfil das famílias brasileiras está se modificando, pois o número de filhos está diminuindo, devido ao crescimento da quantidade de casais que optam por não ter filhos, e de pessoas que moram sozinhas. Com base em resultados de pesquisas estatísticas amostrais, podemos verificar essa tese e tirar conclusões a respeito da população em estudo, especificamente, da sua família.

OBJETIVO

Realizar uma pesquisa estatística amostral para saber se o número de filhos está diminuindo na sua família.

APRESENTAÇÃO

Relatório escrito utilizando gráficos e tabelas.

QUESTÕES PARA PENSAR EM GRUPO

- Qual técnica de amostragem é a mais adequada a essa pesquisa: casual simples, estratificada ou sistemática?
- Como comparar a quantidade de filhos dos casais – dos seus pais, tios, avós e bisavós? Essa divisão pode representar os estratos?
- Quais perguntas devem ser feitas na entrevista, além da quantidade de filhos?
- Como será o questionário?
- Quais tipos de gráficos e tabelas serão utilizados no relatório?
- Quais informações são indispensáveis no relatório?
- O que é possível concluir ao analisar os dados obtidos na pesquisa?

NÃO SE ESQUEÇAM

- Podemos comparar a quantidade de filhos dos nossos pais, tios, avós e bisavós; nesse caso, a amostra deve ser escolhida conforme grupos distintos.
- No relatório, é interessante destacar aspectos como a moda, a mediana e a amplitude do conjunto de dados obtidos.
- Para construir os gráficos, é possível utilizar planilhas eletrônicas.

DOUGLAS FRANCHIN/ARQUIVO DA EDITORA

(EF08MA27) Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.

Competência geral 9: Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência geral 10: Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Competência específica 7: Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência específica 8: Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Trabalho em equipe

Objetivos

- Aplicar, por meio de trabalhos em grupos, os conceitos estudados.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF08MA27, das competências gerais 9 e 10 e das competências específicas 7 e 8 da BNCC.

Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF08MA27 da BNCC ao propor aos estudantes que planejem e executem uma pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada e escrevendo um relatório que contenha tabela e gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.

Orientações

- Ao organizar e realizar a pesquisa proposta na seção, os estudantes devem dividir tarefas, compartilhar conhecimentos e respeitar a opinião dos colegas, desenvolvendo, assim, aspectos das competências gerais 9 e 10 e das competências específicas 7 e 8 da BNCC.
- Verifique se os estudantes perceberam que a população em questão são todos os membros da família nas gerações consideradas, enquanto a amostra são os membros entrevistados ou considerados no questionamento. Caso os estudantes não tenham avós ou bisavós vivos, sugira que entrevistem os familiares mais velhos ou perguntem para os pais ou responsáveis sobre a quantidade de filhos dos bisavós. Se for conveniente, os trisavós também podem ser considerados.
- Certifique-se de que os estudantes compreenderam que, para essa situação, a amostra estratificada é a mais adequada, considerando cada geração como um estrato, sendo provavelmente uma população não homogênea, isto é, o número de pessoas de cada grupo de idade é diferente. Nesse caso, pode-se escolher, por meio da amostragem casual simples, quantidades diferentes de pessoas de cada grupo, de acordo com a quantidade total em cada um deles.
- Para o relatório, é interessante apresentar aspectos de cada estrato por meio da moda, da mediana e da amplitude do grupo.
- Após todos produzirem seus relatórios, sugira que os grupos realizem uma apresentação dos resultados das pesquisas. Nesse momento, promova uma comparação dos dados obtidos, bem como das conclusões de cada um dos grupos.
- Para complementar esse trabalho, proponha a leitura de artigos e textos na internet sobre esse assunto.

Atividades de revisão

Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF08MA18.

Habilidade da BNCC

- As atividades desta seção contribuem para o desenvolvimento da habilidade EF08MA18 da BNCC, pois os estudantes, entre outras coisas, poderão construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas, com o uso de instrumentos de desenho.

Orientações

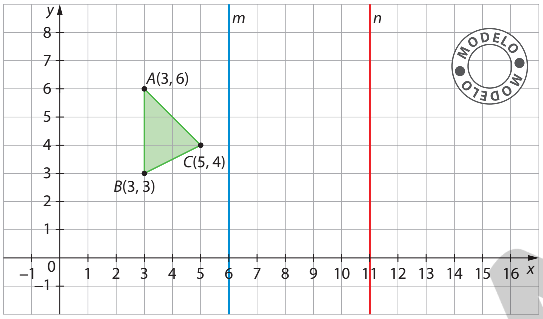
- Se achar conveniente, proponha aos estudantes que realizem as atividades dessa seção com o apoio de um *software* de Geometria dinâmica.
- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com "sim", "às vezes" ou "não".

Eu...
... compreendo o que são transformações geométricas?
... sei diferenciar as transformações de reflexão, rotação e translação?
... reconheço a aplicação das transformações de reflexão, rotação e translação em figuras em malhas quadriculadas?
... sei construir figuras resultantes das transformações de reflexão, rotação e translação, construídas em malhas quadriculadas?
... compreendo o significado de uma composição de transformações?
... consigo diferenciar a aplicação das transformações de reflexão, rotação e translação comparando a figura original e a figura resultante?
... sei identificar o tipo de pesquisa estatística?
... sei realizar uma pesquisa do tipo amostral?
... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?
... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?
... tenho facilidade para compreender os conteúdos?
... realizo as tarefas propostas?
Em todo caso, conforme sugerido nas Orientações Gerais deste *Manual do Professor*, outros aspectos devem ser avaliados, além dos conteúdos e conceitos desenvolvidos no Capítulo.

Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Observe a figura a seguir.

