ÊNIO SILVEIRA

7º ano

MANUAL DO PROFESSOR

Desafios da Matemática com Ênio Silveira

Componente curricular: MATEMÁTICA

MODERNA

ÊNIO SILVEIRA
Engenheiro mecânico pela Universidade Federal do Ceará.
Engenheiro eletricista pela Universidade de Fortaleza.
Diretor de escola particular.
Autor de obras didáticas de Matemática.

Desafios da Matemática com Ênio Silveira

7º ano

MANUAL DO PROFESSOR

Componente curricular: MATEMÁTICA

1ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

Coordenação editorial: Mara Regina Garcia Gay, Mateus Coqueiro Daniel de Souza
Edição de texto: Carlos Eduardo Marques, Daniel Vitor Casartelli Santos, Mateus Coqueiro Daniel de Souza, Paulo César Rodrigues dos Santos
Assistência editorial: Cintia Alessandra Valle Burkert Machado, Kátia Takahashi, Maria Ângela de Camargo, Selene Coletti, Thaís Marinho Ramalho de Souza Garcia
Gerência de *design* e produção gráfica: Patricia Costa
Coordenação de produção: Denis Torquato
Gerência de planejamento editorial: Maria de Lourdes Rodrigues
Coordenação de *design* e projetos visuais: Marta Cerqueira Leite
Projeto gráfico: Bruno Tonel, Noctua Art, Vinícius Rossignol Felipe
Capa: Douglas Rodrigues José, Bruno Tonel, Daniela Cunha, Apis Design
Foto: Balança analógica tradicional.
Science Photo Library/Getty Images
Coordenação de arte: Wilson Gazzoni Agostinho
Edição de arte: Natália Demuri Manoel
Editoração eletrônica: Teclas Editorial
Coordenação de revisão: Elaine C. del Nero
Revisão: Cecília Oku, Nancy H. Dias, Palavra Certa, ReCriar Editorial
Coordenação de pesquisa iconográfica: Flávia Aline de Morais
Pesquisa iconográfica: Pâmela Nogueira
Coordenação de *bureau*: Rubens M. Rodrigues
Tratamento de imagens: Ademir Francisco Baptista, Ana Isabela Pithan Maraschin, Denise Feitoza Maciel, Marina M. Buzzinaro, Vânia Maia
Pré-impressão: Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
Coordenação de produção industrial: Wendell Monteiro
Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Silveira, Ênio
Desafios da matemática com Ênio Silveira :
7º ano : manual do professor. -- 1. ed. --
São Paulo : Moderna, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-16-13552-2

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Título.

22-113913 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

A imagem da capa mostra uma balança analógica tradicional. A massa, que pode ser medida por uma balança, é apenas uma das grandezas que a Matemática estuda. Por ser comum em contextos do dia a dia, ela nos permite trabalhar as unidades de medida com grande significado para os estudantes.

Apresentação

Professor, esta Coleção tem como objetivo principal servir de apoio didático para suas aulas. No *Manual do Professor*, você encontra algumas reflexões sobre o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Observe que falamos "de ensino e de aprendizagem", separadamente, pois entendemos que são processos que se articulam, mas são distintos: processo de ensino mais processo de aprendizagem. Na escola, buscamos sempre que ambos andem juntos, complementem-se, e esse pressuposto guia a organização desta Coleção. Lembramos você, professor, que a escolha do livro didático deve ser feita sempre com base no conhecimento de sua realidade escolar. E, já que escolheu trabalhar com esta Coleção, queremos ajudá-lo a atingir seus objetivos didáticos, valorizando a autonomia pedagógica na organização e gestão de suas aulas.

Partimos do pressuposto que o professor é o grande mediador na relação entre os estudantes e a Matemática escolar: ele planeja, organiza, elabora as situações de aprendizagem e faz a gestão do trabalho, sempre buscando que seus estudantes adquiram conhecimentos para serem aplicados em situações presentes e futuras, tanto no âmbito escolar como na vida fora dos muros da escola.

Esta Coleção atende aos requisitos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), abrangendo o desenvolvimento das competências e habilidades tanto nos conteúdos quanto nas atividades e seções complementares. A Coleção também traz à tona aspectos relacionados à interdisciplinaridade, aos temas contemporâneos transversais (TCTs), à utilização da história da Matemática, ao uso significativo das tecnologias digitais no ensino desta disciplina, ao pensamento computacional, entre outros.

Organizamos este *Manual do Professor* em duas partes:

- Na primeira parte (*Orientações gerais*), há considerações em relação à BNCC e ao modo como as competências e habilidades previstas neste documento são desenvolvidas na Coleção. São apresentadas também reflexões acerca da interdisciplinaridade, dos temas contemporâneos transversais, do uso de tecnologias digitais, do pensamento computacional, de avaliações e das características dos estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental com orientações de como ajudá-los a desenvolver as capacidades de criticar, criar, propor, argumentar e inferir. Há também sugestões de avaliações formativas relacionadas aos capítulos do *Livro do Estudante*, uma sugestão de avaliação de preparação para exames de larga escala, resoluções e comentários de todas as atividades propostas no *Livro do Estudante* e sugestões de leitura, *sites* e vídeos.
- Na segunda parte (*Orientações*), disposta em formato de U, há a reprodução comentada das páginas do *Livro do Estudante*. Nela, também são apresentadas as competências e habilidades da BNCC desenvolvidas em cada tópico ou seção, os objetivos traçados com a justificativa da pertinência de cada um e, também, sugestões de como diagnosticar os conhecimentos previamente adquiridos pelos estudantes e de como conduzir as aulas iniciais com base nesses diagnósticos. Além disso, estão presentes nestas *Orientações* sugestões de atividades interdisciplinares, de combate ao *bullying* e que auxiliam na promoção da saúde mental dos estudantes.

De modo geral, as orientações e sugestões deste *Manual do Professor* buscam auxiliar o desenvolvimento de conhecimentos e práticas pedagógicas que contribuam de maneira significativa para uma formação mais integral, humana e crítica do estudante e do professor. Queremos que os estudantes pensem matematicamente, resolvam problemas diversos e concluam essa etapa da Educação Básica preparados para continuar seus estudos.

Sumário

ORIENTAÇÕES GERAIS

ORIENTAÇÕES – INÍCIO DO *LIVRO DO ESTUDANTE*

Orientações gerais

A BNCC E O ENSINO DE MATEMÁTICA

A BNCC é um documento do Ministério da Educação (MEC) que define as aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo da Educação Básica. Tais aprendizagens são organizadas com base em competências e habilidades que direcionam a formação integral de todos os estudantes em suas variadas dimensões (intelectual, afetiva, ética, física, sociopolítica etc.).

Prevista nos principais documentos que regulam a educação do país, como a Constituição (1988), a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN 9.394/1996) e o Plano Nacional de Educação (2014), sua aprovação e a implementação visam garantir uma educação de qualidade e mais igualitária a todos os estudantes brasileiros.

Na BNCC, a Matemática é considerada uma área do conhecimento essencial para que estudantes resolvam problemas, investiguem, estabeleçam conjecturas, troquem ideias e desenvolvam projetos em que possam aplicar os conceitos e procedimentos estudados de maneira crítica e significativa. Nesse sentido, é importante que as competências gerais e as competências específicas da área sejam mobilizadas por meio de atividades frequentes e intencionais. Colocar estudantes diante de situações que os convidem a usar a Matemática para desenvolver suas capacidades intelectuais, bem como as habilidades de observação, exploração, análise e reflexão, favorece a formação integral em suas variadas dimensões. Dessa forma, a BNCC é trabalhada de forma efetiva.

Na BNCC, o ensino e a aprendizagem da área são organizados em cinco Unidades temáticas que se correlacionam: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. Observe o esquema a seguir.

UNIDADES TEMÁTICAS

NÚMEROS
Finalidade: desenvolver o pensamento numérico e aplicar conceitos da Matemática Financeira.
Expectativas para os Anos Finais do Ensino Fundamental: resolver problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas. Calcular porcentagens. Reconhecer, comparar e ordenar números reais.

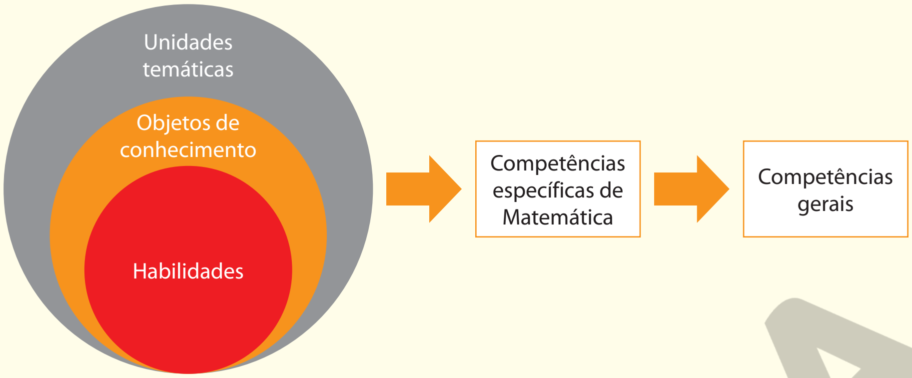
ÁLGEBRA
Finalidade: desenvolver o pensamento algébrico (generalizar ideias matemáticas).
Expectativas para os Anos Finais do Ensino Fundamental: compreender os diferentes significados das letras em uma expressão. Generalizar propriedade. Investigar a regularidade de uma sequência numérica. Estabelecer a variação entre duas grandezas. Relacionar variável e função; incógnita e equação. Resolver equações e inequações de maneira algébrica e gráfica. Traduzir uma situação dada em diferentes linguagens.

GEOMETRIA
Finalidade: desenvolver o pensamento geométrico (investigar propriedades, estabelecer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes).
Expectativas para os Anos Finais do Ensino Fundamental: estudar as figuras geométricas e suas propriedades. Desenvolver os conceitos de congruência e semelhança. Reconhecer e representar figuras simétricas.

GRANDEZAS E MEDIDAS
Finalidade: estudar as relações métricas e articular os pensamentos numérico, geométrico e algébrico.
Expectativas para os Anos Finais do Ensino Fundamental: resolver problemas envolvendo diferentes grandezas (comprimento, tempo, massa, área, volume, capacidade etc.) e suas respetivas unidades de medida. Explorar as unidades de medida de armazenamento de computadores.

PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA
Finalidade: estudar a incerteza e o tratamento de dados.
Expectativas para os Anos Finais do Ensino Fundamental: planejar e construir relatórios de pesquisas estatísticas, incluindo medidas de tendência central e tabelas e/ou gráficos de diferentes tipos.

Para desenvolver o que se espera em cada unidade temática, a BNCC prevê um conjunto de objetos de conhecimento e habilidades relacionadas. É o trabalho com estes objetos e habilidades que vai assegurar o desenvolvimento das competências específicas de Matemática que, por sua vez, promoverão o desenvolvimento das competências gerais, conforme mostra o esquema a seguir.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Relação entre unidades temáticas, objetos de conhecimento, habilidades e competências.

A seguir, vamos nos debruçar sobre as competências gerais, as competências específicas de Matemática e as habilidades do 7º ano.

Competências gerais

A BNCC elenca um conjunto de dez competências gerais que devem ser desenvolvidas de forma integrada aos componentes curriculares, ao longo de toda a Educação Básica. Define-se competência como um atributo que permite mobilizar conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, permitindo o pleno exercício da cidadania. Esse direcionamento está ligado aos princípios éticos, estéticos e políticos das Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN) e da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB).

Reproduzimos a seguir o texto das competências gerais, segundo a BNCC.

COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA	
Competência geral 1	Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
Competência geral 2	Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
Competência geral 3	Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
Competência geral 4	Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
Competência geral 5	Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
Competência geral 6	Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
Competência geral 7	Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
Competência geral 8	Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo- se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
Competência geral 9	Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
Competência geral 10	Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 9-10. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 jul. 2022.

Podemos sintetizar as 10 competências gerais da BNCC, por meio do seguinte esquema:

1. Conhecimento

Valorizar e utilizar os conhecimentos sobre o mundo físico, social, cultural e digital.

2. Pensamento científico, crítico e criativo

Exercitar a curiosidade intelectual e utilizar as ciências com criticidade e criatividade.

3. Repertório cultural

Valorizar as diversas manifestações artísticas e culturais.

4. Comunicação

Utilizar diferentes linguagens.

5. Cultura digital

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de forma crítica, significativa e ética.

6. Trabalho e projeto de vida

Valorizar e apropriar-se de conhecimentos e experiências.

7. Argumentação

Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis.

8. Autoconhecimento e autocuidado

Conhecer-se, compreender-se na diversidade humana e apreciar-se.

9. Empatia e cooperação

Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação.

10. Responsabilidade e cidadania

Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação.

Esquema adaptado do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep)

CAIO MARTINELLI/ARQUIVO DA EDITORA

Competências específicas de Matemática

A BNCC estabelece também as competências específicas para cada componente curricular. Em articulação com as competências gerais da Educação Básica descritas na BNCC, a Matemática deve garantir aos estudantes o desenvolvimento das seguintes competências específicas.

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL	
Competência específica 1	Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
Competência específica 2	Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
Competência específica 3	Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
Competência específica 4	Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
Competência específica 5	Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
Competência específica 6	Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
Competência específica 7	Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
Competência específica 8	Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 267. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 jul. 2022.

Habilidades

As habilidades presentes na BNCC dizem respeito às aprendizagens essenciais que devem ser garantidas aos estudantes nos diferentes contextos escolares. O desenvolvimento delas visa promover a igualdade educacional, levando em consideração as particularidades do meio no qual cada escola está inserida.

O quadro a seguir relaciona cada unidade temática com seus objetos de conhecimento e as habilidades essenciais de Matemática a serem desenvolvidas no 7º ano, segundo a BNCC.

Unidades temáticas	Objetos de conhecimento	Habilidades
Números	Múltiplos e divisores de um número natural	**(EF07MA01)** Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.
	Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples	**(EF07MA02)** Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
	Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações	**(EF07MA03)** Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.
		(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.
	Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador	**(EF07MA05)** Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.
		(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.
		(EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.
		(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.
		(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.
	Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações	**(EF07MA10)** Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.
		(EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.
		(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.
Álgebra	Linguagem algébrica: variável e incógnita	**(EF07MA13)** Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
		(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.
		(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
	Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica	**(EF07MA16)** Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
	Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais	**(EF07MA17)** Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
	Equações polinomiais do 1º grau	**(EF07MA18)** Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Unidades temáticas	Objetos de conhecimento	Habilidades
Geometria	Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem	**(EF07MA19)** Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.
		(EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
	Simetrias de translação, rotação e reflexão	**(EF07MA21)** Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.
	A circunferência como lugar geométrico	**(EF07MA22)** Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.
	Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	**(EF07MA23)** Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de *softwares* de geometria dinâmica.
	Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos	**(EF07MA24)** Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.
		(EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.
		(EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
	Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero	**(EF07MA27)** Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.
		(EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.
Grandezas e medidas	Problemas envolvendo medições	**(EF07MA29)** Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.
	Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais	**(EF07MA30)** Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).
	Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros	**(EF07MA31)** Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.
		(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
	Medida do comprimento da circunferência	**(EF07MA33)** Estabelecer o número como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.
Probabilidade e estatística	Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências	**(EF07MA34)** Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
	Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados	**(EF07MA35)** Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.
	Pesquisa amostral e pesquisa censitária Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação das informações	**(EF07MA36)** Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.
	Gráficos de setores: interpretação, pertinência e construção para representar conjunto de dados	**(EF07MA37)** Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação é a Base. Brasília, DF: MEC, 2018. p. 307-311. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 22 maio 2022.

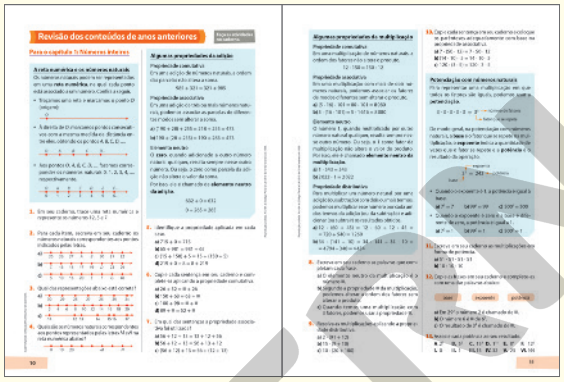
A BNCC E A COLEÇÃO

Esta Coleção é organizada em quatro volumes. Cada volume está dividido em quatro Unidades compostas de dois ou mais capítulos. Os volumes e os capítulos foram estruturados de modo a favorecer o desenvolvimento das competências gerais e específicas bem como das habilidades propostas para a Matemática, indicadas na BNCC.

As competências gerais e específicas de Matemática na Coleção

Ao longo da Coleção, o desenvolvimento das competências gerais e específicas de Matemática é proporcionado de diferentes maneiras, por meio de textos teóricos, atividades, seções especiais, boxes etc. A seguir, oferecemos informações detalhadas sobre as seções e os boxes da Coleção e, também, sobre como as competências gerais e específicas podem ter o seu desenvolvimento favorecido na proposta de cada um.

Seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores*

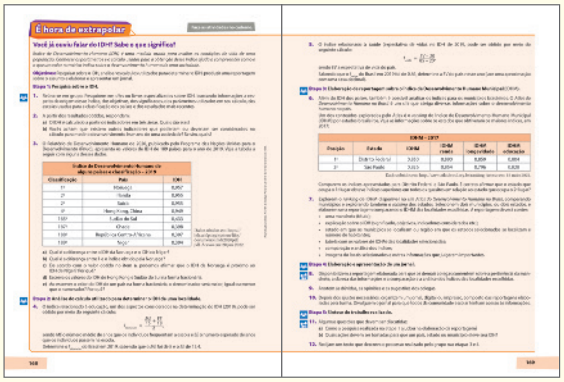


Presente no início de cada volume, esta seção traz resumos seguidos de atividades dos principais conceitos e procedimentos estudados em anos anteriores. A seção é estruturada para cada um dos capítulos do *Livro do Estudante* a fim de que o professor explore seu conteúdo antes de iniciar o trabalho com cada capítulo. No entanto, caso o professor julgue oportuno, o conteúdo da seção também pode ser todo trabalhado no início do ano letivo. É importante enfatizar que o professor pode e deve se sentir à vontade para adaptar o conteúdo da seção à realidade e às necessidades da turma e da escola.

Competências gerais: a seção traz atividades que exploram diferentes linguagens (competência geral **4**). Algumas delas incentivam a argumentação e o diálogo e oferecem aos estudantes a oportunidade de exercitar a empatia (competências gerais **7** e **9**).

Competências específicas: algumas atividades propostas desenvolvem o raciocínio lógico e o espírito de investigação (competência específica **2**). Outras permitem aos estudantes relacionar conceitos de diferentes unidades temáticas (competência específica **3**), utilizar processos e ferramentas matemáticas para modelar e resolver problemas (competência específica **5**) e empregar distintos registros e linguagens (competência específica **6**). Além disso, são propostas atividades que estimulam a interação dos estudantes com seus pares e que os colocam diante de situações em que devem investigar, organizar, representar e comunicar informações (competências específicas **4** e **8**).

Abertura de Unidade e seção *É hora de extrapolar*



A abertura de Unidade apresenta a lista de capítulos que a integram, além de uma cena acompanhada de algumas questões que têm por objetivo instigar a curiosidade dos estudantes para os assuntos que serão estudados na Unidade. A cena e as questões estão relacionadas com o conteúdo da seção *É hora de extrapolar*, que fecha a Unidade. As questões não precisam ser respondidas em um primeiro momento, pois elas serão retomadas ao final da Unidade para que os estudantes reflitam sobre o que aprenderam.

Competências gerais: as aberturas de Unidade estimulam a curiosidade, a reflexão e o diálogo entre os estudantes (competências gerais **2** e **9**). Alguns dos contextos trazidos possibilitam a valorização da diversidade de saberes e vivências (competência geral **6**), a argumentação com base em fatos, dados e informações confiáveis (competência geral **7**) e levam os estudantes a refletir e cuidar da sua saúde física e emocional (competência geral **8**).

Competências específicas: as situações e questões trazidas nas aberturas evidenciam como a Matemática e as outras áreas do conhecimento se integram (competência específica **3**) e oferecem aos estudantes a oportunidade de fazer observações de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais (competência específica **4**). As questões também fazem com que os estudantes enfrentem situações-problema em múltiplos contextos (competências específicas **2** e **6**) e utilizem ferramentas matemáticas para resolvê-las (competência específica **5**), bem como promovem a interação deles com os colegas (competência específica **8**).

Ao final de cada Unidade, é proposta a seção *É hora de extrapolar*. Nela, os estudantes são convidados a realizar um trabalho colaborativo, como um pequeno projeto explorando a pesquisa, a comunicação e a elaboração de um produto final (embalagens, cartazes, obras de arte e revistas), que será compartilhado com a turma ou com a comunidade escolar. Com a finalidade de organizar o trabalho, a seção é dividida em etapas, as quais promovem:

- entendimento do contexto e dos objetivos do trabalho a ser realizado;
- pesquisa individual ou coletiva;
- elaboração, em grupo, do produto proposto;
- apresentação e exposição do produto;
- reflexão sobre a atuação do grupo e síntese do trabalho.

É nesta seção, ainda, que são retomadas as questões feitas na abertura de Unidade correspondente.

As etapas de pesquisa e elaboração do produto podem ser feitas extraclasse. Será necessário que o professor oriente-os com relação ao prazo, aos materiais e a outros aspectos necessários à realização do trabalho.

É recomendável trabalhar a seção depois de estudar os capítulos, mas, se o professor preferir trabalhar as etapas da seção à medida que os capítulos forem estudados, deverá atentar para os conhecimentos prévios necessários.

Competências gerais: os trabalhos propostos na seção possibilitam aos estudantes investigar, refletir, analisar criticamente, imaginar e criar (competência geral **2**). Em algumas seções eles terão a oportunidade de explorar obras de arte e pesquisar sobre diferentes manifestações culturais (competência geral **3**). Na seção, os estudantes também utilizam distintas linguagens para elaborar o produto final ou expô-lo (competência geral **4**); podem recorrer à internet para pesquisar ou disseminar informações (competência geral **5**); argumentam com base em fatos, dados e informações confiáveis (competência geral **7**) e exercitam a empatia e o diálogo (competência geral **9**).

