# ARARIBÁ conecta

# MATEMÁTICA

## MANUAL DO PROFESSOR

9º ano

**Organizadora:** Editora Moderna
Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

**Editora responsável:**
Mara Regina Garcia Gay

Componente curricular:
MATEMÁTICA



MODERNA

# ARARIBÁ conecta
# MATEMÁTICA
## MANUAL DO PROFESSOR

# 9º ano

**Organizadora: Editora Moderna**
Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

**Editora responsável: Mara Regina Garcia Gay**
Bacharel e licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.
Licenciada em Pedagogia pela Universidade Iguaçu (RJ). Professora de Matemática em escolas públicas e particulares de São Paulo por 17 anos. Editora.

**Componente curricular: MATEMÁTICA**

1ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

**Elaboração dos originais:**

Mara Regina Garcia Gay
Bacharel e licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Pedagogia pela Universidade Iguaçu (RJ). Professora de Matemática em escolas públicas e particulares de São Paulo por 17 anos. Editora.

Katia Tiemy Sido
Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Renata Martins Fortes Gonçalves
Mestre em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Bacharel em Matemática com Informática pelo Centro Universitário Fundação Santo André (SP). Editora.

Fabio Martins de Leonardo
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Maria Cecília da Silva Veridiano
Especialista em Educação Matemática: Fundamentos Teóricos e Metodológicos pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Mateus Coqueiro Daniel de Souza
Mestre em Ciências, no programa: Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, pela Universidade de São Paulo. Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Willian Raphael Silva
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Maria José Guimarães de Souza
Mestre em Ciências, no programa: Ciência da Computação, pela Universidade de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Romenig da Silva Ribeiro
Mestre em Ciências, no programa: Ciência da Computação, pela Universidade de São Paulo. Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Cassio Cristiano Giordano
Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Pesquisador e professor em escolas públicas e universidades.

Cintia Alessandra Valle Burkert Machado
Mestre em Educação, na área de Didática, pela Universidade de São Paulo. Assessora pedagógica.

Dario Martins de Oliveira
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Professor em escolas particulares e públicas de São Paulo por 20 anos. Editor.

Erica Toledo Catalani
Mestre em Educação, na área de Educação Matemática, pela Universidade Estadual de Campinas (SP). Licenciada em Ciências pela Universidade Braz Cubas (SP). Educadora.

Juliana Ikeda
Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Marcelo de Oliveira Dias
Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Docente na Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro por 8 anos. Professor da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

Selene Coletti
Licenciada em Pedagogia pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras "Prof. José Augusto Vieira" (MG). Colunista de revista destinada a educadores, professora e formadora de professores em escolas públicas.

Tais Saito Tavares
Mestre em Matemática Aplicada e Computacional e bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (PR). Editora.

Na capa, a imagem de pessoas da família durante refeição, ilustrada por Gabriel Sá de São Luis do Maranhão, propõe uma reflexão sobre a Matemática inserida em uma rede de conexões envolvendo o abastecimento de alimentos para a população.

**Edição de texto:** Janaina Soler Caldeira, Katia Tiemy Sido, Renata Martins Fortes Gonçalves, Zuleide Maria Talarico
**Assistência editorial:** Danielle Fortes Teixeira Vieira, Luciane Lopes Rodrigues, Patricia Felipe, Victor Hugo dos Santos Gois
**Preparação de texto:** Mariane de Mello Genaro Feitosa
**Gerência de *design* e produção gráfica:** Patricia Costa
**Coordenação de produção:** Denis Torquato
**Gerência de planejamento editorial:** Maria de Lourdes Rodrigues
**Coordenação de *design* e projetos visuais:** Marta Cerqueira Leite
**Projeto gráfico:** Aurélio Camilo, Vinicius Rossignol Felipe
**Capa:** Tatiane Porusselli, Daniela Cunha
*Ilustração*: Gabriel Sá
**Coordenação de arte:** Wilson Gazzoni Agostinho
**Edição de arte:** Adriana Santana
**Editoração eletrônica:** Setup Editoração Eletrônica
**Coordenação de revisão:** Elaine C. del Nero
**Revisão:** Desirée Aguiar, Palavra Certa, ReCriar Editorial
**Coordenação de pesquisa iconográfica:** Flávia Aline de Morais
**Pesquisa iconográfica:** Mariana Alencar, Pamela Rosa
**Coordenação de *bureau*:** Rubens M. Rodrigues
**Tratamento de imagens:** Ademir Francisco Baptista, Ana Isabela Pithan Maraschin, Denise Feitoza Maciel, Marina M. Buzzinaro, Vânia Maia
**Pré-impressão:** Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
**Coordenação de produção industrial:** Wendell Monteiro
**Impressão e acabamento:**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Araribá conecta matemática : 9º ano: manual do professor / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna ; editora responsável Mara Regina Garcia Gay. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-16-13544-7

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Gay, Mara Regina Garcia.

22-112567 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427



**EDITORA MODERNA LTDA.**
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

# APRESENTAÇÃO

Caro professor, este *Manual do Professor* tem a finalidade de auxiliá-lo a desenvolver as situações didáticas propostas nesta coleção, auxiliando-o no encaminhamento do trabalho durante o ano letivo.

Organizamos o Manual em três partes:

- Na primeira parte (*Orientações gerais*), são apresentadas considerações em relação aos princípios norteadores da coleção, que consideraram a competência leitora e investigativa como abordagem metodológica; à BNCC e ao modo como as competências e habilidades previstas neste documento são propostas na coleção. São apresentadas também reflexões acerca da exploração de conhecimentos prévios dos estudantes, da resolução de problemas, dos Temas Contemporâneos Transversais (TCTs), do letramento matemático, do pensamento computacional, entre outros assuntos pertinentes à reflexão da prática docente e também do ensino e aprendizagem dos estudantes.
- Na segunda parte (*A coleção*), são apresentadas as seções da coleção, as habilidades exploradas, as sugestões de avaliações formativas relacionadas aos capítulos do *Livro do Estudante*, as resoluções e os comentários das atividades propostas no *Livro do Estudante*.
- Na terceira parte (*Orientações*), dispostas em formato lateral, o professor encontrará a reprodução comentada das páginas do *Livro do Estudante*. Nela são apresentadas as competências e as habilidades da BNCC desenvolvidas em cada tópico ou seção, os objetivos traçados e as orientações pertinentes ao tema em questão.

De modo geral, as orientações e sugestões deste *Manual do Professor* buscam auxiliar o desenvolvimento de conhecimentos e práticas pedagógicas que contribuam de maneira significativa para uma formação mais integral, humana e crítica do estudante e do professor. Queremos que os estudantes pensem matematicamente, resolvam problemas diversos e concluam essa etapa da Educação Básica preparados para continuar seus estudos.

Bom trabalho!

# SUMÁRIO

# ORIENTAÇÕES GERAIS

## Princípios norteadores da coleção

A produção desta coleção foi concebida tendo em vista o Decreto nº 9099, de 18 de julho de 2017, que normatiza o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), com o intuito de atender aos seis objetivos (*I – aprimorar o processo de ensino e aprendizagem nas escolas públicas de educação básica, com a consequente melhoria da qualidade da educação; II – garantir o padrão de qualidade do material de apoio à prática educativa utilizado nas escolas públicas de educação básica; III – democratizar o acesso às fontes de informação e cultura; IV – fomentar a leitura e o estímulo à atitude investigativa dos estudantes; V – apoiar a atualização, a autonomia e o desenvolvimento profissional do professor;* e *VI – apoiar a implementação da Base Nacional Comum Curricular*), além dos demais dispositivos. Conforme salientado pelo Edital de Convocação 01/2022, o PNLD 2024 – Anos Finais será disponibilizado em contexto pós-pandêmico. Nesse sentido, é necessário ter especial atenção ao objetivo IV supracitado, a fim de buscar reparar, durante o ciclo do PNLD 2024, problemas decorridos do isolamento social (BRASIL, 2022, p. 34). Assim, o intuito desta coleção é dar oportunidade aos estudantes de desenvolver a capacidade leitora, de modo que o aprendizado dos Anos Iniciais seja consolidado e eles se preparem para o Ensino Médio. Tendo esse panorama em vista, serão foco também, de forma transversal, a leitura e a pesquisa no apoio à implementação da BNCC.

O desenvolvimento da competência leitora e investigativa na linguagem da Matemática apresenta o desafio gerado pela relação entre duas linguagens diferentes: a língua materna e os símbolos matemáticos. A leitura é ferramenta essencial para a aprendizagem em qualquer área do conhecimento e, segundo Rocha, Melo e Lopes (2012, p. 4), trata-se de "um processo de compreensão de expressões formais e simbólicas que se dá a conhecer através de várias linguagens".

Smole, Cândido e Stancanelli (1997, p. 13) ressaltam as colaborações que a leitura e a Matemática podem desenvolver:

**a)** relacionar as ideias matemáticas à realidade, de forma a deixar clara e explícita sua participação, presença e utilização nos vários campos da atuação humana, valorizando assim o uso social e cultural da matemática;

**b)** relacionar as ideias matemáticas com as demais disciplinas ou temas de outras disciplinas;

**c)** reconhecer a relação entre diferentes tópicos da matemática relacionando várias representações de conceitos ou procedimentos umas com as outras;

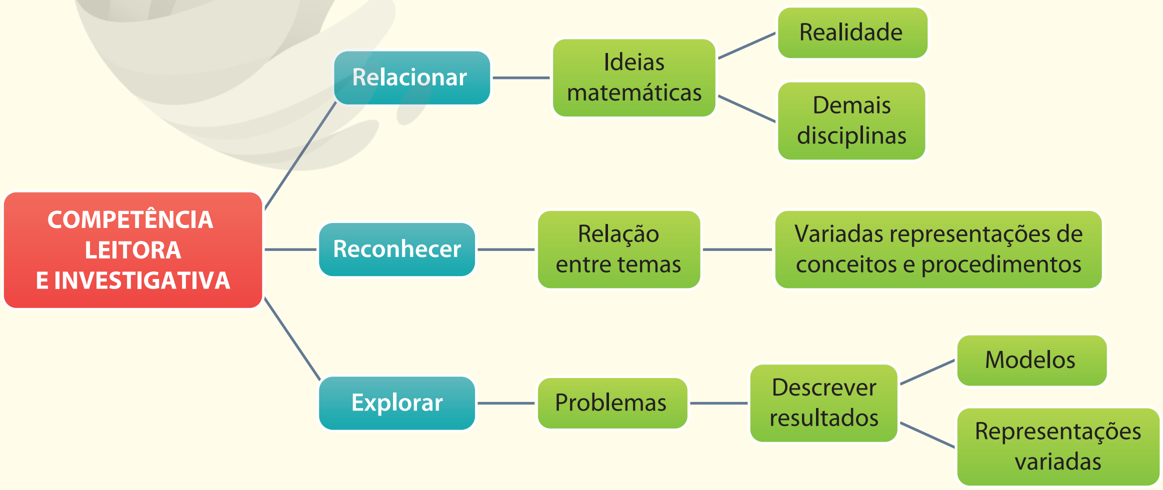
**d)** explorar problemas e descrever resultados usando modelos ou representações gráficas, numéricas, físicas e verbais.

Nesse sentido, na produção desta coleção, foi considerada essa abordagem metodológica, que integra a competência leitora nas aulas de Matemática, com o intuito de "estimular, de forma recorrente, o pluralismo de ideias, o pensamento crítico e a investigação científica" (BRASIL, 2022, p. 39), operando como um verdadeiro fio condutor ao longo de toda a Educação Básica. Assim, busca-se uma competência leitora e investigativa, com caráter transversal e amplificado, que atue como bússola para o desenvolvimento de currículos de Matemática em consonância com os projetos político-pedagógicos de cada sistema e unidade de ensino.

Dessa forma, a coleção traz atividades cujo objetivo é permitir que os estudantes desenvolvam a capacidade de: (i) produzir análises críticas, criativas e propositivas; (ii) argumentar; e (iii) inferir informações, visando promover a competência leitora, por meio da análise de diversos tipos de texto, orais e escritos, a fim de que utilizem o conhecimento matemático para compreender fenômenos e os relacionem com fatos cotidianos, do mundo, do ambiente e da dinâmica da natureza.

Na figura, a seguir, é proposto um modelo de desenvolvimento de competência leitora e investigativa, com os pilares que podem ser trabalhados para que os estudantes a atinjam.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA




**Fonte:** Elaborado pelos autores com base nas informações de SMOLE, K. C. S.; CÂNDIDO, P. T.; STANCANELLI, R. *Matemática e literatura infantil.* 2. ed. Belo Horizonte: Lê, 1997.

Modelo de desenvolvimento de competência leitora e investigativa.

Tendo esse modelo em vista, você, professor, também pode adequar seu trabalho às habilidades específicas da área, listadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e voltar seu olhar para as diversidades sociais e regionais, bem como para a reformulação curricular, considerando os desafios impostos pelo período pós-pandêmico.

Nesse sentido, além da revisão dos currículos, outro grande desafio envolve a garantia do direito à aprendizagem matemática aos estudantes. Demanda-se, assim, ações estruturadas entre os educadores para que haja um planejamento especial que apoie os estudantes a aprenderem os conceitos fundamentais em cada componente curricular da Educação Básica. Por isso, nesta coleção, ao longo das *Orientações* neste Manual, haverá subsídios para você, professor, a fim de que construa aulas em conjunto com professores de outras áreas do conhecimento.

Múltiplos foram os impactos da pandemia da covid-19 na implementação da BNCC, de modo que diversas correções de rota se fazem necessárias, a fim de apontar caminhos de superação dos desafios impostos pela atual conjuntura, notadamente no que diz respeito ao caráter transversal do desenvolvimento de competências gerais e específicas da área de Matemática pelos estudantes.

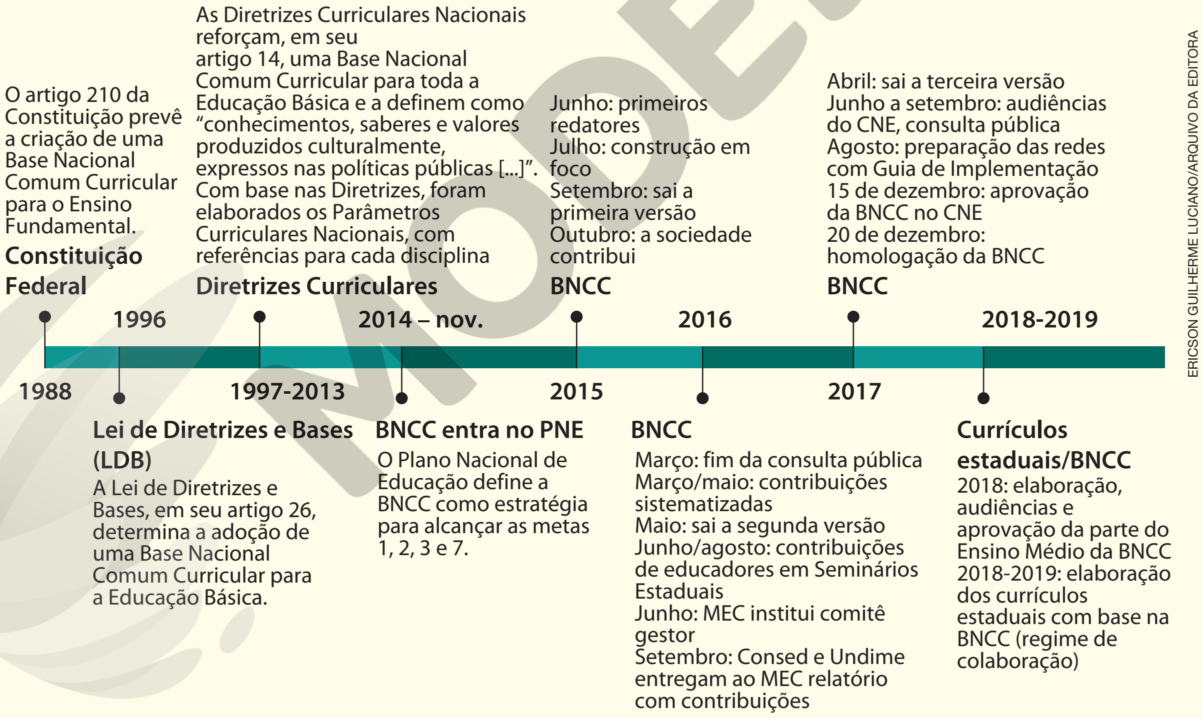
A proposta orientadora da coleção, ao enfatizar de forma transversal a leitura e a pesquisa alinhadas aos princípios da BNCC, pode auxiliar na implementação nas unidades escolares, garantindo a aprendizagem nesse contexto de pós-pandemia. Além disso, a coleção oferece a possibilidade de definir trajetórias específicas para cada grupo de estudantes, de acordo com seus desafios e interesses, por meio do planejamento de estratégias de apoio, respeitando os diferentes perfis e escolas.

## A Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que delimita um conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais aos estudantes, em seu desenvolvimento, ao longo da trajetória na Educação Básica (BRASIL, 2018). Sua origem remonta à Constituição de 1988 e à Lei de Diretrizes e Bases (LDB) de 1996. Esses documentos determinam que todas as crianças e jovens do país aprendam, independentemente da idade, da origem, da raça, da religião, do gênero ou de qualquer outro elemento que, porventura, possa ameaçar a equidade educacional.

As discussões que culminaram na homologação da versão final da BNCC, em 14 de dezembro de 2018, iniciaram-se, de modo mais efetivo, em 2015, embora já houvesse diversas propostas desde a publicação da Constituição Federal de 1988. Contudo, foi em 2015, com a aprovação do Plano Nacional de Educação, que o movimento pela Base ganhou o impulso necessário. Em 2017, seguiu para o Conselho Nacional de Educação para análise final. A versão preliminar da Educação Infantil e do Ensino Fundamental foi homologada em 20 de dezembro desse ano, ao passo que a Base do Ensino Médio, apenas no ano seguinte.

A linha do tempo a seguir traz os principais marcos que culminaram na publicação da BNCC.




**Fonte:** INSTITUTO REÚNA. *Linha do tempo*: documentos curriculares. [São Paulo, 2020?]. Disponível em: https://o.institutoreuna.org.br/downloads/primeirospassos/int/_INT_anexo_Linha-do-tempo-base-para-impressao_sem-marcos-locais.pdf. Acesso em: 2 jul. 2022.

Linha do tempo dos documentos curriculares.

A Base prevê a formação integral do cidadão, desde a Educação Infantil até a conclusão do Ensino Médio. De modo geral, podemos dizer que o principal objetivo da BNCC é fomentar a qualidade da Educação Básica, em todos os níveis e modalidades, assegurando um ensino de qualidade para todos, com melhoria do fluxo, da aprendizagem e dos indicadores avaliativos. Para isso, a BNCC visa oferecer igualdade de oportunidades por meio da definição das aprendizagens essenciais que crianças e jovens precisam desenvolver ano a ano durante a Educação Básica.

### Competências gerais da BNCC

Com a missão de atender às demandas do século XXI de formar cidadãos participativos, conscientes e integrados à sociedade e ao mundo do trabalho, a BNCC propõe que, ao longo do percurso escolar, sejam desenvolvidas dez competências gerais da Educação Básica que se inter-relacionam, sobrepondo-se e interligando-se na construção de conhecimentos e habilidades e na formação de atitudes e valores. São elas:

## 1. Conhecimento

Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

## 2. Pensamento científico, crítico e criativo

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

## 3. Repertório cultural

Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

## 4. Comunicação

Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

## 5. Cultura digital

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

## 6. Trabalho e projeto de vida

Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

## 7. Argumentação

Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

## 8. Autoconhecimento e autocuidado

Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

## 9. Empatia e cooperação

Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

## 10. Responsabilidade e cidadania

Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

As dez competências gerais da Educação Básica propostas pela BNCC.

**Fontes:** BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília; DF: 2018; INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). *Competências gerais da nova BNCC*. Brasília, DF: [c. 2018]. Disponível em: http://inep80anos.inep.gov.br/inep80anos/futuro/novas-competencias-da-base-nacional-comum-curricular-bncc/79. Acesso em: 11 maio 2022.

Esse conjunto de competências gerais norteia e estrutura as competências específicas de todas as componentes curriculares, dos Temas Contemporâneos Transversais e dos Itinerários Formativos.

De nossa parte, buscamos, nesta coleção, propor atividades e situações para que os estudantes possam adquirir efetivamente as habilidades e competências específicas de Matemática, bem como as competências gerais preconizadas pela BNCC, em especial a 9.

A competência geral 9 e o conjunto das outras competências gerais prescritas na BNCC deverão ser desenvolvidos no decorrer do Ensino Fundamental (Anos Iniciais e Finais) e no Ensino Médio, explicitando o compromisso da educação brasileira com a formação humana integral e com a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

## Unidades temáticas de Matemática

A BNCC propõe profundas mudanças na educação, em todos os níveis de ensino e em todos os componentes curriculares. Com a Matemática, não seria diferente. Nessa área, a BNCC indica cinco unidades temáticas (Álgebra, Números, Grandezas e medidas, Geometria e Probabilidade e estatística), intrinsecamente relacionadas, que orientam a formulação de habilidades e competências a serem desenvolvidas, assim como objetos de conhecimento a serem explorados ao longo do Ensino Fundamental. Tais objetos de conhecimento compreendem conteúdos, conceitos e processos cognitivos referentes às habilidades.

No campo da Álgebra, o foco recai sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico. Busca-se explorar objetos de conhecimento que permitam relacionar cognição, percepção e competências socioemocionais ao reconhecimento de padrões e regularidades, associados às propriedades operatórias, às ideias de proporcionalidade e à equivalência, entre outros conceitos. Nos Anos Finais do Ensino Fundamental, as equações não são mais trabalhadas de forma técnico-procedimental, que induz à memorização de algoritmos. Pelo contrário, privilegia-se a resolução de problemas contextualizados, para os quais as ferramentas algébricas revelam sua utilidade, envolvendo ou não equações e inequações.

A unidade temática Números dá menor destaque à construção dos conjuntos numéricos, buscando criar condições para que o estudante reconheça diversas categorias numéricas e operações matemáticas e elabore estratégias de cálculo mental, sem precisar necessariamente memorizar algoritmos. Nos Anos Finais do Ensino Fundamental, os estudos iniciais são aprofundados, sobretudo no ensino das frações, com a investigação de suas diferentes concepções como número (elemento dos racionais), operador (aplicado a inteiros discretos ou contínuos) ou representante de relações parte-todo ou razão entre partes.

Essa unidade temática também apresenta estreita relação com a unidade Grandezas e medidas, valorizando mais as grandezas não convencionais, por serem mais realistas e aplicáveis a situações-problema comuns ao contexto social do século XXI. Os conceitos de comprimento, massa, capacidade, área e temperatura estão alocados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, ao passo que, nos Anos Finais, a ênfase é dada à resolução de problemas (que não é mais compreendida como uma metodologia de ensino, mas sim uma filosofia de ensino), envolvendo medidas e mensurações com diferentes unidades, padronizadas ou não. Alguns conceitos matemáticos elementares, como área e volume, permitem uma articulação intramatemática direta com a unidade temática Geometria.

Em Geometria na BNCC, os objetos de estudo relativos à Geometria Clássica permanecem, mas o destaque é dado para a Geometria das Transformações, tanto nos Anos Iniciais quanto nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Assim como acontece na Álgebra, alguns objetos de conhecimento foram antecipados para os Anos Iniciais, como simetria e semelhança, além de noções práticas de Geometria aplicadas a movimentos humanos e da natureza, de modo geral. Nos Anos Finais, a BNCC sugere articular algoritmos e fluxogramas, desenvolvendo o pensamento computacional, além do próprio pensamento geométrico.

Por fim, temos a unidade Probabilidade e estatística. Desde os Anos Iniciais, o estudante é convidado a produzir conhecimento científico, realizando investigações estatísticas, desde a escolha do tema (de relevância social, política, econômica, cultural e ambiental), o delineamento da pesquisa e a coleta de dados até a análise e a divulgação dos resultados. Gráficos estatísticos e tabelas são introduzidos, em níveis de complexidade gradativamente maiores, dos Anos Iniciais até o Ensino Médio. Nos Anos Finais, há um grande salto qualitativo no campo da Probabilidade: do reconhecimento de fenômenos aleatórios, da presença do acaso no cotidiano e da perspectiva probabilística clássica, predominantemente teórica, até uma abordagem frequentista, empírica, que demanda elaboração, execução e análise de experimentos aleatórios e simulações com recursos computacionais.

Para desenvolver o que se espera em cada unidade temática, a BNCC prevê um conjunto de objetos do conhecimento e habilidades relacionadas. É o trabalho com esses objetos e as habilidades que vai assegurar o desenvolvimento das competências específicas de Matemática, que, por sua vez, promoverá o desenvolvimento das competências gerais, conforme mostra o esquema a seguir.


ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Além dessa articulação entre unidades temáticas, objetos do conhecimento, habilidades e competências, espera-se que sejam contemplados os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs). Nesta coleção, ao se trabalhar determinado conteúdo de uma unidade temática, contextualizado de acordo com os TCTs, há nas *Orientações* neste Manual indicações ao professor para que entenda como esse conteúdo se articula com outras temáticas e, quando for o caso, com outras disciplinas.

## Competências específicas e as habilidades de Matemática para o Ensino Fundamental

Contemplar as diversas demandas apresentadas na BNCC para a área da Matemática constitui um grande desafio para os professores. No entanto, elas estão lá justamente para auxiliar os docentes, apontando direções, para que se atinjam os resultados desejados no processo de aprendizagem. As habilidades específicas de cada unidade temática, apresentadas em gradativa elevação do grau de complexidade, indicam um caminho para a organização e a gestão das situações de aprendizagem. Nesse sentido, faz-se necessário definir o que são competências e habilidades.

Uma competência pressupõe a existência de recursos mobilizáveis, mas não se confunde com eles. Nenhum recurso pertence exclusivamente a uma competência, pois pode ser mobilizado por outras. Dessa forma, a maioria dos conceitos é utilizável em muitos contextos e está a serviço de muitas intenções. Ocorre o mesmo com os conhecimentos. Philippe Perrenoud (2000) define competência como a capacidade de agir eficientemente em determinado tipo de situação, com o apoio de conhecimentos, mas sem se limitar a eles. Quase toda ação mobiliza conhecimentos, algumas vezes elementares, outras vezes complexos e organizados em rede.

Já Macedo (2009) estabelece que competência é um conjunto de saberes, de possibilidades ou de repertórios de atuação e compreensão. A BNCC, por sua vez, entende competência "como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho" (BRASIL, 2018, p. 8). Assim, as dez competências gerais definidas pela BNCC são aquelas que "[se inter-relacionam] e desdobram-se no tratamento didático proposto para as três etapas da Educação Básica [...], articulando-se na construção de conhecimentos, no desenvolvimento de habilidades e na formação de atitudes e valores". A Base também indica competências específicas por área do conhecimento, uma vez que cada uma tem suas características.

De acordo com a BNCC, o componente curricular de Matemática deve garantir aos estudantes, no decorrer dos anos do Ensino Fundamental (Anos Iniciais e Finais), o desenvolvimento das seguintes competências específicas:

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 2018, p. 267).

Sobre as habilidades matemáticas presentes na BNCC, vale a pena discutirmos alguns aspectos elementares sobre o tema. Primeiro, conforme a BNCC, as "habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos estudantes nos diferentes contextos escolares" (BRASIL, 2018, p. 29). Por mais que o professor organize as situações de aprendizagem do estudante almejando que ele desenvolva essa ou aquela habilidade, quando dá liberdade aos jovens, estes sempre apresentam respostas inusitadas. É uma grata surpresa quando, ao promover a discussão sobre as respostas, na institucionalização (BROUSSEAU, 1986), por meio de um quadro de respostas, por exemplo (SMOLE; DINIZ, 2009), o professor depara-se com uma solução mais rápida, mais prática, mais elegante, mais criativa do que a maioria dos estudantes e, às vezes, que ele mesmo pensou. Isso significa que planejamos o desenvolvimento de algumas habilidades específicas nas atividades matemáticas, mas aquelas que os estudantes desenvolverão não dependem exclusivamente do professor.

Nesta coleção, nossa intenção é consolidar, aprofundar e ampliar os conhecimentos, as habilidades, as atitudes e os valores desenvolvidos nos Anos Iniciais relacionados à Matemática. Muitas das atividades propostas estão contextualizadas às vivências dos estudantes e trabalham com observações empíricas do mundo real, a fim de que eles desenvolvam a capacidade de estabelecer relações entre essas observações e suas representações (tabelas, figuras e esquemas), fazendo induções e conjecturas.

## As competências gerais e específicas da BNCC na coleção

A presente coleção, em sua organização, possui uma estrutura que favorece o desenvolvimento das competências gerais e específicas, bem como das habilidades propostas para a Matemática, indicadas na BNCC.

Os capítulos da coleção estão agrupados em quatro unidades. A seguir, descrevemos de que modo a coleção está alinhada às competências gerais e específicas.

Toda Unidade começa e termina com um texto relacionado às vivências do estudante ou a assuntos que abordam temas ou fatos de interesse dele. Cada texto possui questões relacionadas ao tema em foco, à vida do estudante, ao que ele já sabe e a conceitos abordados no decorrer da Unidade. Desse modo, é possível "valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade [...]" (competência geral 1), permitindo aos estudantes também, "exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses [...]" (competência geral 2). Atrelada a essas duas competências gerais (1 e 2), está a competência específica 2, "desenvolver [...] a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo" (BRASIL, 2018, p. 9; p. 267).

Em alguns textos de abertura e na seção *Compreender um texto*, os estudantes lidam com diferentes manifestações artísticas (competência geral 3), valorizam a diversidade de saberes e vivências culturais (competência geral 6), argumentam com base em fatos, dados e informações confiáveis (competência geral 7) e exercitam a empatia, o diálogo e a cooperação (competência geral 9). Além disso, a seção contribui para que os estudantes compreendam as relações entre conceitos dos diferentes campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento (competência específica 3) e para que discutam diferentes questões com seus pares (competência específica 8).

Discutindo juntos e, posteriormente, compartilhando as ideias, os estudantes poderão, nas atividades em grupos ou em duplas propostas na coleção, "exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade dos indivíduos" (competência geral 9), agindo "com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários" (competência geral 10) (BRASIL, 2018, p. 10).

O trabalho em grupo e sua socialização remetem à competência específica 8 (interagir com seus pares de forma cooperativa, resolvendo as questões, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles), reforçando as competências gerais 9 e 10, citadas anteriormente.

Vários textos da coleção remetem a discussões de projetos que apresentam questões sociais, valorizando sempre a diversidade de opiniões (competência específica 7).

No desenvolvimento dos capítulos de cada Unidade, a construção dos conceitos trabalhados é feita, na maioria das vezes, com base em situações vivenciadas pelos estudantes, permitindo que eles os liguem à realidade, de modo que tenham melhor compreensão dela. Há espaços para pensar, analisar e aplicar os conhecimentos que remetem à competência geral 1, valorizando e utilizando os conhecimentos construídos pela humanidade para entender e aplicar à realidade e, assim, continuar aprendendo e colaborando com a sociedade. Dessa forma, reconhece-se que "a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, que contribui para solucionar problemas" (competência específica 1) (BRASIL, 2018, p. 267). Nos capítulos em que a história da Matemática é resgatada, permite-se compreender o percurso percorrido pela humanidade, valorizando, assim, a diversidade de saberes e vivências culturais, apropriando-se de conhecimentos e experiências (competência geral 6).

As propostas de variadas atividades para serem resolvidas ao longo dos capítulos (problemas, questionamentos, investigações, análises, descobertas, reflexões) permitem desenvolver as competências específicas 2, 3, 5 e 6, pois os estudantes, por meio delas, vão "desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes" (competência específica 2), "compreender as relações entre os conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento" (competência específica 3) e utilizarão "processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas do conhecimento" (competência específica 5). É possível também desenvolver a competência específica 6, pois, ao resolver as atividades, os estudantes podem "expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e em outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados)" (BRASIL, 2018, p. 267).

Além disso, ao resolver as atividades propostas nos capítulos, individualmente ou em grupo, o estudante poderá apresentar argumentos para suas ideias e hipóteses (competência geral 7) utilizando-se de diferentes linguagens – verbal, corporal, visual, sonora e digital – para expressar-se (competência geral 4). Essas ações dialogam com as competências específicas 2 e 5.

Se as atividades propostas forem em grupo, as competências gerais 9 e 10, já citadas anteriormente, estarão em desenvolvimento com a competência específica 8, pois, assim, os estudantes interagirão com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

A seção *Estatística e Probabilidade* e a seção *Informática e Matemática* favorecem a compreensão e a utilização das tecnologias digitais de forma significativa (competência geral 5), pois em variadas atividades é indicado o uso de *softwares* (de Geometria dinâmica e outros) para fazer investigações e construções, verificar hipóteses e organizar dados em tabelas e gráficos que representem o resultado de uma pesquisa, tornando o estudante protagonista de sua aprendizagem.

A seção *Informática e Matemática* também contribui para que os estudantes exercitem a curiosidade intelectual e desenvolvam o raciocínio lógico e o espírito investigativo para elaborar e testar hipóteses (competência geral 2 e competência específica 2). Ainda por meio dessa seção, os estudantes utilizam as tecnologias digitais para resolver problemas e validar resultados (competência específica 5).

As propostas da coleção permitem estabelecer e "compreender as relações entre os conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade)" (competência específica 3), além de possibilitar aos estudantes "fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes" (competência específica 4), utilizar ferramentas matemáticas, inclusive as digitais, para resolver os problemas propostos (competência específica 5) e “expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados)” (competência específica 6) (BRASIL, 2018, p. 267).

A competência geral 3 (“valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas”) aparece nas situações em que obras artísticas são apresentadas para facilitar a compreensão dos conceitos que estão sendo trabalhados (BRASIL, 2018, p. 9).

Na seção *Trabalho em equipe*, as diferentes propostas abordam as competências gerais 9 e 10, porque, por meio das trocas para se chegar ao produto final (proposta solicitada), estão em jogo a empatia, a cooperação, o diálogo e o respeito ao outro, acolhendo e valorizando a diversidade dos saberes e de ideias, sem preconceitos de qualquer tipo (competência geral 9). Caminham juntas a responsabilidade, a flexibilidade, a resiliência, a autonomia e a tomada de decisões com base em princípios éticos e democráticos (competência geral 10). No que se refere às competências específicas relacionadas à seção *Trabalho em equipe*, estão a 7 (“desenvolver e/ou discutir projetos que abordem questões de urgência social, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos, sem preconceitos de qualquer natureza”) e a de número 8 ("trocar com os pares, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, respeitando o modo de pensar de cada um") (BRASIL, 2018, p. 267).

Conforme algumas propostas de trabalho, pode ser atendida também a competência geral 8 (“compreender-se na diversidade humana para cuidar de sua saúde física e emocional”) (BRASIL, 2018, p. 9).

Vale ainda ressaltar que, para produzir o solicitado em cada seção, os estudantes lançarão mão de diferentes linguagens para expressar suas respostas e sintetizar e compartilhar informações, ideias e conclusões (competência geral 4 e competência específica 4).

A seção *Educação financeira* apresenta diferentes situações nas quais os estudantes, ao pensar no que fariam se a vivessem, calculam e exercitam as competências gerais 1, 2, 4, 6, 7, 9 e 10, uma vez que se utilizarão de conhecimentos historicamente construídos, recorrendo ao pensamento científico, crítico e criativo para elaborar e testar suas hipóteses, argumentando, utilizando diferentes linguagens para expressar suas ideias e valorizando a diversidade de saberes dos grupos. No que se refere às competências específicas, podem ser desenvolvidas a 1 (Matemática como fruto das necessidades do ser humano), a 2 (argumentar), a 3 (compreender as relações entre as diferentes áreas da Matemática), a 4 (fazer observações sistemáticas/argumentação), a 5 (utilizar diferentes ferramentas para resolver os problemas), a 6 (expressar as respostas utilizando diferentes registros e linguagens) e a 8 (trabalhar em grupo respeitando as diferenças) (BRASIL, 2018, p. 267).

Na seção *Para finalizar*, os estudantes vão observar, retomar, registrar e novamente terão a oportunidade de desenvolver a competência geral 1 (conhecimentos), a 2 (pensamento científico, crítico e criativo), a 4 (comunicação) e a 7 (argumentação), indo ao encontro das específicas já citadas anteriormente: 1, 2, 3, 4, 6 e 7 (discutir projetos que abordem questões sociais, valorizando a diversidade de opiniões).

A mobilização das competências gerais e específicas, fortalecida pelo desenvolvimento das habilidades, permitirá aos estudantes exercitar o “saber fazer”, utilizando-o em favor do seu crescimento pessoal como cidadão qualificado para o mundo do trabalho, participante de uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva.

A seguir, apresentamos um quadro-resumo que mostra a associação entre as competências gerais e específicas e algumas seções da coleção.

| Algumas seções da coleção | Competências gerais | Competências específicas |
|---|---|---|
| Abertura/boxe “Para começar...” | 3, 6, 7, 8, 9 e 10 | 2, 7 e 8 |
| Estatística e Probabilidade | 5, 7, 9 e 10 | 2, 3, 4, 5, 6 e 8 |
| Informática e Matemática | 2 e 5 | 2 e 5 |
| Compreender um texto | 3, 6, 7 e 9 | 3 e 8 |
| Educação financeira | 1, 2, 4, 6, 7, 9 e 10 | 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 8 |
| Trabalho em equipe | 4, 8, 9 e 10 | 4, 7 e 8 |
| Para finalizar | 1, 2, 4 e 7 | 1, 2, 3, 4, 6 e 7 |

Há vários caminhos para o desenvolvimento dessas competências. Destacamos dois: exploração dos conhecimentos prévios do estudante e resolução de problemas.

## Exploração dos conhecimentos prévios

Hoje, considera-se que o conhecimento escolar não é restrito aos conteúdos dos livros didáticos, nem somente aos conhecimentos dos professores. O estudante desse segmento já passou por diversas vivências escolares e familiares e, portanto, já acumulou certa “bagagem”. Esses conhecimentos adquiridos, na escola ou fora dela, são chamados de *conhecimentos prévios*. Para muitos teóricos, como David Ausubel, eles são considerados uma âncora na aprendizagem de um novo conceito, em que o antigo conceito é modificado ou detalhado para se obter um novo. Ou seja, o novo se integra à estrutura cognitiva do estudante, ancorando-se em um conhecimento antigo.

> Segundo Ausubel, a essência do processo de aprendizagem significativa está em que ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira não arbitrária e substantiva (não literal) ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto relevante da sua estrutura de conhecimento (i.e., um subsunçor que pode ser, por exemplo, algum símbolo, conceito ou proposição já significativo (MOREIRA; MASINI, 1982, p. 13-14).

Entendemos, então, que a aprendizagem terá significado se, antes de introduzir um novo conceito, o professor retomar um conteúdo matemático que os estudantes já dominam ou partir de uma situação do dia a dia, para que haja interação desse conhecimento com o novo.

Esse processo se contrapõe ao aprendizado mecânico, em que os estudantes devem saber resolver tipos de atividade ou decorar um conceito. A retomada de um conteúdo matemático e a conexão com um novo conceito permitem perceber algumas relações da rede de conceitos.

Outro aspecto relevante é a introdução de um conceito ancorado em uma situação cotidiana, o que, além de resgatar os conhecimentos prévios, pode ser motivador, criando um ambiente favorável ao aprendizado.

Também é preciso lembrar que o conhecimento matemático pode ser apresentado em relação com os contextos que lhe deram origem ou que demandam sua aplicação. Trata-se de um conhecimento historicamente construído, em estreita conexão com a realidade das comunidades que o produziram e com as outras ciências que nele se embasam, que lhe propõem novos problemas ou que utilizam seus instrumentos.

## Resolução de problemas

Os aspectos estruturais da Matemática abarcam conhecimentos de termos, procedimentos e conceitos usualmente ensinados nas escolas, mas também incluem saber de que forma esses aspectos são estruturados e empregados. Muitas vezes, os estudantes estão familiarizados com os aspectos estruturais da Matemática, mas não conhecem a natureza desse conhecimento ou a maneira de utilizá-lo na resolução de um problema. Eles devem ser capazes de aplicar a Matemática aprendida na escola – problemas de livros didáticos – na vida diária, em contextos menos estruturados, nos quais as instruções não são tão claras.

Mesmo havendo concordância de que um problema se caracteriza por uma situação da qual se deseja partir para, por meio de uma série de operações, chegar a um estado final, existem diferenças entre os problemas escolares e os problemas do cotidiano. Em geral, os problemas do cotidiano são mais difíceis, por ser maior a quantidade de conhecimentos necessários à sua solução. Dessa forma, a natureza do problema e o tipo de conhecimento prévio que o sujeito que executa a tarefa possui são dois fatores relevantes no estudo dos processos de solução de problemas.

Cabe destacar que um aspecto importante da representação matemática de um problema é o conhecimento prévio que os estudantes têm sobre o assunto. Segundo Chi & Glaser (1992), ao formar uma representação do problema, os estudantes recuperam na memória os procedimentos adequados à situação. É essa representação que orienta a recordação de tais procedimentos. Ao deparar com um problema, os indivíduos recorrem a esquemas já assimilados que lhes permitem formar uma representação apropriada da situação.

Os estudantes devem, assim, tomar decisões quanto à relevância de certo conhecimento naquela situação e à maneira de aplicá-lo da forma mais útil, ou seja, devem aprender a empregar a Matemática em situações diversificadas.

A resolução de problemas requer dos estudantes o uso de competências e habilidades adquiridas durante sua escolarização e em experiências de vida. O processo de resolução de problemas é chamado pela Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE), no documento *Pisa 2022 Quadro Conceptual de Matemática Draft* (2018), de modelagem matemática. Esse processo pode ser entendido em etapas:

- partir de um problema situado na realidade;
- organizá-lo de acordo com conceitos matemáticos e identificar ideias matemáticas relevantes;
- delimitar gradualmente a realidade por meio de processos, como formular premissas, generalizar e formalizar, que promovem os aspectos matemáticos da situação e transformam o problema do mundo real em um problema matemático que represente a situação;
- resolver o problema matemático;
- dar sentido à solução em termos de situação real, identificando as limitações da solução do problema real.

A modelagem matemática envolve, inicialmente, traduzir um problema da vida real para a Matemática. Esse processo inclui atividades como:

- identificar a Matemática relevante em relação a um problema situado na realidade;
- representar o problema de forma diferente, organizá-lo de acordo com conceitos matemáticos e formular premissas apropriadas;
- compreender relações entre a linguagem do problema e a linguagem simbólica e formal necessária para interpretá-lo matematicamente;
- encontrar regularidades, relações, padrões;
- reconhecer aspectos isomórficos em relação a problemas conhecidos;
- traduzir o problema para um modelo matemático.

Uma vez traduzido o problema para o modelo matemático, todo o processo deve prosseguir dentro da Matemática, empregando habilidades conhecidas. Essa parte do processo de modelagem inclui o uso de:

- diferentes representações e a conversão entre tais representações;
- linguagem e operações simbólicas, formais e técnicas;
- modelos matemáticos;
- argumentação;
- generalização.

O último passo do processo de resolução de problemas envolve a reflexão sobre todo o processo de modelagem matemática e seus resultados. Há necessidade, então, de interpretar os resultados com atitude crítica e de validar todo o processo. Nesse momento, o processo de modelagem passa da solução matemática para a solução real.

Um ponto importante é que, muitas vezes, acredita-se que as dificuldades apresentadas pelos estudantes ao ler e interpretar um problema ou exercício de Matemática estão associadas à pouca habilidade que eles têm para leitura nas aulas da língua materna. É cada vez mais importante que a leitura seja objeto de preocupação também nas aulas de Matemática, o que envolve não apenas a decodificação de termos e sinais específicos, mas também a compreensão da linguagem matemática e a organização da escrita, nem sempre similar à que encontramos nos textos da língua materna, o que exige um processo particular de leitura.

Uma das dificuldades dos estudantes ao resolver problemas está ligada à ausência de um trabalho específico com o texto do problema. O estilo com que os problemas de Matemática geralmente são escritos, a falta de compreensão de um conceito envolvido no problema, o uso de termos específicos da Matemática – que, portanto, não fazem parte do cotidiano do estudante – e até mesmo de palavras que têm significados diferentes na Matemática e fora dela – como "total", "diferença", "ímpar", "fração", "média", "volume", "produto" – podem constituir obstáculos à compreensão de um problema. É imprescindível que o professor esteja atento a isso e ciente de que uma de suas tarefas mais importantes é ajudar os estudantes a resolver um problema; e isso não é fácil, pois demanda tempo e dedicação. Os estudantes devem adquirir experiência em trabalhar de forma autônoma, mas, se forem deixados sozinhos para resolver um problema, sem a ajuda do professor, talvez não progridam. Se, no entanto, o professor ajudar demais, também não progredirão.

Um problema envolve três componentes: as situações ou os contextos em que se situa o problema, o conteúdo matemático que deve ser utilizado para resolver o problema e as competências a serem ativadas para conectar a Matemática e o mundo real em que o problema é gerado.

### *Situações ou contextos*

As situações ou os contextos em que se situam os problemas podem ser da vida real ou da própria Matemática. O contexto envolve todos os elementos para a resolução de um problema.

Um aspecto importante a avaliar é o "fazer Matemática em qualquer situação". Estudos mostram que a escolha de procedimentos e representações matemáticos depende da situação em que um problema é apresentado. Para a OCDE, há quatro tipos de contexto. São eles: o pessoal, que envolve atividades sobre o estudante, sua família ou conhecidos; ocupacional, que se relaciona ao mundo do trabalho; social, que se refere às questões da comunidade (local, nacional ou global); e científico, que são os tópicos relacionados à ciência e à tecnologia (OCDE, 2018, p. 29-30).

O contexto de um problema inclui todos os elementos detalhados usados para formulá-lo, incluindo os aspectos matemáticos.

Um problema da vida real deve oferecer um contexto autêntico para o uso da Matemática. Se uma tarefa se refere a objetos, símbolos ou estruturas matemáticas e não faz referência a termos estranhos ao mundo da Matemática, o contexto da tarefa é considerado *intramatemático*, e a tarefa é classificada como pertencente a uma situação científica. Mas os problemas encontrados nas vivências dos estudantes não são formulados em termos explicitamente matemáticos; eles se referem a objetos do mundo real. Esses contextos de tarefa são denominados *extramatemáticos*, e os estudantes precisam traduzi-los para uma forma matemática. Cabe destacar que é possível ainda introduzir nas atividades matemáticas um contexto hipotético, desde que apresente alguns dados reais, isto é, desde que não esteja tão distante da vida real, e permita o uso da Matemática para solucioná-lo.

### *Conteúdos matemáticos*

O próximo componente do mundo real que deve ser considerado é o conteúdo matemático a que os estudantes recorrem na resolução de um problema. Os conteúdos matemáticos são apresentados nos currículos em torno de grandes eixos ou temas. O documento *Pisa 2022* Quadro Conceptual de Matemática Draft destaca essa organização em quatro categorias: quantidade; incerteza e dados; variações e relações; e espaço e forma (OCDE, 2018, p. 10).

Já a BNCC orienta a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental por meio das cinco unidades temáticas – Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística –, que devem ser exploradas de forma integrada e com ênfase variável, dependendo do ano de escolarização.

### *Competências*

As competências matemáticas necessárias para resolver um problema relacionam-se com a natureza do problema, com o sistema de representações utilizado e com os conteúdos envolvidos. Quando se fala em competências matemáticas, com alguma frequência elas são identificadas com as competências elementares de cálculo ou, no máximo, com competências para efetuar algumas operações algébricas. Trata-se de uma ideia equivocada. Aprender procedimentos de cálculo isolados, por si só, não promove o contato dos estudantes com as ideias e os modos de pensar fundamentais da Matemática e não garante que sejam capazes de ativar os conhecimentos relevantes quando tiverem de enfrentar as situações-problema – mesmo as mais simples – que surgem em contextos diferentes.

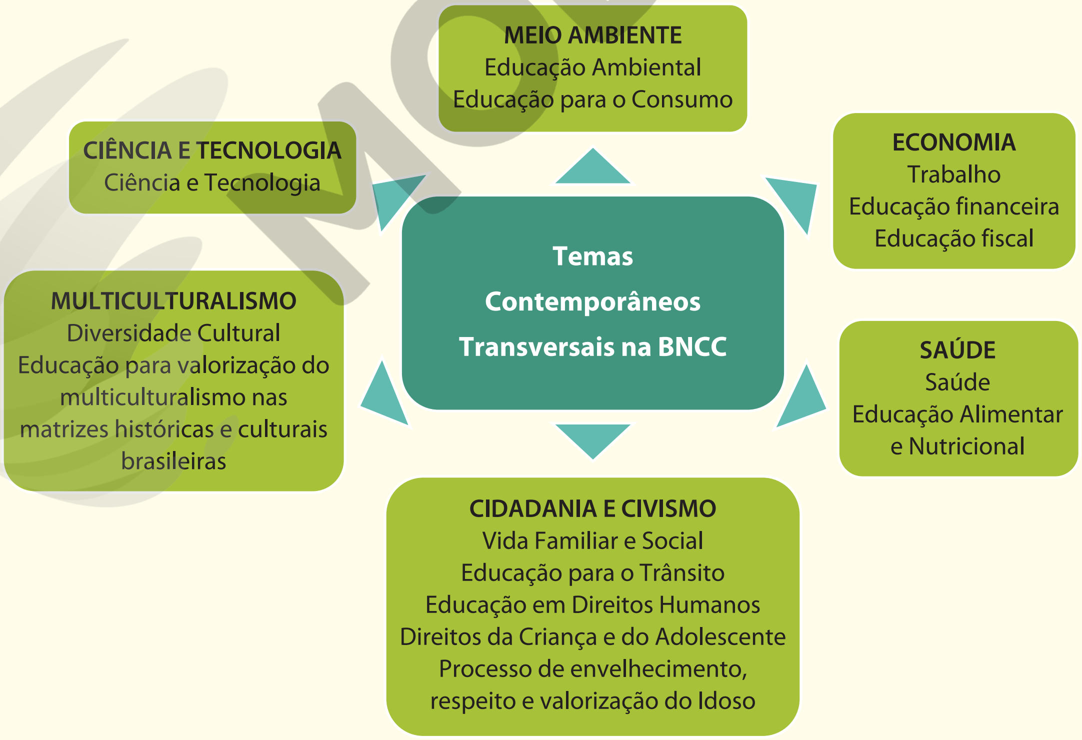
## Temas Contemporâneos Transversais (TCTs)

Para trabalhar com as mudanças preconizadas pela BNCC e garantir a aprendizagem efetiva de todas as crianças e de todos os jovens do país, esta coleção traz diferentes situações de ensino de Matemática e de contextualização desses TCTs. Neste Manual, o professor terá subsídios para fazer essa articulação entre unidades temáticas e TCTs, por meio das orientações das atividades, nas quais terão indicação de cada Tema Contemporâneo Transversal trabalhado.

Os TCTs servem para contextualizar os conteúdos a serem ensinados, de modo a trazer assuntos de interesse dos estudantes e que sejam relevantes para que se desenvolvam como cidadãos (BRASIL, 2019a, p. 7). Assim, nesta coleção os Temas Contemporâneos Transversais foram contemplados por meio de diferentes atividades, buscando garantir aquilo que a BNCC preconiza a seu respeito:

> [...] cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora (BRASIL, 2018, p. 19).

Os TCTs não se referem a uma área específica, mas a todas elas, e são eles:

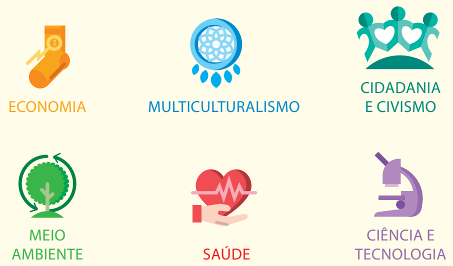



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Temas Contemporâneos Transversais da BNCC por macroáreas.

**Fonte:** BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: Contexto Histórico e Pressupostos Pedagógicos. Brasília, DF: MEC, 2019a.

Nesta coleção, os TCTs aparecem indicados por ícones, de acordo com sua macroárea.




## Letramento matemático

A BNCC, bem como os currículos que dela emergem, ressaltam a importância da promoção do letramento em suas mais diversas manifestações: financeira, cartográfica, estatística, computacional, entre outras, incluindo o multiletramento. O mundo precisa de bons leitores, de pessoas que saibam interpretar as informações com facilidade e rapidez. Isso é verdade em todas as áreas e, em Matemática, não seria diferente.

Se, nas gerações anteriores, obter acesso à informação era dificultoso, no século XXI a situação é bem diferente. Estamos imersos em dados, e muitos deles podem ter origem e qualidade duvidosas. O aprimoramento das competências leitoras instrumentaliza o cidadão a ler o mundo, a compreendê-lo melhor e, assim, ser capaz de tomar decisões assertivas embasadas em evidências científicas.

Kleiman (1995) acredita que o letramento tem poder transformador sobre a ordem social. Dá ao indivíduo empoderamento que permite o acesso e a manipulação da informação. Segundo essa autora, o termo "letramento" surgiu nos meios acadêmicos durante a busca por uma forma de separação das investigações sobre os impactos da escrita sobre a sociedade e as investigações sobre os processos individuais de alfabetização. De modo simplista, a alfabetização está para a esfera individual assim como o letramento está para a esfera social.

Soares (2016), por sua vez, aponta duas dimensões de letramento, intrinsecamente relacionadas: a individual e a social. Individualmente, a pessoa letrada é aquela que tem domínio satisfatório sobre as tecnologias mentais de ler e escrever. No que se refere à dimensão social, o letramento é compreendido como um fenômeno cultural que reúne um conjunto de atividades sociais que dependem, direta ou indiretamente, da língua escrita. Nessa perspectiva, letrado é o indivíduo capaz de participar plenamente das atividades que requerem letramento em seu grupo social e em sua comunidade. Mais do que ler e escrever, letramento implica interação social consciente e crítica. E como isso está relacionado ao letramento matemático?

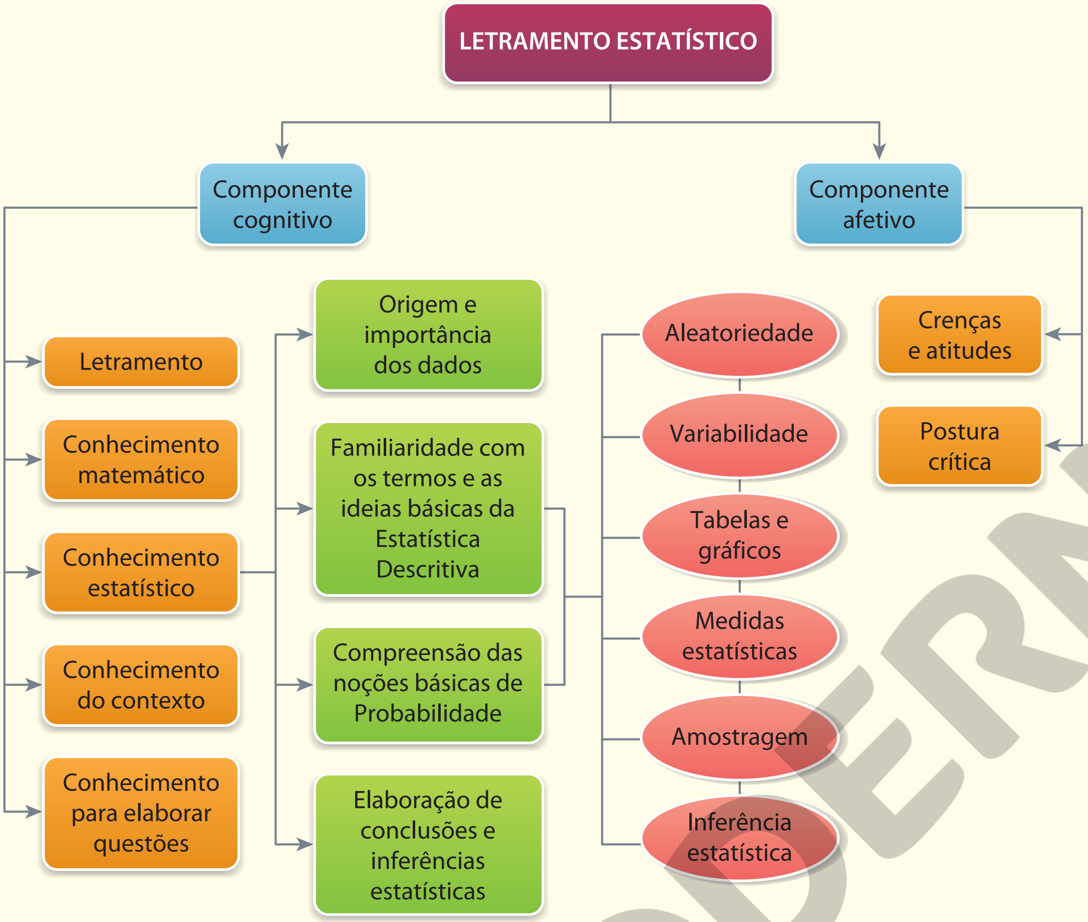
Segundo o Pisa 2022 (OCDE, 2018, p. 7), o letramento matemático é a capacidade de um indivíduo de raciocinar matematicamente e de formular, empregar e interpretar a Matemática para resolver problemas em distintos contextos reais. Incluem-se raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e predizer fenômenos. Dessa maneira, possibilita aos indivíduos reconhecer o papel que a Matemática exerce no mundo, de modo que sejam cidadãos construtivos, engajados e reflexivos que possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar decisões.

Smole e Diniz (2009, p. 15) ressaltam que "aprender Matemática exige comunicação, pois é através dos recursos da comunicação que as informações, os conceitos e as representações são veiculados entre as pessoas". Um recurso básico da comunicação, além da oralidade, é a escrita, pois possibilita o enquadramento da realidade. Ler, interpretar, reorganizar as ideias, representar graficamente (escrita em língua materna, gráficos, diagramas, tabelas, quadros), expressar ideias oralmente e argumentar com base em dados são habilidades necessárias para a autonomia plena na sociedade da informação.

Em consonância com essas ideias, a BNCC orienta:

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como o aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (BRASIL, 2018, p. 266).

Não vamos, nesse momento, nos aprofundar nessa discussão, pois ela será retomada, sempre que necessário, ao longo desta obra, mas, para ilustrar a ideia, trazemos aqui uma das facetas do letramento.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Modelo de letramento estatístico.
**Fonte:** CAZORLA, I. M.; UTSUMI, M. C. Reflexões sobre o ensino de Estatística na Educação Básica. *In*: CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. R. S. (org.). *Do tratamento da informação ao letramento estatístico*. Itabuna: Via Litterarum, 2010.



O letramento estatístico exemplifica como elementos cognitivos e afetivos, intrinsecamente relacionados às competências socioemocionais, articulam-se para ampliar a visão de mundo das pessoas – em nosso caso, do estudante, que é o centro de nossas atenções nos processos de ensino e de aprendizagem.

Tendo em vista a relevância desse tema, esta coleção se propõe a oferecer recursos didáticos para dar subsídios ao professor na gestão e no desenvolvimento de situações de aprendizagem que visem promover o letramento matemático nos estudantes, de modo que desenvolvam a capacidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar.

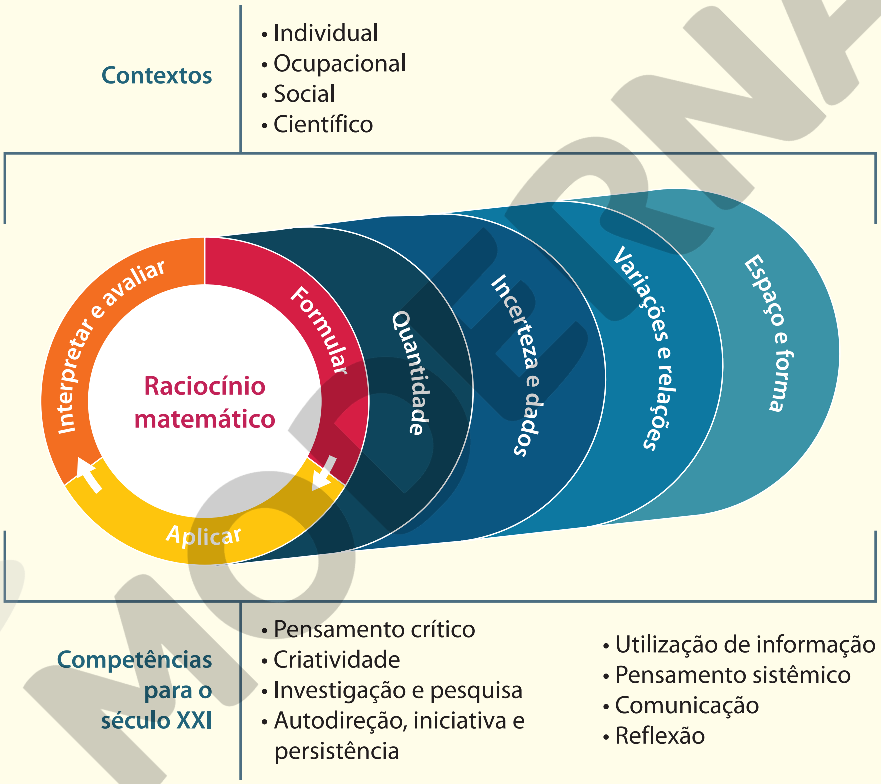
Sabemos que, muitas vezes, promover esse letramento nos estudantes é uma tarefa árdua tendo em vista as dificuldades enfrentadas no âmbito escolar. Estas podem estar relacionadas à infraestrutura da escola (desde o acesso a saneamento básico até a falta de recursos, como bibliotecas, laboratórios etc.), à realidade socioeconômica da região, aos diferentes perfis dos estudantes, entre outras. Na sala de aula, o professor tem o desafio de lidar com turmas numerosas, que abarcam estudantes dos mais diferentes perfis, podendo ser jovens com deficiências, que retornaram de evasão escolar, que conciliam trabalho e estudo, que têm diferenças significativas de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores.

Nesse sentido, uma das formas de se trabalhar com grupos grandes de forma mais eficaz é pensar nas tarefas matemáticas propostas. A professora Jo Boaler, autora do livro *Mentalidades Matemáticas*, propõe o uso das tarefas abertas, pois permitem a participação de toda a turma. Segundo ela, toda tarefa pode ser transformada em uma tarefa aberta desde que se pergunte aos estudantes "sobre suas diferentes maneiras de ver e resolver questões matemáticas e encorajando a discussão dos diversos modos de ver os problemas" (2018, p. 83). Outro ponto é oferecer diferentes opções de tarefa com distintos níveis e áreas da Matemática envolvidos, as quais são escolhidas pelo estudante e não pelo professor. É uma mudança de ponto de vista, o que possibilitará ao estudante escolher as próprias rotas de aprendizagem, "encontrando conteúdo individualizado, acompanhado por oportunidades para o trabalho em grupo e colaboração" (2018, p. 104).

Essa autora também sugere o uso das estratégias equitativas com o objetivo de tornar a Matemática mais inclusiva. Como uma forma de melhorar o desempenho coletivo, ela propõe que se ofereçam conteúdos matemáticos de alto nível a todos os estudantes e não somente àqueles que sempre tiram as melhores notas. Isso está imbricado a outra ideia que precisa ser mudada: a de que somente alguns podem ter êxito na Matemática. Por isso, é preciso oportunizar a todos – meninos e meninas, ricos e pobres, brancos, pardos e pretos – o pensar profundamente a Matemática. Isso implica, por sua vez, trazer experiências práticas, um currículo baseado em projetos e com aplicabilidade na vida real, além de trabalhar colaborativamente, o que, por sua vez, precisa ser ensinado. Trabalhar em grupo é fundamental para um bom desempenho matemático. E, por último, é preciso rever a ideia do dever de casa. Para a autora, é necessário mudar a natureza das tarefas, fazendo "perguntas que os incentive a pensar na matemática da aula e focar as ideias fundamentais" que são importantes para a aprendizagem (2018, p. 94).

## Pensamento computacional

A evolução de técnicas e tecnologias representa um desafio para a formação de cidadãos construtivos, engajados e reflexivos. Nesse sentido, o Pisa 2022 (OCDE, 2018) compreende a Matemática no contexto de um mundo em rápida mudança, em que os indivíduos formulam juízos e tomam decisões não rotineiras para utilização individual e no âmbito da sociedade em que vivem. Isso coloca em foco a capacidade de raciocinar matematicamente, que sempre fez parte do quadro conceitual do Pisa, conforme a figura a seguir.



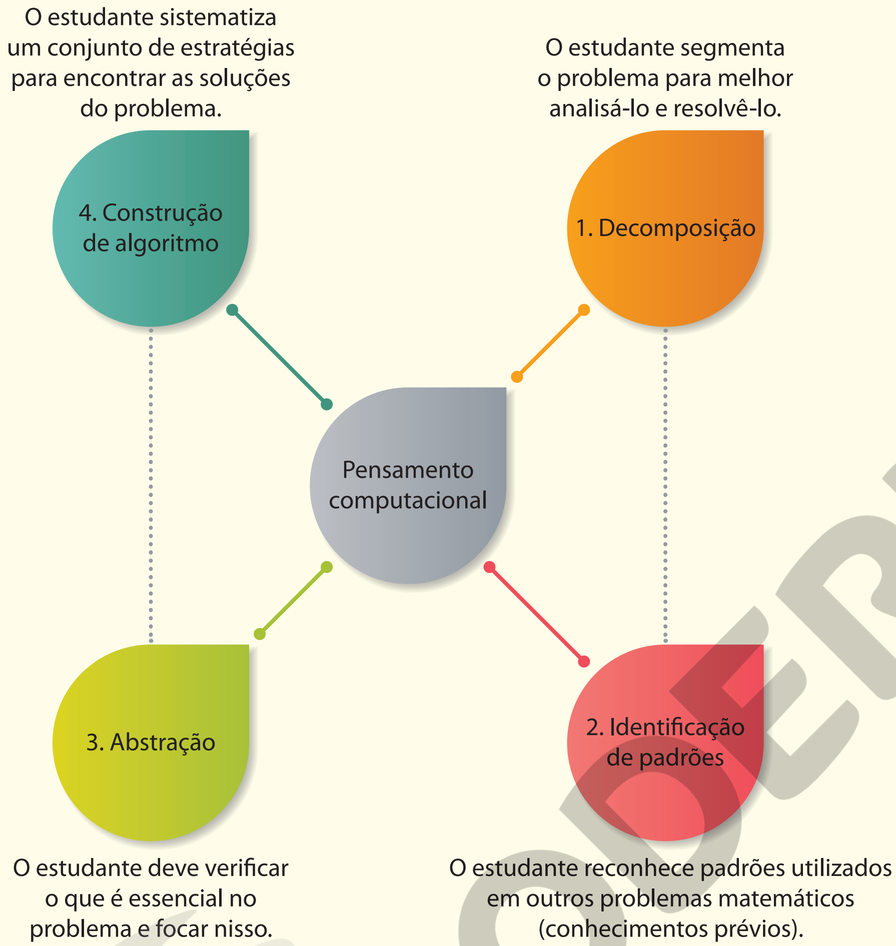

Quadro conceitual do Pisa 2022.

**Fonte:** ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). *Pisa 2022*: quadro conceptual de Matemática. 2018. Disponível em: https://pisa2022-maths.oecd.org/pt/index.html#Home. Acesso em: 2 jul. 2022.

Essa mudança tecnológica também cria a necessidade de os estudantes entenderem os conceitos de pensamento computacional que fazem parte da literacia matemática. Interpretar e avaliar na perspectiva do raciocínio matemático, segundo o Pisa 2022 (OCDE, 2018), inclui atividades em que se utilizam o pensamento matemático e o pensamento computacional para fazer previsões e fornecer evidências para argumentar, testar e comparar soluções propostas.

O conceito de pensamento computacional, de acordo com a definição de Wing (2006), está estritamente associado às ideias de resolução de problemas, design de sistemas e compreensão de comportamentos norteados por conceitos fundamentais da Ciência da Computação. Na concepção desse autor, o desenvolvimento do pensamento computacional ao longo da Educação Básica deve ser abordado nas perspectivas de conceituar em vez de programar; de contrapor habilidade fundamental e não utilitária; de complementar e combinar a Matemática com a Engenharia – ou seja, a Matemática como base de inovação para o crescimento econômico via ciência, tecnologia e engenharia –; *de gerar ideias, e não artefatos*; *de ser para todos e estar em qualquer lugar.*

O pensamento computacional configura-se como uma habilidade voltada à resolução de problemas de maneira sistemática, ou seja, uma habilidade que consiste em abstrair as informações de determinado problema, identificar padrões que geram esse tipo de problema e, finalmente, propor uma solução algorítmica, na qual se obtém a solução de uma classe de problemas por meio de uma sequência finita e bem definida de passos a serem seguidos, a exemplo da figura a seguir.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Processos cognitivos relacionados ao pensamento computacional.
**Fonte:** Os autores.



Apesar de haver indícios da transferência de competências entre os domínios da Matemática e do pensamento computacional, faz-se necessário um mapeamento no corpo de conhecimentos de ambas as áreas. A articulação entre pensamento computacional e Matemática exige clara identificação dos momentos em que essa relação pode ocorrer ao longo do currículo escolar (BARCELOS; SILVEIRA, 2012).

São exemplos dessa proximidade a ideia de variável e a identificação de padrões em sequências. Além disso, em Matemática, é muito comum encontrarmos o termo “algoritmo”; por exemplo, algoritmo da adição, algoritmo da subtração, algoritmo da divisão euclidiana e afins.

Nesse sentido, a BNCC, para a área de Matemática, enfatiza processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação e de desenvolvimento, considerados potencialmente ricos para o acréscimo de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. Este último é evidenciado na apresentação da área nas orientações de trabalho na unidade temática Álgebra conforme a seguir:

> Outro aspecto a ser considerado é que a aprendizagem de Álgebra, como também aquelas relacionadas a Números, Geometria e Probabilidade e estatística, podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, tendo em vista que eles precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa.
>
> Associado ao pensamento computacional, cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática. Um algoritmo é uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma. A linguagem algorítmica tem pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável. Outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos (BRASIL, 2018, p. 271).

Assim, em consonância com as ideias propostas na BNCC e no Pisa 2022, esta coleção dá a oportunidade de os estudantes desenvolverem noções de pensamento computacional, com a identificação de padrões, por meio de propostas de atividades ou exploração de conceitos que permitem que eles usem diferentes processos cognitivos, como analisar, compreender, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções. Esse conteúdo aparecerá em boxes, intitulados *Pensamento computacional*, ou em atividades, nas quais será identificado com o ícone de mesmo nome, que apresentam situações que ajudarão os estudantes a organizar sistematicamente o pensamento no processo de resolução de um problema. Neste Manual, haverá sugestões e orientações para o professor para o trabalho com o pensamento computacional.

## Níveis de conhecimento

Este item descreve os três níveis de conhecimento que podem ser acionados em uma atividade matemática.

Para promover uma diversidade de possibilidades, é fundamental considerar o nível de conhecimento ativado na resolução de uma questão. Sugere-se como referência a classificação de Aline Robert, que, em seu artigo "Ferramentas de análise dos conteúdos matemáticos a ensinar" (1998), classifica o tipo de conhecimento acionado pelo estudante em três níveis: técnico, mobilizável e disponível.

Os estudantes põem em funcionamento um conhecimento de nível *técnico* quando resolvem uma atividade simples que corresponde à aplicação imediata de um conhecimento. Em geral, há indicação do método a adotar.

Os descritores principais são: reproduzir atividades já praticadas e realizar operações de rotina, como "resolva a equação", "calcule a média aritmética", "identifique as arestas do cubo".

No nível de funcionamento *mobilizável*, os conhecimentos a serem utilizados estão bem identificados no enunciado da atividade, mas necessitam de alguma adaptação ou de alguma reflexão antes de serem colocados em funcionamento.

Os itens associados a esse nível de conhecimento requerem alguma evidência do conteúdo presente na tarefa, por exemplo: "Uma porção de alimento com medida de massa igual a 500 g custa R$ 12,00, e uma porção do mesmo alimento medindo 800 g custa R$ 15,00. Qual das duas porções de alimento tem o melhor preço proporcionalmente?".

O nível de funcionamento *disponível* corresponde a resolver uma situação proposta sem nenhuma indicação ou sugestão em seu enunciado. É preciso achar os conhecimentos que favorecem a resolução, como: "Em um campo de futebol com medidas de comprimento e de largura iguais a 100 m e 50 m, respectivamente, foi realizado um *show*. Todos os lugares cobertos foram vendidos, e muitos espectadores ficaram na parte descoberta. É possível estimar o número de pessoas que havia nesse *show*?".

Entendemos que, para a aprendizagem acontecer de forma significativa, o tipo de conhecimento acionado pelo estudante deve circular entre os três níveis, o técnico, o mobilizável e o disponível, dependendo do momento em que os conteúdos são explorados. Procuramos dosar isso nesta coleção.

## O processo de ensino e aprendizagem mediado pelas Tecnologias da Informação e Comunicação

O uso de tecnologias nos ambientes escolares vem se desenvolvendo intensamente nos últimos anos, com a ampliação de salas de informática e a capacitação de professores para atuar nessa área. Essa demanda está diretamente relacionada à velocidade das transformações tecnológicas vividas pela sociedade atual. A cada ano, as grandes empresas de tecnologia, que dominam o mercado mundial, divulgam e comercializam equipamentos e *softwares* cada vez mais potentes, mais ágeis, mais leves, mais interativos e mais acessíveis.

De acordo com a BNCC:

> Em decorrência do avanço e da multiplicação das tecnologias de informação e comunicação e do crescente acesso a elas pela maior disponibilidade de computadores, telefones celulares, *tablets* e afins, os estudantes estão dinamicamente inseridos nessa cultura, não somente como consumidores. Os jovens têm se engajado cada vez mais como protagonistas da cultura digital, envolvendo-se diretamente em novas formas de interação multimidiática e multimodal e de atuação social em rede, que se realizam de modo cada vez mais ágil. Por sua vez, essa cultura também apresenta forte apelo emocional e induz ao imediatismo de respostas e à efemeridade das informações, privilegiando análises superficiais e o uso de imagens e formas de expressão mais sintéticas, diferentes dos modos de dizer e argumentar característicos da vida escolar. Todo esse quadro impõe à escola desafios ao cumprimento do seu papel em relação à formação das novas gerações. É importante que a instituição escolar preserve seu compromisso de estimular a reflexão e a análise aprofundada e contribua para o desenvolvimento, no estudante, de uma atitude crítica em relação ao conteúdo e à multiplicidade de ofertas midiáticas e digitais. Contudo, também é imprescindível que a escola compreenda e incorpore mais as novas linguagens e seus modos de funcionamento, desvendando possibilidades de comunicação (e também de manipulação), e que eduque para usos mais democráticos das tecnologias e para uma participação mais consciente na cultura digital. Ao aproveitar o potencial de comunicação do universo digital, a escola pode instituir novos modos de promover a aprendizagem, a interação e o compartilhamento de significados entre professores e estudantes (BRASIL, 2018, p. 61).

Nesse novo cenário, o professor assume um papel importante, pois cabe a ele criar novas atividades e maneiras de utilizar o conhecimento, tendo nos recursos digitais a possibilidade de ampliar seu campo de ação didática.

Em relação à Matemática, o uso das tecnologias digitais é um facilitador, pois há inúmeros recursos disponíveis, como objetos de aprendizagem e *softwares*, que podem auxiliar na construção de conhecimentos matemáticos.

Nesta coleção, são propostas atividades que utilizam *softwares* de Geometria dinâmica e planilhas eletrônicas, além da calculadora. Também são indicados *sites* que complementam o processo de ensino e aprendizagem.

## Ensino e aprendizagem

A diversidade dá cor ao mundo. No campo da educação, por muito tempo, buscou-se a padronização. Alguns, em uma atitude anacrônica, ainda a perseguem. No entanto, hoje é quase consenso entre os profissionais da educação que é preciso promover a inclusão, a tolerância às diferenças e a empatia.

Conforme salienta o Parecer 11/2010,

> tem se firmado, ainda, como resultado de movimentos sociais, o direito à diferença, como também tem sido chamado o direito de grupos específicos verem atendidas suas demandas, não apenas de natureza social, mas também individual. Ele tem como fundamento a ideia de que devem ser consideradas e respeitadas as diferenças que fazem parte do tecido social e assegurado lugar à sua expressão. O direito à diferença, assegurado no espaço público, significa não apenas a tolerância ao outro, *aquele que é diferente de nós*, mas implica a revisão do conjunto dos padrões sociais de relações da sociedade,

exigindo uma mudança que afeta a todos, o que significa que a questão da identidade e da diferença tem caráter político. O direito à diferença se manifesta por meio da afirmação dos direitos das crianças, das mulheres, dos jovens, dos homossexuais, dos negros, dos indígenas, das pessoas com deficiência, entre outros, que para de fato se efetivarem, necessitam ser socialmente reconhecidos (BRASIL, 2010).

Nesse sentido, é preciso olhar cuidadosamente para o estudante dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Ele está inserido na transição entre a infância e a adolescência, período marcado por intensas e profundas mudanças nos aspectos físico, psicológico, social e emocional. Ele é um sujeito, como define a BNCC, "em desenvolvimento, com singularidades e formações identitárias e culturais próprias, que demandam práticas escolares diferenciadas, capazes de contemplar suas necessidades e diferentes modos de inserção social" (BRASIL, 2018, p. 60).

No ambiente escolar, o professor é um dos atores que mais têm contato com esse estudante, por isso o papel docente é essencial na promoção dos direitos dos estudantes (à aprendizagem, à diferença etc.). Por meio da interação do professor com seus estudantes, é possível compreender como vivem, suas necessidades, seus anseios, seu projeto de vida e o que pode motivá-los para uma aprendizagem significativa. Por meio dessa interação, é possível explorar problemas reais e buscar as informações de maneira coletiva, reconhecendo que os próprios estudantes podem ser a fonte de conhecimento. É importante encorajar a troca e a construção entre eles e se envolver em discussões e trabalhos.

O professor também é, muitas vezes, a ponte entre os estudantes e os demais profissionais da escola. Não raro, parte--se da observação do docente de um problema real em sala de aula e chega-se à sua solução em âmbito da comunidade escolar. Quando o professor se depara com estudantes de educação inclusiva, por exemplo, é possível que articule projetos que propiciem a real inclusão desses estudantes, promovendo um aprendizado de fato. Um exemplo dessa situação aconteceu no Pará, por meio do Projeto Libras na Escola, que foi viabilizado quando observou-se que estudantes surdos da Escola do Município de Vigia não tinham suas diferenças contempladas. Esse projeto expandiu-se e chegou a outras escolas. Para saber mais sobre ele, acesse o artigo "Projeto Libras na Escola e as interações inclusivas em uma comunidade escolar", de Ataíde, Furtado e Silva-Oliveira (2020), disponível na seção *Referências bibliográficas comentadas*, neste Manual.

Acreditamos que o professor deve tentar se apropriar do maior número possível de metodologias de ensino, explorando-as com os estudantes, aprendendo com eles. Diversificar estratégias de ensino permite atender de forma mais ampla turmas heterogêneas.

Em consonância com essa realidade, proliferam por todo o mundo novas metodologias de ensino. As chamadas metodologias ativas ganham força no Brasil, impulsionadas pela BNCC, oferecendo estratégias inovadoras aos docentes para que possam explorar ao máximo o potencial dos estudantes, os protagonistas de suas aprendizagens, de forma reflexiva (BACICH; MORAN, 2018).

Algumas das metodologias às quais o professor pode recorrer estão indicadas na imagem a seguir.


ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Metodologias ativas.

**Fonte:** Os autores.

Tais metodologias dão oportunidade aos estudantes de construir ativamente os conhecimentos, para empoderá-los nos processos de tomada de decisões e, assim, incentivá-los a conquistar maior autonomia, aptidão na resolução de problemas, criticidade, empatia, responsabilidade, confiança e participação em trabalho colaborativo. Elas permitem a integração entre os componentes curriculares tradicionais, os Temas Contemporâneos Transversais (BRASIL, 2019a) e os Itinerários Formativos (BRASIL, 2019b).

Nas salas de aula, estão estudantes com os mais variados perfis. Além da realidade socioeconômica de cada um, que interfere na aprendizagem do indivíduo, há características individuais que se somam ao contexto onde os estudantes estão inseridos para determinar a forma como eles se sentirão mais motivados para compreender o conteúdo. Há os cinestésicos, que privilegiam os sentidos do olfato, do tato e do paladar para registrar suas experiências. Há também estudantes com perfil auditivo, que privilegiam a oralidade, a escuta ativa, gostam de gravar palestras, assistir a vídeos, ouvir *podcasts* e de participar de *chats*, debates, rodas de conversa, saraus. Muitas vezes, gravam suas próprias ideias em vez de anotá-las. Temos ainda os estudantes com perfil visual, que se destacam ao desenhar, elaborar esquemas, gráficos, fluxogramas, que costumam grifar seus textos, copiar o que está no quadro, elaborar listas e tabelas, colorir, sublinhar e circular palavras-chave, usar mapas mentais. Finalmente, temos estudantes que se destacam na leitura e escrita: são geralmente aqueles que conseguem conciliar características dos estudantes auditivos e visuais.

Embora essa seja uma tipologia um pouco simplista e haja muitas outras categorizações possíveis, o que queremos destacar é que, por mais que o professor se esforce, sempre que optar por determinada metodologia de ensino, beneficiará mais alguns estudantes do que outros. Não há uma estratégia que contemple a todos da mesma maneira, ainda que direcionemos nossos esforços para agir com equidade e respeito às diversidades, o que nos leva de volta à nossa ideia inicial: trabalhar com múltiplas abordagens para atender aos interesses de todos os estudantes.

Hoje, novas propostas emergem no mundo pós-pandêmico. Fala-se de neurociências, *mindset*, *big data*, *machine learning*, competências socioemocionais, inteligências múltiplas (GARDNER; CHEN; MORAN, 2009). A pluralidade de estratégias, públicos e conceitos matemáticos envolvidos na implementação de metodologias ativas (BACICH; MORAN, 2018) oferece novas oportunidades de contemplar os diferentes perfis de inteligência.

Ao expor para o mundo a necessidade do reconhecimento de múltiplas inteligências, Gardner (1995) leva em conta que nem todas as pessoas apresentam os mesmos interesses, habilidades e competências, tampouco aprendem da mesma maneira, e que ninguém pode aprender tudo o que há para ser aprendido. Cabe aos educadores o desafio de tentar compreender as capacidades e os interesses dos estudantes e, tendo em vista esse conhecimento, desenvolver situações de aprendizagem e elaborar instrumentos de avaliação. Os especialistas responsáveis pela construção de propostas curriculares deveriam tentar combinar os perfis, os objetivos e os interesses dos estudantes com a organização curricular e com determinados estilos de aprendizagem. A maior preocupação de Gardner está direcionada aos estudantes que não se destacam nos testes padronizados e que, por esse motivo, são taxados como não possuidores de nenhum tipo de talento especial. Seu trabalho evidencia a necessidade de o professor oferecer oportunidades para que todos os estudantes possam brilhar, cada qual à sua maneira.

Refletindo sobre essas questões no campo da Educação Matemática Crítica, Skovsmose (2013) enaltece a criação de um currículo crítico com princípios imbuídos de valores que duelam com os currículos atuais, que são dissociados de problemas distantes do ambiente escolar. Sendo o *bullying* um tema que atinge diversas classes sociais, dentro do universo escolar, ele pode ser visto como uma possibilidade para a elaboração de atividades que podem servir de base para o desenvolvimento de projetos por meio de tarefas significativas e humanizadas.

Segundo o caderno de práticas e aprofundamentos de apoio à implementação da BNCC (BRASIL, 2019c), as competências socioemocionais como fator de proteção à saúde mental e ao *bullying* encontram-se presentes em todas as competências gerais e sugerem que as escolas as contemplem em seus currículos.

Diante dessa demanda, a educação socioemocional refere-se ao processo de entendimento e manejo das emoções, com empatia e pela tomada de decisão responsável, sinalizando que, para que isso ocorra, é fundamental a promoção desse tipo de educação nas mais diferentes situações, dentro e fora da escola, pelo desenvolvimento de competências como a habilidade de interação social, que se relaciona com as habilidades de ouvir com empatia, falar clara e objetivamente, cooperar com os demais, resistir à pressão social inadequada (ao *bullying*, por exemplo), solucionar conflitos de modo construtivo e respeitoso, bem como auxiliar o outro quando for o caso.

Em uma perspectiva de caracterização daquilo que é quantificável, Ferreira (2019) sugere que os dados matemáticos a respeito do *bullying*, por exemplo, podem se constituir de significados quando interpretados à luz das questões sociais. Com esse olhar, a investigação matemática pode ser utilizada pelo professor como metodologia ativa, visando à interpretação de dados e de informações pelos estudantes, além dos números dispostos em uma tabela. Nesse sentido, dados estatísticos a respeito do *bullying* podem nortear a compreensão do processo, do como e do porquê ele acontece. Da mesma maneira, dados históricos a respeito de casos de *bullying* podem ser interpretados em uma tentativa de compreendê-los para, porventura, abordá-los por meio da promoção de debates sobre dados estatísticos reais, que fizeram ou fazem parte da realidade.

Em uma atividade como essa, é possível envolver outros professores ou até diferentes profissionais, como psicólogos, e promover palestras ou outras ações que tratem da importância de combater os diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*.

Nessa linha, a educação socioemocional também permite a promoção da saúde mental. Segundo o *Levantamento internacional de boas práticas de saúde mental nas escolas* (2021), uma "escola promotora de saúde é aquela que se fortalece constantemente como ambiente seguro e saudável para viver, aprender e trabalhar, envolvendo aspectos físicos, socioemocionais e psicológicos, além dos resultados educacionais positivos". Assim, é importante ter em vista que devem ser pensadas ações de promoção, prevenção e recuperação da saúde mental, que devem ser adotadas em momentos oportunos (VOZES DA EDUCAÇÃO; FUNDAÇÃO LEMANN, 2021).

Nesse sentido, há algumas possibilidades de atividades que podem ser desenvolvidas para a promoção da saúde mental de modo interdisciplinar, considerando a participação de profissionais da saúde, que consistem em rodas de conversa, nas quais os estudantes treinem a habilidade de reconhecer os próprios sentimentos, de ouvir os outros de forma respeitosa e de expressar o próprio ponto de vista sobre temas relevantes a eles. Também podem ser ofertados materiais diversos que gerem um gatilho para as conversas com os estudantes, como *podcasts*, filmes, livros, artigos, histórias em quadrinhos etc.

No entanto, embora as atividades extracurriculares proporcionem um bom momento para o trabalho com as competências socioemocionais, é importante o professor ter em vista que elas devem ser estimuladas a todo momento, ou seja, todas as aulas geram oportunidades para o trabalho com as competências socioemocionais, que pode vir à tona por causa de um conflito surgido entre estudantes, de um tema proposto no livro didático, do trabalho com algum Tema Contemporâneo Transversal ou até de um assunto que esteja em voga na sociedade.

Essas novas demandas trazem desafios e oportunidades. Nesta obra, há atividades que podem e devem ser adaptadas pelos docentes de acordo com a realidade de sua escola e, dentro de uma mesma unidade escolar, de suas diferentes turmas, pois cada uma delas é singular.

Tendo tudo isso em vista, espera-se que o professor tenha um olhar para as diferenças, para as nuances das produções discentes, para as respostas divergentes, considerando que um mesmo problema matemático deve ser observado por um prisma que permite a visão de um amplo espectro de respostas, que podem ser intrinsecamente coerentes. Como diz Balacheff (1995), pode não se tratar de um erro, mas de um conhecimento deslocado de seu domínio de validade. Assim, muitas vezes, antes de avaliar o estudante, se faz necessário ouvi-lo, buscando compreender sua forma peculiar de pensamento.

## Avaliação em Matemática

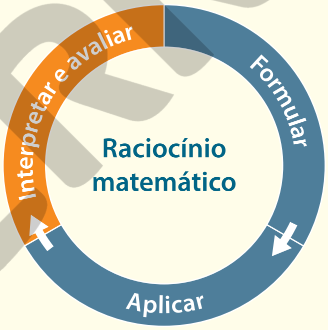
Em um cenário no qual muitos estudantes no Brasil não aprendem Matemática, a proposta apresentada pela BNCC para essa área curricular representa uma possibilidade significativa de mudança, principalmente pelo foco que tem no desenvolvimento do letramento matemático e de processos de raciocínio a ele relacionados, que permitem que se aprenda o conteúdo adequado à faixa etária, indo além do conhecimento de fatos e procedimentos. No entanto, o Instituto Reúna (2020) alerta sobre duas situações:

> A primeira diz respeito ao distanciamento existente entre as altas expectativas de aprendizagem para Matemática trazidas pelos currículos alinhados à BNCC e as aprendizagens atuais dos estudantes nessa disciplina – e esse distanciamento não é pequeno, a considerar os dados de proficiência das avaliações de escala. A segunda diz respeito à interrupção da implementação dos currículos causada pela suspensão das aulas em face da pandemia da covid-19. Juntos, esses dois aspectos podem comprometer o avanço dos estudantes na aprendizagem adequada de Matemática (p. 13).

Esse aspecto apresenta uma série de implicações imediatas para as escolhas didáticas do professor, o qual precisa ter foco nas competências e nas habilidades que deseja desenvolver nos estudantes, em especial no letramento matemático, selecionar os temas e as atividades, planejar e replanejar cuidadosamente e avaliar de modo constante. Portanto, faz-se extremamente necessário não perder de vista que planejamento e avaliação devem caminhar juntos.

As avaliações auxiliam no monitoramento permanente dos resultados de aprendizagem dos estudantes, subsidiando a tomada de decisão e o planejamento de ações com base em evidências pelos diversos atores educacionais em variadas instâncias.

O documento do Pisa 2022 propõe um ciclo de desenvolvimento do raciocínio matemático que envolve as capacidades de *interpretar* e *avaliar* sendo utilizadas na definição de literacia matemática, que se centra na capacidade dos indivíduos de refletir sobre soluções matemáticas, resultados ou conclusões e interpretá-los no contexto da vida real. Isso envolve a tradução dos resultados matemáticos em soluções adequadas e a avaliação de sua razoabilidade no contexto, conforme o ciclo proposto na figura a seguir.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Ciclo de desenvolvimento do raciocínio matemático.

**Fonte:** ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). *Pisa 2022:* Quadro Conceptual de Matemática Draft. 2022. Disponível em: https://pisa2022-maths.oecd.org/pt/index.html#Home. Acesso em: 3 jul. 2022.

Especificamente, esse processo de interpretação, aplicação e avaliação de resultados matemáticos inclui atividades de interpretar informações apresentadas na forma de gráficos e/ou diagramas; avaliar um resultado matemático; interpretar um resultado matemático no contexto do mundo real; avaliar a razoabilidade das soluções matemáticas de um problema do mundo real; entre outras.

No âmbito da Avaliação em Matemática do Pisa 2021, os resultados das avaliações são relatados em uma única escala unidimensional e subescalas para o domínio principal em cada ciclo, ao descrever as competências dos estudantes em diferentes áreas da Matemática, que permitem que os formuladores de políticas compreendam melhor o foco das atividades de remediação e mudanças no currículo. (BRASIL, 2021, p. 74-75).

Além das matrizes de avaliação em larga escala, a avaliação formativa tem sido foco de discussão contínua no âmbito educacional nacional e internacional, já que ela rompe os tipos de avaliação mensuráveis tradicionalmente adotados em diversos contextos escolares.

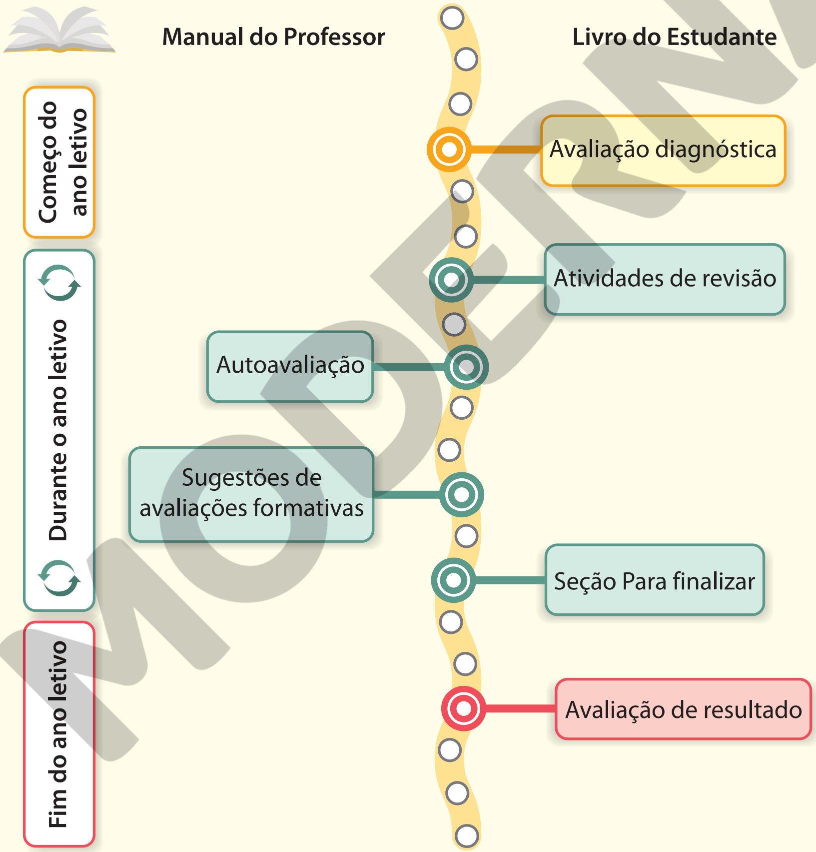
É reconhecido internacionalmente que a avaliação formativa tem ainda pouca aderência na sala de aula de Matemática, verificando-se que existe uma supremacia de práticas de avaliação somativa em detrimento de práticas avaliativas formativas (SANTIAGO *et al.*, 2012). As práticas de avaliação formativa, em particular na área de Matemática, permanece configurando-se em uma dificuldade o seu desenvolvimento de forma expressiva e continuada.

Na avaliação formativa,

> o professor investiga durante todo o tempo, na sala de aula, se os alunos estão ou não aprendendo e por quê. Essas informações servem para replanejar as atividades seguintes, de modo a atender às necessidades da turma ou de grupos de estudantes. Também permitem ao docente dar as orientações que os alunos precisam para se desenvolverem melhor, estimulando o protagonismo deles (YURIE, 2022).

Nesse aspecto, os estudos de Santos (2022) sinalizam que o *feedback* pode ser um poderoso instrumento para apoiar a aprendizagem, de modo que dá a oportunidade de o estudante voltar a pensar, a refletir sobre o que fez, decidindo como prosseguir para seu aperfeiçoamento. A avaliação formativa tem a missão de atribuir aos estudantes o papel de sujeitos coautores e participativos no desenvolvimento de sua aprendizagem e, consequentemente, no seu processo de formação.

Nesta coleção, trazemos sugestões de tipos de avaliação a serem aplicados durante o ano letivo. Para isso, faz-se necessário que o professor compreenda os instrumentos desse tipo de avaliação que visam situar o nível de desenvolvimento dos estudantes. No esquema a seguir, há as avalições sugeridas, onde encontrá-las e o momento sugerido para aplicá-las.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

A primeira avaliação proposta, para ser aplicada no início do ano letivo, é a diagnóstica, cujo objetivo é averiguar os conhecimentos e as habilidades dos estudantes trazidos de anos anteriores.

As autoavaliações, por sua vez, que são encontradas nas *Orientações*, neste Manual, ao final de cada capítulo, têm o intuito de promover a reflexão dos estudantes sobre dificuldades de aprendizagem, de modo a proporcionar a eles o agir com autonomia e a responsabilidade quanto a suas aprendizagens.

Já na seção *Atividades de revisão*, os estudantes fazem exercícios que retomam o conteúdo estudado.

No *Livro do Estudante*, encontra-se também uma seção denominada *Para finalizar*, na qual os estudantes são estimulados a organizar as ideias trabalhadas durante as seções, analisar o que foi estudado em cada capítulo da Unidade e avaliar os aprendizados, no intuito de consolidar o conhecimento adquirido. As questões apresentam-se em forma de síntese dos conceitos trabalhados nas unidades.

No que diz respeito às avaliações formativas, há uma sugestão de avaliação para cada capítulo deste volume disponível mais adiante, neste Manual. É importante avaliar a pertinência e a adequação das propostas, bem como de suas orientações, para que tanto o professor quanto o estudante estejam cientes e comprometidos com tal avaliação.

Ainda, sobre a avaliação de resultado, disponível após o último capítulo do *Livro do Estudante*, sugerimos sua aplicação no fim do ano letivo. O objetivo é averiguar os conhecimentos e as habilidades dos estudantes apreendidos durante o ano.

Para aplicar essas avaliações, sugerimos que sejam escolhidos diferentes métodos, como escrita individual, escrita em dupla, atividade oral, por meio de trabalhos ou com resolução de atividades no quadro, com jogos etc. Dessa forma, a visão da aprendizagem dos estudantes poderá ser amplificada e será possível replanejar o trabalho docente em sala de aula, caso seja necessário. Já, para colher os resultados, é importante ter em mente que as avaliações não devem ser vistas somente como mais uma prova; é preciso que sejam analisadas todas as respostas dos estudantes. Há sempre uma intencionalidade por trás de uma resposta, e elas sempre trazem uma indicação do conhecimento do estudante. Quando ele assinala certo item considerado errado, o faz por alguma razão: por confundir algum conceito, não ter ainda aquele conhecimento consolidado, ter dificuldade para interpretar a questão, entre outras razões, as quais devem ser analisadas caso a caso.

Conforme já salientado, as avaliações propostas neste material buscam averiguar a aprendizagem dos estudantes em cada fase do processo de ensino e as habilidades desenvolvidas por eles nesse percurso. Nesse sentido, vale explanar que as habilidades evidenciadas em nossas avaliações, em especial a diagnóstica, as formativas e a de resultado, foram escolhidas tendo por base os *Mapas de Foco da BNCC*, propostos pelo Instituto Reúna. Dado o recente cenário pandêmico e que os estudantes talvez apresentem defasagens em seu aprendizado, esses mapas foram criados com o intuito de identificar as habilidades da BNCC essenciais aos estudantes. Desse modo, foram assim classificadas: aprendizagens focais, aprendizagens complementares e expectativa de fluência. As aprendizagens focais são aquelas consideradas elementares para o desenvolvimento dos estudantes; são "inegociáveis e essenciais para aprender e avançar em um componente" (INSTITUTO REÚNA, 2020, p. 8) – e essas é que foram priorizadas em nossas avaliações. As aprendizagens complementares são as que podem ser desenvolvidas com as focais. Já as expectativas de fluência compreendem os conhecimentos que precisam ser mobilizados com fluência ou automaticidade no intuito de facilitar o desenvolvimento das aprendizagens focais (REÚNA, 2020).

Para que os mapas cumpram sua função de apoiar a seleção de habilidades para a flexibilização curricular, o Instituto Reúna recomenda a análise e a seleção criteriosa das habilidades classificadas como focais, por serem as mais estruturantes e essenciais para o desenvolvimento dos estudantes. Essa análise poderá oferecer elementos tanto para avaliar o que já foi trabalhado e assegurado aos estudantes quanto para projetar o futuro, definindo aquilo que será priorizado e o tempo para sua efetivação.

Além das avaliações propostas nesta coleção, o professor pode planejar outras, tendo em vista o cenário em que se encontra e a realidade de sua turma. Nesse sentido, também indicamos que sejam feitas perguntas aos estudantes após a leitura de textos – atividade que pode ser realizada em duplas, dando também margem para uma organização de trabalhos em grupo. Ainda, sugerimos que seja proposto aos estudantes em grupos que criem problemas e compartilhem com os colegas, de modo que resolvam os problemas elaborados por eles. Nessa proposta, caso não consigam resolver algum problema, peça que justifiquem o motivo: se faltou informações no enunciado, se o enunciado não era claro ou havia erros ou conflitos de informação etc., o que configura um exercício potencialmente rico para avaliarem o que é importante ter em mente ao criar um problema.

No que tange à proposta do trabalho em grupo, a avaliação do professor poderá ser efetivada com base em três aspectos, conforme a figura a seguir.


ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Aspectos a serem considerados nas avaliações em grupo.

**Fonte:** Os autores.

Caso o professor julgar necessário, poderá propor atividades que auxiliem os estudantes a superar as dificuldades diagnosticadas na compreensão dos conceitos. Nesta coleção, há atividades sugeridas que podem ser usadas para esse fim. É também sugerido que o professor adapte ou crie novas atividades, de acordo com o contexto e a realidade da turma.

# A COLEÇÃO

## Estrutura e seções

A coleção está dividida em quatro volumes, com quatro unidades cada um. A obra apresenta a seguinte estrutura: *Abertura de Unidade*, *Conteúdos*, *Atividades*, *Estatística e Probabilidade*, *Atividades de revisão*, *Compreender um texto*, *Educação financeira*, *Informática e Matemática*, *Trabalho em equipe*, *Para finalizar*, *Recorde*, *Mostre o que você aprendeu* e *Mostre o que você já sabe*.

Ao longo da obra, além de atividades e problemas envolvendo situações contextualizadas, a coleção propõe o uso da calculadora, a resolução de desafios, o trabalho em grupo, o cálculo por estimativa e os cálculos mentais. A obra incentiva os estudantes a raciocinar, relacionar ideias, usar a experiência adquirida fora da escola, refletir sobre a resolução de problemas e sobre os procedimentos utilizados para chegar à solução, produzir análises críticas, criativas e propositivas e desenvolver as capacidades de argumentar e de inferir.

### *Abertura*

Em todas as unidades, há uma página de abertura.

A principal função da *Abertura* é servir de ligação entre o que os estudantes já sabem e o que devem saber ao final da Unidade. Por esse motivo, em cada uma há o boxe *Para começar...*, cuja finalidade é identificar os conhecimentos prévios deles. As atividades desse boxe podem ser discutidas em grupo, e suas conclusões, compartilhadas com a turma.

### *Conteúdo e atividades*

Em todas as unidades, procura-se desenvolver os conteúdos de forma clara e precisa, ampliando-os a cada abordagem e proporcionando, assim, uma visão global do assunto. Os conteúdos estão subdivididos em tópicos, intercalados por seções de atividades que exploram o conteúdo tratado naquele tópico.

No trabalho com os conteúdos, há questionamentos variados em boxes, como *Para analisar*, *Para resolver*, entre outros, que têm o objetivo de levar os estudantes à reflexão, à investigação, ao aprofundamento ou à dedução de algo que continuará estudando. Na seção *Atividades*, o objetivo é apresentar situações em que o conteúdo pode ser aplicado. Elas são organizadas da mais fácil para a mais difícil, incentivando os estudantes a raciocinar.

As atividades propostas envolvem os três níveis de conhecimento que podem ser acionados na resolução de uma questão: os conhecimentos de nível *técnico*, em propostas de atividades simples, que correspondem a aplicações imediatas do conhecimento desenvolvido no tópico; os conhecimentos de nível *mobilizável*, identificados no enunciado da atividade, mas que necessitam de reflexão antes de ser colocados em funcionamento; e os conhecimentos de nível *disponível*, que correspondem a situações propostas sem nenhuma indicação de resolução em seu enunciado.

A seguir, apresentamos um exemplo de cada tipo de atividade.

| Técnico | Mobilizável | Disponível |
|---|---|---|
| Atividade **3**, página 24.<br>Volume: 6º ano | Atividade **5**, página 40.<br>Volume: 6º ano | Atividade **8**, página 41.<br>Volume: 6º ano |
| Escreva no caderno os seguintes números usando símbolos romanos:<br>**a)** 97<br>**b)** 149<br>**c)** 1 500<br>**d)** 3 560 | Lúcia e Carla trabalham em um mesmo escritório. Lúcia é projetista e recebe um salário de 2 950 reais. Carla é advogada e recebe 500 reais a mais que Lúcia. Qual é o valor do salário de Carla? | Observe o contracheque de Mariana e responda à questão.<br><br>MARCELO CASTRO/ARQUIVO DA EDITORA<br>• Qual é o salário de Mariana? |
| Respostas:<br>**a)** XCVII **c)** MD<br>**b)** CXLIX **d)** MMMDLX | Resposta: 3 450 reais. | Resposta: 1 600 reais. |

Entre as atividades, destacamos algumas especiais, que são os **desafios** e as atividades de **calculadora** e de **cálculo mental**, distribuídas por toda a coleção, em momentos variados.

### *Recorde*

Esta seção foi elaborada para ajudar você, professor, a identificar as possíveis dificuldades, individuais ou coletivas, em relação aos principais conteúdos estudados em anos anteriores, considerados pré-requisitos para as habilidades que serão desenvolvidas neste volume. Esperamos que esta seção contribua com o diagnóstico para que você possa avaliar a necessidade de intervenções ou retomada de algum conteúdo. A maneira como os estudantes demonstram entendimento sobre o assunto, os registros e os cálculos dão indícios dos principais equívocos cometidos por eles.

#### *Mostre o que você já sabe*

Por meio desta seção, que está localizada no início do volume, vai ser possível fazer uma avaliação diagnóstica dos conhecimentos prévios dos estudantes. As questões que compõem essa avaliação são de múltipla escolha, sempre com quatro alternativas, sendo três distratores e uma resposta correta. O conteúdo das questões é relativo ao que foi trabalhado no ano anterior, mas tem relação com alguma habilidade importante do ano corrente.

#### *Mostre o que você aprendeu*

A exemplo da seção *Mostre o que você já sabe*, que busca dar um diagnóstico dos conhecimentos prévios dos estudantes, esta seção, *Mostre o que você aprendeu*, tem a intenção de avaliar o que eles aprenderam durante o ano letivo. Por essa razão, ela aparece sempre no fim do volume. As questões que compõem essa avaliação são de múltipla escolha, sempre com quatro alternativas, sendo três distratores e uma resposta correta. O conteúdo das questões é relativo ao que foi trabalhado no ano corrente.

### *Estatística e Probabilidade*

A sociedade contemporânea exige a seleção e a análise de uma diversidade de informações. A Estatística, com seus conceitos e métodos para coletar, analisar e organizar dados, tem se revelado um poderoso aliado para compreender a realidade. Por esse motivo, a seção *Estatística e Probabilidade* recebeu destaque nesta coleção.

Os conhecimentos que esta seção explora referem-se à capacidade de analisar índices, fazer sondagens, escolher amostras e outras situações importantes ao cotidiano.

### *Atividades de revisão*

As atividades de revisão proporcionam aos estudantes a oportunidade de retomar os conteúdos estudados no capítulo. Muitas dessas atividades são contextualizadas tendo como base assuntos do interesse deles.

O uso desta seção deve se adequar ao planejamento do curso e ao andamento de cada turma; ela pode ser trabalhada em grupo, como atividade para ser realizada em casa ou indicada como opcional.

### *Compreender um texto*

Na seção *Compreender um texto*, é apresentado um texto de interesse dos estudantes, acompanhado de atividades. Essas atividades estão relacionadas à compreensão do texto e aos assuntos matemáticos tratados na Unidade.

O trabalho com textos não pode ser restrito à área de Língua Portuguesa. É importante que todos os professores, incluindo os de Matemática, trabalhem as competências leitora e escritora, pois elas devem ser desenvolvidas pela escola como um todo. Atualmente, muitos textos de circulação social, como reportagens, informativos variados e relatórios, quase sempre são acompanhados de números, e a não apropriação da grandeza numérica envolvida, ou ainda da noção de porcentagem, por exemplo, inviabiliza sua compreensão.

### *Educação financeira*

Na seção *Educação financeira*, apresenta-se uma situação cotidiana que envolve finanças e, a partir daí, são discutidas possibilidades para resolver e enfrentar a situação – os estudantes devem se imaginar naquela situação (*O que você faria?*) e procurar soluções. Depois, em *Calcule*, são apresentadas algumas atividades referentes à situação inicial ou alguma similar. E, em *Reflita*, os estudantes são questionados sobre suas ações e atitudes diante de determinadas situações financeiras.

O foco dessas discussões não são conceitos como juro e porcentagem, mas a postura como consumidor. São abordadas questões como consumo consciente, controle da impulsividade diante de tantas opções e direitos e deveres do consumidor.

### *Informática e Matemática*

Esta seção trabalha os conteúdos matemáticos por meio de tecnologias digitais como *softwares* de Geometria dinâmica, planilhas eletrônicas etc. Ela é composta de duas partes: *Construa* e *Investigue*. Em *Construa*, é apresentado um texto instrucional para que os estudantes sigam os passos e construam as figuras solicitadas. Após a construção, em *Investigue*, por meio das ferramentas do *software*, que permitem uma vasta possibilidade de testes e análises, eles podem medir, investigar e levantar hipóteses a respeito da figura que construíram, o que fomenta a discussão e a interação entre eles e o aprofundamento do conteúdo estudado.

### *Trabalho em equipe*

A seção *Trabalho em equipe*, como o próprio nome diz, é muito importante para o desenvolvimento de atitudes como saber esperar sua vez de falar, comprometer-se com uma tarefa, ajudar os colegas, lidar com diferentes opiniões, fazer uma exposição oral com desenvoltura etc. Em todas as unidades, essa seção apresenta os objetivos, a justificativa, o produto do trabalho e algumas orientações para que a atividade seja realizada a contento.

### *Para finalizar*

A seção *Para finalizar* é dividida em duas partes. Em *Organize suas ideias*, os estudantes fazem uma retrospectiva do que aprenderam na Unidade e respondem a algumas questões. Dessa forma, fazem uma autoavaliação, e o professor pode acompanhar o progresso de suas turmas. Em *Para conhecer mais*, sugerimos a leitura de livros e *sites* que complementam os assuntos explorados na Unidade para enriquecer o conteúdo matemático.

## As habilidades da BNCC na coleção

A seguir, são apresentados quadros que relacionam os capítulos da coleção aos objetos de conhecimento e às habilidades a serem desenvolvidas no 9º ano, segundo a BNCC.

Essas correlações também aparecem indicadas nas orientações página a página do manual em formato lateral.

| A unidade temática *Números* no 9º ano | | |
|---|---|---|
| **Objetos de conhecimento** | **Habilidades** | **Capítulos do livro** |
| Necessidade dos números reais para medir qualquer segmento de reta<br><br>Números irracionais: reconhecimento e localização de alguns na reta numérica | (EF09MA01) Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade). | Capítulo 1<br>Capítulo 6 |
| | (EF09MA02) Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica. | Capítulo 1 |
| Potências com expoentes negativos e fracionários | (EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários. | Capítulo 2 |
| Números reais: notação científica e problemas | (EF09MA04) Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações. | Capítulo 2 |
| Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos | (EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira. | Capítulo 2 |

**Fonte:** BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 316-317.

| A unidade temática *Álgebra* no 9º ano | | |
|---|---|---|
| **Objetos de conhecimento** | **Habilidades** | **Capítulos do livro** |
| Funções: representações numérica, algébrica e gráfica | (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. | Capítulo 8<br>Capítulo 9 |
| Razão entre grandezas de espécies diferentes | (EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica. | Capítulo 9 |
| Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais | (EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas. | Capítulo 9 |
| Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis<br><br>Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações | (EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau. | Capítulo 4<br>Capítulo 7 |

**Fonte:** BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 316-317.

| A unidade temática *Geometria* no 9º ano | | |
|---|---|---|
| **Objetos de conhecimento** | **Habilidades** | **Capítulos do livro** |
| Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal | (EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. | Capítulo 5 |
| Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo | (EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de *softwares* de geometria dinâmica. | Capítulo 3 |
| Semelhança de triângulos | (EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes. | Capítulo 5 |
| Relações métricas no triângulo retângulo<br><br>Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração<br><br>Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais | (EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. | Capítulo 6 |
| | (EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes. | Capítulo 5<br>Capítulo 6 |
| Polígonos regulares | (EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também *softwares*. | Capítulo 3 |
| Distância entre pontos no plano cartesiano | (EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano. | Capítulo 6 |
| Vistas ortogonais de figuras espaciais | (EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva. | Capítulo 10 |

**Fonte:** BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 318-319.

| A unidade temática *Grandezas e medidas* no 9º ano | | |
|---|---|---|
| **Objetos de conhecimento** | **Habilidades** | **Capítulos do livro** |
| Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas<br><br>Unidades de medida utilizadas na informática | (EF09MA18) Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros. | Capítulo 2 |
| Volume de prismas e cilindros | (EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas. | Capítulo 10 |

**Fonte:** BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 318-319.

| A unidade temática *Probabilidade e Estatística* no 9º ano | | |
|---|---|---|
| **Objetos de conhecimento** | **Habilidades** | **Capítulos do livro** |
| Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes | (EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos. | Capítulo 9 |
| Análise de gráficos divulgados pela mídia: elementos que podem induzir a erros de leitura ou de interpretação | (EF09MA21) Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros. | Capítulo 7 |
| Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos | (EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central. | Capítulo 2<br>Capítulo 3<br>Capítulo 5<br>Capítulo 6 |
| Planejamento e execução de pesquisa amostral e apresentação de relatório | (EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas. | Capítulo 4<br>Capítulo 10 |

**Fonte:** BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 318-319.

## Os Temas Contemporâneos Transversais na coleção

Os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs) foram assim distribuídos no 9º ano.

| Macroáreas | Temas | Livro 9 |
|---|---|---|
| | Educação Ambiental | Capítulo 2<br>Capítulo 4<br>Capítulo 5<br>Capítulo 6<br>Capítulo 9 |
| | Trabalho | Capítulo 2<br>Capítulo 4<br>Capítulo 5 |
| | Educação Financeira | Capítulo 2<br>Capítulo 7<br>Capítulo 8 |
| | Saúde | Capítulo 8 |
| | Vida Familiar e Social | Capítulo 6 |
| | Educação para o Trânsito | Capítulo 6 |
| | Educação em Direitos Humanos | Capítulo 2<br>Capítulo 3<br>Capítulo 5<br>Capítulo 7 |
| | Direito da Criança e do Adolescente | Capítulo 8 |
| | Ciência e Tecnologia | Capítulo 2<br>Capítulo 6<br>Capítulo 9 |

## SUGESTÕES DE CRONOGRAMAS

O quadro a seguir oferece possibilidades de trabalho com os capítulos do volume 9 da coleção durante o ano letivo. O professor pode e deve se sentir à vontade para adaptar as sugestões aqui indicadas de acordo com a realidade e as necessidades da turma e da escola.

O arranjo desse quadro possibilita ao professor a previsão de uma organização bimestral, trimestral ou semestral.

| | Sugestões de cronogramas (bimestral, trimestral e semestral) | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **Capítulos do volume 9** | **Bimestres** | **Trimestres** | **Semestres** |
| **Unidade 1** | **Capítulo 1** – Números reais | 1º bimestre | 1º trimestre | 1º semestre |
| | **Capítulo 2** – Potenciação e radiciação | | | |
| | **Capítulo 3** – Circunferência | | | |
| **Unidade 2** | **Capítulo 4** – Produtos notáveis e fatoração | 2º bimestre | | |
| | **Capítulo 5** – Semelhança | | 2º trimestre | |
| **Unidade 3** | **Capítulo 6** – Relações métricas no triângulo retângulo | 3º bimestre | | 2º semestre |
| | **Capítulo 7** – Equações do 2º grau | | | |
| **Unidade 4** | **Capítulo 8** – Funções | 4º bimestre | 3º trimestre | |
| | **Capítulo 9** – Função afim | | | |
| | **Capítulo 10** – Figuras geométricas não planas e medida de volume | | | |



## Justificativa dos objetivos

### Unidade 1 (capítulos 1, 2 e 3)

Nesta Unidade, serão trabalhados os objetos de conhecimento relacionados às unidades temáticas Números, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF09MA01, EF09MA02, EF09MA03, EF09MA04, EF09MA05, EF09MA11, EF09MA15, EF09MA18 e EF09MA22.

Após a retomada dos conjuntos numéricos (naturais, inteiros e racionais), o conjunto dos números irracionais é introduzido, apoiado em exemplos envolvendo a unidade temática Geometria, empregando números irracionais para representar a medida de comprimento do lado de um triângulo ou a relação entre a medida de comprimento de uma circunferência e a medida de seu diâmetro, por exemplo. Em seguida, a ideia do conjunto dos números reais como a união do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais é explorada, bem como a localização de números reais na reta numérica.

O trabalho com a notação científica é feito de modo a evidenciar sua aplicação em diversas áreas do conhecimento e nos meios de comunicação. Aliada à conveniência de expressar números muito grandes ou muitos pequenos utilizando uma potência de base 10, a notação científica também é explorada considerando o trabalho com as unidades de medidas.

O conceito de porcentagem é explorado em diversas situações, inclusive as relacionadas à educação financeira, propiciando o uso de diferentes representações (na forma de fração e decimal) e da calculadora, mobilizando-o posteriormente na resolução de problemas.

O estudo da circunferência e do círculo antecedem a exploração de ângulos e de polígonos inscritos em uma circunferência, tanto com instrumentos de desenho quanto com um *software* de Geometria dinâmica.

A representação gráfica de um conjunto de dados é objeto de estudo, a princípio explorando os gráficos de barras e a média aritmética, seguida pela interpretação dessas informações apoiando-se em contextos atuais e necessários, permitindo a discussão e a reflexão de assuntos como a remuneração por região, por gênero, por cor ou raça. Depois de explorar a mediana e a moda de um conjunto de dados, será possível analisar qual medida de tendência central é mais adequada para representar um conjunto de dados.

### Unidade 2 (capítulos 4 e 5)

Nesta Unidade, serão trabalhados os objetos de conhecimento relacionados às unidades temáticas Álgebra, Geometria e Probabilidade e estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF09MA09, EF09MA10, EF09MA12, EF09MA14, EF09MA22 e EF09MA23.

As expressões algébricas são exploradas com o estudo dos produtos notáveis e do processo de fatoração. O trabalho é desenvolvido com base nas representações geométricas e algébricas de modo que os estudantes possam compreender os produtos notáveis e suas relações com os processos de fatoração de expressões algébricas.

Após a retomada das relações entre os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal e os conceitos de razão e proporção, o estudo sobre semelhança é introduzido de maneira que os estudantes possam desenvolver a noção de ampliação e redução de figuras semelhantes e analisar a razão entre as medidas dos perímetros ou entre as medidas de áreas de dois polígonos semelhantes. Seguindo os estudos, são trabalhadas as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes. A introdução do teorema de Tales e sua aplicação para resolver problemas finalizam o estudo de Geometria.

Por fim, em Probabilidade e estatística, os principais tipos de pesquisa amostral são apresentados aos estudantes e é proposto a eles que planejem e executem uma pesquisa amostral envolvendo um tema social. Dessa maneira, eles são levados a refletir e entender os passos necessários para o planejamento e a realização de uma pesquisa, de que maneira ocorrerá o levantamento de dados e como serão apresentados. Também faz parte do estudo a leitura e interpretação de gráficos que se completam, em que os estudantes poderão analisar dados em diferentes representações gráficas.

### Unidade 3 (capítulos 6 e 7)

Nesta Unidade, serão trabalhados os objetos de conhecimento relacionados às unidades temáticas Números, Álgebra, Geometria e Probabilidade e estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF09MA01, EF09MA09, EF09MA13, EF09MA14, EF09MA16, EF09MA21 e EF09MA22.

No campo de Geometria, as relações métricas do triângulo retângulo são abordadas em uma proposta que visa, inicialmente, familiarizar os estudantes com esse tipo de raciocínio e, posteriormente, dá subsídios para que desenvolvam o espírito investigativo, demonstrando o teorema de Pitágoras com base em uma dessas relações. O trabalho é proposto de forma coletiva, a fim de que produzam argumentos convincentes, interagindo de forma cooperativa para resolver o que lhes foi proposto.

As aplicações do teorema de Pitágoras são exploradas em diferentes contextos, por meio da resolução e elaboração de problemas. Em contextos próprios da matemática, explora-se a medida de distância entre dois pontos no plano cartesiano e a determinação do ponto médio de um segmento de reta.

O estudo das equações do 2º grau é abordado na Unidade especialmente por meio de situações que envolvem a determinação de medidas de comprimentos de lados de retângulos (incluindo os quadrados), com base na medida de sua área. Abordagens de aplicação prática contribuem para que os estudantes reconheçam a matemática como resultado das necessidades e preocupações de diferentes civilizações e como ciência que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos. Entre os métodos de resolução de equações do 2º grau completas, a fatoração de trinômios quadrados perfeitos é explorada, com base em suas relações com os produtos notáveis.

O trabalho com a escolha e a construção de gráficos para apresentação de dados de pesquisas é tratado de forma abrangente com o auxílio de planilhas eletrônicas, desenvolvendo a habilidade de conhecer as especificidades de cada um: gráficos de linhas, de setores e de colunas. Quanto mais os estudantes desenvolvem essa habilidade, mais provável que se tornem mais críticos em relação a notícias veiculadas pela mídia por esses meios, sendo capazes de identificar aqueles que são manipulados para apresentar uma ideia equivocada ou que induza o interlocutor ao erro de interpretação de forma intencional.

### Unidade 4 (capítulos 8, 9 e 10)

Nesta Unidade, serão trabalhados os objetos de conhecimento relacionados às unidades temáticas Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF09MA06, EF09MA07, EF09MA08, EF09MA17, EF09MA19, EF09MA20 e EF09MA23.

A ideia de função é apresentada de forma contextualizada com base na relação entre duas grandezas. A formalização do conceito possibilita aos estudantes identificar que tais relações só são funções quando se trata de relações de dependência unívoca entre duas variáveis. No decorrer do estudo são abordadas diferentes formas de representação de funções (numéricas, gráficas ou algébricas), contribuindo para a utilização e transição entre diferentes registros e linguagens para expressar respostas e apresentar soluções de problemas.

Um Capítulo específico é destinado ao trabalho com funções afins. Nessa proposta, as funções lineares, caso particular de função afim, são apresentadas em conexão com situações que envolvem relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas, como escalas de mapas e plantas, e outras em contextos sociais e ambientais.

As unidades temáticas Geometria e Grandezas e medidas são exploradas de forma conjunta, ao abordar as figuras geométricas não planas e o cálculo de medida de volume de algumas delas. Nesse trabalho, os estudantes desenvolvem habilidades que lhes permite reconhecer vistas ortogonais e utilizar esse conhecimento para desenhar em perspectiva. Também resolvem e elaboram problemas envolvendo medidas de volumes de prismas, de pirâmides, de cilindros e de cones.

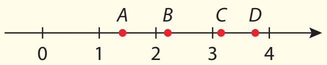
No trabalho com probabilidade, são propostas situações para que os estudantes identifiquem eventos dependentes e eventos independentes em experimentos aleatórios e aprendam a calcular as probabilidades de ocorrência em cada um desses dois casos.

## Sugestões de avaliação formativa

### Capítulo 1 – Números reais

| Objetivos | Questões |
|---|---|
| Identificar números reais na reta numérica. | 1 |
| Reconhecer características de números naturais, racionais e irracionais. | 2 |
| Reconhecer a relação de pertinência entre os conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais. | 3 |
| Obter a representação decimal (dízima periódica) de uma fração. | 4 |
| Verificar se um número é natural, inteiro ou racional. | 5 |
| Construir um pictograma a partir dos dados de uma tabela. | 6 |

**1.** Associe os números à sua posição aproximada na reta numérica, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

I) $2,\overline{3}$  II) $\pi$  III) 3,7641...  IV) $\sqrt{2}$

**2.** Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras (V) ou falsas (F).

a) Todo número irracional tem um único ponto correspondente na reta numérica, e todo ponto da reta numérica corresponde a um único número irracional.

b) A representação decimal de $\frac{3}{4}$ é finita.

c) Entre dois números naturais, sempre existe pelo menos um número racional.

d) Na representação decimal de $3,\overline{45}$, o período 345 se repete infinitamente.

e) O primeiro número da sequência dos números naturais é o 1.

3. Copie e complete a frase a seguir, substituindo cada ■ pelo conjunto numérico: $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ ou $\mathbb{Q}$.

| |
|---|
| ■ é um subconjunto de ■, que, por sua vez, é um subconjunto de ■. |

4. Identifique a alternativa que contém a dízima periódica correspondente à fração $\frac{2}{3}$.

a) $2,\overline{3}$ b) $0,\overline{6}$ c) $1,\overline{5}$ d) $0,\overline{3}$

5. Entre os números a seguir indique quais são:
• naturais; • inteiros; • racionais.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | –5 | 3,25 | $\frac{1}{3}$ | $1,\overline{35}$ | $\sqrt{2}$ | $\phi$ | $\pi$ |

6. Construa um pictograma para representar os dados da tabela a seguir.

| Quantidade de ovos de Páscoa vendidos na loja de Marlene | |
|---|---|
| **Ano** | **Quantidade de ovos** |
| 2018 | 250 |
| 2019 | 350 |
| 2020 | 400 |
| 2021 | 500 |

Dados obtidos pela loja de Marlene em dezembro de 2021.

### *Resoluções e comentários da avaliação*

1. Caso os estudantes apresentem respostas diferentes da esperada, é possível que demonstrem dificuldade no reconhecimento de alguns números reais ou no arredondamento do número para a primeira casa decimal. Alguns deles podem fazer a associação *B*-IV, talvez por considerar que $\sqrt{2}$ é o número mais próximo de 2 entre as opções, ou a associação *C*-III, talvez por desconhecer ou não se recordar do valor aproximado de $\pi$.
*A*-IV; *B*-I; *C*-II; *D*-III

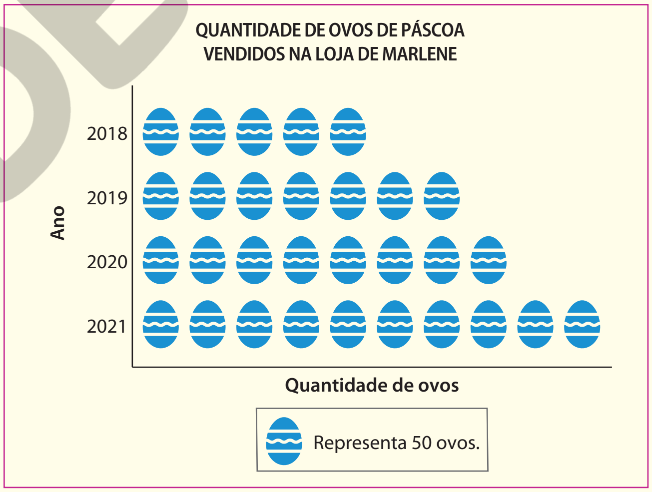
2. Possíveis equívocos estão relacionados ao conceito de dízima periódica, à representação de uma fração na forma decimal, ao reconhecimento do número zero como elemento do conjunto dos números naturais, à associação dos números racionais e irracionais a pontos na reta numérica, entre outros. Por exemplo, alguns estudantes podem julgar a alternativa **c** como falsa, talvez por acharem que, na reta numérica com números naturais não há outros números. Se possível, promova um momento de discussão para que os estudantes justifiquem as alternativas que julgam ser falsas.
verdadeiras: **b**, **c**; falsas: **a**, **d**, **e**

3. Para resolver a questão, o estudante precisa reconhecer a representação simbólica dos conjuntos dos números naturais ($\mathbb{N}$), inteiros ($\mathbb{Z}$) e racionais ($\mathbb{Q}$); saber que todo elemento do conjunto $\mathbb{N}$ é também elemento do conjunto $\mathbb{Z}$, que todo elemento do conjunto $\mathbb{Z}$ é elemento do conjunto $\mathbb{Q}$; e associar essa relação ao conceito de subconjunto. Alguns estudantes podem se equivocar e considerar a relação inversa, talvez por se confundirem com a notação ou com a ideia de subconjunto.
$\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$; $\mathbb{Q}$

4. O estudante que indicou as alternativas **a** ou **d** talvez não tenha feito cálculo algum e associou o numerador e o denominador da fração aos algarismos que compõem a dízima periódica. Já o estudante que optou pela alternativa **c** possivelmente reconhece que a forma de fração pode representar o quociente do numerador pelo denominador da fração, mas inverteu a posição de um pelo outro e efetuou o cálculo 3 : 2 em vez de 2 : 3. Em todo caso, é importante que fique claro para os estudantes que a representação de um número racional sempre será finita ou infinita periódica. Se julgar necessário, dê outros exemplos.
alternativa **b**

5. Espera-se que os estudantes reconheçam que, com exceção do 0, nenhum dos números apresentados é natural. Alguns deles podem apresentar equívocos ao classificar alguns números em racional, principalmente dízimas periódicas e raízes de números primos. Certifique-se de que eles reconhecem a relação de pertinência implícita no quadro, ou seja, que um número pode ser natural, inteiro e racional ao mesmo tempo.
natural: 0; inteiros: 0 e –5; racionais: 0, –5, 3,25, $\frac{1}{3}$ e $1,\overline{35}$

6. A principal dificuldade que pode ser manifestada nessa questão é em relação à escolha do valor em que o ícone representará. Espera-se que os estudantes escolham valores com dezenas inteiras entre 50 e 100. Em todo caso, verifique se eles utilizaram ícones que tenham relação com o tema explorado, se apresentam as mesmas dimensões, se inseriram o título, a fonte e, principalmente, a legenda correspondente ao ícone.
Exemplo de resposta:




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela loja de Marlene em dezembro de 2021.

## Capítulo 2 – Potenciação e radiciação

| Objetivos | Questões |
|---|---|
| Calcular potências de números racionais na representação decimal e comparar os resultados obtidos. | 1 |
| Reconhecer as propriedades das potências com expoente inteiro e as propriedades dos radicais. | 2 |
| Analisar o índice e o radicando de raízes enésimas no conjunto dos números reais. | 3 |
| Calcular porcentagem de quantidades. | 4 |
| Escrever potências com expoente fracionário na forma de fração e vice-versa. | 5 |
| Representar números em notação científica. | 6 |

1. Qual das seguintes potências resulta no maior número?
   a) $0{,}9^2$  b) $0{,}1^5$  c) $1{,}2^2$  d) $5{,}2^0$

2. Classifique as alternativas a seguir como verdadeiras (V) ou falsas (F), considerando as propriedades das potências com expoente inteiro e as propriedades dos radicais.
   a) $2^2 \cdot 2^3 = 2^6$
   b) $(\sqrt{2})^{10} : (\sqrt{2})^5 = (\sqrt{2})^2$
   c) $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^7\right]^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^{21}$
   d) $(2 \cdot \pi)^3 = 2^3 \cdot \pi^3$
   e) $(2{,}3 : 5)^7 = 2{,}3^7 : 5^7$
   f) $\sqrt[3]{5^3} = 5$
   g) $\sqrt[8]{3^4} = \sqrt[4]{3^8}$
   h) $\sqrt{10} = \sqrt{5} + \sqrt{5}$
   i) $\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
   j) $\sqrt{\sqrt[3]{7}} = \sqrt[5]{7}$

3. Quais itens a seguir são números reais?
   a) $\sqrt[5]{-79}$  b) $\sqrt{-25}$  c) $\sqrt[5]{-32}$  d) $\sqrt[3]{-64}$

4. Calcule as porcentagens.
   a) 15% de R$ 2 000,00
   b) 8% de 25 L
   c) 38% de 75 000 km
   d) 115% de 100 kg
   e) 2% de R$ 1 000 000,00

5. Associe as potências aos radicais, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.
   a) $\sqrt[3]{4^5}$  I) $5^{\frac{3}{4}}$
   b) $\sqrt[5]{4^3}$  II) $3^{\frac{4}{5}}$
   c) $\sqrt[4]{5^3}$  III) $4^{\frac{5}{3}}$
   d) $\sqrt[5]{3^4}$  IV) $4^{\frac{3}{5}}$

6. Copie e complete o quadro, substituindo cada ■ pelo número correspondente.

| Número | Notação científica |
|---|---|
| 149 500 000 | ■ |
| 0,0008 | ■ |
| ■ | $3 \cdot 10^8$ |
| ■ | $1 \cdot 10^{-3}$ |
| 5 400 000 000 | ■ |

### *Resoluções e comentários da avaliação*

1. Na resolução desta questão, o estudante pode calcular as potências de números racionais na representação decimal e comparar os resultados obtidos, selecionando o maior resultado. Se o estudante indicou a alternativa **a**, possivelmente escolheu a potência cuja base tem o maior algarismo na ordem dos décimos. Se indicou a alternativa **b**, ele pode ter relacionado o maior resultado com o maior expoente. Já o que assinalar a alternativa **d** pode ter comparado apenas a base, desconsiderando que potências de expoente zero e base diferente de zero são iguais a 1.
   alternativa **c**

2. Para resolver esta questão, os estudantes precisam reconhecer se as propriedades das potências com expoentes inteiros e as propriedades dos radicais estão aplicadas corretamente. Alguns podem intuitivamente achar que, na multiplicação e na divisão de potências de mesma base, o expoente único também é dado pela multiplicação ou divisão dos dois expoentes e julgar as alternativas **a** e **b** verdadeiras. Outros podem achar que é possível "trocar" o índice e o expoente conforme sugere a alternativa **g** ou, ainda, decompor a raiz da maneira sugerida na alternativa **h**, entre outros equívocos.
   verdadeiras: **c**, **d**, **e**, **f**, **i**; falsas: **a**, **b**, **g**, **h**, **j**

3. Para resolver esta questão, o estudante precisa reconhecer que raízes de índice par de um número real negativo não são números reais, ou seja, que $\sqrt[n]{a}$ não existe no conjunto dos números reais se $n$ for par e $a < 0$. Alguns estudantes poderão achar que, se o radicando é um número negativo, então automaticamente ele não é um número real, independentemente do índice, e julgar que nenhuma alternativa representa um número real. Em todo caso, favoreça momentos de discussão e argumentação para evidenciar os motivos dos equívocos cometidos e uma possível intervenção individual ou coletiva.
   alternativas **a**, **c**, **d**

4. Para resolver esta questão, os estudantes devem mobilizar as representações na forma de porcentagem para as formas de fração ou decimal de modo a facilitar os cálculos. Espera-se que eles não demonstrem dificuldade, visto que é um assunto já trabalhado em anos anteriores; no entanto, ainda podem ter dificuldades na representação da porcentagem por meio de número na forma de fração ou decimal, na operação que deve ser realizada ou no próprio cálculo envolvido, por exemplo, efetuando $2\,000 : 15 \simeq 133{,}3$ na alternativa **a**. Analise os registros e as marcações realizadas pelos estudantes e verifique as diferentes estratégias. Os cálculos na folha podem auxiliar na identificação dos equívocos.
   **a)** R$ 300,00; **b)** 2 L; **c)** 28 500 km; **d)** 115 kg; **e)** R$ 20 000,00

5. Para fazer a associação, o estudante precisa reconhecer a relação $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, para número real positivo $a$, $m$ inteiro e $n$ natural, com $n \geqslant 2$. A dificuldade é elevada pelo uso dos mesmos três algarismos em cada item (3, 4 e 5), o que permite verificar se algum estudante faz associações equivocadas, por exemplo, **a**-IV e **b**-III. Nesse caso, ele possivelmente inverte o índice e o expoente, ou seja, considera que $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[m]{a^n}$.
   **a**-III; **b**-IV; **c**-I; **d**-II

6. Para resolver esta questão, os estudantes precisam escrever os números na forma $a \cdot 10^n$, em que $a$ é um número maior ou igual a 1 e menor que 10, e $n$ é um número natural. Alguns estudantes podem demonstrar dificuldade no processo prático de "deslocamento" da vírgula pela contagem total de algarismos em vez das casas e apresentar respostas erradas como $300\,000\,000 = 3 \cdot 10^9$ ou $0{,}001 = 1 \cdot 10^{-4}$, ou, ainda, pela inversão dos sentidos (para a esquerda, para a direita), como $300\,000\,000 = 3 \cdot 10^{-8}$ ou $0{,}001 = 1 \cdot 10^3$, talvez pela associação equivocada do sentido do deslocamento da vírgula com o sentido dos números negativos e positivos em uma reta numérica. Outros estudantes podem apresentar números menores que 1 ou maiores que 10 multiplicando a potência, por exemplo, $0{,}0008 = 0{,}8 \cdot 10^{-3}$ ou $5\,400\,000\,000 = 54 \cdot 10^8$ que, embora correta, não está em notação científica.

| Número | Notação científica |
|---|---|
| 149 500 000 | $1{,}495 \cdot 10^8$ |
| 0,0008 | $8 \cdot 10^{-4}$ |
| 300 000 000 | $3 \cdot 10^8$ |
| 0,001 | $1 \cdot 10^{-3}$ |
| 5 400 000 000 | $5{,}4 \cdot 10^9$ |

## Capítulo 3 – Circunferência

| Objetivos | Questões |
|---|---|
| Reconhecer arcos de $\frac{1}{6}$ de volta, $\frac{1}{4}$ de volta, $\frac{1}{3}$ de volta e meia-volta. | 1 |
| Reconhecer as etapas para construir um hexágono regular com compasso e régua. | 2 |
| Identificar a posição relativa entre duas circunferências. | 3 |
| Determinar a medida de abertura de ângulo inscrito em uma circunferência. | 4 |
| Determinar amplitude, mediana, moda e média aritmética de um conjunto de dados. | 5 |

**1.** Qual é a medida do arco cujas extremidades dividem a circunferência em:

**a)** dois arcos congruentes?
**b)** três arcos congruentes?
**c)** quatro arcos congruentes?
**d)** seis arcos congruentes?

**2.** Utilizando compasso e régua, realize no caderno os passos a seguir para a construção de um polígono regular inscrito em uma circunferência.

- **Passo 1:** Com a abertura do compasso medindo 4 cm de comprimento, construa uma circunferência.
- **Passo 2:** Mantendo essa abertura do compasso, divida a circunferência em arcos congruentes.
- **Passo 3:** Ligue as extremidades de cada arco por meio de um segmento de reta.

O resultado dessa construção é um polígono regular:

**a)** de 5 lados que medem 8 cm de comprimento cada.
**b)** de 6 lados que medem 4 cm de comprimento cada.
**c)** de 7 lados que medem 4 cm de comprimento cada.
**d)** de 8 lados que medem 8 cm de comprimento cada.

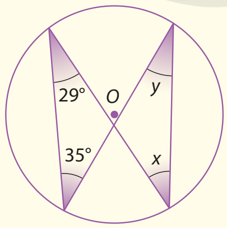
**3.** Associe os pares de circunferência à posição relativa entre elas, escrevendo a letra e o número romano correspondentes.

**a)** Circunferências cujos raios medem 5 cm e 7 cm de comprimento, e cuja distância entre os centros mede 14 cm.
**b)** Circunferências cujos raios medem 3 cm e 9 cm de comprimento, e cuja medida de distância entre os centros é igual a 12 cm.
**c)** Circunferências cujos raios medem 5 cm e 10 cm de comprimento, e cujos centros são coincidentes.
**d)** Circunferências cujos raios medem 6 cm e 6 cm de comprimento, e cuja distância entre os centros mede 10 cm.

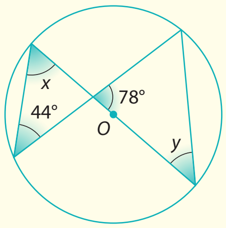
**I)** secantes
**II)** concêntricas
**III)** tangentes exteriores
**IV)** externas

**4.** Determine as medidas *x* e *y*, em grau, em cada circunferência de centro O.

**a)**




**b)**




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

**5.** As duas porcas do sítio de Luiza deram à luz 9 porquinhos cada. Observe, no quadro a seguir, as medidas de massa dos porquinhos, em quilograma, organizadas em ordem crescente.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1,30 | 1,30 | 1,35 | 1,38 | 1,40 | 1,45 |
| 1,45 | 1,45 | 1,50 | 1,52 | 1,55 | 1,69 |
| 1,70 | 1,70 | 1,72 | 1,72 | 1,73 | 1,74 |

**a)** Qual é a amplitude da medida de massa desses porquinhos?
**b)** Qual é a mediana desse conjunto de dados? E a moda?
**c)** Calcule a média aritmética da medida de massa desses porquinhos.

### *Resoluções e comentários da avaliação*

**1.** Para responder à pergunta, os estudantes precisam reconhecer que uma volta completa representada pela circunferência mede 360° e dividir essa medida de acordo com a quantidade de arcos congruentes obtidos para determinar a medida do arco correspondente. Alguns estudantes podem não reconhecer a ideia de giro, ou seja, que a circunferência é um arco cuja abertura do ângulo central mede 360°, considerando, por exemplo, que um giro completo mede 100° ou 60°, por exemplo, talvez por fazer alguma associação com medidas de comprimento (m e cm) ou de tempo (h e min). É importante verificar se os conceitos de arco e de medida de arco foram bem assimilados pelos estudantes ou se é necessário revê-los.

**a)** 180°; **b)** 120°; **c)** 90°; **d)** 60°

**2.** Como a abertura do compasso é mantida no passo 2, ela definirá a medida de comprimento do lado do polígono e também a divisão da circunferência em 6 arcos congruentes, obtendo assim um hexágono regular cujo lado mede 4 cm de comprimento. Caso o estudante não realize a construção no caderno, mude a abertura do compasso no passo 2 ou a forma como traçou os segmentos de reta no passo 3; ele poderá apresentar uma resposta diferente da esperada. Para ajudá-los a superar as dificuldades observadas, é importante verificar se entenderam as etapas em si, antes de ordená-las. Aproveite a oportunidade e explique a eles que essa é uma maneira de construir um hexágono regular cuja medida de comprimento do lado é conhecida. Se julgar conveniente, peça que construam outros hexágonos regulares dada a medida de comprimento do lado.

alternativa **b**

**3.** Para resolver esta questão e determinar a posição relativa entre os pares de circunferências descritos, o estudante precisa saber que basta adicionar e/ou subtrair as medidas de comprimento dos raios ($r_1$ e $r_2$) e comparar esses resultados com a medida de distância entre os centros ($d$). Desse modo, essas circunferências serão:

- secantes (alternativa **d**) se têm exatamente dois pontos em comum, ou seja, $r_1 - r_2 < d < r_1 + r_2$.
- tangentes exteriores (alternativa **b**) se a medida de distância entre seus centros é igual à soma das medidas de comprimento de seus raios, ou seja, $d = r_1 + r_2$.
- externas (alternativa **a**) se a medida de distância entre seus centros é maior que a soma das medidas de comprimento de seus raios, ou seja, $d > r_1 + r_2$.
- concêntricas (alternativa **c**) se uma é interna à outra e se as duas têm o mesmo centro, isto é, $d = 0$.

É possível que alguns estudantes demonstrem dificuldades nessa interpretação, principalmente pela falta do apoio visual. Se julgar conveniente, represente no quadro os pares de circunferências de cada item: uma circunferência, e depois a outra, a partir da medida da distância entre os centros.

**a**-IV; **b**-III; **c**-II; **d**-I

4. Na alternativa **a**, basta o estudante reconhecer que os ângulos cujas aberturas medem 35° e 29° determinam sobre a circunferência os mesmos arcos determinados pelos ângulos $x$ e $y$, respectivamente. Com isso, as medidas correspondentes são iguais. Já na alternativa **b**, além desse tipo de percepção, o estudante precisa saber que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°. Alguns podem não reconhecer essa equivalência, mas talvez reconheçam a relação entre ângulo inscrito e ângulo central e busquem usá-la no cálculo, como se o centro fosse o vértice comum dos triângulos em cada item. Os cálculos na folha podem auxiliar nessa interpretação. Se julgar conveniente, promova um momento de discussão para que eles apresentem suas estratégias.
   **a)** $x = 35°$ e $y = 29°$ **b)** $x = 58°$ e $y = 44°$

5. Para resolver a questão, o estudante precisa reconhecer o significado de amplitude, mediana, moda e média aritmética de um conjunto de dados. É possível que alguns estudantes demonstrem dificuldade na determinação da mediana de um conjunto de dados com número par de valores a partir da média aritmética dos dois termos centrais e apenas indiquem a medida de um desses termos (1,50 ou 1,52). Outros podem confundir esses termos e apresentar valores trocados. Se julgar necessário, oriente-os a utilizarem uma calculadora nesses cálculos. Para intervir, faça questionamentos do tipo: "Qual é o menor valor? E o maior? Qual é a diferença entre o maior e o menor valor? O que essa medida representa? Qual é o valor que mais se repete? O que essa medida representa?" etc.
   **a)** 0,44 kg; **b)** 1,51 kg; 1,45 kg; **c)** aproximadamente 1,54 kg

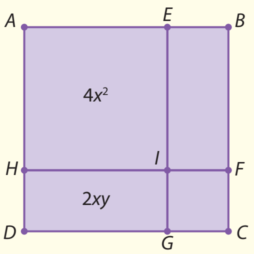
## Capítulo 4 – Produtos notáveis e fatoração

| Objetivos | Questões |
|---|---|
| Escrever expressões algébricas com base na escrita por extenso. | 1 |
| Reconhecer o uso de produtos notáveis em expressões polinomiais. | 2 |
| Representar a medida de área de quadriláteros por meio de expressões algébricas. | 3 |
| Reconhecer os produtos notáveis na forma textual. | 4 |
| Usar produto notável na racionalização do denominador de frações com radicais. | 5 |

1. Represente algebricamente.
   **a)** A soma dos quadrados de $x$ e $y$.
   **b)** O quadrado da diferença de $a$ e $b$.
   **c)** O produto da soma pelo quadrado da diferença de $x$ e $y$.

2. Associe as expressões equivalentes, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.
   **a)** $100 - 20x + x^2$ **I)** $(x + 10)^2$
   **b)** $4x^2 + 40x + 100$ **II)** $(-x + 10)^2$
   **c)** $x^2 + 20x + 100$ **III)** $4\,(x + 5)^2$

3. O quadrado $ABCD$ foi decomposto em dois quadrados menores e dois retângulos. Observe a medida da área de duas dessas partes.




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Quanto mede a área do quadrilátero:
**a)** $CGIF$? **b)** $ABCD$? **c)** $AEGD$? **d)** $CDHF$?

4. Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).
   **a)** O **quadrado da soma de dois termos** é igual ao quadrado do primeiro termo mais o quadrado do segundo termo.
   **b)** O **quadrado da diferença de dois termos** é igual ao quadrado do primeiro termo, menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.
   **c)** O **produto da soma pela diferença de dois termos** é igual ao quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo.

5. Observe como Suelen racionalizou o denominador $\frac{7}{2 + \sqrt{3}}$.

$$\frac{7}{2+\sqrt{3}} = \frac{7}{2+\sqrt{3}} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{7 \cdot (2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3}) \cdot (2-\sqrt{3})} =$$
$$= \frac{7 \cdot 2 - 7 \cdot \sqrt{3}}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{14 - 7\sqrt{3}}{4-3} = 14 - 7\sqrt{3}$$

Qual das relações a seguir Suelen utilizou na racionalização?
**a)** $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
**b)** $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
**c)** $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$
**d)** $(a^2 + b^2)^2 = a^4 + 2a^2 b^2 + b^4$

### *Resoluções e comentários da avaliação*

1. Para resolver esta questão, o estudante precisa interpretar as frases, representando-as algebricamente. Possíveis equívocos podem surgir em relação ao posicionamento dos expoentes e dos parênteses na expressão. Também podem ser manifestados equívocos quanto à ordem das letras $a$, $b$, $x$ e $y$. Assim, deve ser feita uma retomada de conteúdos para contribuir com a construção das expressões algébricas, apresentando outros exemplos que complementem o trabalho com essa questão.
   **a)** $x^2 + y^2$; **b)** $(a - b)^2$; **c)** $(x + y) \cdot (x - y)^2$

2. Uma maneira de resolver esta questão é desenvolver as expressões da segunda coluna até obter uma expressão algébrica da primeira coluna. Alguns estudantes podem não pensar nessa estratégia e tentar fazer a associação por meio de alguns termos da expressão na primeira coluna. Nesse caso, equívocos podem surgir por causa de termos comuns, tais como 100, $20x$ e $x^2$. A análise dos registros e das marcações realizadas por eles dão indícios dos equívocos cometidos. Os cálculos na folha podem auxiliar nessa interpretação.
   **a**-II; **b**-III; **c**-I

3. Para resolver esta questão, o estudante precisa reconhecer que, como a medida da área do quadrado $AEIH$ é $4x^2$, então a medida de comprimento do seu lado é $2x$. Essa informação é necessária para calcular a medida de comprimento dos lados dos retângulos adjacentes e, consequentemente, do quadrado menor, $CGIF$. Alguns estudantes podem demonstrar dificuldade nessa relação entre medida de área e medida de comprimento devido à falta das unidades de medida no cálculo algébrico ou então se confundirem na operação utilizada, invertendo multiplicações e adições, ora pra "juntar" medidas de comprimento, ora para calcular medidas de área.
   **a)** $y^2$; **b)** $(2x + y)^2$ ou $4x^2 + 4xy + y^2$; **c)** $2x(2x + y)$ ou $4x^2 + 2xy$; **d)** $y(y + 2x)$ ou $y^2 + 2xy$

4. Para resolver esta questão o estudante precisa reconhecer os produtos notáveis nas alternativas. Possíveis equívocos estão relacionados à dificuldade na transcrição para a forma algébrica; por exemplo, alguns estudantes podem julgar a alternativa **a** como verdadeira ou a **b** como falsa, provavelmente por associar a frase “quadrado da soma de dois termos” e “quadrado da diferença de dois termos” às respectivas expressões $a^2 + b^2$ e $a^2 - b^2$, em vez de $(a + b)^2$ e $(a - b)^2$. As marcações na folha podem auxiliar na interpretação das dificuldades.

verdadeiras: **b**, **c**; falsa: **a**

5. Para resolver esta questão, o estudante precisa reconhecer que, na racionalização do denominador, a fração $\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ foi escolhida convenientemente, de modo a obter o produto da soma pela diferença de dois termos, ou seja, $(a + b) \cdot (a - b)$, em que $a = 2$ e $b = \sqrt{3}$. Com isso, os termos $a$ e $b$ são elevados ao quadrado e o radical é eliminado do denominador, isto é, $a^2 = 4$ e $b^2 = 3$. Possíveis equívocos estão relacionados a dificuldades nessa interpretação e, provavelmente, na tentativa de associar a utilização de outra relação, seja no numerador, seja no denominador.

alternativa **c**

## Capítulo 5 – Semelhança

| Objetivos | Questões |
|---|---|
| Retomar o conceito de razão entre dois números. | 1 |
| Identificar pares de triângulos semelhantes e o caso de semelhança. | 2 |
| Identificar características relacionadas a polígonos semelhantes. | 3 |
| Reconhecer a proporcionalidade entre as medidas de comprimento dos segmentos determinados em um feixe de retas paralelas cortado por duas transversais (teorema de Tales). | 4 |
| Aplicar o teorema de Tales na resolução de problemas com triângulos. | 5 |

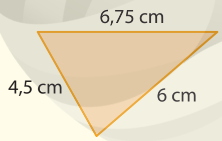
1. Para cada item, determine os dois números naturais.

   a) A razão entre dois números é $\frac{2}{3}$ e a soma deles é 25.

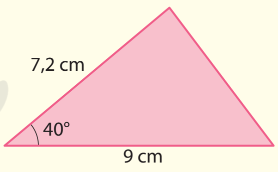
   b) A razão entre dois números é $\frac{7}{4}$ e a diferença entre eles é 15.

2. Associe os pares de triângulos semelhantes e indique o caso de semelhança.

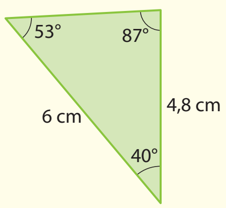
a)



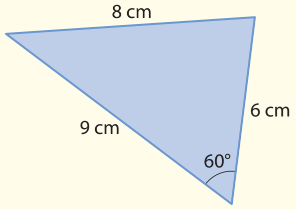

c)




b)




d)




3. Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

   a) Polígonos semelhantes são aqueles que têm as medidas de comprimento dos lados correspondentes proporcionais e os ângulos correspondentes congruentes.

   b) Todos os polígonos regulares que possuem a mesma quantidade de lados são semelhantes.

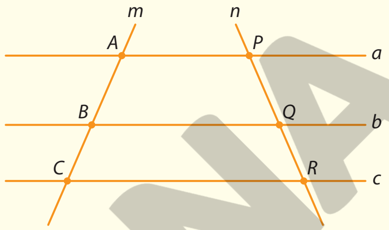
   c) Todos os triângulos são semelhantes.

   d) Dois círculos nunca são semelhantes entre si.

   e) Se dois polígonos semelhantes tiverem razão de semelhança $r$, a razão entre suas medidas de perímetro também será $r$.

   f) Se dois polígonos semelhantes tiverem razão de semelhança $r$, a razão entre as medidas de suas áreas será $2r$.

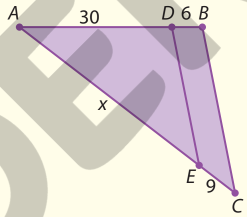
4. Copie e complete as proporções a seguir, substituindo cada ■ de acordo com a figura.



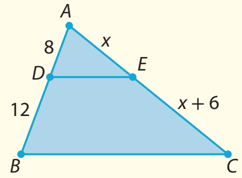

$$\frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{■} \text{ e } \frac{AC}{■} = \frac{■}{PQ}$$

5. Determine o valor de $x$ em cada item, sabendo que $\overline{BC} // \overline{DE}$.

a)




b)




### *Resoluções e comentários da avaliação*

1. Apesar de os conceitos de razão e de proporção terem sido estudados em anos anteriores, são fundamentais para o estudo de polígonos e triângulos semelhantes. No entanto, alguns estudantes podem demonstrar dificuldades no processo de isolar uma incógnita na razão $\frac{x}{y}$ e substituir na soma $x + y$ (alternativa **a**) ou na diferença $x - y$ ou $y - x$ (alternativa **b**) ou vice-versa. Alguns deles podem resolver por tentativas e apresentar como resposta números cuja soma seja 25 (**a**) ou que a diferença seja 15 (**b**), mas cujas razões são diferentes. Analise as respostas e os cálculos dos estudantes na folha para avaliar se é preciso uma breve retomada dos conceitos de razão e proporção.

   **a)** 10 e 15; **b)** 35 e 20

2. Para resolver esta questão, os estudantes precisam verificar que as medidas de comprimento dos lados do triângulo da alternativa **d** são proporcionais às medidas de comprimento dos lados correspondentes do triângulo da alternativa **a**, ou seja, eles são semelhantes pelo caso LLL. Já os triângulos das alternativas **b** e **c** são semelhantes pelo caso LAL, devido à congruência do ângulo cuja abertura mede 40° e à proporcionalidade entre as medidas dos lados adjacentes a ele, ou seja, $\frac{6}{9} = \frac{4,8}{7,2}$. Pode ocorrer de alguns estudantes identificarem os pares de triângulos semelhantes, mas se confundirem no caso de congruência, principalmente no par **b-c**, indicando, por exemplo, ALL, LLA ou AAA, talvez por desatenção ou pelo fato de que são dadas as medidas de abertura dos demais ângulos internos no triângulo da alternativa **b**.

   **a-d**: LLL; **b-c**: LAL

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

3. Possíveis equívocos estão relacionados ao conceito de polígonos semelhantes ou à noção de generalização. Por isso, é importante apresentar diversos exemplos e contraexemplos numéricos para que a abstração aconteça de forma natural, principalmente envolvendo a semelhança de triângulos (alternativa **c**) e de polígonos regulares (alternativa **b**). Espera-se que os estudantes reconheçam que: independentemente do tamanho, todos os círculos têm a mesma forma; em todos os polígonos regulares com a mesma quantidade de lados, os ângulos internos correspondentes são congruentes e as medidas de comprimento dos lados correspondentes são proporcionais; e que dados dois triângulos quaisquer, não é possível garantir que as medidas de comprimento de seus lados correspondentes sejam proporcionais ou que seus ângulos internos correspondentes sejam congruentes. Alguns estudantes podem, ainda, julgar a afirmativa da alternativa **f** como verdadeira, talvez por desatenção, em que a razão entre as medidas de área de polígonos semelhantes é $r^2$ em vez de $2r$. Se achar conveniente, peça aos estudantes que justifiquem as alternativas que julgam ser falsas.

   verdadeiras: **a**, **b**, **e**; falsas: **c**, **d**, **f**

4. Caso algum estudante apresente respostas diferentes da esperada, é possível que ele não reconheça a aplicação do teorema de Tales em um feixe de retas paralelas cortado por duas transversais. Nesse caso, é fundamental retomar o trabalho com esse conteúdo, ressaltando que as medidas de comprimento dos segmentos determinados sobre a primeira transversal são proporcionais às medidas de comprimento dos segmentos correspondentes determinados sobre a segunda transversal. O uso de *softwares* de Geometria dinâmica pode auxiliar os estudantes a superarem as dificuldades.

   $\frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{QR}$ e $\frac{AC}{AB} = \frac{PR}{PQ}$

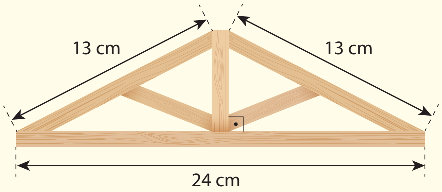
5. Alguns estudantes podem se equivocar na escrita da proporção em situações envolvendo triângulos. Analise os registros deles e certifique-se de que não estão escrevendo a proporção de modo "cruzado", fazendo $\frac{x}{6} = \frac{30}{9}$ e apresentando 20 como resposta para a alternativa **a**, por exemplo. Outro equívoco que pode levar a essa resposta é inverter o numerador e o denominador de uma razão como $\frac{x}{30} = \frac{6}{9}$, talvez por desatenção.

   **a)** 45; **b)** 12

## Capítulo 6 – Relações métricas no triângulo retângulo

| Objetivos | Questões |
|---|---|
| Resolver problema por meio da aplicação do teorema de Pitágoras. | 1 |
| Determinar as medidas de comprimento de segmentos em um triângulo retângulo por meio da aplicação das relações métricas. | 2 |
| Calcular a medida de distância entre pontos no plano cartesiano. | 3 |
| Interpretar dados envolvendo médias aritméticas em uma representação gráfica. | 4 |

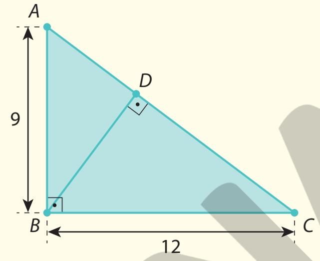
1. Um engenheiro está elaborando um projeto de um telhado, conforme a figura a seguir.




   Qual deve ser a medida da altura desse telhado, em metro?

   **a)** 5 m **b)** 13 m **c)** 24 m **d)** 25 m

2. Observe a figura a seguir.



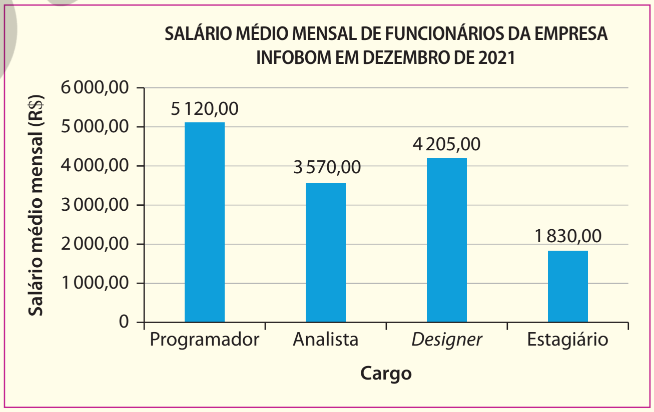

   Associe cada segmento indicado na figura à sua medida de comprimento, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.

   **a)** $\overline{BD}$ **I)** 15
   **b)** $\overline{AC}$ **II)** 5,4
   **c)** $\overline{AD}$ **III)** 7,2
   **d)** $\overline{CD}$ **IV)** 9,6

3. Qual é a medida de distância entre os pontos $A(2, 1)$ e $B(-2, 4)$ no plano cartesiano?

   **a)** 3 **b)** 5 **c)** 6,4 **d)** 25

4. O gráfico a seguir apresenta o salário médio mensal dos funcionários da empresa de tecnologia Infobom em dezembro de 2021.




Dados obtidos pela empresa Infobom em dezembro de 2021.

   **a)** Qual era a diferença entre a média salarial dos programadores e analistas dessa empresa em dezembro de 2021?

   **b)** Se o salário médio geral dessa empresa, no mês indicado, era R$ 3 953,00, quais desses cargos apresentavam um salário médio inferior ao salário médio geral?

### *Resoluções e comentários da avaliação*

1. Se o estudante indicou as alternativas **b** ou **d**, é possível que ele tenha reconhecido em qual triângulo deve aplicar o teorema de Pitágoras para a resolução do problema, no entanto, possivelmente tem dificuldades na sua aplicação.

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Se optou pela alternativa **c**, ele pode apenas ter indicado uma das medidas que aparece na ilustração, sem interpretar corretamente a pergunta.

alternativa **a**

**2.** Para resolver esta questão, o estudante precisa determinar as medidas de comprimento de segmentos utilizando as relações métricas em um triângulo retângulo. Caso eles manifestem dúvidas, oriente-os a reconstruir a figura em outra posição, com o lado de maior medida de comprimento do triângulo maior sendo a base da figura, por ser a posição mais usual. Também podem ser feitas decomposições da figura em partes de tal forma que os estudantes percebam a aplicação das relações em cada parte do triângulo maior, ou seja, nos triângulos retângulos menores.

**a**-III; **b**-I; **c**-II; **d**-IV

**3.** Se o estudante indicou a alternativa **a**, possivelmente não compreende que o teorema de Pitágoras pode ser empregado na resolução desse tipo de problema ou tem dificuldades em aplicá-lo para determinar a medida de distância solicitada. Se indicou a alternativa **c**, é possível que tenha dificuldades em efetuar o cálculo de medidas de distância associado ao teorema de Pitágoras. Se indicou a alternativa **d**, é possível que não considerou o cálculo da raiz quadrada.

alternativa **b**

**4.** Nesta questão, o estudante precisa interpretar as informações presentes no gráfico e compará-las entre si para que possa responder às perguntas apresentadas. Como os dados envolvem médias salariais, é importante questionar os estudantes a respeito do significado desse termo e como isso relaciona-se à situação apresentada. Caso haja dificuldades na interpretação dos dados, pode ser proposto aos estudantes a construção de uma tabela com base nessas informações, para que possam comparar as categorias apresentadas.

**a)** R$ 1550,00; **b)** analista e estagiário

## Capítulo 7 - Equações do 2º grau

| Objetivos | Questões |
|---|---|
| Julgar sentenças acerca de equações polinomiais do 2º grau com uma incógnita. | 1 |
| Reconhecer as raízes de equações do 2º grau com uma incógnita. | 2 |
| Resolver problema por meio da determinação das raízes de uma equação do 2º grau com uma incógnita. | 3 |
| Relacionar a quantidade de raízes reais de uma equação do 2º grau com uma incógnita com o discriminante. | 4 |
| Resolver problema por meio da determinação da solução para um sistema de equações do 2º grau. | 5 |

**1.** Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

**a)** $3x^2 - 5x = 0$ é uma equação do 2º grau completa.

**b)** $x = 3$ é raiz da equação $x^2 + 2x - 3 = 0$.

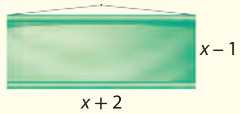
**c)** Se $m = 2$, então $(2m + 2)x^2 + mx + 2 = 0$ é uma equação do 2º grau completa.

**d)** Os coeficientes da equação do 2º grau $-x^2 + 2x = 0$ são $a = -1$, $b = 2$ e $c = 0$.

**2.** Associe cada equação de 2º grau a uma de suas raízes, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.

| | |
|---|---|
| **a)** $x^2 - 2x + 1 = 0$ | **I)** $x = 1$ |
| **b)** $x^2 - x - 2 = 0$ | **II)** $x = 0$ |
| **c)** $x^2 + 5x = 0$ | **III)** $x = 2$ |
| **d)** $x^2 - 9 = 0$ | **IV)** $x = 3$ |

**3.** A professora de Matemática de uma escola pretende construir um painel com os trabalhos de seus estudantes. Esse painel tem formato retangular e foi recoberto por um papel na cor verde.



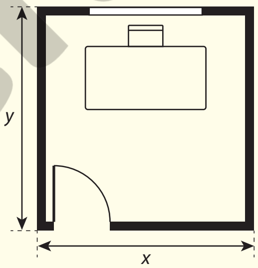

Se a área desse painel mede 10 m², quais são as suas dimensões?

**a)** 1 m e 2 m
**b)** 3 m e 3 m
**c)** 2 m e 5 m
**d)** 4 m e 4 m

**4.** Determine o valor de $k$ para que a equação $x^2 + 4x + 2k = 0$ tenha duas raízes reais iguais.

**a)** $k = 2$ **b)** $k = 4$ **c)** $k = 0$ **d)** $k < 2$

**5.** Gustavo precisa determinar a quantidade de pisos e rodapés para instalar em seu novo consultório. O formato desse consultório é indicado na figura a seguir.




Se a área desse consultório mede 20 m² e a medida do perímetro é igual a 18 m, quais são as suas dimensões, em metro?

**a)** 3 e 6
**b)** 5 e 4
**c)** 4 e 4
**d)** 2 e 7

### *Resoluções e comentários da avaliação*

**1.** Para classificar as afirmações, o estudante precisa analisar algumas sentenças envolvendo características de equações do 2º grau com uma incógnita, como a classificação em completa ou incompleta, a determinação de raízes e sua estrutura. Podem surgir dúvidas a respeito desses conceitos, principalmente no que se refere à determinação de valores para que as equações sejam completas ou não. Para sanar as dúvidas, proponha desafios nos quais os estudantes tenham de reconhecer uma equação do 2º grau partindo de pistas relativas às suas propriedades, como os valores de certos coeficientes.

verdadeiras: **c**, **d**; falsas: **a**, **b**

**2.** Para fazer a associação, o estudante precisa relacionar cada equação com uma de suas raízes, podendo adotar diferentes estratégias, como verificar se cada valor é raiz de cada equação ou, ainda, resolver as equações para posteriormente efetuar as associações. Assim, é importante explorar a resolução dessa questão com toda a turma, visando compartilhar as diferentes estratégias adotadas pelos estudantes em sua resolução, fazendo as devidas intervenções quando necessário.

**a**-I; **b**-III; **c**-II; **d**-IV

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

3. Se o estudante marcou a alternativa **a**, é possível que tenha a escolhido apenas pelos números presentes nas expressões algébricas correspondentes às medidas das dimensões na ilustração, sem atribuir significado correto ao enunciado. Se indicou as alternativas **b** ou **d**, é possível que tenha construído corretamente a equação, porém errou nos cálculos ou considerou uma das raízes (3) ou o oposto da outra raiz (4) como medida de comprimento dos lados, e, além disso, não percebeu que o painel não é quadrado, como sugerem essas respostas.

   alternativa **c**

4. O estudante que indicou a alternativa **b**, possivelmente compreendeu corretamente a questão, porém não considerou que $c = 2k$. Aquele que indicou a alternativa **c**, pode ter dificuldade de reconhecer que o discriminante é a estratégia que pode ser empregada na solução da questão. E se o estudante indicou a alternativa **d**, é possível que tenha dificuldade em reconhecer os critérios que possibilitam a classificação de uma equação do 2º grau quanto ao tipo de solução.

   alternativa **a**

5. O estudante que indicou as alternativas **a** ou **d**, possivelmente considerou apenas a informação da medida do perímetro, presente no enunciado, desconsiderando que a medida de área também precisa ser verificada. Aquele que optou pela alternativa **c**, pode ter observado apenas a medida de área, considerando que se trata de um cômodo no formato quadrado, sem adotar as medidas do enunciado como condição importante para a solução do problema.

   alternativa **b**

## Capítulo 8 – Funções

| Objetivos | Questões |
|---|---|
| Reconhecer a lei de formação de uma função a partir de um problema. | 1 |
| Calcular valores de uma função. | 2 |
| Relacionar o gráfico de uma função com sua lei de formação. | 3 |
| Classificar sentenças relacionadas às funções e suas características. | 4 |

1. Francisco trabalha como montador de móveis para uma loja. Ele recebe um salário fixo de R$ 1 100,00 além de uma comissão de R$ 15,00 por cada móvel montado no mês.

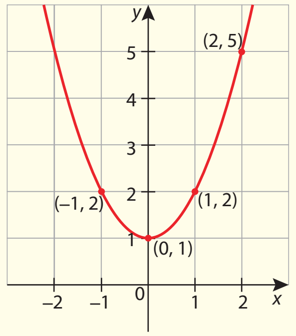
   Representando a quantidade de móveis montados mensalmente por $m$ e o salário recebido por $s$, indique a alternativa que apresenta a lei que relaciona $s$ com $m$.

   **a)** $s = 1\,115$
   **b)** $s = 1\,115m$
   **c)** $s = 15m + 1\,100$
   **d)** $s = 1\,110m + 15$

2. Copie e complete o quadro, substituindo cada ■ pelo valor correspondente, de acordo com a função $f(x) = \frac{x}{3} - 2$.

| $x$ | –3 | 0 | 6 | 9 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | –3 | –2 | ■ | ■ | ■ |

3. Observe o gráfico apresentado a seguir.




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Identifique a alternativa que indica corretamente a lei de formação da função representada nesse gráfico.

**a)** $f(x) = x + 3$ **b)** $f(x) = x^2 + 1$ **c)** $f(x) = \frac{x}{2} + 1$ **d)** $f(x) = x^2$

4. Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

   **a)** Nem todo gráfico representa uma função.
   **b)** O gráfico da função $f(x) = 2x - 2$ contém o ponto de coordenadas (0, 2).
   **c)** O gráfico da função $f(x) = x^2$ tem o formato de uma reta.
   **d)** O gráfico da função $f(x) = 3x^2$ possui dois valores de $x$ para os quais $f(x) = 3$.

### *Resoluções e comentários da avaliação*

1. O estudante que escolheu a alternativa **a**, possivelmente não reconhece o papel da variável na lei de formação de uma função. Aquele que indicou as alternativas **b** ou **d**, compreende o papel das variáveis na lei de formação de uma função, no entanto, tem dificuldades em relacioná-las na representação algébrica da função.

   alternativa **c**

2. Nesta questão, o estudante deve completar o quadro com os valores da função com base nos valores da variável independente fornecidos e na lei de formação dada. Assim, ele precisa compreender a estrutura dessa lei e utilizá-la corretamente, em conjunto com os dados da primeira linha do quadro, para completar a segunda linha.

| $x$ | –3 | 0 | 6 | 9 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | –3 | –2 | 0 | 1 | 4 |

3. Caso o estudante tenha indicado a alternativa **a**, pode apenas ter analisado o ponto (–1, 2) destacado no gráfico para fazer sua avaliação. Se escolheu a alternativa **c**, possivelmente apenas analisou o vértice da parábola para verificar a lei de formação da função, sem considerar os demais pontos. Se optou pela alternativa **d**, é possível que apenas tenha relacionado com o comportamento de uma parábola, sem considerar que ocorreu um deslocamento em relação ao gráfico de $f(x) = x^2$.

   alternativa **b**

4. Para classificar as afirmações, os estudantes precisam refletir sobre as funções e suas características, principalmente no que se refere à sua representação gráfica, de tal forma

a julgar as sentenças verdadeiras ou falsas. Para contribuir com a resolução, sugira a eles que façam as construções dos gráficos indicados nas sentenças ou busquem exemplos que possam auxiliá-los na interpretação e avaliação de cada sentença.

verdadeiras: **a**, **d**; falsas: **b**, **c**

## Capítulo 9 – Função afim

| Objetivos | Questões |
|---|---|
| Descrever uma situação por meio de uma função afim em sua representação algébrica. | 1 |
| Reconhecer características de uma função afim por meio de sua representação gráfica. | 2 |
| Classificar funções de acordo com sua representação algébrica. | 3 |
| Resolver problema empregando o cálculo de probabilidades e a diferenciação entre eventos dependentes e independentes. | 4 |

**1.** Um jardineiro cobra para cuidar de um jardim uma taxa fixa de R$ 100,00, acrescida de um valor de R$ 50,00 por hora trabalhada.

Qual das seguintes funções representa o valor cobrado por esse jardineiro para *x* horas trabalhadas?

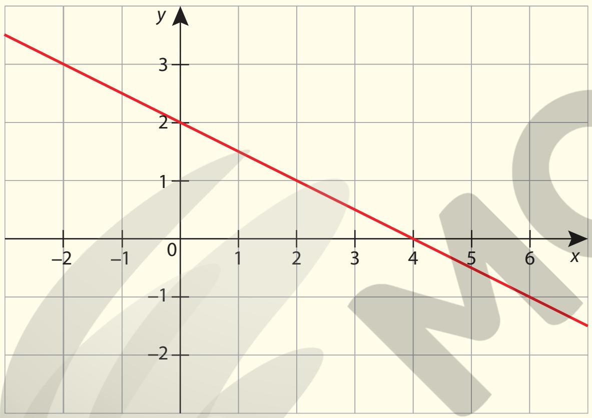
**a)** $f(x) = 150$

**b)** $f(x) = 100 + 50x$

**c)** $f(x) = 50 + 100x$

**d)** $f(x) = 150x$

**2.** Observe a função $f(x)$ representada no gráfico.




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Com base nessa função, classifique as afirmações a seguir em verdadeiras (**V**) ou falsas (**F**).

**a)** $f(x)$ é uma função afim crescente.

**b)** A lei de formação da função é $f(x) = -2x + 4$.

**c)** O zero dessa função é $y = 2$.

**d)** Essa função é tal que $f(2) = 1$.

**3.** Associe cada função à sua classificação, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes.

**a)** $f(x) = x^2$

**b)** $f(x) = 4$

**c)** $f(x) = 3x - 2$

**d)** $f(x) = -x + 2$

**I)** É função afim crescente.

**II)** É função constante.

**III)** É função afim decrescente.

**IV)** Não é função afim.

**4.** Uma companhia de viagens está sorteando um passeio adicional para seus clientes que compraram pacotes de viagem para Natal ou Recife.

Sabendo que 25 clientes compraram pacotes para Natal e 15, para Recife, ao sortear dois clientes ao acaso, qual é a probabilidade de o primeiro ter comprado um pacote para Natal e o segundo para Recife?

**a)** $\frac{5}{8}$ **b)** $\frac{3}{8}$ **c)** $\frac{25}{104}$ **d)** $\frac{15}{64}$

### *Resoluções e comentários da avaliação*

**1.** Se o estudante indicou a alternativa **a**, possivelmente ele não compreende o papel da variável na constituição de sua lei de formação. Se optou pela alternativa **c**, é possível que ele tenha dificuldade em diferenciar tarifa fixa da tarifa variável e como elas devem ser consideradas na constituição da função, apesar de reconhecer que são informações de naturezas distintas. E se indicou a alternativa **d**, provavelmente ele reconheceu o papel da variável, porém, tem dificuldade em distinguir a taxa fixa e a variável.

alternativa **b**

**2.** Para classificar as afirmações, o estudante precisa analisar a representação gráfica da função e, a partir dela, identificar características relacionadas a crescimento e decrescimento, lei de formação, zeros e valores da função. Para sanar as eventuais dúvidas a respeito desses conceitos, pode ser proposto um trabalho de retomada de conteúdos visando analisar as características gerais de uma função afim, em associação com sua representação gráfica, utilizando inclusive *softwares* de Geometria dinâmica, com a avaliação de exemplos diversos.

verdadeira: **d**; falsas: **a**, **b**, **c**

**3.** Na resolução desta questão, o estudante precisa analisar as funções apresentadas e verificar se as leis representam ou não funções afins. Se forem afins, devem ser identificadas como funções crescentes, decrescentes ou constantes. Para contribuir com a compreensão desse assunto, pode ser proposto um trabalho complementar utilizando *softwares* de Geometria dinâmica para que os estudantes construam os gráficos das funções e façam um estudo a respeito do comportamento gráfico para a obtenção de conclusões a respeito de sua classificação.

**a**-IV; **b**-II; **c**-I; **d**-III

**4.** Se o estudante optou pelas alternativas **a** ou **b**, possivelmente avaliou apenas a probabilidade de sortear um cliente que comprou o pacote para Natal ou Recife, sem considerar que serão sorteados dois clientes nessa campanha. E se indicou a alternativa **d**, possivelmente tem dificuldades na diferenciação entre eventos dependentes e independentes e em suas implicações no cálculo de probabilidades.

alternativa **c**

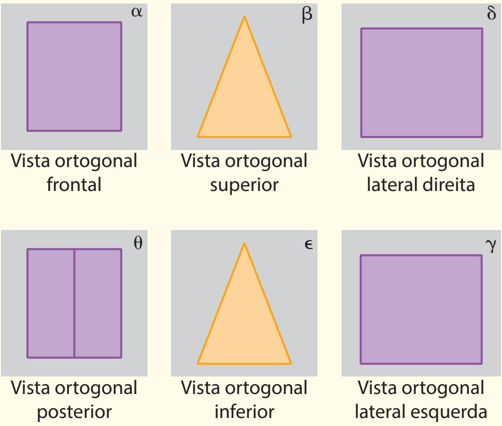
## Capítulo 10 – Figuras geométricas não planas e medida de volume

| Objetivos | Questões |
|---|---|
| Determinar o número de arestas, vértices e faces de poliedros por meio da relação de Euler. | 1 |
| Reconhecer uma figura geométrica não plana a partir de suas vistas ortogonais. | 2 |
| Determinar a medida de volume de poliedros e de corpos redondos. | 3 |
| Resolver problema por meio do cálculo da medida de volume de cilindros. | 4 |

**1.** Considerando que nos poliedros indicados no quadro a seguir é válida a relação de Euler, a qual relaciona o número de vértices (V), faces (F) e arestas (A) por meio da fórmula $V + F = A + 2$, copie e complete-o substituindo cada ■ pelo número de vértices, faces ou arestas, de acordo com a indicação em cada coluna.

| *V* | *A* | *F* |
|---|---|---|
| 10 | 15 | ■ |
| ■ | 8 | 4 |
| 8 | ■ | 6 |
| 14 | 21 | ■ |

**2.** Observe as vistas ortogonais de uma figura geométrica não plana.




Identifique a alternativa que indica a figura que está sendo descrita por meio das vistas ortogonais apresentadas.

**a)** cilindro

**b)** pirâmide de base quadrada

**c)** prisma de base triangular

**d)** cone

**3.** Classifique as afirmações a seguir em verdadeiras (V) ou falsas (F). (Adote: $\pi = 3{,}1$)

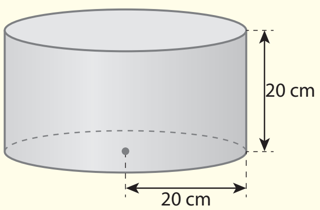
**a)** A medida de volume de um cone, cujo raio da base mede 3 cm de comprimento e a altura mede 10 cm, é igual a 279 cm$^3$.

**b)** A medida de volume de um cilindro, cujo raio da base mede 3 cm de comprimento e a altura mede 10 cm, é igual a 279 cm$^3$.

**c)** A medida de volume de um prisma de base quadrada, cuja aresta da base mede 3 cm de comprimento e a altura mede 10 cm, é igual a 30 cm$^3$.

**d)** A medida de volume de uma pirâmide de base quadrada, cuja aresta da base mede 3 cm de comprimento e a altura mede 10 cm, é igual a 30 cm$^3$.

**4.** Uma empresa de embalagens produz um modelo de lata no formato de cilindro, com as medidas das dimensões indicadas na figura a seguir.




ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Essa empresa pretende fabricar um novo modelo de lata, com a mesma medida de volume do modelo anterior, mas cuja altura meça 32 cm.

Qual deve ser a medida de comprimento do raio da base para esse novo modelo de lata, em centímetro?

**a)** $5\sqrt{10}$

**b)** $10\sqrt{5}$

**c)** 250

**d)** 12,5

### *Resoluções e comentários da avaliação*

**1.** Para completar o quadro o estudante precisa analisar as informações presentes em cada linha, associando-as à relação de Euler, para que possa preencher as lacunas corretamente. Caso haja muitas dificuldades na resolução dessa questão, faça uma retomada de conteúdo a respeito da relação de Euler, apresentando-a novamente à turma e, com o suporte de sólidos geométricos representando poliedros, validar essa relação por meio da exploração dessas figuras pelos estudantes.

| *V* | *A* | *F* |
|---|---|---|
| 10 | 15 | 7 |
| 6 | 8 | 4 |
| 8 | 12 | 6 |
| 14 | 21 | 9 |

**2.** Se o estudante julgou ser correta a alternativa **a**, é possível que tenha dificuldade em reconhecer as vistas superior e inferior, não identificando que precisaria haver um círculo para a caracterização de um cilindro. Se indicou a alternativa **b**, possivelmente a dúvida está nas nomenclaturas das vistas e em sua interpretação. E se optou pela alternativa **d**, é possível que ele apenas tenha analisado as vistas superior e inferior, apresentando dificuldades quanto à nomenclatura das vistas e sua relação com a figura representada.

alternativa **c**

**3.** Para classificar as afirmações apresentadas, o estudante precisa analisar cada uma delas, observando a figura e suas dimensões, de maneira que consiga determinar se a medida de volume apresentada está correta. Podem surgir dúvidas diversas, entre elas, a dificuldade na percepção das fórmulas para obter a medida do volume de cones e pirâmides e sua relação com as fórmulas de cálculo de medidas de volumes de cilindros e prismas, respectivamente. Por isso, podem ser retomadas as estratégias de cálculo de medidas de volume de figuras diversas a partir de exemplos ou de problemas contextualizados. Nesse trabalho, pode ser sugerido aos estudantes que construam um quadro comparativo entre o cálculo das medidas do volume de cones, cilindros, prismas e pirâmides, de maneira que percebam as semelhanças e as diferenças existentes entre eles.

verdadeiras: **b**, **d**; falsas: **a**, **c**

**4.** Se o estudante optou pela alternativa **b**, possivelmente sua dúvida está no cálculo da raiz quadrada de um número. Se indicou as alternativas **c** ou **d**, é possível que ele tenha dificuldades em efetuar o cálculo da medida do volume de um cilindro, principalmente pela necessidade do cálculo do quadrado da medida de comprimento do raio, gerando dúvidas quanto à obtenção e utilização das medidas.

alternativa **a**

# Resoluções

## ▶ Avaliação diagnóstica

### MOSTRE O QUE VOCÊ JÁ SABE

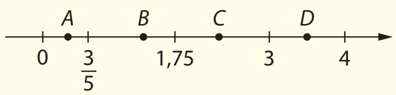
▶ Páginas 12 e 13

1. Para localizar o número $\frac{4}{3}$ na reta numérica, podemos representá-lo na forma decimal. Para isso, efetuamos divisão de 4 por 3.

   $\frac{4}{3} = 4 : 3 = 1{,}333... = 1{,}\overline{3}$

   Agora, vamos representar $\frac{3}{5}$ na forma decimal, para isso basta efetuar divisão de 3 por 5.

   $\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0{,}6$

   Assim, o número $\frac{4}{3}$ está localizado no ponto *B*, pois $0{,}6 < 1{,}\overline{3} < 1{,}75$, ou seja, $\frac{3}{5} < \frac{4}{3} < 1{,}75$.

   alternativa **b**

2. Temos que 1 *gigabyte* = $2^{10}$ *megabytes*.
   - Espaço livre no Disco Local (C:) do *notebook*:

     150 *gigabytes* =

     = $(150 \cdot 2^{10})$ *megabytes* =

     = $(150 \cdot 1\,024)$ *megabytes* =

     = 153 600 *megabytes*
   - Tamanho de cada pasta a ser criada: 600 *megabytes*

     Assim, calculamos:

     $\frac{153\,600}{600} = 256$

     Portanto, podem ser criadas 256 pastas.

     alternativa **a**

3. Na promoção, o aparelho celular custa 8 parcelas iguais de R$ 150,00, ou seja, R$ 1 200,00 e, à vista, custa R$ 960,00. Logo, houve um desconto de R$ 240,00 $(1\,200 - 960 = 240)$. Para determinar a porcentagem de desconto oferecida pela loja para esse aparelho, podemos fazer a razão entre o valor do desconto e o valor inicial do aparelho, ou seja:

   $\frac{240}{1\,200} = 0{,}20$

   Para expressar em porcentagem, fazemos $0{,}20 \cdot 100\% = 20\%$.

   Portanto, a porcentagem de desconto oferecida foi de 20%.

   alternativa **c**

4. Primeiro, vamos calcular o valor do sofá após o desconto de 15% para pagamento à vista, sendo o valor inicial de R$ 2 000,00.

   15% de R$ 2 000,00

   $\frac{15}{100} \cdot 2\,000 = 300$

   Na promoção, o sofá foi vendido à vista por R$ 1 700,00, pois $2\,000 - 300 = 1\,700$.

   Após essa promoção, o gerente reajustou o preço do sofá, aumentando-o em 15% em relação ao valor à vista durante a promoção. Então, vamos calcular o valor do reajuste:

   15% de R$ 1 700,00

   $\frac{15}{100} \cdot 1\,700 = 255$

   Portanto, o preço final desse sofá após o aumento foi de R$ 1 955,00, pois $1\,700 + 255 = 1\,955$.

   alternativa **b**

5. Pelo enunciado, temos:

   x: medida de massa, em quilograma, de ração para cães

   y: medida de massa, em quilograma, de ração para gatos

   Se cada quilograma de ração para cães é vendido por R$ 4,50 e cada quilograma de ração para gatos, por R$ 5,90, então a expressão algébrica que permite calcular o valor que será gasto por ele nessa compra é:

   $4{,}50 \cdot x + 5{,}90 \cdot y$

   Portanto, a expressão é $4{,}50 \cdot x + 5{,}90 \cdot y$.

   alternativa **d**

6. Pelo enunciado, temos:

   s: salário de Tatiana

   *v*: valor total das vendas feitas por ela em um mês

   $5\% = \frac{5}{100} = 0{,}05$

   Mensalmente, Tatiana recebe um salário fixo (*s*) de R$ 1 500,00 mais uma comissão de 5% (0,05) do valor total das vendas feitas por ela ao longo do mês (*v*). Assim, o salário recebido por Tatiana no mês pode ser indicado por meio da expressão algébrica:

   $s = 1\,500 + 0{,}05 \cdot v$

   Portanto, a expressão algébrica é $s = 1\,500 + 0{,}05 \cdot v$.

   alternativa **c**

7. De acordo com os dados no enunciado, podemos elaborar o quadro a seguir.

   | Quantidade de jardineiros | Medida de tempo de trabalho (hora) |
   |---|---|
   | 5 | 4 |
   | 8 | *x* |

   As grandezas "Quantidade de jardineiros" e "Medida de tempo de trabalho" são inversamente proporcionais, pois, ao aumentar a quantidade de jardineiros para realizar o mesmo serviço, a medida de tempo de trabalho reduz proporcionalmente. Logo:

   $\frac{5}{8} = \frac{x}{4}$

   $8x = 20$

   $x = 2{,}5$

   Portanto, eles conseguirão finalizar esse serviço em 2 horas e meia.

   alternativa **a**

8. Sabemos que em um triângulo retângulo a medida de abertura de um dos ângulos internos é igual a 90° e que a soma das medidas de abertura ângulos internos de qualquer triângulo equivale a 180°. Vamos analisar as medidas de abertura dos ângulos dos triângulos em cada uma das alternativas.

   **a)** $50° + 70° + 90° = 210° > 180°$

   Portanto, não é possível construir esse triângulo.

   **b)** $30° + 30° + 90° = 150° < 180°$

   Portanto, não é possível construir esse triângulo.

   **c)** $40° + 50° + 90° = 180°$

   Portanto, é possível construir esse triângulo para atender aos objetivos da empresa para a praça.

   **d)** $40° + 60° + 90° = 190° > 180°$

   Portanto, não é possível construir esse triângulo.

   alternativa **c**

9. São 20 estudantes no total, dos quais 8 são meninas e 12, meninos. O primeiro estudante que a professora sorteou foi uma menina. Então, a quantidade de total de estudantes disponíveis para o segundo sorteio é 19. Dentre esses 19 estudantes, há 12 meninos. Portanto, a probabilidade de que o segundo estudante sorteado seja um menino é de 12 em 19, ou seja, $\frac{12}{19}$.

   alternativa **d**

10. Na urna foram depositadas 5 bolas azuis, 9 bolas vermelhas e 2 bolas amarelas. Logo, são 16 bolas no total. Serão sorteadas duas bolas sem reposição. No primeiro sorteio, a probabilidade de retirar uma bola amarela dessa urna é de 2 em 16, ou seja, $\frac{2}{16}$.

    No segundo sorteio, a probabilidade de retirar outra bola amarela é de 1 em 15, ou seja, $\frac{1}{15}$, pois não houve reposição da primeira bola amarela retirada da urna.

    Portanto, a probabilidade é de $\frac{1}{15}$.

    alternativa **b**

11. Desenvolvendo a expressão algébrica, temos:

$(x + 2y)^2 = (x + 2y)(x + 2y) =$
$= x^2 + 2xy + 2xy + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$
Logo, a expressão é $(x + 2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$
alternativa **d**

# Unidade 1

## Capítulo 1

### ATIVIDADES ▶ Páginas 18 e 19

**1.** Exemplo de resposta: Todos os números do texto pertencem ao conjunto dos números racionais.

**2.** **a)** $\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$; $\mathbb{Q}$ **c)** $\mathbb{Q}$ **e)** $\mathbb{Q}$ **g)** $\mathbb{Z}$; $\mathbb{Q}$
**b)** $\mathbb{Z}$; $\mathbb{Q}$ **d)** $\mathbb{Q}$ **f)** $\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$; $\mathbb{Q}$ **h)** $\mathbb{Q}$

**3.**

| *x* | Oposto de *x* | Sucessor de *x* | Antecessor de *x* |
|---|---|---|---|
| 2 | −2 | 3 | 1 |
| 15 | −15 | 16 | 14 |
| 157 | −157 | 158 | 156 |
| −3 | 3 | −2 | −4 |
| −21 | 21 | −20 | −22 |
| 348 | −348 | 349 | 347 |
| 25 389 | −25 389 | 25 390 | 25 388 |
| $-n$ | $n$ | $-n + 1$ | $-n - 1$ |

**4.** Três números consecutivos podem ser representados por $x - 1$, $x$ e $x + 1$. Assim:
$x - 1 + x + x + 1 = 90$
$3x = 90$
$x = 30$
Logo, Bernardo tem 29 anos, Rafaela tem 30 anos e Sérgio tem 31 anos.

**5.** **a)** 3,565; 3,612; 18,609; 159 533,306
**b)** 159 533,306 − 3,565 = 159 529,741
Logo, 159 529,741 km²
**c)** Altamira: $\frac{117\,320}{159\,533{,}306} \simeq 0{,}7353...$
Aproximadamente 0,7 hab./km².
Santa Cruz de Minas: $\frac{8\,723}{3{,}565} \simeq 2\,446{,}844...$
Aproximadamente 2 446,8 hab./km².
**d)** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que apesar de Altamira ter a medida de área muito maior que a de Santa Cruz, em Altamira há menos de 1 habitante por km² e em Santa Cruz há mais de 2 mil habitantes por km².

**6.** **a)**
$$\begin{array}{ll} 2\ \ 0 & \underline{|\ 15\quad} \\ \ \ \ 5\ \ 0 & 0{,}13... \\ \ \ \ \ \ \ 5 & \end{array}$$
Portanto, $\frac{2}{15} = 0{,}1\overline{3}$.

**b)**
$$\begin{array}{ll} 4\ \ 0 & \underline{|\ 25\quad} \\ 1\ \ 5\ \ 0 & 0{,}16 \\ \ \ \ \ \ \ 0 & \end{array}$$
Portanto, $\frac{4}{25} = 0{,}16$.

**c)**
$$\begin{array}{ll} 6\ \ 0 & \underline{|\ 15\quad} \\ \ \ \ 0 & 0{,}4 \end{array}$$
Portanto, $\frac{6}{15} = 0{,}4$.

**d)**
$$\begin{array}{ll} 3\ \ 0 & \underline{|\ 8\quad} \\ \ \ \ 6\ \ 0 & 3{,}75 \\ \ \ \ \ \ \ 4\ \ 0 & \\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 0 & \end{array}$$
Portanto, $\frac{30}{8} = 3{,}75$.

**e)**
$$\begin{array}{ll} 5\ \ 0 & \underline{|\ 3\quad} \\ 2\ \ 0 & 16{,}6... \\ \ \ \ 2\ \ 0 & \\ \ \ \ \ \ \ 2 & \end{array}$$
Portanto, $\frac{50}{3} = 16{,}\overline{6}$.

**f)**
$$\begin{array}{ll} 9\ \ 0 & \underline{|\ 11\quad} \\ \ \ \ 2\ \ 0 & 8{,}1818... \\ \ \ \ \ \ \ 9\ \ 0 & \\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 2\ \ 0 & \\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 9\ \ 0 & \\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ 2 & \end{array}$$
Portanto, $\frac{90}{11} = 8{,}\overline{18}$.

**7.** **a)** Representamos a dízima por x.
$x = 0{,}\overline{22}...$ (I)
Multiplicando os dois membros da igualdade por 10:
$10x = 2{,}\overline{22}...$ (II)
Subtraindo (I) de (II), temos:
$$\begin{array}{rl} 10x = 2{,}\overline{22}... & \text{(II)} \\ -\quad x = 0{,}\overline{22}... & \text{(I)} \\ \hline 9x = 2 & \\ x = \frac{2}{9} & \end{array}$$
Portanto: $0{,}\overline{2} = \frac{2}{9}$

**b)** Representamos a dízima por x.
$x = 1{,}1\overline{66}...$ (I)
Multiplicando os dois membros da igualdade por 10:
$10x = 11{,}\overline{66}...$ (II)
Multiplicando os dois membros da igualdade (II) por 10:
$100x = 116{,}\overline{66}...$ (III)
Subtraindo (II) de (III), temos:
$$\begin{array}{rl} 100x = 116{,}\overline{66}... & \text{(III)} \\ -\quad 10x = 11{,}\overline{66}... & \text{(II)} \\ \hline 90x = 105 & \\ x = \frac{105}{90} = \frac{7}{6} & \end{array}$$
Portanto: $1{,}1\overline{6} = \frac{7}{6}$

**c)** Representamos a dízima por x.
$x = 0{,}1\overline{2525}...$ (I)
Multiplicando os dois membros da igualdade por 10:
$10x = 1{,}\overline{2525}...$ (II)

Multiplicando os dois membros da igualdade (I) por 1 000:

$1\,000x = 125,\overline{25}$ (III)

Subtraindo (II) de (III), temos:

$$\begin{array}{rl} 1\,000x = 125,\overline{25} & \text{(III)} \\ -\quad 10x = 1,\overline{25}25... & \text{(II)} \\ \hline 990x = 124 & \\ x = \dfrac{124}{990} = \dfrac{62}{495} & \end{array}$$

Portanto: $0,1\overline{25} = \dfrac{62}{495}$

## ATIVIDADES ▸ Página 23

**1.** alternativas **c** e **g**

Espera-se que os estudantes identifiquem que $\sqrt{10}$ é um número irracional, pois 10 não é quadrado perfeito de nenhum número racional. Além disso, espera-se que identifiquem também que o número 0,02468101214, no qual a sequência de algarismos após a vírgula equivale à sequência dos números naturais pares, é irracional, pois sua representação decimal é infinita e não periódica e ele não pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com $a$ e $b$ inteiros e $b \neq 0$.

**2.** Espera-se que os estudantes percebam que Murilo **não** está correto, pois o número que ele obteve é parte da representação decimal de $\frac{2}{29}$, que é um número racional. Comente com os estudantes que às vezes o período da dízima é muito grande ou não aparece nos algarismos mostrados na tela do celular ou no visor da calculadora.

**3.** Para calcular a medida de comprimento de uma volta, fazemos:

$2 \cdot 3,14 \cdot 100 = 628$

Como uma volta mede 628 m de comprimento, então duas voltas terão 1 256 m.

**4** **a)** $C = 2 \cdot 3,14 \cdot 2,3 = 14,444$

Logo, o comprimento da circunferência mede 14,444 cm.

**b)** $C = 3,14 \cdot 7,5 = 23,55$

Logo, o comprimento da circunferência mede 23,55 m.

**c)** $31,4 = d \cdot 3,14$

$d = \dfrac{31,14}{3,14} = 10$

Logo, o diâmetro mede 10 m.

**5.** **a)** $C = 2 \cdot 3,14 \cdot 30 = 188,4$

Assim, a medida do comprimento de cada roda é 188,4 cm.

**b)** 1 km = 100 000 cm

$100\,000 : 188,4 \simeq 530,78$

Aproximadamente 531 voltas.

**6.** **a)** Na malha quadriculada há 36 quadradinhos, e Sílvia pintou 18, pois cada quadradinho azul corresponde a 1 quadradinho da malha e cada quadrado vermelho corresponde a 2 quadradinhos da malha. Assim, temos:

$\dfrac{18}{36} = \dfrac{1}{2}$

**b)** Como a área de cada quadradinho azul mede 1 cm², e foram pintados 8 quadradinhos com essa cor, a área da parte colorida de azul mede 8 cm². Para calcular a medida de área da malha, podemos fazer: $6\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} = 36\text{ cm}^2$

Logo, a razão entre essas áreas é:

$\dfrac{8\text{ cm}^2}{36\text{ cm}^2} = \dfrac{2}{9}$

**c)** Observando a figura, concluímos que a medida de área de cada quadrado vermelho é igual a 2 cm², pois cada um deles é formado por quatro metades de quadradinhos brancos, ou seja, quatro metades de 1 cm². Logo, a medida de comprimento do lado do quadrado vermelho, em centímetro, é um número que elevado ao quadrado resulta em 2. Portanto, a medida de comprimento do lado do quadrado pintado de vermelho é $\sqrt{2}$ cm.

**d)** $\dfrac{1}{2} = 0,5$

$$\begin{array}{r|l} 1\,0 & 2 \\ \hline 0 & 0,5 \end{array}$$

$\dfrac{2}{9} = 0,\overline{2}$

$$\begin{array}{r|l} 2\,0 & 9 \\ \hline 2\,0 & 0,22... \\ 2 & \end{array}$$

$\sqrt{2} \simeq 1,4142135...$

## ATIVIDADES ▸ Página 26

**1.** **a)** Como a reta numérica está dividida em quatro partes iguais entre 1 e 2, então o número correspondente ao quadrinho será igual a $1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ ou 1,25.

**b)** Como a reta numérica está dividida em cinco partes iguais entre –1 e 0, então o número correspondente ao quadrinho será igual a $-1 + \frac{2}{5} = -\frac{3}{5}$ ou –0,6.

**c)** Como a reta numérica está dividida em três partes iguais entre –4 e –3, então o número correspondente ao quadrinho será igual a $-4 + \frac{2}{3} = -\frac{10}{3}$ ou $-3\frac{1}{3}$.

**d)** Como a reta numérica está dividida em quatro partes iguais entre 5 e 6, então o número correspondente ao quadrinho será igual a $5 + \frac{3}{4} = \frac{23}{4}$ ou 5,75.

**2.** Arredondando os números para a 2ª casa decimal, temos:

**A)** 3,14

**B)** 3,54

**C)** $10\sqrt{2} \simeq 10 \cdot 1,414 = 14,14$

**D)** 7,43

**E)** $3\sqrt{2} \simeq 3 \cdot 1,414 = 4,24$

**F)** 5,57

Localizando os números arredondados na reta numérica, temos:

A – III; B – II; C – IV; D – I; E – VI; F – V

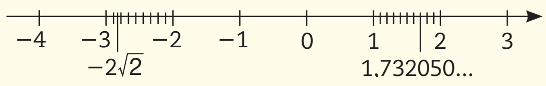
**3.** **a)** 1,7

**b)** entre 1 e 2

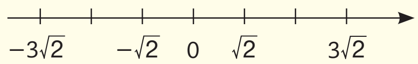
**c)** $-2\sqrt{2} \simeq -2 \cdot 1,4 = -2,8$

**d)** entre –3 e –2

**e)** Exemplo de resposta:

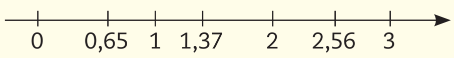



**4.** Exemplo de resposta:

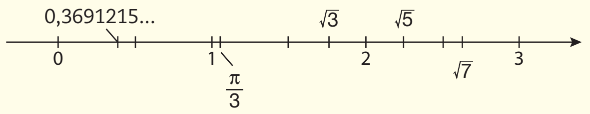



**5.** **a)** 0,65 **b)** 1,37 **c)** 2,56

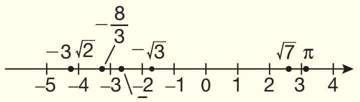
Localizando os números arredondados na reta numérica, temos:




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

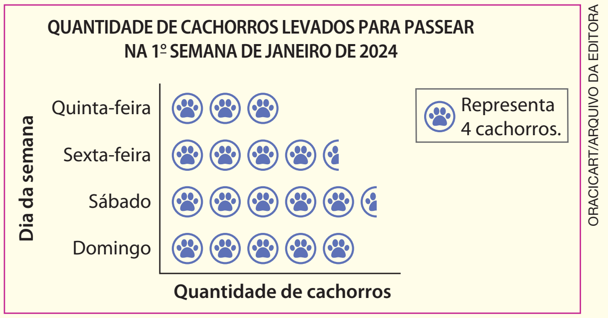
**6.** 


**7.** Exemplo de resposta:
Localize os números reais abaixo em uma reta numérica e informe entre quais números inteiros eles estão.
$\sqrt{7}, -\frac{8}{3}, -\sqrt{3}, \pi, -3\sqrt{2}, -\pi$
Resposta:




## ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Páginas 27 e 28

**1.** **a)** Quinta-feira: 6 ícones; sexta-feira: 9 ícones; sábado: 11 ícones; domingo: 10 ícones.
**b)** Quinta-feira: 3 ícones; sexta-feira: 4,5 ícones; sábado: 5,5 ícones; domingo: 5 ícones.
**c)**




Dados obtidos por Leila em janeiro de 2024.