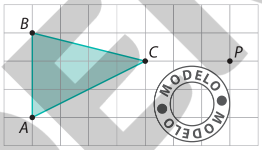


Agora, faça o que se pede.

a) Quais são as coordenadas dos vértices do triângulo *PQR* obtido quando refletimos o triângulo *ABC*, sucessivamente, primeiro em relação à reta *m* e, depois, em relação à reta *n*? **1. a)** *P*(13, 6), *Q*(13, 3) e *R*(15, 4)

b) Podemos obter o triângulo *PQR* por meio de uma translação do triângulo *ABC*. Descreva essa translação. **1. b)** translação na direção horizontal, da esquerda para a direita, de 10 unidades

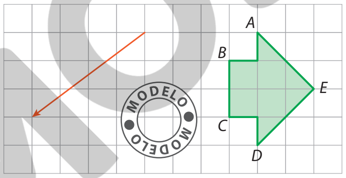
2. Copie a figura a seguir em uma folha de papel quadriculado. Depois, reflita-a em relação ao ponto *P* e, em seguida, rotacione-a, em torno do ponto *P*, com medida igual a 180°, no sentido horário.



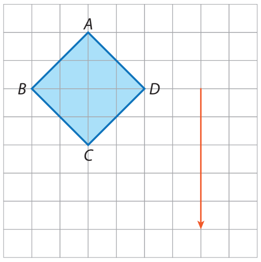
- O que você pôde perceber? **2.** Espera-se que os estudantes percebam que a figura obtida coincide com a figura inicial.

3. Em cada caso, copie o polígono em uma folha de papel quadriculado. Depois, translade-o de acordo com a medida de comprimento, a direção e o sentido da seta. **3.** Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

a)



b)



4. Em uma folha de papel quadriculado, desenhe uma figura e peça a um colega que a rotacione, em torno de um ponto, com medida igual a 90°, no sentido horário. **4.** Resposta pessoal.

(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de *softwares* de Geometria dinâmica.

Para finalizar

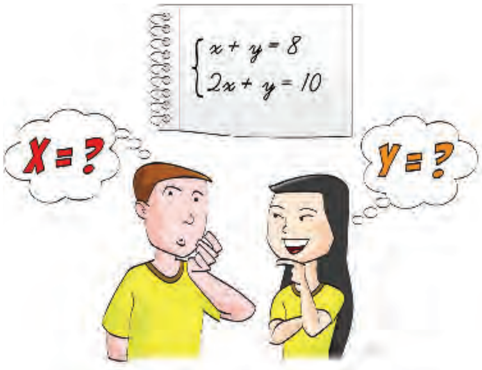
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

ORGANIZE SUAS IDEIAS

OBSERVE E RESPONDA

Considere estas imagens.

ARI NICOLOSI/ARQUIVO DA EDITORA



CELSO PUPO/SHUTTERSTOCK

Bananas

ALEXANDER BEE/ISTOCK/GETTY IMAGES

Casas decoradas na aldeia de Tiébélé em Burkina Faso, África, 2019.

Para finalizar

Objetivo

- Analisar o que foi estudado na Unidade e avaliar o aprendizado.

Orientações

- Esse é o momento de os estudantes, de certa maneira, retomarem alguns assuntos discutidos nesta Unidade a partir da observação de imagens. Também é o momento de repensar as estratégias didático-pedagógicas empregadas.
- Se julgar conveniente, aproveite a foto da casa para trabalhar com o Tema Contemporâneo Transversal **Diversidade cultural** da macroárea **Multiculturalismo**, promovendo uma discussão sobre a tradição cultural do povo Kassena, que vive na aldeia Tiébélé, de pintar a fachada de suas casas. Pesquise outras imagens na internet para enriquecer o trabalho. Para saber mais sobre a aldeia Tiébélé, é possível acessar a página do World Monuments Fund, que está em inglês, sendo possível mudar o idioma para o português. Disponível em: https://www.wmf.org/project/cour-royale-de-ti%C3%A9b%C3%A9l%C3%A9. Acesso em: 7 jul. 2022.

• Na atividade **1** de *Observe e responda*, alguns estudantes podem apresentar dificuldade em elaborar um problema e, caso isso aconteça, peça a eles que retomem o que estudaram no Capítulo 9. Um exemplo de problema é: "Márcio e Ana têm bolinhas de gude. A soma da quantidade de bolinhas dos dois amigos é igual a 8. O dobro da quantidade de bolinhas de Márcio adicionado à quantidade de bolinhas de Ana é igual a 10 bolinhas. Qual é a quantidade de bolinhas de cada um deles?".

• Para resolver a atividade **2** de *Observe e responda*, os estudantes devem estar atentos às informações do enunciado. Dessa maneira, temos:

$$\frac{12}{5} = \frac{24}{10} = \frac{36}{15} = \frac{48}{20}$$

Podemos concluir que as grandezas são diretamente proporcionais e que uma pessoa vai pagar R$ 20,00 por 4 dúzias de banana.

• Na atividade **5** de *Registre*, questões apresentadas na abertura da Unidade são retomadas para que os próprios estudantes tenham possibilidade de avaliar sua evolução, bem como para que o professor possa tirar as dúvidas ainda existentes.

• O livro paradidático apresentado na seção *Para conhecer mais* pode ser usado como material complementar e também auxiliar na aprendizagem.

• Para complementar o trabalho com esta seção, sugira aos estudantes que reavaliem as atividades dos capítulos desta Unidade e:

- listem no caderno as atividades que tiveram dificuldades em resolver.
- relacionem as atividades que listaram com os conteúdos estudados.
- organizem-se em grupos e resolvam as atividades listadas. Caso ainda tenham dúvidas, peça que formulem questões a fim de esclarecê-las com a turma.

Para finalizar

Lembre-se: Escreva no caderno!

Com base nas imagens e no que você aprendeu nesta Unidade, faça o que se pede.

1. Elabore um problema em que sejam usadas as equações da ilustração na qual o menino e a menina estão imaginando os valores de x e de y. **Observe e responda: 1.** Resposta pessoal.