Competências específicas: a seção desperta o espírito investigativo, a capacidade de argumentar e traz à tona a relação entre os diferentes campos da Matemática e também da Matemática com outras áreas do conhecimento, (competências específicas **2** e **3**). Para concretizar alguns trabalhos, os estudantes deverão utilizar processos e ferramentas matemáticas e enfrentar situações-problema em múltiplos contextos (competências específicas **5** e **6**). Algumas das propostas abordam assuntos de urgência social e dão aos estudantes a oportunidade de discuti-las (competências específicas **7** e **8**).

Seção *Trocando ideias*

A seção *Trocando ideias* "abre" cada um dos capítulos e traz à tona temas do cotidiano que visam despertar o interesse dos estudantes para o que será estudado no capítulo e também busca, por meio de questões, identificar os conhecimentos prévios deles. A ideia é que as questões sejam discutidas coletivamente.

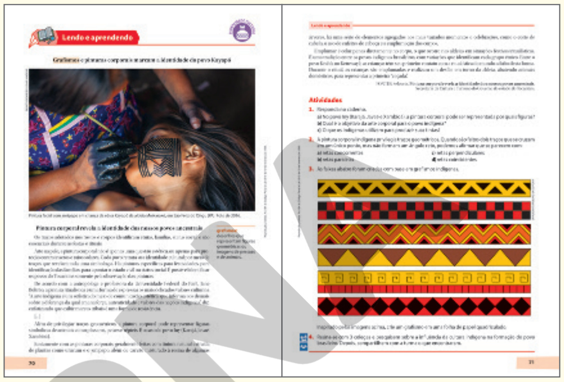
Competências gerais: os contextos e as questões propostos na seção despertam a curiosidade dos estudantes (competência geral **2**), permitem a eles valorizar diferentes manifestações artísticas e culturais (competência geral **3**) e, em alguns casos, mobilizam diferentes linguagens (competência geral **4**). Há também propostas que proporcionam aos estudantes argumentarem com base em dados e informações confiáveis (competência geral **7**) e refletem sobre situações relacionadas à saúde física e emocional (competência geral **8**). Além disso, incentiva o diálogo (competência geral **9**).

Capítulo 4 Frações

Trocando ideias

Competências específicas: a seção tem como objetivos promover a interação entre os estudantes (competência específica **8**), despertar a capacidade de argumentar (competência específica **2**) e trazer à tona a relação entre os campos da Matemática e também entre a Matemática e outras áreas (competências específicas **3**). Os estudantes também analisam aspectos quantitativos e qualitativos do cotidiano (competência específica **4**) e utilizam ferramentas matemáticas para responder a alguma questão proposta (competência específica **5**). A mobilização de diferentes registros e linguagens é exigência de algumas propostas que exploram, por exemplo, a leitura e a interpretação de gráficos e fluxogramas (competência específica **6**).

Seção *Lendo e aprendendo*

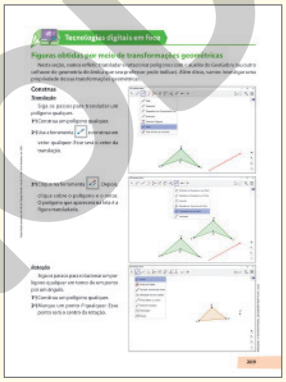


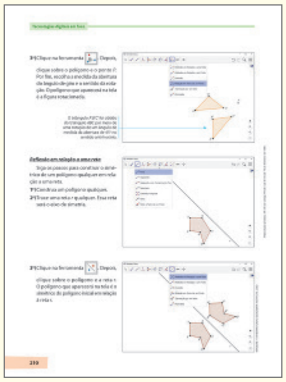
A seção *Lendo e aprendendo* aparece no decorrer das Unidades e traz textos de jornais, revistas ou da internet que abordam temas atuais e de urgência social. O objetivo da seção é desenvolver a compreensão leitora por meio do desenvolvimento de vocabulário, fluência em leitura oral, compreensão de textos e produção de escrita. Além disso, a seção leva os estudantes a refletir sobre os temas tratados e discuti-los.

Competências gerais: os estudantes lidam com diferentes manifestações artísticas (competência geral **3**), valorizam a diversidade de saberes e vivências culturais (competência geral **6**), argumentam com base em fatos, dados e informações confiáveis (competência geral **5**) e exercitam a empatia, o diálogo e a cooperação (competência geral **9**).

Competências específicas: a seção contribui para que os estudantes compreendam as relações entre conceitos dos diferentes campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento (competência específica **3**) e para que discutam diferentes questões com seus pares (competência específica **8**).

Seção *Tecnologias digitais em foco*



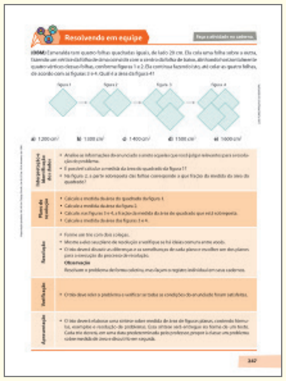


A seção *Tecnologias digitais em foco* aparece no decorrer de alguns capítulos e explora conteúdos de Matemática por meio de tecnologias digitais, como *softwares* de Geometria dinâmica, planilhas eletrônicas, calculadoras etc. A seção é, em geral, dividida em duas etapas denominadas *Construa* e *Explore*. Em *Construa*, são apresentados passos para que os estudantes construam, por exemplo, figuras geométricas. Em *Explore*, eles utilizam as ferramentas do *software*, para investigar e testar hipóteses a respeito de alguma característica ou propriedade da figura que construíram.

Competências gerais: o uso de tecnologias digitais exercita a curiosidade intelectual dos estudantes e os coloca diante de situações em que devem investigar, refletir e analisar (competências gerais **2** e **5**). A seção também permite que os estudantes exercitem a empatia e o diálogo (competência geral **9**).

Competências específicas: a seção ajuda os estudantes a desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de argumentar (competência específica **2**). Ainda por meio desta seção, os estudantes utilizam as tecnologias digitais para resolver problemas e validar resultados (competência específica **5**) e lidam com diferentes registros e linguagens (competência específica **6**). A interação dos estudantes com seus pares ocorre principalmente nas tarefas propostas na etapa *Explore* (competência específica **8**).

Seção *Resolvendo em equipe*

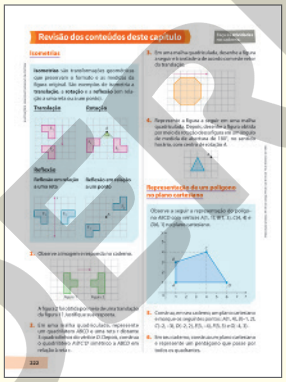


Alguns capítulos apresentam esta seção que destaca as etapas que encaminham a resolução de problemas, as quais devem ser analisadas e discutidas com os estudantes. O trabalho em equipe é muito importante sob diversos pontos de vista: permite ao estudante aprender com os colegas, explicitar conhecimentos e dúvidas, facilitando a ação do professor, e validar o raciocínio construído por meio do diálogo com os colegas. Além disso, saber trabalhar em equipe é uma competência exigida nas mais diversas profissões.

Competências gerais: a seção contribui para que os estudantes resolvam problemas (competência geral **2**), utilizem diferentes linguagens (competência geral **4**), argumentem com base em dados e informações confiáveis (competência geral **7**) e exercitem a empatia (competência geral **9**). É preciso, ainda, que diante da pluralidade de ideias, os estudantes sejam flexíveis (competência geral **10**).

Competências específicas: os problemas a serem resolvidos desenvolvem o raciocínio lógico (competência específica **2**), alguns envolvem conceitos e procedimentos de diferentes campos da Matemática (competência específica **3**) e outros precisam de processo e ferramentas matemáticas para serem solucionados (competência específica **5**). Os contextos dos problemas são diversos e envolvem diferentes registros (competência específica **6**). Além disso, o encaminhamento proposto incentiva os estudantes a compartilhar suas estratégias e conclusões (competência específica **2**).

Seção *Revisão dos conteúdos deste capítulo*

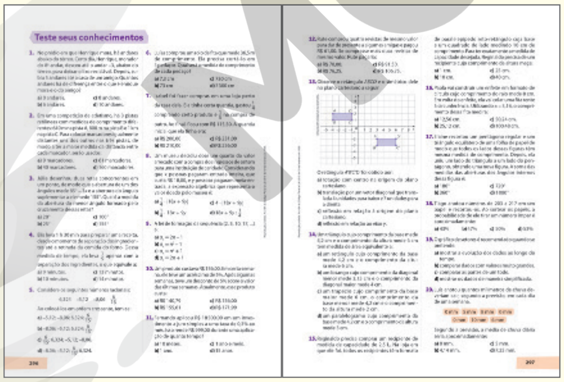


Presente no final de cada capítulo, esta seção traz resumos seguidos de atividades dos principais conceitos e procedimentos estudados no capítulo. As revisões e atividades podem ser exploradas aos poucos, conforme se avança no estudo do capítulo, ou podem ser trabalhadas ao final com o objetivo de verificar o que os estudantes aprenderam e as principais dificuldades que ainda enfrentam.

Competências gerais: a seção traz atividades que exploram diferentes linguagens (competência geral **4**). Algumas delas incentivam a argumentação e o diálogo e oferecem aos estudantes a oportunidade de exercitar a empatia (competências gerais **7** e **9**).

Competências específicas: na seção, são propostas atividades que desenvolvem o raciocínio lógico e o espírito de investigação (competência específica **2**), outras que demandam a utilização de processos e ferramentas matemáticas para modelar e resolver problemas (competência específica **5**) e ainda outras que fazem com que os estudantes mobilizem diferentes registros e linguagens (competência específica **6**).

Seção *Teste seus conhecimentos*

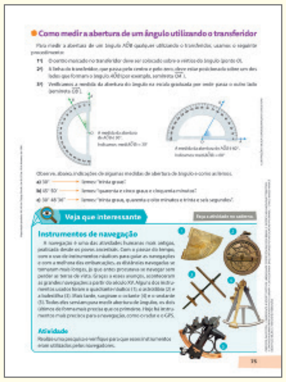


Presente no final de cada volume, esta seção propõe questões de múltipla escolha com o objetivo de avaliar os conhecimentos adquiridos pelos estudantes no decorrer do ano letivo e prepará-los para a realização de exames de larga escala.

Competências gerais: algumas questões da seção possibilitam aos estudantes refletir e analisar (competência geral **2**) e outras utilizam diferentes registros (competência geral **4**). São propostas ainda questões em que os estudantes devem avaliar dados e informações confiáveis (competência geral **7**).

Competências específicas: questões que estimulam o raciocínio lógico (competência específica **2**) e que envolvem conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (competência específica **3**) estão presentes nesta seção. Além disso, são propostos problemas cuja solução se dá via utilização de processos e ferramentas matemáticas e também problemas envolvendo diferentes registros (competências específicas **5** e **6**).

Boxe *Veja que interessante*

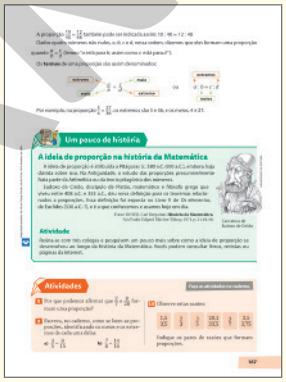


Boxe que complementa e enriquece o conteúdo estudado. Ao final, é proposta uma atividade para o estudante.

Competências gerais: o boxe traz temas diversos relacionados ao mundo físico, social, cultural e digital (competência geral **1**), exercita a curiosidade dos estudantes por meio de atividades sobre esses temas (competência geral **2**) e, em algumas propostas, os estudantes têm a oportunidade de apreciar manifestações artísticas e culturais (competência geral **3**). O boxe possibilita, ainda, em alguns momentos a valorização da diversidade de saberes (competência geral **6**) e coloca os estudantes diante de situações em que devem argumentar com base em informações confiáveis (competência geral **7**). Algumas atividades solicitam aos estudantes que dialoguem com os colegas, e isso permite que desenvolvam a empatia e a capacidade de agirem com flexibilidade (competências gerais **9** e **10**).

Competências específicas: alguns textos desse boxe possibilitam aos estudantes reconhecer como a Matemática contribui para solucionar problemas (competências específicas **1** e **2**). Outros trazem à tona a relação da Matemática com as demais áreas do conhecimento (competência específica **3**), e a atividade promove a interação entre os estudantes (competência específica **8**).

Boxe *Um pouco de história*



Boxe que traz textos relacionados à história da Matemática para contextualizar alguns assuntos. Ao final, é proposta uma atividade para o estudante.

Competências gerais: é inerente à proposta desse boxe a valorização e utilização dos conhecimentos historicamente construídos (competência geral **1**). A curiosidade, a investigação e a resolução de problemas são incentivados por meio das atividades propostas (competência geral **2**). Os estudantes têm ainda a oportunidade de argumentar e dialogar com base em fatos e informações confiáveis a respeito da história da Matemática (competências gerais **7** e **10**).

Competências específicas: os textos e as atividades propostos no boxe têm por objetivo levar os estudantes a reconhecer a Matemática como uma ciência viva que é resultado das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos (competência específica **1**). A capacidade de argumentar (competência específica **2**), de relacionar os campos da Matemática (competência específica **3**), de lidar com diferentes registros e linguagens (competência específica **6**) e de escultar os colegas com atenção e empatia (competência específica **8**) são capacidades que podem ser desenvolvidas por meio das propostas desse boxe.

O quadro a seguir mostra as competências gerais e específicas de Matemática desenvolvidas em cada capítulo do volume 9 desta Coleção.

QUADRO DAS COMPETÊNCIAS GERAIS E ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA DO VOLUME 7		
Capítulos	**Competências gerais**	**Competências específicas**
1 – Números inteiros	2, 4, 9 e 10.	2, 3, 5 e 8.
2 – Múltiplos e divisores	2, 4, 9 e 10.	2, 5 e 8.
3 – Retas e ângulos	2, 3, 4, 5, 7 e 9.	2, 3, 4, 5, 7 e 8.
4 – Frações	2, 3, 4 e 9.	2, 5, 6 e 8.
5 – Números racionais	7 e 9.	7 e 8.
6 – Linguagem algébrica e regularidades	1, 2, 4, 5, 9 e 10.	2, 4, 5, 7 e 8.
7 – Porcentagem e juro simples	2, 4, 9 e 10.	2, 3, 5 e 8.
8 – Proporcionalidade	9.	8.
9 – Transformações geométricas	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.	2, 3, 5, 7 e 8.
10 – Grandezas e medidas	2, 3, 4, 9 e 10.	2, 3, 5 e 8.
11 – Figuras geométricas planas	3, 5 e 9.	1, 4 e 8.
12 – Probabilidade e estatística	2, 3, 4, 7, 8, 9 e 10.	2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

As habilidades da BNCC na Coleção

A Matemática trabalhada nos Anos Finais do Ensino Fundamental não tem um fim em si mesma; além de aprofundar e sistematizar as aprendizagens anteriores dos estudantes, abre as portas para novas aprendizagens, considerando as diversas áreas do conhecimento, contribuindo para o desenvolvimento intelectual do estudante.

Nesta Coleção, a seleção dos conteúdos foi feita nessa perspectiva, e as abordagens propostas pressupõem o desenvolvimento de atitudes relacionadas à formação cidadã do estudante. Escolhemos abordar conceitos e procedimentos (seleção e abordagem) tanto para aprofundar e retomar os conhecimentos prévios dos estudantes quanto para iniciar a aquisição de novos conhecimentos a serem consolidados em anos posteriores de escolaridade.

O professor pode acrescentar atividades, questionamentos, de modo a atender as especificidades de seus estudantes: o livro didático não pode ser uma amarra para o professor, mas, sim, um facilitador de seu trabalho.

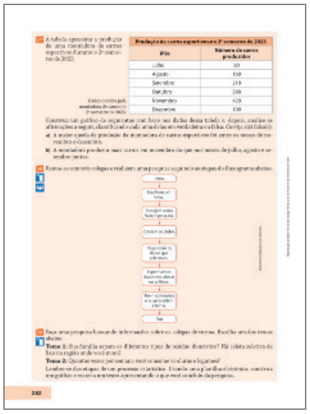
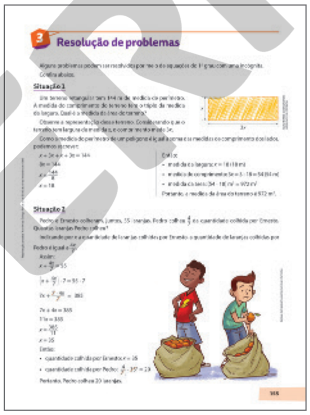
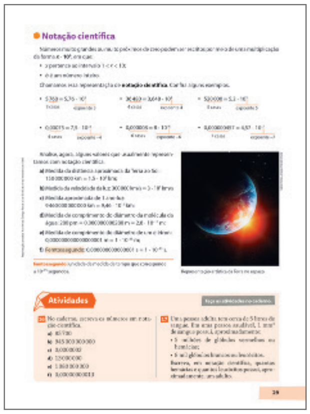
O quadro a seguir apresenta uma visão geral do modo como as habilidades do 7º ano foram desenvolvidas em cada Unidade, capítulo a capítulo.

HABILIDADES DO 7º ANO		
Unidades	**Capítulos**	**Habilidades**
1	1 – Números inteiros	EF07MA03, EF07MA04 e EF07MA06.
	2 – Múltiplos e divisores	EF07MA01.
	3 – Retas e ângulos	EF07MA23 e EF07MA24.
2	4 – Frações	EF07MA05, EF07MA06, EF07MA07, EF07MA08 e EF07MA09.
	5 – Números racionais	EF07MA06, EF07MA10, EF07MA11 e EF07MA12.
	6 – Linguagem algébrica e regularidades	EF07MA13, EF07MA14, EF07MA15, EF07MA16 e EF07MA18.
3	7 – Porcentagem e juro simples	EF07MA02 e EF07MA06.
	8 – Proporcionalidade	EF07MA09, EF07MA13 e EF07MA17.
	9 – Transformações geométricas	EF07MA19, EF07MA20 e EF07MA21.
4	10 – Grandezas e medidas	EF07MA29, EF07MA30, EF07MA31 e EF07MA32.
	11 – Figuras geométricas planas	EF07MA22, EF07MA24, EF07MA25, EF07MA26, EF07MA27, EF07MA28 e EF07MA33.
	12 – Probabilidade e estatística	EF07MA02, EF07MA34, EF07MA35, EF07MA36 e EF07MA37.

Exemplos concretos de trabalho com competências gerais, competências específicas e habilidades da BNCC na Coleção

Uma das finalidades do trabalho com as habilidades é assegurar o desenvolvimento das competências específicas de Matemática que, por sua vez, podem promover o desenvolvimento de competências gerais.

O quadro a seguir mostra, por meio de exemplos concretos da Coleção, a diferença de se trabalhar com competências gerais, específicas e habilidades.

Página 282 do capítulo 12 do volume 6	Página 155 do capítulo 6 do volume 7
Nas **atividades 18** e **19** da página 282, os estudantes vão realizar uma pesquisa estatística, o que permite o desenvolvimento da habilidade **EF06MA33**. Ambas as propostas envolvem o uso de tecnologias digitais para a organização dos dados coletados o que favorece o desenvolvimento da competência específica **5**. Além disso, as pesquisas podem estar relacionadas à questões de urgência social e para serem realizadas é necessário que os estudantes interajam com seus pares, o que pressupõe o desenvolvimento das competências específicas **7** e **8**. Por meio destas competências específicas desenvolvem-se as competências gerais **7**, **9** e **10**, que versam sobre argumentação, exercício da empatia e agir com flexibilidade e resiliência. 	No tópico *Resolução de problemas* são apresentados exemplos de problemas que podem ser resolvidos por meio de equações do 1º grau com uma incógnita. Também são propostos problemas para os estudantes resolverem e isso favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA18**. Esses problemas permitem aos estudantes mobilizar conceitos e procedimentos de diferentes campos da Matemática, o que favorece o desenvolvimento da competência específica **3**. A competência específica **5** também tem o seu desenvolvimento favorecido porque os problemas propostos são modelados e resolvidos por meio de equações. Já a variedade de problemas propostos é o que contribui para o desenvolvimento da competência específica **6**. Essas competências específicas, por sua vez, contribuem para que as competências gerais **2** e **4** tenham o seu desenvolvimento favorecido, uma vez que estão relacionadas à resolução de problemas e ao uso de diferentes linguagens, respectivamente. 
Página 77 do capítulo 4 do volume 8	**Página 29 do capítulo 1 do volume 9**
O estudo das composições de transformações geométricas desenvolve a habilidade **EF08MA18**. Por meio desse estudo, os estudantes têm a oportunidade de verificar como Matemática e Arte se relacionam, contribuindo para que a competência específica **3** tenha o seu desenvolvimento favorecido. É por meio dessa competência que se desenvolvem as competências gerais **1**, **2**, **3**, **4** e **6**. 	Ao trabalhar a representação dos números em notação científica, desenvolve-se a habilidade **EF09MA04**. O trabalho com essa habilidade possibilita aos estudantes reconhecer como esse conceito é empregado para expressar números muito grandes ou muito pequenos em diversas áreas como Astronomia e Química, o que contribui para o desenvolvimento da competência específica **3** de Matemática, que, por sua vez, contribui para o desenvolvimento das competências gerais **4** e **7**. 

OS ESTUDANTES NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

O estudante que se encontra nos Anos Finais do Ensino Fundamental está inserido na transição entre a infância e a adolescência, período marcado por intensas e profundas mudanças nos aspectos físico, psicológico, social e emocional. Ele é um sujeito "em desenvolvimento, com singularidades e formações identitárias e culturais próprias, que demandam práticas escolares diferenciadas, capazes de contemplar suas necessidades e diferentes modos de inserção social" (BRASIL, 2018, p. 60).

Por isso, é preciso compreendê-lo, e para tanto é necessário aprender a ouvi-lo por meio da comunicação afetiva, em um movimento de aproximação, trocando experiências, vivências e histórias, em um ressignificar do processo de ensino e de aprendizagem.

É importante também estar atento às interações que eles estabelecem com os grupos sociais dos quais fazem parte, o que permite entender seus modos de agir e suas necessidades.