**2.** **a)** 21 incidentes (foram usados 10,5 ícones); 4 incidentes (foram usados 2 ícones).
**b)** Ocorreram mais incidentes nas praias de Recife. Ocorreram 25 incidentes em Jaboatão dos Guararapes e 27 em Recife.
**c)** $64x = 2\,400 \Rightarrow x = \frac{2\,400}{64} \Rightarrow x = 37{,}5\%$

**3.** **a)** O pictograma apresenta o número de casamentos civis realizados em alguns municípios do Acre em 2020.
**b)** Em Tarauacá, pois na representação desse município no gráfico há mais ícones em comparação com os outros.
**c)** Brasiléia 85; Bujari: 50; Capixaba: 65; Tarauacá: 125.
**d)** $85 + 50 + 65 + 125 = 325$
No total foram realizados 325 casamentos nesses quatro municípios em 2020.

## ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Página 30

**1.** Exemplo de resposta: não, pois 7 anos em 4,5 bilhões de anos não representam um valor significativo.

**2.** Espera-se que os estudantes citem uma situação em que o campo numérico seja pequeno; por exemplo: hoje, estou no 9º ano; daqui a 7 anos, pretendo estar me formando em uma faculdade.

**3.** **a)** $4{,}3 = \frac{43}{10}$
**b)** Representamos a dízima por x.
$x = 0{,}\overline{33}...$ (I)
Multiplicando os dois membros da igualdade (I) por 10:
$10x = 3{,}\overline{33}...$ (II)
Subtraindo (I) de (II), temos:

$$\begin{array}{rl} 10x = 3{,}\overline{33}... & \text{(II)} \\ - \quad x = 0{,}\overline{33}... & \text{(I)} \\ \hline 9x = 3 & \\ x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} & \end{array}$$

Portanto: $0{,}\overline{3} = \frac{1}{3}$
**c)** $0{,}3 = \frac{3}{10}$
**d)** Representando a dízima por x.
$x = 1{,}1666...$ (I)
Multiplicando os dois membros da igualdade (I) por 10:
$10x = 11{,}\overline{66}...$ (II)
Multiplicando os dois membros da igualdade (I) por 100:
$100x = 116{,}\overline{66}...$ (III)
Subtraindo (II) de (III), temos:

$$\begin{array}{rl} 100x = 116{,}\overline{66}... & \text{(III)} \\ - \quad 10x = 11{,}\overline{66}... & \text{(II)} \\ \hline 90x = 105 & \\ x = \frac{105}{90} = \frac{7}{6} & \end{array}$$

Portanto: $1{,}1\overline{66}... = \frac{7}{6}$

**4.** $C = 2\pi r \Rightarrow C = 2 \cdot \pi \cdot 10 \Rightarrow C = 20\pi \Rightarrow$
$\Rightarrow C \simeq 20 \cdot 3{,}14 \Rightarrow C \simeq 62{,}8$
Logo, a medida de comprimento do contorno da moeda é aproximadamente 62,8 mm.

**5.** $C = 2\pi r \Rightarrow C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 7 \Rightarrow C = 43{,}96$
Como ele deu 5 voltas, temos: $5 \cdot 43{,}96 = 219{,}80$
Portanto, ele percorreu aproximadamente 219,80 m.
alternativa **e**

**6.** As duas semicircunferências juntas resultam em uma circunferência completa, então:
$C = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow C \simeq 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \Rightarrow C \simeq 31{,}4$
Uma volta completa é igual a: $31{,}4 + 20 + 20 = 71{,}4$
Como o atleta dará 10 voltas nessa pista, temos:
$71{,}4 \cdot 10 = 714$
Logo, o atleta percorrerá aproximadamente 714 m.

**7.** **a)** $C = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 115 \Rightarrow C = 722{,}2$
Dividindo esse valor por quatro, temos: $722{,}2 : 4 = 180{,}55$
Portanto, a medida de distância que o jogador percorreria é 180,55 m.
**b)** $180{,}55 + 115 + 115 = 410{,}55$
Logo, a medida de distância que o atleta percorreria é 410,55 m.

# Capítulo 2

## ATIVIDADES ▸ Páginas 36 e 37

**1.** **a)** $2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$
**b)** $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{1}\right)^2 = \frac{3}{1} \cdot \frac{3}{1} = 9$
**c)** $\pi^0 = 1$
**d)** $\left(\frac{5}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} = \frac{64}{125}$
**e)** $0{,}2^4 = 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}0016$
**f)** $\left(\sqrt{3}\right)^1 = \sqrt{3}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**2.** $n = 12$

$\frac{n^2 - 3n}{2} = \frac{12^2 - 3 \cdot 12}{2} = \frac{144 - 36}{2} =$

$= \frac{108}{2} = 54$

Portanto, 54 diagonais.

**3.** 200 bilhões = 200 000 000 000 =

$= 2 \cdot 100\,000\,000\,000 = 2 \cdot 10^{11}$

400 bilhões = 400 000 000 000 =

$= 4 \cdot 100\,000\,000\,000 = 4 \cdot 10^{11}$

10 sextilhões =

= 10 000 000 000 000 000 000 000 =

$= 1 \cdot 10\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 =$

$= 1 \cdot 10^{22}$

**4.** $a = 0{,}000001$ e $b = (100^3)^4$

Temos: $a = 10^{-6}$ e $b = 100^{12} = 10^{24}$

**a)** $a \cdot b = 10^{-6} \cdot 10^{24} = 10^{-6+24} = 10^{18}$

**b)** $a : b = 10^{-6} : 10^{24} = 10^{-6-24} = 10^{-30}$

**c)** $b : a = 10^{24} : 10^{-6} = 10^{24-(-6)} = 10^{24+6} =$

$= 10^{30}$

**5. a)** $0{,}015^2 = (15 \cdot 10^{-3})^2 = 15^2 \cdot 10^{-6} =$

$= 225 \cdot 10^{-6} = 2{,}25 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6} =$

$= 2{,}25 \cdot 10^{-4}$

**b)** $0{,}000015^4 = (15 \cdot 10^{-6})^4 = 15^4 \cdot 10^{-24} =$

$= 50\,625 \cdot 10^{-24} = 5{,}0625 \cdot 10^4 \cdot 10^{-24} =$

$= 5{,}0625 \cdot 10^{-20}$

**c)** $15\,000^3 = (15 \cdot 10^3)^3 = 15^3 \cdot 10^9 =$

$= 3\,375 \cdot 10^9 = 3{,}375 \cdot 10^3 \cdot 10^9 =$

$= 3{,}375 \cdot 10^{12}$

**d)** $(1{,}5 \cdot 10^7)^4 = (15 \cdot 10^{-1} \cdot 10^7)^4 =$

$= (15 \cdot 10^6)^4 = 15^4 \cdot 10^{24} =$

$= 50\,625 \cdot 10^{24} = 5{,}0625 \cdot 10^4 \cdot 10^{24} =$

$= 5{,}0625 \cdot 10^{28}$

**6.** Simplificando a expressão:

$\frac{81^3 : 9^2 \cdot 729^{-2}}{59\,049} = \frac{(3^4)^3 : (3^2)^2 \cdot (3^6)^{-2}}{3^{10}} =$

$= \frac{3^{12} : 3^4 \cdot 3^{-12}}{3^{10}} = \frac{3^{12-4+(-12)}}{3^{10}} = \frac{3^{-4}}{3^{10}} =$

$= 3^{-4-10} = 3^{-14}$

**7.** $111\,111^2$

$$\begin{array}{rc} & 1 \\ & 111 \\ & 11111 \\ + & 1111111 \\ & 111111111 \\ & 11111111111 \\ \hline & 12345654321 \end{array}$$

$11\,111\,111^2$

$$\begin{array}{rc} & 1 \\ & 111 \\ & 11111 \\ & 1111111 \\ + & 111111111 \\ & 11111111111 \\ & 1111111111111 \\ & 111111111111111 \\ \hline & 123456787654321 \end{array}$$

**8.** 1º termo: $1 = 1^2$

2º termo: $4 = 2^2$

3º termo: $9 = 3^2$

4º termo: $16 = 4^2$

5º termo: $25 = 5^2$

6º termo: $36 = 6^2$

Enésimo termo: $n^2$

**9. a)** Cada mícron tem um milésimo de milímetro:

1 milésimo de milímetro: $\frac{1}{1\,000}$ mm

Transformando em metro, temos:

$\frac{1}{100\,000}$ m $= 0{,}000001$ m $= 10^{-6}$ m

**b)** 2,3 micrômetros = 0,0000023 m =

$= 2{,}3 \cdot 10^{-6}$ m

**10.** 1) $(0{,}001)^{-3} = \left(\frac{1}{1\,000}\right)^{-3} = (1\,000)^3 = (10^3)^3 =$

$= 10^9$ (V)

2) $-2^2 = -4 \neq \frac{1}{4}$ (F)

3) $(a^{-1} + b^{-1})^{-2} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^{-2} = \left(\frac{b+a}{ab}\right)^{-2} =$

$= \left(\frac{ab}{b+a}\right)^2 = \frac{a^2b^2}{(b+a)^2} \neq a^2 + b^2$ (F)

alternativa **e**

**11. a)** $1 \cdot 10^{100}$

**b)** Espera-se que os estudantes respondam que é um número grande, o que significa que é pouco provável que os personagens se casem um dia.

**c)** Espera-se que os estudantes façam a pesquisa e descubram que realmente existe o número.

**12.** Temos:

$160 \text{ GB} = 160 \cdot 2^{10}$ MB =

$= 160 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$ kB =

$= 160 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$ *bytes*

$160 \text{ GB} = 160 \cdot 2^{10+10+10}$ *bytes*

$160 \text{ GB} = 160 \cdot 2^{30}$ *bytes*

Logo, o valor máximo de $n$ é $160 \cdot 2^{30}$ *bytes*.

alternativa **b**

**13. a)** Temos:

$3 \text{ TB} = 3 \cdot 2^{10} \text{ GB} = 3 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$ MB =

$= 3 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$ kB =

$= 3 \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$ *bytes*

$3 \text{ TB} = 3 \cdot 2^{10+10+10+10}$ *bytes*

$3 \text{ TB} = 3 \cdot 2^{40}$ *bytes*

Logo, $3 \cdot 2^{40}$ caracteres.

**b)** Exemplo de resposta: Quantas vezes a medida de capacidade de armazenamento de um *HD* de 1 *TB* é maior que a medida de capacidade de armazenamento de um *HD* de 160 *GB*?. (Resposta: 6,25 vezes)

## TRABALHO EM EQUIPE ▸ Página 38

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## ATIVIDADES ▸ Página 41

**1. a)** $\sqrt[3]{-1\,000} = -10$, pois:

$(-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = -1\,000$

**b)** $-\sqrt{121} = -11$, pois: $11 \cdot 11 = 121$

**c)** $-\sqrt[3]{-64} = 4$, pois: $(-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$

**d)** $\sqrt[3]{729} = 9$, pois: $9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$

**e)** $\sqrt[4]{81} = 3$, pois: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

**f)** $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$, pois: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

**g)** $\sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \frac{1}{2}$, pois: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$

**h)** $\sqrt[4]{256} = 4$, pois: $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$

**i)** $\sqrt[5]{3\,125} = 5$, pois: $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3\,125$

**2.** Para calcular a medida do volume do cubo, podemos utilizar a fórmula $V = a^3$, em que $a$ é a medida do comprimento da aresta do cubo.

**a)** Medida do volume: 729 cm²

$729 = a^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{729} \Rightarrow a = 9$

Logo, a medida do comprimento da aresta desse cubo é 9 cm.

**b)** Medida do volume: 0,027 m³

$0{,}027 = a^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{0{,}027} \Rightarrow a = 0{,}3$

Logo, a medida de comprimento da aresta desse cubo é 0,3 m.

**3. a)** 2,23 e 2,24

**b)** 2,64 e 2,65

**c)** 3,16 e 3,17

**d)** 4,47 e 4,48

**4. a)** Como o número 75 está compreendido entre os quadrados perfeitos 64 e 81, então o número $\sqrt{75}$ está entre 8 e 9, como mostramos no esquema a seguir.

$64 < 75 < 81$

$\sqrt{64} < \sqrt{75} < \sqrt{81}$

$8 < \sqrt{75} < 9$

Portanto, $\sqrt{75}$ está entre 8 e 9.

**b)** Como o número 901 está compreendido entre os quadrados perfeitos 900 e 961, então o número $\sqrt{901}$ está entre 30 e 31, como mostramos no esquema a seguir.

$900 < 901 < 961$

$\sqrt{900} < \sqrt{901} < \sqrt{961}$

$30 < \sqrt{901} < 31$

Portanto, $\sqrt{901}$ está entre 30 e 31.

**5.** Para calcular a medida de área do quadrado, podemos utilizar a fórmula $A = \ell^2$, em que $\ell$ é a medida de comprimento do lado do quadrado.

a) Medida de área: 350 m²

$350 = \ell^2 \Rightarrow \ell = \sqrt{350} \Rightarrow \ell \simeq 18{,}7$

Logo, a medida de comprimento do lado desse quadrado é aproximadamente 18,7 m.

b) Medida de área: 1 000 cm²

$1\,000 = \ell^2 \Rightarrow \ell = \sqrt{1\,000} \Rightarrow \ell \simeq 31{,}6$

Logo, a medida de comprimento do lado desse quadrado é aproximadamente 31,6 cm.

## ATIVIDADES ▶ Páginas 44 e 45

**1.** a) $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$

Então: $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$

b) $343 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3$

Então: $\sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{7^3} = 7$

c) $\dfrac{729}{64} = \dfrac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \dfrac{3^3 \cdot 3^3}{2^3 \cdot 2^3}$

Então: $\sqrt[3]{\dfrac{729}{64}} = \sqrt[3]{\dfrac{3^3 \cdot 3^3}{2^3 \cdot 2^3}} = \dfrac{3 \cdot 3}{2 \cdot 2} = \dfrac{9}{4}$

d) $121 = 11 \cdot 11 = 11^2$

Então: $\sqrt{121} = \sqrt[2]{11^2} = 11$

e) $\dfrac{625}{256} = \dfrac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} =$

$= \dfrac{5^4}{2^4 \cdot 2^4}$

Então: $\sqrt[4]{\dfrac{625}{256}} = \sqrt[4]{\dfrac{5^4}{2^4 \cdot 2^4}} = \dfrac{5}{2 \cdot 2} = \dfrac{5}{4}$

f) $\dfrac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \dfrac{1}{2^5 \cdot 2^5}$

Então: $\sqrt[5]{\dfrac{1}{1\,024}} = \sqrt[5]{\dfrac{1}{2^5 \cdot 2^5}} = \dfrac{1}{2 \cdot 2} = \dfrac{1}{4}$

**2.** a) $\sqrt[15]{1\,024} = \sqrt[15]{2^{10}} = \sqrt[15:5]{2^{10:5}} = \sqrt[3]{2^2}$

b) $\sqrt[12]{256} = \sqrt[12:4]{2^{8:4}} = \sqrt[3]{2^2}$

c) $\sqrt[6]{2\,187} = \sqrt[6]{3^6 \cdot 3} = 3\sqrt[6]{3}$

d) $\sqrt[5]{160} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 5} = 2\sqrt[5]{5}$

e) $\sqrt[3]{108} = \sqrt[3]{2^2 \cdot 3^3} = 3\sqrt[3]{2^2}$

f) $\sqrt[4]{16\,807} = \sqrt[4]{7^4 \cdot 7} = 7\sqrt[4]{7}$

**3.** a) $\sqrt{125} = \sqrt{5^2 \cdot 5} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{5} =$

$= 5\sqrt{5} \simeq 5 \cdot 2{,}24 = 11{,}2$

b) $\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{5} =$

$= 2\sqrt{5} \simeq 2 \cdot 2{,}24 = 4{,}48$

c) $\sqrt{500} = \sqrt{10^2 \cdot 5} = \sqrt{10^2} \cdot \sqrt{5} =$

$= 10\sqrt{5} \simeq 10 \cdot 2{,}24 = 22{,}4$

d) $\sqrt{\dfrac{1}{5}} = \dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}} \simeq \dfrac{1}{2{,}24} \simeq 0{,}45$

e) $\sqrt{605} = \sqrt{11^2 \cdot 5} = \sqrt{11^2} \cdot \sqrt{5} =$

$= 11\sqrt{5} \simeq 11 \cdot 2{,}24 = 24{,}64$

f) $\sqrt{\dfrac{45}{4}} = \dfrac{\sqrt{45}}{\sqrt{4}} = \dfrac{\sqrt{3^2 \cdot 5}}{\sqrt{9^2}} = \dfrac{\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5}}{2} =$

$= \dfrac{3\sqrt{5}}{2} \simeq \dfrac{3 \cdot 2{,}24}{2} = 3{,}36$

g) $\sqrt{\dfrac{80}{81}} = \dfrac{\sqrt{80}}{\sqrt{81}} = \dfrac{\sqrt{2^4 \cdot 5}}{\sqrt{9^2}} = \dfrac{\sqrt{2^4} \cdot \sqrt{5}}{9} =$

$= \dfrac{2^2 \cdot \sqrt{5}}{9} = \dfrac{4\sqrt{5}}{9} \simeq \dfrac{4 \cdot 2{,}24}{9} \simeq 1$

h) $\sqrt{\dfrac{720}{441}} = \dfrac{\sqrt{720}}{\sqrt{441}} = \dfrac{\sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5}}{\sqrt{3^2 \cdot 7^2}} =$

$= \dfrac{\sqrt{2^4} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{7^2}} = \dfrac{2^2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5}}{3 \cdot 7} =$

$= \dfrac{4\sqrt{5}}{7} \simeq \dfrac{4 \cdot 2{,}24}{7} = 1{,}28$

**4.** a) $\sqrt[3]{512} = \sqrt[3:3]{2^{9:3}} = 2^3 = 8$

b) $\sqrt[4]{121} \cdot \sqrt[4]{121} = \sqrt[4]{11^2} \cdot \sqrt[4]{11^2} =$

$= \sqrt[4]{11^2 \cdot 11^2} = \sqrt[4]{11^4} = 11$

c) $\sqrt{2\,744} : \sqrt{14} = \sqrt{2\,744 : 14} = \sqrt{196} =$

$= \sqrt{2^2 \cdot 7^2} = 14$

d) $\sqrt[5]{3{,}2 \cdot 10^6} = \sqrt[5]{32 \cdot 10^{-1} \cdot 10^6} =$

$= \sqrt[5]{32 \cdot 10^5} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 10^5} =$

$= \sqrt[5]{2^5} \cdot \sqrt[5]{10^5} = 2 \cdot 10 = 20$

e) $\sqrt[3]{\dfrac{8 \cdot 10^9}{27 \cdot 10^6}} = \sqrt[3]{\dfrac{2^3}{3^3} \cdot 10^{9-6}} = \sqrt[3]{\dfrac{2^3}{3^3} \cdot 10^3} =$

$= \dfrac{2}{3} \cdot 10 = \dfrac{20}{3}$

**5.** a) $\sqrt[12]{2^8} = \sqrt[x]{2^2}$

Como $\sqrt[12:4]{2^{8:4}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[x]{2^2}$, então $x = 3$.

b) $\sqrt[10]{3^{15}} = \sqrt[x]{3^3}$

Como $\sqrt[10:5]{3^{15:5}} = \sqrt[2]{3^3} = \sqrt[x]{3^3}$, então $x = 2$.

c) $\sqrt[27]{512} = \sqrt[3]{2^x}$

Como $\sqrt[27]{512} = \sqrt[27:9]{2^{9:9}} = \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2^x}$, então $x = 1$.

d) $\sqrt[10]{\dfrac{81}{625}} = \sqrt[5]{\left(\dfrac{3}{5}\right)^x}$

Como $\sqrt[10]{\dfrac{81}{625}} = \sqrt[10:2]{\dfrac{9^{2:2}}{25^{2:2}}} = \sqrt[5]{\dfrac{3^2}{5^2}} = \sqrt[5]{\left(\dfrac{3}{5}\right)^x}$, então $x = 2$.

e) $\sqrt[x]{\dfrac{5}{9}} = \sqrt[6]{\dfrac{125}{729}}$

Como $\sqrt[6]{\dfrac{125}{729}} = \sqrt[6:3]{\dfrac{5^{3:3}}{9^{3:3}}} = \sqrt[2]{\dfrac{5}{9}} = \sqrt[x]{\dfrac{5}{9}}$, então $x = 2$.

f) $\sqrt[8]{\dfrac{2\,401}{625}} = \sqrt[x]{\dfrac{7}{5}}$

Como $\sqrt[8]{\dfrac{2\,401}{625}} = \sqrt[8:4]{\dfrac{7^{4:4}}{5^{4:4}}} = \sqrt[2]{\dfrac{7}{5}} = \sqrt[x]{\dfrac{7}{5}}$, então $x = 2$.

**6.** A propriedade $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ é válida somente para números $a$ e $b$ reais não negativos. Assim, $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{(-1) \cdot (-1)} = \sqrt{1} = 1$ não está correta, pois $a$ e $b$ (ambos iguais a $-1$) são números negativos.

A propriedade $(\sqrt{a})^2 = a$ também é válida somente para $a$ real não negativo. Assim, $(\sqrt{-1})^2 = -1$ não está correta, pois $a$ (igual a $-1$) não é positivo.

Logo, as duas duplas cometeram erros.

**7.** $\sqrt[3]{\dfrac{2^{11}}{2^8}} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

alternativa **d**

## COMPREENDER UM TEXTO

▶ Páginas 46 e 47

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## ATIVIDADES ▶ Páginas 49 e 50

**1.** a) $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$

b) $-\sqrt{25} + \sqrt{49} = -5 + 7 = 2$

c) $-\sqrt[3]{8} + \sqrt{144} = -2 + 12 = 10$

d) $\sqrt{100} - \sqrt[3]{64} = 10 - 4 = 6$

e) $-\sqrt{121} + \sqrt{196} = -11 + 14 = 3$

f) $\sqrt[3]{27} - \sqrt{9} = 3 - 3 = 0$

g) $\sqrt{169} - \sqrt{225} = 13 - 15 = -2$

h) $\sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{8} + \sqrt{81} = 5 - 2 + 9 = 12$

i) $\sqrt{0{,}04} - \sqrt{0{,}09} + \sqrt{0{,}16} =$

$= 0{,}2 - 0{,}3 + 0{,}4 = 0{,}3$

j) $\sqrt{\dfrac{1}{4}} - \sqrt{\dfrac{1}{9}} + \sqrt{\dfrac{1}{16}} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4} =$

$= \dfrac{6 - 4 + 3}{12} = \dfrac{5}{12}$

**2.** a) $3\sqrt{250} - 4\sqrt{90} = 3\sqrt{5^2 \cdot 10} - 4\sqrt{3^2 \cdot 10} =$

$= 3 \cdot 5\sqrt{10} - 4 \cdot 3\sqrt{10} =$

$= 15\sqrt{10} - 12\sqrt{10} = (15 - 12)\sqrt{10} =$

$= 3\sqrt{10} = 3 \cdot 3{,}16 = 9{,}48$

b) $\sqrt{275} - \sqrt{99} = \sqrt{5^2 \cdot 11} - 3\sqrt{3^2 . 11} =$

$= 5\sqrt{11} - 3\sqrt{11} = (5 - 3)\sqrt{11} =$

$= 2\sqrt{11} = 2 \cdot 3{,}32 = 6{,}64$

c) $2\sqrt{99} + 2\sqrt{44} + 5\sqrt{7} - \sqrt{63} =$

$= 2\sqrt{3^2 \cdot 11} + 2\sqrt{2^2 \cdot 11} + 5\sqrt{7} - \sqrt{3^2 \cdot 7} =$

$= 2 \cdot 3\sqrt{11} + 2 \cdot 2\sqrt{11} + 5\sqrt{7} - 3\sqrt{7} =$

$= 6\sqrt{11} + 4\sqrt{11} + 5\sqrt{7} - 3\sqrt{7} =$

$= (6 + 4)\sqrt{11} + (5 - 3)\sqrt{7} =$

$= 10\sqrt{11} + 2\sqrt{7} = 10 \cdot 3{,}32 + 2 \cdot 2{,}65 =$

$= 33{,}2 + 5{,}3 = 38{,}5$

**3.** Exemplo de resposta: $\sqrt{\dfrac{1}{100}} + \sqrt{\dfrac{1}{100}}$

**4.** a) $1{,}41 + 2{,}24 = 3{,}65$

b) $3{,}16 + 3 = 6{,}16$

c) $1{,}73 + 3{,}46 = 5{,}19$

**5.** a) $\sqrt{10} + 2\sqrt{10} - 5\sqrt{10} = (1 + 2 - 5)\sqrt{10} =$

$= -2\sqrt{10}$

b) $3\sqrt{8} - \sqrt{18} - 2\sqrt{32} =$

$= 3\sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{3^2 \cdot 2} + 2\sqrt{4^2 \cdot 2} =$

$= 3 \cdot 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2 \cdot 4\sqrt{2} =$

$= 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 8\sqrt{2} =$

$= (6 - 3 + 8)\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$

c) $\sqrt[3]{81} + 2\sqrt[3]{24} - 3\sqrt[3]{375} =$
$= \sqrt[3]{3^3 \cdot 3} + 2\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} - 3\sqrt[3]{5^3 \cdot 3} =$
$= 3\sqrt[3]{3} + 2 \cdot 2\sqrt[3]{3} - 5 \cdot 3\sqrt[3]{3} =$
$= 3\sqrt[3]{3} + 4\sqrt[3]{3} - 15\sqrt[3]{3} =$
$= (3 + 4 - 15)\sqrt[3]{3} = -8\sqrt[3]{3}$

d) $\sqrt{50} - \sqrt{300} - \sqrt{98} + \sqrt{363} =$
$= \sqrt{5^2 \cdot 2} - \sqrt{10^2 \cdot 3} - \sqrt{7^2 \cdot 2} +$
$+ \sqrt{11^2 \cdot 3} = 5\sqrt{2} - 10\sqrt{3} - 7\sqrt{2} +$
$+ 11\sqrt{3} = (-10 + 11)\sqrt{3} + (5 - 7)\sqrt{2} =$
$= \sqrt{3} - 2\sqrt{2}$

e) $5\sqrt{8} - 2\sqrt{18} + \frac{1}{2}\sqrt{200} =$
$= 5\sqrt{2^2 \cdot 2} - 2\sqrt{3^2 \cdot 2} + \frac{1}{2}\sqrt{10^2 \cdot 2} =$
$= 5 \cdot 2\sqrt{2} - 2 \cdot 3\sqrt{2} + \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{2} =$
$= 10\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 5\sqrt{2} =$
$= (10 - 6 + 5)\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

f) $3x\sqrt{xy^3} - xy\sqrt{4xy} - 2\sqrt{x^3y^3} =$
$= 3x\sqrt{xyy^2} - xy\sqrt{2^2xy} - 2\sqrt{xyx^2y^2} =$
$= 3xy\sqrt{xy} - xy \cdot 2\sqrt{xy} - 2xy\sqrt{xy} =$
$= (3xy - 2xy - 2xy)\sqrt{xy} = -xy\sqrt{xy}$

g) $3\sqrt{a^3} - a\sqrt{a} + \frac{\sqrt{a^5}}{a} =$
$= 3\sqrt{a^2a} - a\sqrt{a} + \frac{\sqrt{a^4a}}{a} =$
$= 3 \cdot a\sqrt{a} - a\sqrt{a} + a^2 \cdot \frac{\sqrt{a}}{a} =$
$= 3a\sqrt{a} - a\sqrt{a} + a\sqrt{a} =$
$= (3a - a + a)\sqrt{a} = 3a\sqrt{a}$

**6.** a) Para determinar a medida do perímetro, em centímetro, podemos fazer:
$\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
Logo, a medida do perímetro do quadrado é $4\sqrt{2}$ cm.

b) Para determinar a medida do perímetro, em centímetro, podemos fazer:
$\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{2} + \sqrt{8}$
Como $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, temos:
$\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$
Logo, a medida do perímetro do retângulo é $6\sqrt{2}$ cm.

c) Para determinar a medida do perímetro, em centímetro, podemos fazer:
$(\sqrt{2} + \sqrt{8}) + (\sqrt{2} + \sqrt{8}) + (\sqrt{2} + \sqrt{8}) =$
$= 3\sqrt{2} + 3\sqrt{8}$
Como $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, temos:
$3\sqrt{2} + 3\sqrt{8} = 3\sqrt{2} + 3 \cdot 2\sqrt{2} =$
$= 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$
Logo, a medida do perímetro do triângulo é $9\sqrt{2}$ cm.

d) Para determinar a medida do perímetro, em centímetro, podemos fazer:
$\sqrt{108} + \sqrt{75} + \sqrt{108} + \sqrt{75} =$
$= 2\sqrt{108} + 2\sqrt{75}$
Como $\sqrt{108} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3} = 2 \cdot 3\sqrt{3} =$
$= 6\sqrt{3}$ e $\sqrt{75} = \sqrt{3 \cdot 5^2} = 5\sqrt{3}$, temos:
$2\sqrt{108} + 2\sqrt{75} = 2 \cdot 6\sqrt{3} + 2 \cdot 5\sqrt{3} =$
$= 12\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 22\sqrt{3}$
Logo, a medida do perímetro do quadrado é $22\sqrt{3}$ cm.

## ATIVIDADES ▸ Página 51

**1.** a) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{16} = \sqrt{4 \cdot 16} = \sqrt{64} = 8$

b) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{5 \cdot 25} = \sqrt[3]{125} = 5$

c) $\sqrt[3]{18} \cdot \sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{18 \cdot 6} = \sqrt[3]{108} =$
$= \sqrt[3]{3^3 \cdot 4} = 3\sqrt[3]{4}$

d) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{15} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 15} = \sqrt{300} =$
$= \sqrt{10^2 \cdot 3} = 10\sqrt{3}$

e) $\sqrt{6} : \sqrt{3} = \sqrt{6 : 3} = \sqrt{2}$

f) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{24}{6}} = \sqrt{4} = 2$

g) $\sqrt[3]{10} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{10 : 2} = \sqrt[3]{5}$

h) $\frac{\sqrt{120}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{120}{3}} = \sqrt{40} = \sqrt{2^2 \cdot 10} = 2\sqrt{10}$

**2.** a) $\sqrt{6} \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{60}) = \sqrt{6} \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{4 \cdot 15}) =$
$= \sqrt{6} \cdot (\sqrt{15} + 2\sqrt{15}) = \sqrt{6} \cdot 3\sqrt{15} =$
$= 3 \cdot \sqrt{15 \cdot 6} = 3 \cdot \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2} =$
$= 3 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 10} = 3 \cdot 3\sqrt{10} = 9\sqrt{10}$

b) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{54} - \sqrt{6}) = \sqrt{3} \cdot (\sqrt{3^2 \cdot 6} - \sqrt{6}) =$
$= \sqrt{3} \cdot (3\sqrt{6} - \sqrt{6}) = \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6} =$
$= 2\sqrt{3 \cdot 6} = 2\sqrt{3 \cdot 3 \cdot 2} = 2\sqrt{3^2 \cdot 2} =$
$= 2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

c) $(\sqrt{3} - 1) \cdot (\sqrt{3} + 1) =$
$= \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + 1 \cdot \sqrt{3} - 1 \cdot \sqrt{3} - 1 \cdot 1 =$
$= \sqrt{3 \cdot 3} + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1 = \sqrt{3^2} - 1 =$
$= 3 - 1 = 2$

d) $(2 - \sqrt{2}) \cdot (2 + \sqrt{2}) =$
$= 2 \cdot 2 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} =$
$= 4 - \sqrt{2 \cdot 2} = 4 - \sqrt{2^2} = 4 - 2 = 2$

e) $(\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{2} + 1) =$
$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + 1\sqrt{2} + 1\sqrt{2} + 1^2 =$
$= \sqrt{4} + 2\sqrt{2} + 1 = 2 + 2\sqrt{2} + 1 =$
$= 3 + 2\sqrt{2}$

**3.** a) $2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} = 9\sqrt{5} \simeq 9 \cdot 2{,}2 = 19{,}8$

b) $(5\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5^4}) = 5\sqrt{5} \cdot 5^2 = 5\sqrt{5} \cdot 25 =$
$= 125\sqrt{5} \simeq 125 \cdot 2{,}2 = 275$

c) $(\sqrt{5})^2 - 3\sqrt{5} \simeq 5 - 3 \cdot 2{,}2 = 5 - 6{,}6 = -1{,}6$

d) $\sqrt{125} : \sqrt{625} = \frac{\sqrt{5^2 \cdot 5}}{\sqrt{5^4}} = \frac{5\sqrt{5}}{5^2} =$
$= \frac{5\sqrt{5}}{25} = \frac{\sqrt{5}}{5} \simeq \frac{2{,}2}{5} = 0{,}44$

e) $\sqrt{45} + \sqrt{20} - 5\sqrt{5} =$
$= \sqrt{3^2 \cdot 5} + \sqrt{2^2 \cdot 5} - 5\sqrt{5} =$
$= 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = 0$

f) $\sqrt{5} + 2\sqrt{25} \simeq 2{,}2 + 2 \cdot 5 = 2{,}2 + 10 = 12{,}2$

**4.** a) Como mmc $(2, 3) = 6$, podemos fazer:
$\sqrt{2} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[2 \cdot 3]{2^{1 \cdot 3}} : \sqrt[3 \cdot 2]{2^{1 \cdot 2}} =$
$= \sqrt[6]{2^3} : \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{2^{3-2}} = \sqrt[6]{2}$

b) Como mmc $(4, 2) = 4$, podemos fazer:
$\sqrt[4]{3^3} \cdot \sqrt{3^4} = \sqrt[4]{3^3} \cdot \sqrt[2 \cdot 2]{3^{4 \cdot 2}} = \sqrt[4]{3^3} \cdot \sqrt[4]{3^8} =$
$= \sqrt[4]{3^4 \cdot 3^4 \cdot 3^3} = 3 \cdot 3\sqrt[4]{3} = 9\sqrt[4]{3}$

c) Como mmc $(3, 2) = 6$, podemos fazer:
$\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt[3 \cdot 2]{3^{1 \cdot 2}}}{\sqrt[2 \cdot 3]{2^{1 \cdot 3}}} = \frac{\sqrt[6]{3^2}}{\sqrt[6]{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{3^2}{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{9}{8}}$

d) Como mmc $(4, 3, 2) = 12$, podemos fazer:
$\frac{\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[3]{6}}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt[4 \cdot 3]{5^{1 \cdot 3}} \cdot \sqrt[3 \cdot 4]{6^{1 \cdot 4}}}{\sqrt[2 \cdot 6]{15^{1 \cdot 6}}} =$
$= \frac{\sqrt[12]{5^3} \cdot \sqrt[12]{6^4}}{\sqrt[12]{15^6}} = \sqrt[12]{\frac{5^3 \cdot 6^4}{15^6}} =$
$= \sqrt[12]{\frac{5^3 \cdot 3^4 \cdot 2^4}{5^6 \cdot 3^6}} = \sqrt[12]{\frac{2^4}{5^3 \cdot 3^2}} =$
$= \sqrt[12]{\frac{16}{125 \cdot 9}} = \sqrt[12]{\frac{16}{1\,125}}$

**5.** a) Para calcular a medida do perímetro, em metro, podemos fazer:
$2 \cdot 2\sqrt{2} + 2 \cdot (2 + \sqrt{2}) =$
$= 4\sqrt{2} + 4 + 2\sqrt{2} = 2(2 + 3\sqrt{2})$
Para calcular a medida da área, em metro quadrado, podemos fazer:
$2\sqrt{2} \cdot (2 + \sqrt{2}) = 4\sqrt{2} + 2 \cdot (\sqrt{2})^2 =$
$= 4\sqrt{2} + 2 \cdot 2 = 4\sqrt{2} + 4 = 4 \cdot (\sqrt{2} + 1)$
Logo, a medida do perímetro é $2(2 + 3\sqrt{2})$ m e a medida da área é $4 \cdot (\sqrt{2} + 1)$ m².

b) Para calcular a medida do perímetro, em centímetro, podemos fazer:
$2 \cdot (\sqrt{5} - 1) + 2 \cdot (\sqrt{5} + 1) =$
$= 2\sqrt{5} - 2 + 2\sqrt{5} + 2 = 4\sqrt{5}$
Para calcular a medida da área, em centímetro quadrado, podemos fazer:
$(\sqrt{5} - 1) \cdot (\sqrt{5} + 1) = (\sqrt{5})^2 - 1^2 = 5 - 1 = 4$
Logo, a medida do perímetro é $4\sqrt{5}$ cm e a medida da área é 4 cm².

## ATIVIDADES ▸ Página 52

**1.** a) $(\sqrt{7})^3 = \sqrt{7^3} = \sqrt{7^2 \cdot 7} = 7\sqrt{7}$

b) $(3\sqrt{5})^2 = 3^2\sqrt{5^2} = 9 \cdot 5 = 45$

c) $\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{\sqrt{3^3}}{2^3} =$
$= \frac{\sqrt{3^2 \cdot 3}}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$

d) $(\sqrt[4]{9})^2 = (\sqrt[4]{3^2})^2 = (\sqrt{3})^2 = 3$

e) $(2\sqrt[5]{27})^4 = 2^4\sqrt[5]{27^4} = 16\sqrt[5]{3^{3 \cdot 4}} =$
$= 16\sqrt[5]{3^{12}} = 16\sqrt[5]{9^6} = 16\sqrt[5]{9^5 \cdot 9} =$
$= 9 \cdot 16\sqrt[5]{9} = 144\sqrt[5]{9}$

f) $(3\sqrt{2a+1})^2 = 3^2\sqrt{(2a+1)^2} = 9\cdot(2a+1) =$
$= 18a + 9$, com $a \geqslant -\frac{1}{2}$

**2.** a) $\sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[3\cdot 2]{64} = \sqrt[6]{64}$

b) $\sqrt[8]{\sqrt[5]{6}} = \sqrt[8\cdot 5]{6} = \sqrt[40]{6}$

c) $\sqrt{3\sqrt{4}} = \sqrt{\sqrt{9\cdot 4}} = \sqrt{\sqrt{36}} = \sqrt[2\cdot 2]{36} = \sqrt[4]{36}$

d) $2\sqrt{2\sqrt{2}} = \sqrt{4\cdot 2\sqrt{2}} = \sqrt{8\sqrt{2}} =$
$= \sqrt{\sqrt{64\cdot 2}} = \sqrt{\sqrt{128}} = \sqrt[2\cdot 2]{128} = \sqrt[4]{128}$

**3.** a) $a + b = (5+\sqrt{3}) + (5-\sqrt{3}) =$
$= 5 + 5 + \sqrt{3} - \sqrt{3} = 10$

b) $a - b = (5+\sqrt{3}) - (5-\sqrt{3}) =$
$= 5 + \sqrt{3} - 5 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

c) $a^2 = (5+\sqrt{3})^2 = 5^2 + 2\cdot 5\cdot\sqrt{3} + \sqrt{3^2} =$
$= 25 + 10\sqrt{3} + 3 = 28 + 10\sqrt{3}$

d) $b^2 = (5-\sqrt{3})^2 = 5^2 - 2\cdot 5\cdot\sqrt{3} + \sqrt{3^2} =$
$= 25 - 10\sqrt{3} + 3 = 28 - 10\sqrt{3}$

e) $a\cdot b = (5+\sqrt{3})\cdot(5-\sqrt{3}) =$
$= 5^2 - 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + \sqrt{3^2} = 25 - 3 = 22$

f) $b - a = (5-\sqrt{3}) - (5+\sqrt{3}) =$
$= 5 - \sqrt{3} - 5 - \sqrt{3} = -2\sqrt{3}$

**4.** a) $\sqrt{\sqrt{2}} = (\sqrt{2})^2 \Rightarrow \sqrt[2\cdot 2]{2} = \sqrt{2^2} \Rightarrow \sqrt[4]{2} \neq 2$
Logo, a sentença é falsa.

b) $\sqrt{\sqrt{9}} = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{\sqrt{3^2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3} = \sqrt{3}$
Logo, a sentença é verdadeira.

c) $(\sqrt[3]{2})^6 = 2^2 \Rightarrow \sqrt[3]{2^6} = 2^2 \Rightarrow \sqrt[3]{(2^2)^3} = 2^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow 2^2 = 2^2$
Logo, a sentença é verdadeira.

d) $\sqrt[3]{3\sqrt{3}} = \sqrt[6]{27} \Rightarrow \sqrt[3]{\sqrt{9\cdot 3}} = \sqrt[6]{27} \Rightarrow$
$\Rightarrow \sqrt[3\cdot 2]{27} = \sqrt[6]{27} \Rightarrow \sqrt[6]{27} = \sqrt[6]{27}$
Logo, a sentença é verdadeira.

**5.** Exemplo de resposta: Calcule a medida de área de um retângulo cujos lados medem $(2+\sqrt{3})$ cm e $(2-\sqrt{3})$ cm.
Resposta: 1 cm²

**6.** Para calcular a medida do volume, em centímetro cúbico, podemos fazer:
$(\sqrt{10}-2)\cdot(\sqrt{10}-2)\cdot 10\sqrt{2} =$
$= (\sqrt{10}-2)^2\cdot 10\sqrt{2} =$
$= ((\sqrt{10})^2 - 2\cdot\sqrt{10}\cdot 2 + 2^2)\cdot 10\sqrt{2} =$
$= (10 - 4\sqrt{10} + 4)\cdot 10\sqrt{2} =$
$= (14 - 4\sqrt{10})\cdot 10\sqrt{2} =$
$= 14\cdot 10\sqrt{2} - 40\sqrt{20} =$
$= 140\sqrt{2} - 40\sqrt{2^2\cdot 5} = 140\sqrt{2} - 80\sqrt{5}$
Logo, a medida do volume do paralelepípedo é $(140\sqrt{2} - 80\sqrt{5})$ cm³.

## ATIVIDADES ▸ Página 55

**1.** a) $\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

b) $\frac{3}{2\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2\cdot 5} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$

c) $\frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{2}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}-3}{3}$

e) $\frac{(3+\sqrt{3})}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}+3}{3} =$
$= \frac{3\cdot(\sqrt{3}+1)}{3} = \sqrt{3}+1$

f) $\frac{10}{2-\sqrt{2}}\cdot\frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \frac{10\cdot(2+\sqrt{2})}{2^2-(\sqrt{2})^2} =$
$= \frac{10\cdot(2+\sqrt{2})}{4-2} = \frac{10\cdot(2+\sqrt{2})}{2} =$
$= 5\cdot(2+\sqrt{2})$

g) $\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{3\cdot(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} =$
$= \frac{3\cdot(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3} = \frac{3\cdot(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2}$

h) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}\cdot\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{2}\cdot(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3})^2-1^2} =$
$= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{3-1} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

i) $\frac{\sqrt{11}+1}{\sqrt{11}-1}\cdot\frac{\sqrt{11}+1}{\sqrt{11}+1} =$
$= \frac{(\sqrt{11})^2 + 2\cdot 1\cdot\sqrt{11} + 1^2}{(\sqrt{11})^2 - 1^2} =$
$= \frac{11 + 2\sqrt{11} + 1}{11-1} = \frac{12 + 2\sqrt{11}}{10} =$
$= \frac{2(6+\sqrt{11})}{10} = \frac{6+\sqrt{11}}{5}$

j) $\frac{7}{2+\sqrt{5}}\cdot\frac{2-\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} = \frac{7(2-\sqrt{5})}{2^2-(\sqrt{5})^2} =$
$= \frac{7(2-\sqrt{5})}{4-5} = \frac{7(2-\sqrt{5})}{-1} =$
$= -7(2-\sqrt{5}) = -14 + 7\sqrt{5}$

**2.** $\frac{2}{\sqrt{98}} - \frac{2}{\sqrt{32}} = a\sqrt{2}$

Devemos primeiro simplificar cada número da expressão:

$\frac{2}{\sqrt{98}} = \frac{2}{\sqrt{2\cdot 7^2}} = \frac{2}{7\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{7\cdot 2} =$
$= \frac{\sqrt{2}}{7} = \frac{1}{7}\cdot\sqrt{2}$

$\frac{2}{\sqrt{32}} = \frac{2}{\sqrt{2\cdot 2^4}} = \frac{2}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$
$= \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{4}\cdot\sqrt{2}$

Assim, temos:

$\frac{2}{\sqrt{98}} - \frac{2}{\sqrt{32}} = a\sqrt{2} \Rightarrow$
$\Rightarrow \frac{1}{7}\cdot\sqrt{2} - \frac{1}{4}\cdot\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow$
$\Rightarrow \left(\frac{1}{7}-\frac{1}{4}\right)\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow$
$\Rightarrow \left(\frac{4}{28}-\frac{7}{28}\right)\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow -\frac{3}{28}\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow$
$\Rightarrow a = -\frac{3}{28}$

Logo, o número a que satisfaz a expressão é $-\frac{3}{28}$.

**3.** a) $\frac{4}{\sqrt{5}-1} = \frac{4}{\sqrt{5}-1}\cdot\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} =$
$= \frac{4\cdot(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5})^2-1^2} = \frac{4\cdot(\sqrt{5}+1)}{5-1} =$
$= \frac{4\cdot(\sqrt{5}+1)}{4} = \sqrt{5}+1 =$
$= 2{,}24 + 1 = 3{,}24$

b) $\frac{20}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} =$
$= \frac{20\cdot(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{20\,(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{7-3} =$
$= \frac{20(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{4} = 5(\sqrt{7}-\sqrt{3}) =$
$= 5(\sqrt{7}-\sqrt{3}) = 5\cdot(2{,}65-1{,}73) =$
$= 5\cdot 0{,}92 =$
$= 4{,}6$

**4.** a) $\frac{\sqrt{120}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{120}{3}} = \sqrt{40} = \sqrt{2^2\cdot 10} = 2\sqrt{10}$

b) $\frac{\sqrt[3]{a^{10}}}{\sqrt[3]{a^4}} = \sqrt[3]{\frac{a^{10}}{a^4}} = \sqrt[3]{a^6} = a^2$

c) $\frac{\sqrt[4]{81x^7}}{\sqrt[4]{x^3}} = \sqrt[4]{\frac{81x^7}{x^3}} = \sqrt[4]{81x^4} = \sqrt[4]{3^4\cdot x^4} = 3x$

d) $\frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{8}}{\sqrt{10}} = \sqrt{\frac{5\cdot 8}{10}} = \sqrt{4} = 2$

## ATIVIDADES ▸ Página 56

**1.** a) $43^{\frac{1}{9}} = \sqrt[9]{43}$

b) $7^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{7^2}}$

c) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$

d) $(0{,}25)^{\frac{5}{12}} = \sqrt[12]{0{,}25^5}$ ou $\sqrt[6]{0{,}5^5}$

**2.** a) $81^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

$81^{-\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{1^{\frac{1}{4}}}{81^{\frac{1}{4}}} = \frac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{81}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{1}{3}$

$81^{\frac{1}{4}} + 81^{-\frac{1}{4}} = 3 + \frac{1}{3} = \frac{9}{3} + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$

b) $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

$125^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{125^2} = \sqrt[3]{(5^3)^2} = \sqrt[3]{5^3 \cdot 5^3} = 25$

$8^{\frac{1}{3}} \cdot 125^{\frac{2}{3}} = 2 \cdot 25 = 50$

c) $343^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{343^4} = \sqrt[3]{(7^3)^4} = \sqrt[3]{7^{12}} = \sqrt[3]{7^3 \cdot 7^3 \cdot 7^3 \cdot 7^3} = 7^4 = 2\,401$

$49^{0,5} = 49^{\frac{5}{10}} = 49^{\frac{1}{2}} = \sqrt{49} = 7$

$343^{\frac{4}{3}} : 49^{0,5} = 2\,401 : 7 = 343$

d) $36^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{36^3} = \sqrt[2]{(2^2 \cdot 3^2)^3} = \sqrt[2]{2^6 \cdot 3^6} = \sqrt[2]{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2} =$

$= 2^3 \cdot 3^3 = 216$

$32^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{32^2} = \sqrt[5]{(2^5)^2} = \sqrt[5]{2^{10}} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 2^5} = 4$

$36^{\frac{3}{2}} - 32^{\frac{2}{5}} = 216 - 4 = 212$

**3.** a) $\sqrt{\sqrt{5^2}} = 5^{\frac{2}{4}} = 5^{\frac{1}{2}}$

b) $(3^2)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{3^2}$

c) $\sqrt[5]{\sqrt{3 \cdot \sqrt[4]{2}}} = \sqrt[10]{3} \cdot \sqrt[20]{2} = 3^{\frac{1}{10}} \cdot 2^{\frac{1}{20}}$

d) $3\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}} = 3\sqrt[3]{\sqrt[3]{8 \cdot 2\sqrt{2}}} = 3\sqrt[3]{\sqrt[3]{16\sqrt{2}}} = 3\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{256 \cdot 2}}} =$

$= 3\sqrt[3]{\sqrt[3]{512}} = 3 \cdot 512^{\frac{1}{18}} = 3 \cdot (2^9)^{\frac{1}{18}} = 3 \cdot 2^{\frac{9}{18}} = 3 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$

e) $\sqrt[3]{\sqrt{18}} = 18^{\frac{1}{6}}$

f) $\left(2^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{2}{15}} = \sqrt[15]{2^2}$

g) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{30}}} = 30^{\frac{1}{8}}$

h) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}} = \sqrt{\sqrt{4 \cdot 2\sqrt{8}}} = \sqrt{\sqrt{8\sqrt{2}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{64 \cdot 2}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{128}}} =$

$= 128^{\frac{1}{8}} = (2^7)^{\frac{1}{8}} = 2^{\frac{7}{8}}$

**4.** $\left(\frac{1}{9}\right)^n = 2\,187$

$\left(\frac{1}{9}\right)^n = 3^7 \Rightarrow \left(\frac{1}{3^2}\right)^n = 3^7 \Rightarrow 3^{-2n} = 3^7 \Rightarrow -2n = 7 \Rightarrow n = -\frac{7}{2}$

Logo, $n$ vale $-\frac{7}{2}$.

## ATIVIDADES ▶ Página 59

**1.** a) $15\% \cdot 130 = \frac{15}{100} \cdot 130 = \frac{1\,950}{100} = 19{,}5$

Logo, 15% de 130 é igual a 19,5.

b) $2\% \cdot 3\,450 = \frac{2}{100} \cdot 3\,450 = \frac{6\,900}{100} = 69$

Logo, 2% de R$ 3 450,00 é igual a R$ 69,00.

c) $25\% \cdot 2\,000 = \frac{25}{100} \cdot 2\,000 = \frac{50\,000}{100} = 500$

Logo, 25% de 2 000 pessoas é igual a 500 pessoas.

d) $12{,}5\% \cdot 32 = \frac{12{,}5}{100} \cdot 32 = \frac{400}{100} = 4$

Logo, 12,5% de 32 é igual a 4.

e) $110\% \cdot 350 = \frac{110}{100} \cdot 350 = \frac{38\,500}{100} = 385$

Logo, 110% de R$ 350,00 é igual a R$ 385,00.

**2.** Primeiro, vamos calcular o desconto no preço do celular, ou seja, 2% de R$ 850,00:

$\frac{2}{100} \cdot 850 = \frac{1\,700}{100} = 17$

O celular teve um desconto de R$ 17,00 e o seu preço com desconto é de R$ 833,00, pois:

R$ 850,00 – R$ 17,00 = R$ 833,00

No pagamento a prazo, é cobrada uma taxa de 5% sobre o valor final do produto, ou seja, 5% de R$ 833,00:

$\frac{5}{100} \cdot 833 = \frac{4\,165}{100} = 41{,}65$

Assim:

R$ 833,00 + R$ 41,65 = R$ 874,65

Logo, uma pessoa pagaria R$ 874,65, caso optasse por comprar o celular e pagá-lo a prazo.

**3.** Vamos calcular o percentual de desconto. O desconto no preço foi de R$ 91,00, pois:

$1\,300 - 1\,209 = 91$

Para calcular a taxa percentual $t$ que esse desconto representa do valor inicial, podemos fazer:

$t \cdot 1\,300 = 91 \Rightarrow t = \frac{91}{1\,300} = 0{,}07 = \frac{7}{100} = 7\%$

Logo, o desconto oferecido foi de 7%.

**4.** Vamos calcular o percentual de crescimento da população. O aumento da população foi de 22 561 840 pessoas, pois:

$213\,317\,639 - 190\,755\,799 = 22\,561\,840$

Para calcular a taxa de crescimento $t$ que esse aumento representa da população inicial, podemos fazer:

$t \cdot 190\,755\,799 = 22\,561\,840$

$t = \frac{22\,561\,840}{190\,755\,799} \simeq 0{,}1183 = 11{,}83\%$

Aproximadamente, 11,83% de taxa de crescimento.

**5.** Na calculadora, os estudantes devem fazer:

12 000 + 0,8% → 12 096 (após o 1º mês)

12 096 + 0,8% → 12 192,768 (após o 2º mês)

12 192,768 + 0,8% → 12 290,310144 (após o 3º mês)

12 290,310144 + 0,8% → 12 388,632625 (após o 4º mês)

12 388,632625 + 0,8% → 12 487,741686 (após o 5º mês)

Aproximadamente, R$ 12 487,74.

**6.** Os estudantes devem perceber que calcular uma desvalorização de 10% equivale a calcular 90% do valor. Assim, podemos multiplicar o valor por 0,9 em cada cálculo.

Na calculadora, os estudantes devem fazer:

40 000 · 0,9% → 36 000 (após o 1º ano)

36 000 · 0,9% → 32 400 (após o 2º ano)

32 400 · 0,9% → 29 160 (após o 3º ano)

29 160 · 0,9% → 26 244 (após o 4º ano)

Fazendo a diferença entre o valor inicial e o final (40 000 – 26 244), temos que a desvalorização foi de R$ 13 756,00.

**7.** Exemplo de respostas:

a) Paulo comprou um automóvel que custava R$ 56 250,00 e, após receber um desconto, pagou R$ 54 000,00 por ele. Qual foi o percentual de desconto recebido por Paulo? (Resposta: 4%).

b) Mirela comprou uma motocicleta de R$ 8 000,00, que depois sofreu uma desvalorização de 0,5% ao mês. Quanto essa motocicleta desvalorizou em 6 meses? (Resposta: R$ 237,02).

## EDUCAÇÃO FINANCEIRA ▸ Páginas 60 e 61

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Páginas 62 e 63

**1.** **a)** 2 555,00 – 1 985,00 = 570,00

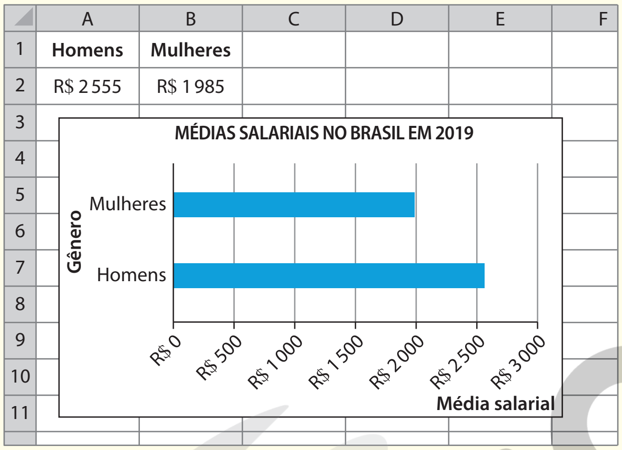
Logo, a diferença era de R$ 570,00.

**b)** Espera-se que os estudantes respondam que sim, pois, ao calcular a porcentagem do salário médio dos homens que corresponde ao salário médio das mulheres, obtemos aproximadamente 77,69%.

$\frac{1\,985}{2\,555} = 0{,}7769 \cdot 100 \simeq 77{,}69\%$

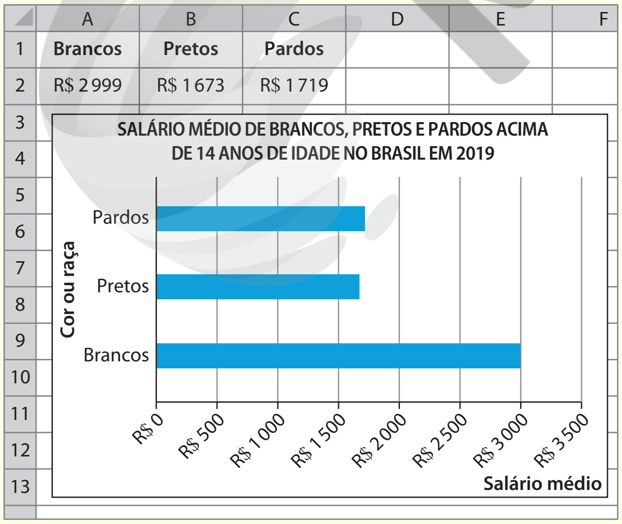
**c)** Acima, pois R$ 2 555,00 é maior que R$ 2 308,00; abaixo, pois R$ 1 985,00 é menor que R$ 2 308,00.

**d)**



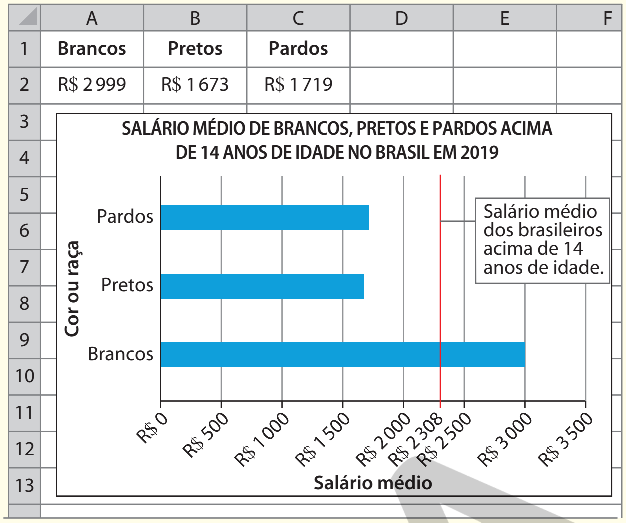

BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2012-2019*. Brasília, DF: IBGE, [2020?].

**2.** **a)** Gráfico de barras.




BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2012-2019*. Brasília, DF: IBGE, [2020?].

**b)**




BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2012-2019*. Brasília, DF: IBGE, [2020?].

**c)** Espera-se que os estudantes concluam que apenas a média salarial dos brancos estava acima do salário médio dos brasileiros com mais de 14 anos de idade em 2019.

## ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Página 64

**1.** alternativas **b** e **d**

**a)** Falsa

cubo cuja aresta mede 9 cm: $V = 9^3 = 729$

cubo cuja aresta mede 3 cm: $V = 3^3 = 27$

$729 \neq 3 \cdot 27 \Rightarrow 729 \neq 81$

**b)** Verdadeira

cubo cuja aresta mede 6 cm: $V = 6^3 = 216$

cubo cuja aresta mede 3 cm: $V = 3^3 = 27$

$27 \cdot 8 = 216$

**c)** Falsa

cubo cuja aresta mede 1 cm: $V = 1^3 = 1$

cubo cuja aresta mede 3 cm: $V = 3^3 = 27$

$\frac{1}{3}$ de $27 = 9 \neq 1$

**d)** Verdadeira

cubo cuja aresta mede 5 cm: $V = 5^3 = 125$

cubo cuja aresta mede 10 cm: $V = 10^3 = 1\,000$

$\frac{1}{8}$ de $1\,000 = 125$

**2.** $V = a^3 \Rightarrow 27\,000 = a^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{27\,000} \Rightarrow a = 30$

Logo, a altura do aquário mede 30 cm.

**3.** $0{,}074 : 1\,000$ m $= 0{,}000074$ m $= 7{,}4 \cdot 10^{-5}$ m

**4.** **a)** $3{,}303 \cdot 10^{23}$, $5{,}688 \cdot 10^{26}$, $1{,}900 \cdot 10^{27}$

**b)** Mercúrio: $57\,910\,000 = 5{,}791 \cdot 10^7$

Júpiter: $778\,330\,000 = 7{,}7833 \cdot 10^8$

Saturno: $1\,429\,400\,000 = 1{,}4294 \cdot 10^9$

**5.** Preço inicial R$ 45,00

$45 + 0{,}02 \cdot 45 = 45{,}90$ (1º aumento)

$45{,}90 + 0{,}02 \cdot 45{,}90 = 46{,}818$ (2º aumento)

$46{,}818 + 0{,}02 \cdot 46{,}818 = 47{,}75436$ (3º aumento)

Logo, o valor aproximado da camisa após os três aumentos será de R$ 47,75.

**6.** a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{36} = 6$

b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{100} = 10$

c) $\sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt{\frac{5}{3}} = \sqrt{\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3}} = \sqrt{\frac{15}{15}} = \sqrt{1} = 1$

d) $\left(\sqrt[4]{9}\right)^2 = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

e) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{6}{3}} = \sqrt{2}$

f) $\frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{24}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$

**7.** a) Essa lata tem arestas que medem $5\sqrt{3}$ cm de comprimento. Assim, temos:

$6 \cdot \left(5\sqrt{3}\right)^2 = 6 \cdot 25 \cdot 3 = 450$

Logo, é necessário 450 $cm^2$ de plástico.

b) O cálculo da medida do volume da lata.

c) Não vai caber (a medida do volume é aproximadamente 650 $cm^3$).

**8.** a) $\frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

b) $\frac{10}{3\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{3 \cdot 5} = \frac{10\sqrt{5}}{15} = \frac{2\sqrt{5}}{3}$

c) $\frac{3}{\sqrt[4]{2}} \cdot \frac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt[4]{2^3}} = \frac{3\sqrt[4]{2^3}}{2} = \frac{3\sqrt[4]{8}}{2}$

d) $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} \cdot \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3}$

e) $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\left(\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

f) $\frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \cdot \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{2\sqrt{2} + 2 - \sqrt{4} - \sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2 - 1^2} = \frac{\sqrt{2}}{2 - 1} = \sqrt{2}$

**9.** a) $\left(\sqrt[3]{-8} + 3\right)^2 - \left\{2 - \left[\left(\sqrt{\frac{1}{9}}\right)^{-1} - 12\right]\right\} =$

$= (-2 + 3)^2 - \left\{2 - \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - 12\right]\right\} = (+1)^2 - \{2 - [3^1 - 12]\} =$

$= 1 - \{2 - [3 - 12]\} = 1 - \{2 - [-9]\} = 1 - \{2 + 9\} = 1 - 11 = -10$

b) $0{,}25 \cdot (-3)^2 : \left(\frac{1}{4}\right) - \left(3 \cdot \sqrt[3]{-8} + 11\right) = 0{,}25 \cdot 9 : \left(\frac{1}{4}\right) - \left(3 \cdot (-2) + 11\right) =$

$= 2{,}25 : 0{,}25 - (-6 + 11) = 9 - (+5) = 9 - 5 = 4$

**10.** $\frac{\sqrt{1 + \sqrt{121}}}{\sqrt{45 + \sqrt{900}}} = \frac{\sqrt{1 + 11}}{\sqrt{45 + 30}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{75}} = \sqrt{\frac{12}{75}} = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$

**11.** a) $(3\sqrt{2} + 5 + 3\sqrt{2} + 8 + 3)$ cm $= (6\sqrt{2} + 16)$ cm ou aproximadamente 24,5 cm.

b) $A_{\text{trapézio}} = \frac{(11 + 5) \cdot 3}{2} = \frac{16 \cdot 3}{2} = 24$

Cada tampa mede 24 $cm^2$.

Assim, para calcular quantos centímetros quadrados são necessários para confeccionar 15 tampas, fazemos:

$15 \cdot 24 = 360$

Portanto, são necessários 360 $cm^2$.

## Capítulo 3

### ATIVIDADES ▸ Página 66

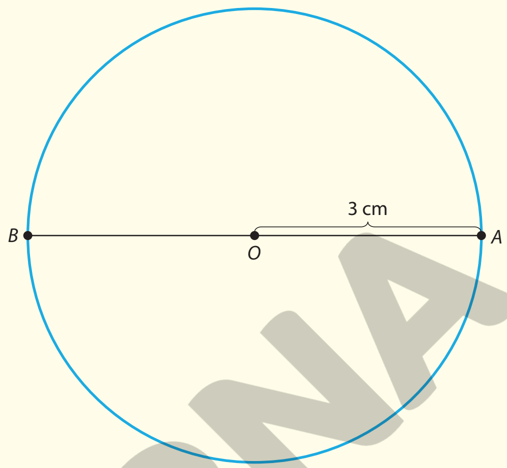
**1.** a) raio, pois é um segmento de reta que tem uma extremidade no centro e a outra em um ponto da circunferência.

b) diâmetro e corda, pois é um segmento cujas extremidades são dois pontos distintos da circunferência e que passa pelo seu centro.

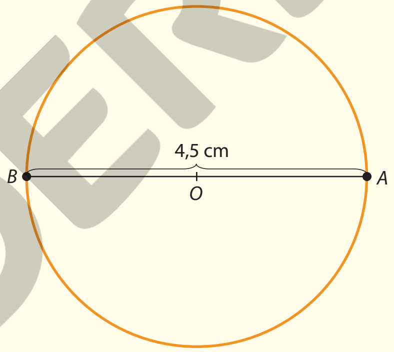
c) corda, pois é um segmento cujas extremidades são dois pontos distintos da circunferência.

d) corda, pois é um segmento cujas extremidades são dois pontos distintos da circunferência.

**2.** a)




b)




**3.** A medida de comprimento do diâmetro corresponde ao dobro da medida de comprimento do raio. Assim:

a) $2 \cdot 17{,}2 = 34{,}4$

Logo, o comprimento do diâmetro mede 34,4 cm.

b) $2 \cdot 0{,}65 = 1{,}30$

Logo, o comprimento do diâmetro mede 1,30 cm.

**4.** a) Como a medida de comprimento do diâmetro corresponde ao dobro da medida de comprimento do raio, temos:

$34 = 2x - 13 + 2x - 13 \Rightarrow 34 = 4x - 26 \Rightarrow 34 + 26 = 4x \Rightarrow$

$\Rightarrow 60 = 4x \Rightarrow x = \frac{60}{4} \Rightarrow x = 15$

Logo, x mede 15 cm.

b) Como a medida de comprimento do diâmetro corresponde ao dobro da medida de comprimento do raio, temos:

$3x + 4 = x + 8 + x + 8 \Rightarrow 3x + 4 = 2x + 16 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x - 2x = 16 - 4 \Rightarrow x = 12$

Substituindo x por 12, temos:

Medida de comprimento do diâmetro:

$3 \cdot 12 + 4 = 38 + 4 = 40$

Medida de comprimento do raio: $x + 8$

$12 + 8 = 20$

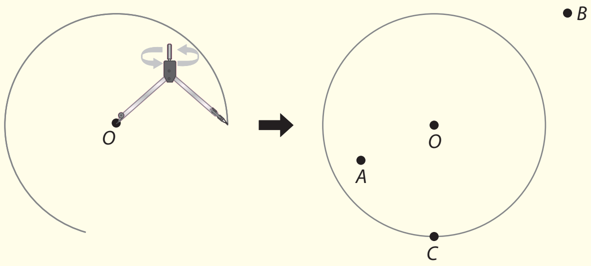
Logo, o diâmetro mede 40 unidades de comprimento, e o raio mede 20 unidades de comprimento.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

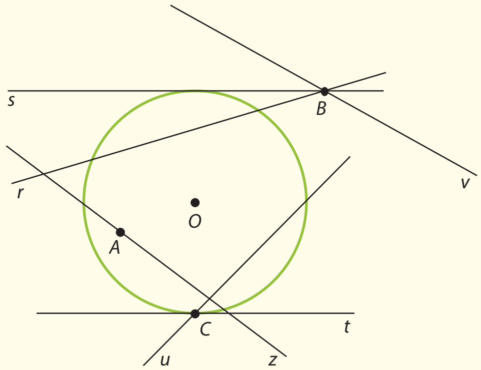
5. a) Falsa, pois nesse caso a medida do comprimento do diâmetro será igual a 8 cm.
b) Verdadeira.
c) Falsa, pois todos os pontos da região interna à circunferência pertencem ao círculo, mas não à circunferência.
d) Falsa, pois nesse caso a medida do comprimento do raio será igual a 1,25 cm.

## ATIVIDADES ▸ Página 70

1. a) Exemplo de resposta:




b) Exemplo de resposta:




Não foi possível traçar todas as retas, pois, pelo ponto *A*, não é possível traçar a reta tangente nem a reta externa à circunferência e pelo ponto *C*, não é possível traçar a reta externa à circunferência.

2. a) interno
b) pertence à circunferência
c) externo
d) tangente
e) externa
f) secante

3. Como a circunferência está inscrita no triângulo e os pontos comuns são pontos de tangência, podemos usar a propriedade de segmentos tangentes a uma circunferência. Assim, temos:

a) $x = 5 + 3 \Rightarrow x = 8$

Portanto, o valor de $x$ é 8 unidades de comprimento.

b) $x = 7 + 2 \Rightarrow x = 9$

Portanto, o valor de $x$ é 9 unidades de comprimento.

4. Como a circunferência está inscrita no triângulo e os pontos comuns são pontos de tangência, podemos usar a propriedade de segmentos tangentes a uma circunferência. Assim, temos:

$x = 7 + 5 \Rightarrow x = 12$

$5 = 6 - y \Rightarrow y = 1$

Portanto, $x = 12$ e $y = 1$

5. a) Pela propriedade da reta secante, s cruza a corda $\overline{AB}$ em seu ponto médio. Logo, $x = 2{,}5$ cm.

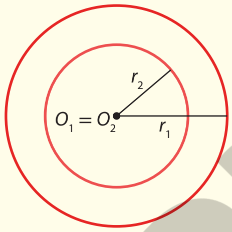
b) Pela propriedade da reta tangente, a reta *r*, tangente à circunferência, é perpendicular ao raio da circunferência no ponto *A*. Sabendo que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° e que um dos seus ângulos mede 90°, temos:

$90° = x + 30° \Rightarrow x = 60°$

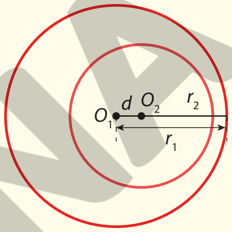
## ATIVIDADES ▸ Página 72

1. a) tangentes interiores
b) externas
c) concêntricas
d) tangentes exteriores

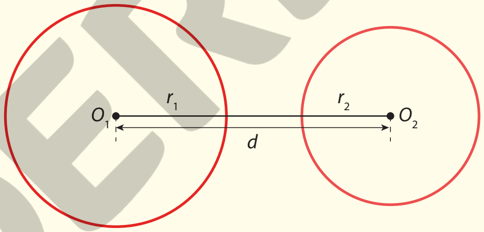
2. a) Sendo $O_1$ e $O_2$ os centros, $r_1$ e $r_2$ os raios e *d* a distância dos centros, temos as seguintes construções:




ou

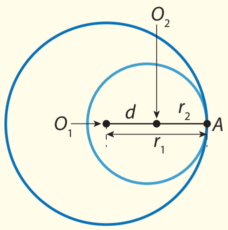



ou

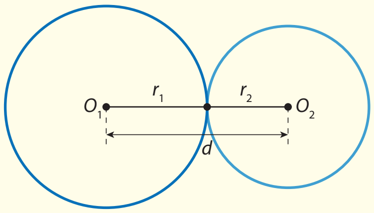



Não há uma só resposta. As circunferências podem ser concêntricas, internas ou externas.

b) Sendo *A* o ponto de intersecção das circunferências, $O_1$ e $O_2$ os centros, $r_1$ e $r_2$ os raios e *d* a distância dos centros, temos as seguintes construções:




ou




Não há uma só resposta. As circunferências podem ser tangentes interiores ou tangentes exteriores.

3. a) As circunferências são secantes, então a medida da distância entre seus centros é menor que a soma das medidas dos raios e maior que a diferença das medidas dos raios. Assim, temos:

$x < 5$ cm e $x > 1$ cm

Portanto, o maior valor que $x$ pode assumir é 4 cm.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

b) As circunferências são internas, então a medida da distância entre seus centros é menor que a diferença entre as medidas dos raios. Assim, temos:

$x < 5 - 3$; portanto $x < 2$ cm

Portanto, o maior valor que $x$ pode assumir é 1 cm.

c) As circunferências são externas, então a distância entre os centros é maior que a soma das medidas dos raios. Assim, temos:

$10 > x + 4 \Rightarrow 10 - 4 > x$; portanto $x < 6$ cm.

Portanto, o maior valor que $x$ pode assumir é 5 cm.

d) As circunferências são secantes, então a medida da distância entre seus centros é menor que a soma das medidas dos raios e maior que a diferença das medidas dos raios. Assim, temos:

$6 < 4 + x \Rightarrow x > 2$

$6 > x - 4 \Rightarrow x < 10$

Portanto, o maior valor que $x$ pode assumir é 9 cm.

**4.** a) Para $P$ ser externo à circunferência $C_1$, $x$ deve ser maior que a medida do raio de $C_1$, ou seja, $x > 10$ e $y > 5$.

b) Para $P$ ser externo à circunferência $C_2$, $y$ deve ser maior que a medida do raio de $C_2$, ou seja, $y > 5$ e $x > 0$.

c) Para $P$ ser interno à circunferência $C_1$, $x$ deve ser menor que a medida do raio de $C_1$, ou seja, $0 \leqslant x < 10$ e $0 \leqslant y < 15$.

d) Para $P$ ser interno à circunferência $C_2$, $y$ deve ser menor que a medida do raio de $C_2$, ou seja, $0 \leqslant y < 5$ e $0 \leqslant x < 10$.

## ATIVIDADES ▸ Páginas 74 e 75

**1.** 180°, pois $360° : 2 = 180°$

**2.** a) Pela figura, temos que $med(\widehat{AD}) = 110°$.

Como $\overline{AC}$ é um diâmetro da circunferência, temos:

$med(\widehat{AC}) = 180°$

$med(\widehat{CD}) = med(\widehat{AC}) - med(\widehat{AD}) = 180° - 110° = 70°$

Como $\overline{BD}$ é um diâmetro da circunferência, temos:

$med(\widehat{CB}) = med(\widehat{BD}) - med(\widehat{CD}) = 180° - 70° = 110°$

Como $\overline{AC}$ é um diâmetro da circunferência, temos:

$med(\widehat{AB}) = med(\widehat{AC}) - med(\widehat{CB}) = 180° - 110° = 70°$

Portanto, $med(\widehat{AB}) = 70°$, $med(\widehat{BC}) = 110°$ e $med(\widehat{CD}) = 70°$

b) Pela figura, temos que $med(\widehat{AD}) = 85°$.

Como $\overline{AC}$ é um diâmetro da circunferência, temos: $med(\widehat{AC}) = 180°$

$med(\widehat{CD}) = med(\widehat{AC}) - med(\widehat{AD}) = 180° - 85° = 95°$

Como $\overline{BD}$ é um diâmetro da circunferência, temos:

$med(\widehat{CB}) = med(\widehat{BD}) - med(\widehat{CD}) = 180° - 95° = 85°$

$med(\widehat{AB}) = med(\widehat{BD}) - med(\widehat{AD}) = 180° - 85° = 95°$

Portanto, $med(\widehat{AB}) = 95°$, $med(\widehat{BC}) = 85°$ e $med(\widehat{CD}) = 95°$.

**3.** a) $med(\widehat{AB}) + med(\widehat{CD}) + 90° + 65° + 20° = 360°$

$med(\widehat{AB}) + med(\widehat{CD}) + 175° = 360°$

$med(\widehat{AB}) + med(\widehat{CD}) = 360° - 175°$

$med(\widehat{AB}) + med(\widehat{CD}) = 185°$

b) $med(\widehat{AB}) + med(\widehat{CD}) + 90° + 45° + 30° = 360°$

$med(\widehat{AB}) + med(\widehat{CD}) + 165° = 360°$

$med(\widehat{AB}) + med(\widehat{CD}) = 360° - 165°$

$med(\widehat{AB}) + med(\widehat{CD}) = 195°$

**4.** a) O lado do hexágono tem a mesma medida do raio da circunferência.

b) triângulos equiláteros, losangos e trapézios

c) $360° : 6 = 60°$

d) $360° : 8 = 45°$

e) Exemplo de resposta:

Início

↓

**Passo 1**
Construa uma circunferência cujo raio mede $\ell$.

↓

**Passo 2**
Descubra a medida do ângulo central do polígono regular calculando $360° : n$.

↓

**Passo 3**
Considerando a medida do ângulo central obtida, divida, usando um transferidor, a circunferência em $n$ arcos congruentes. Depois, ligue as extremidades de cada arco por meio de um segmento de reta e pinte o interior da figura para obter um polígono regular de $n$ lados.

↓

Fim

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

## INFORMÁTICA E MATEMÁTICA ▸ Página 76

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## ATIVIDADES ▸ Página 79

**1.** a) $med(A\hat{V}B) = \dfrac{med(A\hat{O}B)}{2} \Rightarrow x = \dfrac{90°}{2} \Rightarrow x = 45°$

b) $med(A\hat{O}B) = 2 \cdot med(A\hat{V}B) \Rightarrow x = 2 \cdot 50° \Rightarrow x = 100°$

c) $med(A\hat{V}B) = \dfrac{med(A\hat{O}B)}{2} \Rightarrow x = \dfrac{120°}{2} \Rightarrow x = 60°$

d) $med(A\hat{O}B) = 2 \cdot med(A\hat{V}B) \Rightarrow x = 2 \cdot 90° \Rightarrow x = 180°$

**2.** a) Temos:

$med(\widehat{AB}) = 180°$

- $x = \dfrac{med(\widehat{AB})}{2} \Rightarrow x = \dfrac{180°}{2} \Rightarrow x = 90°$
- $y = \dfrac{med(\widehat{AB})}{2} \Rightarrow y = \dfrac{180°}{2} \Rightarrow y = 90°$
- $C\hat{O}B$ é um ângulo central.
- $z$ é a medida do arco correspondente ao ângulo central $C\hat{O}B \Rightarrow z = 90°$.

Logo, $x = 90°$, $y = 90°$ e $z = 90°$.

b) Temos:

$med(\widehat{AB}) = 180°$

- $x = \frac{med(\widehat{AB})}{2} \Rightarrow x = \frac{180°}{2} \Rightarrow x = 90°$
- $y = \frac{med(\widehat{AB})}{2} \Rightarrow y = \frac{180°}{2} \Rightarrow y = 90°$
- $z = \frac{med(\widehat{AB})}{2} \Rightarrow z = \frac{180°}{2} \Rightarrow z = 90°$

Logo, $x = 90°$, $y = 90°$ e $z = 90°$.

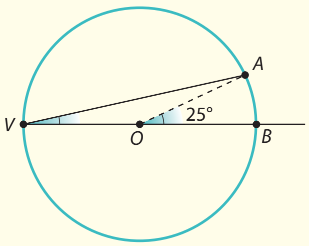
**3.** **a)** A medida de abertura de um ângulo inscrito é igual à metade da medida de abertura do ângulo central correspondente, ou seja, é igual à metade da medida do arco da circunferência determinado por ele.

Como a medida de abertura do ângulo inscrito é 46°, então a medida do arco de circunferência determinado por ele corresponde ao dobro dessa medida, ou seja, $2 \cdot 46° = 92°$.

Logo, a medida desse arco é 92°.

**b)** Pelo enunciado, temos:

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA




A medida de abertura de um ângulo inscrito é igual à metade da medida de abertura do ângulo central correspondente, ou seja:

$med(A\hat{V}B) = \frac{med(A\hat{O}B)}{2} \Rightarrow med(A\hat{V}B) = \frac{25°}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow med(A\hat{V}B) = 12{,}5°$

**4.** **a)** A abertura dos ângulos de medida $x$ e 46° determinam o mesmo arco na circunferência.

Portanto, $x = 46°$.

**b)** A abertura dos ângulos de medida y e 35° determinam o mesmo arco na circunferência.

Portanto, $y = 35°$.

**5.** **a)** Sabemos que a medida de abertura do ângulo inscrito é igual à metade da medida de abertura do ângulo central correspondente. Assim, temos:

$x + 2° = \frac{x + 62°}{2} \Rightarrow 2x + 4° = x + 62° \Rightarrow x = 58°$

Substituindo x por 58° nas expressões dos ângulos, temos:

$med(A\hat{O}B) = 58° + 62° = 120°$

$med(A\hat{V}B) = 58° + 2° = 60°$

Logo, a medida de abertura do ângulo inscrito é 60°, e a medida de abertura do ângulo central é 120°.

**b)** Sabemos que a medida de abertura do ângulo inscrito é igual à metade da medida de abertura do ângulo central correspondente. Assim, temos:

$y + 15° = \frac{y + 80°}{2} \Rightarrow 2y + 30° = y + 80° \Rightarrow y = 50°$

Substituindo y por 50° nas expressões dos ângulos, temos:

$med(A\hat{O}B) = 50° + 80° = 130°$

$med(A\hat{V}B) = 50° + 15° = 65°$

Logo, a medida de abertura do ângulo inscrito é 65°, e a do ângulo central é 130°.

## ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Páginas 80 a 83

**1.** **a)** Calculando a média da medida de massa, temos:

$45{,}3 + 45{,}6 + 45{,}6 + 47{,}5 + 48{,}0 + 48{,}6 + 48{,}9 + 49{,}0 + 49{,}8 +$
$+ 51{,}2 + 51{,}5 + 53{,}4 = 584{,}4$

$\frac{584{,}4}{12} = 48{,}7$

Calculando a média da medida de altura, temos:

$1{,}52 + 1{,}54 + 1{,}54 + 1{,}55 + 1{,}58 + 1{,}59 + 1{,}62 + 1{,}62 + 1{,}66 +$
$+ 1{,}67 + 1{,}67 + 1{,}68 = 19{,}24$

$\frac{19{,}24}{12} \simeq 1{,}60$

Média das medidas de massas: 48,7 quilogramas; média das medidas de altura: 1,60 metro.

**b)** Têm medida de massa abaixo da média: Bruna, Diana, Manuel, Nilce, Renato e Silmara.

Apresentam medida de altura acima da média: Alício, Elisângela, Nilce, Renan, Sueli e Tomás.

**c)** A moda é o número que aparece com maior frequência.

Logo, a moda das medidas de massa é 45,6 quilogramas; as modas das medidas de altura são 1,54, 1,62 e 1,67 metro.

**2.** **a)** Determinando o total de ouvintes adultos e adolescentes, temos:

$150 + 100 + 100 + 95 + 90 + 135 + 80 + 150 + 75 + 125 + 50 +$
$+ 200 = 1\,350$

Portanto, 1 350 ouvintes foram pesquisados.

**b)** As médias aritméticas ponderadas das notas dadas pelos ouvintes adolescentes e adultos foram:

- Adolescentes:

$\frac{150 \cdot 5 + 100 \cdot 6 + 90 \cdot 7 + 80 \cdot 8 + 75 \cdot 9 + 50 \cdot 10}{545} =$

$= \frac{3\,795}{545} = 6{,}96$

- Adultos:

$\frac{100 \cdot 5 + 95 \cdot 6 + 135 \cdot 7 + 150 \cdot 8 + 125 \cdot 9 + 200 \cdot 10}{805} =$

$= \frac{6\,340}{805} \simeq 7{,}88$

**c)** A nota que mais apareceu nessa pesquisa foi 10. Portanto, a moda das notas dadas pelos ouvintes adultos foi 10.

**d)** Como há um número ímpar de ouvintes adolescentes (545), a mediana será dada pelo valor correspondente ao termo central (273):

$150 + 100 = 250$

$250 + 90 = 340$

A mediana das notas dadas pelos ouvintes adolescentes é 7.

**e)**
- Média aritmética:

$\frac{250 \cdot 5 + 195 \cdot 6 + 225 \cdot 7 + 230 \cdot 8 + 200 \cdot 9 + 250 \cdot 10}{1\,350} =$

$= \frac{10\,135}{1\,350} \simeq 7{,}5$

- Moda:

As notas que mais apareceram nessa pesquisa foram 5 e 10, com 250 ouvintes em cada grupo. Portanto, as modas das notas dadas pelos ouvintes foram 5 e 10.

- Mediana total:

  Como há um número par de ouvintes, a mediana será dada pela média aritmética dos valores correspondentes aos dois termos centrais da distribuição; nesse caso, os dois termos estão nas posições 675 e 676.

  $250 + 195 + 225 = 670$

Assim, os ouvintes das posições 675 e 676 deram nota 8. Portanto, a mediana será obtida pela seguinte média aritmética:

$\frac{8+8}{2} = \frac{16}{2} = 8$

Logo, a mediana das notas dessa pesquisa é 8.

**3.** **a)** Moda; indica a salada mais votada.
**b)** Tropical, grãos e salpicão.

## ATIVIDADES DE REVISÃO

▶ Páginas 84 e 85

**1.** Sim, porque $\overline{AO} \simeq \overline{CO}$, pois são lados correspondentes nos triângulos e são raios da circunferência; $\overline{DO} \simeq \overline{BO}$ também são lados correspondentes nos triângulos e são raios da circunferência; e $A\hat{O}B \simeq C\hat{O}B$ são ângulos opostos pelo vértice. Portanto, pelo caso LAL, os triângulos $OAB$ e $OCD$ são congruentes.

**2.** No quadrado, a distância entre os vértices A e B mede 2 cm (duas vezes o raio das circunferências menores).

Medida do perímetro: $4 \cdot 2 = 8$

Logo, a medida do perímetro do quadrado é 8 cm.

**3.** A medida de comprimento do lado do triângulo equivale a duas vezes a medida do comprimento do raio da circunferência, ou seja, o lado mede 2 cm.

Medida do perímetro: $3 \cdot 2 = 6$

Logo, a medida do perímetro do triângulo é 6 cm.

**4.** As circunferências são secantes, pois 10 cm < 7 cm + 4 cm.

**5.** $2x + 4 = x + 10 \Rightarrow x = 6$

$AD = 6 + 10 = 16$

$CD = 2 \cdot 6 + 4 = 16$

$BC = BA = 3$ (raio)

Medida do perímetro: $16 + 16 + 3 + 3 = 38$

Logo, a medida do perímetro do quadrilátero é 38 cm.

**6.** **a)** $x + 40° = 180° \Rightarrow x = 140°$

$y + 20° + 40° = 180° \Rightarrow y = 180° - 60° \Rightarrow y = 120°$

**b)** $x + 30° + 85° = 180° \Rightarrow x = 180° - 115° \Rightarrow x = 65°$

$y + 40° + 65° = 180° \Rightarrow y = 180° - 105° \Rightarrow y = 75°$

**c)** $110° = y + 90° \Rightarrow y = 20°$

$110° + \frac{x}{2} = 180° \Rightarrow \frac{x}{2} = 180° - 110° \Rightarrow \frac{x}{2} = 70° \Rightarrow x = 140°$

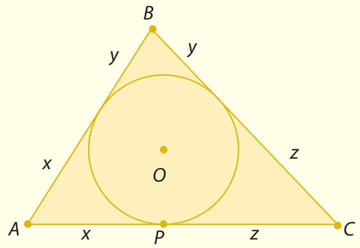
**d)** $55° + 28° + 30° + y = 180° \Rightarrow 113 + y = 180° \Rightarrow y = 67°$

$67° + 30° + x = 180° \Rightarrow 97° + x = 180° \Rightarrow x = 83°$

**7.** $y + 7 = 15 \Rightarrow y = 15 - 7 \Rightarrow y = 8$

$2x + 4 + 15 = x + 7 + 15 \Rightarrow x = 7 - 4 \Rightarrow x = 3$

**8.**




$AB = x + y = 6$

$BC = y + z = 7$

$AC = x + z = 8$

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Isolando $x$ em $AB$: $x + y = 6 \Rightarrow x = 6 - y$ (I)

Isolando $y$ em $BC$: $y + z = 7 \Rightarrow y = 7 - z$ (II)

Substituindo (II) em (I), temos:

$x = 6 - y \Rightarrow x = 6 - (7 - z) \Rightarrow x = 6 - 7 + z \Rightarrow x = -1 + z$

Substituindo o valor de $x$ em $AC$, temos:

$x + z = 8 \Rightarrow -1 + z + z = 8 \Rightarrow 2z = 9 \Rightarrow z = 4{,}5$

$AC = x + z = 8 \Rightarrow x + 4{,}5 = 8 \Rightarrow x = 3{,}5 = AP$

alternativa **d**

**9.** **a)** $A\hat{O}B \simeq C\hat{O}D$ (opostos pelo vértice)

$A\hat{O}B = 80°$

**b)** $A\hat{O}B = 95°$ (refere-se à medida do arco $\widehat{AB}$)

Como o arco possui a mesma medida que seu ângulo central, então:

$A\hat{O}B = \widehat{AB} = 95°$

**c)** O arco $\widehat{AB}$ refere-se ao ângulo central de 110°, então: $A\hat{O}B = 110°$.

**10.** Se uma circunferência é cortada por dois diâmetros que formam um ângulo de 90° no centro, então esses diâmetros estão dispostos de forma perpendicular e, dessa forma, todos os ângulos centrais formados pelo cruzamento desses diâmetros também serão de 90°.

**11.** A abertura do ângulo $\hat{A}$ é um ângulo central e tem a mesma medida que seu arco de circunferência, ou seja, med $(\hat{A}) = 80°$.

A abertura do ângulo $\hat{B}$ é um ângulo inscrito e tem a metade da medida do arco de circunferência, ou seja, med $(\hat{B}) = 40°$.

**12.** **a)** $x = \frac{90° + 70°}{2} \Rightarrow x = \frac{160°}{2} \Rightarrow x = 80°$

$y = \frac{140° + 70°}{2} \Rightarrow y = \frac{210°}{2} \Rightarrow y = 105°$

**b)** $x = \frac{90° + 90°}{2} \Rightarrow x = \frac{180°}{2} \Rightarrow x = 90°$

$y = \frac{90°}{2} \Rightarrow y = 45°$

**13.** **a)** $x = 46°$, pois determinam o mesmo arco de circunferência ($x$ e 46°).

$y$ determina o mesmo arco de circunferência que a abertura do terceiro ângulo de um triângulo, então:

$46° + 80° + y = 180° \Rightarrow y = 180° - 126° \Rightarrow y = 54°$

**b)** $x = 37°$, pois determinam o mesmo arco de circunferência ($x$ e 37°).

$y = 30°$, pois determinam o mesmo arco de circunferência ($y$ e 30°).

## PARA FINALIZAR PÁGINAS

▶ Páginas 86 e 87

Resoluções e comentários em *Orientações*.

# Unidade 2

## Capítulo 4

### ATIVIDADES ▸ Página 92

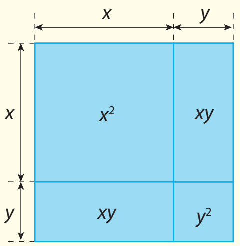
**1.** **a)** $(x + 5)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$
**b)** $(7a + 1)^2 = (7a)^2 + 2 \cdot 7a \cdot 1 + 1^2 = 49a^2 + 14a + 1$
**c)** $(x + 2y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2y + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$
**d)** $(x^2 + 1)^2 = (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 1 + 1^2 = x^4 + 2x^2 + 1$

**2.** **a)** $z + w$ ou $-z - w$ **b)** $x + 9$ ou $-x - 9$

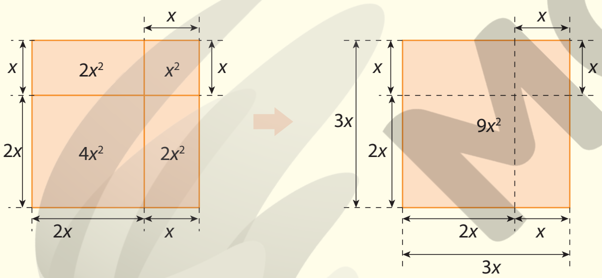
**3.** **a)** $(x + 5)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$
**b)** $(2a + 3b)^2 = (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2$

**4.** **a)** Falsa, pois $(x + y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$
**b)** Falsa, pois $2x^2 + 2y^2 = 2 \cdot (x^2 + y^2)$
**c)** Verdadeira
**d)** Falsa, pois $(x^2 + y^2)^2 = (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot y^2 + (y^2)^2 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4$
**e)** Falsa, pois $(x^2 + y^2)^2 = (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot y^2 + (y^2)^2 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4$
**f)** Verdadeira
alternativas **c** e **f**

**5.** **a)** $(x + y)^2$




**b)** $(x + 2x)^2$




**6.** **a)** $11^2 = (10 + 1)^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 1 + 1^2 = 100 + 20 + 1 = 121$
**b)** $15^2 = (10 + 5)^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 5 + 5^2 = 100 + 100 + 25 = 225$
**c)** $32^2 = (30 + 2)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 2 + 2^2 = 900 + 120 + 4 = 1\,024$
**d)** $61^2 = (60 + 1)^2 = 60^2 + 2 \cdot 60 \cdot 1 + 1^2 = 3\,600 + 120 + 1 = 3\,721$
**e)** $83^2 = (80 + 3)^2 = 80^2 + 2 \cdot 80 \cdot 3 + 3^2 = 6\,400 + 480 + 9 = 6\,889$

**7.** **a)** $(x + 2)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4$
**b)** Medida da área inicial: $x^2$
Aumentando 2 cm, obtemos $x^2 + 4x + 4$. Assim, a expressão algébrica que representa o aumento é $4x + 4$, pois $x^2 + 4x + 4 - x^2 = 4x + 4$.

**8.** **a)** $a = \sqrt{169} = 13$
$b = \sqrt{100} = 10$
Portanto, $a$ e $b$ medem, respectivamente, 13 cm e 10 cm.

**b)** $A = 13 \cdot 10 = 130$
Logo, a medida da área do retângulo azul é 130 cm².

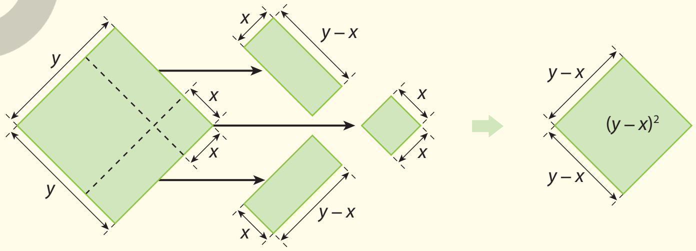
**9.** Como a soma das áreas dos dois quadrados verdes mede 80 cm², podemos escrever:
$m^2 + n^2 = 80$
Como a área de toda a figura mede 144 cm², podemos escrever:
$m^2 + n^2 + 2mn = 144$
Substituindo $m^2 + n^2$ por 80 na segunda equação, temos:
$80 + 2mn = 144$
$2mn = 144 - 80$
$2mn = 64$
$m \cdot n = \frac{64}{2}$
$m \cdot n = 32$
Ao mesmo tempo, podemos escrever que $(m + n)^2 = 144$. Como $m + n$ é a soma de duas medidas positivas e seu quadrado é 144, podemos dizer que $m + n = 12$.
Concluímos, então, que a soma de dois números é 12 e o produto entre eles é 32.
$m + n = 12$
$m \cdot n = 32$
Logo, $m = 8$ cm e $n = 4$ cm ($m > n$), pois $8 + 4 = 12$ e $8 \cdot 4 = 32$.

### ATIVIDADES ▸ Páginas 94 e 95

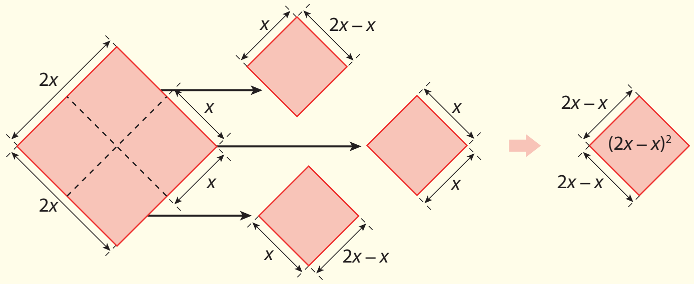
**1.** **a)** $(x - 5)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 - 10x + 25$
**b)** $(1 - 3y)^2 = 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 3y + (3y)^2 = 1 - 6y + 9y^2$
**c)** $\left(\frac{1}{2} - x\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x + x^2 = \frac{1}{4} - x + x^2$
**d)** $(2x - 3y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

**2.** $2^2 - 4x + x^2 = 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + x^2$
Portanto, $2 - x$ ou $x - 2$.

**3.** **a)** $(y - x)^2$




**b)** $(2x - x)^2$




**4.** **a)** $19^2 = (20 - 1)^2 = 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^2 = 400 - 40 + 1 = 361$
**b)** $28^2 = (30 - 2)^2 = 30^2 - 2 \cdot 30 \cdot 2 + 2^2 = 900 - 120 + 4 = 784$
**c)** $37^2 = (40 - 3)^2 = 40^2 - 2 \cdot 40 \cdot 3 + 3^2 = 1\,600 - 240 + 9 = 1\,369$
**d)** $69^2 = (70 - 1)^2 = 70^2 - 2 \cdot 70 \cdot 1 + 1^2 = 4\,900 - 140 + 1 = 4\,761$

e) $99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801$

f) $45^2 = (50 - 5)^2 = 50^2 - 2 \cdot 50 \cdot 5 + 5^2 = 2\,500 - 500 + 25 = 2\,025$

**5.** a) Se a mesa é quadrada e a área da sua superfície mede 4 m², a medida de comprimento do lado do tampo da mesa deve ser 2 m, pois $2 \cdot 2 = 4$. Logo, a medida de comprimento de cada lado do tampo da mesa é 2 m.

b) Deve-se calcular a medida da área da superfície do tampo cuja medida de comprimento do lado é (2 – 0,10) m, pois serão reduzidos 10 cm = 0,10 m.

Assim, temos:

$A = (2 - 0{,}10)^2 = 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 0{,}10 + 0{,}10^2 = 4 - 0{,}4 + 0{,}01 = 3{,}61$

Logo, podemos dizer que a medida da área da superfície do tampo da mesa após a redução será 3,61 m².

c) A medida da área passou de 4 m² para 3,61 m². Para saber a diferença, podemos fazer:

$4 - 3{,}61 = 0{,}39$

Logo, podemos dizer que Luís vai reduzir a medida da área da superfície do tampo da mesa em 0,39 m².

**6.** a) A medida de comprimento do lado menor do retângulo roxo corresponde à medida de comprimento do lado do quadrado azul; assim, essa medida é 5 m, pois $\sqrt{25} = 5$.

b) medida de comprimento do lado do quadrado verde:

$12 - 5 = 7$

$A = (7)^2 = 49$

Logo, a medida da área do quadrado verde é 49 m².

**7.** a) Como os comprimentos dos lados dos retângulos medem 5 e x, temos que a soma da medida das áreas dos retângulos é dada por:

$A = 5x + 5x = 10x$

b) Como os comprimentos dos lados dos retângulos medem 7 e x, temos que a soma da medida das áreas dos retângulos é dada por:

$A = 7x + 7x = 14x$

**8.** $(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

**9.** Nomeando os números desconhecidos como x e y, podemos escrever:

$(x - y)^2 = 25$ e $2 \cdot x \cdot y = 10$

Desenvolvendo a primeira igualdade, temos:

$(x - y)^2 = 25 \Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = 25$

Substituindo 2xy por 10, temos:

$x^2 - 10 + y^2 = 25 \Rightarrow x^2 + y^2 = 25 + 10 \Rightarrow x^2 + y^2 = 35$

Logo, o valor da soma dos quadrados desses dois números é 35.

## ATIVIDADES ▸ Páginas 96 e 97

**1.** É esperado que os estudantes apresentem respostas como:

$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Para $a = -1$ e $b = 5$, temos:

$[(-1) + 5] \cdot [(-1) - 5] = (-1)^2 - 5^2 \Rightarrow 4 \cdot (-6) = 1 - 25 \Rightarrow$

$\Rightarrow -24 = -24$

**2.** a) $a^2 - b^2$

b) $(a - b)^2$

c) $(x + y)^2$

d) $(x + y) \cdot (x - y)$

**3.** $(x + 30) \cdot (x - 30) = 700$

$x^2 - 30^2 = 700$

$x^2 - 900 = 700$

$x^2 = 700 + 900$

$x^2 = 1\,600$

$x = \pm\sqrt{1\,600}$

$x = 40$

Portanto, x mede 40 m.

**4.** Exemplos de respostas:

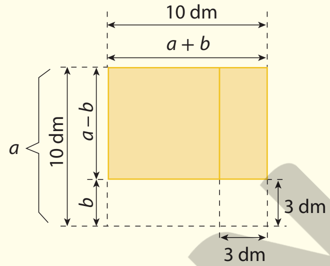
a) $(2x - 6y) \cdot (2x + 6y) = (2x)^2 - (6y)^2 = 4x^2 - 36y^2$

Portanto, 2x – 6y e 2x + 6y.

b) $(9x - 6y) \cdot (9x + 6y) = (9x)^2 - (6y)^2 = 81x^2 - 36y^2$

Portanto, 9x – 6y e 9x + 6y.

**5.** a)




Considerando a figura apresentada, temos:

$A = (a + b) \cdot (a - b)$

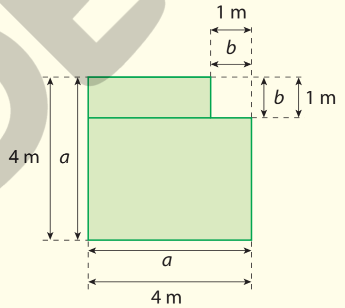
$A = 10 \cdot (10 - 3)$

$A = 10 \cdot 7$

$A = 70$

Portanto, a medida da área da figura é 70 dm².

b)




Considerando a figura apresentada, temos:

$A = a^2 - b^2$

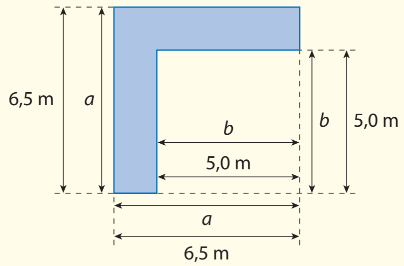
$A = 4^2 - 1^2$

$A = 16 - 1$

$A = 15$

Portanto, a medida da área da figura é 15 m².

c)




Considerando a figura apresentada, temos:

$A = a^2 - b^2$

$A = 6{,}5^2 - 5{,}0^2$

$A = 42{,}25 - 25$

$A = 17{,}25$

Portanto, a área da figura mede 17,25 m².

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO /ARQUIVO DA EDITORA

**6.** **a)** $(x - 3)^2 - (x - 2) \cdot (x + 2) - (x + 1)^2 =$
$= x^2 - 6x + 9 - (x^2 - 4) - (x^2 + 2x + 1) =$
$= x^2 - 6x + 9 - x^2 + 4 - x^2 - 2x - 1 = -x^2 - 8x + 12$

**b)** $(2x - 3y) \cdot (2x + 3y) - (3x - 2y)^2 =$
$= 4x^2 - 9y^2 - 9x^2 + 12xy - 4y^2 = -5x^2 - 13y^2 + 12xy$

**c)** $3(m - 1)^2 + 2(1 + m) \cdot (1 - m) =$
$= 3(m^2 - 2m + 1) + 2(1 - m^2) =$
$= 3m^2 - 6m + 3 + 2 - 2m^2 = m^2 - 6m + 5$

**d)** $(y - 3)^2 - (3y + 2)^2 + 2(y + 4) \cdot (y - 4) =$
$= y^2 - 6y + 9 - (9y^2 + 12y + 4) + 2(y^2 - 16) =$
$= y^2 - 6y + 9 - 9y^2 - 12y - 4 + 2y^2 - 32 = -6y^2 - 18y - 27$

**7.** **a)** Em cada retângulo vermelho, os comprimentos dos lados medem $(a + b)$ e $(a - b)$; assim, a medida da área de cada um deles é dada por:
$(a + b) \cdot (a - b)$

**b)** Exemplo de resposta:
Como a figura vermelha é formada por 4 retângulos idênticos, então a medida da área dessa figura é:
$4 \cdot (a + b) \cdot (a - b)$

**c)** Exemplo de resposta: A medida da área de cada retângulo vermelho corresponde a um quarto da medida da área da figura total; então:
$(a + b) \cdot (a - b) = \frac{1}{4} \cdot [(2a)^2 - (2b)^2] = \frac{1}{4} \cdot (4a^2 - 4b^2) = a^2 - b^2$

**8.** **a)** $20 = x^2 - 16$
$20 + 16 = x^2$
$x^2 = 36$
$x = \pm\sqrt{36} = 6$
Logo, a medida $x$ corresponde a 6 m de comprimento.

**b)** $65 = x^2 - 16$
$65 + 16 = x^2$
$x^2 = 81$
$x = \pm\sqrt{81} = 9$
Logo, a medida $x$ corresponde a 9 m de comprimento.

**c)** $105 = x^2 - 16$
$105 + 16 = x^2$
$x^2 = 121$
$x = \pm\sqrt{121} = 11$
Logo, a medida $x$ corresponde a 11 m de comprimento.

**d)** $48 = x^2 - 16$
$48 + 16 = x^2$
$x^2 = 64$
$x = \pm\sqrt{64} = 8$
Logo, a medida $x$ corresponde a 8 m de comprimento.

**9.** $(x + 4) \cdot (x - 4) = 180$
$x^2 - 4^2 = 180$
$x^2 - 16 = 180$
$x^2 = 180 + 16$
$x^2 = 196$
$\sqrt{x^2} = \sqrt{196}$
$x = 14$
Portanto, o comprimento da corda mede 14 m.

**10.** A largura do tampo da mesa mede 75 cm, então:
$x - 75 = 75$
$x = 75 + 75$
$x = 150$
O comprimento do tampo da mesa mede $75 + x$:
$75 + 150 = C$
$C = 225$

**a)** $A = 75 \cdot 225$
$A = 16\,875$
Portanto, a medida da área da superfície da mesa é $16\,875$ cm².

**b)** O produto da soma pela diferença de dois termos, pois a medida da área pode ser escrita como: $(x + 75) \cdot (x - 75)$ ou $(150 + 75) \cdot (150 - 75)$.

## ATIVIDADES ▸ Página 100

**1.**

| Número | Uma forma fatorada |
|---|---|
| 600 | $3 \cdot 5 \cdot 40$ |
| 123 | $3 \cdot 41$ |
| 7 200 | $2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 100$ |
| 231 | $3 \cdot 7 \cdot 11$ |
| 3 640 | $5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 13$ |
| 429 | $3 \cdot 11 \cdot 13$ |

**2.** **a)** $A = x \cdot (a + b)$
Logo, o produto que representa a medida de área dessa figura é $x \cdot (a + b)$.

**b)** A medida de área da figura pode ser representada pela soma das medidas de área das figuras menores, os quadrados:
$A_f = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$
Sendo a medida de área dos quadrados todas iguais a $y^2$, temos: $6 \cdot y^2 = 6y^2$
Logo, a medida de área da figura é igual a $6y^2$.

**3.** Espera-se que os estudantes respondam algo como:
**a)** $8xy$ **b)** 6 **c)** $\frac{y}{2}$

**4.** Ela pensou que, se os três pedissem os mesmos itens do cardápio, o valor total seria $3x + 3y + 3z$, que é igual a $3 \cdot (x + y + z)$.

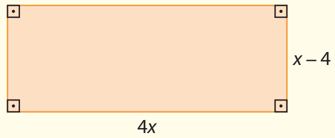
**5.** Rogério está errado, pois $4x \cdot (2x + x) = 8x^2 + 4x^2 = 12x^2$, ou seja, não é uma forma fatorada do polinômio $8x^2 - 4x$.

**6.** Espera-se que os estudantes percebam que cada linha vermelha tem medida de comprimento igual a $x + 3$ e cada linha verde tem medida de comprimento igual a $y + 1$; dessa forma, a medida do perímetro é dada por:
$4 \cdot (x + 3) + 8 \cdot (y + 1) = 4x + 12 + 8y + 8 =$
$= 4x + 8y + 20 = 4 \cdot (x + 2y + 5)$

**7.** Medida da área = 45
$A = a \cdot b \Rightarrow a \cdot b = 45$
Medida do perímetro = 28
$P = 2a + 2b = 28$
$2a + 2b = 28$ ou $a + b = 14$
Então, temos $a = 5$ e $b = 9$. Logo:
$6a^2b + 6ab^2 = 6 \cdot 5^2 \cdot 9 + 6 \cdot 5 \cdot 9^2 = 1\,350 + 2\,430 = 3\,780$

**8.** Exemplos respostas:
**a)** $3 \cdot (a + b) + 11 \cdot (a + b) = (3 + 11) \cdot (a + b) = 14 \cdot (a + b)$
**b)** $12 \cdot (x^5 + x) + 35 \cdot (x^5 + x) = (12 + 35) \cdot (x^5 + x) = 47 \cdot (x^5 + x)$
**c)** $44 \cdot (y + b^2) - 33 \cdot (y + b^2) = (44 - 33) \cdot (y + b^2) = 11 \cdot (y + b^2)$
**d)** $67 \cdot (x^4 + a) - 13 \cdot (x^4 + a) = (67 - 13) \cdot (x^4 + a) = 54 \cdot (x^4 + a)$

**9.** Espera-se que os estudantes apresentem resoluções como a sugestão a seguir.




## ATIVIDADES ▶ Página 102

Nas atividades de fatoração, os estudantes podem encontrar outra resposta além da indicada.

**1.** **a)** $7bx + x - 7by + y =$
$= x(7b + 1) - y(7b + 1) =$
$= (7b + 1) \cdot (x - y)$

**b)** $\sqrt{7}\,x + 2\sqrt{7}\,x^2 =$
$= \sqrt{7}\,x \cdot (1 + 2x)$

**c)** $ax + x + a + 1 =$
$= x(a + 1) + 1(a + 1) =$
$= (a + 1) \cdot (x + 1)$

**d)** $7bx + xb - 7b - yb =$
$= 8xb - 7b - yb =$
$= b(8x - 7 - y)$

alternativas **a** e **c**

**2.** **a)** $8x^2 + 8y + mx^2 + my =$
$= 8(x^2 + y) + m(x^2 + y) =$
$= (8 + m) \cdot (x^2 + y)$

**b)** $7a - 21y^2 + ab - 3by^2 =$
$= 7(a - 3y^2) + b(a - 3y^2) =$
$= (7 + b) \cdot (a - 3y^2)$

**c)** $3ax + 3ay - bx - by =$
$= 3a(x + y) - b \cdot (x + y) =$
$= (3a - b) \cdot (x + y)$

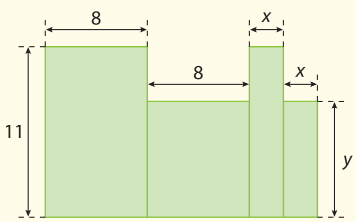
**d)** $x^3 + x^2 - x - 1 =$
$= x^2(x + 1) - 1(x + 1) =$
$= (x^2 - 1) \cdot (x + 1)$

**3.** Primeiro encontra-se a expressão da soma das medidas de área das figuras para, em seguida, fatorá-la.

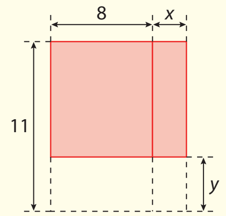
**a)** $xm + ym + xn + yn =$
$= m(x + y) + n(x + y) =$
$= (m + n) \cdot (x + y)$

**b)** $y \cdot (x + 1) + y \cdot (x + 1) + y \cdot (x + 1) + y \cdot (x + 1) + y \cdot (x + 1) =$
$= 5y \cdot (x + 1)$

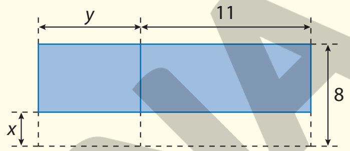
**4.** **a)** Desenvolvendo $(8 + x) \cdot (11 + y)$, temos:
$(8 + x) \cdot (11 + y) = 8 \cdot 11 + 8y + 11x + xy$
Logo, pode ser representado por:



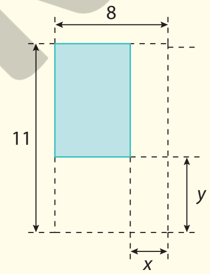

**b)** Desenvolvendo $(8 + x) \cdot (11 - y)$, temos:
$(8 + x) \cdot (11 - y) = 8 \cdot 11 - 8y + 11x - xy$
Logo, pode ser representado por:




**c)** Desenvolvendo $(8 - x) \cdot (11 + y)$, temos:
$(8 - x) \cdot (11 + y) = 8 \cdot 11 + 8y - 11x - xy$
Logo, pode ser representado por:




**d)** Desenvolvendo $(8 - x) \cdot (11 - y)$, temos:
$(8 - x) \cdot (11 - y) = 8 \cdot 11 - 8y - 11x + xy$
Logo, pode ser representado por:




**5.** Para a fatoração estar correta a partir da 3ª linha deveria ser:
$= 3^3 \cdot (3b - 1) + b(-1 + 3b) =$
$= (3b - 1) \cdot (3^3 + b)$

**6.** Exemplos de resposta:

**b)** $(2z + 9) \cdot 4x$ e $(2z + 9) \cdot (m + 1)$

**c)** $(3 - z^2) \cdot (z^2 - 3) \cdot a$ e $(3 - z^2) \cdot (z^2 - 3) \cdot (z + 1)$

**7.** Espera-se que os estudantes apresentem respostas similares a esta: Calcule a medida de área do terreno representado pela figura escrevendo a expressão encontrada na forma fatorada.
Resposta: $(a - b) \cdot m + bn$

**8.** **a)** $at$

**b)** $bt$

**c)** $(a + b)t$

**d)** $ae$

**e)** $be$

**f)** $(a + b)e$

**g)** $(a + b)(t + e)$

**h)** $(a + b)(t + e)$
$(23 + 27)(15 + 45) = 50 \cdot 60 = 3\,000$
Portanto, custo total dessa excursão será R$ 3 000,00.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

## ATIVIDADES ▶ Páginas 104 e 105

Nas atividades de fatoração, os estudantes podem encontrar outra resposta além da indicada.

**1.** a) $81x^2 - 1 = (9x)^2 - 1^2 = (9x + 1) \cdot (9x - 1)$

Logo, $(9x + 1) \cdot (9x - 1)$ é uma forma fatorada do polinômio $81x^2 - 1$.

b) $a^4 - 121b^2 = (a^2)^2 - (11b)^2 = (a^2 + 11b) \cdot (a^2 - 11b)$

Logo, $(a^2 + 11b) \cdot (a^2 - 11b)$ é uma forma fatorada do polinômio $a^4 - 121b^2$.

c) $\frac{1}{4} - \frac{4}{9}y^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}y\right)^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}y\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}y\right)$

Logo, $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}y\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}y\right)$ é uma forma fatorada do polinômio $\frac{1}{4} - \frac{4}{9}y^2$.

d) $-25 + d^2 = -(5)^2 + (d^2)^2 = (d^2 + 5) \cdot (d^2 - 5)$

Logo, $(d^2 + 5) \cdot (d^2 - 5)$ é uma forma fatorada do polinômio $-25 + d^2$.

e) $\frac{25}{16}x^4y^8 - \frac{1}{9}x^2y^6 = \left(\frac{5}{4}x^2y^4\right)^2 - \left(\frac{1}{3}xy^3\right)^2 =$

$= \left(\frac{5}{4}x^2y^4 + \frac{1}{3}xy^3\right) \cdot \left(\frac{5}{4}x^2y^4 - \frac{1}{3}xy^3\right)$

Logo, $\left(\frac{5}{4}x^2y^4 + \frac{1}{3}xy^3\right) \cdot \left(\frac{5}{4}x^2y^4 - \frac{1}{3}xy^3\right)$ é uma forma fatorada do polinômio $\frac{25}{16}x^4y^8 - \frac{1}{9}x^2y^6$.

f) $49z^2y^2 - \frac{1}{64} = (7zy)^2 - \left(\frac{1}{8}\right)^2 = \left(7zy + \frac{1}{8}\right) \cdot \left(7zy - \frac{1}{8}\right)$

Logo, $\left(7zy + \frac{1}{8}\right) \cdot \left(7zy - \frac{1}{8}\right)$ é uma forma fatorada do polinômio $49z^2y^2 - \frac{1}{64}$.

**2.** $9x^4 - y^2z^2 = (3x^2)^2 - (yz)^2 = (3x^2 + yz) \cdot (3x^2 - yz)$

Apenas Luana obteve o produto correto.

**3.** a) $(13a)^2 - (8b)^2 = 169a^2 - 64b^2 = (13a + 8b) \cdot (13a - 8b)$

b) $(100x)^2 - (25y^2)^2 = 10\,000x^2 - 625y^4 =$

$= (100x + 25y^2) \cdot (100x - 25y^2)$

**4.** a) $47 \cdot 53 = (50 - 3) \cdot (50 + 3) = 50^2 - 3^2 = 2\,500 - 9 = 2\,491$

b) $74 \cdot 66 = (70 + 4) \cdot (70 - 4) = 70^2 - 4^2 = 4\,900 - 16 = 4\,884$

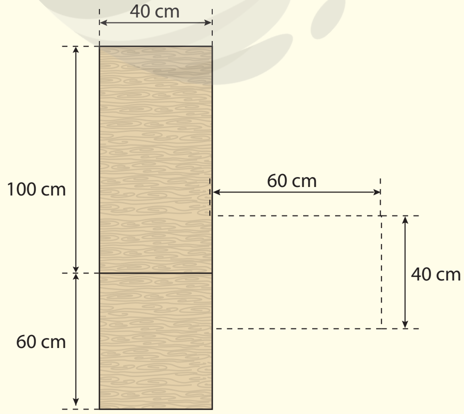
c) $999 \cdot 1\,001 = (1\,000 - 1) \cdot (1\,000 + 1) = 1\,000^2 - 1^2 =$

$= 1\,000\,000 - 1 = 999\,999$

d) $62 \cdot 58 = (60 + 2) \cdot (60 - 2) = 60^2 - 2^2 = 3\,600 - 4 = 3\,596$

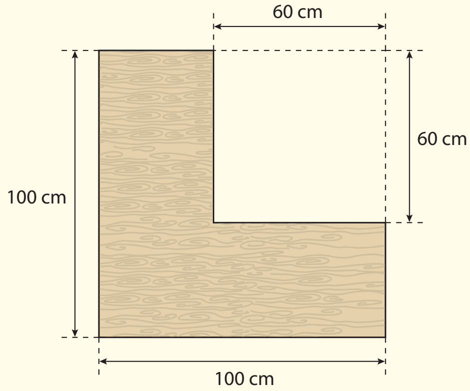
**5.** a) Exemplo de resposta:

O marido de Beatriz deve cortar o tampo da mesa em 2 retângulos e montar a mesa conforme a figura:





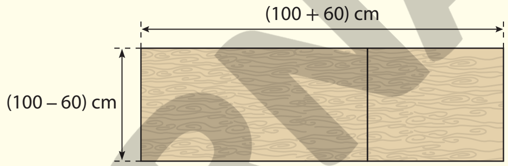

b) Observe as dimensões da mesa antiga:




A medida da área pode ser calculada fazendo:

$A = 100^2 - 60^2$

Observe as dimensões da nova mesa:




Sua medida de área pode ser calculada fazendo:

$A = (100 - 60) \cdot (100 + 60)$

Como não foi acrescentado nem tirado madeira, pode-se afirmar que a medida da área não se alterou; portanto:

$100^2 - 60^2 = (100 - 60) \cdot (100 + 60)$

**6.** $y^2 - 4x^2 = y^2 - (2x)^2 = (y + 2x) \cdot (y - 2x)$

## ATIVIDADES ▶ Página 107

**1.** a) $\left(\frac{3}{5} + x\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 + 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot x + x^2 = \frac{9}{25} + \frac{6}{5}x + x^2$

b) $\left(y + \sqrt{11}\right)^2 = y^2 + 2 \cdot y \cdot \sqrt{11} + \left(\sqrt{11}\right)^2 = y^2 + 2\sqrt{11}\,y + 11$

c) $\left(-\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{3}y^2\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}x^3\right)^2 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^3\right) \cdot \left(\frac{1}{3}y^2\right) + \left(\frac{1}{3}y^2\right)^2 =$

$= \frac{1}{4}x^6 - \frac{2}{6}x^3y^2 + \frac{1}{9}y^4 = \frac{1}{4}x^6 - \frac{1}{3}x^3y^2 + \frac{1}{9}y^4$

d) $(ax^2 - b)^2 = (ax^2)^2 - 2 \cdot (ax^2) \cdot b + b^2 = a^2x^4 - 2ax^2b + b^2$

**2.** a) Como $28x = 2 \cdot x \cdot 14$ e $196 = 14^2$, escrevemos:

$x^2 + 28x + 196 = (x + 14)^2$ ou $(-x - 14)^2$

b) Como $121x^2 = (11x)^2$, $-154x = -2 \cdot 11x \cdot 7$ e $49 = 7^2$, escrevemos:

$121x^2 - 154x + 49 = (11x - 7)^2$ ou $(7 - 11x)^2$

c) Como $-400x = -2 \cdot x \cdot 200$ e $40\,000 = 200^2$, escrevemos:

$-400x + x^2 + 40\,000 = (x - 200)^2$ ou $(200 - x)^2$

d) Como $-40x = -2 \cdot x \cdot 20$ e $400 = 20^2$, escrevemos:

$400 - 40x + x^2 = (-x + 20)^2$ ou $(x - 20)^2$

e) Como $-330x^4 = -2 \cdot 15x^4 \cdot 11$, $121 = 11^2$ e $225x^8 = (15x^4)^2$, escrevemos:

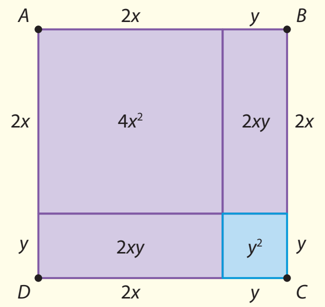
$225x^8 + 121 - 330x^4 = (15x^4 - 11)^2$ ou $(11 - 15x^4)^2$

f) Como $-x = 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$, escrevemos:

$x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ ou $\left(\frac{1}{2} - x\right)^2$

g) Como $16x^3 = 2 \cdot x^3 \cdot 8$, $64 = 8^2$ e $x^6 = (x^3)^2$, escrevemos:
$64 + x^6 + 16x^3 = (x^3 + 8)^2$ ou $(-x^3 - 8)^2$

3.




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

a) $y^2$
b) $2x + y$

4. Fatorando o polinômio $a^3b + 2a^2b^2 + ab^3$, tem-se:
$a^3b + 2a^2b^2 + ab^3 = ab \cdot (a^2 + 2ab + b^2) = ab \cdot (a + b)^2$
Substituindo $ab$ por 20 e $a + b$ por por $-7$, temos:
$ab \cdot (a + b)^2 = 20 \cdot 49 = 980$

5. Exemplo de resposta:
$100a^2 - 100b^2 = 100(a^2 - b^2) = 100 \cdot (a + b) \cdot (a - b)$

6. a) Verdadeira:
$5x^2 - 5y^2 = 5(x^2 - y^2) = 5 \cdot (x + y) \cdot (x - y)$
b) Falsa, pois fatorando $18x^3 + 60x^2y + 50xy^2$, temos:
$18x^3 + 60x^2y + 50xy^2 = 2x(9x^2 + 30xy + 25y^2)$
Como $30xy = 2 \cdot 3x \cdot 5y$, $9x^2 = (3x)^2$ e $25y^2 = (5y)^2$, escrevemos:
$2x \cdot (3x + 5y)^2$
c) Verdadeira:
$3x^2 - 6x + 3 = 3 \cdot (x^2 - 2x + 1) = 3 \cdot (x - 1)^2$
d) Falsa, pois $a^2 + x^2 + 2ax - 1 = (a + x)^2 - 1$.
alternativas **a** e **c**

7. a) $2x^2 + 8x + 8 = 2(x^2 + 4x + 4)$
Como $4x = 2 \cdot x \cdot 2$ e $4 = 2^2$, podemos escrever:
$2(x + 2)^2$ ou $2(-x - 2)^2$
b) $\left(\frac{x^2}{3} - 2x + 3\right) \cdot (3) = x^2 - 6x + 9$
Como $-6x = -2 \cdot x \cdot 3$ e $9 = 3^2$, podemos escrever:
$\frac{1}{3}(x - 3)^2$ ou $\frac{1}{3}(3 - x)^2$

8. Exemplo de resposta:
- $5x^2 - 6x + 1 - 4x^2 + 8 = x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$
- $y^6 - 6x^2y^3 + 9x^4 = (y^3 - 3x^2)^2$ ou $(3x^2 - y^3)^2$, pois $\sqrt{y^6} = |y^3|$ e $\sqrt{9x^4} = |3x^2|$

polinômio: $-4x^2 + 8$; binômio: $y^3 - 3x^2$ ou $3x^2 - y^3$

9. $36a^2y^2 - 12ay + 1 = 100$
$(6ay - 1)^2 = 100$
$6ay - 1 = \pm\sqrt{100}$
$6ay - 1 = 10$ ou $6ay - 1 = -10$
$6ay = 10 + 1$ ou $6ay = -10 + 1$
$ay = \frac{11}{6}$ ou $ay = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$

## COMPREENDER UM TEXTO ▸ Páginas 108 e 109

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Páginas 110 e 111

1. a) Os eleitores brasileiros.
b) Espera-se que os estudantes percebam que a amostra não é representativa, pois foi coletada em apenas um município, o que não pode representar a diversidade de opiniões existentes no país.

2. a) Amostra sistemática, pois a seleção da amostra é feita retirando um elemento para análise a cada determinada quantidade.
b) Amostra estratificada, pois a amostra é obtida por meio da seleção de elementos de cada subgrupo, no caso homens e mulheres.
c) Amostra casual simples, pois os elementos da população receberam um número e foi feito um sorteio.

3. Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes façam pesquisas que envolvam temas sociais.

## TRABALHO EM EQUIPE ▸ Página 112

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Páginas 113 e 114

1. a) $(2x + 1)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1$
b) $(2x - 1)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^2 = 4x^2 - 4x + 1$
c) $(2x + 1) \cdot (2x - 1) = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1$
d) $(2x - 2)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot (2x) \cdot 2 + 2^2 = 4x^2 - 8x + 4$
e) $\left(2x + \frac{1}{2}\right) = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4x^2 + 2x + \frac{1}{4}$
f) $(10 - x)^2 = 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot x + x^2 = 100 - 20x + x^2$
g) $(7 - x) \cdot (x - 7) = 7x - 49 - x^2 + 7x = -x^2 + 14x - 49$
h) $\left(-\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}x\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}x\right)^2 =$
$= \frac{1}{9} - \frac{4}{9}x^2$

2. a) $x^2 + y^2 = (2a - 3)^2 + (3a - 2)^2 =$
$= 4a^2 - 12a + 9 + 9a^2 - 12a + 4 = 13a^2 - 24a + 13$
b) $x^2 - y^2 = (2a - 3)^2 - (3a - 2)^2 =$
$= 4a^2 - 12a + 9 - 9a^2 + 12a - 4 = -5a^2 + 5$
c) $(y - x)^2 = [(3a - 2) - (2a - 3)]^2 = [3a - 2 - 2a + 3]^2 = [a + 1]^2 =$
$= a^2 + 2a + 1$
d) $[(x - y) + (x + y)]^2 = \{[(2a - 3) - (3a - 2)] + [(2a - 3) + (3a - 2)]\}^2 =$
$= [[2a - 3 - 3a + 2] + [2a - 3 + 3a - 2]]^2 =$
$= [-a - 1 + 5a - 5]^2 = [4a - 6]^2 = 16a^2 - 48a + 36$

3. a) $(x - n)^2 = x^2 - 16x + n^2$
Sabemos que $(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$, então:
$-2 \cdot x \cdot n = -16x$
$n = \frac{-16x}{-2x}$
$n = 8$
b) $(x^2 - n)^2 = x^4 - 2nx^2 + 36$
$n^2 = 36$
$n = \pm\sqrt{36}$
$n = \pm 6$
c) $(5x - 3)^2 = nx^2 - 30x + 9$
$(5x - 3)^2 = 25x^2 - 30x + 9$
$n = 25$
d) $(2n - x)^2 = (2n)^2 - 2 \cdot (2n) \cdot x + x^2 = 4n^2 - 4nx + x^2$
Comparando com a equação apresentada $(2n - x)^2 = 4 \cdot (5)^2 - 4 \cdot 5 \cdot x + x^2$, concluímos que $n = 5$.

4. a) $ac - b^2 = (2x - 1) \cdot (2x + 1) - (x + 3)^2 = 4x^2 - 1 - (x^2 + 6x + 9) =$
$= 4x^2 - 1 - x^2 - 6x - 9 = 3x^2 - 6x - 10$

b) $x^2 - y^2 + xy = (m + 6)^2 - (m - 6)^2 + (m + 6)(m - 6) =$
$= (m^2 + 12m + 36) - (m^2 - 12m + 36) + m^2 - 36 =$
$= m^2 + 12m + 36 - m^2 + 12m - 36 + m^2 - 36 = m^2 + 24m - 36$

5. a) $A = b \cdot b = b^2$

b) Medida de comprimento do lado do quadrado maior:
$\frac{a}{2} + b + \frac{a}{2} = \frac{2a}{2} + b = a + b$
Medida da área do terreno que não será ocupada pela casa:
$A = (a + b)^2 - b^2$
$A = a^2 + 2ab + b^2 - b^2$
$A = a^2 + 2ab$

6. a) $\left(\frac{x}{2} + 3\right)^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{6x}{2} + 9 = \frac{x^2}{4} + 3x + 9$

b) $(2a + b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$

7. a) Figura 1: $(ab) + (ac) = a \cdot (b + c)$
Figura 2: $x^2 + x^2 + x^2 + 3xy = 3x^2 + 3xy = 3x \cdot (x + y)$

b) Figura 1: $A = a \cdot (b + c)$
$A = 2 \cdot (5 + 3) = 16$
Figura 2: $A = 3x \cdot (x + y)$
$A = 3 \cdot 3 \cdot (3 + 1) = 36$
Portanto, a figura 2 tem maior medida de área.

8. Iago:
$15x^2 - 12y^2 = 3 \cdot (5x^2 - 4y^2)$ (afirmação correta)
Hugo:
$45ax^2 + 30a^2x = ax(45x + 30a)$ (afirmação correta)
Tales:
$14ab - 21bc = 7b(2a - 3c)$ (afirmação correta)
Enzo:
$-36x^2 - 18x^3 - 27a^5 = -9(4x^2 + 2x^3 + 3a^5)$ (afirmação incorreta, pois o fator comum é apenas $-9$)
Portanto, Iago, Hugo e Tales.

9. a) $(x + 1)^2 + x^2 + (x - 1)^2 = x^2 + 2x + 1 + x^2 + x^2 - 2x + 1 = 3x^2 + 2$

b) Medida da área do quadrado maior: $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$
Medida da área do quadrado menor: $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$
Razão entre a medida da área do quadrado maior e a do quadrado menor:
$\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1} = \frac{2^2 + 2 \cdot 2 + 1}{2^2 - 2 \cdot 2 + 1} = \frac{4 + 4 + 1}{4 - 4 + 1} = \frac{9}{1} = 9$

10. $V = abc + abc + ab^2$
$V = 2abc + ab^2$
$V = ab(2c + b)$

11. a) Medida da área da figura 1:
$A = 2 \cdot (x^2) + 2 \cdot x(x + 3) + 2 \cdot x(x + 3)$
$A = 2x^2 + 2x^2 + 6x + 2x^2 + 6x$
$A = 6x^2 + 12x$
Medida da área da figura 2:
$A = 2 \cdot 2x(x - 1) + 2 \cdot 2x \cdot 3x + 2 \cdot 3x(x - 1)$
$A = 4x^2 - 4x + 12x^2 + 6x^2 - 6x$
$A = 22x^2 - 10x$

b) Medida do volume da figura 1:
$V = x \cdot x \cdot (x + 3)$
$V = x^2 \cdot (x + 3)$
Medida do volume da figura 2:
$V = 2x \cdot (x - 1) \cdot 3x$
$V = 6x^2 \cdot (x - 1)$

c) Para $x = 2$, temos:
Medida do volume da figura 1:
$V = x^2 \cdot (x + 3)$
$V = 2^2 \cdot (2 + 3)$
$V = 4 \cdot 5 = 20$
Medida do volume da figura 2:
$V = 6x^2 \cdot (x - 1)$
$V = 6 \cdot 2^2 \cdot (2 - 1)$
$V = 6 \cdot 4 \cdot 1 = 24$
Para $x = 2$, a figura 2 tem medida do volume maior.
Para $x = 1{,}5$, temos:
Medida do volume da figura 1:
$V = x^2 \cdot (x + 3)$
$V = 1{,}5^2 \cdot (1{,}5 + 3)$
$V = 2{,}25 \cdot 4{,}5 = 10{,}125$
Medida do volume da figura 2:
$V = 6x^2 \cdot (x - 1)$
$V = 6 \cdot 1{,}5^2 \cdot (1{,}5 - 1)$
$V = 6 \cdot 2{,}25 \cdot 0{,}5 = 6{,}75$
Para $x = 1{,}5$, a figura 1 tem medida do volume maior.

12. a) $(x^2 - y^2) = (x - y) \cdot (x + y) = 4 \cdot 10 = 40$

b) $xy = 27$ e $(x - y) = 10$
$(x - y)^2 = 10^2$
$x^2 - 2xy + y^2 = 100$
Substituindo $xy$ por 27, temos:
$x^2 - 2 \cdot 27 + y^2 = 100$
$x^2 - 54 + y^2 = 100$
$x^2 + y^2 = 100 + 54$
$x^2 + y^2 = 154$

13. a) $x^2 + y^2 = 113$ e $(x + y)^2 = 225$
$x + y = \pm\sqrt{225}$
$x + y = \pm 15$
Para a soma de $x$ e $y$ resultar em um número negativo ($-15$) é necessário que tenhamos valor negativo para $x$ ou $y$ ou ambos. Porém, sabemos que $x$ e $y$ são números naturais; logo, não podem ser negativos.
Assim, temos as possibilidades:

| | |
|---|---|
| $x = 7$ e $y = 8$ | $x = 8$ e $y = 7$ |
| $7 + 8 = 15$ | $8 + 7 = 15$ |

Verificação:
$7^2 + 8^2 = 113$ ou $8^2 + 7^2 = 113$
Então, $x = 7$ e $y = 8$ ou $x = 8$ e $y = 7$.

b) $x^2 + y^2 = 104$ e $(x - y)^2 = 64$
$x - y = \pm\sqrt{64}$
$x - y = \pm 8$
Assim, temos as possibilidades:

| | |
|---|---|
| $x = 10$ e $y = 2$ | $x = 2$ e $y = 10$ |
| $10 - 2 = 8$ | $2 - 10 = -8$ |

Verificação:
$10^2 + 2^2 = 104$ ou $2^2 + 10^2 = 104$
Então, $x = 10$ e $y = 2$ ou $x = 2$ e $y = 10$.

14. a) O número de quadradinhos da figura $n$ é $(n + 2)^2$, em que $4n$ corresponde ao número de quadradinhos brancos e $(n^2 + 4)$ corresponde ao número de quadradinhos azuis.

b) $4n = 4 \cdot 5 = 20$

15. $(2a + b)^2 - (a - b)^2 =$
$= 4a^2 + 4ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) =$
$= 4a^2 + 4ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 =$
$= 3a^2 + 6ab = 3a(a + 2b)$
alternativa **b**

16. Medida da área do quadrado verde maior: $m^2$
Medida da área do quadrado verde menor: $n^2$
Medida da área de cada retângulo roxo: $mn$
Medida da área da figura total: $m^2 + n^2 + 2mn = 144$
Calculando a medida da área dos retângulos roxos, temos:
$2mn = 70$
$\frac{2mn}{2} = \frac{70}{2}$
$mn = 35$
Sabendo que $m > n$, temos:
$m = 7$ e $n = 5$

17. I. Falsa, pois $(M - N)^2 = M^2 - 2MN + N^2$.
II. Falsa, pois $A \cdot B = 1$ pode ser escrito como $B = \frac{1}{A}$; como 0 é um número racional, não existe um número $B$, tal que $B = \frac{1}{0}$.
alternativa **c**

## Capítulo 5

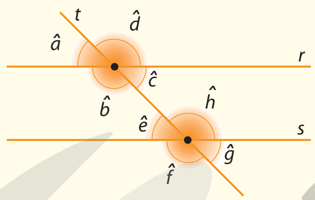
### ATIVIDADES ▸ Páginas 117 e 118

1. a) Os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{h}$ são colaterais externos e suplementares. Os ângulos $\hat{c}$ e $\hat{g}$ são correspondentes e, portanto, congruentes.
b) Não. Os ângulos $\hat{d}$ e $\hat{e}$ são colaterais internos e, portanto, são suplementares.
c) Sim. Os ângulos $\hat{b}$ e $\hat{f}$ são correspondentes e, portanto, são congruentes.

2. Não, porque $r$ e $s$ não são retas paralelas.

3. Espera-se que os estudantes desenhem algo parecido com o exemplo abaixo.

ADILSON SECCO /ARQUIVO DA EDITORA




a) Os pares de ângulos correspondentes são: $\hat{a}$ e $\hat{e}$, $\hat{b}$ e $\hat{f}$, $\hat{c}$ e $\hat{g}$, $\hat{d}$ e $\hat{h}$.
b) Sim, pois é possível verificar que os ângulos correspondentes são congruentes.

4. a) Os ângulos de medidas de abertura y e 78° são ângulos alternos internos e, portanto, são congruentes. Ou podemos fazer os cálculos:
$y = 180° - 102°$
$y = 78°$
Os ângulos de medidas de abertura $x$ e 102° são ângulos alternos externos e, portanto, são congruentes. Ou podemos fazer os cálculos:
$x = 180° - 78°$
$x = 102°$
b) O ângulo x é oposto pelo vértice ao ângulo de medida de abertura 85°, logo x = 85°. O ângulo y é correspondente ao ângulo de medida de abertura 85°; logo, são congruentes. Ou podemos fazer os cálculos:
$y = 2x - 85°$
$y = 170° - 85°$
$y = 85°$
c) O ângulo suplementar de y é correspondente ao de x.
$x + 3x = 180°$
$4x = 180°$
$x = \frac{180°}{4}$
$x = 45°$
O ângulo 3x é oposto pelo vértice ao de y; logo, 3x = y.
$y = 3x$
$y = 3 \cdot 45°$
$y = 135°$
d) O ângulo suplementar de (y – 10°) é correspondente ao ângulo oposto de (y + 100°).
$y - 10° + y + 100° = 180°$
$2y = 180° - 90°$
$2y = 90°$
$y = 45°$
O ângulo (y – 10°) é oposto pelo vértice ao ângulo x; logo, (y – 10°) = x.
$x = y - 10°$
$x = 45° - 10°$
$x = 35°$

5. a) Ângulos correspondentes são congruentes.
$3x - 20° = 2x + 30°$
$3x - 2x = 30° + 20°$
$x = 50°$
b) Ângulos alternos externos são congruentes.
$3x + 15° = 135°$
$3x = 135° - 15°$
$3x = 120°$
$x = 40°$
c) Os ângulos colaterais externos são suplementares, logo:
$8y + 40° + 5y + 10° = 180°$
$13y = 180° - 50°$
$13y = 130°$
$y = 10°$
Substituindo y = 10° em 8y + 40°, temos:
$8y + 40° = 8 \cdot 10° + 40°$
$= 80° + 40° = 120°$
Substituindo y = 10° em 5y + 10°, temos:
$5y + 10° = 5 \cdot 10° + 10°$
$= 50° + 10° = 60°$
Portanto, as medidas de abertura dos ângulos são 120° e 60°.
d) Espera-se que os estudantes elaborem problemas como os resolvidos nos itens anteriores.

6. Os ângulos de medidas de abertura $a$ e 70° são alternos internos; então:
$a = 70°$
Os ângulos de medidas de abertura $d$ e 40° são colaterais internos e, portanto, são suplementares. Assim:
$d + 40° = 180°$
$d = 180° - 40°$
$d = 140°$
Os ângulos de medidas de abertura $c$ e 40° são alternos internos; então:
$c = 40°$

Os ângulos de medidas de abertura $b + 40°$ e $70°$ são colaterais internos e, portanto, são suplementares. Assim:

$b + 40° + 70° = 180°$

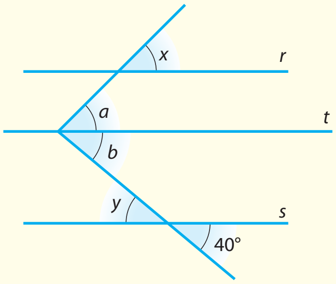
$b = 180° - 40° - 70°$

$b = 70°$

Logo, $a = 70°$, $b = 70°$, $c = 40°$ e $d = 140°$.

**7. a)** O ângulo $y$ é oposto pelo vértice ao ângulo de medida de abertura $40°$, logo $y = 40°$.

Traçando uma reta $t$ paralela às retas $r$ e $s$ ($r // t // s$), o ângulo de medida de abertura $85°$ será dividido nos ângulos $a$ e $b$:




Sendo $b$ e $y$ alternos internos, $b = 40°$.

$a = 85° - b$

$a = 85° - 40°$

$a = 45°$

Os ângulos $a$ e $x$ são correspondentes; logo, $x = 45°$.

**b)** O ângulo de medida de abertura $55°$ e o suplementar do ângulo $x$ são alternos internos; logo:

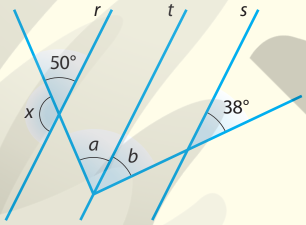
$x + 55° = 180°$

$x = 180° - 55°$

$x = 125°$

O ângulo $x$ e o ângulo oposto ao ângulo $y$ são correspondentes; logo, $y = 125°$.

**c)** Primeiro, vamos traçar uma reta paralela a $r$ e a $s$, dividindo o ângulo de medida de abertura $y$ em dois ângulos cujas aberturas medem $a$ e $b$.




Os ângulos cujas aberturas medem $b$ e $38°$ são correspondentes; logo, $b = 38°$.

Os ângulos cujas aberturas medem $a$ e $50°$ são correspondentes; logo, $a = 50°$.

Temos que $y = a + b$. Assim:

$y = 38° + 50°$

$y = 88°$

Os ângulos cujas aberturas medem $x$ e $50°$ são suplementares; então:

$x + 50° = 180°$

$x = 180° - 50°$

$x = 130°$

Logo, $x = 130°$ e $y = 88°$.

**8. a)** Os ângulos cujas aberturas medem $42°$ e $y$ são alternos internos; logo, $y = 42°$.

Sendo $a$ um ângulo oposto pelo vértice com o ângulo de medida de abertura $42°$, logo $a = 42°$.

Sendo os ângulos $a$ e $x$ colaterais internos, logo $x + a = 180°$.

$x + 42° = 180°$

$x = 180° - 42°$

$x = 138°$

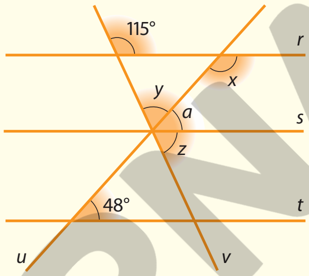
Sendo $b$ um ângulo oposto pelo vértice com o ângulo de medida de abertura $36°$, logo $b = 36°$.

Sendo os ângulos $b$ e $z$ alternos internos, logo $z = b$.

$z = 36°$

**b)** Sendo um ângulo $a$ o suplementar de $(y + z)$, logo $(y + a + z) = 180°$.

Os ângulos cujas aberturas medem $a$ e $48°$ são correspondentes, logo $a = 48°$.




Sendo os ângulos de medidas de abertura $(a + y)$ e de $115°$ correspondentes, logo $(a + y) = 115°$.

$48° + y = 115°$

$y = 115° - 48°$

$y = 67°$

Então $(y + a + z) = 180°$:

$67° + 48° + z = 180°$

$z = 180° - 115°$

$z = 65°$

Sendo os ângulos $a$ e $x$ colaterais internos, logo $(a + x) = 180°$.

$48° + x = 180°$

$x = 180° - 48°$

$x = 132°$

## ATIVIDADES ▸ Página 120

**1.** Sendo $AB = 6$ cm, $CD = 3$ cm e $EF = 1{,}5$ cm, temos:

**a)** $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{6}{3} = 2$

**b)** $\dfrac{CD}{EF} = \dfrac{3}{1{,}5} = 2$

**c)** $\dfrac{AB}{EF} = \dfrac{6}{1{,}5} = 4$

**d)** $\dfrac{CD}{AB} = \dfrac{3}{6} = 0{,}5$

**e)** $\dfrac{EF}{CD} = \dfrac{1{,}5}{3} = 0{,}5$

**f)** $\dfrac{EF}{AB} = \dfrac{1{,}5}{6} = 0{,}25$

**2. a)** Considerando $x$ o número pedido, temos:

$\dfrac{x}{6} = 2$

$x = 6 \cdot 2$

$x = 12$

**b)** $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{3}{7}$

$3 \cdot CD = 7 \cdot AB$

$3 \cdot 35 = 7 \cdot AB$

$\dfrac{105}{7} = AB$

$AB = 15$

Se 1 cm equivale a 10 mm, então $15 \cdot 10$ mm $= 150$ mm

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

3. a) Sabemos que:

$AB = 0{,}6\ \text{m} = 0{,}6 \cdot 100\ \text{cm} = 60\ \text{cm}$

$GH = 210\ \text{mm} = 210 : 10\ \text{cm} = 21\ \text{cm}$

Assim:

$\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH}$

$\frac{60}{14} = \frac{EF}{21}$

$14EF = 1\,260$

$EF = 90$

Portanto, o comprimento de $EF$ mede 90 cm.

b) Sabemos que:

$AB = 15\ \text{dm} = 15 \cdot 10\ \text{cm} = 150\ \text{cm}$

$EF = 1\,200\ \text{mm} = 1\,200 : 10\ \text{cm} = 120\ \text{cm}$

$\frac{AB}{CD} = \frac{120}{GH}$

$\frac{150}{100} = \frac{120}{GH}$

$150GH = 12\,000$

$GH = 80$

Portanto, o comprimento de $GH$ mede 80 cm.

4. Considerando $x$ a medida de comprimento do campo de futebol no sítio de Augusto, temos:

$\frac{x}{30{,}6} = \frac{105}{68}$

$68x = 3\,213$

$x = \frac{3\,213}{68}$

$x = 47{,}25$

Logo, a medida de comprimento do campo de futebol é 47,25 m.

5. a) Considerando x e y os dois números, temos:

$x + y = 48 \Rightarrow y = 48 - x$

$\frac{x}{y} = \frac{5}{7}$

$\frac{x}{48 - x} = \frac{5}{7}$

$7x = 240 - 5x$

$12x = 240$

$x = 20$

$y = 48 - 20$

$y = 28$

Os números são 20 e 28.

b) Considerando x e y os dois números, temos:

$x - y = 200 \Rightarrow x = 200 + y$

$\frac{x}{y} = \frac{5}{3}$

$\frac{200 + y}{y} = \frac{5}{3}$

$5y = 600 + 3y$

$5y - 3y = 600$

$2y = 600$

$y = 300$

$x = 200 + 300$

$x = 500$

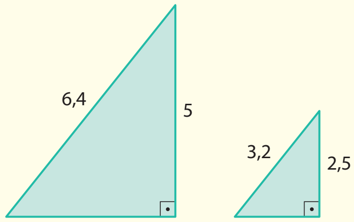
Os números são 500 e 300.

## ATIVIDADES ▸ Página 125

1. a) Flávia e Alexandre  b) Alexandre

2. Desenho pessoal. Espera-se que os estudantes descubram uma maneira própria de fazer a ampliação ou a redução da figura que desenharem.

Exemplo de resposta:




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

3. a) Os ângulos correspondentes são congruentes.

b) As medidas de comprimento dos lados correspondentes são proporcionais.

4. $\frac{x}{3{,}2} = \frac{4}{2{,}5}$

$2{,}5x = 4 \cdot 3{,}2$

$2{,}5x = 12{,}8$

$x = \frac{12{,}8}{2{,}5}$

$x = 5{,}12$

5. a) Primeiro vamos converter na mesma unidade de medida: 80 cm = 0,8 m e 4 cm = 0,04 m.

$\frac{0{,}8}{50} = \frac{0{,}04}{x}$

$0{,}8x = 2$

$x = \frac{2}{0{,}8}$

$x = 2{,}5$

O andar terá 2,5 m de medida de altura.

b) $\frac{0{,}8}{50} = \frac{x}{2}$

$50x = 1{,}6$

$x = \frac{1{,}6}{50}$

$x = 0{,}032$

Convertendo para centímetro: 0,032 m = 3,2 cm

A medida da altura da porta na maquete será 3,2 cm.

c) Razão de semelhança: $\frac{0{,}8}{50} = 0{,}016$

6. a) Como os quadriláteros são semelhantes, temos:

$\frac{10}{5} = \frac{z}{6{,}2} = \frac{y}{4} = \frac{6}{x}$

Assim:

$\frac{10}{5} = \frac{z}{6{,}2} \Rightarrow 5z = 10 \cdot 6{,}2$

$5z = 62$

$z = \frac{62}{5} \Rightarrow z = 12{,}4$

$\frac{10}{5} = \frac{y}{4} \Rightarrow 5y = 4 \cdot 10$

$5y = 40 \Rightarrow y = \frac{40}{5}$

$y = 8$

$\frac{10}{5} = \frac{6}{x} \Rightarrow 10x = 6 \cdot 5$

$10x = 30 \Rightarrow x = \frac{30}{10}$

$x = 3$

Assim a medida do perímetro de cada figura será igual a:

$P = 10 + 6 + z + y = 10 + 6 + 12{,}4 + 8 = 36{,}4$

$P = 5 + x + 6{,}2 + 4 = 5 + 3 + 6{,}2 + 4 = 18{,}2$

b) Como os quadriláteros são semelhantes, temos:

$\frac{3{,}6}{2{,}4} = \frac{x}{2{,}8} = \frac{6}{y} = \frac{9}{z}$

Assim:

$\frac{3,6}{2,4} = \frac{x}{2,8} \Rightarrow 2,4x = 3,6 \cdot 2,8$

$2,4x = 10,08$

$x = 4,2$

$\frac{3,6}{2,4} = \frac{6}{y} \Rightarrow 3,6y = 2,4 \cdot 6$

$3,6y = 14,4$

$y = 4$

$\frac{3,6}{2,4} = \frac{9}{z} \Rightarrow 3,60z = 2,4 \cdot 9$

$3,6z = 21,6$

$z = 6$

Assim a medida do perímetro de cada figura será igual a:

$P = 3,6 + x + 6 + 9 = 3,6 + 4,2 + 6 + 9 = 22,8$

$P = 2,4 + 2,8 + y + z = 2,4 + 2,8 + 4 + 6 = 15,2$

**7.** a) Razão entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes:

$\frac{10}{5} = \frac{6}{3} = \frac{12,4}{6,2} = \frac{8}{4} = 2$

Razão entre as medidas dos perímetros:

$\frac{36,4}{18,2} = 2$

b) Razão entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes:

$\frac{3,6}{2,4} = \frac{4,2}{2,8} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = 1,5$

Razão entre as medidas dos perímetros:

$\frac{22,8}{15,2} = 1,5$

Nos dois casos, as razões, entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes e entre as medidas dos perímetros, são iguais.

**8.** a) Não, pois os dados são insuficientes para concluir que as figuras são semelhantes.

b) Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Dois quadrados, um com 3 cm de medida de comprimento dos lados e outro com 5 cm de medida de comprimento dos lados.

c) Exemplo de resposta: Um quadrado com 3 cm de medida de comprimento de lado e um retângulo com 4 cm de medida de altura e 6 cm de medida de comprimento.

d) As medidas de comprimento dos lados correspondentes dos polígonos têm de ser proporcionais.

**9.** a) sim b) $2 \cdot 3 = 6$

## ATIVIDADES ▸ Página 127

**1.** a) **Figura da esquerda**

Medida do perímetro: $1,5 + 1 + 0,5 + 1 + 1 + 2 = 7$

Medida da área: $(2 \cdot 1) + (0,5 \cdot 1) = 2,5$

**Figura da direita**

Medida do perímetro: $3 + 2 + 1 + 2 + 2 + 4 = 14$

Medida da área: $(4 \cdot 2) + (2 \cdot 1) = 8 + 2 = 10$

Razão entre as medidas dos perímetros:

$\frac{7}{14} = \frac{1}{2}$

Razão entre as medidas das áreas:

$\frac{2,5}{10} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

b) $\frac{2,5}{3,5} \neq \frac{1,5}{2}$

Os retângulos não são semelhantes.

**2.** A razão entre as medidas dos perímetros é igual à razão de semelhança entre os pentágonos regulares. Logo, a razão é $\frac{3}{4}$. Assim, se dois polígonos semelhantes têm razão de semelhança $r$, a razão entre suas áreas será $r^2$.

Razão entre as medidas das áreas: $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

**3.** $\frac{A}{B} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Razão entre as medidas das áreas: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

**4.** Sabemos que a razão entre as medidas dos perímetros é igual à razão de semelhança entre os retângulos, logo:

$\frac{5}{x} = 4$

$\frac{5}{4} = x$

A medida do comprimento da base de $MNPQ$ é $\frac{5}{4}$ cm.

**5.** Se dois polígonos semelhantes têm razão de semelhança $r$, a razão entre as medidas de suas áreas será $r^2$. Então, se a razão entre a medida de suas áreas é $\frac{1}{4}$, a razão de semelhança é $\frac{1}{2}$, pois $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.

Lados correspondentes: $AI$ e $EF$; $GI$ e $EG$; $AG$ e $FG$.

Logo:

$\frac{GI}{EG} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4}{x+3} = \frac{1}{2} \Rightarrow x + 3 = 8 \Rightarrow x = 5$

$\frac{AI}{EF} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{z}{3x} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2z = 3x \Rightarrow 2z = 3 \cdot 5 \Rightarrow z = \frac{15}{2} \Rightarrow z = 7,5$

$\frac{AG}{FG} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{8,5}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 17$

Então:

$EG = 5 + 3 = 8$

$EF = 3 \cdot 5 = 15$

$FG = y = 17$

$AI = z = 7,5$

**6.** a) cubo menor: $V = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

cubo maior: $V = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

Portanto, a medida do volume do cubo menor é 1 cm³ e a do cubo maior é 8 cm³.

b) Considere $L_1$ a medida do comprimento da aresta do cubo menor e $L_2$ a medida do comprimento da aresta do cubo maior.

$\frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{2}$

c) Considere $A_1$ a medida da área de uma face do cubo menor e $A_2$ a medida da área de uma face do cubo maior.

$A_1 = 1 \cdot 1 = 1$

$A_2 = 2 \cdot 2 = 4$

$\frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{4}$

d) Considere $V_1$ a medida do volume do cubo menor e $V_2$ a medida do volume do cubo maior.

$V_1 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

$V_2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

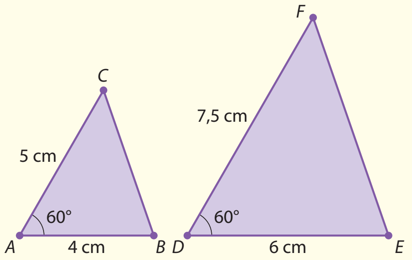
$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{8}$

e) $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ e $\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

## ATIVIDADES ▶ Página 132

**1.** **a)** Espera-se que os estudantes desenhem triângulos como representados a seguir, porém com as medidas de comprimentos dos lados em verdadeira grandeza.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA




$\frac{AC}{EF} = \frac{5}{7,5} = \frac{2}{3}$

$\frac{AB}{ED} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Como os dois triângulos têm dois pares de lados correspondentes proporcionais e o ângulo compreendido entre esses lados é congruente, $\triangle ABC$ e $\triangle DEF$ são semelhantes e a razão de semelhança é $\frac{2}{3}$.

**b)** O caso de semelhança é o LAL.

**2.** Sejam $x$, $y$ e $z$ as medidas de comprimento, em decímetro, dos lados do triângulo menor correspondentes, respectivamente, aos lados de medidas de comprimento 8 dm, 12 dm e 16 dm do triângulo maior.

Sendo $\frac{4}{3}$ a razão de semelhança entre o maior e o menor triângulo, nessa ordem. Então:

$\frac{4}{3} = \frac{8}{x} = \frac{12}{y} = \frac{16}{z}$

Assim:

$\frac{4}{3} = \frac{8}{x}$

$\frac{4}{3} = \frac{12}{y}$

$\frac{4}{3} = \frac{16}{z}$

$4 \cdot x = 3 \cdot 8$

$4x = 24$

$x = \frac{24}{4}$

$x = 6$

$4 \cdot y = 12 \cdot 3$

$4y = 36$

$y = \frac{36}{4}$

$y = 9$

$4 \cdot z = 16 \cdot 3$

$4z = 48$

$z = \frac{48}{4}$

$z = 12$

Medida do perímetro do triângulo menor:

$6 + 9 + 12 = 27$

Portanto, as medidas de comprimento dos lados do triângulo menor são 6 dm, 9 dm e 12 dm, e a medida de seu perímetro é 27 dm.

**3.** **a)** falsa

Considere dois triângulos isósceles com as seguintes medidas de comprimento dos lados:

- 5 cm, 5 cm e 4 cm;
- 8 cm, 8 cm e 12 cm.

Não há razão de semelhança, pois:

$\frac{5}{8} = \frac{5}{8} \neq \frac{4}{5}$

**b)** verdadeira

Considere dois triângulos equiláteros, um com a medida de comprimento dos lados igual a $x$ e outro com a medida de comprimento dos lados igual $y$, sendo $x$ e $y$ números reais maiores do que zero.

A razão de semelhança será:

$\frac{x}{y} = \frac{x}{y} = \frac{x}{y}$

**c)** falsa

Considere dois triângulos retângulos com as seguintes medidas de comprimento dos lados:

- 3 cm, 4 cm e 5 cm;
- 2 cm, 2,1 cm e 2,9 cm.

Não há razão de semelhança, pois:

$\frac{3}{2} \neq \frac{5}{2,9} \neq \frac{4}{2,1}$

**d)** falsa

Considere dois triângulos escalenos com as seguintes medidas de comprimento dos lados:

- 5 cm, 7 cm e 8 cm;
- 10 cm, 14 cm e 16 cm.

A razão de semelhança será:

$\frac{5}{10} = \frac{7}{14} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

alternativa **b**

**4.** **a)** $\frac{x}{7} = \frac{10}{8,75}$

$8,75x = 70$

$x = \frac{70}{8,75}$

$x = 8$

**b)** $\frac{y}{8} = \frac{8}{6}$

$6y = 64$

$y = \frac{64}{6}$

$y = \frac{32}{3}$

$\frac{12}{x} = \frac{8}{6}$

$8x = 72$

$x = 9$

**5.** Primeiro, vamos converter para a mesma unidade de medida:

30 cm = 0,30 m e 45 cm = 0,45 m

$\frac{0,30}{x} = \frac{0,45}{1,5}$

$0,45x = 0,30 \cdot 1,5$

$0,45x = 0,45$

$x = 1$

A altura mede 1 m.

**6.** $\frac{1,69}{x} = \frac{2,6}{4,16}$

$2,6x = 7,03$

$x \simeq \frac{7,03}{2,6}$

$x \simeq 2,70$

A altura da bandeira mede, aproximadamente, 2,70 m.

**7.** $\frac{5}{x} = \frac{2}{5}$

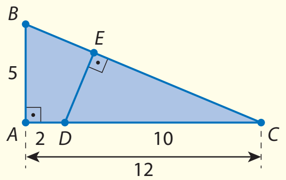
$2x = 25$

$x = \frac{25}{2}$

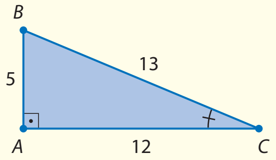
$x = 12{,}5$

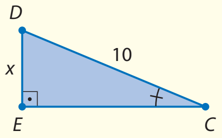
A altura do prédio mede 12,5 m.

**8.**




Pelo caso *AA*, os triângulos *ABC* e *EDC* são semelhantes.




Portanto:

$\frac{5}{x} = \frac{13}{10}$

$13x = 50$

$x \simeq 3{,}8$

A medida de $\overline{DE}$ é aproximadamente 3,8.

## INFORMÁTICA E MATEMÁTICA ▸ Página 133

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## ATIVIDADES ▸ Página 136

**1.** **a)** $\frac{x}{7{,}5} = \frac{18}{12}$

$12x = 135$

$x = \frac{135}{12}$

$x = 11{,}25$

**b)** $14{,}8 - 11{,}6 = 3{,}2$

$\frac{x}{2} = \frac{14{,}8}{3{,}2}$

$3{,}2x = 29{,}6$

$x = 9{,}25$

**2.** **a)** $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$

$\frac{x}{x+3} = \frac{4}{6}$

$6x = 4x + 12$

$6x - 4x = 12$

$2x = 12$

$x = \frac{12}{2}$

$x = 6$

**b)** $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$

$\frac{x}{x+3} = \frac{10}{12}$

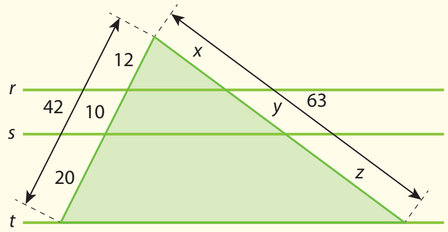
$12x = 10x + 30$

$12x - 10x = 30$

$2x = 30$

$x = 15$

**3.** $x + y + z = 63$ e $12 + 10 + 20 = 42$

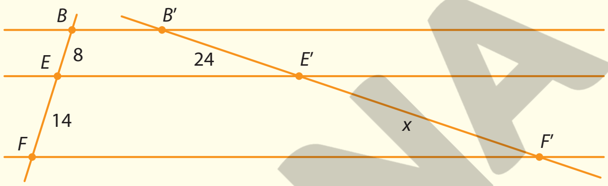



$\frac{x}{63} = \frac{12}{42} \Rightarrow 42x = 756 \Rightarrow x = 18$

$\frac{y}{63} = \frac{10}{42} \Rightarrow 42y = 630 \Rightarrow y = 15$

$\frac{z}{63} = \frac{20}{42} \Rightarrow 42z = 1\,260 \Rightarrow x = 30$

**4.**




$\frac{8}{14} = \frac{24}{x}$

$8x = 336$

$x = 42$

A medida do comprimento de $\overline{E'F'}$ é 42 cm.

**5.** A razão entre a medida da base e da altura da imagem formada e da imagem do *slide* deve ser a mesma. Assim, para calcular a medida da altura da imagem, em centímetro, podemos fazer:

$\frac{2}{3} = \frac{27}{x}$

$x = \frac{3 \cdot 27}{2}$

$x = \frac{81}{2} \Rightarrow x = 40{,}5$

Logo, a largura da imagem mede 40,5 cm.

## ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Páginas 137, 138 e 139

**1.** **a)** As pessoas entre 40 e 59 anos estão representadas pela cor laranja no primeiro gráfico; assim, correspondem a 24,65%.

**b)** Não, pois 62,27% é mais que $\frac{1}{3}$, já que $\frac{1}{3}$ corresponde a aproximadamente 33,33%.

**c)** A maioria das pessoas estava na faixa de 25 a 39 anos e isso pode ser observado no primeiro gráfico, pois corresponde à parte verde-clara que é quase a metade do gráfico ou 49,84%.

**2.** **a)** A coluna mais alta no primeiro gráfico representa a maior parte dos usuários; portanto, eles pertencem à faixa etária de 16 a 21 anos.

**b)** Na 2ª semana; 8 horas.

**c)** $40 + 80 + 40 + 20 = 180$.

Logo, o total de usuários que visitaram a loja foi 180.

**d)** Não. Pelo gráfico, podemos determinar o número total de usuários de 16 a 21 anos no período todo, porém, não é possível saber quantos deles frequentaram a loja em cada semana.

**3.** **a)** Observando o primeiro gráfico, é possível concluir que 2,5% da água do planeta é doce.

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

b) Pelo segundo gráfico, é possível observar que 30% correspondem a águas subterrâneas; 1% corresponde a rios, lagos e água na atmosfera e 69% correspondem a geleiras e calotas polares.

c) Aproximadamente 1,73%. Espera-se que os estudantes percebam que é necessário calcular 69% de 2,5%.

d) Resposta pessoal. Exemplo de respostas:

Onde está a maior concentração de água doce no planeta?

Resposta: Geleiras e calotas polares.

A maior parte da água do planeta é doce ou salgada?

Resposta: Salgada.

**4.** a) 7,7% não clientes de um total de 2514 entrevistados correspondem a:

$\frac{7,7}{100} \cdot 2514 \simeq 194$

Dentre essas pessoas, 55,7% não têm condições financeiras. Logo:

$\frac{55,7}{100} \cdot 194 \simeq 108$

Portanto, aproximadamente 108 pessoas.

b) Resposta pessoal. Exemplos de respostas:

Qual é o motivo mais apontado para os não clientes não viajarem?

Resposta: Não têm condições financeiras.

Qual é a porcentagem de entrevistados que não são clientes?

Resposta: 7,7%

Quantos não clientes não viajam por medo da violência?

Resolução: 7,7% não clientes de um total de 2514 entrevistados correspondem a:

$\frac{7,7}{100} \cdot 2514 \simeq 194$

4,2% responderam que não viajam por medo da violência; isso corresponde a:

$\frac{4,2}{100} \cdot 194 \simeq 8$

Logo, aproximadamente 8 pessoas não viajam por medo da violência.

Quantos não clientes não têm interesse?

$\frac{23,4}{100} \cdot 194 \simeq 45$

Logo, aproximadamente 45 pessoas não viajam por falta de interesse.

## EDUCAÇÃO FINANCEIRA ▸ Páginas 140 e 141

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Páginas 142 e 143

**1.** Os ângulos $(4x + 30°)$ e $(x + 20°)$ são colaterais internos, portanto são suplementares.

$4x + 30° + x + 20° = 180°$

$5x = 180° - 50°$

$5x = 130°$

$x = 26°$

alternativa **b**

**2.** a) Considere $x$ a medida de comprimento do lado do quadrado.

Medida do perímetro: $x + x + x + x = 4x$

Razão entre a medida do perímetro e a medida do comprimento do lado de um quadrado é igual a 4, pois $\frac{4x}{x} = 4$.

b) Considere $x$ a medida de comprimento do lado do triângulo equilátero.

Medida do perímetro: $x + x + x = 3x$

Razão entre a medida de comprimento do lado de um triângulo equilátero e a medida de seu perímetro é igual a $\frac{1}{3}$, pois $\frac{1x}{3x} = \frac{1}{3}$.

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes determinem a razão entre a idade deles e a de seus responsáveis. Por exemplo:

Responsável: 35 anos

Estudante: 14

$\frac{14}{35}$

**3.** a) Medida da área dos móveis da sala de estar:

Sofá: $2 \cdot 1 = 2$

Poltrona: $1 \cdot 1 = 1$

*Rack*: $0,75 \cdot 0,75 = 0,5625$

Medida da área dos móveis da sala de jantar:

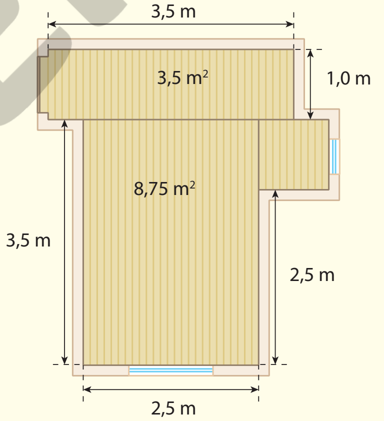
Mesa: $1,5 \cdot 0,75 = 1,125$

Cadeiras: $0,25 \cdot 6 = 1,5$

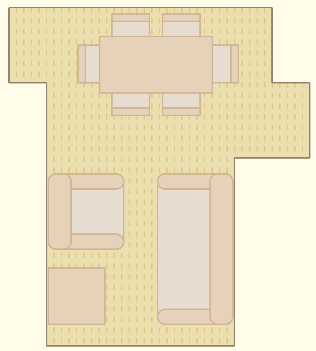
Total: $2 + 1 + 0,5625 + 1,125 + 1,5 = 6,1875$

Decompondo a planta da sala em figuras retangulares, ao calcular a medida da área de um dos retângulos, percebemos que a medida da área dele já é maior que a medida da área ocupada pelos móveis.

Logo, a sala do casal comporta esses móveis.

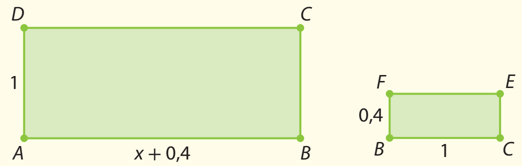



b) Exemplo de resposta.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**4.**




ORACICART/ ARQUIVO DA EDITORA

$$\frac{1}{0{,}4} = \frac{x + 0{,}4}{1}$$
$0{,}4x + 0{,}16 = 1$
$0{,}4x = 1 - 0{,}16$
$0{,}4x = 0{,}84$
$x = 2{,}1$
alternativa **c**

**5.** Da foto A

a) Razão de semelhança: $\frac{3{,}15}{5} = \frac{5{,}04}{8} = 0{,}63$

Em porcentagem: $0{,}63 \cdot 100\% = 63\%$

b) Razão de semelhança: $\frac{10{,}7}{5} = \frac{17{,}12}{8} = 2{,}14$

Em porcentagem: $2{,}14 \cdot 100\% = 214\%$

c) Razão de semelhança: $\frac{6{,}35}{5} \neq \frac{14}{8}$ (não há razão de semelhança)

Não é possível, mantendo a proporcionalidade.

Da foto B

d) Razão de semelhança: $\frac{6{,}35}{5} = \frac{7{,}62}{6} = 1{,}27$

Em porcentagem: $1{,}27 \cdot 100\% = 127\%$

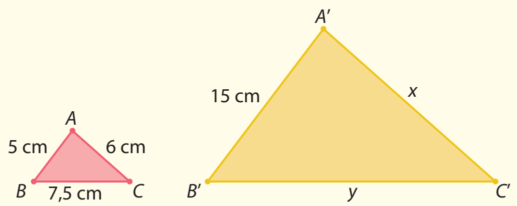
e) Razão de semelhança: $\frac{3}{5} \neq \frac{4}{6}$ (não há razão de semelhança)

Não é possível, mantendo a proporcionalidade.

f) Razão de semelhança: $\frac{1{,}15}{5} = \frac{1{,}38}{6} = 0{,}23$

Em porcentagem: $0{,}23 \cdot 100\% = 23\%$

**6.**




Razão de semelhança: $\frac{15}{5} = 3$

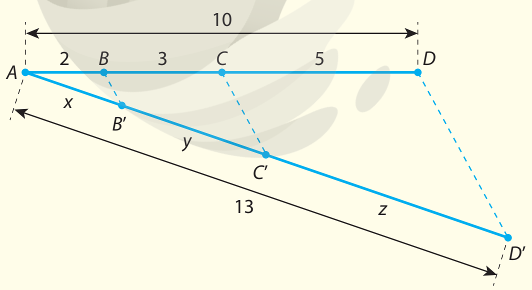
Então:

$\frac{x}{6} = 3 \Rightarrow x = 18$

$\frac{y}{7{,}5} = 3 \Rightarrow y = 22{,}5$

Portanto, as medidas de comprimento dos outros lados são 18 cm e 22,5 cm.

**7.** Sendo $AB' = x$; $B'C' = y$ e $C'D'$, temos:




$\frac{x}{13} = \frac{2}{10} \Rightarrow 10x = 26 \Rightarrow x = 2{,}6$

$\frac{y}{13} = \frac{3}{10} \Rightarrow 10y = 39 \Rightarrow x = 3{,}9$

$\frac{z}{13} = \frac{5}{10} \Rightarrow 10x = 65 \Rightarrow x = 6{,}5$

$AB' = 2{,}6$ cm; $B'C' = 3{,}9$ cm; $C'D' = 6{,}5$ cm

**8.** Considere a medida da largura sendo $x$ e a medida de comprimento sendo $y$.

Razão entre a medida da largura e a medida de comprimento: $\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$

Medida do perímetro: $2x + 2y = 70$

Simplificando por 2, temos: $x + y = 35$. Então, $x = 35 - y$.

$\frac{35 - y}{y} = \frac{2}{5} \Rightarrow 2y = 175 - 5y \Rightarrow$

$\Rightarrow 2y + 5y = 175 \Rightarrow 7y = 175 \Rightarrow y = 25$

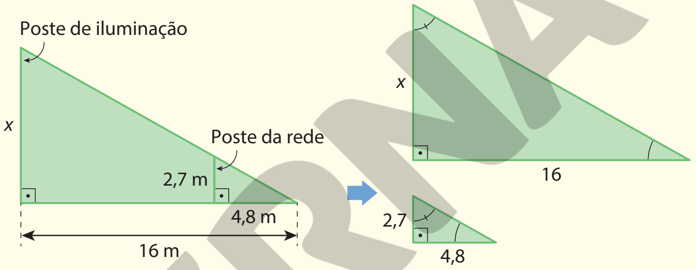
Como: $x + y = 35$, então:

$x + 25 = 35 \Rightarrow x = 35 - 25 \Rightarrow x = 10$

$A = 25 \cdot 10 = 250$

Logo, a área do terreno mede 250 m$^2$.

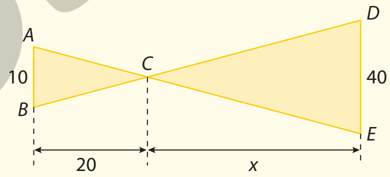
**9.** Sendo a medida da altura do poste de iluminação denominada por $x$, temos:




$\frac{x}{2{,}7} = \frac{16}{4{,}8} \Rightarrow 4{,}8x = 43{,}2 \Rightarrow x = \frac{43{,}2}{4{,}8} \Rightarrow x = 9$

alternativa **c**

**10.** a) Fazendo um esquema da visão lateral, temos:




Sendo as alturas $\overline{AB}$ e $\overline{DE}$ paralelas entre si, temos:

$B\hat{A}C \cong D\hat{E}C$ (alternos internos)

$A\hat{C}B \cong D\hat{C}E$ (opostos pelo vértice)

Por isso, os triângulos $ABC$ e $DEC$ são semelhantes pelo caso AA. Assim, podemos fazer:

$\frac{10}{40} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 20}{10} \Rightarrow x = \frac{800}{10} \Rightarrow x = 80$

Logo, a medida da distância deverá ser 80 cm.

b) Nesse caso, teríamos:

$\frac{5}{40} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 20}{5} \Rightarrow x = \frac{800}{5} \Rightarrow x = 160$

Logo, a medida da distância deveria ser de 160 cm ou 1,6 m.

**11.** Vamos converter para a mesma unidade de medida.

1,8 m = 180 cm

3,0 m = 300 cm

$\frac{180}{x} = \frac{300}{2} \Rightarrow 300x = 360 \Rightarrow x = 1{,}2$

A medida da altura da estátua na foto será de 1,2 cm.

**12.** a) $\frac{7{,}5}{AA'} = \frac{10}{8} \Rightarrow 10AA' = 60 \Rightarrow AA' = \frac{60}{10} \Rightarrow AA' = 6$

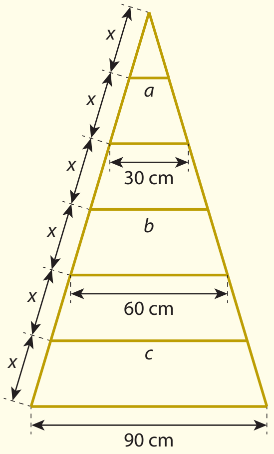
Portanto, a medida da distância da torre da cidade $A$ à estrada principal é 6 km.

b) $\frac{7{,}5}{6} = \frac{BI}{10} \Rightarrow 6BI = 75 \Rightarrow BI = \frac{75}{6} \Rightarrow BI = 12{,}5$

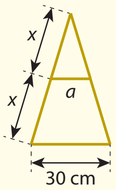
ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, a medida da distância da torre da cidade $B$ à torre da estrada principal é 12,5 km.

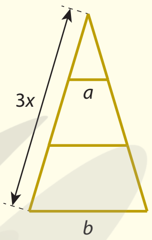
**13.** Para saber a medida de comprimento mínimo dessa peça de madeira, precisamos saber qual é a medida de comprimento de todos os degraus juntos. Assim, chamando de $a$, $b$ e $c$ as medidas de comprimento dos degraus desconhecidos, temos:



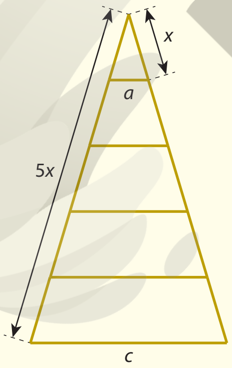

Separando a figura de modo conveniente, temos:




$$\frac{x}{2x} = \frac{a}{30}$$
$$\frac{1}{2} = \frac{a}{30}$$
$$a = 15$$




$$\frac{x}{3x} = \frac{a}{b}$$
$$\frac{1}{3} = \frac{15}{b}$$
$$b = 45$$




$$\frac{x}{5x} = \frac{a}{c}$$
$$\frac{1}{5} = \frac{15}{c}$$
$$c = 75$$

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

A soma das medidas de comprimento dos degraus é:

$a + 30 + b + 60 + c + 90 = 15 + 30 + 45 + 60 + 75 + 90 = 315$

Assim, a peça de madeira a ser cortada deve ter uma medida de comprimento mínimo de 315 cm.

alternativa **b**

## PARA FINALIZAR PÁGINAS Páginas 144 e 145

Resoluções e comentários em *Orientações*.

# Unidade 3

## Capítulo 6

### INFORMÁTICA E MATEMÁTICA Página 148

Resoluções e comentários em *Orientações*.

### ATIVIDADES Página 150

**1.** **a)** Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$x^2 = 2^2 + 3^2$

$x^2 = 4 + 9$

$x^2 = 13$

$x = \pm\sqrt{13}$

Como x representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -\sqrt{13}$.

Assim, $x = \sqrt{13}$.

**b)** Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$4^2 = x^2 + 2^2$

$16 = x^2 + 4$

$x^2 = 16 - 4$

$x^2 = 12$

$x = \pm\sqrt{12}$

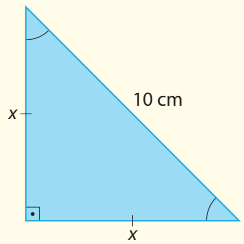
Como x representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -\sqrt{12}$.

Assim, $x = \sqrt{12}$.

$x = \sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$

Logo, $x = 2\sqrt{3}$.

**2.** Vamos representar o triângulo isósceles:




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$10^2 = x^2 + x^2$

$100 = 2x^2$

$x^2 = \frac{100}{2}$

$x^2 = 50$

$x^2 = \pm\sqrt{50}$

Como x representa uma medida, então $x = \sqrt{50}$.

$x = \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$

Logo, a medida do comprimento dos catetos é $5\sqrt{2}$ cm.

**3.** Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$x^2 = 6^2 + 1^2$

$x^2 = 36 + 1$

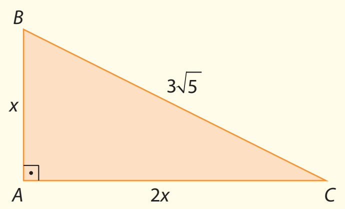
$x^2 = 37$

$x = \pm\sqrt{37}$

Como x representa uma medida, então $x = \sqrt{37}$.

Portanto, a medida do comprimento dessa escada é $\sqrt{37}$ m.

**4.** Indicando por $x$ e $2x$ as medidas de comprimento dos catetos, de acordo com o problema, temos o seguinte triângulo:




Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$(3\sqrt{5})^2 = x^2 + (2x)^2$

$9 \cdot 5 = x^2 + 4x^2$

$45 = 5x^2$

$x^2 = \frac{45}{5}$

$x^2 = 9$

$x = \pm\sqrt{9}$

$x = \pm 3$

Como $x$ representa uma medida, então $x = 3$.

Calculando as medidas de comprimento dos catetos, temos:

$x = 3 \Rightarrow AB = 3$

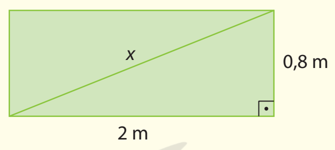
$2x = 2 \cdot 3 = 6 \Rightarrow AC = 6$

Para calcular a medida de área do triângulo, podemos fazer:

$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$

Portanto, a medida de área do $\triangle ABC$ é 9 cm².

**5.** Chamando de $x$ a medida de comprimento da ripa, podemos desenhar a figura a seguir.




Aplicando o teorema de Pitágoras em um dos triângulos, temos:

$x^2 = 2^2 + (0{,}8)^2$

$x^2 = 4 + \left(\frac{8}{10}\right)^2$

$x^2 = 4 + \frac{64}{100}$

$x^2 = 4 + \frac{16}{25}$

$x^2 = \frac{100}{25} + \frac{16}{25}$

$x^2 = \frac{116}{25}$

$x = \pm\sqrt{\frac{116}{25}}$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -\sqrt{\frac{116}{25}}$.

Assim:

$x = \sqrt{\frac{116}{25}} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2^2 \cdot 29}}{\sqrt{25}} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{29}}{5}$

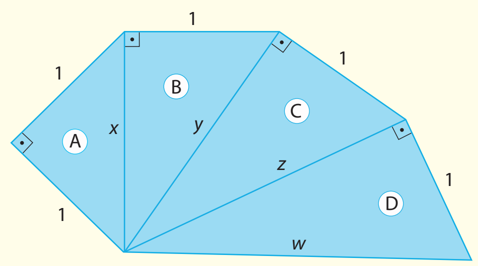
Considerando a $\sqrt{29} \simeq 5{,}39$, temos:

$x = \frac{2 \cdot \sqrt{29}}{5} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 5{,}39}{5} \Rightarrow x \simeq 2{,}16$

Logo, a medida do comprimento da ripa deve ser aproximadamente 2,16 m.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**6.** Indicando por **A**, **B**, **C** e **D** cada um dos triângulos retângulos, temos:




Aplicando o teorema de Pitágoras, começando pelo triângulo **A**, que é o único do qual conhecemos as medidas de comprimento de dois lados.

Como $x$, $y$, $z$ e $w$ representam medidas de comprimento, podemos considerar apenas soluções com valores positivos.

- No triângulo **A**, a hipotenusa é $x$. Então:

  $x^2 = 1^2 + 1^2$

  $x^2 = 1 + 1$

  $x^2 = 2$

  $x = \sqrt{2}$

- No triângulo **B**, a hipotenusa é $y$. Então:

  $y^2 = x^2 + 1^2$

  $y^2 = (\sqrt{2})^2 + 1$

  $y^2 = 2 + 1$

  $y^2 = 3$

  $y = \sqrt{3}$

- No triângulo **C**, a hipotenusa é $z$. Então:

  $z^2 = y^2 + 1^2$

  $z^2 = (\sqrt{3})^2 + 1$

  $z^2 = 3 + 1$

  $z^2 = 4$

  $z = \sqrt{4}$

  $z = 2$

- No triângulo **D**, a hipotenusa é $w$. Então:

  $w^2 = z^2 + 1^2$

  $w^2 = 2^2 + 1^2$

  $w^2 = 4 + 1$

  $w^2 = 5$

  $w = \sqrt{5}$

Logo, $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3}$, $z = 2$ e $w = \sqrt{5}$.

**7.** **a)** Observando a figura, verificamos que a hipotenusa mede 11, um dos catetos mede $4\sqrt{6}$ e o outro mede $x$. Então:

$11^2 = x^2 + (4\sqrt{6})^2$

$121 = x^2 + 16 \cdot 6$

$x^2 = 121 - 96$

$x^2 = 25$

$x = \pm 5$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos $x = -5$.

Portanto, a medida de comprimento do raio da circunferência é 5.

**b)** Para calcular a medida do perímetro do triângulo, podemos fazer:

$x + 4\sqrt{6} + 11 = 5 + 4\sqrt{6} + 11 = 16 + 4\sqrt{6} = 4 \cdot (4 + \sqrt{6})$

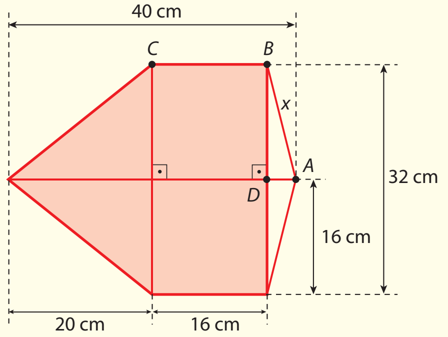
Portanto, a medida do perímetro do triângulo é $4 \cdot (4 + \sqrt{6})$.

c) A medida de área do triângulo retângulo é a metade do produto das medidas de comprimento dos catetos. Assim, podemos fazer:

$$A = \frac{x \cdot 4\sqrt{6}}{2} = \frac{5 \cdot 4\sqrt{6}}{2} = 10\sqrt{6}$$

Portanto, a medida de área do triângulo é $10\sqrt{6}$.

**8.**




A medida do comprimento da linha que passa pelos pontos A, B e C será dada pela soma das medidas de comprimento dos segmentos de reta $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$.

Sendo o $\triangle ABD$ retângulo, temos:

- hipotenusa $\overline{AB}$: $AB = x$
- $AD = 40 - 36 = 4$
- $BD = 16$

Aplicando o teorema de Pitágoras no $\triangle ABD$, temos:

$x^2 = 16^2 + 4^2$

$x^2 = 256 + 16$

$x^2 = 272$

$x = \pm\sqrt{272}$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -\sqrt{272}$.

Assim:

$x = \sqrt{272} = \sqrt{17 \cdot 16} = 4\sqrt{17}$

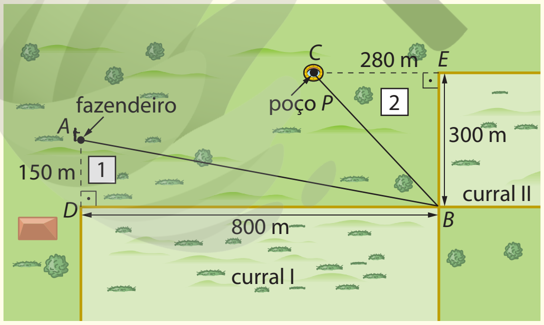
Então, podemos calcular a medida de comprimento da linha que passa pelos pontos A, B e C:

$AB + BC = 16 + 4\sqrt{17} = 4 \cdot \left(4 + \sqrt{17}\right)$

Portanto, a medida do comprimento dessa linha é $4 \cdot \left(4 + \sqrt{17}\right)$ cm.

alternativa **a**

**9.** Numerando os triângulos, temos:




O segmento de reta $\overline{AB}$ é a hipotenusa do triângulo 1. Chamando de $x$ o segmento $\overline{AB}$ e aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo $ABD$, temos:

$x^2 = 150^2 + 800^2$

$x^2 = 22\,500 + 640\,000$

$x^2 = 662\,500$

$x = \sqrt{662\,500}$

$x \simeq 813{,}94$

O segmento de reta $\overline{BC}$ é a hipotenusa do triângulo 2. Chamando de $y$ o segmento $\overline{BC}$ e aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$y^2 = 280^2 + 300^2$

$y^2 = 78\,400 + 90\,000$

$y^2 = 168\,400$

$y = \sqrt{168\,400}$

$y \simeq 410{,}37$

Logo, ele caminhou:

$813{,}94 + 410{,}37 = 1\,224{,}31$

Portanto ele caminhou aproximadamente 1 224 m.

## ATIVIDADES

▶ Páginas 155 e 156

**1.** **a)** $T$, $U$ e $U$

**b)** $\overline{SX}$ e $\overline{TU}$

**2.** A – III; B – I; C – II

**3.** Aplicando a relação $c^2 = a \cdot m$ e indicando PQ por $x$, temos:

$15^2 = a \cdot x$

$225 = a \cdot x$

$x = \frac{225}{a}$

Portanto, $\overline{PQ}$ mede $\frac{225}{a}$.

**4.** **a)** Aplicando a relação $h^2 = m \cdot n$, temos:

$x^2 = 4 \cdot 12$

$x^2 = 48$

$x = \pm\sqrt{48} = \pm 4\sqrt{3}$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -4\sqrt{3}$.

Logo, $x = 4\sqrt{3}$.

**b)** Aplicando a relação $b^2 = a \cdot n$, temos:

$10^2 = 5\sqrt{5} \cdot x$

$100 = 5\sqrt{5} \cdot x$

$x = \frac{100}{5\sqrt{5}} = \frac{20}{\sqrt{5}} = \frac{20\sqrt{5}}{5} = 4\sqrt{5}$

Logo, $x = 4\sqrt{5}$.

**c)** Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo $ABC$, temos:

$20^2 = b^2 + 10^2$

$400 = b^2 + 100$

$b^2 = 400 - 100 = 300$

$b = \pm\sqrt{300} = \pm 10\sqrt{3}$

Como $b$ representa uma medida, desconsideramos a solução $b = -10\sqrt{3}$.

Assim, $b = 10\sqrt{3}$.

Aplicando a relação $b \cdot c = a \cdot h$, temos:

$10\sqrt{3} \cdot 10 = 20 \cdot x$

$100\sqrt{3} = 20 \cdot x$

$x = \frac{100\sqrt{3}}{20} = 5\sqrt{3}$

Logo, $x = 5\sqrt{3}$.

**d)** Aplicando a relação $b \cdot c = a \cdot h$, temos:

$5 \cdot 12 = 13 \cdot x$

$60 = 13x$

$x = \frac{60}{13}$

Logo, $x = \frac{60}{13}$.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

e) Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$(4\sqrt{5})^2 = x^2 + (2x)^2$

$16 \cdot 5 = x^2 + 4x^2$

$80 = 5x^2$

$x^2 = \dfrac{80}{5}$

$x^2 = 16$

$x = \pm\sqrt{16}$

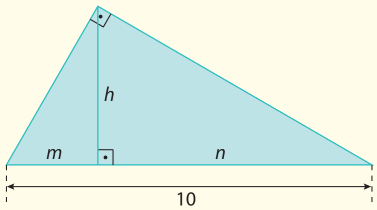
$x = \pm 4$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -4$.

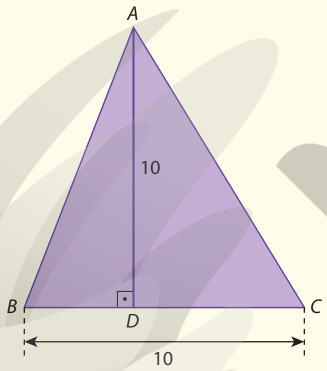
Logo, $x = 4$.

Espera-se que os estudantes percebam que, nesse caso, o valor $x$ também pode ser obtido por meio das outras relações métricas no triângulo retângulo.

**5.** a) Afirmação falsa. Chamando as projeções de $m$ e $n$, conforme o esquema abaixo, temos: $m + n = 10$. Se uma dessas projeções mede 5 cm, a outra também medirá, pois $5 + 5 = 10$, e poderemos estar diante de um triângulo retângulo isósceles. Mas nem todo triângulo retângulo em que a hipotenusa mede 10 cm é isósceles. Um exemplo é o triângulo retângulo cujos lados têm as medidas 6 cm, 8 cm e 10 cm.




b) Afirmação falsa. Considere o triângulo $ABC$ representado a seguir.




Suponha que o triângulo $ABC$ seja retângulo em $A$, com $AD = BC = 10$, em que $BC$ é a medida de comprimento da hipotenusa.

Sabemos que em qualquer triângulo retângulo a hipotenusa é o lado de maior medida de comprimento.

O triângulo $ABD$ é retângulo com hipotenusa de medida de comprimento $AB$ e cateto $\overline{AD}$ de medida de comprimento 10. Logo, $AB > AD$. Assim, $AB > 10$.

Como $\triangle ABC$ é retângulo, temos $BC > AB$, ou seja, se $BC = 10$, $10 > AB$ e $AB > AD$. Mas $AD = 10$. Então, temos $10 > 10$ (sentença falsa).

Portanto, não existe um triângulo retângulo que satisfaça as condições dessa afirmação.

c) Verdadeiro, pois, aplicando a relação $h^2 = m \cdot n$, temos:

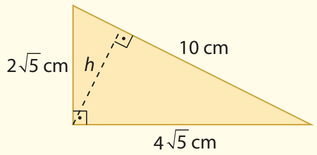
$h^2 = 4{,}5 \cdot 5{,}3$

$h^2 = 23{,}85$

$h = \pm\sqrt{23{,}85} \simeq \pm 4{,}88$

Como $h$ representa uma medida, desconsideramos a solução $h \simeq -4{,}88$. Assim, $h \simeq 4{,}88$ m.

**6.** a) De acordo com os dados, temos a seguinte figura:




Sendo $b$ e $c$ catetos, $a$ hipotenusa e $h$ altura, aplicamos a relação métrica $b \cdot c = a \cdot h$ e obtemos:

$2\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{5} = 10 \cdot h$

$8 \cdot (\sqrt{5})^2 = 10 \cdot h$

$8 \cdot 5 = 10 \cdot h$

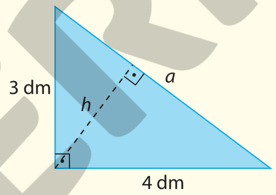
$40 = 10 \cdot h$

$h = \dfrac{40}{10}$

$h = 4$

Logo, a altura relativa à hipotenusa mede 4 cm.

b) De acordo com os dados, temos a seguinte figura:




Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$a^2 = 3^2 + 4^2$

$a^2 = 9 + 16$

$a^2 = 25$

$a = \pm\sqrt{25} = \pm 5$

Como $a$ representa uma medida, desconsideramos a solução $a = -5$.

Assim, $a = 5$.

Aplicando a relação $b \cdot c = a \cdot h$, temos:

$3 \cdot 4 = 5 \cdot h$

$12 = 5 \cdot h$

$h = \dfrac{12}{5} = 2{,}4$

Logo, a medida de comprimento da hipotenusa é 5 dm e a medida de comprimento da altura relativa à hipotenusa é 2,4 dm.

**7.** a) Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$y^2 = 8^2 + 6^2$

$y^2 = 64 + 36$

$y^2 = 100$

$y = \pm\sqrt{100} = \pm 10$

Como y representa uma medida, desconsideramos a solução $y = -10$.

Assim, $y = 10$.

Aplicando a relação $b \cdot c = a \cdot h$, temos:

$8 \cdot 6 = y \cdot x$

$8 \cdot 6 = 10 \cdot x$

$10x = 48$

$x = \dfrac{48}{10}$

$x = 4{,}8$

Logo, $x = 4{,}8$ e $y = 10$.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

b) Aplicando a relação $b^2 = a \cdot n$, temos:

$z^2 = 25 \cdot 9$

$z = \pm\sqrt{25 \cdot 9} = \pm(5 \cdot 3) = \pm 15$

Como z representa uma medida, desconsideramos a solução $z = -15$.

Assim, $z = 15$.

Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$25^2 = y^2 + z^2$

$625 = y^2 + 15^2$

$625 - 225 = y^2$

$y^2 = 400$

$y = \pm\sqrt{400} = \pm 20$

Como y representa uma medida, desconsideramos a solução $y = -20$.

Assim, $y = 20$.

Aplicando a relação $b \cdot c = a \cdot h$, temos:

$y \cdot z = 25 \cdot x$

$20 \cdot 15 = 25 \cdot x$

$x = \frac{20 \cdot 15}{25}$

$x = 12$

Logo, $x = 12$, $y = 20$ e $z = 15$

c) Aplicando a relação $b^2 = a \cdot n$, temos:

$10^2 = 12{,}5 \cdot x$

$12{,}5x = 100$

$x = \frac{100}{12{,}5}$

$x = 8$

Chamando de $m$ a projeção do cateto de medida y sobre a hipotenusa, temos:

$m + x = 12{,}5$

$m + 8 = 12{,}5$

$m = 12{,}5 - 8$

$m = 4{,}5$

Aplicando a relação $c^2 = a \cdot m$, temos:

$y^2 = 12{,}5 \cdot 4{,}5$

$y^2 = 56{,}25$

$y = \pm\sqrt{\frac{5\,625}{100}} = \pm\frac{75}{10} = \pm 7{,}5$

Como y representa uma medida, desconsideramos a solução $y = -7{,}5$.

Assim, $y = 7{,}5$.

Aplicando a relação $h^2 = m \cdot n$, temos:

$z^2 = m \cdot x$

$z^2 = 4{,}5 \cdot 8$

$z^2 = 36$

$z = \pm\sqrt{36} = \pm 6$

Como z representa uma medida, desconsideramos a solução $z = -6$.

Assim, $z = 6$.

Logo, $x = 8$, $y = 7{,}5$ e $z = 6$.

d) Aplicando a relação $h^2 = m \cdot n$, temos:

$\left(\sqrt{15}\right)^2 = 5 \cdot x$

$15 = 5 \cdot x$

$x = \frac{15}{5}$

$x = 3$

Chamando de $a$ a medida de comprimento da hipotenusa do triângulo maior, temos:

$a = 5 + x$

$a = 5 + 3$

$a = 8$

Aplicando a relação $b \cdot c = a \cdot h$, temos:

$y \cdot 2\sqrt{6} = 8 \cdot \sqrt{15}$

$y = \frac{8\sqrt{15}}{2\sqrt{6}}$

$y = \frac{4\sqrt{15}}{\sqrt{6}}$

$y = \frac{4\sqrt{15}}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{90}}{6} = \frac{4 \cdot \sqrt{3^2 \cdot 10}}{6} = \frac{4 \cdot 3\sqrt{10}}{6} = \frac{12\sqrt{10}}{6}$

$y = 2\sqrt{10}$

Logo, $x = 3$ e $y = 2\sqrt{10}$.

e) Aplicando a relação $b^2 = a \cdot n$, temos:

$8^2 = x \cdot 6$

$64 = 6x$

$x = \frac{64}{6}$

$x = \frac{32}{3}$

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo maior, temos:

$x^2 = y^2 + 8^2$

$\left(\frac{32}{3}\right)^2 = y^2 + 64$

$\frac{1\,024}{9} - 64 = y^2$

$y^2 = \frac{1\,024}{9} - \frac{576}{9}$

$y^2 = \frac{448}{9}$

$y = \pm\sqrt{\frac{448}{9}}$

Como y representa uma medida, desconsideramos a solução $y = -\sqrt{\frac{448}{9}}$.

Assim:

$y = \sqrt{\frac{448}{9}} = \frac{\sqrt{2^6 \cdot 7}}{3} = \frac{8\sqrt{7}}{3}$

Logo, $x = \frac{32}{3}$ e $y = \frac{8\sqrt{7}}{3}$.

f) Chamando de $a$ a medida de comprimento da hipotenusa do triângulo maior e aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$a^2 = 18^2 + 24^2$

$a^2 = 324 + 576$

$a^2 = 900$

$a = \pm\sqrt{900} = \pm 30$

Como $a$ representa uma medida, desconsideramos a solução $a = -30$.

Assim, $a = 30$.

Aplicando a relação $c^2 = a \cdot m$, temos:

$18^2 = a \cdot x$

$324 = 30 \cdot x$

$x = \frac{324}{30}$

$x = 10{,}8$

Para determinar o valor de $z$, podemos fazer:

$x + z = a$

$z = a - x$

$z = 30 - 10{,}8$

$z = 19{,}2$

Logo, $x = 10{,}8$ e $z = 19{,}2$.