2. A quantidade de dúzias de bananas é diretamente ou inversamente proporcional ao valor a pagar? Quantos reais uma pessoa vai pagar por 4 dúzias de bananas? **Observe e responda: 2.** diretamente proporcional; R$ 20,00

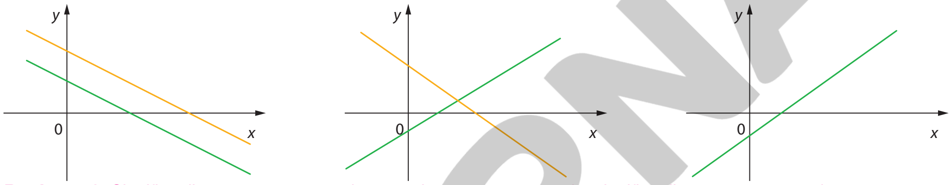
3. Observe a decoração das fachadas da casa da foto. Você se lembra de quais transformações geométricas ao observar essa foto? **Observe e responda: 3.** Exemplo de resposta: reflexão em relação a uma reta, translação e rotação.

REGISTRE

Para finalizar o estudo desta Unidade, reúna-se com alguns colegas e respondam.

1. Como podemos representar graficamente as soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas? **Registre: 1.** por meio de uma reta

2. Quantas soluções pode ter um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas? **Registre: 2.** nenhuma, uma ou infinitas soluções



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Registre: 3. Significa dizer que essas grandezas variam na mesma razão; significa dizer que uma grandeza varia na razão inversa da outra.

3. O que significa dizer que uma grandeza é diretamente proporcional a outra? E inversamente proporcional?

4. Ao refletir, transladar ou rotacionar sucessivamente uma figura, o que acontece com suas medidas? **Registre: 4.** As medidas permanecem inalteradas.

5. Na abertura desta Unidade, vocês responderam a algumas questões no boxe "Para começar...". Comparem as respostas dadas àquelas questões com as respostas que vocês dariam agora e escrevam um texto explicando o que aprenderam nesta Unidade. **Registre: 5.** Resposta pessoal.

Para conhecer mais

Encontros de primeiro grau (Coleção A descoberta da Matemática)

Luzia Faraco Ramos

São Paulo: Ática, 2008.

Uma tempestade e um naufrágio no meio da noite fazem o pobre Wang perder as esperanças de reencontrar sua filha desaparecida durante a tormenta. Anos depois, uma fábrica que polui um rio, um misterioso cientista chinês, um jovem que sabe voar de balão, uma bonita menina mestiça e uma mulher que quer enriquecer a qualquer custo começam a fazer parte da vida de Wang. O livro junta todas as peças desse quebra-cabeça e envolve o leitor em uma aventura que diverte, emociona e ensina como pode ser interessante conhecer equações.

REPRODUÇÃO/EDITORA ÁTICA

▶ MOSTRE O QUE VOCÊ APRENDEU

1. Certa lanchonete oferece um combo promocional contendo um sanduíche e um suco natural. As opções de escolha do cliente são indicadas no quadro a seguir.

Sanduíches	Sucos
Presunto	Laranja
Queijo	Abacaxi
Frango	Maracujá
	Acerola

Quantas são as maneiras diferentes de montar o combo, ou seja, de combinar um sanduíche e um suco natural? **1.** alternativa **c**

a) 7 maneiras
b) 8 maneiras
c) 12 maneiras
d) 20 maneiras

2. As hemácias, ou glóbulos vermelhos, são células encontradas em nosso sangue relacionadas especialmente ao transporte de oxigênio para as células do corpo. Em cada microlitro de sangue estão presentes, em média, 5 milhões de hemácias. Se 1 mililitro corresponde a 1 000 microlitros, quantas hemácias estão presentes, em média, em 1 mililitro de sangue? **2.** alternativa **c**

a) $5 \cdot 10^3$ hemácias
b) $5 \cdot 10^6$ hemácias
c) $5 \cdot 10^9$ hemácias
d) $5 \cdot 10^{12}$ hemácias

3. alternativa **b**

3. Em uma escola estão matriculados 800 estudantes. Do total, 15% estão matriculados em turmas de 8º ano. Quantos estudantes dessa escola estão matriculados em turmas de 8º ano?

a) 80 estudantes
b) 120 estudantes
c) 200 estudantes
d) 400 estudantes

4. Certa loja de eletrônicos vende um modelo de aparelho de ar condicionado por R$ 1 200,00. Em uma promoção, esse mesmo aparelho passou a ser vendido por R$ 960,00. Qual foi a porcentagem de desconto oferecida por essa loja para esse aparelho? **4.** alternativa **a**

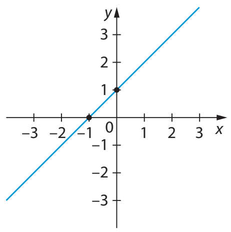
a) 20%
b) 30%
c) 50%
d) 80%

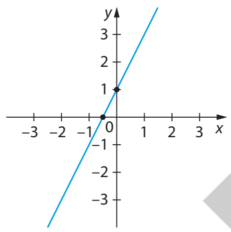
5. alternativa **b**

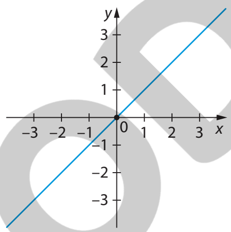
5. O custo para fabricar x camisetas é dado pela expressão algébrica $15 \cdot x + 30$. Nessas condições, qual é o custo para a fabricação de 18 camisetas?