Assim, o ambiente escolar precisa refletir o clima de diálogo, do saber ouvir, da empatia e da boa convivência, combatendo toda forma de violência, como a prática do *bullying*, comportamento intencional e agressivo na forma de insultos, xingamentos, apelidos, ameaças, difamação, isolamento e exclusão social. Enfim, fazer do ambiente escolar um espaço inclusivo em todos os sentidos, pensando na formação do estudante como um sujeito ativo, protagonista do seu processo de aprendizagem e agente de transformação da sociedade.

A fim de garantir que isso aconteça diante da heterogeneidade das turmas, o professor precisa estar atento a tais necessidades, revendo sua prática e refletindo sobre as estratégias utilizadas.

Uma das formas de se trabalhar com grupos grandes de forma mais eficaz é pensar nas tarefas matemáticas propostas. A professora Jo Boaler, autora do livro *Mentalidades Matemáticas*, propõe o uso das **tarefas abertas**, pois permite a participação de toda a turma. Segundo ela, toda tarefa pode ser transformada numa tarefa aberta desde que se pergunte aos estudantes "sobre suas diferentes maneiras de ver e resolver questões matemáticas e encorajando a discussão dos diversos modos de ver os problemas" (2018, p. 83). Outro ponto é oferecer **distintas opções de tarefa** com diferentes níveis e áreas da matemática envolvidos, as quais são escolhidas pelo estudante, e não pelo professor. É uma mudança de ponto de vista, o que possibilitará ao estudante escolher suas próprias rotas de aprendizagem, "encontrando conteúdo individualizado, acompanhado por oportunidades para o trabalho em grupo e colaboração" (2018, p. 104).

Esta mesma autora também sugere o uso das **estratégias equitativas** com o objetivo de tornar a Matemática mais inclusiva. Como forma de melhorar o desempenho coletivo, ela propõe que se ofereçam conteúdos matemáticos de alto nível a todos os estudantes, e não somente àqueles que sempre tiram as melhores notas. Isso está imbricado à outra ideia que precisa ser mudada: a de que somente alguns podem ter êxito na Matemática. Por isso, oportunizar a todos o pensar profundamente a Matemática. Isso implica, por sua vez, trazer experiências práticas, um currículo baseado em projetos e com aplicabilidade na vida real, além de trabalhar colaborativamente, fato que precisa ser ensinado. Trabalhar em grupo é fundamental para um bom desempenho matemático. E por último, é preciso rever a ideia do dever de casa. Para a autora, é necessário mudar a natureza das tarefas, fazendo "perguntas que os incentivem a pensar na Matemática da aula e focar as ideias fundamentais" que são importantes para a aprendizagem (2018, p. 94).

Isso tudo dialoga com outra proposta de trabalho, conectada com as atuais necessidades das diferentes turmas de estudante: as **metodologias ativas**, que, segundo José Moran (2019, p. 7), são "alternativas pedagógicas que colocam o foco do processo de ensino e de aprendizagem nos aprendizes, envolvendo-os na aquisição do conhecimento por descoberta, por investigação ou resolução de problemas numa visão de escola como comunidade de aprendizagem (onde há participação de todos os agentes educativos, professores, gestores, familiares e comunidade de entorno e digital)".

São exemplos de metodologias ativas a **aprendizagem baseada em problemas**, **aprendizagem baseada em projetos** e a **sala de aula invertida**.

- **Aprendizagem baseada em problemas:** é uma metodologia organizada por temas em torno de problemas e não de disciplinas. Nela os estudantes combinam teoria e prática para solucionar problemas.
- **Aprendizagem baseada em projetos:** é uma metodologia em que os estudantes se envolvem para resolver um problema ou desenvolver um projeto que tenha relação com a sua vida fora da sala de aula. Nesta metodologia, eles lidam com questões interdisciplinares e trabalham em equipe.
- **Sala de aula invertida:** o estudante se apropria do conteúdo previamente, e a aula torna-se o lugar de aprendizagem ativa, onde há perguntas, discussões e atividades práticas. O professor pode explorar as dificuldades dos estudantes em vez de expor o conteúdo da disciplina.

Em todas elas, os recursos tecnológicos podem ou não estar presentes. Quando presentes, o seu uso pode auxiliar o desenvolvimento da autonomia, empatia, protagonismo, responsabilidade, participação e cooperação.

Nesse contexto, é importante também levar em consideração elementos da cultura juvenil (*funk*, *hip-hop*, grafite, tatuagem, esportes, entre outros) e os comportamentos construídos por eles nos diferentes contextos sociais e culturais dos quais participam. Ao fazer isso, o processo de construção de conhecimento é enriquecido. Uma das formas de se trabalhar as culturas juvenis com os estudantes é por meio da aprendizagem baseada em projetos que, nesta Coleção, são sugeridos principalmente na seção *É hora de extrapolar*. Outras possibilidades são as discussões em sala de aula e os fóruns promovidos pela escola. Essa inserção da cultura juvenil ressignifica o espaço escolar, intensifica o processo de reflexão e crítica e promove a aprendizagem.

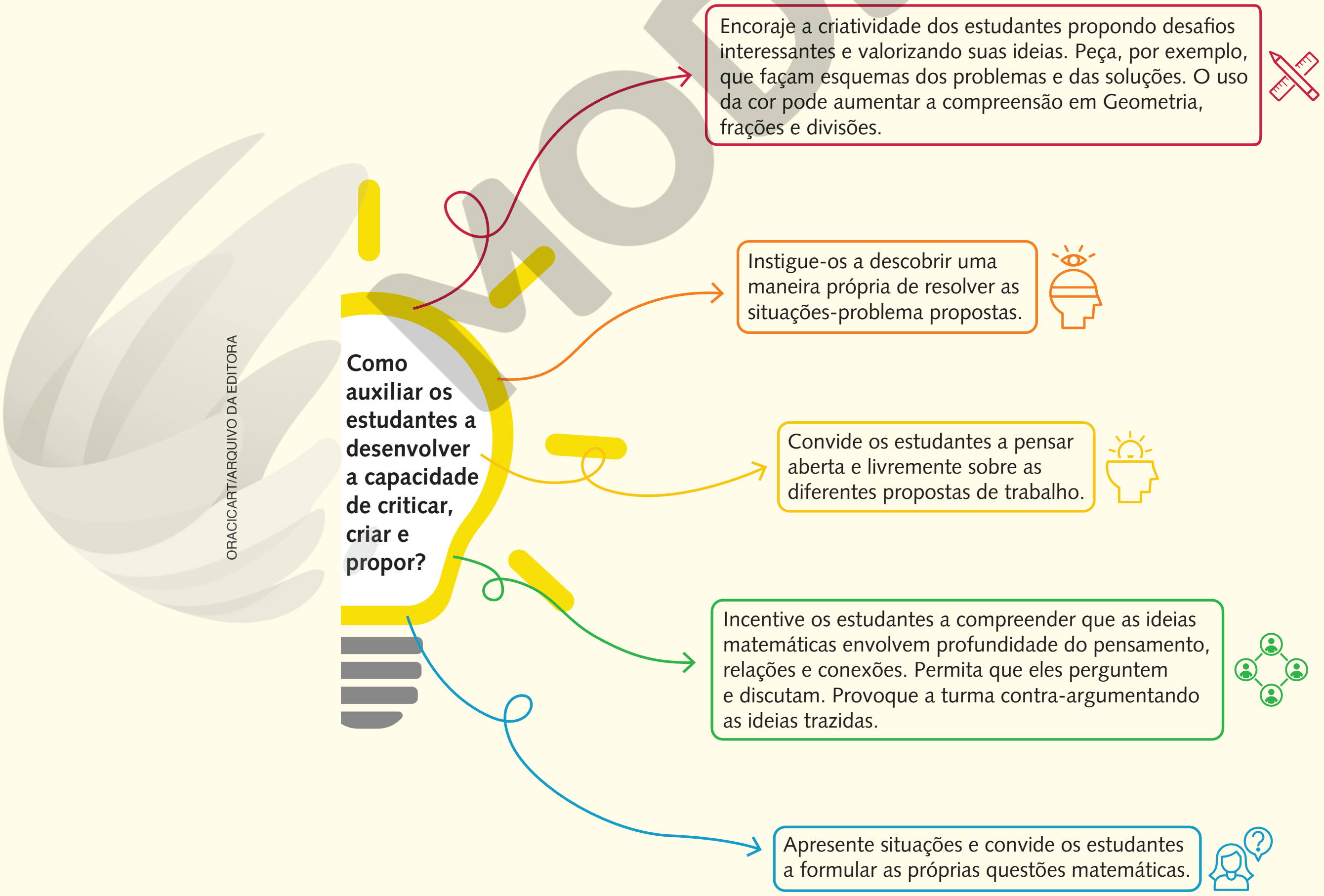
Assim, é possível vislumbrar possibilidades de aprendizagem para toda a turma, aguçando o olhar inclusivo do professor, que, ao acolher as dificuldades, busca meios para atendê-las, sem deixar de lado os diferentes níveis de conhecimento que habitam a sala de aula.

Capacidade de criticar, criar e propor

A criatividade e o pensamento crítico vêm ganhando cada vez mais espaço nas pautas de discussões sobre o que precisamos desenvolver nos estudantes. A criatividade tem relação com o potencial do ser humano para enfrentar o novo e seguir avançando na ciência, na tecnologia, na comunicação, na arte e em outras áreas do conhecimento. Pode ser compreendida também como a elaboração de ideias, processos e/ou produtos que apresentem algum grau de ineditismo, mesmo que seja para a própria pessoa. O pensamento crítico, por sua vez, é a competência de a pessoa se posicionar de modo racional e analítico diante de diferentes situações cotidianas.

A Matemática é uma área do conhecimento com potencial para desenvolver as capacidades de criticar, criar e propor, na medida em que coloca os estudantes diante de situações em que devem resolver problemas, generalizar propriedades, analisar dados, construir figuras etc. Para resolver um problema, por exemplo, o estudante precisa, primeiro, entender o enunciado e analisá-lo de maneira crítica. Depois, precisa imaginar como vai solucioná-lo. Em seguida, deve colocar em prática as ideias e, por fim, testar e refletir sobre o que fez.

O infográfico a seguir traz algumas orientações de como ajudar os estudantes a produzir análises críticas, criativas e propositivas:



Como auxiliar os estudantes a desenvolver a capacidade de criticar, criar e propor?

Encoraje a criatividade dos estudantes propondo desafios interessantes e valorizando suas ideias. Peça, por exemplo, que façam esquemas dos problemas e das soluções. O uso da cor pode aumentar a compreensão em Geometria, frações e divisões.

Instigue-os a descobrir uma maneira própria de resolver as situações-problema propostas.

Convide os estudantes a pensar aberta e livremente sobre as diferentes propostas de trabalho.

Incentive os estudantes a compreender que as ideias matemáticas envolvem profundidade do pensamento, relações e conexões. Permita que eles perguntem e discutam. Provoque a turma contra-argumentando as ideias trazidas.

Apresente situações e convide os estudantes a formular as próprias questões matemáticas.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Capacidade de argumentar

A aprendizagem em Matemática muitas vezes é um processo dialógico, ou seja, pressupõe o desenvolvimento da capacidade de argumentar. Na BNCC, essa capacidade está prevista nas competências específicas **2** e **4** de Matemática e na competência geral **7** e tem relação com a capacidade do indivíduo de explicar sua forma de pensar verbalmente ou por escrito.

Em Matemática, os estudantes são incentivados a argumentar quando são colocados diante de situações em que devem resolver problemas, demonstrar propriedades, realizar experimentações, validar ou generalizar resultados, analisar erros, ler e interpretar dados representados em tabelas e/ou gráficos, construir figuras utilizando instrumentos de desenhos etc.

O esquema a seguir traz algumas sugestões de como auxiliar os estudantes a desenvolver a capacidade de argumentar.

Como ajudar o estudante a desenvolver a capacidade de argumentar?

- Proponha tarefas abertas para que a turma possa pensar sobre os diferentes pontos de vista e representações.
- Proponha situações nas quais o estudante precise convencer e ser convencido.
- Permita que o estudante explique por que determinada solução faz sentido.
- Proporcione situações em que o estudante possa representar o seu pensamento visualmente (desenhos, imagens, codificação com cores).
- Proponha atividades de experimentação envolvendo o uso de tecnologias digitais.
- Trabalhe com jogos.

Capacidade de inferir

Inferir é tirar conclusões com base em uma ou mais proposições utilizando o raciocínio lógico. Essa é uma habilidade essencial que pode propiciar aprendizagens significativas não só na Matemática, como em outras áreas do conhecimento.

Em Matemática, os estudantes podem inferir informações embasadas em dados estatísticos representados em tabelas e/ou gráficos. Também podem analisar sequências numéricas e inferir a regra de formação delas ou, ainda, inferir quando realizam tarefas investigativas.

O esquema a seguir traz algumas sugestões de como contribuir para que os estudantes desenvolvam a capacidade de inferir.

Como ajudar o estudante a desenvolver a capacidade de inferir?

- Proponha tarefas investigativas.
- Incentive o estudante a pensar sobre os procedimentos utilizados e os resultados encontrados.
- Incentive-o a ir além em atividades que envolvam a leitura e interpretação de tabelas e gráficos estatísticos.
- Estimule-o a analisar e entender os erros cometidos.

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

A INCLUSÃO DOS ESTUDANTES COM DEFICIÊNCIA

A Lei Brasileira de Inclusão de Pessoa com Deficiência instituiu o Estatuto da Pessoa com Deficiência (Lei 13.146/2015), garantindo, entre outros aspectos, o acesso à educação, e assegurando a inclusão escolar em todos os níveis e modalidades de ensino de acordo com os interesses e as necessidades de aprendizagem de cada um.

Com base nas premissas da lei, uma escola inclusiva é aquela que acolhe e inclui a todos sem discriminação, respeitando as diferenças e dificuldades, acreditando que todos podem aprender e que o processo de aprendizagem de cada pessoa é único, daí ser necessário adequar as estratégias e as condições para que todos possam aprender e desenvolver seu potencial.

As diferentes deficiências (visual, auditiva, intelectual, física, múltiplas) devem ser trabalhadas na sua especificidade para que possa ser garantida a aprendizagem de cada um. As altas habilidades ou superdotação também precisam de um olhar pontual.

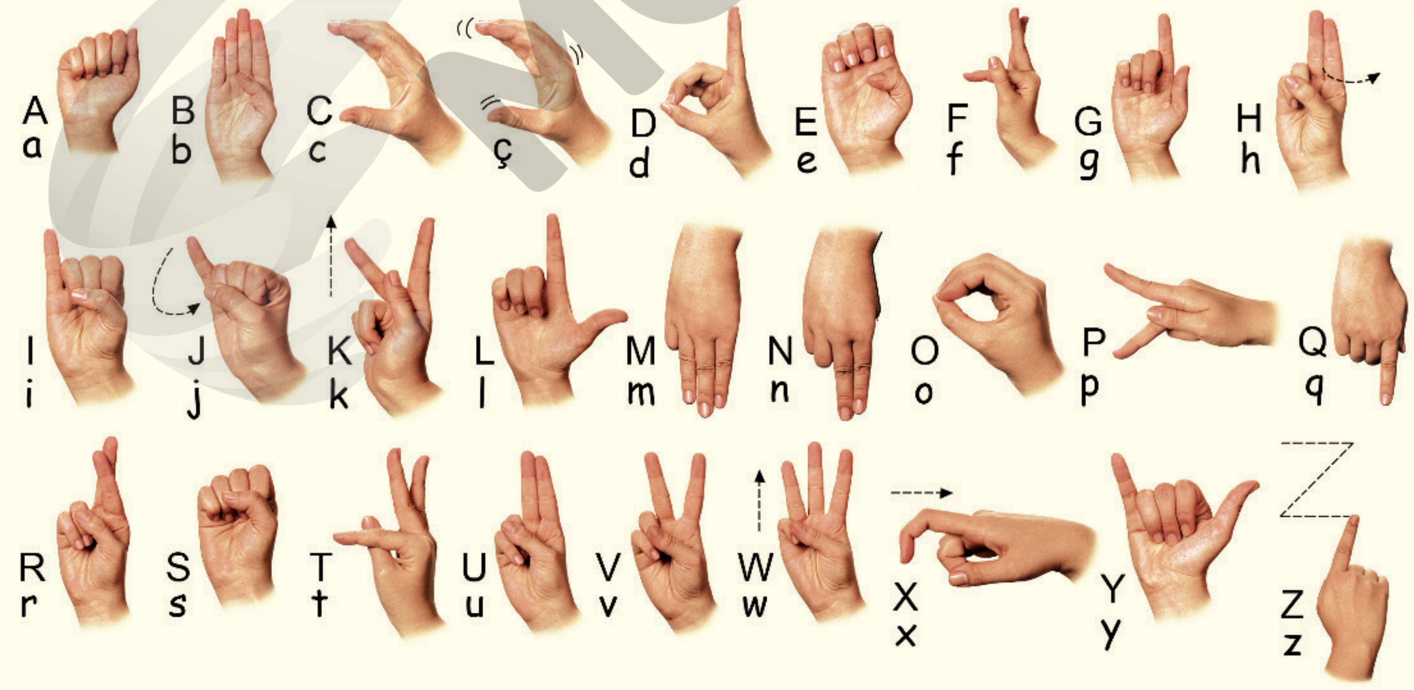
Nesse sentido, são grandes os desafios enfrentados pela escola como um todo e pela equipe escolar em particular. Em muitos casos, faz-se necessário a existência de equipe multidisciplinar para orientar as possibilidades de trabalho de acordo com uma necessidade específica. Além, é claro, do investimento na formação continuada do professor e de todos que vão trabalhar com determinado tipo de deficiência ou dificuldade a fim de criar uma rede de apoio, aprimorando os conhecimentos, flexibilizando os materiais e as intervenções com estes e os demais alunos.

Outro ponto a ser destacado refere-se à existência de um projeto pedagógico inclusivo, ou seja, que contenha ações que viabilizem a aquisição de materiais necessários ao atendimento de todas as diferenças bem como a flexibilização do currículo para acolher a realidade de cada um.

A contribuição do professor de Matemática

Cada professor dentro da sua especificidade e com a ajuda da equipe encontrará os melhores meios para adequar as propostas a fim de promover o desenvolvimento da aprendizagem de todos. Contudo, disponibilizar momentos de trocas entre os membros da equipe escolar permitirá aumentar as estratégias e os materiais que possam contribuir para as dificuldades referentes à inclusão.

O professor precisa estar atento ao tipo da deficiência para planejar seu trabalho e fazer as adequações necessárias. Em se tratando de deficiência auditiva, é possível o uso da Língua Brasileira de Sinais (Libras), instituída pela Lei 10.436/2002, a qual é uma combinação do movimento das mãos e de pontos no corpo e no espaço em que os sinais são feitos.



PAULO MANZI/ARQUIVO DA EDITORA

Os algarismos também são representados por sinais. Como são menos, é mais fácil memorizá-los, e você poderá utilizá-los para as explicações:


0


1


2


3


4


5


6


7


8


9

RICARDO SIWEC/ARQUIVO DA EDITORA

O ideal seria que todo estudante com deficiência auditiva tivesse um intérprete de Libras que pudesse traduzir as aulas. Outra possibilidade para incluir estes estudantes, é a utilização de vídeos relativos aos conteúdos que contenham intérprete de Libras.

Quando se trata de deficiência visual, pode-se utilizar o Braille: sistema de sinalização ou de comunicação tátil. Este sistema possibilita escrever as atividades e complementar as explicações. Para tanto, é necessário o uso da máquina de escrever Braille. Vale lembrar que outros meios podem ser utilizados pelas pessoas com deficiência visual, como caracteres ampliados, linguagem escrita e oral, dispositivos multimídia, sistemas auditivos e os meios de voz digitalizados.

No que se refere às deficiências intelectuais, é preciso adequar as propostas tendo em vista a idade e as necessidades de cada estudante. O uso de materiais manipulativos é uma estratégia que contribui bastante nesses casos. Neles estão inclusos tampinhas, ábaco, colar de contas, material dourado para a contagem e a construção da ideia de número, canudos, linhas, palitos, massinha para a Geometria Espacial; geoplano, entre outros.

Jogos de tabuleiro, quebra-cabeças e jogos de memória são também ferramentas que possibilitam o trabalho de diferentes conteúdos matemáticos e podem ser adequados aos diferentes graus de dificuldades da turma. As propostas precisam conter desafios possíveis de serem executados, aumentando, posteriormente, as regras, os números de participantes e, até mesmo, o grau de complexidade.

Também, há muitos *softwares* e programas que podem ser utilizados e que tornam ainda mais significativo o processo de ensino e de aprendizagem quando se trata da inclusão.

Além disso, o uso das metodologias ativas pode ser bastante inclusivo, uma vez que poderá fortalecer o protagonismo dos estudantes por meio de "desafios, atividades e jogos colaborativos; uso de tecnologias; realização de projetos; aprendizado através de problemas e situações reais (informação contextualizada); e a sala de aula invertida" (PAVÃO, A. C. O.; PAVÃO, S. M. O., 2021, p. 30). Cabe a cada professor adequar as propostas de acordo com a realidade de sua turma.

A inclusão é um direito. É importante acolher os estudantes com deficiência e dar a eles todas as condições necessárias para que se sintam motivados a desenvolver o seu potencial.

O PROFESSOR E SEU LOCAL DE FALA

Uma das missões do professor é criar ambientes que acolham os estudantes e forneçam uma boa experiência de aprendizado. Nesse contexto, a interação professor/estudantes é fundamental, pois possibilita compreender como vivem, suas necessidades, seus anseios, seu projeto de vida e o que pode motivá-los para ter uma aprendizagem significativa. Por meio dessa interação, é possível explorar problemas reais e buscar as informações de maneira coletiva, reconhecendo que os próprios estudantes podem ser a fonte de conhecimento. É importante encorajar a troca e a construção entre eles e se envolver nas discussões e nos trabalhos.

Esta relação com os estudantes também é uma forma de criar, valorizar e manter uma cultura de paz dentro das salas de aula e, consequentemente, na comunidade escolar como um todo. De acordo com as orientações da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco), para promover a cultura de paz nas escolas é preciso construir, no dia a dia, um ambiente pacífico e conciliador. Nesse âmbito, o professor pode desempenhar papel fundamental criando um ambiente de confiança, colocando-se à disposição para ouvir os estudantes e fornecendo condições para que tenham uma conduta respeitosa entre si na sala de aula e além dos muros da escola.