**8.** Resposta pessoal.

## ATIVIDADES ▸ Páginas 158 e 159

**1.** **a)** Aplicando a relação $d = \ell \cdot \sqrt{2}$, temos:

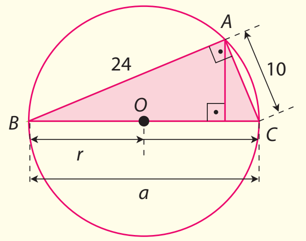
$x = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$

Logo, $x = 2$.

**b)** Aplicando a relação $h = \frac{\ell \cdot \sqrt{3}}{2}$, temos:

$x = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

**2.** **a)** De acordo com a figura, podemos fazer:




Aplicando o teorema de Pitágoras no $\triangle ABC$, temos:

$a^2 = 24^2 + 10^2$

$a^2 = 576 + 100$

$a^2 = 676$

$a = \pm\sqrt{676} = \pm 26$

Como $a$ representa uma medida, desconsideramos a solução $a = -26$.

Assim, $a = 26$.

A medida de comprimento do raio da circunferência é igual à metade da medida de comprimento da hipotenusa.

Assim, temos:

$r = \frac{a}{2} \Rightarrow r = \frac{26}{2} \Rightarrow r = 13$

Logo, o comprimento do raio da circunferência mede 13.

**b)** Na figura, observamos que a hipotenusa do $\triangle ABC$ coincide com um diâmetro da circunferência, ou seja, ela mede $2 \cdot r$, em que $r$ é a medida de comprimento do raio.

Assim, aplicando o teorema de Pitágoras no $\triangle ABC$, temos:

$(2r)^2 = (3\sqrt{13})^2 + (2\sqrt{13})^2$

$4r^2 = 9 \cdot 13 + 4 \cdot 13$

$4r^2 = 117 + 52$

$4r^2 = 169$

$r^2 = \frac{169}{4}$

$r = \pm\sqrt{\frac{169}{4}} = \pm\frac{13}{2}$

Como $r$ representa uma medida, desconsideramos a solução $r = -\frac{13}{2}$.

Portanto, a medida de comprimento de raio da circunferência é $\frac{13}{2}$.

**3.** **a)** Como a medida do perímetro do quadrado é 16 cm, então cada lado $\ell$ do quadrado mede $\frac{16}{4}$ cm, ou seja, 4 cm. Então, temos:

$d = \ell\sqrt{2}$

$d = 4\sqrt{2}$

Portanto, a diagonal do quadrado mede $4\sqrt{2}$ cm de comprimento.

**b)** Como a medida do perímetro do triângulo equilátero é 24 cm, então a medida do comprimento de cada lado $\ell$ é $\frac{24}{3}$ cm, ou seja, 8 cm. Então, temos:

$h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$

$h = \frac{8\sqrt{3}}{2}$

$h = 4\sqrt{3}$

Portanto, a altura do triângulo mede $4\sqrt{3}$ cm de comprimento.

**c)** Como a diagonal do quadrado mede $3\sqrt{2}$ cm de comprimento, temos:

$d = \ell\sqrt{2}$

$3\sqrt{2} = \ell\sqrt{2}$

$\ell = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$\ell = 3$

Então, a medida do perímetro do quadrado será dada por:

$4 \cdot \ell = 4 \cdot 3 = 12$

Portanto, a medida do perímetro do quadrado é 12 cm.

**d)** Como a altura do triângulo equilátero mede $7\sqrt{3}$ cm de comprimento, temos:

$h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$

$7\sqrt{3} = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$

$\ell = \frac{14\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

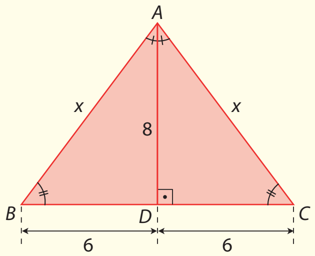
$\ell = 14$

Assim, a medida do perímetro do triângulo será dada por:

$3 \cdot \ell = 3 \cdot 14 = 42$

Portanto, a medida do perímetro do triângulo é 42 cm.

**4.** De acordo com o enunciado, o $\triangle ABC$ é isósceles. Então:




O $\triangle ABD$ é congruente ao $\triangle ACD$. Aplicando o teorema de Pitágoras no $\triangle ABD$, temos:

$x^2 = 6^2 + 8^2$

$x^2 = 36 + 64$

$x^2 = 100$

$x = \pm\sqrt{100} = \pm 10$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -10$.

Assim, $x = 10$.

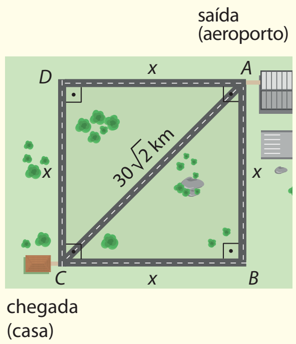
Calculando a medida de perímetro do $\triangle ABC$, temos:

$P_{\triangle ABC} = x + x + 12 = 10 + 10 + 12 = 32$

Logo, a medida de perímetro do $\triangle ABC$ é 32.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**5.** Como a representação das vias forma um quadrado, chamando de $x$ a medida do comprimento do lado do quadrado, temos:




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Aplicando o teorema de Pitágoras no $\triangle ABC$, temos:

$(30\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2$

$900 \cdot 2 = 2x^2$

$x^2 = 900$

$x = \sqrt{900} = \pm 30$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -30$.

Assim, $x = 30$.

O trajeto passando por $B$ é dado por:

$AB + BC = x + x = 2x$

Para $x = 30$, temos:

Trajeto: $2 \cdot 30 = 60$

Logo, o trajeto tem 60 km.

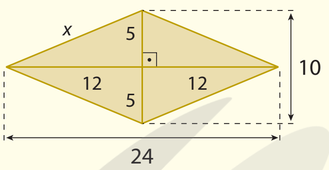
Transformando 60 km em metros, temos:

60 km = (60 · 1 000) m = 60 000 m

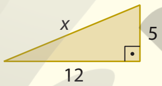
Portanto, Márcia deve percorrer 60 000 m.

**6.** Sabendo que nos losangos as diagonais se cruzam no ponto médio e formam entre si ângulos que medem 90°, temos:

**a)**




Vamos considerar o triângulo retângulo:




Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$x^2 = 12^2 + 5^2$

$x^2 = 144 + 25$

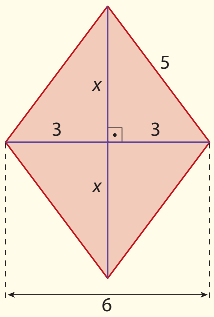
$x^2 = 169$

$x = \pm\sqrt{169} = \pm 13$

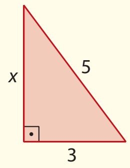
Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -13$.

Logo, $x = 13$.

**b)**




Vamos considerar o triângulo retângulo:




Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$5^2 = x^2 + 3^2$

$25 - 9 = x^2$

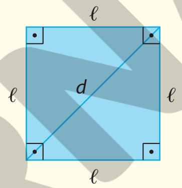
$16 = x^2$

$x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -4$.

Logo, $x = 4$.

**7.** **a)** De acordo com os dados, podemos fazer a seguinte figura:




Temos:

$A = 25$

$\ell^2 = 25$

$\ell = \pm\sqrt{25} = \pm 5$

Como $\ell$ representa uma medida, desconsideramos a solução $\ell = -5$.

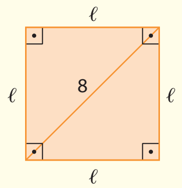
Assim, $\ell = 5$.

Como $d = \ell\sqrt{2}$, então:

$d = 5\sqrt{2}$

Logo, a diagonal mede $5\sqrt{2}$ cm de comprimento.

**b)** De acordo com o enunciado, podemos fazer a seguinte figura:




Como $d = \ell\sqrt{2}$, então:

$8 = \ell\sqrt{2}$

$$\ell = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

Assim:

$A = \ell^2 = (4\sqrt{2})^2 = 16 \cdot 2 = 32$

Portanto, área do quadrado mede 32 cm².

**8.** As três circunferências têm raios de medida de comprimento $x$. Logo, o triângulo destacado é equilátero com medidas do comprimento do lado $2x$ e da altura $2\sqrt{3}$.

Como $h = \dfrac{\ell\sqrt{3}}{2}$, então:

$$2\sqrt{3} = \frac{2x \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$x\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

Portanto, $x = 2$.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**9.** Pelo enunciado, sabemos que a medida do perímetro do quadrado *DEFG* é um terço da medida do perímetro do triângulo equilátero *ABC* e, pela figura, temos:

- $P_{DEFG} = 4 \cdot x$
- $P_{ABC} = 3\ell$

Como a medida de comprimento da altura do triângulo equilátero é dada por $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ e pela figura sabemos que ela é igual a $5\sqrt{3}$, temos:

$\frac{\ell\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$

$\ell = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\ell = 10$

Como a medida do perímetro do triângulo *ABC* é igual a $3 \cdot 10$, ou seja, 30, e a medida do perímetro do quadrado *DEFG* é $\frac{1}{3}$ de 30, ou seja, $\frac{1}{3} \cdot 30 = 10$, então:

$4x = 10$

$x = \frac{10}{4}$

$x = \frac{5}{2}$

Como $d = x\sqrt{2}$, temos:

$d = \frac{5}{2} \cdot \sqrt{2}$

$d = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

Portanto, a medida de comprimento da diagonal do quadrado é $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

**10. a)** $\overline{CF}$ é a altura do triângulo equilátero de lado medindo 12 cm de comprimento.

Logo, podemos usar a relação $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ e calcular *CF*:

$CF = \frac{12\sqrt{3}}{2}$

$CF = 6\sqrt{3}$

Como $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$ têm a mesma medida de comprimento, então cada um desses segmentos de reta mede um terço da medida de comprimento da altura $\overline{CF}$. Assim, temos:

$DE = \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

Portanto, a medida de comprimento do segmento $\overline{DE}$ é $2\sqrt{3}$ cm.

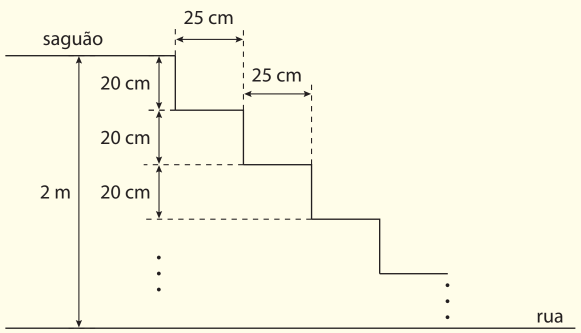
**b)** Como o $\triangle ABC$ é equilátero, então *F* é o ponto médio de $\overline{AB}$, ou seja, $\overline{AF}$ e $\overline{FB}$ são congruentes e cada um mede 6 cm.

Assim, para calcular a medida do perímetro do $\triangle CFB$, podemos fazer:

$6 + 12 + 6\sqrt{3} = 18 + 6\sqrt{3}$

Portanto, a medida do perímetro do triângulo *CFB* é $(18 + 6\sqrt{3})$ cm.

**11. a)** De acordo com os dados, temos a seguinte figura:




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

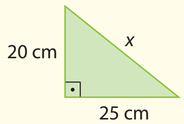
O número de degraus é dado pela divisão da medida do desnível entre o saguão e a rua e a medida do comprimento vertical de cada degrau.

Assim, podemos fazer:

$\frac{2\text{ m}}{20\text{ cm}} = \frac{200\text{ cm}}{20\text{ cm}} = 10$

Logo, a escada terá 10 degraus.

**b)** Considerando um degrau, temos:




Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$x^2 = 20^2 + 25^2$

$x^2 = 400 + 625$

$x^2 = 1\,025$

$x = \pm\sqrt{1\,025} = \pm 5\sqrt{41}$

Como *x* representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -5\sqrt{41}$.

Assim, $x = 5\sqrt{41}$ cm.

A medida *x* corresponde à parte do corrimão que ocupa a extensão de um degrau, ou seja, $5\sqrt{41}$ cm ou $0{,}05\sqrt{41}$ m.

Como há 10 degraus, a medida do comprimento do corrimão é dada por $10 \cdot x$.

Assim, para calcular essa medida, em metro, podemos fazer:

$10 \cdot x = 10 \cdot 0{,}05\sqrt{41} = 0{,}5\sqrt{41} = \sqrt{(0{,}5)^2 \cdot 41} = \sqrt{0{,}25 \cdot 41} =$
$= \sqrt{10{,}25}$

Logo, o corrimão deverá ter, no mínimo, $\sqrt{10{,}25}$ m de comprimento.

**12.** Pela figura, podemos formar um triângulo retângulo de altura medindo 90 cm e base igual à soma da medida da largura dos 5 degraus, ou seja, $5 \cdot 24$ cm $= 120$ cm.

Aplicando o teorema de Pitágoras a esse triângulo, temos:

$x^2 = 90^2 + 120^2$

$x^2 = 22\,500$

$x = \pm\sqrt{22\,500} = \pm 150$

Como *x* representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -150$.

Assim, $x = 150$ cm.

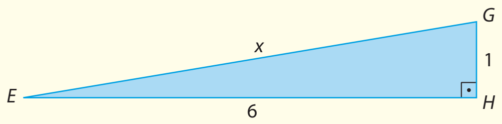
Juntando as medidas das 3 partes do corrimão, temos:

30 cm + 150 cm + 30 cm = 210 cm ou 2,10 m

Assim, a medida total do comprimento do corrimão é 2,10 m.

alternativa **d**

**13. a)** Observando a base do paralelepípedo, podemos esboçar o triângulo:




Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$x^2 = 6^2 + 1^2$

$x^2 = 36 + 1$

$x^2 = 37$

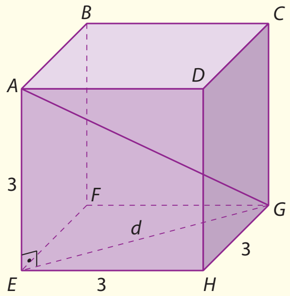
$x^2 = \pm\sqrt{37}$

Como *x* representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -\sqrt{37}$.

Assim, $x = \sqrt{37}$.

Logo, a medida de comprimento de $\overline{EG}$ é $\sqrt{37}$.

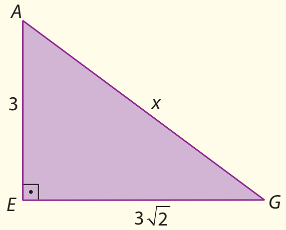
**b)** Para sabermos a medida de comprimento da diagonal $\overline{AG}$, precisamos conhecer a medida de comprimento da diagonal $\overline{EG}$ da face inferior do cubo. Veja a representação dela na figura a seguir:




Como a face *EFGH* é um quadrado, podemos utilizar a relação $d = \ell\sqrt{2}$. Assim:

$d = 3\sqrt{2}$

Agora, vamos observar o triângulo retângulo *AEG*:




Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$x^2 = 3^2 + (3\sqrt{2})^2$

$x^2 = 9 + 9 \cdot 2$

$x^2 = 9 + 18$

$x^2 = 27$

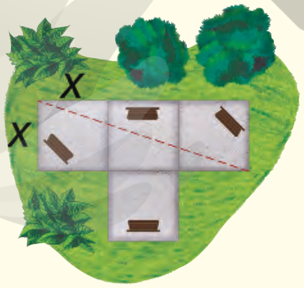
$x = \pm\sqrt{27} = \pm 3\sqrt{3}$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -3\sqrt{3}$.

Assim, $x = 3\sqrt{3}$.

Logo, a medida de $\overline{AG}$ é $3\sqrt{3}$.

**14.** Chamando de $x$ a medida de comprimento do lado do quadrado, verificamos que o segmento de reta tracejado é a diagonal de um retângulo de medidas: $3x$ de comprimento por $1x$ de largura.




ATÍLIO/ARQUIVO DA EDITORA

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo, temos:

$20^2 = x^2 + (3x)^2$

$400 = x^2 + 9x^2$

$10x^2 = 400$

$x^2 = \frac{400}{10}$

$x^2 = 40$

$x = \pm\sqrt{40}$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -\sqrt{40}$.

Assim, $x = \sqrt{40}$.

Portanto, a medida de comprimento é $3x = 3\sqrt{40}$ m e da largura é $1x = \sqrt{40}$ m.

A medida da área da praça é composta da medida da área de 4 quadrados de lado $\sqrt{40}$ m.

Portanto, a medida da área de cada quadrado é:

$\sqrt{40} \cdot \sqrt{40} = \sqrt{1\,600} = 40$

Então, a medida da área da praça é:

$4 \cdot 40 = 160$

Logo, a medida da área da praça é 160 m$^2$.

**15.** O segmento de reta $\overline{BE}$ é a diagonal da face *ABEF* do cubo.

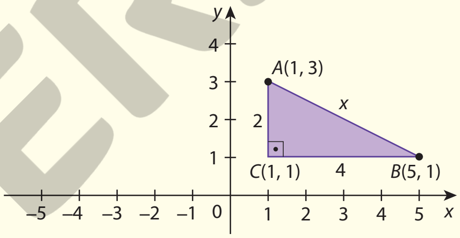
Sendo $d = \ell\sqrt{2}$, então:

$d = 6\sqrt{2}$

Logo, o comprimento da diagonal $\overline{BE}$ mede $6\sqrt{2}$ cm.

## ATIVIDADES ▸ Páginas 162 e 163

**1. a)** Para encontrar a medida do segmento de reta $\overline{AB}$, podemos usar, como auxílio, a seguinte figura.




Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo *ABC*, temos:

$x^2 = 2^2 + 4^2$

$x^2 = 4 + 16$

$x^2 = 20$

$x = \pm\sqrt{20}$

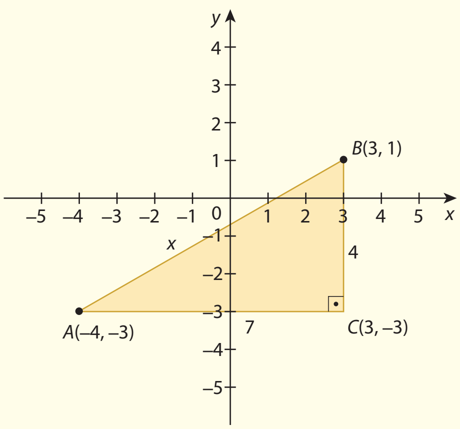
Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -\sqrt{20}$.

Assim, $x = \sqrt{20}$.

$x = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$

Logo, a distância entre os pontos mede $2\sqrt{5}$.

**b)** Para encontrar a medida do segmento de reta $\overline{AB}$, podemos usar, como auxílio, a seguinte figura.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo *ABC*, temos:

$x^2 = 7^2 + 4^2$

$x^2 = 49 + 16$

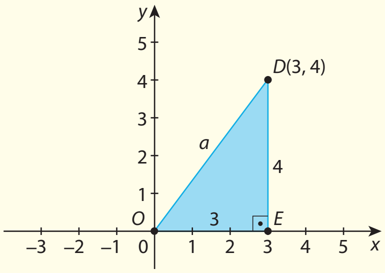
$x^2 = 65$

$x = \pm\sqrt{65}$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -\sqrt{65}$.

Logo, a distância entre os pontos mede $\sqrt{65}$.

**2.** **a)** Inicialmente, vamos construir uma figura de acordo com o que foi dado no enunciado:




Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo *DEO*, temos:

$a^2 = 3^2 + 4^2$

$a = 9 + 16$

$a^2 = 25$

$a = \pm\sqrt{25}$

Como $a$ representa uma medida, desconsideramos a solução $a = -\sqrt{25}$.

Assim:

$a = \sqrt{25} = 5$

Logo, a medida da distância do ponto $D(4, 3)$ à origem é 5.

**b)** Pela figura, a medida da distância do ponto $D(4, 3)$ ao eixo das ordenadas é 3.

**c)** Pela figura, a medida da distância do ponto $D(4, 3)$ ao eixo das abscissas é 4.

**3.** Para determinarmos as coordenadas do ponto médio de um segmento, vamos calcular as médias aritméticas das abscissas e das ordenadas das extremidades do segmento. Entretanto, elas podem ser obtidas por semelhança de triângulos.

Extremidades do segmento: $O(1, 3)$ e $P(5, 1)$

Abscissa do ponto médio: $\frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Ordenada do ponto médio: $\frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

Portanto, as coordenadas do ponto médio são (3, 2).

**4.** **a)** Extremidades do segmento: $C(1, 2)$ e $D(5, 4)$

Abscissa do ponto médio: $\frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Ordenada do ponto médio: $\frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Portanto, as coordenadas do ponto médio são (3, 3).

**b)** Extremidades do segmento: $C(-3, 2)$ e $D(1, -2)$

Abscissa do ponto médio: $\frac{-3+1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$

Ordenada do ponto médio: $\frac{2+(-2)}{2} = \frac{0}{2} = 0$

Portanto, as coordenadas do ponto médio são (–1, 0).

**5.** Do enunciado sabemos que $B(3, 1)$ e que o ponto médio de $\overline{AB}$ é $M(2, 3)$.

Para determinar o valor $x$ correspondente à abscissa do ponto *A*, podemos fazer:

$\frac{x+3}{2} = 2$

$x + 3 = 2 \cdot 2$

$x + 3 = 4$

$x = 4 - 3$

$x = 1$

Para encontrar o valor de $y$ correspondente à ordenada do ponto *A*, podemos fazer:

$\frac{y+1}{2} = 3$

$y + 1 = 3 \cdot 2$

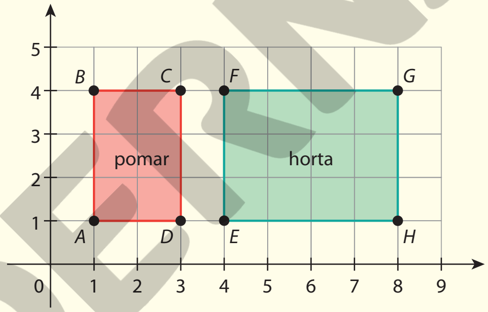
$y + 1 = 6$

$y = 6 - 1$

$y = 5$

Logo, $A(1, 5)$.

**6.** Observe a figura.




Como o esquema está representado em um plano cartesiano, podemos calcular a medida da distância entre os pontos para encontrar a medida desses segmentos de reta e, em seguida, calcular a medida da área dos retângulos que representam a medida da área do pomar e a medida da área da horta.

**a)** Para calcular a medida da área destinada ao pomar, temos:

$AD = BC = 2$ e $AB = DC = 3$

Portanto:

$A = 2 \cdot 3 = 6$

Logo, a medida da área destinada ao pomar é 6 m².

**b)** Para calcular a medida da área destinada à horta, temos:

$EH = FG = 4$ e $EF = HG = 3$

Portanto:

$A = 4 \cdot 3 = 12$

Logo, a medida da área destinada à horta é 12 m².

**c)** Diferença entre as duas medidas de área:

$12 - 6 = 6$

Logo, a diferença entre as medidas de área do pomar e da horta é de 6 m².

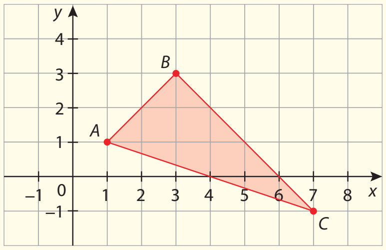
**7.** **a)** $A(1, 2)$ e $B(6, 4)$

**b)** Abscissa do ponto médio: $\frac{1+6}{2} = \frac{7}{2} = 3{,}5$

Ordenada do ponto médio: $\frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$

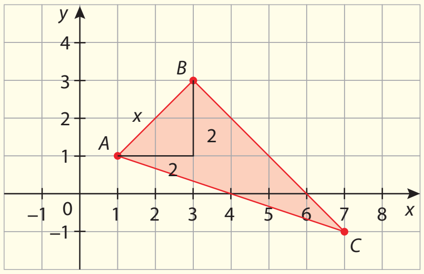
Portanto, as coordenadas do ponto médio são (3,5; 3).

**8.** Inicialmente vamos construir o triângulo *ABC*:




Para calcular a medida de comprimento dos lados $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$, formaremos alguns triângulos retângulos.

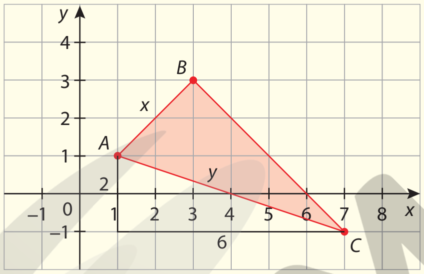
- Para encontrar a medida de comprimento do lado $\overline{AB}$, podemos fazer:




Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo construído, temos:

$x^2 = 2^2 + 2^2 \Rightarrow x^2 = 4 + 4 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$

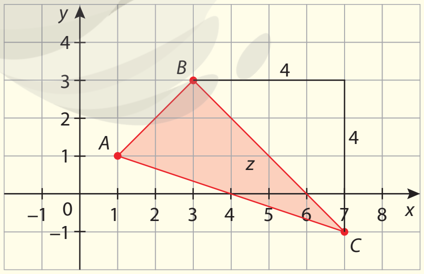
- Para encontrar a medida de comprimento do lado $\overline{AC}$, podemos fazer:




Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo construído, temos:

$y^2 = 2^2 + 6^2 \Rightarrow y^2 = 4 + 36 \Rightarrow y^2 = 40 \Rightarrow y = \sqrt{40} \Rightarrow y = 2\sqrt{10}$

- Para encontrar a medida de comprimento do lado $\overline{BC}$, podemos fazer:




Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo construído, temos:

$z^2 = 4^2 + 4^2 \Rightarrow z^2 = 16 + 16 \Rightarrow$

$\Rightarrow z^2 = 32 \Rightarrow z = \sqrt{32} \Rightarrow z = 4\sqrt{2}$

Vamos verificar se o triângulo *ABC* é retângulo em $\hat{B}$.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

$(2\sqrt{10})^2 = (2\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2$

$40 = 8 + 32$

$40 = 40$

Como vale o teorema de Pitágoras, então o $\triangle ABC$ é retângulo em $\hat{B}$.

Logo:

$P_{\triangle ABC} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{10} + 4\sqrt{2} \Rightarrow 6\sqrt{2} + 2\sqrt{10} \Rightarrow 2(3\sqrt{2} + \sqrt{10})$

$A_{\triangle ABC} = \dfrac{2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \dfrac{8 \cdot 2}{2} \Rightarrow \dfrac{16}{2} \Rightarrow 8$

## ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Páginas 164 a 166

**1.** **a)** Falsa. Em 2019, a Escola Ponte Feliz conquistou o mesmo número de medalhas de ouro e de prata.

**b)** Falsa. Em 2015, o número de medalhas de bronze e de ouro conquistadas foi o mesmo.

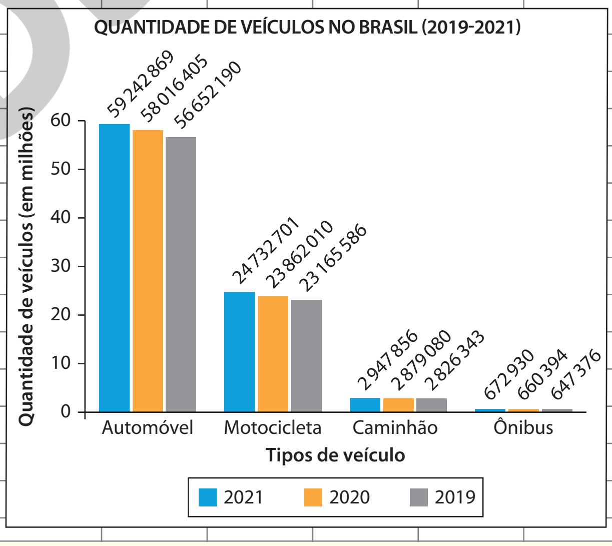
**c)** Verdadeira. Em 2023 foram conquistadas 3 medalhas de ouro e em 2014 foram conquistadas 2 medalhas no total.

**d)** Falsa. Em 2023, foram conquistadas 17 medalhas no total.

alternativa **c**

**2.** **a)** Exemplo de resposta:

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **Quantidade de veículos no Brasil (2019-2021)** | | | | | |
| 2 | **Ano** | **Automóvel** | **Motocicleta** | **Caminhão** | **Ônibus** | |
| 3 | 2021 | 59 242 869 | 24 732 701 | 2 947 856 | 672 930 | |
| 4 | 2020 | 58 016 405 | 23 862 010 | 2 879 080 | 660 394 | |
| 5 | 2019 | 56 652 190 | 23 165 586 | 2 826 343 | 647 376 | |




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: MINISTÉRIO DA INFRAESTRUTURA, Secretaria Nacional de Trânsito – Senatran – 2019, 2020 e 2021.

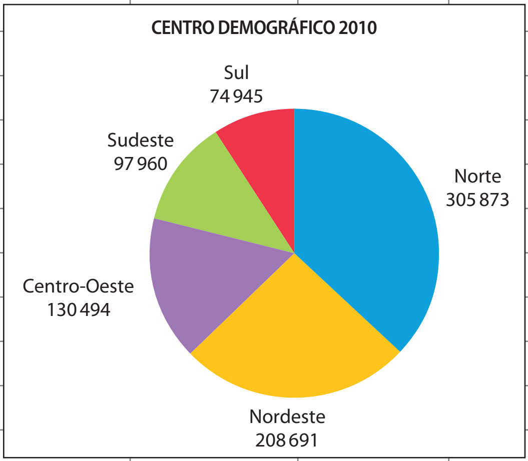
**b)** Exemplos de resposta:

- Em 2019, havia 647 376 ônibus no Brasil.
- Em todos os anos apresentados, havia mais automóveis do que caminhões, motocicletas e ônibus.
- De 2019 a 2020, houve um aumento de mais de meio milhão de motocicletas.
- Em 2021, havia aproximadamente 88 milhões de automóveis, caminhões, motocicletas e ônibus.

**c)** Nesse caso, o gráfico terá quatro linhas, cada uma representando um dos tipos de veículo (automóvel, caminhão, motocicleta e ônibus).

**3.**

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | **Regiões** | **Nº de pessoas** | | |
| 2 | Norte | 305 873 | | |
| 3 | Nordeste | 208 691 | | |
| 4 | Centro-Oeste | 130 494 | | |
| 5 | Sudeste | 97 960 | | |
| 6 | Sul | 74 945 | | |
| 7 | **Total** | **817 963** | | |




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: IBGE, Censo 2010.

## TRABALHO EM EQUIPE ▸ Página 167

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## COMPREENDER UM TEXTO ▸ Páginas 168 e 169

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Páginas 170, 171 e 172

**1. a)** Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$25^2 = 7^2 + x^2$

$625 = 49 + x^2$

$x^2 = 625 - 49$

$x^2 = 576$

$x = \pm\sqrt{576}$

$x = \pm 24$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -24$.

Medida do perímetro: $24 + 25 + 7 = 56$

**b)** Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$x^2 = (2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2$

$x^2 = 20 + 80$

$x^2 = 100$

$x = \pm\sqrt{100}$

$x = \pm 10$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -10$.

Medida do perímetro: $2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 10 = 10 + 6\sqrt{5}$

**2.** A diagonal do retângulo é a hipotenusa de um triângulo retângulo e os lados do retângulo são os catetos. Chamando de $x$ a medida de comprimento do retângulo e aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$8^2 = 6^2 + x^2$

$64 = 36 + x^2$

$x^2 = 64 - 36$

$x^2 = 28$

$x = \pm\sqrt{28}$

$x = \pm 2\sqrt{7}$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -2\sqrt{7}$.

Portanto, a medida de comprimento de $\overline{DC}$ é $2\sqrt{7}$ cm.

**3.** Usando a relação $d = \ell\sqrt{2}$, temos:

$8 = \ell\sqrt{2}$

$\ell = \dfrac{8}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

Medida do perímetro: $4 \cdot 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}$

Logo, a medida do perímetro do quadrado é $16\sqrt{2}$ cm.

**4.** Sendo $b$ e $c$ medidas de comprimento dos catetos, $a$ da hipotenusa e $h$ da altura, aplicamos a relação métrica $b \cdot c = a \cdot h$ e obtemos:

$\sqrt{5} \cdot 1 = \sqrt{6} \cdot h$

$h = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\dfrac{5}{6}}$

**5. a)** Aplicando a relação métrica $c^2 = a \cdot m$, temos:

$6^2 = 10 \cdot x$

$36 = 10 \cdot x$

$x = \dfrac{36}{10}$

$x = 3{,}6$

**b)** Aplicando a relação métrica $c^2 = a \cdot m$, temos:

$12^2 = x \cdot 8$

$144 = 8 \cdot x$

$x = \dfrac{144}{8}$

$x = 18$

**c)** Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$a^2 = 12^2 + 16^2$

$a^2 = 144 + 256$

$a^2 = 400$

$a = \pm 20$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $a = -20$. Portanto, $a = 20$.

Aplicando a relação métrica $b \cdot c = a \cdot h$, temos:

$12 \cdot 16 = 20 \cdot x$

$192 = 20 \cdot x$

$x = \dfrac{192}{20}$

$x = 9{,}6$

**6. a)** Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$x^2 = 6^2 + 8^2$

$x^2 = 36 + 64$

$x^2 = 100$

$x = \pm\sqrt{100}$

$x = \pm 10$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -10$.

Portanto, a hipotenusa mede 10 cm de comprimento.

**b)** Aplicando a relação métrica $b^2 = a \cdot n$, temos:

$6^2 = 10 \cdot n$

$36 = 10 \cdot n$

$n = \frac{36}{10}$

$n = 3{,}6$

Aplicando a relação métrica $c^2 = a \cdot m$, temos:

$8^2 = 10 \cdot m$

$64 = 10 \cdot m$

$m = \frac{64}{10}$

$m = 6{,}4$

Portanto, as medidas de comprimento das projeções ortogonais de cada cateto sobre a hipotenusa são 3,6 cm e 6,4 cm.

**c)** Aplicando a relação métrica $h^2 = m \cdot n$, temos:

$h^2 = 6{,}4 \cdot 3{,}6$

$h^2 = 23{,}04$

$h = \pm\sqrt{23{,}04}$

$h = \pm 4{,}8$

Como $h$ representa uma medida, desconsideramos a solução $h = -4{,}8$.

Portanto, a altura mede 4,8 cm de comprimento.

**7.** Um triângulo retângulo isósceles possui os dois catetos de mesma medida de comprimento. Então:

$8^2 = x^2 + x^2$

$64 = 2x^2$

$x^2 = 32$

$x = \pm\sqrt{32} = \pm 4\sqrt{2}$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -4\sqrt{2}$.

Portanto, a medida do perímetro é dada por:

$4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 8 = (8 + 8\sqrt{2})$

Logo, a medida do perímetro é $(8 + 8\sqrt{2})$ cm.

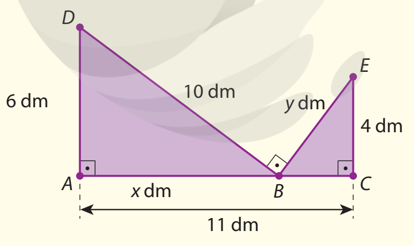
**8.** Aplicando a relação métrica $h^2 = m \cdot n$, temos:

$2^2 = 1 \cdot n$

$4 = n$

Logo, a medida de comprimento da projeção do cateto $\overline{AC}$ é 4.

**9.**




Vamos calcular primeiro a medida de comprimento $AB$:

$10^2 = 6^2 + x^2 \Rightarrow 100 = 36 + x^2 \Rightarrow x^2 = 100 - 36 \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \pm 8$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -8$. Portanto, $x = 8$ dm.

Então, podemos concluir que a medida de comprimento $\overline{BC}$ é igual a 3 dm, pois 11 dm – 8 dm = 3 dm.

Calculando a medida de comprimento de $\overline{EB}$, temos:

$y^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow y^2 = 16 + 9 \Rightarrow y^2 = 25 \Rightarrow y = \pm 5$

Como $y$ representa uma medida, desconsideramos a solução $y = -5$. Portanto, $y = 5$.

Logo, a medida de comprimento de $\overline{EB}$ é 5 dm.

alternativa **d**

**10.** Calculando $c$, temos:

$13^2 = 12^2 + c^2 \Rightarrow 169 = 144 + c^2 \Rightarrow c^2 = 169 - 144 \Rightarrow c^2 = 25 \Rightarrow$
$\Rightarrow c = 5$

Calculando $m$, temos:

$c^2 = 13 \cdot m \Rightarrow 5^2 = 13 \cdot m \Rightarrow 25 = 13 \cdot m \Rightarrow m = \frac{25}{13} \Rightarrow m \simeq 1{,}92$

Calculando $n$, temos:

$a = m + n \Rightarrow 13 = 1{,}92 + n \Rightarrow n = 13 - 1{,}92 \Rightarrow n \simeq 11{,}08$

Calculando $h$, temos:

$12 \cdot 5 = 13 \cdot h \Rightarrow 60 = 13 \cdot h \Rightarrow h = \frac{60}{13} \Rightarrow h \simeq 4{,}62$

**11.** Calculando a medida de comprimento da projeção do cateto $\overline{BC}$, temos:

$h^2 = m \cdot n \Rightarrow 3^2 = 4 \cdot n \Rightarrow 9 = 4 \cdot n \Rightarrow n = \frac{9}{4} \Rightarrow n = \frac{9}{4}$

Somando as medidas dos comprimentos das duas projeções, temos a medida de comprimento da hipotenusa: $4 + \frac{9}{4} = \frac{25}{4}$

Calculando a medida de comprimento do cateto $\overline{AB}$, temos:

$x^2 = 16 + 9 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$

Medida do perímetro: $5 + \frac{15}{4} + \frac{25}{4} = \frac{60}{4} = 15$

**12. a)** As diagonais do losango são perpendiculares e se encontram no ponto médio. Dessa forma, as duas diagonais formam quatro triângulos retângulos iguais de catetos com medidas de comprimento 3 cm e 4 cm. Aplicando o teorema de Pitágoras em um dos triângulos, temos:

$x^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow x^2 = 16 + 9 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -5$.

Logo, o comprimento do lado do losango mede 5 cm e seu perímetro mede:

$4 \cdot 5 = 20$

Portanto, a medida do perímetro é 20 cm.

**b)** A medida de comprimento da altura de um triângulo equilátero é dada por $\frac{\ell\sqrt{3}}{2}$. Então:

$h = \frac{2x\sqrt{3}}{2} = x\sqrt{3}$

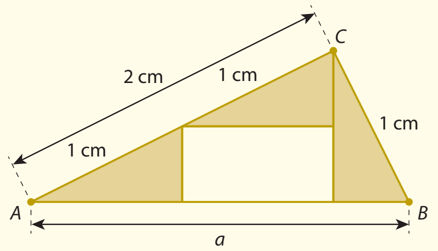
**c)** A diagonal do retângulo é a hipotenusa do triângulo retângulo. Assim:

$d^2 = 7^2 + 3^2 \Rightarrow d^2 = 49 + 9 \Rightarrow d^2 = 58 \Rightarrow d = \pm\sqrt{58}$

Como $d$ representa uma medida, desconsideramos a solução $d = -\sqrt{58}$.

Portanto, a medida de comprimento da diagonal do retângulo é $\sqrt{58}$ cm.

**13.** De acordo com o enunciado, podemos fazer:




ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$a^2 = 1^2 + 2^2$

$a^2 = 1 + 4$

$a^2 = 5$

$a = \pm\sqrt{5}$

Como a representa uma medida, desconsideramos a solução $a = -\sqrt{5}$ .

Assim, $a = \sqrt{5}$

A medida do perímetro é dada por:

$\sqrt{5} + 1 + 2 = \sqrt{5} + 3$

Logo, a medida do perímetro do triângulo $ABC$ é $(\sqrt{5} + 3)$ cm.

alternativa **a**

**14.** Observando o $\triangle DCA$, vamos calcular a medida $CA$.

Temos $DC = 16$ cm e $DA = 20$ cm e $AC = x$. Então:

$20^2 = 16^2 + x^2 \Rightarrow 400 = 256 + x^2 \Rightarrow x^2 = 400 - 256 \Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow$
$\Rightarrow x = \pm 12$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -12$.

Sabendo que $CA = 12$ cm, conseguimos descobrir que $\overline{AB}$ mede 8 cm.

Agora, vamos calcular a medida de $\overline{AP}$.

Considerando $AP = z$, temos $PB = (16 - z)$. Aplicando Pitágoras, temos:

$z^2 = (16 - z)^2 + 8^2 \Rightarrow z^2 = 256 - 32z + z^2 + 64 \Rightarrow 32z = 320 \Rightarrow z = 10$

No $\triangle DAP$, temos $DA = 20$ cm e $PA = 10$ cm, e falta calcular $DP = y$:

$y^2 = 20^2 + 10^2 \Rightarrow y^2 = 400 + 100 \Rightarrow y^2 = 500 \Rightarrow y = \pm\sqrt{500} \Rightarrow$
$\Rightarrow y = \pm 10\sqrt{5}$

Como y representa uma medida, desconsideramos a solução $y = -10\sqrt{5}$.

Logo, a medida de comprimento de $\overline{DP}$ é $10\sqrt{5}$ cm.

**15.** O percurso do ônibus é pela Rua A e pela Rua B, ou seja, pelos catetos do triângulo. Para colocar um ponto $T$ no meio desse caminho, temos:

– pela Rua A o ônibus percorre uma medida de distância igual a: $550 - 30 = 520$

– pela Rua B o ônibus percorre uma medida de distância igual a: $320 - 20 = 300$

No total ele percorre do ponto $P$ até o ponto $Q$: $520 + 300 = 820$

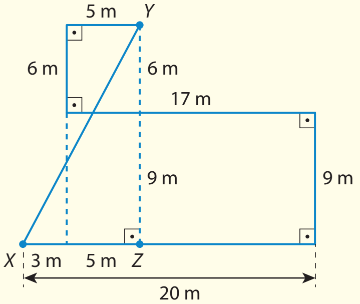
Metade dessa medida de distância equivale a: $820 : 2 = 410$

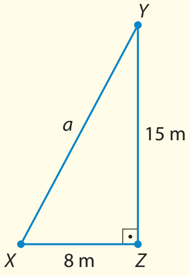
Contando essa medida de distância a partir de $P$ temos: $30 + 410 = 440$

Como essa distância ainda se encontra na ordenada 20, então o ponto $T$ deverá estar nas coordenadas (440, 20).

alternativa **e**

**16.**




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo $XZY$, temos:

$a^2 = 15^2 + 8^2$

$a^2 = 225 + 64$

$a^2 = 289$

$a = \pm\sqrt{289}$

$a = \pm 17$

Como $a$ representa uma medida, desconsideramos a solução $a = -17$.

Portanto, o percurso em linha reta de $X$ até $Y$ mede 17 m.

alternativa **c**

**17.** Medida do perímetro da região quadrada: 40 m

Medida de comprimento do lado da região quadrada: $40 : 4 = 10$; assim, a medida do comprimento do lado da região quadrada é 10 m.

A estátua se encontra na metade da medida de comprimento da diagonal desse quadrado. Vamos, então, calcular a medida de comprimento da diagonal:

$x^2 = 10^2 + 10^2 \Rightarrow x^2 = 100 + 100 \Rightarrow x^2 = 200 \Rightarrow x = \pm\sqrt{200} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \pm 10\sqrt{2}$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -10\sqrt{2}$.

Logo, a metade dessa medida é dada por:

$\frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$

Portanto, a medida da distância da estátua a um dos cantos desse pátio é $5\sqrt{2}$ m.

**18.** Para determinar as coordenadas do ponto médio do segmento $\overline{BC}$, vamos calcular as médias aritméticas das abscissas e das ordenadas das extremidades desse segmento.

Extremidades do segmento: $B(4, 2)$ e $C(-2, 4)$

Abscissa do ponto médio: $\frac{4 + (-2)}{2} = \frac{4 - 2}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Ordenada do ponto médio: $\frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Portanto, as coordenadas do ponto médio são (1, 3).

**19.** Precisamos encontrar um ponto $P$ que esteja no eixo das ordenadas e que tenha a mesma medida de distância da origem e de $A(0, 10)$.

Como o ponto $P$ pertence ao eixo das ordenadas, sua abscissa será zero: $P(0, y)$. Então:

$y = \frac{10 - 0}{2} = 5$

Portanto, as coordenadas do ponto $P$ são (0, 5).

**20.** Nessa atividade, como estamos trabalhando com medidas, vamos desconsiderar as soluções negativas.

**a)** Aplicando o teorema de Pitágoras nos triângulos retângulos convenientes que podemos observar, calculamos a medida de comprimento de cada um dos lados:

- lado $\overline{AB}$:

  $d^2 = 2^2 + 2^2$

  $d^2 = 8$

  $d = 2\sqrt{2}$

- lado $\overline{BC}$:

  $d^2 = 1^2 + 3^2$

  $d^2 = 10$

  $d = \sqrt{10}$

- lado $\overline{CD}$:

  Pela figura, observa-se que $d = 2$.

- lado $\overline{DE}$:

  $d^2 = 1^2 + 3^2$

  $d^2 = 10$

  $d = \sqrt{10}$

- lado $\overline{EA}$:

  $d^2 = 2^2 + 2^2$

  $d^2 = 8$

  $d = 2\sqrt{2}$

Portanto, a medida do perímetro do pentágono *ABCDE* é dada por:

$2\sqrt{2} + \sqrt{10} + 2 + \sqrt{10} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{10} + 2$

**b)** Aplicando o teorema de Pitágoras nos triângulos retângulos convenientes que podemos observar, calculamos a medida de comprimento de cada um dos lados:

- lado $\overline{AB}$:

  Pela figura, observa-se que $d = 5$.

- lado $\overline{BC}$:

  $d^2 = 2^2 + 3^2$

  $d^2 = 13$

  $d = \sqrt{13}$

- lado $\overline{CD}$:

  $d^2 = 3^2 + 2^2$

  $d^2 = 13$

  $d = \sqrt{13}$

- lado $\overline{DE}$:

  $d^2 = 3^2 + 2^2$

  $d^2 = 13$

  $d = \sqrt{13}$

- lado $\overline{EA}$:

  $d^2 = 1^2 + 3^2$

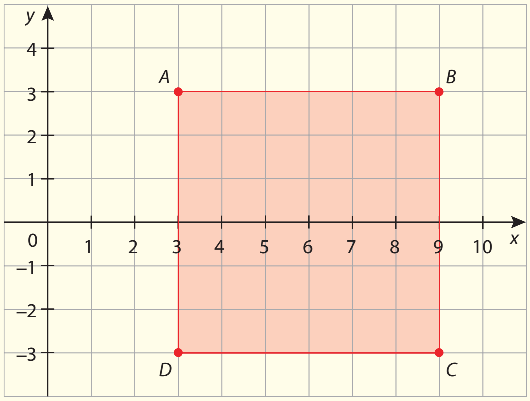
  $d^2 = 10$

  $d = \sqrt{10}$

Portanto, a medida do perímetro do pentágono *ABCDE* é dada por:

$5 + \sqrt{13} + \sqrt{13} + \sqrt{13} + \sqrt{10} = 5 + \sqrt{10} + 3\sqrt{13}$

**21.**




**a)** Medida de comprimento do lado $\overline{AB}$: 6

Medida de comprimento do lado $\overline{BC}$: 6

Portanto:

$A = 6 \cdot 6 = 36$

Logo, a medida da área desse quadrilátero, que é um quadrado, é 36 unidades de medida de área.

**b)** Medida do perímetro: $4 \cdot 6 = 24$

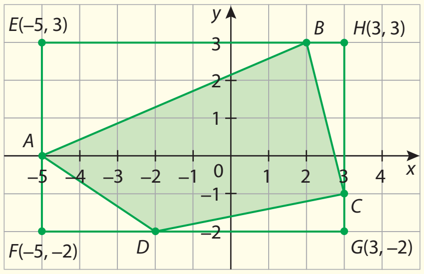
Portanto, a medida do perímetro do quadrilátero, que é um quadrado, é 24 unidades de medida de comprimento.

**c)** A medida de comprimento da diagonal do quadrado é dada por:

$\ell\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

Logo, a medida de comprimento da diagonal do quadrilátero, que é um quadrado, é $6\sqrt{2}$ unidades de medida de comprimento.

**22.** Resposta pessoal. Uma estratégia possível para obter a medida da área do terreno é calcular a medida da área do retângulo de vértices *E*(–5, 3), *F*(–5, –2), *G*(3, –2), *H*(3, 3) e, em seguida, subtrair dela as medidas das áreas dos triângulos *EAB*, *FAD*, *GDC* e *HBC*.




- Medida da área do retângulo *EFGH*

  Medida de comprimento do lado $\overline{EF}$: 50 m

  Medida de comprimento do lado $\overline{FG}$: 80 m

  Portanto, a medida da área do retângulo *EFGH* é dada por:

  $A_{EFGH} = 50 \cdot 80 = 4\,000$; então, $A_{EFGH} = 4\,000 \text{ m}^2$.

- Medida da área do triângulo *EAB*

  Medida de comprimento do lado $\overline{EA}$: 30 m

  Medida de comprimento do lado $\overline{EB}$: 70 m

  Portanto, a medida da área do triângulo *EAB* é dada por:

  $A_{EAB} = \dfrac{30 \cdot 70}{2} = \dfrac{2\,100}{2} = 1\,050$; Então, $A_{EAB} = 1\,050 \text{ m}^2$.

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

- Medida da área do triângulo *FAD*
  Medida de comprimento do lado $\overline{FA}$: 20 m
  Medida de comprimento do lado $\overline{FD}$: 30 m
  Portanto, a medida da área do triângulo *FAD* é dada por:
  $A_{FAD} = \dfrac{20 \cdot 30}{2} = \dfrac{600}{2} = 300$; Então, $A_{FAD} = 300\ m^2$.
- Medida da área do triângulo *GDC*
  Medida de comprimento do lado $\overline{GD}$: 50 m
  Medida de comprimento do lado $\overline{GC}$: 10 m
  Portanto, a medida da área do triângulo *GDC* é dada por:
  $A_{GDC} = \dfrac{50 \cdot 10}{2} = \dfrac{500}{2} = 250$; Então, $A_{GDC} = 250\ m^2$.
- Medida da área do triângulo *HBC*
  Medida de comprimento do lado $\overline{HB}$: 10 m
  Medida de comprimento do lado $\overline{HC}$: 40 m
  Portanto, a medida da área do triângulo *HBC* é dada por:
  $A_{HBC} = \dfrac{10 \cdot 40}{2} = \dfrac{400}{2} = 200$; Então, $A_{HBC} = 200\ m^2$.

Portanto, a medida da área do terreno é:
$A = 4000 - (1050 + 300 + 250 + 200) = 4000 - 1800 = 2200$; Então, $A = 2200\ m^2$.

## Capítulo 7

### ATIVIDADES Página 175

**1.** **a)** É uma equação do 2º grau, pois o monômio de maior grau é $9x^2$, que é do 2º grau.

**b)** Não é uma equação do 2º grau, pois o monômio de maior grau é $x^4$, que é do 4º grau.

**c)** $(2x - 4)^2 = 4x^3 - 2x$
$4x^2 - 16x + 16 = 4x^3 - 2x$
$4x^3 - 2x - 4x^2 + 16x - 16 = 0$
$4x^3 - 4x^2 + 14x - 16 = 0$
Portanto, essa equação não é do 2º grau, pois o monômio de maior grau é $4x^3$, que é do 3º grau.

**d)** $6x - 3 + x^2 = 1$
$x^2 + 6x - 3 - 1 = 0$
$x^2 + 6x - 4 = 0$
Portanto, essa equação é do 2º grau, pois o monômio de maior grau é $x^2$, que é do 2º grau.

**2.** **a)** $3x^2 - 2x + 1 = 0$
**b)** $-x^2 + 7 = 0$
**c)** $\dfrac{x^2}{3} + 6x = 0$

**3.** **a)** $(4 - 3x)^2 = 64$
$9x^2 - 24x + 16 - 64 = 0$
$9x^2 - 24x - 48 = 0$

**b)** $(2x - 4)^2 = 2x(x - 2) + 48$
$4x^2 - 16x + 16 = 2x^2 - 4x + 48$
$2x^2 - 12x - 32 = 0$

**4.** **a)** Substituindo *x* por $-1$ na equação, temos:
$(-1)^2 - 1 = 1$
$1 - 1 = 1$
$0 = 1$ (setença falsa)
Como $-1$ não é raiz da equação, não é preciso testar o outro número (1).

**b)** Substituindo *x* por $-1$ na equação, temos:
$-(-1)^2 + 1 = 1$
$-1 + 1 = 1$
$0 = 1$ (sentença falsa)
Como $-1$ não é raiz da equação, não é preciso testar o outro número (1).

**c)** Substituindo *x* por $-1$ na equação, temos:
$(-1)^2 - 1 = 0$
$1 - 1 = 0$
$0 = 0$ (sentença verdadeira)
Logo, $-1$ é raiz da equação.
Substituindo *x* por 1 na equação, temos:
$(1)^2 - 1 = 0$
$1 - 1 = 0$
$0 = 0$ (sentença verdadeira)
Logo, 1 é raiz da equação.
Portanto, $-1$ e 1 são raízes da equação.

**d)** Substituindo *x* por $-1$ na equação, temos:
$-(-1)^2 + 1 = 0$
$-1 + 1 = 0$
$0 = 0$ (setença verdadeira)
Logo, $-1$ é raiz da equação.
Substituindo *x* por 1 na equação, temos:
$-(1)^2 + 1 = 0$
$-1 + 1 = 0$
$0 = 0$ (setença verdadeira)
Logo, 1 é raiz da equação.
Portanto, $-1$ e 1 são raízes da equação.

**5.** **a)** Substituindo *x* por 3 na equação, temos:
$(3)^2 - \dfrac{1}{9} = 0$
$9 - \dfrac{1}{9} = 0$
$\dfrac{81 - 1}{9} = 0$
$\dfrac{80}{9} = 0$ (sentença falsa)
Como 3 não é raiz da equação, a afirmação é falsa.

**b)** $3x^2 - 7x^2 - 2x(x - 5) + 23 = 5$
$3x^2 - 7x^2 - 2x^2 + 10x + 23 = 5$
$-6x^2 + 10x + 23 - 5 = 0$
$-6x^2 + 10x + 18 = 0$
Logo, a afirmação é verdadeira.

**c)** Substituindo *x* por 8 na equação, temos:
$(8)^2 - 9 \cdot (8) + 18 = 0$
$64 - 72 + 18 = 0$
$10 = 0$ (sentença falsa)
Como 8 não é raiz da equação, a afirmação é falsa.

**d)** Substituindo *x* por $\dfrac{1}{2}$ na equação, temos:
$6 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - 5 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right) + 1 = 0$
$6 \cdot \dfrac{1}{4} - \dfrac{5}{2} + 1 = 0$
$\dfrac{6}{4} - \dfrac{5}{2} + 1 = 0$
$\dfrac{6}{4} - \dfrac{10}{4} + \dfrac{4}{4} = 0$
$\dfrac{10}{4} - \dfrac{10}{4} = 0$

$0 = 0$ (sentença verdadeira)

Portanto, $\frac{1}{2}$ é raiz da equação.

Substituindo x por $\frac{1}{3}$ na equação, temos:

$6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) + 1 = 0$

$6 \cdot \frac{1}{9} - \frac{5}{3} + 1 = 0$

$\frac{6}{9} - \frac{5}{3} + 1 = 0$

$\frac{6}{9} - \frac{15}{9} + \frac{9}{9} = 0$

$0 = 0$ (sentença verdadeira)

Portanto, $\frac{1}{3}$ é raiz da equação.

Logo, a afirmação é verdadeira.

e) Substituindo $x$ por 7 na equação, temos:

$\frac{2(7^2 - 1)}{3} = 6$

$\frac{2(49 - 1)}{3} = 6$

$32 = 6$ (sentença falsa)

Como 7 não é raiz da equação, a afirmação é falsa.

f) Substituindo $p$ por 0 na equação, temos:

$(0 - 1)x^2 - 0 \cdot x - 3 = 0$

$(-1)x^2 - 3 = 0$

$-x^2 - 3 = 0$

A equação é do 2º grau. Logo, a afirmação é falsa.

**6.** Para que as equações não sejam do 2º grau, o coeficiente de $x^2$ deve ser igual a zero. Assim:

a) $2m - 1 = 0$

$2m = 1$

$m = \frac{1}{2}$

Logo, $m$ deve ser igual a $\frac{1}{2}$ para que a equação não seja do 2º grau.

b) $3m + 1 = 0$

$3m = -1$

$m = -\frac{1}{3}$

Logo, $m$ deve ser igual a $\frac{1}{3}$ para que a equação não seja do 2º grau.

c) $m - 1 = 0$

$m = 1$

Portanto, $m$ deve ser igual a 1 para que a equação não seja do 2º grau.

**7.** Como 2 é raiz da equação, temos:

$(2p - 1) \cdot 2^2 - 2 \cdot p \cdot 2 - 2 = 0$

$(2p - 1) \cdot 4 - 4p - 2 = 0$

$8p - 4 - 4p - 2 = 0$

$4p - 6 = 0$

$4p = 6$

$p = \frac{6}{4}$

$p = \frac{3}{2}$

Logo, o valor de $p$ é $\frac{3}{2}$.

## ATIVIDADES ▸ Página 178

**1.** a) Podemos relacionar a medida de comprimento do lado de cada quadrado com sua medida de área, por meio das seguintes equações:

I: $x^2 = 625$, com $U = \mathbb{R}^*_+$

II: $x^2 = 1\,000$, com $U = \mathbb{R}^*_+$

III: $(x + 1)^2 = 400$, com $U = \mathbb{R}^*_+$

IV: $(x + 2)^2 = 900$, com $U = \mathbb{R}^*_+$

Em cada caso, temos $U = \mathbb{R}^*_+$, porque $x$ indica a medida de comprimento do lado de um quadrado e, portanto, deve ser um número positivo diferente de zero.

b) I: $x^2 = 625 \Rightarrow x = \pm\sqrt{625} \Rightarrow x = -25$ ou $x = 25$

Como $-25$ e 25 são raízes da equação, mas apenas 25 pertence ao conjunto universo, então $x = 25$ cm.

II: $x^2 = 1\,000 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1\,000} \Rightarrow x = -10\sqrt{10}$ ou $x = 10\sqrt{10}$

Como $-10\sqrt{10}$ e $10\sqrt{10}$ são raízes da equação, mas apenas $10\sqrt{10}$ pertence ao conjunto universo, então $x = 10\sqrt{10}$ cm.

III: $(x + 1)^2 = 400 \Rightarrow (x + 1) = \pm 20 \Rightarrow (x + 1) = -20$ ou $(x + 1) = 20 \Rightarrow x = -21$ ou $x = 19$

Como $-21$ e 19 são raízes da equação, mas apenas 19 pertence ao conjunto universo, então $x = 19$ cm.

IV: $(x + 2)^2 = 900 \Rightarrow (x + 2) = \pm 30 \Rightarrow (x + 2) = -30$ ou $(x + 2) = 30 \Rightarrow x = -32$ ou $x = 28$

Como $-32$ e 28 são raízes da equação, mas apenas 28 pertence ao conjunto universo, então $x = 28$ cm.

**2.** $A = \ell^2 \Rightarrow 121 = \ell^2 \Rightarrow \ell = \pm\sqrt{121} \Rightarrow \ell = \pm 11$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -11$.

Portanto, a medida de comprimento do lado desse pomar é 11 m.

**3.** $7x \cdot x = 28$ ou $7x^2 = 28$

- $7x^2 = 28 \Rightarrow x^2 = \frac{28}{7} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow x = \pm 2$

  Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a solução $x = -2$.

  Portanto, a medida de comprimento de $x$ é 2 m.

**4.** a) $x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm\sqrt{16} \Rightarrow x = \pm 4$

Logo, os valores reais de x são $-4$ e 4.

b) $2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow x = \pm 2$

Logo, os valores reais de x são $-2$ e 2.

c) $x^2 + 9 = 0 \Rightarrow x^2 = -9$

Logo, não existem valores reais de $x$ para os quais a soma do quadrado de $x$ com 9 seja igual a zero.

d) $x^2 = 3x \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 3$

Logo, os valores reais de x são 0 e 3.

e) $x^2 - 4 = 5 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} \Rightarrow x = \pm 3$

Logo, os valores reais de x são $-3$ e 3.

**5.** Indicando por $x$ a medida de comprimento de cada lado do terreno, em metro, temos:

$x^2 = 289$, com $U = \mathbb{R}^*_+$.

Resolvendo a equação, temos:

$x = -17$ ou $x = 17$

Como $-17$ e 17 são raízes da equação, mas apenas 17 pertence ao conjunto universo, então $x = 17$.

Portanto, a calçada terá 17 m de comprimento.

**6.** a) Verdadeira.

b) Falsa, pois, se uma equação do 2º grau tem coeficientes $b = c = 0$, então a equação é da forma $ax^2 = 0$ e sua solução é igual a zero.

c) Falsa, pois equações do 2º grau que têm coeficientes $b = 0$ e $c \neq 0$ ou têm duas soluções reais ou não têm solução real.

alternativa **a**

**7.** Indicando por $x$ o número procurado, verificamos que 200% do seu valor é $2x$, pois:

$\frac{200}{100} \cdot x = 2x$

Dessa forma, temos a seguinte equação:

$x^2 = 2x$, com $U = \mathbb{R}_+^*$

Resolvendo a equação, temos:

$x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

Como 0 e 2 são raízes da equação, mas apenas 2 pertence ao conjunto universo, $x = 2$.

Logo, o número positivo cujo quadrado é igual a 200% de seu valor é 2.

**8.** Se a superfície mede 4 m², então:

$x^2 = 4$, com $U = \mathbb{R}_+^*$

Resolvendo a equação, temos:

$x = -2$ ou $x = 2$

Como $-2$ e 2 são raízes da equação, mas apenas 2 pertence ao conjunto universo, $x = 2$.

Logo, o comprimento de cada lado da superfície mede 2 m ou 200 cm. Indicando por $\ell$ a medida do comprimento do lado de cada peça de cerâmica, em centímetro, temos:

$\ell + 10 + 4\ell + 10 + \ell = x$

$6\ell + 20 = 200$

$6\ell = 200 - 20$

$6\ell = 180$

$\ell = \frac{180}{6}$

$\ell = 30$

Portanto, a medida de comprimento do lado de cada peça de cerâmica é 30 cm.

## ATIVIDADES ▸ Página 182

**1.** **a)** $4x^2 + 8x + 3 = 0$

$4x^2 + 8x = -3$

$4x^2 + 8x + 4 = -3 + 4$

$(2x + 2)^2 = 1$

$2x + 2 = -1 \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$

$2x + 2 = 1 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

Logo, $-\frac{3}{2}$ e $-\frac{1}{2}$ são raízes da equação.

**b)** $x^2 - 2x - 3 = 0$

$x^2 - 2x = 3$

$x^2 - 2x + 1 = 3 + 1$

$(x - 1)^2 = 4$

$x - 1 = -2 \Rightarrow x = -1$

$x - 1 = 2 \Rightarrow x = 3$

Logo, $-1$ e 3 são raízes da equação.

**c)** $5 + 6x = -x^2$

$x^2 + 6x = -5$

$x^2 + 6x + 9 = -5 + 9$

$(x + 3)^2 = 4$

$x + 3 = -2 \Rightarrow x = -5$

$x + 3 = 2 \Rightarrow x = -1$

Logo, $-5$ e $-1$ são raízes da equação.

**d)** $9x^2 - 3x = -\frac{5}{36}$

$324x^2 - 108x = -5$

$324x^2 - 108x + 9 = -5 + 9$

$(18x - 3)^2 = 4$

$18x - 3 = -2 \Rightarrow 18x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{18}$

$18x - 3 = 2 \Rightarrow 18x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{18}$

Logo, $\frac{1}{18}$ e $\frac{5}{18}$ são raízes da equação.

**2.** Podemos traduzir o enunciado pela seguinte equação:

$3x^2 + 3 = 6x$, com $U = \mathbb{R}_+^*$

Dividindo ambos os membros por 3, temos:

$x^2 + 1 = 2x$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x - 1)^2 = 0$

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

Portanto, as duas raízes são iguais a 1. Assim, o número procurado é 1.

**3.** A medida da área de um quadrado com comprimento do lado medindo $x$ é $x^2$.

A medida da área de um retângulo de comprimento dos lados com medidas $\frac{x}{2}$ e 8 é $\frac{x}{2} \cdot 8$ ou $4x$.

Assim, temos:

$x^2 + 4 = 4x$, com $U = \mathbb{R}_+^*$

$x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

Portanto, as duas raízes são iguais a 2. Logo, $x$ mede 2.

## ATIVIDADES ▸ Página 184

**1.** **a)** Como as duas figuras possuem a mesma medida de área, então:

$4 \cdot (x + 8) = x \cdot x$

$4x + 32 = x^2$, com $U = \mathbb{R}_+^*$

$x^2 - 4x - 32 = 0$

$a = 1$; $b = -4$; $c = -32$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-32) = 16 + 128 = 144$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{144}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm 12}{2}$

$x_1 = \frac{16}{2} = 8$

$x_2 = \frac{-8}{2} = -4$

Como $x$ representa a medida do comprimento do lado do quadrado, desconsideramos a raiz negativa. Então, a medida de comprimento do lado do quadrado é 8.

**b)** A medida de comprimento do retângulo é:

$x + 8 = 8 + 8 = 16$

**2.** O galinheiro será retangular com dimensões: $x$ e $x + 4$.

Sabendo que a medida da área do galinheiro é igual a 32 m², então:

$x \cdot (x + 4) = 32$

$x^2 + 4x - 32 = 0$

$a = 1$; $b = 4$; $c = -32$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (+4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-32) = 16 + 128 = 144$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{144}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm 12}{2}$$

$$x_1 = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{-16}{2} = -8$$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a raiz negativa. Então, as dimensões do galinheiro serão:

$x = 4$ e $x + 4 = 4 + 4 = 8$

Como Osvaldo vai cercar o galinheiro, precisamos calcular a medida do perímetro:

$P = 8 + 8 + 4 + 4 = 24$

Osvaldo deverá comprar 24 m de tela para cercar o galinheiro.

**3.** $(x + 1) \cdot (x - 1) = 224$

$x^2 + x - x - 1 = 224$

$x^2 - 1 = 224$

$x^2 = 225 \Rightarrow x = \pm\sqrt{225} \Rightarrow x = \pm 15$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a raiz negativa. Então, $x = 15$.

**a)** As dimensões do terreno são:

comprimento: $x + 1 = 15 + 1 = 16$

largura: $x - 1 = 15 - 1 = 14$

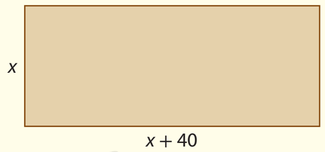
Então, medida de comprimento do terreno é 16 m e a de largura é 14 m.

**b)** Para saber a medida do comprimento da tela que Chico deverá comprar, basta calcular a medida do perímetro do terreno:

$P = 16 + 16 + 14 + 14 = 60$

Logo, Chico deverá comprar 60 m de tela para cercar o terreno.

**4.** A placa de compensado tem largura medindo $x$ e comprimento medindo $x + 40$.




Então:

$x \cdot (x + 40) = 1\,200$

$x^2 + 40x - 1\,200 = 0$

$a = 1$; $b = 40$; $c = -1\,200$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (40)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1\,200) = 1\,600 + 4\,800 = 6\,400$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-40 \pm \sqrt{6\,400}}{2 \cdot 1} = \frac{-40 \pm 80}{2}$$

$$x_1 = \frac{40}{2} = 20$$

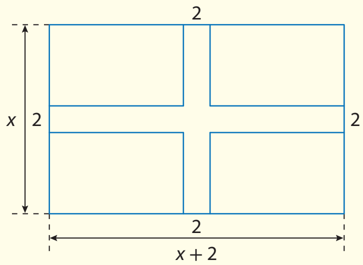
$$x_2 = \frac{-120}{2} = -60$$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a raiz negativa. Então, as dimensões da placa serão:

largura: $x = 20$ cm

comprimento: $x + 40 = 20 + 40 = 60$; Então, medida do comprimento é 60 cm.

**5.** De acordo com o enunciado, podemos obter a seguinte figura:




Como o terreno é retangular e sua área mede 80 m², então:

$x \cdot (x + 2) = 80$

$x^2 + 2x - 80 = 0$

$a = 1$; $b = 2$; $c = -80$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-80) = 4 + 320 = 324$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{324}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 18}{2}$$

$$x_1 = \frac{16}{2} = 8$$

$$x_2 = \frac{-20}{2} = -10$$

Como $x$ representa uma medida, desconsideramos a raiz negativa. Então, as dimensões do terreno são:

largura: $x = 8$; 8 m

comprimento: $x + 2 = 8 + 2 = 10$; 10 m

Serão construídas duas passarelas perpendiculares. Uma das passarelas terá dimensões: 10 m por 2 m. Assim:

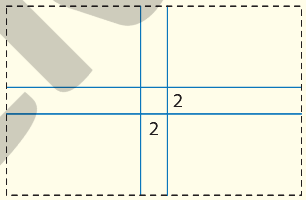
$A = 10\text{ m} \cdot 2\text{ m} = 20\text{ m}^2$

A outra passarela terá dimensões de: 8 m por 2 m

Assim:

$A = 8\text{ m} \cdot 2\text{ m} = 16\text{ m}^2$

Mas é preciso retirar a intersecção entre as passarelas. A intersecção é um quadrado de lado com comprimento de medida 2 m.




Então, a medida da área da intersecção entre as passarelas é igual a:

$2\text{ m} \cdot 2\text{ m} = 4\text{ m}^2$

Portanto, a medida da área das passarelas será:

$20\text{ m}^2 + 16\text{ m}^2 - 4\text{ m}^2 = 32\text{ m}^2$

**6.** Resolvendo a equação, temos:

$x^2 - 2amox + a^2m^2o^2 - t^2e^2 = 0$

$a = 1$

$b = -2amo$

$c = a^2m^2o^2 - t^2e^2$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-2amo)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a^2m^2o^2 - t^2e^2) =$

$= 4a^2m^2o^2 - 4a^2m^2o^2 + 4t^2e^2 = 4t^2e^2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2amo) \pm \sqrt{4t^2e^2}}{2 \cdot 1} = \frac{2amo \pm 2te}{2} = \frac{2(amo \pm te)}{2}$$

$x_1 = amo - te$

$x_2 = amo + te$

## ATIVIDADES

Página 185

**1.** Para que a equação não tenha raízes reais, o valor do discriminante deve ser menor que zero. Assim:

$\Delta < 0$

$4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2k) < 0$

$16 - 8k < 0$

$8k > 16$

$k > 2$

Logo, $k > 2$.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

2. Se a equação tem duas raízes reais iguais, o valor do discriminante deve ser igual a zero. Assim:

$\Delta = 0$

$(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m + 1) = 0$

$4 - 4m - 4 = 0$

$4m = 0$

$m = 0$

Logo, $m = 0$.

3. Para que a equação tenha duas raízes reais distintas, o valor do discriminante deve ser maior que zero. Assim:

$\Delta > 0$

$(-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot p > 0$

$1 - 8p > 0$

$8p < 1$

$p < \frac{1}{8}$

Logo, $p < \frac{1}{8}$.

4. Para que a equação tenha duas raízes reais iguais, o valor do discriminante deve ser igual a zero. Assim:

$\Delta = 0$

$(-k)^2 - 4 \cdot (\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3}) = 0$

$k^2 - 12 = 0$

$k^2 = 12$

$k = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$

Logo, $k = -2\sqrt{3}$ ou $k = 2\sqrt{3}$.

5. a) Como $(ax + b)^2 = c$, temos:

$ax + b = \pm\sqrt{c}$

- Se $c \geqslant 0$, há solução real.
- Se $c < 0$, não há solução real.

Logo, para que a equação tenha solução real, devemos ter $c \geqslant 0$.

b) Para $c = 0$, temos:

$ax + b = \pm\sqrt{0}$

$ax + b = 0$

$ax = -b$

$x = -\frac{b}{a}$

Logo, a solução é $-\frac{b}{a}$.

6. Para ter duas raízes reais e iguais, $\Delta = 0$. Assim:

$-4x^2 + mx - 10 = 0$

$a = -4$; $b = m$; $c = -10$

$\Delta = m^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-10) = m^2 - 160$

$m^2 - 160 = 0$

$m^2 = 160$

$m = \pm\sqrt{160}$

$m = \pm 4\sqrt{10}$

Logo, $m = -4\sqrt{10}$ ou $m = 4\sqrt{10}$.

7. Para ter duas raízes reais distintas, $\Delta > 0$. Assim:

$x^2 + 5x - 3k = 0$

$a = 1$; $b = 5$; $c = -3k$

$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3k) = 25 + 12k$

$25 + 12k > 0$

$12k > -25$

$k > -\frac{25}{12}$

Logo, $k > -\frac{25}{12}$.

## ATIVIDADES

Páginas 188 e 189

1. A: $\begin{cases} x - y = 6 \text{ (I)} \\ xy = 27 \text{ (II)} \end{cases}$

Primeiro, isolamos $x$ na equação I:

$x = y + 6$

Agora, substituímos $x$ por $y + 6$ na equação II:

$(y + 6)y = 27 \Rightarrow y^2 + 6y - 27 = 0$

Resolvendo a equação de 2º grau, com $a = 1$, $b = 6$ e $c = -27$, temos:

$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-27) = 144$

$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{-6 \pm 12}{2}$

Assim, $y = -9$ ou $y = 3$.

Para $y_1 = -9$, temos $x_1 = -3$.

Para $y_2 = 3$, temos $x_2 = 9$.

Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados (9, 3) e (−3, −9).

B: $\begin{cases} xy + 5 = 12 - x \text{ (I)} \\ x^2 - 1 = 0 \text{ (II)} \end{cases}$

Primeiro, vamos encontrar os valores de $x$ por meio da equação II:

$x^2 - 1 = 0$

$x = \pm 1$

Agora, vamos substituir os valores de $x$ na equação I:

Para $x_1 = -1$, temos $y_1 = -8$.

Para $x_2 = 1$, temos $y_2 = 6$.

Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados (1, 6) e (−1, −8).

C: $\begin{cases} x + y = 1 \text{ (I)} \\ x^2 - 2x + 3y = -1 \text{ (II)} \end{cases}$

Primeiro, isolamos $x$ na equação I:

$x = 1 - y$

Vamos substituir $x$ por $1 - y$ na equação II:

$(1 - y)^2 - 2(1 - y) + 3y = -1$

$1 - 2y + y^2 - 2 + 2y + 3y + 1 = 0$

$y^2 + 3y = 0 \Rightarrow y(y + 3) = 0$

Assim, $y = 0$ ou $y = -3$.

Para $y_1 = -3$, temos $x_1 = 4$.

Para $y_2 = 0$, temos $x_2 = 1$.

Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados (1, 0) e (4, −3).

D: $\begin{cases} xy = 12 \text{ (I)} \\ 3x - 2y = 1 \text{ (II)} \end{cases}$

Primeiro, isolamos $x$ na equação II:

$3x = 1 + 2y \Rightarrow x = \frac{2y + 1}{3}$

Agora, substituímos $x$ por $\frac{2y + 1}{3}$ na equação I:

$\left(\frac{2y + 1}{3}\right)y = 12 \Rightarrow 2y^2 + y = 36 \Rightarrow 2y^2 + y - 36 = 0$

Resolvendo a equação de 2º grau, temos:

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-36) = 289$

$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{289}}{4} = \frac{-1 \pm 17}{4}$

Assim, $y = -\frac{9}{2}$ ou $y = 4$.

Para $y_1 = -\frac{9}{2}$, temos $x_1 = -\frac{8}{3}$.

Para $y_2 = 4$, temos $x_2 = 3$.

Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados $(3, 4)$ e $\left(-\frac{8}{3}, -\frac{9}{2}\right)$.

Assim, temos as seguintes correspondências: A – III; B – I; C – II; D – IV

**2.** **a)** $\begin{cases} x + 2y = -7 \text{ (I)} \\ x \cdot y = -15 \text{ (II)} \end{cases}$

Primeiro, isolamos $x$ na equação I:

$x = -2y - 7$

Agora, vamos substituir esse valor de $x$ na equação II:

$(-2y - 7)y = -15$

$-2y^2 - 7y = -15$

$2y^2 + 7y - 15 = 0$

Resolvendo a equação de 2º grau, temos:

$\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-15) = 49 + 120 = 169$

$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{169}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm 13}{4}$

Assim, $y = -5$ ou $y = \frac{3}{2}$.

Para $y_1 = -5$, temos $x_1 = 3$.

Para $y_2 = \frac{3}{2}$, temos $x_2 = -10$.

Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados $\left(-10, \frac{3}{2}\right)$ e $(3, -5)$.

**b)** $\begin{cases} x = 2 - y \text{ (I)} \\ x^2 + y^2 = 10 \text{ (II)} \end{cases}$

Primeiro, vamos substituir o valor de $x$ da equação I na equação II:

$(2 - y)^2 + y^2 = 10$

$4 - 4y + y^2 + y^2 - 10 = 0$

$2y^2 - 4y - 6 = 0$

$y^2 - 2y - 3 = 0$

Resolvendo a equação de 2º grau, temos:

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16$

$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$

Assim, $y = -1$ ou $y = 3$.

Para $y_1 = -1$, temos $x_1 = 3$.

Para $y_2 = 3$, temos $x_2 = -1$.

Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados $(-1, 3)$ e $(3, -1)$.

**c)** $\begin{cases} x - y = 11 \text{ (I)} \\ y^2 = x - 5 \text{ (II)} \end{cases}$

Primeiro, isolamos $x$ na equação I:

$x = y + 11$

Vamos substituir o valor de $x$ na equação II:

$y^2 = (y + 11) - 5$

$y^2 - y - 6 = 0$

Resolvendo a equação de 2º grau, temos:

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25$

$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2}$

Assim, $y = -2$ ou $y = 3$.

Para $y_1 = -2$, temos $x_1 = 9$.

Para $y_2 = 3$, temos $x_2 = 14$.

Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados $(9, -2)$ e $(14, 3)$.

**d)** $\begin{cases} 12x + 12y = 7xy \text{ (I)} \\ xy = 12 \text{ (II)} \end{cases}$

Substituindo $xy$ por 12 na equação I, temos:

$12x + 12y = 84$

$x + y = 7$

$x = 7 - y$

Vamos substituir esse valor de $x$ na equação II:

$(7 - y)y = 12$

$7y - y^2 = 12$

$y^2 - 7y + 12 = 0$

Resolvendo a equação de 2º grau, temos:

$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 49 - 48 = 1$

$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2}$

Assim, $y = 3$ ou $y = 4$.

Para $y_1 = 3$, temos $x_1 = 4$.

Para $y_2 = 4$, temos $x_2 = 3$.

Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados $(3, 4)$ e $(4, 3)$.

**3.** **a)** $\begin{cases} x + y = 28 \text{ (I)} \\ x^2 - y^2 = 56 \text{ (II)} \end{cases}$

**b)** $b$ é a medida de comprimento da base e $h$ é a medida da altura.

$\begin{cases} \frac{b}{h} = 3{,}5 \\ \frac{b \cdot h}{2} = 56 \end{cases}$

**4.** **a)** Do enunciado, temos o seguinte sistema:

$\begin{cases} x - y = 6 \text{ (I)} \\ x \cdot y = 6 \text{ (II)} \end{cases}$

Isolamos $x$ em I:

$x = y + 6$

Substituindo $x$ em II, temos:

$(y + 6)y = 6 \Rightarrow y^2 + 6y - 6 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 36 + 24 = 60$

$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{60}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{15}}{2} = -3 \pm \sqrt{15}$

Para $y_1 = -3 - \sqrt{15}$, temos $x_1 = 3 - \sqrt{15}$.

Para $y_2 = -3 + \sqrt{15}$, temos $x_2 = 3 + \sqrt{15}$.

Logo, $x = 3 + \sqrt{15}$ e $y = -3 + \sqrt{15}$ ou $x = 3 - \sqrt{15}$ e $y = -3 - \sqrt{15}$.

**b)** Do enunciado, temos o seguinte sistema:

$\begin{cases} x + y = 1 \text{ (I)} \\ x \cdot y = -2 \text{ (II)} \end{cases}$

Isolamos $x$ em I:

$x = 1 - y$

Substituindo $x$ em II, temos:

$(1 - y)y = -2 \Rightarrow y - y^2 = -2 \Rightarrow y^2 - y - 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$

Assim, $y = -1$ ou $y = 2$.

Para $y_1 = -1$, temos $x_1 = 2$.

Para $y_2 = 2$, temos $x_2 = -1$.

Logo, $x = 2$ e $y = -1$ ou $x = -1$ e $y = 2$.

Logo, os números procurados são $-1$ e $2$.

**5.** Indicando por $x$ e $y$ as dimensões do campo e, sabendo que a medida de perímetro do campo é $2x + 2y$ e corresponde a 346 m, temos:

$2x + 2y = 346$ ou $x + y = 173$

A medida de área do campo é $x \cdot y$ e corresponde a 7 140 m². Então:

$xy = 7\,140$

Portanto, temos o sistema:

$$\begin{cases} x + y = 173 \text{ (I)} \\ x \cdot y = 7\,140 \text{ (II)} \end{cases}$$

Isolando y em I, temos: $y = 173 - x$

Substituindo y por $173 - x$ em II:

$x \cdot (173 - x) = 7\,140$

$173x - x^2 - 7\,140 = 0$

$x^2 - 173x + 7\,140 = 0$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (173)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7\,140 = 29\,929 - 28\,560 = 1\,369$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-173) \pm \sqrt{1\,369}}{2} = \frac{173 \pm 37}{2}$$

$$x_1 = \frac{173 - 37}{2} = \frac{136}{2} = 68$$

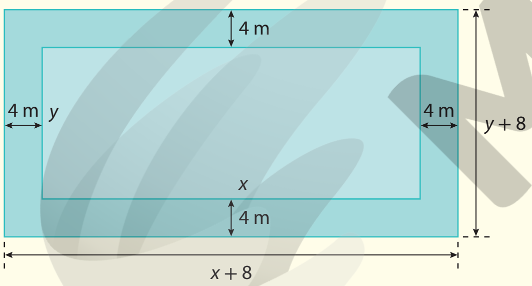
$$x_2 = \frac{173 + 37}{2} = \frac{210}{2} = 105$$

Para $x_1 = 68$, temos $y_1 = 105$.

Para $x_2 = 105$, temos $y_2 = 68$.

Logo, as dimensões do campo são 105 m e 68 m.

**6.** **a)**




Com base nos dados do problema, podemos escrever duas equações com as incógnitas $x$ e $y$.

Medida da área atual da praça: $xy = 416$

Medida da área após a ampliação:

$(x + 8) \cdot (y + 8) = 416 + 424$

$(x + 8) \cdot (y + 8) = 840$

Portanto, temos o sistema:

$$\begin{cases} (x + 8) \cdot (y + 8) = 840 \text{ (I)} \\ x \cdot y = 416 \text{ (II)} \end{cases}$$

Isolando y em (II), temos: $y = \frac{416}{x}$

Substituindo y por $\frac{416}{x}$ em (I), temos:

$(x + 8) \cdot \left(\frac{416}{x} + 8\right) = 840$, com $x \neq 0$

$$416 + 8x + \frac{3\,328}{x} + 64 - 840 = 0$$

$$8x - 360 + \frac{3\,328}{x} = 0$$

$$\frac{8x^2}{x} - \frac{360x}{x} + \frac{3\,328}{x} = \frac{0}{x}$$

$8x^2 - 360x + 3\,328 = 0$

$x^2 - 45x + 416 = 0$

$\Delta = (-45)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 416 = 2\,025 - 1\,664 = 361$

$$x = \frac{-(-45) \pm \sqrt{361}}{2 \cdot 1} = \frac{45 \pm 19}{2}$$

$$x_1 = \frac{45 - 19}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

$$x_2 = \frac{45 + 19}{2} = \frac{64}{2} = 32$$

Para $x_1 = 13$, temos $y_1 = \frac{416}{13} = 32$.

Para $x_2 = 32$, temos $y_2 = \frac{416}{32} = 13$.

Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados (13, 32) e (32, 13).

Logo, as dimensões atuais da praça são 32 m e 13 m.

Após a ampliação, as dimensões serão 40 m e 21 m.

**b)** Para calcular a medida de área da praça após a ampliação, podemos fazer:

40 m · 21 m = 840 m²

Outra forma de resolver:

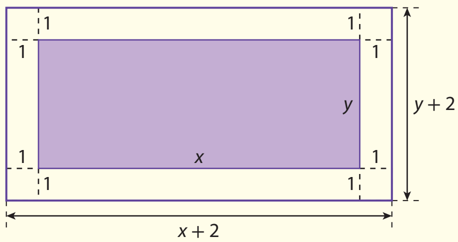
A praça tem medida de área de 416 m² e aumentará 424 m². Logo, o total é:

(416 + 424) m² = 840 m²

Portanto, após a ampliação a medida da área será 840 m².

**c)** A medida da área da ciclovia é a medida da área ampliada, ou seja, 424 m².

**7.** Indicando por $x$ a medida do comprimento da piscina e por $y$ a medida da largura, podemos fazer o seguinte esquema:




A medida da área do terreno é $(x + 2) \cdot (y + 2)$ e corresponde a 80 m².

Assim: $(x + 2) \cdot (y + 2) = 80$

A medida do perímetro do terreno é $2 \cdot (x + 2) + 2 \cdot (y + 2)$ e corresponde a 36 m.

Assim: $x + y = 14$.

Portanto, temos o sistema:

$$\begin{cases} (x + 2) \cdot (y + 2) = 80 \text{ (I)} \\ x + y = 14 \text{ (II)} \end{cases}$$

Isolando y em II, temos: $y = 14 - x$

Substituindo y por $14 - x$ em I, temos:

$(x + 2) \cdot (14 - x + 2) = 80$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

$(x + 2) \cdot (16 - x) = 80$
$16x - x^2 + 32 - 2x - 80 = 0$
$-x^2 + 14x - 48 = 0$
$x^2 - 14x + 48 = 0$
$\Delta = (-14) - 4 \cdot 1 \cdot 48 = 196 - 192 = 4$

$$x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{14 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = \frac{14 - 2}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$x_2 = \frac{14 + 2}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

Assim:
Para $x_1 = 6$, temos $y_1 = 14 - 6 = 8$.
Para $x_2 = 8$, temos $y_2 = 14 - 8 = 6$.
Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados (6, 8) e (8, 6).
Logo, a medida de comprimento da piscina é 8 m e a medida da largura, 6 m.

**8.** **a)** Exemplo de resposta: $\begin{cases} x + y = 10 \\ x \cdot y = 25 \end{cases}$

**b)** Exemplo de resposta: $\begin{cases} x + y = 6 \\ x \cdot y = 16 \end{cases}$

## ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▸ Páginas 190 e 191

**1.** **a)** Os gráficos apresentam escalas diferentes; um começa no zero e o outro, em 1460.
**b)** 70 motoristas (1570 – 1500 = 70)
**c)** O gráfico divulgado pela *Revista da Cidade*.

**2.** **a)** O gráfico não tem título nem fonte, e seus setores estão fora de proporção. Cada setor deveria corresponder a, aproximadamente, metade do círculo todo.
**b)** Espera-se que os estudantes digam que a intenção era induzir quem navega pela página a achar que o clube tem muito mais torcedores do que seu rival, mesmo que a porcentagem de torcedores de ambos os clubes seja praticamente a mesma.

## EDUCAÇÃO FINANCEIRA ▸ Páginas 192 e 193

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## ATIVIDADES DE REVISÃO ▸ Páginas 194 e 195

**1.** **a)** Não, pois a soma de números positivos nunca será igual a zero.
**b)** $x^2 - 6 = 30 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$
Logo, esse número pode ser 6 ou –6.

**2.** $x^2 = 3 \cdot x \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$
Ricardo voltará carregando as compras.

**3.** A medida da área obtida é $\frac{1}{4}$ da medida da área da folha inicial. Então:
$(x + 1) \cdot (x + 1) = 4 \cdot (5x + 10{,}25)$
$x^2 + 2x + 1 = 20x + 41$
$x^2 - 18x - 40 = 0$
$\Delta = (-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-40) = 324 + 160 = 484$

$$x = \frac{-(-18) \pm \sqrt{484}}{2 \cdot 1} = \frac{18 \pm 22}{2}$$

$$x_1 = \frac{18 + 22}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$x_2 = \frac{18 - 22}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Descartando a raiz negativa, pois se trata de uma medida, temos $x = 20$.
Logo, a medida de comprimento do lado do quadrado inicial é $x + 1 = 20$ cm $+ 1$ cm $= 21$ cm.

**4.** Sendo as duas medidas de área iguais, temos:
$2x \cdot 2x = 16 \cdot x \Rightarrow 4x^2 = 16x \Rightarrow 4x^2 - 16x = 0 \Rightarrow 4x(x - 4) = 0$
$x = 0$ ou $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$
A raiz zero não convém, pois se trata de uma medida. Portanto, $x = 4$.
O comprimento do lado do quadrado mede 8 cm e a medida de seu perímetro é 32 cm.
A largura do retângulo mede 4 cm e a medida de seu perímetro é 40 cm.

**5.**

| Equação | *a* | *b* | *c* |
|---|---|---|---|
| $-3t^2 + 4t - 5 = 0$ | **–3** | **4** | **–5** |
| $3 + 7z^2 + 3z = 0$ | 7 | 3 | 3 |
| $y - (-3) + 6y^2 = 0$ | 6 | **1** | 3 |
| $-1x^2 - 3x = 5$ | –1 | –3 | –5 |

**6.** **a)** Não tem raiz real: $\Delta < 0$
$x^2 + 8x + m = 0$
$a = 1$; $b = 8$; $c = m$
$\Delta = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot m = 64 - 4m$
$64 - 4m < 0 \Rightarrow -4m < -64 \Rightarrow m > 16$
Logo, $m > 16$.
**b)** Tem duas raízes reais iguais: $\Delta = 0$
$x^2 - 6x + m = 0$
$a = 1$; $b = -6$; $c = m$
$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m = 36 - 4m$
$36 - 4m = 0 \Rightarrow -4m = -36 \Rightarrow m = 9$
Logo, $m = 9$.

**7.** $h = v \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$

A: $h = 26{,}68 \cdot 5{,}25 - \frac{9{,}8 \cdot (5{,}25)^2}{2} = 140{,}07 - \frac{9{,}8 \cdot 27{,}5625}{2} \simeq$
$\simeq 140{,}07 - 135{,}06 = 5{,}01$

B: $h = 27{,}32 \cdot 5{,}1 - \frac{9{,}8 \cdot (5{,}1)^2}{2} \simeq 139{,}33 - \frac{9{,}8 \cdot 26{,}01}{2} \simeq$
$\simeq 139{,}33 - 127{,}45 = 11{,}88$

C: $h = 27{,}32 \cdot 5{,}32 - \frac{9{,}8 \cdot (5{,}32)^2}{2} \simeq 145{,}34 - \frac{9{,}8 \cdot 28{,}30}{2} =$
$= 145{,}34 - 138{,}67 = 6{,}67$

D: $h = 27{,}39 \cdot 5{,}41 - \frac{9{,}8 \cdot (5{,}41)^2}{2} \simeq 148{,}18 - \frac{9{,}8 \cdot 29{,}27}{2} \simeq$
$\simeq 148{,}18 - 143{,}42 = 4{,}76$

E: $h = 24{,}9 \cdot 4{,}9 - \frac{9{,}8 \cdot (4{,}9)^2}{2} = 122{,}01 - \frac{9{,}8 \cdot 24{,}01}{2} \simeq$
$\simeq 122{,}01 - 117{,}65 = 4{,}376$

Logo, as marcas reprovadas foram as marcas D e E.

**8.** $\begin{cases} x^2 + y^2 = 113 \text{ (I)} \\ x + y + 8 = 23 \text{ (II)} \end{cases}$

Da equação II, temos:
$x + y + 8 = 23 \Rightarrow x = 15 - y$
Substituindo x por 15 – y em I, temos:
$x^2 + y^2 = 113 \Rightarrow (15 - y)^2 + y^2 = 113$
$225 - 30y + y^2 + y^2 = 113$
$2y^2 - 30y + 112 = 0$
$\Delta = (-30)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 112 = 900 - 896 = 4$

$$y = \frac{-(-30) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 2} = \frac{30 \pm 2}{4}$$

$$y_1 = \frac{30 + 2}{4} = \frac{32}{4} = 8$$

$$y_2 = \frac{30 - 2}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

Assim:

Para $y_1 = 8$, temos $x_1 = 15 - 8 = 7$.

Para $y_2 = 7$, temos $x_2 = 15 - 7 = 8$.

Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados (8, 7) e (7, 8).

Logo, os números são 8 e 7.

**9.** Representando as dimensões do terreno por $x$ e $y$, temos:

$$\begin{cases} x \cdot y = 5\,000 \\ 2x + 2y = 300 \end{cases}$$

Dividindo a segunda equação toda por 2, temos:

$x + y = 150 \Rightarrow x = 150 - y$

Substituindo o valor de $x$ na primeira equação, temos:

$x \cdot y = 5\,000 \Rightarrow (150 - y) \cdot y = 5\,000 \Rightarrow 150y - y^2 = 5\,000 \Rightarrow$

$\Rightarrow -y^2 + 150y - 5\,000 = 0$

$\Delta = (150)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5\,000) = 22\,500 - 20\,000 = 2\,500$

$$y = \frac{-150 \pm \sqrt{2\,500}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-150 \pm 50}{-2}$$

$$y_1 = \frac{-150 + 50}{-2} = \frac{-100}{-2} = 50$$

$$y_2 = \frac{-150 - 50}{-2} = \frac{-200}{-2} = 100$$

Assim:

Para $y_1 = 50$, temos $x_1 = 150 - 50 = 100$.

Para $y_2 = 100$, temos $x_2 = 150 - 100 = 50$.

Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados (50, 100) e (100, 50).

Logo, as dimensões do terreno são 50 m e 100 m.

**10.** Representando as dimensões do terreno por $x$ e $y$, temos:

$$\begin{cases} x \cdot y = 150 \\ 2x + 2y = 50 \end{cases}$$

Dividindo a segunda equação toda por 2, temos:

$x + y = 25 \Rightarrow x = 25 - y$

Substituindo $x$ por $25 - y$ em I, temos:

$x \cdot y = 150 \Rightarrow (25 - y) \cdot y = 150 \Rightarrow 25y - y^2 = 150 \Rightarrow$

$\Rightarrow -y^2 + 25y - 150 = 0$

$\Delta = (25)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-150) = 625 - 600 = 25$

$$y = \frac{-25 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-25 \pm 5}{-2}$$

$$y_1 = \frac{-25 + 5}{-2} = \frac{-20}{-2} = 10$$

$$y_2 = \frac{-25 - 5}{-2} = \frac{-30}{-2} = 15$$

Assim:

Para $y_1 = 10$, temos $x_1 = 25 - 10 = 15$.

Para $y_2 = 15$, temos $x_2 = 25 - 15 = 10$.

Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados (10, 15) e (15, 10).

Logo, as dimensões do terreno são 10 km e 15 km.

alternativa **a**

**11.** Medida da área total do terreno: $(x + 2) \cdot (y + 2) = 70$

$xy + 2x + 2y + 4 = 70$

$xy + 2x + 2y = 66$ (I)

Medida do perímetro da borda da piscina: $2x + 2y = 26$ (II)

Substituindo II em I, temos:

$xy + 26 = 66 \Rightarrow xy = 66 - 26 \Rightarrow xy = 40$

Então, podemos montar o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x \cdot y = 40 \\ x + y = 13 \end{cases}$$

Isolando $x$ na segunda equação, temos:

$x + y = 13 \Rightarrow x = 13 - y$

Substituindo o valor de $x$ por $13 - y$ na segunda equação, temos:

$x \cdot y = 40 \Rightarrow (13 - y) \cdot y = 40 \Rightarrow 13y - y^2 = 40 \Rightarrow -y^2 + 13y - 40 = 0$

$\Delta = (13)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-40) = 169 - 160 = 9$

$$y = \frac{-13 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-13 \pm 3}{-2}$$

$$y_1 = \frac{-13 + 3}{-2} = \frac{-10}{-2} = 5$$

$$y_2 = \frac{-13 - 3}{-2} = \frac{-16}{-2} = 8$$

Assim:

Para $y_1 = 5$, temos $x_1 = 13 - 5 = 8$.

Para $y_2 = 8$, temos $x_2 = 13 - 8 = 5$.

Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados (5, 8) e (8, 5).

Logo, as dimensões da borda da piscina são 8 m e 5 m.

**12.** Representando as dimensões do terreno por $x$ e $y$, temos:

Medida da área atual: $x \cdot y = 32$

Medida da área aumentada: $(x + 2) \cdot (y + 2) = 32 + 28$

$xy + 2x + 2y + 4 = 60 \Rightarrow 32 + 2x + 2y + 4 = 60 \Rightarrow 2x + 2y = 24 \Rightarrow$

$\Rightarrow x + y = 12$

Podemos montar o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x \cdot y = 32 \\ x + y = 12 \end{cases}$$

Isolando $x$ na segunda equação, temos:

$x + y = 12 \Rightarrow x = 12 - y$

Substituindo o valor de $x$ por $12 - y$ na segunda equação, temos:

$x \cdot y = 32 \Rightarrow (12 - y) \cdot y = 32 \Rightarrow 12y - y^2 = 32 \Rightarrow -y^2 + 12y - 32 = 0$

$\Delta = (12)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-32) = 144 - 128 = 16$

$$y = \frac{-12 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-12 \pm 4}{-2}$$

$$y_1 = \frac{-12 + 4}{-2} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$$y = \frac{-12 - 4}{-2} = \frac{-16}{-2} = 8$$

Assim:

Para $y_1 = 4$, temos $x_1 = 12 - 4 = 8$.

Para $y_2 = 8$, temos $x_2 = 12 - 8 = 4$.

Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados (4, 8) e (8, 4).

**a)** As dimensões atuais do jardim são 4 m e 8 m.

**b)** As dimensões do jardim após o aumento serão 6 m e 10 m, pois:

$x + 2 = 4 + 2 = 6$

$y + 2 = 8 + 2 = 10$

**13. a)** Quadrado e retângulo.

**b)** Como o comprimento do lado do quadrado mede $x$, a medida de área é igual a: $x^2$

Como os lados do retângulo medem $x$ e $y$, a medida de área é igual a: $x \cdot y = xy$

Soma das medidas das áreas: $x^2 + xy = 3$

$$\begin{cases} x^2 + xy = 3 \\ y - x = 5 \end{cases}$$

Isolando y na segunda equação, temos:

$y - x = 5 \Rightarrow y = 5 + x$

Substituindo o valor de y por 5 + x na primeira equação, temos:

$x^2 + xy = 3 \Rightarrow x^2 + x(5 + x) = 3$

$x^2 + 5x + x^2 = 3$

$2x^2 + 5x - 3 = 0$

$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25 + 24 = 49$

$x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \dfrac{-5 \pm 7}{4}$

$x_1 = \dfrac{-5 + 7}{4} = \dfrac{2}{4} = 0{,}5$

$x_2 = \dfrac{-5 - 7}{4} = \dfrac{-12}{4} = -3$

Como x representa uma medida, o valor utilizado será $x = 0{,}5$.

Para $x = 0{,}5$, temos:

$y = 5 + x \Rightarrow y = 5 + 0{,}5 \Rightarrow y = 5{,}5$

Logo, $x = 0{,}5$ m e $y = 5{,}5$ m.

**14.** Grupo de x pessoas: $\dfrac{3\,250}{x} = y \Rightarrow xy = 3\,250$

Grupo de x + 3 pessoas: $\dfrac{3\,250}{x + 3} = y - 75 \Rightarrow (x + 3) \cdot (y - 75) = 3\,250$

$xy - 75x + 3y - 225 = 3\,250$

$3\,250 - 75x + 3y - 225 = 3\,250$

$-75x + 3y = 225 \Rightarrow -25x + y = 75$

Montando o sistema, temos:

$$\begin{cases} xy = 3\,250 \\ -25x + y = 75 \end{cases}$$

Isolando y na segunda equação, temos:

$-25x + y = 75 \Rightarrow y = 75 + 25x$

Substituindo o valor de y por 75 + 25x na primeira equação, temos:

$x(75 + 25x) = 3\,250$

$75x + 25x^2 = 3\,250$

$x^2 + 3x - 130 = 0$

$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-130) = 9 + 520 = 529$

$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{529}}{2 \cdot 1} = \dfrac{-3 \pm 23}{2}$

$x_1 = \dfrac{-3 + 23}{2} = \dfrac{20}{2} = 10$

$x_2 = \dfrac{-3 - 23}{2} = \dfrac{-26}{2} = -13$ (não convém)

Logo, havia 10 pessoas no grupo inicial.

**15. a)** Representando as dimensões do retalho por x e y e acrescentando os 10 cm de cada lado, temos:

$2x + 0{,}40 + 2y + 0{,}40 = 2{,}60$

$2x + 2y = 1{,}80$

$x + y = 0{,}9$

Medida da área do retalho: $x \cdot y = 0{,}18$

$$\begin{cases} xy = 0{,}18 \\ x + y = 0{,}9 \end{cases}$$

Isolando x na segunda equação, temos:

$x + y = 0{,}9 \Rightarrow x = 0{,}9 - y$

Substituindo o valor de x por 0,9 − y na primeira equação, temos:

$xy = 0{,}18$

$(0{,}9 - y)y = 0{,}18$

$-y^2 + 0{,}9y - 0{,}18 = 0$

$\Delta = 0{,}9^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-0{,}18) = 0{,}81 - 0{,}72 = 0{,}09$

$y = \dfrac{-0{,}9 \pm \sqrt{0{,}09}}{2 \cdot (-1)} = \dfrac{-0{,}9 \pm 0{,}3}{-2}$

$y_1 = \dfrac{-0{,}9 + 0{,}3}{-2} = \dfrac{-0{,}6}{-2} = 0{,}3$

$y_2 = \dfrac{-0{,}9 - 0{,}3}{-2} = \dfrac{-1{,}2}{-2} = 0{,}6$

Assim:

Para $y_1 = 0{,}3$, temos $x_1 = 0{,}9 - 0{,}3 = 0{,}6$.

Para $y_2 = 0{,}6$, temos $x_2 = 0{,}9 - 0{,}6 = 0{,}3$.

Desse modo, as soluções do sistema são os pares ordenados (0,3; 0,6) e (0,6; 0,3).

Logo, as dimensões do retalho são 30 cm e 60 cm.

**b)** Para contornar todo o retalho precisaremos da quantidade de fita que a medida de perímetro indicar mais 10 cm de fita para cada canto. Então:

$2 \cdot 0{,}3 + 2 \cdot 0{,}6 + 4 \cdot 0{,}1 = 0{,}6 + 1{,}2 + 0{,}4 = 2{,}2$

Portanto, a medida de comprimento mínima de tira de renda para completar a volta em torno do retalho deve ser 2,2 m.

### PARA FINALIZAR ▶ Páginas 196 e 197

Resoluções e comentários em *Orientações*.

# ▶ Unidade 4

## Capítulo 8

### ATIVIDADES ▶ Página 201

**1. a)** Se a cada 2 minutos esse equipamento imprime 36 panfletos, então a máquina imprime 18 panfletos por minuto, pois 36 : 2 = 18.

**b)** Sim

**c)** $n = 18 \cdot t$, em que $t$ é um número real positivo.

**2. a)** Como o azulejista cobra R$ 30,00 por metro quadrado e já recebeu R$ 1 740,00, para calcular a quantidade de metros quadrados de cerâmica assentada, podemos fazer:

1 740,00 : 30,00 = 58

Logo, o azulejista já assentou 58 $m^2$ de cerâmica.

**b)** $v = 30 \cdot q$, em que $q$ é um número real positivo.

**3. a)** $p = 2 \cdot n$, em que $n$ é um número natural maior ou igual a 3 e menor ou igual a 6.

**b)** variável dependente: medida do perímetro ($p$); variável independente: número de lados ($n$)

**4.**

| Número de lados | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| Soma das medidas de abertura dos ângulos internos ($S$) | 180° | 360° | 540° | 720° | 900° |

Com base no quadro, temos:

$180° = (3 - 2) \cdot 180° = 1 \cdot 180° = 180°$

$360° = (4 - 2) \cdot 180° = 2 \cdot 180° = 360°$

$540° = (5 - 2) \cdot 180° = 3 \cdot 180° = 540°$

$720° = (6 - 2) \cdot 180° = 4 \cdot 180° = 720°$

$900° = (7 - 2) \cdot 180° = 5 \cdot 180° = 900°$

$S = (n - 2) \cdot 180°$

Portanto, a lei de formação da função que relaciona a soma (S) das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono convexo e o número ($n$) de lados é: $S = (n - 2) \cdot 180°$, em que $n$ é um número natural maior ou igual a 3.

**5.** Vamos dividir 360° pelo número de lados do polígono:

a) $e_3 = \frac{360°}{3} = 120°$

b) $e_4 = \frac{360°}{4} = 90°$

c) $e_5 = \frac{360°}{5} = 72°$

d) $e_6 = \frac{360°}{6} = 60°$

e) $e_{10} = \frac{360°}{10} = 36°$

f) $e_n = \frac{360°}{n}$, com $n > 2$

## ATIVIDADES ▶ Páginas 203 e 204

**1.** a) Com base no quadro, notamos que $f(x)$ é obtido multiplicando cada valor $x$ da primeira linha por 2. Logo, a lei dessa função é $f(x) = 2x$, em que $x$ é um número real.

b) Substituindo $x$ por $-\frac{5}{2}$ na lei da função, temos:

$f\left(-\frac{5}{2}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) \Rightarrow f\left(-\frac{5}{2}\right) = -5$

Portanto, o valor da função para $x = -\frac{5}{2}$ é $-5$.

c) Substituindo $f(x)$ por 1001 na lei da função, temos:

$1001 = 2x \Rightarrow x = \frac{1001}{2}$

Portanto, $x$ é igual a $\frac{1001}{2}$ quando $f(x) = 1001$.

**2.** a) Com base no quadro, temos:

$1 = (-1) \cdot (-1)$

$0 = 0 \cdot (-1)$

$-1 = 1 \cdot (-1)$

$-\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot (-1)$

Logo, a lei dessa função é $f(x) = -x$, em que $x$ é um número real.

b) Substituindo $x$ por 10 na lei da função, temos:

$f(10) = -10$

Portanto, o valor da função para $x = 10$ é $-10$.

c) Substituindo $f(x)$ por 13 na lei da função, temos:

$13 = -x \Rightarrow x = -13$

Portanto, $x$ é igual a $-13$ quando $f(x) = 13$.

**3.** a)
- $f(-4) = -2 \cdot (-4) + 3 = 8 + 3 = 11$
- $3 = -2x + 3$
  $2x = 3 - 3$
  $2x = 0$
  $x = 0$
- $f\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 3 = -1 + 3 = 2$
- $-3 = -2x + 3$
  $-2x = -3 - 3$
  $-2x = -6$
  $x = \frac{6}{2}$
  $x = 3$

| $x$ | $-4$ | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $11$ | $3$ | $2$ | $-3$ |

b)
- $g(-3) = \frac{-3}{2} - 3 = \frac{-3}{2} - \frac{6}{2} = -\frac{9}{2}$
- $g(4) = \frac{4}{2} - 3 = 2 - 3 = -1$
- $0 = \frac{x}{2} - 3$
  $\frac{x}{2} = 3$
  $x = 6$
- $g(10) = \frac{10}{2} - 3 = 5 - 3 = 2$

| $x$ | $-3$ | $4$ | $6$ | $10$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-\frac{9}{2}$ | $-1$ | $0$ | $2$ |

**4.** a) sim

b) $y = 5x$, em que $x$ é um número natural.

c) Substituindo $x$ por 20 na lei da função, temos:

$y = 5 \cdot 20 = 100$

Logo, o preço de 20 chaveiros é R$ 100,00.

d) Substituindo $y$ por 50 na lei da função, temos:

$50 = 5x$

$x = \frac{50}{5}$

$x = 10$

Logo, R$ 50,00 é o preço de 10 chaveiros.

**5.** a) $f(-3) = \frac{(-3) + 3}{(-3)} = \frac{0}{-3} = 0$

b) $f(3) = \frac{3 + 3}{3} = \frac{6}{3} = 2$

c) $3 = \frac{x + 3}{x}$

$3x = x + 3$

$3x - x = 3$

$2x = 3$

$x = \frac{3}{2} = 1{,}5$

**6.** a) $g(-1) = 3 \cdot (-1) - 2 = -3 - 2 = -5$

$h(-1) = 6 - (-1) = 6 + 1 = 7$

b) $3x - 2 = 6 - x$

$3x + x = 6 + 2$

$4x = 8$

$x = \frac{8}{4}$

$x = 2$

Logo, $g(x) = h(x)$ para $x = 2$.

## ATIVIDADES ▶ Páginas 208 e 209

**1.** a) Exemplo de resposta: (–1, 3), (0, 2), (1, 1) e (2, 0)

b) Vamos testar os pontos sugeridos no item **a** para cada uma das funções dadas.

- $f(x) = 2x - 2$

  Para (–1, 3), temos:

  $f(-1) = 3$

  $2 \cdot (-1) - 2 = 3$

  $-2 - 2 = 3$

  $-4 = 3$ (sentença falsa)

  Portanto, $f(x) = 2x - 2$ não representa a lei que corresponde à função dada.

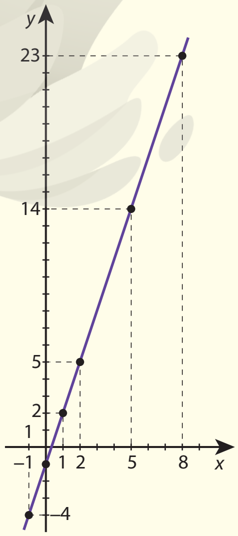
- $f(x) = -x + 2$
  Para (–1, 3), temos:
  $f(-1) = 3$
  $-(-1) + 2 = 3$
  $1 + 2 = 3$
  $3 = 3$ (sentença verdadeira)
  Portanto, $f(x) = -x + 2$ representa a lei que corresponde à função dada.
- $f(x) = x + 2$
  Para (–1, 3), temos:
  $f(-1) = 3$
  $-1 + 2 = 3$
  $1 = 3$ (sentença falsa)
  Portanto, $f(x) = x + 2$ não representa a lei que corresponde à função dada.
- $f(x) = -x - 2$
  Para (–1, 3), temos:
  $f(-1) = 3$
  $-(-1) - 2 = 3$
  $1 - 2 = 3$
  $-1 = 3$ (sentença falsa)
  Portanto, $f(x) = -x - 2$ não representa a lei que corresponde à função dada.
  Logo, a lei $f(x) = -x + 2$ corresponde à função representada.

**2.** alternativas **a**, **c**, **d**
O gráfico da alternativa **b** não é de uma função porque há valores de $x$ com mais de um $y$ correspondente.

**3.** Sim, pois a grandeza *tempo* pode assumir qualquer valor real positivo.

**4.** **a)** em 20 minutos
**b)** a 16 km
**c)** Ricardo. Espera-se que os estudantes percebam que Ricardo terminou a prova em menos de 26 minutos. Já Pietro ultrapassou os 26 minutos.

**5.** **a)** Com base no quadro, temos:
$(-4) = 3 \cdot (-1) - 1 = -3 - 1 = -4$
$(-1) = 3 \cdot (-0) - 1 = -1$
$2 = 3 \cdot (1) - 1 = 3 - 1 = 2$
$5 = 3 \cdot (2) - 1 = 6 - 1 = 5$
$14 = 3 \cdot (5) - 1 = 15 - 1 = 14$
$23 = 3 \cdot (8) - 1 = 24 - 1 = 23$
A lei da função é $y = 3x - 1$.
**b)** O gráfico da função:




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

## ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▶ Página 211

**1.** Espera-se que os estudantes percebam que houve uma alta no número de brasileiros que viviam no Japão entre 2017 e 2019, seguida de uma queda entre 2019 e 2020, voltando a crescer de 2020 a 2021.

**2.** **a)** aumentou: do dia 20/2 a 22/2 e de 24/2 a 25/2; diminuiu: do dia 22/2 a 24/2
**b)** aumentou: do dia 20/2 a 22/2 e de 24/2 a 25/2; diminuiu: do dia 22/2 a 24/2
**c)** sim

**3.** Com base no gráfico, vamos analisar as alternativas.
**a)** Falsa, pois a área devastada foi de aproximadamente, e não 50%.
$72{,}6 - 43{,}9 = 28{,}7$
$\frac{28{,}7}{72{,}6} \simeq 0{,}395$
$0{,}395 = 39{,}5\%$
Portanto, a Mata Atlântica teve sua área devastada em, aproximadamente, 40% entre 1963 e 1973.
**b)** Falsa, pois não é correto afirmar que a vegetação natural da Mata Atlântica aumentou antes da década de 1960, pois o gráfico não traz nenhuma informação referente a décadas anteriores a 1960. Já nas décadas posteriores, houve uma brusca redução da área de vegetação natural. Na década de 2000, a Mata Atlântica começou a ter uma leve recuperação.
**c)** Falsa, pois, no período de 1990 a 1992, houve uma grande devastação. A partir de 2000, a Mata Atlântica começou a ter uma leve recuperação.
**d)** Falsa, pois, entre 2000 e 2001, em relação ao período de 1990 a 1992, a área preservada de Mata Atlântica teve um aumento de aproximadamente 4%, totalizando 34,6 mil quilômetros quadrados, e não 34,6%.
$34{,}6 - 33{,}3 = 1{,}3$
$\frac{1{,}3}{33{,}3} \simeq 0{,}039$
$0{,}039 = 3{,}9\%$
Portanto, entre 2000 e 2001, a área de Mata Atlântica preservada em relação ao período de 1990 a 1992 foi de, aproximadamente, 4%.
**e)** Verdadeira, pois, de 2000 a 2001, teve 34,6 mil quilômetros quadrados e, de 1990 a 1992, teve 33,3 mil quilômetros quadrados.
alternativa **e**

## EDUCAÇÃO FINANCEIRA ▶ Páginas 212 e 213

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## ATIVIDADES DE REVISÃO ▶ Página 214

**1.** **a)** Para $t = 1$, temos 15 L
Para $t = 2$, temos $2 \cdot 15$ L = 30 L
Para $t = 3$, temos $3 \cdot 15$ L = 45 L
Para $t = 5$, temos $5 \cdot 15$ L = 75 L
Para $t = 10$, temos $10 \cdot 15$ L = 150 L
Para $t = 30$, temos $30 \cdot 15$ L = 450 L

| Medida de tempo *t* (em minuto) | 1 | 2 | 3 | 5 | 10 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantidade *c* de água (em litro) | 15 | 30 | 45 | 75 | 150 | 450 |

b) sim; $c = 15t$, em que $t$ é número real positivo.

c) $c = 15t$

$1\,800 = 15 \cdot t$

$t = \frac{1\,800}{15}$

$t = 120$

Logo, levará 120 minutos ou 2 horas para encher completamente a caixa-d'água.

**2.** a) $y = 32 - 8x$, em que $x$ é um número real entre 0 e 4.

b) Substituindo $x$ por 1, temos:

$y = 32 - 8 \cdot 1 \Rightarrow y = 32 - 8 \Rightarrow y = 24$

**3.** Ao substituir os valores de $x$ na função o resultado obtido deverá ser o de $y$ no gráfico. Então, vamos analisar:

Gráfico I

Para $x = 0$, temos: $y = 0 + 1 \Rightarrow y = 1$ (V)

Para $x = 1$, temos: $y = 1 + 1 \Rightarrow y = 2$ (V)

Para $x = 2$, temos: $y = 2 + 1 \Rightarrow y = 3$ (V)

Gráfico II

Para $x = 1$, temos: $y = 1 + 1 \Rightarrow y = 2$, no gráfico $y = 0$ (F)

Para $x = 2$, temos: $y = 2 + 1 \Rightarrow y = 3$, no gráfico $y = 1$ (F)

Para $x = 3$, temos: $y = 3 + 1 \Rightarrow y = 4$, no gráfico $y = 2$ (F)

Logo, o gráfico que representa a função $f(x) = x + 1$ é o gráfico I.

**4.** a) bilhete especial: $f(x) = 144$, em que $x$ é um número natural; bilhete normal: $g(x) = 12x$, em que $x$ é um número natural.

b) Será mais econômico o bilhete especial se a pessoa assistir a mais de 12 filmes; o bilhete normal será mais econômico se ela assistir a menos de 12 filmes.

**5.** $f(n) = 12 + (n - 1) \cdot 8$, em que $n$ é um número natural maior que zero.

## Capítulo 9

### ATIVIDADES ▸ Página 216

**1.** a) é função afim: $a = 5$ e $b = -8$

b) é função afim: $a = \sqrt{2}$ e $b = 0$

c) $y = (x + 2)^2 + (x - 1)^2$

$y = x^2 + 4x + 4 + x^2 - 2x + 1$

$y = 2x^2 + 2x + 5$

não é função afim

d) $y = (x + 2)^2 - (x - 1)^2$

$y = x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 2x + 1)$

$y = x^2 + 4x + 4 - x^2 + 2x - 1$

$y = 6x + 3$

é função afim: $a = 6$ e $b = 3$

**2.** Temos $L(x) = 6x - 300$, em que $x$ é a quantidade de sorvetes vendidos por dia.

Para obter lucro de R$ 90,00, $L(x)$ deve ser igual a 90.

Assim, podemos fazer:

$90 = 6x - 300 \Rightarrow 6x = 390 \Rightarrow x = \frac{390}{6} \Rightarrow x = 65$

Logo, Beatriz precisa vender 65 sorvetes para obter lucro de R$ 90,00.

**3.** a) A lei da função que relaciona o valor do aluguel ($y$), em real, com o tempo de locação ($x$), em dia, é $y = 80x + 20$, em que $x$ pode ser qualquer número natural, maior ou igual a 1.

b) Sabemos que 1 semana tem 7 dias. Assim, para saber o valor que elas pagarão pelo aluguel devemos substituir $x$ por 7 na lei da função e efetuar os cálculos. Desse modo, temos:

$y = 80x + 20 \Rightarrow y = 80 \cdot 7 + 20 \Rightarrow y = 560 + 20 \Rightarrow y = 580$

Logo, se elas alugarem o carro por uma semana, o valor a pagar será de R$ 580,00.

c) Para saber quantos dias elas poderão ficar com o carro alugado se reservaram R$ 340,00, devemos substituir $y$ por 340 na lei da função e efetuar os cálculos. Assim:

$340 = 80x + 20 \Rightarrow 340 - 20 = 80x \Rightarrow 80x = 320 \Rightarrow x = \frac{320}{80} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 4$

Logo, com a reserva de R$ 340,00, elas poderão alugar o carro por 4 dias.

**4.** A lei da função que relaciona o custo da ligação ($y$), em real, com a medida de tempo de ligação ($x$), em minuto é: $y = 1{,}2x$, em que $x$ pode ser qualquer número real positivo.

a) Para descobrir o custo da ligação com duração de 10 minutos, devemos substituir $x$ por 10 na lei da função. Assim:

$y = 1{,}2 \cdot 10 \Rightarrow y = 12$

Para descobrir o custo da ligação com duração de meia hora (30 minutos), devemos substituir $x$ por 30 na lei da função e efetuar os cálculos. Assim, para $x = 30$, temos:

$y = 1{,}2 \cdot 30 \Rightarrow y = 36$

Logo, a ligação com duração de 10 minutos custa R$ 12,00 e com duração de meia hora custa R$ 36,00.

b) Para descobrir a medida de tempo de duração de uma ligação que custou R$ 24,00, devemos substituir $y$ por 24 na lei da função e efetuar os cálculos. Assim:

$1{,}2x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{1{,}2} \Rightarrow x = 20$

Assim, a duração foi de 20 min.

c) Sim, pois a cada medida de tempo de duração de uma ligação está associado um único preço.

**5.** a) Para saber quantos litros de água ainda haverá na piscina após 30 minutos, devemos multiplicar 30 por 20 (que será igual a 600) e subtrair de 1 500, assim temos: $1\,500 - 600 = 900$

Logo, ainda restam 900 litros de água na piscina após 30 minutos do início do esvaziamento.

b) Sendo $y$ a medida de capacidade de água na piscina e $x$ a medida de tempo de esvaziamento, em minuto, a função afim é dada por:

$y = 1\,500 - 20x$.

c) Para saber quanto tempo levará para a piscina ser esvaziada por completo, devemos substituir $y$ por 0 na lei da função e efetuar os cálculos. Assim:

$0 = 1\,500 - 20x \Rightarrow 20x = 1\,500 \Rightarrow x = \frac{1\,500}{20} \Rightarrow x = 75$

Logo, levará 75 minutos até que a piscina se esvazie por completo.

**6.** a) Exemplo de resposta:

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 300 | $300 - 10\% = 300 - 30 = 270$ |
| 500 | $500 - 10\% = 500 - 50 = 450$ |

b) $y = 0{,}9x$, com $x > 0$

c) Substituindo $x$ por 700, temos:

$y = 0{,}9 \cdot 700 \Rightarrow y = 630$

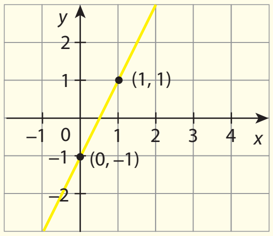
Logo, a pessoa pagará R$ 630,00.

## ATIVIDADES ▶ Página 218

**1.** Em cada caso, vamos determinar dois pontos e, em seguida, construir o gráfico da função que passa por esses pontos.

A: $y = 2x - 1$

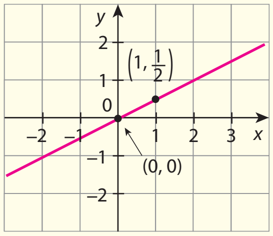
| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | $2 \cdot 0 - 1 = -1$ |
| 1 | $2 \cdot 1 - 1 = 1$ |




Esse gráfico corresponde ao do item IV.

B: $y = \frac{1}{2}x$

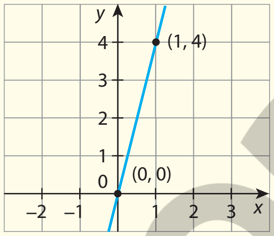
| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | $\frac{1}{2} \cdot 0 = 0$ |
| 1 | $\frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$ |




Esse gráfico corresponde ao do item III.

C: $y = 4x$

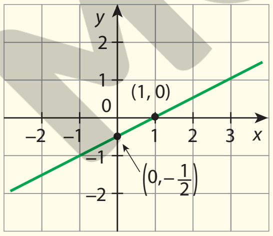
| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | $4 \cdot 0 = 0$ |
| 1 | $4 \cdot 1 = 4$ |




Esse gráfico corresponde ao do item II.

D: $y = \frac{x - 1}{2}$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | $\frac{0 - 1}{2} = -\frac{1}{2}$ |
| 1 | $\frac{1 - 1}{2} = 0$ |



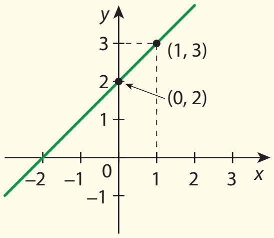

Esse gráfico corresponde ao do item I.

Logo, as associações são: A – IV, B – III, C – II, D – I.

**2.** Em cada caso, vamos determinar as coordenadas de dois pontos e, em seguida, construir o gráfico da função que passa por esses pontos.

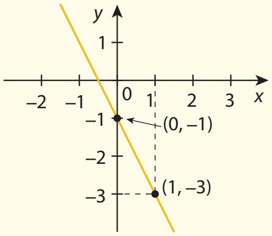
**a)** $y = x + 2$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | $0 + 2 = 2$ |
| 1 | $1 + 2 = 3$ |



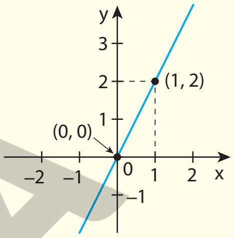

**b)** $y = -1 - 2x$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | $-1 - 2 \cdot 0 = -1$ |
| 1 | $-1 - 2 \cdot 1 = -3$ |



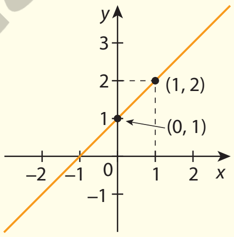

**c)** $y = 2x$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | $2 \cdot 0 = 0$ |
| 1 | $2 \cdot 1 = 2$ |



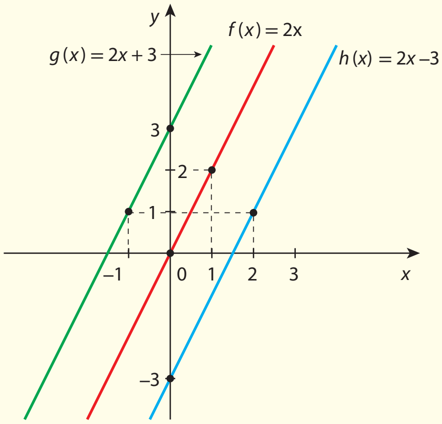

**d)** $y = x + 1$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | $0 + 1 = 1$ |
| 1 | $1 + 1 = 2$ |




**3.** **a)** função decrescente
**b)** função crescente
**c)** função constante
**d)** função constante

**4.** Para construir o gráfico das funções, escolhemos dois valores arbitrários para $x$ e determinamos o valor correspondente de $y$ em cada uma das funções a seguir:




$f(x) = 2x$, temos: $x = 0$ e $y = 0$; $x = 1$ e $y = 2$

$g(x) = 2x + 3$, temos: $x = 0$ e $y = 3$; $x = -1$ e $y = 1$

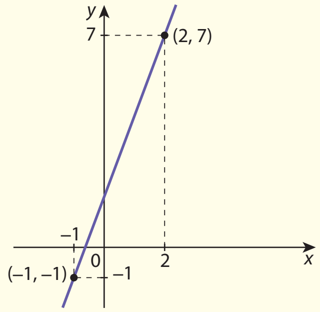
$h(x) = 2x - 3$, temos: $x = 2$ e $y = 1$; $x = 0$ e $y = -3$

Podemos concluir que os gráficos das três funções dadas são retas paralelas entre si.

**5.** **a)** $a = -4 < 0$: decrescente
**b)** $a = 8 > 0$: crescente
**c)** $a = -1 < 0$: decrescente
**d)** $a = 0$: constante
**e)** $a = -3 < 0$: decrescente
**f)** $a = 0$: constante
**g)** $a = 7 > 0$: crescente
**h)** $a = \frac{1}{2} > 0$: crescente

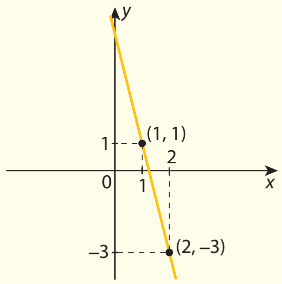
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**6.** **a)** Vamos traçar a reta que passa pelos pontos (2, 7) e (–1, –1).




Aumentando o valor de $x$, o valor de $y$ aumenta; então a função é crescente.

**b)** Vamos traçar a reta que passa pelos pontos (1, 1) e (2, –3).




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Aumentando o valor de $x$, o valor de $y$ diminui; então a função é decrescente.

**7.** **a)** em um único ponto

**b)** O gráfico corta o eixo y, quando o $x$ é igual a 0.

- $f(x) = -x + 5$, se $x = 0$, temos:
  $f(0) = -0 + 5 \Rightarrow f(0) = 5$
  ponto de intersecção: (0, 5)
- $g(x) = 2x - 3$, se $x = 0$, temos:
  $g(0) = 2 \cdot 0 - 3 \Rightarrow g(0) = -3$
  ponto de intersecção: (0, –3)

**c)** $f(x) = ax + b$, se $x = 0$, temos:
$f(0) = a \cdot 0 + b \Rightarrow f(0) = b$
ponto de intersecção: (0, $b$)

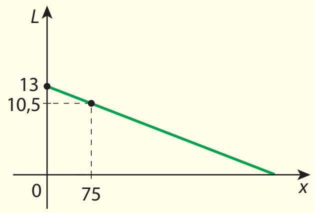
**8.** **a)** Indicando por $y$ a quantidade de litros de gasolina gastos depois de percorrer 75 km de medida de distância, podemos fazer:

30 km —— 1 L
75 km —— $x$ L

$\frac{30}{75} = \frac{1}{x} \Rightarrow 30x = 75 \Rightarrow x = \frac{75}{30} \Rightarrow x = 2{,}5$

Logo, serão gastos 2,5 L de gasolina e ainda haverá no tanque 10,5 L, pois 13 L – 2,5 L = 10,5 L.

**b)** Da função $L(x)$ sabemos que $L(0) = 13$ e $L(75) = 10{,}5$ e devemos considerar que: $0 < L(x) < 13$




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, o gráfico dá ideia de uma função decrescente.

**c)** Para determinar a medida de distância que pode ser percorrida com o consumo de 13 litros de gasolina (que corresponde à medida de capacidade total do tanque), podemos fazer uma regra de três:

1 L —— 30 km
13 L —— $x$ km

$x = 13 \cdot 30 = 390$

Portanto, deverão ser percorridos 390 km.

## INFORMÁTICA E MATEMÁTICA ▶ Páginas 219 e 220

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## ATIVIDADES ▶ Página 222

**1.** **a)** $y = -7x - 3$ ($a = -7$ e $b = -3$)

O zero da função é dado por $x = \frac{-b}{a}$

$x = \frac{-(-3)}{-7} \Rightarrow x = -\frac{3}{7}$

**b)** $y = x + \frac{5}{3}$ $\left(a = 1 \text{ e } b = \frac{5}{3}\right)$

O zero da função é dado por $x = \frac{-b}{a}$

$x = \frac{-\frac{5}{3}}{1} \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$

**c)** $y = 6x - 1$ ($a = 6$ e $b = -1$)

O zero da função é dado por $x = \frac{-b}{a}$

$x = \frac{-(-1)}{6} \Rightarrow x = \frac{1}{6}$

**d)** $y = \frac{1 - x}{3} = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ $\left(a = -\frac{1}{3} \text{ e } b = \frac{1}{3}\right)$

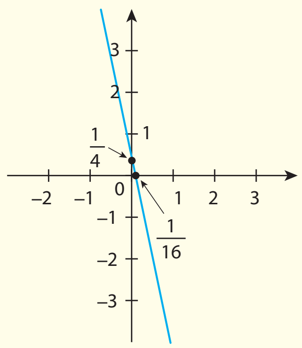
O zero da função é dado por $x = \frac{-b}{a}$

$x = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}} \Rightarrow x = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{1} \Rightarrow x = 1$

**2.** Para construir o gráfico de $f(x) = -4x + \frac{1}{4}$, vamos determinar as coordenadas dos pontos em que o gráfico intersecta os eixos y e x. Depois, traçamos a reta que passa por esses pontos.

- $x = 0$:
  $f(0) = -4 \cdot 0 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$
  Assim, o gráfico intersecta o eixo y no ponto $\left(0, \frac{1}{4}\right)$.
- $f(x) = 0$:
  $0 = -4 \cdot x + \frac{1}{4} \Rightarrow 4x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{4 \cdot 4} \Rightarrow x = \frac{1}{16}$
  Assim, o gráfico intersecta o eixo $x$ no ponto, $\left(\frac{1}{16}, 0\right)$

Construindo o gráfico, temos:




ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Com base no gráfico, concluímos que o zero da função é $\frac{1}{16}$.

3. De acordo com o quadro, o zero da função é a abscissa do ponto em que o gráfico intersecta o eixo $x$. Com base no quadro, concluímos que o gráfico da função intersecta o eixo $x$ no ponto (1, 0). Portanto, o zero da função é 1.
O ponto em que o gráfico da função intersecta o eixo $y$ tem abscissa igual a zero. Assim, com base no quadro concluímos que o gráfico dessa função intersecta o eixo $y$ no ponto (0, 2).

4. As funções cujos gráficos se intersectam em um mesmo ponto no eixo $x$ têm o mesmo zero. Então, vamos calcular o zero de cada função e depois comparar.
a) $y = 2x + 2 \Rightarrow 0 = 2x + 2 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{2} \Rightarrow x = -1$
b) $y = 2x - 2 \Rightarrow 0 = 2x - 2 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{2} \Rightarrow x = 1$
c) $y = x + 1 \Rightarrow 0 = x + 1 \Rightarrow x = -1$
d) $y = 3x + 6 \Rightarrow 0 = 3x + 6 \Rightarrow 3x = -6 \Rightarrow x = -\frac{6}{3} \Rightarrow x = -2$
Assim, as funções dos itens **a** e **c** têm o mesmo zero e, portanto, os gráficos dessas funções se intersectam em um mesmo ponto no eixo $x$.

5. Exemplo de resposta: Para corrigir a afirmação, primeiro vamos determinar o zero da função $f(x) = 4x - 12$.
$0 = 4x - 12 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{4} \Rightarrow x = 3$
Assim, temos o seguinte exemplo de resposta:
- O zero da função $f$, em que $f(x) = 4x - 12$, é 3.

6. Substituindo $x$ por 0 e $y$ por 4 na lei da função, temos:
$3 \cdot 0 + m - 2 = 4 \Rightarrow m - 2 = 4 \Rightarrow m = 4 + 2 \Rightarrow m = 6$
Logo, o valor de $m$ é 6.

7. a) Intersecção com o eixo $x$:
$0 = 2 - \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = 2 \Rightarrow x = 4$
Portanto, o gráfico da função intersecta o eixo $x$ no ponto (4, 0).
Intersecção com o eixo $y$:
$f(0) = 2 - \frac{0}{2} \Rightarrow f(0) = 2$
Portanto, o gráfico da função intersecta o eixo $y$ no ponto (0, 2).
b) Intersecção com o eixo $x$:
$0 = 2 - x \Rightarrow x = 2$
Portanto, o gráfico da função intersecta o eixo $x$ no ponto (2, 0).
Intersecção com o eixo $y$:
$f(0) = 2 - 0 \Rightarrow f(0) = 2$
Portanto, o gráfico da função intersecta o eixo $y$ no ponto (0, 2).

## ATIVIDADES ▶ Página 224

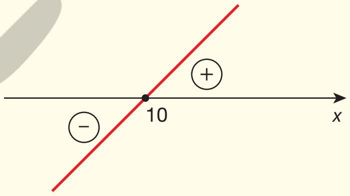
1. a) $x = 3$ b) $x < 3$ c) $x > 3$

2. a) $f(x) = 7x - 3$
para $x = \frac{3}{7}, f(x) = 0$;
para $x < \frac{3}{7}, f(x) < 0$;
para $x > \frac{3}{7}, f(x) > 0$.
b) $f(x) = -x + 8$
para $x = 8, f(x) = 0$;
para $x > 8, f(x) < 0$;
para $x < 8, f(x) > 0$.
c) $f(x) = 5x + 1$
para $x = -\frac{1}{5}, f(x) = 0$;
para $x < -\frac{1}{5}, f(x) < 0$;
para $x > -\frac{1}{5}, f(x) > 0$.
d) $f(x) = -\frac{x}{3}$
para $x = 0, f(x) = 0$;
para $x > 0, f(x) < 0$;
para $x < 0, f(x) > 0$.

3. Se $b > 0$, para todo valor real de $x$, $f(x)$ é maior que 0.
Se $b < 0$, para todo valor real de $x$, $f(x)$ é menor que 0.

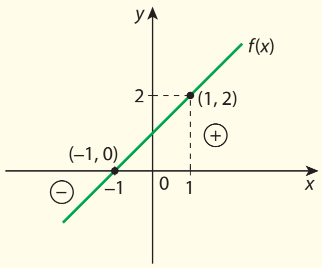
4. A primeira característica indica que o zero da função é $-\frac{1}{2}$. Assim:
$-\frac{b}{a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = 2b$
A outra característica indica que a função é crescente ($a > 0$).
Portanto, como exemplos de resposta, temos:
$y = x + \frac{1}{2}$
$y = 6x + 3$
$y = 10x + 5$

5. $f(x) = 50x - 500$, com $x \in \mathbb{N}$
A função é crescente, pois $a > 0$ ($a = 50$).
O zero da função é 10, pois: $-\frac{b}{a} = \frac{500}{50} = 10$




Pelo esboço, verificamos que, para ter lucro, a empresa precisa produzir mais do que 10 peças. Como o primeiro número natural maior que 10 é 11, então devem ser produzidas, no mínimo, 11 peças para que a empresa tenha lucro.

6. Como (−1, 0) pertence ao gráfico de $f$, então $x = -1$ é o zero dessa função.
Além disso, aumentando o valor de $x$ (de −1 para 1), o valor de $f(x)$ aumenta (de 0 para 2); por isso, a função é crescente.
Portanto, $f(x) > 0$, para $x > -1$.
Podemos verificar isso construindo o gráfico dessa função:




alternativa **d**

7. Exemplo de problema: Ana faz balas para vender. Para produzir as balas, ela tem um custo fixo de R$ 1,00 e custos variáveis com os ingredientes de R$ 3,00 por bala produzida. Determine a função que relaciona o custo $c$ e a produção de $n$ balas. (Resposta: $c(n) = 3n + 1$.)

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

## ATIVIDADES ▸ Página 225

1. Espera-se que os estudantes concordem com Mário, pois, para $f(x) = ax$, com $a \neq 0$, temos:

$f(x) = 0 \Rightarrow ax = 0 \Rightarrow x = 0$

2. $y = 6x$, com $x > 0$

3. a) $y = 30x$, com $x > 0$
   b) Sabemos que 600 g = 0,6 kg.
   Vamos substituir x por 0,6 na lei da função e efetuar os cálculos:
   $y = 30 \cdot 0{,}6 \Rightarrow y = 18$
   Logo, 600 g de comida nesse restaurante custarão R$ 18,00.

4. A lei de uma função linear é do tipo: $y = ax$, com $a \neq 0$.
   Como o ponto (–1, 5) pertence ao gráfico da função, podemos substituir $x$ por –1 e $y$ por 5 na lei da função para encontrar o valor de $a$:
   $5 = a \cdot (-1) \Rightarrow a = -5$
   Logo, a lei da função linear é $f(x) = -5x$.

5. • Para $r = 2$, temos:
   $C = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 2 = 4\pi$
   • Para $C = 10\pi$, temos:
   $C = 2\pi r \Rightarrow 10\pi = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{10}{2} \Rightarrow r = 5$
   • Para $r = 10$, temos:
   $C = 2\pi r = 2\pi \cdot 10 = 20\pi$
   Portanto, o quadro preenchido deve ficar assim:

| $r$ | 1 | 2 | 3 | 5 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| $C$ | $2\pi$ | $4\pi$ | $6\pi$ | $10\pi$ | $20\pi$ |

6. a) $y = 60x$, com $x \geqslant 0$
   b) Substituindo $x$ por 3,5, temos:
   $y = 60x \Rightarrow y = 60 \cdot 3{,}5 \Rightarrow y = 210$
   Assim o automóvel percorreu 210 km.

7. a) A lei da função que relaciona o benefício $b$, em real, que os funcionários irão receber e o lucro anual $L$, em real, da empresa é:
   $b = \frac{15}{100}L$
   $b = 0{,}15L$, em que $L$ é um número real maior ou igual a zero.
   b) Substituindo $L$ por 550 000 na lei da função, temos:
   $b = 0{,}15 \cdot 550\,000$
   $b = 82\,500$
   Logo, o valor do benefício para um lucro de R$ 550 000,00 será R$ 82 500,00.

8. $d = \ell\sqrt{2}$, com $\ell > 0$

## ATIVIDADES ▸ Páginas 228 e 229

1. a)

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ |

   b) $y = \frac{1}{x}$, em que x pode ser qualquer número real diferente de zero.
   c) Não. Porque o gráfico não é de uma função cuja lei pode ser expressa por $y = ax$, com $a$ real diferente de zero.

2. a) $y = 4{,}10 + 2{,}50x$, em que $x$ é um número real maior ou igual a zero.
   b) Exemplo de resposta: Não são diretamente proporcionais, porque x e y não estão relacionados por uma função linear e não são inversamente proporcionais porque uma não varia na razão inversa da outra.

3. A velocidade média é a razão entre a medida da distância percorrida por um corpo móvel e a medida do tempo que esse corpo gasta para percorrê-la. Assim:
   $\frac{380 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 190 \text{ km/h}$
   Logo, a velocidade média do carro de Fórmula 1 durante a corrida é 190 km/h.

4. Para calcular a escala, a medida de comprimento que está na representação gráfica e a medida de comprimento correspondente ao objeto real devem estar na mesma unidade. Assim, expressando 400 m em centímetro, temos:
   $400 \text{ m} = (400 \cdot 100) \text{ cm} = 40\,000 \text{ cm}$
   a) 1 : 16 000   b) 1 : 40 000
   • A lei da função que relaciona $r$ e $x$ (item **a**) é $r = 16\,000x$, em que $x$ pode ser qualquer número real maior ou igual a 0, e a lei da função que relaciona $r$ e $x$ (item **b**) é $r = 40\,000x$, em que $x$ pode ser qualquer número real maior ou igual a 0.

5. a) Densidade demográfica do Amazonas:
   $\frac{4\,269\,995 \text{ hab.}}{1\,559\,167 \text{ km}^2} \simeq 2{,}74 \text{ hab./km}^2$
   Logo, a densidade demográfica aproximada do Amazonas é 2,74 hab./km$^2$.
   Densidade demográfica do Rio de Janeiro:
   $\frac{17\,463\,349 \text{ hab.}}{43\,750 \text{ km}^2} \simeq 399{,}16 \text{ hab./km}^2$
   Logo, a densidade demográfica aproximada do Rio de Janeiro é 399,16 hab./km$^2$.
   Densidade demográfica de Mato Grosso:
   $\frac{3\,567\,234 \text{ hab.}}{903\,207 \text{ km}^2} \simeq 3{,}95 \text{ hab./km}^2$
   Logo, a densidade demográfica aproximada de Mato Grosso é 3,95 hab./km$^2$.
   Densidade demográfica de Sergipe:
   $\frac{2\,338\,474 \text{ hab.}}{21\,938 \text{ km}^2} \simeq 106{,}59 \text{ hab./km}^2$
   Logo, a densidade demográfica aproximada de Sergipe é 106,59 hab./km$^2$.
   b) Não, pois o número de habitantes não é diretamente proporcional à medida de área ocupada.

6. a) Se a cada 1 L de água é acrescentado 2 L de óleo, então:

| Quantidade de litros de água | Quantidade de litros de óleo |
|---|---|
| 2 | 4 |
| 3 | 6 |
| 4,5 | 9 |
| $\frac{x}{2}$ | $x$ |

b) $L(x) = \frac{x}{2}$, em que $x$ é um número real maior ou igual a zero.

c) Sim, pois, quando dobramos o número de litros de água, o número de litros de óleo também dobra; se reduzimos pela metade o número de litros de água, o de óleo também reduz pela metade, e assim por diante.

d) Espera-se que os estudantes encontrem em suas pesquisas que, ao fazer sabão caseiro com óleo usado, Iara está contribuindo para a preservação do meio ambiente, pois essa é uma maneira de evitar que o óleo seja descartado na rede de esgoto e contamine milhares de litros de água.

**7.** a) Sim, pois o gráfico é uma semirreta que passa pela origem do sistema cartesiano, ou seja, é parte de um gráfico de uma função linear.

b) 100 $cm^3$

c) 30 g

d) $V = 2m$, em que $m$ é um número real maior ou igual a zero.

## COMPREENDER UM TEXTO

▶ Páginas 230 e 231

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE

▶ Página 233

**1.** a) eventos dependentes

b) eventos independentes

c) eventos independentes

**2.** a) No primeiro lançamento, temos duas possibilidades, cara ou coroa. Logo, a probabilidade de sair cara é $\frac{1}{2}$.

b) No segundo lançamento, temos duas possibilidades, cara ou coroa. Logo, a probabilidade de sair coroa é $\frac{1}{2}$.

c) Eventos independentes, porque o resultado de um não é influenciado pelo resultado de outro.

**3.** a) A probabilidade de se retirar uma peça sem defeito é:

$$\frac{40-3}{40} = \frac{37}{40}$$

Após tirar uma peça sem defeito, teremos 39 peças no conjunto. Assim, a probabilidade de se retirar uma peça com defeito será:

$$\frac{3}{40-1} = \frac{3}{39}$$

A probabilidade de Mateus retirar uma peça sem defeito e depois uma peça com defeito pode ser calculada assim:

$$\frac{37}{40} \cdot \frac{3}{39} = \frac{111}{1\,560} = \frac{37}{520}$$

Logo, $\frac{37}{520}$.

b) Sabendo que são 37 peças sem defeito em um conjunto de 40, a probabilidade de retirar a primeira peça sem defeito é $\frac{37}{40}$.

Após retirar uma peça sem defeito, temos 36 peças sem defeito em um conjunto de 39. A probabilidade de retirar a segunda peça sem defeito é $\frac{36}{39}$.

Após retirar duas peças sem defeito, temos 35 peças sem defeito em um conjunto de 38. A probabilidade de retirar a terceira peça sem defeito é $\frac{35}{38}$.

Para retirar 3 peças sem defeito, uma após a outra, a probabilidade será:

$$\frac{37}{40} \cdot \frac{36}{39} \cdot \frac{35}{38} = \frac{46\,620}{59\,280} = \frac{777}{988}$$

Logo, $\frac{777}{988}$.

**4.** a) No pacote de caixinhas, há 15 caixinhas de suco; portanto, a probabilidade de tirar uma caixinha de suco de laranja é de $\frac{4}{15}$.

b) A probabilidade de tirar uma caixinha de suco de limão do pacote com 15 caixinhas é de $\frac{6}{15}$.

A probabilidade de tirar uma caixinha de suco de mamão do pacote com 14 caixinhas é de $\frac{2}{14}$. Então, a probabilidade de retirar uma caixinha de suco de limão e depois uma de suco de mamão será:

$$\frac{6}{15} \cdot \frac{2}{14} = \frac{12}{210} = \frac{2}{35}$$

A probabilidade é $\frac{2}{35}$.

## TRABALHO EM EQUIPE

▶ Página 234

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## ATIVIDADES DE REVISÃO

▶ Página 235

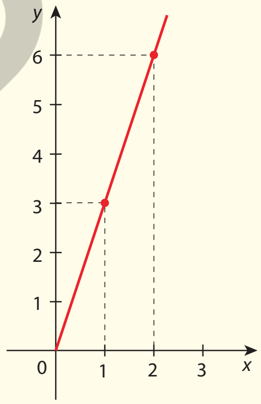
**1.** Substituindo 36 °C na expressão, temos:

$F = 1{,}8C + 32 \Rightarrow F = 1{,}8 \cdot 36 + 32 \Rightarrow F = 64{,}8 + 32 \Rightarrow 96{,}8$

Portanto, a medida de temperatura é 96,8 °F.

**2.** a) $y = 3x$, com $x > 0$

b)




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

**3.** Analisando cada alternativa, temos:

a) Verdadeira, pois observando o gráfico para $x \leqslant -1$, a função é constante.

b) Verdadeira, pois no intervalo mencionado a função está crescendo.

c) Verdadeira, pois observando o gráfico temos $f(-1) = -1$ e $f(1) = 1$.

d) Verdadeira, pois observando o gráfico para o intervalo mencionado a função é constante.

e) Falsa, pois $f(4) = 4 - 6 = -2 \neq 0$.

alternativas **a**, **b**, **c** e **d**

**4.** $15\% = 0{,}15$ e $100\% = 1$

Então, um preço que foi reajustado em 15% pode ser representado por:

1 (100%) + 0,15 (15%) = 1,15

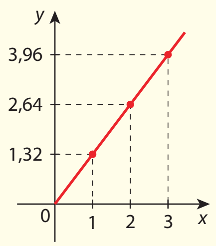
Portanto, a alternativa correta é a **d**.

**5.** **a)** $y = 1{,}32x$, com $x > 0$

**b)** $1{,}32 = 1 + 0{,}32 = 1 + 32\%$

Logo, o reajuste foi de 32%.

**c)**




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

**6.** Exemplos de respostas:

- sim, porque, ao dobrar a medida de distância, a medida de tempo também é dobrada, se triplicarmos a medida de distância, a medida de tempo também será triplicada; e assim sucessivamente.
- sim, pois a lei da função que relaciona a medida de distância percorrida y, em quilômetro, e a medida de tempo x, em hora, é $y = 50x$ (lei do tipo da função linear).

**7.** **a)** Mês retrasado: 10 000 (investimento) e 80 000 (receita)

Mês passado: 20 000 (investimento), então 80 000 + 40 000 = = 120 000

Este mês: 30 000 (investimento), então 120 000 + 40 000 = = 160 000

Logo, no mês em que investir 30 000 reais, a receita será de 160 000 reais.

**b)** $y = 4x + 40\,000$, em que x é um número real positivo ou nulo.

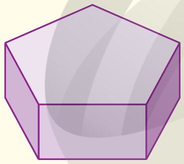
## Capítulo 10

### ATIVIDADES ▸ Página 238

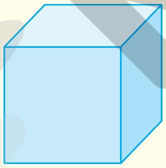
**1.** triângulo e pentágono

**2.** Respostas pessoais. Exemplo de respostas:

a)



b)

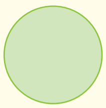


ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

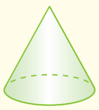
### ATIVIDADES ▸ Página 240

**1.** Exemplo de respostas:

a)



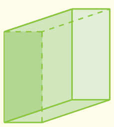
b)



c)

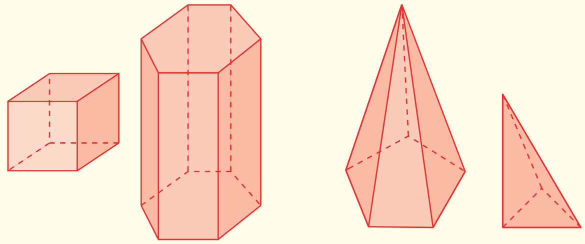
d)

e)



ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

**2.** Exemplo de resposta:




**3.** **a)** prisma de base quadrada, ou bloco retangular, ou hexaedro, ou paralelepípedo.

**b)** pirâmide de base triangular ou tetraedro.

**c)** pirâmide de base quadrada ou pentaedro.

**4.** **a)** Exemplo de resposta:

- *Para a contagem das arestas*: Contar as arestas que estão "encostadas" na mesa, depois as arestas das faces laterais, e, por último, as arestas da base de cima.
- *Para a contagem das faces*: Contar as duas bases mais as faces laterais.

**b)** Exemplo de resposta:

É mais fácil apoiar a base sobre a mesa e contar:

- os vértices: o número de vértices que estão "encostados" na mesa mais um vértice;
- as arestas: o número de arestas que estão "encostadas" na mesa mais as arestas das faces laterais;
- as faces: uma base mais as faces laterais.

**5.** **a)** $V = 8$; $A = 12$; $F = 6$

Aplicando a relação $V + F = A + 2$, temos:

$8 + 6 = 12 + 2 \Rightarrow 14 = 14$

Logo, vale a relação $V + F = A + 2$.

**b)** $V = 10$; $A = 15$; $F = 7$

Aplicando a relação $V + F = A + 2$, temos:

$10 + 7 = 15 + 2 \Rightarrow 17 = 17$

Logo, vale a relação $V + F = A + 2$.

**c)** $V = 16$; $A = 24$; $F = 10$

Aplicando a relação $V + F = A + 2$, temos:

$16 + 10 = 24 + 2 \Rightarrow 26 = 26$

Logo, vale a relação $V + F = A + 2$.

**d)** $V = 16$; $A = 32$; $F = 16$

Aplicando a relação $V + F = A + 2$, temos:

$16 + 16 = 32 + 2 \Rightarrow 32 = 34$ (sentença falsa)

Logo, não vale a relação $V + F = A + 2$.

**e)** $V = 7$; $A = 12$; $F = 7$

Aplicando a relação $V + F = A + 2$, temos:

$7 + 7 = 12 + 2 \Rightarrow 14 = 14$

Logo, vale a relação $V + F = A + 2$.

**f)** $V = 14$; $A = 21$; $F = 9$

Aplicando a relação $V + F = A + 2$, temos:

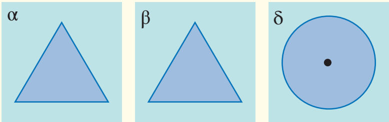
$14 + 9 = 21 + 2 \Rightarrow 23 = 23$

Logo, vale a relação $V + F = A + 2$.

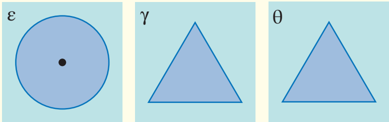
Portanto, a relação de Euler vale para todos os sólidos, exceto para o do item **d**.

## ATIVIDADES ▸ Página 242

**1.** Exemplo de resposta:




| vista ortogonal frontal | vista ortogonal posterior | vista ortogonal superior |
|---|---|---|




| vista ortogonal inferior | vista ortogonal lateral direita | vista ortogonal lateral esquerda |
|---|---|---|

**2.** São de uma pirâmide de base quadrada.

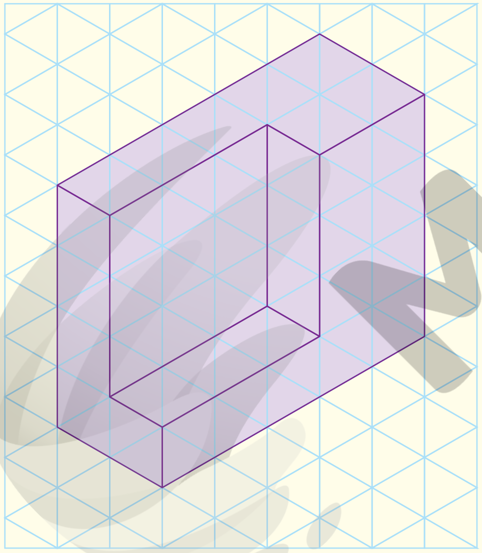
**3.** **a)** Correspondem a um prisma de base triangular.

**b)** Não. Se fossem apresentadas apenas duas vistas, haveria mais de uma possibilidade de resposta. Se fossem apresentadas, por exemplo, apenas as vistas ortogonais frontal e superior, tanto o prisma de base triangular quanto o paralelepípedo poderiam ser a resposta.

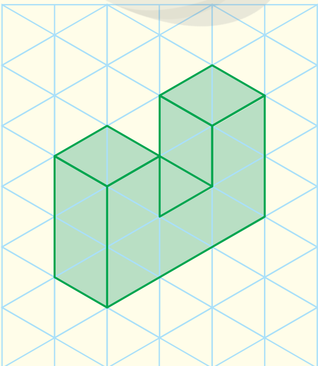
## ATIVIDADES ▸ Páginas 247 e 248

**1.** A – III; B – I; C – IV; D – II

**2.** **a)**



**b)**



## ATIVIDADES ▸ Página 253

**1.** Para calcular a medida do volume de qualquer prisma, podemos fazer: $V_{prisma} = A_{base} \cdot h$

**a)** Como a área da base mede $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm², temos:

$V_{prisma} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 2$

$V_{prisma} = \frac{6\sqrt{3}}{2}$

$V_{prisma} = 3\sqrt{3}$

Logo, a medida do volume do prisma é igual a $3\sqrt{3}$ cm³.

**b)** Como a área da base mede $\frac{\sqrt{3}}{4}$ cm², temos:

$V_{prisma} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2$

$V_{prisma} = \frac{2\sqrt{3}}{4}$

$V_{prisma} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Logo, a medida do volume do prisma é igual a $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm³.

**2.** A medida da área da base é igual a 3,61 cm², pois $1{,}9^2 = 3{,}61$. Para calcular a medida do volume de pirâmide qualquer, podemos fazer: $V_{pirâmide} = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h$, então:

$V_{pirâmide} = \frac{1}{3} \cdot 3{,}61 \cdot 2{,}2$

$V_{pirâmide} = \frac{7{,}942}{3}$

$V_{pirâmide} \simeq 2{,}647$

Logo, a medida do volume da pirâmide de base quadrada é aproximadamente 2,65 cm³.

**3.** Sim.

$V = \frac{1}{3} \cdot 30^2 \cdot 22$

$V = 6\,600$

Portanto, a medida do volume de uma pirâmide com as mesmas dimensões da pirâmide do Louvre é 6 600 m³.

**4.** **a)** $1{,}5 : 3 = 0{,}5$

Assim, cabe 0,5 L de água na pirâmide.

**b)** 6 pirâmides, pois a medida do volume de cada prisma é igual à medida do volume de três pirâmides.

**5.** Exemplo de problema: Olívia comprou um aquário que lembra um paralelepípedo, cujas arestas medem 40 cm, 25 cm e 30 cm. Quantos litros de água são necessários para encher esse aquário? (resposta: 30 L)

## ATIVIDADES ▸ Página 255

**1.** Vamos calcular a medida de volume dos dois sólidos, em cm³:

- $V_{paralelepípedo} = 2 \cdot 3{,}5 \cdot 4 = 28$; ou seja, a medida do volume do paralelepípedo é 28 m³.
- $V_{cilindro} = \pi \cdot (1{,}6)^2 \cdot 3$
  Adotando $\pi = 3{,}14$, temos:
  $V_{cilindro} = 3{,}14 \cdot (1{,}6)^2 \cdot 3 \simeq 24{,}1$; ou seja, a medida do volume do cilindro é 24,1 m³.

Logo, $V_{paralelepípedo} > V_{cilindro}$

Portanto, o sólido que tem maior medida de volume é o paralelepípedo.

**2.** Exemplo de resposta:

Cilindro 1

Primeiro, vamos determinar a medida da área da base do cilindro usando a relação: $A = \pi \cdot r^2$

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

E, depois, vamos usar a relação: $V_{cilindro} = A_{base} \cdot h$

$V_{cilindro} = 25\pi \cdot 3 \Rightarrow V_{cilindro} = 75\pi$

Cilindro 2

De forma análoga à realizada para determinar a medida da área da base do cilindro 1, fazemos:

$V_{cilindro} = 9\pi \cdot 5 \Rightarrow V_{cilindro} = 45\pi$

Logo, a medida do volume do cilindro 1 é $75\pi$ cm³ e o do cilindro 2 é $45\pi$ cm³ e, portanto, o cilindro 1 tem maior medida de volume.

3. A resposta do problema vai depender das medidas da altura e do comprimento do diâmetro escolhidas pelos estudantes.

4. a) Vamos calcular a medida da área da lateral e das áreas das bases superior e inferior, que são equivalentes.
Calculando a medida da área da base:

$\pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot 3^2 = 28{,}26$; ou seja, a área da base mede 28,26 cm².

Calculando a medida da área da lateral:

$2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 11 = 207{,}24$; ou seja, a área da lateral mede 207,24 cm².

Adicionando as medidas das áreas, temos:

$28{,}26 + 28{,}26 + 207{,}24 = 263{,}76$

Logo, serão necessários 263,76 cm² de folha de alumínio.

b) Primeiro, vamos determinar a medida da área da base da lata cilíndrica usando a relação:

$A = \pi \cdot r^2$

E, depois, vamos usar a relação: $V_{cilindro} = A_{base} \cdot h$

$A_{base} = 3{,}14 \cdot 3^2 \Rightarrow A_{base} = 28{,}26$

$V_{cilindro} = 28{,}26 \cdot 11 \Rightarrow V_{cilindro} = 310{,}86$

Logo, a medida do volume do cilindro é 310,86 cm³ e, portanto, uma lata tem 310,86 mL.

Como os dois copos juntos têm 400 mL, não é possível enchê-los com o suco dessa lata.

5. De acordo com o desenho, para determinar a medida da área da superfície externa do cilindro desenhado por Regina, podemos fazer:

$A_1 = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot h_1$

O raio $r$ mede 2 cm de comprimento e $h_1$ mede 4 cm de comprimento. Assim:

$A_1 = 2 \cdot \pi \cdot 2^2 + 2\pi \cdot 2 \cdot 4 \Rightarrow A_1 = 8\pi + 16\pi \Rightarrow A_1 = 24\pi$

Sabemos que o cilindro desenhado por Mariana tem raio de comprimento $r$ medindo 2 cm e o dobro da medida da área da superfície do cilindro desenhado por Regina, ou seja, $A_2 = 2 \cdot A_1$. Assim:

$A_2 = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot h_2$

$2 \cdot 24\pi = 8\pi + 4\pi \cdot h_2$

$4\pi \cdot h_2 = 48\pi - 8\pi$

$h_2 = \frac{40\pi}{4\pi}$

$h_2 = 10$

Logo, o comprimento do raio do cilindro que Mariana desenhou mede 2 cm e a altura mede 10 cm.

## ATIVIDADES ▶ Página 257

1. Para calcular a medida do volume desse sólido, em metro cúbico, podemos fazer:

$V_{sólido} = V_{cone} + V_{cilindro}$

$V_{sólido} = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h_{cone} + A_b \cdot h_{cilindro}$

$V_{sólido} = A_b \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot h_{cone} + h_{cilindro}\right)$

Temos:

$A_b = \pi \cdot r^2$

Adotando $\pi = 3{,}14$, temos:

$A_b = 3{,}14 \cdot 2^2 = 12{,}56$; ou seja, 12,56 m².

Assim, podemos fazer:

$V_{sólido} = 12{,}56 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 2 + 3\right) \Rightarrow V_{sólido} = 12{,}56 \cdot \frac{11}{3} \Rightarrow V_{sólido} \simeq 46{,}05$

Logo, a medida do volume desse sólido é aproximadamente 46,05 m³.

2. a) Para calcular a medida do volume do tanque, podemos fazer: $V_{cone} + V_{cilindro}$.

Sabemos que $V_{cone} = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h_{cone}$. Então:

$V_{cone} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0{,}75^2 \cdot 1{,}8 \Rightarrow V_{cone} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{18}{10}$

$V_{cone} = \frac{27}{80}\pi$; ou seja, $V_{cone} = \frac{27}{80}\pi$ m³.

Sabemos que $V_{cilindro} = \pi r^2 \cdot h_{cilindro}$. Então:

$V_{cilindro} = \pi \cdot 0{,}75^2 \cdot 1{,}2 \Rightarrow V_{cilindro} = \pi \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{12}{10}$

$V_{cilindro} = \frac{27}{40}\pi$; ou seja, $V_{cilindro} = \frac{27}{40}\pi$ m³.

Logo, para saber a medida do volume total, fazemos:

$V_{cone} + V_{cilindro} = \frac{27}{80}\pi + \frac{27}{40}\pi = \frac{27\pi + 54\pi}{80} = \frac{81\pi}{80}$

Usando $\pi = 3{,}14$, temos:

$V_{cone} + V_{cilindro} = \frac{81 \cdot 3{,}14}{80} \simeq 3{,}18$

Portanto, a medida do volume aproximado de água nesse tanque é de 3,18 m³.

b) Como 1 L equivale a 0,001 m³, temos:

3,18 m³ = (3,18 · 1 000) L = 3 180 L

Logo, 3 180 L.

3. Para encher um recipiente do tipo 2, são necessários três recipientes do tipo 1; logo, para encher três recipientes do tipo 3, serão necessários 9 recipientes do tipo 1.

## ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE ▶ Página 260

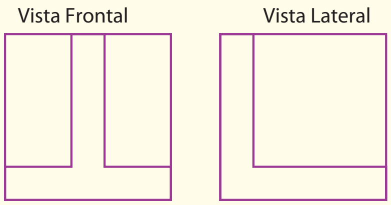
1. Resposta pessoal. Exemplo de respostas:
   - Cerca de 18,2% do total de pessoas entrevistadas que não compram pela internet tem medo de não receber os produtos comprados.
   - A frequência de compras pela internet ainda é pequena, pois mais de 50% das pessoas demoram mais de dois meses para fazer nova compra, ou seja, ainda não é uma rotina.

2. Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes procurem um assunto atual e que possibilitem passar por todas as etapas do processo, respondendo assim às questões dadas no enunciado. Um assunto que pode ser escolhido é jogos *on-line*.

## ATIVIDADES DE REVISÃO ▶ Páginas 261 e 262

1. Respostas possíveis:
   a) bloco retangular, ou prisma de base quadrangular, ou hexaedro, ou paralelepípedo.
   b) pirâmide de base pentagonal ou hexaedro.
   c) octaedro.
   d) pirâmide de base triangular ou tetraedro.
   e) prisma de base quadrangular ou hexaedro.
   f) prisma de base quadrangular, ou bloco retangular, ou hexaedro, ou cubo.

2. a) a vista 2
b) Exemplo de resposta:




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

3. a) Resposta pessoal. Exemplo de resposta: as cores e a composição utilizada dão a ideia de figura não plana.
b) Resposta pessoal.

4. Resposta pessoal.

5. a) 726 : 6 (faces) = 121 (medida de área de cada face)
$\sqrt{121} = 11$
Dimensões: 11 cm × 11 cm × 11 cm
b) $V = 11 \text{ cm} \cdot 11 \text{ cm} \cdot 11 \text{ cm} \Rightarrow V = 1\,331 \text{ cm}^3$

6. $A_{base} = 30 \cdot 30 \Rightarrow A_{base} = 900$
$V_{pirâmide} = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h \Rightarrow V_{pirâmide} = \frac{1}{3} \cdot 900 \text{ cm}^2 \cdot 48 \text{ cm} \Rightarrow$
$\Rightarrow V_{pirâmide} = 14\,400 \text{ cm}^3$
14 400 : 1 000 = 14,4; ou seja, 14,4 L.

7. $V_{cilindro} = A_{base} \cdot h \Rightarrow V_{cilindro} = 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 2 \Rightarrow V_{cilindro} = 56{,}52$
Assim, o volume do cilindro é 56,52 m³.
56,52 · 1 000 = 56 520; ou seja, 56 520 L.

8. a) 5 cm
b) $A_{base} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2} \Rightarrow A_{base} = \sqrt{3}$; ou seja, $A_{base} = \sqrt{3} \text{ cm}^2$.
c) $V = A_{base} \cdot h \Rightarrow V = \sqrt{3} \cdot 5 \Rightarrow V = 5\sqrt{3}$; ou seja, $A_{base} = 5\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

9. $A_{base} = 25 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm} = 625 \text{ cm}^2$
$A_{lateral} = 4 \cdot 25 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm} = 5\,000 \text{ cm}^2$
$A_{Total} = 5\,000 \text{ cm}^2 + 625 \text{ cm}^2 = 5\,625 \text{ cm}^2$
5 625 : 25 = 225
Então, a medida de comprimento mínima do plástico é 225 cm.

10. Resposta pessoal. Exemplo de resposta:
Qual é a medida da altura de um paralelepípedo com base retangular de dimensões 16 cm por 24 cm, sabendo que ele tem a mesma medida de volume de um cubo de aresta medindo 24 cm de comprimento? (resposta: 36 cm)

11. a) Pacote com duas latas: $\frac{V_p}{V_l} = \frac{10 \cdot 20 \cdot 12}{2 \cdot 942} = \frac{2\,400}{1\,884} \simeq 1{,}274$
Pacote com três latas: $\frac{V_p}{V_l} = \frac{10 \cdot 30 \cdot 12}{3 \cdot 942} = \frac{3\,600}{2\,826} \simeq 1{,}274$
Pacote com quatro latas: $\frac{V_p}{V_l} = \frac{20 \cdot 20 \cdot 12}{4 \cdot 942} = \frac{4\,800}{3\,768} \simeq 1{,}274$
Pacote com seis latas: $\frac{V_p}{V_l} = \frac{20 \cdot 30 \cdot 12}{6 \cdot 942} = \frac{7\,200}{5\,652} \simeq 1{,}274$
Para todos os pacotes, a eficiência é a mesma: aproximadamente 1,274.
b) Como a eficiência é a mesma para todos os pacotes, então o que seria mais econômico é o pacote maior.

12. $V = (\pi \cdot 45^2 \cdot 3) - (\pi \cdot 41^2 \cdot 3) \Rightarrow V = 6\,075\pi - 5\,043\pi$
$V = 1\,032\pi$; ou seja, $1\,032\pi \text{ cm}^3$.
Medida do volume do reservatório:
$V = \pi \cdot 1{,}5^2 \cdot 8 \Rightarrow V = 18\pi$; ou seja, $18\pi \text{ cm}^3$.
Quantidade de caminhões: $1\,032\pi : 18\pi \simeq 57{,}33$
Logo, serão necessários 58 caminhões pipas.

### PARA FINALIZAR ▶ Páginas 263 e 264

Resoluções e comentários em *Orientações*.

## ▶ Avaliação de resultado

### MOSTRE O QUE VOCÊ APRENDEU ▶ Páginas 265 e 266

1. Para encontrar a dízima periódica, vamos dividir 1 por 6.

```
1 0  | 6
     -------
  4 0  0,166...
    4 0
```

Portanto, $\frac{1}{6} = 0{,}1\overline{6}$.
alternativa **b**

2. Para identificar o menor número, vamos analisar cada um dos itens:
a) $0{,}1^2 = 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}01$
b) $0{,}1^5 = 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}00001$
c) 0,0001
d) 0,1
Igualando as casas decimais para compará-los. Assim, temos:
$0{,}00001 < 0{,}00010 < 0{,}01000 < 0{,}10000$
Portanto, o menor número é $0{,}1^5$.
alternativa **b**

3. Para representar o número 1 000 000 na base 10, fazemos:
$1\,000\,000 = 10^6$
alternativa **c**

4. O trajeto total tem 2 km. Para transformar para metro, fazemos:
2 km = (2 · 1 000) m = 2 000 m
O motociclista percorreu 15% desse trajeto e parou no posto de combustível para abastecer. Então, para calcular quantos metros ele percorreu até chegar ao posto de combustível, podemos fazer:
15% de 2 000 m
$\frac{15}{100} \cdot 2\,000 = 300$
Portanto, o motociclista percorreu 300 m até chegar ao posto de combustível.
alternativa **b**

5. De acordo com a figura, é possível afirmar que a cerca (*c*) é a hipotenusa do triângulo retângulo A, cujos catetos medem 15 m de comprimento cada um.
Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo A, temos:
$c^2 = 15^2 + 15^2$
$c^2 = 225 + 225$
$c^2 = 450$
$c = \sqrt{450}$
Logo, a medida de comprimento da cerca é $15\sqrt{2}$ m.
Para calcular a medida da área da parte *B* do terreno, precisamos determinar a medida do comprimento da base (*b*) do triângulo retângulo B. Para isso, podemos aplicar o teorema de Pitágoras.
$\left(\sqrt{450}\right)^2 = 21^2 + b^2$
$450 = 441 + b^2$
$450 - 441 = b^2$
$b^2 = 9$
$b = 3$ (desconsideramos o –3 pois se trara de medida de comprimento)

Logo, a medida de comprimento da base do triângulo retângulo $B$ é 3. Assim, para calcular a medida da área, podemos fazer:

$A = \frac{b \cdot h}{2}$

$A = \frac{3 \cdot 21}{2}$

$A = 31{,}5$

Portanto, a medida de comprimento da cerca e da área da parte B do terreno são, respectivamente, $15\sqrt{2}$ m e 31,5 m².

alternativa **d**

**6.** Nesse jogo, o apostador pode obter uma face "cara", no lado superior da moeda lançada por ele em duas situações:

1ª situação: Ele escolhe uma das duas moedas com duas "caras" e, nesse caso, a probabilidade ($P_1$) de ter sucesso é:

$P_1 = \frac{2}{5} \cdot 1 = \frac{2}{5}$

2ª situação: Ele escolhe uma das duas moedas normais ("cara" em uma face e "coroa" na outra) e, nesse caso, a probabilidade ($P_2$), de ter sucesso é:

$P_2 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

Para calcular a probabilidade de o apostador obter uma face "cara" no lado superior da moeda lançada por ele, podemos fazer:

$P_1 + P_2 = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

Portanto, a probabilidade é $\frac{3}{5}$.

alternativa **c**

**7.** Para racionalizar o número $a = \frac{3 - \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}}$, fazemos:

$$a = \frac{(3 - \sqrt{2})}{(3 + \sqrt{2})} \cdot \frac{(3 - \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2})} = \frac{(3 - \sqrt{2})^2}{3^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{9 - 6\sqrt{2} + 2}{9 - 2} = \frac{11 - 6\sqrt{2}}{7}$$

Portanto, os produtos notáveis utilizados na **Etapa 2** para obter o resultado desejado foram:

$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$ e $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

alternativa **c**

**8.** Analisando a propriedade I, temos:

$\frac{x}{y} = \frac{1}{14}$

Logo, $y = 14x$.

Analisando a propriedade II, temos:

$x + y = 75$

Substituindo $y = 14x$ em $x + y = 75$, temos:

$x + 14x = 75$

$15x = 75$

$x = 5$

Então, $x = 5$ e $y = 70$, pois $y = 14 \cdot 5 = 70$.

Logo:

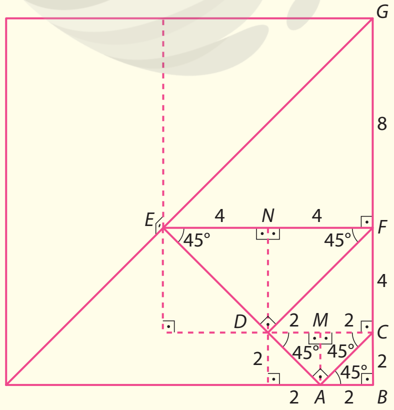
$y - x = 70 - 5 = 65$

alternativa **b**

**9.** Observando os triângulos é possível afirmar que eles são semelhantes pelo caso LLL e a razão de semelhança é 2.

alternativa **a**

**10.** Observe a imagem a seguir.




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com o enunciado, todos os triângulos retângulos são isósceles, isto é, os catetos têm mesma medida de comprimento. A menor peça, representada pelo triângulo retângulo $ABC$, tem catetos medindo 2 cm de comprimento. Juntando dois desses triângulos, é possível obter a medida de comprimento do cateto do próximo triângulo, representado por $CDF$, fazendo: $2 + 2 = 4$. Em seguida, juntamos dois desses catetos, cuja medida de comprimento é 4 cm, e obtemos a medida de comprimento do cateto do último triângulo, representado por $EFG$, fazendo: $4 + 4 = 8$. Assim, compomos a medida de comprimento do lado do quadrado, fazendo: $2 + 4 + 8 = 14$; ou seja, 14 cm.

Portanto, o quebra-cabeça, quando montado, resultará em um quadrado cuja medida de comprimento do lado, é 14 cm.

alternativa **a**

**11.** O quadro abaixo apresenta as coordenadas de alguns pontos retirados do gráfico.

| $x$ | $y$ | Par ordenado |
|---|---|---|
| −2 | 3 | (−2, 3) |
| −1 | 2 | (−1, 2) |
| 0 | 1 | (0, 1) |
| 1 | 0 | (1, 0) |
| 2 | −1 | (2, −1) |
| 3 | −2 | (3, −2) |
| 4 | −3 | (4, −3) |

Observe que, aumentando o valor de $x$, o valor de $f(x)$ diminui; por isso, dizemos que a função é decrescente. Para toda função com lei do tipo $y = ax + b$, quando a função é decrescente, o valor de $a$ é negativo ($a < 0$). Além disso, o ponto de intersecção do gráfico com o eixo $y$ é $(0, b)$. Analisando o gráfico e os valores do quadro, é possível afirmar que $b = 1$, pois o ponto de intersecção do gráfico com o eixo $y$ é $(0, 1)$.

Portanto, a lei de formação da função cujo gráfico é representado pela imagem acima é:

$f(x) = -x + 1$

alternativa **c**

**12.** Para determinar a probabilidade de se escolher, aleatoriamente, um docente espanhol, sabendo-se que ele trabalha em uma universidade do estado de São Paulo, temos que considerar o espaço amostral como sendo o total de docentes do estado de São Paulo, ou seja, 239.

Entre esses 239 docentes que trabalham em uma universidade do estado de São Paulo, temos 60 espanhóis disponíveis para escolha. Assim, para determinar a probabilidade pedida, fazemos:

$\frac{60}{239}$

Portanto, a probabilidade de se escolher, aleatoriamente, um docente espanhol, sabendo-se que ele trabalha em uma universidade do estado de São Paulo, é $\frac{60}{239}$.

alternativa **b**

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMPLEMENTARES COMENTADAS

## Sugestões de livros


BARCELOS, Thiago. S. *et al.* Relações entre o pensamento computacional e a Matemática: uma revisão sistemática da literatura. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 4, 2015, Maceió, AL. *Anais […]*. Maceió, AL: SBC, 2015. p. 1369-1378.

Esse artigo apresenta uma revisão sistemática da literatura (RSL), incluindo 48 estudos publicados em língua inglesa entre 2006 e 2014 que apresentam atividades didáticas desenvolvendo o pensamento computacional e competências, habilidades ou conteúdos da Matemática.

CAMARGO, Fausto; DAROS, Thuinie. *A sala de aula inovadora*: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo. Porto Alegre: Penso, 2018.

O livro trata de como é possível renovar a sala de aula, propondo diversas estratégias para isso.

COSTA, Manoel S. C. *et al*. Reflexões acerca do currículo de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental à luz da interdisciplinaridade de acordo com a BNCC. *Brazilian Journal of Development*, [*s. l.*], v. 6, n. 12, 2020. Disponível em: https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/22322/. Acesso em: 19 jul. 2022.

O artigo reflete sobre o currículo de Matemática nos Anos Finais na perspectiva da interdisciplinaridade com base em uma pesquisa bibliográfica de natureza qualitativa.

NACARATO, Adair M.; LOPES, Celi E. (org). *Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na educação matemática*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2013.

O livro consiste em uma coletânea de textos que reúnem subsídios teóricos e práticos relativos às interfaces entre a educação matemática e as práticas em leituras e escritas, perpassando a Educação Básica e o ensino superior.

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT (OECD). *Education at a Glance 2021:* OECD Indicators. Paris: OECD Publishing. Disponível em: https://www.oecd.org/education/education-at-a-glance/. Acesso em: 4 jul. 2022.

A publicação reúne dados recentes e fornece indícios sobre as principais questões que afetam estudantes, professores, pais e autoridades públicas. Os indicadores fornecem dados sobre estrutura, finanças e desempenho dos sistemas educacionais em diversos países.

PASQUAL JÚNIOR, Paulo. A. *Pensamento computacional e tecnologias*: reflexões sobre a educação no século XXI. Caxias do Sul: Educs, 2020.

O livro traz diversos artigos que propõem reflexões acerca do pensamento computacional e da tecnologia, perpassando em temas como autoestima e respeito que emergem do processo de ensino e aprendizagem.


## Sugestões de *sites*


CENTRO DE APERFEIÇOAMENTO DO ENSINO DE MATEMÁTICA "João Afonso Pascarelli" (CAEM). Disponível em: https://www.ime.usp.br/caem/index.php. Acesso em: 4 jul. 2022.

O CAEM é um órgão de extensão do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP), dirigido por professores do Departamento de Matemática, que tem como objetivo prestar serviços referentes a aperfeiçoamento e extensão científico-cultural voltados prioritariamente ao ensino de Matemática na Educação Básica.

GRUPO DE PESQUISA EM INFORMÁTICA, OUTRAS MÍDIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (GPIMEM). Disponível em: https://igce.rc.unesp.br/#!/gpimem. Acesso em: 4 jul. 2022.

O GPIMEM estuda questões ligadas às tecnologias na Educação Matemática; à formação de professores; modelagem matemática; educação à distância; o uso de tecnologias da informação nas aulas de Matemática; geometria nos livros didáticos e a integração das tecnologias digitais; *performance* matemática digital envolvendo Arte e Matemática, baseando-se em diferentes abordagens teóricas.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (SBEM). Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/. Acesso em: 4 jul. 2022.

A SBEM é uma entidade sem fins lucrativos que reúne profissionais e futuros professores envolvidos com a área de Educação Matemática. O endereço eletrônico conta com publicações, informações sobre eventos e formações.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS


ATAIDE, Israellen C. S.; FURTADO, Mairon DE S.; SILVA-OLIVEIRA, Gláucia C. Projeto Libras na escola e as interações inclusivas em uma comunidade escolar. *Revista Encantar*, v. 2, p. 1-20, 10 jul. 2020. Disponível em: https://www.revistas.uneb.br/index.php/encantar/article/view/8988. Acesso em: 29 jun. 2022.

O trabalho é um relato das ações e experiências vivenciadas durante o Projeto Libras na Escola para promover a inclusão e a socialização de estudantes surdos na comunidade escolar em Vigia, Pará, e discute suas implicações e aproximações com a inclusão desses estudantes e o bilinguismo.

BACICH, Lilian; MORAN, José. *Metodologias ativas para uma educação inovadora*: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso Editora, 2018.

Este livro apresenta práticas pedagógicas, na Educação Básica e Superior, que valorizam o protagonismo dos estudantes e que estão relacionadas com as teorias que lhes servem de suporte.

BALACHEFF, Nicolas. Conception, connaissance et concept. *In*: GRENIER, D. (ed.). *Séminaire de l'équipe DidaTech*. Grenoble, France: IMAG, 1995. p. 219-244.

O autor explora a articulação entre o conceito, o conhecimento e a concepção.

BARCELOS, Thiago S.; SILVEIRA, Ismar F. Pensamento computacional e educação matemática: relações para o ensino de computação na Educação Básica. *In*: XX WORKSHOP SOBRE EDUCAÇÃO EM COMPUTAÇÃO, Curitiba. *Anais do XXXII CSBC*, 2012.

Este artigo discute as relações entre o conhecimento, as habilidades e as atitudes advindas do campo das Ciências da Computação e aqueles comumente relacionados à Matemática por meio de um mapeamento das competências previstas nos padrões curriculares brasileiros com atividades que desenvolvem o pensamento computacional.

BOALER, Jo. *Mentalidades matemáticas*: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

Os textos deste livro contribuem para a aplicação em sala de aula de uma Matemática mais significativa e conectada com o cotidiano dos estudantes, permitindo que ela seja acessível para todos.

BRASIL. Constituição (1988). *Constituição da República Federativa do Brasil*. Brasília, DF: Senado Federal – Centro Gráfico, 1988.

Conjunto de leis, normas e regras do Brasil.

BRASIL. Decreto nº 9 099, de 18 de julho de 2017. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Lex: *Diário Oficial da União*: seção 1, Brasília, DF, p. 7, 19 jul. 2017.

Decreto que dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático.

BRASIL. Edital de convocação 01/2022 – CGPLI PNLD 2024-2027. FNDE, Brasília, DF: MEC, 2022.

Edital de convocação para o Programa Nacional do Livro Didático.

BRASIL. Lei nº 9 394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. *Diário Oficial da União*, Brasília, DF, p. 27 833, 1996.

Lei que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018.

Documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

BRASIL. Ministério da Educação. *Competências socioemocionais como fator de proteção à saúde mental e ao* bullying. Brasília, DF: 2019c. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/implementacao/praticas/caderno-de-praticas/aprofundamentos/195-competencias-socioemocionais-como-fator-de-protecao-a-saude-mental-e-ao-bullying. Acesso em: 25 maio 2022.

Material que trata das competências socioemocionais no contexto da educação.

BRASIL. Ministério da Educação; Inep. *Pisa 2021*: matriz de referência para pensamento criativo. Brasília, DF: Inep/MEC, 2021. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/centrais-de-conteudo/acervo-linha-editorial/publicacoes-institucionais/avaliacoes-e-exames-da-educacao-basica/pisa-2021-matriz-de-referencia-para-pensamento-criativo. Acesso em: 7 jun. 2022.

Adaptação da obra da Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE). Traz referências para avaliação do pensamento criativo.

BRASIL. Ministério da Educação. Parecer nº 11/2010. Dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos. *Diário Oficial da União*: seção 1, Brasília, DF, p. 28, 9 dez. 2010.

Parecer que dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental.

BRASIL. Ministério da Educação. *Referenciais Curriculares para a Elaboração de Itinerários Formativos*. Brasília, DF: 2019b.

Documento que dá referências para a criação de itinerários formativos.

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília, DF: 2019a. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 25 maio 2022.

Material que explicita a ligação entre os diferentes componentes curriculares de forma integrada, bem como sua conexão com situações vivenciadas pelos estudantes em suas realidades, contribuindo para trazer contexto e contemporaneidade aos objetos do conhecimento descritos na BNCC.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-116, 1986.

Este texto é a primeira parte dos estudos de Guy Brousseau, pioneiro da Didática da Matemática.

CAZORLA, Irene M.; UTSUMI, Miriam C. Reflexões sobre o ensino de Estatística na Educação Básica. *In*: CAZORLA, Irene M.; SANTANA, Eurivalda R. S. (org.). *Do tratamento da informação ao letramento estatístico*. Itabuna: Via Litterarum, 2010.

Este trabalho analisa os projetos vencedores de quatro edições da Feira de Ciências e Matemática da Bahia e traz reflexões sobre o papel potencial do ensino de Estatística.

CHI, Michelene T. H.; GLASER, Robert A. Capacidade para a solução de problemas. *In*: STERNBERG, Robert J. *As capacidades intelectuais humanas*: uma abordagem em processamento de informações. Porto Alegre: Artmed, 1992. p. 250-275.

Pesquisa que investigou a relação entre a competência cognitiva e o desempenho na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau.

FERREIRA, Thais H. F. *A Matemática mediando diálogos para abordar o* bullying *em sala de aula*. 2019. Monografia (especialização em Ensino de Matemática) – Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2019.

Trabalho que busca compreender a influência do *bullying* na aprendizagem, em especial na Matemática, bem como despertar a conscientização para sanar o problema.

GARDNER, Howard. *Inteligências múltiplas*: a teoria na prática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

O autor explica as ideias fundamentais que desencadeiam uma revolução na aprendizagem e mostra como elas podem ser aplicadas em sala de aula.

GARDNER, Howard; CHEN, Jie-Qi; MORAN, Seana. *Inteligências múltiplas ao redor do mundo*. Porto Alegre: Penso Editora, 2009.

Livro que revisa, sintetiza e reflete sobre a teoria das inteligências múltiplas.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). *Competências gerais da nova BNCC*. Brasília, DF: [c. 2018]. Disponível em: http://inep80anos.inep.gov.br/inep80anos/futuro/novas-competencias-da-base-nacional-comum-curricular-bncc/79. Acesso em: 11 maio 2022.

O documento explora as competências gerais da BNCC.

INSTITUTO REÚNA. *Linha do tempo*: documentos curriculares. São Paulo, [2020?]. Disponível em: https://o.institutoreuna.org.br/downloads/primeirospassos/int/_INT_anexo_Linha-do-tempo-base-para-impressao_sem-marcos-locais.pdf. Acesso em: 2 jul. 2022.

O documento traz uma linha do tempo com os principais marcos que culminaram na publicação da BNCC.

INSTITUTO REÚNA. *Mapas de foco da BNCC Ensino Fundamental:* Matemática. São Paulo, [2020?]. Disponível em: https://www.institutoreuna.org.br/uploads/files/file/MapasDeFocoBncc_Mat_18092020.pdf. Acesso em: 3 jul. 2022.

Mapeamento das habilidades de Matemática da BNCC no contexto pós-pandêmico, entendendo-as como focais ou complementares, a fim de contribuir para o planejamento de aulas ou a produção de materiais.

KLEIMAN, Angela B. *Os significados do letramento*: uma nova perspectiva sobre a prática social da escrita. Campinas: Mercado de Letras, 1995.

A obra tem por objetivo informar, por meio de programas de difusão de tecnologias (como técnicos agrícolas, de saúde pública, de habitação), sobre os fatos e os mitos do letramento.

MACEDO, Lino. *Ensaios pedagógicos*: como construir uma escola para todos? Porto Alegre: Artmed, 2009.

O autor traz fundamentação para o docente repensar e recriar sua prática de acordo com as necessidade e possibilidades da realidade educacional.

MOREIRA, Marco A.; MASINI, Elcie F. S. *Aprendizagem significativa*: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

Livro que reúne uma coletânea de artigos sobre aprendizagem significativa.

ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO (OCDE). *PISA 2022*: Quadro Conceptual de Matemática Draft. 2018. Disponível em: https://pisa2022-maths.oecd.org/pt/index.html#Home. Acesso em: 2 jul. 2022.

O documento explicita os fundamentos teóricos dessa avaliação com base no conceito fundamental de literacia matemática.

PERRENOUD, Philippe. *Dez novas competências para ensinar*. Porto Alegre: Artmed Editora, 2000.

O livro trata das competências emergentes, aquelas que deveriam orientar as formações iniciais e contínuas, que contribuem para a luta contra o fracasso escolar e desenvolvem a cidadania e que recorrem à pesquisa e enfatizam a prática reflexiva.

PERRENOUD, Philippe *et al*. *As competências para ensinar no século XXI*: a formação dos professores e o desafio da avaliação. Porto Alegre: Artmed, 2002.

O livro traz uma análise sobre a profissão docente.

ROBERT, Aline. Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*. France, v. 18, n. 12, p. 139-190, 1998.

O artigo explora e classifica o tipo de conhecimento acionado pelo estudante em três níveis: técnico, mobilizável e disponível.

ROCHA, Érica Consuelo F.; MELO, Melka Betini O.; LOPES, Daniela. A importância da leitura no processo de desenvolvimento da aprendizagem da criança no ensino do fundamental. *Discentis*, Bahia, v. 1, n. 2, p. 4-13, dez. 2012.

A proposta deste artigo é discutir a importância da leitura no processo de desenvolvimento da aprendizagem da criança no Ensino Fundamental com base nos projetos de aprendizagem "Que medo!!"; "Contos de assombração" e "Resgatando valores para uma vida melhor".

SANTIAGO, Paulo *et al*. *OECD Reviews of Evaluation and Assessment in Education*: Portugal. Paris: OECD Publishing, 2012. Disponível em: https://doi.org/10.1787/9789264117020-en. Acesso em: 3 jul. 2022.

Este livro fornece uma análise das principais questões enfrentadas pela avaliação educacional, iniciativas políticas atuais e possíveis abordagens futuras em Portugal.

SANTOS, Leonor. O *feedback* como uma poderosa ferramenta para a aprendizagem matemática: uma meta-análise de estudos portugueses. *Revemop*, Ouro Preto, Brasil, v. 4, e202210, p. 1-23, 2022. Disponível em: https://periodicos.ufop.br/revemop/article/view/5276/4036. Acesso em: 3 jul. 2022.

O artigo visa contribuir para uma compreensão aprofundada sobre as variáveis que podem determinar a eficácia do *feedback* para a aprendizagem matemática.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação matemática crítica*: a questão da democracia. 6. ed. Campinas: Papirus, 2013.

O autor propõe o trabalho com projetos como uma possível saída para que a questão democrática se apresente na sala de aula.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS

SMOLE, Kátia C. S.; CÂNDIDO, Patricia T.; STANCANELLI, Renata. *Matemática e literatura infantil*. 2. ed. Belo Horizonte: Lê, 1997.

As autoras destacam que a integração entre a Matemática e a literatura representa uma mudança significativa no ensino tradicional desse componente curricular, uma vez que os estudantes exploram a Matemática e a história ao mesmo tempo.

SMOLE, Kátia C. S.; DINIZ, Maria I. *Ler, escrever e resolver problemas*: habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Este livro contribui para a discussão sobre o lugar e o significado das competências e das habilidades na escola fundamental, com foco nas habilidades de ler, escrever e resolver problemas em Matemática.

SOARES, Magda. *Letramento*: um tema em três gêneros. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

O livro trata do letramento, da alfabetização e das habilidades e práticas sociais de leitura e de escrita.

VOZES DA EDUCAÇÃO; FUNDAÇÃO LEMANN. *Levantamento de boas práticas de saúde mental nas escolas*: um olhar para oito países. Recife: 2021. Disponível em: https://vozesdaeducacao.com.br/wp-content/uploads/2022/04/Levantamento-Internacional-de-Boas-Praticas-de-Saude-Mental-Escolar.pdf. Acesso em: 3 jul. 2022.

Trabalho cujo objetivo é apoiar as redes de ensino com subsídios para lidar com a questão da saúde mental dos estudantes, sobretudo no contexto pós-pandêmico.

WING, Jeannette. Computational thinking. *ACM*, [*s. l.*], v. 49, n. 3, p. 33-35, 2006.

Artigo que trata do pensamento computacional.

YURIE, Ingrid. Avaliação formativa: corrigindo rotas para avançar na aprendizagem. *Nova Escola*, [*s. l.*], 24 jan. 2022. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/20862/avaliacao-formativa-corrigindo-rotas-para-avancar-na-aprendizagem. Acesso em: 7 jun. 2022.

A reportagem aborda as avaliações formativas, as quais permitem mapear o conhecimento dos estudantes para orientar o planejamento docente e a elaboração de intervenções pedagógicas mais assertivas.

# ARARIBÁ conecta
# MATEMÁTICA

**9º ano**


**Organizadora: Editora Moderna**

Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.

**Editora responsável: Mara Regina Garcia Gay**

Bacharel e licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Pedagogia pela Universidade Iguaçu (RJ). Professora de Matemática em escolas públicas e particulares de São Paulo por 17 anos. Editora.


**Componente curricular: MATEMÁTICA**


1ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

**Elaboração dos originais:**

Mara Regina Garcia Gay
Bacharel e licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Pedagogia pela Universidade Iguaçu (RJ). Professora de Matemática em escolas públicas e particulares de São Paulo por 17 anos. Editora.

Katia Tiemy Sido
Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Renata Martins Fortes Gonçalves
Mestre em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Bacharel em Matemática com Informática pelo Centro Universitário Fundação Santo André (SP). Editora.

Fabio Martins de Leonardo
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Maria Cecília da Silva Veridiano
Especialista em Educação Matemática: Fundamentos Teóricos e Metodológicos pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Mateus Coqueiro Daniel de Souza
Mestre em Ciências, no programa: Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, pela Universidade de São Paulo. Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Willian Raphael Silva
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Maria José Guimarães de Souza
Mestre em Ciências, no programa: Ciência da Computação, pela Universidade de São Paulo. Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Romenig da Silva Ribeiro
Mestre em Ciências, no programa: Ciência da Computação, pela Universidade de São Paulo. Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editor.

Cassio Cristiano Giordano
Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Pesquisador e professor em escolas públicas e universidades.

Cintia Alessandra Valle Burkert Machado
Mestre em Educação, na área de Didática, pela Universidade de São Paulo. Assessora pedagógica.

Dario Martins de Oliveira
Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo. Professor em escolas particulares e públicas de São Paulo por 20 anos. Editor.

Erica Toledo Catalani
Mestre em Educação, na área de Educação Matemática, pela Universidade Estadual de Campinas (SP). Licenciada em Ciências pela Universidade Braz Cubas (SP). Educadora.

Juliana Ikeda
Licenciada em Matemática pela Universidade de São Paulo. Editora.

Marcelo de Oliveira Dias
Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Docente na Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro por 8 anos. Professor da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro.

Selene Coletti
Licenciada em Pedagogia pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras “Prof. José Augusto Vieira” (MG). Colunista de revista destinada a educadores, professora e formadora de professores em escolas públicas.

Tais Saito Tavares
Mestre em Matemática Aplicada e Computacional e bacharel em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (PR). Editora.

Na capa, a imagem de pessoas da família durante refeição, ilustrada por Gabriel Sá de São Luis do Maranhão, propõe uma reflexão sobre a Matemática inserida em uma rede de conexões envolvendo o abastecimento de alimentos para a população.

**Edição de texto:** Janaina Soler Caldeira, Katia Tiemy Sido, Renata Martins Fortes Gonçalves, Zuleide Maria Talarico
**Assistência editorial:** Danielle Fortes Teixeira Vieira
**Preparação de texto:** Mariane de Mello Genaro Feitosa
**Gerência de *design* e produção gráfica:** Patricia Costa
**Coordenação de produção:** Denis Torquato
**Gerência de planejamento editorial:** Maria de Lourdes Rodrigues
**Coordenação de *design* e projetos visuais:** Marta Cerqueira Leite
**Projeto gráfico:** Aurélio Camilo, Vinicius Rossignol Felipe
**Capa:** Tatiane Porusselli, Daniela Cunha
*Ilustração*: Gabriel Sá
**Coordenação de arte:** Wilson Gazzoni Agostinho
**Edição de arte:** Adriana Santana
**Editoração eletrônica:** Setup Editoração Eletrônica
**Coordenação de revisão:** Elaine C. del Nero
**Revisão:** Beatriz Rocha, ReCriar Editorial, Salete Brentan, Vera Rodrigues
**Coordenação de pesquisa iconográfica:** Flávia Aline de Morais
**Pesquisa iconográfica:** Mariana Alencar, Pamela Rosa
**Coordenação de *bureau*:** Rubens M. Rodrigues
**Tratamento de imagens:** Ademir Francisco Baptista, Ana Isabela Pithan Maraschin, Denise Feitoza Maciel, Marina M. Buzzinaro, Vânia Maia
**Pré-impressão:** Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
**Coordenação de produção industrial:** Wendell Monteiro
**Impressão e acabamento:**

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**
**(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

Araribá conecta matemática : 9º ano / organizadora Editora Moderna ; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna / editora responsável Mara Regina Garcia Gay. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-16-13582-3

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Gay, Mara Regina Garcia.

22-112565 CDD-372.7

**Índices para catálogo sistemático:**

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427



**EDITORA MODERNA LTDA.**
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

# APRESENTAÇÃO

Este livro foi elaborado para você e deve contribuir com o desenvolvimento das competências e das habilidades envolvidas no processo de aprendizagem, definidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Queremos que estude Matemática de forma dinâmica e agradável. Nosso objetivo é ajudar você a descobrir que conhecer os números, as figuras geométricas, as medidas e outros assuntos abordados pela Matemática pode ser uma aventura muito interessante, que contribuirá para que você amplie seus conhecimentos, sua visão de mundo e sua participação na sociedade.

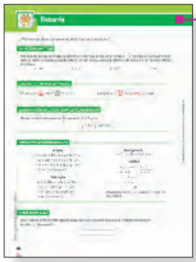
Procure fazer todas as atividades e explorar tudo o que este livro tem a oferecer. Aproveite também a diversidade de informações distribuídas ao longo das seções.

Certamente, você encontrará desafios e obstáculos. Enfrente-os com garra, pois, ao superá-los, perceberá que o saber proporciona grande satisfação pessoal e oportunidades para ampliar sua atuação no mundo.

**Bom estudo!**

# CONHEÇA SEU LIVRO

Neste livro, você vai encontrar 4 unidades com 3 ou 2 capítulos em cada uma.

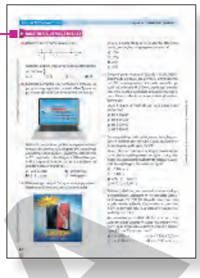


### Recorde

Esta seção ajuda você a lembrar de alguns conteúdos já estudados.

### Mostre o que você já sabe

O objetivo desta seção é verificar seus conhecimentos sobre os conteúdos estudados anteriormente.



### Página de abertura

Em cada **Unidade**, há uma abertura com uma grande imagem motivadora.

Questões sobre o tema da abertura, no boxe **Para começar...**, são propostas com o objetivo de identificar e mobilizar os conhecimentos que você tem de alguns assuntos que serão tratados na **Unidade**.

Ícones que indicam um tipo especial de atividade ou se ela deve ser feita em grupo ou dupla.


DESAFIO


CALCULADORA


CÁLCULO MENTAL

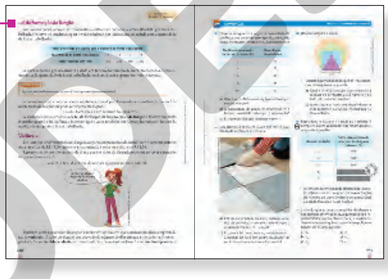

GRUPO OU DUPLA


ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS


PENSAMENTO COMPUTACIONAL

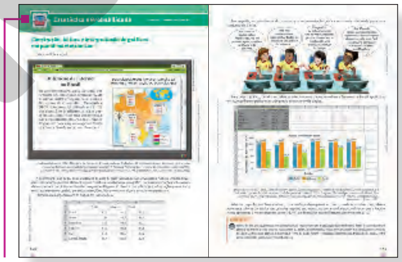
### Apresentação dos conteúdos e das atividades

O conteúdo é desenvolvido de forma clara e organizada. Após a abordagem dos conteúdos, vem a seção **Atividades**, com propostas diversificadas.



### Estatística e Probabilidade

O objetivo desta seção é desenvolver a interpretação, a comparação e a análise de dados apresentados em diversas formas e abordar temas relacionados ao cálculo de probabilidade.

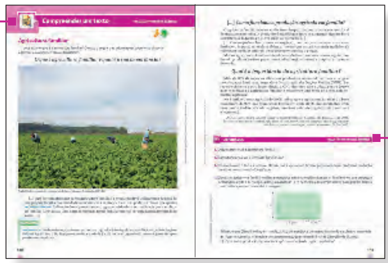


### Atividades de revisão

São atividades que consolidam o conhecimento adquirido em cada Capítulo da **Unidade**.

## Compreender um texto

Esta seção tem o objetivo de desenvolver a competência leitora por meio da análise de diversos tipos de texto.