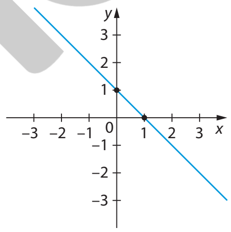
a) 63 reais
b) 300 reais
c) 555 reais
d) 810 reais

6. Qual dos gráficos abaixo representa corretamente a reta da equação $y = x + 1$? **6.** alternativa **a**

a)


b)


c)


d)


ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Avaliação de resultado

- Na atividade **1**, para favorecer a compreensão do problema, pode ser sugerido aos estudantes representar, por meio de esquemas ou de desenhos, todas as combinações possíveis entre os elementos indicados, respeitando as regras para composição de cada combo, de tal forma a permitir uma associação com o princípio multiplicativo.
- Na discussão sobre a resolução da atividade **2**, podem ser utilizados esquemas para que os estudantes percebam que precisam considerar as quantidades de hemácias em mililitros em vez de microlitros. Pode ser reforçada a comparação entre essas duas unidades de medidas antes da avaliação do cálculo e do uso das propriedades de potências para a resolução dessa questão.
- Para favorecer a compreensão do tema da atividade **3**, pode ser proposto aos estudantes um estudo comparativo envolvendo as diferentes representações para uma porcentagem, utilizando frações e decimais, porém, priorizando a interpretação por meio de fração e utilizando figuras para contribuir com a compreensão da relação entre porcentagem e o todo.
- Para sanar as dúvidas manifestadas em relação à atividade **4**, pode ser proposta uma discussão com toda a turma a respeito do cálculo de porcentagens e das estratégias empregadas por eles nesse problema, visando à identificação de possíveis equívocos que podem ser sanados por algum tipo de intervenção. A proposição de outros problemas, partindo de dados obtidos dos meios de comunicação ou pela internet, com o uso ou não de calculadoras, também pode favorecer a compreensão dos conceitos em questão.
- Na atividade **5**, pode ser feita uma retomada de conteúdos acerca das expressões algébricas. Para isso, proponha aos estudantes que representem diferentes situações utilizando expressões dessa natureza, de tal forma que eles reconheçam o papel da letra na construção dessas expressões como a representação de múltiplas situações por meio de uma representação única.
- Na atividade **6**, é possível utilizar *softwares* de Geometria dinâmica para favorecer a associação entre as representações algébricas e geométricas de uma equação de 1º grau com duas incógnitas. Dessa forma, pode ser proposta uma atividade investigativa, de modo que os estudantes possam realizar a construção de retas no plano e perceber as relações entre as representações correspondentes.

• No trabalho com a atividade **7**, ressalte aos estudantes que a construção correta do sistema de equações de 1º grau correspondente a um problema é uma etapa fundamental em sua solução; por isso, pode ser desenvolvido um trabalho relacionado à construção dos sistemas associados a problemas diversos, empregando-os posteriormente para uma retomada de conteúdos a respeito de como obter sua solução.

• No estudo do problema apresentado a atividade **8** pode ser proposto aos estudantes a complementação do quadro com a indicação dos preços cobrados para outras durações de ligações, considerando o intervalo entre 1 e 5 minutos. Outra possibilidade seria a comparação com outros tipos de grandeza, tendo em vista o reconhecimento das sentenças algébricas correspondentes.

• Para a resolução da atividade **9**, pode ser proposta uma retomada de conteúdos envolvendo a comparação entre as medidas de volume e de capacidade, por meio da solução de problemas diversos, observando, inclusive, as estratégias para cálculo de medidas de volume de blocos retangulares.

• O emprego de *softwares* de Geometria dinâmica pode favorecer a resolução da atividade **10**, visto que os estudantes podem fazer as construções das figuras, tomando por referência o plano cartesiano, e empregar as ferramentas para a determinação das medidas de área de figuras planas, estabelecendo relações entre o cálculo da medida de área de diferentes figuras, como quadriláteros e triângulos.

• Para contribuir com a compreensão do problema da atividade **11**, pode ser apresentado um baralho comum para que os estudantes possam explorá-lo e fazer algumas simulações a fim de que percebam que todas as cartas têm a mesma chance de serem sorteadas e que podem ser organizadas em categorias, conforme o tipo de critério estabelecido, como, por exemplo, por tipo ou por naipe.

• Na atividade **12**, a diferenciação entre as medidas de tendência central pode ser avaliada a partir de diferentes conjuntos de dados, apresentados segundo diferentes formas – listagem, quadro, gráfico. Assim, pode ser desenvolvido um trabalho de resolução de problemas para reforçar, com os estudantes, as diferenças entre média, moda e mediana correspondentes a um conjunto de dados.

7. Manuela tem o dobro da idade de Luana. Além disso, a soma das idades de Manuela e de Luana é igual a 21.

Qual é a idade de Luana? **7.** alternativa **a**

a) 7 anos
b) 10 anos
c) 14 anos
d) 21 anos

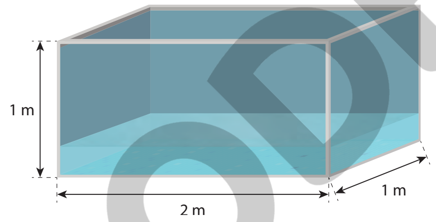
8. No quadro a seguir estão relacionados a medida de tempo de ligações feitas em um aparelho celular e o preço pago por essas ligações em determinado plano de telefonia.

Medida de tempo da ligação (em minuto)	5	10	20	40
Preço (R$)	0,60	1,20	2,40	4,80

Qual é a sentença algébrica que relaciona corretamente o preço (p), em real, com a medida de tempo da ligação (d), em minuto, nesse plano? **8.** alternativa **c**

a) $p = 0{,}60 \cdot d$
b) $p = 1{,}20 \cdot d$
c) $p = 0{,}12 \cdot d$
d) $p = d + 0{,}60$

9. Gabriel precisa encher uma piscina infantil. Essa piscina tem um formato que lembra o de um bloco retangular, cujas dimensões são apresentadas na figura a seguir.

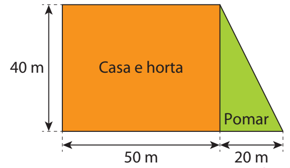


ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

A medida de capacidade dessa piscina pode ser avaliada multiplicando as medidas de comprimento, de largura e de profundidade entre si. Se essa piscina já contém 250 litros de água, quantos metros cúbicos serão necessários para preenchê-la com água até a borda? **9.** alternativa **c**

a) $1\ m^3$
b) $1{,}25\ m^3$
c) $1{,}75\ m^3$
d) $2\ m^3$

10. Cíntia comprou uma chácara no formato de um quadrilátero. Ela pretende dividir essa chácara em duas partes: a primeira, no formato que lembra um retângulo, destinada à casa e à horta, e a segunda, em formato triangular, ao pomar.