Trabalhar de forma colaborativa com outros professores da escola e também com os demais profissionais da comunidade escolar como secretários, inspetores, merendeiras etc. (caso estes tenham interesse) permite criar uma comunidade de aprendizagem que pode ser propícia para a concepção e execução de projetos que respondam às demandas do desenvolvimento humano integral e podem trazer retorno para a própria comunidade ao redor da escola.

INTERDISCIPLINARIDADE

Partindo do pressuposto que o conhecimento não é compartimentado, é necessário investir numa visão interdisciplinar da sua concepção a fim de garantir sua construção de uma forma global. A interdisciplinaridade, tão discutida desde o século passado, é quando dois ou mais componentes curriculares se relacionam para aprofundar o conhecimento, integrando os saberes e superando essa visão fragmentada.

Podemos dizer que é uma forma de encontrar conexões entre as áreas do conhecimento para o estudo de um tema de interesse, objetivando responder aos questionamentos por ele gerados. Esse processo dá significação e significado à aprendizagem, permitindo ao estudante estabelecer também ligações com conceitos já estudados e com o seu cotidiano. O que reforça a ideia de que interdisciplinaridade e aprendizagem significativa caminham imbricadas entre si.

Quando um estudante se defronta com um problema, o conhecimento adquirido previamente acerca da situação apresentada não se limita à abordagem unicamente disciplinar, mas ultrapassa-a. Maingain e Dufour (2002) observam que o conhecimento é global, pautado em multidimensão, que não necessariamente se restringem aos componentes curriculares; entretanto, um campo disciplinar oferece as sistematizações necessárias. A combinação das multidimensões e das sistematizações constrói representações de uma situação particular, sendo, portanto, compreendida como uma perspectiva interdisciplinar. Em outras palavras, pensar a interdisciplinaridade na Educação Básica significa estabelecer relação entre as diferentes áreas do conhecimento para além da mera justaposição, mas aquém de uma fusão e, consequentemente, da desintegração do saber disciplinar.

Assim, nesta Coleção, são favorecidas situações de aprendizagem que, para além dos limites de cada componente curricular, incentivam a participação social, a cooperação e a tomada de decisão.

Tudo isso corrobora com a visão interdisciplinar e estabelece um diálogo com a BNCC e as competências gerais de aprendizagem, uma vez que permite, também, compreender a realidade, investigar, levantar hipóteses, defender ideias, respeitar a si e ao outro, contextualizando a aprendizagem com as necessidades e os interesses do estudante e favorecendo a tomada de decisões pautadas na ética.

Dessa maneira, o professor, que é pesquisador de sua prática, buscará os melhores caminhos para planejar boas estratégias e exercitar a interdisciplinaridade.

Um deles é o uso das **metodologias ativas**, como a aprendizagem baseada em projetos. A seção *É hora de extrapolar*, por exemplo, oferece oportunidades para que sejam desenvolvidos projetos que envolvam temáticas com potencial de mobilizar conhecimentos de diferentes áreas.

Vale ressaltar que, utilizando a ótica de escuta e observação, também é possível elaborar sequências de atividades envolvendo temas de interesse dos estudantes, sem constituir um projeto, mas com o foco interdisciplinar.

Atitudes interdisciplinares

Para que a interdisciplinaridade seja colocada em prática, é necessário que a escola invista na **formação continuada** de todos os segmentos, de forma a promover o estudo das necessidades prementes da turma e das novas estratégias para serem colocadas em prática. Aprofundar o conhecimento do professor nas metodologias ativas, por exemplo, permite a prática interdisciplinar.

Criar momentos de interações e trocas entre as equipes gestoras e os professores abre espaço para a discussão das diferentes ideias e da própria prática, por meio de experiências exitosas que permitirão ressignificá-la. Além disso, investir nas reflexões sobre a **gestão do tempo** em sala de aula é uma forma de buscar organizar as atividades.

Planejar as sequências do que será trabalhado seja em conjunto com outros professores, seja consigo mesmo é fundamental, bem como garantir momentos para replanejar o que não está dando certo ou que precisa de ajustes.

Outro ponto é trabalhar a **pesquisa**, aspecto que requer bastante atenção, uma vez que este é um procedimento que precisa ser ensinado e retomado constantemente. Aprender a pesquisar ajuda a investigar as hipóteses e encontrar as soluções.

O uso da **gamificação** é também uma forma de promover a interdisciplinaridade. A gamificação consiste em utilizar elementos de jogos e técnicas de *design* de jogos em contextos diferentes. Em atividades ou propostas gamificadas, espera-se que os estudantes se engajem na resolução de problemas ou na superação de desafios, que aceitem as regras do jogo, que concordem em jogar com pessoas diferentes e que aceitem *feedback* corretivo para alcançar o resultado desejado. Em resumo, a gamificação não é transformar qualquer atividade em um *game*, mas, sim, aprender a partir dos *games*, ou seja, aproveitar elementos dos *games* que podem melhorar uma experiência de aprendizagem sem ignorar o mundo real.

O trabalho interdisciplinar só é efetivo se for desenvolvido por uma equipe comprometida. Além disso, os professores, mediadores do trabalho interdisciplinar, devem se preocupar mais com o processo do que com o produto. Para auxiliar nesse processo, esta Coleção sugere possibilidades de trabalhos interdisciplinares ao longo das *Orientações*, mas é importante ressaltar que compete a cada escola e a cada equipe de profissionais definir o projeto que será desenvolvido de acordo com a sua realidade. Nesse sentido, cabe a reflexão e a discussão coletiva para que se realize um trabalho interdisciplinar consistente e coerente com as propostas da escola e que seja enriquecedor para o estudante.

TEMAS CONTEMPORÂNEOS TRANSVERSAIS (TCTs)

Em 1996, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) traziam os temas transversais, os quais contemplavam temáticas relacionadas à vida cotidiana e à vida das pessoas. Não eram novas disciplinas curriculares, mas sim áreas do conhecimento que perpassavam os campos disciplinares. Em outras palavras, buscavam inserir questões sociais como objeto de aprendizagem.

Com a BNCC, tais conceitos foram ampliados, e os temas contemporâneos transversais foram introduzidos, objetivando explicitar a ligação entre os diferentes componentes curriculares e as situações vivenciadas pelo estudante no cotidiano. Essas situações podem ser relacionadas aos problemas do mundo atual que afligem os estudantes, afetando a vida humana em escala local, regional e global.

Os TCTs estão distribuídos em seis macroáreas temáticas: *Cidadania e Civismo*, *Ciência e Tecnologia*, *Economia*, *Meio Ambiente*, *Multiculturalismo* e *Saúde*, englobando 15 temas contemporâneos.

2019 © ACERVO DO MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

BRASIL. Ministério da Educação. **Temas contemporâneos transversais na BNCC**: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília, DF: MEC, 2019. p. 13 . Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 19 jul. 2022.

Para que o trabalho aconteça em sala de aula, é imprescindível refletir sobre o que estamos ensinando e o que os estudantes precisam aprender no que se refere a estas temáticas, mapeando quais TCTs poderão ser trabalhados atendendo a tais necessidades. Analisar como esses temas podem perpassar a área de conhecimento a partir do conteúdo a ser trabalhado é outro aspecto importante. Por exemplo, ao trabalhar porcentagem em Matemática é possível discutir o consumo e o consumismo (o que realmente necessitamos obter e o que compramos desnecessariamente), bem como a distribuição da renda e o trabalho.

Para isto **a leitura e a pesquisa** são fundamentais juntamente com as trocas estabelecidas a partir **do trabalho em grupo**, a socialização das ideias e a sistematização de discussões.

Os TCTs na Coleção

Os TCTs são abordados em diferentes momentos da Coleção: seções, boxes e atividades diversas. Nesse trabalho, os estudantes são incentivados a refletir, defender suas opiniões e a pesquisar sobre diferentes assuntos. O trabalho muitas vezes dialoga com as competências específicas e gerais da BNCC.

Na Coleção, utilizam-se ícones para identificar a possibilidade de trabalho com os TCTs.

Ícones que indicam o trabalho com os Temas Contemporâneos Transversais

FORMAÇÃO CIDADÃ

PLURALIDADE CULTURAL

MEIO AMBIENTE

SAÚDE

EDUCAÇÃO FINANCEIRA

CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Cada um destes ícones se relaciona com uma das macroáreas temáticas conforme mostra o quadro a seguir.

RELAÇÃO ENTRE AS MACROÁREAS TEMÁTICAS E OS ÍCONES DA COLEÇÃO

Macroáreas temáticas	Meio ambiente	Economia	Saúde	Cidadania e civismo	Multiculturalismo	Ciência e tecnologia
Ícones da Coleção	MEIO AMBIENTE	EDUCAÇÃO FINANCEIRA	SAÚDE	FORMAÇÃO CIDADÃ	PLURALIDADE CULTURAL	CIÊNCIA E TECNOLOGIA

O quadro a seguir apresenta um panorama da distribuição do trabalho com os temas contemporâneos transversais ao longo dos capítulos do volume 7.

O TRABALHO COM OS TEMAS CONTEMPORÂNEOS TRANSVERSAIS NO VOLUME 7

MEIO AMBIENTE	EDUCAÇÃO FINANCEIRA	SAÚDE	FORMAÇÃO CIDADÃ	PLURALIDADE CULTURAL	CIÊNCIA E TECNOLOGIA
Capítulos 1, 5, 7, 10 e 12.	Capítulos 5 e 7.	Capítulos 1, 5, 7 e 12.	Capítulos 3, 5 e 8.	Capítulos 3 e 9.	Capítulo 7.

Além dos momentos sinalizados no *Livro do Estudante*, outros são sugeridos nas *Orientações* presentes neste *Manual do Professor*, podendo enriquecer ainda mais as atividades propostas.

A UTILIZAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A abordagem de episódios da história da Matemática permite aos estudantes a percepção de que a Matemática não é uma ciência pronta e acabada. Ela se desenvolveu ao longo do tempo e continua se desenvolvendo. Textos breves que trazem informações sobre fatos e pessoas ligadas ao seu desenvolvimento permitem ao professor promover discussões e sugerir pesquisas aos estudantes, com o objetivo de promover a compreensão do desenvolvimento histórico de diferentes conceitos e, consequentemente, ampliar os horizontes da aprendizagem matemática.

No estudo de conteúdos da Geometria, por exemplo, o trabalho com pesquisas que permitam conhecer elementos sobre sua história, os locais onde a Geometria se desenvolveu, as características sociais e geográficas desses locais pode contribuir para a compreensão do contexto no qual o objeto matemático em estudo se desenvolveu.

A aprendizagem matemática tem, assim, como ferramenta didática disponível a história da Matemática, junto à resolução de problemas e à modelagem. Nesta Coleção, o boxe *Um pouco de história* busca trazer informações que podem servir de ponto de partida para a complementação e o aprofundamento dos conteúdos abordados.

AS TECNOLOGIAS DIGITAIS E O ENSINO DE MATEMÁTICA

Atualmente, tanto a computação como as tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) estão presentes na sociedade, moldando a comunicação, o meio de transporte, as relações interpessoais e influenciando a vida das pessoas. A ciência e a tecnologia evoluem rapidamente, e essa constante transformação reflete diretamente no funcionamento da sociedade e, consequentemente, no mundo do trabalho e da educação.

A prontidão para a atuação profissional compreende o conhecimento de diversas tecnologias e linguagens, e a escola é um dos ambientes mais propícios para a construção de tal conhecimento. Não cabe ao Ensino Fundamental o preparo de mão de obra especializada. No entanto, em uma época em que as tecnologias digitais estão mais acessíveis, haja vista a quantidade de telefones celulares no Brasil, a escola não pode ficar alheia a essa realidade, deixando de instrumentalizar os estudantes para o uso dessas tecnologias, especialmente para que conheçam os bons e os maus usos delas e que saibam se prevenir.

No que diz respeito à utilização das tecnologias digitais no ensino de Matemática, deseja-se que este uso possibilite a expansão das oportunidades de aquisição de conhecimento – por exemplo, a calculadora e os *softwares* para a aprendizagem da Matemática devem favorecer, entre outras coisas, a busca por novas estratégias para a resolução de problemas ou o desenvolvimento do raciocínio lógico. Sobre esse assunto, discorre Aguiar (2008), p. 64.

> A utilização e a exploração de aplicativos e/ou *softwares* computacionais em Matemática podem desafiar o estudante a pensar sobre o que está sendo feito e, ao mesmo tempo, levá-lo a articular os significados e as conjecturas sobre os meios utilizados e os resultados obtidos, conduzindo-o a uma mudança de paradigma com relação ao estudo, na qual as propriedades matemáticas, as técnicas, as ideias e as heurísticas passem a ser objeto de estudo.

É importante que o uso do computador na escola não se limite apenas à função do uso dos editores de texto ou de *slides*; os estudantes devem aprender a utilizá-lo como uma ampliação das faculdades cognitivas e capacidades humanas. A sociedade contemporânea demanda um grande conhecimento tecnológico, não apenas em relação ao uso das tecnologias de maneira eficaz, mas também referente à elaboração de soluções para problemas cotidianos simples ou complexos de qualquer natureza.

Nesta Coleção, o uso de tecnologias digitais é incentivado por meio da seção *Tecnologias digitais em foco* e também por meio de atividades identificadas pelo ícone *Calculadora e* softwares:

Calculadora e
softwares

A intenção é colocar os estudantes diante de situações em que devem resolver problemas, experimentar, formular hipóteses e argumentar. As propostas podem envolver estratégias como o uso de calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de Geometria dinâmica como o GeoGebra. Nesse contexto, espera-se criar um ambiente favorável para que eles se sintam motivados a aprender cada vez mais e de maneira significativa os conteúdos da disciplina.

PENSAMENTO COMPUTACIONAL

A expressão “pensamento computacional” surgiu em 2006, no artigo *Computational Thinking*, da pesquisadora Jeannette Wing. Nele, Wing relaciona o termo à resolução de problemas de maneira sistemática, decompondo um problema complexo em subproblemas e automatizando a solução, de forma que pudesse ser executada por uma máquina.

O pensamento computacional se apoia em quatro pilares. São eles:

- **Decomposição:** consiste em quebrar um problema em partes menores (subproblemas) ou etapas, de maneira que a resolução de cada uma das partes ou etapas resulte na resolução do problema inicial. Dessa maneira, um problema ou uma situação complexa podem ser resolvidos aos poucos, com estratégias e abordagens diversas.
- **Reconhecimento de padrões:** ocorre ao se perceber similaridade da situação enfrentada com outra previamente resolvida, o que permite o reaproveitamento de uma estratégia conhecida. Esse reconhecimento de padrões pode se dar entre instâncias distintas de um problema ou dentro dele mesmo, quando há repetições de etapas ou padrões em sua resolução.
- **Abstração:** no contexto do pensamento computacional, significa filtrar as informações e os dados relevantes à resolução, eliminando dados desnecessários. Permite-se, assim, uma modelagem do problema mais limpa e eficaz.
- **Algoritmo:** a aplicação dos pilares anteriores pode facilitar o surgimento de um algoritmo, que é uma generalização da resolução e permite resolver toda uma família de problemas similares. Um algoritmo pode ser definido como uma sequência finita de passos cuja finalidade é resolver um problema ou executar uma tarefa.

É importante salientar que, dependendo do problema, nem todos os pilares serão necessários e estarão presentes. Além disso, para desenvolver o pensamento computacional e trabalhar com ele em sala de aula, apesar de a intenção ser a implementação computacional de uma solução, não é necessário um computador.

O pensamento computacional na Coleção

A BNCC considera que a aprendizagem de Álgebra contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional dos estudantes, uma vez que precisam mobilizar diferentes linguagens para traduzir situações-problema. Além disso, o documento destaca que:

> Associado ao pensamento computacional, cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática. Um algoritmo é uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma. A linguagem algorítmica tem pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável. Outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos (BRASIL, 2018, p. 271).

Nesta Coleção, são propostas diferentes atividades envolvendo construção, leitura e interpretação de fluxogramas. Essas atividades favorecem o desenvolvimento da competência especifica **6** de Matemática e da competência geral **4** da BNCC e são identificadas pelo ícone *Pensamento computacional*.

Pensamento
computacional

Na Coleção, os fluxogramas também são utilizados na sistematização de alguns conteúdos.

De modo geral, o pensamento computacional também está presente, na Coleção, por meio da aplicação de algoritmos e procedimentos (algoritmos das operações, métodos para determinar o mmc ou mdc de números naturais, aplicação da fórmula resolutiva de equações do 2º grau etc.), reconhecimento de padrões em sequências numéricas ou de figuras e, também, quando se propõe a elaboração e/ou resolução de problemas.

SUGESTÕES DE CRONOGRAMAS

O quadro a seguir oferece ao professor possibilidades de trabalho com os capítulos do volume 6 da Coleção durante o ano letivo. O professor pode e deve se sentir à vontade para adaptar as sugestões aqui indicadas de acordo com a realidade e as necessidades da turma e da escola, uma vez que a aprendizagem depende da combinação de muitos fatores e, por conseguinte, os métodos e as estratégias que se mostram eficientes com um grupo de estudantes podem não ter o mesmo resultado com outro.

O arranjo desse quadro possibilita ao professor a previsão de uma organização bimestral, trimestral ou semestral.

	SUGESTÕES DE CRONOGRAMAS (BIMESTRAL, TRIMESTRAL E SEMESTRAL)			
	Capítulos do volume 7	Bimestres	Trimestres	Semestres
UNIDADE 1	**Capítulo 1** – Números inteiros	1º bimestre	1º trimestre	1º semestre
	Capítulo 2 – Múltiplos e divisores			
	Capítulo 3 – Retas e ângulos			
UNIDADE 2	**Capítulo 4** – Frações	2º bimestre		
	Capítulo 5 – Números racionais		2º trimestre	
	Capítulo 6 – Linguagem algébrica e regularidades			
UNIDADE 3	**Capítulo 7** – Porcentagem e juro simples	3º bimestre		2º semestre
	Capítulo 8 – Proporcionalidade			
	Capítulo 9 – Transformações geométricas		3º trimestre	
UNIDADE 4	**Capítulo 10** – Grandezas e medidas	4º bimestre		
	Capítulo 11 – Figuras geométricas planas			
	Capítulo 12 – Probabilidade e estatística			

ORIENTAÇÕES PARA AVALIAÇÃO

Avaliar é algo complexo e muito discutido entre as equipes escolares, principalmente quando almeja-se uma avaliação focada na evolução e no desenvolvimento das aprendizagens dos estudantes. Para isso, é necessário ir além da simples demonstração dos resultados, trazendo o "percurso, os obstáculos e os novos caminhos a serem percorridos para o alcance dos objetivos ainda não atingidos".

A BNCC vem propor uma ressignificação da avaliação, uma vez que há uma progressão na aquisição das habilidades, o que implica buscar mecanismos que mostrem o desenvolvimento do estudante no processo de ensino e de aprendizagem, no que se refere à aquisição ou não de tais habilidades.

Para isso é preciso refletir sobre o que avaliar e como fazê-lo. O professor precisa ter claro o que espera que cada turma aprenda em cada situação didática planejada. Necessita planejar intervenções que levem em consideração as orientações nacionais, mas também as necessidades de cada turma e cada estudante em particular.

É importante que as avaliações sejam aplicadas de forma contínua ao longo do processo educativo. A análise dos dados obtidos ao longo desse caminhar permitirá ao professor reorientar o processo de ensino e de aprendizagem. Ao estudante, fornecerá elementos para reforçar e incentivar a aprendizagem, tornando-se, assim, parte ativa do seu processo de aprendizagem.

Vários são os instrumentos que permitem ao professor obter as informações necessárias para o melhor planejamento, assim como atender à necessidade de quantificação da aprendizagem: atribuir uma nota ou um conceito. Destaca-se a importância da utilização de vários instrumentos simultaneamente, de forma a melhorar as oportunidades para que o estudante mostre efetivamente o que aprendeu (ou o que não aprendeu e precisa ser retomado pelo professor). Por exemplo: provas, relatórios, autoavaliação, trabalhos em equipe, participação em discussões orais, abertura para expor dúvidas e, especialmente, a possibilidade de discutir seus erros, compreender por que errou e corrigi-los.

Cabe ao professor, com base no conhecimento que tem de suas turmas, escolher os instrumentos mais adequados aos objetivos fixados em seu plano de ensino. Algumas dessas medidas são subjetivas, mas os critérios utilizados devem ser explicitados aos estudantes.

Entretanto, independentemente do instrumento escolhido, é necessário registrar os resultados obtidos por meio de pautas de observação, registros escritos ou audiovisuais e portfólios, a fim de acompanhar o desenvolvimento de cada um. A seguir, apresentamos uma sugestão de quadro que você pode utilizar para avaliar algumas capacidades desenvolvidas pelos estudantes ao longo do ano letivo.

SUGESTÃO DE QUADRO PARA REGISTRO DA AVALIAÇÃO DE CAPACIDADES DESENVOLVIDAS PELOS ESTUDANTES

Nome: ______________________________

Turma: ____________ **Data:** ____/____/____

Capacidade avaliada	**Desempenho individual**		
	Plenamente satisfatório	**Satisfatório**	**Insatisfatório**
Elaborar e resolver problemas.			
Compreender conceitos e procedimentos.			
Realizar cálculos mentais.			
Mobilizar diferentes linguagens e registros.			
Compreender textos publicados em diferentes mídias.			
Mobilizar conhecimentos de diferentes unidades temáticas.			
Realizar investigações utilizando tecnologias digitais.			
Criticar, criar e propor.			
Argumentar.			
Inferir.			
Construir, ler e interpretar tabelas e gráficos estatísticos.			
Trabalhar em equipe.			

O professor pode e deve se sentir à vontade para definir o critério que vai utilizar durante o preenchimento do quadro e até mesmo pode mudar as capacidades avaliadas, de acordo com a realidade da sua turma ou da escola em que trabalha. Também podem ser feitas versões similares do mesmo quadro, levando em consideração as habilidades e competências da BNCC.