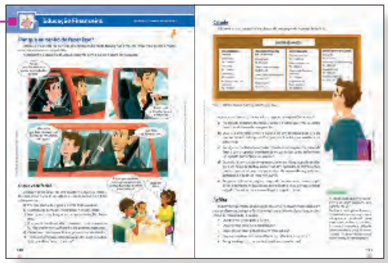


Questões especialmente desenvolvidas orientam a interpretação e a análise do texto e exploram o conteúdo matemático estudado.

Ícones que indicam os Temas Contemporâneos Transversais.


## Educação Financeira

Esta seção apresenta atividades que farão você refletir sobre atitudes responsáveis e conscientes no planejamento e no uso de recursos financeiros em seu dia a dia.

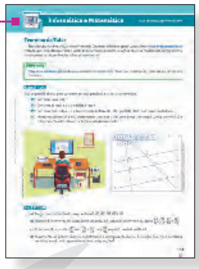


## Trabalho em equipe

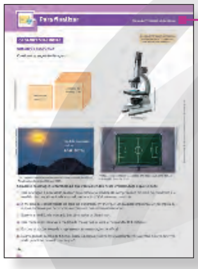
Além de proporcionar a integração com os colegas e estimular o espírito de pesquisa, esta seção visa à aplicação dos conceitos estudados.

## Informática e Matemática

Esta seção trabalha conteúdos de Matemática por meio de tecnologias digitais, como *softwares* de Geometria dinâmica, planilhas eletrônicas etc.

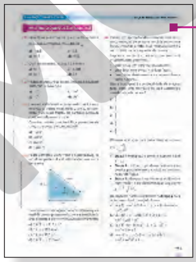


Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.



## Para finalizar: organize suas ideias

Nesta seção, você poderá analisar o que foi estudado em cada Capítulo da **Unidade** e avaliar seu aprendizado.



## Mostre o que você aprendeu

Nesta seção, você vai verificar os conhecimentos adquiridos neste ano.

# SUMÁRIO



JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

DOUGLAS FRANCHIN/ARQUIVO DA EDITORA





9

## Recorde

- Após retomar o trabalho com notação científica, escreva no quadro alguns números e solicite aos estudantes que identifiquem quais estão escritos em notação científica. A seguir estão apresentadas algumas sugestões de números:

$$2{,}3$$
$$4{,}3 \cdot 10^7$$
$$12{,}3 \cdot 10^2$$
$$4 \cdot 9^7$$

- Ao trabalhar com cálculo de porcentagens, verifique se os estudantes compreendem o conceito de porcentagem, bem como a relação desse conteúdo com frações e números decimais. Se julgar necessário, informe-lhes que taxa percentual ou porcentagem é a razão entre um número $p$ e 100, que indicamos por $\frac{p}{100}$ ou $p\%$.
- A compreensão do valor numérico de uma expressão algébrica é necessária para o desenvolvimento de alguns conteúdos relacionados a equações e funções. Se julgar conveniente, proponha aos estudantes que determinem o valor numérico de outras expressões algébricas, por exemplo:

$$2x + 3, \text{ para } x = 10$$
$$4yx + 2z - 3y, \text{ para } x = 3, y = 1 \text{ e } z = 7$$

- Em cada exemplo de operações com polinômios, foram destacadas as variáveis e os expoentes que sofreram alteração em relação ao seu valor inicial. Caso os estudantes apresentem dificuldades ao operar com polinômios, retome o trabalho com monômios, monômios semelhantes, operações com monômios, polinômios e oposto de um polinômio.
- O uso de um *software* de Geometria dinâmica pode auxiliar os estudantes na compreensão do assunto sobre retas paralelas.

# Recorde

Vamos rever alguns assuntos estudados em anos anteriores?

### NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Um número escrito em notação científica é expresso como um produto $a \cdot 10^k$, em que $a$ é um número escrito na forma decimal cuja parte inteira tem um único algarismo diferente de zero e $k$ é um número inteiro.
Exemplos:

$4 \cdot 10^5$ $\quad$ $2{,}3 \cdot 10^{-2}$ $\quad$ $9 \cdot 10^{-31}$ $\quad$ $1 \cdot 10^{11}$

### CÁLCULO COM PORCENTAGENS

$7\% \text{ de } 225 = \frac{7}{100} \cdot 225 = \frac{1\,575}{100} = 15{,}75$

$10{,}5\% \text{ de } 50 = \frac{10{,}5}{100} \cdot 50 = 0{,}105 \cdot 50 = 5{,}25$

### VALOR NUMÉRICO DE UMA EXPRESSÃO ALGÉBRICA

O valor numérico da expressão $\frac{1}{2}a^2$, para $a = 10$, é 50, pois:

$$\frac{1}{2} \cdot 10^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 = 50$$

### OPERAÇÕES COM POLINÔMIOS

**Adição**

$(2x + 3yz + 4z) + (x + y + 7z - 2) =$
$= 2x + 3yz + 4z + x + y + 7z - 2 =$
$= 2x + x + 4z + 7z + 3yz + y - 2 =$
$= 3x + 11z + 3yz + y - 2$

**Subtração**

$(x + z + 4zw) - (-2x + y + 3z) =$
$= x + z + 4zw + 2x - y - 3z =$
$= x + 2x + z - 3z + 4zw - y =$
$= 3x - 2z + 4zw - y$

**Multiplicação**

$(x^2 + 1) \cdot (x - 1) = x^3 - x^2 + x - 1$

**Divisão**

$$\begin{array}{rl|l} 4x^2 - & x + 5 & x - 1 \\ \hline - 4x^2 + & 4x & 4x + 3 \\ \hline & 3x + 5 & \\ & - 3x + 3 & \\ \hline & 8 & \end{array}$$

O quociente de $4x^2 - x + 5$ por $(x - 1)$ é $4x + 3$, com resto 8.

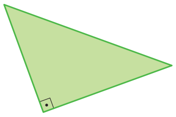
### RETAS PARALELAS

Duas retas no plano são ditas **paralelas** quando não se cruzam, ou seja, não têm ponto em comum.
As retas $r$ e $t$ são paralelas.


ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

## TRIÂNGULO RETÂNGULO

Um **triângulo retângulo** tem um dos ângulos internos reto.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

## MEDIDA DE ÁREA DE QUADRILÁTEROS, DE TRIÂNGULO E DE CÍRCULO

**Retângulo**

$A = b \cdot a$

$b$: medida de comprimento da base; $a$: medida da altura relativa à base

**Triângulo**

$A = \frac{b \cdot a}{2}$

$b$: medida de comprimento da base; $a$: medida da altura relativa à base

**Losango**

$A = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$

$d_1$: medida de comprimento da diagonal menor; $d_2$: medida de comprimento da diagonal maior

**Paralelogramo**

$A = b \cdot a$

$b$: medida de comprimento da base; $a$: medida da altura relativa à base

**Trapézio**

$A = \frac{a \cdot (b_1 + b_2)}{2}$

$a$: medida da altura; $b_1$: medida de comprimento da base menor; $b_2$: medida de comprimento da base maior

**Círculo**

$A = \pi r^2$

$r$: medida de comprimento do raio

## PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

É possível formar 648 números de três algarismos distintos. Para justificar essa afirmação, podemos utilizar o **princípio fundamental da contagem**.

| centena | dezena | unidade |
|---|---|---|
| **9 modos** | **9 modos** | **8 modos** |
| qualquer algarismo, exceto o zero | qualquer algarismo não escolhido para a casa das centenas | qualquer algarismo que ainda não foi escolhido |

$9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$

## MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

| **Nome** | Marta | Cláudio | Pedro | João | Teobaldo |
|---|---|---|---|---|---|
| **Idade (em ano)** | 23 | 34 | 18 | 25 | 23 |

- A idade **média** das pessoas apresentadas no quadro é 24,6 anos, pois:

$$\frac{23 + 34 + 18 + 25 + 23}{5} = \frac{123}{5} = 24{,}6$$

- A idade que mais aparece no quadro é 23 anos. Nesse caso, dizemos que a **moda** das idades é 23 anos.
- A **mediana** do conjunto de dados é 23 anos, pois ao organizarmos as idades em ordem crescente, por exemplo, obtemos:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 18 | 23 | **23** | 25 | 34 |

termo central







- Aproveite o triângulo retângulo apresentado e questione os estudantes acerca de seus elementos. Faça perguntas como: “Se o triângulo já tem um ângulo interno reto, qual é a soma dos outros dois ângulos internos?”, “Um triângulo retângulo pode ser isósceles?” ou “Um triângulo retângulo pode ter a medida dos três ângulos internos iguais?”. Conhecer os elementos do triângulo retângulo, bem como suas características, é importante para o desenvolvimento dos conteúdos propostos no Capítulo **6**.
- Para verificar se os estudantes calculam corretamente a medida de área, proponha atividades com retângulos, paralelogramos, triângulos, losangos, trapézios e círculos para que eles calculem as respectivas medidas de áreas – nessas figuras devem ser indicadas as medidas necessárias para o uso das fórmulas. Além disso, questione-os sobre qual fórmula eles utilizariam para calcular a medida da área de um quadrado. Nesse momento, espera-se que eles saibam que todo quadrado é retângulo e, consequentemente, utilizem a fórmula $A = b \cdot a$, com $b = a$, ou seja, $A = a^2$, em que $a$ é a medida de comprimento do lado do quadrado.
- Proponha aos estudantes que resolvam outros problemas utilizando o princípio fundamental da contagem. A seguir são apresentadas algumas sugestões.

**1.** Quantos números com 4 algarismos podemos formar?

**2.** De quantas maneiras diferentes é possível que 6 pessoas se sentem em 4 cadeiras?

Caso apresentem dificuldades, proponha-lhes situações mais simples com o uso do quadro e da árvore de possibilidades.

- É de suma importância a compreensão das medidas de tendência central de um conjunto de dados, uma vez que os estudantes devem representar algumas dessas medidas em gráficos. Caso apresentem dificuldades na compreensão desse assunto, retome o trabalho para que as dúvidas sejam sanadas.

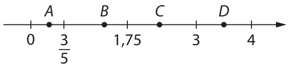
# Avaliação diagnóstica

- Na atividade **1**, para sanar as dúvidas dos estudantes e ajudá-los a reconhecer a posição de números racionais na reta numérica, pode ser proposto um trabalho que permita a eles focar mais nas conversões entre as representações fracionária e decimal, inclusive com o uso da calculadora, auxiliando na identificação de números racionais na reta numérica.
- Na atividade **2**, a retomada de conteúdos envolvendo unidades de medida de armazenamento de dados relacionados à informática propicia aos estudantes estabelecer uma relação com os números reais e as potências, e favorecer a compreensão desse conteúdo, bem como a resolução de problemas semelhantes.
- Na atividade **3**, o trabalho com situações reais, como a análise de propagandas feitas por lojas por meio de diferentes meios de comunicação, pode contribuir com o estudo de questões semelhantes, visto que apresenta aos estudantes aplicações reais dos conceitos envolvidos. O emprego das calculadoras também pode favorecer a resolução.
- Para solucionar a atividade **4**, os estudantes precisam perceber que um desconto e um aumento sucessivos, sob uma mesma taxa, podem gerar um resultado diferente. Por isso, se julgar oportuno, proponha outros problemas que permitam a eles observar esse tipo de situação e compreender as estratégias de cálculo de porcentagens.
- Na resolução da atividade **5**, os estudantes podem ser instigados a construir um quadro que mostre a quantidade comprada de cada ração e o preço cobrado, escolhendo diferentes quantidades para $x$ e $y$ e efetuando os cálculos correspondentes, de forma a generalizarem a ideia empregada nessa estratégia para a construção da expressão algébrica solicitada.
- Na atividade **6**, é retomado o trabalho com porcentagem, principalmente no que se refere ao seu cálculo e sua representação na forma decimal, contribuindo para que os estudantes resolvam a situação-problema. Além disso, o cálculo do salário para alguns valores específicos de venda pode favorecer a compreensão e a construção da expressão algébrica solicitada.

 **FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

## MOSTRE O QUE VOCÊ JÁ SABE

**1.** Observe a reta numérica a seguir.




ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Qual dos pontos indicados na reta corresponde ao número $\frac{4}{3}$?
**1.** alternativa **b**

**a)** *A* **b)** *B* **c)** *C* **d)** *D*

**2.** Gabriela comprou um *notebook* e instalou os programas que precisa para trabalhar. Após esse processo, ela verificou a seguinte informação.


Gabriela pretende organizar o espaço restante em pastas com capacidade para 600 *megabytes* cada uma. Sabendo que 1 *gigabyte* corresponde a $2^{10}$ *megabytes*, identifique a alternativa que indica a quantidade de pastas que podem ser criadas nessas condições.
**2.** alternativa **a**

**a)** 256 pastas.
**b)** 512 pastas.
**c)** 600 pastas.
**d)** 4 096 pastas.

**3.** Observe a promoção feita por uma loja para um determinado modelo de aparelho celular.


DOUGLAS FRANCHIN/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a porcentagem de desconto oferecida nessa promoção para pagamento à vista?
**3.** alternativa **c**

**a)** 10%
**b)** 15%
**c)** 20%
**d)** 24%

**4.** Diego é gerente de uma loja de móveis. Para a queima de estoque, ele ofereceu um desconto de 15% para pagamento à vista de um sofá cujo valor inicial era de R$ 2 000,00. Após essa promoção, ele reajustou o preço do sofá, aumentando-o em 15% em relação ao valor à vista durante a promoção.

Qual é o preço final desse sofá após esse aumento?
**4.** alternativa **b**

**a)** R$ 1 700,00
**b)** R$ 1 955,00
**c)** R$ 2 000,00
**d)** R$ 2 300,00

**5.** Em um *petshop*, cada quilograma de ração para cães é vendido por R$ 4,50 e cada quilograma de ração para gatos por R$ 5,90.

Se um cliente comprar $x$ quilogramas de ração para cães e $y$ quilogramas de ração para gatos, qual expressão algébrica permite calcular o valor que será gasto por ele nessa compra?
**5.** alternativa **d**

**a)** $10{,}40 \cdot x \cdot y$
**b)** $10{,}40 \cdot x$
**c)** $5{,}90 \cdot x + 4{,}50 \cdot y$
**d)** $4{,}50 \cdot x + 5{,}90 \cdot y$

**6.** Tatiana trabalha como vendedora em uma loja de cosméticos. Mensalmente ela recebe um salário fixo de R$ 1 500,00, além de uma comissão a cada venda realizada. O valor dessa comissão é de 5% do valor total das vendas feitas por ela ao longo do mês.

Representando o salário de Tatiana por $s$ e o valor total das vendas feitas por ela em um mês por $v$, qual expressão algébrica indica o salário recebido por Tatiana no mês?
**6.** alternativa **c**

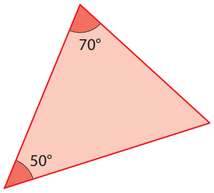
**a)** $s = 1505 \cdot v$
**b)** $s = 1500 + v$
**c)** $s = 1500 + 0{,}05 \cdot v$
**d)** $s = 1500 + 5 \cdot v$

**7.** Para finalizar um serviço de jardinagem nas dependências da prefeitura de uma cidade, cinco jardineiros precisam trabalhar durante quatro horas. Se oito jardineiros forem indicados para esse mesmo serviço, em quanto tempo eles conseguirão finalizá-lo? **7.** alternativa **a**

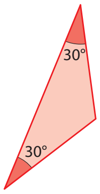
**a)** 2 horas e meia
**b)** 4 horas
**c)** 6 horas e meia
**d)** 10 horas

**8.** Uma empresa de engenharia pretende lançar um novo condomínio horizontal. Para isso, ela está projetando os terrenos e as ruas que integrarão esse condomínio. De acordo com o projeto, será construída uma praça no formato de um triângulo retângulo no centro desse condomínio. Para isso, precisa estabelecer as dimensões dessa praça, considerando os ângulos internos desse triângulo. Identifique qual dos seguintes itens atende aos objetivos dessa empresa para a praça. **8.** alternativa **c**

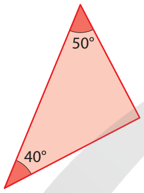
**a)**



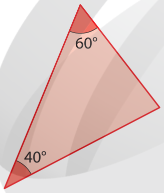

**b)**




**c)**




**d)**




ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA



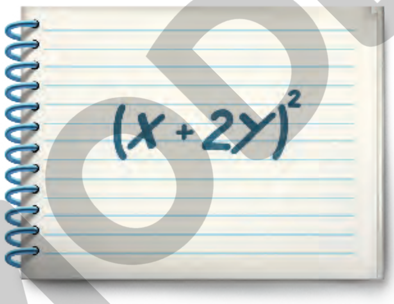
**9.** Em uma turma composta de 20 estudantes, dos quais 8 são meninas e o restante meninos, a professora de Matemática está sorteando aqueles que serão os representantes da turma para a gincana escolar. Sabendo que o primeiro estudante sorteado é uma menina, qual é a probabilidade de que o segundo estudante sorteado seja um menino? **9.** alternativa **d**

**a)** $\frac{1}{19}$
**b)** $\frac{3}{5}$
**c)** $\frac{8}{20}$
**d)** $\frac{12}{19}$

**10.** Em uma urna, foram depositadas 5 bolas azuis, 9 bolas vermelhas e 2 bolas amarelas, todas de mesmo tamanho e mesma medida de massa. Duas bolas serão sorteadas e não serão repostas. Se no primeiro sorteio foi retirada uma bola amarela dessa urna, qual é a probabilidade de que no segundo sorteio seja retirada outra bola amarela? **10.** alternativa **b**

**a)** $\frac{1}{16}$
**b)** $\frac{1}{15}$
**c)** $\frac{14}{15}$
**d)** $\frac{1}{2}$

**11.** Observe a expressão algébrica que Fernanda escreveu em seu caderno.




DOUGLAS FRANCHIN/ARQUIVO DA EDITORA

Qual das seguintes expressões algébricas é equivalente à expressão escrita por Fernanda? **11.** alternativa **d**

**a)** $x^2 + 2y^2$
**b)** $x^2 + 4y^2$
**c)** $x^2 + 2xy + 4y^2$
**d)** $x^2 + 4xy + 4y^2$



- Na atividade **7**, as dúvidas a respeito da diferenciação entre grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais podem ser sanadas a partir de uma conversa com toda a turma a respeito desse assunto. Se julgar oportuno, sugira exemplos com atividades desenvolvidas pelos estudantes na escola envolvendo relações de proporcionalidade direta e inversa, permitindo aos estudantes compartilhar suas percepções acerca do tema.
- Na atividade **8**, pode ser desenvolvido um trabalho de classificação de triângulos quanto à medida de comprimento de lado e medida de abertura de ângulo, reforçando as características dos triângulos retângulos e destacando que eles podem ter diferentes medidas de comprimento de lados e de abertura de ângulos internos, desde que a medida de abertura de um dos ângulos meça 90°.
- A situação retratada na atividade **9** pode ser simulada em sala de aula para que os estudantes percebam a mudança no espaço amostral com o primeiro sorteio.
- Diante das dificuldades manifestadas pelos estudantes na atividade **10**, proponha estudos práticos envolvendo sorteios realizados em sala de aula de modo a propiciar aos estudantes a compreensão do espaço amostral e do evento, bem como do cálculo de probabilidades. Podem ser consideradas também outras variações da mesma situação para que eles reflitam sobre as semelhanças e as diferenças observadas.
- Durante a resolução da atividade **11**, é importante verificar a compreensão dos estudantes a respeito de monômios e polinômios, fazendo questionamentos que permitam avaliar a compreensão deles sobre o tema, essencial no estudo de equações e funções polinomiais.

## Abertura da Unidade 1

### Conteúdos

• Nesta Unidade, serão trabalhados vários conceitos relacionados às unidades temáticas Números, Grandezas e medidas, Geometria e Probabilidade e Estatística que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC listadas.

### Orientações

• Após a exploração da imagem e do texto desta abertura, aproveite a primeira questão para verificar os conhecimentos dos estudantes sobre o assunto, incentivando-os a compartilhar suas experiências.

• Na questão **2**, espera-se que os estudantes identifiquem que a área irrigada pelo sistema de pivô central, com base nas informações apresentadas no texto, apresenta formato circular. Caso eles tenham dificuldades para compreender o funcionamento desse sistema de irrigação, retome e analise o esquema ilustrado na página.

• Caso os estudantes apresentem dificuldades na questão **3**, organize-os em grupos, disponibilize círculos com diferentes medidas de área e oriente-os a medir o comprimento do diâmetro com uma régua. Por fim, desafie-os a comparar a medida de área dessas figuras – uma maneira de realizar essa comparação é com a sobreposição dos círculos. Com isso, eles poderão verificar experimentalmente que, quanto maior for a medida de comprimento do diâmetro, maior será a medida de área dos círculos.

• Se julgar conveniente, aproveite o tema da abertura para comentar com os estudantes que os primeiros registros sobre o processo de irrigação são de civilizações antigas que, em meados de 6000 a.C., viviam nas proximidades dos rios Nilo (no Egito), Tigre e Eufrates (ambos na Mesopotâmia). Com o passar do tempo, o processo de irrigação foi aperfeiçoado e ficou cada vez mais sofisticado com o avanço de pesquisas e uso de novas tecnologias.

# UNIDADE 1

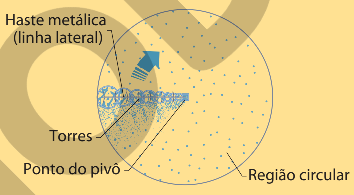


**Habilidades da BNCC trabalhadas nesta Unidade:**
EF09MA01
EF09MA02
EF09MA03
EF09MA04
EF09MA05
EF09MA11
EF09MA15
EF09MA18
EF09MA22

THOMAZ VITA NETO/PULSAR IMAGENS

Plantação de soja irrigada com pivô central, Buritama (SP), 2021.

Você sabe o que é irrigação? Irrigação é uma técnica agrícola utilizada para aplicar água de forma artificial nas plantações. Entre as várias maneiras de irrigar uma plantação, podemos destacar o sistema de pivô central. Observe o esquema a seguir.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

Esquema de sistema de pivô central.

Basicamente, esse sistema é composto de aspersores (bocais de distribuição de água) montados sobre uma haste metálica (linha lateral). Essa haste, por sua vez, é suportada por torres que se movimentam sobre rodas, fazendo-a girar ao redor do ponto central da área irrigada (ponto do pivô). **Para começar...:** **1.** Resposta pessoal.

### Para começar...

**1.** Você já viu algum sistema de irrigação em funcionamento? Comente.

**2.** Qual é o formato da região irrigada pelo sistema de pivô central? **2.** circular

**3.** Podemos afirmar que, no sistema de pivô central, quanto maior a medida de comprimento da haste metálica, maior será a medida da área irrigada? **3.** sim

CAPÍTULO 1

# Números reais

**Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:**
EF09MA01
EF09MA02

## 1 Números naturais, números inteiros e números racionais

Os números estão presentes nas mais diversas situações do nosso dia a dia. Observe alguns exemplos no texto a seguir sobre a cidade de Urupema em Santa Catarina.

FOM CONRADI/ISHOOT/FUTURA PRESS

Cascata que Congela, Urupema (SC), 2021. A água dessa cachoeira congela nos dias mais frios do inverno, proporcionando um espetáculo que encanta os visitantes.

### Urupema: uma das cidades mais frias do país

A cidade de Urupema está localizada na Serra Catarinense a uma altitude que mede 1 450 m acima do nível do mar. A medida de temperatura média anual nessa cidade é de 13 °C e a precipitação média anual mede 1 800 mm.

Embora esteja localizada em um país tropical, nessa região encontramos inverno rigoroso com registro de geadas, neve e temperaturas muito baixas, que chegam a medir, segundo dados do Centro de Informações de Recursos Ambientais e Hidrometeorologia de Santa Catarina (Ciram), –8,8 °C e sensações térmicas que se aproximam de –20 a –30 °C no Morro das Torres.

Observe os números que aparecem no texto: 1 450, 13 e 1 800 são números naturais; –20 e –30 são números inteiros; –8,8 é um número racional.

**Para pensar**

Os números –20 e –30 são os únicos números inteiros que aparecem no texto? Por quê? **Para pensar:** Não; porque os números 1 450, 13 e 1 800 são também números inteiros.

Lembre-se: Escreva no caderno!

A sequência dos **números naturais** é: (0, 1, 2, 3, 4, 5...).

O primeiro número dessa sequência é o zero, e, para determinar qualquer termo a partir do segundo, basta adicionar 1 ao termo anterior.

Agrupando os termos dessa sequência em um conjunto, obtemos o conjunto dos números naturais, que indicamos por $\mathbb{N}$:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...\}$$

Ao realizar uma subtração entre números naturais, encontramos como resultado um número positivo, zero ou um número negativo. Ao agrupar todos esses possíveis resultados, obtemos o conjunto dos **números inteiros**, que indicamos por $\mathbb{Z}$:

$$\mathbb{Z} = \{..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$$



## Números naturais, números inteiros e números racionais

### Objetivo

- Retomar os conceitos de números naturais, números inteiros e números racionais.

### Orientações

- Os conjuntos numéricos são retomados, partindo-se de um texto que apresenta o uso social de diferentes números. Esse é o momento oportuno para fazer um levantamento dos conhecimentos aprendidos pelos estudantes e ajudá-los a superar suas possíveis concepções equivocadas a respeito deles.
- Espera-se que, para responder às perguntas do boxe *Para pensar*, os estudantes se lembrem de que todo número natural também é um número inteiro. Caso os estudantes demonstrem dificuldade, escreva no quadro alguns números e peça a eles que identifiquem cada um deles como número natural ou inteiro.
- Após a leitura e a exploração deste tópico, verifique se os estudantes são capazes de inferir que todos os números que aparecem no texto sobre a cidade de Urupema são números racionais.

## Representação de números racionais na forma decimal

### Objetivos

- Reconhecer as diferentes representações dos números racionais.
- Retomar como se obtém a fração geratriz de uma dízima periódica.

### Orientações

- Ao trabalhar a representação decimal dos números racionais, é importante que fique claro para os estudantes que essa representação será finita ou infinita periódica. Comente com eles a possibilidade de decidir se a representação decimal de uma fração será finita ou infinita periódica sem ter de efetuar a divisão.
- A representação decimal de uma fração será finita quando for possível obter uma fração equivalente à fração original cujo denominador seja uma potência de 10. Por exemplo, a representação decimal das frações $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{20}$ e $\frac{3}{250}$ é finita, pois:

$\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0{,}75;$
$\frac{9}{20} = \frac{45}{100} = 0{,}45$ e
$\frac{3}{250} = \frac{12}{1000} = 0{,}012$

- A representação decimal de uma fração será infinita e periódica quando não for possível obter uma fração equivalente à fração original cujo denominador seja uma potência de 10. Por exemplo, a representação decimal das frações $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{9}$ e $\frac{5}{11}$ é infinita e periódica. Nesse caso, proponha aos estudantes que tentem encontrar uma fração equivalente a essas cujo denominador seja uma potência de 10 para que eles percebam que isso não é possível.

Note que todos os elementos do conjunto $\mathbb{N}$ são também elementos do conjunto $\mathbb{Z}$. Dizemos que $\mathbb{N}$ é um subconjunto de $\mathbb{Z}$, ou seja, $\mathbb{N}$ está contido em $\mathbb{Z}$ (indicamos: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$).

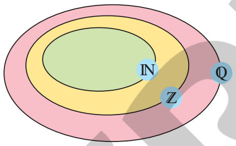
Já os **números racionais** são todos aqueles que podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, sendo $a$ e $b$ números inteiros e $b \neq 0$. O conjunto dos números racionais é indicado por $\mathbb{Q}$:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \underbrace{x \,|}_{\text{tal que}}\, x = \frac{a}{b}, \text{ sendo } a \text{ e } b \text{ números inteiros e } b \neq 0 \right\}$$

Observe alguns exemplos de números que pertencem ao conjunto dos números racionais, pois podem ser escritos como quocientes de dois números inteiros.

- $-20 = \frac{-20}{1}$
- $0{,}06 = \frac{6}{100}$
- $-\frac{4}{5} = \frac{-4}{5}$
- $-8{,}8 = \frac{-88}{10}$
- $\frac{1}{3}$
- $2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$

Qualquer número $n$, natural ou inteiro, pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, sendo $a$ e $b$ números inteiros e $b \neq 0$; basta considerar $a = n$ e $b = 1$. Assim, todos os elementos do conjunto $\mathbb{N}$ e do conjunto $\mathbb{Z}$ são também elementos do conjunto $\mathbb{Q}$. Então, $\mathbb{N}$ é um subconjunto de $\mathbb{Z}$, que, por sua vez, é um subconjunto de $\mathbb{Q}$ (indicamos: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$).

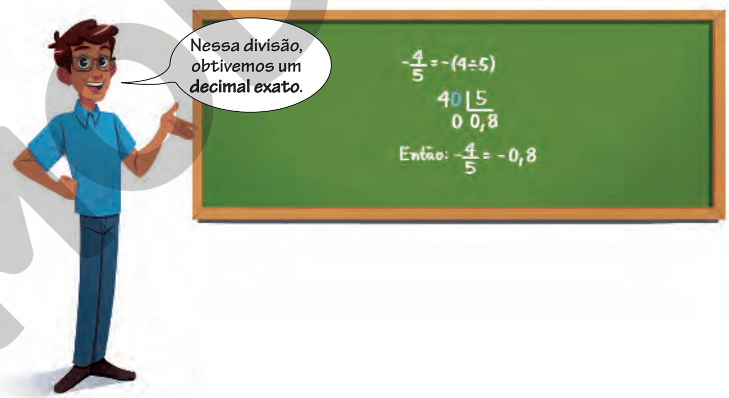



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

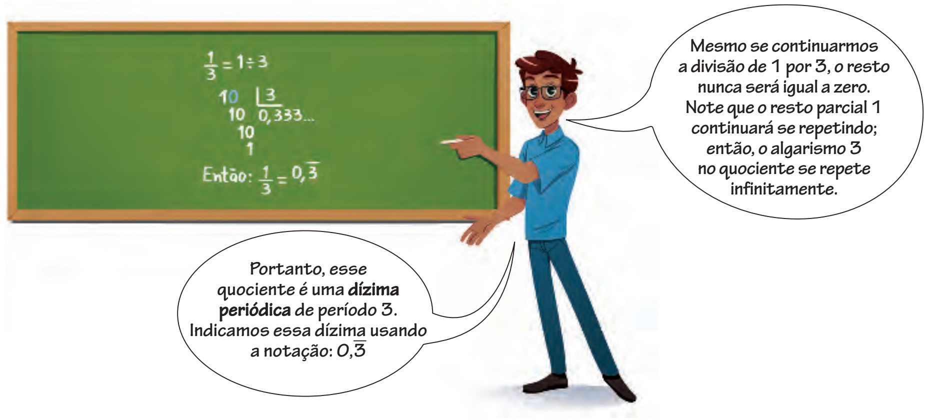
## 2 Representação de números racionais na forma decimal

Um número racional que está na forma de fração também pode ser representado na forma decimal. Para isso, devemos lembrar que a forma de fração pode representar o quociente do numerador pelo denominador.

Acompanhe como escrever $-\frac{4}{5}$ e $\frac{1}{3}$ na forma decimal.




JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA



JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

Do mesmo modo, podemos transformar qualquer número racional da forma de fração para a forma decimal.

A representação decimal de um **número racional** é sempre um **decimal exato** ou uma **dízima periódica**.

É possível fazer o processo inverso: transformar um decimal exato para a forma fracionária usando frações decimais (frações cujo denominador é uma potência de 10).

**Exemplos**

- $4,3 = \frac{43}{10}$
- $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$
- $0,9437 = \frac{9437}{10000}$

Agora, acompanhe um exemplo de como transformar uma dízima periódica para a forma de fração, ou seja, como encontrar a **fração geratriz** de uma dízima.

Vamos obter a fração geratriz da dízima periódica $0,27\overline{6}$.

**1º)** Representamos essa dízima por $x$.

$$x = 0,27\overline{6} \text{ (I)}$$

**2º)** Multiplicamos ambos os membros da igualdade (I) por 100 para obter uma dízima periódica em que o período aparece logo após a vírgula.

$$100x = 27,\overline{6} \text{ (II)}$$

**3º)** Como o período dessa dízima é formado por um algarismo (6), multiplicamos ambos os membros da igualdade (II) por 10 para obter outra dízima com o mesmo período.

$$1\,000x = 276,\overline{6} \text{ (III)}$$

(Note que, como $27,\overline{6}$ é igual a 27,666..., com o 6 se repetindo infinitamente, quando multiplicamos essa dízima por 10, obtemos a dízima 276,666... = $276,\overline{6}$.)

**4º)** Subtraímos, membro a membro, (II) de (III) e, assim, eliminamos a parte que se repete nas dízimas.

$$\begin{array}{r} 1\,000x = 276,\overline{6} \text{ (III)} \\ -100x = \phantom{0}27,\overline{6} \text{ (II)} \\ \hline 900x = 249 \end{array}$$

$$x = \frac{249}{900} = \frac{83}{300}$$

Assim, $0,27\overline{6} = \frac{83}{300}$, ou seja, $\frac{83}{300}$ é a fração geratriz da dízima periódica $0,27\overline{6}$.





- Outra caracterização do critério apresentado é a seguinte:

– Se, ao decompor em fatores primos o denominador da fração, obtivermos somente potências de 2, de 5 ou ambas, então a representação decimal da fração será finita.

– Se, ao decompor em fatores primos o denominador da fração, comparecer alguma potência com base diferente de 2 ou de 5, então a representação decimal da fração será infinita e periódica.

- O processo de obtenção da fração geratriz de uma dízima periódica deve ser trabalhado de forma cuidadosa para que os estudantes possam compreender o significado do que está sendo feito, e não apenas memorizar um processo que pode não fazer sentido para eles.

- Resolução do boxe *Para investigar*:

```
 830    | 300
−600     0,2766...
 2300
−2100
  2000
 −1800
   2000
```

Portanto, $\frac{83}{300} = 0{,}27\overline{6}$

- Amplie a proposta da atividade **2** e reproduza no quadro as afirmações abaixo. Depois, solicite aos estudantes que identifiquem quais delas são verdadeiras e quais são falsas.

**1.** Todo número inteiro é racional. (verdadeira)
**2.** Entre dois números inteiros, sempre existe um número racional. (verdadeira)
**3.** Entre dois números naturais, não há um número racional. (falsa)
**4.** A diferença entre dois números racionais pode não ser um número racional. (falsa)
**5.** Uma dízima periódica não é um número racional. (falsa)
**6.** O número $\frac{3}{17}$ tem representação decimal infinita e não periódica. (falsa)

- A atividade **5** permite comentar com a turma sobre a diferença entre região povoada e região populosa. O Vaticano, por exemplo, é um país pouco populoso (cerca de mil habitantes). Trata-se, porém, de um dos países mais povoados do mundo, considerando que sua área mede 0,44 km$^2$.

O tema propicia até mesmo um trabalho em parceria com o professor de Geografia para explorar esses conceitos.

Mais considerações podem ser obtidas em: https://mundoeducacao.uol.com.br/geografia/diferenca-entre-populoso-povoado.htm. Acesso em: 19 ago. 2022.

**Observações**

- No 1º passo, a parte não periódica após a vírgula tem 2 algarismos; por isso, no 2º passo multiplicamos ambos os membros da igualdade por 100. Se a parte não periódica tivesse 3, 4, 5, ... algarismos após a vírgula, multiplicaríamos, respectivamente, os membros da igualdade por 1 000, 10 000, 100 000 e assim por diante. Se o período estivesse logo após a vírgula, não seria necessário realizar essa multiplicação e usaríamos a igualdade (I) nos passos seguintes.
- No 3º passo, se o período tivesse 2, 3, 4, ... algarismos, multiplicaríamos, respectivamente, os membros da igualdade por 100, 1 000, 10 000 e assim por diante, para obter outra dízima de mesmo período.

**Para investigar** Para investigar: Resposta em *Orientações*.

Usando o algoritmo da divisão, verifique que a fração $\frac{83}{300}$ gera a dízima $0{,}27\overline{6}$.

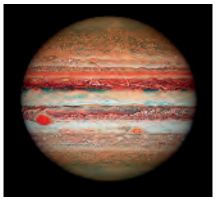
1. Exemplo de resposta: todos os números do texto pertencem ao conjunto dos números racionais.

## ATIVIDADES

**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

**1.** Escreva o nome do conjunto numérico a que pertence cada número do texto abaixo.

HUBBLE/OPAL PROGRAM/STSCI/ESA/NASA



A Grande Mancha Vermelha de Júpiter, 2018.

Júpiter fica a uma medida de distância de 778 milhões de quilômetros do Sol e demora 11 anos e 312 dias terrestres para dar uma volta em torno dessa estrela, a 13 km/s. A gravidade em Júpiter é 2,36 vezes superior à da Terra e a temperatura média no planeta mede –120 °C.

**2.** Identifique os números que pertencem ao conjunto dos números naturais ($\mathbb{N}$), os que pertencem ao conjunto dos números inteiros ($\mathbb{Z}$) e os que pertencem ao conjunto dos números racionais ($\mathbb{Q}$).

**a)** 0 **2. a)** $\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$; $\mathbb{Q}$
**b)** –10 **2. b)** $\mathbb{Z}$; $\mathbb{Q}$
**c)** 3,258 **2. c)** $\mathbb{Q}$
**d)** $\frac{4}{3}$ **2. d)** $\mathbb{Q}$
**e)** $0{,}\overline{3}$ **2. e)** $\mathbb{Q}$
**f)** $\sqrt{25}$ **2. f)** $\mathbb{N}$; $\mathbb{Z}$; $\mathbb{Q}$
**g)** $-\frac{12}{4}$ **2. g)** $\mathbb{Z}$; $\mathbb{Q}$
**h)** $1{,}34\overline{75}$ **2. h)** $\mathbb{Q}$

**3.** Considerando $x$ um número inteiro, copie o quadro no caderno e complete-o.

3. Resposta em *Orientações*.

| $x$ | Oposto de $x$ | Sucessor de $x$ | Antecessor de $x$ |
|---|---|---|---|
| 2 | | | |
| | –15 | | |
| | | 158 | |
| | | | –4 |
| –21 | | | |
| | –348 | | |
| | | 25 390 | |
| $-n$ | | | $-n-1$ |

**4.** As idades de três primos, Bernardo, Rafaela e Sérgio, são, respectivamente, três números consecutivos. Sabendo que a soma das idades é igual a 90, qual é a idade de cada um dos primos?

4. Bernardo: 29 anos, Rafaela: 30 anos, Sérgio: 31 anos

**5.** Leia o texto a seguir.

Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o maior município brasileiro é Altamira, no Pará, e tem 159 533,306 km$^2$ de medida de área, com dimensão territorial maior que vários estados brasileiros.

O município mineiro de Santa Cruz de Minas, cuja área mede 3,565 km$^2$, é o menor do país, seguido de Águas de São Pedro, em São Paulo, com área que mede 3,612 km$^2$. Suas medidas de





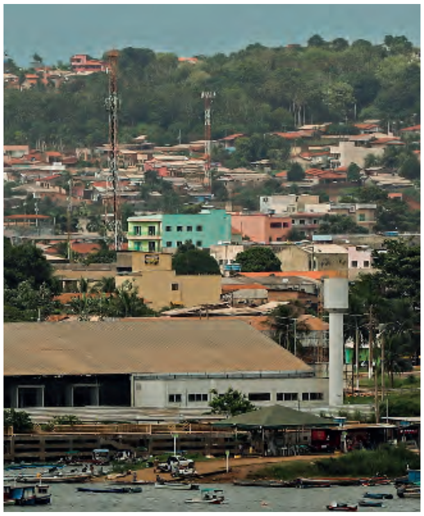
- Resposta da atividade **3**.

| x | Oposto de $x$ | Sucessor de $x$ | Antecessor de $x$ |
|---|---|---|---|
| 2 | –2 | 3 | 1 |
| 15 | –15 | 16 | 14 |
| 157 | –157 | 158 | 156 |
| –3 | 3 | –2 | –4 |
| –21 | 21 | –20 | –22 |
| 348 | –348 | 349 | 347 |
| 25 389 | –25 389 | 25 390 | 25 388 |
| $-n$ | $n$ | $-n+1$ | $-n-1$ |

5. c) Altamira: aproximadamente 0,7 hab./km²; Santa Cruz de Minas: aproximadamente 2 446,8 hab./km²
5. d) Resposta pessoal.

área são menores que a da Ilha de Fernando de Noronha, distrito estadual de Pernambuco, que mede 18,609 km².

FILIPE BISPO/FOTOARENA



Vista da cidade de Altamira às margens do Rio Xingu, no Pará, 2019.

5. a) 3,565; 3,612; 18,609; 159 533,306

a) Escreva os números citados no texto em ordem crescente. 5. b) 159 529,741 km²

b) Qual é a diferença entre a medida de área do maior e a do menor município brasileiro?

c) A **densidade demográfica** de uma região é a razão entre o número de pessoas e a medida de área. Segundo o IBGE, em 2021, a população estimada de Altamira era de 117 320 habitantes, e a de Santa Cruz de Minas era de 8 723 habitantes. Usando uma calculadora, calcule a densidade demográfica aproximada, em habitantes por quilômetro quadrado, desses dois municípios em 2021.

d) Converse com um colega e comparem as densidades demográficas obtidas no item anterior.

**6.** Escreva os números racionais na forma decimal.

a) $\frac{2}{15}$ 6. a) $0,1\overline{3}$

b) $\frac{4}{25}$ 6. b) 0,16

c) $\frac{6}{15}$ 6. c) 0,4

d) $\frac{30}{8}$ 6. d) 3,75

e) $\frac{50}{3}$ 6. e) $16,\overline{6}$

f) $\frac{90}{11}$ 6. f) $8,\overline{18}$

**7.** Encontre a fração geratriz de cada dízima periódica.

a) $0,\overline{2}$ 7. a) $\frac{2}{9}$

b) $1,1\overline{6}$ 7. b) $\frac{7}{6}$

c) $0,1\overline{25}$ 7. c) $\frac{62}{495}$

• Usando uma calculadora, divida o numerador pelo denominador de cada fração geratriz obtida para verificar se os resultados são as dízimas periódicas dos itens. 7. Resposta em *Orientações*.

## 3 Números irracionais

Além dos números naturais, inteiros e racionais, existem os números irracionais.

Como vimos, a representação decimal de um número racional é sempre um decimal exato ou uma dízima periódica.

Os números cuja representação decimal é infinita e não periódica não podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, sendo $a$ e $b$ inteiros e $b \neq 0$, e, portanto, não são números racionais. Esses números são **irracionais**. Observe alguns exemplos de números irracionais.

### Raiz quadrada de 2

Caio e seus colegas de grupo fizeram um trabalho sobre a raiz quadrada de 2. Para encontrar um segmento que media raiz quadrada de 2 cm de comprimento, fizeram dois quadrados de papel com lados que mediam 1 cm de comprimento. Depois, cortaram esses quadrados na diagonal, obtendo triângulos.

JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA





**(EF09MA01)** Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade).

**(EF09MA02)** Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.

**Competência específica 3:** Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

• Na atividade **7**, espera-se que os estudantes lembrem que fração geratriz é aquela que dá origem a uma dízima periódica. Caso julgue necessário, reproduza um dos itens no quadro e faça o procedimento para obter sua fração geratriz, solicitando a participação da turma.

## Números irracionais

### Objetivos

• Ampliar e consolidar os significados dos números naturais, inteiros e racionais.

• Reconhecer a existência de números irracionais.

• Distinguir um número irracional dos demais já estudados e mobilizar tais conhecimentos para a resolução de problemas.

• Reconhecer que os números $\sqrt{2}$ e $\pi$ são irracionais.

• Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF09MA01 e EF09MA02 e da competência específica 3 da BNCC.

### Habilidades da BNCC

• Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA01 porque os estudantes terão a oportunidade de reconhecer que as medidas das diagonais de um quadrado não podem ser expressas por um número racional quando a medida do seu lado é tomada como unidade. A habilidade EF09MA02 tem o seu desenvolvimento favorecido porque os estudantes deverão estudar que um número irracional tem representação decimal infinita e não periódica.

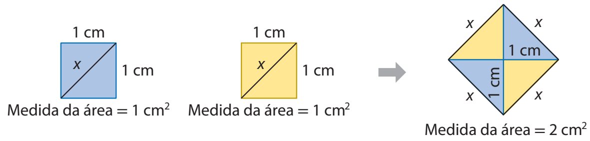
### Orientações

• Há muito tempo, ficou claro para os matemáticos que as frações não eram suficientes para medir todas as grandezas, mesmo que fossem positivas. Assim, já na Antiguidade grega ficou comprovado que, por exemplo, a medida de comprimento do lado de um quadrado é incomensurável com a medida de comprimento de sua diagonal, ou seja, não existe um segmento, por menor que seja, que sirva de unidade de medida comum ao lado e à diagonal de um mesmo quadrado de maneira que ambos sejam múltiplos inteiros dessa unidade. Se julgar oportuno, proponha aos estudantes que façam uma pesquisa a respeito da descoberta da existência de segmentos incomensuráveis e da crise que esse fato gerou na Matemática na Antiguidade.

- No boxe *Para investigar*, comente com os estudantes que toda medição realizada no mundo físico tem o seu valor afetado pela incerteza da medição e do instrumento de medida. Nesse caso, a medida de comprimento do segmento em centímetro ou em milímetro nunca poderá ser expressa por um número racional.
- Ao introduzir a noção de número irracional, enfatize a diferença entre uma aproximação de um número irracional como $\sqrt{2}$, dada por uma calculadora, e o próprio número $\sqrt{2}$.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Com os triângulos obtidos, montaram um novo quadrado de papel. Observe.




O quadrado montado tem área que mede 2 cm². Portanto, a medida de comprimento do lado desse quadrado, em centímetro, é um número que, elevado ao quadrado, resulta em 2. Em outras palavras, a medida de comprimento do lado desse quadrado, em centímetro, que indicamos por $x$, é igual à **raiz quadrada** de 2, representada por $\sqrt{2}$.

**Para investigar**

**Para investigar:** Exemplo de respostas: 1,4 cm; aproximada; pode-se verificar fazendo $(1{,}4 \text{ cm})^2$; nesse caso, obtém-se 1,96 cm², e não 2 cm²; resposta pessoal.

Usando uma régua graduada em centímetro e milímetro, meça o comprimento do lado do novo quadrado montado por Caio e seus colegas. Que medida de comprimento você obteve?

Depois, converse com os colegas sobre as seguintes questões:

- Na medição, vocês obtiveram a medida exata ou aproximada do segmento?
- Como vocês podem verificar se a medida é exata?
- Por que vocês acham que isso aconteceu?

Observe as tentativas de Caio e seus colegas de encontrar o valor exato da raiz quadrada de 2.

Primeiro, eles testaram alguns valores, buscando um número não negativo que, elevado ao quadrado, fosse igual a 2.

$$1^2 = 1 \qquad 2^2 = 4$$

Então, perceberam que $\sqrt{2}$ está entre 1 e 2. Assim, continuaram testando valores entre 1 e 2, buscando um número que, elevado ao quadrado, resultasse em 2. Observe.

| $1{,}1^2$ | $1{,}2^2$ | $1{,}3^2$ | $1{,}4^2$ | $1{,}5^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1,21 | 1,44 | 1,69 | 1,96 | 2,25 |

2 está entre $(1{,}4)^2$ e $(1{,}5)^2$.
Logo, $\sqrt{2}$ está entre 1,4 e 1,5.

| $1{,}41^2$ | $1{,}42^2$ |
|---|---|
| 1,9881 | 2,0164 |

2 está entre $(1{,}41)^2$ e $(1{,}42)^2$.
Logo, $\sqrt{2}$ está entre 1,41 e 1,42.

| $1{,}411^2$ | $1{,}412^2$ | $1{,}413^2$ | $1{,}414^2$ | $1{,}415^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1,990921 | 1,993744 | 1,996569 | 1,999396 | 2,002225 |

2 está entre $(1{,}414)^2$ e $(1{,}415)^2$.
Logo, $\sqrt{2}$ está entre 1,414 e 1,415.

| $1{,}4141^2$ | $1{,}4142^2$ | $1{,}4143^2$ |
|---|---|---|
| 1,99967881 | 1,99996164 | 2,00024449 |

2 está entre $(1{,}4142)^2$ e $(1{,}4143)^2$.
Logo, $\sqrt{2}$ está entre 1,4142 e 1,4143.

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA

Caio e seus colegas perceberam que, mesmo continuando os cálculos, não encontrariam o valor exato de $\sqrt{2}$, mas aproximações desse número. Então, concluíram que $\sqrt{2}$ está entre 1,4142 e 1,4143.

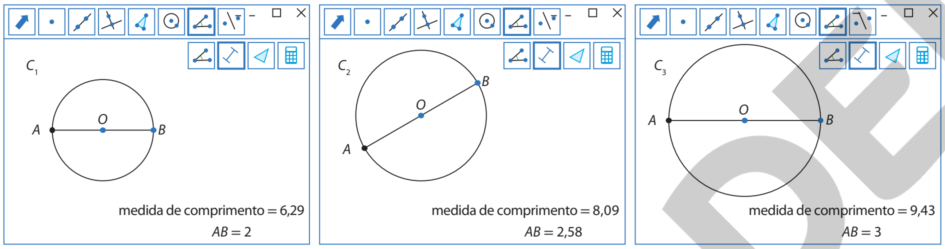
Já foram feitos muitos cálculos para chegar ao valor exato de $\sqrt{2}$, mas nunca foi encontrado um decimal exato ou uma dízima periódica correspondente a esse valor. Os matemáticos provaram que o número $\sqrt{2}$ não é racional, isto é, não pode ser escrito como um quociente de números inteiros e, por isso, não pode ser expresso como decimal exato ou como dízima periódica.

## Número pi ($\pi$)

Vanessa traçou uma circunferência usando um *software* de Geometria dinâmica e, em seguida, mediu, com as ferramentas do *software*, o diâmetro e o comprimento aproximado da circunferência.

JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

Depois, ela movimentou a circunferência a fim de alterar a medida de comprimento de seu diâmetro. Acompanhe, a seguir, três configurações que ela obteve, em que as medidas de comprimento estão indicadas na mesma unidade.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Em seguida, Vanessa calculou o quociente entre a medida aproximada do comprimento e a medida do diâmetro correspondente a cada circunferência e obteve os seguintes valores.

$C_1$: $\dfrac{6{,}29}{2} = 3{,}145$ $\qquad$ $C_2$: $\dfrac{8{,}09}{2{,}58} \simeq 3{,}136$ $\qquad$ $C_3$: $\dfrac{9{,}43}{3} \simeq 3{,}143$

Como é possível perceber, os valores obtidos nesses quocientes estão próximos de 3,14. Em qualquer circunferência, essa razão é de aproximadamente 3,14.

Quando se divide a medida do comprimento da circunferência pela medida do seu diâmetro, na mesma unidade, obtém-se sempre o **número irracional pi** (representado pela letra grega $\pi$).

$$\pi = 3{,}14159265...$$

O número $\pi$ tem infinitas casas decimais e não possui parte periódica. Por isso, é um número irracional.





- A introdução à raiz quadrada de 2 e ao número $\pi$ é feita por meio de situações-problema, especialmente aquelas vinculadas à Geometria e às medidas cujas soluções não são dadas por números racionais. Dessa forma, a competência específica 3 da BNCC tem o seu desenvolvimento favorecido.
- Proponha aos estudantes que, em duplas, façam uma pesquisa a respeito do histórico do número $\pi$, com o objetivo de aprofundar as informações trazidas pelo livro e perceber que vários conceitos matemáticos se desenvolveram ao longo do processo de busca pelo valor exato de $\pi$ (enquanto se pensava que isso era possível) e de aproximações mais precisas.

• Explique aos estudantes que, para facilitar os cálculos, muitas vezes arredondamos o valor de $\pi$ para 3,14.

• No boxe *Para calcular*, a medida de comprimento aproximada do diâmetro é obtida por meio do uso da sentença algébrica que fornece o comprimento da circunferência.

Se a cada volta se percorreu a medida de distância de 1 metro, isso significa que o comprimento dessa roda mede 1 metro. Assim:

$$1 = \pi \cdot 2r \Leftrightarrow 2r = \frac{1}{\pi}$$

Indicando por $d$ a medida de comprimento do diâmetro da roda, em metro, e considerando $\pi = 3{,}14$, temos:

$$d \simeq \frac{1}{3{,}14} \simeq 0{,}318$$

Então, a medida de comprimento aproximada do diâmetro da roda é 0,318 m.
Portanto, a medida de comprimento aproximada do diâmetro da roda é 0,318 m.

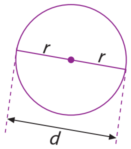
• Aproveite o tema para pedir aos estudantes que deem exemplos de outros instrumentos de medida utilizados em diferentes profissões, como engenharia e arquitetura. Essa pode ser uma tarefa de pesquisa para ser realizada fora da sala de aula.

• Chame a atenção dos estudantes para o fato de que existem infinitos números irracionais, assim como existem infinitos números naturais, inteiros e racionais, para que eles superem eventuais concepções errôneas. O boxe *Para pensar* pode ajudá-los a se convencer de tal fato. Mostre outros exemplos de números irracionais, tais como 1,566556665556666..., 0,987651121112... etc.

**Observação**

Há medidas que não podem ser expressas por números racionais. Como vimos, o comprimento de uma circunferência de diâmetro com medida racional e a medida da diagonal de um quadrado de lado com 1 unidade de comprimento são algumas delas. No Capítulo 6, veremos outras medidas de comprimento que não podem ser expressas por números racionais, como a da altura de alguns triângulos equiláteros e a da diagonal de alguns retângulos.

Usando o número $\pi$, podemos calcular a medida do comprimento $C$ de uma circunferência de diâmetro $d$ e raio $r$. Dessa forma, temos $\frac{C}{d} = \pi$ e, portanto:




$$C = \pi \cdot d$$
ou
$$C = \pi \cdot 2r$$

**Recorde**

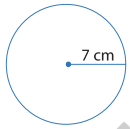
Para calcular a medida da área $A$ de um círculo de raio medindo $r$ de comprimento, usamos o número $\pi$:

$$A = \pi \cdot r^2$$

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

**Exemplo**

Calcular a medida do comprimento de uma circunferência cujo raio mede 7 cm de comprimento, considerando $\pi = 3{,}14$.




$C = \pi \cdot 2r$
$C = 3{,}14 \cdot 2 \cdot (7\text{ cm})$
$C = 43{,}96\text{ cm}$

**Para calcular**

A trena de roda é um instrumento de medição de distância, como a ilustrada na foto. As trenas de roda profissionais apresentam um contador (mecânico ou digital) que marca a medida da distância no decorrer da rolagem da roda no solo. Alguns modelos têm um diâmetro específico que a cada volta dada marca a medida de distância de 1 m. Qual é a medida de comprimento aproximada do diâmetro da roda desses modelos de trena?

**Para calcular:** aproximadamente 0,318 m


GRUFFYDD THOMAS/ALAMY/FOTOARENA

**Exemplos**

- $\sqrt{x}$, em que $x$ é um número não negativo, racional ou irracional, e não é quadrado perfeito de um número racional:
  $\sqrt{\pi}$ $\qquad$ $\sqrt{5} = 2{,}236067977499789696...$
  $\sqrt{3} = 1{,}732050807568877293...$ $\qquad$ $\sqrt{7} = 2{,}645751311064590590...$
- O número $\phi$ (phi), também conhecido como número de ouro ou razão áurea, dado por:
  $$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}61803398874989...$$

**Para pensar**

Escreva no caderno três exemplos de números irracionais diferentes dos apresentados. **Para pensar:** Resposta pessoal.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Identifique os números irracionais. **1.** alternativas **c** e **g**

**a)** $-2\,900$

**b)** $\sqrt{121}$

**c)** $\sqrt{10}$

**d)** $\frac{10}{9}$

**e)** $0{,}0\overline{12}$

**f)** $\sqrt{4}$

**g)** 0,02468101214, tal que a sequência de algarismos após a vírgula equivale à sequência dos números naturais pares.

**2.** Murilo realizou a operação 2 : 29 na calculadora de seu celular, que mostra 16 algarismos do resultado. Observe o resultado que ele obteve e a conclusão a que chegou.

**2.** Resposta em *Orientações*.


JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

- Converse com um colega sobre a conclusão de Murilo, e verifiquem se ele está correto.

**3.** Um atleta participará de uma prova em que terá de nadar percorrendo a borda de uma piscina de formato circular de raio medindo 100 m de comprimento. Para completar a prova, ele precisará dar 2 voltas na piscina. Determine quantos metros ele nadará. (Considere: $\pi = 3{,}14$.) **3.** 1 256 m

**4.** Considerando $\pi = 3{,}14$, responda às questões.

**a)** Qual é o comprimento da circunferência cujo raio mede 2,3 cm? **4. a)** 14,444 cm

**b)** E da circunferência cujo diâmetro mede 7,5 m de comprimento? **4. b)** 23,55 m

**c)** Qual é a medida do diâmetro de uma circunferência cujo comprimento é 31,4 m? **4. c)** 10 m

**5. b)** aproximadamente 531 voltas

**5.** O raio da bicicleta de Lizandro mede 30 cm de comprimento.

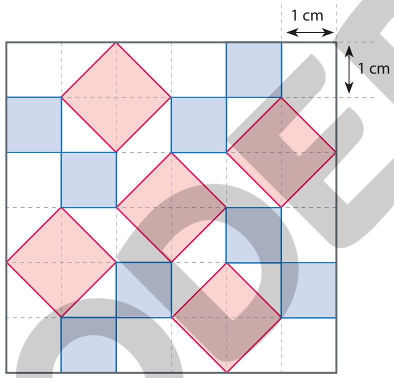
DMITRY ARGUNOV/ALAMY/FOTOARENA

**5. a)** 188,4 cm

**a)** Qual é a medida de comprimento de cada roda dessa bicicleta? (Adote $\pi = 3{,}14$.)

**b)** Quantas voltas cada roda dessa bicicleta dará a cada medida de distância de 1 km?

**6.** Observe como Sílvia coloriu uma malha quadriculada.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Escreva um número racional na forma fracionária que represente a parte colorida dessa malha quadriculada. **6. a)** $\frac{1}{2}$

**b)** Qual é a razão entre a medida da área da parte colorida de azul e a de toda a malha quadriculada? **6. b)** $\frac{2}{9}$

**c)** Qual é a medida de comprimento, em centímetro, do lado de cada quadrado pintado de vermelho? **6. c)** $\sqrt{2}$ cm

**d)** Escreva na forma decimal os números encontrados nos itens **a**, **b** e **c**.

**6. d)** $\frac{1}{2} = 0{,}5$; $\frac{2}{9} = 0{,}\overline{2}$; $\sqrt{2} \simeq 1{,}4142135$





- Se julgar necessário, complemente a atividade **1**, pedindo aos estudantes que identifiquem nos itens não indicados como número irracional de que tipo de número se trata. Esperam-se as seguintes respostas: **a)** inteiro e racional; **b)** natural, inteiro e racional; **d)** racional; **e)** racional; **f)** natural, inteiro e racional.
- Na atividade **2**, espera-se que os estudantes percebam que Murilo **não** está correto, pois o número que ele obteve é parte da representação decimal de $\frac{2}{29}$, e $\frac{2}{29}$ é um número racional. Comente com eles que, às vezes, o período da dízima é muito grande ou não aparece nos algarismos visíveis na tela ou no visor de uma calculadora.

## Números reais

### Objetivos

- Compreender a ideia de conjunto dos números reais como o resultado da união do conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais e mobilizar os conhecimentos construídos para a resolução de problemas.
- Localizar e representar números reais na reta numérica.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF09MA01 e EF09MA02 da BNCC.

### Habilidades da BNCC

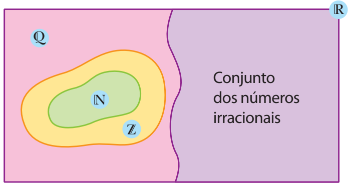
- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA01 porque os estudantes terão a oportunidade de reconhecer que as medidas de comprimento das diagonais de um quadrado não podem ser expressas por um número racional quando a medida de comprimento de seu lado é tomada como unidade. O desenvolvimento da habilidade EF09MA02 se dá porque os estudantes deverão reconhecer e estimar a localização de alguns números irracionais na reta numérica.

### Orientações

- Um dos objetivos desta etapa do trabalho é mostrar aos estudantes que alguns conjuntos numéricos estão contidos em outros; os conjuntos dos números racionais e dos números irracionais não têm elementos em comum, ou seja, são conjuntos disjuntos; e o conjunto dos números reais é a reunião do conjunto dos números racionais com o dos números irracionais.
- Outro objetivo deste tópico é explorar a localização de pontos correspondentes aos números irracionais em uma reta numérica – um contraponto à ideia de que na reta dos números racionais não há espaço para “novos” números. A introdução do novo conceito promove uma enorme ampliação da ideia de números.
- Inicie a aula representando, no quadro, alguns números inteiros na reta numérica. Depois, peça a alguns estudantes que encontrem os pontos correspondentes a, por exemplo, 1,4, $-0{,}7$ ou $\frac{3}{5}$ e que, a seguir, descrevam métodos para marcar esses pontos. Quando não conseguirem, ajude-os. No final, mostre como podemos representar os números $-\sqrt{2}$ e $\sqrt{2}$ na reta numérica.

# 4 Números reais

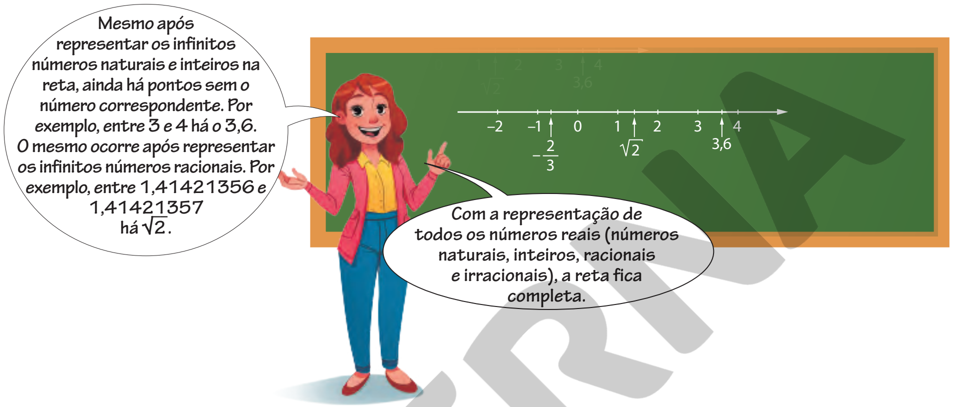
Se unirmos o conjunto dos números racionais (no qual estão contidos o conjunto dos números inteiros e o conjunto dos números naturais) com o conjunto dos números irracionais, obteremos o **conjunto dos números reais**, que indicamos por $\mathbb{R}$.




ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

## A reta numérica

Assim como os números naturais, os inteiros negativos e os racionais não inteiros têm, cada um, um ponto correspondente na reta numérica, os números irracionais também têm. Observe.

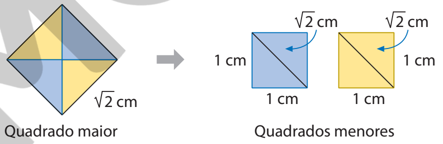



ILUSTRAÇÕES: JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

Todo número real tem um único ponto correspondente na reta numérica, e todo ponto da reta numérica corresponde a um único número real.

Estabelecidas uma origem (correspondente ao número zero) e uma unidade (que determina a medida da distância entre dois pontos correspondentes a dois números inteiros consecutivos), vamos ver como encontrar a localização exata ou aproximada de alguns pontos correspondentes a números reais na reta numérica.

Mesmo que a representação decimal do número $\sqrt{2}$ tenha infinitas casas decimais não periódicas, é possível traçar um segmento medindo $\sqrt{2}$ unidade de comprimento e representar esse número na reta numérica. Vamos retomar o quadrado feito pelo grupo de Caio.


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

Caio usou o fato de a diagonal do quadrado com medida de lado igual a 1 cm de comprimento medir $\sqrt{2}$ cm de comprimento para representar $\sqrt{2}$ e $-\sqrt{2}$ na reta numérica.

24



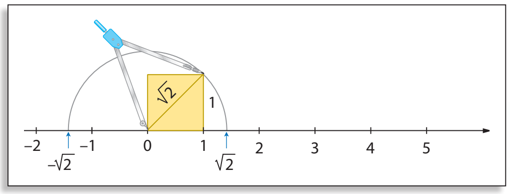


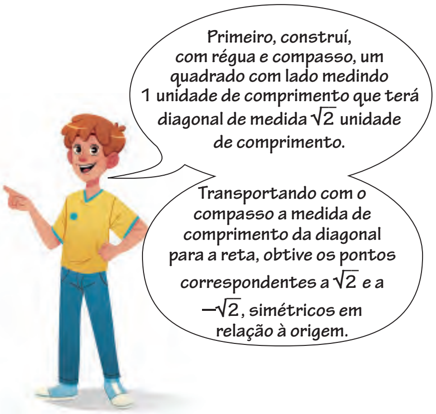
**(EF09MA01)** Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade).

**(EF09MA02)** Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.

ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

Acompanhe como ele fez.

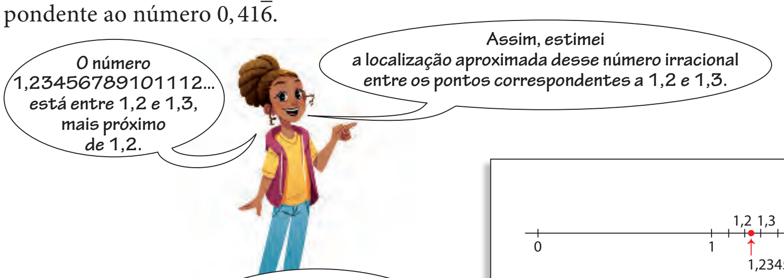


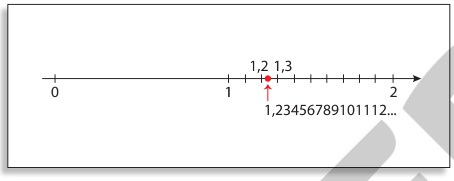

**Para pensar** **Para pensar:** Resposta em *Orientações*.

Como você faria para localizar o ponto correspondente ao número irracional $2\sqrt{2}$ na reta numérica acima?

Agora, acompanhe como Alícia estimou a localização na reta numérica do ponto correspondente ao número irracional 1,23456789101112... e como Felipe localizou na reta o ponto correspondente ao número $0,41\overline{6}$.



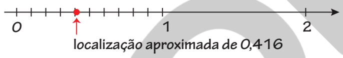

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.





1º modo

$$0,41\overline{6} \simeq 0,4$$




2º modo

(I) $x = 0,41\overline{6}$ $\times 100$

(II) $100x = 41,\overline{6}$ $\times 10$

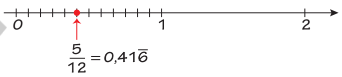
(III) $1\,000x = 416,\overline{6}$

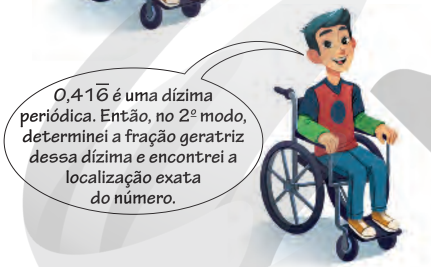
Subtraindo (II) de (III), membro a membro:

$$900x = 375$$

$$x = \frac{375}{900} = \frac{5}{12}$$

Logo: $0,41\overline{6} = \frac{5}{12}$




ILUSTRAÇÕES: JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA





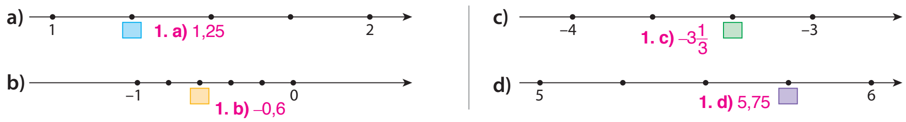
- Nesta página mostra-se como estimar a localização de alguns números irracionais na reta numérica. Se achar necessário, proponha aos estudantes que estimem a localização de outros números irracionais na reta numérica utilizando a estratégia que julgarem mais conveniente. Depois, incentive-os a compartilhar com os colegas o modo como fizeram.
- No Capítulo 6, após estudar o teorema de Pitágoras, os estudantes verão que é possível localizar outros números irracionais, como $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ e $\sqrt{13}$, na reta numérica usando um método parecido com o apresentado por Caio.
- No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes verifiquem que, para localizar $2\sqrt{2}$ na reta, bastaria manter a abertura do compasso usada a fim de encontrar $\sqrt{2}$ e marcar, a partir do zero, a medida $\sqrt{2}$ duas vezes para a direita na reta.

- Na atividade **1**, os estudantes podem dar as respostas tanto na forma decimal como na forma de fração. Aproveite a atividade e peça a eles que compartilhem como pensaram para encontrar o número escondido, respeitando sempre e ouvindo as estratégias dos colegas de modo a ampliar as maneiras de resolver problemas.
- Na atividade **3**, os estudantes usarão o recurso de aproximações para localizar pontos correspondentes aos números irracionais na reta.
- Para resolver as atividades **4**, **5** e **6**, que envolvem representações na reta numérica, é muito importante que os estudantes utilizem uma régua graduada. Mesmo quando se trata de aproximações, a intenção é chegar à representação mais próxima possível, usando os recursos de que se dispõe.

## ATIVIDADES

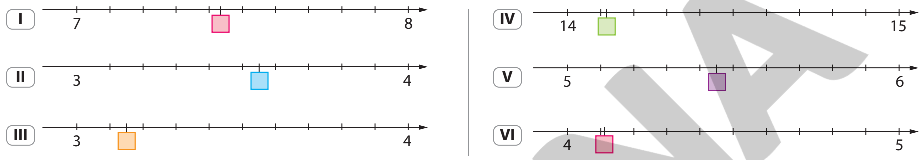
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Observe cada reta numérica, dividida em partes iguais, e identifique no caderno o número correspondente a cada quadradinho.




**2.** Em cada caso, arredonde os números para a 2ª casa decimal e associe-os à sua localização aproximada na reta numérica. 2. A – III; B – II; C – IV; D – I ; E – VI; F – V

| | | |
|---|---|---|
| **A** $\pi$ | **C** $10\sqrt{2}$ | **E** $3\sqrt{2}$ |
| **B** 3,54345793... | **D** 7,4321798... | **F** 5,5698759... |




**3.** Faça o que se pede.

**a)** Arredonde o número 1,732050... para a 1ª casa decimal. **3. a)** 1,7

**b)** O número 1,732050... está entre quais números inteiros consecutivos? **3. b)** entre 1 e 2

**c)** Arredonde $-2\sqrt{2}$ para a 1ª casa decimal. **3. c)** –2,8

**d)** O número $-2\sqrt{2}$ está entre quais números inteiros consecutivos? **3. d)** entre –3 e –2

**e)** Desenhe uma reta numérica e encontre a localização aproximada dos pontos que correspondem aos números 1,732050... e $-2\sqrt{2}$. **3. e)** Resposta em *Orientações*.

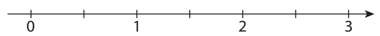
**4.** Represente os números abaixo na mesma reta numérica.
**4.** Resposta em *Orientações*.

$\sqrt{2}$ $-\sqrt{2}$ $3\sqrt{2}$ $-3\sqrt{2}$

**5.** Arredonde os números abaixo para a 2ª casa decimal e encontre a localização aproximada deles em uma reta numérica. **5.** Resposta em *Orientações*.

**a)** 0,6523987415236... **b)** 1,36547895213647... **c)** 2,5632655632141563...

**6.** Copie a reta numérica em seu caderno e estime a localização dos pontos correspondentes aos números indicados. **6.** Resposta em *Orientações*.




$\sqrt{3}$ $\frac{\pi}{3}$ $\sqrt{5}$ 0,3691215... $\sqrt{7}$

**7.** Faça o que se pede.
- Elabore uma atividade envolvendo a localização de números reais na reta numérica.
- Passe a atividade para um colega resolver e resolva a que ele criou.
- Corrija a resposta de seu colega. **7.** Resposta pessoal.

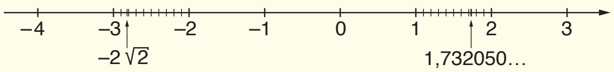
26



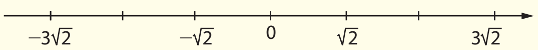
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



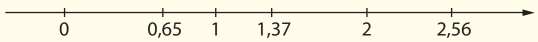
- Resposta do item **e** da atividade **3**:



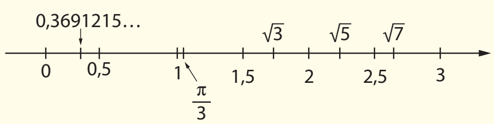

- Resposta da atividade **4**:




- Resposta da atividade **5**:




- Resposta da atividade **6**:




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## Pictogramas

### Situação 1

A professora Marcela realiza todos os anos uma campanha de arrecadação de agasalhos na escola ABC, com o objetivo de doá-los a pessoas carentes no inverno. Observe, na tabela, a quantidade de peças arrecadadas nas campanhas de 2019 a 2022.

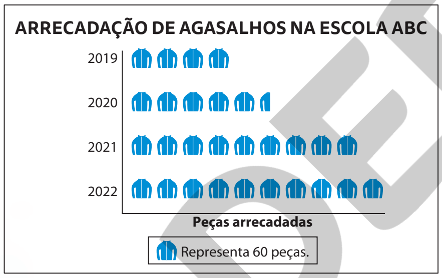
Para a campanha de 2023, Marcela resolveu montar um cartaz com um pictograma mostrando a arrecadação de 2019 a 2022.

**Arrecadação de agasalhos na escola ABC**

| Ano | Quantidade de peças |
|---|---|
| 2019 | 240 |
| 2020 | 330 |
| 2021 | 540 |
| 2022 | 600 |

Dados obtidos pela professora Marcela de 2019 a 2022.


JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela professora Marcela de 2019 a 2022.

### Situação 2

A prefeitura de Quatro Ventos instala, anualmente, banheiros químicos na cidade para que os moradores e os turistas possam usar durante o Carnaval.

O responsável pelo planejamento das festas elaborou, em janeiro de 2024, um pictograma que informa o número de banheiros instalados na cidade durante o Carnaval de 2019 a 2023. Observe.







## Estatística e Probabilidade

### Objetivo

- Construir, ler e interpretar pictogramas.

### Orientações

- Nesta seção, o estudo de pictogramas será retomado e ampliado, uma vez que os estudantes deverão lidar com pictogramas que têm ícones pela metade.
- Comente com os estudantes que convém utilizar esse tipo de gráfico quando a variável oferece poucas categorias e o número de observações é pequeno.
- Comente também que, no pictograma, o ícone escolhido pode representar outras quantidades e a disposição dos dados também pode ser diferente. Ressalte que é importante que o ícone escolhido tenha relação com o tema da pesquisa, que o valor de cada ícone seja um divisor comum dos dados referentes à variável que será representada no eixo vertical ou horizontal e que haja uma legenda indicando o valor que representa cada ícone.
- Na primeira situação, chame a atenção dos estudantes para o fato de que Marcela escolheu um ícone e a quantidade de peças que ele representaria para construir o pictograma. Aproveite para explorar os demais elementos do pictograma: a linha vertical para indicar cada ano considerado, o título, a legenda para indicar o valor de cada ícone e a fonte dos dados.
- Na segunda situação, os estudantes deverão ler e interpretar pictogramas. Gráficos como esses são publicados com frequência em jornais e revistas; por isso, é importante que saibam interpretar as informações representadas.

27

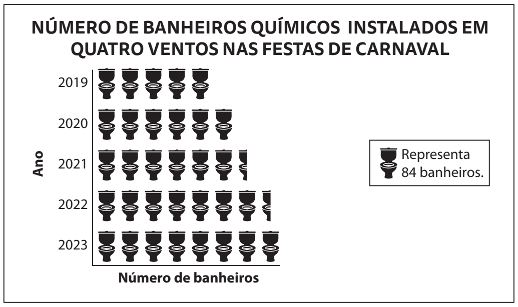
- Para a construção do pictograma da atividade **1**, oriente os estudantes a indicar o significado de cada ícone; a escolher um ícone de acordo com a variável estatística representada; a utilizar sempre o mesmo ícone e, quando necessário, partes dele; a inserir um título adequado; e a inserir a fonte dos dados.
- Exemplo de resposta do item **c** da atividade **1**:

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA


Dados obtidos por Leila em janeiro de 2024.

▶ Estatística e Probabilidade

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA




Dados obtidos pela prefeitura de Quatro Ventos em janeiro de 2024.

LUCIANO MARQUES/SHUTTERSTOCK

Banheiros químicos.

Com base nesse pictograma, é possível determinar a quantidade exata de banheiros químicos instalados a cada ano. Observe que cada ícone equivale a 84 banheiros químicos; assim, metade de um ícone – – equivale a 42 banheiros. Contando a quantidade de ícones representada em cada ano, temos os dados abaixo.

- 2019 – como há 5 ícones, o número de banheiros é dado por: $5 \cdot 84 = 420$
- 2020 – como há 6 ícones, temos: $6 \cdot 84 = 504$ banheiros químicos
- 2021 – como há 6 ícones e mais metade de um ícone, temos: $6 \cdot 84 + 42 = 546$
- 2022 – como há 7 ícones e mais metade de um ícone, temos: $7 \cdot 84 + 42 = 630$
- 2023 – como há 8 ícones, temos: $8 \cdot 84 = 672$ banheiros químicos

Podemos concluir que, em 2023, o número de banheiros instalados foi maior que nos demais anos, pois nesse ano foram instalados 672 banheiros químicos.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Leila trabalha como passeadora de cachorros. De quinta-feira a domingo, ela sai para passear com diferentes cães do bairro. Observe, na tabela a seguir, a quantidade de cachorros que Leila levou para passear na 1ª semana de janeiro de 2024.

| Quantidade de cachorros levados para passear na 1ª semana de janeiro de 2024 | |
|---|---|
| **Dia da semana** | **Quantidade** |
| Quinta-feira | 12 |
| Sexta-feira | 18 |
| Sábado | 22 |
| Domingo | 20 |

Dados obtidos por Leila em janeiro de 2024.

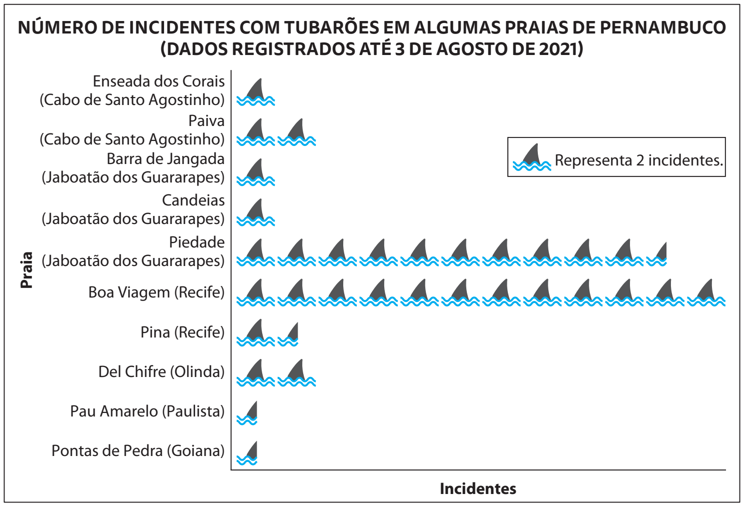
**a)** Se Leila construir um pictograma em que um ícone corresponda a 2 cachorros, quantos ícones ela terá de desenhar para cada dia? **1. a)** quinta-feira: 6; sexta-feira: 9; sábado: 11; domingo: 10

**b)** Se no pictograma Leila usar um ícone para representar 4 cachorros, quantos ícones ela precisará desenhar para cada dia? **1. b)** quinta-feira: 3; sexta-feira: 4,5; sábado: 5,5; domingo: 5

**c)** Construa um pictograma para representar os dados da tabela. **1. c)** Resposta em *Orientações.*

**2. a)** 21 incidentes; 4 incidentes
**2. b)** Ocorreram mais incidentes nas praias de Recife. Ocorreram 25 incidentes em Jaboatão dos Guararapes e 27 em Recife.

**2.** O Comitê Estadual de Monitoramento de Incidentes com Tubarões (Cemit) acompanha e registra os incidentes com tubarões no litoral de Pernambuco desde 1992. Observe, no gráfico a seguir, alguns dados sobre esse assunto.




Dados publicados pelo Comitê Estadual de Monitoramento de Incidentes com Tubarões, em 2021.

**a)** De acordo com as informações do gráfico, quantos incidentes com tubarões ocorreram na praia de Piedade, em Jaboatão dos Guararapes? E na praia de Del Chifre, em Olinda?

**b)** Considerando as praias apresentadas no gráfico, responda: ocorreram mais incidentes nas praias de Recife ou nas de Jaboatão dos Guararapes? Justifique.

**c)** Sabendo que no período monitorado foram registrados, no total, 64 incidentes em Pernambuco, calcule a porcentagem dos incidentes ocorridos na praia de Boa Viagem, em Recife. **2. c)** 37,5%

**3.** Observe os dados apresentados no pictograma e, depois, responda às questões.


Dados publicados pelo sistema Cidades@, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), em 2022.

**a)** Que informações esse pictograma apresenta?

**b)** Apenas observando o gráfico, sem fazer contas, responda: em qual dos municípios houve o maior número de casamentos? Justifique.

**c)** Determine o total de casamentos realizados em cada município.

**d)** Qual foi o total de casamentos realizados nesses quatro municípios em 2020?

**3. a)** O pictograma apresenta o número de casamentos civis realizados em alguns municípios do Acre em 2020.
**3. b)** Em Tarauacá, pois na representação desse município no gráfico há mais ícones em comparação com os outros.
**3. c)** Brasiléia: 85; Bujari: 50; Capixaba: 65; Tarauacá: 125.
**3. d)** 325 casamentos



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA



- Assim como em qualquer outro tipo de gráfico, é importante que os estudantes atentem para o título, a legenda e a fonte de onde os dados foram obtidos. Sempre que possível, converse com a turma sobre os dados presentes em cada gráfico da seção, especialmente aqueles que não são fictícios.
- Pode-se ampliar a proposta desta seção e pedir aos estudantes que pesquisem pictogramas representados em jornais, revistas ou na internet. Depois, peça que tragam os gráficos encontrados para a sala de aula para que, juntos, possam ler e interpretá-los.

## Atividades de revisão

### Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Resolver problemas envolvendo o número $\pi$.

### Orientação

- Aproveite as atividades da seção e avalie os conhecimentos dos estudantes no que diz respeito aos conjuntos numéricos e à distinção entre eles. Se achar conveniente, proponha a eles que façam as atividades em duplas para que possam trocar ideias e compartilhar estratégias.
- Na atividade **2**, espera-se que os estudantes citem uma situação em que o campo numérico seja pequeno; por exemplo: hoje, estou no 9º ano, daqui a 7 anos pretendo estar me formando em uma faculdade.
- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com "sim", "às vezes" ou "não".

Eu...

... reconheço a sequência dos números naturais e a dos números inteiros?

... reconheço as diferentes representações dos números racionais?

... sei como obter a fração geratriz de uma dízima periódica?

... reconheço a existência de números que não são naturais, inteiros ou racionais?

... sei diferenciar um número irracional de um número natural, inteiro ou racional?

... compreendo a ideia de número real?

... sei representar números reais na reta numérica?

... sei interpretar e construir pictogramas com base em dados apresentados em tabelas?

... tenho zelo pelo material escolar?

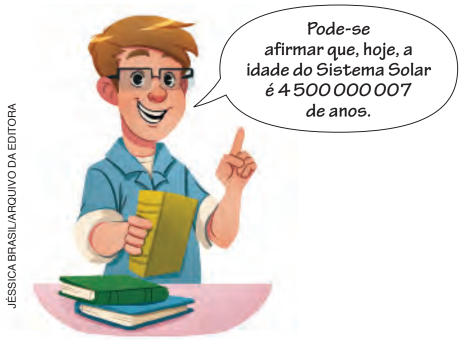
... tenho um bom relacionamento com meus colegas?

... realizo as tarefas propostas?

## Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Em um livro publicado há 7 anos, consta a informação de que a idade do Sistema Solar é 4,5 bilhões de anos.




JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

1. Exemplo de resposta: não, pois 7 anos em 4,5 bilhões de anos são desprezíveis.

- Nessa situação, o algarismo 7, no número 4 500 000 007, traz uma diferença significativa na informação publicada no livro? Por quê?

**2.** Cite uma situação em que o acréscimo de 7 anos altera consideravelmente a situação inicial. Escreva-a no caderno. 2. Resposta em *Orientações*.

**3.** Escreva no caderno os números racionais na forma fracionária.

a) 4,3 **3. a)** $\frac{43}{10}$

b) $0,\overline{3}$ **3. b)** $\frac{1}{3}$

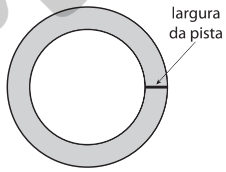
c) 0,3 **3. c)** $\frac{3}{10}$

d) $1,1\overline{6}$ **3. d)** $\frac{7}{6}$

**4.** Cada face da moeda brasileira de R$ 0,10 é um círculo que mede 20 mm de diâmetro. Qual é a medida do comprimento aproximada da circunferência determinada pelo contorno dessa moeda? **4.** aproximadamente 62,8 mm

SNEHIT/SHUTTERSTOCK

**5.** Um atleta percorreu 5 voltas completas sobre a faixa de raio que mede 7 metros de comprimento da pista a seguir.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que $C = 2 \cdot \pi \cdot r$, em que $C$ é a medida do comprimento da pista e $r$ é a medida do raio da faixa percorrida, considerando $\pi = 3,14$, o total percorrido pelo atleta, em metro, foi: **5.** alternativa **e**

a) 43,96

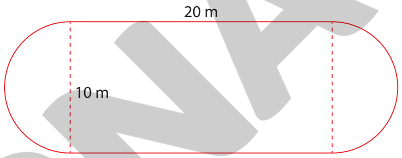
b) 87,92

c) 131,88

d) 175,84

e) 219,80

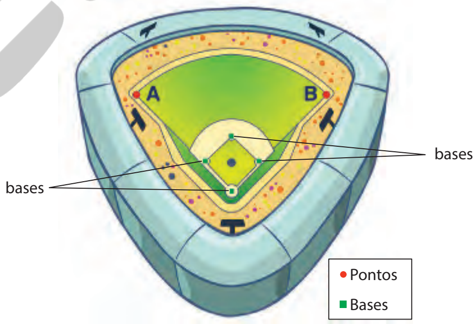
**6.** Uma pista de atletismo é formada por dois trechos retos que medem 20 m de comprimento e dois trechos com o formato de uma semicircunferência que mede 10 m de diâmetro, conforme esquema a seguir.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Quantos metros percorrerá um atleta ao completar 10 voltas nessa pista? **6.** aproximadamente 714 m

**7.** O formato do campo oficial para a prática de beisebol lembra um setor circular que corresponde a um quarto de um círculo cujo raio mede 115 m de comprimento, como mostra a figura.




MARCELO CASTRO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Se um jogador fosse do ponto $A$ ao ponto $B$ contornando o campo, qual medida de distância, em metro, ele percorreria? (Considere $\pi = 3,14$.) **7. a)** 180,55 m

b) Se o jogador contornasse o campo saindo de $A$, passando por $B$ e por 3 bases e retornando a $A$, qual medida de distância, em metro, percorreria? **7. b)** 410,55 m

CAPÍTULO 2

# Potenciação e radiciação

**Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:**
EF09MA03
EF09MA04
EF09MA05
EF09MA18
EF09MA22

Neste Capítulo, vamos estudar potenciação com números reais, radiciação, porcentagem e fazer operações com números reais na forma de raiz.

## 1 Potências

Analise a situação a seguir.


JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA



Marcela está juntando dinheiro. A cada dia de uma semana ela deposita em seu cofrinho o dobro do que havia depositado no dia anterior. No 1º dia, ela depositou R$ 1,00. Quanto será poupado no 7º dia se ela cumprir com o planejado?

Podemos organizar os dados dessa situação em um quadro.

| Dia | 1º dia | 2º dia | 3º dia | 4º dia | 5º dia |
|---|---|---|---|---|---|
| Valor (em real) | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 |

× 2 × 2 × 2 × 2



## Potências

### Objetivos

- Retomar o estudo da potenciação com números reais das propriedades da potenciação para potências com expoentes inteiros.
- Reconhecer e empregar a escrita de números em notação científica.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF09MA03, EF09MA04 e EF09MA18 da BNCC.

### Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA03 porque os estudantes vão calcular potências com números reais. Favorece também o desenvolvimento da habilidade EF09MA04, ao propor aos estudantes que resolvam e elaborem problemas com números reais, inclusive em notação científica. Por fim, na seção *Atividades*, o tópico também favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA18, porque os estudantes deverão reconhecer e empregar unidades de medida muito grandes ou muito pequenas.

### Orientações

- Neste tópico será explorado o cálculo de potências com expoente inteiro e com base negativa e não negativa. Além disso, desenvolve-se um trabalho com notação científica, muito usada em diversas áreas do conhecimento e nos meios de comunicação. Caso julgue oportuno, antes de iniciar a leitura desta página, faça um levantamento dos conhecimentos que os estudantes já têm sobre o assunto.

**(EF09MA03)** Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.

**(EF09MA04)** Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.

**(EF09MA18)** Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros.

• Explore a situação inicial com os estudantes e deixe que percebam a regularidade presente na sequência formada pelos números correspondentes aos valores depositados por Marcela em cada dia. Se achar conveniente, peça que escrevam a expressão algébrica correspondente à quantia, em real, depositada no enésimo dia. ($2^{n-1}$)

• Mesmo considerando que os estudantes já tenham algum repertório sobre o estudo de potências com expoente natural e inteiro negativo, verifique se eles apresentam alguma dificuldade a respeito desse assunto ao explorar os exemplos desta página. Aproveite para fazer a análise da potência com base negativa e base não negativa, com expoente natural par ou ímpar.

Note que os valores formam uma sequência em que cada termo a partir do 2º é o termo anterior multiplicado por 2. Podemos escrever cada valor como uma potência de base 2.

| Dia | 1º dia | 2º dia | 3º dia | 4º dia | 5º dia |
|---|---|---|---|---|---|
| Valor (em real) | $2^0$ | $2 = 2^1$ | $2 \cdot 2 = 2^2$ | $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$ | $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$ |

Analisando essa sequência, deduzimos que o valor poupado no 7º dia será $2^6$ reais, ou seja, R$ 64,00.

$$\underbrace{2^6}_{\text{potência}} = \underbrace{64}_{\text{potência}}$$

expoente — 6; base — 2

Observe que usamos o termo **potência** para designar tanto a expressão $2^6$ como o resultado 64.

A seguir, estão algumas definições importantes acerca da potenciação.

- Qualquer potência de base real e expoente inteiro maior que 1 é produto dessa base por ela mesma tantas vezes quantas indica o expoente. Assim, sendo *a* um número real e *n* um número inteiro maior que 1, temos:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a}_{n \text{ fatores}}$$

- Qualquer potência de base real e expoente 1 é igual à própria base. Assim, sendo *a* um número real, temos:

$$a^1 = a$$

- Qualquer potência de base real não nula e expoente zero é igual a 1. Assim, sendo *a* um número real, temos:

$$a^0 = 1, \text{ com } a \neq 0$$

**Exemplos**

- $2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5 \text{ vezes}} = 32$
- $(-3)^4 = \underbrace{(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)}_{4 \text{ vezes}} = 81$
- $\pi^1 = \pi$
- $(\sqrt{5})^0 = 1$

A respeito de potências com expoente inteiro negativo, considere a situação a seguir.

A *matrioska* é um brinquedo artesanal originário da Rússia, que agrupa várias bonecas de tamanhos distintos encaixadas umas dentro das outras.

Rodrigo é artesão e, para produzir uma *matrioska*, confeccionou uma sequência de cinco bonecas, de modo que a primeira boneca mede 2 dm de altura, e cada boneca seguinte mede a metade da altura da anterior.

SHURA72/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

Na imagem, *matrioska* com 18 bonecas. Até 2021, segundo o *Guinness World Records*, o maior conjunto de bonecas *matrioska* já construído tinha 51 peças.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Assim, as medidas da altura das bonecas, em decímetro, formam uma sequência numérica em que cada termo é o termo anterior dividido por 2.

| Boneca | Medida da altura (em decímetro) |
|---|---|
| 1ª | 2 |
| 2ª | 1 |
| 3ª | $\frac{1}{2}$ |
| 4ª | $\frac{1}{4}$ |
| 5ª | $\frac{1}{8}$ |

: 2
: 2
: 2
: 2

**Para calcular**

Expresse, em centímetro, as medidas da altura das cinco bonecas que Rodrigo confeccionou.

**Para calcular:** 20 cm, 10 cm, 5 cm, 2,5 cm e 1,25 cm

Podemos escrever esses números na forma de potências de base 2. Como cada termo é o termo anterior dividido por 2, os expoentes das potências de base 2 diminuirão 1 unidade a cada termo.

| Boneca | Medida da altura (em decímetro) | Medida da altura na forma de potência |
|---|---|---|
| 1ª | 2 | $2^1$ |
| 2ª | 1 | $2^0$ |
| 3ª | $\frac{1}{2}$ | $2^{-1}$ |
| 4ª | $\frac{1}{4}$ | $2^{-2}$ |
| 5ª | $\frac{1}{8}$ | $2^{-3}$ |

: 2
: 2
: 2
: 2

Observe as potências com expoentes negativos que obtivemos no quadro acima.

- $2^{-1} = \frac{1}{2}$
- $2^{-2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$
- $2^{-3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$

Um número real $a$, não nulo, elevado a um expoente inteiro negativo $-n$ é igual a $\frac{1}{a^n}$:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n, \text{com } a \neq 0$$

**Exemplos**

- $3^{-1} = \frac{1}{3}$
- $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$





- A partir da situação da *matrioska* é gerada uma sequência formada pelas medidas das alturas das bonecas. Os estudantes devem perceber que, nessa sequência, cada número, a partir do segundo, é igual ao anterior dividido por 2. Proponha aos estudantes que tentem escrever os números dessa sequência na forma de potências de base 2. Enfatize o fato de algumas dessas potências terem expoente inteiro negativo. Também, nesse caso, pode-se pedir a eles que encontrem a expressão algébrica correspondente à medida de altura, em decímetro, da enésima boneca. ($2^{-n+2}$)
- No boxe *Para calcular*, os estudantes vão colocar em prática seus conhecimento em relação às transformações de unidades de medida de comprimento, além de realizar sucessivas divisões por 2. Eles podem apresentar alguma dificuldade em transformar decímetro em centímetro, já que o decímetro é uma unidade de medida pouco usada. Se julgar conveniente, retome brevemente o conteúdo.

- Ao explorar as propriedades da potenciação para potências com expoentes inteiros, aproveite para destacar que elas são utilizadas na simplificação de cálculos e ajudam a “encurtar” o caminho em algumas resoluções. Os exemplos apresentados permitem aos estudantes a perceber a utilidade dessas propriedades. Se achar necessário, apresente mais exemplos para a turma.
- Na retomada da escrita de números em notação científica, é fundamental que os estudantes compreendam o conceito e percebam a conveniência de expressar números muito grandes ou muitos pequenos utilizando uma potência de base 10.

## Propriedades da potenciação para potências com expoentes inteiros

As propriedades a seguir podem ser úteis nos cálculos com potências.

Considere que as bases $a$ e $b$ são números reais não nulos e os expoentes $m$ e $n$ são números inteiros.

- **Produto de potências de mesma base**

Para calcular o produto de potências de mesma base, mantemos a base e adicionamos os expoentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

- **Quociente de potências de mesma base**

Para calcular o quociente de potências de mesma base, mantemos a base e subtraímos os expoentes.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

- **Potência de uma potência**

Para calcular a potência de uma potência, mantemos a base e multiplicamos os expoentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

- **Potência de um produto**

A potência de um produto pode ser transformada em um produto de potências.

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

- **Potência de um quociente**

A potência de um quociente pode ser transformada em um quociente de potências.

$$(a : b)^m = a^m : b^m$$

**Exemplos**

- $(-3)^2 \cdot (-3)^5 = (-3)^{2+5} = (-3)^7$
- $(\sqrt{2})^3 : (\sqrt{2})^4 = (\sqrt{2})^{3-4} = (\sqrt{2})^{-1}$
- $(5 \cdot \pi)^3 = 5^3 \cdot \pi^3$
- $(1{,}4 : 3)^{10} = 1{,}4^{10} : 3^{10}$
- $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^5\right]^7 = \left(\frac{2}{3}\right)^{5 \cdot 7} = \left(\frac{2}{3}\right)^{35} = \frac{2^{35}}{3^{35}}$

Lembre-se: Escreva no caderno!

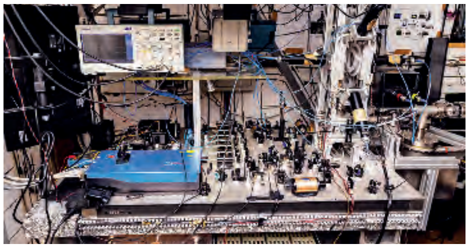
## Notação científica

Números excessivamente grandes ou extremamente pequenos podem ser expressos como um produto em que um dos fatores é uma potência de base 10. Isso ocorre muito na área científica. Observe os textos a seguir.

Os relógios atômicos são tão estáveis que, em princípio, dois relógios de césio teriam que funcionar por 6 000 anos para que a diferença entre suas leituras fosse maior que 1 s. Mesmo assim, essa precisão não é nada em comparação com a dos relógios que estão sendo desenvolvidos atualmente, que pode chegar a uma parte em $10^{18}$, ou seja, 1 s em $1 \times 10^{18}$ s (cerca de $3 \times 10^{10}$ anos).

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos de Física*. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 2, p. 6.

JOÃO MOURA/FOTOARENA



Relógio atômico do Laboratório de Referências de Tempo e Espaço da USP São Carlos, São Carlos (SP), 2022.

A unidade de medida de massa *unidade* (unificada de massa atômica), cujo símbolo é u, equivale a $1{,}66054 \times 10^{-27}$ kg e corresponde à massa de $\frac{1}{12}$ da massa de um átomo de carbono12.

Dados publicados pelo Instituto de Pesos e Medidas do estado de São Paulo (Ipem-SP).

Os números $1 \times 10^{18}$, $3 \times 10^{10}$ e $1{,}66054 \times 10^{-27}$ estão representados em **notação científica**. Isso facilita a leitura de números muito grandes ou muito pequenos. Por exemplo, é mais fácil escrever $1 \times 10^{18}$ s do que 1 000 000 000 000 000 000 s ou $1{,}66054 \times 10^{-27}$ kg do que 0,00000000000000000000000000166054 kg.

**Recorde**

Um número escrito em notação científica é expresso como um produto $a \cdot 10^k$, em que:

- $a$ é um número escrito na forma decimal cuja parte inteira tem um único algarismo diferente de zero;
- $k$ é um número inteiro.

Para escrever um número em notação científica, devemos verificar quantas casas a vírgula deve ser deslocada para obter um número escrito na forma decimal cuja parte inteira tem um único algarismo diferente de zero. Por exemplo, vamos escrever 125 060 000 000 em notação científica.

$$1{,}\underbrace{2\,5\,0\,6\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0}_{\text{11 casas}}$$

Deslocar a vírgula 11 casas para a esquerda significa dividir o número por 100 000 000 000. Então, para não alterar o número, devemos multiplicá-lo por 100 000 000 000 ou $10^{11}$. Assim:

$$125\,060\,000\,000 = 1{,}2506 \cdot 10^{11}$$

Da mesma forma, podemos escrever o número 0,000000021 em notação científica.

$$0{,}\underbrace{0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,2}_{\text{8 casas}}{,}1$$

Deslocar a vírgula 8 casas para a direita significa multiplicar o número por 100 000 000. Então, para compensar, devemos dividi-lo por 100 000 000 ou $10^8$:

$$0{,}000000021 = 2{,}1 : 10^8 = 2{,}1 \cdot \frac{1}{10^8} = 2{,}1 \cdot 10^{-8}$$





- Peça aos estudantes que calculem a medida de massa de um átomo de carbono 12 em unidade unificada de massa atômica e em quilograma. Espera-se que obtenham 12 u e $1{,}992648 \cdot 10^{-26}$ kg.
- Pode-se escrever alguns números muito grandes ou muito pequenos no quadro e pedir aos estudantes que expressem esses números utilizando a notação científica. Aproveite a oportunidade para, aos poucos, explicar o procedimento para escrever um número nessa notação.
- O trabalho com números muito grandes ou muito pequenos será retomado nas seções *Compreender um texto* e *Trabalho em equipe* neste Capítulo.

• Peça aos estudantes que façam as atividades propostas. Pode-se, em um primeiro momento, solicitar a eles que trabalhem por conta própria, sem qualquer intervenção inicial. Em seguida, com base nas dúvidas apresentadas por eles, retome aquilo que for necessário, destacando aspectos que, mesmo já tendo sido trabalhados, eles ainda não dominem totalmente.

• Para resolver a atividade **5**, os estudantes deverão escrever os números convenientemente para usar as potências de base 15 indicadas e, depois, aplicar as propriedades da potenciação.

Veja um exemplo de resolução para o item **a**:

$$0{,}015^2 = \left(\frac{15}{1000}\right)^2 = \left(\frac{15}{10^3}\right)^2 = \frac{15^2}{10^6}$$

Como $15^2 = 225$, temos:

$$\frac{225}{10^6} = \frac{2{,}25 \cdot 10^2}{1 \cdot 10^6} = 2{,}25 \cdot 10^{-4}$$

• As atividades **7** e **8** apresentam uma regularidade, com ênfase na dedução de uma expressão que generalize essa regularidade. Incentive os estudantes a resolver os problemas com estratégias próprias.

• Resolução da atividade **7**:

No primeiro caso, $11^2$ é igual a 121 e $111^2$ é igual a 12 321.

Pede-se que calculemos as potências $111\,111^2$ e $11\,111\,111^2$.

Analisando a regularidade para o número 11, composto de 2 algarismos, verificamos que seu quadrado (121) é formado por uma sequência de números naturais que crescem a partir do número 1 até o 2 e decrescem para o 1.

O segundo número, 111, é composto de 3 algarismos, e seu quadrado (12 321) segue o mesmo padrão do $11^2$, ou seja, é formado por uma sequência de números naturais que crescem a partir do 1 até o 3 e decrescem para o 1.

Assim, para calcular as potências pedidas, verificamos que $111\,111^2$ é formado por uma sequência de números naturais que crescem a partir do 1 até o 6 (111 111 é formado por 6 algarismos) e decrescem para o 1; $11\,111\,111^2$ é formado por uma sequência de números naturais que crescem a partir do 1 até o 8 e decrescem para o 1. Então:

$111\,111^2 = 12\,345\,654\,321$

$11\,111\,111^2 = 123\,456\,787\,654\,321$

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Calcule no caderno.

a) $2^6$ **1. a)** 64

b) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ **1. b)** 9

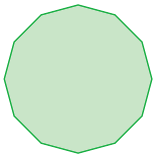
c) $\pi^0$ **1. c)** 1

d) $\left(\frac{5}{4}\right)^{-3}$ **1. d)** $\frac{64}{125}$

e) $0{,}2^4$ **1. e)** 0,0016

f) $\left(\sqrt{3}\right)^1$ **1. f)** $\sqrt{3}$

**2.** O número de diagonais de um polígono de $n$ lados pode ser obtido por meio da expressão: $\frac{n^2 - 3n}{2}$. Calcule o número de diagonais de um polígono de 12 lados. **2.** 54 diagonais



**3.** Leia o texto a seguir.

De acordo com o Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (Inpe), é muito difícil estimar o número de estrelas e de galáxias no Universo. As estrelas não estão espalhadas ao acaso pelo Universo, mas encontram-se aglutinadas em "ilhas estelares", denominadas galáxias. Estima-se que a nossa galáxia, a Via Láctea, possui de **200** a **400 bilhões** de estrelas. As galáxias possuem em média centenas de bilhões de estrelas. E as estimativas também apontam para centenas de bilhões de galáxias no Universo. Isso resultaria na existência de mais de **10 sextilhões** de estrelas.

- Escreva no caderno os números destacados em azul em notação científica.

**3.** $2 \cdot 10^{11}$; $4 \cdot 10^{11}$; $1 \cdot 10^{22}$

**4.** Se $a = 0{,}000001$ e $b = (100^3)^4$, calcule, expressando os valores em potências de base 10.

a) $a \cdot b$ **4. a)** $10^{18}$ b) $a : b$ **4. b)** $10^{-30}$ c) $b : a$ **4. c)** $10^{30}$

**5.** Observe os valores de algumas potências de base 15.

$15^2 = 225$ $15^3 = 3\,375$ $15^4 = 50\,625$

Considerando os valores dados, calcule, expressando os resultados em notação científica.

a) $0{,}015^2$ **5. a)** $2{,}25 \cdot 10^{-4}$

b) $0{,}000015^4$ **5. b)** $5{,}0625 \cdot 10^{-20}$

c) $15\,000^3$ **5. c)** $3{,}375 \cdot 10^{12}$

d) $(1{,}5 \cdot 10^7)^4$ **5. d)** $5{,}0625 \cdot 10^{28}$

**6.** Simplifique a expressão $\frac{81^3 : 9^2 \cdot 729^{-2}}{59\,049}$ e, depois, escreva-a na forma de uma potência. **6.** $3^{-14}$

**7.** O esquema abaixo mostra um dispositivo para calcular $11^2$ e $111^2$.

$11^2$

```
    1
+ 1 1 1
  1 2 1
```

$11^2 = 121$

$111^2$

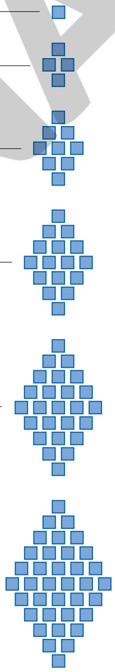
```
      1
    1 1 1
+ 1 1 1 1 1
  1 2 3 2 1
```

$111^2 = 12\,321$

- Agora, calcule $111\,111^2$ e $11\,111\,111^2$.

**7.** 12 345 654 321 e 123 456 787 654 321

**8.** Observe a sequência formada por quadrados:




⋮

É possível escrever a quantidade de quadrados de cada termo da sequência como um número quadrado perfeito.

Descubra a quantidade de quadrados do enésimo termo (termo $n$). **8.** $n^2$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA





• Para resolver a atividade **8**, os estudantes podem observar a quantidade de quadrados para cada termo, identificando e analisando as regularidades.

| Termo | Quantidade de quadrados | Padrão |
|---|---|---|
| 1º | 1 | $1^2$ |
| 2º | 4 | $2^2$ |
| 3º | 9 | $3^2$ |
| 4º | 16 | $4^2$ |
| 5º | 25 | $5^2$ |
| 6º | 36 | $6^2$ |

Assim, pode-se escrever o número de quadrados de cada termo como um número quadrado perfeito; logo, a quantidade de quadrados do enésimo termo é indicada por $n^2$.

11. b) Espera-se que os estudantes respondam que se trata de um número grande, o que significa ser pouco provável que as personagens se casem um dia.

**9.** Leia o texto a seguir.

Os maiores vírus descobertos até hoje no mundo vêm de dois ambientes extremos do Brasil: os lagos de água muito salgada e alcalina do Pantanal e as profundezas do litoral do Rio de Janeiro, cerca de 3 km abaixo da superfície do mar.

Para os padrões do mundo microscópico, os dois Tupanvírus, como foram apelidados, são imensos, chegando a superar diversos tipos de bactérias. [...]

Vistas pelo microscópio, as partículas virais parecem pequenos microfones peludos. As maiores medem 2,3 micrômetros ou mícrons (cada mícron tem um milésimo de milímetro), e grande parte desse comprimento corresponde à cauda cilíndrica do vírus.

LOPES, R. J. Maiores vírus já descobertos são do Brasil. *Folha de S.Paulo*, São Paulo, p. B7, 28 fev. 2018.

JÔNATAS SANTOS ABRAHÃO


Tupanvírus aumentado 170 mil vezes em imagem não colorizada artificialmente, obtida por microscópio eletrônico.

De acordo com o texto, responda.

**a)** Cada micrômetro ou mícron corresponde a quantos metros? **9. a)** $10^{-6}$ m

**b)** Escreva a medida do comprimento, em metro, das maiores partículas virais dos Tupanvírus, expressando o valor com todas as casas decimais e, depois, em notação científica.
**9. b)** 0,0000023 m; $2,3 \cdot 10^{-6}$ m

**10.** (Mackenzie-SP) Considere as seguintes afirmações:

1) $(0{,}001)^{-3} = 10^9$

2) $-2^2 = \frac{1}{4}$

3) $(a^{-1} + b^{-1})^{-2} = a^2 + b^2$ **10.** alternativa **e**

Associando v ou f a cada afirmação, nesta ordem, conforme seja Verdadeiro ou Falso, tem-se:

**a)** V V V **b)** V V F **c)** V F V **d)** F V F **e)** V F F

**11.** Observe a conversa entre Schroeder e Lucy.


PEANUTS, CHARLES SCHULZ © 1963 PEANUTS WORLDWIDE LLC./DIST. BY ANDREWS MCMEEL SYNDICATION

Junte-se a um colega e façam o que se pede.

**a)** Escrevam no caderno, em notação científica, o valor de 1 googol. **11. a)** $1 \cdot 10^{100}$

**b)** Na opinião de vocês, esse número é grande ou pequeno? Isso significa que é muito provável ou pouco provável que Schroeder e Lucy se casem um dia?

**c)** Vocês já haviam ouvido falar em googol? Conversem a respeito disso e pesquisem informações sobre esse número.
**11. c)** Resposta pessoal.

**12.** (Etec-SP) Os microprocessadores usam o sistema binário de numeração para tratamento de dados.

- No sistema binário, cada dígito (0 ou 1) denomina-se *bit* (*binary digit*).
- *Bit* é a unidade básica para armazenar dados na memória do computador.
- Cada sequência de 8 *bits*, chamada de *byte* (*binary term*), corresponde a um determinado caractere.
- Um *kilobyte* (kB) corresponde a $2^{10}$ *bytes*.
- Um *megabyte* (MB) corresponde a $2^{10}$ kB.
- Um *gigabyte* (GB) corresponde a $2^{10}$ MB.
- Um *terabyte* (TB) corresponde a $2^{10}$ GB.

Atualmente, existem microcomputadores que permitem guardar 160 GB de dados binários, isto é, são capazes de armazenar *n* caracteres. Nesse caso, o valor máximo de *n* é: **12.** alternativa **b**

**a)** $160 \cdot 2^{20}$ **b)** $160 \cdot 2^{30}$ **c)** $160 \cdot 2^{40}$ **d)** $160 \cdot 2^{50}$ **e)** $160 \cdot 2^{60}$

**13.** Considerando os dados apresentados na atividade anterior, faça o que se pede.

**a)** Certo HD externo tem capacidade de armazenamento de 3 TB. Calcule a quantidade de caracteres, no máximo, que esse HD é capaz de armazenar. **13. a)** $3 \cdot 2^{40}$ caracteres

**b)** Elabore um problema envolvendo medidas de armazenamento de dados em um computador.
**13. b)** Resposta pessoal.



- Converse com os estudantes sobre aparelhos ou objetos que estão presentes no cotidiano deles e que utilizam unidades de medida como as exploradas na atividade **12**. Por exemplo: *pen-drives*, CDs, DVDs e HDs externos.
- Resolução da atividade **12**:

Pelo enunciado, temos:
1 GB = $2^{10}$ MB
1 MB = $2^{10}$ kB
1 kB = $2^{10}$ *bytes*
Portanto:
1 GB = $2^{10}$ MB = $2^{10} \cdot 2^{10}$ kb =
= $(2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10})$ *bytes* = $2^{30}$ *bytes*
160 GB = $160 \cdot 2^{30}$ *bytes*
Como cada *byte* corresponde a um determinado caractere, um microcomputador que permite guardar 160 GB de dados binários é capaz de guardar $160 \cdot 2^{30}$ caracteres. Logo, o valor máximo de *n* é $160 \cdot 2^{30}$.
alternativa **b**

- No item **b** da atividade **13**, peça aos estudantes que compartilhem o problema elaborado com um colega e que resolvam o problema proposto por ele.

## Trabalho em equipe

### Objetivos

- Aplicar, por meio de trabalhos em grupo, os conceitos estudados.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF09MA04 e EF09MA18, das competências gerais 9 e 10 e das competências específicas 7 e 8 da BNCC.

### Habilidades da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades EF09MA04 e EF09MA18 porque os estudantes deverão reconhecer o uso de unidades para expressar medidas muito pequenas do mundo microscópico.

### Orientações

- Para construir um painel que aborde medidas utilizadas no mundo microscópico, os estudantes trabalharão com pesquisa, análise e interpretação de dados sobre organismos visíveis apenas por meio de microscópio. É fundamental que eles trabalhem coletivamente e saibam argumentar, escutar os colegas com atenção e empatia, o que favorece o desenvolvimento das competências gerais 9 e 10 e das competências específicas 7 e 8 da BNCC.
- É importante acompanhar as pesquisas e fazer as interferências necessárias para que a turma atinja o objetivo do trabalho.

## Raiz enésima de um número real

### Objetivos

- Compreender como se calcula a raiz enésima de um número real.
- Compreender a noção de radical, suas propriedades e mobilizá-las na resolução de problemas.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA04 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA04, uma vez que propõe aos estudantes que resolvam e elaborem problemas com números reais envolvendo a radiciação.

## Trabalho em equipe

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

### Conhecendo o mundo microscópico

**JUSTIFICATIVA**

Com os telescópios, o ser humano pôde conhecer corpos e fenômenos que estão a enormes distâncias do planeta Terra; com os microscópios, pôde conhecer organismos inacreditavelmente pequenos, que vivem dentro e fora do corpo humano. Para ampliar nosso universo de conhecimento, ultrapassando as fronteiras do mundo visível, é igualmente importante ter noção tanto das grandes quanto das pequenas dimensões que nos cercam.

SUSUMU NISHINAGA/SCIENCE PHOTO LIBRARY/FOTOARENA

Nessa ampliação (de aproximadamente 250 vezes) de um fio de cabelo, é possível distinguir a raiz do fio.

**OBJETIVO**

- Pesquisar o mundo microscópico e as unidades de medida a ele relacionadas.

**APRESENTAÇÃO**

- Painel expositivo com imagens ampliadas de organismos visíveis somente ao microscópio, acompanhadas de informações sobre suas medidas e as correspondentes unidades.

**QUESTÕES PARA PENSAR EM GRUPO**

- O que é importante saber a respeito do mundo microscópico?
- Convém pesquisar a invenção e a evolução do microscópio?
- Que tipos de avanço científico o estudo de lentes microscópicas possibilitou?
- Quais unidades de medida são adequadas a tamanhos tão pequenos? Como elas se relacionam com as unidades de medida que vocês já conhecem? A notação científica é a mais útil para expressar essas relações?
- Onde vocês podem obter as imagens ampliadas? O que convém colocar nas legendas dessas imagens?
- Seria interessante acrescentar imagens de corpos grandes, visíveis a olho nu (do corpo humano, por exemplo), para o estabelecimento de comparações com as dimensões dos microrganismos?
- Como vão organizar as informações coletadas no painel?

**NÃO SE ESQUEÇAM**

- Vocês podem selecionar imagens pequenas, de revistas especializadas, por exemplo, e ampliá-las em máquinas fotocopiadoras ou computadores.
- Vocês também podem produzir desenhos ampliados com base em figuras de livros e enciclopédias.



## 2 Raiz enésima de um número real

### Raiz quadrada

No Capítulo 1, estudamos a **raiz quadrada** de 2.

Para determinar a raiz quadrada de um número real $a$, precisamos encontrar um número não negativo $b$ que, multiplicado por ele mesmo, resulte em $a$.

**Recorde**

Podemos indicar uma raiz quadrada usando os símbolos: $\sqrt[2]{\ }$ ou $\sqrt{\ }$.

índice

$\sqrt[2]{a} = b$, em que $b$ é um número real não negativo, tal que $b \cdot b = a$ ou $b^2 = a$.

radicando

38

**(EF09MA04)** Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.
**(EF09MA18)** Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros.
**Competência geral 9:** Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
**Competência geral 10:** Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.
**Competência específica 7:** Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
**Competência específica 8:** Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Então, para determinar a $\sqrt{2}$, precisamos encontrar um número não negativo que, multiplicado por ele mesmo, seja igual a 2. Como já vimos, esse número, com infinitas casas decimais que não se repetem periodicamente, é irracional.

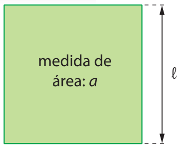
$$\sqrt{2} = 1{,}4142135623730...$$

Para indicar $\sqrt{2}$, podemos escrever o número com algumas casas decimais seguidas de reticências ($\sqrt{2} = 1{,}414...$) ou usar o símbolo de aproximação ($\sqrt{2} \simeq 1{,}414$).

Podemos dizer, ainda, que a aproximação de $\sqrt{2}$ até a 2ª casa decimal ou até os centésimos é 1,41 por falta ou 1,42 por excesso. Isso significa que $\sqrt{2}$ está entre 1,41 e 1,42:

$$\underbrace{1{,}41}_{\text{aproximação até os centésimos por falta}} < \sqrt{2} < \underbrace{1{,}42}_{\text{aproximação até os centésimos por excesso}}$$

**Observação**




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

A raiz quadrada de um número real *a* maior que zero equivale, geometricamente, à medida de comprimento ℓ do lado de um quadrado cuja medida de área é *a*.

Nem toda raiz quadrada é um número irracional. Quando um número é racional e é um quadrado perfeito, sua raiz quadrada é um número racional.

**Exemplos**

- $\sqrt{25} = 5$, pois $5^2 = 25$ e $5 > 0$.
- $\sqrt{1{,}21} = \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10} = 1{,}1$, pois $1{,}1^2 = 1{,}21$ e $1{,}1 > 0$.

Para verificar se um número é quadrado perfeito, podemos fatorá-lo. Acompanhe.

**a)** Vamos verificar se 441 é quadrado perfeito.

$$\begin{array}{r|l} 441 & 3 \\ 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ \hline 1 & 3^2 \cdot 7^2 \end{array}$$

Logo: $441 = (3 \cdot 7)^2 = 21^2$

Portanto, 441 é quadrado perfeito.

**b)** Vamos verificar se 2,25 é quadrado perfeito. Sabemos que: $2{,}25 = \frac{225}{100}$

$$\begin{array}{r|l} 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & 3^2 \cdot 5^2 \end{array}$$

Logo: $2{,}25 = \frac{225}{100} = \frac{(3 \cdot 5)^2}{10^2} = \left(\frac{15}{10}\right)^2 = (1{,}5)^2$

Portanto, 2,25 é quadrado perfeito.

A raiz quadrada de um número real pode ser um número racional, um número irracional ou um número que não é real.

As raízes quadradas de números reais negativos não são números reais, pois não existe número no conjunto dos números reais que, elevado ao quadrado, resulte em número negativo. Essas raízes serão estudadas no Ensino Médio.





## Orientações

- Por definição, a raiz quadrada de um número *a* é um número *b* não negativo, tal que $b^2 = a$.

Vale ressaltar que, quando nos deparamos com a resolução de uma equação como $x^2 = 9$, temos de atentar para o fato de que, para resolver a equação, ou seja, determinar o valor de *x*, não afirmamos que $x = 3$ ou $x = -3$ por causa da raiz quadrada de 9, mas porque o número *x* que, elevado ao quadrado, resulta em 9 pode ser tanto 3 como –3. Assim:

$x^2 = 9$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{9}$

$|x| = \sqrt{9}$

$|x| = 3$

$x = 3$ ou $x = -3$

(O número negativo, –3, não veio da raiz de 9, mas decorre do módulo de *x*.)

Assim, resolver essa equação, por exemplo, significa determinar quais valores que, elevados ao quadrado, resultem em 9. E extrair a raiz quadrada de 9, por definição, é determinar o valor não negativo que, elevado ao quadrado, resulte em 9.

- Algumas vezes, quando é necessário calcular a raiz quadrada de um número decimal, ao escrevê-lo na forma de fração, encontramos um valor grande no numerador, cuja raiz quadrada não sabemos. Então, podemos fatorar esse número para encontrar sua raiz quadrada, como feito no item **b**. Para calcular $\sqrt{2{,}25}$, podemos fazer:

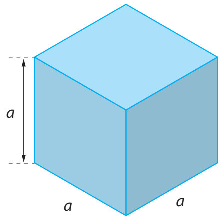
$$\sqrt{\frac{225}{100}} = \frac{\sqrt{15^2}}{\sqrt{10^2}} = \frac{15}{10} = 1{,}5$$

• Para abordar a raiz enésima de um número real, retome com os estudantes os cálculos de raízes quadradas e cúbicas de um número real, pois eles já devem estar mais familiarizados com esse tipo de cálculo.

Lembre-se: Escreva no caderno!

## Raiz cúbica

Vamos analisar um cubo que mede 64 $cm^3$ de volume e arestas de medida de comprimento desconhecida.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Para calcular a medida *a*, da aresta do cubo, em centímetro, temos de encontrar um número que, quando multiplicado três vezes por ele mesmo, resulte em 64.

O número procurado é 4, pois $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$.

Assim, a **raiz cúbica** de 64 é 4, e indicamos: $\sqrt[3]{64} = 4$, pois $4^3 = 64$.

Para determinar a raiz cúbica de um número real *a*, precisamos encontrar um número real *b* tal que $b^3 = a$.

**Exemplos**

- $\sqrt[3]{27} = 3$, pois $3^3 = 27$
- $\sqrt[3]{1\,000} = 10$, pois $10^3 = 1\,000$
- $\sqrt[3]{-64} = -4$, pois $(-4)^3 = -64$

Há também raízes cúbicas que são números irracionais e podem ser aproximadas por falta ou por excesso. Por exemplo:

$$\sqrt[3]{3} = 1{,}442249570307408...$$

Por falta, $\sqrt[3]{3}$ é 1,442; por excesso, $\sqrt[3]{3}$ é 1,443.

Observe que, em ambos os casos, há aproximação até a 3ª casa decimal ou até os milésimos:

$$\underbrace{1{,}442}_{\text{aproximação até os milésimos por falta}} < \sqrt[3]{3} < \underbrace{1{,}443}_{\text{aproximação até os milésimos por excesso}}$$

Diferentemente do que ocorre no cálculo da raiz quadrada de um número real, a raiz cúbica de um número real é sempre um número real.

## Raiz enésima

Podemos generalizar o índice e estudar raízes de índice *n* qualquer, ou seja, as **raízes enésimas**.

A raiz enésima de um número real *a*, que tem como índice um número natural $n \geqslant 2$, é assim representada:

$$\underbrace{\sqrt[n]{a}}$$

índice: $n$ — radicando: $a$

O cálculo da raiz enésima pode ser analisado considerando-se dois casos: o **índice *n* par** e o **índice *n* ímpar**.

- **Índice par**

A raiz enésima de índice par de um número real $a$ ($a \geqslant 0$) é o número real $b$ ($b \geqslant 0$) tal que $b^n = a$.
$\sqrt[n]{a} = b$ se, e somente se, $b^n = a$ e $b \geqslant 0$

**Exemplos**

- $\sqrt[2]{\frac{1}{36}} = \frac{1}{6}$, pois $\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$ e $\frac{1}{6} > 0$
- $\sqrt[6]{729} = 3$, pois $3^6 = 729$ e $3 > 0$
- $\sqrt[12]{1} = 1$, pois $1^{12} = 1$ e $1 > 0$

**Observação**

Se $a$ for um número real menor que zero, a raiz enésima de $a$, com $n$ par, não será um número real, pois não existe número real que, elevado a um expoente par, resulte em um número negativo.
Exemplos:

- $\sqrt{-81} \notin \mathbb{R}$ (lemos: $\sqrt{-81}$ não pertence ao conjunto dos números reais)
- $\sqrt[4]{-16} \notin \mathbb{R}$ (lemos: $\sqrt[4]{-16}$ não pertence ao conjunto dos números reais)

Então, $\nexists$ (não existe) no conjunto dos números reais os números $\sqrt{-81}$ e $\sqrt[4]{-16}$.

- **Índice ímpar**

A raiz enésima de índice ímpar de um número real $a$ é o número real $b$ tal que $b^n = a$.
$\sqrt[n]{a} = b$ se, e somente se, $b^n = a$

**Exemplos**

- $\sqrt[3]{-216} = -6$, pois $(-6)^3 = -216$
- $\sqrt[7]{128} = 2$, pois $2^7 = 128$
- $\sqrt[5]{0{,}00001} = 0{,}1$, pois $0{,}1^5 = 0{,}00001$



## ATIVIDADES

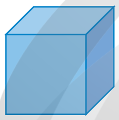
**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

**1.** Determine, no caderno.

a) $\sqrt[3]{-1\,000}$ **1. a)** $-10$
b) $-\sqrt{121}$ **1. b)** $-11$
c) $-\sqrt[3]{-64}$ **1. c)** 4
d) $\sqrt[3]{729}$ **1. d)** 9
e) $\sqrt[4]{81}$ **1. e)** 3
f) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$ **1. f)** $\frac{1}{3}$
g) $\sqrt[5]{\frac{1}{32}}$ **1. g)** $\frac{1}{2}$
h) $\sqrt[4]{256}$ **1. h)** 4
i) $\sqrt[5]{3\,125}$ **1. i)** 5

**2.** Calcule as medidas de comprimento das arestas de cada cubo.

a)



medida do volume: 729 cm$^3$
**2. a)** 9 cm

b)

medida do volume: 0,027 m$^3$
**2. b)** 0,3 m

**3.** Determine, usando uma calculadora, a raiz aproximada até os centésimos, por falta e por excesso.

a) $\sqrt{5}$ **3. a)** 2,23 e 2,24
b) $\sqrt{7}$ **3. b)** 2,64 e 2,65
c) $\sqrt{10}$ **3. c)** 3,16 e 3,17
d) $\sqrt{20}$ **3. d)** 4,47 e 4,48

**4.** Cada um dos números abaixo localiza-se entre dois números naturais consecutivos. Quais são esses números em cada caso? Calcule mentalmente e anote a resposta no caderno.

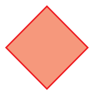
a) $\sqrt{75}$ **4. a)** $\sqrt{75}$ está entre 8 e 9.
b) $\sqrt{901}$ **4. b)** $\sqrt{901}$ está entre 30 e 31.

**5.** Usando uma calculadora, determine as medidas de comprimento dos lados de cada quadrado com aproximação por falta até a 1ª casa decimal.

a)

medida da área: 350 m$^2$
**5. a)** 18,7 m

b)



medida da área: 1 000 cm$^2$
**5. b)** 31,6 cm

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



- Utilize os exemplos de raiz enésima de um número real para auxiliar a compreensão dos estudantes. Se possível, peça que calculem as raízes enésimas de alguns números reais utilizando uma calculadora científica e que também calculem raízes enésimas de índice par de números reais negativos para que percebam que no visor da calculadora aparecerá uma mensagem de erro. Diante desse fato, comente que, se $a$ for um número real menor que zero, a raiz enésima de $a$, com $n$ par, não será um número real, pois não existe um número real que elevado a um número par resulte em um número negativo.
- Para obter as aproximações solicitadas na atividade **3**, os estudantes podem ser agrupados em duplas ou trios e pode-se pedir a eles que realizem testes com números para encontrar, com o auxílio da calculadora, mas sem usar a tecla $\sqrt{\ }$, as aproximações pedidas. Para começar, eles devem encontrar entre quais números naturais estão as raízes procuradas. No item **a**, por exemplo, $\sqrt{5}$ está entre os números naturais 2 e 3; em seguida, os estudantes precisam fazer testes com números racionais com uma casa decimal e, para finalizar, com números de duas casas decimais.

• A partir desta página são introduzidas as propriedades dos radicais. Conhecendo as propriedades dos radicais, os estudantes podem construir procedimentos próprios, a fim de realizar cálculos em problemas que envolvem o uso de radicais e em operações com números reais na forma de raiz. É importante que sejam propostas situações de aprendizagem que sejam desafiadoras e adequadas para que elas sejam, de fato, compreendidas e não apenas memorizadas. É a compreensão dessas propriedades, e não a memorização sem qualquer significado ou reflexão, que permitirá que elas sejam corretamente mobilizadas na resolução das atividades.

• Ao explorar o boxe *Para investigar*, peça aos estudantes que escolham alguns valores negativos para *a* e verifiquem se a igualdade é válida para os valores escolhidos. Espera-se que eles percebam que a igualdade não será válida para nenhum valor negativo de *a* que eles escolherem. Ressalte o fato de que a 1ª propriedade é válida somente para um número real *a* maior ou igual a zero.

## Radicais

A raiz enésima $\sqrt[n]{a}$, em que $a$ é um número real e $n$ é um número natural, com $n \geqslant 2$, é chamada também de **radical**.

São exemplos de radicais: $\sqrt{11}$, $\sqrt[5]{3}$, $\sqrt[3]{-1{,}5}$ e $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$.

**Saiba mais**

O símbolo que utilizamos para indicar a raiz $(\sqrt{\ })$ também é chamado de **radical**. Ele foi introduzido em 1525 pelo matemático alemão Christoff Rudolff, provavelmente por sua semelhança com o "r" minúsculo da palavra *radix* ("raiz", em latim). Antes disso, usavam-se outros símbolos para representar a raiz de um número.

### Propriedades dos radicais

As propriedades dos radicais podem ser usadas para simplificar os cálculos.


**• 1ª propriedade**

Observe um radical com índice ímpar.

$$\sqrt[3]{125} = 5\text{, pois } 5^3 = 125$$

Como $125 = 5^3$, podemos escrever: $\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

Agora, considere um radical com índice par.

$$\sqrt[2]{121} = 11\text{, pois } 11^2 = 121 \text{ e } 11 > 0$$

Como $121 = 11^2$, podemos escrever: $\sqrt[2]{121} = \sqrt[2]{11^2} = 11$

De modo geral:

Para todo número $a$ real não negativo e $n$ natural, com $n \geqslant 2$, temos:

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

**Exemplos**

- $\sqrt{4^2} = 4$
- $\sqrt[6]{7^6} = 7$
- $\sqrt[7]{1{,}2^7} = 1{,}2$
- $\sqrt[5]{\pi^5} = \pi$

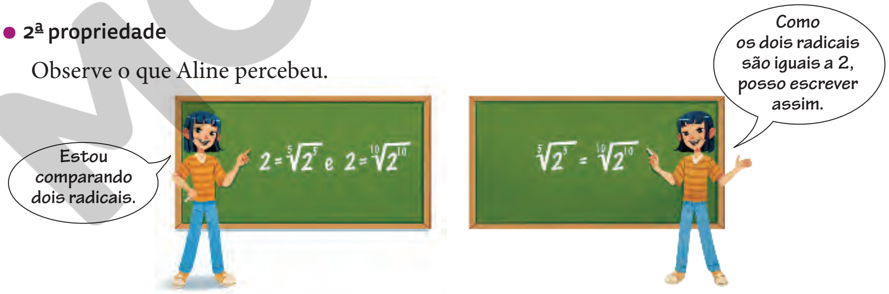
**Para investigar**

a) Calcule o valor de $\sqrt[2]{(-11)^2}$. **Para investigar: a)** 11; **b)** não

b) É correto afirmar que $\sqrt[2]{a^2} = a$?

**• 2ª propriedade**

Observe o que Aline percebeu.




ILUSTRAÇÕES: JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Observe que o radical $\sqrt[5]{2^5}$ pode ser obtido a partir de $\sqrt[10]{2^{10}}$. Para isso basta dividir o índice e o expoente do radicando pelo divisor comum 2.

De modo geral, vale a seguinte propriedade:

Para todo número $a$ real não negativo, $m$ e $n$ naturais, com $n \geqslant 2$, e $p$ divisor comum de $n$ e $m$ com $p \neq n$ e $p \neq 0$, temos:
$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:p]{a^{m:p}}$$

**Exemplos**

- $\sqrt[12]{2^{12}} = \sqrt[3]{2^3}$
- $\sqrt[14]{3^{-7}} = \sqrt[14]{\left(\frac{1}{3}\right)^7} = \sqrt[2]{\left(\frac{1}{3}\right)}$
- $\sqrt[9]{27^3} = \sqrt[3]{27^1} = 3$
- $\sqrt[30]{\left(\frac{1}{5}\right)^{25}} = \sqrt[6]{\left(\frac{1}{5}\right)^5}$

## 3ª propriedade

De modo geral, vale a seguinte propriedade:

Para $a$ e $b$, números reais não negativos e $n$ natural, com $n \geqslant 2$, temos:
$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

**Exemplos**

- $\sqrt{4 \cdot 10} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{10}$
- $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{10}\right) \cdot 3{,}43} = \sqrt[3]{\frac{1}{10}} \cdot \sqrt[3]{3{,}43}$

## 4ª propriedade

De modo geral, temos:

Para $a$ e $b$, números reais não negativos, com $b \neq 0$, e $n$ natural, com $n \geqslant 2$, temos:
$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

**Exemplos**

- $\sqrt{\frac{30}{7}} = \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{7}}$
- $\sqrt[3]{0{,}001} = \sqrt[3]{\frac{1}{1\,000}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{1\,000}} = \frac{1}{10}$

**Observação**

Todas as propriedades apresentadas são válidas apenas para radicandos reais não negativos. As propriedades só serão válidas para **radicandos negativos** se os índices dos radicais forem ímpares. Exemplos:

- $\sqrt[3]{(-2)^3} = \sqrt[3]{-8} = -2$
- $\sqrt[3]{\frac{-8}{125}} = \frac{-2}{5} = \frac{\sqrt[3]{-8}}{\sqrt[3]{125}}$
- $\sqrt[15]{(-1)^3} = \sqrt[15]{-1} = -1 = \sqrt[5]{-1}$
- $\sqrt[5]{(-1) \cdot 243} = \sqrt[5]{-243} = -3 = \sqrt[5]{(-1)} \cdot \sqrt[5]{243}$







- Se julgar conveniente, aprofunde a discussão de cada propriedade. Com relação à 4ª propriedade, em que $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, por exemplo, se $n$ é par, $a$ e $b$ devem ser números reais não negativos com $b$ diferente de zero. Se $n$ for ímpar, $a$ e $b$ podem ser quaisquer números reais, com $b$ diferente de zero.

• Neste tópico, mostra-se como aplicar algumas propriedades dos radicais para simplificar o cálculo de raízes enésimas de um número real. Reproduza os exemplos no quadro e enfatize as propriedades empregadas em cada passagem.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

## Aplicação das propriedades dos radicais

### Extração de fatores do radicando

Aplicando as propriedades, podemos simplificar alguns radicais.

**Exemplos**

- $\sqrt[3]{1728}$

| | |
|---|---|
| 1 728 | 2 |
| 864 | 2 |
| 432 | 2 |
| 216 | 2 |
| 108 | 2 |
| 54 | 2 |
| 27 | 3 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | $2^6 \cdot 3^3$ |

$\sqrt[3]{1728} = \sqrt[3]{2^6 \cdot 3^3} = \sqrt[3]{2^6} \cdot \sqrt[3]{3^3} = \sqrt[3]{(2^2)^3} \cdot 3 = 2^2 \cdot 3 = 12$

Nesse caso, como o radicando é um número racional e é possível extrair todos os fatores decompostos, a raiz é um **número racional**.

- $\sqrt{245}$

| | |
|---|---|
| 245 | 5 |
| 49 | 7 |
| 7 | 7 |
| 1 | $5 \cdot 7^2$ |

$\sqrt{245} = \sqrt{7^2 \cdot 5} = \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{5} = 7 \cdot \sqrt{5}$

Nesse caso, como nem todos os fatores podem ser extraídos, a raiz é um **número irracional**.

### Introdução de fatores externos no radicando

Assim como é possível extrair alguns ou todos os fatores de uma raiz, podemos introduzir fatores externos no radicando.

**Exemplos**

- $2 \cdot \sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 5} = \sqrt[4]{16 \cdot 5} = \sqrt[4]{80}$
- $3^2 \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{(3^2)^3} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{(3^2)^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{729 \cdot 2} = \sqrt[3]{1458}$

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Decomponha o radicando em fatores primos e calcule o valor de cada radical.

a) $\sqrt[5]{32}$ **1. a)** 2

b) $\sqrt[3]{343}$ **1. b)** 7

c) $\sqrt[3]{\frac{729}{64}}$ **1. c)** $\frac{9}{4}$

d) $\sqrt{121}$ **1. d)** 11

e) $\sqrt[4]{\frac{625}{256}}$ **1. e)** $\frac{5}{4}$

f) $\sqrt[5]{\frac{1}{1024}}$ **1. f)** $\frac{1}{4}$

**2.** Decomponha o radicando em fatores primos e simplifique cada radical.

a) $\sqrt[15]{1024}$ **2. a)** $\sqrt[3]{2^2}$

b) $\sqrt[12]{256}$ **2. b)** $\sqrt[3]{2^2}$

c) $\sqrt[6]{2187}$ **2. c)** $3\sqrt[6]{3}$

d) $\sqrt[5]{160}$ **2. d)** $2\sqrt[5]{5}$

e) $\sqrt[3]{108}$ **2. e)** $3\sqrt[3]{2^2}$

f) $\sqrt[4]{16807}$ **2. f)** $7\sqrt[4]{7}$

Lembre-se: Escreva no caderno!

**3.** Sabendo que $\sqrt{5}$ é aproximadamente igual a 2,24, calcule o valor aproximado de cada radical.

a) $\sqrt{125}$ **3. a)** 11,2

b) $\sqrt{20}$ **3. b)** 4,48

c) $\sqrt{500}$ **3. c)** 22,4

d) $\sqrt{\frac{1}{5}}$ **3. d)** 0,45

e) $\sqrt{605}$ **3. e)** 24,6

f) $\sqrt{\frac{45}{4}}$ **3. f)** 3,36

g) $\sqrt{\frac{80}{81}}$ **3. g)** 1

h) $\sqrt{\frac{720}{441}}$ **3. h)** 1,28

**4.** Calcule:

a) $\sqrt[3]{512}$ **4. a)** 8

b) $\sqrt[4]{121} \cdot \sqrt[4]{121}$ **4. b)** 11

c) $\sqrt{2744} : \sqrt{14}$ **4. c)** 14

d) $\sqrt[5]{3{,}2 \cdot 10^6}$ **4. d)** 20

e) $\sqrt[3]{\frac{8 \cdot 10^9}{27 \cdot 10^6}}$ **4. e)** $\frac{20}{3}$

**5.** Determine o valor de *x* em cada caso.

a) $\sqrt[12]{2^8} = \sqrt[x]{2^2}$ **5. a)** 3

b) $\sqrt[10]{3^{15}} = \sqrt[x]{3^3}$ **5. b)** 2

c) $\sqrt[27]{512} = \sqrt[3]{2^x}$ **5. c)** 1

d) $\sqrt[10]{\frac{81}{625}} = \sqrt[5]{\left(\frac{3}{5}\right)^x}$ **5. d)** 2

e) $\sqrt[x]{\frac{5}{9}} = \sqrt[6]{\frac{125}{729}}$ **5. e)** 2

f) $\sqrt[8]{\frac{2401}{625}} = \sqrt[x]{\frac{7}{5}}$ **5. f)** 2

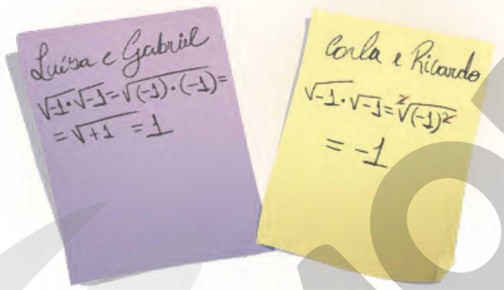
**6.** Luísa, Carla, Gabriel e Ricardo estavam estudando Matemática quando depararam com a sentença:

$$\sqrt{6} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$$

Então, eles concluíram que $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Em duplas, eles simplificaram a expressão $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1}$.
Observe como cada dupla fez o cálculo.

**6.** A propriedade $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ é válida somente para *a* e *b* reais não negativos.
Como o índice do radical é par, a propriedade $\sqrt{a^2} = a$ também é válida somente para *a* real não negativo.
Portanto, as duas duplas cometeram erros.




JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

Cada dupla chegou a um resultado diferente. Em alguma etapa do raciocínio, houve um erro. Encontre o erro.

**7.** Resolva a expressão a seguir e escreva no caderno a alternativa correta. **7.** alternativa **d**

$$\sqrt[3]{\frac{2^{11}}{2^8}}$$

a) $4^3$
b) 1
c) $2^{19}$
d) 2



• Circule entre os estudantes observando, de forma geral, os registros feitos e as atividades que exigem mais atenção para se chegar às respostas. Quando observar que a maioria dos alunos terminou, escreva as respostas no quadro para que possam conferi-las. Dessa maneira, já será possível fazer um "filtro" e saber quais questões merecem mais atenção.

• Aproveite a atividade **3** para discutir com os estudantes um outro modo de calcular uma raiz aproximada: com base no valor aproximado da raiz quadrada de 5 e com o uso da decomposição em fatores primos.

## Compreender um texto

### Objetivos

- Desenvolver a competência leitora.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF09MA04 e EF09MA18 e das competências específicas 1 e 3 da BNCC.

### Habilidades da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades EF09MA04 e EF09MA18 ao propor problemas com números reais, em especial em notação científica, empregando unidades de medidas para expressar distâncias dentro do Sistema Solar.

### Orientações

- Oriente os estudantes a realizar uma leitura silenciosa do texto. Em seguida, proponha à turma uma leitura conjunta. Caso julgue conveniente, faça pequenas pausas entre os parágrafos para que eles possam comentar os assuntos tratados em cada um deles. Por fim, incentive-os a compartilhar suas opiniões sobre o que foi lido.
- Se julgar pertinente, informe-lhes que Saturno está fortemente presente na cultura juvenil. Diga-lhes que esse planeta aparece em inúmeras histórias de ficção científica, filmes, histórias em quadrinhos e *videogames*.

# Compreender um texto

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

## Saturno, um planeta colossal

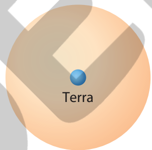
Saturno é o sexto planeta a partir do Sol e o segundo maior planeta do Sistema Solar. Sua fama se dá, principalmente, por seus anéis, que são formados por bilhões de fragmentos de gelo e rochas espaciais: alguns semelhantes a grãos de areia, outros do tamanho de uma casa. A medida da largura do sistema de anéis se estende até 282 000 km de comprimento do planeta e é composto por sete anéis e lagunas.

NASA, ESA, A. SIMON (GSFC), M.H. WONG (UNIVERSITY OF CALIFORNIA, BERKELEY) AND THE OPAL TEAM

Saturno visto no dia 20 de julho de 2019 a partir do Telescópio Espacial Hubble da Nasa. A Câmera de Campo Amplo 3 do Hubble observou o planeta quando ele estava à medida de aproximadamente 1 359 900 000 km de distância da Terra.

A medida do raio de 58 232 km de comprimento de Saturno é aproximadamente 9 vezes a medida do raio da Terra. Agora tente imaginar a Terra como se fosse do tamanho de uma moeda de um real. Saturno seria do tamanho de uma bola de vôlei.

Comparação de tamanho




ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA





Enquanto a Terra demora 365 dias para completar a volta ao redor do Sol, Saturno leva 10 756 dias terrestres (29,4 anos terrestres). Em compensação, o dia em Saturno demora menos da metade do dia da Terra, isto é, o dia em Saturno é um dos mais curtos do Sistema Solar, levando apenas 10,7 horas.

Diferentemente do planeta Terra, que tem um único satélite natural, a Lua, Saturno tem 62. Mas como os planetas conseguem seus satélites? Umas das maneiras é capturando-os! Isso mesmo, capturando corpos que, até então, vagavam ao redor do Sol. Esses corpos são atraídos para a órbita do planeta e passam a ser suas luas.

Saturno, por sua vez, possui o segundo maior satélite do Sistema Solar, chamado Titã, que gira no sentido contrário ao qual o planeta gira sobre si. Tendo isso em vista, é bem provável que esse satélite seja um corpo “capturado”. Titã é maior que a lua da Terra e maior até que o planeta Mercúrio.

A medida de distância entre Titã e Saturno é de aproximadamente 1 192 000 km de comprimento. Uma questão que intrigou os pesquisadores é como se formaram os satélites entre Saturno e Titã. Recentemente, foi descartada a possibilidade de que eles tenham se formado junto com o planeta, pois, por meio de estudos, concluiu-se que, assim como a Lua está se afastando da Terra, as luas de Saturno estão se afastando dele e, nesse caso, os satélites deveriam estar muito mais distantes do que estão.

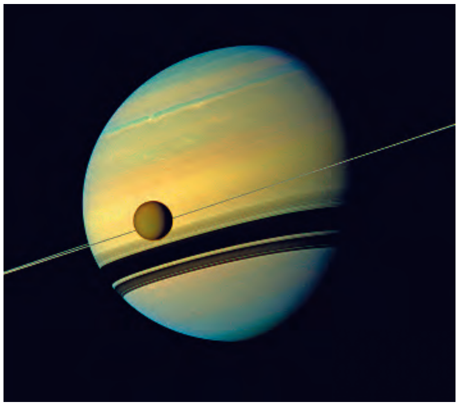
46

**(EF09MA04)** Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.

**(EF09MA18)** Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros.

**Competência específica 1:** Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

**Competência específica 3:** Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.



NASA/JPL-CALTECH/SPACE SCIENCE INSTITUTE

O satélite Titã diante do planeta Saturno, visto a partir da sonda Cassini da Nasa.

Foi então que os pesquisadores levantaram a hipótese – comprovada após muitos cálculos – que todos os satélites entre Saturno e Titã são mais "jovens" e se formaram a partir dos próprios anéis do planeta, que fazem parte de um sistema ativo que gera novos corpos celestes.

Dados obtidos em: NASA SCIENCE. Solar System Exploration. *Saturn*. [*S. l.*, 2022?]. Disponível em: https://solarsystem.nasa.gov/planets/saturn/in-depth/. Acesso em: 18 jul. 2022.

## ATIVIDADES

**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

**1.** Qual é a ideia principal do texto que você acabou de ler? **1.** Conhecer um pouco sobre Saturno e a formação dos seus satélites.

**2.** Cite o nome de outros planetas que você conhece. **2.** Resposta pessoal.

**3.** Qual é o segundo maior satélite do Sistema Solar? Quanto mede a distância, em quilômetro, entre esse satélite e Saturno? Escreva essa medida em notação científica. **3.** Titã. Aproximadamente $1,192 \cdot 10^6$ km

**4.** De acordo com o texto, como se formaram os satélites entre Titã e Saturno? **4.** Todos os satélites entre Titã e Saturno se formaram a partir dos anéis do planeta, um depois do outro.

**5.** Na página anterior, há uma imagem de Saturno do Telescópio Espacial Hubble da Nasa, de 20 de julho de 2019. Nesse registro, a que medida de distância Saturno estava da Terra? Escreva essa medida de distância em notação científica. (Dica: aproximar até os centésimos)
**5.** aproximadamente $1,36 \cdot 10^9$ km

**6.** Para facilitar o trabalho com distâncias dentro do Sistema Solar, cientistas criaram a **unidade astronômica** (ua), que é a medida de distância média entre a Terra e o Sol. (Dica: aproximar até os centésimos)

$$1 \text{ ua} = 149\,597\,870\,700 \text{ km}$$

**a)** Utilizando notação científica, escreva a medida de distância média, em quilômetro, entre a Terra e o Sol. **6. a)** $1,49 \cdot 10^{11}$ km

**b)** A medida da distância média aproximada entre alguns planetas e o Sol está no quadro a seguir. Escreva a medida de distância, em quilômetro, de cada planeta. **6. b)** Respostas em *Orientações*.

| Planeta | Medida da distância média (ua) |
|---|---|
| Vênus | 0,7 |
| Marte | 1,5 |
| Júpiter | 5,2 |
| Saturno | 9,5 |
| Urano | 19,8 |





• Na atividade **2**, espera-se que os estudantes citem os outros planetas que compõem o Sistema Solar: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Urano e Netuno. Caso não se recordem, oriente-os a realizar uma pesquisa em *sites*, livros ou revistas especializadas.

• No item **b** da atividade **6**, verifique como os estudantes realizam a conversão solicitada. Se necessário, permita que trabalhem com a calculadora ou com um aplicativo de calculadora do *smartphone*. Caso opte pela segunda opção, informe-lhes que, em grande parte dos aplicativos de calculadora, é utilizado o símbolo e (ou E) para indicar a expressão "vezes 10 elevado a". Resposta:

Vênus: $1,05 \cdot 10^{12}$
Marte: $2,24 \cdot 10^{12}$
Júpiter: $7,78 \cdot 10^{12}$
Saturno: $1,42 \cdot 10^{12}$
Urano: $2,96 \cdot 10^{12}$

• Se julgar conveniente, amplie o tema e peça aos estudantes que façam uma pesquisa sobre as cinco maiores luas e compartilhem com a turma. O tema proposto contribui para o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Ciência e Tecnologia**, da macroárea **Ciência e Tecnologia**.

## Operações com radicais

### Objetivos

- Identificar radicais semelhantes.
- Compreender como realizar adições, subtrações, multiplicações, divisões, potenciações e radiciações com radicais.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF09MA03 e EF09MA04 da BNCC.

### Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF09MA03 e EF09MA04 porque os estudantes deverão operar com radicais para resolver e elaborar problemas.

### Orientações

- Adicionar radicais é um procedimento no qual os estudantes podem enfrentar dificuldades. Por esse motivo, convém explorar o assunto de forma cuidadosa e avaliar os enganos cometidos por eles na realização das atividades.
- Certifique-se de que os estudantes compreenderam cada uma das passagens dos exemplos apresentados.
- Na resolução da atividade proposta no boxe *Para pensar*, deixe que os estudantes sugiram formas de fazer a adição algébrica. Caso não surja a ideia de reduzir os termos a um radical semelhante, ou realizar aproximações, apresente os próximos itens e peça a eles que voltem a essa adição algébrica depois.
- Exemplo de resposta do boxe *Para pensar*:
$\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{50} =$
$= \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$
- No primeiro exemplo do tópico *Adição algébrica com radicais que se tornam semelhantes*, peça aos esudantes que fatorem 135 e 320 para que entendam por que $\sqrt[3]{135} = 3\sqrt[3]{5}$ e $\sqrt[3]{320} = 4\sqrt[3]{5}$.

# 3 Operações com radicais

## Adição algébrica com radicais

Observe a adição algébrica:

$$\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$$

A adição algébrica com radicais fica mais simples quando podemos extrair todas as raízes e efetuar o cálculo sem os radicais.

**Exemplos**

- $\sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{343} = 3 + 5 - 7 = 1$
- $\sqrt[4]{0{,}0625} - \sqrt[4]{0{,}0001} - \sqrt[4]{0{,}0256} = 0{,}5 - 0{,}1 - 0{,}4 = 0$

Mesmo quando as raízes têm índices diferentes, devemos tentar extraí-las e, depois, efetuar os cálculos. Por exemplo:

$$-\sqrt[3]{8} + \sqrt[5]{100\,000} - \sqrt{1{,}69} = -2 + 10 - 1{,}3 = 6{,}7$$

Entretanto, nem sempre é possível extrair todas as raízes, pois alguma delas pode ser um número irracional. Vamos estudar outras maneiras de efetuar adições algébricas com radicais quando isso acontece.

### Adição algébrica com radicais semelhantes

Chamamos de **radicais semelhantes** aquelas expressões que têm radicais com radicandos iguais e mesmo índice. Por exemplo:

- $\sqrt[3]{15}$ e $\sqrt[3]{15}$ são radicais semelhantes.
- $\sqrt{7}$ e $2\sqrt{7}$ são radicais semelhantes.

Quando há radicais semelhantes em uma expressão, colocamos em evidência o radical comum e efetuamos a adição algébrica indicada.

**Exemplos**

- $3\sqrt{11} + 7\sqrt{11} = (3 + 7)\sqrt{11} = 10\sqrt{11}$
- $\sqrt[7]{9} - \frac{\sqrt[7]{9}}{2} + \frac{\sqrt[7]{9}}{3} = \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)\sqrt[7]{9} = \frac{5}{6}\sqrt[7]{9}$ ou $\frac{5\sqrt[7]{9}}{6}$

**Para pensar**

Observe a expressão com radicais não semelhantes: $\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{50}$

- Converse com um colega e pensem em uma maneira de efetuar essa adição. Em seguida, compartilhem a resolução com a turma. **Para pensar:** Respostas pessoais.

### Adição algébrica com radicais que se tornam semelhantes

Há expressões que não apresentam radicais semelhantes, mas contêm radicais que podem ser transformados em radicais semelhantes aplicando as propriedades dos radicais. Após realizar as transformações, efetuamos a adição algébrica com os radicais semelhantes.

**Exemplos**

- $-\sqrt[3]{40} - \sqrt[3]{135} + 2\sqrt[3]{320} = -2\sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{5} + 2 \cdot 4\sqrt[3]{5} = 3\sqrt[3]{5}$
- $\sqrt[6]{216} + \sqrt{24} - \sqrt[4]{576} = \sqrt[6]{6^3} + \sqrt[2]{2^2 \cdot 6} - \sqrt[4]{2^4 \cdot 6^2} = \sqrt[2]{6} + 2\sqrt[2]{6} - 2\sqrt[2]{6} = \sqrt[2]{6}$





**(EF09MA03)** Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.

**(EF09MA04)** Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.

**Observação**

$-\sqrt[3]{40} = -\sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = -2\sqrt[3]{5}$

## Adição algébrica com aproximações

Em algumas situações, o cálculo aproximado da adição algébrica é mais conveniente. Nesses casos, calculamos o valor aproximado de cada raiz e efetuamos a adição algébrica.

Acompanhe como Luciana efetuou a adição $\sqrt{5} + \sqrt{6}$.



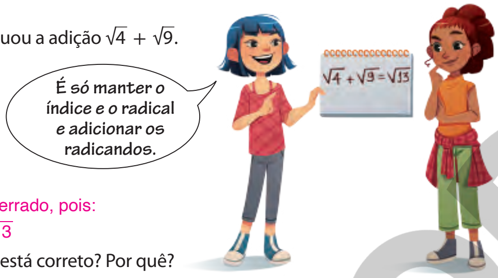



A maioria das calculadoras possibilita o cálculo da raiz quadrada de um número. Mas, para determinar a raiz enésima de um número, é necessária uma calculadora científica como a da imagem acima.



**Para analisar**

Observe como Aline efetuou a adição $\sqrt{4} + \sqrt{9}$.




**Para analisar:** Não. Está errado, pois:
$\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5 \neq \sqrt{13}$

O procedimento de Aline está correto? Por quê?

### ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Calcule o valor de cada expressão.

a) $\sqrt{9} + \sqrt{16}$ **1. a)** 7

b) $-\sqrt{25} + \sqrt{49}$ **1. b)** 2

c) $-\sqrt[3]{8} + \sqrt{144}$ **1. c)** 10

d) $\sqrt{100} - \sqrt[3]{64}$ **1. d)** 6

e) $-\sqrt{121} + \sqrt{196}$ **1. e)** 3

f) $\sqrt[3]{27} - \sqrt{9}$ **1. f)** 0

g) $\sqrt{169} - \sqrt{225}$ **1. g)** −2

h) $\sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{8} + \sqrt{81}$ **1. h)** 12

i) $\sqrt{0,04} - \sqrt{0,09} + \sqrt{0,16}$ **1. i)** 0,3

j) $\sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt{\frac{1}{16}}$ **1. j)** $\frac{5}{12}$

**2.** Calcule o valor de cada expressão considerando as aproximações:

$\sqrt{6} = 2,45$ $\sqrt{7} = 2,65$ $\sqrt{13} = 3,61$ $\sqrt{10} = 3,16$ $\sqrt{11} = 3,32$

a) $3\sqrt{250} - 4\sqrt{90}$ **2. a)** 9,48

b) $\sqrt{275} - \sqrt{99}$ **2. b)** 6,64

c) $2\sqrt{99} + 2\sqrt{44} + 5\sqrt{7} - \sqrt{63}$ **2. c)** 38,5



- Mostre aos estudantes que existem situações em que, para dar mais significado ao resultado, é necessário fazer aproximações. Para isso, dê outros exemplos além do apresentado na página e mostre os cálculos necessários.
- Verifique se algum estudante tem a ideia incorreta de que $\sqrt[n]{a+b}$ é equivalente a $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ ou de que $\sqrt[n]{a-b}$ é equivalente a $\sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$, sendo *a* e *b* números reais maiores ou iguais a zero e *n* um número natural maior ou igual a 2. Trabalhe o boxe *Para analisar*, cuja finalidade é auxiliar os estudantes a superar essa eventual concepção equivocada.
- Na atividade **1**, a maior parte dos números apresentados tem raiz quadrada exata, então ficará mais claro para os estudantes analisar o que pode e o que não pode ser feito no caso de adições algébricas com radicais.
- Na atividade **2**, espera-se que os estudantes façam a decomposição dos números em fatores primos para escrevê-los da forma mais simplificada e, assim, usar as raízes aproximadas já indicadas no enunciado. Vale lembrá-los de que todos os resultados obtidos são aproximados, uma vez que já utilizaram um valor aproximado dado.

• Na atividade **6**, os números irracionais estão representando medidas (no caso, são medidas de comprimento dos lados de alguns polígonos). Aproveite para retomar com os estudantes que o aparecimento dos números irracionais ao longo da história se deu justamente por causa das medidas.

• Ao trabalhar a multiplicação e a divisão com radicais, reproduza os exemplos no quadro e enfatize as passagens em que a 3ª e a 4ª propriedades são empregadas.

• No boxe *Para pensar*, deixe que as duplas analisem o problema e sugiram maneiras de fazer a multiplicação de raízes com índices diferentes. Em seguida, peça que cada dupla compartilhe com o resto da turma como pensou. Espera-se que todos os estudantes percebam que é preciso reduzir os radicais ao mesmo índice e, depois, efetuar a multiplicação.

**3.** Elabore uma adição ou uma subtração de radicais cujo resultado se aproxime do número 0,2.

Passe sua expressão para um colega calcular e calcule o valor da expressão que ele elaborou.

Depois, respondam quem escreveu a expressão cujo valor é mais próximo de 0,2.

**3.** Resposta pessoal.

**4.** Com uma calculadora, efetue as adições aproximando as raízes até a 2ª casa decimal. Escreva as adições e os resultados no caderno.

a) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ **4. a)** 1,41 + 2,24 = 3,65

b) $\sqrt{10} + \sqrt{9}$ **4. b)** 3,16 + 3 = 6,16

c) $\sqrt{3} + \sqrt{12}$ **4. c)** 1,73 + 3,46 = 5,19

**5.** Efetue as adições algébricas.

a) $\sqrt{10} + 2\sqrt{10} - 5\sqrt{10}$ **5. a)** $-2\sqrt{10}$

b) $3\sqrt{8} - \sqrt{18} + 2\sqrt{32}$ **5. b)** $11\sqrt{2}$

c) $\sqrt[3]{81} + 2\sqrt[3]{24} - 3\sqrt[3]{375}$ **5. c)** $-8\sqrt[3]{3}$

d) $\sqrt{50} - \sqrt{300} - \sqrt{98} + \sqrt{363}$ **5. d)** $\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$

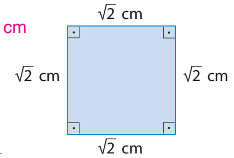
e) $5\sqrt{8} - 2\sqrt{18} + \frac{1}{2}\sqrt{200}$ **5. e)** $9\sqrt{2}$

f) $3x\sqrt{xy^3} - xy\sqrt{4xy} - 2\sqrt{x^3y^3}$, com $x \geqslant 0$ e $y \geqslant 0$ **5. f)** $-xy\sqrt{xy}$

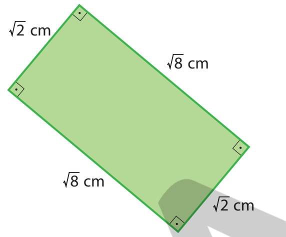
g) $3\sqrt{a^3} - a\sqrt{a} + \frac{\sqrt{a^5}}{a}$, com $a > 0$ **5. g)** $3a\sqrt{a}$

**6.** Determine a medida do perímetro de cada figura.

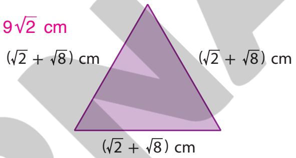
a) **6. a)** $4\sqrt{2}$ cm



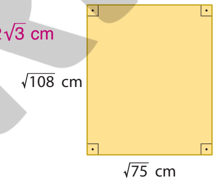

b) **6. b)** $6\sqrt{2}$ cm




c) **6. c)** $9\sqrt{2}$ cm




d) **6. d)** $22\sqrt{3}$ cm








## Multiplicação e divisão com radicais

Para multiplicar ou dividir radicais de mesmo índice, usamos a 3ª e a 4ª propriedades dos radicais. Observe os exemplos.

• Para a multiplicação de radicais, fazemos:

$$\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{4 \cdot 8} = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$$

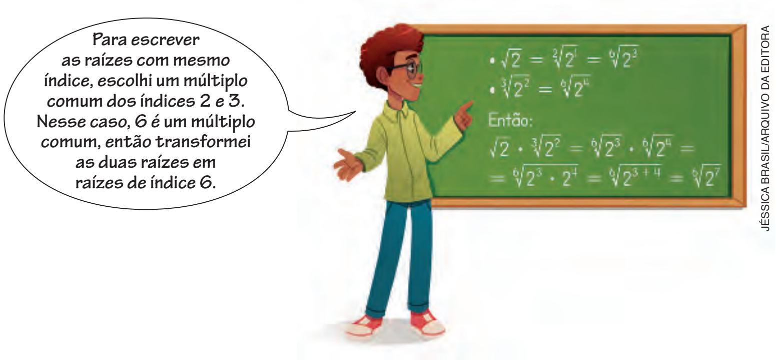
• Para a divisão de radicais, fazemos:

$$\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{9}{3}} = \sqrt[3]{3}$$

**Para pensar**

Converse com um colega e pensem em uma forma de efetuar a multiplicação de raízes com índices diferentes: $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[5]{7}$ **Para pensar:** Resposta pessoal.

Quando os índices dos radicais são diferentes, é preciso reduzir os radicais ao mesmo índice e, depois, efetuar a multiplicação ou a divisão. Para fazer isso, podemos usar a 2ª propriedade dos radicais. Considere, por exemplo, como Henrique efetuou $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}$.



JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Efetue as operações no caderno.

a) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{16}$ **1. a)** 8

b) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{25}$ **1. b)** 5

c) $\sqrt[3]{18} \cdot \sqrt[3]{6}$ **1. c)** $3\sqrt[3]{4}$

d) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{15}$ **1. d)** $10\sqrt{3}$

e) $\sqrt{6} : \sqrt{3}$ **1. e)** $\sqrt{2}$

f) $\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}}$ **1. f)** 2

g) $\sqrt[3]{10} : \sqrt[3]{2}$ **1. g)** $\sqrt[3]{5}$

h) $\dfrac{\sqrt{120}}{\sqrt{3}}$ **1. h)** $2\sqrt{10}$

**2.** Calcule o valor de cada expressão.

a) $\sqrt{6} \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{60})$ **2. a)** $9\sqrt{10}$

b) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{54} - \sqrt{6})$ **2. b)** $6\sqrt{2}$

c) $(\sqrt{3} - 1) \cdot (\sqrt{3} + 1)$ **2. c)** 2

d) $(2 - \sqrt{2}) \cdot (2 + \sqrt{2})$ **2. d)** 2

e) $(\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{2} + 1)$ **2. e)** $3 + 2\sqrt{2}$

**3.** Encontre o valor aproximado das expressões. (Considere: $\sqrt{5} \simeq 2{,}2$.)

a) $2\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$ **3. a)** 19,8

b) $(5\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5^4})$ **3. b)** 275

c) $(\sqrt{5})^2 - 3\sqrt{5}$ **3. c)** −1,6

d) $\sqrt{125} : \sqrt{625}$ **3. d)** 0,44

e) $\sqrt{45} + \sqrt{20} - 5\sqrt{5}$ **3. e)** 0

f) $\sqrt{5} + 2\sqrt{25}$ **3. f)** 12,2

**4.** Efetue as operações.

a) $\sqrt{2} : \sqrt[3]{2}$ **4. a)** $\sqrt[6]{2}$

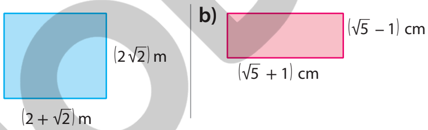
b) $\sqrt[4]{3^3} \cdot \sqrt{3^4}$ **4. b)** $9\sqrt[4]{3^3}$

c) $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{2}}$ **4. c)** $\sqrt[6]{\dfrac{9}{8}}$

d) $\dfrac{\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[3]{6}}{\sqrt{15}}$ **4. d)** $\sqrt[12]{\dfrac{16}{1\,125}}$

**5.** Calcule a medida do perímetro e a da área dos retângulos representados abaixo.

a) b)




**5. a)** medida do perímetro: $2(2 + 3\sqrt{2})$ m
medida da área: $4(\sqrt{2} + 1)$ m²
**5. b)** medida do perímetro: $4\sqrt{5}$ cm
medida da área: 4 cm²

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

## Potenciação e radiciação com radicais

Observe uma **potenciação** com radicais.

$$(\sqrt[5]{2})^4 = \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \sqrt[5]{2^4}$$

De modo geral, para efetuar a potenciação com um radical em que o radicando é número real positivo, elevamos o radicando ao expoente dado: $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$, em que $a > 0$, $n$ é um número natural, com $n \geqslant 2$, e $m$ é um número inteiro.





• Após realizarem as atividades propostas, incentive os estudantes a se reunir com os colegas para que possam comparar as respostas obtidas e corrigir eventuais erros. Esse é o momento em que eles podem verificar diferentes métodos e processos de resolução, justificando-os.

• No estudo da potenciação e da radiciação com radicais, pode haver uma tendência à memorização dos procedimentos sem atribuir significado a eles. Sempre que possível, faça os estudantes recorrerem à definição dessas operações.

• Após a realização das atividades, peça aos estudantes que se organizem em duplas. Cada membro da dupla deve perguntar ao outro sobre as atividades que considerou mais difíceis, para então compararem as resoluções e, por fim, indicarem ao professor as dúvidas que ainda persistiram.

**Exemplos**

- $\left(\sqrt{5}\right)^3 = \sqrt{5^3} = \sqrt{5^2 \cdot 5} = 5\sqrt{5}$
- $\left(\sqrt[3]{3}\right)^{-2} = \sqrt[3]{3^{-2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{3^2}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3^2}}$
- $\left(2\sqrt[3]{3}\right)^5 = 2^5 \cdot \sqrt[3]{3^5} = 32 \cdot \sqrt[3]{3^3 \cdot 3^2} = 32 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{3^2} = 96\sqrt[3]{3^2}$
- $\left(6\sqrt{4-x}\right)^2 = 6^2 \cdot \sqrt{(4-x)^2} = 36 \cdot (4-x) = 144 - 36x$, com $x < 4$

Para entender o procedimento da **radiciação** com radicais, compare as expressões:

$$\sqrt[2]{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[2]{9} = 3 \text{ e } \sqrt[6]{729} = 3$$

As duas expressões são iguais a 3. Então: $\sqrt[2]{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[6]{729} = 3$

De modo geral, para efetuar a radiciação fazemos: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$, em que $a \geqslant 0$ e $m$ e $n$ são números naturais maiores ou iguais a 2.

**Exemplos**

- $\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[3 \cdot 2]{2} = \sqrt[6]{2}$
- $\sqrt{\sqrt[3]{\frac{1\,000}{64}}} = \sqrt[2 \cdot 3]{\frac{1\,000}{64}} = \sqrt[6]{\frac{1\,000}{64}} = \sqrt[6]{\frac{10^3}{2^6}} = \frac{\sqrt[6]{10^3}}{\sqrt[6]{2^6}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Calcule as potências.

a) $\left(\sqrt{7}\right)^3$ **1. a)** $7\sqrt{7}$

b) $\left(3\sqrt{5}\right)^2$ **1. b)** 45

c) $\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^3$ **1. c)** $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

d) $\left(\sqrt[4]{9}\right)^2$ **1. d)** 3

e) $\left(2\sqrt[5]{27}\right)^4$ **1. e)** $144\sqrt[5]{9}$

f) $\left(3\sqrt{2a+1}\right)^2$ **1. f)** $18a + 9$, com $a > -\frac{1}{2}$

**2.** Escreva, no caderno, como uma única raiz.

a) $\sqrt{\sqrt[3]{64}}$ **2. a)** $\sqrt[6]{64}$

b) $\sqrt[8]{\sqrt[5]{6}}$ **2. b)** $\sqrt[40]{6}$

c) $\sqrt{3\sqrt{4}}$ **2. c)** $\sqrt[4]{36}$

d) $2\sqrt{2\sqrt{2}}$ **2. d)** $\sqrt[4]{128}$

**3.** Dados $a = 5 + \sqrt{3}$ e $b = 5 - \sqrt{3}$, determine:

a) $a + b$ **3. a)** 10

b) $a - b$ **3. b)** $2\sqrt{3}$

c) $a^2$ **3. c)** $28 + 10\sqrt{3}$

d) $b^2$ **3. d)** $28 - 10\sqrt{3}$

e) $a \cdot b$ **3. e)** 22

f) $b - a$ **3. f)** $-2\sqrt{3}$

**4.** Classifique cada igualdade em verdadeira ou falsa.

a) $\sqrt{\sqrt{2}} = \left(\sqrt{2}\right)^2$ **4. a)** falsa

b) $\sqrt{\sqrt{9}} = \sqrt{3}$ **4. b)** verdadeira

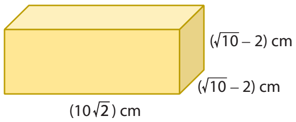
c) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^6 = 2^2$ **4. c)** verdadeira

d) $\sqrt[3]{3\sqrt{3}} = \sqrt[6]{27}$ **4. d)** verdadeira

**5.** Faça o que se pede.

Elabore uma expressão envolvendo operações com radicais cujo valor final seja um número racional. **5.** Resposta pessoal.

**6.** Observe o paralelepípedo abaixo e determine a medida de seu volume. **6.** $\left(140\sqrt{2} - 80\sqrt{5}\right)$ cm³




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

# 4 Racionalização de denominadores

Algumas frações apresentam no denominador uma raiz não exata, ou seja, um número irracional. Dada uma dessas frações, podemos obter outra fração, equivalente a ela, que tenha como denominador um número racional. O procedimento usado para isso é chamado **racionalização do denominador**.

Esse procedimento é possível quando o denominador é um número com infinitas casas decimais não periódicas. Por exemplo, para calcular $\frac{1}{\sqrt{2}}$, sabemos que:

$$\sqrt{2} = 1{,}4142135623730...$$

Teríamos, então:

$$1 \quad \underline{|\ 1{,}4142135623730...}$$

Mesmo que usássemos uma aproximação de $\sqrt{2}$, ou seja, 1,4142135, mas a divisão seria trabalhosa. Observe.

$$\begin{array}{l|l}
1{,}00000000 & 1{,}4142135 \\ \cline{2-2}
-\ 98994945 & 0{,}707106 \\ \cline{1-1}
\quad 0100505500 & \\
\quad -98994945 & \\ \cline{1-1}
\quad\ 015105550 & \\
\quad -14142135 & \\ \cline{1-1}
\qquad 096341500 & \\
\qquad -84852810 & \\ \cline{1-1}
\qquad\ 11488690 &
\end{array}$$

Lembre-se:
Escreva no caderno!

O processo de racionalização do denominador consiste em multiplicar a fração dada por uma fração equivalente a 1, de modo que o produto dos denominadores seja um número racional.

Então, no exemplo $\frac{1}{\sqrt{2}}$, temos:

$$1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Note que, após a racionalização, obtemos uma fração equivalente à primeira, mas com denominador racional.

Calcular $\frac{\sqrt{2}}{2}$ é mais simples que calcular $\frac{1}{\sqrt{2}}$.





**(EF09MA03)** Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.

## Racionalização de denominadores

### Objetivos

- Racionalizar denominadores.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA03 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA03 da BNCC porque trabalha a realização de cálculos com números reais.

### Orientações

- Aqui vale destacar que o termo "racionalizar" vem de "tornar racional". Nas expressões apresentadas com denominadores irracionais, torná-los racionais facilita os cálculos. O exemplo apresentado nesta página contribui para que os estudantes percebam a vantagem da racionalização do denominador.

- Nesta página são apresentados outros exemplos de racionalização dos denominadores de alguns números. Reproduza alguns desses exemplos no quadro e peça aos estudantes que completem os cálculos.
- Se julgar conveniente, comente com os estudantes que na racionalização de $\frac{2}{3\sqrt{8}}$ poderíamos multiplicar o numerador e o denominador por $\sqrt{2}$. O importante é obter no denominador uma raiz que resulte em um número racional.

Lembre-se: Escreva no caderno!

**Exemplos**

- Vamos racionalizar o denominador de $\frac{2}{3\sqrt{8}}$.

$$\frac{2}{3\sqrt{8}} = \frac{2}{3\sqrt{8}} \cdot \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \frac{2\sqrt{8}}{3 \cdot 8} = \frac{2\sqrt{8}}{24} = \frac{\sqrt{8}}{12} = \frac{\sqrt{2^2 \cdot 2}}{12} = \frac{2\sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

- Vamos racionalizar o denominador de $\frac{3}{\sqrt[4]{3}}$.

$$\frac{3}{\sqrt[4]{3}} = \frac{3}{\sqrt[4]{3}} \cdot \frac{\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3^3}} = \frac{3\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{3\sqrt[4]{3^3}}{3} = \sqrt[4]{3^3}$$

E quando, no denominador da fração, há uma adição algébrica em que pelo menos uma das parcelas é um número irracional?

Para entender por qual fração equivalente a 1 é necessário multiplicar as frações de modo que os denominadores sejam números racionais, observe o que ocorre quando, dados dois números reais $a$ e $b$, fazemos $(a + b) \cdot (a - b)$.

Aplicamos a propriedade distributiva:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

Então: $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Usando esse resultado, temos, por exemplo:

$$(\sqrt{2} + 3) \cdot (\sqrt{2} - 3) = (\sqrt{2})^2 - 3^2 = 2 - 9 = -7$$

$$(\sqrt{7} - \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{3}) = (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3})^2 = 7 - 3 = 4$$

$$(4 - \sqrt{11}) \cdot (4 + \sqrt{11}) = 4^2 - (\sqrt{11})^2 = 16 - 11 = 5$$

**Exemplos**

- Vamos racionalizar o denominador de $\frac{3}{\sqrt{3} + 1}$.

Para racionalizá-lo, vamos multiplicar a fração por $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1}$.

$$\frac{3}{\sqrt{3} + 1} = \frac{3}{\sqrt{3} + 1} \cdot \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{3 \cdot (\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2} = \frac{3\sqrt{3} - 3}{3 - 1} = \frac{3\sqrt{3} - 3}{2}$$

- Vamos racionalizar o denominador de $\frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{5}}$.

Nesse denominador, há uma adição de dois números irracionais. Para racionalizá-lo, vamos multiplicar a fração por $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}$.

$$\frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}} = \frac{2 \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{5})}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{2\sqrt{2} - 2\sqrt{5}}{2 - 5} = -\frac{(2\sqrt{2} - 2\sqrt{5})}{3}$$

- Vamos racionalizar o denominador de $\frac{\sqrt{6}}{4-\sqrt{5}}$.

$$\frac{\sqrt{6}}{4-\sqrt{5}} \cdot \frac{4+\sqrt{5}}{4+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}\cdot(4+\sqrt{5})}{4^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{4\sqrt{6}+\sqrt{30}}{16-5} = \frac{4\sqrt{6}+\sqrt{30}}{11}$$

**ATIVIDADES** — FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Racionalize o denominador dos números a seguir.

a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ **1. a)** $\frac{\sqrt{3}}{3}$

b) $\frac{3}{2\sqrt{5}}$ **1. b)** $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

c) $\frac{2}{\sqrt{8}}$ **1. c)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ **1. d)** $\frac{\sqrt{15}-3}{3}$

e) $\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ **1. e)** $\sqrt{3}+1$

f) $\frac{10}{2-\sqrt{2}}$ **1. f)** $5(\sqrt{2}+2)$

g) $\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ **1. g)** $\frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2}$

h) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}$ **1. h)** $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

i) $\frac{\sqrt{11}+1}{\sqrt{11}-1}$ **1. i)** $\frac{6+\sqrt{11}}{5}$

j) $\frac{7}{2+\sqrt{5}}$ **1. j)** $-14+7\sqrt{5}$

**2.** Determine o número *a* que satisfaz a expressão abaixo.

$$\frac{2}{\sqrt{98}} - \frac{2}{\sqrt{32}} = a\sqrt{2}$$ **2.** $-\frac{3}{28}$

**3.** Racionalize o denominador e faça o que se pede.

a) Sabendo que $\sqrt{5}$ é aproximadamente 2,24 (aproximação até os centésimos), determine o valor aproximado de $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$. **3. a)** 3,24

b) Sabendo que $\sqrt{7}$ é aproximadamente 2,65 e que $\sqrt{3}$ é aproximadamente 1,73 (aproximações até os centésimos), determine o valor aproximado de $\frac{20}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$. **3. b)** 4,60

**4.** Simplifique as expressões.

a) $\frac{\sqrt{120}}{\sqrt{3}}$ **4. a)** $2\sqrt{10}$

b) $\frac{\sqrt[3]{a^{10}}}{\sqrt[3]{a^4}}$, com $a \neq 0$ **4. b)** $a^2$

c) $\frac{\sqrt[4]{81x^7}}{\sqrt[4]{x^3}}$, com $x > 0$ **4. c)** $3x$

d) $\frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{8}}{\sqrt{10}}$ **4. d)** 2

## 5 Potência com expoente fracionário

Vimos como é definida uma potência de base real e expoente inteiro. O expoente de uma potência, porém, pode ser um número na forma de fração; por exemplo: $3^{\frac{1}{2}}$, $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{4}{3}}$ e $2^{\frac{2}{5}}$.

As propriedades de potências com expoentes inteiros vistas neste Capítulo são válidas nos casos em que o expoente é um número na forma de fração e a base é um número real positivo. Assim, temos, por exemplo:

$$3^{\frac{1}{2}} = \underbrace{\sqrt{\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^2}}_{\text{1ª propriedade dos radicais}} = \sqrt{3^{\frac{1}{2}}\cdot 3^{\frac{1}{2}}} = \underbrace{\sqrt{3^{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)}}}_{\text{propriedade do produto de potências de mesma base}} = \sqrt{3^1} = \sqrt{3}$$

Portanto: $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$



- É importante salientar que a ideia principal, na atividade **3**, é substituir as raízes pelos seus valores aproximados depois da racionalização em cada expressão.
- Na atividade **4**, não é necessário racionalizar os denominadores, pois em todos os itens é possível simplificar as expressões.

## Potência com expoente fracionário

### Objetivos

- Calcular potências com expoente fracionário.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA03 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA03 da BNCC porque os estudantes deverão calcular potências com expoentes fracionários.

### Orientações

- Inicie o tópico comentando com os estudantes que as propriedades de potências com expoentes inteiros continuam válidas quando o expoente da potência é um número na forma de fração e a base é um número real positivo.
- Podemos estender a definição para uma potência de base negativa. Como o denominador do expoente será o índice da raiz, se ele for ímpar a base poderá ser negativa. Por exemplo:

$(-27)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-27} = -3$

**(EF09MA03)** Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.

• Durante a realização das atividades, oriente os estudantes a escrever os cálculos de forma organizada em seus cadernos. Isso contribui para que consigam desenvolver o raciocínio de maneira organizada, evitando erros de cálculo.

Procedendo do mesmo modo:

- $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{4}{3}}\right]^3} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{5}\right)^4}$
- $2^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{\left(2^{\frac{2}{5}}\right)^5} = \sqrt[5]{2^{\frac{2}{5}} \cdot 2^{\frac{2}{5}} \cdot 2^{\frac{2}{5}} \cdot 2^{\frac{2}{5}} \cdot 2^{\frac{2}{5}}} = \sqrt[5]{2^2}$

Da mesma forma, podemos escrever outras potências de expoente fracionário como um radical. De modo geral:

Para todo número real positivo $a$, $m$ inteiro e $n$ natural, com $n \geqslant 2$, temos:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

**Exemplos**

- $4^{-\frac{1}{2}} = 4^{\frac{-1}{2}} = \sqrt[2]{4^{-1}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$
- $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{2}{7}\right)^3} = \sqrt[4]{\frac{8}{343}}$
- $\pi^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{\pi^2}$

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Expresse cada potência na forma de radical.

a) $43^{\frac{1}{9}}$ **1. a)** $\sqrt[9]{43}$

b) $7^{-\frac{2}{3}}$ **1. b)** $\sqrt[3]{\frac{1}{7^2}}$

c) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$ **1. c)** $\sqrt[4]{\frac{1}{4}}$ ou $\sqrt{\frac{1}{2}}$

d) $(0{,}25)^{\frac{5}{12}}$ **1. d)** $\sqrt[12]{0{,}25^5}$ ou $\sqrt[6]{0{,}5^5}$

**2.** Calcule o valor das expressões.

a) $81^{\frac{1}{4}} + 81^{-\frac{1}{4}}$ **2. a)** $\frac{10}{3}$

b) $8^{\frac{1}{3}} \cdot 125^{\frac{2}{3}}$ **2. b)** 50

c) $343^{\frac{4}{3}} : 49^{0{,}5}$ **2. c)** 343

d) $36^{\frac{3}{2}} - 32^{\frac{2}{5}}$ **2. d)** 212

**3.** Expresse as potências como radicais e os radicais como potências.

a) $\sqrt{\sqrt{5^2}}$ **3. a)** $5^{\frac{1}{2}}$

b) $(3^2)^{\frac{1}{3}}$ **3. b)** $\sqrt[3]{3^2}$

c) $\sqrt[5]{\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{2}}$ **3. c)** $3^{\frac{1}{10}} \cdot 2^{\frac{1}{20}}$

d) $3\sqrt[3]{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}$ **3. d)** $3 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$

e) $\sqrt[3]{\sqrt{18}}$ **3. e)** $18^{\frac{1}{6}}$

f) $\left(2^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{2}{3}}$ **3. f)** $\sqrt[15]{2^2}$

g) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{30}}}$ **3. g)** $30^{\frac{1}{8}}$

h) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$ **3. h)** $2^{\frac{7}{8}}$

**4.** Calcule o valor de $n$ para que: $\left(\frac{1}{9}\right)^n = 2\,187$ **4.** $-\frac{7}{2}$

# 6 Porcentagem

### Situação 1

Leia o texto a seguir.

Com base no Sistema Alarmes (Alerta de Área com Monitoramento Estimado por Satélite), do Laboratório de Aplicações de Satélites Ambientais da Universidade Federal do Rio de Janeiro (Lasa-UFRJ), o Instituto Socioambiental da Bacia do Alto Paraguai SOS Pantanal divulgou que os incêndios de 2020 no Pantanal foram os piores da história do bioma, resultando em mais de 26% de seu território consumidos pelo fogo, até então representado por 15 034 903 hectares de medida de área, atingindo principalmente o Pantanal norte (Poconé, Barão de Melgaço e Cáceres) e a Serra do Amolar, no Pantanal sul.

CESAR DINIZ/PULSAR IMAGENS

Vista aérea de área de pastagem em que parte dela foi atingida por incêndio florestal no Pantanal na margem da Rodovia Transpantaneira MT-060, Poconé (MT), 2020.

No texto, há um dado em forma de porcentagem: 26%

Esse valor significa "26 em cada 100" e pode ser expresso como $\frac{26}{100}$ ou 0,26.

Segundo os dados, foram consumidos pelo fogo 26% da medida de área de 15 034 903 hectares. Uma das formas de calcular 26% de 15 034 903 é:

$$26\% \text{ de } 15\,034\,903 = \frac{26}{100} \cdot 15\,034\,903 \simeq 3\,909\,075$$

Então, 3 909 075 dos 15 034 903 hectares do território pantaneiro foram consumidos pelo fogo.

### Situação 2

Em uma loja de eletrodomésticos, certo modelo de televisor custava R\$ 1 500,00. Depois de um aumento, esse aparelho passou a custar R\$ 1 620,00. Vamos calcular o aumento em porcentagem.

O aumento no preço foi de: R\$ 1 620,00 – R\$ 1 500,00 = R\$ 120,00

Para calcular a taxa percentual *t* que esse aumento representa em relação ao valor inicial, fazemos:

$$t \cdot 1\,500 = 120 \Rightarrow t = \frac{120}{1\,500} = 0{,}08 = \frac{8}{100} = 8\%$$

Logo, o aumento no preço foi de 8%.

### Situação 3

Joana comprou um jogo cujo preço original era R\$ 72,00, mas estava em promoção, com desconto de 30%. Ao passar no caixa, como tinha o cartão de fidelidade da loja, Joana conseguiu mais um desconto de 10% sobre o valor promocional. Quanto ela pagou pelo jogo?

Vamos responder a essa pergunta calculando o preço do jogo após cada desconto.

Calculamos o preço do jogo após o 1º desconto:

$$\text{R\$ } 72{,}00 - \underbrace{0{,}30 \cdot \text{R\$ } 72{,}00}_{\text{desconto de 30\% sobre o preço inicial}} = \text{R\$ } 72{,}00 - \text{R\$ } 21{,}60 = \text{R\$ } 50{,}40$$

57



**(EF09MA05)** Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.

**(EF09MA18)** Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros.

**Competência específica 6:** Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

## Porcentagem

### Objetivos

- Retomar o conceito de porcentagem.
- Calcular acréscimos e descontos.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF09MA05 e EF09MA18 e da competência específica 6 da BNCC.

### Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA05, pois serão exploradas situações que envolvem o cálculo de descontos e acréscimos, bem como apresentadas situações que envolvem o cálculo de taxas percentuais sucessivas com ou sem o uso de calculadora. Também favorece a habilidade EF09MA18 ao trabalhar e expressar medida de área muito grande como o hectare.

### Orientações

- O conceito de porcentagem é retomado por meio de diferentes situações. Sempre que possível, oriente os estudantes a mobilizar as representações nas formas de fração e decimal de uma porcentagem, pois isso pode contribuir não somente para a apreensão desse conceito como também na otimização dos cálculos.
- A situação **1** mostra como o conceito de porcentagem está presente no cotidiano. Chame a atenção dos estudantes para a unidade de medida de área empregada no texto (hectare, representado por ha). Verifique o que eles já sabem sobre essa unidade de medida e então explique que é bastante empregada para medir áreas rurais e que, 1 ha corresponde a 10 000 $m^2$. Amplie a situação proposta e informe que, em 2021, o Pantanal teve 9% de seu território incendiado; então, peça a eles que calculem quantos hectares foram queimados em 2021. (aproximadamente 1 353 141 hectares)
- Conversar com os estudantes sobre assuntos como esse favorece o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental**, da macroárea **Meio Ambiente**.
- A situação **2** expressa um aumento por meio de uma porcentagem. Converse com os estudantes sobre situações cotidianas em que devemos fazer esse tipo de cálculo. Reproduza o cálculo no quadro e tire as eventuais dúvidas da turma.
- As situações **3** e **4** mostram como calcular descontos e acréscimos sucessivos. Converse com os estudantes sobre situações cotidianas em que esse tipo de cálculo é aplicado.

- Na situação **3**, é importante que os estudantes compreendam que devemos calcular o primeiro desconto sobre o valor inicial e que o segundo desconto deve ser aplicado tomando como referência o valor obtido no primeiro cálculo.
- Se julgar oportuno, antes de mostrar a resolução do problema apresentado na situação **4**, peça aos estudantes que o resolvam utilizando suas estratégias pessoais. Também, nesse caso, é importante que eles compreendam que o segundo cálculo terá como referência o valor que já sofreu alteração após o primeiro cálculo.
- Aproveite o boxe *Para analisar* e pergunte à turma quem conhece alguém que já passou pela mesma situação que Ana ou alguma situação parecida. Chame a atenção para a importância de pesquisar e/ou acompanhar o preço de determinado produto para evitar situações como essa.
- A situação **5** mostra como calcular juro composto com o auxílio de uma calculadora. A ideia não é definir juro composto nem formalizar o cálculo. Se julgar necessário, proponha aos estudantes uma pesquisa e uma breve apresentação do desenvolvimento histórico da ideia de juro e seus diferentes regimes.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

Como o segundo desconto foi aplicado sobre o valor promocional, temos:

$$\underbrace{\text{R\$ } 50{,}40}_{\text{valor promocional}} - \underbrace{0{,}10 \cdot \text{R\$ } 50{,}40}_{\text{desconto de 10\% sobre o valor promocional}} = \text{R\$ } 50{,}40 - \text{R\$ } 5{,}40 = \text{R\$ } 45{,}36$$

Portanto, após os descontos, Joana pagou R$ 45,36 pelo jogo.

**Observação**

Ter dois descontos sucessivos, o primeiro de 30% e o seguinte de 10%, **não** é equivalente a um desconto de 40%. Caso Joana tivesse recebido apenas um desconto de 40%, o preço pago pelo jogo seria:

R$ 72,00 – 0,40 · R$ 72,00 = R$ 43,20

## Situação 4

Paula tem uma loja de calçados. Em determinada ocasião, ela reduziu o preço de todos os calçados em 15%. Depois, com o intuito de voltar ao preço original, Paula aumentou o preço em 15%. Ela atingiu o objetivo?

Para verificar, vamos ver o que ocorre quando um valor $x$ sofre um desconto de 15% seguido de um aumento de 15%.

- preço após o desconto: $x - 0{,}15 \cdot x = 0{,}85x$
- preço com o aumento sobre o novo valor:

$0{,}85x + 0{,}15 \cdot 0{,}85x = 0{,}85x + 0{,}1275x = 0{,}9775x$

Assim, um produto com preço $x$, após um desconto de 15% seguido de um aumento de 15%, passará a custar $0{,}9775x$ ou 97,75% de $x$; ou seja, o preço será menor que o original. Portanto, Paula não atingiu o objetivo.

**Para analisar**

Antes de comprar um produto, é sempre interessante pesquisar. Nem sempre um produto anunciado em promoção está realmente mais barato que antes. Alguns lojistas aumentam o preço dos produtos para depois oferecer um desconto, o que pode não ser tão vantajoso quanto parece ao consumidor. Leia a seguinte situação.

Ana estava acompanhando o preço de certo refrigerador todos os dias no *site* de uma loja. Um dia, a loja anunciou que todos os refrigeradores estavam com 10% de desconto. Porém, ao checar o *site*, Ana percebeu que o preço do refrigerador havia aumentado 11% antes dessa oferta.

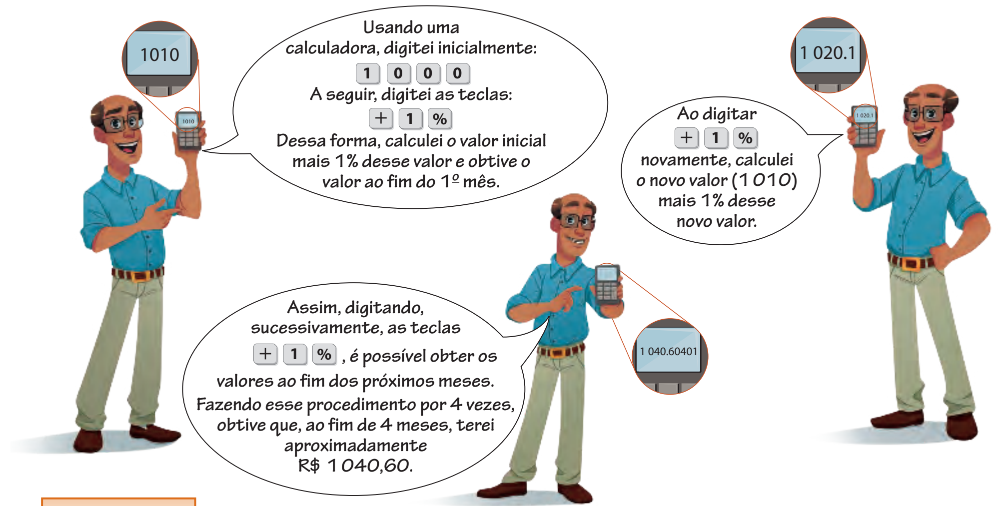
- Em sua opinião, a promoção realmente era vantajosa?

**Para analisar:** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que, nesse caso, o valor do refrigerador era 99,9% do valor inicial, ou seja, o desconto foi de apenas 0,1%.

## Situação 5

Alex investiu R$ 1 000,00 em um fundo de investimento que rende 1% ao fim de cada mês, sempre calculado sobre o valor total que há no fundo naquele mês (valor do mês anterior mais rendimento).

Observe como Alex verificou, usando uma calculadora, o valor que terá ao fim de 4 meses, caso não mexa no dinheiro.




**Para analisar**

Converse com um colega sobre a importância de fazer um investimento. **Para analisar:** Resposta pessoal.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Calcule as porcentagens no caderno.

**a)** 15% de 130 **1. a)** 19,5

**b)** 2% de R$ 3 450,00 **1. b)** R$ 69,00

**c)** 25% de 2 000 pessoas **1. c)** 500 pessoas

**d)** 12,5% de 32 **1. d)** 4

**e)** 110% de R$ 350,00 **1. e)** R$ 385,00

**2.** Certo modelo de celular custava R$ 850,00 à vista em uma loja. Em uma promoção, os preços de todos os produtos da loja tiveram um desconto de 2%. Porém, para pagamento a prazo, é cobrada uma taxa de 5% sobre o valor final do produto. Quanto uma pessoa pagaria por um celular desse modelo caso optasse por comprar esse celular a prazo durante a promoção? **2.** R$ 874,65

**3.** Observe a ilustração e responda.

Qual é o percentual de desconto oferecido no preço deste computador? **3.** 7% de desconto


**4.** Segundo dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), em 2010 a população brasileira era de 190 755 799 pessoas. Já em 2021, a população estimada era de 213 317 639 pessoas. Usando uma calculadora, obtenha a taxa de crescimento aproximada, em porcentagem.

**4.** A taxa de crescimento aproximada foi de 11,83%.

**5.** Maria aplicou R$ 12 000,00 em um investimento que rende 0,8% ao mês. Usando uma calculadora, verifique quanto Maria terá após 5 meses.

**5.** aproximadamente R$ 12 487,74

**6.** Fabio comprou um automóvel de R$ 40 000,00, que vai sofrer uma desvalorização de 10% ao ano. Usando uma calculadora, verifique quanto o automóvel vai desvalorizar, em real, após 4 anos. **6.** R$ 13 756,00

**7.** Elabore: **7.** Resposta pessoal.

**a)** um problema em que seja necessário calcular o percentual de desconto ou de aumento de um produto;

**b)** um problema em que seja necessário calcular um valor após aumentos ou diminuições sucessivas.

- Passe seus problemas para um colega resolver e resolva os problemas criados por ele.

ILUSTRAÇÕES: JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA





- No boxe *Para analisar*, espera-se que os estudantes percebam que ao investir certa quantia em dinheiro obtém-se uma renda extra que pode ser gasta com bens e consumos que se deseja ou que sejam necessários sem se endividar.
- Antes de propor a realização das atividades, converse com os estudantes sobre a importância de fazer estimativas em casos de porcentagem. Usar referências como 10%, 25%, 50% e 75%, que, em geral, são mais simples de calcular, pelo menos de forma aproximada, auxilia nas diferentes situações do dia a dia. Nessas atividades, eles podem fazer essa estimativa e depois conferir.

## Educação Financeira

### Objetivos

- Refletir sobre o uso consciente de recursos financeiros.
- Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira**, da macroárea **Economia**.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA05, da competência geral 7 e da competência específica 8 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA05 porque os estudantes terão de resolver problemas que envolvam porcentagens.

### Orientações

- Nesta seção, são apresentadas algumas situações comuns no cotidiano, nas quais, ao pensar estar poupando, são tomadas atitudes que levam a prejuízos, uma vez que se pagou por um produto ou serviço que não pôde ser aproveitado de maneira satisfatória por ser de má qualidade ou por ter o prazo de validade expirado. Nesse sentido, o estudante discutirá situações em que é preciso avaliar e refletir sobre as consequências de suas decisões, desenvolvendo assim o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira**, da macroárea **Economia**.
- Antes de os estudantes discutirem as questões propostas em *O que você faria?*, verifique se compreenderam as falas de cada personagem. Por exemplo, da esquerda para a direita: 1º caso, ao verificar o custo do serviço de um pintor, a pessoa decidiu fazer a pintura por conta própria e, por falta de habilidade, o resultado foi insatisfatório. Assim, obteve prejuízo, pois, além de ter desperdiçado material, teve de contratar um pintor, arcando com mais custos. No 2º caso, a pessoa pagou mais barato ao abastecer o tanque do carro, mas teve gastos imprevistos com a troca de peças do motor, em decorrência de um combustível sem qualidade. No 3º caso, a pessoa adquiriu um produto "baratinho" e, provavelmente, de baixa qualidade. O 4º caso é um exemplo de compra por impulso sem atentar para uma série de itens, como: dias em que a promoção é válida, regras em caso de troca, prazo de entrega, data de validade de produtos etc. Em seguida, a intenção é que os estudantes simulem cada situação e apresentem sua opinião. Não se trata de um julgamento de opiniões; a intenção é refletir sobre o que se ganha e o que se perde em cada escolha.

# Educação Financeira

**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

## Quando o barato sai caro

Durante um encontro entre amigos, o assunto era economizar. Eles comentavam, especificamente, situações em que a tentativa de economizar não havia dado muito certo. Observe.


ROBERTO ZOELLNER/ARQUIVO DA EDITORA



**O que você faria?: b)** Poupo dinheiro por mais um tempo; pesquiso os preços de outros profissionais; tento pintar sozinho ou chamo algum amigo que saiba fazer isso.

### O que você faria?

**O que você faria?: c)** Vejo se me agrada e, em caso positivo, já compro; observo para verificar a procedência da roupa; só compro se tenho alguma referência da marca.

Reúna-se com seus colegas e leiam atentamente a conversa acima. Depois, discutam a respeito do que compreenderam. Vocês acham que, analisando as situações apresentadas, é possível entender o significado da expressão "o barato sai caro"?

Após conversarem sobre isso, deem sua opinião sobre os acontecimentos descritos, completando as frases a seguir no caderno.

a) Quando vejo um posto de combustível oferecendo gasolina por um preço inferior ao de todos os outros da região, eu... **O que você faria?: a)** Escolho o de menor preço, pois é importante economizar; peço ao frentista para fazer um teste de qualidade com o combustível, uma exigência que é direito do consumidor.

b) Se decido pintar minha casa e verifico que o pintor cobra um preço muito alto, eu...

c) Caso encontre uma roupa com preço muito baixo, eu...

d) As ofertas dos *sites* de compras coletivas são incríveis; então, eu...

**O que você faria?: d)** Vejo se há alguma promoção naquele restaurante que adoro; pesquiso sempre para verificar se é realmente uma promoção que vale a pena; avalio se preciso mesmo do produto antes de comprar.



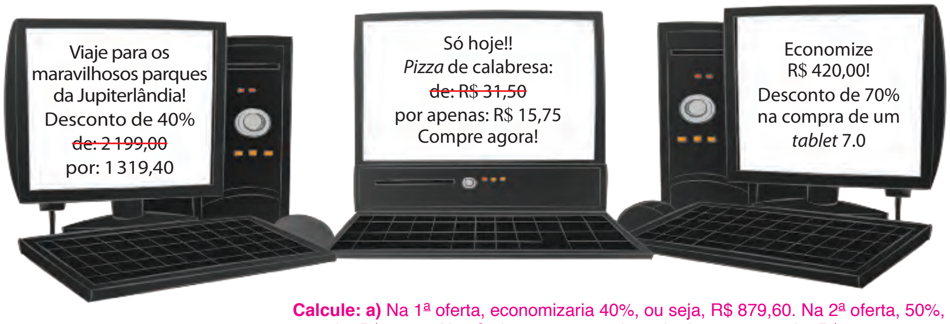
**(EF09MA05)** Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.

**Competência geral 7:** Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

**Competência específica 8:** Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

## Calcule

Suponha que você esteja visitando um *site* de compras coletivas e encontre ofertas como estas.



ROBERTO ZOELLNER/ARQUIVO DA EDITORA

**Calcule: a)** Na 1ª oferta, economizaria 40%, ou seja, R$ 879,60. Na 2ª oferta, 50%, ou seja, R$ 15,75. Na 3ª oferta, a economia seria de 70%, ou seja, R$ 420,00.