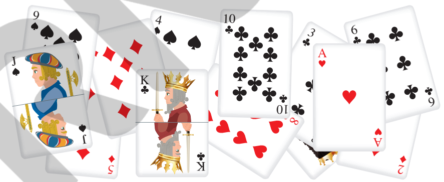


10. alternativa **d**

Qual é a medida da área total dessa chácara?

a) $1\,000\ m^2$
b) $1\,400\ m^2$
c) $2\,000\ m^2$
d) $2\,400\ m^2$

11. Rodrigo possui um baralho comum, composto de 52 cartas. Essas cartas estão divididas igualmente entre os quatro naipes – ouros, paus, espadas e copas – e em cada naipe são encontradas cartas numeradas de 2 a 10, além das cartas com figuras – ás, rei, dama e valete.



11. alternativa **a**

Se Rodrigo retirar uma carta ao acaso desse baralho, qual é a probabilidade de ela ser de copas?

a) $\frac{1}{4}$ **b)** $\frac{1}{13}$ **c)** $\frac{1}{52}$ **d)** $\frac{2}{10}$

12. Uma loja de celulares fez um levantamento da quantidade de aparelhos de quatro modelos diferentes vendidos ao longo de um dia. Esses dados foram organizados no quadro a seguir.

Preço do aparelho (R$)	Quantidade de unidades vendidas
1 200,00	3
1 500,00	6
2 150,00	5
4 200,00	4

Qual é o preço médio de venda desses quatro modelos de aparelhos, considerando as vendas do dia em questão? **12.** alternativa **c**

a) R$ 1 500,00
b) R$ 1 825,00
c) R$ 2 230,56
d) R$ 2 262,50

RESPOSTAS

UNIDADE 1

CAPÍTULO 1

Página 53

1 **a)** 9 999 999; 10 000 000
b) 1 005; 1 006; 1 007
c) 0; sucessor: 1; não há antecessor do zero no conjunto dos naturais.

2 **a)** 7 °C
b) −36 °C
c) Tóquio: 7 °C; Inuvik: 13 °C; Ulan-Bator: 12 °C; Oslo: 5 °C

3 **a)** 1,25
b) 0,875
c) $4{,}0\overline{6}$
d) $2{,}\overline{36}$

4 **a)** $\frac{5}{2}$
b) $\frac{52}{3}$
c) $\frac{16}{9}$
d) $\frac{124}{99}$
e) $\frac{145}{999}$
f) $\frac{596}{333}$

5 $-6{,}\overline{4}; \frac{3}{10}; \frac{5}{3}; \frac{7}{2}; 4{,}5; \frac{24}{5}$

6 **a)** $0{,}\overline{09}; 0{,}\overline{18}; 0{,}\overline{27}; 0{,}\overline{36}; 0{,}\overline{45}$
O período é formado por múltiplos de 9.
b) $0{,}\overline{54}; 0\overline{63}; 0{,}\overline{72}; 0{,}\overline{81}; 0{,}\overline{90}$

7 alternativa **c**

8 **a)** $\frac{1}{3}$
b) 125
c) 1 000 000

9 **a)** $\left(\frac{1}{47}\right)^{4} < \left(\frac{1}{47}\right)^{2}$
b) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-5} < \left(\frac{1}{10}\right)^{-6}$
c) $59^{-23} < 59^{22}$
d) $\left(\frac{4}{3}\right)^{7} > \left(\frac{4}{3}\right)^{-8}$

10 **a)** -10^{2}
b) 2^{4}
c) 5^{1}
d) 2^{-1}
e) 2^{2}
f) 10^{2}

11 **a)** 8 bactérias
b) 1 024 bactérias
c) 16 777 216 bactérias

12 64 partes

13 4^{3}

14 **a)** $x^{-1}y^{4}$
b) $2x^{2}y^{4}$
c) $2x^{-2}y^{4}$
d) $10x^{-5}y$

15 6

16 alternativa **d**

17 **a)** 270
b) $3 \cdot 10^{11}$
c) $3^{-1} \cdot 10^{-11}$

18 **a)** 8 000 cm^{3}
b) Exemplo de resposta: potenciação
c) 10 cm
d) radiciação

19 **a)** −64
b) −3
c) qualquer número natural ímpar maior que 2
d) 5
e) qualquer número natural maior ou igual a 2
f) −216

20 **a)** $\frac{112}{81}$
b) $\frac{1}{30}$
c) $\frac{8}{11}$
d) $\frac{5}{18}$
e) $\frac{1}{3}$

21 **a)** 15
b) 6

22 O procedimento adotado pelo comerciante está incorreto, pois o valor final será 96% do valor inicial. Isso ocorre porque o acréscimo de 20% é calculado sobre um preço menor que o preço sobre o qual foi aplicado o desconto.

23 **a)** $3{,}0 \cdot 10^{5}$ km;
b) $9{,}4608 \cdot 10^{12}$ km;
c) $9{,}4608 \cdot 10^{17}$ km

CAPÍTULO 2

Página 77

1 13,18 mm; 63,5 mm

3 **a)** $A\hat{O}C$; $A\hat{O}D$; $A\hat{O}E$; $B\hat{O}D$; $B\hat{O}E$
b) med($A\hat{O}C$) = 102°; med($A\hat{O}D$) = 130°; med($A\hat{O}E$) = 155°; med($B\hat{O}D$) = 100°; med($B\hat{O}E$) = 125°

283

4 **a)** falsa
b) verdadeira
c) verdadeira
d) verdadeira

5 75°

6 **a)** 120°
b) 60°
c) 140°

7 O monumento deve ser instalado em qualquer ponto da bissetriz do ângulo formado pelas ruas e que seja interno à região determinada pela praça; portanto, esse local não é único.