Outro ponto é a necessidade de não limitar a avaliação aos aspectos cognitivos, uma vez que a formação do estudante deve ser a mais completa: aspectos comportamentais, atitudinais, também, devem ser considerados. Lembramos que um objetivo a ser fixado é o de uma educação democrática, inclusiva, e a avaliação tem papel fundamental nesse processo.

Na Coleção, as atividades da seção *Revisão de conteúdos de anos anteriores* podem compor avaliações diagnósticas e as atividades da seção *Revisão dos conteúdos deste capítulo*, por sua vez, podem servir para que sejam elaboradas avaliações formativas.

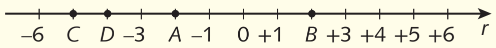
Propomos a seguir sugestões de avaliações de caráter formativo (uma relacionada a cada capítulo do *Livro do Estudante*) e uma sugestão de avaliação de preparação para exames de larga escala.

Sugestões de avaliação formativa

Para o capítulo 1: Números inteiros

Questões	Objetivos
1	Comparar números na reta numérica.
2	Resolver situação-problema com adição e subtração de números inteiros.
3	Resolver situação-problema com subtração de números inteiros.
4	Calcular multiplicação com números inteiros.
5	Calcular divisão com números inteiros.
6	Calcular potenciação e raiz quadrada com números inteiros.

1. Observe a reta numérica a seguir e classifique as afirmações em verdadeiras ou falsas.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

a) O oposto do número correspondente ao ponto *B* é o número correspondente ao ponto *A*.
b) O módulo do número correspondente ao ponto *D* é positivo.
c) O número correspondente ao ponto *C* é maior do que o número correspondente ao ponto *D*.
d) Os números correspondentes aos pontos *D* e *A* são simétricos.

2. Tiago pegou R$ 80,00 emprestados de José na semana passada. Nesta semana precisou pedir outro empréstimo de R$ 120,00 a José. Tiago conseguiu pagar R$ 50,00. A dívida dele ficou em:

a) R$ 10,00.
b) R$ 90,00.
c) R$ 150,00.
d) R$ 250,00.

3. Maísa realizou uma viagem de avião para um país muito frio. Quando ela embarcou, no Brasil a medida de temperatura era 20 °C. No país de destino, quando ela desembarcou, a medida de temperatura era –8 °C. A diferença dessas medidas de temperaturas foi de:

a) –28 °C
b) –12 °C
c) 12 °C
d) 28 °C

4. Observe os cálculos feitos por quatro estudantes e identifique o que está errado. Depois, refaça-o corretamente.

Maiara: $(-18) \cdot (-6) = +108$

Carlos: $(-7) \cdot [(+3) + (-5)] = -26$

Agnaldo: $(-10) \cdot [(-6) - (-8)] = -20$

Elis: $(-12) \cdot (+10) \cdot (-5) = +600$

5. Elaine escolheu um número e o dividiu por –4, obtendo quociente 15 e resto 0. Qual foi o número que Elaine escolheu? E se ela tivesse escolhido o oposto desse número, qual seria o quociente obtido?

6. Analise cada item e classifique-o como verdadeiro ou falso.

a) $(+8)^0 = 1$ e $(-8)^0 = -1$.
b) $-10^4 = -(10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10) = -10\,000$.
c) $-\sqrt{324} = -18$
d) $\sqrt{-196} = -14$

Respostas

1. **a)** Verdadeira; **b)** Verdadeira; **c)** Falsa; **d)** Falsa

2. alternativa c

3. alternativa d

4. A multiplicação errada é a de Carlos. O correto é $(-7) \cdot [(+3) + (-5)] = 14$.

5. Elaine escolheu –60. Caso ela tivesse escolhido 60, o quociente seria –15.

6. **a)** Falso; **b)** Verdadeiro; **c)** Verdadeiro; **d)** Falso

Comentários da avaliação

A **questão 1** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA03**. Os estudantes precisam observar a posição dos pontos *A*, *B*, *C* e *D* na reta numérica e lembrar a definição de módulo, oposto e simétrico de um número inteiro. É possível que alguns deles considerem que os pontos *D* e *A* representam números simétricos apenas por estarem à mesma distância do ponto que corresponde ao número –3. Em caso de dificuldades, oriente-os a, primeiro, determinar os números que correspondem aos pontos *A*, *B*, *C* e *D* e, depois, avaliar as afirmações. Se achar pertinente retome os conceitos explorados na questão com a turma.

A **questão 2** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA04**. Essa questão apresenta o contexto de empréstimo. Os estudantes precisam perceber que a dívida de Tiago é calculada ao adicionar os valores dos empréstimos e subtrair o valor pago. Oriente-os a fazer um esquema da situação. Isso poderá ajudá-los a saber quais valores devem ser adicionados e subtraídos.

A **questão 3** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA04**. Essa questão envolve comparação de medidas de temperatura. Para resolvê-la, os estudantes precisam perceber que uma medida de temperatura é positiva, enquanto a outra é negativa. Para calcular a diferença eles podem fazer 20 °C – (–8 °C) = 20 °C + 8 °C = 28 °C. Caso tenham dificuldades para realizar esse cálculo, oriente-os a utilizar a reta numérica como apoio.

A **questão 4** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA04**. Os estudantes precisam analisar os cálculos realizados e identificar o que está errado. Espera-se que percebam que Carlos não fez o cálculo corretamente. Você pode pedir a eles que façam os mesmos cálculos no caderno e comparem o resultado obtido com o de Maiara, o de Carlos, o de Agnaldo e o de Elis. Dessa forma, poderão perceber mais facilmente qual deles errou e identificar o possível erro.

A **questão 5** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA04**. Essa questão apresenta uma situação envolvendo divisão exata com números inteiros. Os estudantes precisam recordar a relação fundamental da divisão para descobrir o dividendo que Elaine escolheu. Além disso, para a segunda pergunta, precisam perceber a relação entre os sinais do dividendo, divisor e quociente. Em caso de dificuldades, pode-se recordar divisão exata.

A **questão 6** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA04**. Em cada item dessa questão, os estudantes devem analisar cálculos de potências e raízes envolvendo números inteiros. No **item a**, espera-se que percebam que todo número elevado a zero é igual a zero, portanto, é falso que $(-8)^0 = -1$. Já no **item d**, espera-se que eles recordem a definição de raiz quadrada e percebam que a raiz quadrada de um número inteiro negativo não é um número inteiro, pois o quadrado de um número inteiro nunca é negativo.

Para o capítulo 2: Múltiplos e divisores

Questões	Objetivos
1	Identificar múltiplos e divisores.
2	Identificar múltiplos de um número inteiro.
3	Identificar divisores de um número inteiro.
4	Identificar mdc e mmc de números.
5	Resolver situação-problema envolvendo mdc de números.
6	Resolver situação-problema envolvendo mmc de números.

1. Leia cada afirmação e classifique-a em verdadeira ou falsa.

a) 5 é divisível por 250.
b) 3 é múltiplo de 30.
c) 10 é divisor de 100.
d) 40 é múltiplo de 2.

2. Dos números a seguir, qual não é múltiplo de 16?

a) –96 **b)** –60 **c)** 48 **d)** 128

3. Após estudar divisores de números inteiros, quatro estudantes fizeram as seguintes afirmações.

Antônio: O número 1 é divisor de qualquer número inteiro.

Beatriz: Os divisores de 5 são –5, –1, 0, 1 e 5.

Samara: Os divisores de 4 são –4, –2, –1, 1, 2 e 4.

Reinaldo: O número 1 tem apenas dois divisores.

Qual deles disse algo errado? Explique o porquê.

4. Observe a decomposição dos seguintes números:

$24 = 2^3 \cdot 3$

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

O resultado de $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ é o:

a) máximo divisor comum de 24 e 60.
b) mínimo divisor comum de 24 e 60.
c) máximo múltiplo comum de 24 e 60.
d) mínimo múltiplo comum de 24 e 60.

5. Na escola em que Victor estuda, o 7º ano A tem 32 estudantes, o 7º ano B tem 28 estudantes e o 7º ano C tem 24 estudantes. Será realizada uma atividade com as três turmas de modo que os estudantes de cada turma sejam divididos em grupos de mesma quantidade e com a maior quantidade de estudantes possível. Quantos grupos serão formados?

a) 4 **b)** 21 **c)** 42 **d)** 84

6. Daniel tem um pequeno ateliê em que trabalham três máquinas. Ele costuma fazer manutenção preventiva delas com frequência. A manutenção da mais nova ele faz de 16 em 16 dias e a da mais velha, de 4 em 4 dias. Para a máquina do meio, a manutenção ocorre de 8 em 8 dias. Se ele fez a manutenção das três máquinas hoje, daqui a quantos dias isso vai ocorrer novamente?

a) 4 dias. **b)** 8 dias. **c)** 16 dias. **d)** 32 dias.

Respostas

1. **a)** Falsa; **b)** Falsa; **c)** Verdadeira; **d)** Verdadeira

2. alternativa b

3. Beatriz disse algo errado, pois ela incluiu o 0 na lista de divisores de 5.

4. alternativa d

5. alternativa b

6. alternativa c

Comentários da avaliação

A **questão 1** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA01**. Essa questão explora os conceitos de múltiplos e divisores de números naturais. Eles podem cometer equívocos na interpretação de cada termo. Caso isso ocorra, convém retomar cada um desses conceitos com eles.

A **questão 2** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA01**. Os estudantes precisam identificar o número que é múltiplo de 16, ou seja, o número que é obtido multiplicando-se 16 por outro número inteiro. Outra maneira de interpretar esse enunciado é identificar o número divisível por 16. Você pode orientar os estudantes a dividir cada um dos números por 16 e verificar se a divisão é ou não exata ou incentivá-los a fazer cálculos mentais.

A **questão 3** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA01**. Os estudantes precisam analisar cada afirmação para identificar a falsa. Espera-se que eles recordem que o 0 é múltiplo de qualquer número inteiro, porém não é divisor de nenhum número inteiro, já que não existe divisão por 0. Proponha aos estudantes que façam divisões ou multiplicações caso tenham dificuldades em reconhecer se um número é divisor de outro.

A **questão 4** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA01**. Essa questão apresenta a decomposição de dois números em fatores primos e um produto. Os estudantes precisam comparar esse produto com as decomposições para perceber que se trata do mínimo múltiplo comum de 24 e 60. Eles podem cometer equívocos na interpretação desse produto. Caso isso ocorra, pode-se retomar o conceito de mdc e mmc. Para ampliar a questão, pode-se pedir-lhes que determinem o mdc de 24 e 60, ou seja, $2^2 \cdot 3 = 12$.

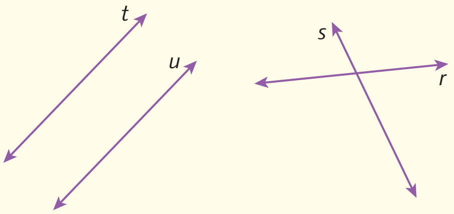
A **questão 5** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA01**. Essa questão apresenta uma situação que envolve o máximo divisor comum entre as quantidades de estudantes das três turmas do 7º ano. Os estudantes precisam compreender que a questão envolve grupos de estudantes de cada turma, mas com a mesma e maior quantidade, portanto, é necessário calcular o máximo divisor comum de 32, 28 e 24. Com isso, vão descobrir que cada grupo terá 4 estudantes. Ao calcular $(32 : 4) + (28 : 4) + (24 : 4)$, descobrem a quantidade de grupos. Eles podem se equivocar na interpretação do problema ou do resultado. Em caso de dificuldades, convém propor-lhes situações similares a essa.

A **questão 6** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA01**. Essa questão apresenta uma situação que envolve o mínimo múltiplo comum de três números. Espera-se que os estudantes percebam que a manutenção de cada máquina ocorre nos múltiplos de 4, 8 e 16, conforme o enunciado. Assim, ao calcular o mínimo múltiplo comum desses números, vão descobrir em quantos dias a manutenção ocorrerá novamente. Em caso de dificuldades, resolva com eles problemas similares.

Para o capítulo 3: Retas e ângulos

Questões	Objetivos
1	Reconhecer a posição relativa de retas e semirretas.
2	Resolver problemas envolvendo medidas de abertura de ângulos.
3	Resolver problemas envolvendo medidas de abertura de ângulos.
4	Efetuar operações com medidas de abertura de ângulos.
5	Aplicar a propriedade de que dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes.
6	Reconhecer relações entre as medidas de abertura de ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

1. Observe a posição das retas e semirretas representadas a seguir e classifique cada afirmação em verdadeira ou falsa.

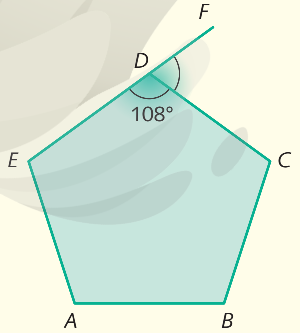


a) *s* e *r* são semirretas concorrentes.
b) *t* e *u* são semirretas paralelas.
c) *t* e *u* são retas paralelas.
d) *s* e *r* são retas paralelas.

2. Inês representou um ângulo de meia-volta em uma folha de papel. Depois, traçou um segmento de reta que intercepta e é perpendicular às semirretas que formam o ângulo representado. Com isso, ela vai obter quatro ângulos cuja abertura mede:

a) 45° **b)** 90° **c)** 180° **d)** 360°

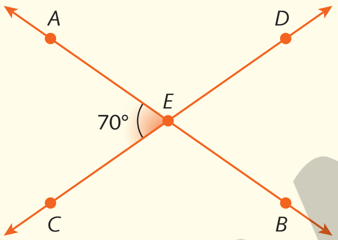
3. Rubi representou um pentágono regular e, utilizando um transferidor, obteve a medida da abertura do ângulo interno. Sabendo disso, percebeu que a medida da abertura do ângulo externo $C\hat{D}F$ é:



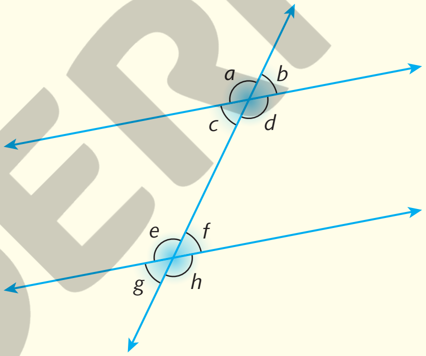
a) 45° **b)** 72° **c)** 90° **d)** 108°

4. Jonas representou um ângulo cuja abertura tem medida igual a 18° 32′. Mateus representou um ângulo cuja abertura tem medida 56′ maior do que o de Jonas. Laís representou um ângulo com abertura cuja medida é o triplo da medida da abertura do ângulo representado por Jonas. Mônica representou um ângulo que tem metade da medida da abertura do ângulo representado por Jonas. Com base nessas informações, calcule a medida da abertura de cada ângulo representado.

5. Considere as duas retas a seguir e a medida da abertura do ângulo indicado para determinar a medida da abertura dos ângulos $A\hat{E}D$, $D\hat{E}B$ e $B\hat{E}C$.



6. A figura a seguir apresenta duas retas paralelas cortadas por uma transversal e as indicações dos ângulos. Com base nela, classifique cada afirmação em verdadeira ou falsa.



a) Os ângulos *a* e *d* são correspondentes.
b) Os ângulos *d* e *e* são colaterais internos.
c) Os ângulos *a* e *g* são colaterais externos.
d) Os ângulos *a* e *h* são alternos externos.

Respostas

1. **a)** Verdadeira; **b)** Falsa; **c)** Verdadeira; **d)** Falsa

2. alternativa b

3. alternativa b

4. Mateus: 19° 28′; Laís: 55° 36′; Mônica: 9° 16′.

5. med($A\hat{E}D$) = 110°; med($D\hat{E}B$) = 70°; med($B\hat{E}C$) = 110°.

6. **a)** Falsa; **b)** Falsa; **c)** Verdadeira; **d)** Verdadeira

Comentários da avaliação

A **questão 1** auxilia no desenvolvi mento da habilidade **EF07MA23**. Os estudantes precisam avaliar afirmações sobre a a posição relativa de retas e semirretas representadas na questão. Verifique se conseguem distinguir os dois conceitos e se utilizam o vocabulário adequado. Caso alguns estudantes tenham dificuldades, retome o estudo da posição relativa entre retas e estenda esse estudo para as semirretas.

A **questão 2** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA23**. Os estudantes precisam recordar que a abertura de um ângulo de meia-volta mede 180°. Assim, ao traçar um segmento de reta que intercepta

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

as semirretas que formam esse ângulo e é perpendicular a elas, obtém-se quatro ângulos retos. Oriente-os a fazer um esboço da situação.

A **questão 3** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA23**. Espera-se que os estudantes reconheçam que o ângulo externo é adjacente e suplementar ao ângulo interno correspondente, ou seja, a soma das medidas de suas aberturas é igual a 180°. Assim, basta fazer $180° - 108°$ para descobrir a medida da abertura de $C\hat{D}F$. Recorde os conceitos de ângulo adjacente e suplementar caso ache pertinente.

A **questão 4** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA23**. Essa questão apresenta a medida da abertura de um ângulo inicial e operações realizadas com essa medida. Oriente-os a realizar a questão em 3 etapas, a primeira correspondendo ao cálculo da medida da abertura do ângulo representado por Mateus, a segunda ao cálculo da medida da abertura do ângulo representado por Laís e, a última, correspondendo ao cálculo da medida da abertura do ângulo representado por Mônica. Você pode incentivá-los a fazer os cálculos mentalmente. Deixe-os à vontade para empregar a estratégia que julgarem mais conveniente. Depois reserve um momento para que possam compartilhá-la. Isso não só amplia o repertório de cálculo deles, como pode auxiliar os estudantes que apresentaram dificuldades.

A **questão 5** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA23**. Os estudantes precisam recordar a relação entre as medidas de abertura de ângulos opostos pelo vértice para determinar as medidas de abertura dos ângulos do enunciado. Recorde os conceitos de ângulos opostos pelo vértice e de ângulos congruentes, caso ache necessário.

A **questão 6** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA23**. Essa questão apresenta duas retas paralelas cortadas por uma transversal e os estudantes precisam avaliar afirmações a respeitos dos ângulos formados. Essa questão mobiliza os conceitos de ângulos alternos internos, alternos externos, colaterais internos, colaterais externos e correspondentes. Em caso de dificuldades, pode-se retomar esses conceitos e apresentar exemplos.

Para o capítulo 4: Frações

Questões	Objetivos
1	Aplicar a ideia de fração como parte de um inteiro.
2	Aplicar a ideia de fração como quociente.
3	Aplicar a ideia de fração como razão.
4	Aplicar a ideia de fração como operador.
5	Aplicar a ideia de fração como parte de um inteiro e operador.

1. O celular de Maciel fica com 100% de bateria quando totalmente carregado. Atualmente descarregou 75%. Que fração da bateria ainda resta para o celular?

a) $\frac{1}{4}$ **b)** $\frac{3}{4}$ **c)** $\frac{4}{3}$ **d)** $\frac{4}{1}$

2. Renata convidou Marcelo, Tiago e Luiza para um lanche da tarde em casa. Entre outras comidas, ela preparou 12 bolinhos de arroz para distribuir igualmente aos participantes do lanche. Sobre essa situação, avalie cada afirmação e classifique-a como verdadeira ou falsa.

a) Se tivesse um convidado a mais e a quantidade de bolinhos se mantivesse, cada convidado receberia menos bolinhos.

b) A fração que representa a distribuição dos bolinhos é $\frac{12}{3}$.

c) A fração que representa a distribuição dos bolinhos é $\frac{4}{12}$.

d) Cada participante do lanche recebeu 3 bolinhos de arroz.

3. Um sorteio será realizado entre as turmas do 7º ano da escola em que Fabrício estuda. A turma do 7º ano A tem 30 estudantes, a do 7º ano B tem 32 estudantes e a do 7º ano C tem 30 estudantes. Acompanhe o que três estudantes disseram sobre isso.

Fabrício: A probabilidade de sortear alguém do 7º ano A é $\frac{30}{92}$.

Elisa: A probabilidade de sortear alguém do 7º ano A é $\frac{15}{46}$.

Josué: A probabilidade de sortear alguém do 7º ano B é maior do que a probabilidade de sortear alguém do 7º ano A.

Quem fez uma afirmação correta?

4. Um processo seletivo para vagas de emprego vai ser realizado em duas etapas. Da primeira para a segunda, serão selecionados $\frac{2}{3}$ dos candidatos que foram inscritos. Sabendo que na primeira etapa há 213 pessoas, quantas vão para a segunda etapa?

a) 71 pessoas.
c) 142 pessoas.
b) 106 pessoas.
d) 160 pessoas.

5. Em uma pesquisa realizada na turma de Henrique, com 40 estudantes, descobriu-se que 15% dos estudantes não possuem irmãos, 25% possuem apenas um irmão, 35% possuem dois irmãos e o restante possui mais do que dois irmãos. Sobre essa situação, avalie cada afirmação e classifique-a como verdadeira ou falsa.

a) 10 estudantes não possuem irmãos.
b) 14 estudantes possuem mais do que dois irmãos.
c) 10 estudantes possuem apenas um irmão.
d) 14 estudantes possuem dois irmãos.

Respostas

1. alternativa a

2. **a)** Verdadeira; **b)** Falsa; **c)** Falsa; **d)** Verdadeira

3. Os três estudantes fizeram uma afirmação correta.

4. alternativa c

5. **a)** Falsa; **b)** Falsa; **c)** Verdadeira; **d)** Verdadeira

Comentários da avaliação

A **questão 1** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA08**. Espera-se que os estudantes percebam que ainda restam 25% de bateria e que $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$.

Eles podem cometer equívocos por não entenderem a situação-problema ou por não compreenderem o conceito de porcentagem. Observe as dificuldades apresentadas e ajude-os a superá-las.

A **questão 2** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA08**. Os estudantes precisam avaliar cada afirmação a respeito de uma situação que envolve a ideia de fração como quociente. Eles podem cometer equívocos, por exemplo, ao não considerar Renata na distribuição. Isso pode ocorrer por falta de atenção na leitura do enunciado ou não compreensão da ideia de fração como quociente. Em caso de dificuldades, oriente-os a fazer um esquema da situação descrita.