Agora, responda às questões a seguir.

**a)** Quanto uma pessoa economizaria, em valor e em percentual, ao aproveitar cada oferta?

**b)** Quanto você desperdiçaria caso realizasse a compra da 1ª oferta e não conseguisse viajar (por falta de tempo, imprevistos etc.)? **Calcule: b)** R$ 1 319,40

**c)** Qual seria o valor total, sem desconto, do *tablet* anunciado na 3ª oferta? **Calcule: c)** R$ 600,00

## Reflita **Reflita:** Respostas pessoais.

**a)** Você já comprou algum produto barato que não tinha boa qualidade?

**b)** O produto mais caro é sempre melhor?

**c)** Pergunte aos seus pais, familiares e amigos se já passaram por situações em que o "barato saiu caro".

**d)** Os *sites* de compras coletivas sempre valem a pena?

**e)** Procure exemplos de produtos e situações em que não compensa adquirir algo mais caro e durável.

**f)** Existem situações em que o mais barato, mesmo sendo descartável, é uma opção interessante?

### Dica

É importante pesquisar e economizar para não desperdiçar dinheiro. Mas não se esqueça: verifique sempre as condições do produto e da oferta!

MILA HORTENCIO/ARQUIVO DA EDITORA





- Em *Calcule*, o foco da discussão são os *sites* de compras coletivas. É importante salientar para a turma que devem ser verificadas todas as condições da oferta e a confiabilidade da loja antes de efetuar uma compra pela internet.
- Em *Reflita*, espera-se que os estudantes tragam exemplos reais para compartilhar com os amigos e percebam que o custo de um produto ou serviço não é o único item que deve ser considerado ao tomar decisões. Deve-se pensar se o custo é baixo porque o produto é de má qualidade, se o produto é durável, se está no prazo de validade etc. e, principalmente, se o produto é adequado para as nossas necessidades. Por exemplo, se pensarmos em uma festa na qual vários adereços são distribuídos entre os convidados, os produtos são descartáveis, mas cumprem seu objetivo naquele momento, diferentemente de outras situações em que é importante optar por algo durável, para evitar uma nova compra. Por argumentar com base em exemplos reais, posicionando-se eticamente em relação a si mesmos e aos outros, e por ter de interagir com seus pares, a competência geral 7 e a competência específica 8 da BNCC têm o seu desenvolvimento favorecido.

## Objetivos

- Reconhecer e construir o gráfico mais adequado para representar determinado conjunto de dados.
- Representar graficamente a média aritmética de um conjunto de dados.
- Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Trabalho** e **Educação em Direitos Humanos**, das macroáreas **Economia** e **Cidadania** e Civismo, respectivamente.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA22 e das competências gerais 7 e 9 BNCC.

## Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA22 porque os estudantes terão a oportunidade de analisar o gráfico mais adequado para apresentar determinado conjunto de dados e destacar nele a média aritmética desse conjunto.

## Orientações

- Nesta seção, os estudantes deverão avaliar e construir o gráfico mais adequado para apresentar determinado conjunto de dados e destacar nele a média aritmética desse conjunto por meio de uma linha.
- Esse modo de representar a média possibilita perceber os valores do conjunto de dados que são maiores e menores que a média. A ideia é que os estudantes leiam e interpretem os dados tomando a média aritmética como referência. Analise coletivamente o gráfico desta página e incentive a turma a tirar conclusões com base nas informações presentes e na representação gráfica da média aritmética (linha vermelha horizontal).
- Amplie o assunto com a turma e comente que, segundo o IBGE, no país, entre 2018 e 2019 não houve uma queda significativa no rendimento médio mensal, que passou de R$ 2 247,00 para R$ 2 244,00. Considerando o mesmo período, as regiões que tiveram um aumento no valor do rendimento médio mensal foram Nordeste e Sul, e as regiões que apresentaram queda foram Norte, Sudeste e Centro-Oeste. Esse tema contribui para o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Trabalho**, da macroárea **Economia**. Dados obtidos em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101709_informativo.pdf. Acesso em: 18 jul. 2022.

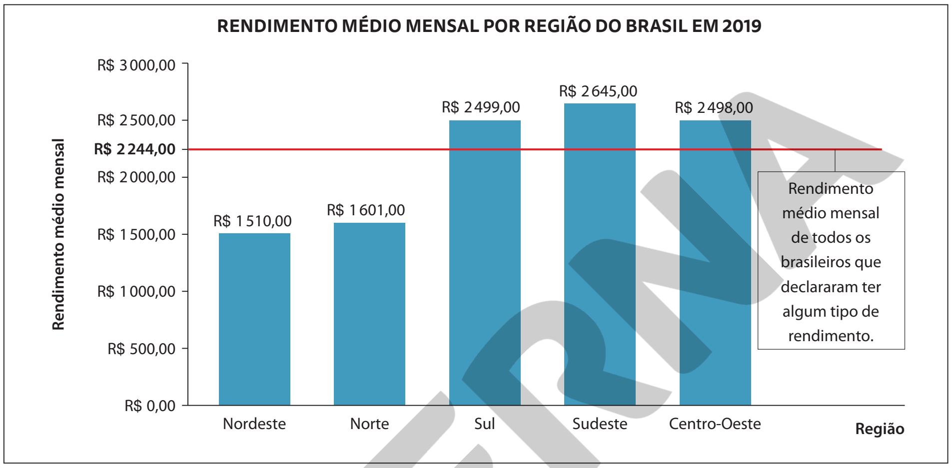
# Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## Gráficos e média aritmética

Em 2019, havia no Brasil 131,2 milhões de pessoas com algum tipo de rendimento proveniente de trabalho ou de outras fontes, como aposentadoria, aluguel e programas de transferência de renda.

Observe, no gráfico abaixo, o rendimento médio mensal das pessoas residentes em cada região do Brasil. A linha vermelha está na altura correspondente ao rendimento médio mensal de todas as pessoas que declararam ter algum tipo de rendimento.




Fonte: BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2012-2019*. Brasília, DF: IBGE, [2020?].



Note que:

- o rendimento médio mensal das pessoas residentes nas regiões Nordeste e Norte está abaixo do rendimento médio mensal de todos os brasileiros;
- o rendimento médio mensal das pessoas residentes nas regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste está acima do rendimento médio mensal de todos os brasileiros;
- o rendimento médio mensal das pessoas residentes na região Sudeste é o mais alto comparando com as demais regiões;
- o rendimento médio mensal das pessoas residentes na região Nordeste é o mais baixo comparando com as demais regiões.


**Para pensar: 1.** Espera-se que os estudantes respondam que não. Em um gráfico de setores, os dados adicionados compõem o todo de um aspecto da realidade, e isso não ocorre com os dados do gráfico de barras acima.

### Para pensar

1. Faz sentido construir um gráfico de setores com base nos dados do gráfico de barras acima? Por quê?
2. Faz sentido construir um gráfico de linha com base nos dados do gráfico de barras acima? Por quê?

**Para pensar: 2.** Espera-se que os estudantes respondam que não. Os gráficos de linha são usados para mostrar a evolução de um dado no decorrer do tempo, e isso não ocorre no gráfico de barras acima.

62



**(EF09MA22)** Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

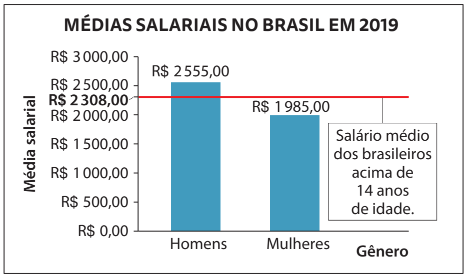
**Competência geral 7:** Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

**Competência geral 9:** Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Observe o gráfico que representa o salário médio dos homens e das mulheres acima de 14 anos de idade em 2019.




Fonte: BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2012-2019*. Brasília, DF: IBGE, [2020?].

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Qual era a diferença entre a média salarial dos homens e das mulheres acima de 14 anos de idade no Brasil em 2017? **1. a)** R$ 570,00

**b)** Leia a afirmação abaixo.

> *O salário médio das mulheres corresponde a aproximadamente 77,7% do salário médio dos homens.*

**1. b)** Espera-se que os estudantes respondam que sim, pois, ao calcular a porcentagem do salário médio dos homens que corresponde ao salário médio das mulheres, obtemos aproximadamente 77,69%.

Você concorda com essa afirmação? Justifique sua resposta.

**c)** O salário médio dos homens estava abaixo ou acima do salário médio de todos os brasileiros acima de 14 anos de idade em 2017? E o salário médio das mulheres? **1. c)** acima; abaixo

**d)** Em uma planilha eletrônica, construa um gráfico de barras horizontais com base nos dados do gráfico apresentado. **1.d)** Respostas em *Orientações*.

**2.** Observe os dados apresentados a seguir.

**Salário médio de brancos, pretos e pardos acima de 14 anos de idade no Brasil em 2019**

| Cor ou raça | Salário médio |
|---|---|
| Brancos | R$ 2 999,00 |
| Pretos | R$ 1 673,00 |
| Pardos | R$ 1 719,00 |

Fonte: BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2012-2019*. Brasília, DF: IBGE, [2020?].

**a)** Qual desses tipos de gráfico é o mais adequado para representar os dados da tabela: de barras, de setores ou de linhas? Construa esse gráfico em uma planilha eletrônica. **2. a)** gráfico de barras

**b)** Sabendo que o salário médio dos brasileiros acima de 14 anos de idade era R$ 2 308,00 em 2019, represente essa média com uma linha no gráfico que você construiu no item anterior. **2. b)** Resposta em *Orientações*.

**c)** Compare os salários médios de brancos, pretos e pardos com o salário médio dos brasileiros. O que você pode concluir? **2. c)** Espera-se que os estudantes concluam que apenas a média salarial dos brancos estava acima do salário médio dos brasileiros com mais de 14 anos de idade em 2019.

**Para pensar**

Em sua opinião, deveria haver essa desigualdade salarial entre brancos, pretos e pardos? E entre homens e mulheres? Por quê? Converse com os colegas sobre isso.

**Para pensar:** Respostas pessoais.



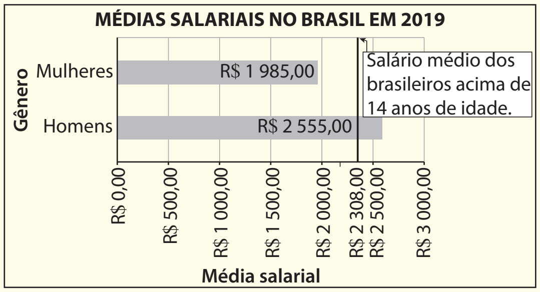




- Aproveite os questionamentos do boxe Para pensar e inicie uma conversa com a turma sobre a desigualdade salarial indicada no gráfico da atividade **1** e na tabela da atividade **2**. Momentos como esse exercitam o diálogo, desenvolvem a capacidade de argumentar e chamam à reflexão sobre respeito, desigualdade e cidadania. Para enriquecer a discussão, leve para a sala de aula textos com outras informações acerca dessas diferenças. Conversar com os estudantes sobre esses temas auxilia no desenvolvimento dos Temas contemporâneos Transversais **Trabalho** e **Educação em Direitos Humanos**, das macroáreas **Economia** e **Cidadania** e **Civismo**, respectivamente.

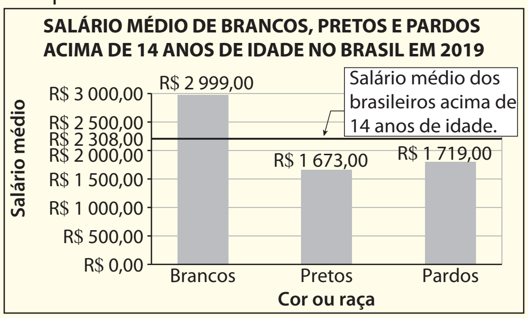
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

- Resposta do item **d** atividade **1**:




Fonte: BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2012-2019*. Brasília, DF: IBGE, [2020?].

- Resposta dos itens **a** e **b** da atividade **2**:




Fonte: BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2012-2019*. Brasília, DF: IBGE, [2020?].

# Atividades de revisão

## Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF09MA03 e EF09MA04 da BNCC.

## Habilidades da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades EF09MA03 e EF09MA04 à medida que são propostos cálculos e problemas com números reais.

## Orientações

- Resolução da atividade **7**:

**a)** Um cubo tem 6 faces.
A medida de área de cada uma das faces da lata é 75 cm², pois:

$(5\sqrt{3})^2\ cm^2 = 75\ cm^2$

Portanto, para forrar as 6 faces, serão necessários 450 cm² de plástico, pois $6 \cdot 75\ cm^2 = 450\ cm^2$.

**b)** Para saber se 1 litro de óleo cabe nessa lata, é necessário calcular seu volume:

$(5\sqrt{3})^3\ cm^3 = 375\sqrt{3}\ cm^3 \simeq 650\ cm^3$

**c)** A medida de capacidade aproximada da lata é de 650 mL; portanto, não cabe 1 litro de óleo na lata.

- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com “sim”, “às vezes” ou “não”.

Eu...
... sei representar números em notação científica?
... sei aplicar as propriedades das potências e as dos radicais?
... sei identificar radicais semelhantes?
... sei resolver operações com números reais com potenciações e radiciações com radicais?
... sei racionalizar denominadores de frações?
... sei calcular porcentagens?
... sei reconhecer e construir o gráfico mais adequado para representar determinado conjunto de dados.
... sei representar graficamente a média aritmética de um conjunto de dados.

# Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. alternativas **b** e **d**

**1.** Reproduza as afirmações verdadeiras no caderno.

**a)** Um cubo cuja aresta mede 9 cm de comprimento tem o triplo da medida do volume de um cubo de aresta que mede 3 cm de comprimento.

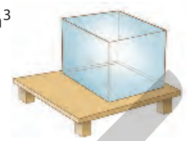
**b)** Um cubo cuja aresta mede 6 cm de comprimento tem medida de volume igual a $8V$, em que $V$ é a medida do volume de um cubo de aresta que mede 3 cm de comprimento.

**c)** Um cubo cuja aresta mede 1 cm de comprimento tem $\frac{1}{3}$ da medida do volume de um cubo de aresta que mede 3 cm de comprimento.

**d)** Um cubo cuja aresta mede 5 cm tem $\frac{1}{8}$ da medida do volume de um cubo de aresta que mede 10 cm de comprimento.

**2.** Um aquário com formato cúbico, com medida de capacidade de 27 000 mL de água, está cheio. Qual é a medida da altura do aquário? **2.** 30 cm

(Lembre-se de que 1 cm³ corresponde a 1 mL.)



GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

**3.** Certa folha de papel mede 0,074 mm de espessura. Converta essa medida em metro e represente-a em notação científica. **3.** $7,4 \cdot 10^{-5}$ m

**4.** Observe no quadro alguns dados publicados pelo Departamento de Astronomia do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

**Medida da massa e da distância média ao Sol**

| Planeta | Medida da massa (kg) | Medida da distância média ao Sol (km) |
|---|---|---|
| Mercúrio | $3,303 \cdot 10^{23}$ | 57 910 000 |
| Júpiter | $1,900 \cdot 10^{27}$ | 778 330 000 |
| Saturno | $5,688 \cdot 10^{26}$ | 1 429 400 000 |

Agora, escreva:

**a)** as medidas das massas dos planetas em ordem crescente;

**b)** a medida da distância média de cada planeta ao Sol em notação científica.

**4. a)** $3,303 \cdot 10^{23}$, $5,688 \cdot 10^{26}$, $1,900 \cdot 10^{27}$
**4. b)** $5,791 \cdot 10^{7}$; $7,7833 \cdot 10^{8}$; $1,4294 \cdot 10^{9}$

**5.** aproximadamente R$ 47,75

**5.** Calcule o preço aproximado de uma camisa que inicialmente custava R$ 45,00 após sofrer três aumentos sucessivos de 2%.

**6.** Calcule e simplifique.

**a)** $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$ **6. a)** 6

**b)** $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{2}$ **6. b)** 10

**c)** $\sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt{\frac{5}{3}}$ **6. c)** 1

**d)** $\left(\sqrt[4]{9}\right)^2$ **6. d)** 3

**e)** $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ **6. e)** $\sqrt{2}$

**f)** $\frac{\sqrt[3]{24}}{\sqrt[3]{3}}$ **6. f)** 2

**7.** Uma lata com formato cúbico tem arestas que medem $5\sqrt{3}$ cm de comprimento.

**a)** Quantos centímetros quadrados de plástico serão necessários para forrar toda a lata? **7. a)** 450 cm²

**b)** Márcia quer saber se 1 L de óleo cabe nessa lata. Que cálculo ela precisa fazer? **7. b)** o cálculo da medida do volume da lata

**c)** Depois de fazer os cálculos necessários, a que conclusão Márcia chegará?

**8. e)** $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

**8.** Racionalize o denominador de cada fração.

**a)** $\frac{3}{\sqrt{2}}$ **8. a)** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

**b)** $\frac{10}{3\sqrt{5}}$ **8. b)** $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

**c)** $\frac{3}{\sqrt[4]{2}}$ **8. c)** $\frac{3\sqrt[4]{8}}{2}$

**d)** $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ **8. d)** $2 - \sqrt{3}$

**e)** $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

**f)** $\frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$ **8. f)** $\sqrt{2}$

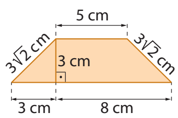
**9.** Simplifique.

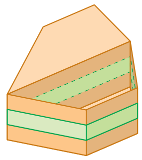
**a)** $\left(\sqrt[3]{-8} + 3\right)^2 - \left\{2 - \left[\sqrt{\left(\frac{1}{9}\right)^{-1}} - 12\right]\right\}$ **9. a)** −10

**b)** $0,25 \cdot (-3)^2 : \left(\frac{1}{4}\right) - \left(3 \cdot \sqrt[3]{-8} + 11\right)$ **9. b)** 4

**10.** Calcule o valor de $\frac{\sqrt{1 + \sqrt{121}}}{\sqrt{45 + \sqrt{900}}}$. **10.** $\frac{2}{5}$

**11.** A caixa de bombons representada abaixo tem o formato que lembra um trapézio.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Quantos centímetros de fita verde são necessários para contornar uma vez a caixa?

**b)** Quantos centímetros quadrados de papelão são necessários para confeccionar 15 tampas para caixas como essa? **11. b)** 360 cm²

**11. a)** $(6\sqrt{2} + 16)$ cm ou aproximadamente 24,5 cm

**7. c)** Não vai caber (a medida do volume é aproximadamente 650 cm³).





**(EF09MA03)** Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.

**(EF09MA04)** Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.

CAPÍTULO

3

# Circunferência

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF09MA11
EF09MA15
EF09MA22

Lembre-se:
Escreva no caderno!



## 1 Circunferência e círculo

As figuras com formato arredondado são suaves e dão a impressão de movimento e leveza. Esse formato pode ser observado em partes de construções, objetos, pinturas etc.

Aprecie as reproduções das pinturas abaixo e, em seguida, responda: elas lembram que figuras geométricas com esse formato?
Resposta: círculos e circunferências

ROBERT DELAUNAY – MUSEU DE ARTE MODERNA DA CIDADE DE PARIS, PARIS

Robert Delaunay. *Rythme nº 2* (Ritmo nº 2), 1938, 538 cm × 396 cm.

WASSILY KANDINSKY – MUSEU DE ARTES DE NEW ORLEANS, ESTADOS UNIDOS

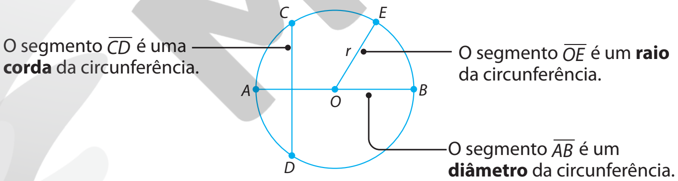
Wassily Kandinsky. *Sketch for several circles* (Esboço para variados círculos), 1926, 70,1 cm × 70,1 cm.

A **circunferência** é a figura geométrica formada por todos os pontos de um plano que estão à mesma medida de distância de um ponto fixo desse plano. Este ponto fixo é o **centro da circunferência**.

Considere alguns elementos da circunferência:

- **corda** é um segmento cujas extremidades são dois pontos distintos quaisquer da circunferência;
- **raio** é um segmento cujas extremidades são o centro e um ponto qualquer da circunferência;
- **diâmetro** é uma corda que passa pelo centro da circunferência.

Observe esses elementos na circunferência de centro $O$ e raio $r$.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



## Circunferência e círculo

### Objetivo

- Distinguir circunferência de círculo e reconhecer seus elementos.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 3 da BNCC.

### Orientações

- No estudo da circunferência, é importante perceber que o raio, a corda e o diâmetro são definidos como segmentos e não como medidas. Por exemplo, o raio é o segmento que une o centro a qualquer ponto da circunferência. Também é importante deixar clara a diferença entre a circunferência e o círculo.
- Use as duas reproduções das obras de arte do início do capítulo como inspiração para os estudantes e combine com o professor de Arte uma aula para que eles pesquisem e façam produções artísticas. Essa atividade pode ser uma boa estratégia para que adquiram conhecimentos matemáticos e culturais, favorecendo o desenvolvimento da competência geral 3.
- Após definir os conceitos de circunferência e círculo e seus elementos, avalie a possibilidade de fazer uma visita guiada a algum espaço público, como museus, parques e exposições de arte, a fim de que os estudantes possam identificar nesses espaços objetos que lembram essas figuras geométricas e justificar a semelhança, partindo das definições apresentadas.

**Competência geral 3:** Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

• Na proposta do boxe *Para fazer*, oriente os estudantes em relação à pesquisa. Diga a eles que podem procurar por fotos em livros e revistas disponíveis na biblioteca da escola, ou fazer buscas na internet por construções e pinturas que deem ideia de círculos e circunferências. Combine um dia para que possam compartilhar as imagens e contar um pouco sobre as pesquisas realizadas.

## Posições relativas

### Objetivo

• Reconhecer as diferentes posições de uma circunferência em relação a outra circunferência, a um ponto e a uma reta.

### Orientações

• A posição de uma circunferência em relação a um ponto, a uma reta e a outra circunferência pode ser obtida e explorada pelos estudantes com o auxílio de um *software* de Geometria dinâmica. É possível que, por meio da interação com o *software,* os estudantes percebam, de modo mais claro, as relações entre a medida de comprimento do raio da circunferência e a da distância do centro dessa mesma circunferência ao ponto, à reta ou ao centro da outra circunferência.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

**Círculo** é a figura geométrica formada por uma circunferência e sua região interna. Não confunda círculo com circunferência:


**Para fazer**

Observe a foto da construção *Ring of life*, que mede 157 metros de altura e fica na cidade de Fushun, na China.

O contorno da parte interna dessa construção lembra uma circunferência.

Pesquise imagens de outras construções e pinturas que dão a ideia de círculos e de circunferências. Leve as imagens para a aula e compartilhe-as com os colegas. **Para fazer:** Resposta pessoal.

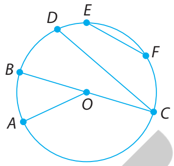

YANG YANG/IMAGINECHINA/AFP

*Ring of life*, 2017.

**ATIVIDADES** — FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**4. b)** diâmetro: 40 unidades de comprimento; raio: 20 unidades de comprimento.

**1.** Considere a circunferência abaixo, de centro *O*, e classifique cada um dos segmentos em raio, corda ou diâmetro.




a) $\overline{OA}$ **1. a)** raio

b) $\overline{BC}$ **1. b)** diâmetro e corda

c) $\overline{CD}$ **1. c)** corda

d) $\overline{EF}$ **1. d)** corda

**2.** No caderno, construa com um compasso:

a) uma circunferência de centro *O* e raio de medida de comprimento igual a 3 cm;

b) uma circunferência de centro *O* e diâmetro de medida de comprimento igual a 4,5 cm.

**2.** Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

**3.** Determine a medida de comprimento do diâmetro de uma circunferência sabendo que o comprimento de seu raio mede:

a) 17,2 cm; **3. a)** 34,4 cm b) 0,65 cm. **3. b)** 1,30 cm

**4.** Leia atentamente as questões e responda-as.

a) Se a medida de comprimento do diâmetro de uma circunferência é igual a 34 cm e a do raio, $(2x - 13)$ cm, quanto mede *x*, em centímetro? **4. a)** $x = 15$ cm

b) A medida de comprimento do diâmetro de uma circunferência é $3x + 4$, e a de seu raio, $x + 8$. Quais são essas medidas?

**5.** Em seu caderno, classifique cada afirmação em verdadeira ou falsa.

a) Se a medida de comprimento do raio de um círculo é 4 cm, então a medida de comprimento do seu diâmetro é 2 cm. **5. a)** falsa

b) Em um círculo, a circunferência que o limita tem o mesmo centro e as mesmas medidas de comprimento do raio e do diâmetro. **5. b)** verdadeira

c) Todos os pontos de um círculo pertencem à circunferência que o contém. **5. c)** falsa

d) Em um círculo cujo diâmetro mede 2,5 cm de comprimento, o raio mede 5 cm de comprimento. **5. d)** falsa

## 2 Posições relativas

### Posições de um ponto em relação a uma circunferência

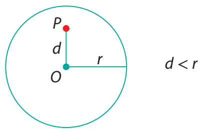
Um professor pediu à turma que desenhasse uma circunferência de centro *O*, com raio que mede 1 cm de comprimento e um ponto *P*. Observe o desenho de três estudantes.


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

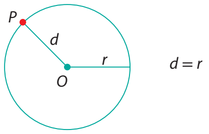
Observe que cada estudante desenhou o ponto $P$ em uma posição diferente em relação à circunferência. No desenho de Lucas, $P$ é **externo** à circunferência; no de Mariana, $P$ é **interno** à circunferência; e no de Rafaela, $P$ **pertence** à circunferência.

Considere uma circunferência de centro $O$ e raio de medida de comprimento $r$ e um ponto $P$, no mesmo plano, tal que a medida da distância entre $P$ e $O$ seja $d$.

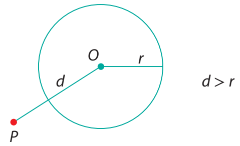
- $P$ é **interno** à circunferência se $d$ for menor que $r$.




- $P$ **pertence** à circunferência se $d$ for igual a $r$.



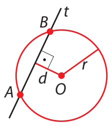

- $P$ é **externo** à circunferência se $d$ for maior que $r$.



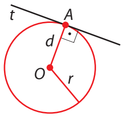

## Posições de uma reta em relação a uma circunferência

Uma reta e uma circunferência podem ter dois pontos comuns, um só ponto comum ou nenhum ponto comum.

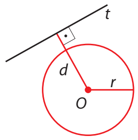
Vamos ilustrar essas três situações, considerando uma circunferência de centro $O$ e raio de medida de comprimento $r$ e uma reta $t$ em um mesmo plano.




*A* e *B* são pontos comuns. Então, a reta *t* é **secante** à circunferência.




*A* é o único ponto comum. Então, a reta *t* é **tangente** à circunferência.

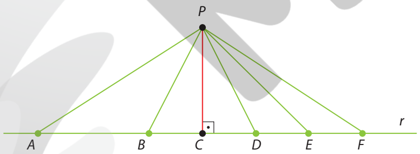



Não há pontos comuns. Então, a reta *t* é **exterior** à circunferência.

- Uma reta é **secante** a uma circunferência se tem dois pontos comuns com a circunferência. Nesse caso, a medida da distância $d$ do centro $O$ à reta $t$ é menor que a medida de comprimento $r$ do raio: $d < r$
- Uma reta é **tangente** a uma circunferência se tem apenas um ponto comum com a circunferência. Nesse caso, a medida da distância $d$ do centro $O$ à reta $t$ é igual à medida de comprimento $r$ do raio: $d = r$
- Uma reta é **externa** ou **exterior** a uma circunferência se não tem ponto comum com a circunferência. Nesse caso, a medida da distância $d$ do centro $O$ à reta $t$ é maior que a medida de comprimento $r$ do raio: $d > r$

### Observação

Há vários segmentos que ligam um ponto $P$ a algum ponto da reta $r$. Entre eles existe apenas um segmento ($\overline{PC}$), cuja medida de comprimento é a menor possível, que é perpendicular à reta $r$. A medida de comprimento desse segmento é igual à da **distância do ponto *P* à reta *r***.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA





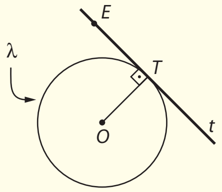
- Após apresentar as posições de uma reta em relação a uma circunferência, peça aos estudantes que desenhem no caderno uma reta secante, uma tangente e uma externa a uma circunferência. Aproveite o momento para verificar se compreenderam esses conceitos ou se apresentam alguma dificuldade.

- Auxilie os estudantes nas construções propostas nos boxes *Para analisar*. Alerte-os quanto ao uso do compasso para evitar acidentes e relembre como usar o esquadro e o transferidor.
- Para explorar melhor o assunto, a seguir apresentamos a demonstração da propriedade da reta tangente a uma circunferência.

**a)** Toda reta perpendicular a um raio em sua extremidade da circunferência é tangente à circunferência.

Seja a circunferência $\lambda(0, r)$ e $T$ um de seus pontos.

| Hipótese | | Tese |
|---|---|---|
| $t \perp \overline{OT}$ em $T$ | $\Rightarrow$ | $t$ é tangente a $\lambda$ |




*Demonstração*

Seja $E$ outro ponto de $t$, distinto do ponto $T$.

$(\overline{OT} \perp t$ e $\overline{OE}$ oblíquo a $t) \Rightarrow \overline{OE} > \overline{OT} \Rightarrow$
$\Rightarrow OE > r \Rightarrow E$ é externo a $\lambda$.

Logo, a reta $t$ tem um único ponto $T$ comum com $\lambda$, pois os demais são externos.

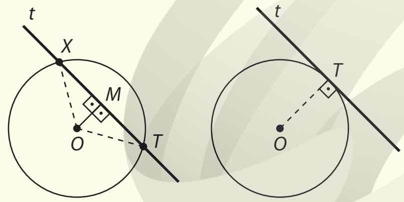
Portanto, $t$ é tangente a $\lambda$.

**b)** Toda tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência.

| Hipótese | | Tese |
|---|---|---|
| $t$ tangente a $\lambda$ em $T$ | $\Rightarrow$ | $t \perp \overline{OT}$ em $T$ |

*Demonstração*

Se $t$ não fosse perpendicular a $\overline{OT}$, teríamos o que segue.




Seja $M$ pé da perpendicular à reta $t$ por $O$. $O$ ponto $M$ seria distinto de $T$.

Tomando na semirreta oposta a $\overrightarrow{MT}$ um ponto $X$ tal que $\overline{MX} \cong \overline{MT}$, teríamos:

$(\overline{OM}$ comum, $\overline{OM} \perp \overline{TX}, \overline{MX} \cong \overline{MT}) \xRightarrow{\text{LAL}}$
$\xRightarrow{\text{LAL}} \triangle OMX \cong \triangle OMT \Rightarrow \overline{OX} \cong \overline{OT} \Rightarrow$
$\Rightarrow OX = r \Rightarrow X \in \lambda$

Portanto, $t$ interceptaria $\lambda$ em dois pontos distintos, $T$ e $X$, o que é absurdo contra a hipótese.

Logo, $t$ é perpendicular a $\overline{OT}$ em $T$.


DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos da Matemática elementar*: geometria plana. São Paulo: Atual, 1980. v. 9. p. 153-154.


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



## Propriedades das retas secantes e tangentes a uma circunferência

Agora, você vai estudar propriedades das retas secantes e tangentes a uma circunferência que auxiliam na compreensão das relações entre essas retas e a circunferência.

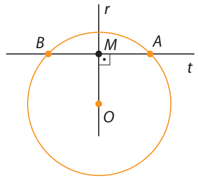
### Propriedade da reta secante a uma circunferência

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

**Para analisar**

Com base nas orientações a seguir, construa uma figura como a mostrada.

Trace uma circunferência de centro $O$ e uma reta secante qualquer a essa circunferência. Repare que essa reta secante determina uma corda. Agora, com um esquadro, trace uma reta que passe pelo centro $O$ e seja perpendicular à reta secante. A reta que você acabou de traçar divide a corda em seu ponto médio?

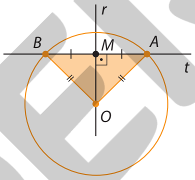



**Para analisar:** Espera-se que os estudantes, após realizarem a medição, respondam que sim.

Se uma reta $r$ passa pelo centro $O$ de uma circunferência e é perpendicular a uma corda $\overline{AB}$ dessa circunferência, então a reta $r$ intercepta a corda em seu ponto médio $M$.

Vamos demonstrar essa propriedade.

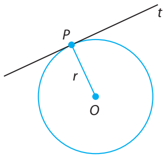
Consideremos a circunferência de centro $O$, a reta secante e os segmentos $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$. Como esses segmentos têm a mesma medida de comprimento, pois são raios da circunferência, o triângulo $AOB$ é isósceles. Assim, a medida da altura $\overline{OM}$ relativa à base $\overline{AB}$ coincide com a medida da mediana relativa à base $\overline{AB}$. Logo, o ponto $M$ divide a corda $\overline{AB}$ em dois segmentos congruentes ($AM = MB$), ou seja, $M$ é o ponto médio de $\overline{AB}$.




### Propriedade da reta tangente a uma circunferência

**Para analisar**

Com base nas orientações a seguir, construa uma figura como a mostrada abaixo.




**Para analisar:** Espera-se que os estudantes obtenham a medida 90°.

Desenhe uma circunferência e uma reta tangente a ela. Depois, trace o raio que contém o ponto de tangência. Com um transferidor, meça a abertura do ângulo determinado pelo raio e pela reta tangente. Qual foi a medida obtida?

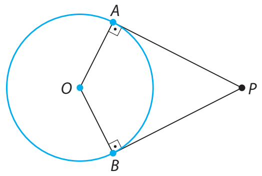
Uma reta $t$, tangente à circunferência, é perpendicular ao raio da circunferência no ponto de tangência.

Essa propriedade também pode ser demonstrada.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

## • Propriedade de dois segmentos, com uma extremidade comum, tangentes a uma circunferência

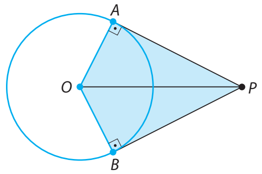
Considere uma circunferência de centro $O$, um ponto $P$ externo a ela e dois segmentos, $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$, tangentes a ela. Se medirmos os segmentos $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$, verificaremos que eles têm a mesma medida.




> Dois segmentos, $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$, tangentes a uma circunferência nos pontos $A$ e $B$, são congruentes.

Vamos demonstrar essa propriedade.

Traçando o segmento $\overline{OP}$, e considerando os triângulos $AOP$ e $BOP$, temos:



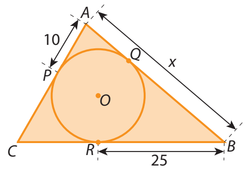

- $\overline{AO} \cong \overline{BO}$ (raios);
- $\overline{OP}$ (lado comum);
- $\text{med}(O\hat{A}P) = \text{med}(O\hat{B}P) = 90°$ ($A$ e $B$ são pontos de tangência).

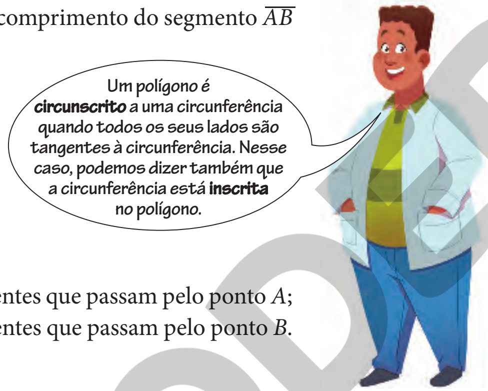
Pelo caso de congruência do triângulo retângulo (hipotenusa-cateto), $\triangle AOP \cong \triangle BOP$.

Portanto, $\overline{PA} \cong \overline{PB}$.

Aplicando essa propriedade, podemos resolver problemas de polígonos circunscritos a uma circunferência.

Vamos calcular, por exemplo, a medida $x$ de comprimento do segmento $\overline{AB}$ da figura abaixo.




MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

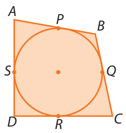
Observe que:

- $x = AB = AQ + QB$;
- $\overline{AP} \cong \overline{AQ}$, pois ambos são segmentos tangentes que passam pelo ponto $A$;
- $\overline{BQ} \cong \overline{BR}$, pois ambos são segmentos tangentes que passam pelo ponto $B$.

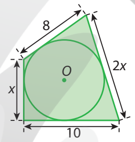
Portanto: $x = AB = 10 + 25 = 35$

### Para investigar

a) Considere um quadrilátero $ABCD$ qualquer circunscrito a uma circunferência.
Que relação podemos estabelecer entre as somas das medidas de comprimento dos lados opostos desse quadrilátero ($AB + CD$ e $BC + DA$)?




b) Usando a relação obtida no item anterior, calcule o valor de $x$ na figura abaixo.




**Para investigar: a)** $AB + CD = BC + DA$; **b)** $2x + x = 8 + 10 \Rightarrow x = 6$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA





• Se for possível, antes de enunciar e demonstrar a propriedade de que os segmentos tangentes traçados de um mesmo ponto exterior a uma circunferência são congruentes, proponha uma atividade, utilizando um *software* de Geometria dinâmica, para que os próprios estudantes a conjecturem. Segue um exemplo de como a atividade pode ser conduzida.

Trace uma circunferência e um ponto $P$ em sua região exterior. Em seguida, faça o que se pede.

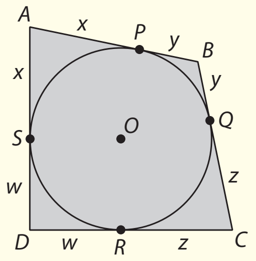
**1.** Por $P$, construa as duas tangentes à circunferência e chame os pontos de tangência de $A$ e $B$.

**2.** Relacione as medidas de comprimento de $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$.

**3.** Movimente o ponto $P$ e verifique se a relação continua válida.

Os estudantes costumam atribuir significado à demonstração de uma propriedade matemática quando estão convencidos de sua validade. Por esse motivo, atividades preliminares que estimulem a observação e a experimentação são de grande valia e colabora a desenvolver a capacidade de argumentar.

• No item **a** do boxe *Para investigar*, os estudantes deverão verificar que, se em um quadrilátero convexo circunscrito a uma circunferência, a soma das medidas de comprimento de dois lados opostos é igual à soma das medidas de comprimento dos outros dois lados. Para chegar a essa conclusão, eles podem proceder da seguinte maneira:




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDIOTRA

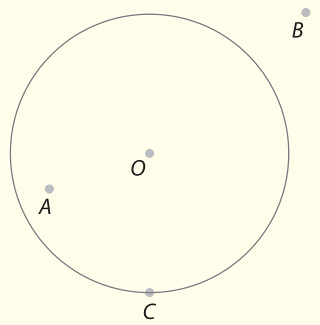
$AB + CD = x + y + z + w$

$BC + DA = y + z + w + x$

Portanto, $AB + CD = BC + DA$

• Em atividades que indicam o uso do compasso, alerte a turma sobre o cuidado em seu manuseio, a fim de evitar acidentes.

• Exemplo de resposta do item **a** da atividade **1**:




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDIOTRA

• Para resolver a atividade **3**, os estudantes devem lembrar que “dois segmentos, $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$, tangentes a uma circunferência nos pontos $A$ e $B$, são congruentes”. Como se trata de triângulos circunscritos, temos:

**a)** $x = 3 + 5 = 8$

**b)** $x = 7 + 2 = 9$

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

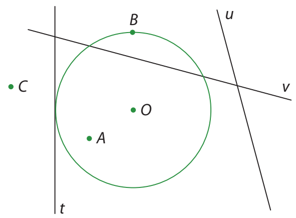
**1.** Com régua e compasso, faça as construções no caderno.

**a)** Trace uma circunferência e marque três pontos: *A*, interno à circunferência; *B*, externo; *C*, pertencente à circunferência. **1. a)** Resposta em *Orientações.*

**b)** Por meio de cada um dos três pontos do item **a**, tente traçar três retas: uma secante, uma tangente e uma externa à circunferência. Foi possível traçar todas as retas pedidas?

**1. b)** Por *A* não é possível traçar reta tangente nem externa; por *C* não é possível traçar reta externa.

**2.** Observe a figura abaixo e indique a posição relativa dos pontos e das retas em relação à circunferência.




**a)** Ponto *A* **2. a)** interno

**b)** Ponto *B* **2. b)** Pertence à circunferência.

**c)** Ponto *C* **2. c)** externo

**d)** Reta *t* **2. d)** tangente

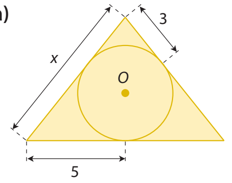
**e)** Reta *u* **2. e)** externa

**f)** Reta *v* **2. f)** secante

**3.** Calcule a medida de comprimento de *x*, sabendo que a circunferência está inscrita no triângulo em cada caso.

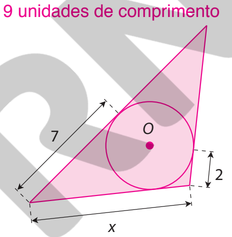
**3. a)** 8 unidades de comprimento

**a)**

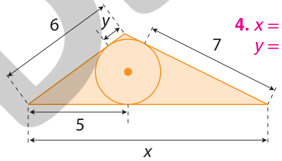



**3. b)** 9 unidades de comprimento

**b)**



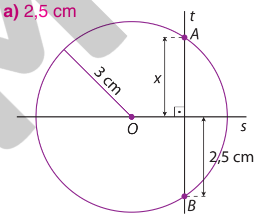

**4.** Calcule a medida de comprimento de *x* e de *y*, considerando que na figura o triângulo é circunscrito à circunferência.




**4.** $x = 12$ e $y = 1$

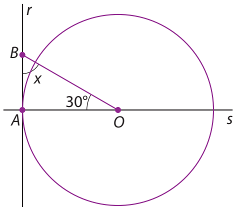
**5.** Observe as figuras e encontre a medida de *x* em cada caso.

**a)** **5. a)** 2,5 cm




**5. b)** 60°

**b)**




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

## Posições relativas entre duas circunferências

Duas circunferências podem assumir diferentes posições uma em relação à outra. Observe as fotos a seguir.


JACKY D/SHUTTERSTOCK

Símbolo dos Jogos Olímpicos na frente da fachada do Hotel de Ville em Paris (França), 2022.


JOHN SPEED – BIBLIOTECAS DA UNIVERSIDADE DE YORK, TORONTO

Mapa-múndi antigo de John Speed, publicado em 1626.


JIM WEST/AGEFOTOSTOCK/AGB PHOTO LIBRARY

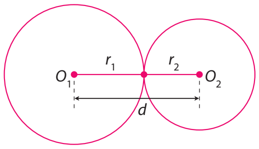
Plantação com sistema de irrigação com pivô central em Oklahoma (Estados Unidos), 2022.

O símbolo dos Jogos Olímpicos lembra circunferências **secantes**. Já no mapa-múndi há detalhes que lembram circunferências **tangentes exteriores**. As marcas no solo vistas na foto da plantação com sistema de irrigação com pivô central, por sua vez, lembram circunferências **concêntricas**.

Vamos estudar as relações entre as circunferências nessas e em outras posições.

### Circunferências tangentes exteriores

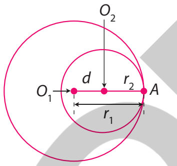
Duas circunferências são **tangentes exteriores** se têm apenas um ponto em comum e se a medida de distância entre seus centros é igual à soma das medidas de comprimento de seus raios.




$d = r_1 + r_2$

### Circunferências tangentes interiores

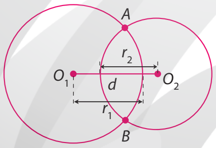
Duas circunferências são **tangentes interiores** se têm apenas um ponto em comum e se a medida da distância entre seus centros é igual à diferença entre as medidas de comprimento de seus raios.




$d = r_1 - r_2$ (com $r_1 > r_2$)

### Circunferências secantes

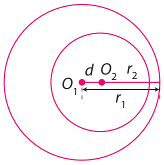
Duas circunferências são **secantes** se têm exatamente dois pontos em comum.




$r_1 - r_2 < d < r_1 + r_2$
(com $r_1 \geq r_2$)

### Circunferências internas

Duas circunferências são **internas** se não têm pontos em comum e se a medida da distância entre seus centros é menor que a diferença entre as medidas de comprimento de seus raios.




$d < r_1 - r_2$
(com $r_1 > r_2$)

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



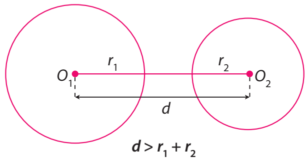


- Por meio da observação de algumas fotos, os estudantes terão uma ideia de como duas circunferências podem estar relativamente posicionadas.
- Se julgar necessário, chame a atenção deles para o fato de, nas circunferências tangentes exteriores e interiores, os centros $O_1$ e $O_2$ e o ponto de tangência $T$ estarem sempre alinhados. Isso também pode ser percebido por meio de investigações realizadas em um *software* de Geometria dinâmica.
- Sugerimos que antes de trabalhar o conteúdo desta página, desenhe no quadro as diferentes posições entre duas circunferências de raios $r_1$ e $r_2$, e peça aos estudantes que escrevam, para cada posição, uma relação entre $d$, $r_1$ e $r_2$, em que $d$ é a medida de distância entre os centros das circunferências.

- A atividade **2** é uma ótima oportunidade para que os estudantes formem pequenos grupos e troquem suas respostas. Eles deverão observar que as construções podem variar de um estudante para outro, o que levará a conclusões diferentes, ou seja, admitem mais de uma resposta. Reforce a orientação de que devem utilizar o compasso com cuidado.
- A atividade **3** é uma investigação que o estudante fará a respeito dos valores que $x$ pode assumir em cada um dos itens, considerando-se o estudo que realizaram sobre posições relativas entre duas circunferências.

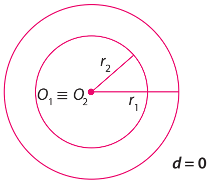
## Circunferências externas

Duas circunferências são **externas** se não têm pontos em comum e se a medida da distância entre seus centros é maior que a soma das medidas de comprimento de seus raios.




## Circunferências concêntricas

Duas circunferências são **concêntricas** se uma é interna à outra e se as duas têm o mesmo centro.




**Observação**

$O_1 \equiv O_2$ indica que os pontos $O_1$ e $O_2$ são coincidentes.

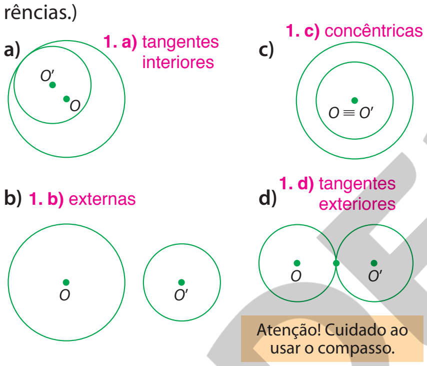
**2. a)** As circunferências podem ser externas, internas uma à outra ou internas concêntricas.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Considerando a posição relativa de duas circunferências, indique a posição relativa entre as circunferências abaixo.

(Os pontos $O$ e $O'$ são os centros das circunferências.)




Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

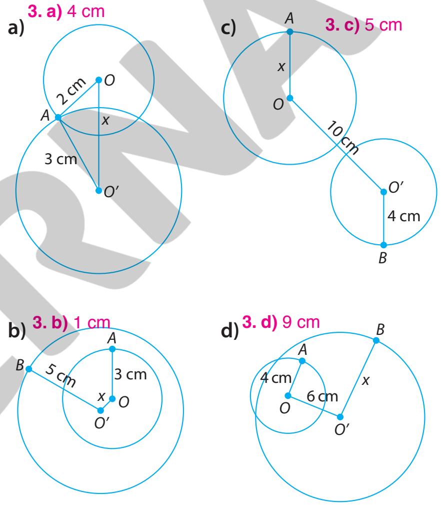
**2.** Faça no caderno o que se pede.

a) Construa duas circunferências que não tenham pontos em comum. Qual é a posição relativa entre elas? Há apenas uma resposta para esse problema? Se não, quais seriam as outras?

b) Construa duas circunferências que tenham apenas um ponto em comum. Qual é a posição relativa entre elas? Há apenas uma resposta para esse problema? Se não, quais seriam as outras?

**2. b)** As circunferências podem ser tangentes interiores ou tangentes exteriores.

**3.** Dadas as circunferências, seus centros e alguns segmentos, determine a maior medida inteira de comprimento que $x$ pode assumir em cada caso, de modo que a posição relativa entre elas seja mantida.




**4.** Considere uma circunferência $C_1$ cujo comprimento do raio mede 10 cm, uma circunferência $C_2$ com raio de comprimento medindo 5 cm e a distância entre os centros de $C_1$ e $C_2$ mede 5 cm.

Indicando por $x$ e por $y$, respectivamente, as medidas das distâncias de um ponto $P$ qualquer aos centros de $C_1$ e de $C_2$, determine as medidas de $x$ e de $y$ para que o ponto $P$ seja:

a) externo à circunferência $C_1$; **4. a)** $x > 10$ e $y > 5$

b) externo à circunferência $C_2$; **4. b)** $y > 5$ e $x > 0$

c) interno à circunferência $C_1$; **4. c)** $0 \leqslant x < 10$ e $0 \leqslant y < 15$

d) interno à circunferência $C_2$. **4. d)** $0 \leqslant y < 5$ e $0 \leqslant x < 10$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Lembre-se:
Escreva no caderno!

# 3 Ângulos na circunferência

## Arco de circunferência

Quando ocorre um eclipse lunar em uma noite sem nuvens, podemos observar uma sombra que vai gradativamente cobrindo a Lua e, em seguida, descobrindo-a. Isso acontece quando, durante sua órbita em torno do Sol, a Terra fica por alguns minutos posicionada entre o Sol e a Lua. Como os astros têm formato arredondado, os contornos das imagens parciais da Lua, como os vistos na sequência abaixo, lembram arcos de circunferência.


NANG GONGAO/IMAGINECHINA/AFP

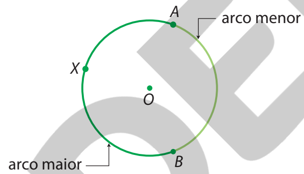
Montagem fotográfica de algumas etapas de um eclipse lunar total visto em Dalian, China, em 31 de janeiro de 2018.

Dois pontos, $A$ e $B$, de uma circunferência dividem-na em duas partes. Cada uma dessas partes é denominada **arco de circunferência**.

Os pontos $A$ e $B$ são chamados **extremidades do arco**.

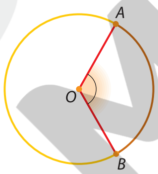
Para diferenciar o arco maior do arco menor, escolhemos um ponto qualquer do arco maior (neste caso escolhemos o $X$) e indicamos:

- o arco menor por $\overset{\frown}{AB}$;
- o arco maior por $\overset{\frown}{AXB}$.




## Ângulo central

Chamamos de **ângulo central** de uma circunferência qualquer ângulo cujo vértice seja o centro da circunferência. Observe.




De acordo com a figura, temos:

- $A\hat{O}B$ é um ângulo central;
- $\overset{\frown}{AB}$ é o arco correspondente ao ângulo central $A\hat{O}B$.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA





## Ângulos na circunferência

### Objetivos

- Reconhecer, classificar e estabelecer relações entre ângulos em uma circunferência.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF09MA11 e EF09MA15 da BNCC.

### Habilidades da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA11 porque são propostos problemas que podem ser resolvidos por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência. A habilidade EF09MA15 tem o seu desenvolvimento favorecido porque os estudantes deverão descrever, por meio de um esquema, um algoritmo para a construção de um polígono regular inscrito em uma circunferência.

### Orientações

- Apresente algumas referências históricas sobre as necessidades práticas que levaram a sociedade a realizar medições de comprimentos e áreas de figuras circulares e como o trabalho com elas tem sido aperfeiçoado até os dias atuais. Mostre que a construção de conhecimento se baseia nas necessidades humanas.

**(EF09MA11)** Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de *softwares* de geometria dinâmica.

**(EF09MA15)** Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também *softwares*.

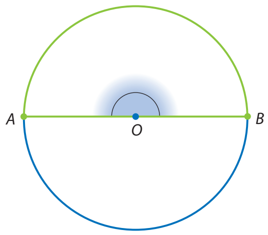
- O boxe *Para pensar* permite aos estudantes verificar que, se um arco tem medida igual a $x$, o arco complementar terá medida igual a $360° - x$.
- Pode-se solicitar a eles que, utilizando a ideia de proporção, determinem a medida do arco tal que seu comprimento corresponda a um quarto do comprimento da circunferência, a um terço do comprimento da circunferência etc.
- Na atividade **1**, espera-se que os estudantes façam um esboço da situação proposta, comparem com as de seus colegas e percebam que existe apenas uma resposta possível: cada arco mede 180°.

## Medida de arco (em grau)

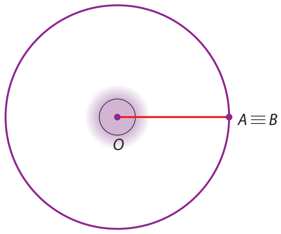
A medida em grau de um arco de circunferência é a medida de abertura do ângulo central correspondente a esse arco.

Indicamos a medida de um arco $\overset{\frown}{AB}$ por med($\overset{\frown}{AB}$).

Então, nas figuras apresentadas, med($A\hat{O}B$) = med($\overset{\frown}{AB}$).




med($A\hat{O}B$) = med($\overset{\frown}{AB}$) = 180°




med($A\hat{O}B$) = med($\overset{\frown}{AB}$) = 360°

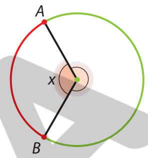
Quando a medida de abertura do ângulo central é igual a 180° (meia-volta), o arco correspondente é uma **semicircunferência**.

Quando a medida de abertura do ângulo central é igual a 360° (uma volta), o arco correspondente é a própria circunferência.

Arcos de mesma medida são denominados **arcos congruentes**.

**Para pensar**

Observe a figura.



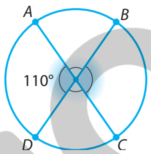

A medida de abertura do ângulo central menor é $x$. Como podemos indicar, com base na medida do arco menor, a medida do arco maior? **Para pensar:** $360° - x$

**ATIVIDADES** FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** As extremidades de um mesmo diâmetro dividem uma circunferência em dois arcos. Qual é a medida de cada um desses arcos? **1.** 180°

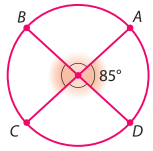
**2.** Determine a medida dos arcos $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$ e $\overset{\frown}{CD}$ em cada caso. Considere que $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ são diâmetros das circunferências.

**a)**




**2. a)** med($\overset{\frown}{AB}$) = 70°
med($\overset{\frown}{BC}$) = 110°
med($\overset{\frown}{CD}$) = 70°

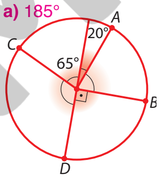
**b)**



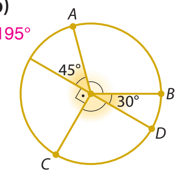

**2. b)** med($\overset{\frown}{AB}$) = 95°
med($\overset{\frown}{BC}$) = 85°
med($\overset{\frown}{CD}$) = 95°

**3.** Calcule em cada caso a soma das medidas dos arcos $\overset{\frown}{AB}$ e $\overset{\frown}{CD}$, sabendo que os ângulos indicados são ângulos centrais.

**a)** **3. a)** 185°



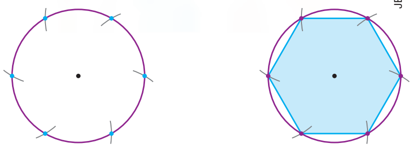

**b)** **3. b)** 195°



Lembre-se: Escreva no caderno!

**4.** Analise como Bruno construiu um hexágono regular com compasso e régua.


JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

Com base no procedimento de Bruno, construa um hexágono regular no caderno e responda às questões.

**a)** Qual é a medida de comprimento do lado do hexágono? **4. a)** O lado do hexágono tem a mesma medida de comprimento do raio da circunferência.

**b)** Se ligarmos o centro da circunferência a cada um dos vértices do hexágono, que novas figuras obteremos? **4. b)** triângulos equiláteros, losangos e trapézios

**c)** Qual é a medida de abertura de cada ângulo central formado quando ligamos o centro da circunferência aos vértices do hexágono? **4. c)** 60°

**d)** Se, em vez de um hexágono regular, a figura construída fosse um octógono regular, qual seria a medida de abertura de cada ângulo central? **4. d)** 45°

**e)** Observe o fluxograma a seguir com os passos para a construção de um octógono regular inscrito em uma circunferência cujo raio mede 4 cm de comprimento.

Início → **Passo 1** Construa uma circunferência cujo raio meça 4 cm de comprimento. → **Passo 2** Descubra a medida de abertura do ângulo central do octógono regular calculando 360° : 8. → **Passo 3** Considerando a medida de abertura do ângulo central obtida, divida, usando um transferidor, a circunferência em 8 arcos congruentes. → **Passo 4** Ligue as extremidades de cada arco por meio de um segmento de reta e pinte o interior da figura para obter um octógono regular. → Fim

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

- Em seu caderno, crie um fluxograma com os passos para a construção de um polígono regular de *n* lados inscrito em uma circunferência cujo raio mede ℓ unidades de comprimento.

**4. e)** Resposta em *Orientações.*







- O item **e** da atividade **4** favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA15, uma vez que os estudantes deverão descrever, por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular inscrito em uma circunferência.

Resposta do item **e**:

Início
↓
**Passo 1** Construa uma circunferência cujo raio mede ℓ de comprimento.
↓
**Passo 2** Descubra a medida de abertura do ângulo central do polígono regular calculando 360°: *n*.
↓
**Passo 3** Considerando a medida de abertura do ângulo central obtida, divida, usando um transferidor, a circunferência em *n* arcos congruentes.
↓
**Passo 4** Ligue as extremidades de cada arco por meio de um segmento de reta e pinte o interior da figura para obter um polígono regular de *n* lados.
↓
Fim

- Se julgar necessário, comente com os estudantes que se pode construir um hexágono regular cuja medida de comprimento do lado é conhecida. Para isso, podemos aplicar o algoritmo presente no esquema, colocando no passo **1** a medida de comprimento do raio que será igual à do lado do hexágono regular.

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDIOTRA

## Informática e Matemática

### Objetivos

- Investigar a relação entre a medida de abertura do ângulo inscrito na circunferência e a do ângulo central correspondentes ao mesmo arco.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA11, da competência geral 5 e da competência específica 2 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

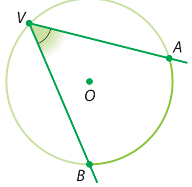
- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA11 porque os estudantes deverão investigar, com o auxílio de um *software* de Geometria dinâmica, a relação entre a medida de abertura do ângulo inscrito na circunferência e a do ângulo central correspondentes ao mesmo arco.

### Orientações

- Auxilie os estudantes a verificar experimentalmente, com o auxílio de um *software* de Geometria dinâmica, que a medida do ângulo inscrito na circunferência é igual à metade da medida de abertura do ângulo central correspondente. A proposta dessa seção contribui para que eles desenvolvam o espírito investigativo a fim de produzir conhecimento, e é nesse sentido que a competência geral 5 e a competência específica 2 da BNCC têm o seu desenvolvimento favorecido.

## Ângulos inscritos

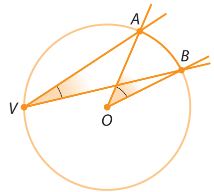
Todo ângulo cujo vértice é um ponto da circunferência e cujos lados são secantes a essa circunferência é chamado **ângulo inscrito**.




Observe na figura apresentada em verde que $A\hat{V}B$ é um ângulo inscrito que determina o arco $\overset{\frown}{AB}$.

A todo ângulo inscrito corresponde um ângulo central, que determina, na circunferência, o mesmo arco.

Observe na circunferência abaixo que o ângulo inscrito $A\hat{V}B$ e o ângulo central $A\hat{O}B$ determinam o arco $\overset{\frown}{AB}$.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

## Informática e Matemática

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

### Ângulos em uma circunferência

Nesta seção, você vai utilizar um *software* de Geometria dinâmica para construir um ângulo inscrito em uma circunferência e o ângulo central correspondente. Depois, vai investigar a relação entre suas medidas.

**CONSTRUA**

Siga os passos abaixo.

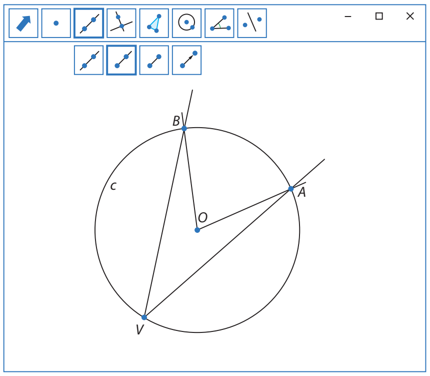
**1º)** Construa uma circunferência *c* de centro *O*.

**2º)** Marque três pontos distintos, *A*, *B* e *V*, na circunferência.

**3º)** Trace as semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$.

**4º)** Trace as semirretas $\overrightarrow{VA}$ e $\overrightarrow{VB}$.

$A\hat{V}B$ é um ângulo inscrito e $A\hat{O}B$ é o ângulo central correspondente.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**INVESTIGUE**

Faça o que se pede usando as ferramentas do *software*.

**a)** Meça as aberturas dos ângulos $A\hat{V}B$ e $A\hat{O}B$. É possível perceber alguma relação entre essas medidas?

**b)** Movimente os pontos móveis da construção, modificando a configuração inicial. A relação observada no item anterior continua válida em diferentes configurações?

**Investigue: a)** Espera-se que os estudantes percebam que a medida de abertura do ângulo inscrito na circunferência é igual à metade da do ângulo central correspondente.
**b)** Essa propriedade é válida independentemente da configuração apresentada.







**(EF09MA11)** Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de *softwares* de geometria dinâmica.

**Competência geral 5:** Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

**Competência específica 2:** Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Lembre-se: Escreva no caderno!

## Relação entre ângulo inscrito e ângulo central

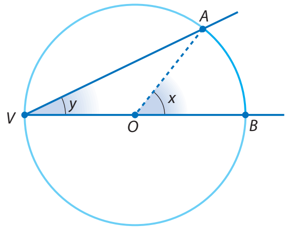
A relação que você observou na seção *Informática e Matemática* vale para todo ângulo inscrito e central correspondente em uma circunferência.

A medida de abertura de um ângulo inscrito é igual à metade da medida de abertura do ângulo central correspondente, ou seja, é igual à metade da medida do arco de circunferência compreendido entre seus lados.

Vamos demonstrar essa relação analisando três casos.

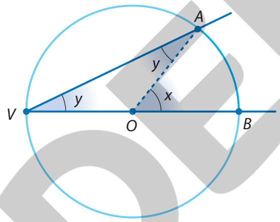
### Caso 1: Um dos lados do ângulo inscrito contém o diâmetro

Observe a figura abaixo, em que $A\hat{V}B$ é um ângulo inscrito e $\overline{VB}$ é um diâmetro da circunferência.




Indicamos por $x$ a medida de abertura do ângulo central $A\hat{O}B$ e por $y$ a do ângulo inscrito $A\hat{V}B$.

Observe a figura representada em azul. Como $\overline{OV}$ e $\overline{OA}$ são raios da circunferência, o triângulo $AOV$ é isósceles; logo, os ângulos de sua base são congruentes: $O\hat{V}A \cong V\hat{A}O$



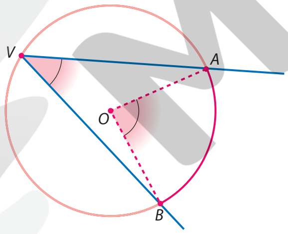

Como $A\hat{O}B$ é um ângulo externo do triângulo $AOV$, temos:

$$y + y = x$$
$$2y = x$$
$$y = \frac{x}{2}$$

Portanto, $\text{med}(A\hat{V}B) = \dfrac{\text{med}(A\hat{O}B)}{2}$, ou seja: $\text{med}(A\hat{V}B) = \dfrac{\text{med}(\overset{\frown}{AB})}{2}$

### Caso 2: O centro da circunferência é interno ao ângulo inscrito

Na figura a seguir, $A\hat{V}B$ é um ângulo inscrito.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



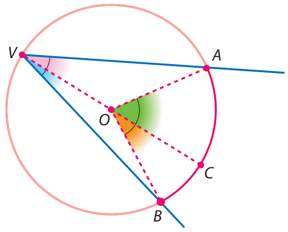


• A argumentação e a demonstração são aspectos fundamentais da Matemática, não somente para explicar um resultado, mas como descoberta e invenção de novos resultados. A demonstração de que a medida de abertura do ângulo inscrito na circunferência é igual à metade da do ângulo central correspondente é feita levando-se em consideração três casos:

Caso 1: Quando um dos lados do ângulo inscrito contém o diâmetro.
Caso 2: Quando o centro da circunferência é interno ao ângulo inscrito.
Caso 3: Quando o centro da circunferência é externo ao ângulo inscrito.
Realize cada uma das demonstrações com a participação da turma. Enfatize os conceitos empregados a fim de que estabeleçam nexos entre o que foi estudado e o que estão estudando.

• Como foi proposta a construção dos ângulos em uma circunferência usando o *software* de Geometria dinâmica antes de apresentar os casos de relação entre ângulo inscrito e ângulo central, é possível refazer essa atividade pedindo aos estudantes que movimentem os pontos, a fim de investigar cada um dos casos.

Traçando o diâmetro $\overline{VC}$, dividimos o ângulo $A\hat{V}B$ em dois ângulos inscritos: $B\hat{V}C$ e $A\hat{V}C$. Além disso, dividimos o ângulo central $A\hat{O}B$ em dois ângulos: $B\hat{O}C$ e $A\hat{O}C$.




Ao analisar o ângulo inscrito $B\hat{V}C$ pelo caso 1, temos:

$$\text{med}(B\hat{V}C) = \frac{\text{med}(B\hat{O}C)}{2} \quad \text{(I)}$$

Analisando o ângulo inscrito $A\hat{V}C$ pelo caso 1, temos:

$$\text{med}(A\hat{V}C) = \frac{\text{med}(A\hat{O}C)}{2} \quad \text{(II)}$$

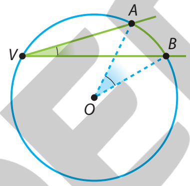
Adicionando I a II, membro a membro, temos:

$$\underbrace{\text{med}(B\hat{V}C) + \text{med}(A\hat{V}C)}_{\text{med}(A\hat{V}B)} = \underbrace{\frac{\text{med}(B\hat{O}C)}{2} + \frac{\text{med}(A\hat{O}C)}{2}}_{\frac{\text{med}(A\hat{O}B)}{2}}$$

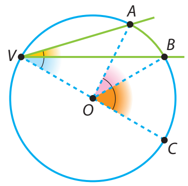
Então, $\text{med}(A\hat{V}B) = \dfrac{\text{med}(A\hat{O}B)}{2}$ e, portanto, $\text{med}(A\hat{V}B) = \dfrac{\text{med}(\overset{\frown}{AB})}{2}$.

### Caso 3: O centro da circunferência é externo ao ângulo inscrito

Na figura abaixo, $A\hat{V}B$ é um ângulo inscrito.




Traçamos o diâmetro $\overline{VC}$. Vamos considerar os ângulos inscritos $A\hat{V}B$, $B\hat{V}C$ e $A\hat{V}C$ e seus respectivos ângulos centrais correspondentes: $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$ e $A\hat{O}C$.




Observe que, nos ângulos inscritos, temos a seguinte relação:

$\text{med}(A\hat{V}B) + \text{med}(B\hat{V}C) = \text{med}(A\hat{V}C)$

Já nos ângulos centrais, temos esta relação:

$\text{med}(A\hat{O}B) + \text{med}(B\hat{O}C) = \text{med}(A\hat{O}C)$

Considerando o ângulo inscrito $B\hat{V}C$ pelo caso 1, temos:

$$\text{med}(B\hat{V}C) = \frac{\text{med}(B\hat{O}C)}{2} \quad \text{(I)}$$

E, considerando o ângulo inscrito $A\hat{V}C$ pelo caso 1, temos:

$$\text{med}(A\hat{V}C) = \frac{\text{med}(A\hat{O}C)}{2} \quad \text{(II)}$$



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

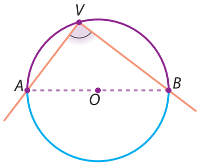
Subtraindo I de II, membro a membro, chegamos a:

$$\underbrace{\text{med}(A\hat{V}C) - \text{med}(B\hat{V}C)}_{\text{med}(A\hat{V}B)} = \underbrace{\frac{\text{med}(A\hat{O}C)}{2} - \frac{\text{med}(B\hat{O}C)}{2}}_{\frac{\text{med}(A\hat{O}B)}{2}}$$

Então, $\text{med}(A\hat{V}B) = \dfrac{\text{med}(A\hat{O}B)}{2}$ e, portanto, $\text{med}(A\hat{V}B) = \dfrac{\text{med}(\overset{\frown}{AB})}{2}$.

**Para investigar** **Para investigar:** Resposta em *Orientações*.

Um ângulo é **inscrito em uma semicircunferência** quando é um ângulo inscrito e seus lados contêm as extremidades de um mesmo diâmetro. Observe, por exemplo, o ângulo $A\hat{V}B$ dado.




- Analise a afirmação de Luciene na ilustração.
  Em seguida, converse com um colega e discutam se Luciene está correta. Justifiquem.

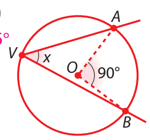

MARCELO CASTRO/ARQUIVO DA EDITORA

## ATIVIDADES

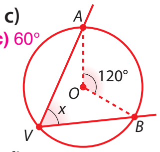
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Determine em cada caso a medida *x*, em grau, sendo *O* o centro da circunferência.

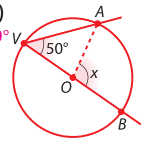
a) **1. a)** 45°



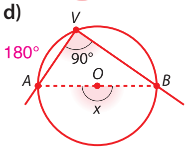

c) **1. c)** 60°




b) **1. b)** 100°

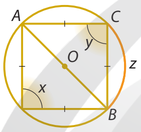



d) **1. d)** 180°



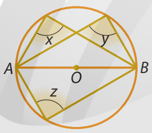

**2.** Calcule as medidas *x*, *y* e *z*, em grau, para cada caso, considerando que o ponto *O* é o centro da circunferência.

a)




**2. a)** $x = 90°$
$y = 90°$
$z = 90°$

b)




**2. b)** $x = 90°$
$y = 90°$
$z = 90°$

**3.** Responda às questões. **3. a)** 92°

a) Se a medida de abertura de um ângulo inscrito em uma circunferência é 46°, qual é a medida do arco de circunferência determinado por ele?

b) Se o arco de circunferência determinado pelo ângulo inscrito $A\hat{V}B$ tem medida igual a 25°, qual é a medida de $A\hat{V}B$? **3. b)** 12,5°

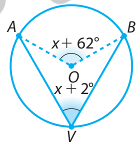
**4.** Observe as figuras e responda às questões.


a) Qual é a medida *x*, em grau? **4. a)** 46°

b) Qual é a medida *y*, em grau? **4. b)** 35°

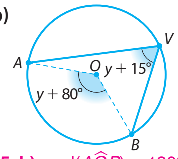
**5.** Observe as figuras e determine a medida de abertura do ângulo inscrito e a do ângulo central em cada caso.

a)




**5. a)** $\text{med}(A\hat{O}B) = 120°$
$\text{med}(A\hat{V}B) = 60°$

b)




**5. b)** $\text{med}(A\hat{O}B) = 130°$
$\text{med}(A\hat{V}B) = 65°$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA





- O boxe *Para investigar* traz à tona o fato de que todo ângulo inscrito na semicircunferência é reto. Espera-se que os estudantes argumentem que, como a medida de abertura do ângulo inscrito na circunferência é igual à metade da do ângulo central correspondente e a medida de abertura do ângulo central correspondente à semicircunferência é 180°, então o ângulo inscrito na semicircunferência é reto.

A afirmação de Luciene está correta, pois o ângulo $A\hat{V}B$, na figura, está inscrito na semicircunferência: $\text{med}(\overset{\frown}{AB}) = 180°$. De acordo com a propriedade dos ângulos inscritos, temos:

$$\text{med}(A\hat{V}B) = \frac{\text{med}(\overset{\frown}{AB})}{2}$$

Logo:

$$\text{med}(A\hat{V}B) = \frac{180°}{2} = 90°$$



79

# Estatística e Probabilidade

## Objetivos

- Verificar qual medida de tendência central é mais adequada para representar um conjunto de dados: média, moda ou mediana.
- Reconhecer e construir o gráfico mais adequado para representar determinado conjunto de dados.
- Determinar a mediana e a moda de um conjunto de dados.
- Trabalhar com o Tema Contemporâneo Transversal **Educação em Direitos Humanos** da macroárea **Cidadania e Civismo.**
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA22 e da competência específica 4.

## Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA22 ao explorar as medidas de tendência central de um conjunto de dados e analisar a melhor representação gráfica para representá-lo.

## Orientações

- Inicie o estudo dessa seção com o boxe *Para pensar*, propondo aos estudantes que conversem sobre a importância das campanhas de arrecadação de alimentos. Pergunte se já participaram de alguma. Essa temática possibilita abordar o Tema Contemporâneo Transversal **Educação em Direitos Humanos** da macroárea **Cidadania e Civismo**, uma vez que trata de valores como justiça, igualdade, solidariedade e cooperação. Avalie se é possível, junto aos estudantes e aos professores, realizar uma campanha de arrecadação de alimentos, como apresentada na página, a fim de ajudar alguma instituição ou famílias que estejam passando por dificuldades.
- As três principais medidas de tendência central – média, moda e mediana – são estudadas nessa seção. O objetivo é que os estudantes calculem e façam comparações entre essas medidas para que possam julgar qual delas é mais adequada para representar determinado conjunto de dados. Esse tipo de análise contribui para o favorecimento da competência específica 4 da BNCC.

# Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## Média aritmética, mediana e moda

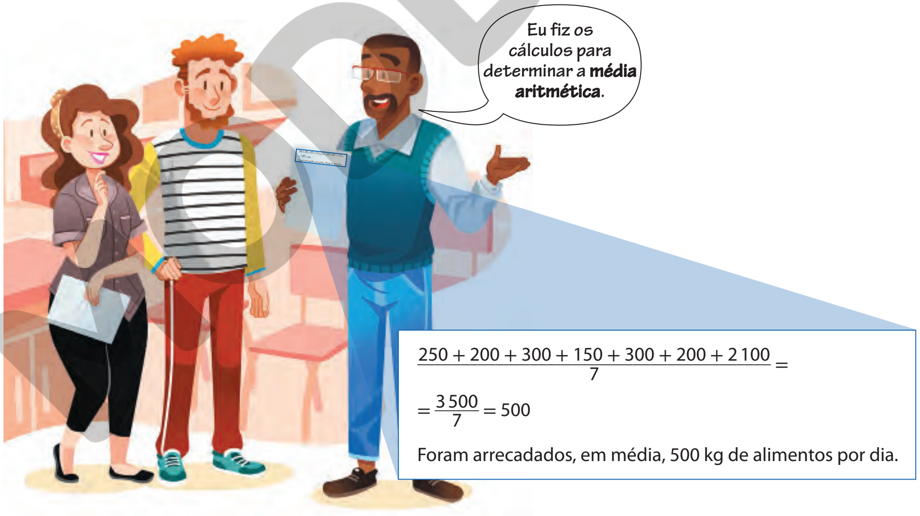
Uma organização sem fins lucrativos promoveu uma campanha de arrecadação de alimentos que durou uma semana. Ítalo anotou a medida de massa, em quilograma, de alimentos arrecadados em cada dia.

Domingo: 250 kg
Segunda-feira: 200 kg
Terça-feira: 300 kg
Quarta-feira: 150 kg
Quinta-feira: 300 kg
Sexta-feira: 200 kg
Sábado: 2 100 kg

**Para pensar** Para pensar: Resposta pessoal.

Converse com os colegas sobre a importância das campanhas de arrecadação de alimentos.

Após o fim da campanha, observando os dados registrados, Sofia, Ivo e Ítalo se reuniram para analisar o resultado de cada medida desse conjunto de dados.




$$\frac{250 + 200 + 300 + 150 + 300 + 200 + 2\,100}{7} =$$

$$= \frac{3\,500}{7} = 500$$

Foram arrecadados, em média, 500 kg de alimentos por dia.

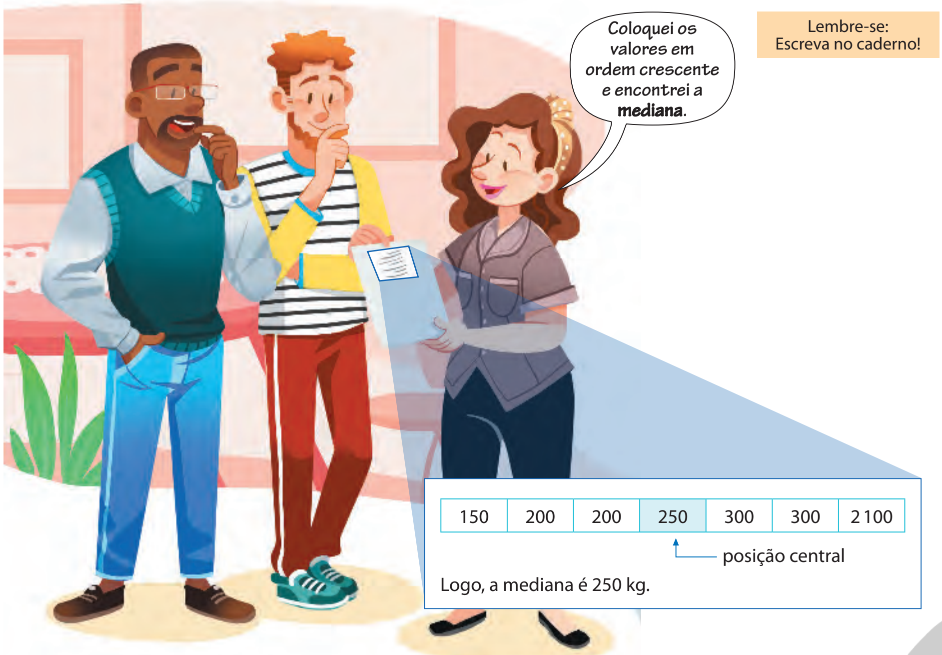
ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA





**(EF09MA22)** Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

**Competência específica 4:** Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.




Lembre-se:
Escreva no caderno!

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 150 | 200 | 200 | 250 | 300 | 300 | 2 100 |

posição central

Logo, a mediana é 250 kg.


| Frequência da medida de massa de alimentos arrecadados | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Medida de massa (em kg)** | 150 | 200 | 250 | 300 | 2 100 |
| **Frequência** | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 |

Logo, há duas modas: 200 kg e 300 kg.



ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA



- Proponha aos estudantes que descrevam como Sofia encontrou a mediana desse conjunto de dados. Se julgar necessário, relembre como se determina a mediana de um conjunto de dados com número par de dados.
- Comente com os estudantes que, quando temos dois valores que aparecem com maior frequência, dizemos que o conjunto de dados é bimodal. Nesse caso, esses dois valores são a moda do conjunto de dados.

• Proponha aos estudantes que determinem a média aritmética das medidas de massa de alimentos arrecadados de domingo a sexta-feira e, depois, de domingo a sábado, para que eles percebam como a medida de massa de alimentos arrecadados no sábado a influencia.

• Se achar conveniente, peça aos estudantes que realizem as atividades em duplas ou trios.



## Comparação entre a média aritmética, a mediana e a moda

A média aritmética (simples ou ponderada), a mediana e a moda são **medidas de tendência central**. Elas são usadas para representar um conjunto de dados. Em determinadas situações, uma pode ser mais conveniente que a outra.

Em geral, a **moda** oferece pouca informação a respeito do conjunto de dados e, por esse motivo, é a menos usada entre as medidas de tendência central estudadas. Na situação apresentada, a moda não é única e, portanto, não é a medida mais conveniente para representar o conjunto de dados.

Repare que a **média aritmética** foi influenciada pela medida de massa de alimentos arrecadados no sábado, que destoou do que foi arrecadado nos demais dias.

Em situações como essa, em que um ou mais valores do conjunto de dados destoam dos demais, a **mediana** é a medida estatística mais adequada para representar esse conjunto, pois ela não sofre influência de valores extremos. Caso contrário, a média aritmética simples ou ponderada seria a medida adequada, por levar em consideração todos os valores do conjunto.

### ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO



**1.** Joana é professora de Educação Física e mede regularmente a massa e a altura de seus estudantes. Observe, no quadro a seguir, as medidas que ela obteve.

| Nome | Medida da massa (em quilograma) | Medida da altura (em metro) |
|---|---|---|
| Alício | 53,4 | 1,62 |
| Bruna | 48,6 | 1,54 |
| Diana | 45,3 | 1,59 |
| Elisângela | 49,8 | 1,68 |
| Josué | 51,2 | 1,58 |
| Manuel | 48,0 | 1,54 |
| Nilce | 47,5 | 1,62 |
| Renan | 51,5 | 1,67 |
| Renato | 45,6 | 1,55 |
| Silmara | 45,6 | 1,52 |
| Sueli | 48,9 | 1,66 |
| Tomás | 49,0 | 1,67 |

1. a) medida de massa: 48,7 kg; medida de altura: 1,60 m

1. b) Têm medida de massa abaixo da média: Bruna, Diana, Manuel, Nilce, Renato e Silmara. Apresentam medida de altura acima da média: Alício, Elisângela, Nilce, Renan, Sueli e Tomás.

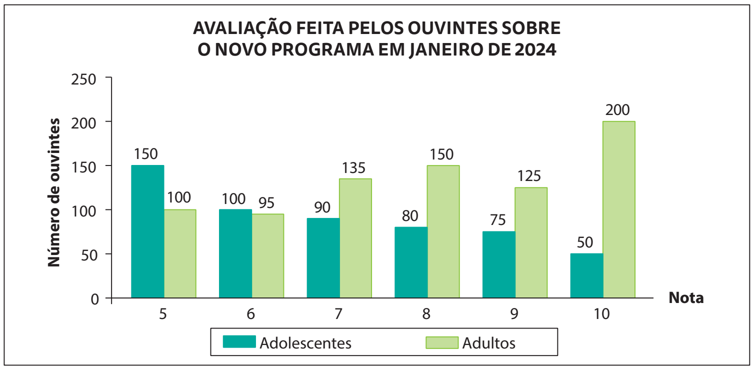
**a)** Calcule a média aritmética da medida de massa desses estudantes e a média da medida de altura deles.

**b)** Quais dos estudantes têm medida de massa abaixo da média? E quais têm medida de altura acima da média?

**c)** Qual é a moda das medidas de massa desses estudantes? E a das medidas de altura?

1. c) 45,6 kg; 1,54 m, 1,62 m e 1,67 m

**2.** A rádio FM fez uma pesquisa para saber a opinião dos ouvintes sobre um novo programa que foi ao ar, avaliando-o com uma nota de 5 a 10. Os dados coletados na pesquisa estão representados no gráfico a seguir.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela rádio FM em janeiro de 2024.

**a)** Quantos ouvintes foram pesquisados? **2. a)** 1 350 ouvintes

**b)** Qual foi a média aritmética das notas dadas por ouvintes adolescentes? E por ouvintes adultos? **2. b)** 6,96; 7,88

**c)** Qual foi a moda das notas dadas por ouvintes adultos? **2. c)** 10

**d)** Qual foi a mediana das notas dadas por ouvintes adolescentes? **2. d)** 7

**e)** Calcule a média aritmética, a moda e a mediana das notas dadas pelo total de ouvintes (adolescentes e adultos). **2. e)** 7,5; 5 e 10; 8

**3.** Claudete quer oferecer mais três opções de salada em seu restaurante. Para decidir os tipos de salada que começará a servir, ela fez uma pesquisa, em fevereiro de 2024, na qual os entrevistados indicavam a salada preferida, como mostrada no quadro a seguir. Nessa pesquisa, eles poderiam escolher apenas um tipo de salada.

| Salada | Número de pessoas |
|---|---|
| Tropical (folhas variadas, tomate, palmito, cenoura ralada e ovo) | 50 |
| Cozida (batata, brócolis, couve-flor e cenoura cozidos no vapor e queijo parmesão) | 10 |
| Vegana (folhas variadas, vagem, tomate e cenoura ralada) | 20 |
| Grãos (folhas variadas, tomate-cereja, grão-de-bico, cenoura ralada, gergelim, linhaça e semente de girassol) | 23 |
| Salpicão (erva-doce, repolho, frango desfiado e cenoura ralada) | 32 |

**a)** Qual das medidas de tendência central – média, moda ou mediana – pode ser calculada para a tomada de decisão nessa pesquisa? O que essa medida indica? **3. a)** Moda; indica a salada mais votada.

**b)** De acordo com o resultado da pesquisa, que saladas Claudete incluirá no cardápio de seu restaurante? **3. b)** tropical, grãos e salpicão



- Na atividade **3**, questione os estudantes se é possível calcular a média aritmética ou a mediana desse conjunto de dados. Explique a eles que, nesse caso, como a variável **não** é quantitativa, não é possível calcular essas medidas de tendência central.
- Após terminarem as atividades, peça aos estudantes que expliquem como pensaram para resolvê-las. Se julgar oportuno, peça que inventem perguntas com base nos gráficos ou tabelas presentes nas atividades.

## Atividades de revisão

### Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA11 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Essa seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA11 porque propõe aos estudantes que resolvam problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência.

### Orientações

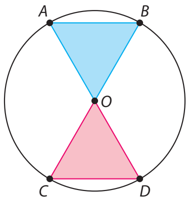
- Na atividade **5**, verifique se os estudantes percebem que os segmentos $\overline{AD}$ e $\overline{CD}$ são congruentes, pois são tangentes à circunferência nos pontos $A$ e $C$ ($AD = CD$) e que $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ são raios da circunferência ($AB = BC = 3$ cm).

# Atividades de revisão

**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

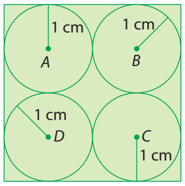
**1.** Observe a circunferência de centro $O$ e responda à questão.

**1.** Sim, pois $\overline{AO} \cong \overline{CO}$ (lado), $\overline{DO} \cong \overline{BO}$ (lado) e $A\hat{O}B \cong C\hat{O}D$ (ângulos opostos pelo vértice). Portanto, pelo caso LAL os triângulos $OAB$ e $OCD$ são congruentes.

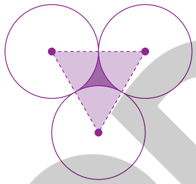



- Os triângulos $OAB$ e $OCD$ são congruentes? Justifique.

**2.** Calcule a medida do perímetro do quadrado de vértices $A$, $B$, $C$ e $D$. **2.** 8 cm




**3.** Calcule a medida do perímetro do triângulo cujos vértices são os centros das três circunferências, sabendo que a medida de comprimento dos raios das circunferências é 1 cm. **3.** 6 cm

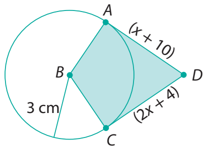


**4.** Traçaram-se duas circunferências, com raios que medem 7 cm e 4 cm de comprimento. Se a distância entre os centros mede 10 cm, qual é a posição relativa entre essas circunferências? Justifique sua resposta.

**4.** secantes, pois: 10 cm < 7 cm + 4 cm

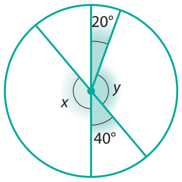
**5.** Observe a circunferência abaixo, de centro $B$, e calcule a medida do perímetro do quadrilátero $ABCD$.

**5.** 38 cm



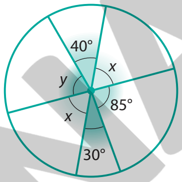

**6.** Determine as medidas $x$ e $y$, em grau, em cada caso, sabendo que todos os ângulos indicados têm vértice no centro da circunferência.

**a)**



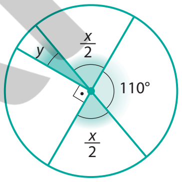

**6. a)** $x = 140°$ e $y = 120°$

**b)**



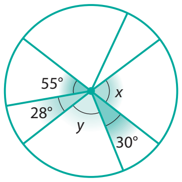

**6. b)** $x = 65°$ e $y = 75°$

**c)**




**6. c)** $x = 140°$ e $y = 20°$

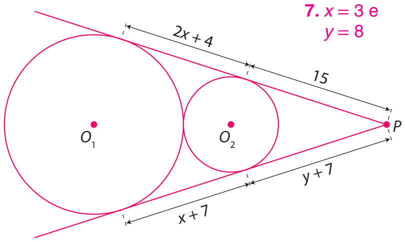
**d)**




**6. d)** $x = 83°$ e $y = 67°$

**7.** Observe a figura e calcule a medida de $x$ e de $y$, sabendo que as circunferências (com centros $O_1$ e $O_2$) são tangentes às semirretas.

**7.** $x = 3$ e $y = 8$




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

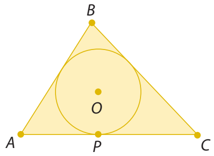






**(EF09MA11)** Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de *softwares* de geometria dinâmica.

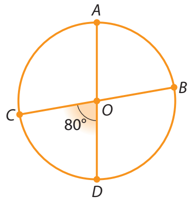
**8.** (UFMG) O triângulo *ABC*, cujos lados medem $AB = 6$, $BC = 7$ e $AC = 8$, está circunscrito à circunferência de centro *O*. Sendo *P* o ponto de tangência em relação ao lado $\overline{AC}$, a medida do segmento $\overline{AP}$ é: **8.** alternativa **d**




**a)** 6 **b)** 4,5 **c)** 4 **d)** 3,5 **e)** 2,5

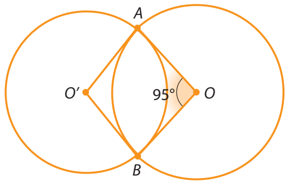
**9.** Observe as circunferências abaixo, de centro *O*, e calcule, em cada caso, a medida do arco $\widehat{AB}$, em grau.

**a)** **9. a)** 80°

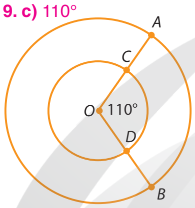



**9. b)** 95°

**b)**

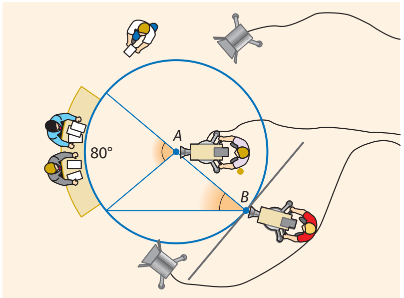



**c)** **9. c)** 110°




**10.** Os pontos *A*, *B*, *C* e *D* de uma circunferência de centro *O* determinam os diâmetros $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$. Se med($A\hat{O}B$) = 90°, qual é a medida de abertura dos ângulos $C\hat{O}D$, $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}C$? **10.** 90°

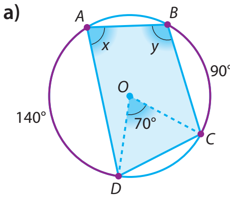
**11.** Para a gravação de um telejornal, uma emissora posicionou duas câmeras em pontos diferentes (*A* e *B*), conforme o esquema abaixo.




- Qual é a medida de abertura dos ângulos $\hat{A}$ e $\hat{B}$, destacados na figura? **11.** med($\hat{A}$) = 80° med($\hat{B}$) = 40°

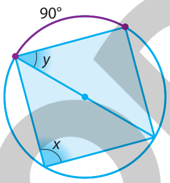
**12.** Calcule as medidas de *x* e *y*, em grau, em cada caso.

**a)**




**12. a)** $x = 80°$ e $y = 105°$

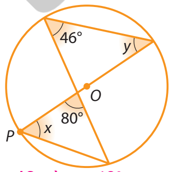
**b)**




**12. b)** $x = 90°$ e $y = 45°$

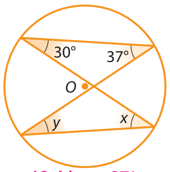
**13.** Determine as medidas *x* e *y*, em grau, em cada caso, sabendo que *O* é o centro das circunferências.

**a)**




**13. a)** $x = 46°$ e $y = 54°$

**b)**




**13. b)** $x = 37°$ e $y = 30°$





ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com "sim", "às vezes" ou "não".

Eu...

... sei verificar se um ponto é externo, interno ou pertencente à circunferência?

... sei verificar se uma reta é externa, tangente ou secante à circunferência?

... sei aplicar algumas propriedades de reta(s) secante(s) ou tangente(s) a uma circunferência?

... sei verificar se uma circunferência é tangente (interior ou exterior), secante, interna, externa ou concêntrica a outra circunferência?

... sei construir um polígono regular inscrito em uma circunferência dada a medida de comprimento do raio dessa circunferência?

... reconheço o ângulo central de um arco de circunferência?

... sei estabelecer a relação entre as medidas de abertura do ângulo inscrito e do ângulo central correspondente em uma circunferência?

... sei calcular a mediana e a moda de um conjunto de dados?

... sei verificar qual medida de tendência central é mais adequada para representar um conjunto de dados?

... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?

... me empenho para realizar as tarefas propostas?

Em todo caso, conforme sugerido nas Orientações Gerais deste *Manual do Professor*, outros aspectos devem ser avaliados de forma equilibrada, além dos conteúdos e conceitos desenvolvidos na Unidade.

## Para finalizar

### Objetivo

- Analisar o que foi estudado na Unidade e avaliar o aprendizado.

### Orientação

- Essa é uma etapa de sistematização de algumas ideias matemáticas discutidas no decorrer da Unidade, especialmente conjuntos numéricos e operações aritméticas realizadas nesses conjuntos.

Logo, é preciso estimular a participação de todos os estudantes e estar atento às respostas, que podem indicar dúvidas ou conceitos ainda em construção.

# Para finalizar

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

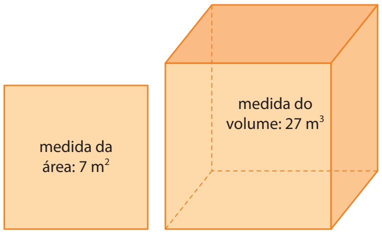
## ORGANIZE SUAS IDEIAS

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

### OBSERVE E RESPONDA

**Considere as seguintes imagens.**

FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

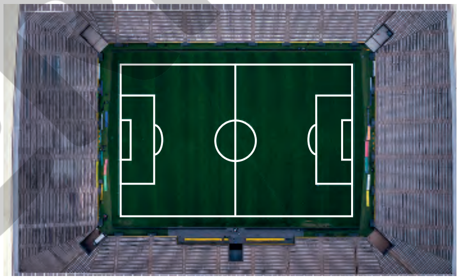



NATA-LIA/SHUTTERSTOCK

Microscópio.

ANDRE DIB/PULSAR IMAGENS


Lua cheia vista do Parque Nacional da Chapada dos Veadeiros, Alto Paraíso de Goiás (GO) em 2021.



ADVTP/SHUTTERSTOCK

Vista aérea do estádio localizado em Itaquera, bairro de São Paulo (SP). Foto de 2021.

**Com base nas imagens e também no que você aprendeu nesta Unidade, faça o que se pede.**

**1.** Que operação é necessário realizar para calcular a medida de comprimento do lado do quadrado e a medida de comprimento da aresta do cubo acima? Calcule essas medidas. **Observe e responda: 1.** radiciação; medida de comprimento do lado do quadrado: $\sqrt{7}$ m; medida de comprimento da aresta do cubo: 3 m

**2.** A medida de comprimento do lado do quadrado, em metro, é um número irracional. Dê exemplos de outros números que pertencem ao conjunto dos números irracionais. **2.** Resposta pessoal.

**3.** Escreva a medida da massa da Lua com todos os algarismos. **3.** 73 490 000 000 000 000 000 000 kg

**4.** Que maneira de escrever a medida da massa da Lua você acha mais fácil? Justifique. **4.** Resposta pessoal.

**5.** Em que situações é usada a representação em notação científica? **5.** A notação científica geralmente é usada para representar números muito grandes ou muito pequenos.

**6.** Na imagem do campo de futebol, qual é a posição relativa entre a circunferência central e a reta determinada pela linha de meio de campo? **6.** A reta é secante à circunferência.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

## REGISTRE

**Para finalizar o estudo desta Unidade, faça o que se pede.**

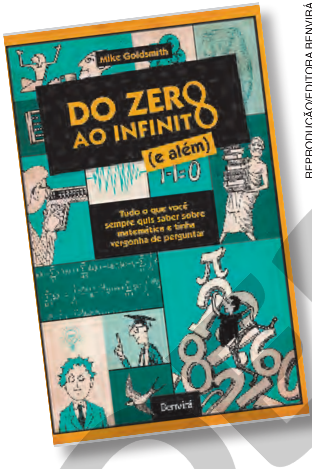
**Registre: 1.** Resposta pessoal.

1. Que propriedades da potenciação você conhece? Explique-as com alguns exemplos.
2. Como representamos um número em notação científica? **2.** Representamos desta maneira: um número decimal cuja parte inteira tem apenas um algarismo diferente de zero vezes a potência de 10 apropriada.
3. Como podemos obter a raiz quadrada ou a raiz cúbica de um número? Exemplifique com expressões que contenham raízes. **3.** Espera-se que os estudantes comentem os diferentes métodos para obter resultados aproximados ou exatos.
4. Qual é a relação entre a medida de abertura de um ângulo inscrito em uma circunferência e a do ângulo central correspondente? **4.** A medida de abertura do ângulo inscrito é igual à metade da do ângulo central correspondente.
5. Na abertura desta Unidade, você respondeu a algumas questões no boxe *"Para começar..."*. Compare as respostas dadas àquelas questões com as respostas que você daria agora e escreva um texto explicando o que você aprendeu nesta Unidade. **5.** Resposta pessoal.

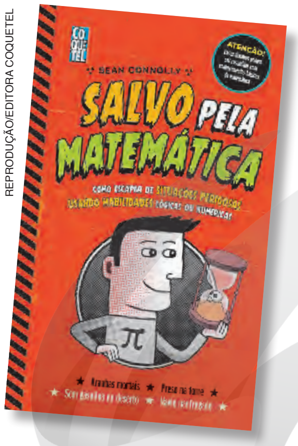
### Para conhecer mais

**Do zero ao infinito (e além)**
Tudo o que você sempre quis saber sobre matemática e tinha vergonha de perguntar
Mike Goldsmith
São Paulo: Benvirá, 2016.

Alguma vez você já se perguntou "por que preciso estudar Matemática?" ou "o que vou fazer com frações no dia a dia?". Esse livro fará com que você goste e, principalmente, entenda Matemática. Nele, o autor mostra como a Matemática afeta tudo ao nosso redor, do comportamento dos animais até a maneira como escutamos música. Prepare-se para desvendar os mistérios dessa ciência e descobrir a maravilha dos números. Descubra por que o zero é tão importante nas operações matemáticas, como a música, a matemática e o espaço estão conectados e até por que as abelhas fazem suas colmeias em formato de hexágono. Você vai achar incrível e divertido aprender Matemática!




REPRODUÇÃO/EDITORA BENVIRÁ




REPRODUÇÃO/EDITORA COQUETEL

**Salvo pela Matemática**
Sean Connolly
São Paulo: Coquetel, 2016.

Já imaginou o que aconteceria se você ficasse sem gasolina no meio do deserto ou se você tivesse de resgatar um prisioneiro usando apenas um lençol? E como você faria para escapar de uma lâmina afiada em um pêndulo? Nesse livro, você encontra 18 desafios, com cenários e personagens inusitados, que podem ser resolvidos com conhecimentos básicos de fração, geometria, padrões e, o melhor, usando a Matemática de forma divertida.





• Se julgar oportuno, solicite aos estudantes que avaliem as atividades realizadas durante o desenvolvimento da Unidade. Em seguida, peça a eles que listem as atividades que tiveram dificuldades em resolver. Depois, relacionem as atividades listadas com os conteúdos estudados. Por fim, oriente-os para que resolvam, em grupos, as atividades listadas e para que formulem questões sobre as dúvidas que ainda tiverem a fim de que sejam esclarecidas.

## Abertura da Unidade 2

### Conteúdos

- Nesta Unidade, serão trabalhados vários conceitos relacionados às unidades temáticas Álgebra, Geometria e Probabilidade e Estatística que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC listadas.

### Orientação

O tema apresentado na abertura favorece o trabalho com o conceito de escalas, abordando a medida da altura do castelo com a medida de sua réplica em miniatura. Aproveite o momento para verificar o conhecimento prévio dos estudantes sobre esse assunto.

- Há um museu, em Cachoeira do Campo, distrito de Ouro Preto (MG), chamado Museu das Reduções. O acervo do Museu é composto de 29 réplicas de monumentos edificados do Brasil, localizados em 24 municípios de 15 Estados do país. Verifique a possibilidade, junto à coordenação e direção pedagógica da instituição, de organizar uma visita guiada ao museu, uma vez que, além de corroborar com os conceitos estudados em Matemática, a visita também proporciona a prática da educação patrimonial. Mais informações estão disponíveis em: https://museudasreducoes.com.br/.
- Na questão **2**, do boxe *Para começar*, se necessário, explique aos estudantes que réplicas, em termos de escala, podem ser reproduções, reduções ou ampliações. No caso do parque Mini Mundo são reduções. Caso julgue conveniente, apresente aos estudantes algumas esculturas de Ron Mueck, artista hiper-realista que trabalha com diferentes escalas em suas obras.
- Ao trabalhar com a questão **3**, espera-se que os estudantes identifiquem no texto que, no parque Mini Mundo, as réplicas são construídas na escala 1:24, ou seja, cada unidade de comprimento medida na réplica corresponde a 24 unidades de comprimento da construção real. Assim, como a medida da altura real corresponde a 80 m, temos que 80 : 24 = 3,333, ou seja, a réplica mede aproximadamente 3,3 m de altura.

# UNIDADE 2

**Capítulo 4** Produtos notáveis e fatoração

**Capítulo 5** Semelhança

**Habilidades da BNCC trabalhadas nesta Unidade:**
EF09MA09 | EF09MA14
EF09MA10 | EF09MA22
EF09MA12 | EF09MA23

Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.

## PEQUENOS GIGANTES

Você já ouviu falar do Castelo de Neuschwanstein? Atualmente ele é um dos destinos turísticos mais populares da Alemanha. Construído no final do século XIX, na região da Baviera, o palácio chama a atenção dos visitantes por sua beleza e imponência – a construção mede aproximadamente 80 m de altura e possui 200 cômodos, dentre eles a luxuosa Sala do Trono.

Sabia que é possível visitar a réplica do Castelo de Neuschwanstein no Brasil? Ela é uma das atrações do parque Mini Mundo, localizado em Gramado, no Rio Grande do Sul, que reproduz, em uma escala 24 vezes menor do que o tamanho original, as construções, estradas, pessoas e muito mais.

SILVIA VIEIRA/SHUTTERSTOCK

Réplica do Castelo de Neuschwanstein construído em 1983, localizado em Gramado (RS), 2016.

CARMENGABRIELA/ISTOCK EDITORIAL/GETTY IMAGES

Castelo de Neuschwanstein, Alemanha, 2021.



**Para começar...**

1. Você já visitou algum parque ou exposição com réplicas de construções ou de pessoas?
2. As réplicas presentes no parque Mini Mundo são ampliações ou reduções das construções originais?
3. Quanto mede, aproximadamente, a altura da réplica do Castelo de Neuschwanstein no parque Mini Mundo?

**Para começar...:** **1.** Resposta pessoal. **2.** reduções **3.** aproximadamente 3,3 m

CAPÍTULO 4

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF09MA09 EF09MA23

# Produtos notáveis e fatoração

## 1 Produtos notáveis

Neste capítulo, você vai conhecer os chamados **produtos notáveis**, que aparecem com frequência nos cálculos algébricos. Eles serão estudados mais profundamente por apresentarem regularidades que facilitam os cálculos. Acompanhe como Eugênius obteve mentalmente um desses produtos.


DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA





## Produtos notáveis

### Objetivos

- Reconhecer que as representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as os possíveis cálculos e resoluções.
- Usar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico.
- Compreender, geométrica e algebricamente, os principais casos de produtos notáveis: o quadrado da soma de dois termos, o quadrado da diferença de dois termos e o produto da soma pela diferença de dois termos.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF09MA09.

### Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA09 porque aborda os produtos notáveis que serão a base para que os estudantes compreendam os processos de fatoração de expressões algébricas.

### Orientações

- Ao trabalhar os diferentes tipos de produtos notáveis, é importante que os estudantes compreendam que eles podem ser aplicados na simplificação de cálculos e de expressões algébricas. A situação inicial é um exemplo de como os produtos notáveis podem auxiliar na simplificação de cálculo. É importante que os estudantes percebam e entendam como chegar a cada um dos produtos notáveis. Com o tempo, a memorização será consequência da constante mobilização dessas ideias, e não resultado de um processo que visa especificamente memorizá-las.

**(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

• Quando falamos em números que são iguais ao quadrado de outros números, estamos nos referindo aos números quadrados perfeitos. São exemplos de quadrados perfeitos: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121 etc.

• Peça aos estudantes que verifiquem a igualdade $144 = (10 + 2)^2$ antes de estudarem a interpretação geométrica do raciocínio de Sofia.

Eles poderão fazer:

$(10 + 2)^2 =$

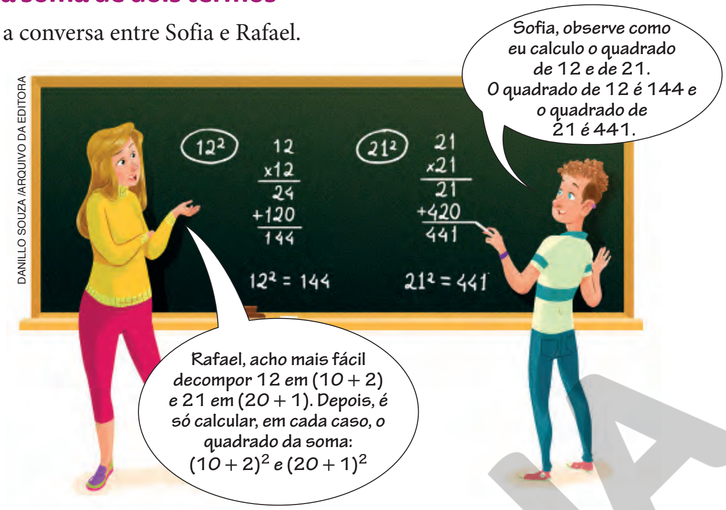
$= (10 + 2) \cdot (10 + 2) =$

$= 10 \cdot 10 + 10 \cdot 2 +$
$+ 2 \cdot 10 + 2 \cdot 2 =$
$= 100 + 20 + 20 + 4 = 144$

• O tópico se apoia na estratégia de utilização da representação simplificada das peças do material dourado para representar números que são iguais ao quadrado de outros números, chamados de quadrados perfeitos. Abaixo, apresentamos o procedimento para, por exemplo, representar o quadrado perfeito 121.

## Quadrado da soma de dois termos

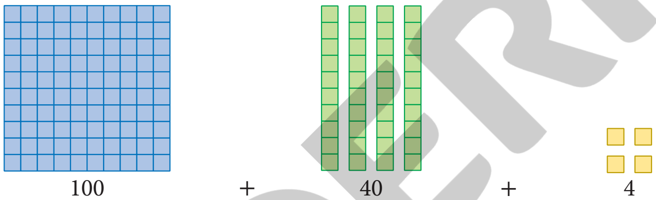
Acompanhe a conversa entre Sofia e Rafael.



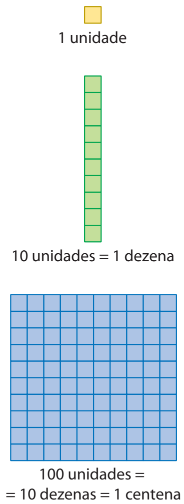

DANILLO SOUZA /ARQUIVO DA EDITORA

Vamos entender melhor o pensamento de Sofia escrevendo 144 como uma adição. Observe:

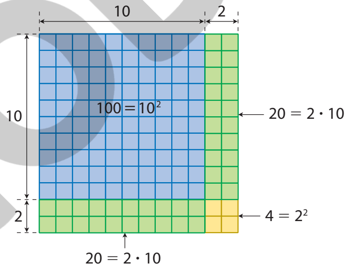
$144 = 100 + 40 + 4$ (1 centena, 4 dezenas e 4 unidades)




**Recorde**




Ao reorganizar as figuras, podemos obter um quadrado cujo comprimento do lado mede 10 + 2. Observe como podemos determinar sua medida de área.




$$\underbrace{(10 + 2)^2}_{\text{medida de área do quadrado maior}} = \underbrace{10^2 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 2^2}_{\text{soma das medidas de área das figuras que formam o quadrado}}$$

Portanto: $144 = (10 + 2)^2 = 10^2 + 2 \cdot (2 \cdot 10) + 2^2$

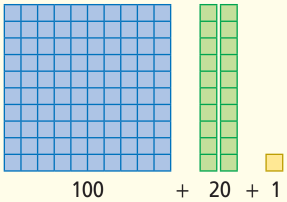
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

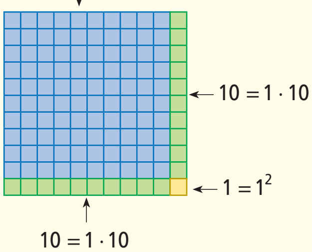






$121 = 100 + 20 + 1$
(1 centena, 2 dezenas e 1 unidade)




medida de área do quadrado maior

$(10 + 1)^2 =$

$= 10^2 + 1 \cdot 10 + 1 \cdot 10 + 1^2$

soma das medidas de área das figuras que formam o quadrado

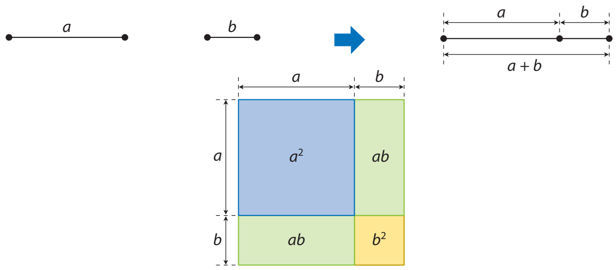
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

## Representação geométrica

O **quadrado da soma de dois termos**, $a$ e $b$, que indicamos por $(a + b)^2$, é um produto notável. Faremos a seguir sua representação geométrica admitindo os números $a$ e $b$ positivos.

Considere dois segmentos de medidas de comprimento $a$ e $b$. Vamos construir um quadrado de lado com medida de comprimento $(a + b)$.






Note que a medida da área do quadrado maior, de lado com medida de comprimento $(a + b)$, é $(a + b)^2$ e também é $a^2 + 2ab + b^2$.

Portanto: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



## Representação algébrica

Podemos, ainda, desenvolver algebricamente o quadrado da soma de dois termos desconhecidos $a$ e $b$. Observe.

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

O **quadrado da soma de dois termos** é igual ao quadrado do primeiro termo mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo termo, mais o quadrado do segundo termo. Algebricamente, temos:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

### Exemplos

- $(a + 5)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 5 + 5^2 = a^2 + 10a + 25$
- $\left(3x + \frac{1}{2}\right)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 9x^2 + 3x + \frac{1}{4}$
- $(4 + b^3)^2 = 4^2 + 2 \cdot 4 \cdot b^3 + (b^3)^2 = 16 + 8b^3 + b^6$

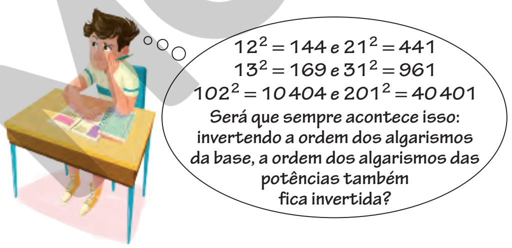
### Desafio

Leia o que Lucas está pensando e responda às perguntas no caderno.

a) Os valores das potências $14^2$ e $41^2$ têm os mesmos algarismos em ordem contrária?

b) A hipótese de Lucas está correta?






**Desafio: a)** não

**b)** Espera-se que os estudantes concluam que não, pois ela não vale para todos os números (por exemplo, não vale para 14 e 41).



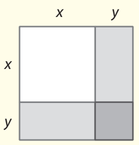
- Ao trabalhar o quadrado da soma de dois termos geometricamente, se julgar conveniente, peça aos estudantes que manipulem modelos de figuras geométricas construídas com cartolina, por exemplo. Assim, incentive-os a observar o padrão presente para então obter uma regra geral escrita por meio da linguagem algébrica. Uma abordagem, com essa orientação, aliada à representação geométrica presente no livro, auxilia os estudantes na compreensão e não apenas na memorização do desenvolvimento do quadrado da soma de dois termos.
- Comente com os estudantes que, quando não for explícito, as letras nas expressões e nas sentenças algébricas presentes neste Capítulo representarão números reais.
- Ao explorar o boxe *Desafio*, aproveite a oportunidade para comentar que não é possível afirmar que uma propriedade é válida somente com o estudo de alguns casos.

**a)** $14^2 = 196$ e $41^2 = 1681$. Logo, os resultados não possuem os mesmos algarismos.

**b)** Considerando os resultados do item anterior, espera-se que os estudantes concluam que a hipótese de Lucas não está correta, pois não se aplica a todos os números.

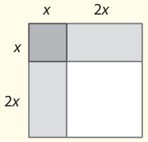
- Respostas da atividade **5**:

**a)** $(x + y)^2$




$(x + y)^2 = x^2 + xy + xy + y^2 =$
$= x^2 + 2xy + y^2$

**b)** $(x + 2x)^2$




$(x + 2x)^2 = x^2 + 2x \cdot x + 2x \cdot x + (2x)^2 =$
$= x^2 + 4x^2 + 4x^2 = 9x^2$

- Os estudantes também podem resolver a atividade **9** por tentativa e erro. Pelo enunciado, sabemos que $(m + n)^2 = 144$, então: $m + n = 12$. Além disso, temos: $m^2 + n^2 = 80$. Com essas informações, os estudantes podem testar valores naturais para $m$ e $n$ de modo que a soma seja 12 e a soma dos quadrados seja 80.





**1. a)** $x^2 + 10x + 25$ | **1. c)** $x^2 + 4xy + 4y^2$
**1. b)** $49a^2 + 14a + 1$ | **1. d)** $x^4 + 2x^2 + 1$

## ATIVIDADES

**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

**1.** Desenvolva algebricamente cada quadrado da soma de dois termos.

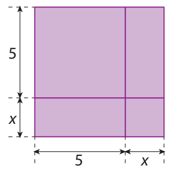
**a)** $(x + 5)^2$ **c)** $(x + 2y)^2$
**b)** $(7a + 1)^2$ **d)** $(x^2 + 1)^2$

**2.** Que polinômio elevado ao quadrado é igual a:

**a)** $z^2 + 2zw + w^2$? **2. a)** $z + w$ ou $-z - w$
**b)** $x^2 + 18x + 81$? **2. b)** $x + 9$ ou $-x - 9$

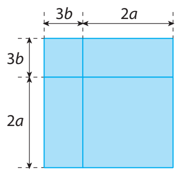
**3.** Que polinômio representa a medida de área de cada figura?

**a)**




**3. a)** $x^2 + 10x + 25$

**b)**




**3. b)** $4a^2 + 12ab + 9b^2$

**4.** Verifique quais das afirmações a seguir são verdadeiras, considerando que $x$ e $y$ pertencem ao conjunto dos números reais. **4.** alternativas **c** e **f**

**a)** $(x + y)^2 = x^2 + y^2$
**b)** $2x^2 + 2y^2 = (x + y)^2$
**c)** $(x + y)^2 = 2xy + y^2 + x^2$
**d)** $(x^2 + y^2)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
**e)** $(x^2 + y^2)^2 = x^4 + 2xy + y^4$
**f)** $(x^2 + y^2)^2 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4$

**5.** Supondo que $x > 0$ e $y > 0$, represente geometricamente os quadrados das somas abaixo.

**a)** $(x + y)^2$ **b)** $(x + 2x)^2$

**5.** Respostas em *Orientações*.

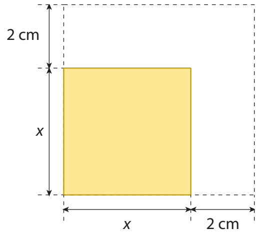
**6.** É possível utilizar a ideia de produtos notáveis para fazer cálculos numéricos. Por exemplo:

$22^2 = (20 + 2)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 2 + 2^2 =$
$= 400 + 80 + 4 = 484$

Calcule mentalmente os quadrados abaixo e, depois, registre seu raciocínio no caderno.

**a)** $11^2$ **6. a)** 121 **c)** $32^2$ **6. c)** 1 024 **e)** $83^2$
**b)** $15^2$ **6. b)** 225 **d)** $61^2$ **6. d)** 3 721 **6. e)** 6 889

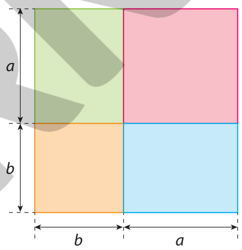
**7.** O comprimento do lado do quadrado seguinte media $x$ cm, mas foi aumentado em 2 cm.




**a)** Que expressão algébrica representa a medida de área desse quadrado aumentado, em centímetro quadrado? **7. a)** $x^2 + 4x + 4$

**b)** Que expressão algébrica representa o aumento da medida de área desse quadrado, em centímetro quadrado? **7. b)** $4x + 4$

**8.** A área do quadrado rosa mede 169 $cm^2$, e a área do quadrado laranja mede 100 $cm^2$.

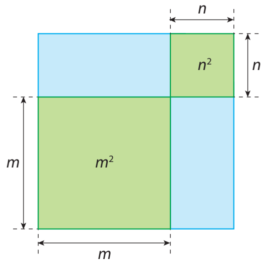



**8. a)** $a = 13$ cm; $b = 10$ cm
**8. b)** 130 $cm^2$

**a)** Quais são as medidas de comprimento de $a$ e de $b$?

**b)** Qual é a medida da área do retângulo azul?

**9.** Se a soma das áreas dos dois quadrados verdes mede 80 $cm^2$, a área de toda a figura mede 144 $cm^2$ e $m > n$, sendo $m$ e $n$ números naturais, quais são as medidas de comprimento de $m$ e de $n$?




**9.** $m = 8$ cm; $n = 4$ cm

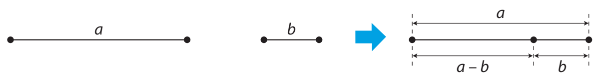
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

## Quadrado da diferença de dois termos

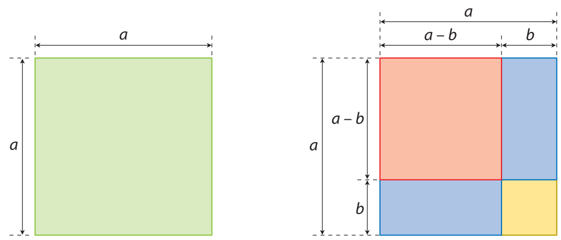
Agora, você vai estudar outro produto notável, o **quadrado da diferença de dois termos**: $(a - b)^2$

### Representação geométrica

Quando temos $a > b > 0$, podemos representar geometricamente o quadrado da diferença desses dois termos. Para isso, vamos considerar um segmento de medida de comprimento $a$ e outro de medida $b$. Com eles, vamos construir um quadrado de lado com medida de comprimento $(a - b)$.

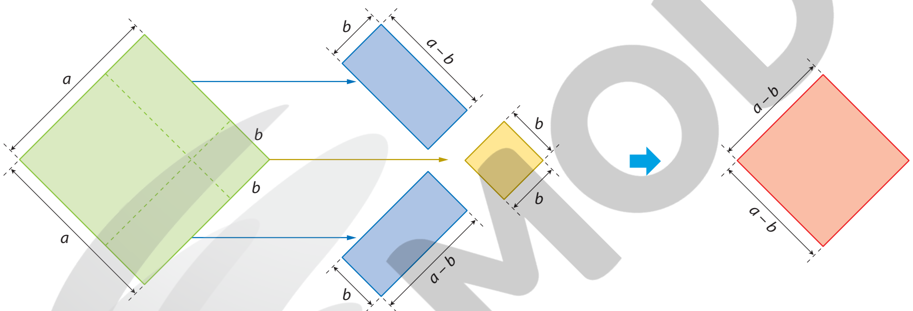



Para a construção, vamos partir de um quadrado cuja área mede $a^2$, que será decomposto conforme a figura abaixo.




O quadrado vermelho tem lado com medida de comprimento igual a $(a - b)$ e área medindo $(a - b)^2$.

Note que, para obter a medida da área do quadrado vermelho, podemos subtrair da medida da área do quadrado verde a medida da área do quadrado amarelo e a dos dois retângulos azuis.




$$\boxed{(a - b)^2} = \boxed{a^2} - \boxed{b \cdot (a - b)} - \boxed{b \cdot (a - b)} - \boxed{b^2} =$$

$$= a^2 - ba + b^2 - ba + b^2 - b^2 =$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$



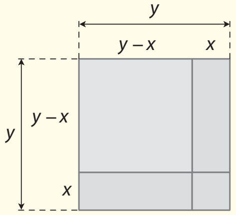




• O estudo do quadrado da diferença de dois termos também é desenvolvido com o apoio de uma figura geométrica.

- Respostas da atividade **3**:

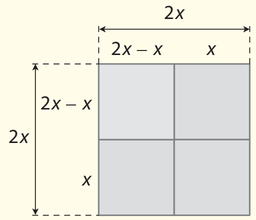
**a)**




$(y-x)^2 = y^2 - x \cdot (y-x) - x \cdot (y-x) - x^2$
$(y-x)^2 = y^2 - xy + x^2 - xy + x^2 - x^2$
$(y-x)^2 = y^2 - 2xy + x^2$

- Resolução da atividade **3b**:

**b)**




$(2x-x)^2 = (2x)^2 - x \cdot (2x-x) - x \cdot (2x-x) - x^2$
$(2x-x)^2 = 4x^2 - 2x^2 + x^2 - 2x^2 + x^2 - x^2$
$(2x-x)^2 = x^2$

### Observação

A interpretação geométrica da página anterior vale apenas no caso de $a > b > 0$, já que $a$, $b$ e $(a - b)$ representam medidas de comprimento dos lados de retângulos e de quadrados; portanto, não podem ser números negativos ou nulos.

## Representação algébrica

Vamos desenvolver algebricamente o quadrado da diferença de dois termos, $a$ e $b$.

$$(a-b)^2 = (a-b) \cdot (a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

O **quadrado da diferença de dois termos** é igual ao quadrado do primeiro termo menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo termo, mais o quadrado do segundo termo. Algebricamente, temos:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

### Exemplos

- $(c-8)^2 = c^2 - 2 \cdot c \cdot 8 + 8^2 = c^2 - 16c + 64$
- $\left(a-\sqrt{2}\right)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot \sqrt{2} + \left(\sqrt{2}\right)^2 = a^2 - 2a\sqrt{2} + 2$
- $\left(\frac{2}{3} - b\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot b + b^2 = \frac{4}{9} - \frac{4}{3}b + b^2$

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Desenvolva cada quadrado da diferença de dois termos.

a) $(x-5)^2$ **1. a)** $x^2 - 10x + 25$
b) $(1-3y)^2$ **1. b)** $1 - 6y + 9y^2$
c) $\left(\frac{1}{2} - x\right)^2$ **1. c)** $\frac{1}{4} - x + x^2$
d) $(2x-3y)^2$ **1. d)** $4x^2 - 12xy + 9y^2$

**2.** Encontre o polinômio que, elevado ao quadrado, é igual a $2^2 - 4x + x^2$. **2.** $2 - x$ ou $x - 2$

**3.** Represente geometricamente os quadrados das diferenças abaixo, supondo que $x$ e $y$ são números reais e $y > x > 0$. **3.** Respostas em *Orientações*.

a) $(y-x)^2$
b) $(2x-x)^2$

**4.** Considere este uso de produto notável.

$$18^2 = (20-2)^2 = 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 2 + 2^2 = 400 - 80 + 4 = 324$$

Calcule mentalmente os quadrados a seguir e, depois, registre seu raciocínio no caderno.

a) $19^2$ **4. a)** 361
b) $28^2$ **4. b)** 784
c) $37^2$ **4. c)** 1 369
d) $69^2$ **4. d)** 4 761
e) $99^2$ **4. e)** 9 801
f) $45^2$ **4. f)** 2 025

**5.** Luís fez uma mesa com tampo quadrado, mas percebeu que errou a medida, pois o tampo ficou maior do que deveria.

Para resolver o problema, Luís terá de reduzir a medida do tampo da mesa em 10 cm no comprimento e em 10 cm na largura.

a) Determine a medida de comprimento de cada lado do tampo da mesa, sabendo que a área da sua superfície mede 4 m². **5. a)** 2 m
b) Qual será a medida da área do tampo após Luís fazer a redução necessária? **5. b)** 3,61 m²
c) Luís vai reduzir a medida da área do tampo em quantos metros quadrados? **5. c)** 0,39 m²





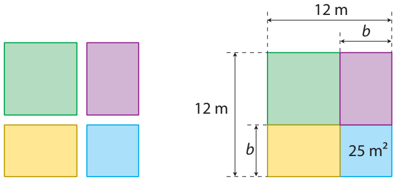


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

• No boxe *Desafio*, espera-se que os estudantes concluam que a medida da área do hexágono azul corresponde à medida da área do quadrado cujo lado mede 13 cm de comprimento menos a medida da área do quadrado verde, cujo lado mede 6 cm de comprimento. Portanto, a medida da área, em $cm^2$, do hexágono azul é dada por.
$(13^2 - 6^2)$ $cm^2$, ou seja, 133 $cm^2$.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

**6.** Analise as figuras e responda às questões no caderno.

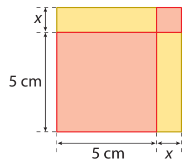



**a)** Qual é a medida de comprimento do lado menor do retângulo roxo? **6. a)** 5 m

**b)** Qual é a medida da área do quadrado verde? **6. b)** 49 $m^2$

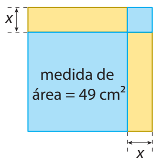
**7.** Descubra a soma da medida das áreas dos retângulos amarelos, em centímetro quadrado, em cada caso.

**a)**



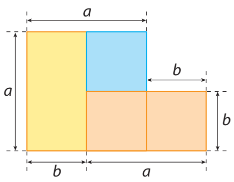

**7. a)** $10x$

**b)**




**7. b)** $14x$

**8.** Com base na figura abaixo, responda à questão.




- Qual é o polinômio que representa a medida da área do quadrado azul? **8.** $a^2 - 2ab + b^2$

**9.** O quadrado da diferença de dois números inteiros é igual a 25, e o dobro do produto desses dois números é igual a 10. Qual é o valor da soma dos quadrados desses dois números? **9.** 35

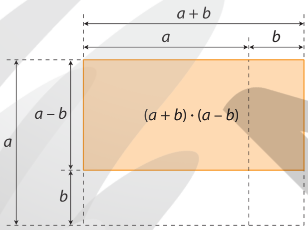
## Produto da soma pela diferença de dois termos

Outro produto notável que vamos estudar é o **produto da soma pela diferença de dois termos**: $(a + b) \cdot (a - b)$.

### Representação geométrica

Quando temos $a > b > 0$, podemos representar geometricamente o produto da soma pela diferença desses dois termos. Para isso, consideremos um segmento de medida de comprimento $a$ e outro de medida de comprimento $b$.

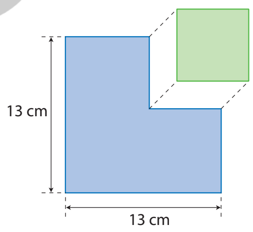

Vamos construir um retângulo de lados com medidas de comprimento $(a + b)$ e $(a - b)$.




A medida da área do retângulo laranja acima é $(a + b) \cdot (a - b)$.

**Desafio**

Sabendo que a área do quadrado verde mede 36 $cm^2$, escreva a medida da área do hexágono azul (em $cm^2$) como a diferença de quadrados de dois números inteiros.



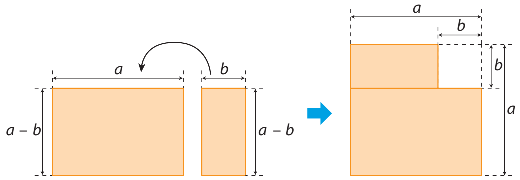

**Desafio:** $(13^2 - 6^2)$ $cm^2$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- No boxe *Cálculo mental*, os estudantes terão a oportunidade de aplicar o produto da soma pela diferença de dois termos para calcular mentalmente o valor de expressões numéricas.

**a)** Como o quadrado do primeiro termo é 2 304 e o do segundo termo é 1, basta calcular 2 304 – 1, que é igual a 2 303.
**b)** Como o quadrado do primeiro termo é 10 000 e o do segundo termo é 1, basta calcular 10 000 – 1, que é igual a 9 999.

Agora, vamos dividir esse retângulo em duas partes e reorganizá-las para obter outra figura de mesma medida de área.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

A medida da área da figura obtida pode ser expressa por $a^2 - b^2$, ou seja, é igual à medida da área do quadrado maior menos a medida da área do quadrado menor.

Portanto: $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

## Representação algébrica

Vamos desenvolver algebricamente o produto da soma pela diferença de dois termos *a* e *b*.

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$$

O **produto da soma pela diferença de dois termos** é igual ao quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo. Algebricamente, temos:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

### Exemplos

- $(4 + y) \cdot (4 - y) = 4^2 - y^2 = 16 - y^2$
- $(5a + b^4) \cdot (5a - b^4) = (5a)^2 - (b^4)^2 = 25a^2 - b^8$

### Cálculo mental

Calcule mentalmente:

**a)** $(48 + 1) \cdot (48 - 1)$, sabendo que $48^2 = 2\,304$; **Cálculo mental: a)** 2 303
**b)** $(100 + 1) \cdot (100 - 1)$, sabendo que $100^2 = 10\,000$. **b)** 9 999

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** A sentença algébrica $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$ é uma **identidade**, pois é verdadeira para quaisquer valores de *a* e de *b*. No caderno, substitua *a* e *b* por alguns números e verifique a igualdade. **1.** Resposta pessoal.

**2.** Represente algebricamente:
**a)** a diferença dos quadrados de *a* e *b*; **2. a)** $a^2 - b^2$
**b)** o quadrado da diferença de *a* e *b*; **2. b)** $(a - b)^2$
**c)** o quadrado da soma de *x* e *y*; **2. c)** $(x + y)^2$
**d)** o produto da soma pela diferença de *x* e *y*. **2. d)** $(x + y) \cdot (x - y)$

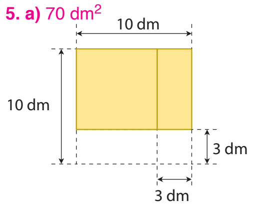
**3.** A sentença $(x + 30) \cdot (x - 30)$ expressa a medida da área de um retângulo de 700 m². Quanto mede *x*? **3.** 40 m

**4.** Encontre os polinômios cujo produto é igual a: **4.** Exemplos de resposta:
**a)** $4x^2 - 36y^2$ **4. a)** $2x - 6y$ e $2x + 6y$
**b)** $81x^2 - 36y^2$ **4. b)** $9x - 6y$ e $9x + 6y$

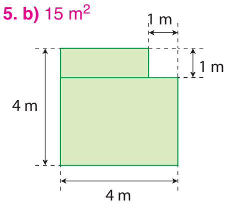
Lembre-se: Escreva no caderno!

**5.** Calcule a medida de área da parte colorida de cada figura.

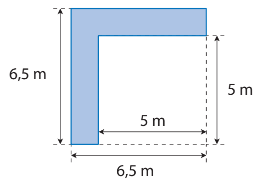
**a)** 5. a) 70 $dm^2$




**b)** 5. b) 15 $m^2$




**c)** 5. c) 17,25 $m^2$




**6.** Simplifique as expressões.

**a)** $(x - 3)^2 - (x - 2) \cdot (x + 2) - (x + 1)^2$ 6. a) $-x^2 - 8x + 12$

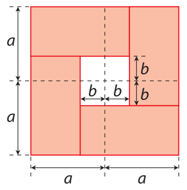
**b)** $(2x - 3y) \cdot (2x + 3y) - (3x - 2y)^2$ 6. b) $-5x^2 - 13y^2 + 12xy$

**c)** $3(m - 1)^2 + 2(1 + m) \cdot (1 - m)$ 6. c) $m^2 - 6m + 5$

**d)** $(y - 3)^2 - (3y + 2)^2 + 2(y + 4) \cdot (y - 4)$ 6. d) $-6y^2 - 18y - 27$

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

**7.** Junte-se a um colega, observem a figura abaixo e façam o que se pede.

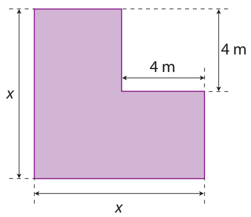



**a)** Encontrem o produto notável que representa a medida da área de cada retângulo vermelho. 7. a) $(a + b) \cdot (a - b)$

**b)** Encontrem o polinômio que representa a medida da área de toda a figura vermelha. 7. b) Exemplo de resposta: $4 \cdot (a + b) \cdot (a - b)$

**c)** Analisando a figura e os cálculos feitos, expliquem por que $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$. 7. c) Resposta em *Orientações*.

**8.** Observe a figura e responda no caderno.

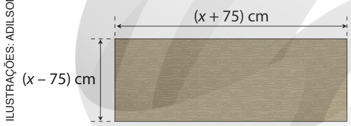



- Qual será a medida, em metro, de $x$ se a área da figura medir:

**a)** 20 $m^2$? 8. a) 6 m **b)** 65 $m^2$? 8. b) 9 m **c)** 105 $m^2$? 8. c) 11 m **d)** 48 $m^2$? 8. d) 8 m

**9.** Fernanda tem um terreno retangular que mede 180 $m^2$ de área. Para medi-lo, ela usou uma corda comprida e uma trena. Sabendo que um lado do terreno mede o comprimento da corda esticada mais 4 m e que o outro lado mede o comprimento da corda esticada menos 4 m, qual é a medida de comprimento da corda, em metro? 9. 14 m

**10.** Carlos comprou uma mesa para colocar em sua casa. Observe um esquema das dimensões do tampo dessa mesa, que mede 75 cm de largura.




**a)** Qual é a medida da área de sua superfície? 10. a) 16 875 $cm^2$

**b)** A que produto notável podemos associar essa situação?

10. b) Ao produto da soma pela diferença de dois termos.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA





Para responder ao item **c** da atividade **7**, espera-se que os estudantes expliquem que a medida da área dos 4 retângulos é igual à medida da área de 4 quadrados de lado com medida $a$ de comprimento menos a medida da área de 4 quadrados de lado com medida $b$ de comprimento.

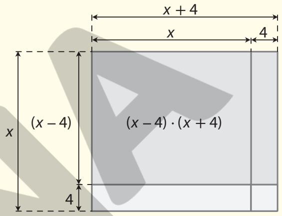
Ou seja:

$4 \cdot (a + b) \cdot (a - b) =$
$= 4a^2 - 4b^2$

Assim:

$(a + b) \cdot (a - b) =$
$= a^2 - b^2$

Incentive os estudantes a representar geometricamente a situação da atividade **9**:




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Logo, temos:

$(x + 4) \cdot (x - 4) = x^2 - 16$

Como a medida da área é igual a 180 $m^2$, então:

$x^2 - 16 = 180$

$x^2 = 180 + 16 = 196$

Assim, mesmo sem conhecer as técnicas de resolução de uma equação do 2º grau, os estudantes podem chegar à resposta extraindo a raiz quadrada:

$x = \pm\sqrt{196} = \pm 14$

A raiz $-14$ não convém, pois $x$ é a medida de comprimento da corda. Logo, a corda mede 14 m de comprimento.

## Fatoração de expressões algébricas

### Objetivos

- Compreender, geométrica e algebricamente, alguns casos de fatoração: fator comum em evidência, agrupamento, diferença de dois quadrados e fatoração do trinômio quadrado perfeito.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF09MA09.

### Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA09 porque proporciona aos estudantes compreender os processos de fatoração de expressões algébricas com base em suas relações com os produtos notáveis.

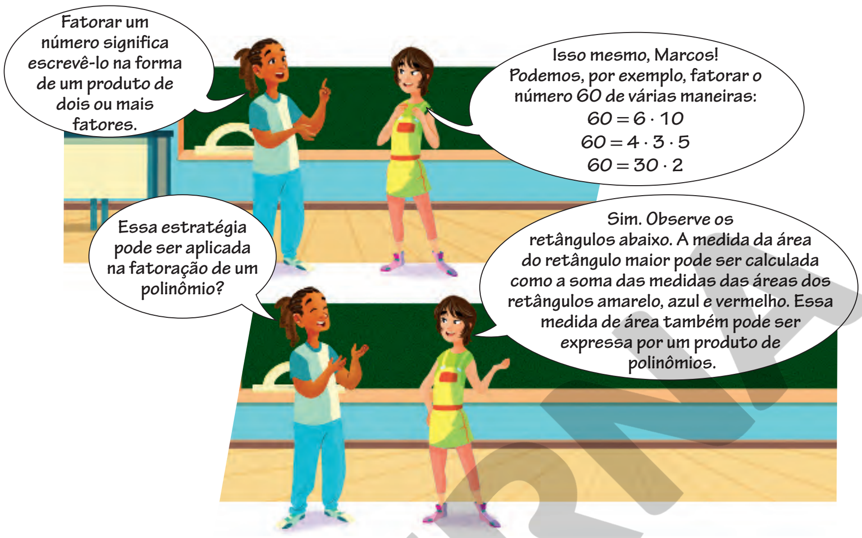
### Orientações

- Assim como nos produtos notáveis, deve-se dar destaque ao uso dos diferentes casos de fatoração como simplificação de cálculos e de expressões algébricas. É importante que os estudantes percebam e entendam como chegar a cada um dos casos de fatoração estudados. Com o tempo, a memorização será consequência da constante mobilização dessas ideias, e não resultado de um processo visando especificamente decorá-las.

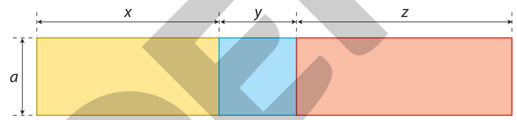
# 2 Fatoração de expressões algébricas

Antes de estudar diferentes casos de fatoração de polinômios, que, muitas vezes, são úteis na resolução de problemas, vamos relembrar como fatorar um número.

Acompanhe a conversa entre Marcos e Gabriela.




ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Considere o polinômio que representa a medida da área de cada retângulo.

- Retângulo amarelo: $ax$
- Retângulo azul: $ay$
- Retângulo vermelho: $az$
- Retângulo maior: $a \cdot (x + y + z)$

Observe duas formas de expressar a medida da área do retângulo maior.

$$\underbrace{ax + ay + az}_{\text{polinômio}} = \underbrace{a \cdot (x + y + z)}_{\text{produto de polinômios}}$$

O produto de polinômios $a \cdot (x + y + z)$ é uma **forma fatorada** do polinômio $ax + ay + az$.

**Fatorar um polinômio** significa escrevê-lo na forma de um produto de dois ou mais polinômios.

Estudaremos a seguir diferentes casos de fatoração de polinômios: fator comum em evidência, agrupamento, diferença de dois quadrados e trinômio quadrado perfeito.





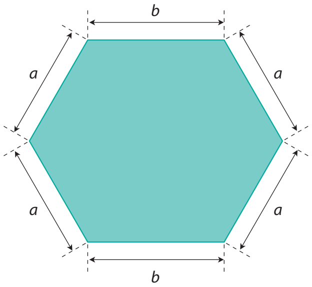


**(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

## Fator comum em evidência

Vamos calcular a medida do perímetro do hexágono abaixo.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos calcular a medida do perímetro do hexágono acima assim:

$$a + a + b + a + a + b = 4a + 2b$$

O polinômio $4a + 2b$ pode ser escrito de outras maneiras:

$$2 \cdot 2a + 2b \text{ ou } 2 \cdot (2a + b)$$

Portanto: $4a + 2b = 2 \cdot (2a + b)$

### Observações

- O produto $2 \cdot (2a + b)$ é uma **forma fatorada** do polinômio $4a + 2b$.
- O número 2 é um **fator comum** a todos os termos do polinômio $4a + 2b$.
- Na forma fatorada do polinômio $4a + 2b$, o número 2 foi colocado **em evidência**.
- O fator $(2a + b)$ é o **quociente** do polinômio $4a + 2b$ pelo fator comum 2.

Quando os termos de um polinômio têm um fator comum, é possível colocar esse fator em evidência e obter uma forma fatorada do polinômio.

### Exemplos

- Vamos fatorar o polinômio $ay + by$.

$$ay + by = \underbrace{y}_{\text{fator comum}} \cdot (\underbrace{a}_{(ay\,:\,y)} + \underbrace{b}_{(by\,:\,y)})$$

Portanto, $y \cdot (a + b)$ é uma forma fatorada do polinômio $ay + by$.

- Vamos fatorar o polinômio $20x^3y^3 + 10x^2y^2 + 2xy$.

$$20x^3y^3 + 10x^2y^2 + 2xy = \underbrace{2xy}_{\text{fatores comuns}} \cdot (\underbrace{10x^2y^2}_{(20x^3y^3\,:\,2xy)} + \underbrace{5xy}_{(10x^2y^2\,:\,2xy)} + \underbrace{1}_{(2xy\,:\,2xy)})$$

Portanto, $2xy \cdot (10x^2y^2 + 5xy + 1)$ é uma forma fatorada do polinômio $20x^3y^3 + 10x^2y^2 + 2xy$.





- Comente com os estudantes que a colocação de um fator comum em evidência se baseia na propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, que permite escrever na forma de produto (ou seja, fatorar, fazer aparecer os fatores) uma escrita aditiva, e vice-versa.
- É importante ficar claro que fator comum é o fator que aparece em cada parcela do polinômio. Alguns polinômios podem ser fatorados de diversas maneiras. Por exemplo:

fator comum 2:
$4x^2 + 8x = 2 \cdot (2x^2 + 4x)$
fator comum 4:
$4x^2 + 8x = 4 \cdot (x^2 + 2x)$
fator comum $x$:
$4x^2 + 8x = x \cdot (4x + 8)$
fator comum $4x$:
$4x^2 + 8x = 4x \cdot (x + 2)$
Explique que, quando há mais de um fator comum, como no caso acima, geralmente colocamos em evidência todos os fatores comuns.

- Nos exercícios de fatoração de números ou de polinômios, os estudantes podem encontrar outra resposta além da indicada.
- Resposta da atividade **1**:

| Número | Uma forma fatorada |
|---|---|
| 600 | $3 \cdot 5 \cdot 40$ |
| 123 | $3 \cdot 41$ |
| 7 200 | $2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 100$ |
| 231 | $3 \cdot 7 \cdot 11$ |
| 3 640 | $5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 13$ |
| 429 | $3 \cdot 11 \cdot 13$ |

Na atividade **7**, espera-se que os estudantes percebam que, como a medida da área do retângulo é 45, podemos escrever $a \cdot b = 45$. Se a medida do perímetro do retângulo é 28, então $2a + 2b = 28$; logo:
$a + b = 14$.
Para calcular o valor numérico da expressão podemos fatorá-la. Assim:
$6a^2b + 6ab^2 =$
$= 6ab(a + b) =$
$= 6 \cdot 45 \cdot 14 =$
$= 3780$

- Na atividade **9**, pergunte aos estudantes por que $x$ deve ser maior que 4. Espera-se que eles percebam que, se $x$ for menor ou igual a 4, a medida de área da figura a ser desenhada será menor ou igual a zero, o que é impossível, pois a área é uma medida e, portanto, é expressa por um número positivo.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Resposta em *Orientações*.

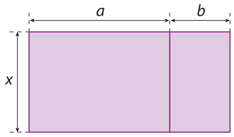
**1.** Copie o quadro no caderno e complete-o.

MODELO

| Número | Uma forma fatorada |
|---|---|
| | $3 \cdot 5 \cdot 40$ |
| 123 | |
| | $2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 100$ |
| 231 | |
| | $5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 13$ |
| 429 | |

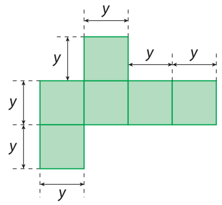
**2.** Escreva na forma de produto o polinômio que representa a medida de área de cada figura.

**a)**




**2. a)** $x \cdot (a + b)$

**b)**




**2. b)** $6y^2$



**3.** Escreva um fator comum a todos os termos de cada polinômio.

**3.** Exemplos de resposta:

a) $32x^2y - 56xy^2$ **3. a)** $8xy$

b) $36ab - 18bc - 24ac$ **3. b)** 6

c) $\dfrac{y^3}{2} - \dfrac{y^2}{6}$ **3. c)** $\dfrac{y}{2}$

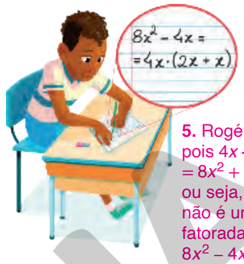
**4.** Fernanda levou seus sobrinhos à lanchonete e, ao ver o cardápio, ficou preocupada com o valor que gastaria. Observe.




**4.** Espera-se que os estudantes respondam que, se os três pedissem os mesmos itens do cardápio, o valor total seria $3x + 3y + 3z$, que é igual a $3 \cdot (x + y + z)$.

- Por que Fernanda pensou dessa maneira para calcular o valor total da conta? Responda em seu caderno.

**5.** Na aula de Matemática, Rogério escreveu no caderno uma forma fatorada do polinômio $8x^2 - 4x$.



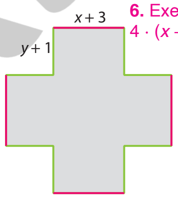



**5.** Rogério está errado, pois $4x \cdot (2x + x) = 8x^2 + 4x^2 = 12x^2$, ou seja, $4x \cdot (2x + x)$ não é uma forma fatorada do polinômio $8x^2 - 4x$.

- Rogério está certo ou errado? Justifique.

**6.** Escreva na forma fatorada o polimônio que representa a medida do perímetro da figura a seguir, sabendo que os segmentos de mesma cor têm a mesma medida de comprimento.

**6.** Exemplo de resposta: $4 \cdot (x + 2y + 5)$




**7.** Se $a$ e $b$ são as medidas de comprimento dos lados de um retângulo com medida de área igual a 45 e perímetro medindo 28, qual é o valor numérico da expressão $6a^2b + 6ab^2$? **7.** 3 780

**8.** Observe a igualdade a seguir.

$$2 \cdot (x + y) + 5 \cdot (x + y) = 7 \cdot (x + y)$$

Agora, calcule mentalmente os itens a seguir.

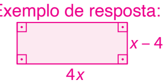
**a)** $3 \cdot (a + b) + 11 \cdot (a + b)$ **8. a)** $14 \cdot (a + b)$

**b)** $12 \cdot (x^5 + x) + 35 \cdot (x^5 + x)$ **8. b)** $47 \cdot (x^5 + x)$

**c)** $44 \cdot (y + b^2) - 33 \cdot (y + b^2)$ **8. c)** $11 \cdot (y + b^2)$

**d)** $67 \cdot (x^4 + a) - 13 \cdot (x^4 + a)$ **8. d)** $54 \cdot (x^4 + a)$

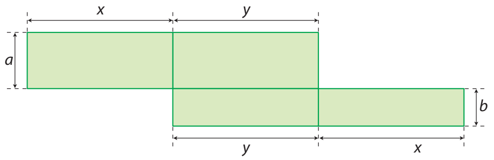
**9.** Reúna-se com alguns colegas e desenhem, no caderno, uma figura cuja medida de área possa ser representada pelo polinômio $4x \cdot (x - 4)$, em que $x > 4$. **9.** Exemplo de resposta:



## Agrupamento

Podemos fatorar um polinômio agrupando termos que têm fatores comuns e colocando esses termos em evidência.

Considere a figura abaixo.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

O polinômio que representa a medida de área dessa figura é dado pela soma das medidas de áreas dos quatro retângulos que a compõem:

$$ax + ay + bx + by$$

Podemos escrever esse polinômio de outra maneira:

$ax + ay + bx + by =$

$= (ax + ay) + (bx + by) =$ ← Agrupamos os termos com fator comum.

$= a \cdot (x + y) + b \cdot (x + y) =$ ← Colocamos em evidência o fator comum de cada grupo.

$= (a + b) \cdot (x + y)$ ← Colocamos em evidência o novo fator comum, que é $(x + y)$.

Assim: $ax + ay + bx + by = (a + b) \cdot (x + y)$

Portanto, o produto $(a + b) \cdot (x + y)$ é uma forma fatorada do polinômio $ax + ay + bx + by$.


DANILLO SOUZA /ARQUIVO DA EDITORA

sim; $(x + y) \cdot (a + b)$; sim

### Exemplos

- Vamos fatorar o polinômio $x^4 - y + xy - x^3$.

  $x^4 - y + xy - x^3 =$

  $= (x^4 - x^3) + (xy - y) =$ ← Agrupamos os termos com fator comum.

  $= x^3 \cdot (x - 1) + y \cdot (x - 1) =$ ← Colocamos em evidência o fator comum de cada grupo.

  $= (x - 1) \cdot (x^3 + y)$ ← Colocamos em evidência o novo fator comum, que é $(x - 1)$.

  Assim: $x^4 - y + xy - x^3 = (x - 1) \cdot (x^3 + y)$

  Portanto, $(x - 1) \cdot (x^3 + y)$ é uma forma fatorada do polinômio $x^4 - y + xy - x^3$.

- Vamos fatorar o polinômio $2a^2 + 4ab + ba + 2b^2$.

  $2a^2 + 4ab + ba + 2b^2 =$

  $= (2a^2 + 4ab) + (ba + 2b^2) =$ ← Agrupamos os termos com fator comum.

  $= 2a \cdot (a + 2b) + b \cdot (a + 2b) =$ ← Colocamos em evidência o fator comum de cada grupo.

  $= (a + 2b) \cdot (2a + b)$ ← Colocamos em evidência o novo fator comum, que é $(a + 2b)$.

  Assim: $2a^2 + 4ab + ba + 2b^2 = (a + 2b) \cdot (2a + b)$

  Portanto, $(a + 2b) \cdot (2a + b)$ é uma forma fatorada do polinômio $2a^2 + 4ab + ba + 2b^2$.



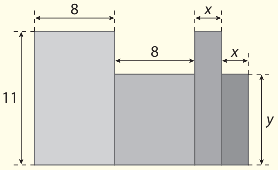




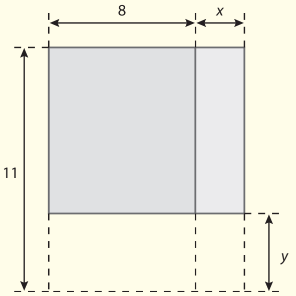
- É interessante ressaltar que a fatoração por agrupamento é feita aplicando-se a técnica do fator comum em evidência mais de uma vez.
- Mostre que toda fatoração pode ser conferida por meio da realização da multiplicação dos fatores que resultaram da fatoração. O resultado dessa multiplicação deve ser o polinômio inicial.

- Nos exercícios de fatoração, os estudantes podem encontrar outra resposta além da indicada.
- Exemplos de resposta da atividade **4**:

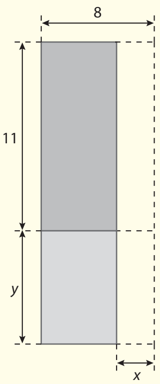
a)



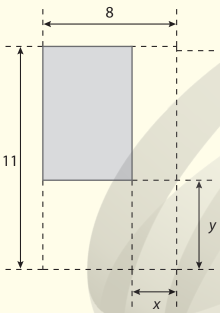

b)




c)




d)






## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Fatore os polinômios e responda à questão.

a) $7bx + x - 7by - y$ **1. a)** $(7b + 1) \cdot (x - y)$

b) $\sqrt{7}x + 2\sqrt{7}x^2$ **1. b)** $\sqrt{7}x \cdot (1 + 2x)$

c) $ax + x + a + 1$ **1. c)** $(a + 1) \cdot (x + 1)$

d) $7bx + xb - 7b - yb$ **1. d)** $b \cdot (8x - 7 - y)$

- Dos polinômios apresentados, quais foram fatorados por agrupamento?

**1.** • alternativas **a** e **c**

**2.** Fatore os polinômios.

a) $8x^2 + 8y + mx^2 + my$ **2. a)** $(8 + m) \cdot (x^2 + y)$

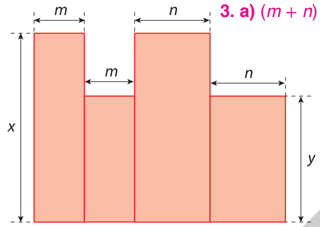
b) $7a - 21y^2 + ab - 3by^2$ **2. b)** $(7 + b) \cdot (a - 3y^2)$

c) $3ax + 3ay - bx - by$ **2. c)** $(3a - b) \cdot (x + y)$

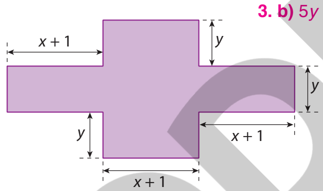
d) $x^3 + x^2 - x - 1$ **2. d)** $(x^2 - 1) \cdot (x + 1)$

**3.** Escreva no caderno o produto de polinômios que representa a medida de área de cada figura.

a) **3. a)** $(m + n) \cdot (x + y)$




b) **3. b)** $5y \cdot (x + 1)$




**4.** Junte-se a um colega e desenhem figuras cuja medida de área possa ser representada pelos produtos a seguir. **4.** Respostas em *Orientações*.

a) $(8 + x) \cdot (11 + y)$

b) $(8 + x) \cdot (11 - y)$

c) $(8 - x) \cdot (11 + y)$

d) $(8 - x) \cdot (11 - y)$

**5.** Encontre o erro na fatoração abaixo.

$3^4b - b + 3b^2 - 3^3 =$

$= (3^4b - 3^3) + (-b + 3b^2) =$

$= 3^3(3b - 0) + b(-0 + 3b) =$

$= (3b - 0) \cdot (3^3 + b)$

**5.** Resposta na seção *Resoluções* neste manual.



**6.** Observe o exemplo e faça os demais itens. Escreva no caderno dois polinômios quaisquer que tenham como:

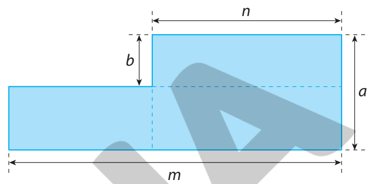
a) fator comum $(4x + 5)$;
**$(3x + 1) \cdot (4x + 5)$ e $(5 + n) \cdot (4x + 5)$**

b) fator comum $(2z + 9)$;

c) fatores comuns $(3 - z^2)$ e $(z^2 - 3)$.

**6.** Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

**7.** Observe a figura abaixo e suas medidas.




- Junte-se a um colega para criar um problema que envolva fatoração e esteja relacionado com a medida de área dessa figura.

**7.** Resposta pessoal.

**8.** Duas turmas de estudantes de uma escola farão uma excursão a um parque de diversões. Ao todo, irão ao passeio *a* estudantes da turma A e *b* estudantes da turma B. Cada estudante gastará *t* reais com transporte e *e* reais com a entrada.

Para cada item, represente o gasto, em real, por meio de uma expressão na forma fatorada.

a) Transporte dos estudantes da turma A. **8. a)** $at$

b) Transporte dos estudantes da turma B. **8. b)** $bt$

c) Transporte de todos os estudantes. **8. c)** $(a + b)t$

d) Entrada dos estudantes da turma A. **8. d)** $ae$

e) Entrada dos estudantes da turma B. **8. e)** $be$

f) Entrada de todos os estudantes. **8. f)** $(a + b)e$

g) Transporte e entrada de todos os estudantes. **8. g)** $(a + b)(t + e)$

h) Considerando que a turma A tem 23 estudantes, a turma B tem 27, o transporte custa R$ 15,00 e a entrada custa R$ 45,00, responda: qual será o custo total dessa excursão?

**8. h)** R$ 3 000,00

## Diferença de dois quadrados

Já vimos que, ao desenvolver o produto notável $(a + b) \cdot (a - b)$, obtemos $a^2 - b^2$. Quando fazemos a ordem inversa, ou seja, quando transformamos $a^2 - b^2$ em $(a + b) \cdot (a - b)$, fatoramos o polinômio $a^2 - b^2$.

Quando $a > b > 0$, podemos representar essa situação geometricamente. Para isso, transformamos uma figura, cuja medida de área é representada pelo polinômio $a^2 - b^2$, em um retângulo de mesma medida de área.

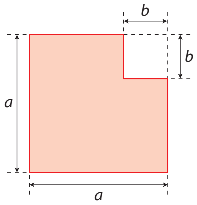


Figura 1

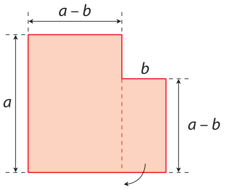


Figura 2

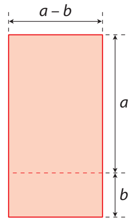
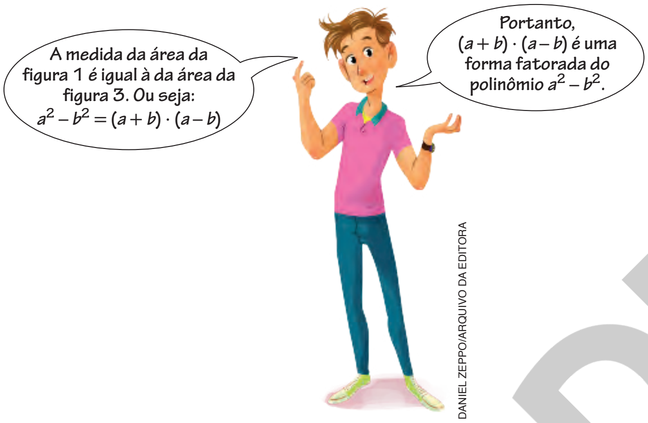


Figura 3





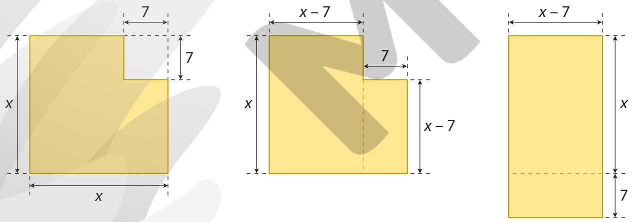

Acompanhe como podemos fatorar alguns polinômios.

- Vamos fatorar o polinômio $x^2 - 49$.

  Como $49 = 7^2$, escrevemos: $x^2 - 49 = x^2 - 7^2 = (x + 7) \cdot (x - 7)$

  Portanto, $(x + 7) \cdot (x - 7)$ é uma forma fatorada do polinômio $x^2 - 49$.

  Se $x > 7$, geometricamente temos:

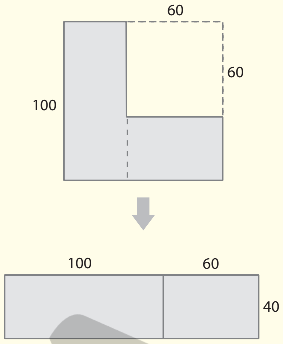









- Se os estudantes tiverem dificuldade em visualizar o caso de fatoração da diferença de dois quadrados, complemente as discussões com a representação geométrica do exemplo a seguir:






Assim, a composição do retângulo fornece o resultado:

$100^2 - 60^2 =$

$= (100 + 60) \cdot 40 =$

$= (100 + 60) \cdot (100 - 60)$

Observe que substituímos 40 por $100 - 60$.



103

Para responder às dúvidas de Diego e de Lorenzo, no boxe *Desafio*, é preciso representar algebricamente cada caso.

Dúvida de Diego:

Calculando a diferença entre os quadrados de dois números naturais consecutivos, temos:

$(x+1)^2 - (x)^2 =$

$= x^2 + 2x + 1 - x^2 =$

$= 2x + 1$

Como $2x + 1$ é a soma de um número par ($2x$) com o número 1, ele é ímpar.

Logo, a diferença entre os quadrados de dois números naturais consecutivos é um número ímpar.

Dúvida de Lorenzo:

Calculando a diferença entre os quadrados de dois números naturais pares consecutivos, temos:

$(2x+2)^2 - (2x)^2 =$

$= 4x^2 + 8x + 4 - 4x^2 =$

$= 8x + 4 =$

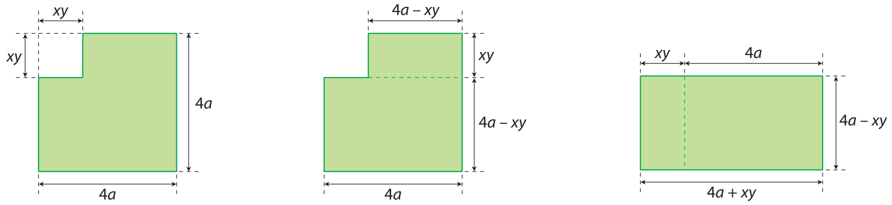
$= 4 \cdot (2x + 1)$

Logo, a resposta é sim, pois o resultado é o quádruplo de $2x + 1$, que é o número ímpar que está entre $2x$ e $2x + 2$.

- Nos exercícios de fatoração, os estudantes podem encontrar outra resposta além da indicada.

---

- Vamos fatorar o polinômio $16a^2 - x^2y^2$.
  Como $16a^2 = (4a)^2$ e $x^2y^2 = (xy)^2$, escrevemos:
  $16a^2 - x^2y^2 = (4a)^2 - (xy)^2 = (4a + xy) \cdot (4a - xy)$
  Portanto, $(4a + xy) \cdot (4a - xy)$ é uma forma fatorada do polinômio $16a^2 - x^2y^2$.
  Se $4a > xy > 0$, geometricamente temos:




**Desafio**

Responda às perguntas de Diego e de Lorenzo.


DANILLO SOUZA /ARQUIVO DA EDITORA

**Desafio:** Resposta para Diego: é um número ímpar, pois $(x + 1)^2 - x^2 = 2x + 1$.
Resposta para Lorenzo: sim, pois $(2x + 2)^2 - (2x)^2 = 4 \cdot (2x + 1)$.

*Dica*: represente um número por $x$, seu sucessor por $x + 1$, um número par por $2x$ e seu sucessor par por $2x + 2$.

## ATIVIDADES

**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

**1.** Escreva os polinômios na forma fatorada.

a) $81x^2 - 1$ **1. a)** $(9x + 1) \cdot (9x - 1)$

b) $a^4 - 121b^2$ **1. b)** $(a^2 + 11b) \cdot (a^2 - 11b)$

c) $\frac{1}{4} - \frac{4}{9}y^2$ **1. c)** $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}y\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}y\right)$

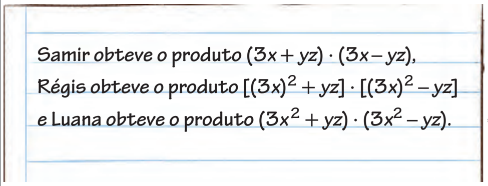
d) $-25 + d^4$ **1. d)** $(d^2 + 5) \cdot (d^2 - 5)$

e) $\frac{25}{16}x^4y^8 - \frac{1}{9}x^2y^6$

f) $49z^2y^2 - \frac{1}{64}$ **1. f)** $\left(7zy + \frac{1}{8}\right) \cdot \left(7zy - \frac{1}{8}\right)$

**1. e)** $\left(\frac{5}{4}x^2y^4 + \frac{1}{3}xy^3\right) \cdot \left(\frac{5}{4}x^2y^4 - \frac{1}{3}xy^3\right)$

**2.** Samir, Régis e Luana fizeram a fatoração do polinômio $9x^4 - y^2z^2$.

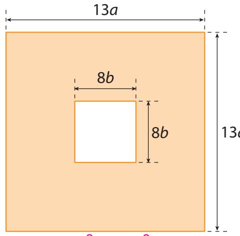



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

- Quem acertou? **2.** Luana

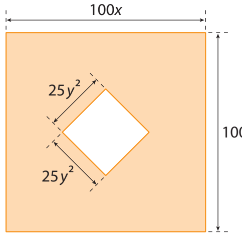
**3.** Escreva o polinômio que representa a medida da área da parte laranja de cada figura e fatore-o.

a)




**3. a)** $169a^2 - 64b^2 = (13a + 8b) \cdot (13a - 8b)$

b)




**3. b)** $10\,000x^2 - 625y^4 = (100x + 25y^2) \cdot (100x - 25y^2)$

**4.** Alessandra calcula mentalmente o produto de alguns números com a ajuda da forma fatorada da diferença de dois quadrados.

Para calcular, por exemplo, $73 \cdot 87$, ela faz:

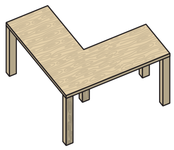
$73 \cdot 87 = (80 - 7) \cdot (80 + 7) = 80^2 - 7^2 =$
$= 6\,400 - 49 = 6\,351$

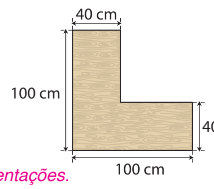
Faça como Alessandra e obtenha os produtos registrando os resultados no caderno.

a) $47 \cdot 53$ **4. a)** 2 491
b) $74 \cdot 66$ **4. b)** 4 884
c) $999 \cdot 1\,001$ **4. c)** 999 999
d) $62 \cdot 58$ **4. d)** 3 596

**5.** Beatriz queria uma mesa que tivesse um lado que medisse 40 cm de comprimento e o tampo medisse 6 400 cm² de área.

Querendo fazer-lhe uma surpresa, seu marido aproveitou algumas peças de madeira que tinha em casa e construiu esta mesa:






**5.** Respostas em *Orientações*.

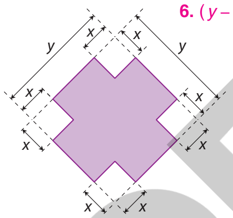
No entanto, Beatriz queria uma mesa de superfície retangular. Então, ela pediu ao marido que mudasse o formato do tampo.

a) O que ele deverá fazer para mudar o formato do tampo sem alterar a medida da área da mesa?

b) Use essa situação para explicar que: $100^2 - 60^2 = (100 + 60) \cdot (100 - 60)$

**6.** Escreva no caderno um polinômio na forma fatorada que represente a medida de área da figura.

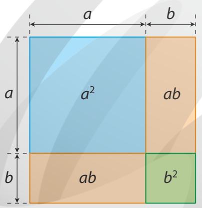
**6.** $(y - 2x) \cdot (y + 2x)$



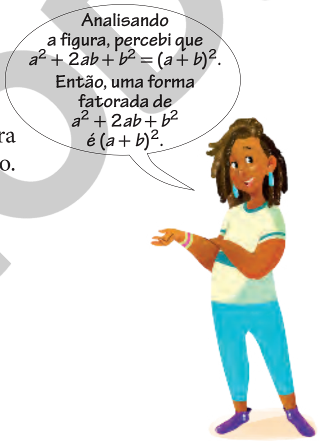

## Trinômio quadrado perfeito

### Trinômio quadrado perfeito $a^2 + 2ab + b^2$

O professor de Júlia pediu a ela que usasse um polinômio para representar algebricamente a medida da área $A$ do quadrado abaixo. Observe como ela fez.




$A = a^2 + 2ab + b^2$
ou
$A = (a + b)^2$




Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

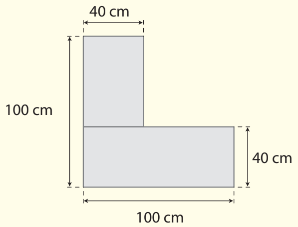
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

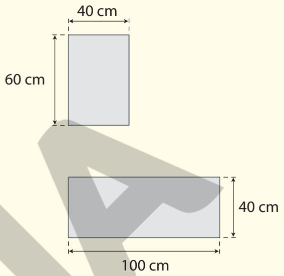
DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA



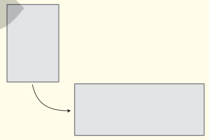
- Resolução da atividade **5**:

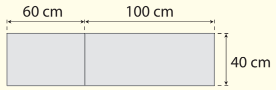
**a)** Podemos dividir a superfície da mesa e obter dois retângulos.

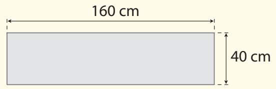



Feito isso, juntamos os dois retângulos para obter apenas um.






Dessa maneira, obtemos um retângulo com um dos lados medindo 40 cm de comprimento e medida de área igual a 6 400 cm².

**b)** Ao observar a primeira figura do item **a**, verificamos que a área do tampo pode ser expressa por $100^2 - 60^2$.

Ao mudar o formato do tampo, a medida de área de sua superfície pode ser expressa por:

$(100 + 60) \cdot (100 - 60)$

Levando em conta que houve apenas uma mudança no formato, sem alteração na área a ser medida, podemos escrever:

$100^2 - 60^2 = (100 + 60) \cdot (100 - 60)$

- Resolução da atividade **6**:

Caso seja necessário, reproduza a ilustração para que os estudantes identifiquem melhor o que se pede.

A medida da área da figura pode ser representada por:

$y^2 - 4x^2 = (y + 2x) \cdot (y - 2x)$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

• Para fatorar trinômios quadrados perfeitos, são necessários alguns cuidados. Por exemplo: dado $16 - 8x + x^2$, pode-se pensar em extrair a raiz quadrada dos quadrados, como segue:

$\sqrt{16} = 4$ e $\sqrt{x^2} = x$

Com isso: $16 - 8x + x^2 =$
$= (4 - x)^2$

O resultado está correto, porém o procedimento não.

A sentença $\sqrt{x^2} = x$ não é verdadeira para todo $x$ real.

Vamos supor $x$ real e negativo. Sabe-se que $x^2$ é não negativo e que, por definição, $\sqrt{x^2}$ também é não negativo; logo, $\sqrt{x^2} = x$ indica uma contradição.

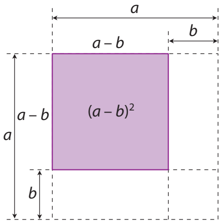
A sentença correta é $\sqrt{x^2} = |x|$.

Outro cuidado sobre extrair a raiz quadrada do primeiro e do terceiro termos é a necessidade de deixar claro que nem sempre os termos de um trinômio quadrado perfeito estão na ordem $a^2 + 2ab + b^2$. Assim, o mais importante é os estudantes reconhecerem cada termo do trinômio quadrado perfeito, independentemente da ordem em que apareçam.

## Trinômio quadrado perfeito $a^2 - 2ab + b^2$

A pedido do professor, Júlia também usou um polinômio para representar algebricamente a medida da área $A$ deste outro quadrado. Acompanhe como ela fez.



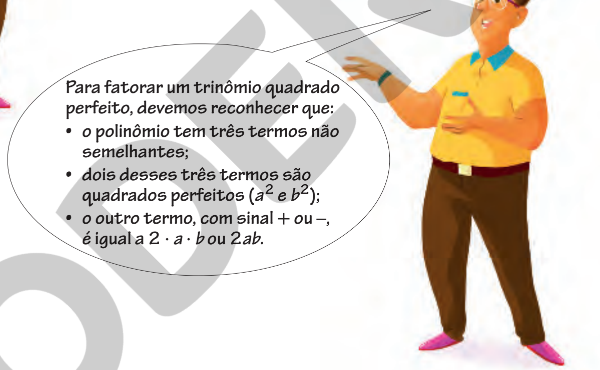



$A = a^2 - 2 \cdot b \cdot (a - b) - b^2 =$
$= a^2 - 2ab + 2b^2 - b^2 =$
$= a^2 - 2ab + b^2$
ou
$A = (a - b)^2$












**Exemplos**

- Vamos fatorar o polinômio $x^2 - 10x + 25$.
  Como $-10x = -2 \cdot x \cdot 5$ e $25 = 5^2$, escrevemos:
  $x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = (x - 5)^2$
  Portanto, $(x - 5)^2$ é uma forma fatorada do polinômio $x^2 - 10x + 25$.
- Vamos fatorar o polinômio $9x^2 + 6xy + y^2$.
  Como $9x^2 = (3x)^2$ e $6xy = 2 \cdot (3x) \cdot y$, escrevemos:
  $9x^2 + 6xy + y^2 = (3x)^2 + 2 \cdot (3x) \cdot y + y^2 = (3x + y)^2$
  Portanto, $(3x + y)^2$ é uma forma fatorada do polinômio $9x^2 + 6xy + y^2$.

2. a) $(x + 14)^2$ ou $(-x - 14)^2$
2. b) $(11x - 7)^2$ ou $(7 - 11x)^2$
2. c) $(x - 200)^2$ ou $(200 - x)^2$
2. d) $(-x + 20)^2$ ou $(x - 20)^2$
2. e) $(15x^4 - 11)^2$ ou $(11 - 15x^4)^2$
2. f) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ ou $\left(\frac{1}{2} - x\right)^2$
2. g) $(x^3 + 8)^2$ ou $(-x^3 - 8)^2$

## ATIVIDADES

**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

**1.** Escreva no caderno o polinômio cuja forma fatorada é apresentada abaixo.

a) $\left(\frac{3}{5} + x\right)^2$ **1. a)** $\frac{9}{25} + \frac{6}{5}x + x^2$

b) $\left(y + \sqrt{11}\right)^2$ **1. b)** $y^2 + 2\sqrt{11}\,y + 11$

c) $\left(-\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{3}y^2\right)^2$ **1. c)** $\frac{1}{4}x^6 - \frac{1}{3}x^3y^2 + \frac{1}{9}y^4$

d) $(ax^2 - b)^2$ **1. d)** $a^2x^4 - 2ax^2b + b^2$

**2.** Escreva uma forma fatorada de cada polinômio.

a) $x^2 + 28x + 196$

b) $121x^2 - 154x + 49$

c) $-400x + x^2 + 40\,000$

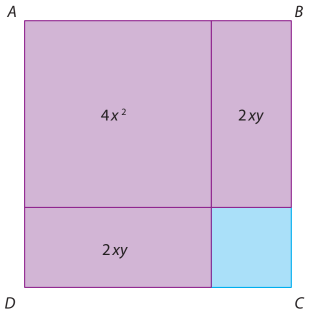
d) $400 - 40x + x^2$

e) $225x^8 + 121 - 330x^4$

f) $x^2 - x + \frac{1}{4}$

g) $64 + x^6 + 16x^3$

**3.** Observe o quadrado e faça o que se pede.






a) Escreva o polinômio que representa a medida da área do quadrado azul. **3. a)** $y^2$

b) Qual é a medida de comprimento do lado do quadrado *ABCD*? **3. b)** $2x + y$

**4.** Determine o valor numérico do polinômio $a^3b + 2a^2b^2 + ab^3$, sabendo que $ab = 20$ e $a + b = -7$. **4.** 980

**5.** Escreva uma forma fatorada do polinômio:

$$100a^2 - 100b^2$$

**5.** Exemplo de resposta: $100 \cdot (a + b) \cdot (a - b)$

**6.** Copie as afirmações verdadeiras no caderno.

a) Uma forma fatorada do polinômio $5x^2 - 5y^2$ é $5 \cdot (x + y) \cdot (x - y)$. **6.** alternativas **a** e **c**

b) $18x^3 + 60x^2y + 50xy^2$ pode ser escrito na forma de produto de quatro polinômios de grau maior ou igual a 1.

c) $3 \cdot (x - 1)^2$ é uma forma fatorada do polinômio $3x^2 - 6x + 3$.

d) $a^2 + x^2 + 2ax - 1$ é a forma fatorada do polinômio $ax + x^2$.

**7.** Fatore os polinômios.

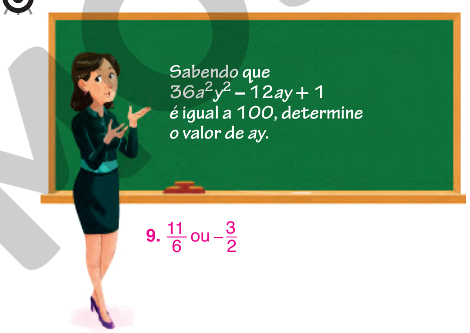
a) $2x^2 + 8x + 8$ **7. a)** $2(x + 2)^2$ ou $2(-x - 2)^2$

b) $\frac{x^2}{3} - 2x + 3$ **7. b)** $\frac{1}{3}(x - 3)^2$ ou $\frac{1}{3}(3 - x)^2$

**8.** Responda às questões no caderno.


**8.** Exemplo de resposta: polinômio $-4x^2 + 8$; binômio $y^3 - 3x^2$ ou $3x^2 - y^3$.

**9.** Resolva.




**9.** $\frac{11}{6}$ ou $-\frac{3}{2}$









• Nos exercícios de fatoração, os estudantes podem encontrar outra resposta além da indicada.

## Compreender um texto

### Objetivos

- Desenvolver a competência leitora.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA09 da BNCC.
- Possibilitar o desenvolvimento de aspectos dos temas contemporâneos transversais **Educação ambiental** e **Trabalho** das macroáreas **Meio Ambiente** e **Economia**, respectivamente.

### Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA09 pois possibilita que os estudantes apliquem os processos de fatoração de expressões algébricas para resolver problemas envolvendo equações polinomiais do 2º grau.

### Orientações

- Para ampliar o trabalho com o tema proposto, questione os estudantes a fim de identificar se eles já conheciam o sistema de agricultura familiar. Durante a conversa, incentive-os a comentar suas experiências com o assunto. Na sequência, converse com eles sobre os benefícios da agricultura familiar. Espera-se que eles percebam que, ao utilizarem métodos naturais de adubação e de combate às pragas, esses agricultores reduzem o uso de agrotóxicos e fertilizantes sintéticos. Além do impacto ambiental positivo, essas medidas proporcionam um produto de melhor qualidade ao consumidor final. Se necessário, explique que a produção orgânica resulta em alimentos mais saborosos e nutritivos que os convencionais.

## Compreender um texto

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

### Agricultura familiar

Você sabe o que é a agricultura familiar? O texto a seguir traz informações sobre esse sistema agrícola, suas características e benefícios.

***O que é agricultura familiar e qual é a sua importância?***


ADRIANO KIRIHARA/PULSAR IMAGENS

Trabalhadores rurais em plantação de beterraba em Brazlândia (DF), 2021.

[...] Para ser caracterizada como agricultura familiar, a produção deve utilizar mão de obra de sua própria família nas atividades econômicas e a propriedade não pode ser maior que quatro **módulos fiscais**. A direção do empreendimento agropecuário deve ser realizada por membros da família. Além disso, uma parte mínima da renda familiar precisa ser gerada pela propriedade rural. [...]

**Saiba mais**

**Módulo fiscal:** unidade de medida de área, em hectare, cujo valor é fixado pelo Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária (Incra). No Brasil, o módulo fiscal mede de 5 a 110 hectares, dependendo do município onde a propriedade está localizada.





**(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

## [...] *Como funciona a produção agrícola em família?*

O agricultor familiar tem uma relação muito próxima com a terra, com seu local de trabalho e moradia. A produção é equilibrada entre os alimentos destinados à subsistência da família e os vendidos ao mercado. [...]

[...] O manejo do solo costuma ser orgânico, com respeito ao ecossistema, reduzindo o impacto no meio ambiente. Isso porque as práticas mais tradicionais valorizam medidas naturais de adubação e combate a pragas.

Muitos agricultores familiares também se dedicam ao extrativismo vegetal, colhendo produtos nativos, para comercializar regionalmente e ampliar a sua fonte de renda.

## *Qual é a importância da agricultura familiar?*

Mais de 80% de todos os alimentos produzidos no mundo têm como origem propriedades familiares, segundo a Organização das Nações Unidas (ONU). Em reconhecimento a essa importância, a ONU decretou que a década entre 2019 e 2028 é dedicada à agricultura familiar e estabelece uma série de ações para fomentar a prática.

No Brasil, o Censo Agrícola do IBGE indica que a agricultura familiar é a base econômica de 90% dos municípios brasileiros com até 20 mil habitantes, com uma produção diversificada de grãos, proteínas animal e vegetal, frutas, verduras e legumes. [...]

O QUE é agricultura familiar e qual é a sua importância? *Estadão*, São Paulo, 25 out. 2021. Disponível em: https://summitagro.estadao.com.br/noticias-do-campo/o-que-e-agricultura-familiar-e-qual-e-a-sua-importancia/. Acesso em: 24 fev. 2022.



### ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** O que caracteriza a agricultura familiar?

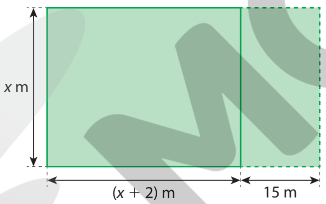
**1.** A direção e a produção devem ser realizadas por membros de uma família, a propriedade não pode medir mais que quatro módulos fiscais e uma parte mínima da renda familiar precisa ser gerada pela propriedade rural.

**2.** Como funciona esse sistema de agricultura?

**3.** De acordo com o texto, é possível afirmar que a agricultura familiar possui um papel central na produção de alimentos no mundo? Justifique. **3.** Sim, pois, entre os alimentos produzidos no mundo, mais de 80% têm como origem propriedades familiares.

**4.** Cláudia é agricultora familiar e planta mandioca em uma região retangular. Atualmente, sua produção de mandioca é de 1 437,5 kg. Ela deseja aumentar 15 m na medida do comprimento da região de plantio dessa cultura, conforme mostra a imagem.

**2.** O agricultor familiar tem uma relação muito próxima com a terra, com seu local de trabalho e moradia. A produção é equilibrada entre os alimentos destinados à subsistência da família e os vendidos ao mercado. Além disso, o manejo do solo costuma ser orgânico, com respeito ao ecossistema.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**4. a)** 920 m²

Sabendo que Cláudia colhe, em média, 2,5 kg de mandioca por metro quadrado de plantio, responda.

**a)** Após o aumento na medida do comprimento, quanto medirá a área da região de plantio?

**b)** Qual será a produção de mandioca após o aumento da região de plantio? **4. b)** 2 300 kg

109

- Durante a conversa com os estudantes, explique que a agricultura familiar empregava mais de 10 milhões de pessoas em setembro de 2017, o que corresponde a 67% do total de pessoas ocupadas na agropecuária, de acordo com o Censo Agropecuário de 2017.
- Caso algum estudante traga a informação de que a agricultura familiar é principal fonte geradora de renda em sua casa, valorize e incentive-o a compartilhar suas experiências. Esse tema contribui para o desenvolvimento dos Temas Contemporâneos Transversais **Trabalho** e **Educação Ambiental**, das macroáreas **Economia** e **Meio Ambiente**, respectivamente.
- A página da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa), criada pelo Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (Mapa), conta com um espaço dedicado à agricultura familiar, com soluções tecnológicas, vídeos, publicações e informações sobre as principais políticas públicas vigentes de apoio à agricultura familiar. Disponível em: https://www.embrapa.br/tema-agricultura-familiar. Acesso em: 12 jul. 2022.

- Caso os estudantes apresentem dificuldades na resolução da atividade **4**, oriente-os a determinar inicialmente a medida de área da região retangular em que Cláudia planta mandioca atualmente. Para isso, basta dividir a produção atual de mandioca pela quantidade média colhida por metro quadrado, ou seja: 1 437,5 : 2,5 = 575.

**a)** Considerando que a medida de área é igual a 575 m², temos:

$x \cdot (x + 2) = 575 \Rightarrow x^2 + 2x = 575 \Rightarrow x = 23$ ou $x = -25$ (não convém)

Assim, os lados da área retangular, antes do aumento de 15 m, medem 23 m e 25 m, pois $x = 23$ e $x + 2 = 23 + 2 = 25$.

Então, os comprimentos dos lados da nova região do terreno medem 23 m e 40 m, pois 25 m + 15 m = 40 m. Calculando a nova medida de área, $23 \cdot 40 = 920$, obtemos 920 m².

**b)** Calculando $2{,}5 \cdot 920$, obtemos 2 300, ou seja, com a nova região de plantio será possível colher 2 300 kg de mandioca.

## Estatística e Probabilidade

### Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF09MA23.

### Habilidade da BNCC

- Essa seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA23 porque propõe aos estudantes que planejem e executem uma pesquisa amostral envolvendo um tema da realidade social.

### Orientações

- Explore os tipos de amostras e, após a leitura da página, peça aos estudantes que deem mais exemplos de cada tipo. Relembre-os de que a amostra casual simples é aquela na qual os elementos da população são rotulados e a amostra é escolhida por meio de alguma espécie de sorteio. Já a amostra estratificada é aquela que é obtida por meio da seleção de indivíduos de cada estrato (subgrupo) de uma população. Por fim, a amostra sistemática é aquela cujos elementos da população, que se encontram ordenados, são retirados periodicamente.

# Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## Planejamento e execução de pesquisa amostral

Uma pesquisa estatística pode ser feita acessando toda a população (**pesquisa censitária**) ou uma parte dela (**pesquisa amostral**). Em geral, opta-se pelas pesquisas amostrais por razões econômicas e/ou pela impossibilidade de consultar toda a população.

Ao fazer uma pesquisa amostral, é importante que a amostra escolhida seja representativa da população que lhe dá origem. Analise algumas situações.

- O dono de uma fábrica deseja saber a qualidade das peças que produz. Para isso, precisa escolher uma amostra de algumas peças da produção diária ou semanal com o cuidado de alternar horários e as máquinas em que são produzidas.
- Um grupo de crianças será escolhido para testar a eficácia de uma nova vacina. Características como idade e sexo podem influenciar o resultado; por esse motivo, é preciso garantir que a amostra contenha meninos e meninas de diferentes idades.

AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

### Principais tipos de pesquisa amostral

#### Amostra casual simples

Neste tipo de seleção da amostra, os elementos da população são rotulados, recebendo um número por exemplo, e, por meio de um sorteio, os integrantes da amostra são selecionados para participar da pesquisa.

Exemplo: A professora enumera os estudantes da sala e sorteia 10 deles para responder a um questionário sobre preferências alimentares.

#### Amostra estratificada

Este tipo de amostra ocorre geralmente quando é possível dividir a população em subgrupos, chamados de estratos. A amostra é obtida por meio da seleção de elementos de cada subgrupo. Neste tipo de amostragem, é muito importante que a porcentagem de elementos de cada estrato seja igual.

Exemplo: Em um cinema, verifica-se que, de cada 1 000 frequentadores, 55% são homens e 45% são mulheres; para fazer uma pesquisa sobre a limpeza dos sanitários do cinema, o gerente selecionou 10% de cada subgrupo, ou seja, 55 homens e 45 mulheres para responder ao questionário.

#### Amostra sistemática

Em situações cujos elementos da população se apresentam ordenados, como os prédios de uma rua, as mercadorias de uma linha de produção, entre outros, a seleção da amostra é feita por meio da retirada periódica de um elemento da população, ou seja, a cada determinada quantidade, um elemento é retirado para análise.

Exemplo: Em uma fábrica de lanternas, a cada 500 peças produzidas, 1 é retirada para análise.





**(EF09MA23)** Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

1. b) Espera-se que os estudantes percebam que a amostra não é representativa, pois foi coletada em apenas um município, o que não pode representar a diversidade de opiniões existentes no país.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Uma pesquisa para avaliar a intenção de voto para eleger um presidente foi realizada com 150 pessoas em um município cuja população estimada é de 1 555 626 habitantes, em 2023.

**a)** Nessa pesquisa, qual deve ser a população estudada? **1. a)** eleitores brasileiros

**b)** A amostra selecionada é representativa desta população? Por quê?

**2.** Analise cada situação e classifique o tipo de amostra.

**a)** A cada 1 500 *chips* produzidos na fábrica XYZ, 1 vai para o teste de qualidade. **2. a)** amostra sistemática

**b)** No bairro Laranjeiras há 3 000 moradores, em que 60% são mulheres e 40% são homens. Uma pesquisa sobre saúde e bem-estar será aplicada com 180 mulheres e 120 homens desse bairro. **2. b)** amostra estratificada

**c)** Em um evento, cada convidado recebeu um número na entrada. No final do evento, foram sorteados 50 números para a entrega de um brinde. **2. c)** amostra casual simples


**3.** Reúna-se com alguns colegas para planejar e executar uma pesquisa amostral que envolva um tema da realidade social, identificando necessidades ou problemas enfrentados pela comunidade escolar.

**a)** Para o planejamento da pesquisa, respondam às questões a seguir. **3.** Respostas pessoais.

- Qual é o tema da pesquisa?
- Qual é a importância desse tema para a comunidade?
- O que se pretende concluir com os dados coletados na pesquisa?
- Como essa pesquisa pode ajudar a comunidade?
- Qual é o público-alvo?
- Como será feita a seleção da amostra?
- Os dados serão coletados por meio de entrevista ou questionário?
- Que perguntas serão feitas?

**b)** Após a execução da pesquisa, respondam às perguntas.

- Definam que tipo de gráficos serão construídos. Por que escolheram esses tipos de gráfico?
- O que é possível concluir por meio dos gráficos construídos?
- Qual é a média aritmética, a moda e a mediana desse conjunto de dados? O que é possível concluir com base nessas medidas?
- O propósito inicial desta pesquisa foi alcançado?

ILUSTRAÇÕES: AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA





- Na atividade **3**, os estudantes deverão mobilizar os conceitos estudados para planejar e executar uma pesquisa amostral. Oriente-os quanto à escolha do tema, à formulação das perguntas da pesquisa e ao modo segundo o qual devem organizar o relatório.
- Também é importante orientar os grupos quanto à população escolhida, para que a pesquisa amostral possa ser efetivamente realizada. Adeque a atividade conforme as necessidades e a realidade da turma e da comunidade escolar.
- Avalie os conhecimentos adquiridos pelos estudantes no que tange à escolha do tipo de gráfico mais adequado para representar determinado conjunto de dados e à escolha da medida de tendência central que melhor representa o conjunto de dados obtido pelo grupo.

## Trabalho em equipe

### Objetivos

- Aplicar, por meio de trabalhos em grupo, os conceitos estudados.
- Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 9 e 10, das competências específicas 7 e 8 e da habilidade EF09MA23 da BNCC.

### Orientações

- O trabalho proposto nesta seção tem o objetivo de gerar painéis ilustrados com dados estatísticos, apresentados sob a forma de gráficos e tabelas, tendo como tema a rede de transporte público de um município.
- A proposta desse trabalho favorece o desenvolvimento das competências gerais 9 e 10, das competências específicas 7 e 8 e da habilidade EF09MA23 da BNCC porque integra os estudantes e estimula o planejamento e a execução de pesquisa.
- Incentive os estudantes ao diálogo, respeito e cooperação na realização das tarefas, bem como à autonomia e resiliência na tomada de decisões em grupo.

## Trabalho em equipe

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Em diversos lugares, a rede de transportes públicos é usada diariamente pela maior parte da população. Milhões de pessoas se deslocam pelas cidades de ônibus, de trem e de metrô para trabalhar, estudar, se divertir etc. A qualidade e a eficiência do transporte público afetam diretamente a vida das pessoas. Nesta seção, você e os colegas de grupo vão pesquisar as condições do transporte público no município onde vivem.

### Pesquisa sobre o transporte público

**JUSTIFICATIVA**

O transporte público é um assunto muito importante para todos os cidadãos, já que interfere diretamente na vida de muita gente. Ao pesquisar questões relacionadas com o tema, teremos maior clareza sobre os problemas urbanos e suas soluções.

**OBJETIVO**

Realizar pesquisa estatística sobre a rede de transporte público do município, levantando dados sobre os tipos de transporte oferecidos, disponibilidade, organização no espaço geográfico, preços e estado de conservação.

**APRESENTAÇÃO**

Relatório escrito e exposição oral dos dados obtidos ao restante da classe com painéis ilustrados, contendo gráficos, tabelas estatísticas e legendas explicativas.

**QUESTÕES PARA PENSAR EM GRUPO**

- Quais são os meios de transporte mais usados no município onde vocês moram?
- Existe uma rede estruturada de transporte público no município onde vocês moram? Que órgão é responsável por ela?
- Quais são os principais problemas de transporte enfrentados pelos moradores do município (preço, insuficiência dos serviços, falta de manutenção dos veículos, trânsito ruim etc.)?
- Em um trabalho como esse, é possível abordar todas as questões que vocês consideram importantes? Se não, quais serão os pontos tratados?
- Que dados podem ajudá-los a abordar o tema de maneira resumida, mas completa?
- Como será feita a coleta de dados?
- Quais perguntas serão feitas nas entrevistas?
- Como os conhecimentos de gráficos e tabelas poderão ajudá-los a analisar e a expor, de modo organizado e eficiente, os dados da pesquisa?

**NÃO SE ESQUEÇAM**

- As prefeituras, ou os departamentos municipais de transporte, geralmente, mantêm estudos estatísticos sobre o assunto, deixando-os disponíveis à população.
- Escrevam as etapas necessárias para a realização da pesquisa.
- Elaborem um questionário para ser utilizado no dia das entrevistas.
- Para construir os gráficos, é possível utilizar planilhas eletrônicas.

CADU DE CASTRO/PULSAR IMAGENS

Barco de transporte de passageiros e carga no Rio Tocantins em Mocajuba (PA), 2020.

DANIEL CYMBALISTA/PULSAR IMAGENS

Pessoas embarcando em ônibus na cidade de Goiânia (GO), 2021.

DAVID FADUL/ SHUTTERSTOCK

Estação de metrô em Salvador (BA), 2021.



112

**(EF09MA23)** Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

**Competência geral 9:** Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

**Competência geral 10:** Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

**Competência específica 7:** Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

**Competência específica 8:** Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

# Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Desenvolva os seguintes produtos notáveis:

**a)** $(2x + 1)^2$ **1. a)** $4x^2 + 4x + 1$

**b)** $(2x - 1)^2$ **1. b)** $4x^2 - 4x + 1$

**c)** $(2x + 1) \cdot (2x - 1)$ **1. c)** $4x^2 - 1$

**d)** $(2x - 2)^2$ **1. d)** $4x^2 - 8x + 4$

**e)** $\left(2x + \frac{1}{2}\right)^2$ **1. e)** $4x^2 + 2x + \frac{1}{4}$

**f)** $(10 - x)^2$ **1. f)** $100 - 20x + x^2$

**g)** $(7 - x) \cdot (x - 7)$ **1. g)** $-x^2 + 14x - 49$

**h)** $\left(-\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}\right)$ **1. h)** $\frac{1}{9} - \frac{4}{9}x^2$

**2.** Considerando $x = 2a - 3$ e $y = 3a - 2$, determine:

**a)** $x^2 + y^2$ **2. a)** $13a^2 - 24a + 13$

**b)** $x^2 - y^2$ **2. b)** $-5a^2 + 5$

**c)** $(y - x)^2$ **2. c)** $a^2 + 2a + 1$

**d)** $[(x - y) + (x + y)]^2$ **2. d)** $16a^2 - 48a + 36$

**3.** Sabendo que $n$ é um número real, descubra seu valor nas sentenças algébricas abaixo.

**a)** $(x - n)^2 = x^2 - 16x + n^2$ **3. a)** 8

**b)** $(x^2 - n)^2 = x^4 - 2nx^2 + 36$ **3. b)** $-6$ ou 6

**c)** $(5x - 3)^2 = nx^2 - 30x + 9$ **3. c)** 25

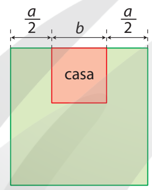
**d)** $(2n - x)^2 = 4 \cdot (5)^2 - 4 \cdot 5 \cdot x + x^2$ **3. d)** 5

**4.** Faça o que se pede.

**a)** Se $a = 2x - 1$, $b = x + 3$ e $c = 2x + 1$, determine o valor de $ac - b^2$. **4. a)** $3x^2 - 6x - 10$

**b)** Se $x = m + 6$ e $y = m - 6$, determine o valor de $x^2 - y^2 + xy$. **4. b)** $m^2 + 24m - 36$

**5.** Teresa comprou um terreno de formato quadrado para construir uma casa que ocupe uma área quadrangular, conforme mostra o esquema a seguir.

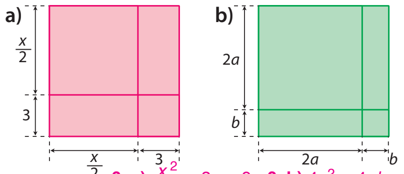



- Que expressão algébrica representa a medida da área do terreno:
  **a)** que será ocupada pela casa? **5. a)** $b^2$
  **b)** que não será ocupada pela casa?
  **5. b)** $(a + b)^2 - b^2$ ou $a^2 + 2ab$





**6.** Escreva um trinômio para representar a medida de área de cada figura.




**6. a)** $\frac{x^2}{4} + 3x + 9$ **6. b)** $4a^2 + 4ab + b^2$

**7.** Observe as figuras e calcule o que se pede.

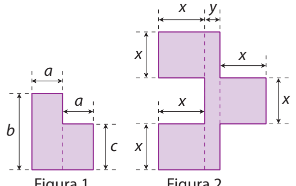


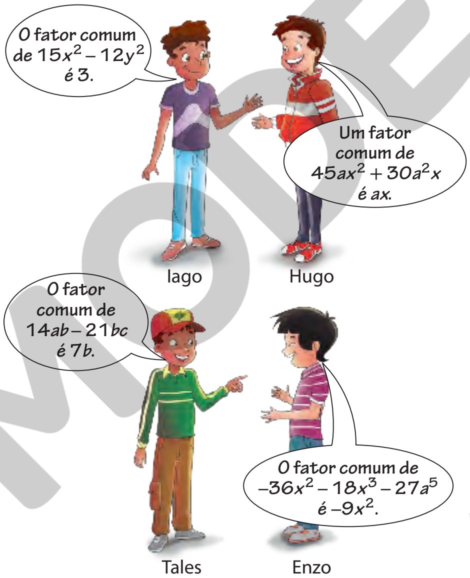

Figura 1 Figura 2

**7. a)** Figura 1: $a \cdot (b + c)$; figura 2: $3x \cdot (x + y)$

**a)** Escreva o produto de polinômios que representa a medida de área de cada figura.

**b)** Se $a = 2$, $b = 5$, $c = 3$, $x = 3$ e $y = 1$, que figura tem maior medida de área? **7. b)** Figura 2.

**8.** Indique os meninos que fizeram uma afirmação correta. **8.** Iago, Hugo e Tales.








**(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

## Atividades de revisão

### Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF09MA09.

### Habilidade da BNCC

- O desenvolvimento da habilidade EF09MA09 da BNCC é favorecido à medida que são propostas atividades para que os estudantes fatorem expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis.

### Orientações

- Durante a realização das atividades, procure identificar as principais dúvidas apresentadas e incentive os estudantes a compartilhar o modo como realizaram as atividades para que, aos poucos, possam ampliar o seu repertório de cálculo.
- Nos exercícios de fatoração, os estudantes podem encontrar outra resposta além da indicada.

• Para resolver a atividade **16**, os estudantes devem identificar as dimensões de cada retângulo roxo ($m$ e $n$); portanto, a medida de área de cada um pode ser expressa por $mn$.

A medida de área de toda a figura corresponde à medida de área de um quadrado cujo lado mede $(m + n)$ de comprimento. Então, temos:

$$\begin{cases} 2mn = 70 \\ (m+n)^2 = 144 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = 35 \\ m + n = 12 \end{cases}$$

Os números naturais que adicionados resultam em 12 e multiplicados resultam em 35 são 5 e 7. Como $m$ e $n$ são números naturais e $m > n$, temos: $m = 7$ e $n = 5$.

• Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com “sim”, “às vezes” ou “não”.

Eu...

... sei calcular o quadrado da soma e o quadrado da diferença de dois termos?

... sei calcular o produto da soma pela diferença de dois termos?

... sei compreender, geométrica e algebricamente, os principais casos de produtos notáveis?

... sei escrever um polinômio como um produto de dois ou mais polinômios?

... reconheço os casos de fatoração de expressões algébricas: fator comum em evidência, agrupamento, diferença de dois quadrados e trinômio quadrado perfeito?

... sei planejar e executar uma pesquisa amostral?

... consigo trabalhar em equipe?

... cuido do meu material escolar?

... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?

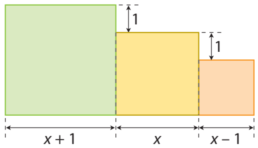
... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?

... realizo as tarefas propostas?

## Atividades de revisão

**14. a)** O número de quadradinhos da figura $n$ é $(n + 2)^2$, em que $4n$ corresponde ao número de quadradinhos brancos e $(n^2 + 4)$ corresponde ao número de quadradinhos azuis.