8 **a)** O ponto deve estar na mediatriz do segmento com extremos na lanchonete e no parquinho e que pertença ao segmento que representa a Rua A.

9 alternativa **d**

UNIDADE 2

CAPÍTULO 3

Página 109

1 alternativa **c**

2 **a)** 70°
b) 30°

3 44°

4 $x = 32°$ e $y = 103°$

5 alternativa **c**

6 Reinaldo deve determinar o encontro das mediatrizes, ou seja, o circuncentro do triângulo do esquema.

7 $a = 7$; $b = 5$; medida de perímetro = 50

8 alternativa **a**

CAPÍTULO 4

Página 132

1 **a)** $AB = 8$ cm; $BC = 3$ cm; $CD = 6$ cm; $DA = 10$ cm
b) $AB = 6$ cm; $BC = 9$ cm; $CD = 8$ cm; $DA = 4$ cm

2 alternativas **b**, **c** e **e**

3 **a)** suplementares
b) não

4 **a)** As diagonais de um paralelogramo dividem-no em 4 triângulos, congruentes dois a dois, opostos pelo vértice.
b) As diagonais de um losango dividem-no em 4 triângulos congruentes.
c) As diagonais de um retângulo dividem os ângulos internos em ângulos congruentes dois a dois.
d) Ao traçar a diagonal de um quadrado, obtemos 2 triângulos isósceles.

5 alternativa **e**

6 **a)** 28°
b) 38,5°
c) 60°
d) 25°

7 **a)** 90°
b) $\text{med}(\hat{K}) = 50°$, $\text{med}(\hat{L}) = 130°$, $\text{med}(\hat{M}) = 50°$ e $\text{med}(\hat{N}) = 130°$

8 56°, 122°, 136° e 46°

9 O ângulo cuja abertura mede x é externo ao $\triangle ABD$ isósceles; logo, $x = y + y$ ou $y = \frac{x}{2}$.

10 **a)** sim
b) 20

11 alternativa **d**

12 todas as alternativas

14 alternativa **d**

CAPÍTULO 5

Página 155

1 *ABC*: 105°; *DEF*: 82,5°; *GHI*: 142,8°

2 $\text{med}(\hat{A}) = 90°$; $\text{med}(\hat{B}) = 150°$; $\text{med}(\hat{C}) = 120°$; $\text{med}(\hat{D}) = 120°$; $\text{med}(\hat{E}) = 150°$; $\text{med}(\hat{F}) = 90°$

3 alternativa **d**

4 alternativa **c**

5 15 estradas

6 **a)** 60°
b) 1 980°
c) 36°
d) 360°

7 **a)** 20 lados
b) 3 240°

8 140°

9 24

10 $a = 72°$, $b = 72°$ e $c = 36°$

11 12 m

12 **a)** falsa
b) verdadeira
c) falsa
d) falsa

13 Explicação possível: A abertura de cada um dos ângulos internos de um pentágono regular mede 108°; por isso, não era possível utilizar só pentágonos para formar um ângulo com medida de abertura de 360° (108 não é divisor de 360).

14 6 cm, pois três das nove diagonais decompõem o hexágono regular em seis triângulos equiláteros.

15 alternativa **c**

UNIDADE 3

CAPÍTULO 6

Página 178

1 a) um octógono
b) 48 cm^2

2 25 cm^2

3 $3\pi r^2$

4 Coroa da esquerda: 7π cm^2; coroa da direita: $7{,}56\pi$ cm^2. A coroa da direita tem a maior medida de área.

5 a) Piscina olímpica: 2 500 000 L; piscina semiolímpica: 1 000 000 L
b) Não, pois a medida do volume de duas piscinas semiolímpicas é menor que a medida do volume de uma piscina olímpica.

6 a) 840 m^2
b) R$ 252 000,00

7 a) 4π cm^2
b) $(8\pi - 16)$ cm^2

8 $3\,200(\pi + 5)$ m^2

9 a) 1 litro em cada recipiente
b) no recipiente 2

10 5 m

11 alternativa **b**

12 75π cm^2

13 alternativa **c**

CAPÍTULO 7

Página 211

1 a) 9 m^2
b) $A = \frac{c^2}{9}$

2 $x + \frac{6}{5}y$

3 $5a^2b$

4 a) estacionamento A:
$3{,}00 + 1{,}20x$
estacionamento B:
$4{,}00 + 0{,}80x$
b) no estacionamento B

5 a) $3x^2 + 2y^2 + xy$
b) 32

6 a) 20
b) 53

7 d) $\sqrt{(x-1)(x+1)+1} = x$

8 a) $x^2 - 2x - 15$
b) $x^5 - x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 6$

CAPÍTULO 8

Página 224

1 a) O tucano não sabia que cada bolinha preta que visualizou esconde um caractere da senha de Bugio.
b) 100 000 senhas

2 604 800 cadeados

3 260 000 senhas

4 56 modos

5 10 anagramas

UNIDADE 4

CAPÍTULO 9

Página 252

1 Aldo: R$ 100,00
Samanta: R$ 400,00

2 candidato ganhador: 646 votos; candidato perdedor: 501 votos

4 garrafão: 6,3 L; copo: 180 mL

5 alternativa **c**

6 $x = 50°$ e $y = 20°$

7 Exemplo de resposta: A segunda equação é o resultado da primeira equação multiplicada por 3.

8 alternativa **b**

CAPÍTULO 10

Página 266

1 a) R$ 6,90
b) diretamente proporcionais
c) $y = 6{,}9x$, em que x pode ser qualquer número real positivo.

2 a) 14 m
b) 3,375 m
c) $c = \frac{3}{4}h$, em que h pode ser qualquer número real maior ou igual a zero.
d) Exemplo de resposta: É uma linha reta contínua que parte do par ordenado (0, 0), passa pelos pares ordenados (2; 1,5), (14; 10,5) e (4,5; 3,4) e continua infinitamente.