A **questão 3** auxilia no desenvolvimento das habilidades **EF07MA08** e **EF07MA09**. Essa questão apresenta uma situação que envolve o conceito de probabilidade e, consequentemente, a ideia de fração como razão. Os estudantes precisam avaliar o que cada um disse com base nas informações fornecidas no enunciado. Espera-se que eles percebam que as afirmações de Fabrício e Elisa são equivalentes, uma vez que $\frac{30}{92} = \frac{15}{46}$. Além disso, ambas as afirmações são corretas, pois o número de estudantes do 7º ano A é 30 e o número total de estudantes das turmas de 7º ano é 92; portanto, a probabilidade de alguém dessa turma ser sorteado é de 30 em 92 ou $\frac{30}{92}$. A afirmação de Josué também é correta, pois $\frac{32}{92} > \frac{30}{92}$, e $\frac{32}{92}$ é a probabilidade de alguém do 7º ano B ser sorteado.

A **questão 4** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA08**. Essa questão apresenta uma situação em que os estudantes precisam calcular a fração de uma quantidade, ou seja, aplicar a ideia de operador. Espera-se que eles calculem $\frac{2}{3} \cdot 213$. Acompanhe-os na realização desse cálculo.

A **questão 5** auxilia no desenvolvimento das habilidades **EF07MA05**, **EF07MA06** e **EF07MA08**. Nessa questão os estudantes mobilizam o conceito de porcentagem e as ideias de parte de um inteiro e operador das frações. Caso tenham dificuldades, oriente-os a representar graficamente a situação.

Para o capítulo 5: Números racionais

Questões	Objetivos
1	Reconhecer as diferentes representações de números racionais.
2	Localizar números racionais na reta numérica.
3	Comparar números racionais.
4	Resolver situação-problema envolvendo adição e subtração com números racionais.
5	Analisar situação-problema envolvendo multiplicação e divisão com números racionais.
6	Calcular o valor de expressão numérica envolvendo números racionais.

1. Leia cada afirmação sobre números racionais e classifique-a como verdadeira ou falsa.

a) 0,35 pode ser escrito na forma de $\frac{7}{20}$.

b) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ é um número racional, pois está escrito em forma de fração.

c) 0,3333... não é um número racional, pois é uma dízima periódica.

d) Entre dois números racionais sempre há um número racional.

2. Fernando vai representar uma reta numérica e localizar o ponto correspondente ao número $\frac{8}{251}$. Esse ponto deve estar localizado entre os pontos correspondentes aos números:

a) 0,01 e 0,02.

b) 0,02 e 0,03.

c) 0,03 e 0,04.

d) 0,04 e 0,05.

3. Copie no caderno cada sentença a seguir e substitua ■ por um dos sinais: <, > ou =.

a) $\left|-\frac{2}{15}\right|$ ■ 0,1

b) 2,567 ■ 2,657

c) $-\frac{125}{8}$ ■ −12,287

d) $\frac{12}{24}$ ■ 0,500

4. O saldo da conta corrente de Fátima era −R$ 520,00. Ontem, ela depositou um valor de modo que a dívida diminuiu pela metade. Hoje, ela depositou R$ 310,00. O saldo atual da conta corrente de Fátima é:

a) −R$ 210,00

b) −R$ 50,00

c) R$ 50,00

d) R$ 210,00

5. Para realizar seu trabalho de artesão, Albuquerque precisa comprar quatro pedaços de fio que medem 12,5 m. Na loja a que ele vai, o metro de fio custa R$ 6,50. Sobre essa situação, classifique as afirmações abaixo em verdadeiras ou falsas.

a) Para essa compra, ele vai gastar R$ 81,25.

b) Se ele parcelar a compra em duas vezes sem juro, vai pagar R$ 160,00 por parcela.

c) Se ele dividir 12,5 m de fio em pedaços menores de 1,6 m, vai obter 20 pedaços.

d) Se ele comprasse seis pedaços de 12,5 m nessa loja, pagaria menos de R$ 500,00.

6. Calcule o valor da expressão numérica a seguir e expresse-o na forma de fração irredutível.

$$\left(\frac{\sqrt{121}}{5}\right)^2 + \sqrt{0,04} - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 : \frac{1}{4}$$

Respostas

1. **a)** Verdadeira; **b)** Falsa; **c)** Falsa; **d)** Verdadeira

2. alternativa c

3. **a)** >; **b)** <; **c)** <; **d)** =

4. alternativa c

5. **a)** Falsa; **b)** Falsa; **c)** Verdadeira; **d)** Verdadeira

6. $\frac{101}{25}$

Comentários da avaliação

A **questão 1** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA10**. Essa questão explora as diferentes representações de números racionais e o reconhecimento de que, entre quaisquer dois números racionais, sempre existe outro numero racional. Explore com eles o porquê de as afirmações dos **itens b** e **c** serem falsas. Espera-se que eles percebam que o número em questão do **item b** não é racional, pois $\sqrt{2}$ não é um número inteiro. Já, no caso do **item c**, espera-se que eles argumentem que a dízima periódica 0,333... pode ser representada pela fração $\frac{1}{3}$ e, portanto, é um número racional.

A **questão 2** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA10**. Para realizar essa questão os estudantes podem representar o número $\frac{8}{251}$ na forma decimal e, depois, encontrar a localização aproximada do ponto correspondente a esse número na reta numérica. Para encontrar a representação na forma decimal eles podem dividir o numerador pelo denominador ou perceber que, multiplicando o numerador e o denominador por 4, vão encontrar a fração equivalente $\frac{32}{1\,004}$, que é aproximadamente igual a 0,032. Portanto, o ponto correspondente a esse número está localizado entre os pontos correspondentes a 0,03 e 0,04.

A **questão 3** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA10**. Os estudantes precisam analisar cada sentença para comparar os números e utilizar os sinais que representam as noções de maior que, menor que ou igual a para expressar a comparação. Eles podem utilizar diferentes estratégias. Oriente-os a representar ambos os números na forma de fração ou na forma decimal ou a utilizar a reta numérica como auxílio se apresentarem dificuldades.

A **questão 4** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA12**. Espera-se que os estudantes percebam que para saber o saldo atual da conta de Fátima precisam calcular as entradas de dinheiro na conta, cujo saldo era –R$ 520,00. Assim, devem considerar que, primeiramente, entraram +R$ 260,00 e, depois, +R$ 310,00. Eles podem cometer equívocos na interpretação do enunciado ou nos cálculos. Em caso de dificuldades, pode-se retomar adição e subtração com números racionais.

A **questão 5** auxilia no desenvolvimento das habilidades **EF07MA11** e **EF07MA12**. Os estudantes precisam analisar cada afirmação para verificar se é verdadeira ou falsa com base na medida do comprimento de fio, no preço de cada pedaço de 12,5 m e na quantidade de pedaços de 12,5 m que serão comprados. Espera-se que percebam que o valor da compra é R$ 325,00, pois: $4 \cdot 12{,}5 \cdot 6{,}50 = 325$. Assim, ao parcelar a compra em duas vezes sem juro, Albuquerque vai pagar duas parcelas de R$ 162,50, pois R$ 325,00 : 2 = R$ 162,50. Os estudantes podem cometer equívocos ao interpretar o enunciado ou calcular as multiplicações e divisões. Nesse caso, convém recordar essas operações com números racionais.

A **questão 6** auxilia no desenvolvimento das habilidades **EF07MA11** e **EF07MA12**. Os estudantes precisam calcular o valor da expressão numérica dada envolvendo potenciação e raiz quadrada de números racionais, lembrando da ordem em que se resolvem as operações. Alerte-os para a importância de realizar todas as passagens e fazer os cálculos de maneira organizada.

Para o capítulo 6: Linguagem algébrica e regularidades

Questões	Objetivos
1	Utilizar expressão algébrica para representar situação.
2	Calcular o valor numérico de expressões algébricas.
3	Calcular adição de termos algébricos.
4	Analisar equação do 1º grau com uma incógnita.
5	Resolver situação-problema com equação.
6	Calcular o termo de uma sequência numérica.
7	Reconhecer uma sequência numérica recursiva e determinar seus termos.

1. Luís e Mônica foram ao mercado e compraram três unidades de um produto que custa *a* reais, duas unidades de um produto que custa *b* reais e uma unidade de um produto que custa *c* reais. Eles pagaram a compra com uma cédula de 100 reais e dividiram o troco igualmente entre eles. A expressão algébrica que pode representar essa situação é:

a) $100 - \frac{(3a + 2b + c)}{2}$

b) $\frac{(3a + 2b + c) - 100}{2}$

c) $\frac{(3a + 2b + c)}{2} - 100$

d) $\frac{100 - (3a + 2b + c)}{2}$

2. Analise cada expressão algébrica a seguir e indique aquelas cujo valor numérico é 10 para $x = 2$ e $y = -2$.

a) $y \cdot \frac{5}{x} + 15$
c) $xy + 14$
b) $20x - \frac{10y}{2}$
d) $-xy + 14$

3. Moacir calculou a seguinte adição de termos algébrico, mas cometeu um erro. Identifique esse erro.

$$2a + 3a^2 - \frac{1}{2}a^2b + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}ab^2 = 2a + \frac{7}{2}a^2$$

4. Considere a equação $\frac{2x}{5} + 1 = -x$ e classifique cada afirmação em verdadeira ou falsa.

a) Essa equação tem duas incógnitas: *x* e –*x*.
b) O segundo membro dessa equação é –*x*.
c) A raiz dessa equação é $-\frac{7}{5}$.
d) Essa equação não tem solução no conjunto dos números inteiros.

5. Leia a seguinte situação. Depois, copie-a em seu caderno completando os espaços.

Para a aula de Arte, Mariana recortou uma folha retangular, cujo perímetro mede 55 cm, de modo que a medida do comprimento fosse igual ao quádruplo da medida da largura.

Se *x* é a medida da largura, então ■ é a medida do comprimento da folha. Assim, a equação que representa a medida do perímetro é ■. Resolvendo essa equação, descobrimos que a largura mede ■ cm e o comprimento mede ■ cm.

6. Calcule o 5º termo da sequência cuja lei de formação é $a_n = 2n - \frac{1}{2}n^2$, em que *n* é um inteiro positivo.

7. A soma dos quatro primeiros termos da sequência dada pela lei de formação recursiva $a_1 = 0$, $a_n +{}_1 = 2a_n + 5$ é:

a) 13 **b)** 55 **c)** 75 **d)** 130

Respostas

1. alternativa d

2. alternativas a e c

3. Moacir calculou $-\frac{1}{2}a^2b + \frac{1}{2}ab^2 = 0$, porém os termos não são semelhantes.

4. **a)** Falsa; **b)** Verdadeira; **c)** Falsa; **d)** Verdadeira

5. $4x$; $4x + 4x + x + x = 55$; 5,5; 22

6. –2,5

7. alternativa b

Comentários da avaliação

A **questão 1** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA13**. Os estudantes precisam perceber que o troco será dividido igualmente entre Luís e Mônica; portanto, será dividido por 2. Assim, precisam calcular a diferença entre 100 reais e o valor, em real, gasto na compra de $3a + 2b + c$. Caso optem por qualquer outra alternativa que não seja a **d**, explore o significado das expressões representadas nelas com base no contexto apresentado.

A **questão 2** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA13**. Para resolver essa questão, os estudantes podem calcular o valor numérico das expressões algébricas de cada item para $x = 2$ e $y = -2$. Eles podem se equivocar ao substituir o valor das variáveis ou ao realizar os cálculos.

A **questão 3** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA13**. Os estudantes precisam analisar o que há de errado na adição de termos algébricos que foi apresentada. Espera-se que eles recordem que podem somar e subtrair apenas termos semelhantes. Em caso de dificuldades, convém retomar adição de termos semelhantes, destacando a parte literal e a parte numérica.

A **questão 4** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA18**. Os estudantes precisam analisar a informação de cada item para avaliar se é verdadeira ou falsa. Espera-se que eles percebam que a equação dada é do 1º grau com uma incógnita (x). Espera-se que eles concluam que a raiz dessa equação é $-\frac{5}{7}$. Caso tenham obtido outro valor, oriente-os a substituir a incógnita pelo valor encontrado e verificar se obtêm uma sentença verdadeira. No **item d**, espera-se que eles percebam que, se $U = \mathbb{Z}$, então $S = \varnothing$, uma vez que $-\frac{5}{7}$ não é um número inteiro.

A **questão 5** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA18**. Os estudantes precisam analisar os dados da situação para descobrir a equação que representa a medida do perímetro da folha. Com isso, podem calcular as medidas de comprimento e de largura dela. Oriente-os a fazer um esboço da situação.

A **questão 6** auxilia no desenvolvimento das habilidades **EF07MA14**, **EF07MA15** e **EF07MA16**. Essa questão apresenta a lei de formação de uma sequência e pede aos estudantes que calculem o 5º termo. Espera-se que eles recordem que basta substituir n por 5 para determinar o termo desejado. Caso tenham dificuldades, mostre-lhes como calcular o primeiro ou o segundo termo dessa sequência.

A **questão 7** auxilia no desenvolvimento das habilidades **EF07MA14**, **EF07MA15** e **EF07MA16**. Essa questão apresenta a lei de formação de uma sequência recursiva, em que os estudantes precisam calcular os quatro primeiros termos e, depois, adicioná-los. Espera-se que eles percebam que os primeiros termos dessa sequência são 0, 5, 15, 35, 75, ... Eles podem cometer equívocos ao não considerar o 0 como um termo ou que a soma é dada pelo quinto termo. Em caso de dificuldades, convém retomar exemplos de lei de formação recursiva.

Para o capítulo 7: Porcentagem e juro simples

Questões	Objetivos
1	Calcular porcentagem de um valor.
2	Calcular o valor total com base em uma porcentagem.
3	Calcular taxa percentual.
4	Calcular acréscimo percentual.
5	Calcular descontos.
6	Analisar situação com juro simples.

1. Ana e Ricardo moram juntos e guardam uma porcentagem do salário mensalmente. Ana recebe R$ 3 450,00 e Ricardo recebe R$ 2 950,00. Sabendo que cada um deles guarda 5% do salário, quantos reais conseguem juntar mensalmente?

a) R$ 295,00
b) R$ 320,00
c) R$ 345,00
d) R$ 475,00

2. Jussara realizou uma compra há alguns meses e fez um parcelamento. Ela já pagou 35% do valor inicial, o que equivale a R$ 857,50. Sobre essa situação, classifique cada afirmação em verdadeira ou falsa.

a) Ainda falta Jussara pagar 70% da compra.
b) Jussara precisa pagar R$ 1 574,50 para quitar a dívida.
c) A compra de Jussara custou R$ 2 450,00.
d) Quando Jussara tiver pagado 50% da compra, terá quitado R$ 1 225,00.

3. Um município com 58 420 pessoas fez uma campanha de vacinação contra a gripe. Até o momento 37 973 pessoas se vacinaram. A Secretaria de Saúde resolveu avaliar a taxa percentual de vacinados: se estiver abaixo de 70%, intensificará a campanha para que as pessoas faltantes se vacinem. Analise a taxa percentual e justifique se a Secretaria de Saúde terá que agir ou não.

4. A prefeitura da cidade em que Josefa mora vai ampliar a avenida principal da cidade. Atualmente, essa avenida tem 12 km de extensão. A previsão é de que a via seja ampliada em 9%, passando a ter:

a) 13 km de extensão.
b) 13,08 km de extensão.
c) 22 km de extensão.
d) 22,8 km de extensão.

5. Breno precisa comprar determinado produto. Ele pesquisou em dois *sites* e descobriu que, no *site* A, o produto custa R$ 85,00, mas tem desconto de 6% se for comprado hoje; no *site* B, custa R$ 82,00 e o desconto será de 2% se comprado hoje. Em qual *site* ele deve comprar para pagar menos?

6. Valéria emprestou R$ 2 500,00 a Guilherme e combinou que ele devolveria esse valor acrescido de juro simples com taxa de 1,5% ao mês após 3 meses. Sobre essa situação, classifique cada afirmação como verdadeira ou falsa.

a) O juro que Guilherme terá que pagar será de R$ 1 125,00 ao final dos 3 meses.
b) Valéria precisa receber R$ 2 612,50 de Guilherme ao final dos 3 meses.
c) O capital dessa situação é R$ 2 500,00.
d) A taxa de juro paga nos 3 meses é de 3%.

Respostas

1. alternativa b

2. **a)** Falsa; **b)** Falsa; **c)** Verdadeira; **d)** Verdadeira

3. A Secretaria de Saúde terá que agir, pois a taxa percentual de vacinados é 65%.

4. alternativa b

5. *Site* A.

6. **a)** Falsa; **b)** Verdadeira; **c)** Verdadeira; **d)** Falsa

Comentários da avaliação

A **questão 1** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA02**. Nessa questão, espera-se que os estudantes compreendam que Ana e Ricardo possuem salários diferentes, porém a porcentagem do salário que guardam é a mesma. Assim, podem calcular 5% de cada salário e, depois, adicionar os valores ou podem adicionar os salários e calcular 5% da soma obtida. Incentive-os a determinar as porcentagens mentalmente.

A **questão 2** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA02**. Essa questão traz uma situação de parcelamento em que são dados a porcentagem do que foi pago e o valor equivalente. Incentive os estudantes a justificar o porquê de cada afirmação ser verdadeira ou falsa.

A **questão 3** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA02**. Essa questão traz um contexto de campanha de vacinação, momento oportuno para conversar com os estudantes sobre a importância de manter as vacinas em dia. Espera-se que os estudantes percebam que a taxa percentual de vacinados é um parâmetro adotado nesse município para tomar decisões. Espera-se que eles concluam que foram vacinados 65% da população, pois $37\,973 : 58\,420 = 0{,}65$. Portanto, a Secretaria de Saúde intensificará a companha.

A **questão 4** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA02**. Os estudantes precisam calcular o acréscimo de 9% na extensão de uma avenida que tem 12 km de extensão. Eles podem calcular $12 \text{ km} + 0{,}09 \cdot$ $\cdot\, 12 \text{ km}$ ou calcular $1{,}09 \cdot 12$ km. Caso não obtenham a resposta correta, incentive-os a verificar se a resposta obtida atende as condições do problema.

A **questão 5** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA02**. O contexto da questão se refere a uma pesquisa de preços de um produto em dois *sites* diferentes da internet. Os estudantes precisam calcular quanto Breno vai pagar pelo produto se comprar no *site* A e no *site* B. Espera-se que eles percebam que no *site* A o produto custa R$ 79,90 e no *site* B o mesmo produto sai por R$ 80,36. Eles podem cometer equívocos ao calcular as porcentagens. Nesse caso, convém retomar o cálculo de descontos percentuais.

A **questão 6** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA02**. Essa questão explora o conceito de juro simples. Espera-se que os estudantes percebam que precisam calcular o juro ao final dos 3 meses e adicioná-lo ao capital para saber o montante. Eles podem cometer equívocos durante os cálculos ao considerar, por exemplo, 1,5% como 15%. Em caso de dificuldades, pode-se retomar o conceito de juro simples.

Para o capítulo 8: Proporcionalidade

Questões	Objetivos
1	Aplicar o conceito de razão.
2	Aplicar a propriedade fundamental das proporções.
3	Resolver problemas que envolvam grandezas direta ou inversamente proporcionais.
4	Resolver problemas que envolvam grandezas direta ou inversamente proporcionais.

1. Regina representou um quadrado cujo lado mede 5 cm de comprimento. Depois, calculou a medida do perímetro dele. A razão entre a medida do comprimento do lado e a medida do perímetro desse quadrado é:

a) $\frac{1}{5}$ **b)** $\frac{1}{4}$ **c)** $\frac{1}{2}$ **d)** 1

2. Aplique a propriedade fundamental das proporções para verificar se as razões $\frac{12}{18}$ e $\frac{6}{4}$ formam uma proporção.

3. Itamar está organizando uma festa de aniversário. Ele pretende comprar 36 copos com medida de capacidade igual a 250 mL para distribuir todo o suco. Outra possibilidade, sem desperdício, é comprar copos com medida de capacidade igual a 600 mL. Nesse caso, Itamar precisa comprar:

a) 6 copos.
b) 10 copos.
c) 15 copos.
d) 36 copos.

4. Leandro trabalha fazendo manutenção em gráficas. Em sua última visita, constatou que cinco máquinas, trabalhando no mesmo ritmo e no mesmo intervalo de tempo, conseguiam produzir 6 000 impressões. Como uma das máquinas estava quebrada, a produção de folhas, no mesmo período, passou a ser de:

a) 1 200 impressões.
b) 2 400 impressões.
c) 3 600 impressões.
d) 4 800 impressões.

Respostas

1. alternativa b

2. Não formam, pois $12 \cdot 4 \neq 18 \cdot 6$

3. alternativa c

4. alternativa d

Comentários da avaliação

A **questão 1** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA17**. Nessa questão, os estudantes devem primeiro determinar a medida do perímetro do quadrado. Para isso devem calcular $4 \cdot 5$ cm. Depois, devem calcular a razão entre a medida do comprimento do lado e a medida do perímetro:

$$\frac{5 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = \frac{1}{4}$$

Retome os conceitos de perímetro e razão, caso ache necessário.

A **questão 2** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA17**. Essa questão apresenta duas razões para que os estudantes verifiquem se elas formam uma proporção. Ao aplicar a propriedade fundamental das proporções (o produto dos extremos é igual ao produto dos meios), os estudantes vão perceber que não se trata de uma proporção. Convém verificar se eles percebem que seria uma proporção no caso de a segunda razão ser $\frac{4}{6}$. Recorde os termos de uma proporção caso perceba que essa é uma dificuldade dos estudantes.