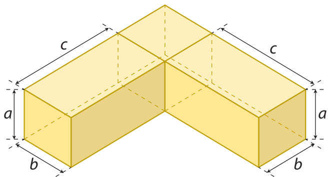
**9.** Marina desenhou um polígono cuja medida de área é igual à soma das medidas de áreas de três quadrados diferentes.




**a)** Qual é o binômio que representa a medida de área do polígono? **9. a)** $3x^2 + 2$

**b)** Se $x = 2$, qual é a razão entre a medida de área do quadrado maior e a do quadrado menor? **9. b)** 9

**10.** Observe a figura abaixo, formada por três blocos retangulares. **10.** $ab \cdot (2c + b)$




• Escreva uma forma fatorada de polinômio que representa a medida de volume da figura.

**11.** Observe os sólidos geométricos e faça o que se pede.

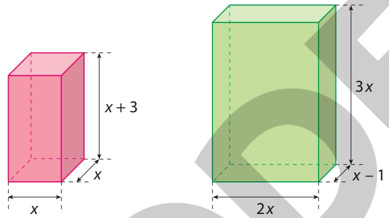



Figura 1 Figura 2

**a)** Represente com um polinômio a medida da área da superfície total de cada sólido geométrico. **11. a)** Figura 1: $6x^2 + 12x$; figura 2: $22x^2 - 10x$

**b)** Represente com uma expressão fatorada a medida de volume de cada sólido. **11. b)** Figura 1: $x^2 \cdot (x + 3)$; figura 2: $6x^2 \cdot (x - 1)$

**c)** Se $x = 2$, que sólido tem maior medida de volume? E se $x = 1{,}5$? **11. c)** Figura 2; figura 1

**12.** Responda às questões.

**a)** Se $(x - y) = 4$ e $(x + y) = 10$, qual é o valor da expressão $(x^2 - y^2)$? **12. a)** 40

**b)** Se $xy = 27$ e $(x - y) = 10$, qual é o valor da expressão $(x^2 + y^2)$? **12. b)** 154

**13.** Calcule os valores dos números naturais $x$ e $y$ considerando as informações abaixo.

**a)** $x^2 + y^2 = 113$ e $(x + y)^2 = 225$

**b)** $x^2 + y^2 = 104$ e $(x - y)^2 = 64$

**13. a)** $x = 7$ e $y = 8$ ou $x = 8$ e $y = 7$

**13. b)** $x = 10$ e $y = 2$ ou $x = 2$ e $y = 10$

**14.** Junte-se a um colega e observem a sequência de figuras determinada por certo padrão.

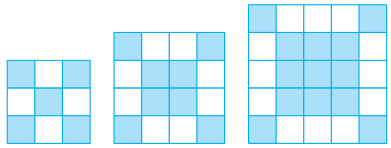


Figura 1 Figura 2 Figura 3

**a)** Qual é a lógica dessa sequência, isto é, qual é o padrão?

**b)** Qual é a quantidade de quadradinhos brancos da 5ª figura da sequência? **14. b)** 20

**15.** (PUC-SP) A expressão $(2a + b)^2 - (a - b)^2$ é igual a:

**a)** $3a^2 + 2b^2$

**b)** $3a(a + 2b)$

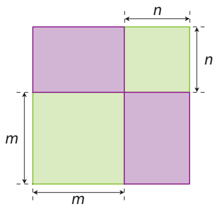
**c)** $4a^2 + 4ab + b^2$

**d)** $2ab(2a + b)$

**e)** $5a^2 + 2b^2 - ab$

**15.** alternativa **b**

**16.** Se a soma das medidas das áreas dos dois retângulos roxos da figura é igual a 70 cm² e a área de toda a figura mede 144 cm², quais são os valores de $m$ e de $n$, sabendo-se que $m$ e $n$ são números naturais e $m > n$? **16.** $m = 7$ e $n = 5$




**17.** (Fatec-SP) Sobre as sentenças:

**I.** $(M - N)^2 = M^2 - N^2$ para todo $M$ e $N$ inteiros.

**II.** Para todo número racional $A$ existe um número racional $B$ tal que $A \cdot B = 1$. **17.** alternativa **c**

É correto afirmar que:

**a)** somente a I é falsa.

**b)** somente a II é falsa.

**c)** ambas são falsas.

**d)** ambas são verdadeiras.

**e)** I é verdadeira se $M \cdot N = 0$ e II é verdadeira.

CAPÍTULO 5

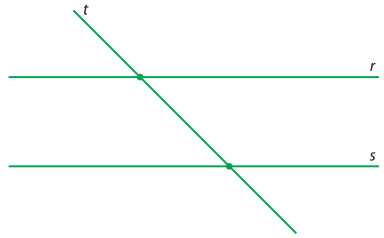
# Semelhança

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF09MA10
EF09MA12
EF09MA14
EF09MA22

## 1 Retomando alguns conceitos

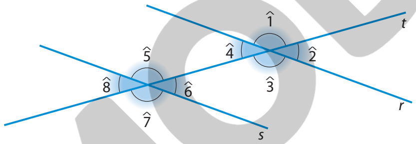
### Relações entre os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal

Observe as retas *r*, *s* e *t* abaixo.




Considerando que *r* e *s* são duas retas paralelas distintas em um mesmo plano e que *t* é uma reta concorrente a elas, dizemos que *t* é **transversal** a *r* e a *s*.

Duas retas paralelas cortadas por uma transversal formam oito ângulos. Alguns pares desses ângulos recebem nomes especiais, de acordo com a posição que ocupam. Observe a seguir as retas paralelas *r* e *s* cortadas pela reta transversal *t*.




- Ângulos **correspondentes**: $\hat{1}$ e $\hat{5}$; $\hat{2}$ e $\hat{6}$; $\hat{3}$ e $\hat{7}$; $\hat{4}$ e $\hat{8}$
- Ângulos **alternos** $\begin{cases} \text{internos: } \hat{3} \text{ e } \hat{5};\ \hat{4} \text{ e } \hat{6} \\ \text{externos: } \hat{1} \text{ e } \hat{7};\ \hat{2} \text{ e } \hat{8} \end{cases}$
- Ângulos **colaterais** $\begin{cases} \text{internos: } \hat{3} \text{ e } \hat{6};\ \hat{4} \text{ e } \hat{5} \\ \text{externos: } \hat{2} \text{ e } \hat{7};\ \hat{1} \text{ e } \hat{8} \end{cases}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**Para pensar**

Observe a foto. Entre os ângulos destacados nela, escreva no caderno quais são colaterais.


MARTIN LISHANSKI/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

Janelas com padrões losangulares em Sófia, Bulgária, 2019.

**Para pensar:** $\hat{a}$ e $\hat{f}$, $\hat{b}$ e $\hat{e}$, $\hat{d}$ e $\hat{g}$, $\hat{c}$ e $\hat{h}$



## Retomando alguns conceitos

### Objetivos

- Demonstrar as relações entre os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal.
- Retomar os conceitos de razão e proporção.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA10 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA10 porque serão demonstradas relações entre os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

### Orientações

- Inicie esse tópico representando no quadro duas retas paralelas cortadas por uma transversal e solicite aos estudantes que indiquem os ângulos correspondentes, os ângulos alternos e os ângulos colaterais.
- O boxe *Para pensar* contribui para a retomada dos conceitos explorados na página. Pergunte aos estudantes se eles já prestaram atenção nas construções localizadas na comunidade escolar e se observaram padrões e ângulos como os mostrados na imagem.

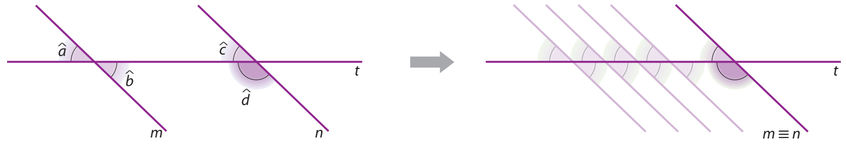
**(EF09MA10)** Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

• A congruência dos ângulos correspondentes é um dos teoremas da Geometria que podem ser demonstrados. Como essa demonstração é complexa para o Ensino Fundamental, oriente os estudantes a verificar sua validade experimentalmente. Essa verificação pode ser feita usando-se um *software* de Geometria dinâmica. Para isso, peça aos estudantes que construam (usando a ferramenta de traçar retas paralelas) duas retas paralelas cortadas por uma reta transversal, meçam (usando a ferramenta de medir ângulos) a abertura dos 8 ângulos formados e comparem as medidas das aberturas dos ângulos correspondentes. Oriente-os a movimentar os elementos móveis da figura para verificar que a congruência dos ângulos correspondentes se mantém, como explorado no boxe *Para pensar*.

• É demonstrada a propriedade de que dois ângulos alternos (internos ou externos) determinados por duas retas paralelas e uma transversal são congruentes. Na demonstração são aplicados os conhecimentos de que ângulos correspondentes são congruentes e que dois ângulos o.p.v. são congruentes. Se julgar necessário, retome esses conceitos com a turma.

**Para pensar**

Considere as retas paralelas *m* e *n* e a reta transversal *t*. Imagine que fosse possível deslizar a reta *m* pela transversal *t*, mantendo *m* paralela a *n*, até que *m* ficasse sobreposta a *n*.




**a)** O que aconteceria com os ângulos correspondentes $\hat{a}$ e $\hat{c}$? O que podemos concluir sobre as medidas de suas aberturas?

**b)** Como ficariam os ângulos alternos internos $\hat{b}$ e $\hat{c}$? O que podemos concluir sobre as medidas de suas aberturas?

**c)** Como ficariam os ângulos colaterais $\hat{b}$ e $\hat{d}$? Quanto mede, em grau, a soma de suas medidas de abertura?

**Para pensar: a)** Ficariam sobrepostos; são iguais; **b)** Ficariam opostos pelo vértice; são iguais; **c)** Seriam suplementares; 180°

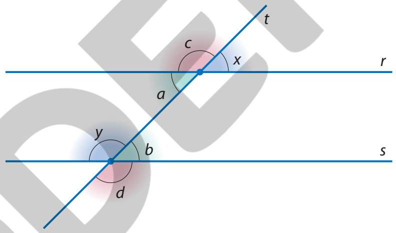
Valem sempre as seguintes relações:

Quando duas retas paralelas são cortadas por uma transversal:
- quaisquer dois ângulos correspondentes são congruentes;
- quaisquer dois ângulos alternos (internos ou externos) são congruentes;
- quaisquer dois ângulos colaterais (internos ou externos) são suplementares.

Vamos demonstrar as relações para dois ângulos alternos (internos ou externos) e dois ângulos colaterais (internos ou externos). Acompanhe a seguir.

**Demonstração da propriedade dos ângulos alternos**

Observe a figura a seguir, em que *r* e *s* são retas paralelas e *t*, transversal.




Considerando os ângulos alternos internos de medidas de abertura *a* e *b* e o ângulo cuja abertura mede *x*, deduzimos que:
- os ângulos de medidas de abertura *a* e *x* são o.p.v. (opostos pelo vértice); então, $a = x$ (I);
- os ângulos de medidas de abertura *b* e *x* são correspondentes; então, $b = x$ (II).

De I e II, podemos concluir que $a = b$.

Então, os ângulos alternos internos são congruentes.

Considerando agora os ângulos alternos externos de medidas de abertura *c* e *d* e o ângulo cuja abertura mede *y*, deduzimos que:
- os ângulos de medidas de abertura *c* e *y* são correspondentes; então, $c = y$ (III);
- os ângulos de medidas de abertura *d* e *y* são o.p.v.; então, $d = y$ (IV).

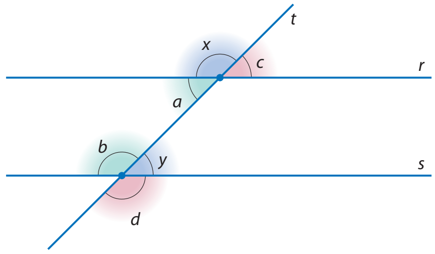
De III e IV, podemos concluir que $c = d$.

Então, os ângulos alternos externos também são congruentes.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

### Demonstração da propriedade dos ângulos colaterais

Observe a figura, em que *r* e *s* são retas paralelas e *t*, transversal.




Considerando os ângulos colaterais internos de medidas de abertura *a* e *b* e o ângulo cuja abertura mede *x*, temos que:

- os ângulos de medidas de abertura *a* e *x* são suplementares; então, $a + x = 180°$ (I);
- os ângulos de medidas de abertura *b* e *x* são correspondentes; então, $b = x$ (II).

De I e II, podemos concluir que $a + b = 180°$.

Então, os ângulos colaterais internos são suplementares.

Considerando agora os ângulos colaterais externos de medidas de abertura *c* e *d* e o ângulo cuja abertura mede *y*, concluímos que:

- os ângulos de medidas de abertura *c* e *y* são correspondentes; então, $c = y$ (III);
- os ângulos de medidas de abertura *d* e *y* são suplementares; então, $d + y = 180°$ (IV).

De III e IV, podemos concluir que $c + d = 180°$.

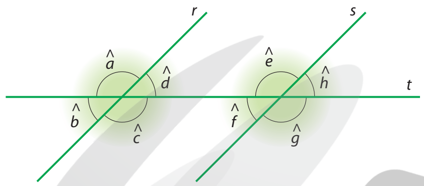
Então, os ângulos colaterais externos também são suplementares.

**1. a)** São colaterais externos e suplementares; são correspondentes e, portanto, congruentes.
**1. b)** Não; são colaterais internos e, portanto, suplementares.
**1. c)** Sim; são correspondentes e, portanto, são congruentes.

## ATIVIDADES

**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

**1.** Observe a figura abaixo.



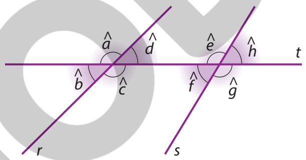

Agora, responda às questões, considerando que as retas *r* e *s* são paralelas e *t*, transversal.

**a)** Que relação existe entre os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{h}$? E entre os ângulos $\hat{c}$ e $\hat{g}$?

**b)** Os ângulos $\hat{d}$ e $\hat{e}$ são congruentes? Por quê?

**c)** Os ângulos $\hat{b}$ e $\hat{f}$ são congruentes? Por quê?

**2.** Observe a figura e responda à questão.




- Podemos afirmar que os pares de ângulos $\hat{a}$ e $\hat{g}$, $\hat{b}$ e $\hat{h}$, $\hat{c}$ e $\hat{e}$, $\hat{d}$ e $\hat{f}$ são congruentes? Por quê?

**2.** Não, porque *r* e *s* não são retas paralelas.

**3.** Desenhe no caderno duas retas paralelas cortadas por uma transversal. Em seguida:

**a)** identifique os pares de ângulos correspondentes; **3. a)** Resposta pessoal.

**b)** verifique, com um transferidor, se os ângulos correspondentes são congruentes. **3. b)** sim

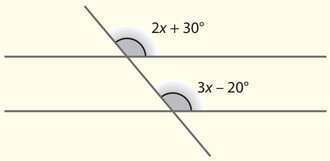
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA





- Nesta página é demonstrada a propriedade de que dois ângulos colaterais (internos ou externos) determinados por duas retas paralelas e uma transversal são suplementares. Na demonstração são aplicados os conhecimentos de que a soma das medidas de abertura de ângulos suplementares é 180° e que ângulos correspondentes são congruentes. Se achar oportuno, faça a demonstração no quadro com a participação dos estudantes.
- Na atividade **3**, observe e oriente os estudantes sobre a forma adequada e segura do uso dos instrumentos para desenho como régua, compasso, transferidor, de modo a preservar a segurança de todos.

- Oriente os estudantes a representar geometricamente, por meio de um esboço, as informações apresentadas nos itens da atividade **5**, de modo a facilitar a resolução. Por exemplo, no item **a**:




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Os ângulos correspondentes possuem a mesma medida de abertura; então: $3x - 20° = 2x + 30°$

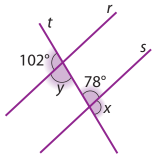
Resolvendo a equação, obtemos: $x = 50°$

- A partir da atividade **6**, os estudantes vão se deparar com representações geométricas diferentes das exploradas até o momento, envolvendo duas retas cortadas por uma transversal. Assim, eles deverão mobilizar os conceitos aprendidos para resolver os problemas propostos.
- Proponha aos estudantes que compartilhem suas estratégias de resolução promovendo, dessa forma, o diálogo e interação entre eles.

Lembre-se: Escreva no caderno!

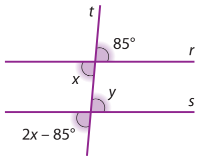
**4.** Encontre a medida de $x$ e de $y$ em cada caso, sendo $r \mathbin{//} s$.

**a)**



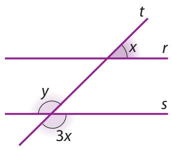

**4. a)** $x = 102°$; $y = 78°$

**b)**



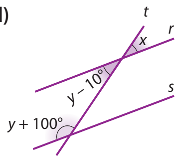

**4. b)** $x = 85°$; $y = 85°$

**c)**




**4. c)** $x = 45°$; $y = 135°$

**d)**




**4. d)** $x = 35°$; $y = 45°$

**5.** Reúna-se com um colega e resolvam os problemas propostos.

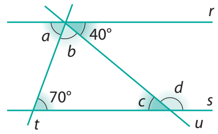
**a)** Duas retas paralelas cortadas por uma transversal formam um par de ângulos correspondentes cujas aberturas medem $2x + 30°$ e $3x - 20°$. Calcule a medida de $x$ nessas condições. **5. a)** 50°

**b)** Duas retas paralelas cortadas por uma transversal determinam dois ângulos alternos externos cujas medidas de abertura são $3x + 15°$ e $135°$. Quanto mede $x$? **5. b)** 40°

**c)** Duas retas paralelas cortadas por uma transversal determinam dois ângulos colaterais externos de medidas de abertura $8y + 40°$ e $5y + 10°$. Determine a medida de abertura de cada um desses ângulos. **5. c)** 120° e 60°

**d)** Agora, invente um problema que envolva ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal e peça a seu colega que o resolva. **5. d)** Resposta pessoal.

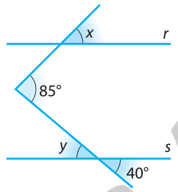
**6.** Na figura abaixo, $r$ e $s$ são retas paralelas. Calcule as medidas de $a$, $b$, $c$ e $d$.




**6.** $a = 70°$; $b = 70°$; $c = 40°$; $d = 140°$

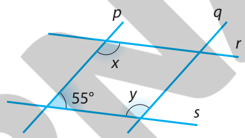
**7.** Determine as medidas $x$ e $y$, em grau, em cada caso. Considere $p \mathbin{//} q$ e $r \mathbin{//} s$.

**a)**



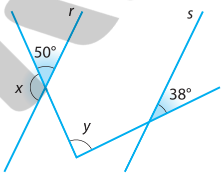

**7. a)** $x = 45°$; $y = 40°$

**b)**




**7. b)** $x = 125°$; $y = 125°$

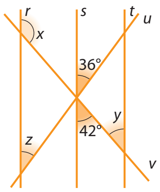
**c)**




**7. c)** $x = 130°$; $y = 88°$

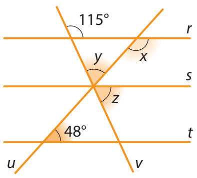
**8.** Sabendo que $r \mathbin{//} s \mathbin{//} t$, calcule as medidas de $x$, $y$ e $z$ em cada caso.

**a)**




**8. a)** $x = 138°$; $y = 42°$; $z = 36°$

**b)**




**8. b)** $x = 132°$; $y = 67°$; $z = 65°$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

## Razão e proporção

A palavra *razão* vem do latim *ratio* e significa “divisão”.

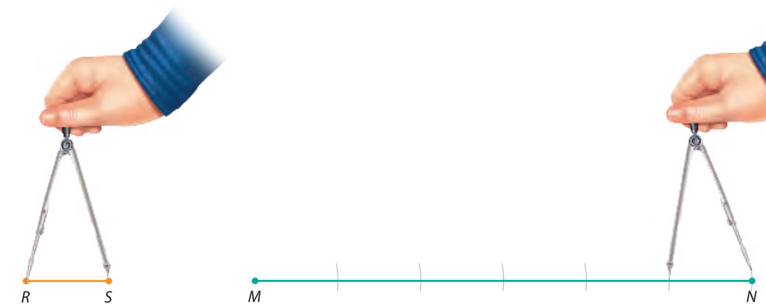
Quando comparamos duas quantidades ou medidas por meio de uma divisão, o quociente dessa divisão recebe o nome de **razão**.

A **razão** entre dois números, $a$ e $b$, com $b \neq 0$, nessa ordem, é dada por $\frac{a}{b}$.

Observe, por exemplo, os dois segmentos representados abaixo.


Podemos comparar a medida de comprimento desses segmentos usando um compasso.

Para isso, deixamos o compasso com abertura de medida de comprimento $RS$, como mostra a figura, e transportamos essa medida de comprimento sobre o segmento $\overline{MN}$ quantas vezes for possível. Acompanhe.

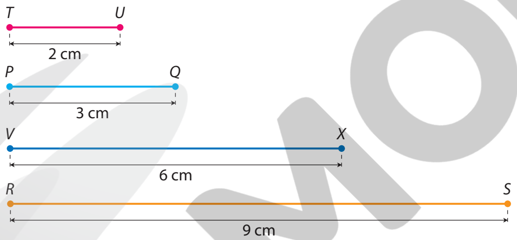



compasso com abertura $RS$

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Dessa maneira, constatamos que a medida de comprimento do segmento $\overline{MN}$ equivale a 6 vezes a medida de comprimento de $\overline{RS}$. Ou seja, $MN = 6 \cdot RS$. Assim, a razão entre as medidas de comprimento dos segmentos $\overline{MN}$ e $\overline{RS}$ é $\frac{MN}{RS} = 6$.

Observe agora os segmentos $\overline{TU}$, $\overline{PQ}$, $\overline{VX}$ e $\overline{RS}$.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Calculando a razão entre as medidas de comprimento dos segmentos $\overline{PQ}$ e $\overline{RS}$ e a razão entre as medidas de comprimento dos segmentos $\overline{TU}$ e $\overline{VX}$, todas em uma mesma unidade de medida (cm), temos: $\frac{PQ}{RS} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ e $\frac{TU}{VX} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, ou seja, $\frac{PQ}{RS} = \frac{TU}{VX}$.





- A intenção do tópico é retomar os conceitos de razão e proporção. A razão entre dois números $a$ e $b$, com $b \neq 0$, nessa ordem, é o quociente $\frac{a}{b}$.

Quatro números não nulos, $a$, $b$, $c$ e $d$, formam, nessa ordem, uma proporção quando $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Esses conceitos são fundamentais para o estudo de polígonos semelhantes.

- Para resolver a atividade **1**, usando uma régua para medir os segmentos (no livro do estudante), obtemos, em centímetro:

$AB = 6$
$CD = 3$
$EF = 1,5$
Então:

a) $\frac{AB}{CD} = \frac{6}{3} = 2$

b) $\frac{CD}{EF} = \frac{3}{1,5} = 2$

c) $\frac{AB}{EF} = \frac{6}{1,5} = 4$

d) $\frac{CD}{AB} = \frac{3}{6} = 0,5$

e) $\frac{EF}{CD} = \frac{1,5}{3} = 0,5$

f) $\frac{EF}{AB} = \frac{1,5}{6} = 0,25$

Logo, temos uma igualdade entre razões, ou uma **proporção** entre as medidas de comprimento dos segmentos, que estão em uma mesma unidade de medida.

Quatro números não nulos, *a*, *b*, *c* e *d*, formam, nessa ordem, uma proporção quando $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

**Observação**

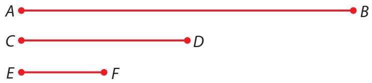
Uma proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ também pode ser representada por:
$a : b = c : d$ (lemos: "*a* está para *b*, assim como *c* está para *d*")

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Observe os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ e $\overline{EF}$ e faça o que se pede.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Use um compasso ou uma régua para determinar, em cada caso, a razão entre as medidas de comprimento dos segmentos:

**a)** $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ **1. a)** 2
**b)** $\overline{CD}$ e $\overline{EF}$ **1. b)** 2
**c)** $\overline{AB}$ e $\overline{EF}$ **1. c)** 4
**d)** $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$ **1. d)** 0,5
**e)** $\overline{EF}$ e $\overline{CD}$ **1. e)** 0,5
**f)** $\overline{EF}$ e $\overline{AB}$ **1. f)** 0,25

**2.** Responda às questões.

**a)** A razão entre certo número e 6 é 2. Qual é esse número? **2. a)** 12

**b)** A razão entre as medidas de comprimento dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ é igual a 3 : 7. Qual é a medida de comprimento de $\overline{AB}$, em milímetro, se $CD = 35$ cm? **2. b)** 150 mm

**3.** As medidas de comprimento dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ e $\overline{GH}$ formam, nessa ordem, uma proporção.

**a)** Qual é a medida de comprimento *EF* se $AB = 0,6$ m, $CD = 14$ cm e $GH = 210$ mm? **3. a)** 90 cm

**b)** Qual é a medida de comprimento *GH* se $AB = 15$ dm, $CD = 100$ cm e $EF = 1\,200$ mm? **3. b)** 80 cm

**4.** Augusto quer construir em seu sítio um campo de futebol com dimensões proporcionais às do campo da Arena Beira-Rio, porém medindo 30,6 m de largura.

Sabendo que o campo da Arena Beira-Rio mede 105 m de comprimento e 68 m de largura, qual deverá ser a medida de comprimento do campo de futebol no sítio de Augusto? **4.** 47,25 m


BUDA MENDES/GETTY IMAGES

Vista aérea da Arena Beira-Rio, Porto Alegre (RS), 2021.

**5.** Leia e faça o que se pede.

**a)** A soma de dois números é 48, e a razão entre eles é $\frac{5}{7}$. Determine esses números. **5. a)** 20 e 28

**b)** A diferença entre dois números é 200, e a razão entre eles é $\frac{5}{3}$. Calcule-os. **5. b)** 500 e 300

## 2 Figuras semelhantes

As quatro fotos mostram um trecho da Praia da Engenhoca, em Itacaré (BA). Observe.

Foto 1

Foto 2

Foto 3

Foto 4

FOTOS: LUCIANO QUEIROZ/PULSAR IMAGENS

Fotos da Praia da Engenhoca, Itacaré (BA), 2018.

Comparando as fotos, notamos que a foto 1 é uma ampliação da foto 2 ou que a foto 2 é uma redução da foto 1. Nesse caso, como somente o tamanho muda, dizemos que as imagens são **semelhantes**.

Já as fotos 3 e 4 não podem ser consideradas semelhantes entre si nem semelhantes às outras fotos, pois apresentam distorções. A foto 3, por exemplo, pode ser vista como a foto 1 "achatada" verticalmente. E a foto 4, como a foto 1 "alongada" verticalmente.

### Saiba mais

Hoje em dia, conseguimos ampliar, reduzir e reproduzir imagens facilmente com o auxílio de diversos recursos tecnológicos.

Mas você sabe como se fazia isso antigamente, antes do desenvolvimento dessas tecnologias?

As pessoas usavam um instrumento chamado pantógrafo, que é constituído de quatro réguas articuladas e fixadas umas às outras, conforme podemos observar na foto.

FERNANDO FAVORETTO/CRIAR IMAGEM

Pantógrafo sobre uma mesa.



## Figuras semelhantes

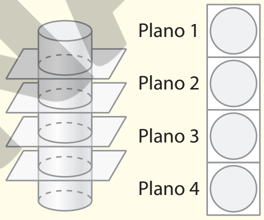
### Objetivo

- Desenvolver a noção de semelhança de figuras planas com base em ampliações e reduções.

### Orientações

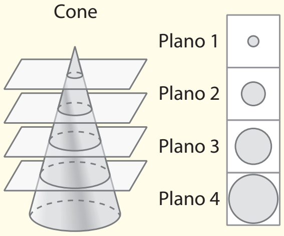
- É preciso deixar claro para os estudantes que semelhança não é sinônimo de congruência. Se considerarmos um cilindro e fizermos secções paralelas à base, obteremos círculos congruentes. No caso de um cone, as secções paralelas à base geram círculos semelhantes, não congruentes, já que, à medida que nos afastamos da base, as medidas de comprimento dos raios dos círculos vão diminuindo.

Cilindro




Todas as secções resultam em círculos congruentes.

Cone




Cada secção resulta em um círculo cuja medida de comprimento do raio difere da medida de comprimento do raio do círculo anterior.

- Explore a primeira frase do boxe *Saiba mais*, perguntando aos estudantes se conhecem algum recurso tecnológico capaz de auxiliar na ampliação, redução ou reprodução de imagens, como o retroprojetor e o projetor. Se julgar conveniente, peça aos estudantes que pesquisem mais informações sobre o pantógrafo e seu funcionamento.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Converse com a turma sobre outras aplicações do conceito de semelhança, como mapas, plantas baixas, maquetes de construções etc.
- Se julgar conveniente, proponha aos estudantes que façam ampliações e reduções de figuras usando papel quadriculado. Atividades como essa podem contribuir para que eles desenvolvam o conceito de semelhança.
- É importante que os estudantes compreendam que, quando reduzimos ou ampliamos proporcionalmente uma figura, as medidas de abertura dos ângulos correspondentes não são alteradas e as medidas de comprimento dos segmentos correspondentes são proporcionais.

Observe a seguir o procedimento que utilizamos para ampliar uma figura por meio de uma malha quadriculada.

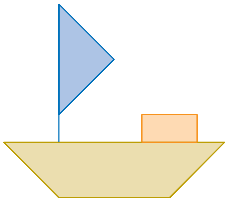


Figura original

**1º)** Desenhamos sobre a figura original uma malha quadriculada. Nesse caso, a malha tem quadradinho cujo lado mede 0,5 cm de comprimento.

**2º)** Aumentamos o quadradinho da malha na proporção desejada. Nesse caso, dobramos a medida de comprimento do lado do quadradinho.

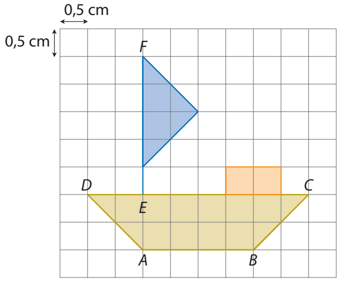



Figura 1 (figura original na malha)

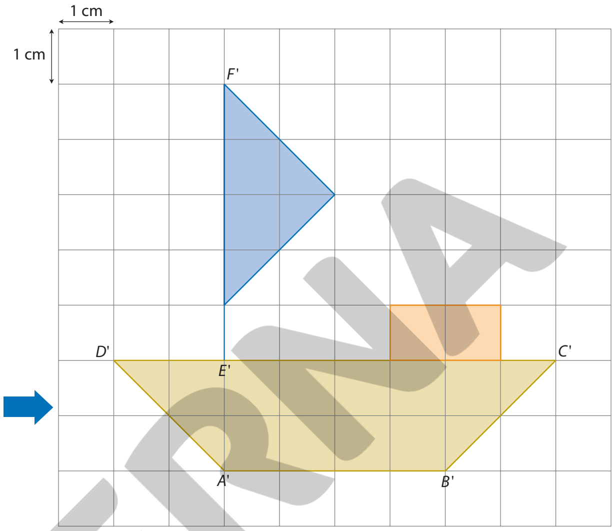



Figura 2 (ampliação da figura original)

Vamos verificar se as medidas de comprimento dos elementos da figura seguiram a mesma razão.

Na figura 1: $AB = 2$ cm, $CD = 4$ cm e $EF = 2{,}5$ cm.

Na figura 2: $A'B' = 4$ cm, $C'D' = 8$ cm e $E'F' = 5$ cm.

Calculando a razão entre as medidas de comprimento de alguns segmentos correspondentes, temos:

- $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{4}{2} = 2$
- $\dfrac{C'D'}{CD} = \dfrac{8}{4} = 2$
- $\dfrac{E'F'}{EF} = \dfrac{5}{2{,}5} = 2$

Logo, as medidas de comprimento desses segmentos correspondentes são proporcionais. Isso acontece com quaisquer segmentos correspondentes das figuras.

Assim, podemos afirmar que as medidas dos comprimentos da figura foram dobradas, bem como a medida de comprimento do lado de cada quadradinho da malha.

Observe que, na ampliação da figura original, seu formato não foi alterado. Também não seria alterado caso a reduzíssemos, como mostramos na figura 3. Nessa redução, a medida de comprimento do lado de cada quadradinho da malha foi dividida por 4. Consequentemente, as medidas dos comprimentos da figura original também foram divididas por 4.

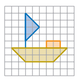


Figura 3 (redução da figura original)

Quando reduzimos ou ampliamos proporcionalmente uma figura, as medidas de abertura dos ângulos correspondentes não são alteradas e as medidas de comprimento de quaisquer segmentos correspondentes nas duas figuras são proporcionais. Nesse caso, dizemos que as figuras são **semelhantes**.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

# 3 Polígonos semelhantes

Podemos decompor a figura original do barquinho da página anterior e sua ampliação em polígonos: um triângulo, um retângulo e um trapézio.

Observe a medida de abertura de cada ângulo dos polígonos da figura original e da figura ampliada.

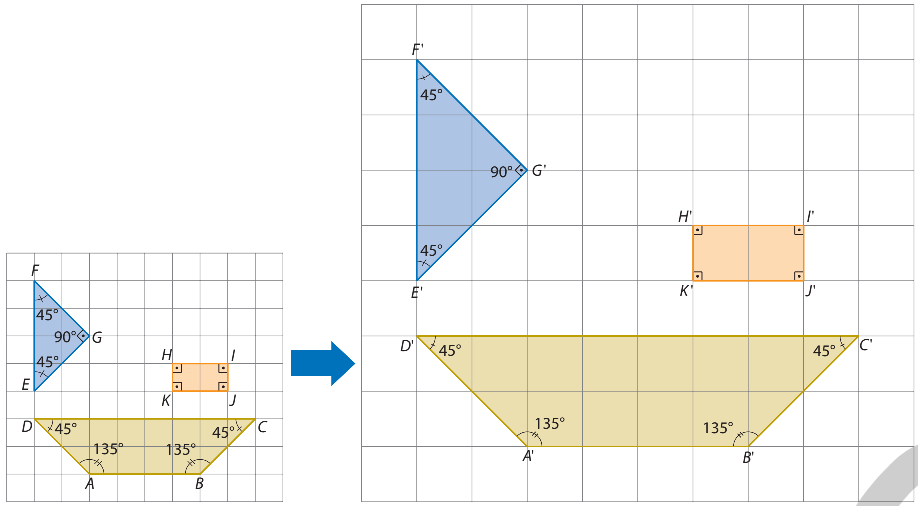



Figura original decomposta em malha quadriculada

Figura ampliada decomposta em malha quadriculada

Podemos observar que os ângulos correspondentes são congruentes.

- $\hat{A} \cong \hat{A}'$
- $\hat{B} \cong \hat{B}'$
- $\hat{C} \cong \hat{C}'$
- $\hat{D} \cong \hat{D}'$
- $\hat{E} \cong \hat{E}'$
- $\hat{F} \cong \hat{F}'$
- $\hat{G} \cong \hat{G}'$
- $\hat{H} \cong \hat{H}'$
- $\hat{I} \cong \hat{I}'$
- $\hat{J} \cong \hat{J}'$
- $\hat{K} \cong \hat{K}'$

Verificamos que as medidas de comprimento dos lados correspondentes são proporcionais.

- $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{C'D'}{CD} = \dfrac{D'A'}{DA} = 2$
- $\dfrac{E'F'}{EF} = \dfrac{F'G'}{FG} = \dfrac{G'E'}{GE} = 2$
- $\dfrac{H'I'}{HI} = \dfrac{I'J'}{IJ} = \dfrac{J'K'}{JK} = \dfrac{K'H'}{KH} = 2$

Chamamos **razão de semelhança**, ou **coeficiente de proporcionalidade**, a razão entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes. No exemplo da página anterior, a razão de semelhança é 2.

Observe que, se tivéssemos considerado a razão entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes dos polígonos *ABCD*, *EFG* e *HIJK* em relação aos polígonos *A'B'C'D'*, *E'F'G'* e *H'I'J'K'*, a razão de semelhança seria $\frac{1}{2}$.

**Polígonos semelhantes** são aqueles que têm as medidas de comprimento dos lados correspondentes proporcionais e os ângulos correspondentes congruentes.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



## Polígonos semelhantes

### Objetivos

- Reconhecer polígonos semelhantes.
- Analisar a razão entre as medidas dos perímetros de dois polígonos semelhantes e também a razão entre as medidas de áreas de dois polígonos semelhantes.

### Orientações

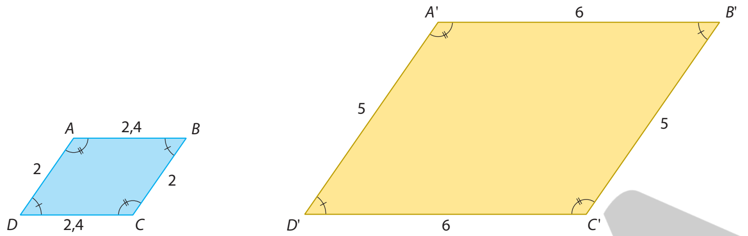
- Inicie o tópico solicitando aos estudantes que comparem dois polígonos semelhantes a fim de identificar os elementos variantes e invariantes, para que daí concluam que se dois polígonos são semelhantes, então os ângulos correspondentes são congruentes e as medidas de comprimento dos lados correspondentes são proporcionais. Outro aspecto importante é que, se apenas uma das condições estiver satisfeita, isso não garante a semelhança entre polígonos. Nesse caso, peça aos estudantes que apresentem exemplos de polígonos que satisfaçam uma condição, mas não a outra, para que percebam, portanto, que tais polígonos não são semelhantes.
- Se julgar conveniente, proponha aos estudantes que meçam, com um transferidor, a abertura dos ângulos correspondentes da figura original e de sua ampliação para que verifiquem experimentalmente que as medidas são as mesmas.

• Comente com os estudantes que o modo de representar que dois polígonos *ABCD* e *A'B'C'D'* são semelhantes (*ABCD* ~ *A'B'C'D'*) indica que o vértice *A* corresponde ao vértice *A'*, o vértice *B* ao vértice *B'* e assim por diante; ou seja, ao indicar uma semelhança de polígonos, não podemos escrever os vértices em qualquer ordem. Por exemplo, *ABCD* ~ *A'B'C'D'* não é equivalente a *ABCD* ~ *B'C'D'A'*, embora *A'B'C'D'* e *B'C'D'A'* indiquem o mesmo polígono.

Então, observando os polígonos representados na página anterior, podemos dizer que:

- o polígono *ABCD* e o polígono *A'B'C'D'* são semelhantes (indicamos por: *ABCD* ~ *A'B'C'D'*);
- o polígono *EFG* e o polígono *E'F'G'* são semelhantes (indicamos por: *EFG* ~ *E'F'G'*);
- o polígono *HIJK* e o polígono *H'I'J'K'* são semelhantes (indicamos por: *HIJK* ~ *H'I'J'K'*).

Vamos verificar se os paralelogramos *ABCD* e *A'B'C'D'*, representados abaixo, são semelhantes.




Os ângulos correspondentes são congruentes.

Calculamos as razões entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes:

- $\frac{AB}{A'B'} = \frac{2,4}{6} = 0,4$
- $\frac{BC}{B'C'} = \frac{2}{5} = 0,4$
- $\frac{CD}{C'D'} = \frac{2,4}{6} = 0,4$
- $\frac{DA}{D'A'} = \frac{2}{5} = 0,4$
- $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DA}{D'A'} = 0,4$

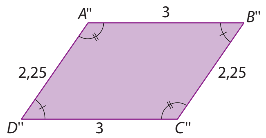
Lembre-se:
Escreva no caderno!

Então, a razão de semelhança é 0,4.

Logo, o paralelogramo *ABCD* é semelhante ao paralelogramo *A'B'C'D'*.

**Observação**

Os paralelogramos *ABCD* (acima) e *A''B''C''D''* (abaixo), embora tenham ângulos correspondentes congruentes, não são semelhantes.




Repare que as razões entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes desses polígonos não são iguais.

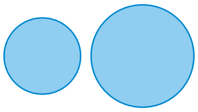
- $\frac{AB}{A''B''} = \frac{2,4}{3} = \frac{8}{10}$
- $\frac{CD}{C''D''} = \frac{2,4}{3} = \frac{8}{10}$
- $\frac{BC}{B''C''} = \frac{2}{2,25} = \frac{8}{9}$
- $\frac{DA}{D''A''} = \frac{2}{2,25} = \frac{8}{9}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Observe as figuras desenhadas por Flávia e por Alexandre.



Flávia

Alexandre

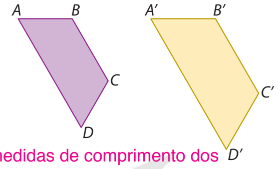
**1. a)** Flávia e Alexandre

a) Quem desenhou figuras semelhantes?

b) Quem desenhou figuras que, além de semelhantes, são congruentes? **1. b)** Alexandre

**2.** Em uma folha de papel quadriculado, desenhe um polígono qualquer. Depois, desenhe um polígono semelhante a esse, ampliando-o ou reduzindo-o. **2.** Desenho pessoal.

**3.** Considere as figuras semelhantes e faça o que se pede. **3. a)** Os ângulos correspondentes são congruentes.

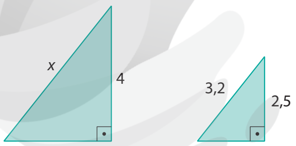



**3. b)** As medidas de comprimento dos lados correspondentes são proporcionais.

a) Com um transferidor, meça as aberturas dos ângulos correspondentes e compare-as. Há alguma relação entre elas?

b) Com uma régua, meça o comprimento dos lados correspondentes e compare-os. Há alguma relação entre eles?

**4.** Determine a medida de comprimento *x* sabendo que os triângulos são semelhantes. **4.** 5,12




**5.** A maquete de um prédio mede 80 cm de altura e é semelhante ao futuro edifício, que medirá 50 m de altura.

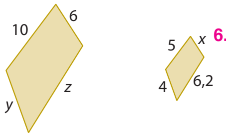
a) Quanto medirá a altura de um andar que, na maquete, mede 4 cm? **5. a)** 2,5 m

b) Qual é, na maquete, a medida da altura de uma porta que, no prédio, medirá 2 m? **5. b)** 3,2 cm

c) Qual é a razão de semelhança entre a maquete e o prédio? **5. c)** 0,016

**6.** Em cada caso, calcule a medida do perímetro dos polígonos semelhantes.

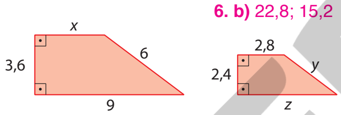
a)




**6. a)** 36,4; 18,2

b)

**6. b)** 22,8; 15,2




**7.** Com base nos dados da atividade anterior, determine a razão entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes e entre as medidas dos perímetros das figuras. O que você observa? **7.** Resposta em *Orientações*.

**8.** Dois polígonos têm medidas de perímetro igual a 12 cm e 20 cm, e todos os respectivos ângulos internos são congruentes.

a) Podemos afirmar que dois polígonos que satisfazem essas condições sempre são semelhantes?

b) Dê um exemplo de dois polígonos que tenham essas características e sejam semelhantes.

c) Dê um exemplo de dois polígonos com essas características que não sejam semelhantes.

d) Que condição adicional é necessário impor para que os dois polígonos sejam semelhantes?

**8.** Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

**9.** Uma figura *A* é semelhante à outra figura, *A'*, com razão de semelhança 2. *A'* é semelhante à outra figura, *A''*, com razão de semelhança 3.

a) As figuras *A* e *A''* são semelhantes? **9. a)** sim

b) Se *A* e *A''* são semelhantes, qual é a razão de semelhança entre *A* e *A''*? **9. b)** 6

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA







- Na atividade **2**, espera-se que os estudantes descubram uma maneira própria de fazer a ampliação ou a redução da figura que desenharem. Oriente-os a usar de forma adequada e segura os instrumentos de desenho.
- Na atividade **7**, ao calcular a razões entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes e entre as medidas de perímetro, os estudantes vão observar que elas são iguais.

**a)** razão: 2

**b)** razão: 1,5

- Na resolução do item **a** da atividade **8**, espera-se que os estudantes percebam que os dados são insuficientes para concluir que os polígonos são semelhantes; e para que isso ocorra é necessário impor a condição, como solicitado no item **d**, de que as medidas de comprimento dos lados correspondentes dos polígonos sejam proporcionais.

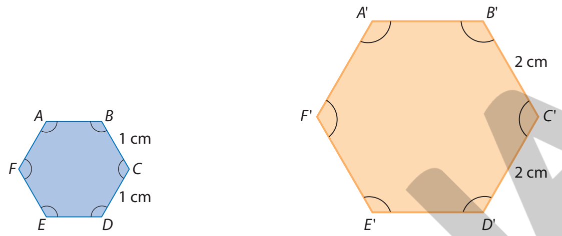
- O estudo das propriedades associadas às medidas de áreas e de perímetros de figuras semelhantes amplia as noções de proporcionalidade e permite a resolução de problemas mais complexos, que exigem uma análise mais profunda.
- Antes de formalizar essas propriedades, proponha aos estudantes que construam, com o auxílio de um *software* de Geometria dinâmica, diversos polígonos semelhantes, depois, que determinem a medida do perímetro de cada um e que calculem a razão entre as medidas de seus perímetros. Espera-se com isso que eles verifiquem que o número obtido é igual à razão entre as medidas de comprimento de dois lados correspondentes. Analogamente, os estudantes podem conjecturar que a razão entre as medidas de áreas de polígonos semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança entre eles.

## Propriedades de polígonos semelhantes

Considerando dois polígonos semelhantes, vamos estabelecer a razão entre as medidas de seus perímetros e entre as medidas de suas áreas.

### Razão entre medidas de perímetros

Observe os hexágonos regulares representados a seguir.




Esses hexágonos são semelhantes, e a razão de semelhança entre $ABCDEF$ e $A'B'C'D'E'F'$ é $\frac{1}{2}$.

Calculando a medida do perímetro de cada polígono, temos:

- medida do perímetro do hexágono $ABCDEF$: $6 \cdot (1 \text{ cm}) = 6 \text{ cm}$
- medida do perímetro do hexágono $A'B'C'D'E'F'$: $6 \cdot (2 \text{ cm}) = 12 \text{ cm}$

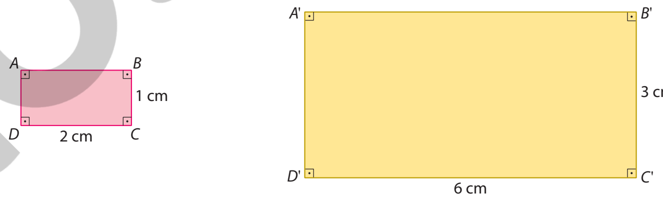
Assim, a razão entre as medidas dos perímetros é dada por: $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

Observe que a razão entre as medidas dos perímetros dos dois hexágonos é igual à razão de semelhança entre os hexágonos. Essa relação vale para quaisquer polígonos semelhantes.

Se dois polígonos semelhantes tiverem razão de semelhança *r*, a razão entre as medidas de seus perímetros também será *r*.

### Razão entre medidas de áreas

Observe os retângulos a seguir.




Esses retângulos são semelhantes, e a razão de semelhança entre $ABCD$ e $A'B'C'D'$ é $\frac{1}{3}$.

Calculando a medida da área de cada retângulo, temos:

- medida da área do retângulo $ABCD$: $(2 \cdot 1) \text{ cm}^2 = 2 \text{ cm}^2$
- medida da área do retângulo $A'B'C'D'$: $(6 \cdot 3) \text{ cm}^2 = 18 \text{ cm}^2$

A razão entre as medidas das áreas dos dois retângulos é: $\frac{2}{18} = \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Observe que a razão entre as medidas das áreas não se mantém, mas a medida obtida é igual ao quadrado da razão de semelhança entre os polígonos. Essa relação vale para quaisquer polígonos semelhantes.

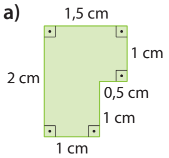
Se dois polígonos semelhantes tiverem razão de semelhança $r$, a razão entre as medidas de suas áreas será $r^2$.

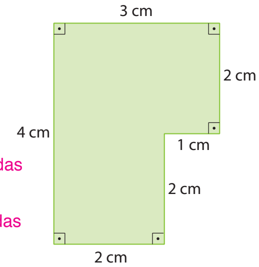
## ATIVIDADES

**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

**1.** Em cada item, determine a razão entre a medida do perímetro da primeira figura e a da segunda e entre a medida da área da primeira figura e a da segunda, caso elas sejam semelhantes.

**a)**

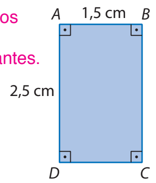


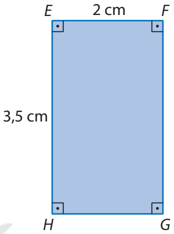




**1. a)** razão entre as medidas dos perímetros: $\frac{1}{2}$ razão entre as medidas das áreas: $\frac{1}{4}$

**b)**

**1. b)** Os retângulos não são semelhantes.



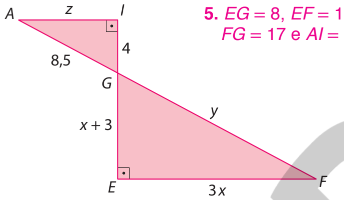




**2.** Sabendo que a razão entre as medidas dos perímetros de dois pentágonos regulares é $\frac{3}{4}$, determine a razão entre suas medidas de áreas. **2.** $\frac{9}{16}$

**3.** Os quadriláteros *A* e *B* são semelhantes; o lado menor do quadrilátero *A* mede 4 cm de comprimento e o lado menor do quadrilátero *B*, 6 cm. Determine a razão entre as medidas das áreas de *A* e de *B*. **3.** $\frac{4}{9}$

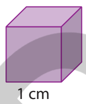
**4.** A base de um retângulo *ABCD* mede 5 cm de comprimento. Sabendo que a razão entre a medida do perímetro desse retângulo e a do retângulo *MNPQ* é 4, determine a medida de comprimento da base de *MNPQ*. **4.** $\frac{5}{4}$ cm

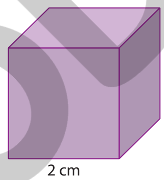
**5.** Determine as medidas de comprimento dos lados de cada triângulo, sabendo que os triângulos *AIG* e *FEG* são semelhantes e que a razão entre as medidas de suas áreas é $\frac{1}{4}$.




**5.** $EG = 8$, $EF = 15$, $FG = 17$ e $AI = 7{,}5$

**6.** Observe os cubos representados e faça o que se pede.




Determine: **6. a)** 1 cm$^3$ e 8 cm$^3$

**a)** a medida do volume de cada um;

**b)** a razão entre as medidas de comprimento das arestas do cubo menor e as das arestas do cubo maior; **6. b)** $\frac{1}{2}$

**c)** a razão entre a medida da área de uma das faces do cubo menor e a medida da área de uma das faces do cubo maior; **6. c)** $\frac{1}{4}$

**d)** a razão entre a medida do volume do cubo menor e a do volume do cubo maior. **6. d)** $\frac{1}{8}$

**e)** Escreva uma conclusão relacionando os resultados. **6. e)** $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ e $\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$









- Nas atividades, os estudantes deverão aplicar as propriedades dos polígonos semelhantes. Aproveite o momento para tirar as dúvidas e avaliar o aprendizado deles. Se achar conveniente, proponha que realizem as atividades em duplas.

127

## Triângulos semelhantes

### Objetivos

- Reconhecer triângulos semelhantes de acordo com cada caso de semelhança.
- Resolver problemas aplicando a semelhança de triângulos.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA12 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

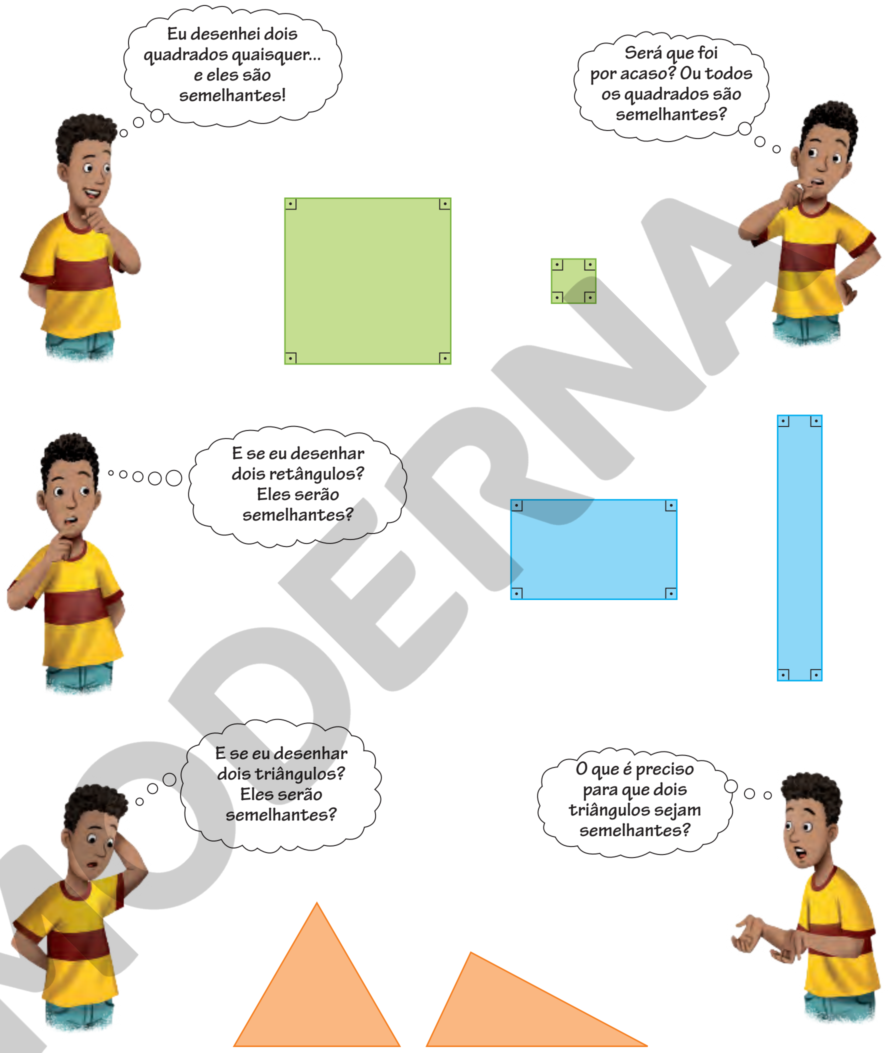
- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA12 porque, à medida que estudam os casos de semelhança, os estudantes reconhecem as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes, facilitando a resolução de variados problemas.

### Orientações

- Dando continuidade ao estudo, apresentam-se as primeiras ideias de semelhança de triângulos. O objetivo nesse primeiro momento é que os estudantes percebam que, pela definição de semelhança de triângulos, é necessário que sejam obedecidas seis condições: três congruências e três proporcionalidades. Porém, escolhendo adequadamente algumas dessas seis condições, percebemos que, se elas forem obedecidas, as outras também o serão. Qualquer conjunto formado por uma quantidade mínima de condições capazes de garantir a semelhança de dois triângulos é chamado de caso de semelhança.
- Ao explorar esta página, espera-se que os estudantes concluam que os quadrados são semelhantes e que, para os retângulos, basta analisar a proporcionalidade das medidas de comprimento dos lados correspondentes.
- Sem propor aos estudantes que realizem quaisquer medidas, pergunte a eles se os triângulos representados nessa página são ou não semelhantes. Espera-se que percebam que não, pois têm formatos diferentes. Caso perceba que eles não estão convencidos, sugira que meçam a abertura dos ângulos de cada um com um transferidor.

## 4 Triângulos semelhantes

Ronaldo estava pensando sobre a semelhança de polígonos.




ILUSTRAÇÕES: AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

Já vimos que dois polígonos são semelhantes se, e somente se, os ângulos correspondentes forem congruentes e as medidas de comprimento dos lados correspondentes forem proporcionais.

Para verificar a semelhança de triângulos, será que é necessário analisar as medidas de abertura de todos os ângulos e as medidas de comprimento de todos os lados?

Veremos que não.







**(EF09MA12)** Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

## Casos de semelhança de triângulos

Nem sempre é necessário conhecer a medida de comprimento de todos os lados e a de abertura de todos os ângulos de dois triângulos para verificar se eles são semelhantes. Vamos estudar três casos em que isso acontece. Porém, antes vamos fazer algumas atividades para verificar algumas semelhanças.

**Para resolver** **Para resolver:** Respostas em *Orientações*.

Atenção! Cuidado ao usar o compasso.

**a)** Com régua e transferidor, construa no caderno um triângulo com dois dos ângulos com medidas de abertura iguais a 45° e 90°. Qual será a medida de abertura do terceiro ângulo do triângulo?

Compare as medidas de comprimento dos lados e as de abertura dos ângulos do seu triângulo com as medidas do triângulo de um colega. Esses triângulos são semelhantes?

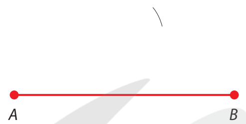
**b)** Construa no caderno dois triângulos, um deles com ângulo cuja abertura mede 30°, formado por dois lados cujas medidas de comprimento são 8 cm e 10 cm, e o outro formado por dois lados de medidas 4 cm e 5 cm de comprimento e um ângulo com medida de abertura igual a 30º.

Usando régua e transferidor, meça a abertura dos ângulos e o comprimento dos dois triângulos. O que você observou? Esses triângulos são semelhantes?

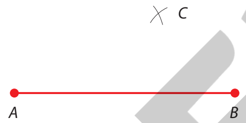
**c)** Analise como Pedro construiu, usando régua e compasso, um triângulo cujos lados medem 2 cm, 3 cm e 4 cm de comprimento.

1º) Primeiro, tracei o segmento $\overline{AB}$ com medida de comprimento igual a 4 cm.

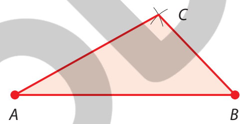

2º) Depois, com o compasso com abertura medindo 3 cm de comprimento, centrei a ponta-seca em *A* e tracei um arco.




3º) Em seguida, com a abertura do compasso medindo 2 cm de comprimento, centrei a ponta-seca em *B* e tracei um arco.



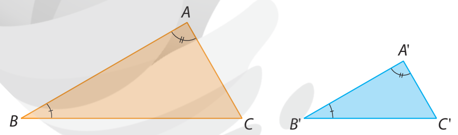

4º) Por último, tracei os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$, construindo o triângulo *ABC*.




Agora, construa um triângulo com lados de medidas 4 cm, 6 cm e 8 cm de comprimento. Meça as aberturas dos ângulos do triângulo que Pedro desenhou e compare essas medidas com as dos ângulos do seu triângulo. O que você observou? Esses triângulos são semelhantes?

### Caso ângulo-ângulo (AA)

Se dois triângulos têm dois ângulos correspondentes congruentes, então esses triângulos são semelhantes.




Se:

- $C\hat{A}B \cong C'\hat{A'}B'$
- $A\hat{B}C \cong A'\hat{B'}C'$

Então: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA







- Esse é um momento de investigação. A sistematização do conceito é facilitada quando os estudantes podem, por meio de um experimento, conjecturar e verificar resultados, como proposto no boxe *Para resolver.*

Para resolver o item **a**, os estudantes devem concluir que $90° + 45° + x = 180°$ e que $x = 45°$; logo, o terceiro ângulo mede 45° e os triângulos são semelhantes.

Tanto no item **b** quanto no item **c**, espera-se que os estudantes percebam que os ângulos correspondentes têm a mesma medida de abertura e que as medidas de comprimento dos lados correspondentes são proporcionais. Logo, concluam que, sim, são semelhantes.

Se julgar necessário, trabalhe outros exemplos, como:

**1)** Dois triângulos com ângulos cujas aberturas medem 30° e 70°.

**2)** Dois triângulos, um deles com ângulo de medida de abertura 40°, formado por dois lados de medidas 3,5 cm e 4 cm de comprimento, e o outro com o mesmo ângulo de medida de abertura igual a 40°, formado por dois lados de medidas 7 cm e 8 cm de comprimento.

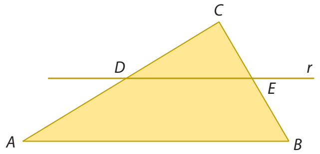
**3)** Dois triângulos, um com lados de medidas 3 cm, 4 cm e 5 cm de comprimento e outro com lados de medidas 6 cm, 8 cm e 10 cm de comprimento.

- Ao indicar uma semelhança de triângulos por $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, estamos afirmando que os vértices $A$, $B$ e $C$ são, respectivamente, os correspondentes dos vértices $A'$, $B'$ e $C'$.
- No boxe *Para pensar*, os triângulos $ABC$ e $DEC$ são semelhantes, pois:
- $A\hat{C}B \cong D\hat{C}E$ (ângulo comum aos dois triângulos)
- $B\hat{A}C \cong E\hat{D}C$ (ângulos correspondentes determinados por retas paralelas cortadas por uma transversal)
- Então, pelo caso AA: $\triangle ABC \sim \triangle DEC$
- Ao apresentar o caso LAL de semelhança de triângulos, é importante mostrar aos estudantes exemplos de pares de triângulos não semelhantes que têm dois pares de lados de medidas de comprimento proporcionais e um par de ângulos congruentes. A ideia é que eles percebam que, para que os triângulos sejam semelhantes, os ângulos correspondentes congruentes devem ser os ângulos formados pelos lados com medidas de comprimento proporcionais, ou seja, não vale o critério lado-lado-ângulo.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

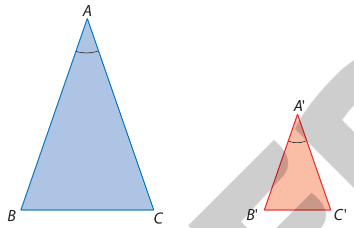
**Para pensar**

Consideremos $r$ uma reta paralela ao lado $\overline{AB}$ do triângulo $ABC$ (abaixo), que determina nos lados $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$ os pontos $E$ e $D$, respectivamente. Os triângulos $ABC$ e $DEC$ são semelhantes? Por quê? **Para pensar:** Respostas em *Orientações*.




## Caso lado-ângulo-lado (LAL)

Se dois triângulos têm dois pares de lados correspondentes com medidas de comprimento proporcionais e os ângulos compreendidos por esses lados são congruentes, então esses triângulos são semelhantes.

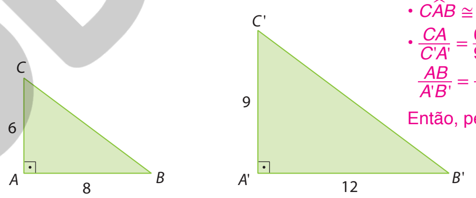



Se:
- $\dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'}$
- $C\hat{A}B \cong C'\hat{A'}B'$

Então: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

**Para pensar**

Os triângulos $ABC$ e $A'B'C'$ a seguir são semelhantes? Por quê?

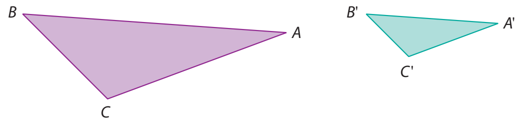



**Para pensar:** Sim, porque nesses triângulos temos:
- $C\hat{A}B \cong C'\hat{A'}B'$
- $\left.\begin{array}{l}\dfrac{CA}{C'A'} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3} \\ \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}\end{array}\right] \dfrac{CA}{C'A'} = \dfrac{AB}{A'B'}$

Então, pelo caso LAL: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

## Caso lado-lado-lado (LLL)

Se dois triângulos têm os três pares de lados correspondentes com medidas de comprimento proporcionais, então esses triângulos são semelhantes.




Se:
- $\dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'} = \dfrac{CB}{C'B'}$

Então: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

## Tales e a aplicação da semelhança de triângulos

Pouco se sabe sobre o matemático, filósofo e cientista grego Tales de Mileto (624-548 a.C.). Contudo, de acordo com diversos relatos de épocas posteriores à dele, Tales fez vários cálculos sobre a medida da altura de uma pirâmide observando a sombra dela.

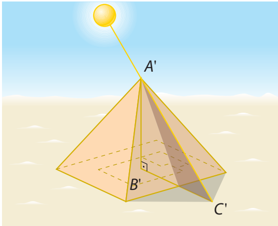
Você já ouviu falar das pirâmides do Egito? São construções muito antigas, feitas há cerca de 4 500 anos com grandes blocos de pedra para abrigar o corpo mumificado dos faraós e seus objetos mais valiosos.

Conta-se que, por volta de 600 a.C., Tales, em uma de suas viagens ao Egito, foi desafiado pelo faraó a calcular a medida da altura da pirâmide de Queóps.


OMAR ZOHEIRY/PICTURE ALLIANCE/GETTY IMAGES

As pirâmides de Quéops, Quéfren e Miquerinos, no Cairo, Egito, 2020.

Em um dia de sol, Tales observou que a pirâmide de base quadrada formava uma sombra, conforme mostra o esquema a seguir.

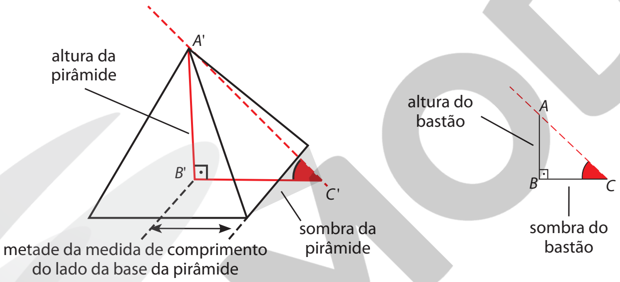


FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

Nesse mesmo instante, fincou um bastão no solo e percebeu que ele também projetava uma sombra.

Tales esperou até o momento em que a altura e a sombra do bastão tivessem a mesma medida e pediu a um de seus ajudantes que medisse imediatamente o comprimento da sombra e do lado da base da pirâmide.

Analisando as medidas de comprimento encontradas e baseando-se no fato de os raios solares serem paralelos, o filósofo teve a ideia de fazer um esquema como este:



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

No esquema, os triângulos $A'B'C'$ e $ABC$ são semelhantes (caso AA), pois têm um ângulo reto, e os raios solares incidem com o mesmo ângulo sobre os objetos.

Como os triângulos são semelhantes, as medidas de comprimento dos lados correspondentes são proporcionais:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC}$$

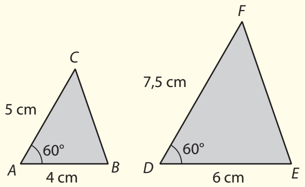
Portanto, Tales concluiu que, como a medida da altura do bastão e a de comprimento da sua sombra eram iguais, a medida da altura da pirâmide era igual à medida de comprimento da sombra da pirâmide mais metade da medida de comprimento do lado de sua base.





- Após o estudo dos casos de semelhança de triângulos é apresentada uma consequência: o teorema de Tales. Aproveite a oportunidade e leve os estudantes a um experimento fora da sala de aula. Em um dia de sol, usando a estratégia de Tales de Mileto para medir a altura da pirâmide de Queóps, peça a eles que determinem a altura de um poste ou de uma árvore, por exemplo. Ao final, os estudantes devem verificar as diversas medidas feitas e comparar os resultados.

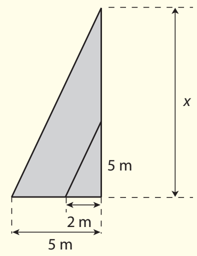
- Resolução da atividade **1**:




**a)** Os triângulos são semelhantes e a razão de semelhança é $\frac{2}{3}$.

**b)** O caso lado-ângulo-lado (LAL).

- Na atividade **7**, espera-se que os estudantes esquematizem a situação como mostra a figura a seguir.




- Atenção! Oriente os estudantes a **não** fazer experiências que possam oferecer algum risco de acidentes.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Respostas em *Orientações*.

**1.** Usando régua e transferidor, desenhe no caderno os triângulos *ABC* e *DEF*, de tal forma que $AB = 4$ cm, $AC = 5$ cm, med$(\widehat{A}) = 60°$, $DE = 6$ cm, $DF = 7{,}5$ cm e med$(\widehat{D}) = 60°$.

Depois, faça o que se pede.

**a)** Verifique se esses triângulos são semelhantes. Caso sejam, determine a razão de semelhança entre o triângulo *ABC* e o triângulo *DEF*.

**b)** Que caso de semelhança é ilustrado por essa atividade?

**2.** A razão de semelhança entre dois triângulos é $\frac{4}{3}$. Os lados do triângulo maior medem 8 dm, 12 dm e 16 dm de comprimento. Determine as medidas de comprimento dos lados e a medida do perímetro do triângulo menor.

**2.** 6 dm, 9 dm e 12 dm; medida do perímetro = 27 dm

**3.** Reproduza no caderno a(s) afirmação(ões) verdadeira(s).

**3.** alternativa **b**

**a)** Dois triângulos isósceles são sempre semelhantes.

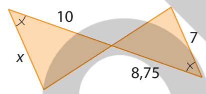
**b)** Dois triângulos equiláteros são sempre semelhantes.

**c)** Dois triângulos retângulos são sempre semelhantes.

**d)** Dois triângulos escalenos nunca serão semelhantes.

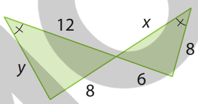
**4.** Sabendo que os triângulos são semelhantes, determine a medida de comprimento das incógnitas.

**a)**




**4. a)** $x = 8$

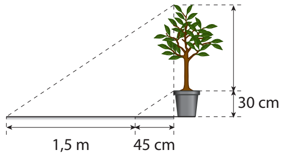
**b)**




**4. b)** $x = 9$; $y = \frac{32}{3}$

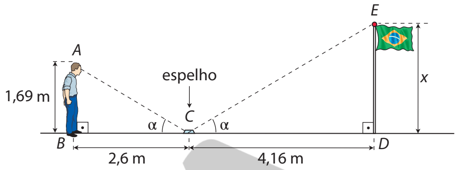
**5.** Em um vaso que mede 30 cm de altura há uma árvore. Em certo momento do dia, o comprimento da sombra projetada por ela mede 1,5 m e o do vaso, 45 cm. Quanto mede a altura da parte dessa árvore que fica para fora do vaso?

**5.** 1 m






**6.** É possível medir a altura a que uma bandeira está hasteada usando um espelho plano e uma fita métrica. Observe a figura.




De acordo com a figura, os triângulos *ABC* e *EDC* são semelhantes. Assim, para calcular a altura de medida *x*, uma pessoa precisa apenas conhecer a medida de sua altura, a medida da distância a que está do espelho e a da distância entre o espelho e o mastro da bandeira no momento em que ela vê no espelho o topo da bandeira.

Determine a medida da altura da bandeira.

**6.** aproximadamente 2,70 m

**7.** Para medir a altura de um prédio, Cecília amarrou um arame no topo do prédio e depois fixou a outra ponta do arame no solo, a 5 m de medida de distância da base do prédio.

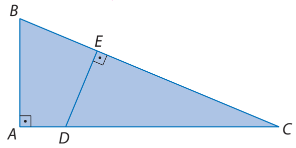
Em seguida, a uma medida de altura de 5 m a partir do solo, amarrou outro arame, deixando-o paralelo ao primeiro, e fixou-o no solo a 2 m de medida de distância da base do prédio. Esquematize essa situação e determine a medida da altura total do prédio.

**7.** 12,5 m



**8.** O triângulo *ABC* representado abaixo é retângulo em *A*. Sabe-se que $AB = 5$, $AC = 12$, $BC = 13$ e $AD = 2$. Calcule a medida de comprimento de $\overline{DE}$.

**8.** aproximadamente 3,8












132

# Informática e Matemática

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## Teorema de Tales

Nesta seção, você vai utilizar um *software* de Geometria dinâmica para construir um **feixe de retas paralelas** cortadas por duas transversais e verificar, experimentalmente, relações entre as medidas de comprimento dos segmentos determinados sobre as transversais.

**Saiba mais**

**Feixe de retas paralelas** são duas ou mais retas de um mesmo plano que, consideradas duas a duas, são sempre paralelas.

### CONSTRUA

Siga os passos abaixo para construir as retas paralelas e as retas transversais.

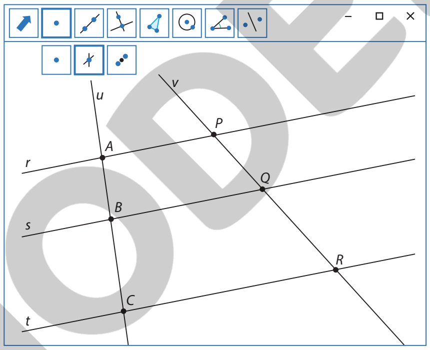
**1º)** Construa uma reta *r*.

**2º)** Construa as retas *s* e *t*, paralelas à reta *r*.

**3º)** Construa duas retas, *u* e *v*, transversais ao feixe de retas paralelas feito nos passos anteriores.

**4º)** Marque os pontos *A*, *B* e *C*, intersecções das retas *r*, *s* e *t* com a reta transversal *u*, e os pontos *P*, *Q* e *R*, intersecções das retas *r*, *s* e *t* com a reta transversal *v*.

ICONIC BESTIARY/SHUTTERSTOCK




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

### INVESTIGUE

**Investigue: c)** Espera-se que os estudantes verifiquem que $\frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{QR}$ e $\frac{AC}{AB} = \frac{PR}{PQ}$.

**a)** Meça o comprimento dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$ e $\overline{PR}$. **Investigue: a)** Resposta pessoal.

**b)** Usando a ferramenta de calculadora dinâmica do *software*, determine as razões $\frac{AB}{BC}$, $\frac{PQ}{QR}$, $\frac{AC}{AB}$ e $\frac{PR}{PQ}$. **Investigue: b)** Resposta pessoal.

**c)** Comparando as razões $\frac{AB}{BC}$ com $\frac{PQ}{QR}$ e $\frac{AC}{AB}$ com $\frac{PR}{PQ}$, o que é possível verificar?

**d)** Movimente os pontos móveis, modificando a configuração inicial. A relação que você percebeu continua sendo válida para diferentes configurações? **Investigue: d)** A relação verificada continua válida, independentemente da configuração apresentada.





## Informática e Matemática

### Objetivos

- Verificar experimentalmente o teorema de Tales por meio de um *software* de Geometria dinâmica.
- Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 2 e 5 e da competência específica 2 da BNCC.

### Orientações

- Nessa seção os estudantes deverão construir um feixe de retas paralelas cortadas por duas transversais e verificar experimentalmente que as medidas de comprimento dos segmentos determinados sobre a primeira transversal são proporcionais às medidas de comprimento dos segmentos correspondentes determinados sobre a segunda transversal (teorema de Tales). Deixe os estudantes livres para trocar ideias e conjecturar.
- Nessa seção os estudantes assumem o papel de protagonistas do seu processo de aprendizagem na medida em que utilizam uma tecnologia digital para investigar e produzir conhecimento. Além disso, o raciocínio lógico e a capacidade de produzir argumentos são estimulados. Nesse âmbito, as competências gerais 2 e 5 e a competência específica 2 têm o seu desenvolvimento favorecido.
- Oriente os estudantes a utilizar uma calculadora dinâmica (do próprio *software*) para determinar as razões. Assim, ao movimentar a construção, o cálculo é atualizado simultaneamente com as medidas, possibilitando a verificação da propriedade constatada em diferentes configurações.

**Competência geral 2:** Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

**Competência geral 5:** Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

**Competência específica 2:** Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

## Teorema de Tales

### Objetivos

- Introduzir o teorema de Tales.
- Aplicar o teorema de Tales na resolução de problemas.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da EF09MA14 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA14 porque os estudantes deverão resolver problemas envolvendo as relações de proporcionalidade de retas paralelas cortadas por secantes.

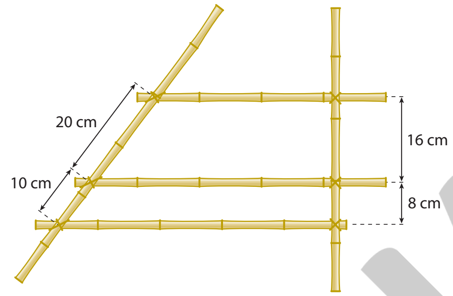
### Orientações

- O teorema de Tales será introduzido e demonstrado nesse tópico. Aproveite a oportunidade e comente com os estudantes que, embora tenham verificado a validade do teorema de Tales na seção *Informática e Matemática*, é necessário demonstrar que ele é válido.

# 5 Teorema de Tales

Acompanhe a situação a seguir.

Com alguns pedaços de bambu, Robson montou um suporte para apoiar uma planta.




Os pedaços de bambu foram amarrados de forma que os horizontais ficassem paralelos entre si.

Robson percebeu que as medidas de comprimento formavam uma proporção, pois:

$$\frac{20}{10} = \frac{16}{8}$$

Além disso, ele percebeu que havia outras proporções entre as medidas de comprimento.

- $\frac{20 + 10}{10} = \frac{16 + 8}{8}$
- $\frac{20 + 10}{20} = \frac{16 + 8}{16}$

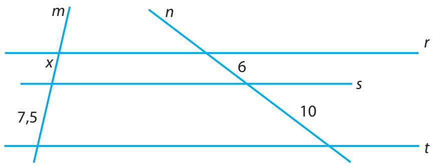
Robson também teria percebido essas proporções se no lugar dos bambus houvesse retas.

Esse fato, válido para todo conjunto de retas paralelas cortadas por duas retas transversais, é conhecido como **teorema de Tales**.

Se um feixe de retas paralelas é cortado por duas retas transversais, as medidas de comprimento dos segmentos determinados sobre a primeira transversal são proporcionais às medidas de comprimento dos segmentos correspondentes determinados sobre a segunda transversal.

**Exemplo**

Vamos calcular a medida de comprimento *x* na figura abaixo, formada por um feixe de retas paralelas cortadas por duas transversais.




$$\frac{x}{7,5} = \frac{6}{10}$$

$$10x = 6 \cdot 7,5$$

$$x = \frac{45}{10} = 4,5$$







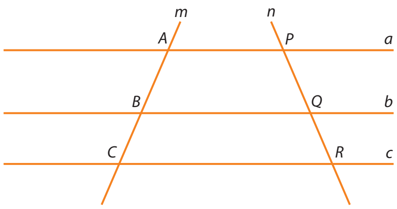


**(EF09MA14)** Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

## Demonstração do teorema de Tales

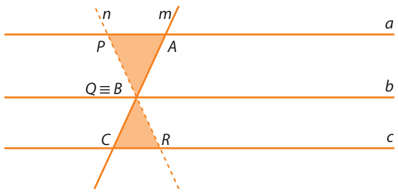
Podemos demonstrar o teorema de Tales usando os conhecimentos de semelhança de triângulos. Observe o feixe de retas paralelas $a$, $b$ e $c$, cortadas pelas retas transversais $m$ e $n$.




Vamos mostrar que $\frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{QR}$ e que $\frac{AC}{AB} = \frac{PR}{PQ}$.

Podemos transladar uma figura geométrica sem que ela perca suas características.

Vamos transladar a reta $n$ de forma que o ponto $Q$ coincida com o ponto $B$.



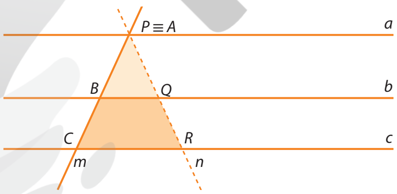

Obtivemos dois triângulos: $PAB$ e $RCB$

Esses dois triângulos são semelhantes pelo caso AA, pois têm dois ângulos congruentes ($A\hat{B}P \cong C\hat{B}R$, ângulos opostos pelo vértice, e $P\hat{A}B \cong R\hat{C}B$, ângulos alternos internos). Então: $\frac{AB}{CB} = \frac{PB}{RB}$

Como $Q \equiv B$, podemos escrever:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{PQ}{QR}$$

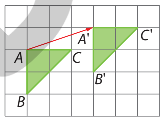
Para demonstrar a outra igualdade, partimos da primeira figura e transladamos a reta $n$ de forma que o ponto $P$ coincida com o ponto $A$.




**Recorde**

A **translação** é a isometria (transformação geométrica que preserva o formato e todas as medidas de comprimento da figura original) pela qual uma figura é deslocada em determinada direção e sentido, de modo que a medida de distância entre cada ponto da figura original e o seu correspondente na figura obtida é a mesma.

Na figura abaixo, o triângulo $A'B'C'$ (imagem) foi obtido por uma translação do triângulo $ABC$. O vetor dessa translação está indicado pela seta vermelha.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA







- Faça a demonstração do teorema de Tales no quadro com a participação da turma. Procure deixar claro quais são as hipóteses e a tese e como os conhecimentos adquiridos anteriormente (translação, propriedade dos ângulos opostos pelo vértice e caso AA de semelhança de triângulos) são empregados nessa demonstração. Momentos como esse contribuem para que os estudantes estabeleçam nexos entre os conhecimentos previamente adquiridos e os novos conhecimentos.
- Se achar necessário, comente com os estudantes que não é preciso mostrar que $\frac{AC}{BC} = \frac{PR}{QR}$, pois isso é equivalente a mostrar que $\frac{AC}{AB} = \frac{PR}{PQ}$.

• Para resolver a atividade **5**, os estudantes precisam perceber que a medida de comprimento do *slide* está para a de sua largura, assim como a medida de comprimento da imagem formada está para a de sua largura. Logo, para calcular a medida de largura da imagem, podemos fazer:

$\frac{2}{3} = \frac{27}{x} \Rightarrow x = 40,5$

Portanto, a medida de largura da imagem formada é 40,5 cm.

Após os estudantes resolverem a atividade **5**, proponha a eles que façam, em duplas ou trios, uma nova versão do enunciado e calculem o que está faltando. A ideia é fazer com que coloquem outras medidas e encontrem a medida da largura da imagem na nova situação.

Novamente, obtivemos dois triângulos: $ACR$ e $ABQ$.

Esses dois triângulos também são semelhantes pelo caso AA, pois têm dois ângulos congruentes ($R\hat{A}C \cong Q\hat{A}B$, ângulo comum, e $A\hat{C}R \cong A\hat{B}Q$, ângulos correspondentes). Então: $\frac{AC}{AB} = \frac{AR}{AQ}$

Como $P \equiv A$, podemos escrever:

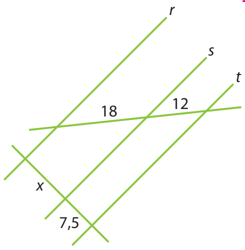
$$\frac{AC}{AB} = \frac{PR}{PQ}$$

## ATIVIDADES

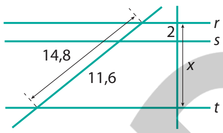
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Determine a medida de comprimento $x$ em cada item, sendo $r \,//\, s \,//\, t$.

**a)** **1. a)** 11,25

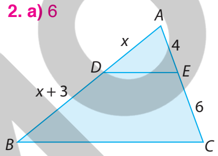



**b)** **1. b)** 9,25

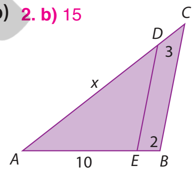



**2.** Determine a medida de $x$ em cada caso sabendo que $\overline{DE} \,//\, \overline{BC}$.

**a)** **2. a)** 6



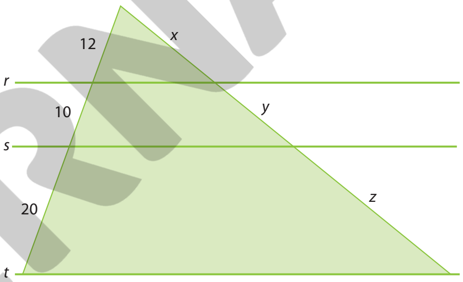

**b)** **2. b)** 15




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**3.** Se $r \,//\, s \,//\, t$ e $x + y + z = 63$, descubra quais são as medidas de comprimento $x$, $y$ e $z$.

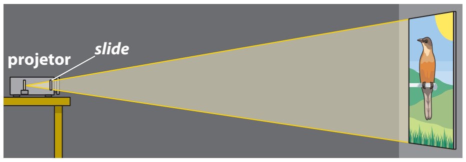
**3.** $x = 18$, $y = 15$ e $z = 30$




**4.** Um feixe de três retas paralelas determina, em uma transversal, os pontos $B$, $E$ e $F$ e, em outra transversal, os pontos correspondentes $B'$, $E'$ e $F'$. Sabendo que $\overline{BE}$ mede 8 cm de comprimento, que $\overline{EF}$ mede 14 cm de comprimento e que a medida de comprimento de $\overline{B'E'}$ é igual a 24 cm, calcule a medida de comprimento de $\overline{E'F'}$.

**4.** 42 cm

**5.** Um projetor reproduziu em uma tela a imagem de um *slide*, conforme mostra a figura.




- Calcule a medida da largura da imagem formada sabendo que a medida de seu comprimento é igual a 27 cm e que o *slide* mede 3 cm de largura e 2 cm de comprimento. **5.** 40,5 cm

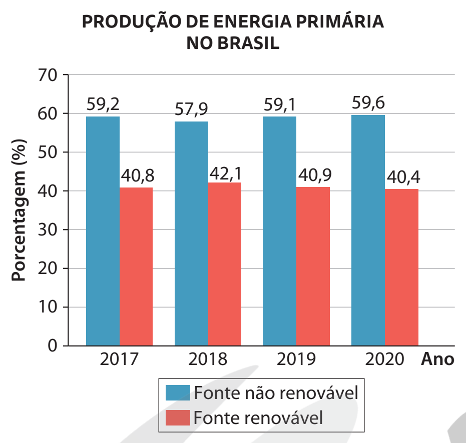
## Leitura e interpretação de gráficos que se complementam

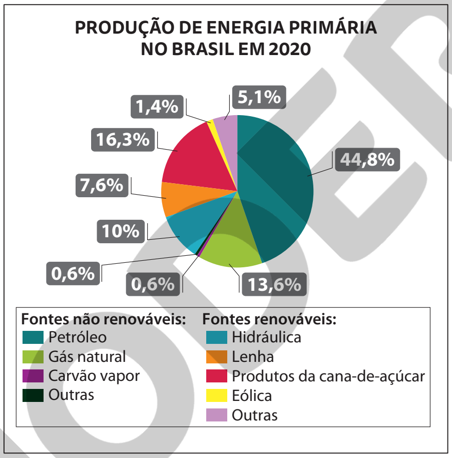
Para obter informações sobre determinado assunto, algumas vezes é preciso analisar diversas fontes. Isso ocorre porque os dados obtidos geralmente se complementam, ampliando, assim, a pesquisa. Esses dados podem estar representados, por exemplo, em gráficos, infográficos, informes específicos ou reportagens.

Você já parou para pensar de onde vem a energia que as pessoas do mundo utilizam? Vamos apresentar algumas informações importantes sobre a energia. Vale ressaltar que ela pode chegar por meio de variadas fontes, que podem ser renováveis ou não renováveis.

As energias solar, eólica e hídrica são exemplos de fontes de energia renováveis, consideradas inesgotáveis por serem renovadas constantemente, e emitem menos gases de efeito estufa que fontes não renováveis, como o carvão mineral, o gás natural e o petróleo.

Observe os gráficos a seguir, que trazem informações a respeito da produção de energia primária no Brasil, segundo o Balanço Energético Nacional de 2021.




Dados obtidos em: EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA (Brasil). *Balanço Energético Nacional 2021*: Ano base 2020 / Empresa de Pesquisa Energética. Rio de Janeiro: EPE, 2021. Disponível em: https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-601/topico-596/BEN2021.pdf. Acesso em: 31 maio 2022.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

O gráfico de barras duplas mostra que, de 2017 a 2020, a participação das fontes de energia não renováveis na produção nacional de energia primária aumentou ano a ano, enquanto a participação das fontes de energia renováveis diminuiu.

Já o gráfico de setores complementa as informações do gráfico de barras duplas. Nesse gráfico, podem-se observar dados mais detalhados da produção de energia primária em 2020.

Observe, por exemplo, que em 2020 o petróleo, energia não renovável, foi a maior fonte de energia primária, representando 44,8% da produção nacional, superando a produção total de energia renovável (40,4%). Em relação à energia renovável, os produtos de cana-de-açúcar apresentaram maior porcentagem.







## Estatística e Probabilidade

### Objetivos

- Ler e interpretar gráficos que se complementam.
- Reconhecer o gráfico mais adequado para representar determinado conjunto de dados.
- Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental**, da macroárea **Meio Ambiente**.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 9, da habilidade EF09MA22 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Essa seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA22 porque os estudantes poderão analisar dados em diferentes representações gráficas que se completam.

### Orientações

- Nessa seção os estudantes deverão retomar a leitura e a interpretação de diferentes tipos de gráficos, ampliando as discussões, uma vez que as atividades exploram gráficos complementares.
- A situação inicial explora a produção de energia primária no Brasil. Aproveite o tema e pergunte aos estudantes quais fontes de energia compõem a matriz energética. Explique que essa matriz representa um conjunto de fontes de energia (renováveis e não renováveis) para gerar eletricidade, para preparar alimentos usando um fogão e para movimentar um veículo, por exemplo. Esse assunto propicia o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental**, da macroárea **Meio Ambiente**.
- Se julgar oportuno, explore com os estudantes o *site* ABCDEnergia (disponível em: https://www.epe.gov.br/pt/abcdenergia; acesso em: 23 jul. 2022), que traz dicas e curiosidades sobre energia em jogos, infográficos e *podcasts*.

**Competência geral 9:** Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

**(EF09MA22)** Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

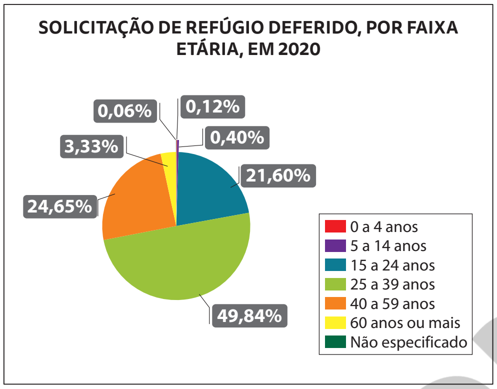
- Antes de pedir aos estudantes que realizem a atividade **1**, converse com eles sobre a questão dos refugiados. Diga que existem vários tipos de refugiados no mundo, alguns por condições de perseguição política, outros pela existência de conflitos armados e guerrilhas, além daqueles que sofrem com a fome, discriminação racial, social, religiosa etc. Conscientize-os da importância de o país acolher essas pessoas e possibilitar a elas uma vida digna. Conversar sobre este tema favorece o desenvolvimento da competência geral 9 e do Tema Contemporâneo Transversal **Educação em Direitos Humanos**, da macroárea **Cidadania e Civismo**.
- Para resolver a atividade **2**, espera-se, antes de tudo, que os estudantes identifiquem em que gráfico devem procurar a informação solicitada no item.

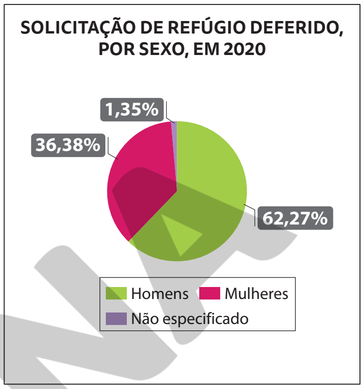


## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** O Brasil acolhe muitos refugiados que vêm de outros países. Observe, nos gráficos abaixo, dados a respeito de pedidos de refúgio deferidos no Brasil em 2020. Depois, responda às questões.




Gráficos elaborados com base nos dados obtidos em: SILVA, G. J. *et al. Refúgio em números*, 6. ed. Observatório das Migrações Internacionais; Ministério da Justiça e Segurança Pública/ Comitê Nacional para os Refugiados. Brasília: OBMigra, 2021.

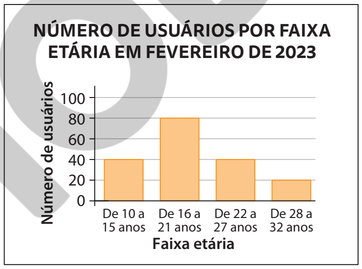
a) Qual foi a porcentagem de solicitações deferidas de refúgio de pessoas entre 40 e 59 anos no Brasil em 2020? **1. a)** 24,65%

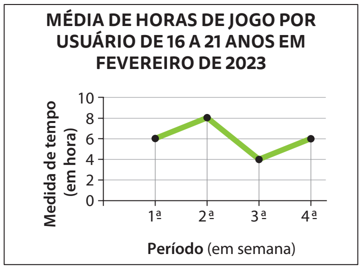
b) Pode-se dizer que aproximadamente $\frac{1}{3}$ das pessoas que solicitaram refúgio era do sexo masculino? Justifique sua resposta. **1. b)** Não, pois 62,27% é mais que $\frac{1}{3}$.

c) De que faixa etária era a maioria das pessoas que solicitaram refúgio no Brasil em 2020?

**1. c)** A maioria das pessoas estava na faixa de 25 a 39 anos.

**2.** Rogério é proprietário de uma loja de jogos de computador em rede. No primeiro mês de funcionamento da loja, ele realizou uma pesquisa para identificar o perfil dos usuários. Observe nos gráficos abaixo alguns dados obtidos. Depois, responda às questões.




Dados obtidos por Rogério em fevereiro de 2023.

a) A maior parte dos usuários pertence a qual faixa etária? **2. a)** de 16 a 21 anos

b) Em qual semana de fevereiro de 2023 usuários que têm de 16 a 21 anos passaram mais tempo jogando? Durante quantas horas, em média, cada um desses usuários jogou nessa semana? **2. b)** 2ª semana; 8 horas

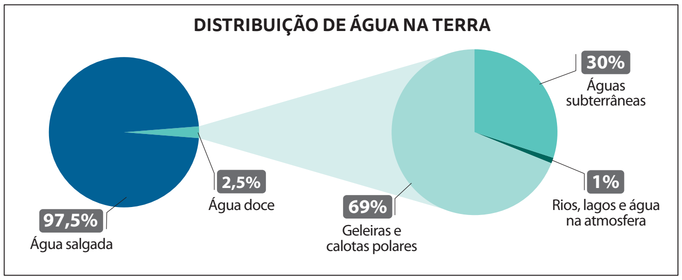
c) No total, quantos usuários visitaram a loja no mês da pesquisa? **2. c)** 180 usuários

d) Observando os gráficos, é possível saber quantos usuários de 16 a 21 anos frequentaram a loja em cada semana? **2. d)** Não. Pelo gráfico podemos determinar o número total de usuários de 16 a 21 anos no período todo; porém, não é possível saber quantos deles frequentaram a loja em cada semana.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Lembre-se:
Escreva no caderno!

**3.** Reúna-se com um colega e observem, nos gráficos abaixo, a distribuição de água na Terra.




Fonte: AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS E SANEAMENTO BÁSICO (ANA). *Água no mundo*. Disponível em: https://www.gov.br/ana/pt-br/acesso-a-informacao/acoes-e-programas/cooperacao-internacional/agua-no-mundo. Acesso em: 10 mar. 2022.

**a)** Que porcentagem da água no planeta é doce? **3. a)** 2,5%

**b)** Como é a distribuição da água doce no planeta? **3. b)** águas subterrâneas: 30%; rios, lagos e água na atmosfera: 1%; geleiras e calotas polares: 69%

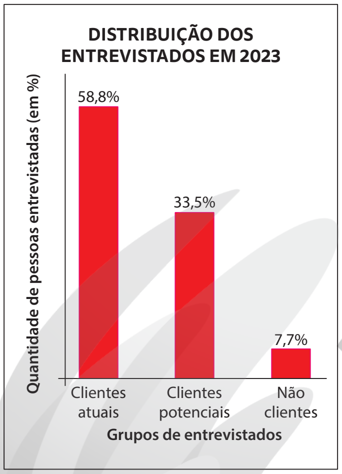
**c)** Que porcentagem do total de água na Terra corresponde às geleiras e calotas polares? Como vocês calcularam esse valor? **3. c)** aproximadamente 1,73%; Espera-se que os estudantes percebam que é necessário calcular 69% de 2,5%.

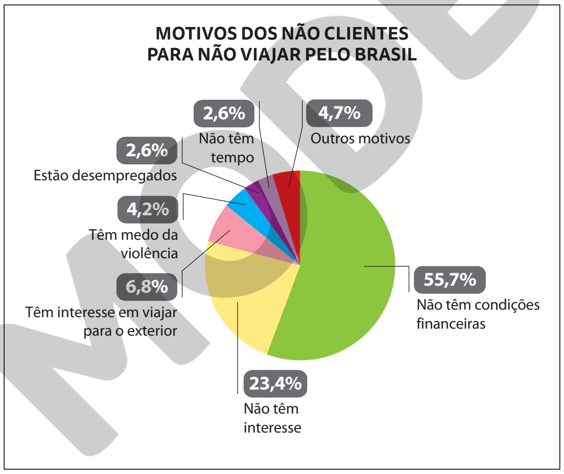
**d)** Elaborem duas questões que possam ser respondidas com base nos gráficos. Passem suas questões para outra dupla responder e respondam às questões elaboradas por eles.

**3. d)** Resposta pessoal.

**4.** A agência de viagens Turisbom é especialista em viagens pelo Brasil e, periodicamente, realiza pesquisas para conhecer os hábitos do turista brasileiro que faz viagens nacionais.

Em uma dessas pesquisas, foram entrevistadas 2 514 pessoas. As pessoas entrevistadas foram divididas em três grupos: clientes atuais (que fizeram algum tipo de viagem pelo país nos últimos dois anos), clientes potenciais (que não viajaram pelo país nos últimos dois anos, mas pretendem fazê-lo nos próximos dois anos) e não clientes (que não viajaram pelo país nos últimos dois anos e não pretendem viajar nos próximos dois anos). Reúna-se com um colega e observem alguns resultados dessa pesquisa.




Dados obtidos pela agência de viagens Turisbom em 2023.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Calculem o número aproximado de entrevistados, não clientes, que não viajam pelo Brasil por não terem condições financeiras. **4. a)** $\simeq$ 108

**b)** Elabore quatro questões que possam ser respondidas com base nas informações dos gráficos. Passe suas questões para outra dupla responder e respondam às questões elaboradas por eles.

**4. b)** Resposta pessoal.







• Na atividade **3**, chame a atenção dos estudantes para o segundo gráfico de setores, que trata da distribuição apenas da água doce. Se julgar oportuno, com o suporte do professor da área de Ciências da Natureza, peça aos estudantes que pesquisem a distribuição entre os continentes da água doce nos rios, lagos e na atmosfera e escolham o gráfico mais adequado para representar os dados coletados.

## Educação financeira

### Objetivos

- Refletir sobre o uso consciente de recursos financeiros.
- Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Trabalho**, da macroárea **Economia**.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 7 e da competência específica 8 da BNCC.

### Orientações

- O foco do assunto desenvolvido nessa seção é o investimento em educação. Após a leitura do diálogo entre pai e filho, sugerimos o seguinte roteiro:

**a)** Já questionaram alguém a respeito desse assunto, como fez o adolescente?
**b)** Qual é sua opinião a respeito desse questionamento?
Comente com os estudantes que a fase escolar é de extrema importância para a aquisição e o desenvolvimento de novas habilidades e competências e que eles estão investindo em seu futuro.

- Em *O que você faria?*, os estudantes podem se reunir em pequenos grupos para discutir suas ideias. Não há necessidade de fazer registros. Combine com eles uma apresentação oral para os outros colegas, estimulando a troca de opiniões e informações. Incentive a participação de todos e estimule-os a ouvir diferentes ideias para que, desse modo, a competência específica 8 da BNCC tenha o seu desenvolvimento favorecido.

## Educação Financeira

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

### Por que eu tenho de fazer isso?

Estudar e ir à escola faz parte do seu cotidiano há muito tempo, não é mesmo? Você vai à escola e muitas vezes até esquece o porquê disso.

Acompanhe a conversa de um adolescente com o pai dele sobre esse assunto.


ILUSTRAÇÕES: DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

### O que você faria? O que você faria? Respostas pessoais.

Coloque-se no lugar de um adulto e simule as respostas que você daria às questões a seguir, feitas pelo filho adolescente.

**a)** Por que tenho de ir para a escola todos os dias?
**b)** Estou muito cansado. Posso faltar na escola hoje?
**c)** Não quero mais frequentar as aulas de Inglês. Posso parar?
**d)** Por que temos de estudar todas essas matérias na escola? Não podemos escolher só as de que mais gostamos?
**e)** Quando eu terminar o 9º ano, posso parar de estudar?
**f)** Tenho um amigo que largou os estudos para trabalhar. Será que devo fazer o mesmo?


140



**Competência geral 7:** Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

**Competência específica 8:** Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Calcule: **a)** R$ 3 775,00; **b)** R$ 1 251,00; resposta pessoal; **c)** R$ 1 650,00; **d)** R$ 1 314,00; **e)** Resposta pessoal.

## Calcule

Observe abaixo um painel de ofertas de empregos da Agência Trabalhão.


Valores compilados pela Agência Trabalhão em 2022.

DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, com base nos dados acima, responda às questões a seguir.

**a)** Na área de Recursos Humanos, calcule a diferença entre o salário de um analista e o de um gerente.

**b)** Qual é a diferença entre o salário de um recepcionista e o de um secretário bilíngue? Por que você acha que existe essa diferença?

**c)** Rodrigo foi contratado como técnico de enfermagem. Ele pretende fazer o curso superior de enfermagem para atuar como enfermeiro. Em quanto aumentará seu salário?

**d)** Quando se tem bastante experiência em uma função, pode-se chegar a um cargo de chefia e supervisão. Um operador de *telemarketing* que assumisse o cargo de supervisor de *telemarketing* teria um aumento de quantos reais no salário?

**e)** Pesquise na internet alguns cargos disponíveis em concursos públicos e compare os salários de acordo com o grau de escolaridade exigido. Converse com seus colegas a respeito disso.

## Reflita

Reflita: Respostas pessoais.

O que você quer para seu futuro profissional? Converse sobre isso com seus professores, amigos e familiares e procure debater algumas questões, como as relacionadas a seguir.

- Que planos tenho para o futuro?
- O que tenho feito pelo meu futuro?
- O que posso fazer pensando em meu futuro?
- O que considero sem importância em relação a esse tema?
- Por que não posso deixar de investir em meu futuro?

### Saiba mais

Você sabia que a palavra "salário" deriva do latim *salarium*, que significa "de sal"?

Na época do Império Romano, os soldados eram pagos com sal, que era considerado uma mercadoria nobre e, por isso, bastante valorizada e utilizada como moeda de troca. O termo "salário" acabou designando toda e qualquer remuneração.





**Continuação**

quando comparada a outros países. A maior participação nesses cargos é importante não apenas em termos de representatividade, mas para aumentar as chances de pautar a formulação de políticas públicas de suporte às agendas de promoção de equidade, de acesso a oportunidades e de proteção contra violência doméstica, assédio e abusos de toda ordem.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Estatísticas de gênero: indicadores sociais das mulheres no Brasil. Diretoria de Pesquisas, Coordenação de População e Indicadores Sociais. 2ª edição. Rio de Janeiro: IBGE, 2021, p. 12. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101784_informativo.pdf. Acesso em: 23 jul. 2022.

- Vale destacar que certamente o salário não é o único fator de decisão para a escolha de um emprego ou de uma profissão. É importante que os jovens conheçam um pouco sobre o assunto para que possam refletir sobre os caminhos que seguirão profissionalmente. O tempo de escola precisa ser aproveitado para que descubram suas aptidões e interesses.
- Resoluções do tópico *Calcule*:

**a)** 7071 – 3 296 = 3 775

**b)** 2 781 – 1 530 = 1 251; espera-se que os estudantes citem o fato de que o secretário bilíngue precisa investir mais em sua formação profissional, aprendendo uma língua estrangeira.

**c)** 3 294 – 1 644 = 1 650

**d)** 2 383 – 1 069 = 1 314

**e)** Incentive os estudantes a pesquisar em *sites* de prefeituras próximas. Em seguida, oriente-os a comparar os salários oferecidos para vagas de acordo com o grau de escolaridade.

- Se julgar conveniente, amplie o *Reflita* acrescentando outras questões e faça um painel com os estudantes de modo que eles compreendam que o investimento que fazem em si mesmos enquanto são estudantes é de extrema importância. Incentive-os a pesquisar fatos, dados e informações confiáveis para que eles possam formular, negociar e defender suas ideias, favorecendo, assim, o desenvolvimento da competência geral 7 da BNCC.
- O painel ilustrado também propicia a discussão sobre o papel e a atuação da mulher no mercado de trabalho, além de questões como remunerações diferentes e acúmulo de tarefas. Tal discussão favorece o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Trabalho**, da macroárea **Economia**. Sugerimos a leitura do estudo feito pelo IBGE intitulado "Estatísticas de gênero: indicadores sociais das mulheres no Brasil". A seguir destacamos parte de sua conclusão:

> [...] Há diferenças que se acentuam na análise conjunta de sexo e cor ou raça, apontando situação de maior vulnerabilidade para as mulheres pretas ou pardas. [...] De todo modo, alçar posições de maior tomada de decisão não tem sido suficiente para solucionar as desigualdades apresentadas, uma vez que, entre os diretores e gerentes, a desigualdade de rendimentos entre homens e mulheres foi mais elevada. Tampouco é uma questão de diferenciais nos níveis de escolaridade, já que as mulheres, hoje, são mais instruídas que os homens. A eleição de mulheres para os cargos legislativos apresenta melhora discreta, mas ainda longe de corresponder à metade feminina da população brasileira e ainda em situação muito desfavorável

Continua

## Atividades de revisão

### Objetivos

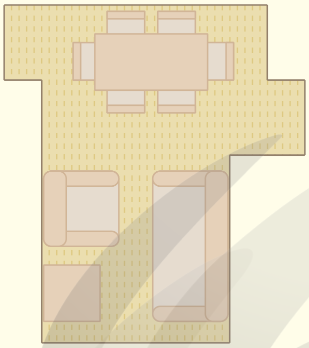
- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF09MA10, EF09MA12 e EF09MA14 da BNCC.

### Habilidades da BNCC

- Essa seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA10 porque propõe aos estudantes a aplicação das relações entre os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal. Também favorece a habilidade EF09MA12 pois eles precisarão reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes. Favorece ainda a habilidade EF09MA14 porque propõe aos estudantes que resolvam problemas aplicando as relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.

### Orientações

- Exemplo de resposta do item **b** da atividade **2**.

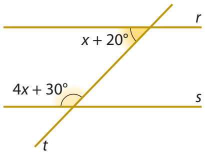


ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

# Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** (Unaerp-SP) As retas *r* e *s* são interceptadas pela transversal *t*, conforme a figura. O valor de *x*, para que *r* e *s* sejam paralelas, é: **1.** alternativa **b**




**a)** 20° **b)** 26° **c)** 28° **d)** 30° **e)** 35°

**2.** Determine no caderno a razão entre:

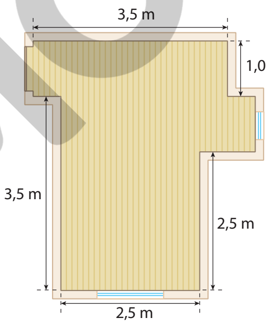
**a)** a medida do perímetro e a medida de comprimento do lado de um quadrado; **2. a)** 4

**b)** a medida de comprimento do lado de um triângulo equilátero e a medida de seu perímetro; **2. b)** $\frac{1}{3}$

**c)** sua idade e a idade de seu responsável.

**2. c)** Resposta pessoal.

**3.** Eduardo e Mônica estavam mobiliando uma sala com dois ambientes. Para isso, escolheram para a sala de estar os seguintes móveis: um sofá que mede 2 m de comprimento por 1 m de largura, uma poltrona que mede 1 m de comprimento por 1 m de largura e um *rack* de base quadrada cujo lado mede 75 cm de comprimento. Para a sala de jantar, optaram por uma mesa que mede 1,5 m de comprimento por 75 cm de largura e seis cadeiras. Cada cadeira ocupa a medida de área igual a $0{,}25\ m^2$. Observe abaixo a planta da sala de Eduardo e Mônica.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

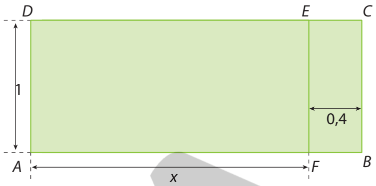
**3. a)** sim

**a)** A sala do casal comporta esses móveis?

**b)** Qual seria uma forma de dispô-los?

**3. b)** Exemplo de resposta em *Orientações*.

**4.** Considere a figura abaixo.




Se os retângulos *ABCD* e *BCEF* são semelhantes e $AD = 1$, $AF = x$ e $FB = 0{,}4$, então a medida de comprimento *x* vale: **4.** alternativa **c**

**a)** 1

**b)** 1,8

**c)** 2,1

**d)** 2,5

**e)** 3,1

**5.** Suponha que alguém tenha lhe pedido que fizesse três cópias das fotos A e B em dimensões diferentes. A foto A mede 5 cm de largura e 8 cm de comprimento, e a foto B, 5 cm de largura e 6 cm de comprimento.

Usando a calculadora, determine a porcentagem que você deverá usar para ampliar ou reduzir cada foto, considerando as determinações apresentadas abaixo.

- Da foto A, fazer cópias com as seguintes medidas:
  - **a)** 3,15 cm de largura e 5,04 cm de comprimento; **5. a)** 63%
  - **b)** 10,7 cm de largura e 17,12 cm de comprimento; **5. b)** 214%
  - **c)** 6,35 cm de largura e 14 cm de comprimento.
- Da foto B, fazer cópias com as seguintes medidas: **5. c)** Não é possível, mantendo a proporcionalidade.
  - **d)** 6,35 cm de largura e 7,62 cm de comprimento; **5. d)** 127%
  - **e)** 3 cm de largura e 4 cm de comprimento;
  - **f)** 1,15 cm de largura e 1,38 cm de comprimento. **5. e)** Não é possível, mantendo a proporcionalidade.

**5. f)** 23%

**6.** Um triângulo *ABC* tem lados medindo 5 cm, 6 cm e 7,5 cm de comprimento. Calcule a medida de comprimento dos lados de outro triângulo, semelhante ao triângulo *ABC*, sabendo que seu lado menor mede 15 cm de comprimento.

**6.** 18 cm e 22,5 cm



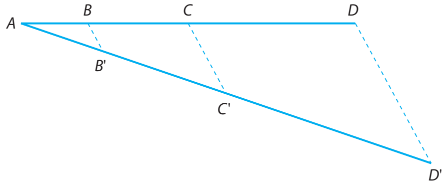


**(EF09MA10)** Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

**(EF09MA12)** Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

**(EF09MA14)** Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.

**7.** (Unicamp-SP) A figura a seguir mostra um segmento $\overline{AD}$ dividido em três partes com medidas: $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm e $CD = 5$ cm. O segmento $\overline{AD'}$ mede 13 cm, e as retas $\overleftrightarrow{BB'}$ e $\overleftrightarrow{CC'}$ são paralelas a $\overleftrightarrow{DD'}$. Determine os comprimentos, em centímetro, dos segmentos $\overline{AB'}$, $\overline{B'C'}$ e $\overline{C'D'}$.
**7.** $AB' = 2{,}6$ cm; $B'C' = 3{,}9$ cm; $C'D' = 6{,}5$ cm

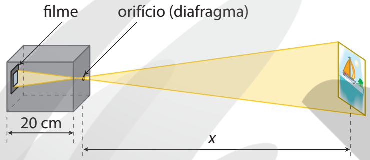



**8.** A razão entre a medida da largura e a do comprimento de um terreno retangular é $\frac{2}{5}$. Calcule a medida de área desse terreno sabendo que seu perímetro mede 70 metros. **8.** 250 m$^2$

**9.** (UFMG) Em determinada hora do dia, o Sol projeta a sombra de um poste de iluminação sobre o piso plano de uma quadra de vôlei. Nesse instante, a sombra mede 16 m. Simultaneamente, um poste de 2,7 m, que sustenta a rede, tem sua sombra projetada sobre a mesma quadra. Nesse momento, essa sombra mede 4,8 m. A altura do poste de iluminação é de: **9.** alternativa **c**

a) 8,0 m
b) 8,5 m
c) 9,0 m
d) 7,5 m

**10.** Podemos construir uma câmera fotográfica rudimentar inserindo um filme fotográfico em uma caixa de sapatos com um pequeno orifício, chamado diafragma, em uma de suas faces. Quando a luz entra pelo orifício, uma imagem invertida é produzida sobre o filme.

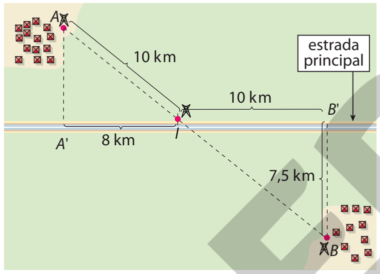



a) Suponha que você queira fotografar um quadro cujas medidas são 32 cm de largura por 40 cm de altura usando essa câmera improvisada, com medida de profundidade de 20 cm. Qual deve ser a medida da distância $x$ entre a câmera e o quadro para que seja produzida uma imagem que mede 8 cm de largura por 10 cm de altura? **10. a)** 80 cm

b) Se a imagem produzida medisse 5 cm de altura por 4 cm de largura, a que medida de distância do quadro a câmera deveria ficar? **10. b)** 1,6 m

**11.** Marcelo quer fotografar uma estátua que mede 1,8 m de altura. Para isso, colocou sua câmera a uma medida de distância de 3,0 m da estátua. O diafragma dessa câmera está a uma medida de distância de 2 cm do filme. Qual será a medida da altura da estátua na foto? **11.** 1,2 cm

**12.** Uma empresa de telecomunicações construirá torres de alta-tensão em três pontos distintos entre as cidades $A$ e $B$. Uma das torres será colocada na cidade $A$, uma na cidade $B$ e a outra próximo da estrada principal que separa essas cidades. Observe o esquema que foi montado para indicar as posições das torres.

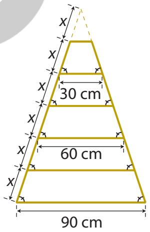



Determine a medida de distância:

a) da torre da cidade $A$ à estrada principal, indicada pelo segmento $\overline{AA'}$. **12. a)** 6 km

b) da torre da cidade $B$ à torre da estrada principal, indicada pelo segmento $\overline{BI}$. **12. b)** 12,5 km

**13.** Um marceneiro deseja construir uma escada trapezoidal com 6 degraus, de modo que sejam respeitadas as medidas indicadas na figura abaixo.




Todos os degraus serão obtidos cortando uma ripa linear de madeira cuja medida de comprimento mínima, em centímetro, seja:

a) 144
b) 315
c) 210
d) 155
e) 360

**13.** alternativa **b**

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



• Pode-se modelar matematicamente o problema apresentado na atividade **10** com semelhança de triângulos. Sabendo que a medida da altura do quadro, 40 cm, está para 10 cm, medida da altura da imagem, assim como a medida da largura do quadro, 32 cm, está para 8 cm, medida da largura da imagem, temos a seguinte proporção: $\frac{40}{10} = \frac{32}{8} = 4$

Assim, $x$ pode ser determinado com a proporção:

$\frac{x}{20} = 4$

$x = 80$

Logo, a medida da distância $x$ deve ser 80 cm.

• Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com sim, às vezes ou não.

Eu...

... sei o que são polígonos semelhantes?
... conheço o teorema de Tales?
... reconheço os casos de semelhança de triângulos (AA, LAL e LLL)?
... sei identificar se uma figura é uma ampliação, redução ou distorção de uma figura original?
.... sei aplicar o teorema de Tales na resolução de problemas?
... sei ler e interpretar gráficos que se complementam?
... cuido do meu material escolar?
... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?
... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?
... realizo as tarefas propostas?

## Para finalizar

### Objetivo

- Analisar o que foi estudado na Unidade e avaliar o aprendizado.

### Orientações

- Este é um momento de expor ideias e compará-las com as iniciais, de modo que fique mais claro para os estudantes o que foi tratado e discutido nesta Unidade. Com isso, eles podem verificar o que aprenderam e em quais assuntos tiveram mais dificuldade.
- Resolução da atividade 2:

$A_{I} = y^2$
$A_{II} = x^2$
$A_{III} = xy$
$A_{IV} = xy$

Medida de área do quadrado maior: $y^2 + 2xy + x^2$

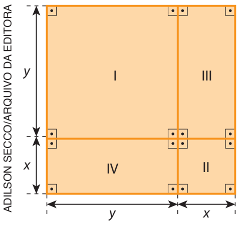
# Para finalizar

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## ORGANIZE SUAS IDEIAS

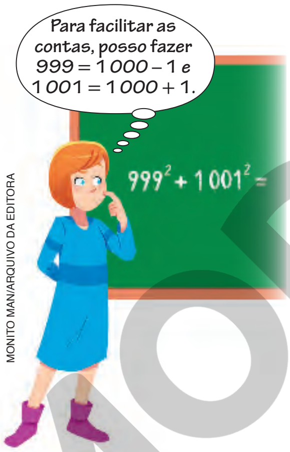
### OBSERVE E RESPONDA

**Considere estas imagens.**





Maquete do projeto de modernização do estádio Jornalista Mário Filho, o Maracanã, e do ginásio do Maracanãzinho (primeira foto, de 2004), e estádios após a modernização (segunda foto, de 2021), no Rio de Janeiro (RJ).





Jardim Botânico de Curitiba (PR), 2022.

1. Tanto na maquete quanto na ampliação da foto mantemos o formato original do objeto (no caso, o estádio e a foto), mudando seu tamanho (na maquete, diminuímos o tamanho em relação ao original; na ampliação da foto, aumentamos).

**Com base nas imagens e no que você aprendeu nesta Unidade, faça o que se pede.**

1. O que a maquete de um estádio e a ampliação de uma foto têm em comum?
2. Considere o quadrado, ilustrado acima, de lados medindo $y + x$ de comprimento. Expresse a medida de área desse quadrado em relação às medidas de área dos quadriláteros I, II, III e IV. **2.** $y^2 + 2yx + x^2$
3. Caso substitua 999 por 1 000 − 1 e 1 001 por 1 000 + 1 na expressão $999^2 + 1001^2$, que produtos notáveis a menina vai calcular? **3.** O quadrado da diferença de dois termos e o quadrado da soma de dois termos.

## REGISTRE

**Para finalizar o estudo desta Unidade, faça o que se pede.**

**1.** Que produtos notáveis você conhece? Exemplifique. **1.** Espera-se que os estudantes se lembrem do quadrado da soma de dois termos, do quadrado da diferença de dois termos e do produto da soma pela diferença de dois termos. Exemplos pessoais.

**2.** O que significa fatorar um polinômio?

**2.** Significa escrevê-lo na forma de um produto de dois ou mais polinômios.

**3.** Do ponto de vista matemático, o que significa ampliar uma foto?

**3.** Significa obter uma foto com dimensões maiores que as da original mantendo a proporção entre elas.

**4.** Como você diferencia congruência entre polígonos de semelhança entre polígonos? Explique.

**5.** Em sua opinião, qual é a importância da semelhança no dia a dia? Justifique sua resposta. **5.** Resposta pessoal.

**6.** Enuncie o teorema de Tales com suas palavras.

**7.** Na abertura desta Unidade, você respondeu a algumas questões no boxe *Para começar*... Retome as questões e analise se você daria outras respostas a elas agora. Escreva um texto explicando o que você aprendeu. **7.** Resposta pessoal.

**6.** Espera-se que os estudantes expliquem com suas palavras que, dado um feixe de retas paralelas cortadas por duas retas transversais, as medidas de comprimento dos segmentos determinados sobre a primeira transversal são proporcionais às medidas de comprimento dos segmentos correspondentes determinados sobre a segunda transversal.



### Para conhecer mais

**Semelhança**
**(Coleção Pra que serve Matemática?)**
Imenes, Jakubo, Lellis
São Paulo: Atual, 2005.
Esse livro é formado por pequenos textos que respondem parcialmente à pergunta "Pra que serve semelhança?".
Você encontrará curiosidades, informações históricas, quebra-cabeças, jogos e charadas para aplicar esse conceito.


REPRODUÇÃO/EDITORA ATUAL


REPRODUÇÃO/EDITORA SCIPIONE

**Semelhança não é mera coincidência**
**(Coleção Vivendo a Matemática)**
Nílson José Machado
São Paulo: Scipione, 2000.
Todos os quadrados são semelhantes? Todos os círculos são semelhantes? E quanto aos triângulos, essa semelhança é válida para todos? Esse livro explora as relações de semelhança entre figuras planas e não planas e ainda traz atividades esclarecedoras e interessantes sobre esse assunto.

**4.** Congruência: as figuras têm ângulos e segmentos correspondentes congruentes. Semelhança: as figuras têm ângulos correspondentes congruentes e as medidas de comprimento de quaisquer segmentos correspondentes nas duas figuras são proporcionais.



• Se julgar oportuno, peça aos estudantes que retomem as atividades feitas nos capítulos desta Unidade e listem as que tiveram dificuldade de resolver. Em seguida, organize-os em grupos, de acordo com as questões listadas e os conteúdos relacionados, para que resolvam juntos tais atividades.

• As atividades desta seção proporcionam a reflexão sobre dificuldades e aprendizagens. Essa reflexão proporcionará o agir com autonomia e responsabilidade quanto às próprias aprendizagens dos estudantes.

• Na atividade **5**, espera-se que os estudantes busquem exemplos que façam parte do repertório deles; assim, eles podem citar, por exemplo, peças de roupas de um mesmo modelo com tamanhos diferentes.

• Na atividade **7**, oriente os estudantes a retomar as questões propostas na abertura da Unidade e respondê-las novamente, agora aplicando o que aprenderam.

## Abertura da Unidade 3

### Objetivos

• Nesta unidade, serão trabalhados vários conceitos relacionados às unidades temáticas Números, Álgebra, Geometria e Probabilidade e Estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC.

### Orientações

• Ao trabalhar com a página de abertura, converse com os estudantes sobre as consequências do desmatamento. Explique-lhes, por exemplo, que a vegetação das florestas absorve energia solar e, ao desmatá-las, o calor se propaga com mais intensidade para a atmosfera, alterando assim, o microclima da região. O tema trabalhado na abertura contribui para o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental**, da macroárea **Meio Ambiente**.

• Se julgar conveniente, complemente o trabalho com esta página promovendo uma discussão a respeito da Agenda 2030, com ênfase para o objetivo 15, que diz:

> Proteger, recuperar e promover o uso sustentável dos ecossistemas terrestres, gerir de forma sustentável as florestas, combater a desertificação, deter e reverter a degradação da terra e deter a perda de biodiversidade.
>
> GTSCA 2030. *Objetivos de desenvolvimento* sustentável. Disponível em: https://gtagenda2030.org.br/ods/. Acesso em: 10 mar. 2022.

• Informe aos estudantes que a Agenda 2030 é um plano de ação global criado para fortalecer a paz universal, erradicar a pobreza e promover vida digna a todos, respeitando as condições oferecidas pelo planeta, sem comprometer a qualidade de vida das próximas gerações.

• Ao trabalhar com a questão **3**, os estudantes farão uso de conhecimentos sobre raiz quadrada e medidas de comprimento. Verifique se eles se recordam da expressão de cálculo da medida de área de um quadrado e se efetuam corretamente a radiciação em questão.

# UNIDADE 3

**Capítulo 6** Relações métricas no triângulo retângulo

**Capítulo 7** Equações do 2º grau

**Habilidades da BNCC trabalhadas nesta Unidade:**
EF09MA01 EF09MA14 EF09MA22
EF09MA09 EF09MA16
EF09MA13 EF09MA21

## PLANTE E REPLANTE

Todos os anos, milhares de quilômetros quadrados de florestas são desmatados no Brasil. Essa ação causa, entre outras consequências, alteração no microclima da região, perda da biodiversidade, erosão do solo e desertificação. As soluções para esse problema? Combate ao desmatamento e reflorestamento.

JOÃO PRUDENTE/PULSAR IMAGENS

Vista aérea de área de reflorestamento e plantação de eucaliptos em zona rural de Poços de Caldas (MG), 2021.

Você provavelmente já ouviu falar sobre reflorestamento. Mas você sabe qual é seu significado? Reflorestamento consiste no repovoamento de áreas desmatadas com o objetivo de recuperar florestas que foram destruídas. Essa ação pode ser feita por meio do plantio de sementes e mudas de árvores nativas ou da manutenção da vegetação já existente. Entretanto, o reflorestamento não é tão simples assim, não se trata de plantar árvores de maneira aleatória, é preciso fazer um estudo de campo sobre a área que pretende plantar como, por exemplo, analisar o solo, o clima, o tipo de espécie para plantar e o método de plantio. Todo este estudo ajuda a evitar problemas futuros.

**Para começar: 1.** Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Ao combater o desmatamento evita-se, por exemplo, a alteração no microclima da região, perda da biodiversidade, erosão do solo e a desertificação.

### Para começar...

1. Qual é a importância do combate ao desmatamento?
2. Qual é o intuito do reflorestamento? **2.** Resposta pessoal. Exemplo de resposta: o intuito é repovoar áreas desmatadas com o objetivo de recuperar florestas que foram destruídas.
3. Uma organização não governamental reflorestou uma região quadrada cuja área mede 1 600 m². Qual é a medida do comprimento do lado dessa região? **3.** 40 m

146

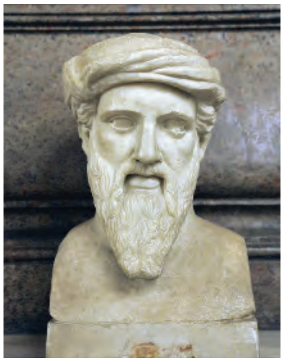
CAPÍTULO 6

Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.

# Relações métricas no triângulo retângulo

**Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:**
EF09MA01
EF09MA13
EF09MA14
EF09MA16
EF09MA22

## 1 Primeira relação métrica: teorema de Pitágoras



LANMAS/ALAMY/FOTOARENA - MUSEU CAPITOLINOS, ROMA

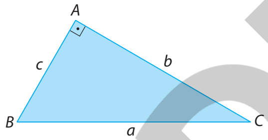
Busto do matemático Pitágoras. Escultura da metade do século V.



O filósofo e matemático grego Pitágoras nasceu na ilha grega de Samos, por volta de 572 a.C. Fundou, em Crotona, a Escola Pitagórica, um centro de estudos de Filosofia, Ciências Naturais e Matemática. A escola era reservada a poucos iniciados, os estudos eram comunitários e o conhecimento produzido era creditado ao mestre. Por isso, várias descobertas foram atribuídas a Pitágoras, embora não se saiba ao certo se realmente foram realizadas por ele ou por outros membros do grupo.

Pitágoras é lembrado até hoje, principalmente, pelo teorema que leva seu nome e estabelece uma relação entre as medidas de comprimento dos lados de um triângulo retângulo.

No triângulo retângulo a seguir, $\overline{BC}$ é a hipotenusa e $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$ são os catetos.




Em qualquer triângulo retângulo, o maior lado chama-se **hipotenusa**, e os lados que formam o ângulo reto são denominados **catetos**.

De acordo com o teorema de Pitágoras:

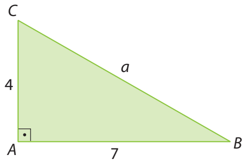
Em um triângulo retângulo qualquer, a soma dos quadrados das medidas de comprimento dos catetos é igual ao quadrado da medida de comprimento da hipotenusa.

Assim, na figura acima, temos: $\boldsymbol{b^2 + c^2 = a^2}$

Observe, por exemplo, como podemos determinar a medida de comprimento da hipotenusa no triângulo a seguir, em que $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ são os catetos e $\overline{BC}$ é a hipotenusa.

Aplicando o teorema de Pitágoras, temos:

$$a^2 = 7^2 + 4^2$$
$$a^2 = 49 + 16$$
$$a^2 = 65$$
$$a = \sqrt{65}$$
$$a \simeq 8{,}06$$




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**Observação**

Resolver uma equação do tipo $x^2 = k$, em que $k$ é um número real, consiste em encontrar os valores de $x$ que, elevados ao quadrado, resultam em $k$.
Nesse caso, como a medida de comprimento de um lado de qualquer figura sempre será um número positivo; ao resolver a equação, consideramos somente a raiz positiva.



## Primeira relação métrica: teorema de Pitágoras

### Objetivos

- Compreender e aplicar o teorema de Pitágoras.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF09MA13 e EF09MA14.

### Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA13 porque será demonstrado o teorema de Pitágoras. A habilidade EF09MA14 também tem o seu desenvolvimento favorecido porque os estudantes terão a oportunidade de resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras.

### Orientações

- Neste tópico, apresenta-se o teorema de Pitágoras. Após verificar sua validade de modo experimental por meio de um *software* de Geometria dinâmica, esse teorema será, primeiramente, demonstrado com base na noção de área.
- Faça a leitura compartilhada do texto e ressalte que o teorema de Pitágoras teve grande importância para o desenvolvimento da Matemática e da Física e que é amplamente aplicado no dia a dia.

**(EF09MA13)** Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.

**(EF09MA14)** Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.

## Informática e Matemática

### Objetivo

- Verificar experimentalmente, com o auxílio de um *software* de Geometria dinâmica, a validade do teorema de Pitágoras.

### Orientações

- Nesta seção, os estudantes terão a oportunidade de construir quadrados cujos lados correspondem aos lados de um triângulo retângulo e verificar que a medida da área do quadrado cujo lado é a hipotenusa é igual à soma das medidas das áreas dos quadrados cujos lados são os catetos. Oriente-os quanto às ferramentas que devem utilizar na construção e, depois, na investigação que deverão realizar. Deixe-os livres para conjecturar e trocar ideias.
- Em *Construa*, no 2º e 3º passo, oriente os estudantes a construir os quadrados de modo que eles fiquem externos ao triângulo para facilitar a investigação.
- Para o *Investigue*, relembre-os de que um triângulo é acutângulo quando a abertura de seus ângulos internos é menor que 90°, é obtusângulo quando a abertura de um de seus ângulos mede mais que 90° e é retângulo quando a abertura de um dos seus ângulos mede 90°. Espera-se que os estudantes percebam que:

– no item **b**, nos quadrados construídos sobre os lados do triângulo acutângulo, a medida da área do quadrado maior é menor que a soma das medidas das áreas dos quadrados menores;

– no item **c**, nos quadrados construídos sobre os lados do triângulo obtusângulo, a medida da área do quadrado maior é maior que a soma das medidas das áreas dos quadrados menores;

– no item **d**, quando o triângulo se aproxima de um triângulo retângulo, a medida da área do quadrado maior se aproxima da soma das medidas das áreas dos quadrados menores;

– no item **e**, a medida da área do quadrado maior é igual à soma das medidas das áreas dos quadrados menores.

# Informática e Matemática

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## Verificação experimental

Nesta seção, você vai utilizar um *software* de Geometria dinâmica para construir um triângulo e três quadrados, sendo cada quadrado com um lado em comum com o triângulo e externo a ele, e, então, comparar a medida da área do quadrado maior com a soma das medidas das áreas dos quadrados menores.

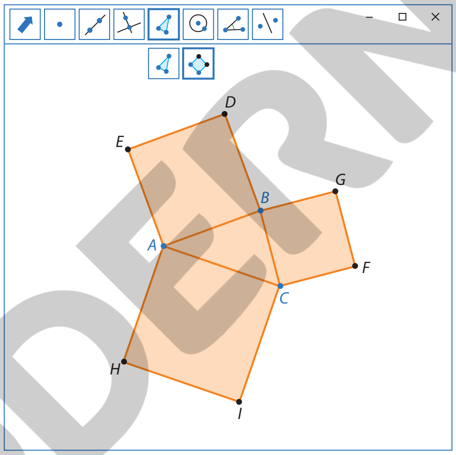
### CONSTRUA

Utilize a ferramenta para a construção de polígonos e siga os passos descritos a seguir.

**1º)** Construa um triângulo *ABC* qualquer.

**2º)** Sobre o lado $\overline{AB}$, construa um quadrado *ABDE* externo ao triângulo.

**3º)** Do mesmo modo, construa o quadrado *BCFG* sobre o lado $\overline{BC}$ e o quadrado *ACIH* sobre o lado $\overline{AC}$.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

### INVESTIGUE

**Investigue:** Respostas e comentários em *Orientações*.

**a)** Meça a abertura dos três ângulos internos do triângulo *ABC* e, usando a ferramenta de cálculo de medida de área, determine as medidas das áreas dos quadrados *ABDE*, *BCFG* e *ACIH*.

**b)** Movimente um dos vértices do triângulo construído de modo que obtenha um triângulo acutângulo. Compare a medida da área do quadrado maior com a soma das medidas das áreas dos quadrados menores. O que você observa?

**c)** Movimente, agora, um dos vértices do triângulo de modo que obtenha um triângulo obtusângulo. Compare a medida da área do quadrado maior com a soma das medidas das áreas dos quadrados menores. O que você observa?

**d)** Mais uma vez, movimente um dos vértices do triângulo de modo que a medida de abertura de um dos seus ângulos internos se aproxime de 90°. O que você observa?

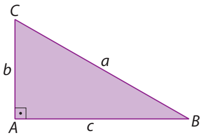
**e)** Repita a construção descrita acima, porém desenhe um triângulo retângulo no 1º passo. Determine a medida de área dos quadrados e compare a medida da área do quadrado maior com a soma das medidas das áreas dos quadrados menores. Movimente a construção. O que você observa?

## Demonstração do teorema de Pitágoras

Uma das primeiras demonstrações desse teorema foi desenvolvida por Euclides, em sua obra *Os elementos*, por volta de 300 a.C. Além dela, são conhecidas mais de 350 demonstrações.

A seguir, apresentamos uma demonstração por meio da comparação de medidas de áreas de figuras geométricas.

Observe abaixo o triângulo retângulo $ABC$.



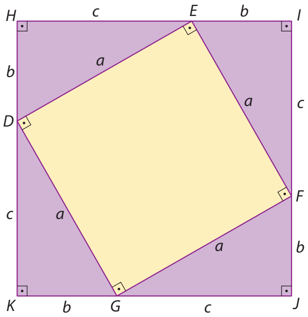


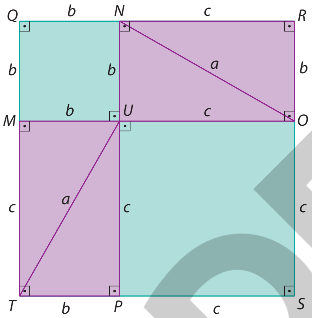
BIBLIOTECA BODLEIAN, UNIVERSIDADE DE OXFORD, OXFORD

Tradução em árabe do teorema de Pitágoras, que consta na obra *Al-Jabr*, de al-Khowarizmi.

Queremos demonstrar que $a^2 = b^2 + c^2$.

Observe as figuras.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Os quadrados $HIJK$ e $QRST$ têm a mesma medida de mesma área, uma vez que seus lados têm a mesma medida de comprimento $(b + c)$.

- A medida da área do quadrado $HIJK$ é: $\underbrace{a^2}_{\text{medida da área do quadrado } DEFG} + 4 \cdot \underbrace{\frac{b \cdot c}{2}}_{\text{medida da área de cada triângulo}}$ (I)

- A medida da área do quadrado $QRST$ é: $\underbrace{b^2}_{\text{medida da área do quadrado } QNUM} + \underbrace{c^2}_{\text{medida da área do quadrado } UOSP} + 4 \cdot \underbrace{\frac{b \cdot c}{2}}_{\text{medida da área de cada triângulo}}$ (II)

Como as medidas das áreas dos quadrados $HIJK$ e $QRST$ são iguais, igualamos I e II:

$$a^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2} = b^2 + c^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2}$$

Subtraindo $4 \cdot \frac{b \cdot c}{2}$ dos dois membros, temos:

$$\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$$

Assim, demonstramos que, em um triângulo retângulo qualquer, a soma dos quadrados das medidas de comprimento dos catetos é igual ao quadrado da medida de comprimento da hipotenusa.





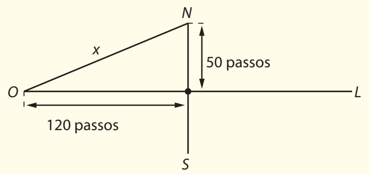
- A Geometria será abordada com caráter cada vez mais demonstrativo, pois o desenvolvimento dessa linguagem também é foco de aprendizagem. Assim, dedique tempo para as etapas da demonstração apresentada.
- A demonstração para o teorema de Pitágoras apresentada no livro é desenvolvida interativamente no *link* "Uma demonstração sem palavras do 'Teorema de Pitágoras'" (disponível em: https://www.geogebra.org/m/jmMamt5s; acesso em: 20 jul. 2022).
- No *site* http://www.ime.unicamp.br/~apmat/teorema-de-pitagoras/ (acesso em: 20 jul. 2022), há sugestões de como trabalhar o teorema de Pitágoras em sala de aula, além de apresentar um vídeo com uma verificação experimental muito interessante desse teorema. Se possível, apresente esse vídeo aos estudantes.

- Na resolução das atividades desta página, verifique se os estudantes lembram-se de que, em um triângulo retângulo, a hipotenusa é o lado oposto ao ângulo de 90°. Identificar corretamente catetos e hipotenusa em um triângulo retângulo é fundamental para a aplicação correta do teorema de Pitágoras.
- A atividade **3** amplia o estudo sobre o teorema de Pitágoras, uma vez que os estudantes deverão utilizá-lo em situações mais complexas e sucessivas vezes, começando por encontrar o valor de *x*.

## Sugestão de atividade

Márcia está participando de uma caça ao tesouro com um mapa de instruções e uma bússola. Ao chegar à última instrução, ela deu 120 passos para o oeste, mas deveria ter dado 50 passos para o norte. Ao perceber o erro, em vez de voltar e recomeçar, ela pensou que poderia economizar alguns passos se soubesse a direção exata do tesouro a partir daquele ponto. Se pudesse ir direto ao tesouro, quantos passos a menos Márcia daria?

Resolução: desenhando um esquema para ajudar na resolução da atividade, temos:




ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

Se Márcia voltasse, daria 170 passos, pois $120 + 50 = 170$. Para calcular quantos passos ela daria se fosse direto ao tesouro, consideramos o triângulo retângulo formado:

$120^2 + 50^2 = x^2$

$x^2 = 16\,900$

$x = 130$

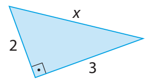
Portanto, se Márcia fosse direto ao tesouro, daria 40 passos a menos, pois $170 - 130 = 40$.

## ATIVIDADES

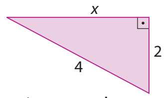
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Em cada caso, determine a medida de comprimento *x*. **1. a)** $\sqrt{13}$ **1. b)** $2\sqrt{3}$

a)

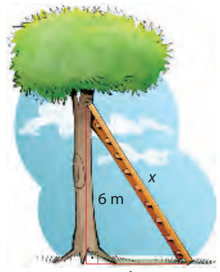



b)




**2.** Determine a medida de comprimento dos catetos de um triângulo retângulo isósceles cuja hipotenusa mede 10 cm de comprimento. **2.** $5\sqrt{2}$ cm

**3.** Uma escada está apoiada no tronco de uma árvore, conforme o esquema abaixo.

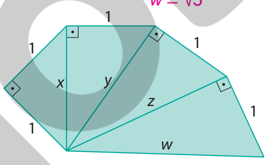



Calcule a medida de comprimento *x*, em metro, dessa escada. **3.** $\sqrt{37}$ m

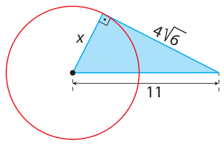
**4.** Em um triângulo retângulo *ABC*, a hipotenusa mede $3\sqrt{5}$ cm de comprimento, e um cateto mede o dobro do comprimento do outro. Determine a medida de área desse triângulo. **4.** 9 cm²

**5.** Rui vai comprar uma ripa de madeira para fazer um reforço diagonal em uma cerca que mede 0,8 m de altura por 2 m de comprimento. Qual deve ser a medida de comprimento da ripa? **5.** aproximadamente 2,16 m

**6.** Determine as medidas de comprimento *x*, *y*, *z* e *w* indicadas na figura. **6.** $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3}$, $z = 2$ e $w = \sqrt{5}$




**7.** Observe a figura e faça o que se pede.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Determine:

**a)** a medida de comprimento *x* do raio da circunferência; **7. a)** 5 **7. b)** $4(4 + \sqrt{6})$

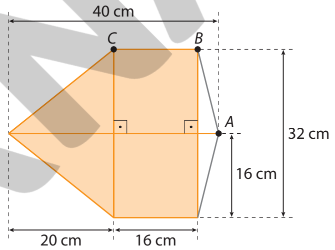
**b)** a medida do perímetro do triângulo;

**c)** a medida de área do triângulo. **7. c)** $10\sqrt{6}$

**8.** (Etec-SP) A pipa, também conhecida como papagaio ou quadrado, foi introduzida no Brasil pelos colonizadores portugueses no século XVI.

Para montar a pipa, representada na figura, foram utilizados uma vareta de 40 cm de comprimento, duas varetas de 32 cm de comprimento, tesoura, papel de seda, cola e linha.

As varetas são fixadas conforme a figura, formando a estrutura da pipa. A linha é passada em todas as pontas da estrutura, e o papel é colado de modo que a extremidade menor da estrutura da pipa fique de fora.




O comprimento da linha que passa pelos pontos *A*, *B* e *C* do contorno da estrutura da pipa, em centímetro, é: **8.** alternativa **a**

**a)** $4 \cdot (4 + \sqrt{17})$

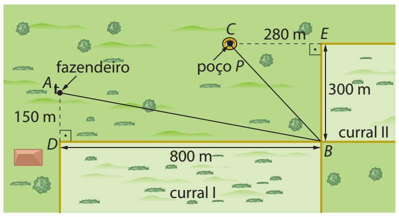
**b)** $2 \cdot (8 + \sqrt{19})$

**c)** $16 + \sqrt{17}$

**d)** $18 \cdot \sqrt{19}$

**e)** $20 \cdot \sqrt{17}$

**9.** Um fazendeiro caminhou do ponto *A* ao ponto *B* e depois do ponto *B* ao ponto *C*, conforme o esquema a seguir.

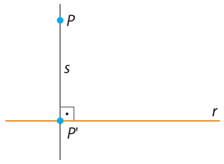



Qual é a medida da distância, em metro, que ele caminhou aproximadamente? **9.** 1 224 m

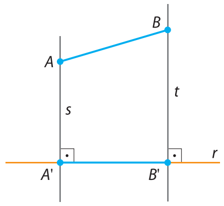
## 2 Outras relações métricas no triângulo retângulo

O teorema de Pitágoras é a primeira das relações métricas no triângulo retângulo que estudamos. Além dessa relação métrica, existem outras. Antes de estudá-las, porém, vamos ver alguns conceitos para entender os termos que serão usados.

- Projeção ortogonal de um ponto sobre uma reta
  Considere um ponto $P$ e uma reta $r$.
  Ao traçar a reta $s$, perpendicular à reta $r$, e passando pelo ponto $P$, obtemos o ponto $P'$. O ponto $P'$ é a projeção ortogonal do ponto $P$ sobre a reta $r$.
  Se o ponto pertence à reta, coincide com sua projeção ortogonal sobre a reta.



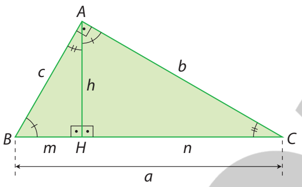

- Projeção ortogonal de um segmento sobre uma reta
  Considere um segmento $\overline{AB}$ e uma reta $r$.
  O ponto $A'$ é a projeção ortogonal do ponto $A$ sobre a reta $r$, e o ponto $B'$ é a projeção ortogonal do ponto $B$ sobre a reta $r$. Dessa forma, $\overline{A'B'}$ é a projeção ortogonal do segmento $\overline{AB}$ sobre a reta $r$.




**Para pensar**

No caso de um segmento $\overline{CD}$ ser perpendicular a uma reta $r$, que figura corresponde à projeção ortogonal do segmento sobre a reta? **Para pensar:** um ponto

As próximas relações que estudaremos serão demonstradas com base no conceito de semelhança de triângulos. Para isso, considere o triângulo retângulo $ABC$ representado abaixo.




Nesse triângulo:

- $\overline{BC}$ é a hipotenusa de medida de comprimento $a$;
- $\overline{AB}$ é o cateto de medida de comprimento $c$;
- $\overline{AC}$ é o cateto de medida de comprimento $b$;
- $\overline{AH}$ é a altura relativa à hipotenusa; sua medida de comprimento é $h$;
- $\overline{BH}$ é a projeção ortogonal do cateto $\overline{AB}$ sobre a hipotenusa; sua medida de comprimento é $m$;
- $\overline{HC}$ é a projeção ortogonal do cateto $\overline{AC}$ sobre a hipotenusa; sua medida de comprimento é $n$.

O triângulo $ABC$ pode ser decomposto em dois triângulos retângulos: $\triangle HBA$ e $\triangle HAC$. Observando-os, notamos que:

- $\hat{B}$ e $H\hat{A}C$ são ângulos complementares do ângulo $\hat{C}$; logo, $H\hat{B}A \cong H\hat{A}C$;
- $\hat{C}$ e $H\hat{A}B$ são ângulos complementares do ângulo $\hat{B}$; logo, $H\hat{A}B \cong H\hat{C}A$.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA







## Outras relações métricas no triângulo retângulo

### Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF09MA01 e EF09MA13.

### Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA13 porque serão demonstradas as relações métricas no triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras. Além disso, contribui para o desenvolvimento da habilidade EF09MA01 ao identificar que existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional.

### Orientações

- As demonstrações das relações métricas foram feitas a partir da semelhança entre os triângulos. Se julgar necessário, retome com os estudantes os casos de semelhança de triângulos.
- Nesta página, são apresentados alguns conceitos que darão subsídios para que os estudantes compreendam as demonstrações das relações métricas. Ao trabalhar as noções de projeção ortogonal de um ponto sobre uma reta e de um segmento sobre uma reta, retome a construção da perpendicular a uma reta por um ponto usando instrumentos de desenho. Alerte os estudantes para o cuidado ao manusear o compasso.
- No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes percebam que, se o segmento de reta é perpendicular à reta, então o ponto de interseção entre eles coincide com a projeção ortogonal do segmento de reta sobre a reta.

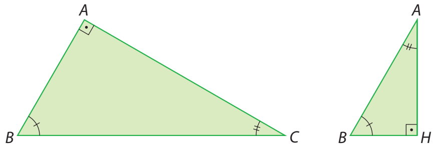
**(EF09MA01)** Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade).

**(EF09MA13)** Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.

- É importante que os estudantes percebam que as relações métricas têm origem a partir do traçado da altura do triângulo retângulo em relação à hipotenusa.
- Se possível, antes de apresentar a segunda relação métrica, oriente os estudantes a verificar sua validade com o auxílio de um *software* de Geometria dinâmica. Com isso, eles poderão atribuir significado à demonstração que será feita na sequência.
- Faça a demonstração da segunda relação métrica com a participação da turma. Incentive os estudantes a identificar os lados e ângulos correspondentes dos triângulos semelhantes e a ditar a proporção entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes.

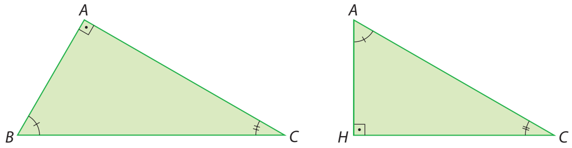
Vamos analisar esses triângulos dois a dois.

- $\triangle ABC$ e $\triangle HBA$



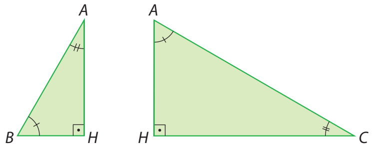

$B\hat{A}C \cong B\hat{H}A$ (ângulos retos)
$A\hat{B}C \cong H\hat{B}A$ (ângulo comum)
Então: $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ (caso AA)

- $\triangle ABC$ e $\triangle HAC$




$B\hat{A}C \cong A\hat{H}C$ (ângulos retos)
$A\hat{C}B \cong H\hat{C}A$ (ângulo comum)
Então: $\triangle ABC \sim \triangle HAC$ (caso AA)

- $\triangle HBA$ e $\triangle HAC$

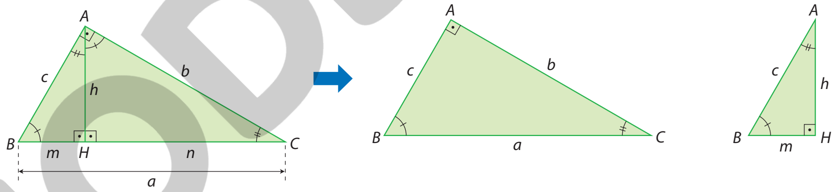



$B\hat{H}A \cong A\hat{H}C$ (ângulos retos)
$A\hat{B}H \cong C\hat{A}H$
Então: $\triangle HBA \sim \triangle HAC$ (caso AA)

Usando essas semelhanças de triângulos, vamos mostrar as outras relações métricas.

## Segunda relação métrica

Vamos retomar o triângulo *ABC* e considerar os triângulos *ABC* e *HBA*, que são semelhantes pelo caso de semelhança AA, conforme verificamos.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos escrever a seguinte proporção entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes dos triângulos:

$$\frac{AB}{HB} = \frac{BC}{BA} = \frac{AC}{HA}, \text{ que equivale a } \frac{c}{m} = \underbrace{\frac{a}{c} = \frac{b}{h}}_{\text{(I)}}$$

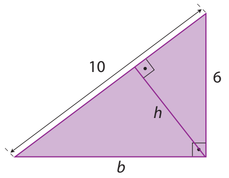
Da igualdade I, temos:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{h}, \text{ ou seja, } \boldsymbol{b \cdot c = a \cdot h}$$

Esta é a segunda relação métrica:

Em um triângulo retângulo qualquer, o produto das medidas de comprimento dos catetos é igual ao produto da medida de comprimento da hipotenusa pela medida de comprimento da altura relativa à hipotenusa.

Observe como determinar as medidas de comprimento $b$ e $h$ indicadas no triângulo a seguir, aplicando o teorema de Pitágoras e a segunda relação métrica.




$$b^2 + 6^2 = 10^2$$
$$b^2 = 100 - 36$$
$$b^2 = 64$$
$$b = 8$$

$$b \cdot 6 = 10 \cdot h$$
$$h = \frac{8 \cdot 6}{10}$$
$$h = 4{,}8$$

## Terceira relação métrica

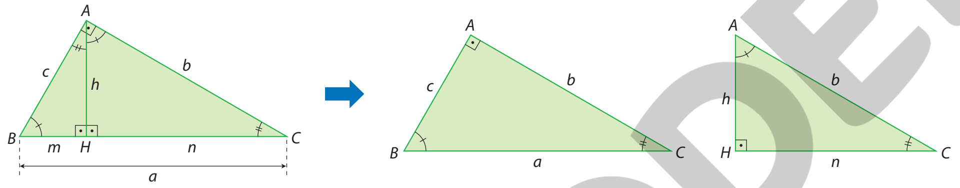
Vamos retomar a proporção entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes dos triângulos semelhantes $ABC$ e $HBA$:

$$\underbrace{\frac{c}{m} = \frac{a}{c}}_{\text{(II)}} = \frac{b}{h}$$

Da igualdade II, temos:

$$\frac{c}{m} = \frac{a}{c}\text{, ou seja, } \boldsymbol{c^2 = a \cdot m}$$

Agora, vamos considerar os triângulos $ABC$ e $HAC$. Como vimos anteriormente, esses triângulos também são semelhantes.




Podemos escrever a seguinte proporção entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes dos triângulos:

$$\frac{AB}{HA} = \frac{BC}{AC} = \frac{AC}{HC}\text{, que equivale a } \frac{c}{h} = \underbrace{\frac{a}{b} = \frac{b}{n}}_{\text{(III)}}$$

Da igualdade III, temos:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{n}\text{, ou seja, } \boldsymbol{b^2 = a \cdot n}$$

Assim, obtemos a terceira relação métrica:

Em um triângulo retângulo qualquer, o quadrado da medida de comprimento de um cateto é igual ao produto da medida de comprimento da hipotenusa pela medida da projeção ortogonal desse cateto sobre a hipotenusa.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA







• Assim como no estudo da segunda relação métrica, convém que os estudantes verifiquem experimentalmente a validade da terceira relação antes que esta seja apresentada e demonstrada para eles. Também, nesse caso, é de grande valia demonstrar essa relação no quadro com a participação da turma.

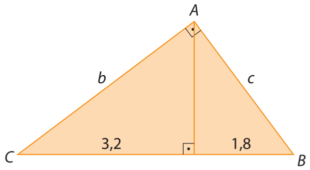
• O teorema de Pitágoras já foi demonstrado a partir da noção de área. No boxe *Para demonstrar*, os estudantes poderão fazer a demonstração do teorema a partir da terceira relação métrica, que, por sua vez, decorre da semelhança de triângulos. É importante enfatizar para a turma que na Matemática há diferentes caminhos que podem conduzir ao mesmo fim. Se julgar conveniente, proponha aos estudantes que pesquisem outras demonstrações do teorema de Pitágoras e que cada um escolha uma das demonstrações, entenda seus passos e explique-a a um colega. Em seguida, oriente-os a ouvir a explicação da demonstração que o colega escolheu e, se necessário, fazer perguntas para compreender melhor. Conversem sobre qual demonstração eles acharam mais fácil e, depois, peça que compartilhem com a turma o que concluíram. A atividade de pesquisa, explicação e argumentação permite que os estudantes exercitem várias atitudes para a vida, como organizar as ideias e comunicar-se de maneira clara, além de perceber que um mesmo teorema pode ser demonstrado de diferentes maneiras.

• Trabalhe a quarta relação assim como as demais. É importante que os estudantes não sejam incentivados a memorizar essas relações, mas sim que atribuam significado a cada uma delas.

Acompanhe, por exemplo, como podemos determinar as medidas de comprimento $b$ e $c$ indicadas no triângulo abaixo.

Nesse triângulo, a medida de comprimento da hipotenusa $\overline{BC}$ é igual a 5, pois $a = 3{,}2 + 1{,}8 = 5$.

Então:

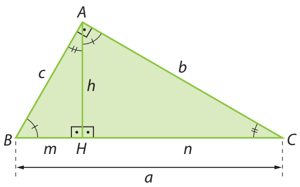



| | |
|---|---|
| $b^2 = 5 \cdot 3{,}2$ | $c^2 = 5 \cdot 1{,}8$ |
| $b^2 = 16$ | $c^2 = 9$ |
| $b = 4$ | $c = 3$ |

### Para demonstrar

Você sabia que é possível demonstrar o teorema de Pitágoras usando a terceira relação métrica? Junte-se a um colega e façam o que se pede.

**Para demonstrar:** Adicionando membro a membro as duas igualdades, temos:
$b^2 + c^2 = a \cdot n + a \cdot m$
$b^2 + c^2 = a \cdot (n + m)$
Substituindo $(n + m)$ por $a$, temos:
$b^2 + c^2 = a \cdot (n + m)$
$b^2 + c^2 = a \cdot a$
$b^2 + c^2 = a^2$



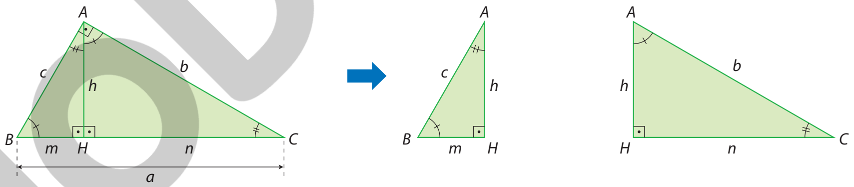


$b^2 = a \cdot n$ e $c^2 = a \cdot m$

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

## Quarta relação métrica

Vamos considerar, agora, os triângulos semelhantes *HBA* e *HAC*.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos escrever a seguinte proporção entre as medidas de comprimento dos lados correspondentes:

$$\frac{HB}{HA} = \frac{HA}{HC} = \frac{BA}{AC}, \text{ que equivale a } \underbrace{\frac{m}{h} = \frac{h}{n}}_{\text{(IV)}} = \frac{c}{b}$$

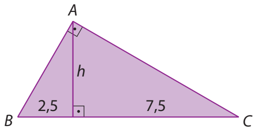
Da igualdade IV, temos:

$$\frac{m}{h} = \frac{h}{n}, \text{ ou seja, } \boldsymbol{h^2 = m \cdot n}$$

Chegamos, então, à quarta relação métrica:

Em um triângulo retângulo qualquer, o quadrado da medida de comprimento da altura relativa à hipotenusa é igual ao produto das medidas de comprimento das projeções ortogonais dos catetos sobre a hipotenusa.

Observe, por exemplo, como podemos calcular a medida de comprimento $h$ da altura do triângulo retângulo a seguir usando a quarta relação métrica.

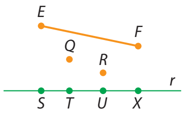



$h^2 = 2,5 \cdot 7,5$
$h^2 = 2,5 \cdot 2,5 \cdot 3$
$h = 2,5 \cdot \sqrt{3}$
$h \simeq 4,33$

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Observe as figuras.



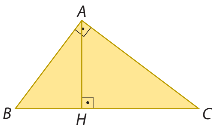

Usando um esquadro, identifique as projeções ortogonais na reta $r$:

**a)** dos pontos $Q$, $R$ e $U$; **1. a)** $T$, $U$ e $U$

**b)** dos segmentos $\overline{EF}$ e $\overline{TU}$. **1. b)** $\overline{SX}$ e $\overline{TU}$

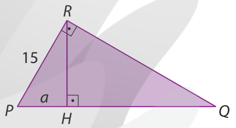
**2.** Observe o triângulo e associe as colunas no caderno.

**2.** A – III; B – I; C – II




| | | | |
|---|---|---|---|
| A | projeção do cateto $\overline{AC}$ sobre a hipotenusa | I | $\overline{AH}$ |
| B | altura relativa à hipotenusa | II | $\overline{AC}$ |
| C | hipotenusa do $\triangle AHC$ | III | $\overline{HC}$ |

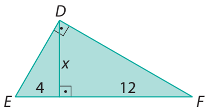
**3.** Determine a medida de comprimento de $\overline{PQ}$ em função de $a$.




**3.** $\frac{225}{a}$

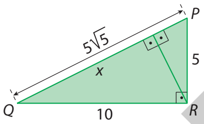
**4.** Em cada caso, determine a medida de comprimento $x$ indicada no triângulo retângulo.

**a)**



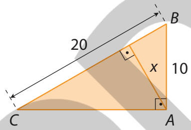

**4. a)** $4\sqrt{3}$

**b)**



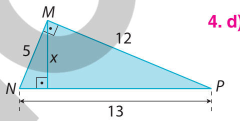

**4. b)** $4\sqrt{5}$

**c)**



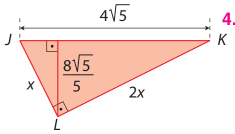

**4. c)** $5\sqrt{3}$

**d)**




**4. d)** $\frac{60}{13}$

**e)**




**4. e)** 4



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA





- As atividades desta página exigem dos estudantes a aplicação das relações métricas estudadas anteriormente. Aproveite a oportunidade para avaliar o que aprenderam e identificar as principais dificuldades.
- Aproveite as atividades **1** e **2** para verificar se os estudantes compreenderam a ideia de projeção ortogonal e os termos usados.

155

- Na atividade **5**, oriente os estudantes a fazer uma figura que represente cada uma das afirmações para ajudá-los a identificar a verdadeira.
- Ao resolver a atividade **6**, peça aos estudantes que registrem a relação (ou relações) que estão aplicando: teorema de Pitágoras, segunda, terceira ou quarta relação métrica. Não é necessário fazer sempre esse registro, mas neste início dos estudos ele auxiliará a apreensão dessas ideias.
- Para fazer a atividade **7**, os estudantes podem formar duplas ou trios e, assim, trocar informações. É fundamental que justifiquem a resposta apresentada.

## Aplicações do teorema de Pitágoras

### Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF09MA01, EF09MA14 e EF09MA16.

### Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades EF09MA14 e EF09MA16 porque os estudantes vão resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras; inclusive problemas de determinação do ponto médio de um segmento de reta e da medida de distância entre dois pontos dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano. Além disso, a habilidade EF09MA01 também é favorecida ao resgatar a ideia do número irracional na diagonal do quadrado.

### Orientações

- Algumas das aplicações destacadas no texto referem-se à medida de comprimento da diagonal do quadrado e à medida de comprimento da altura de um triângulo equilátero, mas essas ideias podem ser estendidas para outras figuras planas, como o retângulo, o losango e o triângulo isósceles. Além disso, os estudantes verão como localizar alguns números reais na reta numérica e como determinar a medida da distância entre dois pontos do plano cartesiano aplicando o teorema de Pitágoras.

**6. b)** medida de comprimento da hipotenusa: 5 dm; medida de comprimento da altura: 2,4 dm

Lembre-se: Escreva no caderno!

**5.** Reproduza a afirmação verdadeira no caderno. **5.** alternativa **c**

a) Ao traçar a altura relativa à hipotenusa de qualquer triângulo retângulo cujo comprimento da hipotenusa mede 10 cm, a projeção de um dos catetos sobre a hipotenusa terá medida igual a 5 cm de comprimento.

b) Se a altura relativa à hipotenusa de um triângulo retângulo mede 10 cm de comprimento, a hipotenusa desse triângulo também mede 10 cm de comprimento.

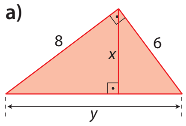
c) Se as projeções ortogonais dos catetos de um triângulo retângulo medem 5,3 cm e 4,5 cm de comprimento, a altura relativa à hipotenusa mede aproximadamente 4,88 m de comprimento.

**6.** Leia e faça o que se pede.

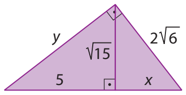
a) Em um triângulo retângulo, a medida de comprimento da hipotenusa é igual a 10 cm e a dos catetos, $2\sqrt{5}$ cm e $4\sqrt{5}$ cm. Calcule a medida de comprimento da altura relativa à hipotenusa. **6. a)** 4 cm

b) Determine, em um triângulo retângulo de catetos com medidas de comprimento iguais a 3 dm e 4 dm, a medida de comprimento da hipotenusa e da altura relativa à hipotenusa.

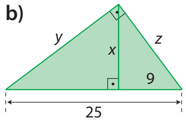
**7.** Determine a medida de comprimento das incógnitas em cada item.

a)


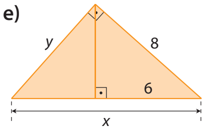

**7. a)** $x = 4{,}8$ e $y = 10$

d)


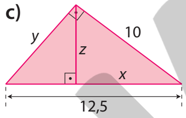

**7. d)** $x = 3$ e $y = 2\sqrt{10}$

b)


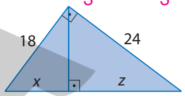

**7. b)** $x = 12$, $y = 20$ e $z = 15$

e)



**7. e)** $x = \frac{32}{3}$ e $y = \frac{8\sqrt{7}}{3}$

c)



**7. c)** $x = 8$, $y = 7{,}5$ e $z = 6$

f)



**7. f)** $x = 10{,}8$ e $z = 19{,}2$

**8.** Elabore uma atividade envolvendo um triângulo retângulo isósceles com, pelo menos, um dos lados medindo 16 cm de comprimento. Depois, em duplas, troquem as atividades e resolvam. **8.** Resposta pessoal.

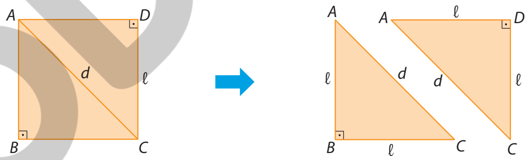


# 3 Aplicações do teorema de Pitágoras

## Medida de comprimento da diagonal de um quadrado

Considere um quadrado *ABCD* cujo comprimento do lado mede $\ell$ e o da diagonal mede $d$.

Observe que a diagonal $\overline{AC}$ divide o quadrado em dois triângulos retângulos congruentes: $\triangle ABC$ e $\triangle ADC$.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Aplicando o teorema de Pitágoras ao $\triangle ABC$, temos:

$$d^2 = \ell^2 + \ell^2$$
$$d^2 = 2\ell^2$$
$$d = \sqrt{2\ell^2} = \ell\sqrt{2}$$

Assim:

Em um quadrado de lado de medida de comprimento $\ell$, a medida de comprimento da diagonal é $\ell\sqrt{2}$.



**(EF09MA01)** Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade).

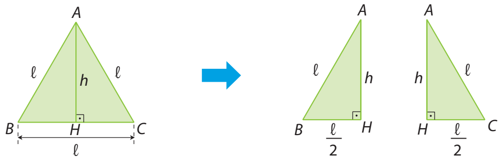
**(EF09MA14)** Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.

**(EF09MA16)** Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

## Medida de comprimento da altura de um triângulo equilátero

Considere um triângulo equilátero $ABC$ cujo comprimento do lado mede $\ell$ e o da altura mede $h$. Observe que a altura $\overline{AH}$ divide o $\triangle ABC$ em dois triângulos retângulos congruentes: $\triangle ABH$ e $\triangle ACH$.




Aplicando o teorema de Pitágoras ao $\triangle ACH$, temos:

$$h^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \ell^2$$

$$h^2 + \frac{\ell^2}{4} = \ell^2$$

$$h^2 = \frac{3\ell^2}{4}$$

$$h = \sqrt{\frac{3\ell^2}{4}} = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$$

Então:

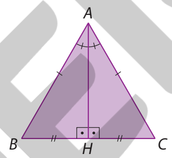
Em um triângulo equilátero de lado de medida de comprimento $\ell$, a altura mede $\frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ de comprimento.

### Recorde

Em um triângulo equilátero qualquer, a medida de comprimento da altura relativa a um de seus lados coincide com a da mediana relativa ao mesmo lado, formando dois triângulos retângulos congruentes.

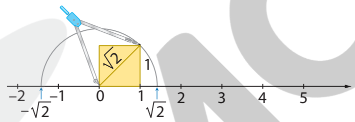
*AH* é:
- medida de comprimento da altura relativa a $\overline{BC}$
- medida de comprimento da mediana relativa a $\overline{BC}$

$\triangle ABH \cong \triangle ACH$ (pois os lados correspondentes são congruentes).




### Para fazer

Nas páginas 24 e 25, você viu como localizar o ponto correspondente ao número irracional $\sqrt{2}$ na reta numérica, transferindo com o compasso a medida de comprimento da diagonal de um quadrado com 1 unidade de medida de comprimento de lado para a reta.




Atenção!
Cuidado ao usar o compasso.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, faça o que se pede. **Para fazer:** Respostas em *Orientações*.

**a)** Calcule a medida de comprimento da diagonal de um retângulo de lados que medem 1 unidade e 2 unidades de comprimento.

**b)** Usando régua e compasso, construa em seu caderno uma reta numérica e localize nela o ponto correspondente ao número irracional $\sqrt{5}$.

**c)** Converse com um colega sobre como vocês poderiam localizar nessa reta os pontos correspondentes aos números irracionais $\sqrt{10}$ e $\sqrt{13}$.



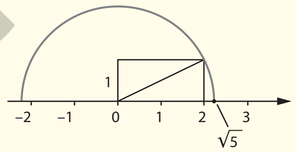


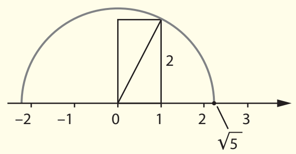
- É importante estimular os estudantes a não memorizar que, em um quadrado de lado $\ell$, a medida de comprimento da diagonal é $\ell\sqrt{2}$ e que, em um triângulo equilátero de lado $\ell$, a medida de comprimento da altura mede $\frac{\ell\sqrt{3}}{2}$. O objetivo é que eles compreendam como essas sentenças algébricas podem ser deduzidas a partir do teorema de Pitágoras.
- No boxe *Para fazer*, espera-se que os estudantes se lembrem de como localizar o número irracional $\sqrt{2}$ na reta numérica a fim de entender os passos para resolver os itens propostos.

Resolução:

**a)** Para facilitar o cálculo, sugira aos estudantes que desenhem o retângulo proposto no caderno e tracem a diagonal. Depois, basta aplicar o teorema de Pitágoras para encontrar a diagonal medindo $\sqrt{5}$ unidades de comprimento.

**b)** Exemplos de resposta:




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**c)** Espera-se que os estudantes percebam que basta construir dois retângulos: um de lados medindo 1 e 3 unidades de comprimento (que terá diagonal medindo $\sqrt{10}$ unidades de comprimento) e outro de lados com medidas de 2 e 3 unidades de comprimento (que terá diagonal medindo $\sqrt{13}$ unidades de comprimento). Em seguida, é preciso transferir, com o compasso, as medidas de comprimento das diagonais desses retângulos para a reta numérica. Alerte-os para os eventuais riscos ao manusear o compasso, garantindo assim a integridade física deles.

Se julgar conveniente, amplie a proposta desse boxe e mostre como utilizar o teorema de Pitágoras para localizar na reta numérica outros números irracionais, por exemplo $-\sqrt{7}$, $-\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$ etc.

• Para estas atividades, é esperado que os estudantes já utilizem, de modo mais natural, as relações métricas estudadas, mas eles podem fazer as consultas que forem necessárias a fim de resolver as atividades aqui propostas.

• Na atividade **3**, os estudantes aplicarão o teorema de Pitágoras em situações que envolvem quadrados ou triângulos equiláteros. Em todas as situações há alguma relação com o perímetro do polígono em questão. Observe se os estudantes fazem adequadamente as relações de acordo com os dados do enunciado de cada item.

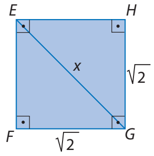
• Para ampliar a atividade **6**, peça aos estudantes que calculem, em cm e em $cm^2$, a medida do perímetro e a da área dos losangos de cada item. (Respostas: item **a**: 52 cm; 120 $cm^2$; item **b**: 20 cm; 24 $cm^2$.). Se julgar necessário, relembre a eles como calcular a medida do perímetro e da área do losango. No caso da medida da área, os estudantes também podem calcular a medida da área de um dos quatro triângulos que formam o losango e depois multiplicar por 4.

## ATIVIDADES

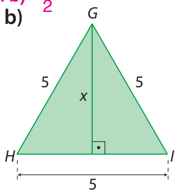
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Determine a medida de comprimento *x* indicada em cada figura. **1. a)** 2 **1. b)** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

**a)**

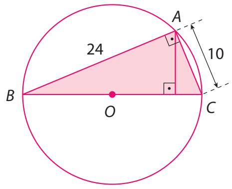



**b)**

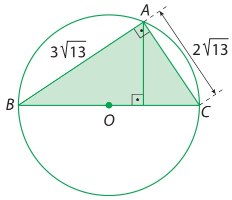



**2.** Em cada caso, calcule a medida de comprimento do raio de cada circunferência com centro *O*.

**a)** **2. a)** 13




**b)** **2. a)** $\frac{13}{2}$




**3.** Responda às questões.

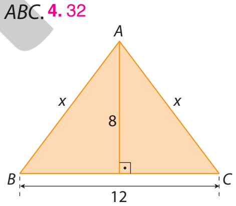
**a)** Qual é a medida de comprimento da diagonal de um quadrado cujo perímetro mede 16 cm? **3. a)** $4\sqrt{2}$ cm

**b)** Qual é a medida de comprimento da altura de um triângulo equilátero cujo perímetro mede 24 cm? **3. b)** $4\sqrt{3}$ cm

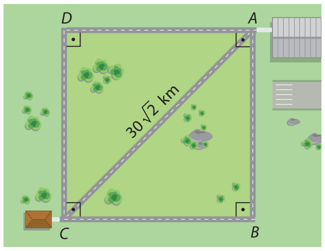
**c)** Qual é a medida do perímetro de um quadrado cuja diagonal mede $3\sqrt{2}$ cm de comprimento? **3. c)** 12 cm

**d)** Qual é a medida do perímetro de um triângulo equilátero cuja altura mede $7\sqrt{3}$ cm de comprimento? **3. d)** 42 cm

**4.** Calcule a medida do perímetro do triângulo isósceles *ABC*. **4.** 32




**5.** Observe o esquema abaixo. **5.** 60 000 m

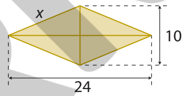



Márcia está no ponto *A*, que representa o aeroporto da cidade, e pretende ir até o ponto *C*, onde fica sua residência.

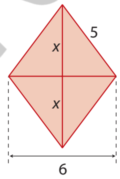
Sabendo que a representação dessas vias forma um quadrado *ABCD*, quantos metros de comprimento Márcia terá de percorrer para chegar até sua casa, se ela tiver de passar pelo ponto *B*?

**6.** Determine a medida de comprimento de *x* nos losangos.

**a)** **6. a)** 13




**b)** **6. b)** 4

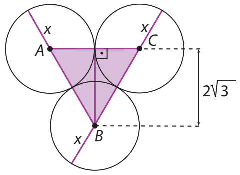



**7.** Calcule o que se pede.

**a)** Sabendo que a área de um quadrado mede 25 $cm^2$, calcule a medida de comprimento de sua diagonal. **7. a)** $5\sqrt{2}$ cm **7. b)** 32 $cm^2$

**b)** Se um quadrado tem diagonal que mede 8 cm de comprimento, qual é sua medida de área?

**8.** Calcule a medida de comprimento *x* sabendo que *A*, *B* e *C* são os centros das circunferências e que elas são tangentes duas a duas. **8.** 2




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

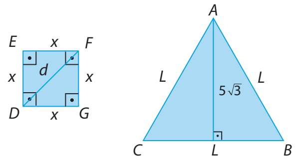




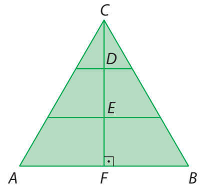


158

**9.** Sabendo que a medida do perímetro do quadrado *DEFG* é um terço da medida do perímetro do triângulo equilátero *ABC*, determine a medida de comprimento da diagonal do quadrado. **9.** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$




**10.** O triângulo *ABC* é equilátero e cada um de seus lados mede 12 cm de comprimento.




Sabendo que os segmentos $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{EF}$ têm a mesma medida de comprimento, determine quanto mede: **10. a)** $2\sqrt{3}$ cm **10. b)** $(18 + 6\sqrt{3})$ cm

**a)** o comprimento do segmento $\overline{DE}$;

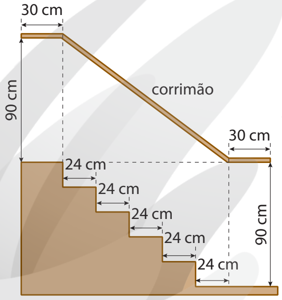
**b)** o perímetro do triângulo *CFB*.

**11.** Uma escada será construída para facilitar o acesso a um saguão. O desnível entre a rua e o saguão mede 2 m de comprimento. A medida de comprimento de cada degrau será de 25 cm na horizontal e de 20 cm na vertical. Determine: **11. a)** 10 degraus

**a)** a quantidade de degraus que terá essa escada;

**b)** a medida de comprimento mínimo do corrimão para que ele ocupe toda a extensão da escada. **11. b)** $\sqrt{10,25}$ m

**12.** (Enem)



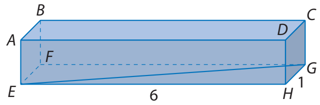

Na figura anterior, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a:

**a)** 1,8 m
**b)** 1,9 m
**c)** 2,0 m
**d)** 2,1 m
**e)** 2,2 m

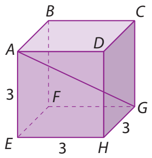
**12.** alternativa **d**

**13.** Calcule as medidas de comprimento solicitadas sabendo que os sólidos são paralelepípedos.

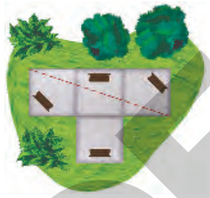
**a)** A medida de comprimento de $\overline{EG}$. **13. a)** $\sqrt{37}$




**b)** A medida de comprimento de $\overline{AG}$. **13. b)** $3\sqrt{3}$



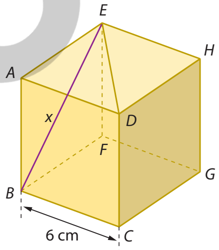

**14.** O chão cimentado de uma praça tem formato de 4 quadrados congruentes, conforme a figura abaixo.



ATTÍLIO/ARQUIVO DA EDITORA

- Determine a medida da área do chão cimentado dessa praça, sabendo que a medida de comprimento destacada na figura por uma linha tracejada é 20 m. **14.** 160 m²

**15.** Observe o cubo representado abaixo e o segmento roxo em seu interior.



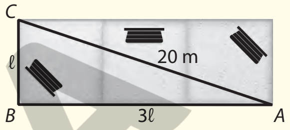

- Calcule a medida de comprimento do ponto *B* ao ponto *E*. **15.** $6\sqrt{2}$ cm

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



- Solicite aos estudantes que formem duplas ou trios para resolver as atividades **9** e **10** e sugira que, depois, comparem as resoluções com as de outras duplas. Faça as intervenções necessárias de maneira individual ou coletiva, estimulando-os a analisar e entender os erros cometidos, de acordo com o grupo de estudantes e suas resoluções.
- Resolução da atividade **14**:

É possível destacar na figura dada um triângulo retângulo *ABC*, reto em *B*, com a hipotenusa $\overline{AC}$ de medida 20 m, cateto $\overline{BC}$ de medida ℓ e cateto $\overline{BA}$ de medida 3ℓ.




ATTÍLIO/ARQUIVO DA EDITORA

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo *ABC*, temos:

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$20^2 = (3\ell)^2 + \ell^2$

$400 = 9\ell^2 + \ell^2 = 10\ell^2$

$\ell^2 = 40$ (medida da área de um quadrado)

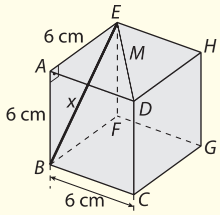
Calculando a medida de área:

$4\ell^2 = 4 \cdot 40 = 160$

Logo, a medida da área do chão da praça é 160 m².

- Resolução da atividade **15**:

$\overline{BE}$ é diagonal de uma das faces de um cubo cuja aresta mede 6 cm.




ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo *BAE*, temos:

$x^2 = 6^2 + 6^2$

$x^2 = 36 + 36$

$x^2 = 72$

$x^2 = \sqrt{2 \cdot 36}$

$x^2 = 6\sqrt{2}$

Portanto, a distância do ponto *B* ao ponto *E* mede $6\sqrt{2}$ cm.

• Nesta página, mostra-se como determinar a medida de distância entre dois pontos do plano cartesiano considerando os três casos possíveis: pontos com abscissas iguais, pontos com ordenadas iguais e pontos que têm abscissas e ordenadas diferentes. Nesse último caso, o teorema de Pitágoras é utilizado como recurso, o que favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA16 da BNCC.

• Antes de mostrar para os estudantes como isso pode ser feito, peça a eles que se reúnam em duplas ou em trios para conjecturar como podem encontrar a medida de distância entre dois pontos no plano cartesiano. Caso tenham dificuldade, peça a eles que desenhem o plano cartesiano em uma malha quadriculada e representem os pontos escolhidos nela. Oriente-os a testar as hipóteses e a validá-las ou não com base no que já estudaram. Propor a eles que elaborem e testem as hipóteses criadas ajuda a desenvolver as capacidades de argumentar e inferir sobre o conteúdo estudado. Se julgar pertinente, proponha que façam essa investigação com o apoio de um *software* de Geometria dinâmica.

• Caso julgue necessário, peça aos estudantes que, em duplas, encontrem a sentença algébrica que possibilita encontrar a medida de distância *d* entre dois pontos quaisquer do plano cartesiano $P(x_1, y_1)$ e $Q(x_2, y_2)$. Espera-se que eles concluam que a sentença, nesse caso, será a seguinte:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Lembre-se:
Escreva no caderno!

## Medida de distância entre dois pontos no plano cartesiano

A distância entre dois pontos é a medida de comprimento de um segmento de reta. No plano cartesiano podemos calcular a medida de distância, analisando as coordenadas dos pontos.

**Recorde**

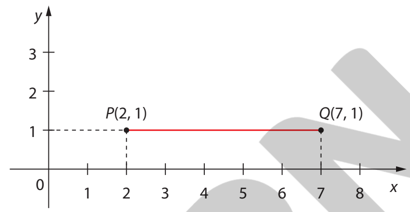
Representamos o ponto *P* de coordenadas (3, 5) por:

*P*(3, 5)

abscissa ordenada

Podemos ter pontos com ordenadas iguais, pontos com abscissas iguais e pontos cujas abscissas e ordenadas são respectivamente diferentes.

Vamos determinar a medida de distância entre os pontos *P* e *Q* no plano cartesiano a seguir.

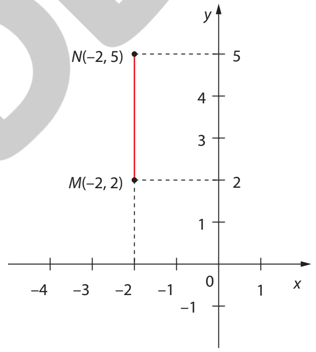



Note que as ordenadas dos pontos *P* e *Q* são iguais; então a medida de distância entre *P* e *Q* é o módulo da diferença entre as abscissas desses pontos. Assim:

$$PQ = |7 - 2| = 5$$

Portanto, a medida de distância entre *P* e *Q* é de 5 unidades.

Vamos determinar a medida de distância entre os pontos *M* e *N* no plano cartesiano a seguir.



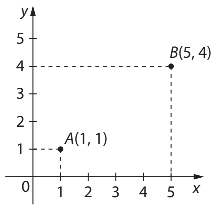

Note que as abscissas dos pontos *M* e *N* são iguais; então a medida de distância entre *M* e *N* é o módulo da diferença entre as ordenadas desses pontos. Assim:

$$MN = |5 - 2| = 3$$

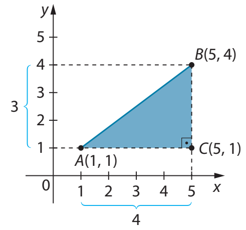
Portanto, a medida de distância entre *M* e *N* é de 3 unidades.

Lembre-se: Escreva no caderno!

Agora, vamos determinar a medida de distância entre os pontos $A$ e $B$ no plano cartesiano a seguir.




Como os eixos $x$ e $y$ que determinam o plano cartesiano são perpendiculares, podemos construir um triângulo retângulo cuja hipotenusa seja o segmento $\overline{AB}$. Assim, determinamos um triângulo cujos vértices são $A(1, 1)$, $B(5, 4)$ e $C(5, 1)$.




Aplicando o teorema de Pitágoras, para determinar a medida de comprimento do segmento $\overline{AB}$, temos:

$$AB^2 = 3^2 + 4^2$$
$$AB^2 = 9 + 16$$
$$AB^2 = 25$$
$$AB = 5$$

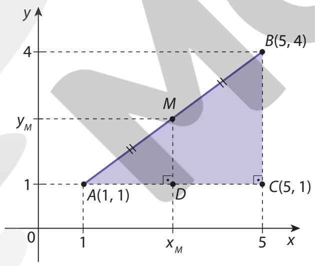
Assim, a medida de comprimento do segmento $\overline{AB}$ é igual a 5, ou seja, a medida de distância entre $A$ e $B$ é de 5 unidades.

## Ponto médio de um segmento

Acompanhe como podemos determinar as coordenadas do ponto médio de um segmento de reta representado no plano cartesiano.

Observe o segmento $\overline{AB}$ abaixo. Vamos considerar um ponto $M$ nesse segmento de modo que $M$ o divida em dois segmentos congruentes, ou seja, de modo que $M$ seja o ponto médio de $\overline{AB}$.

Para determinar as coordenadas do ponto $M$, vamos considerar os triângulos retângulos $AMD$ e $ABC$.




ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA





- Nesta página, mostra-se como determinar o ponto médio de um segmento de reta representado no plano cartesiano. Reproduza o exemplo apresentado no quadro e verifique se os estudantes identificam os triângulos retângulos semelhantes.

Espera-se que eles percebam que, nesses triângulos, temos:

- $B\hat{C}A \cong M\hat{D}A$ (ângulos retos)
- $C\hat{A}B \cong D\hat{A}M$ (ângulo comum)

Então, pelo critério AA:
$\triangle AMD \sim \triangle ABC$.

A partir daí, incentive-os a ditar quais são os próximos passos para encontrar o ponto médio do segmento $\overline{AB}$.

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA16 da BNCC.



161

• Resposta do boxe *Para pensar*:

**a)** $M(1, 4)$. Espera-se que os estudantes percebam que, quando o segmento de reta é paralelo ao eixo $x$, a abscissa do seu ponto médio é a média aritmética das abscissas dos pontos que são extremidades desse segmento e que a ordenada do ponto médio é igual à ordenada de qualquer ponto que pertença ao segmento.

**b)** $N(5, 9)$. Espera-se que os estudantes percebam que, quando o segmento de reta é paralelo ao eixo $y$, a abscissa do ponto médio é igual à abscissa de qualquer ponto que pertença ao segmento e que a ordenada do ponto médio é a média aritmética das ordenadas dos pontos que são extremidades desse segmento.

• Diga aos alunos que eles vão aprofundar o estudo da medida de distância entre dois pontos e ponto médio de um segmento no plano cartesiano no Ensino Médio.

• Na atividade **1**, se julgar conveniente, junte os estudantes em duplas ou trios para facilitar as trocas de estratégias e comparação de respostas. Incentive-os, antes de aplicar o teorema de Pitágoras, a avaliar se as medidas dos catetos estão corretas.

Como os triângulos $ABC$ e $AMD$ são semelhantes, podemos escrever a seguinte proporção:

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AD} \qquad \text{(I)}$$

Como $M$ é o ponto médio de $\overline{AB}$, temos:

$$AB = 2 \cdot AM \qquad \text{(II)}$$

Assim, substituindo II em I:

$$\frac{2 \cdot AM}{AM} = \frac{AC}{AD}$$
$$AC = 2 \cdot AD$$
$$5 - 1 = 2 \cdot (x_M - 1)$$
$$2x_M = 6$$
$$x_M = 3$$

Analogamente, encontramos $y_M$:

$$\frac{AB}{AM} = \frac{BC}{MD} \qquad \text{(III)}$$

Substituindo II em III, obtemos:

$$\frac{2 \cdot AM}{AM} = \frac{BC}{MD}$$
$$BC = 2 \cdot MD$$
$$4 - 1 = 2 \cdot (y_M - 1)$$
$$2y_M = 5$$
$$y_M = 2{,}5$$

Concluímos, assim, que as coordenadas do ponto médio do segmento $\overline{AB}$ são $M(3; 2{,}5)$.

Pode-se demonstrar, mas não o faremos nessa coleção, que para determinarmos a abscissa do ponto médio de qualquer segmento, podemos calcular a média aritmética das abscissas dos pontos que são extremi dades do segmento e, ainda, que para determinarmos a ordenada do ponto médio de um segmento, podemos calcular a média aritmética das ordenadas dos pontos que são as extremidades do segmento.

**Para pensar** **Para pensar:** Respostas em *Orientações*.

**a)** Determine as coordenadas do ponto médio $M$ do segmento cujas extremidades são os pontos $T(-1, 4)$ e $U(3, 4)$.

**b)** Determine as coordenadas do ponto médio $N$ do segmento cujas extremidades são os pontos $R(5, 6)$ e $S(5, 12)$.

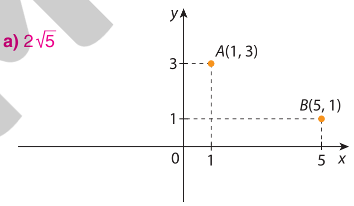
## ATIVIDADES

**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

**1.** Calcule, no caderno, a medida de distância entre os pontos $A$ e $B$ em cada caso.

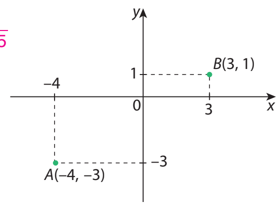
**a)**

**1. a)** $2\sqrt{5}$




**b)**

**1. b)** $\sqrt{65}$




ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

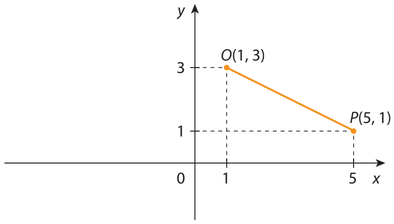
2. Determine a medida de distância do ponto $D(3, 4)$:

a) à origem do sistema cartesiano; **2. a)** 5

b) ao eixo das ordenadas; **2. b)** 3

c) ao eixo das abscissas. **2. c)** 4

3. Obtenha as coordenadas do ponto médio do segmento de reta abaixo. **3.** (3, 2)



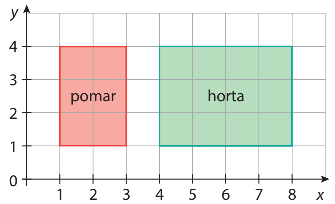

4. Determine as coordenadas do ponto médio do segmento $\overline{CD}$ em cada caso.

a) $C(1, 2)$ e $D(5, 4)$ **4. a)** (3, 3)

b) $C(-3, 2)$ e $D(1, -2)$ **4. b)** (–1, 0)

5. Se o ponto médio do segmento $\overline{AB}$ é $M(2, 3)$, determine as coordenadas do ponto $A$, sabendo que $B(3, 1)$. **5.** $A(1, 5)$

6. O esquema abaixo, feito em um plano cartesiano, representa a vista superior da área destinada à plantação no sítio de Edgar. Sabendo que cada unidade de medida de comprimento do plano cartesiano corresponde a 1 metro na realidade, faça o que se pede.



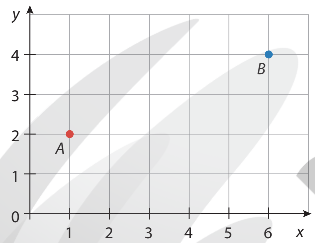

a) Determine a medida da área destinada ao pomar no sítio de Edgar. **6. a)** 6 m²

b) Quantos metros quadrados mede a área destinada à horta? **6. b)** 12 m²

c) Qual é a diferença entre essas medidas de área? **6. c)** 6 m²

7. Observe os pontos representados no plano cartesiano a seguir.

Os pontos $A$ e $B$ representam duas árvores na praça em frente à casa de Denise. A prefeitura fará uma pista de caminhada passando pelo ponto médio entre as duas árvores.




a) Determine as coordenadas da localização de cada árvore. **7. a)** $A(1, 2)$ e $B(6, 4)$

b) Encontre as coordenadas do ponto médio entre as árvores representadas. **7. b)** (3,5; 3)

8. Em uma malha quadriculada, trace um plano cartesiano e desenhe nesse plano o triângulo de vértices nos pontos $A(1, 1)$, $B(3, 3)$ e $C(7, -1)$. Verifique no caderno se esse triângulo é retângulo e, depois, calcule a medida de seu perímetro e a de sua área. **8.** Resposta em *Orientações.*

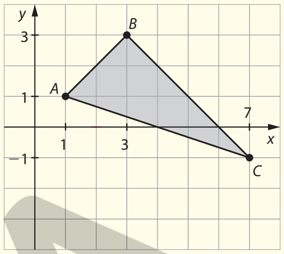
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA





• Se julgar necessário, comente com os estudantes que nas atividades **2**, **3**, **4** e **5** eles podem fazer a representação gráfica na malha quadriculada de maneira que os pontos sejam adequadamente indicados no plano cartesiano e, assim, buscar as relações métricas para chegar às respostas de cada atividade.

• Resposta da atividade **8**:




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

O triângulo é retângulo.
Medida do perímetro: $6\sqrt{2} + 2\sqrt{10}$
Medida de área: 8

• Após os estudantes terminarem as atividades, proponha que elaborem problemas que envolvam a aplicação do teorema de Pitágoras. Após fazer isso, eles podem trocar os problemas com um colega e resolver os propostos por ele.

## Estatística e Probabilidade

### Objetivos

- Construir e interpretar gráficos em planilhas eletrônicas.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade da BNCC: EF09MA22.

### Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA22 porque propõe aos estudantes que analisem e construam o gráfico mais adequado para um conjunto de dados com o uso de planilhas eletrônicas.

### Orientações

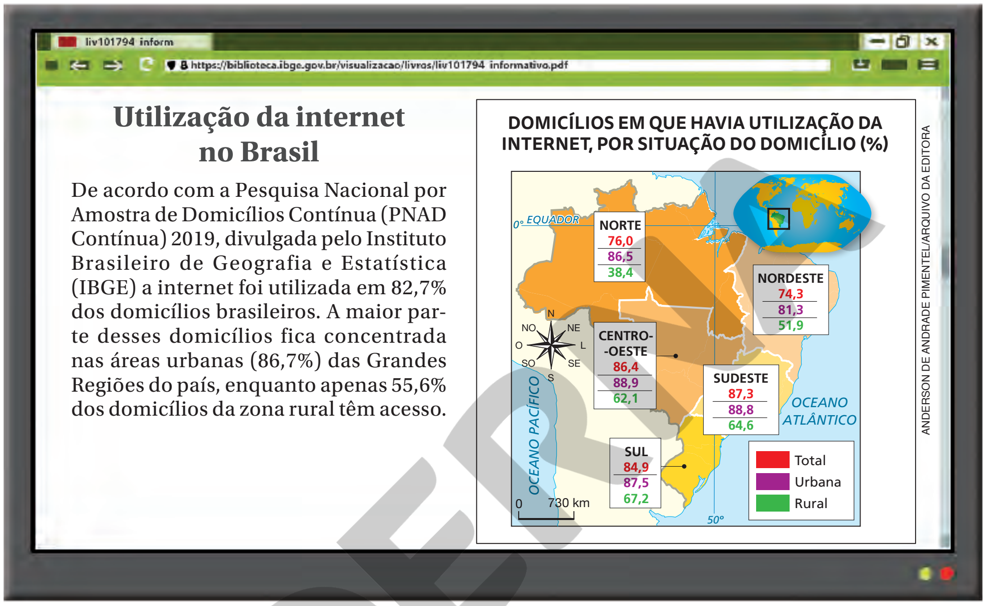
- Nesta seção, os estudantes deverão avaliar e construir o gráfico mais adequado para apresentar determinado conjunto de dados e destacar algumas conclusões.
- Antes de iniciar o estudo, retome com os estudantes a leitura e interpretação de gráficos de barras simples e gráfico de linhas.

# Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## Construção, leitura e interpretação de gráficos em planilhas eletrônicas

Leia a notícia a seguir.








Dados obtidos em: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de Trabalho e Rendimento. Acesso à internet e à televisão e posse de telefone móvel celular para uso pessoal 2019. *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2019.* Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101794_informativo.pdf. Acesso em: 15 mar. 2022.

A professora Rose pediu aos estudantes de uma de suas turmas que observassem a notícia. Depois, deveriam utilizar uma planilha eletrônica para construir uma tabela e um gráfico com as informações sobre o uso da internet nos domicílios no Brasil e nas grandes Regiões. O objetivo era validar se a informação apresentada retratava o mesmo cenário em todas as regiões. Observe como alguns estudantes pensaram.

Primeiro eles organizaram os dados em uma tabela.

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | Total | Urbana | Rural | |
| 2 | Brasil | 82,7 | 86,7 | 55,6 | |
| 3 | Norte | 76 | 86,5 | 38,4 | |
| 4 | Nordeste | 74,3 | 81,3 | 51,9 | |
| 5 | Sudeste | 87,3 | 88,8 | 64,6 | |
| 6 | Sul | 84,9 | 87,5 | 67,2 | |
| 7 | Centro-Oeste | 86,4 | 88,9 | 62,1 | |





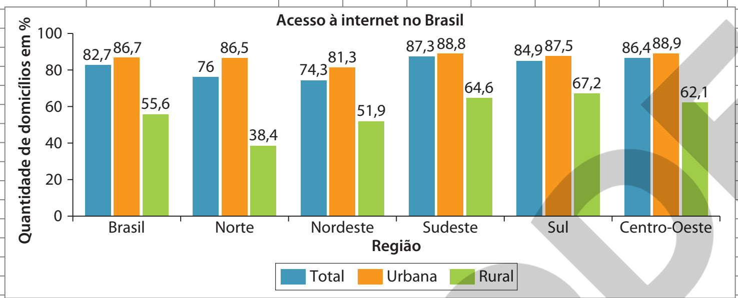
**(EF09MA22)** Escolher e construir o gráfico mais adequado (coluna, setores ou linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

Em seguida, os estudantes discutiram qual representação gráfica seria mais adequada para esse conjunto de dados.


AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

Para criar o gráfico, um dos estudantes selecionou os dados, escolheu a ferramenta "Inserir gráfico" e, então, escolheu o gráfico mais adequado ao conjunto de dados.

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| | | Total | Urbana | Rural |
| 1 | Brasil | 82,7 | 86,7 | 55,6 |
| 2 | Norte | 76 | 86,5 | 38,4 |
| 3 | Nordeste | 74,3 | 81,3 | 51,9 |
| 4 | Sudeste | 87,3 | 88,8 | 64,6 |
| 5 | Sul | 84,9 | 87,5 | 67,2 |
| 6 | Centro-Oeste | 86,4 | 88,9 | 62,1 |




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de Trabalho e Rendimento. Acesso à internet e à televisão e posse de telefone móvel celular para uso pessoal 2019. *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2019*. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101794_informativo.pdf. Acesso em: 15 mar. 2022.

A turma da professora Rose analisou os dados do gráfico e percebeu que o uso da internet na zona urbana apresenta valores parecidos nas grandes regiões; entretanto, na zona rural, é possível notar que a Região Norte apresenta a menor porcentagem (38,4%) de domicílios que utilizaram a internet em 2019.

**Para fazer**

**Para fazer:** Espera-se que os estudantes sigam os procedimentos indicados anteriormente e obtenham um gráfico parecido com o apresentado.

Reúna-se em grupo, pesquisem os dados mais recentes sobre a utilização da internet no Brasil e construam um gráfico do mesmo jeito que os estudantes da turma da professora Rose. Personalizem-no colocando os títulos dos eixos, o título do gráfico, a legenda, a fonte de onde foram retiradas as informações, trocando as cores, entre outros detalhes que julgarem pertinentes.







- Convém destacar para os estudantes quando é mais adequado utilizar um ou outro tipo de gráfico. Os gráficos de barras, por exemplo, favorecem a comparação entre quantidades, e os gráficos de linhas mostram como determinado dado estatístico variou durante certo período, ou seja, mostram as evoluções e regressos de algum fenômeno.
- Comente com eles que, independentemente do tipo de gráfico, a legenda é imprescindível, porque é por meio dela que fica claro o significado de cada barra ou linha. Se achar oportuno, proponha a eles que leiam e interpretem gráficos com múltiplas barras ou com múltiplas linhas primeiro sem a legenda e, depois, com a legenda, para que percebam quanto esse elemento é importante nesse tipo de representação.
- Se possível, reserve uma aula para que os estudantes possam utilizar a sala de informática e realizar a atividade proposta no boxe *Para fazer*. Assim, é possível que você avalie os conhecimentos dos estudantes sobre a construção de gráficos em planilhas eletrônicas e sane qualquer dificuldade.

- Ao realizarem as atividades propostas, avalie como os estudantes escolhem o tipo de gráfico mais adequado para representar determinado conjunto de dados. Se julgar necessário, oriente-os na construção do gráfico usando a planilha eletrônica.
- Na atividade **1**, para escolher a alternativa correta, os estudantes precisarão analisar todos os dados do gráfico, fazer comparações e eliminar as afirmações falsas. Assim, terão a oportunidade de fazer uma interpretação dos dados sem realizar nenhum cálculo.
- No item **b** da atividade **2**, uma das conclusões pode ser o total dos tipos de veículo em determinado ano. Nesse caso, os estudantes podem utilizar calculadora, pois o foco não são os cálculos, mas sim a interpretação dos dados apresentados; é preciso identificar que dados são necessários para responder à questão e que tipo de cálculo está envolvido. Como os números envolvidos são muito grandes, o uso da calculadora é interessante e os estudantes podem fazer estimativas da frota total de veículos no Brasil em cada ano.

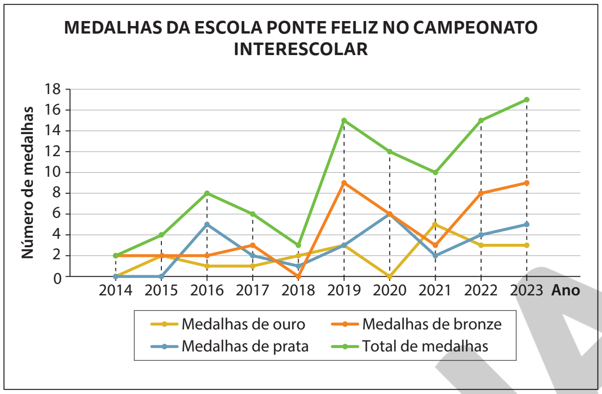


## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Observe, no gráfico a seguir, a quantidade de medalhas obtidas pela Escola Ponte Feliz no campeonato de atividades físicas entre 2014 e 2023. Depois, copie a alternativa correta no caderno. **1.** alternativa **c**

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA




Dados obtidos pela Escola Ponte Feliz em janeiro de 2024.