3 a) inversamente proporcionais
b) $y = \frac{200}{x}$
c) Exemplo de resposta: É uma linha curva contínua que passa pelos pares ordenados (100, 2), (50, 4), (25, 8) e (12,5; 16).

4 diretamente proporcionais

5 a) Exemplo de resposta: y pode ser a medida do volume de um cubo, em centímetro cúbico, e x, a medida de comprimento do lado desse cubo, em centímetro.
b) Não são proporcionais.

CAPÍTULO 11

Página 278

1 a) $P(13, 6)$, $Q(13, 3)$ e $R(15, 4)$
b) translação na direção horizontal, da esquerda para a direita, de 10 unidades

285

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS

ASIMOV, Isaac. *No mundo dos números*. Tradução de Lauro S. Blandy. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989. (Coleção Ciência).
A obra apresenta a Matemática por meio de uma linguagem simples e compreensível. Com abordagens não convencionais, solidifica as noções do significado e da aplicação dos números.

ÁVILA, Geraldo. A distribuição dos números primos. *Revista do Professor de Matemática*. São Paulo, n. 19, p. 19-26, 2º sem. 1991.
O artigo versa sobre a descoberta da distribuição da tabela de números primos e suas demonstrações.

BARBOSA, Ruy Madsen. *Descobrindo padrões em mosaicos*. 3. ed. São Paulo: Atual, 2001.
Obra que convida a conhecer a fascinante arte de descobrir e criar padrões na Geometria plana.

BARBOSA, Ruy Madsen. *Descobrindo padrões pitagóricos*. 3. ed. São Paulo: Atual, 2001.
O livro traz os conceitos que estruturam a pavimentação no plano fazendo emergir a Matemática oculta nesses padrões.

BAUMGART, John K. *História da Álgebra*. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992. (Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula, v. 4.).
A obra traz a história da Álgebra, desde a etimologia passando da Álgebra antiga à Álgebra moderna.

BOLTIANSKI, Vladimir. G. *Figuras equivalentes e equicompostas*. Tradução de Seiji Hariki. São Paulo: Atual, 1996.
A obra se dedica a estudar certas questões relacionadas com a equicomposição de figuras, entre elas polígonos e poliedros.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática*. Tradução de Helena Castro. São Paulo: Blücher, 2012.
O livro apresenta um estudo aprofundado da história da Matemática desde o Egito antigo até as tendências mais recentes. Mostra também a fascinante relação entre o desenvolvimento dos conhecimentos sobre números, formas e padrões e a evolução da humanidade.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Brasil no Pisa 2018* [recurso eletrônico]. Brasília, DF: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020. p. 185.
O PISA, programa internacional de avaliação de estudantes, é uma ferramenta importante para avaliar o desempenho dos estudantes que concluíram a Educação Básica, além de fornecer parâmetros que ajudam a definir o futuro da educação no país.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular* – versão final. Brasília, DF: MEC, 2018.
Documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: Contexto Histórico e Pressupostos Pedagógicos. Brasília, DF: MEC, 2019.
Material que apresenta a relação entre diferentes componentes curriculares de forma integrada, fazendo conexões com situações da realidade dos estudantes.

BRASIL. *Sistema Internacional de Unidades (SI)* [recurso eletrônico]. Tradução do Grupo de Trabalho luso-brasileiro do Inmetro e IPQ. Brasília, DF: Inmetro, 2021. 842 kB; pdf.
O documento traz a revisão do Sistema Internacional de Unidades, por meio da adoção das novas definições das sete unidades de base, que entraram em vigor em 20 de maio de 2019, considerando o uso de sete constantes definidoras.

CARNEIRO, Mario; SPIRA, Michel. *Oficina de dobraduras*. Rio de Janeiro: IMPA/OBMEP, 2015.
O trabalho aborda a Geometria por meio de dobraduras como instrumento pedagógico, com demonstrações e atividades.

CENTURIÓN, Marília. *Conteúdo e metodologia da Matemática:* números e operações. São Paulo: Scipione, 1994.
A obra aborda noções fundamentais do conteúdo matemático e expressa a necessidade da construção dos conceitos de forma lógica.

CHI, Michelene T. H.; GLASER, Robert A. Capacidade para a solução de problemas. *In*: STERNBERG, Robert J. *As capacidades intelectuais humanas*: uma abordagem em processamento de informações. Porto Alegre: Artmed, 1992.
O artigo versa sobre a competência cognitiva e sua influência na solução de problemas.

286

DANTE, Luiz Roberto. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. São Paulo: Ática, 1989.
A obra versa sobre a resolução de problemas como uma metodologia de ensino da Matemática; os capítulos descrevem objetivos, tipologias de problemas, abordagens, resoluções e sugestões.

DAVID, Maria Manuela M. S.; FONSECA, Maria da Conceição F. R. Sobre o conceito de número racional e a representação fracionária. *Presença Pedagógica*, Belo Horizonte, v. 3, n. 14, mar./abr. 1997.
O artigo traz uma abordagem diferenciada para o conteúdo de números racionais, provendo o professor de elementos para compreender como o estudante assimila esse conteúdo e permitindo ao estudante perceber a intencionalidade na dinâmica da produção do conhecimento matemático.

DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira (coord.); SMOLE, Kátia Cristina Stocco. A construção da bissetriz de um ângulo. *In*: *O conceito de ângulo e o ensino de Geometria*. São Paulo: IME-USP; CAEM, 1993.
O texto aborda a construção da bissetriz com o uso de régua e compasso.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e fundamento cognitivo da compreensão em Matemática. *In*: MACHADO, Silvia D. A. (org.). *Aprendizagem em Matemática*: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.
Trata-se de uma coletânea de pesquisas de autores nacionais com a finalidade de divulgar a teoria de Duval, que afirma que a maneira matemática de raciocinar e visualizar está intrinsecamente ligada à utilização das representações semióticas.

EVES, Howard. *Introdução à história da Matemática*. Tradução de Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Unicamp, 2011.
A obra abarca a história da Matemática desde a Antiguidade até os tempos modernos. O livro traz também recursos pedagógicos ao fim de cada capítulo, abordando panoramas culturais da época relatada.