A **questão 3** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA17**. Essa questão apresenta uma situação comum envolvendo a organização de uma festa. Os estudantes precisam compreender que há duas opções de copos para Itamar e ele vai servir a mesma quantidade de suco, independentemente do copo escolhido. Logo, se aumenta a medida da capacidade de cada copo, a quantidade de copos diminui, ou seja, a medida da capacidade dos copos e a quantidade de copos são inversamente proporcionais. Espera-se que eles concluam que Itamar tem 9 000 mL ou 6 L de suco para servir, pois $36 \cdot 250 \text{ mL} = 9\,000 \text{ mL}$. Para distribuir essa quantidade de suco em copos de 600 mL serão necessários 15 copos, pois:

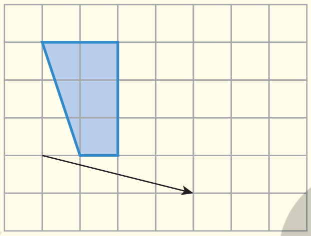
$$9\,000 \text{ mL} : 600 \text{ mL} = 15$$

A **questão 4** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA17**. Para resolver essa questão, os estudantes devem considerar que, se 5 máquinas produzem 6 000 impressões, quatro máquinas produzem 4 800 impressões, pois cada máquina produz 1 200 impressões e uma delas está quebrada. É importante que eles percebam que o número de impressões e o número de máquinas são diretamente proporcionais.

Para o capítulo 9: Transformações geométricas

Questões	Objetivos
1	Construir o polígono obtido por simetria de translação.
2	Reconhecer simetria de rotação e identificar a medida da abertura do ângulo de rotação.
3	Reconhecer que a reflexão em relação a um ponto é equivalente a uma rotação em torno desse mesmo ponto com ângulo de medida de abertura igual a 180°.
4	Analisar um polígono e seu simétrico representados no plano cartesiano.
5	Analisar um polígono e sua ampliação representados no plano cartesiano.

1. Copie o polígono a seguir em uma folha de papel quadriculado. Depois, translade-o de acordo com o vetor da translação.



2. Amanda vai desenhar uma flor de seis pétalas, inspirada na imagem a seguir, utilizando rotação. Qual é a medida da abertura do ângulo destacado na imagem?

TR3GIN/SHUTTERSTOCK

a) 45°

b) 60°

c) 72°

d) 90°

3. Mateus construiu uma figura geométrica plana em uma malha quadriculada e marcou um ponto *P* fora dessa figura. Depois, ele refletiu essa figura em relação ao ponto *P*. Mateus poderia obter o mesmo resultado ao fazer:

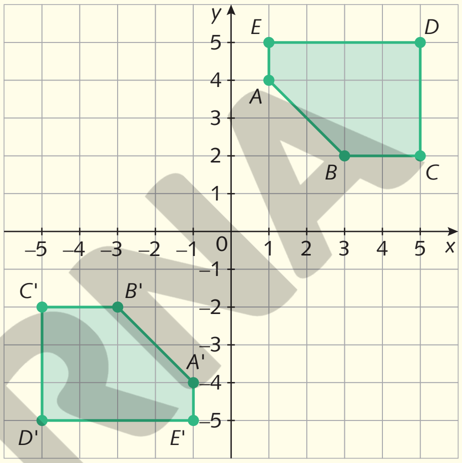
a) uma translação com direção e sentido de um vértice da figura ao ponto *P*.

b) uma rotação com centro em *P* e ângulo de medida de abertura igual a 90°.

c) uma rotação com centro em *P* e ângulo de medida de abertura igual a 180°.

d) uma reflexão em relação a uma reta que passasse por *P*.

4. Observe os polígonos representados no plano cartesiano a seguir e classifique cada afirmação como verdadeira ou falsa.



a) O polígono *A'B'C'D'E'* é simétrico ao polígono *ABCDE* em relação ao eixo *x*.

b) O simétrico do polígono *ABCDE* em relação ao eixo *y* estará no 2º quadrante.

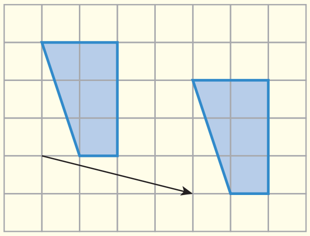
c) As coordenadas dos vértices do polígono *ABCDE* são positivas e as coordenadas dos vértices do polígono *A'B'C'D'E'* são negativas.

d) O polígono *A'B'C'D'E'* está no 4º quadrante.

5. Carlos representou no plano cartesiano um polígono cujos vértices são *A*(1, –2), *B*(5, –2), *C*(6, –4) e *D*(1, –4). Ele planeja ampliar esse polígono de modo a mantê-lo no 4º quadrante do plano cartesiano, aumentando a medida de comprimento de cada um de seus lados em 2,5 vezes. Quais serão as coordenadas dos vértices do polígono ampliado?

Respostas

1.



2. alternativa b

3. alternativa c

4. **a)** Falsa; **b)** Verdadeira; **c)** Verdadeira; **d)** Falsa

5. *A'*(2,5; –5), *B'*(12,5; –5), *C'*(15; –10) e *D'*(2,5; –10).

Comentários da avaliação

A **questão 1** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA21**. Os estudantes precisam analisar a direção, o sentido e a medida do

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

comprimento do vetor para poder transladar o polígono. Espera-se que percebam que cada vértice do polígono deve ser transladado um quadradinho para baixo e quatro quadradinhos para a direita. Caso não tenham representado o polígono corretamente, oriente-os a investigar as razões pelas quais cometeram o equívoco. Oriente-os, por exemplo, a verificar se os polígonos são congruentes e se todos os vértices foram transladados da mesma forma.

A **questão 2** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA21**. Essa questão apresenta uma figura que será tomada como referência para a construção de uma flor de seis pétalas simétrica por rotação. Os estudantes precisam perceber que ao dividir 360° por 6 encontram a medida da abertura do ângulo destacado na imagem, que é igual a 60°. Amplie a questão e proponha aos estudantes que construam essa flor.

A **questão 3** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA21**. Espera-se que os estudantes reconheçam que a reflexão em relação a um ponto é equivalente a uma rotação em torno desse mesmo ponto com ângulo de medida de abertura igual a 180°. Caso tenham dificuldades, oriente-os a esboçar a situação descrita em cada alternativa da questão.

A **questão 4** auxilia no desenvolvimento das habilidades **EF07MA19** e **EF07MA20**. Essa questão apresenta um polígono representado no 1º quadrante do plano cartesiano e seu simétrico em relação à origem. Espera-se que os estudantes percebam que o polígono simétrico está localizado no 3º quadrante e possui coordenadas negativas, enquanto as coordenadas do polígono inicial são positivas. Caso optem pelos **itens a** ou **b**, oriente-os a representar o simétrico do polígono *ABCDE* em relação ao eixo *x* e ao eixo *y*, respectivamente. Se optarem pelo **item d**, retome a nomeação dos quadrantes do plano cartesiano.

A **questão 5** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA19**. Oriente os estudantes a representar o polígono *ABCD*. Espera-se que percebam que esse quadrilátero é um trapézio. Além disso, eles devem perceber que, ao ampliar a medida de comprimento de cada um dos lados em 2,5 vezes, mantendo-o no 4º quadrante, as coordenadas dos vértices do polígono devem ser multiplicadas por 2,5. Após obterem as coordenadas do polígono ampliada, incentive-os a representá-lo no plano cartesiano.

Para o capítulo 10: Grandezas e medidas

Questões	Objetivos
1	Resolver problema envolvendo medidas de capacidade.
2	Resolver problema envolvendo a medida da área de paralelogramos.
3	Expressar medida de área do quadrado e do triângulo.
4	Calcular a medida de área do trapézio.
5	Calcular a medida de área do losango.
6	Resolver problema envolvendo o cálculo da medida de paralelepípedos reto-retângulos.

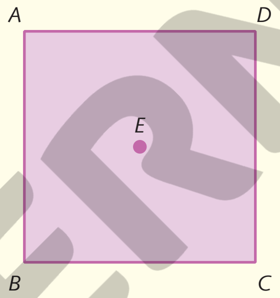
1. Marcelo estava preparando uma receita de bolo, porém não tinha um copo medidor para separar a quantidade exata de leite da receita. Para isso, ele utilizou um copo em que ele sabia que cabiam 150 mL. A receita indicava 750 mL de leite; portanto, Marcelo deve encher o copo:

a) 3 vezes.
b) 4 vezes.
c) 5 vezes.
d) 6 vezes.

2. Elaine tem um quadro retangular na parede cujos lados apresentam estas medidas de comprimento: 30 cm por 18 cm. Ela pretende trocar esse quadro por algum que também se pareça com um paralelogramo e que tenha a mesma medida de área. O quadro que ela encontrou tem 27 cm de medida de comprimento de altura; portanto, a medida de comprimento da base dele é:

a) 18 cm.
b) 20 cm.
c) 27 cm.
d) 30 cm.

3. Considere o quadrado a seguir, cujo lado apresenta a medida de comprimento *x* e cujo ponto *E* é o centro dele.

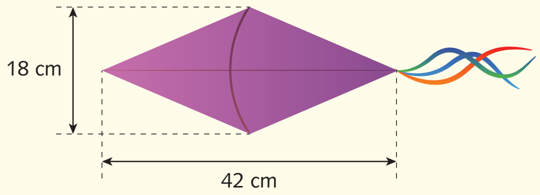


Analise cada afirmação e classifique-a como verdadeira ou falsa.

a) A medida de área do quadrado *ABCD* pode ser expressa por $2x$.
b) A medida de área do triângulo *ABC* pode ser expressa por $\frac{x^2}{2}$.
c) Os triângulos *ABC* e *ACD* tem mesma medida de área.
d) A medida de área do triângulo *AEB* pode ser expressa por $\frac{x^2}{2}$.

4. Marco representou o contorno de um trapézio. A medida do comprimento da base maior desse trapézio é 6 cm, a da base menor é 3 cm e a da altura é 2 cm. Ele vai pintar 40% do interior dessa figura de verde e o restante de lilás. Determine a medida da área que será pintada de cada cor.

5. Vânia construiu uma pipa que se parece com um losango utilizando varetas. Ela vai colar papel de seda sobre as varetas. Observe o esquema que ela fez antes de construir a pipa.



Qual será a medida de área ocupada por uma camada de papel de seda?

6. Rute tem um recipiente em formato de cubo com arestas cujo comprimento mede 2 dm e outro recipiente em formato de paralelepípedo reto-retângulo que mede 10 cm de largura, 60 cm de

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

comprimento e 20 cm de altura. Sobre essa situação, analise cada afirmação e classifique-a como verdadeira ou falsa.

- **a)** É possível despejar 8 litros de água no recipiente em formato cúbico.
- **b)** Não é possível transferir toda a água que cabe no recipiente em formato cúbico para o recipiente em formato de paralelepípedo reto-retângulo.
- **c)** Não é possível transferir toda a água que cabe no recipiente em formato de paralelepípedo reto-retângulo para o recipiente em formato cúbico.
- **d)** A medida do volume do recipiente em formato de paralelepípedo reto-retângulo é 6 000 cm^3.

Respostas

1. alternativa c
2. alternativa b
3. **a)** Falsa; **b)** Verdadeira; **c)** Verdadeira; **d)** Falsa
4. Medida da área verde: 3,6 cm^2; Medida da área lilás: 5,4 cm^2.
5. 378 cm^2
6. **a)** Verdadeira; **b)** Falsa; **c)** Verdadeira; **d)** Falsa

Comentários da avaliação

A **questão 1** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA29**. Nessa questão, espera-se que os estudantes percebam que precisam calcular 750 mL : 150 mL para determinar quantas vezes Marcelo deve encher o copo. É importante que eles também reconheçam 150 mL e 750 mL como medidas de capacidade.

A **questão 2** auxilia no desenvolvimento das habilidades **EF07MA31** e **EF07MA32**. Nessa questão convém chamar a atenção dos estudantes para o fato de que o retângulo é um paralelogramo em que todos os ângulos internos são retos. Uma informação importante é a de que o quadro que irá substituir o anterior tem formato de paralelogramo e mesma medida de área. A medida da área do quadro que será substituído é igual a 540 cm^2, pois 18 cm · 30 cm = 540 cm^2. O quadro que Elaine encontrou tem essa medida de área e 27 cm de medida de altura; portanto, a medida de comprimento desse quadro é igual a 20 cm, pois 540 cm^2 : 27 cm = = 20 cm. O estudantes podem ter dificuldades para interpretar a situação-problema. Caso isso ocorra, oriente-os a separar os dados fornecidos do quadro antigo e do quadro novo.

A **questão 3** auxilia no desenvolvimento das habilidades **EF07MA31** e **EF07MA32**. Essa questão explora a decomposição do quadrado em triângulos retângulos, o cálculo da medida da área de quadros e triângulos e a utilização da linguagem algébrica. Oriente os estudantes a representar os triângulos *ABC*, *ACD* e *AEB* mencionados nos **itens b**, **c** e **d**.

A **questão 4** auxilia no desenvolvimento das habilidades **EF07MA31** e **EF07MA32**. Os estudantes precisam calcular a medida da área do trapézio com base nas medidas apresentadas no enunciado. Utilizando a expressão estudada, vão descobrir que o trapézio de Marco tem 9 cm^2 de medida de área. Aplicando as porcentagens indicadas (40% para verde e 60% para lilás), conseguem calcular a medida da área pintada de cada cor. Em caso de dificuldades, convém retomar o cálculo da área do trapézio.

A **questão 5** auxilia no desenvolvimento das habilidades **EF07MA31** e **EF07MA32**. Essa questão explora a medida da área de um losango. Espera-se que eles reconheçam que 42 cm corresponde à medida do comprimento da diagonal maior e 18 cm, à medida do comprimento da diagonal menor.

A **questão 6** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA30**. Essa questão apresenta dois recipientes para que os estudantes calculem a medida do volume de cada um deles e analisem as afirmações. Espera-se que percebam que a medida do volume do recipiente cúbico é 8 dm^3, pois $(2\ dm)^3 = 8\ dm^3$, e a medida do volume do recipiente em formato de paralelepípedo reto-retângulo é 12 dm^3, pois $1\ dm \cdot 6\ dm \cdot 2\ dm = 12\ dm^3$. A comparação é feita na mesma unidade de medida; portanto, é necessário que os estudantes fiquem atentos a essa informação. Assim, lembrando que $1\ dm^3 = 1\ L$, podem perceber que todo o conteúdo do recipiente em formato cúbico cabe no outro recipiente, porém o contrário não é verdade. Em caso de dificuldades, convém retomar o cálculo da medida do volume do cubo e do paralelepípedo reto-retângulo e a relação entre decímetro cúbico e litro.

Para o capítulo 11: Figuras geométricas planas

Questões	Objetivos
1	Comparar medidas de comprimento do raio, do diâmetro e do perímetro de uma circunferência e de um círculo.
2	Calcular a medida do perímetro aproximado de circunferência.
3	Calcular a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono regular.
4	Calcular as medidas de abertura dos ângulos internos e externos de um polígono regular.
5	Construir um triângulo conhecendo as medidas de abertura de dois ângulos e a medida de comprimento do lado compreendido entre eles.
6	Resolver problema envolvendo a desigualdade triangular.

1. Renato representou um círculo cujo raio tem comprimento com medida igual a 8 cm e uma circunferência cujo diâmetro apresenta comprimento com medida igual a 10 cm. Sobre essa situação, avalie cada afirmação e classifique-a como verdadeira ou falsa.

- **a)** A medida do comprimento do diâmetro do círculo é menor do que a medida do comprimento do diâmetro da circunferência.
- **b)** A medida do perímetro do círculo é maior do que a medida do perímetro da circunferência.
- **c)** Ao dividir a medida do perímetro da circunferência pela medida do comprimento do diâmetro dela, chega-se próximo de 3,14.
- **d)** Ao dividir a medida do diâmetro do círculo pela medida do comprimento dele, chega-se próximo de 3,14.

2. Vanda representou uma circunferência em que o comprimento do raio mede 12 cm. A medida do perímetro aproximado dessa circunferência é:

- **a)** 24 cm.
- **b)** 37,68 cm.
- **c)** 75,36 cm.
- **d)** 113,04 cm.

3. Vítor trabalha com usinagem de peças metálicas. Para que a máquina execute o corte corretamente, ele precisa indicar o número de lados da peça que terá formato de polígono regular e a soma as medidas de abertura dos ângulos internos. Para usinar uma peça que tenha 8 lados com 15 cm de medida de comprimento de lado cada, Vítor precisa digitar qual soma das medidas de abertura dos ângulos internos?

- **a)** 360°
- **b)** 1 080°
- **c)** 1 440°
- **d)** 2 160°

4. A parte interna do recipiente a seguir se parece com um polígono regular.


POLIEDRO/SHUTTERSTOCK

Sobre o polígono regular utilizado, complete as informações:

Número de lados: ▬

Soma das medidas de abertura dos ângulos internos: ▬

Medida de abertura de cada ângulo interno: ▬

Medida de abertura de cada ângulo externo: ▬

5. Em seu caderno, construa um triângulo *ABC* em que $AB = 15$ cm e que tenha ângulos adjacentes a esse lado medindo 30° e 60°. Depois, descreva o passo a passo que você utilizou.

6. Maria quer encomendar um quadro triangular. Para isso, ela indicou para o marceneiro as seguintes opções de medidas de comprimento para os lados do quadro:

A: 4 cm, 5 cm e 6 cm.

B: 5 cm, 8 cm e 12 cm.

C: 8 cm, 14 cm e 15 cm.

D: 9 cm, 15 cm e 26 cm.

Ao observar as medidas, o marceneiro indicou que uma das opções não poderia ser feita. Que opção é essa?

Respostas

1. **a)** Falsa; **b)** Verdadeira; **c)** Verdadeira; **d)** Falsa

2. alternativa c

3. alternativa b

4. 12; 1 800°; 150°; 30°

5. Os estudantes podem traçar uma reta suporte e marcar um segmento de reta de 15 cm com extremidades em *A* e *B*. Depois, podem construir um ângulo de medida de abertura igual a 30° com vértice em *A* e um ângulo de medida de abertura igual a 60° com vértice em *B*. Ao marcar o ponto *C*, de intersecção das semirretas dos ângulos traçados, e pintar o interior da figura, obtém-se o triângulo *ABC*.

6. D

Comentários da avaliação

A **questão 1** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA33**. Essa questão apresenta duas figuras geométricas planas (círculo e circunferência), a medida do comprimento do raio de uma e a medida do comprimento do diâmetro da outra. Oriente-os a representar as duas figuras antes de avaliar as afirmações.

A **questão 2** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA33**. Para resolver essa questão os estudantes devem recordar que a medida do perímetro da circunferência é calculado multiplicando a medida do comprimento do diâmetro por π. Assim, como o a medida do comprimento do diâmetro da circunferência é igual a 24 cm, temos:

$$C \simeq (24 \text{ cm}) \cdot \pi \simeq 75{,}36 \text{ cm}$$

A **questão 3** auxilia no desenvolvimento das habilidades **EF07MA27** e **EF07MA28**. Essa questão explora propriedades dos polígonos regulares e a soma das medidas de abertura dos seus ângulos internos. Espera-se que os estudantes recordem que um polígono regular de 8 lados pode ser decomposto em 6 triângulos; como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°, basta multiplicar 6 por 180° para calcular a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um octógono regular. Caso tenham optado pelo **item a**, os estudantes consideraram a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero. Se optaram pelo **item c**, os estudantes multiplicaram 8 por 180°. Já se concluíram que o **item d** é o correto, os estudantes multiplicaram 6 por 360°. Em caso de dificuldades, retome a determinação da soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono regular.

A **questão 4** auxilia no desenvolvimento das habilidades **EF07MA27** e **EF07MA28**. Os estudantes precisam observar a parte interna do prato da imagem e reconhecer que ela se parece com um polígono regular de 12 lados. Com isso podem calcular a soma (S) das medidas das aberturas dos ângulos internos:

$$S = (12 - 2) \cdot 180° = 10 \cdot 180° = 1\,800°$$

Com base na soma obtida acima, calcula-se a medida da abertura de cada ângulo interno:

$$1\,800° : 12 = 150°$$

Assim, cada ângulo interno tem medida de abertura igual a 150°.

Como cada ângulo externo do polígono regular é suplementar ao seu ângulo interno correspondente, cada ângulo externo tem medida de abertura igual a 30°.

A **questão 5** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA25**. Essa questão propõe aos estudantes que construam um triângulo tendo a medida do comprimento de um lado e a medida de abertura de dois ângulos adjacentes. Espera-se que eles recordem que podem fazer essa construção utilizando régua e compasso ou transferidor. Alerte-os para que tomem cuidado ao manusear o compasso. Em caso de dificuldades, convém recordar a construção de outros triângulos a partir de elementos dados.

A **questão 6** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA25**. Essa questão explora a desigualdade triangular. Os estudantes precisam analisar as medidas de comprimento de cada opção para verificar se a medida de comprimento de qualquer lado é menor do que a soma das medidas de comprimento dos outros dois lados. Caso isso não ocorra, é impossível construir o triângulo. Em caso de dificuldades, convém retomar a desigualdade triangular e propor a construção de triângulos utilizando *softwares* de geometria dinâmica.

Para o capítulo 12: Probabilidade e estatística

Questões	Objetivos
1	Calcular e comparar probabilidades.
2	Calcular e comparar probabilidades.
3	Reconhecer uma pesquisa amostral.
4	Determinar a medida de abertura dos ângulos dos setores de um gráfico.
5	Calcular média aritmética simples.
6	Calcular média ponderada.

1. Para a realização de um sorteio, Fabrício vai colocar as fichas mostradas a seguir, que têm medidas de massa iguais e as mesmas medidas de comprimento de raio e espessura, em uma caixa. Em seguida, vai fechar a caixa e balançá-la, misturando as fichas. Depois, vai colocar a mão dentro da caixa e retirar uma ficha, sem olhar. A cor de ficha que tem a maior probabilidade de ser sorteada é:

VERACHANA/SHUTTERSTOCK

a) amarela.
b) azul.
c) verde.
d) vermelha.

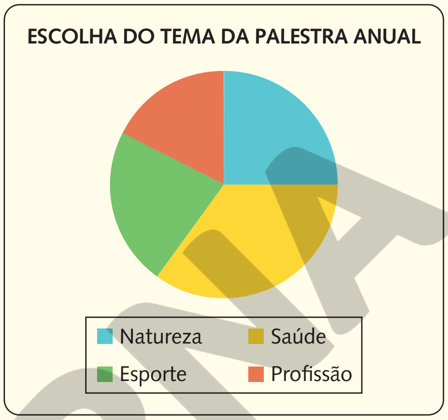
2. A escola em que Mônica estuda tem uma turma para cada um dos anos finais do Ensino Fundamental. O 6º ano tem 32 estudantes, o 7º ano tem 32 estudantes, o 8º ano tem 30 estudantes e o 9º ano tem 34 estudantes. Será realizado um sorteio entre todos os estudantes. Sobre essa situação, classifique cada afirmação como verdadeira ou falsa.

a) A probabilidade de sortear um estudante do 8º ano é maior do que a de sortear um estudante do 6º ano.
b) A probabilidade de sortear um estudante do 6º ano é igual à probabilidade de sortear um estudante do 7º ano.
c) A probabilidade de sortear um estudante do 9º ano é $\frac{17}{64}$.
d) A probabilidade de sortear um estudante do 8º ano é aproximadamente 47%.