**2. b)** Exemplos de resposta:
- Em 2019, havia 647 376 ônibus no Brasil.
- Em todos os anos apresentados, havia mais automóveis do que caminhões, motocicletas e ônibus.
- De 2019 a 2020, houve um aumento de mais de meio milhão de motocicletas.
- Em 2021, havia aproximadamente 87,6 milhões de automóveis, caminhões, motocicletas e ônibus.

**a)** Em 2019, a Escola Ponte Feliz conquistou mais medalhas de ouro que de prata.
**b)** Em 2015, o número de medalhas de bronze e de prata conquistadas foi o mesmo.
**c)** Essa escola conquistou mais medalhas de ouro em 2023 que o total de medalhas conquistadas em 2014.
**d)** Em 2023, foram conquistadas 34 medalhas no total.

**2.** Giovani pesquisou sobre a frota de alguns tipos de veículo no Brasil em 2019, 2020 e 2021 e construiu a tabela a seguir.

**Quantidade de veículos no Brasil (2019-2021)**

| Ano | Automóvel | Motocicleta | Caminhão | Ônibus |
|---|---|---|---|---|
| 2021 | 59 242 869 | 24 732 701 | 2 947 856 | 672 930 |
| 2020 | 58 016 405 | 23 862 010 | 2 879 080 | 660 394 |
| 2019 | 56 652 190 | 23 165 586 | 2 826 343 | 647 376 |

Dados obtidos em: MINISTÉRIO DA INFRAESTRUTURA, Secretaria Nacional de Trânsito - Senatran – 2019, 2020 e 2021.

Reúna-se com um colega e façam o que se pede.

**a)** Representem os dados coletados por Giovani em uma planilha eletrônica e construam um gráfico de barras. **2. a)** Resposta na seção *Resoluções* neste manual.
**b)** Escrevam quatro conclusões que podem identificar com base no gráfico construído. Depois, comparem as conclusões que escreveram com as de outra dupla.
**c)** Com as informações dessa tabela, podemos construir um gráfico de múltiplas linhas. Quantas linhas terá o gráfico e o que representa cada uma delas? **2. c)** Nesse caso, o gráfico terá quatro linhas, cada uma representando um dos tipos de veículo (automóvel, caminhão, motocicleta e ônibus).

**3.** De acordo com o Censo Demográfico 2010, publicado pelo IBGE, a população indígena, por domicílio, no Brasil, estava distribuída assim:

- Região Norte: 305 873 pessoas
- Região Nordeste: 208 691 pessoas
- Região Centro-Oeste: 130 494 pessoas
- Região Sudeste: 97 960 pessoas
- Região Sul: 74 945 pessoas

Com base nestas informações, construa um gráfico de setores em uma planilha eletrônica.
**3.** Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

# Trabalho em equipe

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Você e seu grupo vão pesquisar as normas de segurança no trânsito e, com base nessas informações, criar um folheto informativo para motoristas e pedestres.

FABIO COLOMBINI

A placa indica a existência de faixa de travessia de pedestres.



JALES VALQUER/FOTOARENA


As placas indicam a velocidade máxima permitida e área escolar.

## Dados estatísticos e o trânsito

### JUSTIFICATIVA

O Brasil está entre os campeões mundiais em acidentes de trânsito com vítimas fatais. O estudo e a compreensão dessa situação ajudam todos a perceber com mais clareza os riscos de dirigir de maneira irresponsável e imprudente e, também, a propor medidas para evitar tais riscos. Ao elaborar um folheto informativo que contenha dados estatísticos e análises especializadas, exercitamos nossa capacidade de crítica e argumentação.

### OBJETIVO

Criar um folheto de conscientização sobre segurança no trânsito.

Saber o significado de algumas placas de trânsito é importante para motoristas e também para pedestres. As informações das placas são de fácil compreensão para todos que as observam.

STANDARD STUDIO/SHUTTERSTOCK

Proibido trânsito de pedestres

FATIHYAVUZ/SHUTTERSTOCK

Circulação exclusiva de bicicleta

### APRESENTAÇÃO

Folheto em forma de fôlder (uma folha de papel encorpado, dobrado uma ou mais vezes). Podem ser acrescentadas ilustrações de apoio ao texto informativo.

### QUESTÕES PARA PENSAR EM GRUPO

- Onde procurar as informações e orientações relativas ao assunto? Os *sites* oficiais sobre trânsito podem fornecê-las? E os jornais e revistas de grande circulação?
- Qual será o público-alvo, isto é, o perfil (idade, ocupação, nível de escolaridade etc.) das pessoas com as quais vocês desejam se comunicar? Como isso interfere na elaboração do folheto?
- Que argumentos convencerão esse público da mensagem principal do folheto?
- Como a Matemática contribuirá para tornar a argumentação mais eficiente?
- Serão usadas figuras ou fotografias ilustrativas?

### NÃO SE ESQUEÇAM

- Embora o assunto seja muito sério, esse tipo de mensagem atinge melhor seus objetivos quando veiculado de forma leve e bem-humorada.





## Trabalho em equipe

### Objetivos

- Aplicar, por meio de trabalhos em grupo, os conceitos estudados.
- Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 4 e 7 e das competências específicas 7 e 8 da BNCC.

### Orientação

- Para realizar o trabalho em equipe, é importante que os estudantes conversem sobre o tema, pois as discussões entre eles podem ser concluídas com várias ideias e opiniões sobre o respeito às regras de trânsito e a conduta dos motoristas, favorecendo, assim, o Tema Contemporâneo Transversal **Educação para o Trânsito**, da macroárea **Cidadania e Civismo**.
- As etapas desse trabalho (pesquisa, seleção de informação, decisão sobre como apresentar os dados e como os *folders* serão distribuídos etc.) possibilitam o desenvolvimento de diversas competências e atitudes para a vida, entre elas imaginação, criatividade, inovação, espírito de equipe e coletividade.
- A importância desse trabalho se justifica pela possibilidade de abordar um tema relacionado aos direitos e deveres do cidadão e por estimular a interação de forma cooperativa entre os estudantes, favorecendo o desenvolvimento das competências específicas 7 e 8 da BNCC. Além disso, pesquisar dados estatísticos para produzir uma argumentação consistente na elaboração do folheto favorece o desenvolvimento das competências gerais 4 e 7.

**Competência geral 4:** Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos as linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

**Competência geral 7:** Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

**Competência específica 7:** Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

**Competência específica 8:** Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

## Compreender um texto

### Objetivos

- Desenvolver a competência leitora.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA22, da competência geral 5 e da competência específica 6 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA22 porque os estudantes devem identificar, em algumas atividades, o gráfico mais adequado para apresentar determinado conjunto de dados e, quando conveniente, destacar nele a média aritmética desse conjunto.

### Orientações

- Para explorar o tema da cidadania digital, peça aos estudantes que realizem uma pesquisa sobre o assunto e elaborem uma lista no caderno com os direitos e deveres de um cidadão digital. Entre os direitos, eles poderão identificar o direito à privacidade, à segurança dos dados e à autoria das criações divulgadas. Quanto aos deveres, eles poderão listar o dever de agir de forma educada com as outras pessoas, de não expô-las ao ridículo ou ao ataque de outros internautas, de respeitar seus direitos autorais e de não compartilhar notícias falsas. O trabalho com esse tema possibilita o desenvolvimento dos Temas Contemporâneos Transversais **Ciência e Tecnologia** e **Vida familiar e social**, das macroáreas **Ciência e Tecnologia** e **Cidadania e Civismo**, respectivamente.

# Compreender um texto

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## Cidadania digital

### *O que é cidadania digital*

Quando estamos diante das telas dos celulares ou computadores, temos a sensação de que estamos sozinhos. E mais: de que ninguém percebe o que fazemos ou deixamos de fazer. Mas não podíamos estar mais enganados.

Na internet, somos quase 4 bilhões de pessoas conectadas e compartilhando informações em forma de textos, emojis, memes, fotos, vídeos e sons. [...]

DARKO 1981/SHUTTERSTOCK

Se somos tantos interligados, também precisamos de normas para nos relacionarmos, como acontece no mundo físico, certo? E isso é tão importante que recebeu um nome especial: cidadania digital.

Anote aí: **cidadania digital é o conjunto de normas que devemos seguir para utilizarmos a internet com consciência, responsabilidade, ética e segurança**. [...]

A cidadania digital compreende temas bem importantes. Vamos conhecer alguns deles?

### *Segurança digital*

O bom cidadão digital precisa saber proteger os seus dados. É necessário aprender a criar senhas fortes (aquelas bem difíceis de descobrir) e a guardá-las de maneira segura. Senha com a data de aniversário? Nem pensar!

Outra medida importante é saber reconhecer e-mails mal intencionados, *sites* falsos e outras formas de golpe na internet. Elas costumam ser portas de entrada para vírus de computador e celular: basta um clique para contaminar o seu equipamento e roubar seus dados pessoais. Ah, claro, ter um bom antivírus também ajuda muito!

[...]

### *Ética e respeito*

Embora a gente às vezes sinta que está falando sozinho quando emite uma opinião na internet, isso é uma ilusão: há muita gente ouvindo. [...]

Então, se ligue: as regras de boa convivência e de respeito ao próximo usadas no mundo físico se aplicam ao mundo virtual. Nunca se esqueça de que há pessoas de carne e osso, como você, recebendo a sua mensagem.







**(EF09MA22)** Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

**Competência geral 5:** Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

**Competência específica 6:** Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

## *Responsabilidade na divulgação de informações*

Há alguns anos, as *fake news* – notícias falsas divulgadas pela internet – entraram em evidência. Criadas para confundir as pessoas, elas podem gerar desde um simples burburinho até a destruição da reputação de alguém. Por isso, todo bom cidadão digital precisa zelar pela veracidade das informações que divulga entre os seus contatos. [...]

BRASIL. Câmara dos Deputados. O que é cidadania digital. *Plenarinho*: o jeito criança de ser cidadão, Brasília, DF., 7 ago. 2020. Disponível em: https://plenarinho.leg.br/index.php/2020/08/o-que-e-cidadania-digital/. Acesso em: 14 mar. 2022.


DOUGLAS FRANCHIN/ARQUIVO DA EDITORA



## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** O que é cidadania digital? **1.** Cidadania digital é o conjunto de normas que devemos seguir para utilizarmos a internet com consciência, responsabilidade, ética e segurança.

**2.** Márcia sabe a importância de proteger seus dados; por isso ela usa um antivírus (*software* que previne, detecta e elimina vírus) em seu computador. A tabela a seguir apresenta a quantidade de vírus combatidos em alguns dias de 2022.

**Quantidade de vírus combatidos**

| Dia | 05/02/2022 | 13/05/2022 | 07/06/2022 | 23/10/2022 | 01/11/2022 | 13/12/2022 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantidade | 27 | 35 | 42 | 21 | 27 | 29 |

Dados obtidos por Márcia em 2022.

**a)** Qual tipo de gráfico é o mais adequado para representar os dados da tabela: de barras, de setores ou de linhas? Construa esse gráfico em uma planilha eletrônica. **2. a)** gráfico de barras

**b)** Em 2022, o antivírus do computador de Márcia combateu, em média, 35 vírus por dia. Represente essa média com uma linha no gráfico que você construiu no item anterior. **2. b)** Resposta em *Orientações*.

**c)** Em sua opinião, é importante o uso de antivírus no computador? **2. c)** Resposta pessoal.

**3.** Antônio checa a veracidade de todas as notícias que recebe no aplicativo de mensagens instantâneas, pois, infelizmente, algumas delas são *fake news*. Na primeira semana de março de 2022, 33% do total de notícias recebidas por ele eram *fake news* e as demais eram confiáveis.

**a)** Qual tipo de gráfico é o mais adequado para representar os dados apresentados: de barras, de setores ou de linhas? Construa esse gráfico em uma planilha eletrônica. **3. a)** gráfico de setores

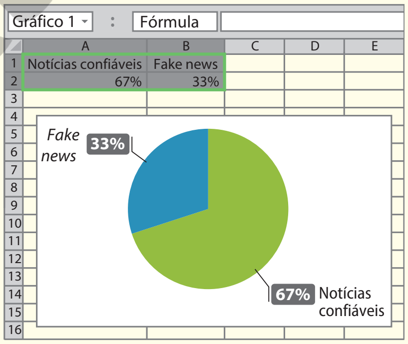
**b)** Ao receber uma notícia, você verifica a veracidade da mesma? Comente. **3. b)** Resposta pessoal.

**c)** De acordo com o texto, por que é importante verificar a veracidade de uma informação antes de divulgá-la? **3. c)** É importante verificar a veracidade de uma informação antes de divulgá-la, porque as *fake news* podem gerar desde um simples burburinho até a destruição da reputação de alguém.



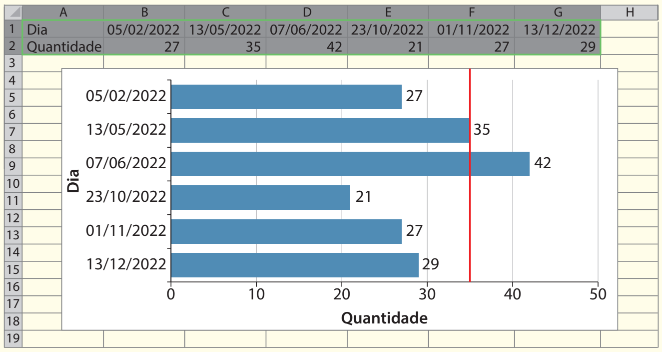


- O texto abordado na seção foi retirado da página *Plenarinho*, criada pela Câmara dos Deputados. Caso julgue oportuno, leve os estudantes ao laboratório de informática para que possam testar seus conhecimentos sobre cidadania digital na *Trívia – Segurança na internet*, um jogo interativo de perguntas e respostas sobre segurança digital. Disponível em: https://plenarinho.leg.br/index.php/2021/02/trivia-seguranca-na-internet/. Acesso em: 24 jul. 2022.
- Caso não seja possível desenvolver o trabalho com planilhas eletrônicas, oriente os estudantes a construir no caderno os gráficos solicitados nas atividades **2** e **3**.
- Após os estudantes construírem os gráficos nas atividades **2** e **3**, organize uma roda de conversa para que justifiquem suas escolhas e apresentem as etapas de construção. Compartilhar as estratégias usadas ajuda a desenvolver o raciocínio e a perceber as diversas maneiras de resolver um problema.
- Resposta do item **a** da atividade **3**:




Dados obtidos por Antônio em 2022.

- Resposta do item **a** da atividade **2**:




Dados obtidos por Márcia em 2022.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

169

# Atividades de revisão

## Conteúdos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF09MA14 e EF09MA16.

## Habilidades da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento das habilidades EF09MA14 e EF09MA16 porque os estudantes resolverão problemas que envolvem a aplicação do teorema de Pitágoras; inclusive problemas de determinação do ponto médio de um segmento de reta e da medida da distância entre dois pontos dadas suas coordenadas no plano cartesiano, e de aplicação desse conhecimentos para calcular as medidas dos perímetros e das áreas.

## Orientações

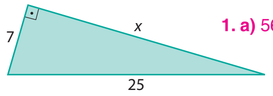
- As atividades desta seção proporcionam aos estudantes aplicar o teorema de Pitágoras e as outras relações métricas do triângulo retângulo em diferentes situações. Aproveite a oportunidade para avaliar o aprendizado deles e o modo como encaminham a resolução das atividades. Incentive-os a compartilhar com os colegas o modo como fizeram a fim de identificar os possíveis erros cometidos. Estimular os estudantes a analisar e entender os erros cometidos ajuda a desenvolver a capacidade de inferir o problema.

## Atividades de revisão

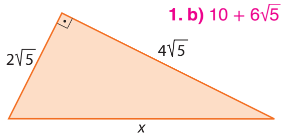
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Determine a medida do perímetro dos triângulos.

**a)** **1. a)** 56




**b)** **1. b)** $10 + 6\sqrt{5}$

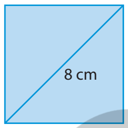



**2.** A diagonal do retângulo *ABCD* mede 8 cm de comprimento. Determine a medida do comprimento de $\overline{DC}$.

**2.** $2\sqrt{7}$ cm

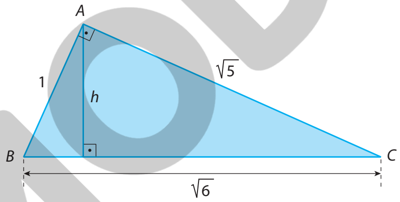

**3.** Calcule a medida do perímetro do quadrado.

**3.** $16\sqrt{2}$ cm



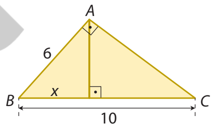

**4.** Determine a medida de comprimento *h* indicada na figura.

**4.** $\sqrt{\frac{5}{6}}$

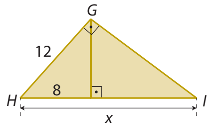



**5.** Determine a medida de comprimento *x* indicada nos triângulos.

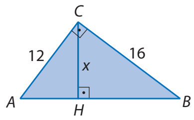
**a)** **5. a)** 3,6




**b)** **5. b)** 18




**c)** **5. c)** 9,6




**6.** Em um triângulo retângulo, os catetos medem 6 cm e 8 cm de comprimento. Determine a medida de comprimento:

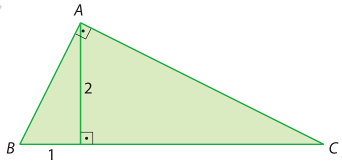
**a)** da hipotenusa; **6. a)** 10 cm

**b)** das projeções ortogonais de cada cateto sobre a hipotenusa; **6. b)** 3,6 cm e 6,4 cm

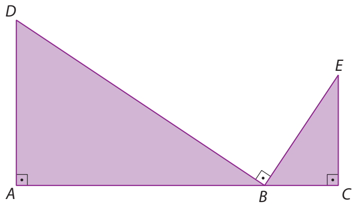
**c)** da altura relativa à hipotenusa. **6. c)** 4,8 cm

**7.** A hipotenusa de um triângulo retângulo isósceles mede 8 cm de comprimento. Qual é a medida do perímetro desse triângulo? **7.** $(8 + 8\sqrt{2})$ cm

**8.** Na figura, determine a medida de comprimento da projeção ortogonal do cateto $\overline{AC}$ sobre a hipotenusa. **8.** 4




**9.** Na figura, *B* é um ponto do segmento de reta $\overline{AC}$, e os ângulos $D\hat{A}B$, $D\hat{B}E$ e $B\hat{C}E$ são retos.




Se $AD = 6$ dm, $AC = 11$ dm, $EC = 4$ dm e $DB = 10$ dm, a medida de comprimento de $\overline{EB}$ é:

**a)** 4,5 dm **9.** alternativa **d**

**b)** 8 dm

**c)** 7 dm

**d)** 5 dm





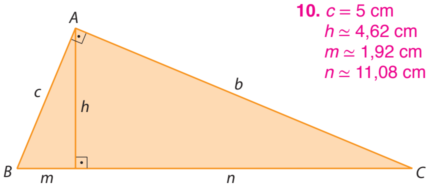




**(EF09MA14)** Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.

**(EF09MA16)** Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.

**10.** Sabendo que $b = 12$ cm e que $m + n = 13$ cm, calcule as medidas de comprimento $c$, $h$, $m$ e $n$.




**10.** $c = 5$ cm
$h \simeq 4{,}62$ cm
$m \simeq 1{,}92$ cm
$n \simeq 11{,}08$ cm

**11.** Determine a medida do perímetro do triângulo retângulo $ABC$, sabendo que o comprimento da projeção ortogonal do cateto $\overline{AB}$ sobre a hipotenusa mede 4 cm, a altura em relação à hipotenusa $\overline{AC}$ mede 3 cm e o do cateto $\overline{BC}$ mede $\frac{15}{4}$ cm. **11.** 15 cm

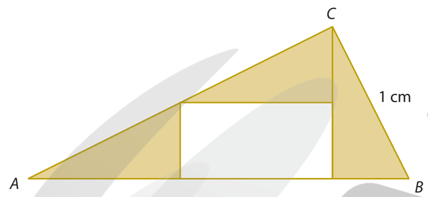
**12.** Responda às questões.

**a)** Qual é a medida do perímetro de um losango cujas diagonais medem 6 cm e 8 cm de comprimento? **12. a)** 20 cm

**b)** Qual é a medida de comprimento da altura de um triângulo equilátero cujos lados medem $2x$ de comprimento? **12. b)** $x\sqrt{3}$

**c)** Qual é a medida de comprimento da diagonal de um retângulo que mede 7 cm de comprimento e 3 cm de largura? **12. c)** $\sqrt{58}$ cm

**13.** (Obmep) A figura mostra um triângulo retângulo $ABC$ e três triângulos retângulos congruentes coloridos. O lado $BC$ tem comprimento 1 cm. Qual é o perímetro do triângulo $ABC$, em centímetro? **13.** alternativa **a**




**a)** $3 + \sqrt{5}$

**b)** $2 + 2\sqrt{5}$

**c)** $5 - \sqrt{5}$

**d)** 5

**e)** 6

**14.** Um papel de presente de forma retangular (figura 1) foi dobrado (figura 2). Calcule a medida de comprimento de $\overline{DP}$. **14.** $10\sqrt{5}$ cm

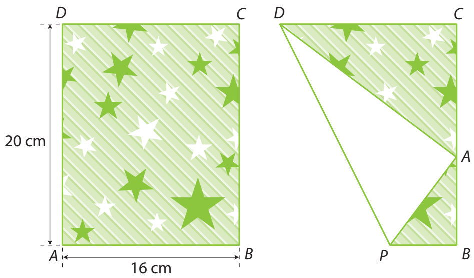
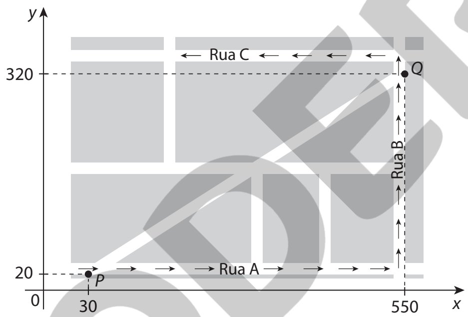



Figura 1

Figura 2

**15.** (Enem) Devido ao aumento do fluxo de passageiros, uma empresa de transporte coletivo urbano está fazendo estudos para a implantação de um novo ponto de parada em uma determinada rota. A figura mostra o percurso, indicado pelas setas, realizado por um ônibus nessa rota e a localização de dois de seus atuais pontos de parada, representados por $P$ e $Q$.




Os estudos indicam que o novo ponto $T$ deverá ser instalado, nesse percurso, entre as paradas já existentes $P$ e $Q$, de modo que as distâncias percorridas pelo ônibus entre os pontos $P$ e $T$ e entre os pontos $T$ e $Q$ sejam iguais. De acordo com os dados, as coordenadas do novo ponto de parada são: **15.** alternativa **e**

**a)** (290, 20)

**b)** (410, 0)

**c)** (410, 20)

**d)** (440, 0)

**e)** (440, 20)



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA



- Se for possível, faça com os estudantes a dobradura descrita na atividade 14 em uma folha de papel retangular com as medidas exatas indicadas na atividade e peça a eles que, após fazer os cálculos, meçam o papel dobrado.
- Resolução da atividade **14**:

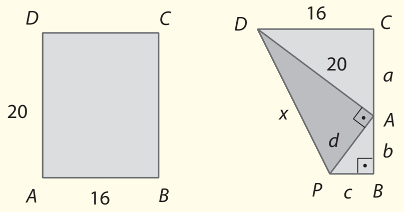



Figura 1

Figura 2

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

No triângulo retângulo $ACD$ da figura 2, pelo teorema de Pitágoras, temos:

$20^2 = 16^2 + a^2$

$a = 12$

Como $CB = 20$ e $CB = a + b$, temos:

$b = 20 - 12 = 8$

No triângulo retângulo $ABP$, temos:

$d^2 = c^2 + 8^2$

Como $d + c = 16$, então $d = 16 - c$; assim:

$d^2 = c^2 + 8^2$

$(16 - c)^2 = c^2 + 8^2$

$256 - 32c + c^2 = c^2 + 64$

$32c = 192$

$c = 6$

Logo: $d = 16 - c = 16 - 6 = 10$

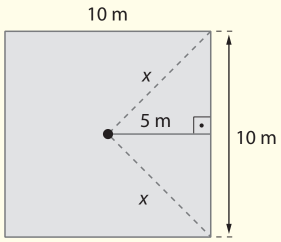
No triângulo retângulo $ADP$, temos:

$x^2 = 20^2 + 10^2$

$x = 10\sqrt{5}$

Portanto, a medida de $\overline{DP}$ é $10\sqrt{5}$ cm.

- Para resolver a atividade **16**, os estudantes precisam, antes de tudo, identificar que o caminho mais curto para ir de *X* a *Y* é o segmento que liga esses dois pontos; já que não há obstáculos nesse terreno plano, bastará encontrar a medida de comprimento desse segmento de reta.
- Resolução da atividade **17**:




ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

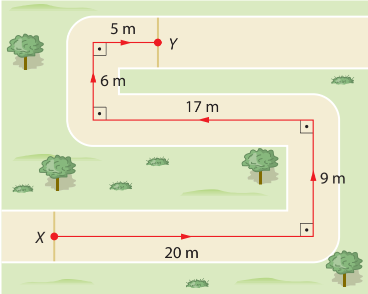
O pátio do mosteiro tem formato quadrado e perímetro medindo 40 m de comprimento. Logo, cada um de seus lados mede 10 m de comprimento.
Pela segunda relação métrica, temos:
$x \cdot x = 5 \cdot 10$
$x^2 = 50$
$x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
Portanto, a medida de distância da estátua a um dos cantos do pátio é $5\sqrt{2}$ m.

- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com sim, às vezes ou não.

Eu...
... sei identificar um triângulo retângulo a partir de seus elementos?
... compreendo o teorema de Pitágoras?
... sei aplicar o teorema de Pitágoras na resolução de problemas?
... compreendo as demais relações métricas envolvendo triângulos retângulos?
... sei empregar as relações métricas nos triângulos retângulos para a resolução de problemas?
... compreendo que o teorema de Pitágoras e as relações métricas podem ser aplicadas apenas em triângulos retângulos?
... sei construir gráficos utilizando planilhas eletrônicas?
... sou capaz de identificar triângulos retângulos em problemas envolvendo, por exemplo, quadriláteros, visando sua resolução utilizando as relações métricas?
... reconheço os tipos de gráfico mais adequados para representar um conjunto de dados?
... cuido do meu material escolar?
... tenho um bom relacionamento com meus colegas de turma?
... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?
... tenho facilidade para compreender os conteúdos?
... realizo as tarefas propostas?

## Atividades de revisão

**16.** (PUC-SP) A figura a seguir mostra a trajetória percorrida por uma pessoa para ir do ponto *X* ao ponto *Y*, caminhando em terreno plano e sem obstáculos.



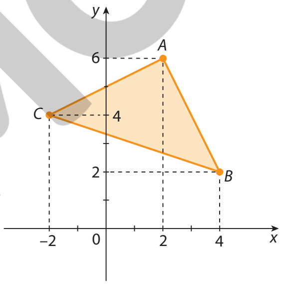

Se ela tivesse usado o caminho mais curto para ir de *X* a *Y*, teria percorrido: **16.** alternativa **c**

**a)** 15 m **c)** 17 m **e)** 19 m
**b)** 16 m **d)** 18 m

**17.** Um mosteiro medieval foi construído em torno de um pátio de formato quadrado. No centro do pátio, encontra-se uma estátua do fundador da ordem religiosa. Se a medida do perímetro do pátio é 40 m, qual é a medida de distância da estátua a um dos cantos desse pátio? **17.** $5\sqrt{2}$ m

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

**18.** Determine as coordenadas do ponto médio do lado $\overline{BC}$ do triângulo *ABC*. **18.** (1, 3)

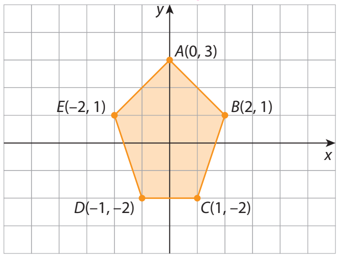



**19.** Obtenha as coordenadas do ponto *P* do eixo das ordenadas equidistante da origem e de *A*(0, 10). **19.** (0, 5)

**20.** Em cada item, calcule a medida do perímetro do pentágono *ABCDE*.

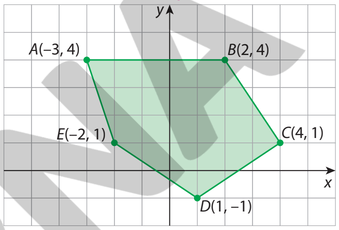
**20. a)** $2 + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{10}$

**a)**




**20. b)** $5 + \sqrt{10} + 3\sqrt{13}$

**b)**

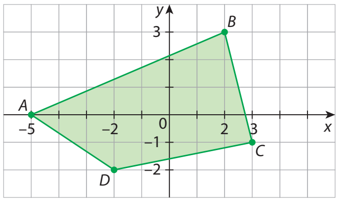



**21.** Em uma malha quadriculada, trace um plano cartesiano e localize nele os vértices *A*(3, 3), *B*(9, 3), *C*(9, −3) e *D*(3, −3) do quadrilátero *ABCD*. Em seguida, responda às questões. **21. a)** 36 unidades da medida de área

**a)** Qual é a medida de área desse quadrilátero?
**b)** Qual é a medida do seu perímetro?
**c)** Qual é a medida de comprimento da sua diagonal? **21. c)** $6\sqrt{2}$ unidades de medida de comprimento

**21. b)** 24 unidades de medida de comprimento

**22.** O terreno do sítio de Alexandre foi representado no plano cartesiano a seguir, de modo que cada unidade do plano cartesiano corresponde à medida de comprimento de 10 m na realidade.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Junte-se a um colega, pensem em uma estratégia para calcular a medida da área desse terreno.

**22.** Uma estratégia possível para calcular a medida de área do terreno é calcular a medida de área do retângulo de vértices *E*(−5, 3), *F*(−5, −2), *G*(3, −2), *H*(3, 3) e, em seguida, subtrair dela as medidas das áreas dos triângulos *EAB*, *FAD*, *GDC* e *HBC*. Logo, medida de área do terreno é 2 200 m².

CAPÍTULO 7

# Equações do 2º grau

Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF09MA09
EF09MA21

## 1 Equação do 2º grau com uma incógnita

Uma **equação** é uma sentença matemática com sinal de igualdade (=) em que números desconhecidos são representados por letras, denominadas **incógnitas**. Você vai aprender a identificar e resolver qualquer **equação do 2º grau com uma incógnita**.

Acompanhe a situação a seguir.

Este é o tapete de retalhos que Juliana fez para seu quarto.

Para fazê-lo, Juliana costurou, uns nos outros, retalhos de tecidos de formato quadrado, todos com as mesmas dimensões. Sabendo que o tapete ficou com medida de área igual a 4 050 cm², como podemos calcular a medida de comprimento do lado de cada retalho quadrado?

Se considerarmos que a medida de comprimento do lado de cada retalho é $x$, a medida da área de cada retalho será a medida de comprimento desse lado ao quadrado, ou seja, $x^2$.

Como o tapete é formado por 50 retalhos de mesmas dimensões e a medida da área do tapete é 4 050 cm², temos:

$$50x^2 = 4\,050$$
$$50x^2 - 4\,050 = 0$$

Uma maneira de calcular a medida de comprimento do lado de cada retalho é resolver essa equação.

A equação $50x^2 - 4\,050 = 0$ é um exemplo de equação do 2º grau com uma incógnita: a letra $x$.

> **Equações do 2º grau** com apenas uma incógnita $x$ são aquelas que podem ser escritas como uma equação equivalente da forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que $a$, $b$ e $c$ são números reais e $a \neq 0$.

Os números $a$, $b$ e $c$ são chamados **coeficientes** da equação do 2º grau.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

**Para pensar**

Quais são os coeficientes $a$, $b$ e $c$ da equação $50x^2 - 4\,050 = 0$?

Para pensar: $a = 50$, $b = 0$ e $c = -4\,050$

ILUSTRAÇÕES: MILA HORTENCIO/ARQUIVO DA EDITORA





(**EF09MA09**) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

## Equação do 2º grau com uma incógnita

### Objetivos

- Reconhecer uma equação do 2º grau com uma incógnita.
- Distinguir equações do 2º grau completas de incompletas.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade: EF09MA09 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA09 porque os estudantes irão resolver problemas que possam ser representados por equações do 2º grau com uma incógnita.

### Orientações

- Neste tópico, o conceito de equação do 2º grau com uma incógnita é apresentado. Vale lembrar que, no livro do 8º ano e, também, no Capítulo 6 deste volume, os estudantes já resolveram problemas que podiam ser traduzidos por equações do 2º grau do tipo $ax^2 + c = 0$. Convém, antes de iniciar o tópico, retomar esse assunto e fazer um levantamento do que os estudantes aprenderam.
- É importante que os estudantes diferenciem uma equação do 2º grau de uma equação do 1º grau e que também consigam reconhecer equações completas e incompletas. Ao trabalhar com situações contextualizadas, pode-se sempre chamar a atenção dos estudantes para os valores que a incógnita pode assumir *a priori*. Na situação inicial, por exemplo, $x$ só pode assumir valores positivos, pois corresponde à medida de comprimento do lado de cada retalho.

• Nesta página, aborda-se o conceito de raiz de uma equação do 2º grau, e é importante que os estudantes o compreendam bem. É comum, por exemplo, ao perguntar a um estudante se 3 é raiz da equação $x^2 - 8x + 15 = 0$, que ele tente resolvê-la em vez de substituir $x$ por 3 e verificar se obtém ou não uma sentença verdadeira. Isso é um indício de que esse estudante perdeu de vista o significado do conceito de raiz e está efetuando os procedimentos de maneira acrítica. Incentive os estudantes a refletir sobre os significados dos processos e dos conceitos mobilizados, uma vez que isso possibilita que tenham uma visão ampla do que estão fazendo.

Equações desse tipo são chamadas de equações do 2º grau porque o maior grau do termo em $x$ é 2.

Quando uma equação do 2º grau com uma incógnita, na forma $ax^2 + bx + c = 0$, tem todos os coeficientes ($a$, $b$ e $c$) diferentes de zero, dizemos que a equação é **completa**.

Observe alguns exemplos de equações do 2º grau completas.

Lembre-se: Escreva no caderno!

**a)** $3x^2 + 4x + 1 = 0$

$c = 1$
$b = 4$
$a = 3$

**b)** $x^2 + 5x + 2{,}5 = 0$

$c = 2{,}5$
$b = 5$
$a = 1$

**c)** $x^2 - 6x + \sqrt{5} = 0$

$c = \sqrt{5}$
$b = -6$
$a = 1$

Quando, porém, $b$ ou $c$ ou os dois coeficientes são iguais a zero, dizemos que a equação é **incompleta**.

Agora, observe alguns exemplos de equações do 2º grau incompletas.

**a)** $x^2 + 16 = 0$

$c = 16$
$b = 0$
$a = 1$

**b)** $-x^2 + 1{,}2x = 0$

$c = 0$
$b = 1{,}2$
$a = -1$

**c)** $7x^2 = 0$

$c = 0$
$b = 0$
$a = 7$

## Raízes de uma equação do 2º grau

A **raiz** de uma equação é um número que, ao substituir a incógnita, torna a sentença verdadeira.

Por exemplo, as raízes reais da equação $x^2 - 8x + 15 = 0$ são 3 e 5, pois esses números tornam a sentença matemática verdadeira.

- Para $x = 3$, temos:

  $(3)^2 - 8 \cdot (3) + 15 = 0$
  $9 - 24 + 15 = 0$
  $-15 + 15 = 0$ (sentença verdadeira)
  Logo, 3 é raiz da equação.







174

- Para $x = 5$, temos:
  $(5)^2 - 8 \cdot (5) + 15 = 0$
  $25 - 40 + 15 = 0$
  $25 - 25 = 0$ (sentença verdadeira)
  Logo, 5 é raiz da equação.

Nesse exemplo, a equação do 2º grau tem duas raízes reais distintas.

**Para pensar**

A equação $x^2 + 16 = 0$ tem raízes reais? **Para pensar:** Não, não há nenhum número real que elevado ao quadrado seja igual a –16.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** No caderno, indique as equações do 2º grau. **1.** alternativas **a** e **d**

a) $2 - x + 9x^2 = 0$
b) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$
c) $(2x - 4)^2 = 4x^3 - 2x$
d) $6x - 3 + x^2 = 1$

**2.** Escreva a equação $ax^2 + bx + c = 0$, para:

a) $a = 3$; $b = -2$ e $c = 1$ **2. a)** $3x^2 - 2x + 1 = 0$
b) $a = -1$; $b = 0$ e $c = 7$ **2. b)** $-x^2 + 7 = 0$
c) $a = \frac{1}{3}$; $b = 6$ e $c = 0$ **2. c)** $\frac{x^2}{3} + 6x = 0$

**3.** Escreva as equações do 2º grau na forma $ax^2 + bx + c = 0$.

a) $(4 - 3x)^2 = 64$ **3. a)** $9x^2 - 24x - 48 = 0$
b) $(2x - 4)^2 = 2x(x - 2) + 48$ **3. b)** $2x^2 - 12x - 32 = 0$

**4.** Os números –1 e 1 são raízes de quais destas equações? **4.** alternativas **c** e **d**

a) $x^2 - 1 = 1$
b) $-x^2 + 1 = 1$
c) $x^2 - 1 = 0$
d) $-x^2 + 1 = 0$

**5.** Reúna-se com um colega e verifiquem quais das afirmações a seguir são verdadeiras. Copiem essas afirmações no caderno. **5.** alternativas **b** e **d**

a) 3 é raiz da equação $x^2 - \frac{1}{9} = 0$.
b) As equações $3x^2 - 7x^2 - 2x(x - 5) + 23 = 5$ e $-6x^2 + 10x + 18 = 0$ são equivalentes.
c) O número 8 é raiz da equação $x^2 - 9x + 18 = 0$.
d) As raízes da equação $6x^2 - 5x + 1 = 0$ são $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$.
e) Uma das raízes da equação $\frac{2(x^2 - 1)}{3} = 6$ é 7.
f) Se $p = 0$, a equação $(p - 1)x^2 - px - 3 = 0$ não é do 2º grau.

**6.** Determine os valores de $m$ para que as equações de incógnita $x$ abaixo **não** sejam do 2º grau.

a) $(2m - 1)x^2 + mx + 15 = 0$ **6. a)** $m = \frac{1}{2}$
b) $(3m + 1)x^2 + 15 = 0$ **6. b)** $m = -\frac{1}{3}$
c) $(m - 1)x^2 - 2mx + m + 4 = 0$ **6. c)** $m = 1$

**7.** Sabendo que 2 é raiz da equação $(2p - 1)x^2 - 2px - 2 = 0$, de incógnita $x$, calcule o valor de $p$. **7.** $p = \frac{3}{2}$





- As atividades desta página contribuem para que os estudantes fixem os conteúdos apresentados. Caso perceba que estão com dificuldade, pode-se organizá-los em duplas.

## Resolução de uma equação do 2º grau incompleta

### Objetivos

- Resolver equações do 2º grau incompletas.
- Resolver problemas por meio de uma equação do 2º grau, compreendendo os procedimentos envolvidos.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA09 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA09 porque os estudantes irão resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações incompletas do 2º grau com uma incógnita.

### Orientações

- É importante que os estudantes resolvam uma mesma equação utilizando estratégias diferentes. Estudar diferentes métodos de resolução de equações do 2º grau possibilita aos estudantes ter uma visão geral e conectada da Matemática.
- No 8º ano, pela BNCC, é previsto que os estudantes aprendam como resolver equações do 2º grau incompletas do tipo $ax^2 + c = 0$, então espera-se que não encontrem dificuldades para compreender os exemplos apresentados nesta página. Se julgar necessário, proponha que resolvam as equações apresentadas nos exemplos no quadro. Enfatize a importância de considerar o conjunto universo em cada caso.

## 2 Resolução de uma equação do 2º grau incompleta

### Quando $ax^2 + c = 0$

Muitos problemas podem ser resolvidos por meio de uma equação do 2º grau. Vimos alguns deles no capítulo anterior, ao calcular as medidas de comprimento de lados ou outras dimensões em triângulos retângulos.

Vamos retomar a situação da página 173, relacionada à medida da área do tapete feito por Juliana. Nesse caso, para encontrar a medida de comprimento do lado de cada retalho devemos determinar o valor de $x$ que satisfaz a equação $50x^2 - 4050 = 0$:

$$50x^2 - 4050 = 0$$

$$50x^2 = 4050$$

$$x^2 = 81$$

Para resolver essa equação, temos de encontrar os números que, quando elevados ao quadrado, resultem no número 81.

Logo:

ou $x = +9$, pois: $(+9)^2 = 81$

ou $x = -9$, pois: $(-9)^2 = 81$

No entanto, não podemos nos esquecer de que essa equação foi gerada de uma situação na qual $x$ representa a medida de comprimento do lado de um quadrado; portanto, esse número não pode ser negativo. Assim, a equação $50x^2 - 4050 = 0$ tem duas raízes, $x = +9$ e $x = -9$, mas a situação apresentada tem apenas uma solução: o lado de cada retalho mede 9 cm de comprimento.

Observe alguns exemplos de como podemos resolver outras equações do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, em que $a \neq 0$ e $b = 0$.

**a)** Vamos resolver a equação $x^2 - 25 = 0$ no conjunto $\mathbb{R}$.

$x^2 - 25 = 0$

$x^2 - 25 + 25 = 0 + 25$ — Adicionamos 25 a ambos os membros da equação.

$x^2 = 25$

$x = -5$ ou $x = +5$ — Encontramos os números que, elevados ao quadrado, resultam em 25.

Logo, as raízes reais da equação são –5 e 5.

**b)** Vamos resolver a equação $5x^2 + 7 = -3$ no conjunto $\mathbb{R}$.

$5x^2 + 7 = -3$

$5x^2 + 7 - 7 = -3 - 7$ — Subtraímos 7 de ambos os membros da equação.

$5x^2 = -10$

$\frac{5x^2}{5} = -\frac{10}{5}$ — Dividimos os dois membros por 5.

$x^2 = -2$ — Procuramos os números que, elevados ao quadrado, resultem em –2.

Como não existe, no conjunto $\mathbb{R}$, um número que elevado ao quadrado resulte em um número negativo, não existe número real $x$ que seja raiz da equação $5x^2 + 7 = -3$.
Logo, a equação não tem raízes reais.





**(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

**Para pensar**

Converse com um colega para responder às questões. **Para pensar:** Respostas em *Orientações*.

- O que podemos afirmar sobre as raízes de uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$ e $b = 0$?
- O que podemos afirmar sobre as raízes de uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, $b = 0$ e $c = 0$?

## Quando $ax^2 + bx = 0$

Vamos ver como resolver equações do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c = 0$.

Considere os exemplos a seguir.

**a)** Vamos resolver a equação $x^2 + 6x = 0$ no conjunto $\mathbb{R}$.

$x^2 + 6x = 0$

$x \cdot (x + 6) = 0$ — Colocamos $x$ em evidência.

Como o produto dos fatores $x$ e $(x + 6)$ é zero, pelo menos um desses fatores é zero. Assim:

$x = 0$ ou $(x + 6) = 0$

Resolvendo a equação $x + 6 = 0$:

$x + 6 = 0$

$x = -6$ — Subtraímos 6 de ambos os membros da equação.

Logo, as raízes reais da equação são 0 e $-6$.

**b)** Vamos determinar as raízes da equação $-3x^2 - 16x = 0$ no conjunto $\mathbb{R}$.

$-3x^2 - 16x = 0$ — Colocamos $x$ em evidência.

$x \cdot (-3x - 16) = 0$

Como o produto dos fatores $x$ e $(-3x - 16)$ é zero, pelo menos um desses fatores é zero. Assim:

$x = 0$ ou $(-3x - 16) = 0$

Resolvendo a equação $-3x - 16 = 0$:

$-3x - 16 = 0$

$3x + 16 = 0$ — Multiplicamos ambos os membros da equação por $-1$.

$3x = -16$ — Subtraímos 16 dos dois membros.

$x = -\frac{16}{3}$ — Dividimos ambos os membros por 3.

Logo, as raízes reais da equação são 0 e $-\frac{16}{3}$.

**Para pensar**

Com um colega, investiguem o que se pode afirmar sobre as raízes de uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c = 0$.

**Para pensar:** Espera-se que os estudantes percebam que as equações desse tipo apresentam sempre duas raízes reais diferentes, sendo uma delas igual a zero.



- No boxe *Para pensar*, os estudantes devem, por meio de investigações, perceber que toda equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$ e $b = 0$, tem duas raízes reais e opostas ou não tem raízes; e toda equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, $b = 0$, e $c = 0$, tem uma única raiz e ela é zero.
- Nesta página, mostra-se como resolver equações nas quais um fator comum pode ser posto em evidência. Raciocina-se, então, com a ideia de que, se o produto é zero, pelo menos um dos fatores tem de ser zero.
- Na resolução de problemas que recaem em equações do 2º grau, os estudantes poderão se deparar com duas soluções diferentes, duas soluções iguais ou a impossibilidade de determinar um número real que satisfaça as condições do problema. Como em estudos anteriores eles já viram problemas com mais de uma solução, provavelmente não terão dificuldade para compreender as duas respostas.

- Para encontrar as respostas da atividade **4**, os estudantes não precisam escrever as equações do 2º grau que traduzem cada um dos problemas.

Como os valores envolvidos não são altos, os estudantes podem calcular mentalmente o número procurado.

**a)** O número pode ser –4 ou 4, pois ambos têm o quadrado igual a 16.

**b)** Se o dobro do quadrado é igual a 8, então o quadrado desse número é 4. Logo, o número procurado pode ser –2 ou 2.

**c)** O quadrado de qualquer número é sempre maior ou igual a zero; se somarmos o quadrado de um número com 9, o resultado será, então, necessariamente maior ou igual a 9. Conclusão: não existe um número real nas condições desse problema.

**d)** Se o quadrado de $x$ é igual a $3 \cdot x$, podemos escrever:

$x \cdot x = 3 \cdot x$

Ou seja: $x = 3$ ou $x = 0$

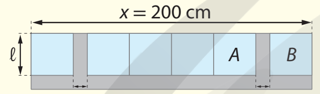
**e)** Se a diferença entre o quadrado de $x$ e 4 é igual a 5, então o quadrado de $x$ é igual a 9. Se um número elevado ao quadrado é igual a 9, então o número procurado só pode ser 3 ou –3.

Amplie o trabalho com esta atividade, propondo aos estudantes que inventem frases similares às apresentadas e as troquem com um colega, para que este encontre o valor de $x$ em cada caso.

- Na atividade **8**, sabemos que a medida da área da superfície quadrada com lado de medida de comprimento $x$ mede 4 m², ou seja, 40000 cm². Logo, $x$ vale 200 cm.

Observemos a figura abaixo.

ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA




Indicando por ℓ a medida de comprimento do lado de cada lajota e sabendo que as faixas medem 10 cm de comprimento, temos que o comprimento do lado $x$ da superfície quadrada é dado por:

$x = 6\ell + 20$

$200 = 6\ell + 20$

$\ell = 30$

Portanto, o comprimento do lado de cada cerâmica mede 30 cm.

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

**1. a)** I: $x^2 = 625$, com $U = \mathbb{R}_+^*$ III: $(x + 1)^2 = 400$, com $U = \mathbb{R}_+^*$
II: $x^2 = 1\,000$, com $U = \mathbb{R}_+^*$ IV: $(x + 2)^2 = 900$, com $U = \mathbb{R}_+^*$

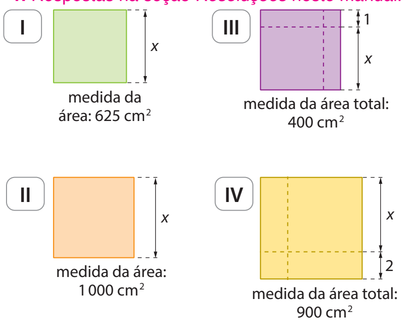
## ATIVIDADES

**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

**1. b)** I: $x = 25$ cm III: $x = 19$ cm
II: $x = 10\sqrt{10}$ cm IV: $x = 28$ cm

**1.** Considere os quadrados abaixo para resolver as questões.
**1.** Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA




a) Escreva a equação que relaciona a medida de comprimento do lado de cada quadrado à sua medida de área.

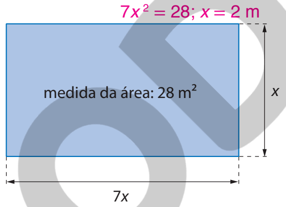
b) Encontre as medidas de comprimento de $x$ que satisfazem cada uma das equações.

**2.** Para fazer um pomar em sua chácara, Flávio preparou uma superfície quadrada cuja medida da área é igual a 121 m².

Qual é a medida de comprimento do lado desse pomar? **2.** 11 m

**3.** Monte uma equação que relacione as medidas de comprimento dos lados do retângulo à sua medida de área. **3.** $7x \cdot x = 28$ ou $7x^2 = 28$; $x = 2$ m

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA




- Agora, determine a medida de comprimento de $x$.

**4.** Encontre o valor do número real $x$ em cada caso.

a) O quadrado de $x$ é igual a 16. **4. a)** $x = -4$ ou $x = 4$

b) O dobro do quadrado de $x$ é igual a 8. **4. b)** $x = -2$ ou $x = 2$

c) A soma do quadrado de $x$ com 9 é igual a zero. **4. c)** Não existe $x$ real.

d) O quadrado de $x$ é igual ao triplo de $x$. **4. d)** $x = 0$ ou $x = 3$

e) A diferença entre o quadrado de $x$ e 4, nessa ordem, é igual a 5. **4. e)** $x = -3$ ou $x = 3$

**5.** Joaquim comprou um terreno de formato quadrado que mede 289 m² em um condomínio fechado.

De acordo com as regras do condomínio, cada proprietário é responsável pelo revestimento da calçada de seu terreno. Qual será a medida de comprimento da calçada que Joaquim deverá revestir, se o terreno não está situado em uma esquina? **5.** 17 m

SERI/ARQUIVO DA EDITORA

**6.** Escreva no caderno apenas a(s) afirmação(ões) verdadeira(s) **6.** alternativa **a**

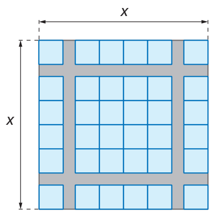
a) Se uma equação do 2º grau tem coeficientes $b \neq 0$ e $c = 0$, uma das soluções é zero.

b) Se uma equação do 2º grau tem coeficientes $b = c = 0$, uma das soluções é diferente de zero.

c) Toda equação do 2º grau que tem coeficientes $b = 0$ e $c \neq 0$ tem duas soluções reais.

**7.** Qual é o número positivo cujo quadrado é igual a 200% de seu valor? **7.** 2

**8.** Observe abaixo o esquema que representa uma superfície que mede 4 m² de área e responda à questão.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Qual é a medida de comprimento do lado de cada peça de cerâmica de forma quadrada, se as faixas cinza entre as peças medem 10 cm de largura e não será preciso cortar nenhuma peça para preencher a superfície? **8.** 30 cm

# 3 Resolução de uma equação do 2º grau completa

Nas páginas anteriores, vimos a resolução de equações do 2º grau incompletas, ou seja, de equações do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$ e $b$ ou $c$ ou os dois coeficientes iguais a zero.

Agora, vamos estudar como resolver equações do 2º grau completas, ou seja, aquelas em que todos os coeficientes são diferentes de zero.

## Quando o primeiro membro é um trinômio quadrado perfeito

Observe alguns exemplos de resolução de equações do 2º grau completas por meio da fatoração de trinômios quadrados perfeitos.

**Recorde**

- A forma fatorada de $a^2 + 2ab + b^2$ é $(a + b)^2$.
- A forma fatorada de $a^2 - 2ab + b^2$ é $(a - b)^2$.

**a)** Vamos determinar as raízes reais da equação $x^2 - 4x + 4 = 0$.

$x^2 - 4x + 4 = 0$ trinômio quadrado perfeito

$x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = 0$

$(x - 2)^2 = 0$ forma fatorada do trinômio

$(x - 2) \cdot (x - 2) = 0$

Então:

$(x - 2) = 0$

$x = 2$

Logo, a equação tem duas raízes reais iguais a 2.

**b)** Vamos determinar as raízes da equação $4x^2 + 12x = -9$ no conjunto $\mathbb{R}$.

$4x^2 + 12x = -9$

$4x^2 + 12x + 9 = 0$ trinômio quadrado perfeito

$(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 0$

$(2x + 3)^2 = 0$ forma fatorada do trinômio

$(2x + 3) \cdot (2x + 3) = 0$

Então:

$(2x + 3) = 0$

$2x = -3$

$x = -\frac{3}{2}$

Logo, a equação tem duas raízes reais iguais a $-\frac{3}{2}$.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

**Para pensar**

Com um colega, respondam à questão: o que podemos afirmar sobre as raízes de uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com todos os coeficientes diferentes de zero, sendo $ax^2 + bx + c$ um trinômio quadrado perfeito?

**Para pensar:** Espera-se que os estudantes percebam que as equações desse tipo apresentam sempre duas raízes reais iguais e diferentes de zero.





**(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

**Competência específica 1:** Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

## Resolução de uma equação de 2º grau completa

### Objetivos

- Resolver equações do 2º grau completas por meio de fatoração.
- Reconhecer a relação existente entre os coeficientes e as raízes de uma equação do 2º grau.
- Reconhecer a relação entre o valor encontrado para o discriminante e as raízes da equação do 2º grau.
- Resolver problemas por meio de uma equação do 2º grau, compreendendo os procedimentos envolvidos.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA09 e da competência específica 1 da BNCC.

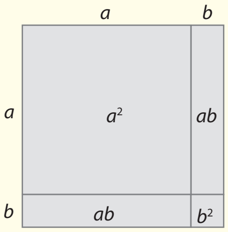
### Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA09 porque os estudantes terão a oportunidade de resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações completas do 2º grau com uma incógnita.

### Orientações

- Neste tópico, os estudantes aprenderão a identificar uma equação que pode ser escrita na forma fatorada do trinômio quadrado perfeito. Além disso, terão contato com o método geométrico de Al-Khwarizmi para completar quadrados.
- Esta página trata da resolução de equações do 2º grau com uma incógnita nas quais o 1º membro é um trinômio quadrado perfeito e o 2º membro é nulo. Nesse caso, basta fatorar o trinômio e raciocinar com a ideia de que, se um produto é zero, pelo menos um dos fatores tem de ser zero.

- Esta página mostra o método geométrico de Al-Khwarizmi para encontrar os valores da incógnita em uma equação do 2º grau completa cujo 1º membro não é um trinômio quadrado perfeito. Esse método consiste em encontrar uma equação equivalente a ela cujo 1º membro seja um trinômio quadrado perfeito.
- É importante enfatizar que diversas pessoas em diferentes lugares do mundo contribuíram para o estudo desse tipo de equação. Muito antes de Al-Khwarizmi, na Grécia do século IV a.C., a Álgebra geométrica tomou o lugar da Álgebra aritmética. A sentença algébrica que conhecemos hoje, $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$, era explorada por meio de figuras como a que segue:




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Apesar da semelhança do método de Al-Khwarizmi com a figura, segundo Carl Boyer, autor do livro *História da Matemática*, não se percebem elementos da Matemática grega clássica no processo que Al-Khwarizmi utilizou para resolver uma equação do 2º grau. Já em outros trechos da obra de Al-Khwarizmi há, segundo Boyer, a provável influência da Matemática babilônica antiga, da Matemática indiana medieval e da Matemática grega clássica. Ao trabalhar um pouco dessa história com a turma, será favorecido o desenvolvimento da competência específica 1 da BNCC.

## Quando o primeiro membro não é um trinômio quadrado perfeito

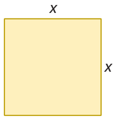
No livro *Al-jabr Wa'l muqabalah*, al-Khwarizmi utilizou um método geométrico para encontrar as raízes de uma equação do 2º grau. Al-Khwarizmi procurava traçar uma figura cuja medida de área representasse o primeiro membro da equação. Depois, completava a figura para formar um quadrado.

Observe os passos para resolver a equação $x^2 + 12x = 85$ por esse método.

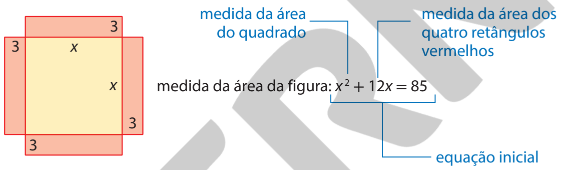
UNIVERSIDADE DE OXFORD, OXFORD

Página do livro *Al-jabr Wa'l muqabalah*, escrito por Mohammed ibn Musa al-Khwarizmi, matemático árabe do século IX.

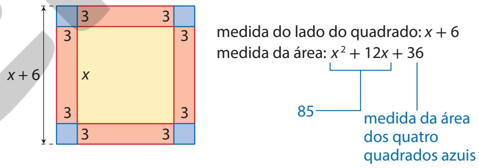
1º) $x^2$ era interpretado como a medida da área de um quadrado com lado de medida de comprimento $x$.




2º) $12x$ era interpretado como a medida da área de quatro retângulos com medida de área igual a $3x$ cada um, dispostos em volta do quadrado.




3º) A figura anterior era completada com quatro quadradinhos de lados medindo 3 de comprimento, para formar um novo quadrado, aumentando a medida da área em $4 \cdot 3^2$.




4º) A medida de comprimento de $x$ era, então, calculada por meio da equação que indicava o cálculo da medida da área do quadrado com lado de medida de comprimento $x + 6$.

$$(x + 6)^2 = \underbrace{x^2 + 12x}_{} + 36$$
$$(x + 6)^2 = 85 + 36$$
$$(x + 6)^2 = 121$$
$$x + 6 = 11$$
$$x = 5$$

Al-Khwarizmi concluía que 5 era uma solução real da equação $x^2 + 12x = 85$.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**Para pensar**

Pelo método de al-Khwarizmi, a equação $x^2 + 12x = 85$ tem solução 5. Na sua opinião, existe outro valor de $x$ que satisfaça essa equação? Se sim, encontre esse valor.

**Para pensar:** Sim, $x = -17$. Espera-se que os estudantes percebam que al-Khwarizmi considerou que $x + 6$ é positivo porque é a medida de comprimento do lado de um quadrado. Considerando a existência de uma raiz negativa, temos: $x + 6 = -11$; $x = -17$

Observe, agora, outras resoluções de equações do 2º grau usando o **método de completar quadrados**.

**a)** Vamos determinar as raízes reais da equação $x^2 + 14x = 32$.

$x^2 + 14x = 32$

$x^2 + 14x + 49 = 32 + 49$ — Adicionamos 49 a ambos os membros da equação para obter um trinômio quadrado perfeito no primeiro membro.

$x^2 + 14x + 49 = 81$

$x^2 + \underbrace{2 \cdot x \cdot 7} + 7^2 = 81$

$(x + 7)^2 = 81$

$x + 7 = -\sqrt{81}$ ou $x + 7 = +\sqrt{81}$

$x + 7 = -9$ ou $x + 7 = 9$

Para $x + 7 = -9$, temos $x = -16$.

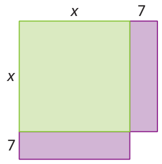
Para $x + 7 = 9$, temos $x = 2$.

Logo, $-16$ e $2$ são as raízes reais da equação.

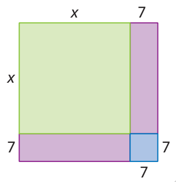
Lembre-se:
Escreva no caderno!

**Observação**

Pelo método de al-Khwarizmi, uma figura com medida de área igual a $x^2 + 14x$ é:




Para completar o quadrado maior, acrescenta-se outro quadrado, com medida de comprimento de lado igual a 7.




$7^2 = 49$
medida da área do quadrado azul:

Por isso, ao adicionar 49 a ambos os membros da equação $x^2 + 14x = 32$, obtemos um trinômio quadrado perfeito no primeiro membro.

**b)** Vamos resolver, agora, a equação $x^2 - 6x + 5 = 0$ no conjunto $\mathbb{R}$.

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$x^2 - 6x = -5$

Observe que $-6x = -2 \cdot x \cdot 3$. Então, adicionamos $3^2$ a ambos os membros da equação para obter um trinômio quadrado perfeito no primeiro membro.

$x^2 - 6x + 9 = -5 + 9$

$x^2 - 6x + 9 = 4$

$x^2 - \underbrace{2 \cdot x \cdot 3} + 3^2 = 4$

$(x - 3)^2 = 4$

$x - 3 = -\sqrt{4}$ ou $x - 3 = +\sqrt{4}$

$x - 3 = -2$ ou $x - 3 = 2$

Para $x - 3 = -2$, temos $x = 1$.

Para $x - 3 = 2$, temos $x = 5$.

Logo, as raízes reais da equação são 1 e 5.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



- Reproduza os exemplos desta página no quadro e desenvolva-os tanto do ponto de vista algébrico quanto do ponto de vista geométrico.
- Nas atividades desta página, os estudantes deverão aplicar o método de completar quadrados em diferentes momentos. Incentive-os a fazer isso tanto do ponto de vista algébrico quanto do ponto de vista geométrico.
- Por causa da interpretação geométrica, é possível que alguns estudantes considerem que a incógnita nas equações não pode ser um número negativo, uma vez que corresponde a uma medida. Caso isso ocorra, comente que o objetivo da interpretação geométrica é ajudar a obter uma equação equivalente à anterior, cujas raízes podemos determinar com mais facilidade.

- Comente com a turma que Bhaskara, em sua obra mais conhecida, *Lilavati*, apresentou muitos problemas que são resolvidos por equações do 2º grau, e esse pode ter sido o motivo para a fórmula de resolução de uma equação do 2º grau, aqui no Brasil, ficar conhecida como fórmula de Bhaskara, embora essa fórmula de resolução tenha sido encontrada por Bhaskara em documentos que datam do século XI, um século antes da publicação de *Lilavati*.
- Ao reconhecer que a fórmula resolutiva de equações do 2º grau é fruto das necessidades e preocupações do homem, em diferentes momentos históricos, o desenvolvimento da competência específica 1 da BNCC é favorecido.

**1. a)** raízes: $-\frac{1}{2}$ e $-\frac{3}{2}$
**1. b)** raízes: $-1$ e $3$
**1. c)** raízes: $-5$ e $-1$
**1. d)** raízes: $\frac{1}{18}$ e $\frac{5}{18}$

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Resolva as equações, no conjunto dos números reais, pelo método de completar quadrados.

**a)** $4x^2 + 8x + 3 = 0$ **b)** $x^2 - 2x - 3 = 0$ **c)** $5 + 6x = -x^2$ **d)** $9x^2 - 3x = -\frac{5}{36}$

**2.** Três vezes o quadrado de um número, adicionado a 3, resulta em seis vezes esse número. Qual é o número? **2.** 1

**3.** Um quadrado tem lados de medida de comprimento $x$ e um retângulo tem lados de medidas de comprimento $\frac{x}{2}$ e 8. A soma da medida da área do quadrado com 4 é igual à medida da área do retângulo. Quanto mede $x$? **3.** 2

## Fórmula de resolução de uma equação do 2º grau

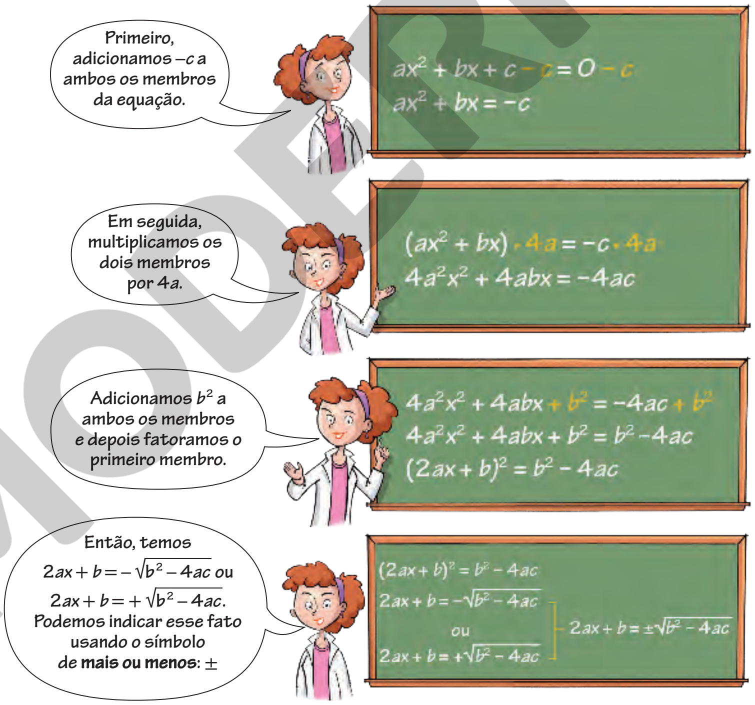
Aproximadamente na mesma época em que os árabes – entre eles al-Khwarizmi – estudavam equações, os matemáticos indianos também se interessavam pela equação do 2º grau.

A Índia teve muitos matemáticos, e um dos mais importantes foi Bhaskara (que viveu de 1114 até cerca de 1185). Em sua obra mais conhecida, *Lilavati*, ele apresenta muitos problemas que são resolvidos por equações do 2º grau.

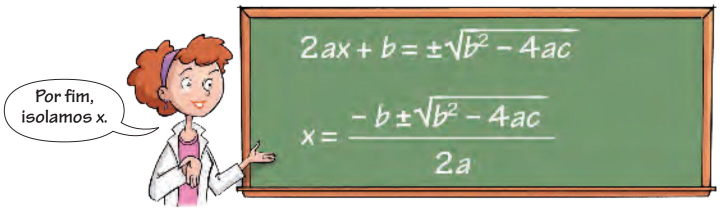
Naquele tempo, os indianos não usavam as fórmulas que conhecemos hoje, mas seu processo de resolução de equações do 2º grau, embasado em regras, aproxima-se dos procedimentos atuais.

Vamos agora generalizar o método de completar quadrados obtendo uma fórmula para resolver equações do 2º grau.

Consideremos a equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$ de coeficientes reais $a$, $b$ e $c$, com $a \neq 0$.




ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA




GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

A expressão $b^2 - 4ac$ é chamada **discriminante** da equação e podemos representá-la pela letra grega $\Delta$ (delta).

Assim, obtemos a seguinte fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Com essa **fórmula resolutiva** de equações do 2º grau, também conhecida por **fórmula de Bhaskara**, podemos calcular o valor da incógnita com base nos coeficientes $a$, $b$ e $c$ da equação.

Assim, concluímos que:

As raízes da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$ são $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, com $\Delta = b^2 - 4ac$.

Observe, por exemplo, como encontrar as raízes reais da equação $3x^2 - 10x + 3 = 0$ usando a fórmula resolutiva.

Inicialmente, identificamos os coeficientes da equação.

$$3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$a = 3 \qquad b = -10 \qquad c = 3$$

Depois, calculamos o valor do discriminante.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 100 - 36 = 64$

Em seguida, aplicamos a fórmula resolutiva de equações do 2º grau e obtemos as raízes reais da equação.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 3} = \frac{10 \pm 8}{6}$$

$$x_1 = \frac{10 - 8}{6} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{10 + 8}{6} = 3$$

Lembre-se: Escreva no caderno!

Portanto, as raízes reais da equação são $\frac{1}{3}$ e 3.

**Para pensar** **Para pensar:** Resposta em *Orientações*.

Junte-se a um colega e analisem a quantidade de raízes reais de uma equação do 2º grau quando o discriminante é igual a zero e quando o discriminante é menor que zero. A que conclusões vocês chegaram?

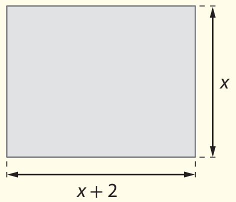






- É apresentado um exemplo de como aplicar a fórmula resolutiva para resolver algumas equações do 2º grau. Se julgar oportuno, a equação apresentada pode ser resolvida pelos estudantes individualmente ou em duplas. Peça também que resolvam essa mesma equação empregando o método de completar quadrados.
- O boxe *Para pensar* contribui para que os estudantes analisem as raízes de uma equação do 2º grau com uma incógnita com base no sinal do discriminante. Deixe-os livres para levantar hipóteses e testá-las. Essas ideias serão formalizadas mais adiante neste capítulo. Ao investigarem a questão proposta, espera-se que os estudantes percebam que, quando o discriminante é igual a zero, a equação tem duas raízes reais iguais e que, quando o discriminante é menor que zero, a equação não tem raízes reais.

- Na atividade **5**, o terreno é retangular e tem medida de área de 80 m$^2$, e o comprimento de um dos seus lados mede 2 m a mais que o outro.




Assim, podemos traduzir essa situação na seguinte equação:

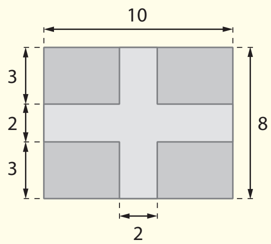
$x \cdot (x + 2) = 80$

$x^2 + 2x - 80 = 0$

Resolvendo essa equação, obtemos $x_1 = -10$ e $x_2 = 8$.

Como queremos encontrar a medida de comprimento do lado do terreno, descartamos a raiz negativa.

As passarelas terão 2 m de medida de largura. Observe a figura abaixo.




A medida da área das passarelas é dada por:

$2 \cdot 10 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 32$

Portanto, a área ocupada pelas passarelas medirá 32 m$^2$.

- Ao resolverem a atividade **6**, avalie se os estudantes identificaram corretamente os coeficientes da equação:

$a = 1$

$b = -2amo$

$c = a^2m^2o^2 - t^2e^2$

- É possível que alguns estudantes passem a aplicar a fórmula resolutiva para todos os tipos de equação do 2º grau, abrindo mão de estratégias mais viáveis. Para evitar que isso aconteça, incentive-os a resolver as equações de mais de uma maneira.

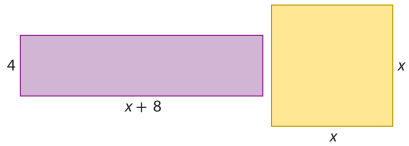
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**4.** medida do comprimento: 60 cm; medida da largura: 20 cm

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** O retângulo e o quadrado abaixo têm a mesma medida de área.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Qual é a medida do comprimento do lado do quadrado? **1. a)** 8

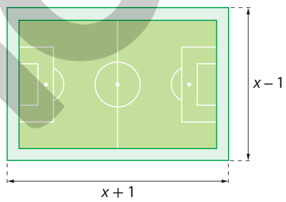
**b)** Qual é a medida do comprimento do retângulo? **1. b)** 16

**2.** Osvaldo decidiu construir um galinheiro de formato retangular com medida de área de 32 m$^2$.

ADAUTO CRUZ/CB/D. A PRESS

- Sabendo que um dos lados do galinheiro mede 4 metros de comprimento a mais que o outro lado, quantos metros de tela ele deverá comprar para cercar todo o galinheiro? (Considere a medida do perímetro.) **2.** 24 m

**3.** Chico construiu um campinho de futebol em um terreno com medida de área igual a 224 m$^2$. Para evitar que a bola vá parar longe do campo, ele cercará o terreno com tela.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Quais são as dimensões desse terreno?

**b)** Qual é a medida do comprimento da tela que Chico deverá comprar para cercar o terreno?

**3. a)** medida da largura: 14 m; medida do comprimento: 16 m

**3. b)** 60 m

**4.** Fernanda montou um quebra-cabeça que mede 1 200 cm$^2$ de área e pretende fazer um quadro com ele. Para isso, ela comprou uma placa de compensado na qual vai colar o quebra-cabeça. As dimensões da placa de compensado são tais que seu comprimento mede 40 cm a mais que a largura. Sabendo que o quebra-cabeça montado ocupou toda a área da placa, determine as dimensões desse quebra-cabeça.

CHRIS HOWES/WILD PLACES PHOTOGRAPHY/ALAMY/FOTOARENA

**5.** Em certa cidade, há um terreno de formato retangular que mede 80 m$^2$ de área, em que um lado mede 2 m de comprimento a mais que o outro. A prefeita da cidade pretende construir uma praça nesse terreno, fazendo ainda duas passarelas perpendiculares que dividirão a praça em quatro regiões retangulares congruentes. Qual será a medida da área ocupada por essas passarelas se elas medirem 2 m de largura? **5.** 32 m$^2$

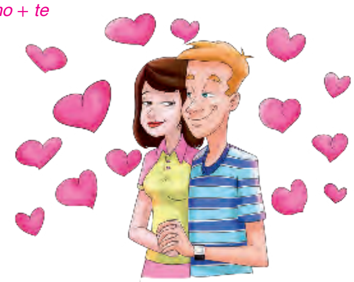
**6.** Leia o texto e resolva a equação com incógnita $x$.

Você sabia que uma equação do 2º grau também serve para mandar mensagens de amor? Tente resolvê-la.

$$x^2 - 2amox + a^2m^2o^2 - t^2e^2 = 0$$

IMENES, L. M.; JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. C. *Equação de 2º grau*. São Paulo: Atual, 2004. (Coleção Pra que serve Matemática?)

**6.** $x_1 = amo - te$
$x_2 = amo + te$



DANILLO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

## Análise das raízes de uma equação do 2º grau

Como já vimos, um número real é raiz da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, quando, ao substituir a incógnita $x$ por esse número, obtemos uma sentença verdadeira.

Também vimos que a fórmula resolutiva de equações do 2º grau permite calcular as raízes da equação com base nos coeficientes $a$, $b$ e $c$.

Analisando essa fórmula, podemos verificar se uma equação tem ou não raízes reais e obter uma relação entre os coeficientes e as raízes de uma equação do 2º grau, o que pode nos auxiliar na resolução de alguns problemas.

- Se $\Delta > 0$, a equação tem duas raízes reais diferentes.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \begin{cases} x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\[2ex] x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

- Se $\Delta = 0$, a equação tem duas raízes reais iguais.

  $$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b \pm 0}{2a} = \frac{-b}{2a}$$

  Nesse caso, temos:

  $$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

- Se $\Delta < 0$, a equação não tem raízes reais.

  Nesse caso, $\sqrt{\Delta}$ não é um número real, pois qualquer número real elevado ao quadrado é um número positivo ou nulo.

  Dizemos, então, que a equação não tem raízes reais.

### ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Determine o valor de $k$ para que a equação $-x^2 + 4x - 2k = 0$ não tenha raízes reais. **1.** $k > 2$

2. Sabendo que a equação $x^2 - 2x + (m + 1) = 0$ tem duas raízes reais iguais, responda: qual é o valor de $m$? **2.** $m = 0$

3. Determine o valor de $p$ para que a equação $2x^2 - x + p = 0$ tenha duas raízes reais distintas. **3.** $p < \frac{1}{8}$

4. Determine o valor de $k$ para que a equação $\sqrt{3}\,x^2 - kx + \sqrt{3} = 0$ tenha duas raízes reais iguais. **4.** $k = -2\sqrt{3}$ ou $k = 2\sqrt{3}$

5. Considere a equação $(ax + b)^2 = c$, com $a \neq 0$, e responda às questões no caderno.
   a) Que valor deve assumir $c$ para que essa equação tenha solução real? **5. a)** $c \geqslant 0$
   b) Qual é a solução da equação quando $c = 0$? **5. b)** $-\frac{b}{a}$

6. Sabendo que a equação do 2º grau $-4x^2 + mx - 10 = 0$ tem duas raízes reais iguais, determine $m$. **6.** $m = -4\sqrt{10}$ ou $m = 4\sqrt{10}$

7. Determine $k$ na equação $x^2 + 5x - 3k = 0$ sabendo que ela tem duas raízes reais distintas. **7.** $k > -\frac{25}{12}$



- A intenção, nesta etapa, é avançar no estudo das equações do 2º grau e analisá-las, considerando agora aspectos ligados ao valor do discriminante, que determina o número de raízes reais da equação.
- Amplie a proposta deste tópico e mostre para os estudantes que podemos escrever uma equação conhecendo apenas suas raízes. Sendo $S$ a soma das raízes e $P$ o produto, escrevemos:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

Analisando, por exemplo, a equação $x^2 - 5x + 6 = 0$, temos que a soma das raízes é 5 e o produto é 6; assim, os únicos números que satisfazem essas condições são 2 e 3. Portanto, 2 e 3 são as raízes da equação.

- A partir da ideia anterior podemos escrever a forma fatorada da equação do 2º grau. Considerando $x_1$ e $x_2$ as raízes da equação, podemos escrever a soma e o produto dessas raízes em função dos coeficientes da equação:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Assim:

$$ax^2 + bx + c =$$
$$= a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right] =$$
$$= a[x^2 - Sx + P] =$$
$$= a[x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2)] =$$
$$= a[x^2 - x_1 \cdot x - x_2 \cdot x + x_1 \cdot x_2] =$$
$$= a[x \cdot (x - x_1) - x_2 \cdot (x - x_1)] =$$
$$= a[(x - x_1) \cdot (x - x_2)] =$$
$$= a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

## Sistema de equações do 2º grau

### Objetivos

- Resolver sistemas de equações do 2º grau e sistemas de equações que recaem em uma equação do 2º grau.
- Traduzir um problema por meio de um sistema de equações do 2º grau.

### Orientações

- Assim como foi realizado um trabalho com sistemas de equações do 1º grau, agora é o momento de resolver problemas que envolvam sistemas de equações do 2º grau. Para facilitar esse trabalho, é conveniente relembrar os métodos de resolução de sistemas de equações do 1º grau.

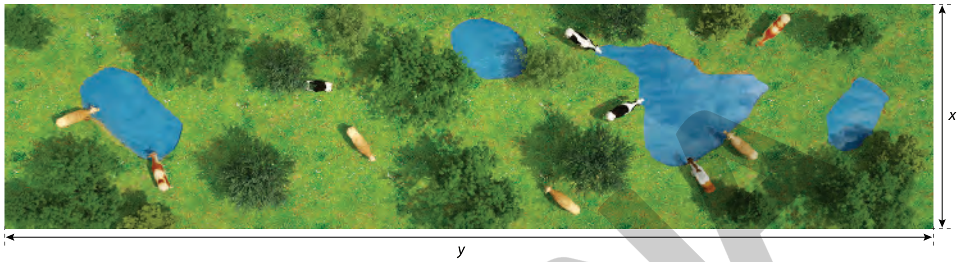
# 4 Sistema de equações do 2º grau

Você vai estudar sistemas que recaem em uma equação do 2º grau e sistemas de equações do 2º grau. Vamos analisar algumas situações.

### Situação 1

Mariana contornou com 500 m de tela um terreno retangular com medida de área de 10 000 m². Quais são as medidas de comprimento dos lados do terreno?

Vamos considerar que o comprimento dos lados do terreno medem $x$ e $y$.



CRIS ALENCAR/ARQUIVO DA EDITORA

Com os dados do problema, podemos escrever duas equações com as incógnitas $x$ e $y$.

- Medida do perímetro: $2x + 2y = 500$
- Medida da área: $x \cdot y = 10\,000$

Para encontrar as medidas de comprimento dos lados do terreno, devemos resolver o sistema formado pelas duas equações:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 500 \text{ (I)} \\ x \cdot y = 10\,000 \text{ (II)} \end{cases}$$

Primeiro, isolamos $x$ na equação I.

$$2x + 2y = 500$$
$$x + y = 250$$
$$x = 250 - y$$

Depois, substituímos $x$ por $250 - y$ na equação II.

$$(250 - y) \cdot y = 10\,000$$
$$250y - y^2 = 10\,000$$
$$y^2 - 250y + 10\,000 = 0$$

Resolvemos, então, a equação do 2º grau.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-250)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10\,000$$

$$\Delta = 62\,500 - 40\,000 = 22\,500$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-250) \pm \sqrt{22\,500}}{2 \cdot 1}$$

JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

Lembre-se:
Escreva no caderno!

$$y = \frac{250 \pm 150}{2} \begin{cases} y_1 = \frac{250 - 150}{2} = 50 \\ y_2 = \frac{250 + 150}{2} = 200 \end{cases}$$

Substituímos os valores de $y$ em $x = 250 - y$.

- Para $y_1 = 50$, temos:
$x_1 = 250 - 50 = 200$
- Para $y_2 = 200$, temos:
$x_2 = 250 - 200 = 50$

Portanto, temos como soluções do sistema os pares ordenados $(x, y)$: (200, 50) e (50, 200).

Ou seja, as medidas de comprimento dos lados do terreno são 50 m e 200 m.

**Para pensar**

E se, para resolver esse sistema, tivéssemos optado por isolar $y$ na segunda equação e depois substituir na expressão obtida na primeira equação? Chegaríamos ao mesmo resultado? **Para pensar:** Resposta em *Orientações*.

## Situação 2

A soma dos quadrados de dois números positivos é igual a 41, e a diferença entre o quadrado de um deles e 11, nessa ordem, é igual ao outro número. Quais são esses números?

Para resolver o problema, temos de expressar algebricamente as sentenças apresentadas no enunciado.

- "A soma dos quadrados de dois números positivos é igual a 41."
$$x^2 + y^2 = 41$$
- "A diferença entre o quadrado de um deles e 11 é igual ao outro número."
$$x^2 - 11 = y$$

Assim, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \text{ (I)} \\ x^2 - 11 = y \text{ (II)} \end{cases}$$

Multiplicando ambos os membros da equação II por –1, temos:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ -x^2 + 11 = -y \end{cases}$$

Agora, vamos resolver o sistema pelo método da adição.

$$\begin{array}{r} \cancel{x^2} + y^2 = 41 \\ + \; -\cancel{x^2} + 11 = -y \\ \hline y^2 + 11 = 41 - y \\ y^2 + y - 30 = 0 \end{array}$$





- No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes respondam que sim, pois:

Isolando o $y$ na segunda equação temos:

$y = \frac{10000}{x}$

Substituindo $y$ por $\frac{10000}{x}$ na equação (I):

$2x + 2 \cdot \frac{10000}{x} = 500$

$2x + \frac{20000}{x} = 500$

$\frac{2x^2}{x} + \frac{20000}{x} = \frac{500x}{x}$

$2x^2 + 20000 = 500x$

$x^2 - 250x + 10000 = 0$

Resolvendo a equação do 2º grau:

$\Delta = b^2 - 4ac = (-250)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10000 =$
$= 62500 - 40000 = 22500$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-250) \pm \sqrt{22500}}{2 \cdot 1} =$
$= \frac{250 \pm 150}{2}$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-250) \pm \sqrt{22500}}{2 \cdot 1} =$
$= \frac{250 \pm 150}{2}$

$x_1 = \frac{250 - 150}{2} = 50$

$x_2 = \frac{250 + 150}{2} = 200$

Substituindo os valores de $x$ em $y = \frac{10000}{x}$:

- Para $x_1 = 200$, temos: $y_1 = \frac{10000}{200} = 50$
- Para $x_2 = 50$, temos: $y_2 = \frac{10000}{50} = 200$

Portanto, teríamos como soluções do sistema os mesmos pares ordenados $(x, y)$: (200, 50) e (50, 200).

- Comente com os estudantes que, para resolver a equação $y^2 - 250y + 10000 = 0$, poderíamos considerar que a soma das raízes é 250 e o produto é 10000, encontrando mentalmente as raízes 50 e 200.
- Proponha aos estudantes que resolvam o sistema de equações da página anterior, conforme a sugestão da personagem desta página.

- Após a resolução da situação 2, proponha aos estudantes que façam a verificação das soluções obtidas para o sistema.
- Na atividade **1**, verifique quais estratégias os estudantes utilizam para associar as colunas. É importante observar se eles substituem os valores dos pares ordenados em cada um dos sistemas e verificam quais satisfazem cada sistema, o que indica que compreenderam o significado da solução. Os estudantes também podem resolver cada um dos sistemas e, então, fazer a associação de acordo com a solução encontrada.
- Resolução da atividade **3**:

**a)** $\begin{cases} x + y = 28 \\ x^2 - y^2 = 56 \end{cases}$

**b)** *b* é a medida de comprimento da base e *h* é a medida da altura.

$\begin{cases} \dfrac{b}{h} = 3{,}5 \\ \dfrac{b \cdot h}{2} = 56 \end{cases}$

Resolvemos, então, a equação do 2º grau.

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30) = 1 + 120 = 121$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 1}$$

$$y = \frac{-1 \pm 11}{2} \begin{cases} y_1 = \dfrac{-1 - 11}{2} = -6 \\ y_2 = \dfrac{-1 + 11}{2} = 5 \end{cases}$$




Substituímos os valores de $y$ na equação I.

- Para $y_1 = -6$, temos:

$x_1^2 + (-6)^2 = 41$

$x_1^2 + 36 = 41$

$x_1^2 = 5$

$x_1 = \pm\sqrt{5}$

- Para $y_2 = 5$, temos:

$x_2^2 + 5^2 = 41$

$x_2^2 + 25 = 41$

$x_2^2 = 16$

$x_2 = \pm 4$

As soluções do sistema são os pares ordenados $(x_1, y_1)$ e $(x_2, y_2)$: $(-\sqrt{5}, -6)$, $(\sqrt{5}, -6)$, $(-4, 5)$ e $(4, 5)$.

Logo, os números **positivos** procurados são 4 e 5.

**Observação**

Apesar de o sistema $\begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ x^2 - 11 = y \end{cases}$ ter quatro soluções, o enunciado diz que os números procurados são positivos. Assim, apenas uma das soluções do sistema satisfaz a condição.

**2. a)** $S = \left\{\left(-10, \frac{3}{2}\right); (3, -5)\right\}$ **b)** $S = \{(-1, 3); (3, -1)\}$ **c)** $S = \{(9, -2); (14, 3)\}$ **d)** $S = \{(3, 4); (4, 3)\}$

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** No caderno, associe cada sistema às suas soluções $(x, y)$. **1.** A – III; B – I; C – II; D – IV

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | $\begin{cases} x - y = 6 \\ xy = 27 \end{cases}$ | I | (1, 6) e (–1, –8) |
| B | $\begin{cases} xy + 5 = 12 - x \\ x^2 - 1 = 0 \end{cases}$ | II | (1, 0) e (4, –3) |
| C | $\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 - 2x + 3y = -1 \end{cases}$ | III | (9, 3) e (–3, –9) |
| D | $\begin{cases} xy = 12 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$ | IV | (3, 4) e $\left(-\frac{8}{3}, -\frac{9}{2}\right)$ |

**2.** Resolva os sistemas de equações, sabendo que *x* e *y* podem ser quaisquer números reais.

**a)** $\begin{cases} x + 2y = -7 \\ x \cdot y = -15 \end{cases}$

**b)** $\begin{cases} x = 2 - y \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$

**c)** $\begin{cases} x - y = 11 \\ y^2 = x - 5 \end{cases}$

**d)** $\begin{cases} 12x + 12y = 7xy \\ xy = 12 \end{cases}$

**3.** Escreva no caderno um sistema de equações para cada caso. **3.** Respostas em *Orientações*.

**a)** A soma de dois números naturais é 28, e a diferença entre o quadrado do primeiro e o quadrado do segundo é 56.

**b)** A razão entre a medida de comprimento da base e da altura de um triângulo cuja área mede 56 cm² é 3,5.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

**4.** Responda às questões no caderno. **4. a)** $3 + \sqrt{15}$ e $-3 + \sqrt{15}$ ou $3 - \sqrt{15}$ e $-3 - \sqrt{15}$

a) Quais são os dois números reais cuja diferença e cujo produto são iguais a 6?

b) Se a soma de dois números reais é igual a 1 e o produto desses dois números é igual a –2, que números são esses? **4. b)** –1 e 2

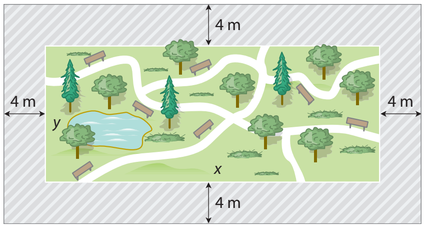
**5.** A área do campo de futebol (gramado) do Mineirão mede 7 140 m² e seu perímetro mede 346 m. Quais são as dimensões desse campo? **5.** 68 m e 105 m


TALES AZZI/PULSAR IMAGENS

Estádio Governador Magalhães Pinto, o Mineirão, em Belo Horizonte (MG), 2021.

**6.** A prefeitura de Termópolis deseja ampliar uma praça cuja área mede 416 m². O formato retangular da praça será mantido, mas ela terá uma faixa de 4 m de largura a mais em cada lado. Dessa maneira, sua medida de área aumentará 424 m².

Observe no esquema abaixo como será essa ampliação.

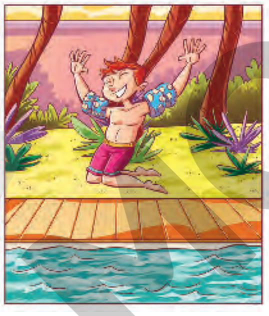



a) Quais são as dimensões atuais da praça? E quais serão suas dimensões após a ampliação? **6. a)** 32 m e 13 m; 40 m e 21 m

b) Qual será a medida da área total da praça após a ampliação? **6. b)** 840 m²

c) Nessa área ampliada, a prefeitura vai fazer uma ciclovia. Qual será a medida da área dessa ciclovia? **6. c)** 424 m²

**7.** Uma piscina com borda foi construída em um terreno retangular que mede 80 m² de área e 36 m de perímetro. Se as bordas dessa piscina estão afastadas 1 m de comprimento do contorno do terreno, qual é a medida do comprimento e a medida da largura da piscina? **7.** medida do comprimento: 8 m; medida da largura: 6 m



ILUSTRAÇÕES: DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

**8.** Responda no caderno às questões a seguir. **8. a)** Exemplo de resposta: $\begin{cases} x + y = 10 \\ x \cdot y = 25 \end{cases}$

a) Dê um exemplo de um sistema de equações do 2º grau que tenha apenas um par ordenado como solução.

b) Dê um exemplo de um sistema de equações do 2º grau que não tenha solução real.

**8. b)** Exemplo de resposta: $\begin{cases} x + y = 6 \\ x \cdot y = 16 \end{cases}$





- Ao resolver os problemas propostos nas atividades desta página, avalie se os estudantes estão conseguindo representar por meio de sistemas de equações do 2º grau as situações apresentadas. É possível que, em alguns casos, eles resolvam por tentativa e erro, estratégia que, embora útil, pode ser difícil de utilizar em determinadas situações, como quando há mais de um par de raízes ou quando as raízes não são números inteiros, por exemplo. Avalie também se, após escrever os sistemas, os estudantes estão conseguindo resolvê-los pelos dois métodos apresentados. É importante que conheçam bem os métodos para escolher o melhor em cada situação.

## Estatística e Probabilidade

### Objetivo

- Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Educação em Direitos Humanos** da macroárea **Cidadania e Civismo**.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA21 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA21 porque os estudantes poderão analisar e identificar, em gráficos, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, a erros de leitura.

### Orientações

- As informações estatísticas estão presentes no cotidiano do cidadão e, muitas vezes, interferem no seu processo de tomada de decisões. Por esse motivo, é importante que os estudantes desenvolvam um olhar crítico sobre as informações apresentadas pelos diversos meios de comunicação. Nesta seção, eles deverão analisar criticamente gráficos que possuem problemas ou que foram distorcidos para induzir leitores a erros de interpretação.
- Comente com os estudantes que, com base nas pesquisas de intenção de voto, os candidatos definem os temas da campanha, as propostas que serão apresentadas aos eleitores, a forma de apresentá-las, os segmentos do eleitorado que deverão ser priorizados e de que maneira, quais apoios são importantes, se é conveniente atacar ou não os concorrentes etc. Aproveite a oportunidade para conversar com eles sobre a importância das eleições. Tratar sobre esse assunto com eles auxilia o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação em Direitos Humanos**, da macroárea **Cidadania e Civismo**.
- Comente que muitos meios de comunicação publicam gráficos errados por descuido, ou, ainda, com o objetivo propositai de manipular o leitor, levando-o a uma conclusão errada.
- Proponha que comparem os gráficos desta página e, depois, converse com eles sobre o problema de escala presente no gráfico divulgado por um dos candidatos.

# Estatística e Probabilidade

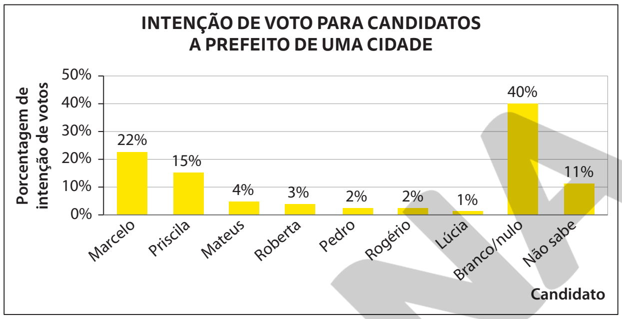
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## Análise de gráficos que induzem ao erro

As pesquisas de intenção de voto ocorrem com bastante frequência nos anos em que há eleição para a escolha dos nossos representantes na política.

Considere o gráfico divulgado em maio de 2024 por um instituto de pesquisa com as intenções de voto para candidatos a prefeito de uma cidade.

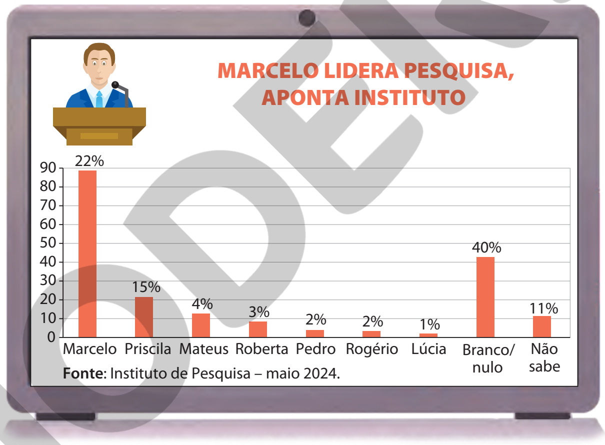
ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA




Dados obtidos pelo instituto de pesquisa em maio de 2024.

Observe agora como um dos candidatos divulgou os dados dessa pesquisa em sua rede social.

FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA




**Para analisar**

Em sua opinião, por que a barra correspondente às intenções de voto de Marcelo está bem maior que as demais?

**Para analisar:** Espera-se que os estudantes respondam que é porque o candidato quis induzir o eleitor a achar que ele tem muito mais intenções de voto que os demais candidatos.

Note que as medidas das alturas das barras não estão coerentes com a escala adotada no gráfico. Além disso, a medida da altura da barra que corresponde às intenções de voto de Marcelo está bem maior que as demais.

Gráficos que apresentam problemas como esse são publicados com frequência nos meios de comunicação. Por esse motivo, ao ler um gráfico, é preciso analisar se a escala é apropriada, se as legendas estão explicitadas corretamente e se informações importantes como fontes e datas não foram omitidas, entre outros pontos.



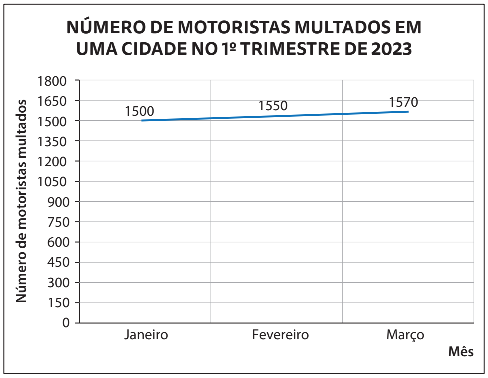
**(EF09MA21)** Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

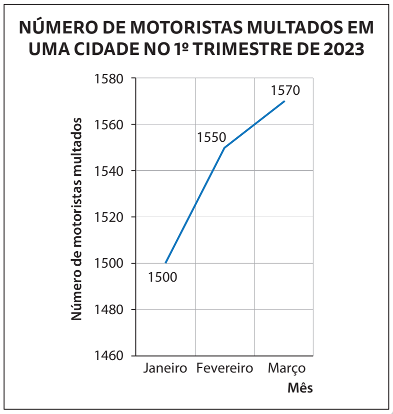
**1.** Dois meios de comunicação diferentes divulgaram dados sobre o número de motoristas multados em uma cidade no 1º trimestre de 2023. Observe.

**JORNAL DA CIDADE**




Dados obtidos pela Companhia de Engenharia de Tráfego no 1º trimestre de 2023.

**REVISTA DA CIDADE**




Dados obtidos pela Companhia de Engenharia de Tráfego no 1º trimestre de 2023.

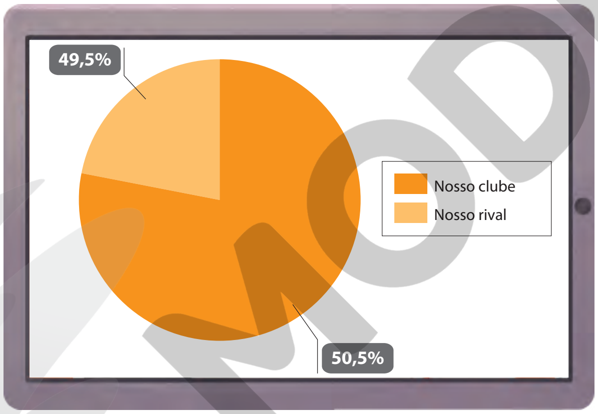
a) Qual é a diferença entre os dois gráficos? **1. a)** Os gráficos apresentam escalas diferentes; um começa no zero e o outro em 1 460.

b) Em março, foram multados quantos motoristas a mais que em janeiro? **1. b)** 70 motoristas

c) Qual dos dois gráficos sugere que o número de motoristas multados aumentou rapidamente nesse período? **1. c)** O gráfico divulgado pela Revista da Cidade.

**2.** Em 2023 foi feita uma pesquisa para saber a porcentagem de torcedores de dois clubes de uma cidade. Observe o gráfico publicado na internet, na página oficial de um desses clubes.

**2. a)** O gráfico não tem título nem fonte, e seus setores estão fora de proporção. Cada setor deveria corresponder à, aproximadamente, metade do círculo todo.




a) Quais são os problemas que esse gráfico apresenta?

b) Em sua opinião, qual foi a intenção do clube ao publicar esse gráfico em sua página oficial na internet? Converse com os colegas sobre o assunto.

**2. b)** Espera-se que os estudantes digam que a intenção era induzir quem navega pela página a achar que o clube tem muito mais torcedores do que seu rival, mesmo que a porcentagem de torcedores de ambos os clubes seja praticamente a mesma.



FABIO EIJI SIRASUMA/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA



- Alerte os estudantes para o fato de os gráficos poderem apresentar problemas não apenas de escala como também de legendas não explicitadas, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros. Se possível, apresente para a turma exemplos de gráficos divulgados pela mídia em que esses problemas ocorrem para que os estudantes possam analisá-los.
- Após concluírem as atividades desta seção, peça aos estudantes que pesquisem gráficos publicados pela mídia que podem induzir as pessoas a terem determinada opinião sobre o assunto em questão. Depois, solicite a eles que compartilhem com os colegas o resultado da pesquisa.

191

## Educação financeira

### Objetivos

- Refletir sobre o uso consciente de recursos financeiros.
- Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira** da macroárea **Economia**.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 9 e da competência específica 8 da BNCC.

### Orientações

- O trabalho com esta seção propõe desenvolver o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira** da macroárea **Economia**, uma vez que estimula os estudantes a pensar em dificuldades relacionadas ao orçamento familiar. Na vida, deparamos frequentemente com a necessidade de redução de gastos, e, apesar de não desejar envolver os jovens no assunto para que eles não tenham preocupações, não é possível deixá-los de fora da realidade, uma vez que certas decisões ou mudanças no cotidiano também os envolverão. Conversar com eles de maneira adequada sobre problemas financeiros é essencial para fazê-los refletir sobre o consumo consciente e sobre as decisões a serem tomadas quando o assunto são finanças.
Não ganhar o presente prometido, não comprar a roupa da marca preferida, deixar de ir ao cinema, não participar de festas e viagens com os amigos são situações pelas quais nenhum jovem gosta de passar, mas eles precisam entender que há prioridades em um orçamento familiar que devem ser respeitadas.
- *O que você faria?* é um momento oportuno para que os estudantes percebam a importância de contribuir para a redução de despesas no orçamento familiar, quando necessário. Eles devem compreender que, às vezes, é preciso fazer algumas renúncias ou escolhas diferentes das que gostariam para ajudar seus responsáveis a equilibrar o orçamento.
- É provável que algumas palavras ou expressões precisem ser discutidas e/ou pesquisadas para que fiquem claras para os estudantes: planilha, orçamento, receita, despesa. É importante eles entenderem que uma planilha de orçamento possibilita à família ter controle completo das despesas, evitar gastar mais do que ganha e planejar ou definir as prioridades de consumo.

# Educação Financeira

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## Que conversa é essa?

Mariana ficou apreensiva depois de ouvir, por acaso, seus pais conversando de forma tensa sobre um assunto que os preocupava muito.


MILA HORTENCIO/ARQUIVO DA EDITORA



### O que você faria? O que você faria?: Respostas pessoais.

Existem momentos em que os adultos querem poupar os jovens e as crianças da família de algumas preocupações, principalmente financeiras, como fizeram os pais de Mariana. No entanto, é necessário que os jovens entendam a situação pela qual a família está passando, escutando os adultos responsáveis por eles com compreensão e empatia.

Para entender essa situação e se posicionar diante dela, junte-se a um colega e discutam as seguintes questões.

**a)** Vocês acham que será um problema Mariana ganhar um presente mais barato?

**b)** O dinheiro das prestações do cartão de crédito poderia ser usado para comprar o presente de Mariana? Seria justo?

**c)** Citem situações que requerem redução de gastos em uma família.

### Calcule

A fim de se organizar melhor e planejar o que fazer para evitar problemas financeiros, o pai e a mãe de Mariana pesquisaram na internet uma planilha de orçamento doméstico. Observe a que eles escolheram, parcialmente preenchida.

| Receita | Novembro | Dezembro |
|---|---|---|
| Salário líquido – Pai | R$ 1 885,00 | R$ 1 850,00 |
| Salário líquido – Mãe | R$ 2 015,00 | R$ 1 925,00 |
| **Total geral** | **R$ 3 900,00** | **R$ 3 775,00** |



**Competência geral 9:** Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

**Competência específica 8:** Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

| Despesas | | Novembro | Dezembro |
|---|---|---|---|
| Habitação | Prestação da casa | R$ 987,00 | |
| | Água, luz e telefone | R$ 103,40 | R$ 193,20 |
| Transporte | Metrô/trem/ônibus | R$ 160,00 | R$ 190,00 |
| Saúde | Plano de saúde | R$ 300,00 | |
| | Dentista | ——— | R$ 120,00 |
| | Medicamentos | R$ 52,30 | R$ 84,70 |
| Educação | Curso de idiomas | R$ 120,00 | |
| | Material escolar | R$ 55,30 | R$ 71,20 |
| Alimentação | Mercado/feira | R$ 338,90 | R$ 464,70 |
| | Padaria | R$ 55,30 | R$ 61,20 |
| Veículo | Prestação do veículo | R$ 320,00 | R$ 320,00 |
| | Combustível | R$ 150,00 | R$ 210,00 |
| | Manutenção | ——— | R$ 320,00 |
| Outras | Roupas/calçados | R$ 69,00 | R$ 105,00 |
| | Passeios | R$ 68,00 | R$ 82,00 |
| | Presentes | R$ 60,00 | R$ 130,00 |
| | Despesas imprevistas | R$ 135,00 | R$ 177,50 |
| **Total geral** | | **R$ 2 974,20** | |

No mês de dezembro, faltou preencher os gastos com valores fixos (que não variam ao longo do ano) da família de Mariana. Junte-se a um colega, copiem a planilha no caderno e preencham essas lacunas. Depois, façam os cálculos e observem se, em dezembro, o saldo ficou negativo ou não. Caso tenha ficado, quais gastos vocês acham que poderiam ter sido menores?

| Saldo | Novembro | Dezembro |
|---|---|---|
| Total receita | R$ 3 900,00 | |
| Total despesa | R$ 2 974,20 | |
| **Saldo (receita – despesa)** | **R$ 925,80** | |

**Calcule:** Prestação da casa: R$ 987,00; Plano de saúde: R$ 300,00; Curso de idiomas R$ 120,00; Total geral: R$ 3 936,50; Total receita: R$ 3 775,00; Total despesa: R$ 3 936,50; Saldo (receita – despesa): –R$ 161,50 O saldo ficou negativo em R$ 161,50. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes citem que gastos menos essenciais poderiam ter o valor menor, como presentes e passeios.

## Reflita

Você já deve ter percebido como é difícil administrar os gastos de uma família. Por isso, é muito importante que cada membro da família esteja consciente do que pode fazer para colaborar com o orçamento familiar. **Reflita:** Respostas pessoais.

Para finalizar, converse com os colegas a respeito das questões a seguir.

**a)** Por que é importante ter controle do que se ganha e do que se gasta no mês?

**b)** Como você pode ajudar nas finanças da família?

**c)** Quando quer alguma coisa, você pergunta a seus pais se eles têm condições de comprar esse produto?

**d)** O que não é possível reduzir nas despesas mensais?

**e)** Quais despesas poderiam ser diminuídas por sua família?





- A discussão deve prosseguir com a retomada da planilha de gastos e a opinião dos estudantes sobre quais gastos poderiam ter sido reduzidos para que o saldo não ficasse negativo. Por exemplo, a mensalidade da escola de informática poderia deixar de ser paga? E os passeios, poderiam ser reduzidos?
- Em *Reflita*, a conclusão deve ser feita oralmente. Essas são algumas sugestões de questões, mas muitas outras poderão surgir e gerar interesse nos jovens. A todo momento os estudantes deverão exercitar a empatia e o diálogo com o intuito de responder os questionamentos propostos, o que favorece o desenvolvimento da competência geral 9 e da competência específica 8 da BNCC.

# Atividades de revisão

## Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA09 da BNCC.

## Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA09 ao propor problemas que podem ser traduzidos por equações do 2º grau.

## Orientações

- Durante a realização das atividades desta seção por parte dos estudantes, oriente-os a resolver as equações do 2º grau obtidas utilizando diferentes estratégias. Isso não só evita a aplicação da fórmula resolutiva de maneira acrítica como contribui para que os estudantes ampliem o seu repertório de cálculo.

# Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. a) Não, pois a soma de números positivos nunca será igual a zero.

**1.** Responda às questões.

**a)** Elevando certo número não nulo ao quadrado e adicionando 75, podemos obter zero como igualdade? Justifique.

**b)** Se do quadrado de um número subtrairmos 6, o resto será 30. Qual é esse número?

1. b) $-6$ ou $6$

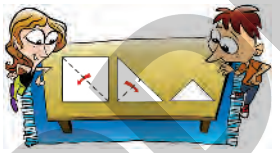
**2.** Ricardo e Alex foram ao mercado e decidiram que quem não conseguisse encontrar a solução correta para o enigma abaixo carregaria as compras.

*Enigma: O quadrado de um número real é igual ao seu triplo.*

DANILLO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

- Ricardo pensou um pouco e respondeu "0 ou 2"; já Alex respondeu "0 ou 3". Quem voltará para casa carregando as compras? **2.** Ricardo

**3.** Uma folha de papel quadrada com $(x + 1)$ cm de medida de comprimento de lado foi dobrada duas vezes, conforme indica a figura.

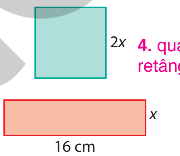


ATTÍLIO/ARQUIVO DA EDITORA

- Quanto mede o comprimento do lado da folha, sabendo que a figura obtida após a segunda dobra mede $(5x + 10{,}25)$ cm² de área?

3. 21 cm

**4.** Observe as figuras e responda à questão.




4. quadrado: 32 cm; retângulo: 40 cm

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Considerando que a medida da área do quadrado é igual à do retângulo, quanto mede o perímetro de cada figura?

5. Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

**5.** Copie o quadro no caderno e complete-o.

| Equação | $a$ | $b$ | $c$ |
|---|---|---|---|
| $-3t^2 + 4t - 5 = 0$ | ■ | ■ | ■ |
| $■ + ■z^2 + ■z = 0$ | 7 | 3 | 3 |
| $y - (■) + ■y^2 = 0$ | 6 | ■ | 3 |
| $■x^2 - ■x = ■$ | $-1$ | $-3$ | $-5$ |

MODELO

**6.** Encontre o valor de $m$ em cada caso. **6. a)** $m > 16$

**a)** Determine os valores de $m$ para que a equação $x^2 + 8x + m = 0$ não tenha raízes reais.

**b)** Determine o valor de $m$ para que a equação $x^2 - 6x + m = 0$ tenha duas raízes iguais.

6. a) $m = 9$

**7.** Segundo o Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (Inmetro), os fogos de artifício devem atingir medida de altura mínima de 5 m. Em uma análise feita com algumas marcas, constatou-se que alguns fogos de artifício explodiram a uma medida de altura menor que 5 m.

RUBENS CHAVES/PULSAR IMAGENS

Queima de fogos no *Réveillon* na Praia do Gonzaga, Santos (SP), 2020.

Observe o quadro a seguir e, utilizando a fórmula abaixo e a calculadora, descubra as marcas que foram reprovadas. **7.** marcas D e E

$$h = v \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \text{ em que:}$$

$h$ = medida da altura (m);
$v$ = medida da velocidade inicial do corpo (m/s);
$t$ = medida do tempo decorrido até a explosão (s);
$g$ = medida da aceleração da gravidade (m/s²).

| Marca | $g$ | $v$ | $t$ |
|---|---|---|---|
| A | 9,8 m/s² | 26,68 m/s | 5,25 s |
| B | 9,8 m/s² | 27,32 m/s | 5,1 s |
| C | 9,8 m/s² | 27,32 m/s | 5,32 s |
| D | 9,8 m/s² | 27,39 m/s | 5,41 s |
| E | 9,8 m/s² | 24,9 m/s | 4,9 s |





**(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

**8.** O quadrado de um número natural adicionado ao quadrado de outro número natural é 113, e a soma desses dois números acrescida de 8 é 23. Quais são esses números? **8.** 7 e 8

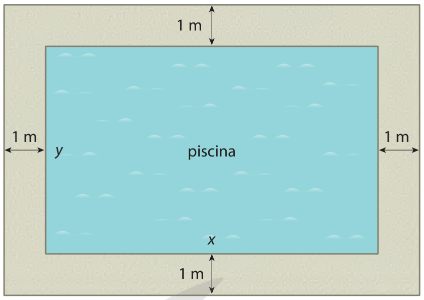
**9.** Roberto mediu 300 m de comprimento do arame usado para contornar apenas uma vez um terreno retangular de medida de 5 000 m² de área. Quais são as dimensões desse terreno? **9.** 50 m e 100 m

**10.** (Fatec-SP) Preocupado com a preservação da natureza um proprietário de terras resolveu replantar árvores nativas num terreno retangular com perímetro de 50 km e área de 150 km². As dimensões da largura e do comprimento do terreno onde será feito o plantio são, em quilômetro: **10.** alternativa **a**

**a)** 10 e 15
**b)** 8 e 18,75
**c)** 7,5 e 20
**d)** 6 e 25
**e)** 5 e 30



**11.** Jorge vai construir uma piscina cujo perímetro da borda mede 26 m e, ao redor dela, deixará uma borda de 1 m de largura, conforme indica o esquema abaixo.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que a área total do terreno mede 70 m² e que a área ocupada pela borda medirá 30 m², determine as dimensões da borda da piscina.
**11.** medida do comprimento: 8 m; medida da largura: 5 m

**12.** Paulo tem um jardim de formato retangular, cuja área mede 32 m². Ele resolveu aumentar a medida de comprimento do jardim 2 m para cada lado. Com isso, a medida da área do jardim aumentará 28 m². Determine:

**a)** as dimensões atuais do jardim; **12. a)** 4 m e 8 m
**b)** as dimensões do jardim após o aumento da medida de sua área. **12. b)** 6 m e 10 m

**13.** A soma da medida da área de dois polígonos é 3 m². Sabe-se que um deles tem quatro lados de medida de comprimento $x$ cada um; o outro tem dois lados com medida de comprimento $x$ e dois lados cujo comprimento mede $y$ cada um. Sabe-se ainda que $y - x = 5$ e que a abertura de todos os ângulos internos dos polígonos mede 90°.

**a)** Quais são esses dois polígonos? **13. a)** quadrado e retângulo
**b)** Determine as medidas de comprimento $x$ e $y$. **13. b)** $x = 0{,}5$ m e $y = 5{,}5$ m

**14.** (Unesp) Um grupo de $x$ estudantes se juntou para comprar um computador portátil (*notebook*) que custa R$ 3 250,00. Alguns dias depois, mais três pessoas se juntaram ao grupo, formando um novo grupo com $x + 3$ pessoas. Ao fazer a divisão do valor do computador pelo número de pessoas que estão compondo o novo grupo, verificou-se que cada pessoa pagaria R$ 75,00 a menos do que o valor inicialmente programado para cada um no primeiro grupo. Qual é o número $x$ de pessoas que formavam o primeiro grupo? **14.** 10

**15.** Resolva o problema de Priscila.

DIEGO MUNHOZ/ARQUIVO DA EDITORA

**15. a)** 30 cm e 60 cm

Priscila tem um retalho retangular de algodão e quer fazer uma toalha retangular. Ela comprou uma tira de renda que mede 10 cm de largura para colocar em toda a borda da toalha.

**a)** Sabendo que o perímetro da toalha pronta medirá 2,6 m e que a área do retalho mede 0,18 m², determine as dimensões do retalho.
**b)** Qual deverá ser a medida de comprimento mínima da tira de renda para completar toda a volta em torno do retalho? **15. b)** 2,2 m



- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com “sim”, “às vezes” ou “não”.

Eu...
... reconheço uma equação do 2º grau com uma incógnita?
... sei resolver uma equação do 2º grau com uma incógnita?
... identifico a equação do 2º grau associada a uma situação-problema?
... sei analisar as raízes de uma equação do 2º grau por meio do delta correspondente?
... reconheço um sistema de equações de 2º grau?
... sei resolver um sistema de equações de 2º grau?
... sei classificar equações de 2º grau como completas ou incompletas?
... sei diferenciar a área do perímetro de figuras planas?
... sei utilizar diferentes estratégias na determinação da solução para uma equação de 2º grau com uma incógnita?
... cuido do meu material escolar?
... tenho um bom relacionamento com meus colegas de turma?
... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?
... tenho facilidade para compreender os conteúdos?
... realizo as tarefas propostas?



195

## Para finalizar

### Objetivo

- Analisar o que foi estudado na Unidade e avaliar o aprendizado.

### Orientações

- Após uma discussão oral a respeito das principais ideias que envolvem as relações métricas no triângulo retângulo e equações do 2º grau desenvolvidas na Unidade, os estudantes deverão ser incentivados a fazer registros individuais. Isso possibilitará uma autoavaliação, destacando os conhecimentos já construídos e aqueles ainda em construção.
- Para que os estudantes consigam apontar suas dificuldades, sugerimos a seguinte estratégia. Solicite que revejam todas as atividades realizadas durante o desenvolvimento da Unidade. Em seguida, peça que listem as atividades dos Capítulos 6 e 7 em que tiveram dificuldades e relacionem as atividades listadas com os conteúdos estudados. Por fim, oriente-os a se reunirem em grupos para resolverem as atividades listadas e formularem questões sobre as dúvidas que ainda tiverem, a fim de que você as esclareça.

# Para finalizar

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

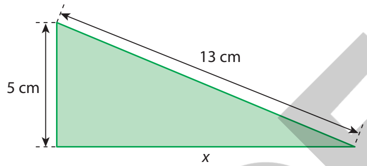
## ORGANIZE SUAS IDEIAS

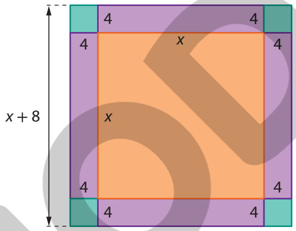
### OBSERVE E RESPONDA

**Analise estas imagens.**


MARIO FRIEDLANDER/PULSAR IMAGENS

Vista aérea de reserva legal com floresta preservada em fazenda em Nova Ubiratã (MT), 2021.




ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA


SEMACHKOVSKY/SHUTTERSTOCK

Vista aérea de piscina com espreguiçadeiras ao redor.

**Com base nas imagens e também no que você aprendeu nesta Unidade, faça o que se pede.**

**1.** Determine a medida de comprimento $x$ no triângulo retângulo acima. **Observe e responda: 1.** $x = 12$ cm

**2.** Usando o esquema acima, resolva a equação $x^2 + 16x - 36 = 0$ pelo método de al-Khwarizmi. **2.** $x = 2$

**3.** A equação $x^2 + 16x - 36 = 0$ tem apenas a raiz que você encontrou na atividade **2**? Verifique resolvendo essa equação por outro método. **3.** não; $x_1 = 2$ e $x_2 = -18$

**4.** Com base na foto da reserva ou da piscina, elabore um problema que possa ser representado por uma equação polinomial do 2º grau. Depois, troque seu problema com um colega e resolva o problema proposto por ele. **4.** Resposta pessoal.

Lembre-se: Escreva no caderno!

## REGISTRE

**Para finalizar o estudo desta Unidade, junte-se a um colega e façam o que se pede.**

**1.** Qual é a relação expressa pelo teorema de Pitágoras?

**2.** Quais aplicações do teorema de Pitágoras vocês conhecem?

**3.** O que é uma equação do 2º grau? Como podemos saber quantas e quais são suas raízes reais?

**4.** Como podemos resolver uma equação do 2º grau? Que estratégia vocês consideram melhor? Deem exemplos.

**5.** Na abertura desta Unidade, vocês responderam a algumas questões no boxe *Para começar*. Compare as respostas dadas àquelas questões com as respostas que vocês dariam agora e escrevam um texto explicando o que vocês aprenderam nesta Unidade.

**Registre: 1.** Exemplo de resposta: O quadrado da medida de comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas de comprimento dos catetos.

**2.** Resposta pessoal.

**3.** É uma equação com o maior grau do termo em $x$ igual a 2. Pode ser expressa na forma $ax^2 + bx + c = 0$, com $a$, $b$ e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. Denominando $\Delta = b^2 - 4ac$: se $\Delta = 0$, a equação tem duas raízes reais iguais; se $\Delta > 0$, a equação tem duas raízes reais distintas; se $\Delta < 0$, a equação não tem raiz real.

**4.** Exemplos de resposta: fórmula, fatoração, método de completar quadrados.

**5.** Resposta pessoal.

### Para conhecer mais

**As mil e uma equações (Coleção A descoberta da Matemática)**

Ernesto Rosa
São Paulo: Ática, 2008.

Kamal, Ahmed e Najla vivem muitas aventuras quando se perdem no deserto e, entre outros mistérios, descobrem um complô para matar o emir, por quem sentiam gratidão eterna, e desvendam os segredos das equações do 2º grau. Essa história divertida e interessante se passa em um cenário diferente e intrigante: os reinos muçulmanos do século IX. No final do livro, há ainda um minialmanaque com desafios e enigmas para resolver.

REPRODUÇÃO/EDITORA ÁTICA

REPRODUÇÃO/EDITORA MELHORAMENTOS

**Matemática mortífera (Coleção Saber Horrível)**

Kjartan Poskitt
São Paulo: Melhoramentos, 2010.

Neste divertido livro, interativo, perigosamente diferente, você vai conhecer Jimmy Dedão, Charlie Serra de Cadeia e seus amigos gângsteres horripilantes, que são uma prova viva de que a Matemática pode ser realmente mortífera. Descubra como a ciência dos números pode ajudar a resgatar alguém que esteja correndo perigo mortal e conheça alguns matemáticos famosos, durões e até alguns que foram assassinados.



- Os livros apresentados na seção *Para conhecer mais* podem ser usados como material complementar e auxiliam na aprendizagem.

# Abertura da Unidade 4

## Conteúdos

• Nesta unidade, serão trabalhados vários conceitos relacionados às unidades temáticas Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística, que, entre outros objetivos, favorecerão o desenvolvimento das habilidades da BNCC listadas.

## Orientações

• Ao trabalhar com a página de abertura, converse com os estudantes a respeito de algumas dificuldades e soluções de Mobilidade Urbana implementadas no mundo. Informe-lhes, por exemplo, que o deslocamento rodoviário é limitado, pois ele ocorre em duas dimensões, dificultando a Mobilidade Urbana de quem vive nos morros. Para solucionar esse problema, em Medelín, na Colômbia, foi implementado um sistema de transporte público por teleféricos, adicionando, assim, uma nova dimensão ao transporte.

• Ao trabalhar com a questão **1**, deixe que os estudantes compartilhem com a turma sua resposta, que pode ser, por exemplo, carro, ônibus, metrô, entre outros. Em seguida, questione-os sobre o uso desse transporte, solicitando que exponham sua finalidade, como se sentem com relação à segurança e também a respeito do tempo gasto no deslocamento.

• Oriente os estudantes a responder à questão **2** com base em suas experiências pessoais. Por exemplo, quem mora em uma metrópole pode dizer que as condições são boas, que a cidade tem vários tipos de transportes para várias regiões da cidade; e quem mora em cidades pequenas pode dizer que a oferta de transporte é reduzida ou apresenta pouca opção. Neste momento, não é esperado que realizem uma análise da Mobilidade Urbana de sua cidade como um todo, mas sim que comentem suas condições de locomoção.

# UNIDADE 4

**Capítulo 8** Funções

**Capítulo 9** Função afim

**Capítulo 10** Figuras geométricas não planas e medida de volume

**Habilidades da BNCC trabalhadas nesta Unidade:**
EF09MA06, EF09MA07, EF09MA08, EF09MA17, EF09MA19, EF09MA20, EF09MA23

ANDERSON COELHO/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

Vista aérea de um bairro em Balneário Camboriú (SC), 2022.



## MOBILIDADE URBANA

Você já parou para pensar no tempo que gasta para se locomover de sua casa até a escola? E nas condições de segurança desse trajeto? Essas e outras questões estão relacionadas à chamada mobilidade urbana. Já ouviu falar?

Mobilidade urbana refere-se, basicamente, ao deslocamento de pessoas de um ponto a outro dentro de uma cidade. As condições de deslocamento, utilizando qualquer meio de transporte – a pé, bicicleta, carro, ônibus etc. –, são de suma importância na qualidade de vida das pessoas na cidade, pois todas precisam se locomover constantemente: para ir à escola, ao trabalho, visitar amigos, entre outras situações.

**3. a)** R\$ 8,20; R\$ 41,00
**3. b)** $Q = 8{,}2 \cdot d$, em que $Q$ é a quantia gasta e $d$, a quantidade de dias.

**Para começar...**

**Para começar...: 1 e 2:** Respostas pessoais.

**1.** Qual é o meio de transporte mais usado por você e sua família?

**2.** Como são as condições de mobilidade urbana na cidade onde você mora?

**3.** Antônio utiliza ônibus para se locomover até o trabalho: um para ir e outro para voltar. Considerando que uma passagem custa R\$ 4,10, responda.

**a)** Em um dia, quantos reais Antônio gasta com passagens de ônibus para ir e voltar do trabalho? E em cinco dias?

**b)** Escreva uma expressão que relacione a quantia gasta com passagens para Antônio ir e voltar do trabalho à quantidade de dias.

198

• Caso os estudantes apresentem dificuldades na questão **3**, proponha a construção do seguinte quadro.

| Quantidade de dias | Quantia gasta (R\$) |
|---|---|
| 1 | $8{,}1 = 8{,}1 \cdot 1$ |
| 2 | $16{,}2 = 8{,}1 \cdot 2$ |
| 3 | $24{,}3 = 8{,}1 \cdot 3$ |
| 4 | $32{,}4 = 8{,}1 \cdot 4$ |
| ⋮ | ⋮ |
| $d$ | $8{,}1 \cdot d$ |

CAPÍTULO 8

# Funções

Habilidade da BNCC trabalhada neste Capítulo: EF09MA06

## 1 Ideia de função

RYAN REMIORZ/AP PHOTO/IMAGEPLUS

Linha de produção de uma fábrica de biscoitos.

Analisar como as grandezas se relacionam é uma prática necessária em situações cotidianas como no exemplo a seguir.

Uma máquina de embalar alimentos produz 50 pacotes a cada minuto de funcionamento. Observe no quadro a seguir a quantidade de pacotes que essa máquina produz, de acordo com o tempo de operação.

| Produção da máquina de embalar alimentos | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Medida de tempo (em minuto)** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| **Quantidade de pacotes** | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 |

Nessa situação, é estabelecida uma relação entre duas grandezas: a *quantidade de pacotes embalados* e a *medida de tempo de funcionamento* da máquina.

Note que cada medida de tempo de funcionamento da máquina determina uma quantidade de pacotes embalados. Quando há correspondência entre duas grandezas e para cada medida da primeira grandeza corresponde *apenas uma* medida da segunda, dizemos que a segunda grandeza é **função** da primeira. Assim, a quantidade de pacotes embalados é dada em **função** da medida de tempo de funcionamento da máquina.

Observe outras situações do dia a dia em que a ideia de função está presente.

VICTOR AUGUSTO/FOLHAPRESS


O valor da arrecadação de uma bilheteria de cinema é dado em função da quantidade de ingressos vendidos.

ZANONE FRAISSAT/FOLHAPRESS

O gasto com combustível é calculado em função do número de litros colocados no tanque do automóvel.





**(EF09MA06)** Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

## Ideia de função

### Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA06 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA06 porque proporciona aos estudantes compreender a ideia de função pela interdependência da variação de grandezas e suas representações numérica e algébrica. Além disso, eles deverão aplicar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

### Orientações

- Nesse tópico, a intenção é que os estudantes debatam a respeito de funções no cotidiano e aprofundem seus estudos com as informações apresentadas.
- Com base na situação inicial, proponha as seguintes perguntas a eles: Quantos pacotes são embalados em 10 minutos? E em $x$ minutos? Espera-se que eles respondam que em 10 minutos são embalados 500 pacotes e, em $x$ minutos, $(50 \cdot x)$ ou $(x \cdot 50)$ pacotes.

- Aproveite a situação inicial dessa página e peça aos estudantes que calculem a quantidade de horas que Alessandra trabalhou, de modo que recebeu R$ 1 500,00 de uma empresa. Espera-se que respondam que Alessandra trabalhou 25 horas.
- Auxilie-os na identificação das variáveis independentes e dependentes e mostre que esse é um aspecto importante. Sempre que necessário, retome esses conceitos em diferentes contextos para que possam aos poucos ir se apropriando dessas ideias.
- No boxe *Para pensar*, circule pela classe e verifique como os estudantes estão resolvendo a atividade. Caso perceba que algum estudante não encontrou o resultado esperado, questione-o se o resultado é aquele que ele encontrou e incentive-o a encontrar o erro. Depois que todos tiverem resolvido a atividade, peça que compartilhem com os demais colegas as estratégias usadas.
- Proponha aos estudantes que representem a função da situação do aluguel apresentada por meio de um quadro e depois compartilhem o quadro com os colegas. Exemplo de resposta:

| Número de dias | Valor do aluguel (em R$) |
|---|---|
| 1 | 23,50 |
| 2 | 32,00 |
| 3 | 40,50 |
| 4 | 49,00 |
| 5 | 57,50 |

Lembre-se: Escreva no caderno!

## Lei de formação da função

Alessandra presta serviços de informática a diferentes empresas e cobra R$ 60,00 por hora trabalhada. Observe no quadro a seguir o valor recebido por Alessandra, de acordo com a quantidade de horas trabalhadas.

| Valor de serviço de acordo com o número de horas trabalhadas | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Quantidade de horas trabalhadas | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Valor recebido (em real) | 60 | 120 | 180 | 240 |

O valor recebido por Alessandra é dado em função do número de horas trabalhadas. Nessa situação, cada quantidade de horas trabalhadas está associada a apenas um valor recebido.

**Para pensar**

Quanto Alessandra receberá se levar 8 horas para realizar um trabalho? **Para pensar:** R$ 480,00

A correspondência entre o valor $v$ recebido, em real, por Alessandra e a medida de tempo $t$ de horas trabalhadas por ela pode ser representada por:

$$v = 60 \cdot t, \text{ em que } t \text{ é um número real positivo.}$$

A sentença acima é chamada de **lei de formação da função** ou **lei da função**. Observe que tanto o quadro quanto a lei da função mostram que o valor recebido por Alessandra varia em função da medida de tempo (em hora) trabalhada.

## Variáveis

Em uma loja de ferramentas, são alugadas algumas mercadorias de acordo com o seguinte critério: uma taxa fixa de R$ 15,00 referente à manutenção e uma taxa diária de R$ 8,50.

Representando por $d$ o número de dias e por $a$ o valor do aluguel, podemos escrever a seguinte lei que relaciona $a$ e $d$:

$$a = 15 + 8{,}5 \cdot d, \text{ em que } d \text{ pode ser qualquer número natural.}$$


JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos dizer que o valor do aluguel e o número de dias em que a mercadoria ficou emprestada são as **variáveis**. O valor do aluguel, que depende do número de dias em que a mercadoria ficou emprestada, é a **variável dependente**, e o número de dias, cuja escolha é livre, é a **variável independente**.

## ATIVIDADES

**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

**1.** Observe no quadro a seguir a quantidade de panfletos que uma impressora produz de acordo com a medida de tempo de seu funcionamento.

| Medida de tempo de impressão (em minuto) | Quantidade de panfletos |
|---|---|
| 2 | 36 |
| 4 | 72 |
| 6 | 108 |
| 8 | 144 |
| 10 | 180 |

a) Quantos panfletos esse equipamento imprime por minuto? 1. a) 18 panfletos

b) A quantidade de panfletos impressos ($n$) é função da medida de tempo ($t$) em minuto? 1. b) sim

c) Escreva uma lei que relacione $n$ com $t$.
1. c) $n = 18 \cdot t$, em que $t$ é um número real positivo.

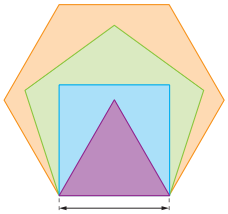
**2.** Um azulejista cobra R$ 30,00 por metro quadrado de cerâmica assentada.

LILYANA VYNOGRADOVA/SHUTTERSTOCK

a) Calcule a medida da área (em metro quadrado) de cerâmica assentada, sabendo que o azulejista recebeu R$ 1 740,00. 2. a) 58 m²

b) Escreva a lei dessa função, considerando $q$ a medida da área (em metro quadrado) de cerâmica assentada e $v$ o valor recebido.
2. b) $v = 30q$, em que $q$ é um número real positivo.

**3.** Observe a figura a seguir.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

3. a) $p = 2 \cdot n$, em que $n$ é um número natural maior ou igual a 3 e menor ou igual a 6.

- Sabendo que todos os polígonos representados são regulares, responda.

  a) Qual é a lei da função que relaciona a medida do perímetro $p$ e o número $n$ de lados do polígono regular?

  b) Identifique as variáveis dependente e independente da função encontrada no item anterior. 3. b) variável dependente: medida do perímetro ($p$); variável independente: número de lados ($n$)

**4.** Reproduza o quadro a seguir no caderno e complete-o com as medidas que faltam. Depois, responda à questão.

| Número de lados | Soma das medidas de abertura dos ângulos internos ($S$) |
|---|---|
| 3 | 180° |
| 4 | 360° |
| 5 | 540° |
| 6 | [redacted] |
| 7 | [redacted] |

- A soma ($S$) das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono convexo é função do número de lados ($n$) desse polígono. Qual é a lei de formação dessa função? 4. Respostas em *Orientações*.

**5.** Sabendo que a soma das medidas de abertura dos ângulos externos de qualquer polígono regular é 360° e representando por $e_n$ a medida de abertura de um ângulo externo de um polígono regular de $n$ lados, calcule:

a) $e_3$ 5. a) 120°

b) $e_4$ 5. b) 90°

c) $e_5$ 5. c) 72°

d) $e_6$ 5. d) 60°

e) $e_{10}$ 5. e) 36°

f) $e_n$ 5. f) $\frac{360°}{n}$, com $n > 2$



- Se julgar necessário, discuta com os estudantes a resolução de cada item da atividade **1**.

**a)** Pelos dados do quadro, é possível observar que o número de panfletos impressos depende da medida de tempo durante o qual a impressora é usada. Como ela imprime 36 panfletos em 2 minutos, então, em 1 minuto, ela imprime 18 panfletos. Vale destacar que essa mesma relação pode ser obtida com outros dados do quadro. Por exemplo, se são 180 panfletos em 10 minutos, serão 18 panfletos em 1 minuto.

**b)** Sim, quanto mais tempo a impressora fica em uso, mais panfletos ela imprime. Em contrapartida, se quisermos imprimir um número menor de panfletos, teremos de deixá-la menos tempo trabalhando.

**c)** $n = 18t$ ou $t = \frac{n}{18}$

- Na atividade **4**, os estudantes devem primeiro completar o quadro. Verifique se eles apresentem algum tipo de dificuldade e auxilie. O quadro completo deve ser como mostrado a seguir.

| Número de lados | Soma das medidas de abertura dos ângulos internos ($S$) |
|---|---|
| 3 | 180° |
| 4 | 360° |
| 5 | 540° |
| 6 | 720° |
| 7 | 900° |

Ao analisar o quadro, espera-se que eles percebam um padrão para construir a expressão $S = (n - 2) \cdot 180°$, em que $n$ é um número natural maior ou igual a 3.

## A notação $f(x)$

### Objetivos

- Identificar a existência de uma relação de dependência entre duas variáveis.
- Calcular o valor da função em um certo ponto.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA06 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA06 porque a ideia de função como relação de dependência entre duas variáveis permeia todo o trabalho.

### Orientações

- Os estudantes terão contato com a notação $f(x)$ para escrever a lei de uma função, devendo ficar bem claro que essa notação substitui a variável dependente.
- Chame a atenção para o fato de que o uso das letras $x$ e $y$ se dá por uma questão de hábito e não por obrigatoriedade. Essas letras podem, perfeitamente, ser substituídas por outras, dependendo da conveniência.

## 2 A notação $f(x)$

Acompanhe a situação a seguir.

A medida do perímetro $p$ de um triângulo equilátero é função da medida de comprimento $x$ do lado desse triângulo. O quadro mostra essa correspondência.

| Medida de comprimento $x$ do lado (em centímetro) | Medida do perímetro $p$ (em centímetro) |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 3 | 9 |
| 4 | 12 |
| 10 | 30 |
| 15 | 45 |

A lei dessa função é $p = 3x$, *em que x é um número real positivo.*

Também podemos representar a lei dessa função, por exemplo, por: $f(x) = 3x$, *em que x é um número real positivo* (lemos: "$f$ de $x$ é igual a $3x$"). Nesse caso, chamamos a função de $f$.

Assim, $x$ representa a medida de comprimento do lado do triângulo equilátero e $f(x)$ representa a medida de seu perímetro.

**Observação**

Nesse tipo de notação, a função e a variável independente podem ser representadas por quaisquer letras. Por exemplo:

- $g(x) = 2x$
- $f(b) = b + 1$
- $h(a) = a^2$

### Valor de uma função

Na situação acima, a medida do perímetro de um triângulo equilátero de lado de medida de comprimento $x$ foi representada por $f(x) = 3x$, em que $x$ é um número real positivo.

Desse modo, para calcular a medida do perímetro de um triângulo equilátero de lado medindo 12 cm de comprimento, basta substituir $x$ por 12 na lei da função e efetuar a operação indicada.

$$f(12) = 3 \cdot 12$$

$$f(12) = 36$$

Isso significa que o **valor** da função para $x$ igual a 12 é 36.

Portanto, o perímetro do triângulo equilátero com lado de 12 cm de comprimento mede 36 cm.

Imagine, agora, um robô programado para realizar sempre a mesma operação: quando um número real qualquer é inserido como entrada, ele devolve, como saída, o resultado correspondente. O robô da página seguinte, por exemplo, adiciona 3 a qualquer número real que entra nele.







**(EF09MA06)** Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

Observe no quadro a seguir o resultado de algumas operações feitas pelo robô.

| Número inserido no robô: ($x$) | $-3$ | $-2$ | $-1{,}5$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Resultado correspondente: $f(x)$ | 0 | 1 | 1,5 | 3 | $\frac{7}{2}$ | 4 |

MARCUS PENNA/ARQUIVO DA EDITORA

A lei da função que relaciona os valores do quadro é $f(x) = x + 3$.

Assim, para determinar $f(\sqrt{2})$, substituímos $x$ por $\sqrt{2}$ na lei da função:

$$f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} + 3$$

**Para pensar**

A variável dependente de uma função sempre pode ser qualquer número real? Por quê? Converse com os colegas sobre isso. **Para pensar:** Resposta pessoal.



## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Considerando que o robô do alto desta página foi reprogramado, observe os números $x$ inseridos nele e os números $f(x)$ obtidos. Depois, responda às questões.

| $x$ | $-2$ | $-1$ | 0 | 1 |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-4$ | $-2$ | 0 | 2 |

MARCUS PENNA/ARQUIVO DA EDITORA

**1. a)** $f(x) = 2x$, em que $x$ é um número real.

a) Determine uma lei para essa função.

b) Calcule o valor de $f(x)$ para $x = -\frac{5}{2}$. **1. b)** $-5$

c) Qual é o valor de $x$ quando $f(x) = 1\,001$? **1. c)** $\frac{1\,001}{2}$

**2.** Agora, observe os novos números reais $x$ inseridos em outro robô e os números $f(x)$ obtidos e responda às questões.

| $x$ | $-1$ | 0 | 1 | $\frac{1}{3}$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 1 | 0 | $-1$ | $-\frac{1}{3}$ |

**2. a)** $f(x) = -x$, em que $x$ é um número real.

a) Determine uma lei para essa função.

b) Qual é o valor de $f(x)$ para $x = 10$? **2. b)** $-10$

c) Qual é o valor de $x$ quando $f(x) = 13$? **2. c)** $-13$

**3.** Em cada caso, considere a lei de formação da função, reproduza o quadro no caderno e complete-o com os números que faltam.

a) $f(x) = -2x + 3$

**3.** Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

| $x$ | $-4$ | | $\frac{1}{2}$ | |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | 3 | | $-3$ |

MODELO

b) $g(x) = \frac{x}{2} - 3$

| $x$ | $-3$ | 4 | | 10 |
|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | | 0 | |

MODELO

**4.** Observe no quadro o número de chaveiros e o preço total correspondente.

| Número $x$ de chaveiros | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Preço $y$ (em real) | 5,00 | 10,00 | 15,00 | 20,00 |


DOUGLAS FRANCHIN/ARQUIVO DA EDITORA

**4. a)** sim

a) O preço é função do número de chaveiros?

b) Escreva no caderno uma lei para essa função.

c) Qual é o preço de vinte chaveiros? **4. c)** R$ 100,00

d) Para quantos chaveiros o preço é R$ 50,00?

**4. b)** $y = 5x$, em que $x$ é um número natural. **4. d)** 10 chaveiros



- No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes respondam que não, porque, de acordo com o contexto, a variável dependente não pode assumir qualquer valor real. Se julgar necessário, apresente como exemplo a situação da atividade **3** da página 201. Nessa atividade, a variável dependente corresponde ao dobro do número de lados dos polígonos regulares e, portanto, só pode assumir valores naturais.
- Além de determinar a lei de formação pela observação de regularidades, as atividades propõem situações que visam fixar bem a diferença entre o que é calcular o valor de $x$ (variável independente) e o que é calcular o valor de $f(x)$ (função).
- No cálculo de valores de uma função, é interessante propor que a variável independente não assuma só valores inteiros, mas também fracionários e irracionais, para que o cálculo com esses números seja sempre revisitado.
- Nas atividades **1** e **2**, os estudantes deverão identificar, em primeiro lugar, a lei de cada função pela observação dos números de cada quadro.

- Na atividade **6** há duas funções distintas e é interessante observar se os estudantes fazem corretamente os cálculos necessários. No item **b**, pode ser que tenham dúvidas de como igualar as funções, então faça as interferências necessárias; neste item peça que confirmem se o valor encontrado realmente fará com que as funções se igualem.

## Representação gráfica de uma função

### Objetivos

- Reconhecer a representação gráfica de uma função.
- Construir o gráfico de uma função.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA06 e da competência específica 6 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Esse tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA06 ao trabalhar a representação gráfica da relação de interdependência entre a variação de grandezas.

### Orientações

- Nesse tópico, são apresentadas situações práticas, trabalhando-se a representação gráfica de uma função. Se julgar necessário, recorde os estudantes de que o sistema cartesiano consiste em duas retas perpendiculares (eixos) cujo ponto de encontro corresponde à origem do sistema. Relembre ainda que, ao representar um par ordenado, o primeiro número do par corresponde à abscissa (eixo $x$) e o segundo, à ordenada (eixo $y$).
- Em Matemática, pode-se representar um objeto utilizando vários registros diferentes, como a língua materna, o registro gráfico, o registro algébrico, o registro figural etc. Cada um desses registros apresenta significados particulares que permitem caracterizar de diferentes maneiras o objeto estudado. A mobilização, por parte dos estudantes, dos diferentes registros de um mesmo objeto matemático contribui para que se apropriem dele cada vez que se dão conta dos elementos que o caracterizam. Por esse motivo, proponha situações, como o aluguel de um carro, o pagamento de uma corrida de táxi, a compra e venda de produtos etc., para que os estudantes possam expressar a variação das grandezas envolvidas por meio de diferentes registros: tabular, linguagem natural, algébrico e gráfico.
- No boxe *Para analisar*, espera-se que os estudantes não tenham dificuldade em responder aos itens. Verifique se eles buscam as respostas no quadro ou na representação gráfica.

Lembre-se: Escreva no caderno!

**5.** Considere a função $f(x) = \dfrac{x+3}{x}$, em que $x$ é um número real não nulo, e determine:

a) $f(-3)$; **5. a)** 0

b) $f(3)$; **5. b)** 2

c) o valor de $x$ para $f(x) = 3$. **5. c)** 1,5

**6.** Considere as funções $g$ e $h$ dadas pelas leis de formação a seguir. **6. a)** $g(-1) = -5$; $h(-1) = 7$

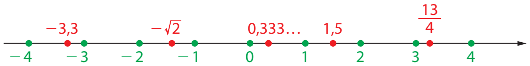
$g(x) = 3x - 2$ $\qquad$ $h(x) = 6 - x$

a) Determine o valor de $g$ e de $h$ para $x = -1$.

b) Para que valor de $x$ temos $g(x) = h(x)$? **6. b)** $x = 2$

## 3 Representação gráfica de uma função

Como você estudou no Capítulo 1, cada número real tem um ponto correspondente na **reta real**, e cada ponto da reta corresponde a um número real. Observe.






Agora, vamos ampliar esse estudo representando um par de números reais por pontos de um plano. Para isso, utilizaremos um **sistema cartesiano**.

Para exemplificar, vamos analisar situações que expressam uma grandeza em função da outra e representá-las em um gráfico.

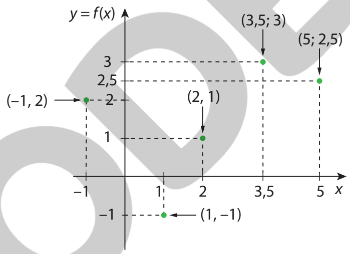
### Situação 1

O quadro abaixo mostra os números inseridos como entrada em um *software* de construção de gráficos e os resultados correspondentes.

| $x$ | −1 | 1 | 2 | 3,5 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y = f(x)$ | 2 | −1 | 1 | 3 | 2,5 |




Observe a representação gráfica fornecida pelo *software*.






Note que o gráfico dessa função é formado por apenas 5 pontos. Cada um desses pontos representa um par ordenado em que o primeiro número indica o valor de $x$ e o segundo, o valor de $y$ correspondente.

**Para analisar**

Considerando a função estudada na situação 1, faça o que se pede.

a) Determine $f(2)$. **Para analisar: a)** 1

b) Qual é o valor de $x$ para $f(x) = 2$? **Para analisar: b)** −1

c) Qual é o valor mínimo que essa função pode assumir? E o máximo? **Para analisar: c)** −1; 3







**(EF09MA06)** Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

**Competência específica 6:** Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Lembre-se:
Escreva no caderno!

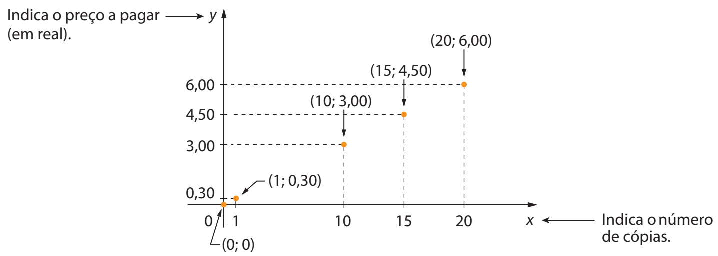
## Situação 2

Em uma loja em que são realizadas fotocópias, o preço a ser pago varia de maneira proporcional em função do número de cópias.

Observe o quadro com os preços.

| Número de cópias | 0 | 1 | 10 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|
| Preço (em real) | 0 | 0,30 | 3,00 | 4,50 | 6,00 |

Nesse caso, também podemos representar os pares ordenados (número de cópias, preço) em um sistema cartesiano.






Note que o preço é diretamente proporcional ao número de cópias. Além disso, o número de cópias só pode ser um número natural, ou seja:

- não pode ser negativo;
- não pode estar entre dois números naturais consecutivos.

Por isso, o gráfico dessa função não é uma linha contínua, mas pontos alinhados, como mostra a representação acima.

**Para pensar** **Para pensar:** $y = 0{,}3x$, em que $x$ pode ser qualquer número natural maior ou igual a zero.

Qual é a lei da função que o gráfico acima representa?

## Situação 3

Considere um pentágono regular de lado com medida de comprimento maior ou igual a 1. A medida do perímetro desse pentágono regular é função da medida de comprimento de seu lado. Observe como ocorre a variação no exemplo abaixo.

| Medida de comprimento do lado do pentágono regular (em centímetro) | 1 | 2 | 2,5 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Medida do perímetro (em centímetro) | 5 | 10 | 12,5 | 20 |

Cada par ordenado pode ser representado por um ponto em um sistema cartesiano. Nesse caso, o primeiro número do par ordenado indica a medida de comprimento do lado, e o segundo, a medida do perímetro correspondente.



- Antes da leitura de cada situação, apresente o registro tabular no quadro e solicite aos estudantes que construam o gráfico com o uso de papel quadriculado. Esse pode ser o momento oportuno para fazer o levantamento dos conhecimentos prévios a respeito desse tipo de registro. Em seguida, eles podem checar no texto se a construção realizada estava correta e quais foram as principais dificuldades encontradas.
- Esses exemplos possibilitam, ainda, entender por que alguns gráficos apresentam linhas contínuas e outros não. É importante que os estudantes percebam a diferença entre eles. Para tanto, proporcione o trabalho com funções cujo domínio seja o conjunto dos inteiros, ou parte dele, e outras cujo domínio seja o conjunto dos números reais ou parte dele.
- Para resolver o *Para pensar* referente à Situação 2, espera-se que os estudantes percebam que fazendo a divisão de $y$ por $x$ dos pares ordenados podem encontrar a lei da função solicitada:

$0{,}30 : 1 = 0{,}30$
$3 : 10 = 0{,}30$
$4{,}5 : 15 = 0{,}3$
$6 : 20 = 0{,}3$

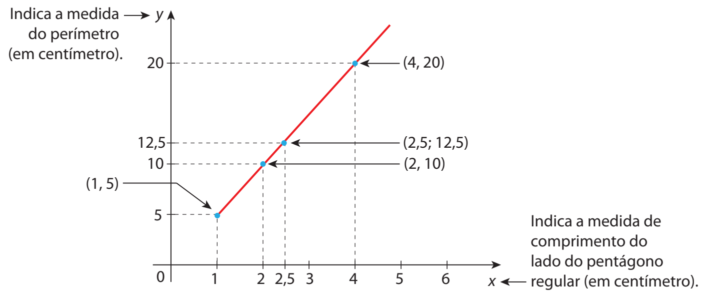
Logo, a lei da função é $y = 0{,}3x$, com $x$ podendo ser qualquer número natural maior ou igual a zero.

- A questão dos boxes *Para pensar* exige que os estudantes convertam o registro gráfico de uma função em registro algébrico. Essa passagem de um registro para outro é de fundamental importância no estudo das funções. Sempre que possível, incentive-os a descrever usando a língua materna ou a encontrar o registro algébrico de uma função representada graficamente e vice-versa. Essas conversões entre as representações favorecem a apreensão conceitual dos estudantes a respeito dos conteúdos estudados. Essa mobilização entre os diferentes registros favorece o desenvolvimento da competência específica 6 da BNCC.
- Para resolver o *Para pensar* referente à Situação 3, espera-se que os estudantes percebam que fazendo a divisão de $y$ por $x$ dos pares ordenados podem encontrar a lei da função solicitada:

$5 : 1 = 5$
$10 : 2 = 5$
$12{,}5 : 2{,}5 = 5$
$20 : 4 = 5$

Logo, a lei da função é $y = 5x$, em que $x$ é um número real positivo.

No sistema cartesiano abaixo, os pares ordenados do quadro estão representados pelos pontos azuis.




Note que os pontos obtidos estão alinhados. Isso acontece porque a medida do perímetro do pentágono regular é diretamente proporcional à medida de comprimento do seu lado. Além disso, como a medida de comprimento do lado do pentágono regular pode assumir qualquer valor real maior ou igual a 1, o gráfico será uma linha contínua que se inicia no par ordenado (1, 5), passando pelos demais pares ordenados, de acordo com a medida de comprimento do lado do pentágono regular e sua respectiva medida de perímetro.

**Para pensar**

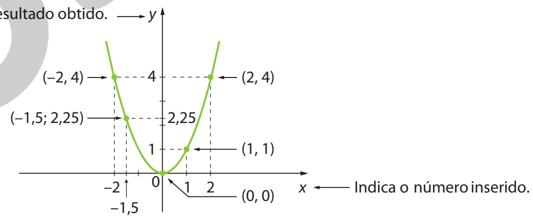
Qual é a lei da função que o gráfico acima representa? **Para pensar:** $y = 5x$, em que $x$ é um número real positivo.

## Situação 4

Observe os números inseridos na entrada de um aplicativo e os números correspondentes que ele fornece como resultado.

| Número inserido | –2 | –1,5 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| Número obtido | 4 | 2,25 | 0 | 1 | 4 |

Esse aplicativo calcula o quadrado dos números inseridos na entrada, ou seja, os resultados são obtidos em função dos números inseridos. Posteriormente, o aplicativo fornece a representação gráfica dessa função.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Cada par de números (número inserido, número determinado) forma um par ordenado, que pode ser representado por um ponto em um sistema cartesiano. Como esse aplicativo considera entrada todos os números reais, o gráfico da função é uma linha contínua sem início nem fim.

**Para pensar**

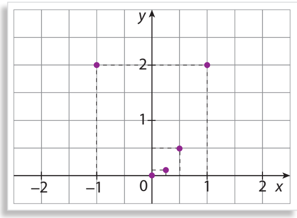
Qual é a lei da função que o segundo gráfico da página anterior representa? **Para pensar:** $y = x^2$

## Construção do gráfico de uma função

Observe a seguir uma maneira de construir o gráfico da função $f(x) = 2x^2$, em que $x$ é um número real.

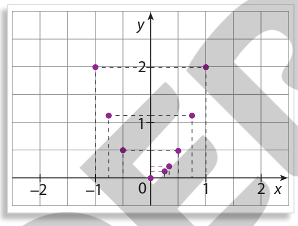
**1º)** Escolhemos valores arbitrários para $x$ e calculamos os valores de $f(x)$ correspondentes para obter alguns pares ordenados.

| $x$ | $f(x)$ | Par ordenado |
|---|---|---|
| 1 | 2 | (1, 2) |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ |
| $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{8}\right)$ |
| $-1$ | 2 | $(-1, 2)$ |



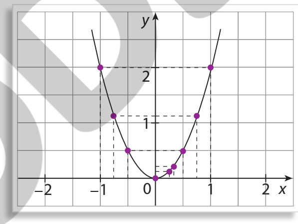

**2º)** Apenas com os pontos marcados acima não é possível ter uma ideia precisa da forma do gráfico dessa função. Desse modo, determinamos mais pontos com abscissa entre os números $-1$ e 1 para obter outros valores assumidos pela função. Observe.

| $x$ | 1 | $\frac{3}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{3}{4}$ | $-1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | $\frac{9}{8}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{9}$ | $\frac{1}{8}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{9}{8}$ | 2 |
| Par ordenado | (1, 2) | $\left(\frac{3}{4}, \frac{9}{8}\right)$ | $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ | $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{9}\right)$ | $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{8}\right)$ | (0, 0) | $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ | $\left(-\frac{3}{4}, \frac{9}{8}\right)$ | $(-1, 2)$ |




**3º)** Observando os pontos marcados no segundo passo, verificamos que o gráfico dessa função é uma curva simétrica em relação ao eixo $y$. Podemos, então, traçar a linha correspondente ao gráfico dessa função.

Em outros casos, porém, pode ser necessário escolher para $x$ valores maiores que 1 e valores menores que $-1$ para fazer a representação, como no gráfico construído aqui.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**Observações**

- Os gráficos foram construídos sobre uma malha quadriculada, pois as linhas horizontais e verticais auxiliam na localização dos pontos. Se não for possível o uso da malha, deverão ser utilizados uma régua e um esquadro.
- Os valores atribuídos a $x$ são arbitrários, desde que obedecidas as condições de existência da função. No caso da função $f(x) = 2x^2$, $x$ é um número real. Então, podemos calcular $f(x)$ para qualquer número real. No exemplo da função do número de cópias, da página 205, vimos que o número de cópias só pode ser um número natural. Logo, não conseguimos encontrar o valor da função (ou seja, o preço do número de cópias) para qualquer número negativo ou não inteiro.





• Para resolver o *Para pensar* referente à Situação 4, espera-se que os estudantes percebam que, após analisar a relação entre os valores de $y$ e $x$ dos pares ordenados, é possível verificar que o segundo número é sempre o quadrado do primeiro:

(0,0)
(1,1)
(2,4)
(–2,4)
(–1,5;2,25)

Logo, a lei da função é $y = x^2$.

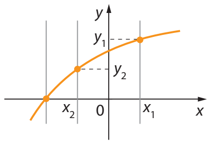
• Comente com os estudantes que, quanto mais pontos conhecermos, mais clara será a ideia que teremos de como ficará o gráfico. Se achar conveniente, proponha a eles que construam o gráfico de outras funções.

- Nesta página, trabalha-se o fato de que nem todo gráfico representa uma função. Comente com a turma que, na prática, imaginamos o traçado de retas paralelas ao eixo *y* e verificamos se cada reta que intercepta o gráfico o faz em um único ponto. Em caso positivo, o gráfico representa uma função.
- Se julgar necessário, peça aos estudantes que desenhem em seu caderno dois sistemas cartesianos e representem em um deles o gráfico de uma função e no outro um gráfico que não seja de uma função. Esse pode ser um momento propício para avaliar o aprendizado deles.
- As atividades incluem a determinação da lei de formação da função para que os estudantes percebam que ela pode ser representada graficamente e vice-versa.

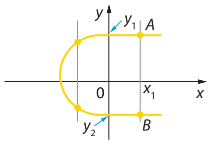
## Todo gráfico representa uma função?

Vimos que, em uma função, para cada valor de $x$ temos apenas um valor de $f(x) = y$.

Para verificar se um gráfico representa uma função, podemos traçar retas paralelas ao eixo $y$ e verificar se cada reta cruza o gráfico em apenas um ponto. Observe.




Esse gráfico é de uma função porque, para qualquer valor de $x$, há apenas um valor de $y$ correspondente.

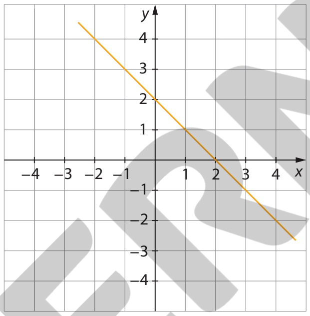



Esse gráfico não é de uma função porque há valores de $x$ com mais de um $y$ correspondente. Por exemplo: $A(x_1, y_1)$ e $B(x_1, y_1)$.

### ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Observe o gráfico a seguir.



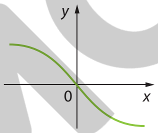
**a)** Escreva 4 pontos que pertencem ao gráfico dessa função. **1. a)** Exemplo de resposta: (–1, 3), (0, 2), (1, 1) e (2, 0)

**b)** Qual das leis a seguir corresponde à função representada? **1. b)** $f(x) = -x + 2$

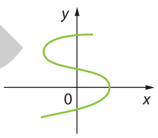
- $f(x) = 2x - 2$
- $f(x) = x + 2$
- $f(x) = -x + 2$
- $f(x) = -x - 2$

**2.** Identifique os gráficos que representam uma função. **2.** alternativas **a**, **c**, **d**

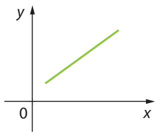
**a)**



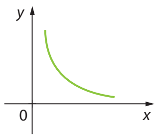
**b)**



**c)**



**d)**



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

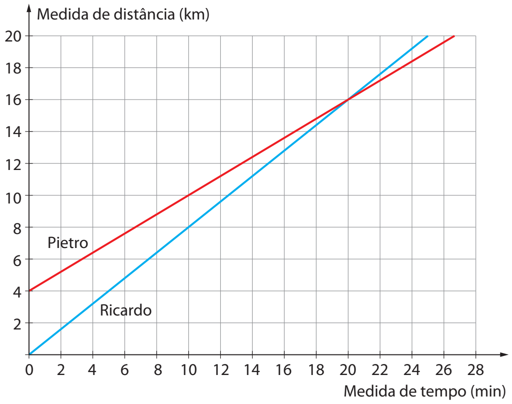
Lembre-se:
Escreva no caderno!

**3.** Um recipiente com água fervente é deixado para esfriar até que atinja a medida de temperatura ambiente de 25 °C. O quadro abaixo mostra a variação da medida de temperatura da água em função da medida de tempo.

| **Medida de tempo (em minuto)** | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Medida de temperatura (em grau Celsius)** | 100 | 75 | 50 | 25 | 25 |

- O gráfico da função que relaciona as medidas de temperatura e de tempo é uma linha contínua? Justifique. **3.** Sim, pois a grandeza *tempo* pode assumir qualquer valor real positivo.

**4.** Pietro desafiou Ricardo para uma corrida de bicicleta em um percurso que mede 20 km. Ricardo permitiu que Pietro ficasse a uma medida de distância de 4 km à sua frente no momento da largada. A representação abaixo mostra o desempenho deles durante a prova, sendo dada a medida de distância percorrida por eles (em quilômetro) em função da medida de tempo (em minuto).




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Após a largada, em quanto tempo Ricardo alcançou Pietro? **4. a)** em 20 minutos

**b)** A que medida de distância da largada eles estavam nesse momento? **4. b)** a 16 km

**c)** Quem ganhou a corrida? Justifique sua resposta. **4. c)** Ricardo. Espera-se que os estudantes percebam que Ricardo terminou a prova em menos de 26 minutos. Já Pietro ultrapassou os 26 minutos.

**5.** Observe os números reais do quadro a seguir.

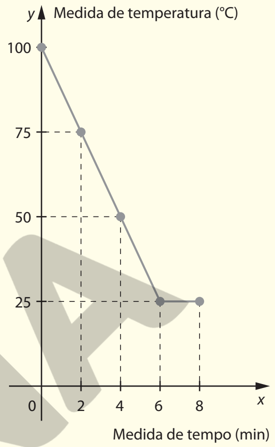
| *x* | *y* |
|---|---|
| –1 | –4 |
| 0 | –1 |
| 1 | 2 |
| 2 | 5 |
| 5 | 14 |
| 8 | 23 |

**a)** Determine uma lei para essa função. **5. a)** $f(x) = 3x - 1$

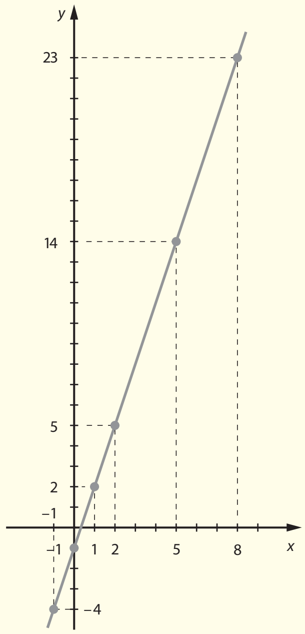
**b)** Construa o gráfico da função, sendo *x* qualquer número real. **5. b)** Resposta em *Orientações*.



- Se julgar necessário, amplie a proposta da atividade **3**. Peça aos estudantes que construam o gráfico da função que relaciona a medida de temperatura de esfriamento da água e a medida de tempo. Considerando *x* a medida de tempo (em minuto) e *y* a medida de temperatura da água (em °C), temos o seguinte gráfico:




- Resposta do item **b** da atividade **5**:




ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

## Estatística e Probabilidade

### Objetivos

- Analisar os dados de gráficos fazendo inferências.
- Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Saúde** e **Direito da Criança e do Adolescente**, das macroáreas **Saúde** e **Cidadania e Civismo**, respectivamente.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 8 da BNCC.

### Orientações

- Na sociedade atual, é fundamental que os estudantes saibam analisar os dados de gráficos e fazer inferências. Para isso, deverão ser incentivados a ler, interpretar e tirar conclusões estudando gráficos de diversos tipos e assuntos.
- Na situação apresentada, a competência geral 8 é favorecida uma vez que explora-se a importância da vacinação. Faz-se uma relação, com apoio de um gráfico baseado em dados fictícios, entre o índice de crianças vacinadas e o de crianças doentes, atentando-se para o fato de que não é somente a não vacinação que provocará doenças, mas que é esse também um dos fatores que podem levar a enfermidades.
- Aproveite o contexto e aborde a importância da vacinação. Dados apontam que, nos últimos anos, uma parcela expressiva das famílias brasileiras optaram por não vacinar seus filhos e um dos fatores foi a pandemia de covid-19. A falta de cobertura vacinal não prejudica só as crianças; tal atitude pode comprometer a saúde de toda a população. Conversar com os estudantes sobre essa questão contempla os Temas Contemporâneos Transversais **Saúde** e **Direito da Criança e do Adolescente**, das macroáreas **Saúde** e **Cidadania e Civismo**, respectivamente.

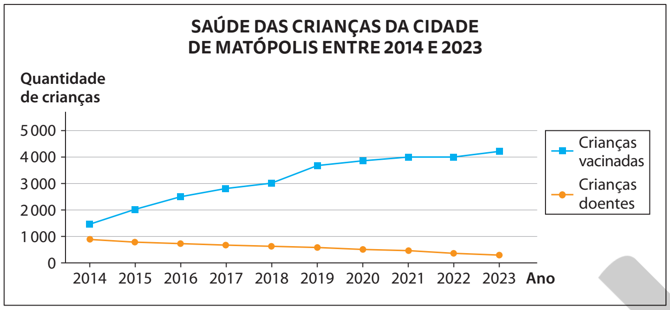
# Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## Analisar os dados de gráficos fazendo inferências

Vítor e Mariana estavam fazendo uma pesquisa sobre a saúde das crianças do município de Matópolis. No *site* da prefeitura, encontraram o gráfico indicado a seguir.

FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA




Dados obtidos pela Prefeitura de Matópolis no período entre 2014 e 2023.

Fazer inferências (ou tirar conclusões) com base nos dados apresentados em um gráfico implica, antes de tudo, reconhecer seus elementos e o que cada um deles significa no contexto do assunto que o gráfico apresenta. Vítor e Mariana fizeram inferências com base nas informações do gráfico acima. Considere os comentários deles.

Mariana: "No decorrer dos anos, aumentou a quantidade de crianças vacinadas e diminuiu a quantidade de crianças doentes".

Vítor: "O que pode ter acontecido nesses anos foi a diminuição da quantidade de crianças doentes com o aumento da vacinação".

Qual deles está com a razão?

Vamos identificar o significado de cada um dos elementos apresentados no gráfico para depois compará-los, analisá-los e tirar conclusões. Em seguida, vamos verificar se Mariana e Vítor estão certos em suas afirmações.

- No gráfico, é possível identificar duas linhas; de acordo com a legenda, cada uma representa uma informação. A linha azul indica a quantidade de crianças vacinadas, e a laranja, a quantidade de crianças doentes.
- É possível, também, observar que, no decorrer dos anos, o número de crianças vacinadas aumentou, enquanto o número de crianças doentes diminuiu.

Portanto, a afirmação de Mariana está correta.

Relendo a afirmação de Vítor, verificamos que ele também tem razão.

EDSON GRANDISOLI/PULSAR IMAGENS

É muito importante que crianças e adultos tomem as vacinas recomendadas pelos serviços de saúde. Na foto, menina de 10 anos recebendo a vacina contra a covid-19 na Unidade Básica de Saúde em Sorocaba (SP), 2022.

**Observação**

Vítor **não** afirmou que a causa direta da queda do número de crianças doentes foi o aumento do número de crianças vacinadas. Com base nos dados do gráfico, não é possível tirar essa conclusão, já que outros fatores podem ter influenciado a queda do número de crianças doentes, como alimentação mais nutritiva.







**Competência geral 8:** Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

2. a) aumentou: do dia 20/2 a 22/2 e de 24/2 a 25/2; diminuiu: do dia 22/2 a 24/2
2. b) aumentou: do dia 20/2 a 22/2 e de 24/2 a 25/2; diminuiu: do dia 22/2 a 24/2

## ATIVIDADES

**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

1. Espera-se que os estudantes percebam que houve uma alta no número de brasileiros que viviam no Japão entre 2017 e 2019, seguida de uma queda entre 2019 e 2020, voltando a crescer de 2020 a 2021.

**1.** O gráfico abaixo apresenta o número de brasileiros que viviam no Japão entre 2017 e 2021.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

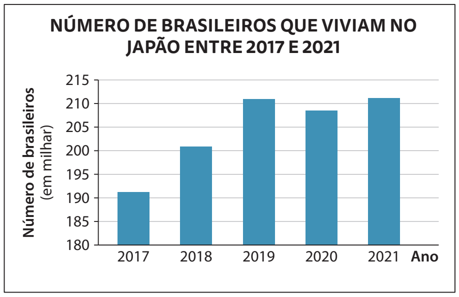
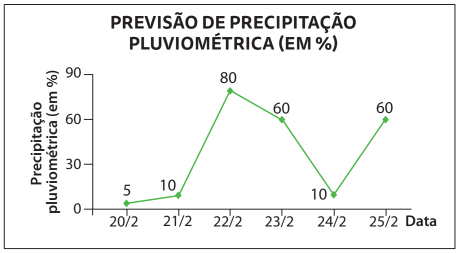



Gráfico elaborado com base nos dados publicados pelo Consulado-geral do Brasil em Tóquio, em março de 2022.

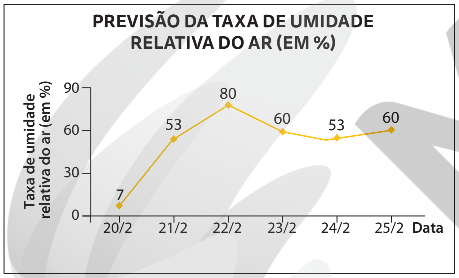
Com base nos dados desse gráfico, responda: o que ocorreu com o número de brasileiros no Japão nesse período?

**2.** José trabalha na estação meteorológica do município de Vista Bela e, entre 20 de fevereiro de 2024 e 25 de fevereiro de 2024, construiu os gráficos abaixo, com dados sobre a precipitação pluviométrica e a umidade relativa do ar no município.




Dados obtidos por José entre 20 fev. 2024 e 25 fev. 2024.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA




Dados obtidos por José entre 20 fev. 2024 e 25 fev. 2024.

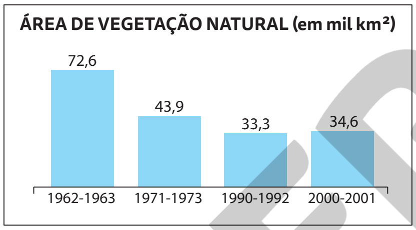
Considerando os dados do gráfico, responda às questões.

a) Quais foram os períodos em que a precipitação pluviométrica aumentou? E em quais ela diminuiu?

b) Quais foram os períodos em que a umidade do ar aumentou? E em quais diminuiu?

c) Os períodos de aumento e de diminuição da umidade do ar acompanharam os períodos de precipitação pluviométrica? 2. c) sim

**3.** (Enem) Em um estudo feito pelo Instituto Florestal, foi possível acompanhar a evolução de ecossistemas paulistas desde 1962. Desse estudo publicou-se o Inventário Florestal de São Paulo, que mostrou resultados de décadas de transformações da Mata Atlântica.




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Revista *Pesquisa Fapesp*, 91. São Paulo: Fapesp, set. 2003. p. 48.

Examinando o gráfico da área de vegetação natural remanescente (em mil $km^2$), pode-se inferir que: 3. alternativa e

a) a Mata Atlântica teve sua área devastada em 50% entre 1963 e 1973.

b) a vegetação natural da Mata Atlântica aumentou antes da década de 1960, mas reduziu nas décadas posteriores.

c) a devastação da Mata Atlântica remanescente vem sendo contida desde a década de 1960.

d) em 2000-2001, a área de Mata Atlântica preservada em relação ao período de 1990-1992 foi de 34,6%.

e) a área preservada da Mata Atlântica nos anos 2000 e 2001 é maior do que a registrada no período de 1990-1992.







- Uma possível ampliação da atividade **2** é incentivar os estudantes a buscar dados atualizados referentes à precipitação pluviométrica e à taxa de umidade relativa do ar na região em que estudam, construir os gráficos correspondentes e, por fim, interpretá-los. Propor a ampliação ajuda-os a ir além das atividades que envolvam a leitura e interpretação de gráficos estatísticos, fazendo com que pesquisem as informações, analisem os dados e cheguem a uma conclusão.
- Na atividade **3**, oriente os estudantes a analisar cada uma das alternativas apresentadas.

**a)** Em 1963, a área de vegetação natural era 72,6 mil $km^2$. Em 1973, a área de vegetação natural era 43,9 mil $km^2$. Portanto, nesse intervalo de tempo a devastação foi de 28,7 mil $km^2$, o que corresponde a menos de 50%.

**b)** Não há dados suficientes para afirmar que a vegetação natural da Mata Atlântica tenha aumentado antes da década de 1960.

**c)** Como é possível verificar, desde a década de 1960, a área de vegetação natural está diminuindo, com exceção de 1990-1992 para 2000-2001, o que significa que a devastação não foi contida desde a década de 1960.

**d)** Em 2000-2001, a área de vegetação natural era 34,6 mil $km^2$. Em 1990-1992, a área de vegetação natural era 33,3 mil $km^2$. Portanto, nesse intervalo de tempo, houve um aumento de 1,3 mil $km^2$, o que não corresponde a 34,6%.

**e)** Em 2000-2001, a área de vegetação natural era 34,6 mil $km^2$. Em 1990-1992, a área de vegetação natural era 33,3 mil $km^2$. Portanto, a alternativa **e** está correta.

## Educação financeira

### Objetivos

- Refletir sobre o uso consciente de recursos financeiros.
- Trabalhar o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira** da macroárea **Economia**.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 9 e da competência específica 8 da BNCC.

### Orientações

- Peça aos estudantes que leiam o texto todo e verifique se compreenderam a promoção e cada um dos comentários, que serão importantes para as reflexões da próxima página.

# Educação Financeira

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## Você gosta de ostentar? Cuidado!

No fim do ano, as promoções são comuns no comércio. Observe esta promoção organizada por um *shopping* e divulgada em sua rede social na internet.


DOUGLAS FRANCHIN/ARQUIVO DA EDITORA







**Competência geral 9:** Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

**Competência específica 8:** Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

## O que você faria? O que você faria?: Respostas pessoais.

**a)** O que você faria se ganhasse o prêmio?

**b)** Das respostas dadas nos comentários, na página anterior, quais você escolheria? Por quê?

## Calcule

Luís foi o grande sortudo e ganhou o prêmio de R$ 40 000,00 na promoção realizada pelo *shopping*. Como ficou empolgado, vendeu o carro que tinha por R$ 35 000,00 e comprou um carro mais novo no valor de R$ 75 000,00, pagando a diferença com o valor recebido do prêmio. No momento em que foi buscar o carro, começou a pensar nas despesas extras que passaria a ter com o carro novo. Depois, registrou essas despesas em um caderno.


ELDER GALVÃO/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Qual é o valor total das despesas extras que Luís vai ter? O dinheiro que Luís recebeu do prêmio foi suficiente para cobrir essas despesas? **Calcule: a)** R$ 5 000,00; não

**b)** Em sua opinião, Luís tomou uma boa decisão? Por quê? **Calcule: b)** Resposta pessoal.

## Reflita

**Reflita:** Respostas pessoais.

Reúna-se com alguns colegas e pensem nas consequências de cada atitude descrita abaixo.

**a)** Amanda pagou R$ 200,00 em uma blusa de marca famosa mesmo sabendo que, em outra loja, uma blusa similar que não era de marca famosa custava R$ 40,00.

**b)** Gustavo comprou o celular mais caro da loja por estar na moda.

**c)** Para impressionar os amigos que vão à sua casa, Túlio assinou o pacote mais caro de internet e TV a cabo.





- Em *O que você faria?*, os estudantes podem pensar em suas próprias necessidades ou vontades ao escolher uma das opções. Deixe-os argumentar entre eles tanto sobre a opção escolhida como sobre a descartada. Nessa discussão, não considere nada certo ou errado, já que nesse caso não existe uma resposta certa. Os comentários na rede social do *shopping* são tanto de pessoas que investiriam o dinheiro para realizar um sonho ou comprar algo de que realmente necessitam quanto de pessoas que gastariam o dinheiro para ostentar. Esse é o momento oportuno para identificar o posicionamento dos estudantes diante de cada um dos comentários. Se julgar adequado, ajude-os a encontrar outras possibilidades que não foram apontadas nos comentários.
- Resolução do item a de Calcule:

  **a)** Despesas extras: $1000 + 1500 + 2500 = 5000$

  O dinheiro que Luís recebeu pelo prêmio não foi suficiente.
- Ao discutir as consequências das atitudes descritas nas situações do *Reflita*, comente com os estudantes sobre compras por ostentação, explicando que isso pode privar as pessoas de coisas de que realmente necessitam. O celular mais caro da loja pode ter recursos não necessários para aquela pessoa, por exemplo. A reflexão sobre as situações descritas e o diálogo dos estudantes com seus pares favorecem o desenvolvimento da competência geral 9 e da competência específica 8 da BNCC, além de ajudar a desenvolver o Tema Contemporâneo Transversal **Educação Financeira** da macroárea **Economia**.

## Atividades de revisão

### Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA06 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Essa seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA06 da BNCC porque são propostas atividades que trabalham a ideia de função como relação de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica.

### Orientações

- Na atividade 5, oriente os estudantes a escrever os termos da seguinte maneira:

$1^{\circ}$ termo: $12 = 12 + (8 \cdot 0)$
$2^{\circ}$ termo: $12 + 8 = 12 + (8 \cdot 1)$
$3^{\circ}$ termo: $12 + 8 + 8 = 12 + (8 \cdot 2)$

Assim, para o termo $n$ da sequência, a lei da função que relaciona a quantidade de varetas é:
$f(n) = 12 + 8 \cdot (n - 1)$, sendo $n$ um número natural.

- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com "sim", "às vezes" ou "não".

Eu...
... sei construir a lei de formação para uma função a partir de uma situação-problema?
... compreendo a lei de formação de uma função e suas variáveis?
... sei representar pontos no plano cartesiano?
... reconheço o gráfico de uma função?
... identifico a lei de formação de uma função a partir de seu gráfico?
... reconheço o gráfico de uma função a partir de sua lei de formação?
... sou capaz de diferenciar os gráficos de funções dos gráficos que não são funções?
... sei construir o esboço para o gráfico de uma função a partir de sua lei de formação?
... cuido do meu material escolar?
... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?
... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?
... tenho facilidade para compreender os conteúdos?
... realizo as tarefas propostas?

## Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Em uma caixa-d'água inicialmente vazia, uma torneira gotejando despeja 15 L de água por minuto.

a) Complete o quadro que relaciona a medida de tempo e a quantidade de água na caixa. **1.** Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

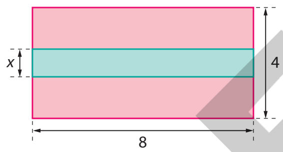
| Medida de tempo $t$ (em minuto) | 1 | 2 | 3 | 5 | 10 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantidade $c$ de água (em litro) | | | | | | |

MODELO

b) A quantidade de água que há na caixa-d'água é função da medida de tempo? Em caso afirmativo, escreva a lei dessa função.

c) Sabendo que a medida de capacidade da caixa-d'água é 1 800 L, determine a medida de tempo que a torneira levará para enchê-la.

**2.** Um retângulo de medidas de comprimento 4 e 8 foi dividido conforme a figura.




A medida de comprimento $x$ pode variar de 0 a 4 e, consequentemente, a medida da área da região rosa $y$ varia em função da medida de comprimento indicada por $x$. **2. a)** $y = 32 - 8x$, em que $x$ é um número real entre 0 e 4.

a) Qual é a lei da função que fornece a medida da área da região rosa?

b) Determine a medida da área da região rosa para $x = 1$. **2. b)** 24

**3.** Analise e identifique o gráfico correspondente à função $f(x) = x + 1$. **3.** gráfico I

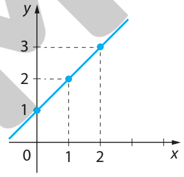


Gráfico I

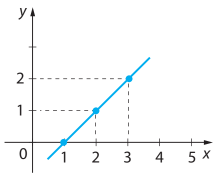


Gráfico II

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**4.** Em um Festival de Cinema, a equipe organizadora está oferecendo duas formas de compra de bilhetes. **4.** Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

- *Bilhete especial*: R$ 144,00, com direito a assistir a quantos filmes quiser.
- *Bilhete normal*: R$ 12,00 para assistir a cada filme.

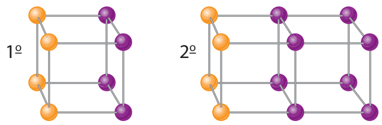
a) O preço do bilhete é função do tipo de bilhete. Indicando por $x$ a quantidade de filmes a que uma pessoa vai assistir, escreva a lei da função em cada caso.

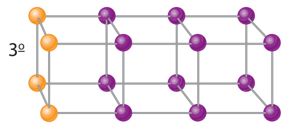
b) Em que situação será mais econômico o bilhete especial? E o bilhete normal?

**5.** Observe como Marco encontrou a lei da função que rege a sequência 3, 5, 7, 9, ...

$1^{\circ}$ termo: 3
$2^{\circ}$ termo: $5 = 3 + 2$
$3^{\circ}$ termo: $7 = 3 + 2 + 2 = 3 + 2 \cdot 2$
$4^{\circ}$ termo: $9 = 3 + 2 + 2 + 2 = 3 + 3 \cdot 2$
...
enésimo termo: $3 + \underbrace{2 + 2 + \ldots + 2}_{(n-1) \cdot 2} =$
$= 3 + (n - 1) \cdot 2$ ou $3 + 2(n - 1)$
Então, a lei da função que rege essa sequência é:
$f(n) = 3 + 2(n - 1)$, para $n$ natural maior que zero.

Agora, junte-se a um colega e observem a sequência construída com varetas.




- Escrevam a lei da função que fornece a quantidade de varetas do termo $n$ dessa sequência. **5.** $f(n) = 12 + (n - 1) \cdot 8$, em que $n$ é um número natural maior que zero.





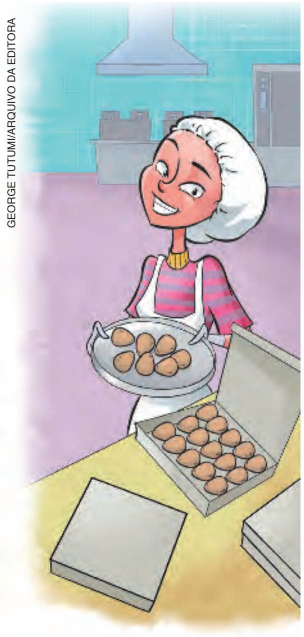
**(EF09MA06)** Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

CAPÍTULO 9

Os *links* expressos nesta coleção podem estar indisponíveis após a data de publicação deste material.

# Função afim

**Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:**
EF09MA06
EF09MA07
EF09MA08
EF09MA20


GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA



## 1 Função afim

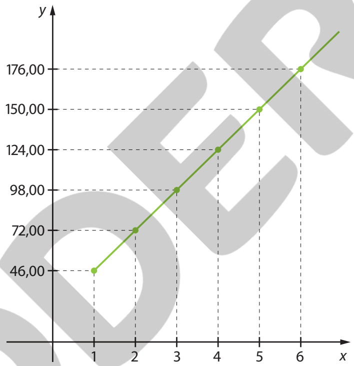
Fernanda vende salgadinhos para festas. Ela cobra R$ 26,00 por quilograma de salgadinho mais R$ 20,00 de taxa de entrega. O pedido mínimo é de 1 quilograma.

O preço ($y$) da encomenda é função da medida de massa ($x$) dos salgadinhos, em quilograma, e pode ser expresso por:

$y = 26{,}00 \cdot x + 20{,}00$, em que $x$ é um número real positivo maior ou igual a 1.

Observe, no quadro, o valor a ser pago por algumas medidas de massa de salgadinhos e, no gráfico, a representação dos pontos correspondentes.

| Medida de massa de salgadinhos (em quilograma) | Preço a pagar (em real) |
|---|---|
| $x$ | $y = 26{,}00 \cdot x + 20{,}00$ |
| 1 | 46,00 |
| 2 | 72,00 |
| 3 | 98,00 |
| 4 | 124,00 |
| 5 | 150,00 |
| 6 | 176,00 |



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Note que os pontos do gráfico estão alinhados, pois, sempre que $x$ aumenta uma unidade, o valor de $y$ aumenta 26 unidades. Como $x$ pode assumir qualquer valor real maior ou igual a 1, o gráfico dessa função é uma linha contínua, que começa no ponto (1, 46) e prolonga-se indefinidamente no sentido ascendente. O gráfico dessa função é uma semirreta.

Note que a lei $y = 26{,}00 \cdot x + 20{,}00$ é do tipo $y = ax + b$, em que $a$ e $b$ são números reais.

**Função afim** é toda função cuja lei pode ser escrita na forma $y = ax + b$, em que $a$ e $b$ são números reais e $x$ pode ser qualquer número real.



## Função afim

### Objetivos

- Compreender o conceito de função afim pela variação de grandezas interdependentes.
- Reconhecer e construir o gráfico de uma função afim.
- Compreender a ideia de zero de uma função afim e saber encontrá-lo algebricamente e graficamente.
- Analisar o gráfico de uma função afim.
- Reconhecer a forma algébrica e gráfica de uma função linear.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA06 e da competência específica 5 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA06 porque proporciona aos estudantes compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. Além disso, trabalha com a construção de gráficos de funções afins em plano cartesiano no papel, colaborando com o desenvolvimento da competência específica 5.

### Orientações

- Os estudantes devem reconhecer uma função afim por meio da sua forma algébrica e associar sua representação gráfica a uma reta.
- Faça a leitura compartilhada da situação inicial com a turma. Reproduza o quadro com a relação entre a medida de massa de salgadinhos (em quilograma) e o preço a pagar (em real) no quadro e peça aos estudantes que insiram outras linhas nele.
- É importante enfatizar que em $y = 26{,}00 \cdot x + 20{,}00$, $x$ é um número real maior ou igual a 1 (1 kg é o pedido mínimo) porque indica a medida de massa de salgadinhos (em quilograma).

**(EF09MA06)** Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

**Competência específica 5:** Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

• É esperado que os estudantes percebam a aplicação prática do conceito de função afim ao resolver as atividades propostas.

• Na atividade **2**, os estudantes poderão construir um quadro e atribuir valores naturais arbitrários a $x$. Desse modo, descobrirão a quantidade correspondente aos prejuízos e lucros.

| $x$ | $L(x) = 6x - 300$ |
|---|---|
| 0 | $6 \cdot 0 - 300 = -300$ |
| 20 | $6 \cdot 20 - 300 = -180$ |
| 50 | $6 \cdot 50 - 300 = 0$ |
| 65 | $6 \cdot 65 - 300 = 90$ |

Portanto, para obter lucro de 90 reais, Beatriz precisa vender 65 sorvetes.

• Na atividade **4**, antes de responder ao item **a**, os estudantes devem descobrir qual é a lei da função descrita no enunciado. Incentive-os a falar como seria a função enquanto você escreve no quadro e questione-os, mesmo que estejam corretos, para ajudá-los a desenvolver a argumentação.

A função que relaciona o custo da ligação ($c$), em real, com a medida de tempo ($t$) de conversação, em minuto, é: $c(t) = 1{,}2t$. Descoberta a lei da função afim, vamos resolver os itens **a** e **b**:

**a)** Se $t = 10$, basta calcular:
$c(10) = 1{,}2 \cdot 10 = 12$.
Da mesma maneira, $c(30) = 1{,}2 \cdot 30 = 36$.
Assim, o valor a ser pago por 10 minutos é de R$ 12,00 e por meia hora é de R$ 36,00.

**b)** Empregando a função descrita anteriormente, agora com $c(t) = 24$, devemos calcular o valor correspondente a $t$:

$$24 = 1{,}2t \Rightarrow t = \frac{24}{1{,}2} = 20$$

Portanto, a ligação durou 20 minutos.

**Exemplos**

As leis a seguir representam funções afins.

- $y = 2x + 1$, em que $a = 2$ e $b = 1$.
- $y = \sqrt{3}x - 7$, em que $a = \sqrt{3}$ e $b = -7$.
- $y = -5x$, em que $a = -5$ e $b = 0$.
- $y = \frac{x-1}{2}$. Essa lei pode também ser escrita assim: $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$, com $a = \frac{1}{2}$ e $b = -\frac{1}{2}$.
- $y = -7 + x$. Essa lei pode ser escrita assim: $y = x - 7$, com $a = 1$ e $b = -7$.
- $y = -10$, em que $a = 0$ e $b = -10$. Em casos como esse, em que $a = 0$, chamamos a função afim de **função constante**.

**Observação**

Já as leis a seguir não representam funções afins, pois não podem ser escritas na forma $y = ax + b$, com $a$ e $b$ reais.

- $y = x^2 - 1$
- $y = \frac{1}{x} + 1$

**1.** Representam funções afins as expressões dos itens **a**, **b** e **d**.
**1. a)** $a = 5$, $b = -8$ **1. b)** $a = \sqrt{2}$, $b = 0$ **1. d)** $y = 6x + 3$, $a = 6$, $b = 3$

**4. c)** Sim, pois a cada medida de tempo de duração de uma ligação está associado um único valor.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**3. a)** Sendo $y$ o valor do aluguel e $x$ o número de dias, a lei é: $y = 80x + 20$.

**1.** Considerando que $x$ pode ser qualquer número real, simplifique, quando necessário, cada lei de função e descubra quais delas representam funções afins. (Identifique os coeficientes $a$ e $b$.)

a) $y = 5x - 8$
b) $y = \sqrt{2}x$
c) $y = (x + 2)^2 + (x - 1)^2$
d) $y = (x + 2)^2 - (x - 1)^2$

**2.** Beatriz é gerente de uma sorveteria. O lucro ($L$) das vendas da sorveteria é dado por uma função cuja lei é $L(x) = 6x - 300$, em que $x$ é a quantidade de sorvetes vendidos por dia.

Quantos sorvetes precisam ser vendidos para a sorveteria obter lucro de R$ 90,00? **2.** 65 sorvetes

**3.** Duas amigas saem de férias no mesmo período e decidem alugar um carro para fazer uma viagem. O aluguel corresponde a um valor fixo de R$ 20,00 mais R$ 80,00 por dia.

ARTISTICCO/SHUTTERSTOCK

a) Qual é a lei da função afim que relaciona o preço a ser pago pelo aluguel com os dias em que elas permanecerão com o carro?
b) Que valor elas pagarão se alugarem o carro por uma semana? **3. b)** R$ 580,00 **3. c)** 4 dias
c) Se elas reservaram R$ 340,00 para esse gasto, poderão alugar o carro por quantos dias?

**5. b)** Sendo $y$ a medida de capacidade de água na piscina e $x$ a medida de tempo de esvaziamento, em minuto, a sentença é: $y = 1\,500 - 20x$.

**4.** Uma empresa de telefonia anuncia ligações em regiões fora da cobertura a R$ 1,20 por minuto.

a) Quanto custa uma ligação com duração de 10 minutos? E uma de meia hora? **4. a)** R$ 12,00; R$ 36,00
b) Se determinada ligação custou R$ 24,00, qual foi sua duração? **4. b)** 20 min
c) A relação entre a duração de uma ligação e seu custo pode ser considerada uma função? Justifique.

**5.** Uma piscina com medida de capacidade de 1 500 L de água será esvaziada, para limpeza, na vazão com medida de 20 L por minuto. **5. a)** 900 L

a) Após 30 minutos do início do esvaziamento, quantos litros de água ainda haverá na piscina?
b) Qual é a função afim que relaciona a medida de capacidade de água na piscina com a medida de tempo de esvaziamento?
c) Quanto tempo levará para a piscina ser esvaziada completamente? **5. c)** 75 min

**6.** No anúncio de uma loja de instrumentos musicais está escrito que o preço de qualquer instrumento terá 10% de desconto se o pagamento for à vista.

a) Faça um quadro com alguns valores $x$ (que você irá supor) dos instrumentos e o preço $y$ pago com desconto. **6. b)** $y = 0{,}9x$, com $x > 0$
b) Qual é a função afim que relaciona $x$ com $y$?
c) Quanto uma pessoa pagará, à vista, por um instrumento que custa R$ 700,00? **6. c)** R$ 630,00

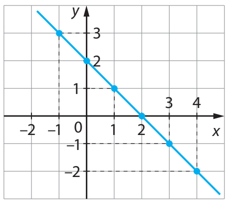
**6. a)** Exemplo de resposta:

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 300 | 270 |
| 500 | 450 |

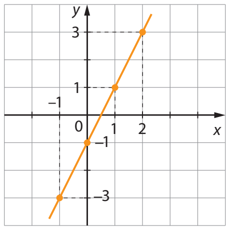
## Gráfico da função afim

Observe os gráficos das funções afins abaixo, lembrando que $x$ pode assumir qualquer valor real.

| $f(x) = -x + 2$ | |
|---|---|
| $x$ | $f(x)$ |
| $-1$ | $3$ |
| $0$ | $2$ |
| $1$ | $1$ |
| $2$ | $0$ |
| $3$ | $-1$ |
| $4$ | $-2$ |




| $g(x) = 2x - 1$ | |
|---|---|
| $x$ | $g(x)$ |
| $-1$ | $-3$ |
| $0$ | $-1$ |
| $1$ | $1$ |
| $2$ | $3$ |



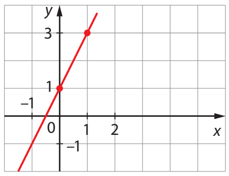

O gráfico de uma função afim sempre é uma reta não perpendicular ao eixo $x$.

É possível traçar o gráfico de uma função afim conhecendo apenas dois pontos.

### Gráficos de funções afim crescente, decrescente ou constante

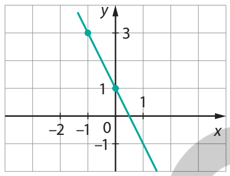
Observe os gráficos das funções a seguir.

| $f(x) = 2x + 1$ | |
|---|---|
| $x$ | $f(x)$ |
| $0$ | $1$ |
| $1$ | $3$ |



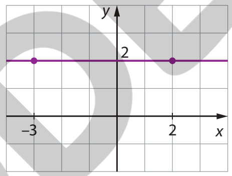

Aumentando o valor de $x$, o valor de $f(x)$ aumenta; por isso, dizemos que a função é **crescente**. Note que, na lei $f(x) = 2x + 1$, temos $a = 2$.

| $g(x) = -2x + 1$ | |
|---|---|
| $x$ | $g(x)$ |
| $-1$ | $3$ |
| $0$ | $1$ |




Aumentando o valor de $x$, o valor de $g(x)$ diminui; por isso, dizemos que a função é **decrescente**. Note que, na lei $g(x) = -2x + 1$, temos $a = -2$.

| $h(x) = 2$ | |
|---|---|
| $x$ | $h(x)$ |
| $-3$ | $2$ |
| $2$ | $2$ |




Aumentando ou diminuindo o valor de $x$, o valor de $h(x)$ não se altera; por isso, dizemos que a função é **constante**. Nesse caso, o gráfico coincide com o eixo $x$ ou é paralelo a ele. Note que, na lei $h(x) = 2$, temos $a = 0$ e $b = 2$.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Para toda função com lei do tipo $y = ax + b$:

- quando $a$ é positivo ($a > 0$), a função é **crescente**;
- quando $a$ é negativo ($a < 0$), a função é **decrescente**;
- quando $a$ é igual a zero ($a = 0$), a função é **constante**.







- É importante os estudantes compreenderem que o gráfico de uma função afim é uma reta não perpendicular ao eixo $x$. Questione-os sobre o porquê de a reta que representa o gráfico da função afim não ser perpendicular ao eixo $x$. Espera-se que eles respondam que, se a reta for perpendicular ao eixo $x$, ela não representa o gráfico de uma função, pois haveria, para um mesmo $x$, infinitos valores de $y$.
- Chame a atenção dos estudantes para o fato de ser possível construir o gráfico de uma função afim conhecendo apenas dois de seus pontos, uma vez que são suficientes para determinar uma única reta.
- O estudo da variação de uma função afim exige um pouco mais de reflexão. A análise do gráfico associada à análise de um quadro com vários valores pode contribuir para a compreensão da ideia de função crescente ou decrescente. Incentive os estudantes a reconhecer uma função crescente ou decrescente também observando o gráfico para evitar que essa análise fique restrita à observação do sinal do coeficiente que acompanha a variável independente na função.
- Se julgar conveniente, comente com os estudantes que a demonstração de que o gráfico de uma função afim é uma reta faz parte do conteúdo do Ensino Médio assim como $a$ é chamado coeficiente angular e determinar a declividade (ou inclinação) da reta em relação ao eixo $x$, será aprofundado também no Ensino Médio.

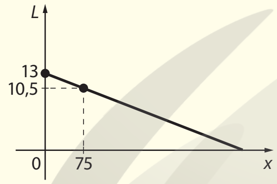
• Na atividade **1**, verifique se os estudantes percebem que em todos os gráficos há pontos correspondentes para $x = 0$ e $x = 1$. Com base nesse dado, eles podem calcular mentalmente quais são os valores de $y$ correspondentes e fazer as associações corretas. Por exemplo, na lei da função em **A**, para $x = 0$, temos $y = -1$. Observando os gráficos, o único que tem o ponto $(0, -1)$ em sua representação gráfica corresponde ao gráfico **IV**.

• Aproveite a atividade **4** e pergunte aos estudantes: "Se considerarmos duas funções cujos gráficos são retas, elas serão sempre paralelas? Quais são outras possibilidades?". Espera-se que digam que as retas podem se cruzar em um ponto (retas concorrentes) ou podem ser coincidentes.

• Ao realizar a atividade **6**, vale destacar para a turma que, conhecendo apenas dois pontos de uma função afim, é possível saber se ela é crescente, decrescente ou constante, observando se, quando o valor de $x$ aumenta:

– o valor de $y$ aumenta (função crescente);
– o valor de $y$ diminui (função decrescente).

• Aproveite o item **b** da atividade **8** e questione os estudantes se a medida de capacidade de um tanque de moto pode ter um valor negativo e se a medida de distância também pode ter valor negativo. Espera-se que eles respondam que não porque as medidas trabalhadas na atividade só podem ser maior ou igual a zero. Dessa maneira, sabendo que $L(0) = 13$ e $L(75) = 10{,}5$, temos:






Portanto, o gráfico dá a ideia de função decrescente.

• É importante que os estudantes compreendam a ideia de zero de uma função afim tanto do ponto de vista algébrico quanto do ponto de vista geométrico.

**Exemplos**

- $f(x) = -\frac{x}{2}$: é decrescente, pois $a < 0$.
- $g(x) = \sqrt{2}x$: é crescente, pois $a > 0$.
- $h(x) = -12$: é constante, pois $a = 0$.

**5. a)** decrescente **5. b)** crescente **5. c)** decrescente **5. d)** constante **5. e)** decrescente **5. f)** constante **5. g)** crescente **5. h)** crescente

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Associe a lei da função ao respectivo gráfico.
**1.** A – IV; B – III; C – II; D – I

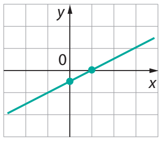
A $y = 2x - 1$

B $y = \frac{1}{2}x$

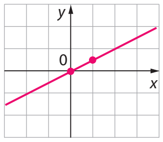
C $y = 4x$

D $y = \frac{x-1}{2}$

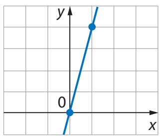
I



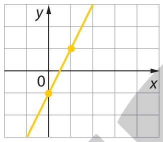

III




II




IV

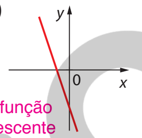



**2.** Construa o gráfico de cada função.
**2.** Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

a) $y = x + 2$
b) $y = -1 - 2x$
c) $y = 2x$
d) $y = x + 1$

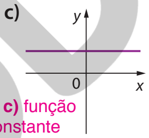
**3.** Observe os gráficos e classifique as funções correspondentes a eles em crescente, decrescente ou constante.

a)



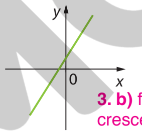

**3. a)** função decrescente

c)



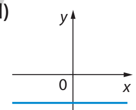

**3. c)** função constante

b)




**3. b)** função crescente

d)




**3. d)** função constante



**4.** Construa em um mesmo sistema cartesiano o gráfico das funções $f(x) = 2x$, $g(x) = 2x + 3$ e $h(x) = 2x - 3$.

- O que se pode concluir sobre os gráficos de $f$, $g$ e $h$? **4.** Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

**5.** Classifique cada função em crescente, decrescente ou constante.

a) $f(x) = -4x + 11$
b) $g(x) = 8x + 1$
c) $h(x) = -x - 4$
d) $m(x) = -\frac{1}{4}$
e) $f(x) = -3x$
f) $g(x) = 8$
g) $h(x) = 7x$
h) $f(x) = \frac{x}{2}$

**6.** Responda.

a) A reta que passa pelos pontos (2, 7) e (–1, –1) é gráfico de uma função crescente ou decrescente? **6. a)** crescente

b) A reta que passa pelos pontos (1, 1) e (2, –3) é gráfico de uma função crescente ou decrescente? **6. b)** decrescente

**7.** Observe os gráficos construídos anteriormente e responda às questões.

a) O gráfico de uma função afim corta o eixo $y$ em quantos pontos? **7. a)** em um único ponto

b) Se uma função é dada por $f(x) = -x + 5$, em que ponto o gráfico corta o eixo $y$? E se a função fosse $g(x) = 2x - 3$? **7. b)** (0, 5); (0, –3)

c) Dada uma função afim $y = ax + b$, qual é o ponto de intersecção do gráfico com o eixo $y$? **7. c)** $(0, b)$

**8.** Roberto abasteceu sua moto em um posto de gasolina, completando o tanque até a sua medida de capacidade máxima, que é 13 L de combustível. A moto gasta 1 L de gasolina a cada medida de distância de 30 km percorridos. Considerando que Roberto não abastecerá novamente, responda às questões.

a) Após ter percorrido a medida de distância de 75 km, quantos litros de gasolina ainda haverá no tanque? **8. a)** 10,5 L

b) Construa um gráfico para essa situação, com a quantidade de gasolina no tanque ($L$) no eixo vertical e a medida de distância percorrida ($x$) no eixo horizontal. Esse gráfico lembra o de uma função crescente ou decrescente?

c) Para zerar a quantidade de gasolina no tanque, qual medida de distância, em quilômetro, deverá ser percorrida? **8. c)** 390 km

**8. b)** Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

# Informática e Matemática

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**Investigue: a)** Espera-se que os estudantes observem que cada ponto do gráfico de $y = x + 1$ tem ordenada igual a uma unidade a mais que a ordenada do ponto de mesma abscissa no gráfico de $y = x$. Ou seja, o gráfico de $y = x + 1$ é uma reta paralela à reta que é gráfico de $y = x$, pois houve uma translação vertical de 1 unidade para cima.