FRAGOSO, Wagner da Cunha. Uma abordagem histórica da equação do 2º grau. *Revista do Professor de Matemática*, SBM, São Paulo, n. 43, p. 20 a 25, 2º quadrimestre 2000.
O autor tem como objetivo apresentar a história por trás da equação do 2º grau, uma perspectiva pouco abordada em sala de aula e que desperta a curiosidade dos estudantes.

GUEDJ, Denis. *O teorema do papagaio*. Tradução de Eduardo Brandão. São Paulo: Companhia das Letras, 2001.
O livro é um suspense matemático-policial, uma abordagem literária da história da Matemática.

HOUAISS, Antonio. *Minidicionário Houaiss da Língua Portuguesa*. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2020.
Dicionário redigido seguindo o acordo ortográfico, apresenta as novas regras de acentuação, hifenização e grafia.

IBGE. *Censo demográfico 2010*. Rio de Janeiro: IBGE, 2011.
Constitui a principal fonte de referência para o conhecimento das condições de vida da população em todos os municípios do país e em seus recortes territoriais internos, tendo como unidade de coleta a pessoa residente, na data de referência, em domicílio do território nacional.

IFRAH, Georges. *História universal dos algarismos*. Tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v. 2.
A obra versa sobre a história do cálculo aritmético, das escritas e notações numéricas até a informatização.

IMENES, Luiz Márcio; JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo. *Equação do 2º grau*. São Paulo: Atual, 1992.
Um livro repleto de exemplos de aplicações divertidas da equação do 2º grau, assim como uma viagem ao século V a.C. para conhecer o Partenon e também as resoluções usando geometria de Galileu e Isaac Newton.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. *Conversa de professor*: Matemática. Brasília, DF: Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação a Distância, 1996. (Cadernos da TV Escola).
A obra desenvolve uma conversa objetiva e didática sobre o ensino da Matemática, com exemplos de aplicações que podem ser implementados em sala de aula.

LIMA, Elon Lages. *Meu professor de Matemática e outras histórias*. Rio de janeiro: SBM, IMPA, 1991. (Coleção Professor de Matemática).
O livro é composto de pequenos ensaios da matemática elementar que vão desde questões simples, como o significado da igualdade, até questões mais elaboradas, como a definição de pi.

LIMA, José Mauricio de Figueiredo. Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento da conservação de quantidade. *In*: CARRAHER, Terezinha Nunes (org.). *Aprender pensando*. Petrópolis: Vozes, 2008.
O texto explora uma das origens da fração, situada na divisão das terras no Egito. O autor faz a abordagem por meio da divisão de figuras enfatizando a conservação da área como pré-requisito à noção do conceito de fração.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert (org.). *Aprendendo e ensinando Geometria*. São Paulo: Atual, 2005.
A obra é uma reunião de artigos selecionados com os temas Educação Matemática e Geometria.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectiva em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.
Os autores exploram a inter-relação na aprendizagem da Álgebra e da Aritmética e analisam de que modo isso pode influenciar mudanças na educação matemática escolar.

MENDES, Iran Abreu. *Números*: o simbólico e o racional na história. São Paulo: Livraria da Física, 2006.
Nessa obra, o autor reorganiza a história de como os humanos inventaram e desenvolveram métodos para contar, ordenar e quantificar, com narrativa leve e diferente despertando o interesse dos estudantes.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. Compreendendo números racionais. *In*: *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997. p. 191-217.
O capítulo trata o ensino de frações a fim de evitar conduzir as crianças ao erro.

OZAMIZ, Miguel de Guzmán. *Aventuras matemáticas*. Tradução de João Filipe Queiró. Lisboa: Gradiva, 1991.
A obra envolve o leitor e estimula a participação ativa em diversos aspectos da criatividade matemática.

PERRENOUD, Phillipe *et al*. *As competências para ensinar no século XXI*: a formação dos professores e o desafio da avaliação. Tradução de Cláudia Schilling e Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed, 2002.
Os assuntos trazidos nessa obra são de alta relevância para o professor, pois auxiliam na tomada de decisões importantes e na busca por um trabalho diferenciado e construtivo, contribuindo para o aprimoramento do ensino.

PIRES, Célia M. C.; CURI, Edda. Revendo conteúdos, propondo atividades e observando como as crianças lidam com as figuras bidimensionais. *In*: PIRES, Célia M. C.; CURI, Edda; CAMPOS, Tania M. M. *Espaço & forma*: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental. São Paulo: Proem, 2000.
As autoras, nessa obra, analisam como as crianças constroem relações espaciais e, no capítulo 4, propõem atividades com figuras bidimensionais.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas*. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.
Nessa obra o autor traz uma série de estratégias práticas que auxiliam na solução de problemas.

TAHAN, Malba. *O homem que calculava*. 76. ed. Rio de Janeiro: Record, 2009.
A obra é referência no universo dos livros paradidáticos. O objetivo da história é mostrar como a Matemática está presente em tudo, e o autor consegue envolver o leitor ao mesmo tempo que ensina Matemática.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. *Didática de Matemática*: como dois e dois – a construção da Matemática. São Paulo: FTD, 1997.
Por meio de atividades diversas, os autores despertam a intuição matemática em todas as pessoas e rompem os preconceitos que cercam a disciplina. Para complementar, a obra contém textos interessantes sobre o desenvolvimento da ciência com interpretações variadas da perspectiva matemática.

ZASLAVSKY, Claudia. *Jogos e atividades matemáticas do mundo inteiro*: diversão multicultural para idades de 8 a 12 anos. Tradução de Pedro Theobald. Porto Alegre: Artmed, 2000.
A obra traz jogos do mundo inteiro que utilizam Geometria para desenhar tabuleiros e pensamento lógico para planejar estratégias.

288

MODERNA

ISBN 978-85-16-13540-9

9 788516 135409