## Gráfico da função afim

Nesta seção, você vai utilizar um *software* de construção de gráficos para investigar o que ocorre com o gráfico de uma função afim do tipo $y = ax + b$, conforme a variação dos valores de $a$ e $b$.

**Investigue: b)** Espera-se que os estudantes observem que:
- o gráfico de $y = x - 1$ corresponde a uma translação na vertical de uma unidade para baixo do gráfico de $y = x$;
- o gráfico de $y = x + 2$ corresponde a uma translação vertical de 2 unidades para cima do gráfico de $y = x$;
- o gráfico de $y = x + 3$ corresponde a uma translação vertical de 3 unidades para cima do gráfico de $y = x$.

### CONSTRUA

Já vimos que o gráfico de uma função afim é uma reta não perpendicular ao eixo $x$. No *software*, a construção do gráfico de uma função afim pode ser feita de dois modos:

**1º)** Calculamos as coordenadas de dois pontos que pertencem ao gráfico da função e marcamos esses pontos no plano cartesiano. Depois, traçamos a reta que passa por esses pontos.

**2º)** Digitamos a lei da função no campo apropriado e teclamos *Enter*.

**a)** Construa o gráfico de uma função afim crescente qualquer.

**b)** Construa o gráfico de uma função afim decrescente qualquer.

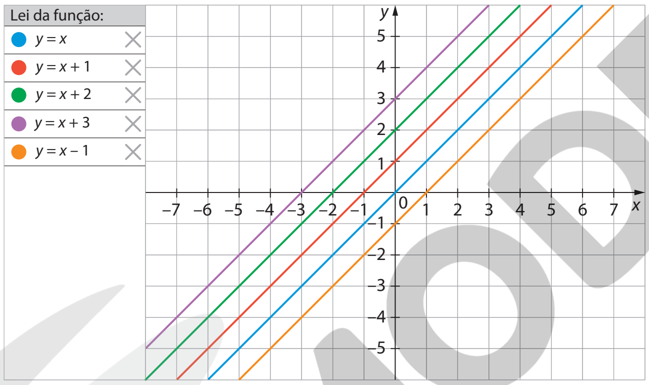
### INVESTIGUE

Vamos começar investigando o que ocorre com o gráfico de uma função afim do tipo $y = x + b$, conforme a variação do valor de $b$.

**a)** Em um mesmo plano cartesiano, construa o gráfico das funções $y = x$ e $y = x + 1$. O que você observou?

**b)** No mesmo plano cartesiano do item **a**, construa o gráfico das funções $y = x - 1$, $y = x + 2$ e $y = x + 3$. Depois, compare o gráfico dessas funções com o gráfico de $y = x$. O que você observou?

**Investigue: c)** Os estudantes devem responder que a investigação anterior sugere que a reta que é gráfico de uma função afim do tipo $y = x + b$ corresponde a uma translação vertical de $b$ unidades para cima (se $b > 0$), ou para baixo (se $b < 0$) do gráfico de $y = x$.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**Investigue: d)** Espera-se que os estudantes observem que cada ponto do gráfico de $y = 2x$ tem ordenada igual ao dobro daquela do ponto de mesma abscissa no gráfico de $y = x$.

**c)** O que a investigação anterior sugere em relação à posição da reta que é gráfico de uma função afim do tipo $y = x + b$, em que $b$ é qualquer número real e a reta que é gráfico de $y = x$?

Vamos agora investigar o que ocorre com o gráfico de uma função afim do tipo $y = ax$ conforme variamos o valor de $a$.

**d)** Em um mesmo plano cartesiano, construa o gráfico das funções $y = x$ e $y = 2x$. O que você observou?

**e)** No mesmo plano cartesiano do item **d**, construa o gráfico das funções $y = \frac{1}{3}x$, $y = \frac{1}{2}x$ e $y = 3x$. Depois, compare o gráfico dessas funções com o gráfico de $y = x$. O que você observou?

**Investigue: e)** Espera-se que os estudantes observem que cada ponto do gráfico de $y = \frac{1}{2}x$, $y = \frac{1}{3}x$ e $y = 3x$ tem ordenada igual à metade, à terça parte e ao triplo, respectivamente, daquela do ponto de mesma abscissa no gráfico de $y = x$.







## Informática e Matemática

### Objetivos

- Compreender como o gráfico de uma função afim do tipo $y = ax + b$ se comporta quando variamos os valores de $a$ e $b$.
- Favorecer o desenvolvimento da competência geral 5 e das competências específicas 2, 4 e 5 da BNCC.

### Orientações

- Esta atividade contribui para o desenvolvimento da competência específica 4, uma vez que propõe a observação sistemática de modo a estimular a análise, a inferência e a descrição de relações que podem ser observadas entre as variáveis.
- Em *Construa*, os estudantes terão a oportunidade de construir o gráfico da função afim de dois modos diferentes: por meio de dois de seus pontos e digitando a lei da função. Oriente-os a utilizar as ferramentas adequadas e proponha questionamentos sobre as características dos gráficos construídos, como inclinação e intersecção com os eixos.
- Em *Investigue*, os estudantes poderão observar como o gráfico de uma função afim do tipo $y = ax + b$ se comporta quando variamos os valores de $a$ e $b$.
- Nesta seção, o *software* de contrução de gráficos é utilizado de forma crítica, significativa e reflexiva, favorecendo o desenvolvimento da competência geral 5 e da competência específica 5 da BNCC. Além disso, o encaminhamento da seção visa desenvolver o raciocínio lógico e o espírito investigativo, o que favorece o desenvolvimento da competência específica 2 da BNCC.

**Competência geral 5:** Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

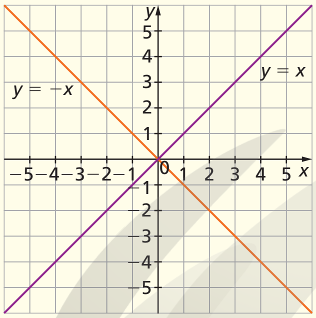
**Competência específica 2:** Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

**Competência específica 4:** Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

**Competência específica 5:** Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

- Em um primeiro momento, o objetivo é que os estudantes percebam que a reta que é gráfico de uma função afim do tipo $y = x + b$ corresponde a uma translação vertical de $b$ unidades para cima (se $b > 0$) ou para baixo (se $b < 0$) do gráfico de $y = x$. Após chegarem a essas conclusões, peça que construam o gráfico de funções afins do tipo $y = x + b$ a partir do gráfico de $y = x$.
- Em um segundo momento, o objetivo é que os estudantes percebam o que acontece com o gráfico de uma função afim do tipo $y = ax$ quando variamos o valor de $a$. Durante a investigação por parte dos estudantes, proponha os seguintes questionamentos: "Esses gráficos têm algum ponto em comum? Qual? O que acontece com o gráfico quando o coeficiente de $x$ aumenta? E quando esse coeficiente, embora positivo, diminui? Qual é a relação entre o sinal de $a$ e a variação (crescente ou decrescente) da função?". Nesse momento, é possível que os estudantes empreguem uma linguagem não formal para justificar suas respostas para essas questões.
- No item **f**, Espera-se que os estudantes observem que os gráficos dessas funções são simétricos em relação ao eixo $y$.

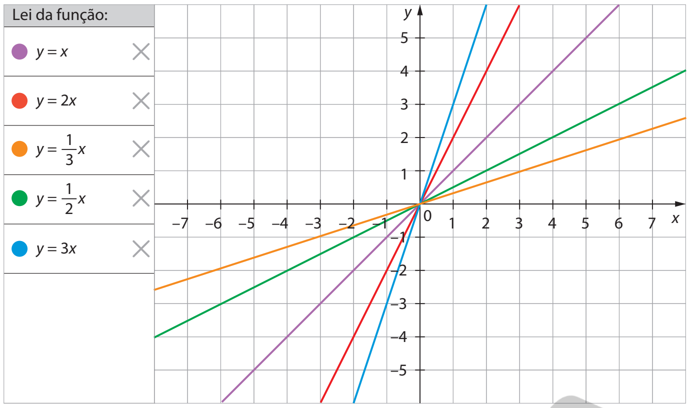
Resposta do item **f**:




▸ **Informática e Matemática**

Lembre-se:
Escreva no caderno!

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA




**f)** Em um mesmo plano cartesiano, construa os gráficos de $y = x$ e $y = -x$. O que você observou?

**g)** Dê três exemplos de pares de funções afins cujos gráficos sejam simétricos em relação ao eixo $y$.

**h)** Observe abaixo como Luana fez para construir o gráfico de $y = 2x + 1$ com base no gráfico de $y = x$.

**Investigue: h)** Respostas em *Orientações*.

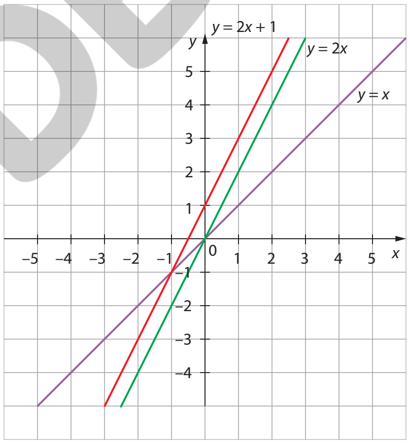
MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

- Primeiro construí o gráfico da função $y = x$.
- Depois, construí o gráfico da função $y = 2x$.
- Por último, construí o gráfico de $y = 2x + 1$, que corresponde a uma translação vertical de 1 unidade para cima do gráfico de $y = 2x$.

**Investigue: f)** Resposta e comentário em *Orientações*.

**Investigue: g)** Exemplo de resposta:
$y = 2x$ e $y = -2x$; $y = 3x$ e $y = -3x$; $y = \frac{1}{2}x$ e $y = -\frac{1}{2}x$

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

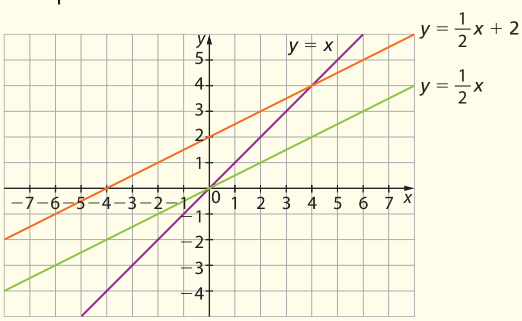


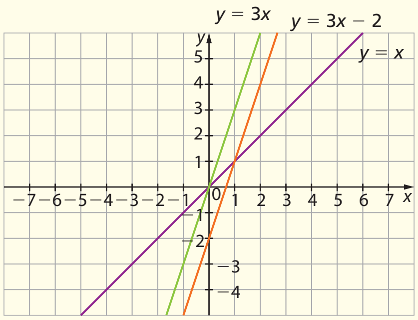

- Agora, faça como Luana e construa os gráficos de $y = \frac{1}{2}x + 2$ e $y = 3x - 2$ com base no gráfico de $y = x$.

220



- Resposta do item **h**:




ILUSTRAÇÕES: ERICKSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Lembre-se:
Escreva no caderno!

## Zero da função afim

Em toda função *f*, cada valor de *x*, em que $f(x) = 0$, é chamado de **zero da função**.

O zero de uma função afim de lei $y = ax + b$, com $a \neq 0$, é único e pode ser determinado resolvendo a equação $ax + b = 0$, em que a letra $x$ é a incógnita. Resolvendo essa equação, obtemos $x = -\frac{b}{a}$.

Vamos determinar o zero da função $f(x) = 2x - 1$.

Quando $f(x) = 0$, temos:

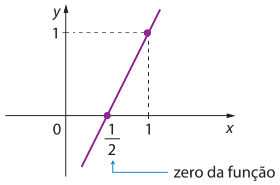
$$2x - 1 = 0$$
$$2x = 1$$
$$x = \frac{1}{2}$$

Portanto, o zero dessa função é $\frac{1}{2}$.

Graficamente, o zero de uma função afim $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$, é a **abscissa** do ponto de intersecção do gráfico da função com o eixo $x$.

Observe o gráfico da função $f(x) = 2x - 1$:

| $x$ | $f(x)$ |
|---|---|
| 1 | 1 |
| $\frac{1}{2}$ | 0 |




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA


JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

**Para pensar**

Será que uma função afim apresenta sempre um zero ou existe alguma função afim que não apresenta zero? **Para pensar:** Quando a função é constante e $b \neq 0$, ela não apresenta zero.





- Ao estudar este assunto, é importante que os estudantes compreendam a ideia de zero de uma função afim tanto do ponto de vista algébrico quanto do ponto de vista geométrico.
- No boxe *Para pensar*, espera-se que o questionamento proposto leve os estudantes a concluir que, quando a função é constante e $b \neq 0$, ela não apresenta zero. Incentive-os a justificar essa afirmação algébrica e graficamente.

221

• Durante a resolução das atividades, verifique se os estudantes têm dúvidas sobre o que significa a representação gráfica de uma função cruzar o eixo *x* ou cruzar o eixo *y*. Na primeira, temos o zero da função, ou seja, o valor de *x* para o qual $f(x) = 0$; na segunda, temos o valor do termo independente (ou coeficiente linear), ou seja, o valor de *y* para o qual $x = 0$. Não é necessário cobrar dos estudantes o conhecimento e a familiaridade com essa nomenclatura.

• A análise do gráfico da função afim exige um pouco mais de reflexão, de modo que os estudantes talvez sintam alguma dificuldade para relacionar as variáveis *x* e *y*. No caso de isso acontecer, pode-se mencionar que duas leituras devem ser feitas: *y*, na vertical, e *x*, na horizontal.

• No boxe *Para pensar*, espera-se que os estudantes não tenham dificuldade em responder à pergunta e que concluam, observando o gráfico, que o agricultor terá prejuízo para valores menores que 134, pois a função $f(x) < 0$, e que ele terá lucro para valores maiores de 134, pois $f(x) > 0$. Se julgar conveniente, pergunte aos estudantes por que no gráfico da função não aparecem valores para $x < 0$. Espera-se que eles respondam que não existe medida de massa com valores negativos.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Determine o zero das funções considerando que *x* pode assumir qualquer valor real.

**a)** $y = -7x - 3$ **1. a)** $-\frac{3}{7}$ **b)** $y = x + \frac{5}{3}$ **1. b)** $-\frac{5}{3}$ **c)** $y = 6x - 1$ **1. c)** $\frac{1}{6}$ **d)** $y = \frac{1 - x}{3}$ **1. d)** 1

**2.** Construa o gráfico da função $f(x) = -4x + \frac{1}{4}$ e com base nele determine o zero dessa função.
**2.** Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

**3.** O quadro abaixo foi usado na construção do gráfico de uma função. Descubra o zero dessa função e o ponto em que o gráfico passa pelo eixo *y*. **3.** zero da função: 1; ponto que passa pelo eixo *y*: (0, 2)

| *x* | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| *y* | 6 | 4 | 2 | 0 | –2 |

**4.** Identifique as duas funções que determinam gráficos que se cruzam em um mesmo ponto no eixo *x*. **4.** alternativas **a** e **c**

**a)** $y = 2x + 2$ **b)** $y = 2x - 2$ **c)** $y = x + 1$ **d)** $y = 3x + 6$

**5.** Corrija a afirmação a seguir.

- O zero da função *f*, em que $f(x) = 4x - 12$, é 6. **5.** Exemplo de resposta: o zero da função *f*, em que $f(x) = 4x - 12$, é 3.

**6.** Descubra o valor de *m* de modo que o gráfico da função $f(x) = 3x + m - 2$ corte o eixo *y* no ponto (0, 4). **6.** $m = 6$

**7.** Determine, sem construir gráficos, os pontos em que as funções abaixo cruzam os eixos *x* e *y*.

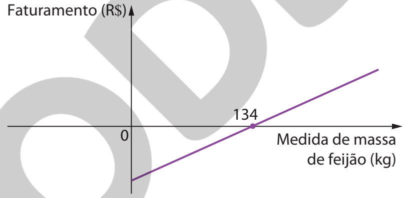
**a)** $f(x) = 2 - \frac{x}{2}$ **7. a)** eixo *x*: (4, 0); eixo *y*: (0, 2)

**b)** $f(x) = 2 - x$ **7. b)** eixo *x*: (2, 0); eixo *y*: (0, 2)

## Análise do gráfico de uma função afim

Em determinadas situações, é interessante analisar o gráfico de uma função. Considere, por exemplo, o gráfico abaixo.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA





JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

O gráfico indica o faturamento de um agricultor de acordo com a medida da massa de feijão que ele vende. No eixo *y*, é representado o faturamento (prejuízo ou lucro); no eixo *x*, é representada a medida de massa de feijão vendida, em quilograma.

**Para pensar**

**Para pensar:** Se a medida de massa de feijão vendida for menor que 134 kg, o agricultor terá prejuízo; se a medida de massa de feijão vendida for maior que 134 kg, o agricultor terá lucro.

De acordo com o gráfico, quais são as condições para que o agricultor tenha prejuízo ou lucro?

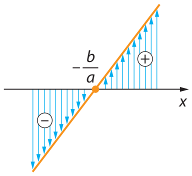
**Observação**

Pela análise do gráfico de uma função afim, de lei $f(x) = ax + b$, em que $a$ e $b$ são números reais e $x$ pode ser qualquer número real, podemos estudar seu sinal, ou seja, verificar os valores de $x$ para os quais a função $f$ é positiva, negativa e nula. Vamos separar esse estudo em dois casos, considerando se a função é crescente ou decrescente.

## Função crescente

Para o estudo de sinais, não precisamos construir o gráfico da função. Basta fazer um esboço indicando o zero da função e se ela é crescente ou decrescente.

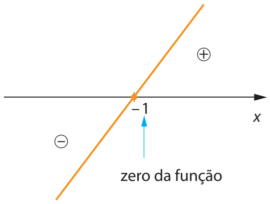
Assim, considerando uma função $f(x) = ax + b$, com $a > 0$:




- para $x = -\frac{b}{a}$, com $a \neq 0$, $f(x) = 0$;
- para $x > -\frac{b}{a}$, com $a \neq 0$, $f(x) > 0$;
- para $x < -\frac{b}{a}$, com $a \neq 0$, $f(x) < 0$.

Vamos, por exemplo, analisar o gráfico da função $f(x) = 2x + 2$.

A função é crescente. Pelo esboço, verificamos que:



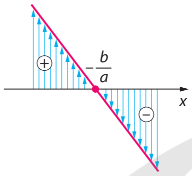

- para $x = -1$, $f(x) = 0$;
- para $x > -1$, $f(x) > 0$;
- para $x < -1$, $f(x) < 0$.

Portanto, a função é nula para $x = -1$, positiva para $x > -1$ e negativa para $x < -1$.


JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

## Função decrescente

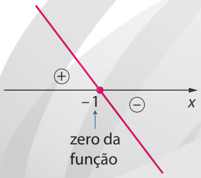
Considerando uma função $f(x) = ax + b$, com $a < 0$:




- para $x = -\frac{b}{a}$, com $a \neq 0$, $f(x) = 0$;
- para $x > -\frac{b}{a}$, com $a \neq 0$, $f(x) < 0$;
- para $x < -\frac{b}{a}$, com $a \neq 0$, $f(x) > 0$.

Vamos, por exemplo, analisar o gráfico da função $f(x) = -2x - 2$.

A função é decrescente. Pelo esboço, verificamos que:




- para $x = -1$, $f(x) = 0$;
- para $x > -1$, $f(x) < 0$;
- para $x < -1$, $f(x) > 0$.

Portanto, a função é nula para $x = -1$, é negativa para $x > -1$ e é positiva para $x < -1$.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA





- Caso os estudantes tenham dificuldades no entendimento do estudo do sinal de uma função afim, seja por falta de compreensão da ideia, seja porque se restringem apenas ao registro algébrico, incentive-os a utilizar diferentes registros de representação da mesma função ao estudar seu sinal. É de grande valia, também, propor problemas em que haja necessidade de estudar quando uma função é positiva, negativa ou nula.

223

- Respostas da atividade **2**:

**a)** Para $x = \frac{3}{7}$, $f(x) = 0$; para $x > \frac{3}{7}$, $f(x) > 0$; para $x < \frac{3}{7}$, $f(x) < 0$.

**b)** Para $x = 8$, $f(x) = 0$; para $x > 8$, $f(x) < 0$; para $x < 8$, $f(x) > 0$.

**c)** Para $x = -\frac{1}{5}$, $f(x) = 0$; para $x > -\frac{1}{5}$, $f(x) > 0$; para $x < -\frac{1}{5}$, $f(x) < 0$.

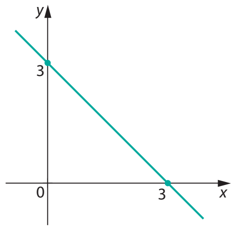
**d)** Para $x = 0$, $f(x) = 0$; para $x > 0$, $f(x) < 0$; para $x < 0$, $f(x) > 0$.

- Como a atividade **4** admite diferentes respostas em cada item, é importante que os estudantes tenham a oportunidade de comparar suas respostas com as de dois ou mais colegas. Também vale destacar que eles podem conferir essas respostas substituindo os valores adequados nas funções encontradas ou esboçando seus gráficos.
- Na atividade **7**, é importante acolher os contextos trazidos pelos estudantes na elaboração do problema, considerando o repertório, as culturas juvenis e os diferentes interesses deles.
- Nesta página, os estudantes terão a oportunidade de estudar um caso particular de função afim: a função linear. É importante que percebam que a função linear é uma função do tipo $y = ax$, em que $a$ é um número real diferente de zero, e que o gráfico desse tipo de função é uma reta que passa pela origem do plano cartesiano.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Observe o gráfico da função $f(x) = -x + 3$.




1. a) $x = 3$ 1. b) $x < 3$ 1. c) $x > 3$

**a)** Para que valor de $x$ o valor de $f(x)$ é 0?

**b)** Para que valores de $x$ temos $f(x) > 0$?

**c)** Para que valores de $x$ temos $f(x) < 0$?

**2.** Determine os valores reais de $x$ para os quais a função $f$ tem valores de $f(x)$ positivos, negativos e nulos. 2. Respostas em *Orientações*.

**a)** $f(x) = 7x - 3$

**b)** $f(x) = -x + 8$

**c)** $f(x) = 5x + 1$

**d)** $f(x) = -\frac{x}{3}$

**3.** Considere a função constante cuja lei é $f(x) = b$, em que $b$ é um número real.

Para quais valores reais de $x$ o valor de $f(x)$ é maior que 0? E menor que 0?

3. Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

**4.** Escreva a lei de três funções afins que tenham as seguintes características:

- para $x = -\frac{1}{2}$, $f(x) = 0$;
- para $x < -\frac{1}{2}$, $f(x) < 0$.

4. Exemplo de resposta:
$y = x + \frac{1}{2}$
$y = 6x + 3$
$y = 10x + 5$

**5.** Sabe-se que o lucro (ou o prejuízo) de uma empresa com a produção de $x$ peças é dado pela lei da função $f(x) = 50x - 500$, com $x \in \mathbb{N}$. Quantas peças precisam ser produzidas, no mínimo, para que essa empresa tenha lucro? 5. 11 peças

**6.** Considere a lei de uma função $f(x) = ax + b$, em que $a$ e $b$ são números reais e $x$ pode ser qualquer número real. Se os pontos (1, 2) e (−1, 0) pertencem ao gráfico de $f$, então $f(x) > 0$ para: 6. alternativa d

**a)** $x > 0$

**b)** $x > -\frac{1}{2}$

**c)** $x > 1$

**d)** $x > -1$

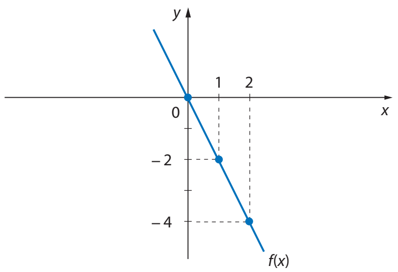
**7.** Com base na função $f(x) = 3x + 1$, elabore um problema e dê para um colega resolver. Depois, verifique se a resposta está correta. 7. Resposta pessoal.

### Função linear

Vimos na página 217 um caso particular da função afim: a função constante ($y = b$, para qualquer $b$ real). Agora vamos estudar outro caso particular da função afim: a **função linear**. Sua lei é $y = ax$, para qualquer $a$ real diferente de zero.

Como todo gráfico de função afim, o gráfico da função linear também é uma reta, com a particularidade de sempre passar pelo ponto (0, 0).

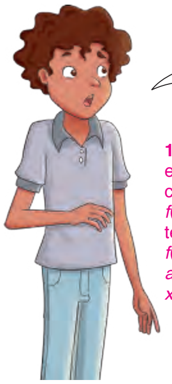
Observe, abaixo, o gráfico da função linear $f(x) = -2x$.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**ATIVIDADES** — FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Observe a afirmação de Mário.




DANILLO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

**1.** Espera-se que os estudantes concordem com Mário, pois, para $f(x) = ax$, com $a \neq 0$, temos:
$f(x) = 0$
$ax = 0$
$x = 0$

- Você concorda com ele? Justifique sua resposta.

**2.** A medida do perímetro $y$ de um hexágono regular pode ser escrita em função da medida de comprimento $x$ de seu lado. **2.** $y = 6x$, com $x > 0$
Qual é a lei que relaciona os valores de $y$ e de $x$?

**3.** Em um restaurante em que se vende comida por quilograma, a balança é programada para calcular o preço a ser pago. O quilograma da comida custa R$ 30,00. **3. a)** $y = 30x$, com $x > 0$

a) Escreva a lei da função que relaciona o preço $y$ que será pago pela medida da massa $x$, em quilograma, de comida pesada.

b) Quanto custarão 600 g de comida nesse restaurante? **3. b)** R$ 18,00

**4.** Qual é a lei da função linear que passa pelo ponto $(-1, 5)$? **4.** $f(x) = -5x$

**5.** A medida de comprimento $C$ de uma circunferência varia em função da medida de comprimento de seu raio $r$ segundo a relação $C = 2\pi r$. Sabendo disso, reproduza o quadro no caderno e complete-o.

| $r$ | 1 | 2 | 3 | | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| $C$ | $2\pi$ | | $6\pi$ | $10\pi$ | |

MODELO

**5.** Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

**6.** Um automóvel percorre certa medida de distância com medida de velocidade constante de 60 km/h. **6. a)** $y = 60x$, com $x \geqslant 0$

a) Escreva a lei da função que relaciona a medida de distância $y$, em quilômetro, com a medida de tempo $x$, em hora, do percurso.

b) Determine quantos quilômetros o automóvel percorreu depois de 3,5 horas. **6. b)** 210 km

**7.** É política de uma empresa investir 15% de seu lucro anual em benefícios para os funcionários. No ano passado, o lucro foi de R$ 300 000,00, e R$ 45 000,00 foram investidos em uma sala de ginástica para os funcionários.

a) Escreva a lei da função do benefício $b$ em relação ao lucro $L$. **7. a)** $b = 0{,}15 \cdot L$, com $L \geqslant 0$

b) Qual será o valor do benefício para um lucro de R$ 550 000,00? **7. b)** R$ 82 500,00

**8.** Escreva a lei da função que relaciona a medida de comprimento $d$ da diagonal e a medida de comprimento $\ell$ do lado do quadrado.
**8.** $d = \ell\sqrt{2}$, com $\ell > 0$

## 2 Função linear e proporcionalidade

Analise as situações a seguir.

**Situação 1**

A medida de distância $d$, em quilômetro, que um automóvel percorre é dada em função da medida de tempo $t$, em hora. O quadro a seguir mostra como a medida de distância ($d$) varia com a medida de tempo ($t$).

| $t$ (em hora) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $d$ (em quilômetro) | 60 | 120 | 180 | 240 | 300 |



# Função linear e proporcionalidade

## Objetivos

- Representar a proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de uma função linear.
- Compreender o conceito de medida de velocidade média.
- Entender a ideia de escala e sua aplicação em plantas baixas e mapas.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF09MA07 e EF09MA08 e da competência específica 3 da BNCC.

## Habilidades da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA07 ao propor problemas envolvendo a razão entre duas grandezas de espécies diferentes. Já a habilidade EF09MA08 tem o seu desenvolvimento favorecido porque os estudantes poderão resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas, inclusive escalas.

## Orientações

- Este tópico contribui para que os estudantes atribuam significado ao conceito de função linear. Em anos anteriores, de acordo com a BNCC, eles já estudaram como representar a variação entre duas grandezas por meio de quadros e sentenças algébricas. Agora, esse estudo será retomado e ampliado, uma vez que deverão reconhecer que a proporcionalidade direta entre duas grandezas pode ser representada por uma função linear.
- Ao estudar a relação entre o conceito de função linear e a ideia de proporcionalidade, promove-se a integração entre os campos da Álgebra e de Grandezas e medidas. Além disso, é importante destacar que há integração da Matemática com as outras áreas, como Ciências (medida de velocidade média) ou Geografia (densidade demográfica e escala de mapas), o que favorece o desenvolvimento da competência específica 3 da BNCC.

**(EF09MA07)** Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

**(EF09MA08)** Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

**Competência específica 3:** Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

• Enfatize que o fato de uma das grandezas aumentar quando a outra aumenta, ou diminuir quando a outra diminui, não é suficiente para que sejam diretamente proporcionais.

• Nesta página são estudadas duas razões com nomes especiais: medida de velocidade média (razão entre a medida de distância percorrida por um corpo móvel e a medida de tempo que esse corpo gasta para percorrê-la) e escala (razão entre a medida do comprimento que está na representação gráfica e a medida do comprimento correspondente ao objeto real, na mesma unidade).

• Resolução do boxe *Para pensar*:

Como a pergunta pede a medida de velocidade média em quilômetro por hora, e a medida de distância já está em quilômetro, precisamos transformar a unidade de medida de tempo de minuto para hora: 1 h 30 min = 1,5 h.

• A medida de velocidade média é a razão entre a medida de distância percorrida e a medida de tempo; então, temos:

$\frac{120}{1,5} = 80$

Logo, a medida de velocidade média é igual a 80 km/h.

• A escala é um exemplo de razão entre grandezas de mesma natureza, e pode ser compreendida como a indicação de quantas vezes o comprimento real foi reduzido. Para ampliar as propostas de trabalho com escalas, solicite aos estudantes que, divididos em grupos, elaborem plantas de alguns ambientes da escola obedecendo a determinada escala.

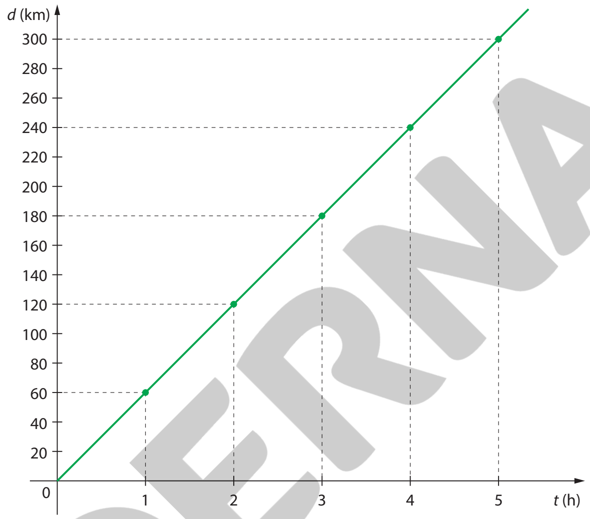
Os valores de $d$ são **diretamente proporcionais** aos valores de $t$, porque, dobrando o valor de $t$, o valor de $d$ também dobra; triplicando o valor de $t$, o valor de $d$ também triplica; e assim por diante.

A lei da função que mostra a correspondência entre a medida de distância $d$ percorrida pelo automóvel, em quilômetro, pela medida de tempo $t$, em hora, é $d = 60t$, em que $t$ pode ser qualquer número real maior ou igual a zero. Essa função apresenta **proporcionalidade direta** entre os valores de $d$ e $t$.

Note que a razão entre os valores de $d$ pelos correspondentes valores de $t$ é sempre igual a 60:

$$\frac{60}{1} = \frac{120}{2} = \frac{180}{3} = \frac{240}{4} = \frac{300}{5} = 60$$

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA






A razão entre a medida de distância percorrida por um corpo móvel e a medida de tempo que esse corpo gasta para percorrê-la é definida como medida de **velocidade média**. Na situação anterior, a velocidade média do automóvel media 60 km/h. Isso significa que o automóvel percorreu em média 60 km por hora.

**Para pensar**

Em 1 h 30 min, a medida de distância que um automóvel percorreu foi de 120 km. Qual foi a medida de velocidade média, em quilômetro por hora, desse automóvel nesse percurso? **Para pensar:** 80 km/h

### Situação 2

Os mapas e as plantas baixas são representações gráficas reduzidas de superfícies territoriais e de construções. Para elaborar esse tipo de representação, devemos usar uma escala.

**Escala** é a razão entre a medida do comprimento que está na representação gráfica e a medida do comprimento correspondente ao objeto real, empregando-se, para isso, a mesma unidade.

Paula comprou um apartamento que ficará pronto no final do ano. A planta baixa reproduzida a seguir indica as dimensões que esse apartamento terá.

Lembre-se: Escreva no caderno!

A escala da planta é de 1 : 100 ou $\frac{1}{100}$ (lemos: "1 para 100"). Isso significa que cada centímetro medido na planta corresponde a 100 centímetros no local real, ou seja, a 1 m na realidade.

Escala 1 : 100

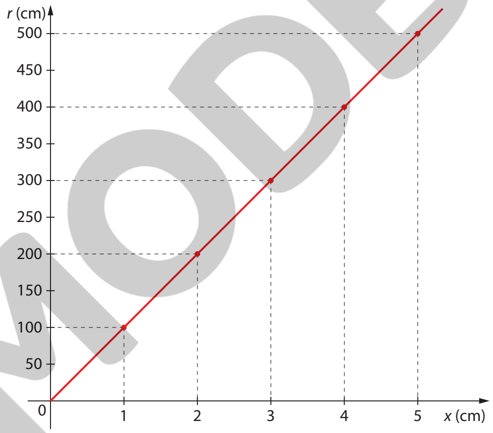
**Para pensar**

As medidas de comprimento do terraço nessa planta são 2,4 cm e 0,85 cm. Quais são as medidas de comprimento reais desse terraço? **Para pensar:** 2,4 m e 0,85 m

A medida de comprimento real $r$, em centímetro, é determinada em função da medida de comprimento da representação gráfica $x$, em centímetro. Observe no quadro abaixo a correspondência entre os valores de $r$ e $x$.

| ***x*** **(em centímetro)** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| ***r*** **(em centímetro)** | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 |

Note que os valores de $r$ são diretamente proporcionais aos valores de $x$. A lei da função que mostra a correspondência entre $r$ e $x$ é $r = 100x$, com $x > 0$. Essa função também apresenta proporcionalidade direta entre os valores de $r$ e $x$.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Se há **proporcionalidade direta** entre os valores reais de $x$ e $y$, existe uma função linear que relaciona as variáveis $x$ e $y$, ou seja, uma função cuja lei pode ser escrita na forma $y = ax$, com $a$ real, $a \neq 0$, $x$ e $y$ reais.





- O conceito de escala também é fundamental para ler e interpretar plantas baixas. Os estudantes devem compreender que a planta baixa é uma maneira de representar no plano parte de uma construção, e que, por esse motivo, é preciso saber quanto essa planta foi reduzida em relação ao tamanho real.
- Comente com os estudantes que os gráficos das situações 1 e 2 são partes de gráficos de funções lineares.
- Resolução do boxe *Para pensar*:

De acordo com a escala, 1 : 100. Temos que 1 cm equivale a 100 cm e 100 cm equivalem a 1 m. Então, a escala é de 1 para 1 e, portanto, as medidas de comprimento são as mesmas em centímetro e em metro. Logo, 2,4 cm e 0,85 cm correspondem às medidas de comprimento reais de 2,4 m e 0,85 m, respectivamente.

• A ideia da atividade **1** é que os estudantes percebam que a relação de proporcionalidade inversa entre duas grandezas não é representada por uma função linear e que, consequentemente, a representação gráfica da relação entre elas não é uma reta e sim uma curva. Se julgar conveniente, comente com os estudantes que esse gráfico é da função $f(x) = \frac{1}{x}$, cujas variáveis, $x$ e $y$, são inversamente proporcionais.

• Para ampliar a atividade **2**, pergunte aos estudantes: "Se o taxista não cobrasse um valor fixo, qual seria a lei da função que relaciona $x$ e $y$? Nesse caso, o preço da viagem em relação ao número de quilômetros rodados é diretamente proporcional ou inversamente proporcional?" (Respostas: $y = 2{,}50x$, em que $x$ é um número real maior ou igual a zero. Diretamente proporcional, pois $x$ e $y$ estão relacionados por uma função linear.)

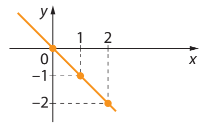
• Na atividade **3**, espera-se que os estudantes percebam que, se o carro percorre uma medida de distância de 380 km em 2 horas, a medida de velocidade média é dada por:

$$\frac{380 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 190 \text{ km/h}$$

**Observação**

As funções lineares decrescentes também apresentam proporcionalidade direta.
Observe a função linear de lei $y = -x$:

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | –1 |
| 2 | –2 |

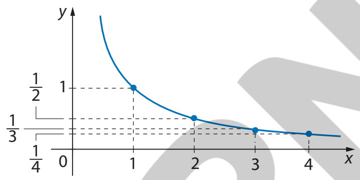


Nessa função, os valores de $y$ são diretamente proporcionais aos valores de $x$, porque, dobrando o valor de $x$, o valor de $y$ também dobra.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Observe o gráfico que representa a relação entre as grandezas $x$ e $y$.



**1. c)** Não. Porque o gráfico não é de uma função cuja lei pode ser expressa por $y = ax$, com $a$ real diferente de zero.

a) Copie o quadro abaixo no caderno e complete-o.

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | | | | |

MODELO

**1. a)**

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ |

**1. b)** $y = \frac{1}{x}$, em que $x$ pode ser qualquer número real diferente de zero.

b) Qual é a lei da função que relaciona $x$ e $y$?

c) Podemos afirmar que as grandezas são diretamente proporcionais? Por quê?

**2.** Um motorista de táxi cobra um valor fixo de R$ 4,10 mais R$ 2,50 por quilômetro rodado. O preço da viagem ($y$) é função do número ($x$) de quilômetros rodados.


MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

**2. b)** Exemplo de resposta: não são diretamente proporcionais, porque $x$ e $y$ não estão relacionados por uma função linear e não são inversamente proporcionais porque uma não varia na razão inversa da outra.

**2. a)** $y = 4{,}10 + 2{,}50x$, em que $x$ é um número real maior ou igual a zero.

a) Qual é a lei da função que relaciona $x$ e $y$?

b) O preço da viagem em relação ao número de quilômetros rodados é diretamente ou inversamente proporcional? Justifique sua resposta.

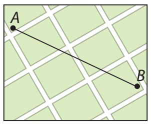
**3.** Um carro de Fórmula 1 percorre uma medida de distância de cerca de 380 km em 2 horas de corrida. Qual é a medida da velocidade média do carro, em km/h, durante a corrida? **3.** 190 km/h

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

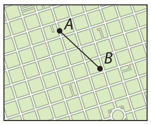
**4. a)** 1 : 16 000; **b)** 1 : 40 000; $r = 16\,000x$, em que $x$ pode ser qualquer número real maior ou igual a 0 (item **a**) e $r = 40\,000x$, em que $x$ pode ser qualquer número real maior ou igual a 0 (item **b**).

**4.** Nos mapas abaixo, que estão em escalas diferentes, *A* e *B* representam a casa de Ana e a de Beto, respectivamente. Com uma régua, meça a distância entre os pontos *A* e *B* nos mapas. Depois, calcule a escala de cada mapa, sabendo que a medida de distância real entre a casa de Ana e a de Beto mede de 400 m.

**a)**




**b)**




- Em cada caso, determine a lei da função que relaciona a medida de comprimento real *r*, em centímetro, e a medida de comprimento da representação gráfica *x*, em centímetro.

**5.** Podemos verificar se uma região é muito ou pouco povoada comparando sua medida de área com o número de pessoas que nela vivem. A razão entre o número de habitantes e a medida de área da região ocupada por eles é definida como **densidade demográfica**.

Na tabela abaixo, estão representadas a população estimada de quatro estados brasileiros em 2021 e sua medida de área territorial.

**População e medida de área territorial de alguns estados do Brasil em 2021**

| Estado | População estimada | Medida de área territorial aproximada (em km²) |
|---|---|---|
| Amazonas | 4 269 995 | 1 559 167 |
| Rio de Janeiro | 17 463 349 | 43 750 |
| Mato Grosso | 3 567 234 | 903 207 |
| Sergipe | 2 338 474 | 21 938 |

Dados obtidos no sistema Cidades@ do IBGE em 21 mar. 2022.

**a)** Determine, usando uma calculadora, a densidade demográfica aproximada de cada um desses estados em 2021.

**b)** Com base nos dados apresentados, podemos dizer que existe uma função linear que relaciona o número de habitantes desses estados à medida de área da região ocupada? Por quê?

**5.** Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

**6.** Respostas na seção *Resoluções* neste manual.

**6.** Para fazer sabão caseiro, Iara acrescenta 1 L de água a 2 L de óleo de cozinha já usado.

**a)** Copie o quadro no caderno e complete-o com a quantidade de litros de água que devem ser acrescentados a cada quantidade de litros de óleo.

| Quantidade de litros de água | Quantidade de litros de óleo |
|---|---|
|  | 4 |
|  | 6 |
|  | 9 |
|  | *x* |

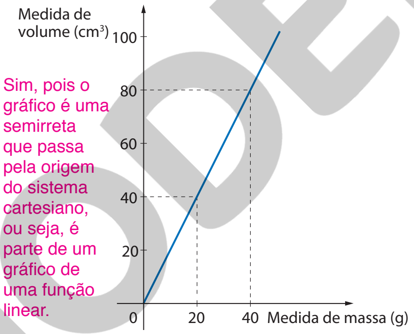
**b)** Escreva a lei da função que relaciona a quantidade de litros de água *L* com a quantidade de litros de óleo *x*.

**c)** As grandezas *L* e *x* são diretamente proporcionais? Justifique.

**d)** Pesquise sobre a importância para o meio ambiente de fazer sabão caseiro com óleo usado. Converse com os colegas.

**7.** O gráfico abaixo apresenta a medida de volume (*V*) de álcool, em centímetro cúbico (cm³), em função de sua medida de massa (*m*), em grama (g), a uma medida de temperatura fixa de 0 °C.

**7. a)** Sim, pois o gráfico é uma semirreta que passa pela origem do sistema cartesiano, ou seja, é parte de um gráfico de uma função linear.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Observando o gráfico, é possível afirmar que as grandezas volume e massa são diretamente proporcionais? Justifique sua resposta.

**7. b)** 100 cm³

**b)** Qual é a medida de volume de 50 g de álcool?

**c)** Qual é a medida de massa de 60 cm³ de álcool? **7. c)** 30 g

**d)** Escreva a lei da função que relaciona *V* e *m*.

**7. d)** $V = 2m$, em que $m$ é um número real maior ou igual a zero.







- Na atividade **5**, chame a atenção dos estudantes para que percebam que a densidade demográfica depende tanto da quantidade de habitantes quanto da medida de área territorial. Por isso, é importante eles perceberem que o fato de uma cidade ter menor número de habitantes não significa que tenha densidade demográfica menor.
- Aproveite o item **d** da atividade **6** e converse com os estudantes sobre a importância de tomar atitudes sustentáveis, como a fabricação de sabão caseiro, para o meio ambiente e, consequentemente, para o ser humano. Peça a eles que citem outros exemplos de atitude como a de Iara e que conversem sobre os impactos positivos que essas atitudes podem ter. Conversar com os estudantes sobre esse tema contribui para o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **Educação Ambiental**, da macroárea **Meio Ambiente**.
- Na atividade **7**, diga aos estudantes que eles podem usar a regra de três para resolver os itens **b** e **c**.

## Compreender um texto

### Objetivos

- Desenvolver a competência leitora.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA08 e da competência específica 3 da BNCC.
- Possibilitar o desenvolvimento de aspectos do tema contemporâneo transversal **Ciência e Tecnologia**, da macroárea **Ciência e Tecnologia**.

### Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA08, pois os estudantes são desafiados a resolver um problema envolvendo relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas.

### Orientações

- Após a leitura do texto, individualmente ou em grupo, proporcione um momento para que os estudantes compartilhem o que compreenderam. Nessa interação, é importante orientá-los a ouvir os colegas com atenção e empatia, para que possam aprender uns com os outros.
- Se julgar necessário, converse com os estudantes sobre as tecnologias desenvolvidas para os *smartphones* e se é melhor um aparelho que atenda às necessidades deles ou um *top* de linha com diversas funções que não serão usadas. O tema apresentado, além de ser um assunto que envolve a cultura juvenil, também contempla o Tema Contemporâneo Transversal **Ciência e Tecnologia**, da macroárea **Ciência e Tecnologia**.

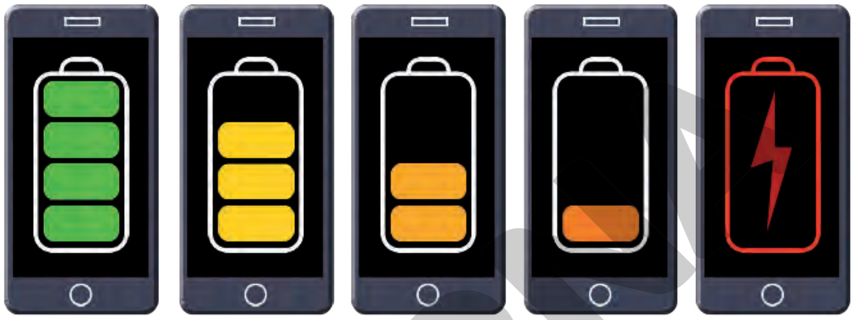
# Compreender um texto

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## De olho na bateria

### *Quanto tempo sem plugar na tomada?*

Ao comprar um novo *smartphone*, quais características você acha importante analisar? *Design*, armazenamento, processador? E a bateria? Sim. A bateria! Ela é uma especificação muito importante. Com o uso de aplicativos, jogos e internet, diversos modelos de *smartphones* não conseguem manter a carga de bateria por mais de um dia.



AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

As especificações de duração da bateria podem ser encontradas de duas maneiras: a primeira é baseada em horas de conservação ou medida de tempo de espera e a segunda tem a medida da capacidade da bateria de um aparelho expressa em miliampere-hora (mAh).

Ampere é a unidade de medida de corrente elétrica do SI e miliampere, um submúltiplo adotado para baterias de menor tamanho. Miliampere-hora é uma unidade de carga elétrica que representa a quantidade de carga transferida por uma corrente estável durante uma hora.

Mas como comparamos a bateria de *smartphones*? Se considerarmos consumos iguais – que exigem a mesma corrente – basta compararmos as medidas em miliampere-hora. Um mesmo modelo de *smartphone*, por exemplo, pode ficar mais tempo sem ser plugado na tomada com uma bateria de 5 000 mAh do que com uma bateria de 4 000 mAh.

Porém, quando consideramos componentes e usos diferentes, não podemos fazer essa simples comparação. Vamos considerar dois casos:

- Um *smartphone* com uma bateira de 5 000 mAh, que consome em média 500 mA, teria uma autonomia de 10 horas;
- Já um *smartphone* com uma medida de capacidade de bateria menor, 4 000 mAh, com um consumo médio de 200 mA, ficaria sem ser plugado na tomada por 20 horas.

Com esses exemplos, concluímos que, além da medida de capacidade da bateria, o consumo influencia na medida de tempo de autonomia do *smartphone*. Além disso, não podemos nos esquecer que um processador mais potente e uma tela maior, por exemplo, costumam gastar mais bateira. Nesse caso, para ficar um tempo aceitável sem ser plugado da tomada, esse *smartphone* teria de ter uma bateria com medida de capacidade maior.

Uma vez plugado o carregador na tomada, é preciso tomar alguns cuidados. Acompanhe, a seguir, algumas orientações fornecidas pela Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel) que podem evitar acidentes durante o carregamento de *smartphones*.





**(EF09MA08)** Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

**Competência específica 3:** Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

[...]

- Evite utilizar o telefone enquanto o equipamento estiver em processo de carregamento ligado à tomada de energia elétrica.

[...]

- Não utilize carregadores visivelmente danificados (incluído o cabo) ou com defeito para carregar seu dispositivo móvel.
- Não use ferramentas, objetos pontiagudos ou força excessiva para limpar ou reparar as conexões elétricas do carregador ou do aparelho, pois poderá danificar seu dispositivo móvel ou o carregador.
- Não recarregar o celular em áreas molhadas (ex.: chuveiro; banheira; piscina), mesmo que o aparelho seja resistente à água. Manusear o aparelho nesta condição pode resultar em choques elétricos.

[...]

JORG GREUEL/GETTY IMAGES

AGÊNCIA NACIONAL DE TELECOMUNICAÇÕES. *Orientações para uso seguro de telefones celulares e seus acessórios*. Brasília, 15 abr. 2021. Disponível em: https://www.gov.br/anatel/pt-br/regulado/certificacao/orientacoes-para-uso-seguro-de-telefones-celulares-e-seus-acessorios. Acesso em: 12 jan. 2022.



## ATIVIDADES

**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

**1.** O que significa a sigla mAh presente nas baterias de *smartphones*? **1.** Miliampere-hora, que representa a quantidade de carga transferida por uma corrente estável durante uma hora.

**2.** Ao comparar a bateria de dois *smartphones* de modelos diferentes, deve-se analisar apenas a medida de capacidade da bateria em miliampère-hora? Justifique. **2.** Não. Pois componentes e usos diferentes exigem correntes elétricas diferentes.

**3.** Imagine que você vai comprar um *smartphone* novo. Para escolher o modelo, quais especificações analisaria? **3.** Resposta pessoal.

**4.** Você já conhecia alguma das orientações da Anatel ao carregar um *smartphone*? Comente com os colegas se você já segue alguma delas. **4.** Resposta pessoal.

**5.** Para recarregar totalmente (0% a 100%) a bateria de certo modelo de *smartphone*, são necessários 50 minutos. Supondo que o carregamento ocorre segundo uma taxa constante, resolva os itens a seguir.

**a)** O quadro apresenta o percentual de carga na bateria desse *smartphone* a cada 5 minutos, a partir de zero minuto. Copie e complete-o em seu caderno.

**5. a)**

| Medida de tempo (min) | Percentual de carga |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 10 | 20 |
| 20 | 40 |
| 30 | 60 |
| 40 | 80 |
| 50 | 100 |

| Medida de tempo (min) | Percentual de carga |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 10 | |
| 20 | |
| 30 | |
| 40 | |
| 50 | 100 |



**5. b)** $c = 2t$ em que $c$ indica a porcentagem de carga e $t$, a medida de tempo em minutos.

**b)** Escreva uma expressão que relacione o percentual de carga à medida de tempo, em minuto.

**c)** Qual é o percentual de carga na bateria após 37 minutos? **5. c)** 74%



- Aproveite as atividades **1** e **2** para avaliar as habilidades de compreensão de texto dos estudantes, bem como a capacidade de localizar informações específicas no texto. Caso seja necessário, retome a leitura com a turma, fazendo pequenas pausas entre os parágrafos e pedindo aos estudantes que sintetizem o que foi apresentado em cada um deles. Depois, oriente-os a responder às perguntas novamente.
- Nas atividades **3** e **4**, verifique se os estudantes levam em consideração as informações e orientações apresentadas no texto.
- Na atividade **3**, os estudantes poderão citar critérios como preço, funções e desempenho do aparelho. Realize uma sondagem entre os estudantes para saber se, na opinião deles, o desempenho da bateria é um critério relevante para a escolha de um *smartphone*.
- Na atividade **4**, caso julgue oportuno, peça aos estudantes que listem oralmente algumas medidas de segurança que devem ser adotadas ao carregar um aparelho eletrônico, como os *smartphones*, e quais acidentes elas evitam.
- Se julgar necessário, na atividade **5**, converse com os estudantes para ajudá-los a perceber que, ao dobrar a medida de tempo, o percentual de carga também dobra; ao triplicar a medida de tempo, o percentual de carga também triplica; e assim por diante. Desse modo, espera-se que eles identifiquem que as grandezas "tempo" e "percentual de carga" são diretamente proporcionais e, consequentemente, existe uma função linear que as relaciona.

## Estatística e Probabilidade

### Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA20 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA20 porque os estudantes terão a oportunidade de reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência nos dois casos.

### Orientações

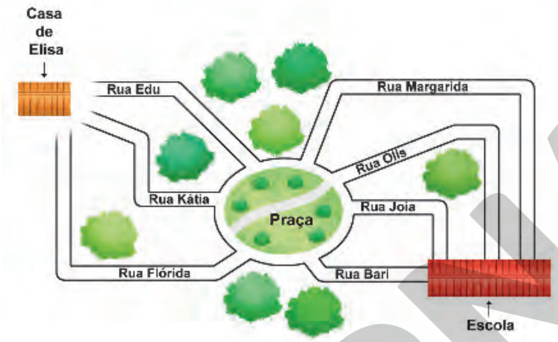
- Em muitas situações, o experimento aleatório pode ser separado em etapas. A informação do que ocorreu em determinada etapa pode influenciar ou não na probabilidade de ocorrência das etapas sucessivas. É importante que os estudantes compreendam que dois eventos são considerados independentes quando a informação da ocorrência de um deles não interfere na probabilidade de ocorrência do outro, caso contrário os eventos são dependentes.
- Sempre que possível, proponha aos estudantes que analisem as situações utilizando como recurso a árvore de probabilidades. Esse tipo de representação permite representar os eventos e as probabilidades condicionais associadas às realizações. Chame a atenção deles para o fato de cada um dos caminhos da árvore indicar uma possível ocorrência.

# Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## Probabilidade de eventos independentes e de eventos dependentes

Elisa vai caminhando todos os dias para a escola. Da sua casa até a escola, ela pode fazer diferentes caminhos. Considere que Elisa faça um caminho diferente por dia, observe na ilustração a seguir os caminhos possíveis.

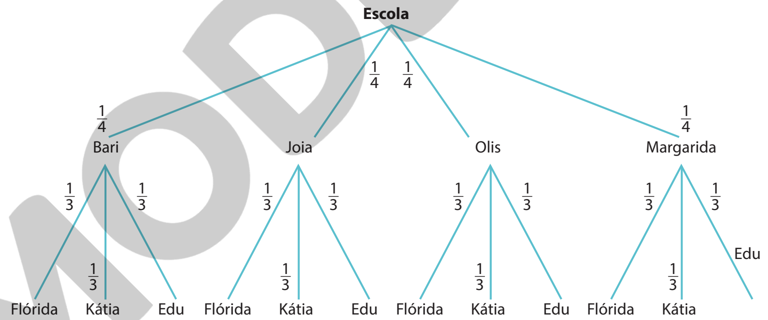



MONITO MAN/ARQUIVO DA EDITORA

Priscila, sua amiga de escola, vai visitá-la depois da aula. Qual é a probabilidade de Priscila sair da escola e chegar à casa de Elisa passando pelas Ruas Joia e Flórida?

Esse tipo de situação envolve **eventos independentes**, pois existem dois trechos para chegar até o destino e a escolha de um não depende da escolha do outro. Para calcular essa probabilidade, podemos desenhar a árvore de probabilidades.

Observe abaixo.




A probabilidade da ocorrência de eventos independentes é calculada multiplicando as probabilidades de cada evento ocorrer. Nesse caso, a probabilidade de Priscila escolher a Rua Joia é $\frac{1}{4}$, e a probabilidade de escolher a Rua Flórida é $\frac{1}{3}$. Portanto, a probabilidade final será $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$.







**(EF09MA20)** Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

Se quiséssemos saber a probabilidade de Priscila escolher esse caminho ou optar pela Rua Olis e pela Rua Kátia, bastaria adicionar as duas probabilidades. Assim: $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

Chegando à casa de sua amiga, Priscila tirou um pacote de balas de sua mochila e pediu para Elisa pegar duas balas, uma após a outra. Nesse pacote há 3 balas de morango, 2 de pêssego e 4 de hortelã. Qual é a probabilidade de Elisa pegar a primeira bala de pêssego e depois uma bala de hortelã?

Esse tipo de situação envolve **eventos dependentes**, pois após Elisa retirar uma bala do pacote, o número de balas será diferente do número inicial. Portanto, a segunda escolha dependerá da primeira.

Inicialmente o pacote tem 9 balas. Assim, a probabilidade de Elisa escolher uma bala de pêssego é de $\frac{2}{9}$.

Após retirar essa bala, sobrarão 8 balas no pacote, sendo 4 de hortelã. Portanto, a probabilidade de retirar uma bala de hortelã, nesse caso, será de $\frac{4}{8}$. Agora, para calcular a probabilidade final, basta multiplicar esses valores. Assim: $\frac{2}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{1}{9}$

AL STEFANO/ARQUIVO DA EDITORA

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Leia cada situação a seguir e classifique os eventos citados em dependentes ou independentes.

**a)** Um sorteio será realizado em uma sala de aula com 30 estudantes. Após ser sorteado, cada estudante deverá ir à frente da sala. Deseja-se saber a probabilidade de ser sorteado um menino e depois uma menina. **1. a)** eventos dependentes

**b)** Serão lançados dois dados com a mesma numeração e deseja-se saber a probabilidade de se obter um número par e um número primo. **1. b)** eventos independentes

**c)** Paulo está montando um lanche. Há opção de pão francês ou pão integral. Para o recheio ele pode optar por queijo, salame ou peito de peru. Deseja-se saber a probabilidade de Paulo escolher pão integral e queijo para montar seu lanche. **1. c)** eventos independentes

**2.** Paulo lançará uma moeda honesta duas vezes.

**a)** Qual é a probabilidade de sair cara no primeiro lançamento? **2. a)** $\frac{1}{2}$

**b)** Qual é a probabilidade de sair coroa no segundo lançamento, sabendo que no primeiro saiu cara? **2. b)** $\frac{1}{2}$

**c)** Os lançamentos da moeda são eventos dependentes ou independentes? Por quê?

**2. c)** Eventos independentes, porque o resultado de um não é influenciado pelo resultado do outro.

**3.** Mateus trabalha em uma indústria verificando a qualidade das peças que são produzidas em determinadas horas do dia. Em um conjunto de 40 peças produzidas, 3 saem com algum defeito.

**a)** Qual é a probabilidade de Mateus retirar uma peça sem defeito e depois uma peça com defeito? **3. a)** $\frac{37}{520}$

**b)** Qual é a probabilidade de Mateus escolher, uma após a outra, 3 peças sem defeito? **3. b)** $\frac{777}{988}$

**4.** Em um pacote de caixinhas de suco há 3 caixinhas de suco de maçã, 4 de laranja, 6 de limão e 2 de mamão. Sabendo que as escolhas serão aleatórias, responda. **4. a)** $\frac{4}{15}$

**a)** Qual é a probabilidade de se retirar primeiro uma caixinha de suco de laranja?

**b)** Ainda considerando o pacote completo, qual é a probabilidade de se retirar uma caixinha de suco de limão e depois uma de suco de mamão? **4. b)** $\frac{6}{15} \cdot \frac{2}{14} = \frac{12}{210} = \frac{2}{35}$



- Se achar conveniente, proponha aos estudantes que realizem as atividades em duplas ou grupos. Incentive o diálogo entre eles e peça que justifiquem suas respostas.
- Antes de fazer os cálculos da atividade **3**, peça aos estudantes que leiam o enunciado com atenção e estimem qual das probabilidades será maior: a do item **a** ou a do item **b**; depois dos cálculos, eles podem comparar com suas estimativas. Isso vale para a atividade **4** também.

## Trabalho em equipe

### Objetivos

• Aplicar, por meio de trabalhos em grupo, os conceitos estudados.

• Favorecer o desenvolvimento das competências gerais 1, 2 e 9 e da competência específica 8 da BNCC.

### Orientações

• A pesquisa sobre como eram feitas as fotografias e como era realizada uma ampliação tem como finalidade mostrar como esse processo evoluiu ao longo do tempo, o que favorece o desenvolvimento da competência geral 1 da BNCC.

• Este trabalho em equipe permite aos estudantes dar significado às relações de semelhança estudadas, assim como colocar essas ideias em prática.

• Essa proposta tem caráter interdisciplinar com Arte, e é um convite ao desenvolvimento do senso crítico e da criatividade. O desenvolvimento das competências gerais 1, 2 e 9 e da competência específica 8 da BNCC é inerente a essa proposta.

## Trabalho em equipe

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Você sabe como funcionava a fotografia, antes das famosas *selfies*? Com a *selfie* você faz uma foto em poucos segundos, mas antigamente poderia demorar até 30 minutos para tirar uma única fotografia e, ampliá-la, era bem trabalhoso.
Hoje, podemos usar uma máquina fotocopiadora para ampliar ou reduzir uma fotografia, mesmo depois de revelada. Essa será a tarefa que você e seu grupo vão realizar.

### Fotografia e Matemática

**JUSTIFICATIVA**

A fotografia é uma forma de arte visual, assim como o cinema, a pintura e a escultura.

Ampliar ou reduzir fotografias é uma tarefa comum no cotidiano dos profissionais que trabalham com edição de livros, revistas ou jornais e ajuda a compreender os importantes conceitos matemáticos de proporcionalidade e semelhança.

**OBJETIVOS**

- Pesquisar como eram feitas as fotografias no passado e qual o processo realizado para ampliá-las.
- Selecionar uma fotografia de algum monumento brasileiro. Depois, ampliar e reduzir a imagem selecionada em diferentes tamanhos.

**APRESENTAÇÃO**

Painel expositivo com as ampliações e as reduções da fotografia selecionada.

**QUESTÕES PARA PENSAR EM GRUPO**

- Vocês conhecem algum monumento brasileiro? Se conhecem, qual?
- Onde podem encontrar uma fotografia de algum monumento brasileiro? Revistas? Jornais? Internet?
- Como irão dispor as fotografias no painel?
- Como conferir se as ampliações e as reduções obtidas não deformaram a fotografia original?
- Há diferença de qualidade entre a fotografia original e suas ampliações ou reduções?

**NÃO SE ESQUEÇAM**

- Informem ao atendente da papelaria a porcentagem de redução e ampliação que vocês querem da fotografia selecionada.
- Ao montar o painel, identifiquem a fotografia original e escrevam abaixo das demais a porcentagem de ampliação ou redução.
- Façam uma pesquisa sobre o monumento retratado na fotografia selecionada por vocês e compartilhem com os colegas as informações obtidas.


Parque das Esculturas de Francisco Brennand, Recife (PE), 2020.


Redução de 50% da foto do Parque das Esculturas de Francisco Brennand.


Redução de 25% da foto do Parque das Esculturas de Francisco Brennand.


Ampliação de 30% da foto do Parque das Esculturas de Francisco Brennand.


Ampliação de 75% da foto do Parque das Esculturas de Francisco Brennand.

FOTOS: FERREIRASILVA/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES







**Competência geral 1:** Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

**Competência geral 2:** Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

**Competência geral 9:** Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

**Competência específica 8:** Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

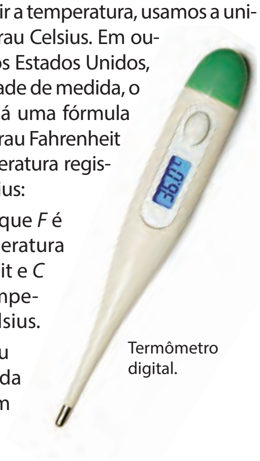
# Atividades de revisão

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** No Brasil, para medir a temperatura, usamos a unidade de medida grau Celsius. Em outros países, como os Estados Unidos, é usada outra unidade de medida, o grau Fahrenheit. Há uma fórmula que converte em grau Fahrenheit a medida de temperatura registrada em grau Celsius:

$F = 1{,}8C + 32$, em que $F$ é a medida de temperatura em grau Fahrenheit e $C$ é a medida de temperatura em grau Celsius.

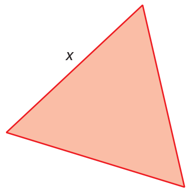
Converta para grau Fahrenheit a medida de temperatura em grau Celsius indicada no termômetro da foto. 1. 96,8 °F




Termômetro digital.

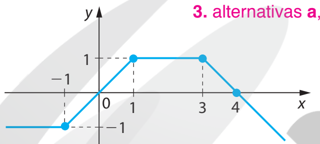
FABRIKASIMF/SHUTTERSTOCK

**2.** Seja $x$ a medida de comprimento do lado de um triângulo equilátero e $y$ a medida do perímetro desse triângulo. 2. a) $y = 3x$, com $x > 0$




a) Escreva a lei da função que relaciona $y$ e $x$.
b) No caderno, construa o gráfico dessa função.
2. b) Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

**3.** Escreva no caderno apenas as afirmações verdadeiras com relação ao gráfico abaixo. 3. alternativas a, b, c e d




a) Para $x \leqslant -1$, a função é constante.
b) A função é crescente para $-1 \leqslant x \leqslant 1$.
c) Para $-1 \leqslant x \leqslant 1$, $f(x) = x$.
d) A função é constante para $1 \leqslant x \leqslant 3$.
e) Para $x \geqslant 3$, $f(x) = x - 6$.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**4.** Em certa região, por causa das fortes geadas, o preço dos produtos agrícolas subiu 15%. A expressão que relaciona os preços anteriores $x$ e os preços posteriores $y$ a esse aumento é:

a) $y = 0{,}15x$
b) $y = 0{,}75x$
c) $y = 15x$
d) $y = 1{,}15x$

4. alternativa d

**5.** Depois de intensa campanha salarial, uma empresa corrigiu o salário de seus funcionários multiplicando-o por 1,32. 5. a) $y = 1{,}32x$, com $x > 0$

a) Qual é a expressão que relaciona o novo salário $y$ em função do antigo salário $x$?
b) Qual foi a porcentagem de aumento? 5. b) 32%
c) Construa o gráfico dessa função no caderno.

5. c) Resposta na seção *Resoluções* neste manual.

**6.** Um automóvel percorre certa medida de distância com medida de velocidade constante de 50 km/h. 6. Sim. Resposta pessoal.


ERNESTO REGHRAN/PULSAR IMAGENS

Placa indicando a medida de velocidade máxima permitida em avenida, Londrina (PR), 2021.

- Podemos afirmar que, nesse caso, a medida de distância percorrida é diretamente proporcional à medida de tempo? Justifique sua resposta.

**7.** Uma empresa investiu R$ 10 000,00 no mês retrasado em propaganda, e sua receita foi de R$ 80 000,00. A receita mensal $y$ dessa empresa relaciona-se com o valor $x$ investido em propaganda por meio de uma função da forma $y = ax + b$, com $a$ e $b$ reais.

No mês passado, a empresa investiu R$ 20 000,00 em propaganda, e sua receita aumentou 50% em relação à receita do mês anterior. 7. a) R$ 160 000,00

a) Determine a receita do mês quando a verba para propaganda for R$ 30 000,00.
b) Obtenha a lei dessa função. 7. b) $y = 4x + 40\,000$, em que $x$ é um número real positivo ou nulo.



**(EF09MA06)** Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

**(EF09MA07)** Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

**(EF09MA08)** Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

## Atividades de revisão

### Objetivos

- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades da BNCC: EF09MA06, EF09MA07 e EF09MA08.

### Habilidades da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA06, pois a compreensão da ideia de função como relação de dependência unívoca entre duas variáveis permeia as atividades. A seção também favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA07 ao trabalhar o conceito de medida de velocidade média. Já a habilidade EF09MA08 tem o seu desenvolvimento favorecido porque são propostos problemas que envolvem proporcionalidade direta entre duas grandezas.

### Orientações

- Na atividade **7**, podemos montar um quadro, registrando os valores dos investimentos ($x$) e os valores correspondentes das receitas ($y$), considerando que a relação se dá por meio de uma função afim.

**a)**

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 10 000 | 80 000 |
| 20 000 | 120 000 |
| 30 000 | 160 000 |

**b)** Podemos montar um sistema de equações.
I. (10 000, 80 000):
$80\,000 = 10\,000a + b$
II. (20 000, 120 000):
$120\,000 = 20\,000a + b$
Resolvendo o sistema, encontramos $a = 4$ e $b = 40\,000$. Assim, a lei será:
$y = 4x + 40\,000$, em que $x$ é um número real positivo ou nulo.

- Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com "sim", "às vezes" ou "não".

Eu...
... reconheço uma função afim a partir de suas representações algébrica e geométrica?
... sei representar uma situação por meio de uma função afim?
... sei diferenciar funções afins das demais categorias de funções?
... compreendo as semelhanças e diferenças entre funções afim crescentes, decrescentes e constantes?
... consigo diferenciar eventos dependentes e eventos independentes?
... sei calcular a probabilidade da ocorrência de eventos?
.... sou capaz de citar exemplos de situações que podem ser modeladas por meio de funções afins?

# Figuras geométricas não planas

## Objetivos

- Reconhecer figuras geométricas não planas.
- Classificar alguns sólidos geométricos em prismas, pirâmides ou corpos redondos.
- Identificar, por meio de um plano, as figuras planas obtidas nas secções de figuras não planas.

## Orientações

- Em anos anteriores, os estudantes já estudaram as figuras geométricas não planas e suas características. Agora, este estudo será retomado e ampliado. Inicie o tópico fazendo um levantamento dos conhecimentos adquiridos previamente pelos estudantes sobre o tema.
- Incentive os estudantes a observar as características que diferenciam corpos redondos, pirâmides e prismas. Esse é um momento importante para identificar as dificuldades dos estudantes e planejar estudos paralelos para eles.

CAPÍTULO 10

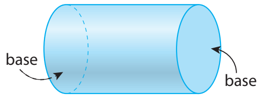
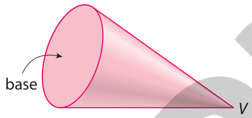
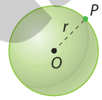
Habilidades da BNCC trabalhadas neste Capítulo:
EF09MA17 | EF09MA19 | EF09MA23

# Figuras geométricas não planas e medida de volume

## 1 Figuras geométricas não planas

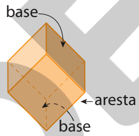
Vamos analisar alguns sólidos geométricos que recebem nomes especiais: corpos redondos, prismas e pirâmides.

Os sólidos geométricos apresentados no quadro abaixo são exemplos de **corpos redondos**.

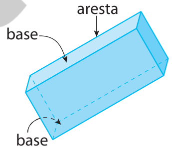
| Cilindro | Cone | Esfera |
| --- | --- | --- |
| Este sólido tem duas bases circulares congruentes.   | Este sólido tem uma base circular e um vértice (*V*).   | Todos os pontos da superfície esférica estão à mesma medida de distância do centro da esfera. Essa medida é a mesma do comprimento do raio (*r*) da esfera.   |

Lembre-se: escreva no caderno!

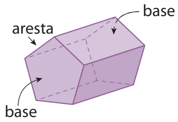
Observe, agora, alguns exemplos de prismas e pirâmides, que serão estudados com mais detalhes ao longo deste Capítulo.



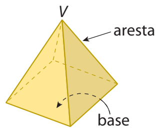
Prisma de base quadrada



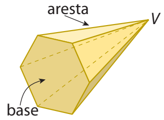
Prisma de base retangular



Prisma de base pentagonal



Pirâmide de base quadrada



Pirâmide de base hexagonal

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**Para investigar: a)** Os estudantes poderão responder que as faces dos prismas que não são bases são paralelogramos, mas também poderão responder que são retângulos (no caso desses exemplos) ou simplesmente quadriláteros.

### Para investigar

Considerando os exemplos acima, converse com um colega sobre as questões a seguir.

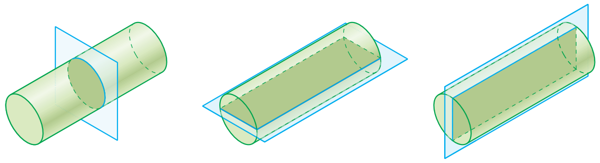
**a)** O que as faces que não são bases dos prismas têm em comum?
**b)** Qual é o formato de todas as faces que não são bases das pirâmides?

**b)** As faces que não são a base de uma pirâmide são triangulares.

## Secções de figuras não planas

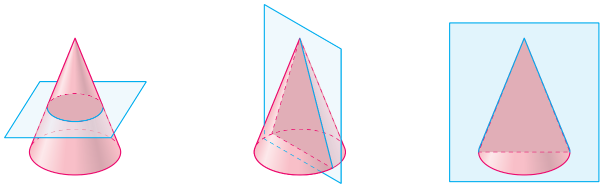
Podemos "cortar" com um plano as figuras geométricas não planas. Desse modo, obtemos uma figura geométrica plana que é definida pela superfície do corte. Os cortes são chamados de **secções por um plano**. Observe alguns exemplos.

- **Cilindro**



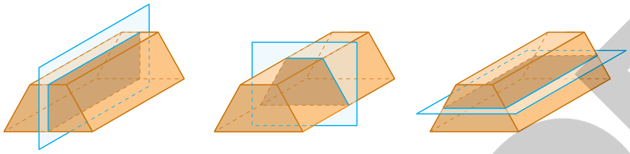
Note que, de acordo com a secção, obtemos figuras diferentes: nos casos acima, um círculo ou um retângulo.

- **Cone**



Com essas secções, obtivemos um círculo ou um triângulo.

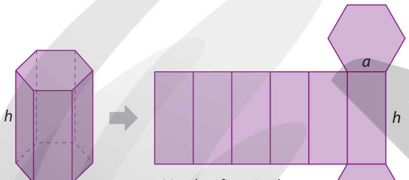
- **Prisma**



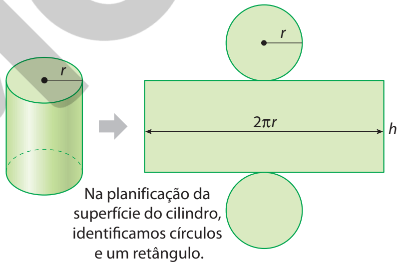
Nesse caso, com as secções realizadas, obtivemos um trapézio ou um retângulo.

## Planificação

É possível desenhar em um plano a superfície de figuras como cilindros, pirâmides, prismas ou cones. Desenhando-as, obtemos a **planificação da superfície** dessas figuras não planas. Observe alguns exemplos.




Na planificação da superfície do prisma de base hexagonal, identificamos retângulos e hexágonos.




Na planificação da superfície do cilindro, identificamos círculos e um retângulo.

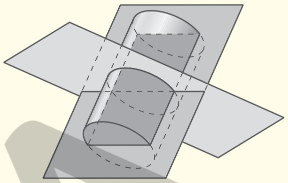
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA







- Nesta página, o trabalho com secções de figuras não planas visa comparar as figuras não planas com as figuras planas obtidas na secção. Assim, os estudantes devem perceber que as faces de prismas e pirâmides são polígonos e que secções feitas por um plano em um corpo arredondado podem formar figuras planas arredondadas ou mesmo polígonos (pode-se ter, por exemplo, um retângulo ou um círculo como secção plana de um cilindro).



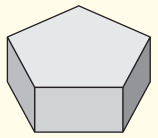
ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

- No caso das figuras não planas apresentadas, peça aos estudantes que tentem desenhar as planificações de suas superfícies com o intuito de compará-las com a figura não plana correspondente.

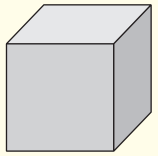
- Caso julgue necessário, leve alguns moldes de planificação de prismas, pirâmides, cones e cilindros e pergunte aos estudantes se eles sabem qual figura geométrica será obtida ao montá-las. Em seguida, organize-os em grupos para realizar as montagens e avaliar se suas previsões estavam corretas. Atividades práticas como essa ajudam a visualizar elementos das figuras geométricas não planas que podem não ser percebidos por eles em representações dessas figuras no plano. Alerte-os quanto ao manuseio da tesoura, a fim de preservar a integridade física deles.

• Respostas da atividade **2**:

a)



b)



## Poliedros

### Objetivos

• Retomar o conceito de poliedro.

• Analisar poliedros segundo o número de vértices, de faces e de arestas.

• Distinguir prismas de pirâmides.

### Orientações

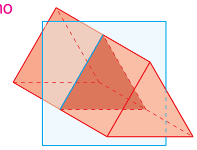
• Chame a atenção dos estudantes para a nomenclatura dos poliedros. Pode-se relacioná-la com o formato da base, no caso de prismas ou de pirâmides, ou ao número de faces do poliedro. Mostre que um mesmo sólido pode ter diferentes nomenclaturas. Por exemplo: um prisma com as seis faces quadradas pode ser chamado de cubo, bloco retangular (pois o quadrado é um retângulo) e, ainda, prisma de base quadrangular. E, se pensarmos nas faces de um poliedro, o prisma de seis faces quadradas também poderá ser chamado de hexaedro (poliedro com seis faces). Os estudantes deverão, aos poucos, incorporar essas nomenclaturas, empregando-as conforme for mais conveniente.

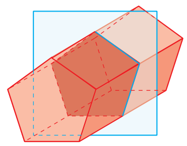
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**ATIVIDADES** — FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Observe as secções que foram feitas por um plano nas figuras geométricas não planas representadas abaixo. Depois, responda à questão: que figura geométrica plana foi obtida com a secção em cada caso?

**1.** triângulo; pentágono

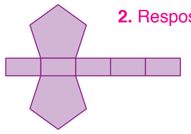




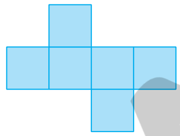
**2.** Desenhe no caderno cada sólido geométrico representado pela planificação da superfície correspondente.

**2.** Respostas em *Orientações*.

a)



b)

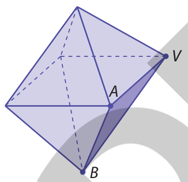


## 2 Poliedros

Vamos estudar os poliedros, seus elementos e algumas classificações.

**Recorde**

Poliedro é todo sólido geométrico cuja superfície é formada somente por polígonos.



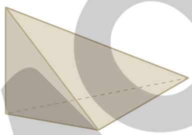

Observe o poliedro representado. Nesse poliedro:

• o ponto $V$ é um dos vértices;

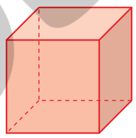
• o segmento $\overline{AV}$ é uma das arestas;

• o polígono $ABV$ é uma das faces.

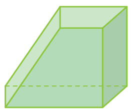
Considere alguns exemplos de poliedro.



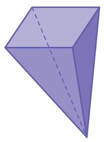
Tetraedro
Tem 4 vértices, 4 faces e 6 arestas.



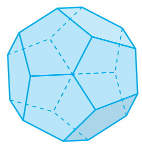
Cubo
Tem 8 vértices, 6 faces e 12 arestas.



Hexaedro
Tem 8 vértices, 6 faces e 12 arestas.



Pentaedro
Tem 5 vértices, 5 faces e 8 arestas.



Dodecaedro
Tem 20 vértices, 12 faces e 30 arestas.

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

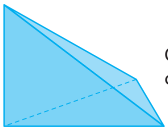
**Para pensar**

Para cada poliedro, adicione o número de vértices ($V$) ao número de faces ($F$). Estabeleça uma relação entre essa soma e o número de arestas ($A$). Escreva uma sentença algébrica para expressar essa relação.

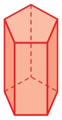
**Para pensar:** Espera-se que os estudantes percebam que a soma $V + F$ é sempre 2 unidades a mais que o número de arestas ($A$). Essa relação é conhecida como relação de Euler e pode ser expressa por: $V + F = A + 2$.

## Observação

Os poliedros podem ser nomeados de acordo com o número de faces.



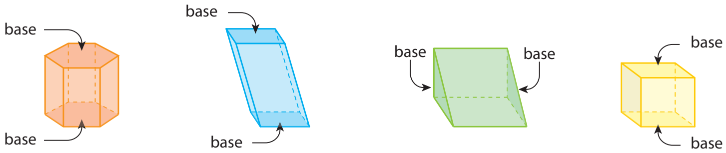
Os poliedros com quatro faces são chamados de tetraedros.



Os poliedros com sete faces são chamados de heptaedros.

Prismas e pirâmides são exemplos de poliedros.

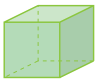
Os prismas possuem faces laterais representadas por paralelogramos e duas bases congruentes e paralelas.



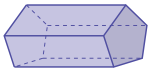

As pirâmides têm uma base poligonal, apenas um vértice fora de sua base e as demais faces triangulares. Considere os exemplos abaixo.


Os prismas e as pirâmides podem ser identificados pelo polígono representado em sua base e, às vezes, recebem um nome especial. Observe alguns exemplos.

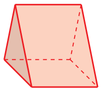
- Prismas



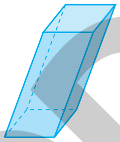
Prisma de base quadrangular ou bloco retangular
Como todas as suas faces são quadrados, ele é chamado de cubo.



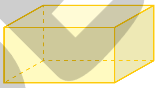
Prisma de base pentagonal



Prisma de base triangular

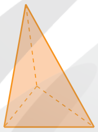


Prisma de base quadrangular

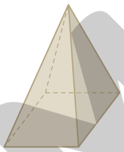


Prisma de base quadrangular
Nesse caso, como suas faces laterais são retângulos, ele geralmente é chamado de bloco retangular ou paralelepípedo.

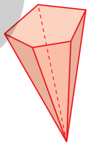
- Pirâmides



Pirâmide de base triangular



Pirâmide de base quadrangular



Pirâmide de base pentagonal

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

## Para pensar

Cite um objeto que lembra um prisma e outro que lembra uma pirâmide.

**Para pensar:** Resposta pessoal. Exemplo de objeto que lembra um prisma: caixa de creme dental; exemplo de objeto que lembra uma pirâmide: vela decorativa.



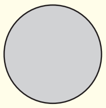


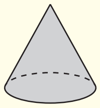


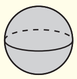
- Nesta página, são apresentadas algumas características das pirâmides e dos prismas. Se possível, distribua alguns modelos de prismas e pirâmides para a turma a fim de que os estudantes façam um levantamento das principais características, incluindo o número de vértices, de faces e de arestas.
- Para que seja possível verificar a compreensão dos estudantes sobre a atividade proposta no boxe *Para pensar*, proponha que busquem imagens de objetos que se pareçam com prismas ou com pirâmides e façam um mural.

239

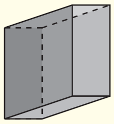
- Exemplo de respostas da atividade **1**:

a) 

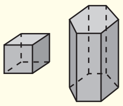
b) 

c) 

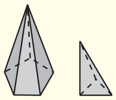
d) 

e) 

- Exemplos de respostas da atividade **2**:



Prismas



Pirâmides

- Na atividade **4**, os estudantes deverão explorar a contagem do número de vértices, de arestas e de faces de prismas e pirâmides. O objetivo não é obter o resultado da contagem, mas analisar os poliedros, percebendo características que contribuirão para a formação da ideia desses sólidos. Por exemplo, perceber que, em um prisma apoiado em uma de suas bases, a contagem do número de vértices é o dobro do número de vértices do polígono da base. Isso ajudará a formar o conceito de prisma.

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Respostas em *Orientações*.

**1.** Desenhe no caderno a figura geométrica que a imagem de cada foto abaixo lembra.

a) 

BEN BRYANT/SHUTTERSTOCK

Placa de sinalização de trânsito.

d) 

CESAR DINIZ/PULSAR IMAGENS

Faixa de pedestres na avenida Paulista, São Paulo (SP), 2020.

b) 

STEVE COLLENDER/SHUTTERSTOCK

Cone de trânsito.

e) 

ADILSON SOCHODOLAK/SHUTTERSTOCK

Prédio do Ministério da Saúde, localizado na Esplanada dos Ministérios, em Brasília (DF), 2021.

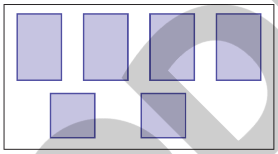
c) 

SEIJA/SHUTTERSTOCK

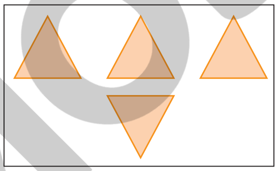
Bolinhas de gude.

**2.** Desenhe dois prismas e duas pirâmides diferentes. **2.** Respostas em *Orientações*.

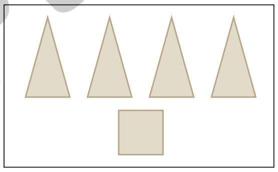
**3.** Observe, em cada item, as faces de um poliedro. Escreva no caderno o nome dele.

a) 

**3. a)** prisma de base quadrada, ou bloco retangular, ou hexaedro, ou paralelepípedo

b) 

**3. b)** pirâmide de base triangular ou tetraedro

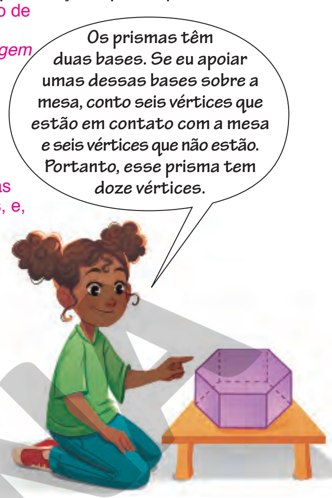
c) 

**3. c)** pirâmide de base quadrada ou pentaedro

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

**4.** Observe como Joana conta os vértices dos prismas. Depois, faça o que se pede.

**4. a)** Exemplo de resposta: *Para a contagem das arestas*: contar as que estão "encostadas" na mesa, depois, as das faces laterais, e, por último, as da base de cima. *Para a contagem das faces*: contar as duas bases mais as faces laterais.

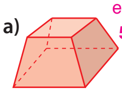



JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

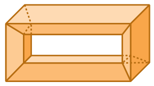
a) Elabore por escrito uma maneira de contar as arestas e as faces de um prisma sem se perder na contagem.

b) Que dica você daria a Joana para facilitar a contagem de vértices, de arestas e de faces de pirâmides? Responda por escrito.

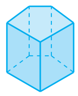
**5.** Os números de vértices ($V$), de arestas ($A$) e de faces ($F$) dos poliedros estão relacionados pela fórmula $V + F = A + 2$, conhecida como relação de Euler. Para qual dos sólidos abaixo essa relação é válida? **5.** A relação vale para todos os sólidos, exceto para o do item **d**.

a) 

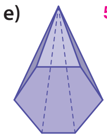
**5. a)** $V = 8$, $A = 12$, $F = 6$

d) 

**5. d)** $V = 16$, $A = 32$, $F = 16$

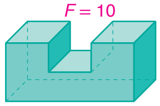
b) 

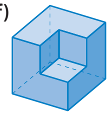
**5. b)** $V = 10$, $A = 15$, $F = 7$

e) 

**5. e)** $V = 7$, $A = 12$, $F = 7$

**5. c)** $V = 16$, $A = 24$, $F = 10$

c) 

f) 

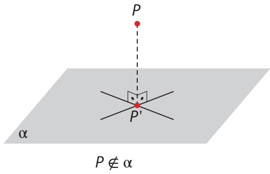
**5. f)** $V = 14$, $A = 21$, $F = 9$

**4. b)** Exemplo de resposta: É mais fácil apoiar a base sobre a mesa e contar: os vértices (o número de vértices "encostados" na mesa mais um vértice), as arestas (o número de arestas "encostadas" na mesa mais as arestas das faces laterais) e as faces (uma base mais as faces laterais).

# 3 Projeção ortogonal

## Projeção ortogonal de um ponto sobre um plano

A projeção ortogonal de um ponto $P$ sobre um plano $\alpha$ é o ponto $P'$, que é a intersecção, com esse plano, da reta que passa por $P$ e é perpendicular a $\alpha$.

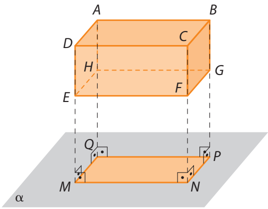



**Para pensar**

Qual é a projeção ortogonal de um ponto $A$ sobre um plano $\alpha$, quando $A \in \alpha$? **Para pensar:** o próprio ponto $A$

## Projeção ortogonal de figuras geométricas sobre um plano

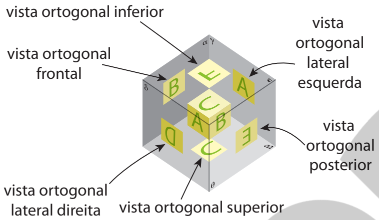
A projeção ortogonal de uma figura geométrica sobre um plano é o conjunto das projeções ortogonais de todos os pontos da figura sobre esse plano. Observe a projeção ortogonal de um paralelepípedo sobre um plano $\alpha$.




## Vistas ortogonais de figuras geométricas

Acompanhe as projeções ortogonais de uma figura geométrica não plana sobre seis planos diferentes paralelos dois a dois.

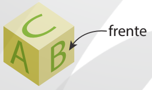
A projeção ortogonal da figura sobre cada um desses planos é uma **vista ortogonal** da figura. Na ilustração abaixo, estão representadas seis vistas ortogonais da figura geométrica não plana: frontal, posterior, superior, inferior, lateral esquerda e lateral direita.



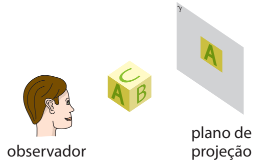

Observe que a parte superior da figura é projetada no plano inferior, a lateral esquerda é projetada no plano da direita, a parte de trás é projetada no plano da frente e assim por diante.

**Observações**

- Não existe uma regra para determinar a **frente** de uma figura e, consequentemente, sua **vista frontal**. No exemplo abaixo, estabelecemos que a frente da figura é a face com a letra B:
Note que, uma vez escolhida a frente, esta é tomada como referência para obtermos as outras vistas da figura.




- O cubo amarelo das ilustrações está entre o observador e o plano de projeção. Observe uma das posições do observador.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA





**(EF09MA17)** Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

## Projeção ortogonal

### Objetivos

- Compreender a noção de projeção ortogonal de um ponto e de uma figura geométrica sobre um plano.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA17 da BNCC.

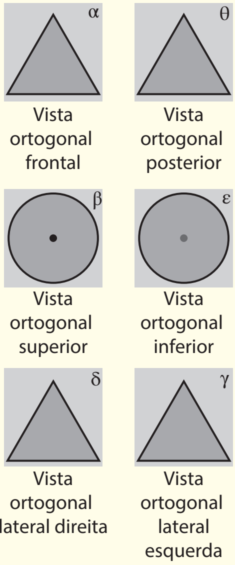
### Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA17 ao propor aos estudantes que reconheçam as vistas ortogonais de figuras espaciais e apliquem esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

### Orientações

- Em muitas situações da realidade, é preciso visualizar um objeto de três dimensões (um edifício ou peça de máquina, por exemplo) antes de sua construção. Para isso, foram criados vários recursos de representação, como vistas, cortes, desenhos em perspectiva, mapas e plantas. Saber ler mapas e plantas e trabalhar com vistas são, em geral, habilidades muito úteis na vida pessoal e profissional.
- O tópico se inicia com o estudo da projeção ortogonal de um ponto e de uma figura geométrica não plana sobre um plano. Convém fazer um exercício mental com a turma sobre como seria, por exemplo, a projeção ortogonal de uma esfera, um cubo ou uma pirâmide sobre um plano. Essas noções são fundamentais para que os estudantes compreendam, na sequência, o conceito de vista ortogonal.
- O trabalho com vistas ortogonais é feito a partir das projeções ortogonais de um cubo, cujas faces estão identificadas com as letras A, B, C, D, E e F sobre seis planos diferentes de projeção paralelos dois a dois. Enfatize que o cubo está "envolvido" por esses planos. Chame a atenção da turma para o fato de a figura estar entre o observador e o plano de projeção; assim, por exemplo, a parte superior da figura é projetada no plano inferior, a lateral esquerda é projetada no plano da direita, a parte de trás é projetada no plano da frente, e assim por diante.

- Exemplo de resposta da atividade **1**:



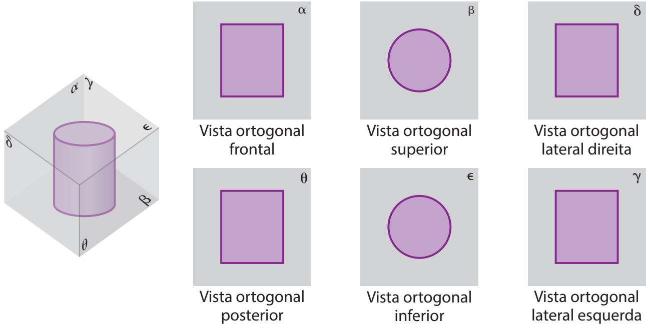


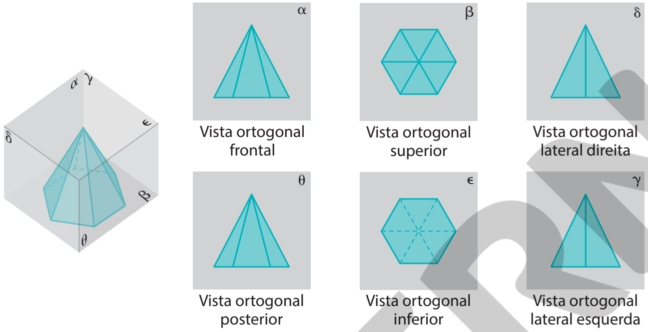

- Resposta do item **b** da atividade **3**:

Não. Se fossem apresentadas apenas duas vistas, haveria mais de uma possibilidade de resposta.
Comente com os estudantes que, se fossem apresentadas, por exemplo, apenas as vistas ortogonais frontal e superior, tanto o prisma de base triangular quanto o paralelepípedo poderiam ser a resposta. Leve alguns modelos de figuras geométricas não planas para a aula e peça aos estudantes que desenhem suas vistas ortogonais. É importante que eles percebam, aos poucos, que a vista ortogonal frontal e a posterior se equivalem, assim como as vistas ortogonais lateral esquerda/lateral direita e superior/inferior.

Lembre-se: Escreva no caderno!

Observe as vistas ortogonais de outras figuras geométricas.




**Observação**

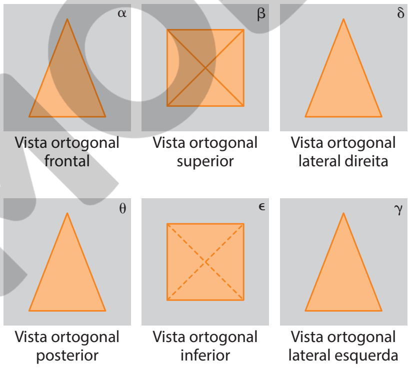
As linhas tracejadas na ilustração indicam as arestas não visíveis na vista considerada.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

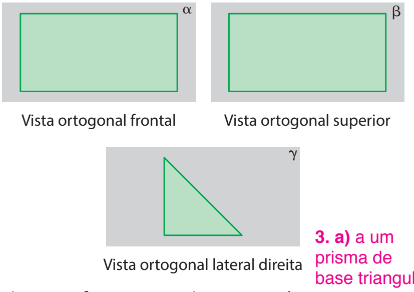
**1.** Em seu caderno, desenhe as seis vistas ortogonais de um cone qualquer. **1.** Resposta em *Orientações*.

**2.** As vistas ortogonais abaixo são de que figura geométrica não plana? **2.** de uma pirâmide de base quadrada




ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

**3.** Observe as vistas ortogonais abaixo.




**3. a)** a um prisma de base triangular

**a)** A que figura geométrica não plana correspondem essas vistas ortogonais?

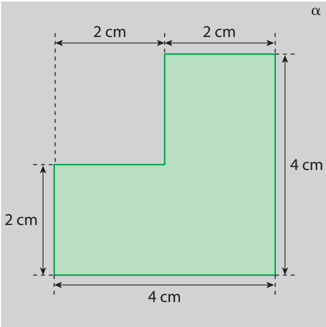
**b)** A resposta que você deu ao item **a** mudaria se fosse apresentada mais uma vista ortogonal da figura? E se fossem apresentadas apenas duas vistas ortogonais dessa figura? Converse com os colegas sobre essas questões.
**3. b)** Resposta em *Orientações*.

Lembre-se:
Escreva no caderno!

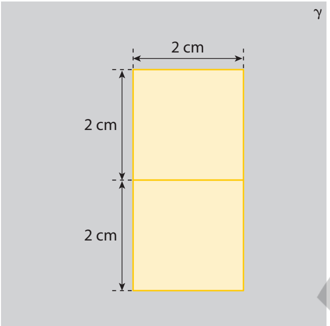
## Desenhando objetos

É possível desenhar objetos no plano do papel a partir das vistas ortogonais de figuras não planas. É o que fazem, por exemplo, os arquitetos ao projetar um edifício e os engenheiros mecânicos ao esboçar uma peça.

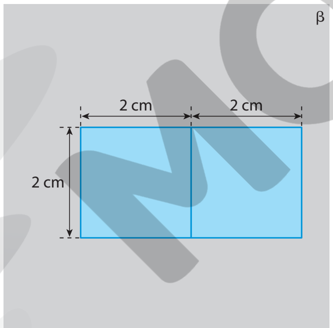
Observe como desenhar, em uma malha triangular, o objeto cujas vistas ortogonais estão representadas abaixo.



Vista ortogonal frontal



Vista ortogonal lateral esquerda



Vista ortogonal superior

**Observação**

Das seis vistas ortogonais (frontal, posterior, direita, esquerda, superior e inferior), devemos ter no mínimo três, em planos não paralelos dois a dois, para desenhar um objeto.

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

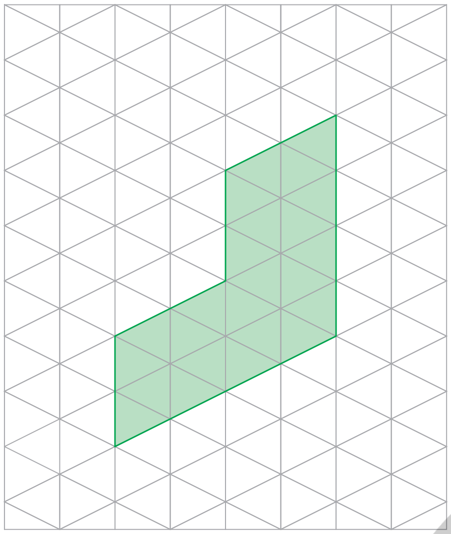




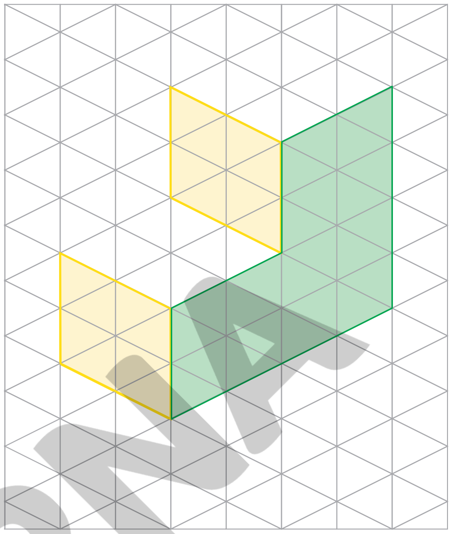
- Enfatize aos estudantes que apenas três vistas (em planos não paralelos dois a dois) são necessárias e suficientes para a leitura e a interpretação da figura ou dos objetos tridimensionais representados. São elas: a vista ortogonal frontal (ou posterior), a vista ortogonal superior (ou inferior) e a vista ortogonal lateral esquerda (ou lateral direita). É importante mostrar para a turma exemplos de figuras ou objetos diferentes cujas vistas ortogonais frontal e superior, por exemplo, coincidem. Com isso, os estudantes vão perceber a impossibilidade de identificar a figura ou o objeto por meio apenas de duas vistas ortogonais. Além disso, mostre que, quando temos quatro ou mais vistas ortogonais, há um acréscimo de informação desnecessária sobre a figura ou o objeto. Esses aspectos podem ficar mais claros quando os estudantes perceberem, no exemplo apresentado nestas páginas, que bastaram três vistas ortogonais de um objeto para que fosse possível desenhá-lo.

• Para favorecer a compreensão, peça aos estudantes que sigam os passos apresentados nesta página e reproduzam novamente o desenho do objeto em outra malha triangular. Pode-se, ainda, reproduzir no quadro as vistas ortogonais de outros objetos e propor aos estudantes que os desenhem com o auxílio de uma malha triangular.

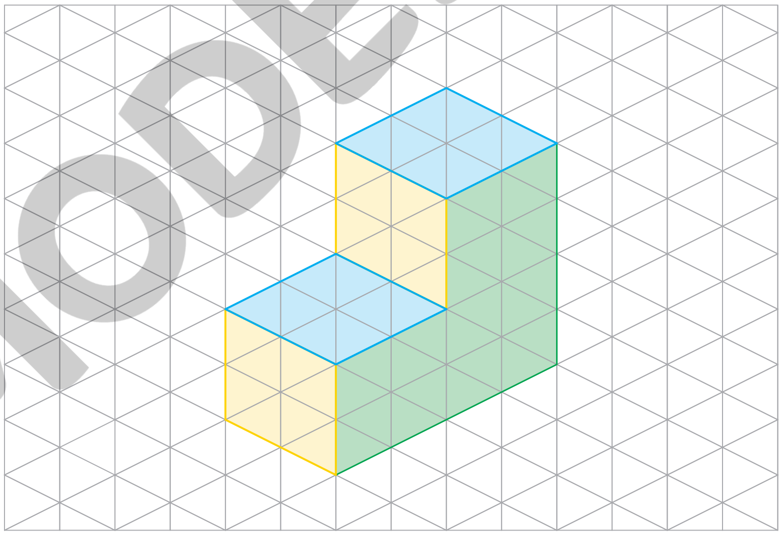
1º) Considerando que os lados dos triângulos da malha medem 1 cm de comprimento, representamos a frente do objeto a partir de sua vista ortogonal frontal.



2º) Representamos a lateral esquerda do objeto a partir de sua vista ortogonal lateral esquerda.



3º) Por fim, representamos a parte superior do objeto a partir de sua vista ortogonal superior.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

## A perspectiva nas artes visuais

Como você já viu, grande parte dos objetos que observamos no nosso dia a dia não é plana.

Os artistas, quando representam uma cena em um plano (uma tela, por exemplo), podem usar diversos recursos para dar a ideia de profundidade. Um desses recursos é chamado **perspectiva**. Observe esse efeito comparando as reproduções das obras de arte a seguir: na primeira, não foi usada a técnica da perspectiva; na segunda, foi empregada essa técnica.



MUSEU LVR-RHEINISCHES LANDESMUSEUM, BON

Detalhe de uma imagem medieval do século XIII, que representa uma colheita, 33,8 cm × 24,4 cm.

MUSEUS DO VATICANO, CIDADE DO VATICANO

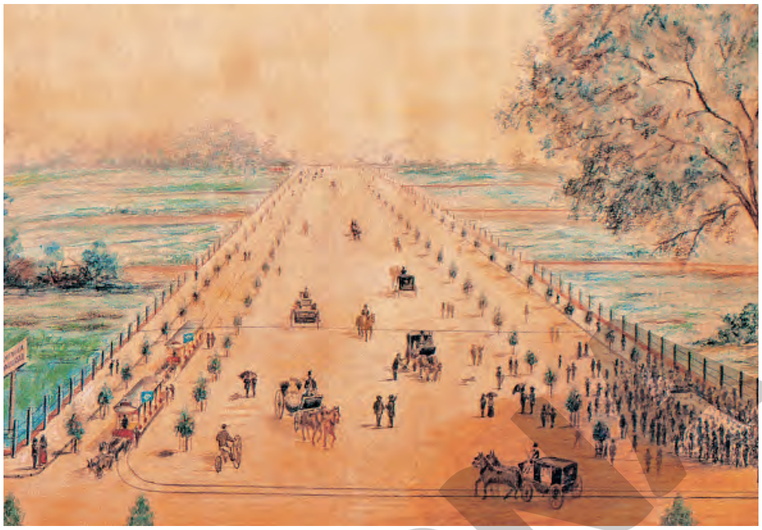
Rafael Sanzio. *A escola de Atenas,* c.1509, 5 m × 7,7 m. Afresco do Palácio do Vaticano, Roma, Itália. A técnica da perspectiva foi criada entre os séculos XIV e XVI pelos artistas do Renascimento. Nesse afresco, Rafael retratou filósofos de diferentes épocas, como Pitágoras, Euclides e Platão.



- Nesta e na próxima página, é apresentada uma técnica – a perspectiva – como recurso para passar a ideia de mais de uma dimensão, usada na pintura. Na comparação entre as reproduções de obras de arte, uma que emprega a perspectiva e outra que não a emprega, esperamos que os estudantes dirijam seu olhar às dimensões representadas.
- Se os estudantes não souberem o que foi o Renascimento, diga que esse movimento surgiu na Itália no final do século XIV e perdurou, aproximadamente, até o século XVI, sendo rapidamente difundido por toda a Europa. Representou uma grande mudança na mentalidade da época, uma vez que abandonou parte do pensamento subserviente à Igreja Católica, característico da era medieval, para privilegiar o olhar crítico e os ideais filosóficos e artísticos da Antiguidade clássica. Assim, os intelectuais da época começaram a questionar o poder que a Igreja detinha e a dar mais importância ao ser humano e à razão, resgatando, nas artes, obras-primas da Antiguidade greco-romana. Com isso, os artistas procuravam retratar, com realismo e seguindo os ideais estéticos clássicos, os motivos de suas pinturas e esculturas, enfatizando a beleza do homem e da mulher.

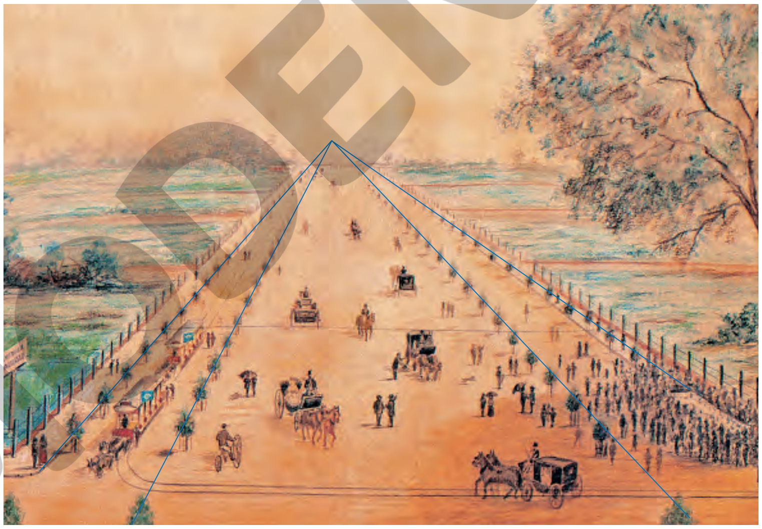
• Peça aos estudantes que comparem, por exemplo, na reprodução do quadro de Jules Martin, as medidas das plantas enfileiradas que estão mais próximas com as medidas das que estão mais distantes, ou que comparem a medida da largura da avenida que está próxima do observador com a da largura da que está distante. O efeito da perspectiva busca reproduzir a visão do observador diante dos objetos reais, que parecem diminuir de tamanho à medida que nos distanciamos deles.

A criação da perspectiva, técnica adotada por artistas de diferentes épocas e escolas, trouxe grandes transformações à pintura. Observe na pintura a seguir o uso da perspectiva.


MUSEU PAULISTA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, SÃO PAULO

Jules Martin. *Avenida Paulista no dia de sua inauguração*, 1891, 45,5 cm × 66,9 cm.

Note, abaixo, como as linhas retas nos ajudam a perceber a perspectiva nessa pintura.


MUSEU PAULISTA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, SÃO PAULO

Jules Martin. *Avenida Paulista no dia de sua inauguração*, 1891, 45,5 cm × 66,9 cm.

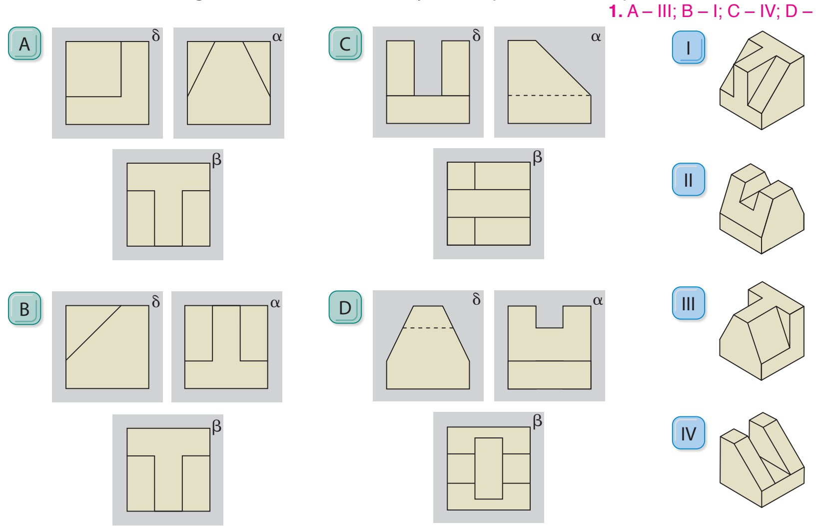
Por meio da perspectiva planejada pelo artista, nosso olhar é direcionado para o ponto em que as retas se encontram. Esse ponto é chamado de **ponto de fuga**.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

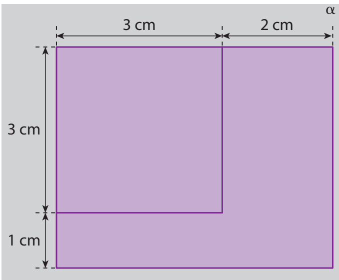
**1.** Associe as vistas ortogonais ao desenho do objeto ao qual elas correspondem.

**1.** A – III; B – I; C – IV; D – II

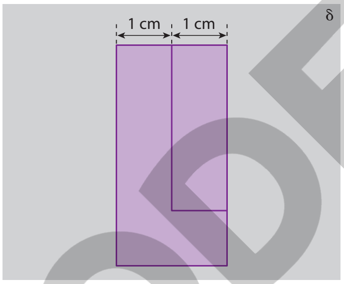



**2.** Desenhe, em uma malha triangular com triângulos com medida de 1 cm de comprimento do lado, o objeto cujas vistas ortogonais estão representadas em cada item. **2.** Resposta em *Orientações*.

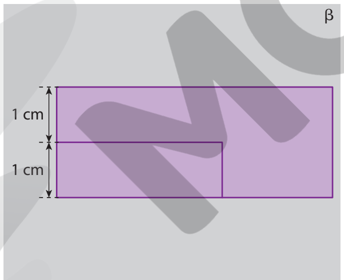
**a)**



Vista ortogonal frontal



Vista ortogonal lateral esquerda



Vista ortogonal superior

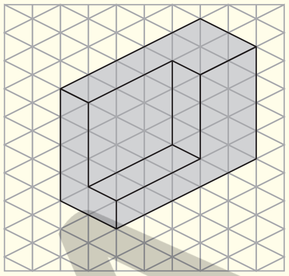
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA







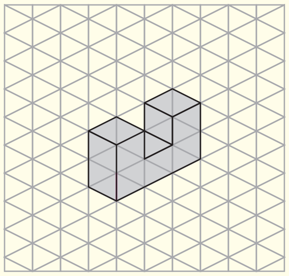
- Na atividade **2**, a malha triangular utilizada deve ser formada por triângulos cujos lados medem 1 cm de comprimento, como da página 244. Atividades como essa demandam atenção, precisão e capricho. Peça aos estudantes que confiram se o desenho feito está coerente com as vistas ortogonais apresentadas.
- Resposta do item **a** da atividade **2**:



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

247

- Resposta do item **b** da atividade **2**:



FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

## Medida de volume de um prisma

### Objetivos

- Calcular a medida do volume de um prisma qualquer.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA19 da BNCC.

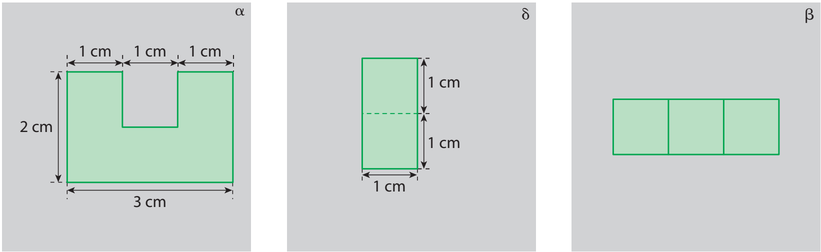
### Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA19 ao promover a resolução e a elaboração de problemas que envolvem medidas de volumes de prismas, incluindo o uso de expressões de cálculo.

### Orientações

- Inicie o tópico fazendo a leitura compartilhada do texto sobre a Usina Hidrelétrica de Itaipu e converse com os estudantes sobre a importância dessa e de outras usinas hidrelétricas no Brasil. Se julgar pertinente, convide o professor de Ciências para falar com os estudantes sobre fontes renováveis de energia elétrica.
- Ao apresentar o mapa desta página, avalie se os estudantes percebem que o rio Paraná encontra-se bem na divisa do Brasil e do Paraguai e este é um dos motivos de ser um projeto binacional. Explique a eles que as dimensões territoriais e a diferença de população entre o Brasil e o Paraguai explicam por que 88,5% do consumo paraguaio provém de Itaipu, enquanto cerca de 10,8% da energia consumida no Brasil vem de lá.

**b)**




Vista ortogonal frontal | Vista ortogonal lateral esquerda | Vista ortogonal superior

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

# 4 Medida de volume de um prisma

Você já ouviu falar da Usina Hidrelétrica de Itaipu? Já imaginou o volume de água de seu reservatório?

A Usina Hidrelétrica de Itaipu, empreendimento binacional desenvolvido pelo Brasil e pelo Paraguai no rio Paraná, é a maior usina em produção de energia do mundo. Em 2016, a usina estabeleceu um novo recorde mundial de produção anual de energia, com a geração de aproximadamente 103 milhões de megawatts-hora (MWh).

Para você ter ideia da grandiosidade dessa hidrelétrica, a medida de volume de concreto utilizado em sua construção (cerca de 12,7 milhões de metros cúbicos) seria suficiente para construir, aproximadamente, 210 estádios de futebol.

Sua vazão mede 62,2 mil metros cúbicos por segundo.

O volume do reservatório da Usina Hidrelétrica de Itaipu, no nível máximo normal, mede 29 bilhões de metros cúbicos de água. Já a medida de volume útil é de 19 bilhões de metros cúbicos.


ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA

Elaborado com base em: IBGE. *Atlas geográfico escolar*. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. p. 175.



Usina Hidrelétrica de Itaipu. Foz do Iguaçu (PR). Foto de 2020.

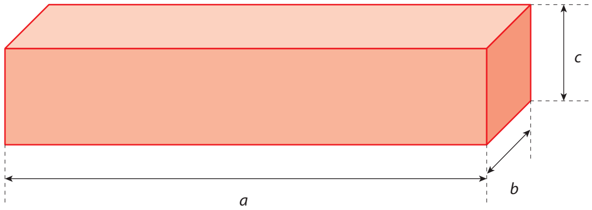
CRISTIAN LOURENÇO/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES



**(EF09MA19)** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

## Medida de volume de um paralelepípedo

Para estudar o volume de algumas figuras não planas, vamos retomar o cálculo da medida do volume de um paralelepípedo.



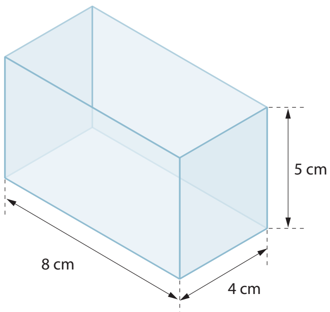

A medida do volume de um paralelepípedo de dimensões *a*, *b* e *c* é dada por:

$$V_{\text{paralelepípedo}} = a \cdot b \cdot c$$

Por exemplo, se as arestas do paralelepípedo medissem 3 m, 2,5 m e 7 m de comprimento, a medida do seu volume seria igual a 52,5 m$^3$, pois:

$3 \text{ m} \cdot 2{,}5 \text{ m} \cdot 7 \text{ m} = 52{,}5 \text{ m}^3$

Agora, vamos descobrir quantos mililitros de água cabem em uma caixa de vidro que lembra um paralelepípedo cujas arestas medem 8 cm, 4 cm e 5 cm de comprimento. Para isso, calculamos a medida do volume do paralelepípedo.

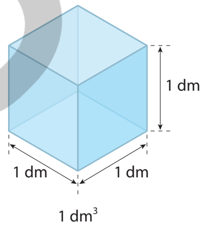



$$V_{\text{paralelepípedo}} = \underbrace{8 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}}_{\text{medida de área da base}} \cdot \underbrace{5 \text{ cm}}_{\text{medida da altura}}$$

$$V_{\text{paralelepípedo}} = 160 \text{ cm}^3$$

A medida do volume do paralelepípedo é igual a 160 cm$^3$.

Para representar essa medida de volume em mililitro (mL), temos de nos lembrar de que 1 dm$^3$ equivale a 1 L e 1 cm$^3$ equivale a 1 mL. Dessa forma, 160 cm$^3$ equivalem a 160 mL.




Então, podemos dizer que a medida de capacidade dessa caixa é igual a 160 mL.

**Para pensar**

**Para pensar: a)** Espera-se que os estudantes percebam que há infinitas possibilidades. Exemplo de resposta: 2 000 m, 2 000 m e 4 750 m.

O reservatório da Usina Hidrelétrica de Itaipu tem medida de volume útil de 19 bilhões de metros cúbicos de água.

**a)** Se fosse possível construir um reservatório que lembrasse um paralelepípedo, quais seriam as medidas de comprimento de suas arestas para armazenar toda essa água?

**b)** Sabendo que 1 m$^3$ equivale a 1 000 L, a quantos litros de água correspondem 19 bilhões de metros cúbicos de água? **b)** a 19 trilhões de litros

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA





- Em anos anteriores, os estudantes já estudaram como determinar a medida do volume de paralelepípedos. Retome esse assunto considerando os conhecimentos prévios da turma.
- Caso note que os estudantes estão com dificuldade para responder às questões propostas do boxe *Para pensar*, peça que se reúnam em duplas e as respondam.

- Nesta página, é apresentada a fórmula que determina a medida do volume de um prisma qualquer. Não fizemos a demonstração dessa fórmula, pois esse assunto será retomado e aprofundado no Ensino Médio.
- Resolução do boxe *Para analisar*:

**a)** $A = \frac{1{,}5 \cdot 1}{2} = 0{,}75 \Rightarrow$ Então, $A = 0{,}75\ cm^2$

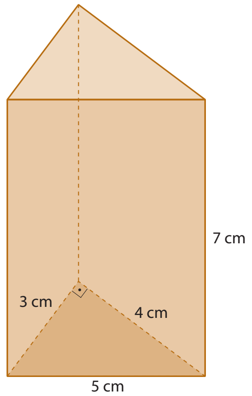
**b)** $V = 0{,}75 \cdot 2{,}5 = 1{,}875 \Rightarrow$ Então, $V = 1{,}875\ cm^3$

## Medida de volume de um prisma qualquer

A medida do volume de um prisma é dada por:

$$V_{prisma} = A_{base} \cdot h$$

Observe como Paula calculou a medida do volume do prisma de base triangular abaixo.





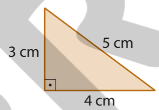
JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

$A_{base} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$

Logo, a medida de área da base do prisma é igual a $6\ cm^2$.

$V_{prisma} = A_{base} \cdot h = 6 \cdot 7 = 42$

Portanto, a medida do volume do prisma é igual a $42\ cm^3$.



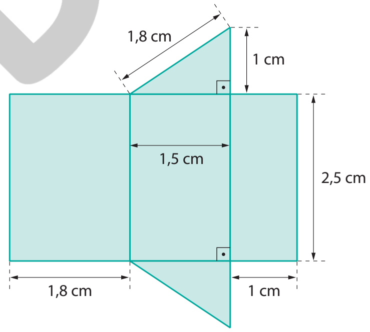





### Para analisar

Observe a planificação da superfície de um prisma de base triangular e responda às questões.

Lembre-se: Escreva no caderno!




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

**a)** Qual é a medida de área da base do prisma que corresponde a essa planificação? **Para analisar: a)** $0{,}75\ cm^2$

**b)** Qual é a medida do volume do prisma que corresponde a essa planificação? **b)** $1{,}875\ cm^3$

# 5 Medida de volume de uma pirâmide

Desde a Antiguidade, as pirâmides exercem fascínio sobre os seres humanos. Esse fascínio pode ser percebido na forma piramidal de edifícios e monumentos, como a Pirâmide de Céstio, em Roma, ou a que foi projetada para ficar em frente ao Museu do Louvre, na França.

Você já ouviu falar desses monumentos? Conhece outros edifícios que lembram uma pirâmide?


ALESSANDRO SERRANO'/AGF/UNIVERSAL IMAGES GROUP/GETTY IMAGES

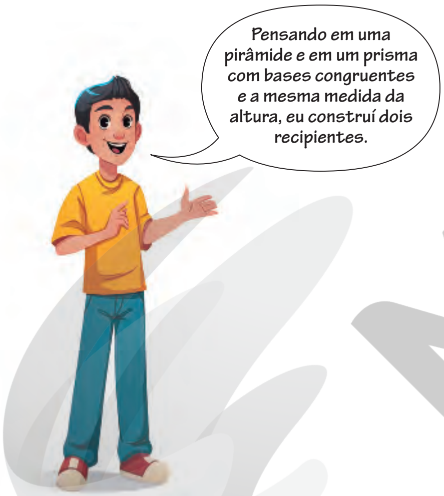
Pirâmide de Céstio, em Roma, Itália, 2020. A pirâmide foi construída entre 18 a.C. e 12 a.C. como túmulo de Caio Céstio.


KOVALENKOV/ALAMY/FOTOARENA

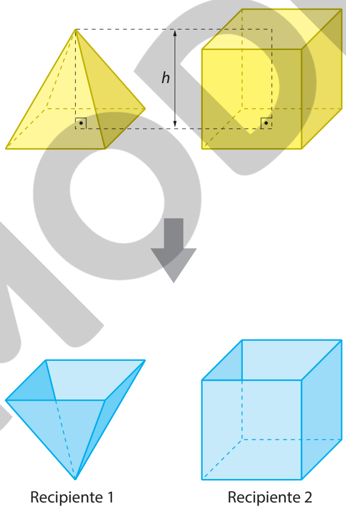
Museu do Louvre, em Paris, França, 2020. A pirâmide, localizada na praça central do museu, é uma arrojada construção de aço e vidro, inaugurada em 1989.



Felipe decidiu calcular a medida do volume de uma pirâmide.
Observe a experiência realizada por Felipe.



JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



## Medida de volume de uma pirâmide

### Objetivo

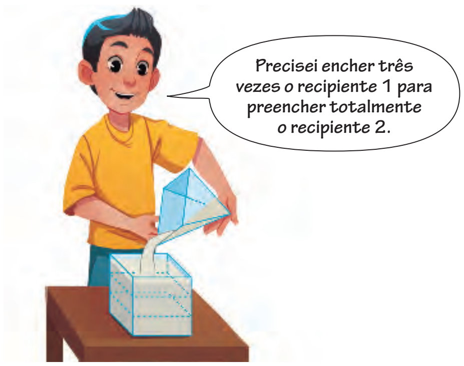
- Calcular a medida do volume de uma pirâmide qualquer.

### Orientações

- Neste tópico, mostra-se como determinar a medida do volume de uma pirâmide por meio de um experimento. Se possível, reproduza-o na sala de aula.

- É importante enfatizar que o experimento apresentado não é uma demonstração formal, apenas sugere que a medida do volume da pirâmide é igual a $\frac{1}{3}$ da medida do volume do prisma cuja base é congruente à base da pirâmide e que tem a mesma medida da altura. Esse assunto será retomado e aprofundado no Ensino Médio.

Lembre-se:
Escreva no caderno!


ILUSTRAÇÕES: JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA

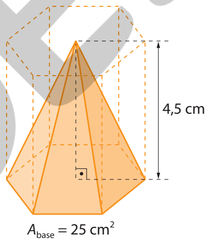
A partir da experiência, Felipe percebeu que o conteúdo do recipiente que lembra uma pirâmide cabe 3 vezes no recipiente que lembra um prisma. Essa experiência sugere que a medida do volume da pirâmide é igual a $\frac{1}{3}$ da medida do volume do prisma cuja base é congruente à base da pirâmide e que tem a mesma medida da altura.

É possível demonstrar que essa relação entre a medida dos volumes vale para qualquer prisma e qualquer pirâmide com bases congruentes e alturas de mesma medida.

Assim, a medida do volume de uma pirâmide qualquer é calculada desta forma:

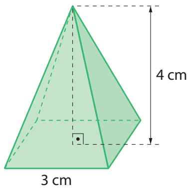
$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{base}} \cdot h$$

Por exemplo, a medida do volume da pirâmide abaixo, de base hexagonal, é igual a 37,5 cm³, pois: $\frac{1}{3} \cdot 25\ \text{cm}^2 \cdot 4{,}5\ \text{cm} = 37{,}5\ \text{cm}^3$




ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

A medida do volume da pirâmide abaixo, de base quadrada, é igual a 12 cm³, pois: $\frac{1}{3} \cdot 9\ \text{cm}^2 \cdot 4\ \text{cm} = 12\ \text{cm}^3$



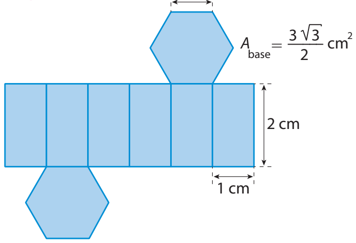

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

## ATIVIDADES

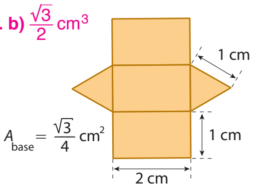
**FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO**

**1.** Observe a planificação da superfície de dois prismas e a medida da área da base de cada um. Determine a medida do volume desses prismas sabendo que suas bases são polígonos regulares.

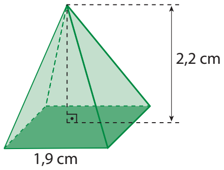
a) **1. a)** $3\sqrt{3}$ cm$^3$




b) **1. b)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm$^3$




**2.** Calcule a medida do volume da pirâmide de base quadrada. **2.** aproximadamente 2,65 cm$^3$



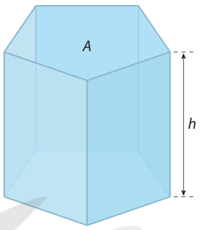

**3.** Sim.
$V = \frac{1}{3} \cdot 30^2 \cdot 22 = 6\,600$
Portanto, a medida do volume de uma pirâmide com as mesmas dimensões da pirâmide do Louvre é 6 600 m$^3$.

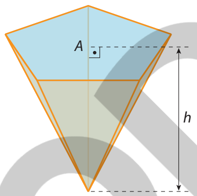
**3.** Leia e responda à questão.

A pirâmide em frente ao Museu do Louvre é uma grande estrutura de vidro e metal que mede 22 m de altura e tem uma base quadrada cujos lados medem 30 m de comprimento cada um.

Com essas informações, é possível calcular a medida do volume de uma pirâmide com as mesmas dimensões da pirâmide do Louvre? De que maneira?

**4.** Observe os recipientes que lembram um prisma e uma pirâmide e responda às questões.




ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Se no prisma cabe 1,5 L de água, que quantidade de água cabe na pirâmide? **4. a)** 0,5 L

b) Dois desses prismas cheios de água enchem quantas pirâmides iguais a essa? **4. b)** 6 pirâmides

**5.** Invente um problema inspirado na imagem do aquário abaixo. **5.** Resposta pessoal.


GK HART/VIKKI HART/GETTY IMAGES



- Aproveite a realização das atividades desta página para fazer uma avaliação do que os estudantes aprenderam e das principais dificuldades enfrentadas por eles ao calcular a medida do volume de prismas e pirâmides.



253

## Medida de volume de um cilindro

### Objetivos

- Calcular a medida do volume de um cilindro qualquer.
- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA19 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA19 ao propor aos estudantes que resolvam e elaborem problemas que envolvam medidas de volumes de cilindros, incluindo o uso de expressões de cálculo.

### Orientações

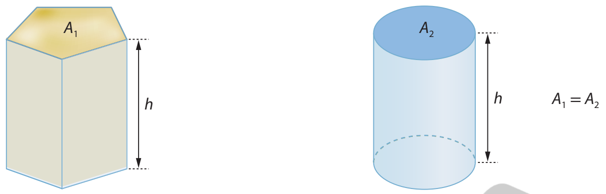
- Sem fazer demonstrações, mas buscando relatar uma experiência, o tema é abordado fazendo comparações entre a medida do volume de um prisma e a de um cilindro. Se possível, faça uma experiência como essa em sala de aula.

# 6 Medida de volume de um cilindro

Observe o experimento feito pela professora Simone para calcular a medida do volume de um cilindro.

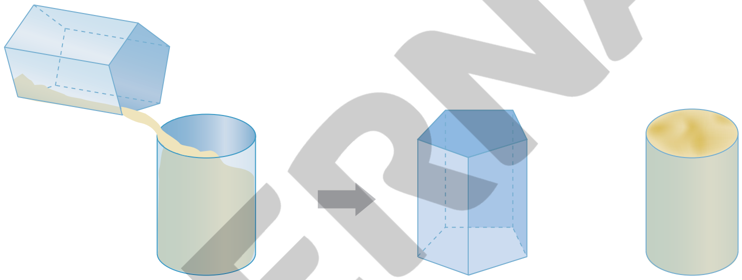
Ela levou para a sala de aula dois recipientes, um que lembra um prisma (recipiente 1) e outro que lembra um cilindro (recipiente 2), ambos com base de mesma medida de área e mesma medida de altura.

O recipiente 1 estava cheio de areia.




Recipiente 1 Recipiente 2

A professora Simone despejou toda a areia do recipiente 1 no recipiente 2, que ficou totalmente preenchido.



Note que a medida do volume de areia que cabe no recipiente que lembra um prisma é igual à medida do volume de areia que cabe no recipiente que lembra um cilindro. Esse experimento sugere que a medida do volume de um prisma é igual à medida do volume de um cilindro, ambos com medida da área da base de mesmo valor e mesma medida de altura.

É possível demonstrar que essa relação entre a medida dos volumes vale para qualquer prisma e qualquer cilindro, ambos com medida da área da base de mesmo valor e altura de mesma medida.

Assim, a medida do volume de um cilindro qualquer é calculado desta forma:

$$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h$$

Esse assunto será retomado e aprofundado no Ensino Médio.



**Exemplo**

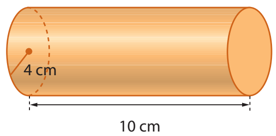
Vamos calcular a medida do volume do cilindro aqui representado.

A medida de área da base desse cilindro é igual a $16\pi$ cm$^2$, pois: $\pi \cdot (4 \text{ cm})^2 = 16\pi \text{ cm}^2$

Como a medida da altura é 10 cm, temos:

$V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = 16\pi \text{ cm}^2 \cdot 10 \text{ cm} = 160\pi \text{ cm}^3$

Portanto, a medida do volume do cilindro é $160\pi$ cm$^3$.









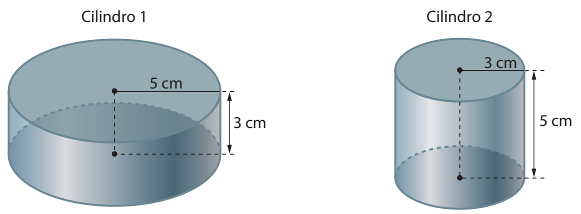

**(EF09MA19)** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Qual sólido tem medida de volume maior: um paralelepípedo de dimensões 2 m, 3,5 m e 4 m ou um cilindro com medida de altura de 3 m e base cujo raio mede 1,6 m de comprimento? **1.** o paralelepípedo

**2.** Observe os dois cilindros representados abaixo e responda sem fazer cálculos: qual deles tem maior medida de volume? **2.** Resposta pessoal; cilindro 1: $75\pi$ cm$^3$; cilindro 2: $45\pi$ cm$^3$

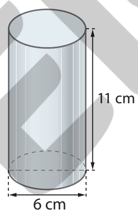



- Agora, calcule a medida do volume de cada cilindro e compare com sua resposta anterior.

**3.** Copie o enunciado do problema abaixo no caderno, complete-o e, depois, resolva-o. **3.** A resposta do problema vai depender das medidas da altura e do comprimento do diâmetro escolhidas pelos estudantes.

> ***João fez um bolo cilíndrico cuja altura mede ■ cm e diâmetro mede ■ cm de comprimento. Em seguida, dividiu o bolo em oito pedaços iguais. Qual é a medida do volume de cada pedaço do bolo?***

**4.** Uma lata de suco em forma cilíndrica cujo diâmetro mede 6 cm de comprimento e altura com medida de 11 cm e é confeccionada com folhas de alumínio.

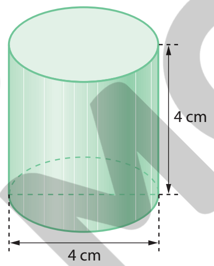



**a)** Quantos centímetros quadrados de folha de alumínio, aproximadamente, foram necessários para confeccionar uma lata? (*Considere:* $\pi = 3{,}14$) **4. a)** 263,76 cm$^2$

**b)** Com o suco dessa lata é possível encher dois copos com medida de capacidade de 200 mL cada um? Justifique sua resposta.

**4. b)** $V_{cilindro} = A_{base} \cdot h = 28{,}26$ cm$^2 \cdot 11$ cm
$V_{cilindro} = 310{,}86$ cm$^3 = 310{,}86$ mL
Como os dois copos juntos têm 400 mL, não é possível enchê-los com o suco dessa lata.

**5.** Observe o cilindro que Regina desenhou e resolva o problema.




Mariana desenhou outro cilindro com a mesma medida de comprimento do raio do que foi desenhado por Regina, mas com o dobro da medida da área da superfície externa. Quais são as dimensões do cilindro que Mariana desenhou? **5.** medida de comprimento do raio: 2 cm; medida da altura: 10 cm

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA







- Ao trabalhar com a atividade **2**, avalie as estratégias de estimativa dos estudantes. É possível responderem que a medida de volume do cilindro 1 é menor que a do cilindro 2 em função da altura, o que não é verdade; para comprovar isso basta calcular as medidas dos volumes.
- Ao trabalhar com a atividade **3**, peça aos estudantes que apresentem seus problemas e soluções para que possam verificar que existem diversas possibilidades para completar o enunciado.

## Medida de volume de um cone

### Objetivo

- Calcular a medida do volume de um cone qualquer.

### Orientações

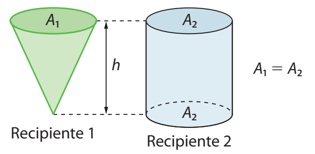
- Neste tópico, é apresentado um experimento que sugere que a medida do volume de um cone qualquer é calculada multiplicando-se um terço da medida da área de sua base pela medida da altura. É importante enfatizar que esse resultado é verdadeiro e que sua demonstração será feita no Ensino Médio. Se julgar conveniente, reproduza com a turma o experimento apresentado na página. Para isso, leve à sala de aula dois recipientes, de formatos cônico e cilíndrico, que tenham altura de mesma medida e mesma medida da área da base.

# 7 Medida de volume de um cone

Vimos que a medida do volume de uma pirâmide é igual a $\frac{1}{3}$ da medida do volume de um prisma com mesma medida da área da base e altura de mesma medida. Será que a medida do volume de um cone é igual a $\frac{1}{3}$ da medida do volume de um cilindro com mesma medida de área da base e altura de mesma medida?

Para saber a resposta, acompanhe outro experimento feito pela professora Simone em sala de aula.

FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA





ILUSTRAÇÕES: JÉSSICA BRASIL/ARQUIVO DA EDITORA





Observe que o conteúdo do recipiente que lembra um cone cabe três vezes no recipiente que lembra um cilindro. Esse experimento sugere que a medida do volume do cone é igual a $\frac{1}{3}$ da medida do volume do cilindro.

É possível demonstrar que essa relação entre a medida dos volumes vale para qualquer cone e qualquer cilindro, ambos com mesma medida de área da base e altura de mesma medida.

Assim, a medida do volume de um cone qualquer é calculado deste modo:

$$V_{cone} = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h$$

### Exemplo

Vamos calcular a medida do volume do cone representado.

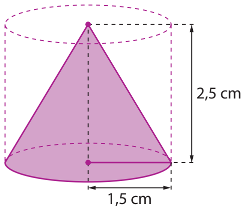
A medida de área da base desse cone é:

$A_{base} = \pi r^2 = \pi \cdot (1{,}5 \text{ cm})^2 = 2{,}25\pi \text{ cm}^2$

Como a medida da altura do cone é igual a 2,5 cm, então a medida do volume do cone é:

$V_{cone} = \frac{1}{3} \cdot A_{base} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 2{,}25\pi \text{ cm}^2 \cdot 2{,}5 \text{ cm} = 1{,}875\pi \text{ cm}^3$

Portanto, a medida do volume do cone é igual a $1{,}875\pi \text{ cm}^3$.

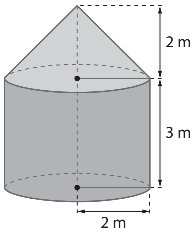



## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Observe a figura abaixo e responda à questão no caderno.

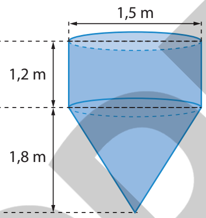
**1.** Espera-se que os estudantes pensem em calcular a medida do volume da parte cilíndrica e, depois, a medida do volume da parte cônica. A medida do volume do sólido é a soma da medida dos volumes das duas partes; aproximadamente 46,05 $m^3$




- Qual é a medida do volume dessa figura?

**2.** Observe um tanque cilíndrico de aço com fundo cônico, usado em diversas fábricas para armazenar água e sua representação. Depois, responda às questões.

CORTESIA D&G PROJETOS

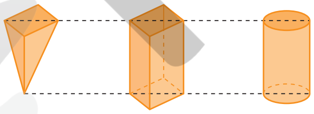



a) Qual é, aproximadamente, a medida do volume desse tanque? **2. a)** 3,18 $m^3$

b) Quantos litros de água cabem, aproximadamente, nesse tanque cilíndrico? (*Lembre-se*: 1 L equivale a 0,001 $m^3$) **2. b)** 3 180 L

**3.** Para preencher o recipiente do tipo 2 com areia, são necessários três recipientes do tipo 1 cheios. Sabendo que os recipientes 2 e 3 têm base de mesma medida de área e altura de mesma medida, determine a quantidade de recipientes do tipo 1 cheios necessária para preencher três recipientes do tipo 3.

**3.** 9 recipientes




ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA





- Para resolver a atividade **3**, os estudantes vão comparar a medida do volume de alguns recipientes. Reúna-os em duplas para que possam compartilhar ideias.

Como os recipientes 2 (paralelepípedo) e 3 (cilindro) têm base de mesma medida de área e altura de mesma medida, eles terão necessariamente a mesma medida de volume. Logo, se são necessários 3 recipientes do tipo 1 para encher um recipiente do tipo 2, então são necessários 3 recipientes do tipo 1 para encher um recipiente do tipo 3. Portanto, para encher 3 recipientes do tipo 3, são necessários 9 recipientes do tipo 1, pois $3 \cdot 3 = 9$.

## Estatística e Probabilidade

### Objetivo

- Favorecer o desenvolvimento da habilidade EF09MA23 da BNCC.

### Habilidade da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA23 porque propõe aos estudantes que planejem e executem pesquisa amostral.

### Orientações

- Inicie o estudo desta seção propondo aos estudantes que conversem sobre as vantagens e as desvantagens de realizar uma compra pela internet ou presencialmente. Se julgar conveniente, escreva no quadro as vantagens e desvantagens de cada tipo de compra observadas por eles. Peça que compartilhem experiências de familiares que já realizaram compras virtual ou presencialmente.
- Em seguida, desenvolva a primeira parte da seção, que tem como objetivo apresentar o público-alvo e o tema da pesquisa, bem como o questionário que foi utilizado para coletar os dados. Converse com estudantes sobre a relevância do tema. Se julgar oportuno, comente que durante a pandemia da covid-19 o *e-commerce* teve um aumento significativo.
- Antes de fazer a leitura das tabelas, aproveite para resgatar o conhecimento prévio dos estudantes sobre alguns conteúdos de Estatística que já foram estudados no decorrer do ano, como elaboração de questionários, tabulação dos dados e construção de gráficos.
- Depois, peça aos estudantes que observem como os dados da pesquisa foram organizados nas tabelas e verifique se conseguiram entender as informações apresentadas.
- É importante que os estudantes percebam que nem sempre os entrevistados precisam escolher uma única resposta, como é o caso das perguntas que geraram as tabelas 2 e 3. Eles devem perceber também que, em situações como essa, não é possível construir um gráfico de setores e que o mais adequado seriam gráficos de barras ou de colunas.

# Estatística e Probabilidade

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## Comunicando resultados de pesquisa amostral

A XYZ Pesquisas fez um levantamento em certo bairro para verificar a adesão ao *e-commerce*. Para isso, as seguintes perguntas foram feitas aos entrevistados.

**1º)** Já fez compras pela internet?

**2º)** Se sim:

- qual produto costuma comprar?
- qual é a frequência da compra?
- como avalia o serviço?
- compare sua experiência entre *e-commerce* e comércio tradicional.

**3º)** Se não, qual é o motivo?

TURK_STOCK_PHOTOGRAPHER/ISTOCK PHOTOS/GETTY IMAGES

Imagem representando compras pela internet.

Perceba que a primeira pergunta tem como respostas "sim" ou "não"; já as outras são perguntas abertas e podem ter várias respostas. Então, para organizar as informações e realizar uma análise dos dados, a empresa elaborou algumas tabelas e gráficos.

Com o apoio de uma planilha eletrônica, os dados foram organizados da seguinte maneira.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Tabela 1

| Já fez compras pela internet? | |
|---|---|
| Sim | 654 |
| Não | 346 |

Tabela 2

| Entre os que compram pela internet | |
|---|---|
| Produtos mais comprados | Quantidade |
| Eletroeletrônicos | 376 |
| Material de escritório | 245 |
| Livros e revistas | 105 |
| Roupas, acessórios e sapatos | 44 |
| Cama, mesa e banho | 33 |
| Cosméticos | 31 |
| Passagens aéreas | 15 |
| Outros | 44 |
| Não sabe/não respondeu | 13 |

Tabela 3

| Entre os que não compram pela internet | |
|---|---|
| Motivos | Quantidade |
| Prefere escolher presencialmente | 99 |
| Não tem acesso à internet | 95 |
| Receio de não receber o produto | 63 |
| Receio de fornecer dados para pagamento | 47 |
| Não tem conhecimento de informática | 30 |
| Não acha seguro | 10 |
| Não tem cartão de crédito | 8 |
| Não tem interesse | 4 |
| Outros | 3 |

Tabela 4

| Frequência da compra | Quantidade |
|---|---|
| Toda semana | 39 |
| Todo mês | 129 |
| A cada 2 meses | 80 |
| A cada 3 meses | 75 |
| A cada 6 meses | 126 |
| Uma vez por ano | 158 |
| Não sabe/não respondeu | 47 |

Tabela 5

| Avaliação do serviço | Quantidade |
|---|---|
| Ótimo/Bom | 524 |
| Regular | 101 |
| Ruim/Péssimo | 17 |
| Não sabe | 12 |

Tabela 6

| Comparação entre *e-commerce* e comércio tradicional | |
|---|---|
| Opção | Quantidade |
| Melhor | 296 |
| Pior | 76 |
| Igual | 254 |
| Não sabe | 28 |

Fonte: XYZ Pesquisa. Metodologia: foram ouvidas 1 000 pessoas em certo bairro durante os dias 23 e 27 de março de 2023.

Agora, vamos analisar as tabelas. Note que, pela tabela 1, podemos concluir que foram entrevistadas 1 000 pessoas. Observe as demais tabelas.

Calculando o total de entrevistados em cada uma das outras tabelas, podemos verificar que na tabela 2 o total é 906, na tabela 3 o total é 359, enquanto nas tabelas 4, 5 e 6 o total é 654. Você sabe o que isso representa?

258



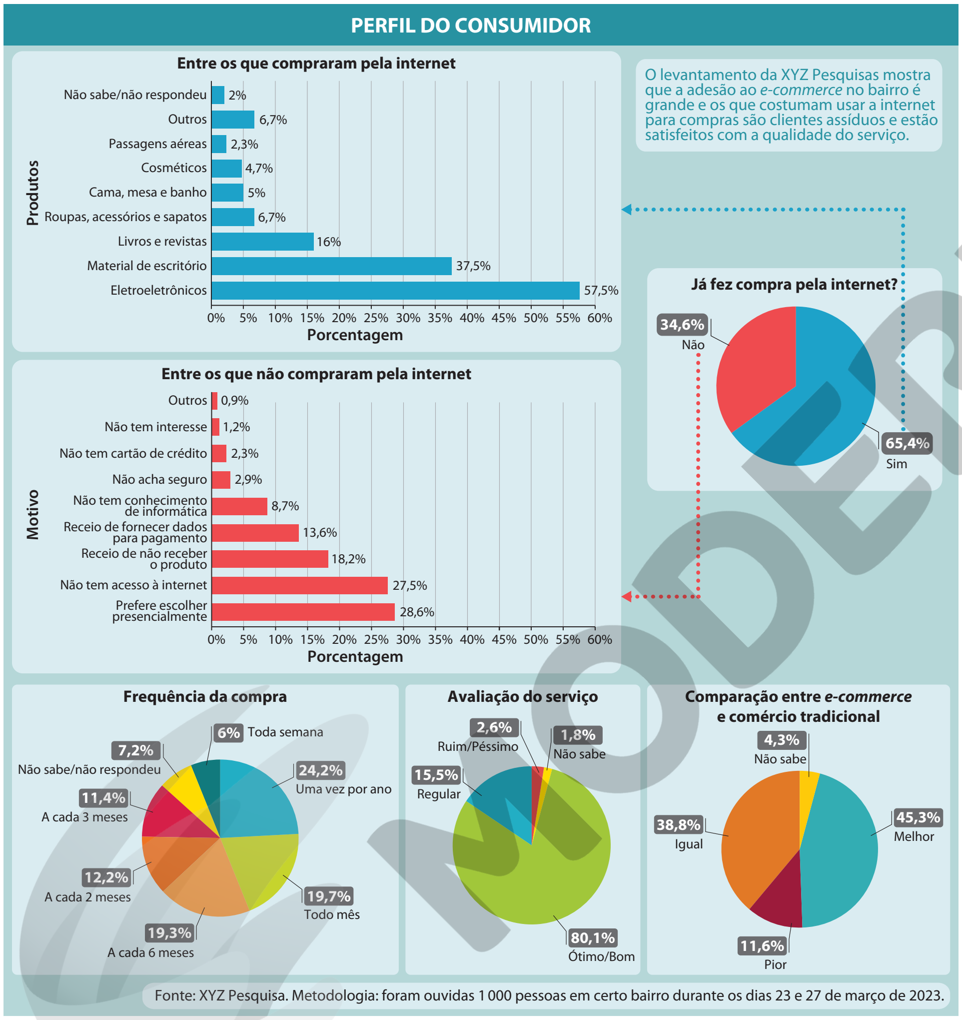


**(EF09MA23)** Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

Note que a tabela 2 refere-se às pessoas que responderam "sim" para a pergunta "Já fez compras pela internet?", e a tabela 3, às pessoas que responderam "não". Nessas tabelas, a coluna "Quantidade" mostra um total maior que o total de respostas "sim" e "não", ou seja, é possível que algumas pessoas tenham dado mais de uma resposta e, provavelmente, essas perguntas eram abertas. Observamos que as demais tabelas se referem às respostas das pessoas que disseram "sim" e que, nesses casos, as respostas são únicas porque o entrevistado não teria como optar por mais de uma resposta.

Os dados obtidos permitem construir alguns gráficos, mas convém verificar que tipo de gráfico é mais adequado para representá-los. Como os gráficos de setores permitem comparar cada parte com o todo, são mais apropriados para as tabelas 1, 4, 5 e 6. Já os gráficos de barras ou de colunas são mais adequados para as tabelas 2 e 3 porque permitem comparar as respostas entre si.

Para comunicar os resultados, a XYZ Pesquisas representou todas essas informações em um infográfico e elaborou comentários para compor o relatório.




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA







- Comente com os estudantes que, na elaboração do relatório, nem sempre os gráficos precisam ficar separados e analisados um a um. É possível construir um infográfico que revele as informações como um todo e, então, tecer comentários relevantes.
- Peça aos estudantes que observem como o infográfico foi organizado, considerando o título, o texto que acompanha o infográfico, a disposição dos gráficos e a fonte. Questione-os sobre as informações que podem obter analisando os gráficos. Em seguida, faça uma leitura compartilhada das conclusões apresentadas.

• Converse com os estudantes sobre a tabela que mostra a idade dos entrevistados e questione-os sobre a organização por faixa etária. Aproveite para retomar os conceitos de média, moda, mediana e amplitude.

• Exemplo de respostas da atividade **1**:
Dos consumidores que compram pela internet, 80,1% consideram o serviço prestado como ótimo ou bom, e 15,5% consideram regular. Isso indica que a maioria dos consumidores está satisfeita com o serviço.
A frequência com que esses consumidores compram pela internet revela que a maioria compra uma vez por ano, seguido daqueles que compram todo mês e os que compram a cada 6 meses. A pesquisa revela, ainda, que cerca de 18,2% do total de pessoas entrevistadas que não compram pela internet tem receio de não receber os produtos comprados.

• Na atividade **2**, retome com os estudantes as diferentes maneiras de selecionar amostras. Relembre-os de que na amostra casual simples os elementos da população são rotulados, e a amostra ocorre por meio de alguma espécie de sorteio. Já na amostra estratificada a população é dividida em subgrupos e ocorre por meio da seleção de elementos de cada estrato (subgrupo) de uma população. Por fim, na amostra sistemática os elementos da população, que se encontram ordenados, são retirados periodicamente.



A partir desses dados é possível concluir que:

- mais da metade dos entrevistados (65,4%) costuma fazer compras pela internet.
- entre os consumidores que recorrem à internet para comprar, 57,5% compram eletroeletrônicos, 37,5% compram material de escritório e 16% compram livros e revistas.
- entre os entrevistados que não compram pela internet, 28,6% preferem escolher presencialmente, enquanto 27,5% não compram por falta de acesso à internet. Já o quesito segurança ficou em 6º lugar, sendo que 2,9% dos consumidores ainda não se sentem seguros em realizar compras pela internet. Isso pode revelar uma mudança nas vendas pela internet.

Nessa pesquisa também foi identificada a faixa etária dos entrevistados, como mostra a tabela.

**Idade dos entrevistados**

| Faixa etária | Quantidade |
|---|---|
| De 18 a 28 anos | 320 |
| De 29 a 38 anos | 200 |
| De 39 a 48 anos | 180 |
| De 49 a 58 anos | 160 |
| De 59 a 68 anos | 80 |
| De 69 a 78 anos | 60 |

Fonte: XYZ Pesquisa. Metodologia: foram ouvidas 1 000 pessoas em certo bairro durante os dias 23 e 27 de março de 2023.

A partir dessa tabela é possível calcular algumas medidas e interpretá-las. Elas ajudarão a caracterizar o público-alvo da pesquisa e fazer algumas inferências sobre a pesquisa.

A moda é a medida que podemos obter mais rapidamente observando a tabela, pois ela representa a faixa etária que tem a maior frequência, ou seja, a maioria dos entrevistados está na faixa de 18 a 28 anos. Essa constatação pode estar diretamente relacionada com a quantidade de pessoas que responderam "sim" para a questão: "Já fez compras pela internet?".

Das 1 000 pessoas que responderam à pesquisa, é possível perceber que mais da metade se encontra na faixa etária de 18 a 38 anos, pois, nos dois primeiros intervalos, temos 520 pessoas, um pouco mais de 50% dos entrevistados. Então, podemos concluir que a mediana das idades desse conjunto de dados se encontra na faixa dos 29 aos 38 anos.

## ATIVIDADES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

**1.** Elabore mais dois comentários sobre o levantamento realizado pela XYZ Pesquisas.
**1.** Exemplos de resposta em *Orientações*.

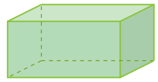
**2.** Reúna-se com três colegas para executar uma pesquisa amostral. Durante as fases da pesquisa, procurem responder às seguintes questões.
**2.** Respostas pessoais.

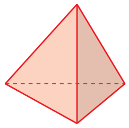
- Qual é o tema da pesquisa?
- Qual é a importância desse tema?
- Qual é o público-alvo?
- Quais cuidados vocês devem ter ao selecionar a amostra?
- Como será feita a seleção da amostra?
- Quais perguntas serão feitas?
- Como os dados serão coletados e organizados?
- Quais tipos de gráfico vocês poderão construir para apresentar os dados?
- É possível calcular a média, a moda, a mediana e a amplitude de algum dos conjuntos de dados obtidos?
- O que é possível concluir a partir dessas medidas?
- Como vocês vão apresentar as conclusões da pesquisa para a turma?

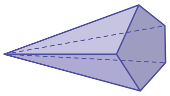
# Atividades de revisão

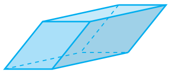
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

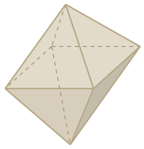
**1.** Escreva o nome de cada um dos poliedros abaixo.

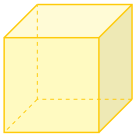
a) 

d) 

b) 

e) 

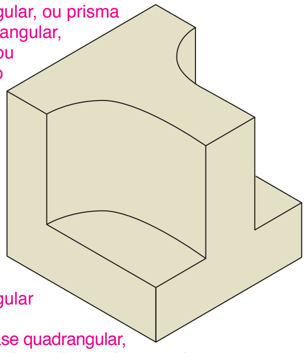
c) 

f) 

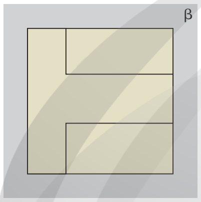
ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

1. Respostas possíveis: **a)** bloco retangular, ou prisma de base quadrangular, ou hexaedro, ou paralelepípedo **b)** pirâmide de base pentagonal ou hexaedro **c)** octaedro **d)** pirâmide de base triangular ou tetraedro **e)** prisma de base quadrangular ou hexaedro **f)** prisma de base quadrangular, ou bloco retangular, ou hexaedro, ou cubo

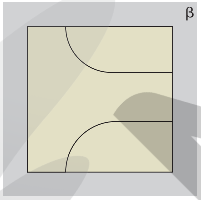
**2.** Observe o desenho de uma peça.



a) Qual das vistas abaixo representa a vista ortogonal superior da peça? **2. a)** a vista 2




Vista 1




Vista 2

ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

b) Represente, em seu caderno, duas outras vistas ortogonais dessa peça.
**2. b)** Resposta em *Orientações*.

**3.** Observe o quadro abaixo. **3.** Respostas pessoais.

VALTER SACILOTTO – COLEÇÃO PARTICULAR

Luiz Sacilotto. *Concreção 9767*, 1997, 90 cm × 90 cm.

a) Ao escolher essa composição, o artista quis dar a ideia de uma figura plana ou não plana? Explique sua resposta.

b) Inspire-se na obra acima e crie uma composição que transmita a mesma ideia pretendida pelo artista.

**4.** Pesquise em jornais e revistas o uso da perspectiva em anúncios publicitários. Junte-se a alguns colegas, construam um cartaz com os anúncios pesquisados e o apresentem para a turma.
**4.** Resposta pessoal.

**5.** Uma embalagem que lembra um cubo foi revestida de uma camada de papel adesivo com 726 cm² de medida de área.

a) Quais são as dimensões dessa embalagem? (*Dica*: pense na planificação do cubo.)
**5. a)** 11 cm, 11 cm e 11 cm

b) Quantos centímetros cúbicos de areia cabem nessa embalagem? **5. b)** 1 331 cm³

**6.** Um artesão recortou placas de vidro para montar uma pirâmide de base quadrada de lado medindo 30 cm de comprimento e altura medindo 48 cm. Essa pirâmide será totalmente preenchida com líquido colorido.

Quantos litros de líquido colorido serão necessários para encher totalmente essa pirâmide?
**6.** 14,4 L





## Atividades de revisão

### Objetivos

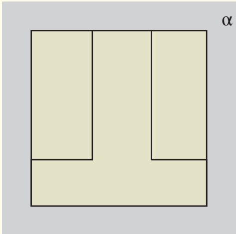
- Consolidar o conhecimento adquirido no decorrer do Capítulo.
- Favorecer o desenvolvimento das habilidades EF09MA17 e EF09MA19 da BNCC.

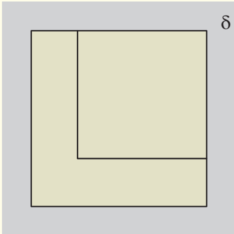
### Habilidades da BNCC

- Esta seção favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA17 ao propor aos estudantes que identifiquem e desenhem vistas ortogonais de objetos desenhados em perspectiva. A habilidade EF09MA19 tem o seu desenvolvimento favorecido ao propor problemas que envolvam as medidas de volumes de prismas e de cilindros retos que podem ser resolvidos aplicando expressões de cálculo.

### Orientações

- Exemplo de resposta do item **b** da atividade **2**:




ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

- Explore a obra de Luiz Sacilotto, apresentada na atividade **3**, pedindo aos estudantes que identifiquem figuras geométricas (resposta: quadriláteros). Por meio dessa resposta, é interessante conversar sobre o efeito produzido pelo artista para passar a ideia de figura não plana.

**(EF09MA17)** Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

**(EF09MA19)** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

• Sugerimos algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre suas aprendizagens e possíveis dificuldades no estudo deste Capítulo, as quais devem ser adaptadas à realidade da turma. Oriente-os a fazer a autoavaliação, respondendo às questões no caderno com "sim", "às vezes" ou "não".

Eu...

... consigo reconhecer um poliedro a partir de suas características?

... sei diferenciar poliedros de corpos redondos?

... sei determinar o número de arestas, de faces e de vértices de um poliedro, bem como relacionar esses números entre si pela relação de Euler?

... interpreto corretamente as vistas ortogonais de uma figura?

... sei calcular a medida de volume de cilindros, cones, prismas e pirâmides?

... sei resolver problemas envolvendo o cálculo de medida de volume de poliedros e de corpos redondos?

... sei planejar, executar e escrever a síntese de uma pesquisa estatística amostral?

... sei construir o esboço de uma figura a partir de suas vistas ortogonais, e vice-versa?

... compreendo as relações existentes entre o cálculo de medidas de volume de cones e cilindros?

... compreendo as relações existentes entre o cálculo de medidas de volume de pirâmides e prismas?

... cuido do meu material escolar?

... tenho um bom relacionamento com meus colegas de sala?

... consigo expor minhas ideias e opiniões em grupo?

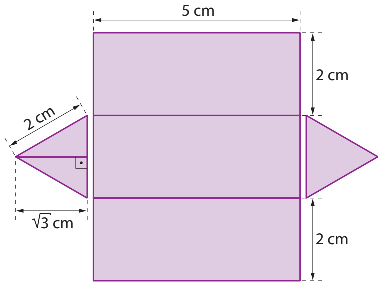
... tenho facilidade para compreender os conteúdos?

... realizo as tarefas propostas?

**Atividades de revisão**

**7.** Um reservatório de óleo diesel de formato cilíndrico mede 2 m de altura e base cujo raio mede 3 m de comprimento. Quantos litros de óleo esse reservatório comporta? (*Considere:* $\pi = 3{,}14$) **7.** 56 520 L

**8.** Com dois pedaços de cartolina no formato de triângulos equiláteros congruentes e três pedaços retangulares, podemos construir um modelo da superfície externa de um prisma.



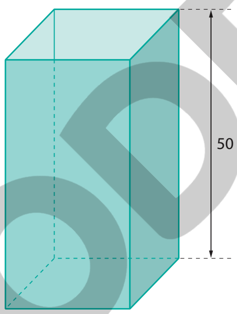

**8. a)** 5 cm; **b)** $\sqrt{3}$ cm$^2$; **c)** $5\sqrt{3}$ cm$^3$

a) Qual é a medida da altura desse prisma?

b) Qual é a medida da área da base desse prisma?

c) Qual é a medida do volume desse prisma?

**9.** Marta vai recobrir com plástico a parte externa de um cesto sem tampa com o formato da figura abaixo.




ILUSTRAÇÕES: FAUSTINO/ARQUIVO DA EDITORA

As laterais do cesto têm formato retangular, e a base tem o formato de um quadrado com lados que medem 25 cm de comprimento.

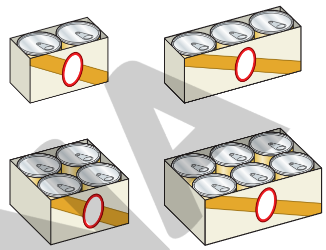
Calcule a medida de comprimento mínima do plástico que Marta deverá comprar, sabendo que ele é vendido com medida de largura de 25 cm. **9.** 225 cm

**10.** Elabore um problema que envolva o cálculo de medida de volumes de sólidos geométricos. **10.** Resposta pessoal.

**11.** Junte-se a um colega, analisem a situação e façam o que se pede.

Nos supermercados, muitas vezes, produtos em latas ou vidros são vendidos empacotados. O tipo de empacotamento é avaliado de acordo com sua eficiência. Para isso, calcula-se o quociente entre a medida do volume do pacote e a medida do volume total das latas; quanto mais próximo de 1, mais eficiente será o pacote.

Suponham que uma lata de refrigerante tenha 5 cm de comprimento de medida de raio, 12 cm de medida de altura e medida de volume igual a 942 cm$^3$.

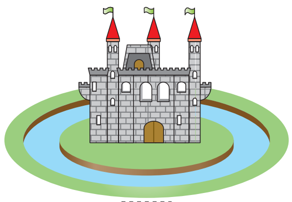


a) Calculem a eficiência de cada um dos pacotes acima. **11. a)** Para todos os pacotes, a eficiência é a mesma: 1,274.

b) Qual desses pacotes seria mais econômico, poupando danos ao meio ambiente? **11. b)** o pacote maior

**12.** Reúna-se com alguns colegas e resolvam o problema proposto.

(Fuvest) Um castelo está cercado por uma vala cujas bordas são dois círculos concêntricos de raios 41 m e 45 m. A profundidade da vala é **constante** e igual a 3 m.




Seção transversal da vala

O proprietário decidiu enchê-la com água e, para esse fim, contratou caminhões-pipa, cujos reservatórios são cilindros circulares retos com raio da base de 1,5 m e altura igual a 8 m.

Determine o número mínimo de caminhões-pipa necessário para encher completamente a vala. **12.** 58 caminhões

# Para finalizar

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

## ORGANIZE SUAS IDEIAS

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

### OBSERVE E RESPONDA

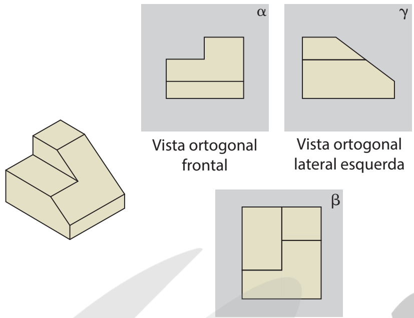
**Considere estas imagens.**

MR HEISENBERG/SHUTTERSTOCK

Latas de tinta.


ALF RIBEIRO/FOLHAPRESS

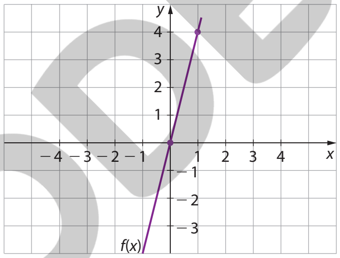
Detalhe de uma bomba de combustível.




Vista ortogonal frontal

Vista ortogonal lateral esquerda

Vista ortogonal superior




ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA



**Com base nas imagens e também no que você aprendeu nesta Unidade, faça o que se pede.**

**1.** Analisando o gráfico acima, de uma função linear, obtenha a lei dessa função. **Observe e responda: 1.** $f(x) = 4x$

**2.** No abastecimento de combustível, a grandeza *total a pagar* é dependente de outra grandeza? Se for, de qual? **2.** Sim. A grandeza *total a pagar* está em função (é dependente) da quantidade de litros de combustível com que o veículo é abastecido.

**3.** Observe a imagem das latas de tinta. Qual sólido geométrico elas lembram? **3.** cilindro

**4.** O que é a vista ortogonal de uma figura? **4.** É a projeção ortogonal da figura sobre um plano.



## Para finalizar

### Objetivo

- Analisar o que foi estudado na Unidade e avaliar o aprendizado.

### Orientações

- Tendo como ponto de partida a observação de imagens que retomam, de alguma maneira, assuntos discutidos na Unidade, os estudantes são convidados a realizar algumas sínteses sobre as principais ideias exploradas.
- Se julgar conveniente, os estudantes podem retomar as atividades da Unidade, identificando aquelas em que tiveram dúvidas. Em seguida, devem responder às demais perguntas da seção, que abordam os assuntos tratados nos capítulos. Por último, devem tentar, em duplas, solucionar as dúvidas relativas às atividades listadas.

• Este momento de retomada é muito importante, pois possibilita aos estudantes que identifiquem, entre os conceitos estudados na Unidade, os que são mais relevantes. Depois, eles podem trocar ideias sobre estratégias de resoluções de atividade, compartilhando, assim, conhecimentos adquiridos.

• Retome algumas atividades feitas nos Capítulos desta Unidade com os estudantes e peça a eles que:

1) listem no caderno as atividades dos Capítulos 8, 9 e 10 que tiveram mais dificuldades em resolver;

2) relacionem as atividades listadas com os conteúdos estudados;

3) reúnam-se com alguns colegas e resolvam juntos as atividades listadas por eles.

## Para finalizar

**REGISTRE**

**Para finalizar o estudo desta Unidade, junte-se a um colega e façam o que se pede.**

**1.** O que significa dizer que uma grandeza é função de outra? **Registre: 1.** Exemplo de resposta: Significa que uma grandeza depende da outra.

**2.** Podemos dizer que a medida de área de um terreno retangular é função das medidas de comprimento de seus lados? **2.** sim

**3.** Em que situações do dia a dia você identifica a ideia de função? **3.** Resposta pessoal.

**4.** Quais são as características de uma função afim? **4.** Espera-se que os estudantes apontem características como: o gráfico, a lei de formação e a quantidade de zeros da função.

**5.** Como calculamos a medida do volume de um cone? E a de um cilindro? **5.** cone: $V_{cone} = \frac{A_{base} \cdot h}{3}$ ($A_{base}$: medida de área da base, $h$: medida da altura) cilindro: $V_{cilindro} = A_{base} \cdot h$ ($A_{base}$: medida de área da base, $h$: medida de altura)

**6.** Explique o que vocês entenderam sobre projeção ortogonal. **6.** Resposta pessoal.

**7.** Na abertura desta Unidade, vocês responderam a algumas questões do boxe "*Para começar...*". Comparem as respostas dadas àquelas questões com as respostas que vocês dariam agora e escrevam um texto explicando o que aprenderam nesta Unidade. **7.** Resposta pessoal.

### Para conhecer mais

**Em busca das coordenadas**
**(Coleção A descoberta da Matemática)**
Ernesto Rosa
São Paulo: Ática, 2008.

Telma, Itiro e Caíto não acreditavam que estavam fazendo uma viagem espacial. Como isso tinha acontecido? Pouco antes, passeavam, maravilhados, pela exposição de Ciência e Tecnologia montada no Observatório de Ciências...

Depois de passear pela Lua e por Marte e enfrentar uma chuva de meteoros, os três amigos pousaram em Ganimedes, satélite de Júpiter. A aventura estava incrível, mas eles precisavam dar um jeito de voltar para casa. Então, lançaram mão das coordenadas para encontrar o caminho de volta.


REPRODUÇÃO/EDITORA ÁTICA


REPRODUÇÃO/EDITORA SCIPIONE

**Os poliedros de Platão e os dedos da mão**
**(Coleção Vivendo a Matemática)**
Nílson José Machado
São Paulo: Scipione, 2000.

Este livro mostra que é possível trabalhar poliedros a partir de noções básicas da Geometria plana, como ângulos e polígonos, criando um contexto baseado em situações de sala de aula, a partir da intuição. Com textos e exercícios sobre Geometria, o leitor poderá acompanhar o caminho intuitivo percorrido por Platão até os cinco poliedros regulares – tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

## MOSTRE O QUE VOCÊ APRENDEU

**1.** Identifique a alternativa que contém a dízima periódica correspondente à fração $\frac{1}{6}$. **1.** alternativa **b**

a) $166,\overline{6}$
b) $0,1\overline{6}$
c) $1,\overline{6}$
d) $16,\overline{6}$

**2.** Qual dos números abaixo é o menor? **2.** alternativa **b**

a) $0,1^2$
b) $0,1^5$
c) $0,001$
d) $0,1$

**3.** Podemos afirmar que a representação do número 1 000 000 na base 10 é: **3.** alternativa **c**

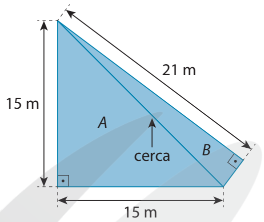
a) $10^2$
b) $10^3$
c) $10^6$
d) $10^7$

**4.** Um motociclista está a caminho de concluir uma entrega. O trajeto total mede 2 km e, ao completar 15% desse trajeto, ele parou no posto de combustível para abastecer.

Quantos metros o motociclista percorreu até chegar ao posto de combustível? **4.** alternativa **b**

a) 150 m
b) 300 m
c) 850 m
d) 1 700 m

**5.** Pedro comprou um terreno e decidiu dividi-lo em duas partes, *A* e *B*, utilizando uma cerca de arame.






De acordo com a imagem, podemos afirmar que a medida de comprimento da cerca e a medida da área da parte *B* do terreno são, respectivamente: **5.** alternativa **d**

a) $15\sqrt{2}$ m e 112,5 m²
b) 15 m e 112,5 m²
c) 15 m e 31,5 m²
d) $15\sqrt{2}$ m e 31,5 m²

**6.** (Enem) Um apostador deve escolher uma entre cinco moedas ao acaso e lançá-la sobre uma mesa, tentando acertar qual resultado (cara ou coroa) sairá na face superior da moeda.

Suponha que as cinco moedas que ele pode escolher sejam diferentes:

- duas delas têm "cara" nas duas faces;
- uma delas tem "coroa" nas duas faces;
- duas delas são normais (cara em uma face e coroa na outra).

Nesse jogo, qual é a probabilidade de o apostador obter uma face "cara" no lado superior da moeda lançada por ele? **6.** alternativa **c**

a) $\frac{1}{8}$
b) $\frac{2}{5}$
c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{3}{4}$
e) $\frac{4}{5}$

**7.** Observe as etapas para racionalizar o número $a = \frac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$. **7.** alternativa **c**

- **Etapa 1**: Multiplicar e dividir o número *a* por $3-\sqrt{2}$.
- **Etapa 2**: Utilizar os produtos notáveis adequados para eliminar o radical no denominador da fração.
- **Etapa 3**: Manipular os números obtidos no numerador e no denominador até obter $a = \frac{11-6\sqrt{2}}{7}$.

Os produtos notáveis utilizados na **Etapa 2** para obter o resultado desejado foram:

a) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ e $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$
b) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ e $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
c) $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$ e $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
d) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ e $(a^2+b^2)^2 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4$





## Avaliação de resultado

- Na atividade **1**, é importante ficar claro para os estudantes que a representação de uma dízima periódica é infinita. Se julgar necessário, dê outros exemplos e pergunte: "A fração $\frac{1}{6}$ é um número maior ou menor que 1?". A resposta à pergunta elimina as alternativas **a**, **c** e **d**, pois $\frac{1}{6}$ é menor que 1 e as dízimas $166,\overline{6}$; $1,\overline{6}$ e $16,\overline{6}$ são maiores que 1.
- Para melhor compreensão dos estudantes com respeito ao tema abordado na atividade **2**, lembre-os de analisar primeiro o número correspondente à base e, em seguida, o expoente. Caso seja necessário, apresente outros exemplos.
- Na atividade **3**, lembre os estudantes de que a potência de 10 influencia na quantidade de zeros de um número natural, ou seja: $10^n = 1\underbrace{00\,000\,...\,00}_{n \text{ zeros}}$.
- Na atividade **4**, para que os estudantes sintam mais segurança em calcular a porcentagem proposta, sugira a eles que, inicialmente, convertam 2 km para 2 000 metros e 15% para 0,15 ou $\frac{15}{100}$. Caso algum estudante apresente dificuldade nas conversões, dê exemplos no quadro.
- Na atividade **5**, verifique se os estudantes perceberam que há dois triângulos retângulos na imagem e que, utilizando o teorema de Pitágoras, é possível obter as medidas de comprimento dos lados faltantes, bem como a medida de comprimento da cerca. Se necessário, dê exemplos no quadro de como aplicar o teorema de Pitágoras.
- Na atividade **6**, caso algum estudante não recorde como calcular a probabilidade de ocorrência de eventos independentes, retome as definições e os métodos necessários para resolver a atividade. Se necessário, dê exemplos no quadro.

- Para resolver a atividade **7**, os estudantes precisam reconhecer que, na racionalização do denominador, a fração $\frac{3-\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$ foi escolhida convenientemente, de modo a obter:

$$a = a \cdot 1 = a \cdot \frac{3-\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = \frac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} \cdot \frac{3-\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = \frac{\left(3-\sqrt{2}\right)^2}{\left(3+\sqrt{2}\right)\cdot\left(3-\sqrt{2}\right)}$$

Nesse momento, observe que temos duas expressões: o numerador do tipo $(a-b)^2$ e o denominador do tipo $(a+b)\cdot(a-b)$. Assim, utilizando os produtos notáveis correspondentes, temos:

$$a = \frac{\left(3-\sqrt{2}\right)^2}{\left(3+\sqrt{2}\right)\cdot\left(3-\sqrt{2}\right)} = \frac{9-6\sqrt{2}+2}{3^3-\left(\sqrt{2}\right)^2} = \frac{11-6\sqrt{2}}{7}$$

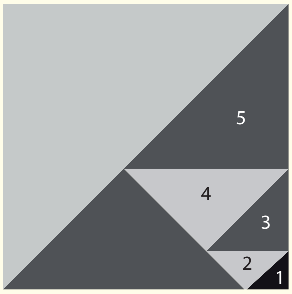
Alguns estudantes podem demonstrar dificuldade no processo. Analise os registros e as marcações para verificar os possíveis equívocos.

• Para realizar a atividade **8**, os estudantes devem associar a razão entre $x$ e $y$ com a fração $\frac{x}{y}$ para resolver o sistema $\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{1}{14} \\ x + y = 75 \end{cases}$, cuja solução é $x = 5$ e $y = 70$.

Assim, $y - x = 70 - 5 = 65$.

• Para resolver a atividade **9**, os estudantes precisam calcular a proporção das medidas de comprimento dos lados para verificar quais lados são proporcionais. Nesse caso, temos $\frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$. Assim, os triângulos são semelhantes pelo caso LLL.

• Para resolver a atividade **10**, os estudantes devem utilizar o teorema de Pitágoras diversas vezes, de acordo com a numeração apresentada no esquema a seguir:




ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

A medida de comprimento do lado do triângulo é igual à soma das medidas de comprimento dos catetos dos triângulos 1, 3 e 5. Caso algum estudante não recorde o teorema de Pitágoras, copie a fórmula no quadro e dê exemplos de sua aplicação em triângulos retângulos.

• Para melhor compreensão dos estudantes, durante a realização da atividade de **11**, oriente-os a deduzir a equação da reta que passa pelos pontos (0,1) e (1,0). Dessa forma, a equação obtida resulta na lei de formação desejada. Uma abordagem alternativa que pode ser utilizada é a análise do comportamento da reta: se está crescendo ou decrescendo e onde corta o eixo $y$.

• Na atividade **12**, o estudante que indicou as alternativas **a** ou **c** pode ter considerado o número de eventos corretamente, porém ter considerado o número total de possibilidades incorretamente. Se ele indicou a alternativa **d**, pode ter calculado o número total de possibilidades, porém não ter considerado o número de ocorrências do evento corretamente. Por fim, se o estudante indicou a alternativa **e**, ele pode não compreender como calcular a probabilidade de um evento ocorrer.

**8.** Dois números, $x$ e $y$, satisfazem as seguintes propriedades: **8.** alternativa **b**

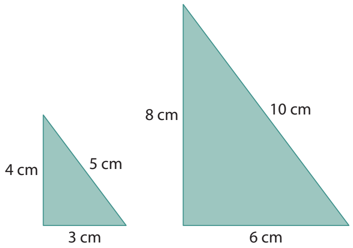
**I.** A razão entre $x$ e $y$ é igual a $\frac{1}{14}$.

**II.** A soma de $x$ com $y$ é igual a 75.

Desse modo, podemos afirmar que o valor de $y - x$ é:

**a)** 5
**b)** 65
**c)** 70
**d)** 75

**9.** Observe os dois triângulos abaixo.




**9.** alternativa **a**

De acordo com as figuras, podemos afirmar que:

**a)** Os triângulos são semelhantes pelo caso LLL.
**b)** Os triângulos são semelhantes pelo caso LAA.
**c)** Os triângulos são semelhantes pelo caso LAL.
**d)** Os triângulos não são semelhantes.

**10.** (Enem) Um quebra-cabeça consiste em recobrir um quadrado com triângulos retângulos isósceles, como ilustra a figura.

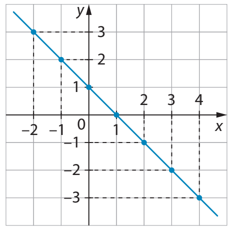
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Uma artesã confecciona um quebra-cabeça como o descrito, de tal modo que a menor das peças é um triângulo retângulo isósceles cujos catetos medem 2 cm.

O quebra-cabeça, quando montado, resultará em um quadrado cuja medida do lado, em centímetro, é: **10.** alternativa **a**

**a)** 14
**b)** 12
**c)** $7\sqrt{2}$
**d)** $6 + 4\sqrt{2}$
**e)** $6 + 2\sqrt{2}$

**11.** Observe o gráfico apresentado a seguir.




A lei de formação da função cujo gráfico é representado pela imagem acima é: **11.** alternativa **c**

**a)** $f(x) = x - 1$
**b)** $f(x) = -x - 1$
**c)** $f(x) = -x + 1$
**d)** $f(x) = x + 1$

**12.** (Enem) Para um docente estrangeiro trabalhar no Brasil, ele necessita validar o seu diploma junto ao Ministério da Educação. Num determinado ano, somente para estrangeiros que trabalharão em universidades dos estados de São Paulo e Rio de Janeiro, foram validados os diplomas de 402 docentes estrangeiros. Na tabela, está representada a distribuição desses docentes estrangeiros, por países de origem, para cada um dos dois estados.

| | São Paulo | Rio de Janeiro | Total |
|---|---|---|---|
| **Argentina** | 112 | 29 | 141 |
| **Espanha** | 60 | 40 | 100 |
| **Cuba** | 28 | 46 | 74 |
| **Portugal** | 9 | 36 | 45 |
| **Venezuela** | 30 | 12 | 42 |
| **Total de docentes** | 239 | 163 | 402 |

A probabilidade de se escolher, aleatoriamente, um docente espanhol, sabendo-se que ele trabalha em uma universidade do estado de São Paulo é: **12.** alternativa **b**

**a)** $\frac{60}{402}$
**b)** $\frac{60}{239}$
**c)** $\frac{60}{100}$
**d)** $\frac{100}{239}$
**e)** $\frac{279}{402}$

# RESPOSTAS

## UNIDADE 1

### CAPÍTULO 1
**Página 30**

1 Exemplo de resposta: Não, pois 7 anos em 4,5 bilhões de anos são desprezíveis.

3 a) $\frac{43}{10}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{3}{10}$

d) $\frac{7}{6}$

4 aproximadamente 62,8 mm

5 alternativa **e**

6 aproximadamente 714 m

7 a) 180,55 m b) 410,55 m

### CAPÍTULO 2
**Página 64**

1 alternativas **b** e **d**

2 30 cm

3 $7{,}4 \cdot 10^{-5}$ m

4 a) $3{,}303 \cdot 10^{23}$; $5{,}688 \cdot 10^{26}$; $1{,}900 \cdot 10^{27}$

b) $5{,}791 \cdot 10^{7}$; $7{,}7833 \cdot 10^{8}$; $1{,}4294 \cdot 10^{9}$

5 aproximadamente R$ 47,75

6 a) 6

b) 10

c) 1

d) 3

e) $\sqrt{2}$

f) 2

7 a) 450 cm²

b) Calcular a medida do volume da lata.

c) Não vai caber (a medida do volume é aproximadamente 650 cm³).

8 a) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

b) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

c) $\frac{3\sqrt[4]{8}}{2}$

d) $2 - \sqrt{3}$

e) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

f) $\sqrt{2}$

9 a) $-10$

b) 4

10 $\frac{2}{5}$

11 a) $(6\sqrt{2} + 16)$ cm ou aproximadamente 24,5 cm.

b) 360 cm²

### CAPÍTULO 3
**Páginas 84 e 85**

1 sim, pois $\overline{AO} \cong \overline{CO}$ (lado), $\overline{DO} \cong \overline{BO}$ (lado) e $A\hat{O}B \cong C\hat{O}D$ (ângulos opostos pelo vértice)

Portanto, pelo caso LAL os triângulos *OAB* e *OCD* são congruentes.

2 8 cm

3 6 cm

4 secantes, pois: 10 cm < 7 cm + 4 cm

5 38 cm

6 a) $x = 140°$ e $y = 120°$

b) $x = 65°$ e $y = 75°$

c) $x = 140°$ e $y = 20°$

d) $x = 83°$ e $y = 67°$

7 $x = 3$ e $y = 8$

8 alternativa **d**

9 a) 80°

b) 95°

c) 110°

10 90°

11 $\text{med}(\hat{A}) = 80°$

$\text{med}(\hat{B}) = 40°$

12 a) $x = 80°$ e $y = 105°$

b) $x = 90°$ e $y = 45°$

13 a) $x = 46°$ e $y = 54°$

b) $x = 37°$ e $y = 30°$

## UNIDADE 2

### CAPÍTULO 4
**Páginas 113 e 114**

1 a) $4x^2 + 4x + 1$

b) $4x^2 - 4x + 1$

c) $4x^2 - 1$

d) $4x^2 - 8x + 4$

e) $4x^2 + 2x + \frac{1}{4}$

f) $100 - 20x + x^2$

g) $-x^2 + 14x - 49$

h) $\frac{1}{9} - \frac{4}{9}x^2$

2 a) $13a^2 - 24a + 13$

b) $-5a^2 + 5$







267

**c)** $a^2 + 2a + 1$
**d)** $16a^2 - 48a + 36$

**3** **a)** 8 **c)** 25
**b)** –6 ou 6 **d)** 5

**4** **a)** $3x^2 - 6x - 10$
**b)** $m^2 + 24m - 36$

**5** **a)** $b^2$
**b)** $(a + b)^2 - b^2$ ou $a^2 + 2ab$

**6** **a)** $\frac{x^2}{4} + 3x + 9$
**b)** $4a^2 + 4ab + b^2$

**7** **a)** figura 1: $a \cdot (b + c)$; figura 2: $3x \cdot (x + y)$
**b)** a figura 2

**8** Iago, Hugo e Tales

**9** **a)** $3x^2 + 2$
**b)** 9

**10** $ab \cdot (2c + b)$

**11** **a)** figura 1: $6x^2 + 12x$; figura 2: $22x^2 - 10x$
**b)** figura 1: $x^2 \cdot (x + 3)$; figura 2: $6x^2 \cdot (x - 1)$
**c)** figura 2; figura 1

**12** **a)** 40
**b)** 154

**13** **a)** $x = 7$ e $y = 8$ ou $x = 8$ e $y = 7$
**b)** $x = 10$ e $y = 2$ ou $x = 2$ e $y = 10$

**14** **a)** O número de quadradinhos da figura $n$ é $(n + 2)^2$, em que $4n$ corresponde ao número de quadradinhos brancos e $(n^2 + 4)$ corresponde ao número de quadradinhos azuis.
**b)** 20

**15** alternativa **b**

**16** $m = 7$ e $n = 5$

**17** alternativa **c**

## CAPÍTULO 5

### Páginas 142 e 143

**1** alternativa **b**

**2** **a)** 4
**b)** $\frac{1}{3}$

**3** **a)** sim

**4** alternativa **c**

**5** **a)** 63%
**b)** 214%
**c)** Não é possível, mantendo a proporcionalidade.
**d)** 127%
**e)** Não é possível, mantendo a proporcionalidade.
**f)** 23%

**6** 18 cm e 22,5 cm

**7** $AB' = 2{,}6$ cm; $B'C' = 3{,}9$ cm; $C'D' = 6{,}5$ cm

**8** 250 $m^2$

**9** alternativa **c**

**10** **a)** 80 cm
**b)** 1,6 m

**11** 1,2 cm

**12** **a)** 6 km
**b)** 12,5 km

**13** alternativa **b**

# UNIDADE 3

## CAPÍTULO 6

### Páginas 170 a 172

**1** **a)** 56 **b)** $10 + 6\sqrt{5}$

**2** $2\sqrt{7}$ cm

**3** $16\sqrt{2}$ cm

**4** $\sqrt{\frac{5}{6}}$

**5** **a)** 3,6
**b)** 18
**c)** 9,6

**6** **a)** 10 cm
**b)** 3,6 cm e 6,4 cm
**c)** 4,8 cm

**7** $(8 + 8\sqrt{2})$ cm

**8** 4

**9** alternativa **d**

**10** $c = 5$ cm; $h \simeq 4{,}62$ cm; $m \simeq 1{,}92$ cm; $n \simeq 11{,}08$ cm

**11** 15 cm

**12** **a)** 20 cm
**b)** $x\sqrt{3}$
**c)** $\sqrt{58}$ cm

**13** alternativa **a**

**14** $10\sqrt{5}$ cm

**15** alternativa **e**

**16** alternativa **c**

**17** $5\sqrt{2}$ m

**18** (1, 3)

**19** (0, 5)

**20** **a)** $2 + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{10}$
**b)** $5 + \sqrt{10} + 3\sqrt{13}$

**21** **a)** 36 unidades de medida de área
**b)** 24 unidades de medida de comprimento
**c)** $6\sqrt{2}$ unidades de medida de comprimento

**22** Uma estratégia possível para calcular a medida da área do terreno é calcular a medida da área do retângulo de vértices $E(-5, 3)$, $F(-5, -2)$, $G(3, -2)$, $H(3, 3)$ e, em seguida, subtrair dela as medidas das áreas dos triângulos $EAB$, $FAD$, $GDC$ e $HBC$.
A medida da área do terreno é 2 200 $m^2$.





268

## CAPÍTULO 7
### Páginas 194 e 195

**1** **a)** Não, pois a soma de números positivos nunca será igual a zero.
**b)** –6 ou 6

**2** Ricardo

**3** 21 cm

**4** quadrado: 32 cm; retângulo: 40 cm

**6** **a)** $m > 16$
**b)** 9

**7** marcas D e E

**8** 7 e 8

**9** 50 m e 100 m

**10** alternativa **a**

**11** medida do comprimento: 8 m; medida da largura: 5 m

**12** **a)** 4 m e 8 m
**b)** 6 m e 10 m

**13** **a)** quadrado e retângulo
**b)** $x = 0{,}5$ m e $y = 5{,}5$ m

**14** 10

**15** **a)** 30 cm e 60 cm
**b)** 2,2 m

# UNIDADE 4

## CAPÍTULO 8
### Página 214

**1** **b)** Sim; $c = 15t$, em que $t$ é um número real positivo.
**c)** 2 horas

**2** **a)** $y = 32 - 8x$, em que $x$ é um número real entre 0 e 4.
**b)** 24

**3** gráfico I

**4** **a)** Bilhete especial: $f(x) = 144$, em que $x$ é um número natural; bilhete normal: $g(x) = 12x$, em que $x$ é um número natural.
**b)** Será mais econômico o bilhete especial se a pessoa assistir a mais de 12 filmes; o bilhete normal será mais econômico se ela assistir a menos de 12 filmes.

**5** $f(n) = 12 + (n - 1) \cdot 8$, em que $n$ é um número natural maior que zero..

## CAPÍTULO 9
### Página 235

**1** 96,8 °F

**2** **a)** $y = 3x$, com $x > 0$

**3** alternativas **a**, **b**, **c** e **d**

**4** alternativa **d**

**5** **a)** $y = 1{,}32x$, com $x > 0$
**b)** 32%

**6** Sim, pois a lei da função que relaciona a medida de distância percorrida $y$, em quilômetro, e a medida de tempo $x$, em hora, é $y = 50x$ (lei do tipo da função linear).

**7** **a)** R$ 160 000,00
**b)** $y = 4x + 40\,000$, em que $x$ é um número real positivo ou nulo.

## CAPÍTULO 10
### Páginas 261 e 262

**1** Respostas possíveis:
**a)** bloco retangular ou prisma de base quadrangular, ou hexaedro, ou paralelepípedo
**b)** pirâmide de base pentagonal ou hexaedro
**c)** octaedro
**d)** pirâmide de base triangular ou tetraedro
**e)** prisma de base quadrangular ou hexaedro
**f)** prisma de base quadrangular, ou bloco retangular, ou hexaedro, ou cubo

**2** **a)** a vista 2

**5** **a)** 11 cm, 11 cm e 11 cm
**b)** 1 331 $cm^3$

**6** 14,4 L

**7** 56 520 L

**8** **a)** 5 cm
**b)** $\sqrt{3}$ $cm^2$
**c)** $5\sqrt{3}$ $cm^3$

**9** 225 cm

**11** **a)** Para todos os pacotes, a eficiência é a mesma: 1,274.
**b)** o pacote maior

**12** 58 caminhões





269

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS


ASIMOV, Isaac. *No mundo dos números.* Tradução de Lauro S. Blandy. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989. (Coleção Ciência).
A obra apresenta a Matemática por meio de uma linguagem simples e compreensível. Com abordagens não convencionais, solidifica as noções do significado e da aplicação dos números.

ÁVILA, Geraldo. A distribuição dos números primos. *Revista do Professor de Matemática*. São Paulo, n. 19, p. 19-26, 2º sem. 1991.
O artigo versa sobre a descoberta da distribuição da tabela de números primos e suas demonstrações.

BARBOSA, Ruy Madsen. *Descobrindo padrões em mosaicos*. 3. ed. São Paulo: Atual, 2001.
Obra que convida a conhecer a fascinante arte de descobrir e criar padrões na Geometria plana.

BARBOSA, Ruy Madsen. *Descobrindo padrões pitagóricos*. 3. ed. São Paulo: Atual, 2001.
O livro traz os conceitos que estruturam a pavimentação no plano fazendo emergir a Matemática oculta nesses padrões.

BAUMGART, John K. *História da Álgebra*. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992. (Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula, v. 4.).
A obra traz a história da Álgebra, desde a etimologia passando da Álgebra antiga à Álgebra moderna.

BOLTIANSKI, Vladimir. G. *Figuras equivalentes e equicompostas*. Tradução de Seiji Hariki. São Paulo: Atual, 1996.
A obra se dedica a estudar certas questões relacionadas com a equicomposição de figuras, entre elas polígonos e poliedros.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática*. Tradução de Helena Castro. São Paulo: Blücher, 2012.
O livro apresenta um estudo aprofundado da história da Matemática desde o Egito antigo até as tendências mais recentes. Mostra também a fascinante relação entre o desenvolvimento dos conhecimentos sobre números, formas e padrões e a evolução da humanidade.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Brasil no Pisa 2018* [recurso eletrônico]. Brasília, DF: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020. p. 185.
O PISA, programa internacional de avaliação de estudantes, é uma ferramenta importante para avaliar o desempenho dos estudantes que concluíram a Educação Básica, além de fornecer parâmetros que ajudam a definir o futuro da educação no país.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular* – versão final. Brasília, DF: MEC, 2018.
Documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

BRASIL. Ministério da Educação. *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC*: Contexto Histórico e Pressupostos Pedagógicos. Brasília, DF: MEC, 2019.
Material que apresenta a relação entre diferentes componentes curriculares de forma integrada, fazendo conexões com situações da realidade dos estudantes.

BRASIL. *Sistema Internacional de Unidades (SI)* [recurso eletrônico]. Tradução do Grupo de Trabalho luso-brasileiro do Inmetro e IPQ. Brasília, DF: Inmetro, 2021. 842 kB; pdf.
O documento traz a revisão do Sistema Internacional de Unidades, por meio da adoção das novas definições das sete unidades de base, que entraram em vigor em 20 de maio de 2019, considerando o uso de sete constantes definidoras.

CARNEIRO, Mario; SPIRA, Michel. *Oficina de dobraduras*. Rio de Janeiro: IMPA/OBMEP, 2015.
O trabalho aborda a Geometria por meio de dobraduras como instrumento pedagógico, com demonstrações e atividades.

CENTURIÓN, Marília. *Conteúdo e metodologia da Matemática:* números e operações. São Paulo: Scipione, 1994.
A obra aborda noções fundamentais do conteúdo matemático e expressa a necessidade da construção dos conceitos de forma lógica.

CHI, Michelene T. H.; GLASER, Robert A. Capacidade para a solução de problemas. *In*: STERNBERG, Robert J. *As capacidades intelectuais humanas*: uma abordagem em processamento de informações. Porto Alegre: Artmed, 1992.
O artigo versa sobre a competência cognitiva e sua influência na solução de problemas.

DANTE, Luiz Roberto. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. São Paulo: Ática, 1989.
A obra versa sobre a resolução de problemas como uma metodologia de ensino da Matemática; os capítulos descrevem objetivos, tipologias de problemas, abordagens, resoluções e sugestões.

DAVID, Maria Manuela M. S.; FONSECA, Maria da Conceição F. R. Sobre o conceito de número racional e a representação fracionária. *Presença Pedagógica*, Belo Horizonte, v. 3, n. 14, mar./abr. 1997.
O artigo traz uma abordagem diferenciada para o conteúdo de números racionais, provendo o professor de elementos para compreender como o estudante assimila esse conteúdo e permitindo ao estudante perceber a intencionalidade na dinâmica da produção do conhecimento matemático.

DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira (coord.); SMOLE, Kátia Cristina Stocco. A construção da bissetriz de um ângulo. *In*: *O conceito de ângulo e o ensino de Geometria*. São Paulo: IME-USP; CAEM, 1993.
O texto aborda a construção da bissetriz com o uso de régua e compasso.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e fundamento cognitivo da compreensão em Matemática. *In*: MACHADO, Silvia D. A. (org.). *Aprendizagem em Matemática*: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.
Trata-se de uma coletânea de pesquisas de autores nacionais com a finalidade de divulgar a teoria de Duval, que afirma que a maneira matemática de raciocinar e visualizar está intrinsecamente ligada à utilização das representações semióticas.

EVES, Howard. *Introdução à história da Matemática*. Tradução de Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Unicamp, 2011.
A obra abarca a história da Matemática desde a Antiguidade até os tempos modernos. O livro traz também recursos pedagógicos ao fim de cada capítulo, abordando panoramas culturais da época relatada.

FRAGOSO, Wagner da Cunha. Uma abordagem histórica da equação do 2º grau. *Revista do Professor de Matemática*, SBM, São Paulo, n. 43, p. 20 a 25, 2º quadrimestre 2000.
O autor tem como objetivo apresentar a história por trás da equação do 2º grau, uma perspectiva pouco abordada em sala de aula e que desperta a curiosidade dos estudantes.

GUEDJ, Denis. *O teorema do papagaio*. Tradução de Eduardo Brandão. São Paulo: Companhia das Letras, 2001.
O livro é um suspense matemático-policial, uma abordagem literária da história da Matemática.

HOUAISS, Antonio. *Minidicionário Houaiss da Língua Portuguesa*. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2020.
Dicionário redigido seguindo o acordo ortográfico, apresenta as novas regras de acentuação, hifenização e grafia.

IBGE. *Censo demográfico 2010*. Rio de Janeiro: IBGE, 2011.
Constitui a principal fonte de referência para o conhecimento das condições de vida da população em todos os municípios do país e em seus recortes territoriais internos, tendo como unidade de coleta a pessoa residente, na data de referência, em domicílio do território nacional.

IFRAH, Georges. *História universal dos algarismos*. Tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v. 2.
A obra versa sobre a história do cálculo aritmético, das escritas e notações numéricas até a informatização.

IMENES, Luiz Márcio; JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo. *Equação do 2º grau*. São Paulo: Atual, 1992.
Um livro repleto de exemplos de aplicações divertidas da equação do 2º grau, assim como uma viagem ao século V a.C. para conhecer o Partenon e também as resoluções usando geometria de Galileu e Isaac Newton.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. *Conversa de professor*: Matemática. Brasília, DF: Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação a Distância, 1996. (Cadernos da TV Escola).
A obra desenvolve uma conversa objetiva e didática sobre o ensino da Matemática, com exemplos de aplicações que podem ser implementados em sala de aula.

LIMA, Elon Lages. *Meu professor de Matemática e outras histórias*. Rio de Janeiro: SBM, IMPA, 1991. (Coleção Professor de Matemática).
O livro é composto de pequenos ensaios da matemática elementar que vão desde questões simples, como o significado da igualdade, até questões mais elaboradas, como a definição de pi.

LIMA, José Mauricio de Figueiredo. Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento da conservação de quantidade. *In*: CARRAHER, Terezinha Nunes (org.). *Aprender pensando*. Petrópolis: Vozes, 2008.
O texto explora uma das origens da fração, situada na divisão das terras no Egito. O autor faz a abordagem por meio da divisão de figuras enfatizando a conservação da área como pré-requisito à noção do conceito de fração.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS


LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert (org.). *Aprendendo e ensinando Geometria*. São Paulo: Atual, 2005.
A obra é uma reunião de artigos selecionados com os temas Educação Matemática e Geometria.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectiva em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 1997.
Os autores exploram a inter-relação na aprendizagem da Álgebra e da Aritmética e analisam de que modo isso pode influenciar mudanças na educação matemática escolar.

MENDES, Iran Abreu. *Números*: o simbólico e o racional na história. São Paulo: Livraria da Física, 2006.
Nessa obra, o autor reorganiza a história de como os humanos inventaram e desenvolveram métodos para contar, ordenar e quantificar, com narrativa leve e diferente despertando o interesse dos estudantes.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. Compreendendo números racionais. *In*: *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997. p. 191-217.
O capítulo trata o ensino de frações a fim de evitar conduzir as crianças ao erro.

OZAMIZ, Miguel de Guzmán. *Aventuras matemáticas*. Tradução de João Filipe Queiró. Lisboa: Gradiva, 1991.
A obra envolve o leitor e estimula a participação ativa em diversos aspectos da criatividade matemática.

PERRENOUD, Phillipe *et al*. *As competências para ensinar no século XXI*: a formação dos professores e o desafio da avaliação. Tradução de Cláudia Schilling e Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed, 2002.
Os assuntos trazidos nessa obra são de alta relevância para o professor, pois auxiliam na tomada de decisões importantes e na busca por um trabalho diferenciado e construtivo, contribuindo para o aprimoramento do ensino.

PIRES, Célia M. C.; CURI, Edda. Revendo conteúdos, propondo atividades e observando como as crianças lidam com as figuras bidimensionais. *In*: PIRES, Célia M. C.; CURI, Edda; CAMPOS, Tania M. M. *Espaço & forma*: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental. São Paulo: Proem, 2000.
As autoras, nessa obra, analisam como as crianças constroem relações espaciais e, no capítulo 4, propõem atividades com figuras bidimensionais.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas.* Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.
Nessa obra o autor traz uma série de estratégias práticas que auxiliam na solução de problemas.

TAHAN, Malba. *O homem que calculava*. 76. ed. Rio de Janeiro: Record, 2009.
A obra é referência no universo dos livros paradidáticos. O objetivo da história é mostrar como a Matemática está presente em tudo, e o autor consegue envolver o leitor ao mesmo tempo que ensina Matemática.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. *Didática de Matemática*: como dois e dois – a construção da Matemática. São Paulo: FTD, 1997.
Por meio de atividades diversas, os autores despertam a intuição matemática em todas as pessoas e rompem os preconceitos que cercam a disciplina. Para complementar, a obra contém textos interessantes sobre o desenvolvimento da ciência com interpretações variadas da perspectiva matemática.

ZASLAVSKY, Claudia. *Jogos e atividades matemáticas do mundo inteiro*: diversão multicultural para idades de 8 a 12 anos. Tradução de Pedro Theobald. Porto Alegre: Artmed, 2000.
A obra traz jogos do mundo inteiro que utilizam Geometria para desenhar tabuleiros e pensamento lógico para planejar estratégias.

ISBN 978-85-16-13544-7

9 788516 135447