3. Caio vai realizar uma pesquisa com as turmas dos anos finais do Ensino Fundamental para descobrir a frequência com que realizam atividade física. Na escola em que ele estuda há 10 turmas para cada ano, e ele resolveu entrevistar metade da quantidade de estudantes de cada turma. Qual é o tipo de pesquisa que Caio vai realizar?

a) Pesquisa amostral.
b) Pesquisa censitária.
c) Pesquisa informativa.
d) Pesquisa pontual.

4. A escola em que Marina estuda entrevistou os 1 000 estudantes matriculados para saber o tema de uma palestra que será realizada no início do ano. O gráfico a seguir foi construído com base nas respostas dadas, em que cada estudante escolheu apenas uma opção.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela direção da escola no início de 2024.

Determine a medida da abertura do ângulo de cada setor do gráfico, sabendo que 250 estudantes votaram em Natureza, 350 votaram em Saúde, 225 votaram em Esporte e 275 votaram em Profissão.

5. Na etapa final de um concurso a uma vaga de emprego, foi realizada uma prova com notas de 0 a 10. Acompanhe as notas dos quatro concorrentes que tiveram amplitude 2,5:

Samuel: 6,5
Moacir: 7
Carla: 8
Isabela: 5,5

Vai passar para a próxima fase quem estiver acima da nota média dos quatro concorrentes. Determine quem vai para a próxima fase.

6. Para saber a satisfação do atendimento em um posto de saúde, a administração pediu às pessoas atendidas que dessem uma nota de 0 a 4, sendo 0 a pior nota e 4 a melhor. Observe o resultado das notas dadas ontem.

SATISFAÇÃO DAS PESSOAS ATENTIDAS EM UM POSTO DE SAÚDE

Quantidade de pessoas	Nota
6	0
12	1
24	2
30	3
12	4

Dados obtidos pela administração do posto de saúde na última semana de 2023.

Qual foi a nota média que esse posto recebeu ontem?

a) 2
b) 2,4
c) 2,5
d) 3

Respostas

1. alternativa d
2. **a)** Falsa;
   b) Verdadeira;
   c) Verdadeira;
   d) Falsa
3. alternativa a
4. Natureza: 90°;
   Saúde: 126°;
   Esporte: 81°;
   Profissão: 63°.
5. Carla e Moacir.
6. alternativa b

Comentários da avaliação

A **questão 1** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA34**. Essa questão apresenta um contexto envolvendo sorteio para que os estudantes analisem a cor da ficha que tem a maior probabilidade de ser sorteada. Espera-se que eles percebam que se trata de um evento aleatório e, como as fichas têm as mesmas características físicas, aquela que tem maior probabilidade de ser sorteada é a que aparece em maior quantidade. Você pode ampliar a proposta da questão e solicitar a eles que determinem a probabilidade de cada cor de ficha ser sorteada.

A **questão 2** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA34**. Os estudantes precisam analisar cada afirmação para verificar as probabilidades mencionadas. Oriente-os a organizar os dados fornecidos na questão em um quadro e calcular as probabilidades de um estudante de cada ano ser sorteado:

Probabilidade de sortear um estudante do 6º ano: $\frac{32}{128}$ ou $\frac{1}{4}$

Probabilidade de sortear um estudante do 7º ano: $\frac{32}{128}$ ou $\frac{1}{4}$

Probabilidade de sortear um estudante do 8º ano: $\frac{30}{128}$ ou $\frac{15}{64}$

Probabilidade de sortear um estudante do 9ºº ano: $\frac{34}{128}$ ou $\frac{17}{64}$

A **questão 3** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA36**. Essa questão apresenta um exemplo de pesquisa para que os estudantes analisem se é amostral ou censitária. Espera-se que eles percebam que a entrevista que Caio vai realizar não vai abranger todos os estudantes, porém vai abranger todas as turmas, sendo coletada uma amostra de cada turma. É um momento propício para retomar a diferença entre pesquisa amostral e censitária, além de discutir sobre a escolha de cada pesquisa, no que diz respeito a tempo, custo e análise de dados.

A **questão 4** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA37**. Os estudantes precisam observar o gráfico apresentado e os dados da pesquisa realizada. Sabendo a quantidade de estudantes e a quantidade de votos que cada tema recebeu, eles podem calcular a medida da abertura do ângulo correspondente a cada setor. Oriente-os a primeiro determinar a porcentagem correspondente a cada tema. Depois, eles vão utilizar essas porcentagens para determinar a medida da abertura do ângulo de cada setor do gráfico, tomando o ângulo de medida de abertura igual a 360º como referência.

A **questão 5** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA35**. Os estudantes precisam calcular a média aritmética das quatro notas e compará-la com a nota de cada concorrente. Ao calcular a nota média, eles chegam a 6,75. Portanto, quem teve nota superior a essa vai para a próxima fase. Os estudantes podem cometer equívoco ao calcular a nota média ou ao compará-la com a nota individual dos candidatos. Em caso de dificuldades, convém retomar o cálculo da média aritmética simples.

A **questão 6** auxilia no desenvolvimento da habilidade **EF07MA35**. Essa questão apresenta notas dadas pelas pessoas que foram atendidas em um posto de saúde fictício para que os estudantes calculem a nota média. Espera-se que os estudantes percebam que, nessa situação, convém calcular a média aritmética ponderada. Os estudantes podem cometer equívocos ao não considerar as pessoas que deram nota 0, por exemplo. Em caso de dificuldades, convém retomar o cálculo da média ponderada.

Sugestão de avaliação para a preparação para exames de larga escala

Questões	Objetivos
1	Resolver problemas que envolvam adição e subtração com números inteiros.
2	Resolver problemas com números naturais envolvendo as noções de divisor e de múltiplo.
3	Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
4	Comparar e ordenar frações associadas à ideia de partes de inteiros.
5	Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.
6	Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas.
7	Resolver problemas que envolvam porcentagens e juro simples.
8	Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas.
9	Reconhecer figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho.
10	Resolver problemas de cálculo da medida de volume de blocos retangulares envolvendo as unidades padrão.
11	Reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida do comprimento dos lados e verificar que a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°.
12	Calcular probabilidades.

1. Marcela imprimiu um demonstrativo de sua conta bancária com as movimentações feitas em um dia. Analise o demonstrativo da conta de Marcela e assinale a alternativa correta.

DEMONSTRATIVO DE CONTA-CORRENTE

Lançamentos do dia	**Valor (R$)**	**Saldo (R$)**
Saldo anterior		1 250,00
Pagamento de conta de água	–152,00	
Pagamento de conta de luz	–88,00	
Pagamento de cartão de crédito	–935,00	
Transferência bancária	–85,00	
Depósito bancário	120,00	
Saldo atual		

a) O saldo atual da conta corrente de Marcela é negativo.

b) Antes do depósito bancário de R$ 120,00, o saldo da conta de Marcela estava negativo.

c) Após o pagamento do cartão de crédito, o saldo da conta ficou negativo.

d) Para Marcela ficar com um saldo de R$ 450,00, ela deve fazer um depósito de R$ 250,00.

2. Carolina e Bruno fizeram uma charada para que cada um descobrisse a idade do outro. Veja o que eles disseram:

Carolina: "A minha idade corresponde a um número formado por dois algarismos; é um número menor que 20, múltiplo de 6 e divisor de 96".

Bruno: "A minha idade está entre 10 e 25 anos; é um número divisível por 7 e divisor de 112".

As idades de Carolina e Bruno são, respectivamente:

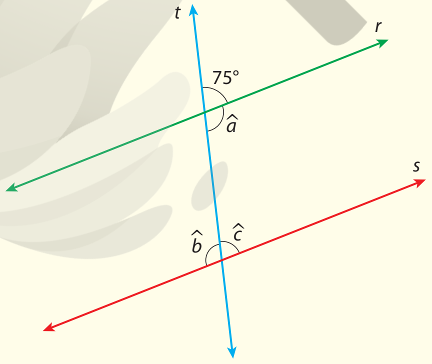
a) 16 e 14 anos.

b) 12 e 14 anos.

c) 12 e 16 anos.

d) 18 e 21 anos.

3. Observe a figura a seguir.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que $r // s$ e observando os ângulos destacados, assinale a alternativa correta.

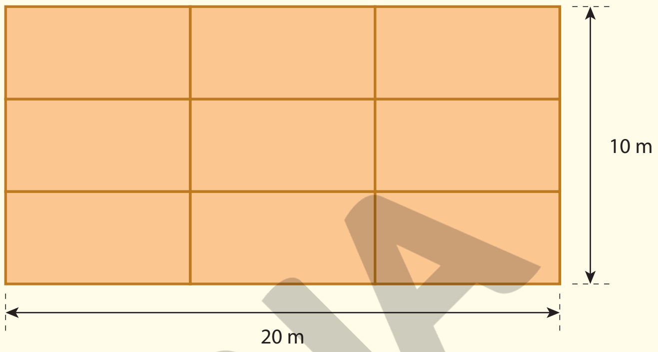
a) A medida da abertura do ângulo $\hat{a}$ é 120°.

b) Os ângulos $\hat{c}$ e $\hat{b}$ são congruentes.

c) $b + c$ é igual a 180°.

d) Os ângulos $\hat{b}$ e $\hat{c}$ são opostos pelo vértice.

4. Ângela, Cristiane e Emike participaram de uma campanha de plantio de árvores nativas. Em uma das etapas da campanha, as três amigas deviam plantar árvores nativas em uma área como a representada na figura abaixo.



Ângela plantou árvores em uma parte que corresponde a $\frac{1}{3}$ da medida dessa área, Cristiane plantou árvores em uma parte que corresponde a $\frac{4}{9}$ da medida dessa área, e Emike plantou árvores no restante da área. Quem conseguiu plantar árvores na maior parte da área?

a) Ângela.

b) Cristiane.

c) Emike.

d) Todas plantaram árvores em partes iguais.

5. Ao sair em viagem, Jaqueline parou no posto 1 e gastou R$ 196,80 para completar o tanque de combustível de seu automóvel. Nesse posto, o preço do litro de gasolina era R$ 4,10. Ao voltar para casa, Jaqueline reabasteceu o carro no posto 2 com $\frac{3}{4}$ do que havia abastecido ao iniciar a viagem.

Se ela gastou R$ 143,64 no posto 2, podemos afirmar que:

a) o preço do litro de gasolina no posto 1 é menor que no posto 2.

b) o preço do litro de gasolina no posto 2 é R$ 4,02.

c) ela abasteceu seu carro com 42 L de gasolina no posto 1.

d) ela abasteceu seu carro com 36 L de gasolina no posto 2.

6. Jonas é entregador de *pizza*. Ele recebe o salário mensal de R$ 1 250,00 mais R$ 2,00 por entrega.

Se x indica número de entregas, que expressão algébrica pode representar o salário mensal de Jonas?

a) $2x - 1\,250$

b) $1\,250 - 2x$

c) $1\,250 + 2x$

d) $1\,250x - 2$

7. Pedro aplicou R$ 3 200,00 em um fundo de investimento a uma taxa de juro simples de 4% ao mês.

De acordo com essas informações, assinale a afirmação correta.

a) Após 3 meses, o juro recebido por Pedro será de R$ 768,00.

b) Pedro terá seu capital dobrado após dois anos.

c) Após 6 meses, o montante será de R$ 3 968,00.

d) Esse investimento corresponde a uma taxa de juro de 44% ao ano.

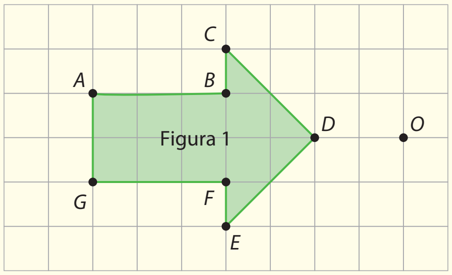
8. Uma fábrica de brindes, funcionando com capacidade máxima, produz, por período, a seguinte quantidade de chaveiros personalizados.

Medida do tempo (minutos)	Quantidade de chaveiros
25	250
50	500
75	750
100	1 000

Nesse ritmo de produção, quantas horas serão necessárias para produzir 8 250 chaveiros personalizados?

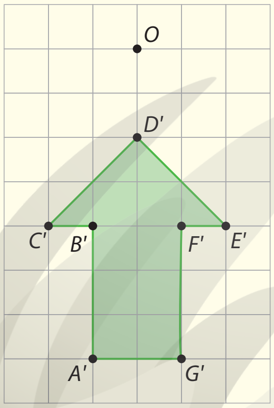
a) 825
b) 137,5
c) 13,75
d) 82,5

9. Observe a figura 1 e o ponto *O* a seguir.

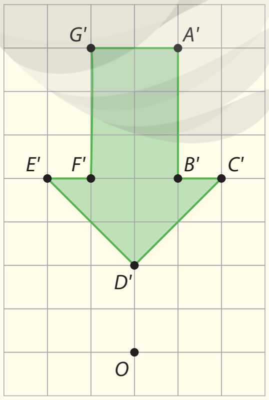


Assinale a alternativa que apresenta uma rotação de 90° no sentido horário da figura 1 em relação ao ponto *O*.

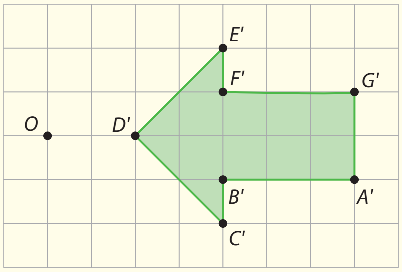
a)



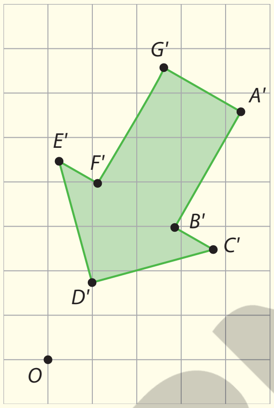
b)



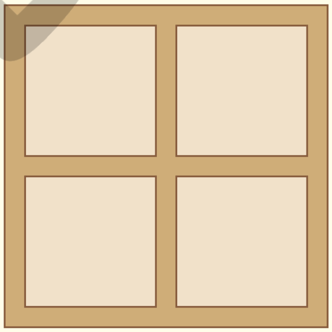
c)



d)



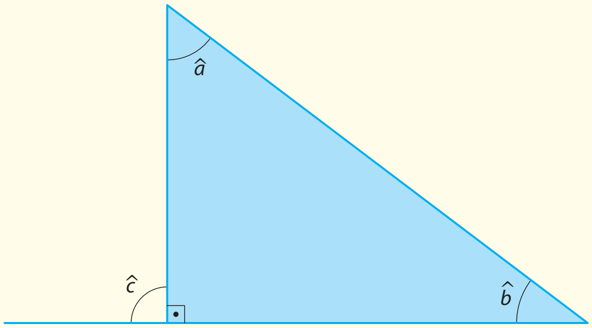
10. Rodrigo trabalha em uma marcenaria, e, para atender o pedido de um cliente, ele fez uma peça com formato de cubo usando um pedaço de madeira maciça. Nessa peça, Rodrigo escavou 4 buracos para encaixar perfeitamente quatro peças cúbicas menores. Observe a peça vista de cima.



Sabendo que cada aresta dessa peça tem medida de comprimento 30 cm e que em cada buraco deve ser encaixada uma peça cúbica com arestas de medida de comprimento 12 cm, qual é a medida do volume aproximado de madeira da peça final em decímetro cúbico?

a) 27 dm^3
b) 25,27 dm^3
c) 20,09 dm^3
d) 6,9 dm^3

11. Observe o triângulo representado a seguir.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, indique qual das afirmações abaixo é verdadeira.

a) Observando a figura, podemos concluir que $a + b = 90°$.

b) Os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{c}$ são ângulos complementares.

c) É possível que as medidas de comprimento dos lados desse triângulo sejam 18 cm, 10 cm e 7 cm.

d) Podemos afirmar que $b = 180° - a$.

12. Em um período de quatro meses, uma fábrica de botões fez um levantamento do número de botões defeituosos em certa quantidade de botões testados. A cada mês, a gerente de produção aumentava o número de botões testados. Observe no quadro abaixo os resultados obtidos.

	Quantidade de botões testados	Quantidade de botões com defeito
1º mês	1 200	47
2º mês	1 600	65
3º mês	2 200	87
4º mês	3 600	148

Observando os resultados obtidos, estima-se que a probabilidade de um botão testado ser defeituoso é de aproximadamente:

a) 2%

b) 4%

c) 6%

d) 9%

Respostas

1. alternativa b
2. alternativa b
3. alternativa c
4. alternativa b
5. alternativa d
6. alternativa c
7. alternativa c
8. alternativa c
9. alternativa b
10. alternativa c
11. alternativa a
12. alternativa b

Comentários da avaliação

Na **questão 1**, caso o estudante assinale a alternativa a, é possível que ele tenha cometido algum equívoco ao realizar os cálculos. Acompanhe a resolução junto dele e saliente que, para saber o saldo atual da conta, ele deve considerar o saldo anterior, subtrair os valores negativos e adicionar os valores positivos; caso o estudante assinale a alternativa c, verifique se ele compreendeu que deve considerar as movimentações bancárias somente até o momento do pagamento do cartão de crédito. Saliente que, nesse caso, devem-se subtrair do saldo anterior os valores referentes ao pagamento da conta de água, da conta de luz e do cartão de crédito para verificar o saldo disponível.

Após realizar os cálculos considerando as movimentações apresentadas no demonstrativo, o estudante deve concluir que o saldo da conta de Marcela é R$ 110,00. Então, para que o saldo seja R$ 450,00, Marcela deve depositar R$ 340,00; portanto, a alternativa d está incorreta. Verifique se o estudante percebeu que é necessário calcular a diferença entre R$ 450,00 e o saldo atual para saber quanto Marcela deve depositar.

Na **questão 2**, caso o estudante indique a alternativa a, é possível que ele não tenha considerado que a idade de Carolina deve corresponder a um número que é múltiplo de 6, pois somente essa condição não é atendida pelos números desse item; caso o estudante indique a alternativa c, é possível que ele não tenha considerado que a idade de Bruno deve corresponder a um número que é divisível por 7, pois somente essa condição não é atendida pelos números desse item; caso o estudante indique a alternativa d, é possível que ele não tenha considerado que a idade de Carolina deve corresponder a um número que é divisor de 96 e a idade de Bruno deve corresponder a um número que é divisor de 112, pois essas condições não são atendidas pelos números desse item.

Na **questão 3**, caso o estudante assinale a alternativa a, analise a figura com ele e mostre que $75° + a = 180°$; portanto, $a = 105°$. Se julgar necessário, retome o estudo sobre ângulos suplementares; caso o estudante assinale a alternativa b, mostre que a medida de abertura do ângulo $\hat{c}$ e o ângulo de medida de abertura 75° são correspondentes; portanto, a medida de abertura do ângulo $\hat{c}$ também é 75°. Assim, os ângulos $\hat{b}$ e $\hat{c}$ não podem ser congruentes, pois são suplementares e a reta *t* não é perpendicular à reta *s*; caso o estudante assinale a alternativa d, relembre o conceito de ângulos opostos pelo vértice. Se julgar necessário, destaque o ângulo correspondente ao ângulo $\hat{a}$ e mostre ao estudante que esse ângulo e o ângulo $\hat{b}$ são opostos pelo vértice.

Na **questão 4**, caso ocorra erro, verifique se o estudante percebeu que, para resolver esse problema, é preciso comparar as frações correspondentes à medida de área que cada amiga plantou. Desse modo, é necessário descobrir que fração da medida de área corresponde ao que Emike plantou. Se julgar necessário, mostre ao estudante que ele pode usar a figura como referência, marcando as partes que foram plantadas por Ângela e Cristiane para verificar as partes que sobraram e foram plantadas por Emike.

Para comparar as frações, o estudante pode usar diferentes estratégias, como a de calcular frações equivalentes ou registrar com cores diferentes na figura as partes plantadas por cada uma das amigas.

Na **questão 5**, caso o estudante assinale a alternativa a, verifique se ele calculou corretamente o preço do litro da gasolina no posto 2 para fazer a comparação. Caso o estudante não tenha calculado corretamente o preço do litro da gasolina no posto 2, acompanhe a resolução para identificar possíveis equívocos; caso o estudante assinale a alternativa b, é possível que ele não tenha clareza sobre como resolver o problema ou esteja cometendo equívocos nos cálculos. Nesse caso, saliente que, para calcular o valor do litro da gasolina no posto 2, é necessário calcular quantos litros foram utilizados para abastecer o veículo e, depois, dividir o valor pago pela quantidade de litros; caso o estudante assinale a alternativa c, é provável que ele tenha cometido equívocos ao fazer a divisão de 196,80 por 4,10. Nesse caso, retome com o estudante o algoritmo da divisão com números decimais.

Na **questão 6**, caso ocorra erro, releia o enunciado com o estudante para esclarecer a que se refere cada valor apresentado. Saliente que o salário fixo de R$ 1 250,00 é pago independentemente da quantidade de entregas feitas por Jonas; portanto, esse valor não se altera. Verifique se o estudante percebeu que Jonas recebe R$ 2,00 por entrega feita; portanto, o salário de Jonas aumenta de acordo com a quantidade x de entregas. Se julgar necessário, monte um quadro com o estudante para que ele perceba o valor do salário de Jonas a cada entrega e, a partir disso, chegue à expressão que generaliza o cálculo do salário.

Na **questão 7**, caso o estudante assinale a alternativa a, solicite a ele que calcule o valor que é acrescido ao investimento de Pedro por mês, ou seja, 4% de R$ 3 200,00. Depois, peça-lhe que multiplique esse valor por 3, que é a quantidade de meses a que a afirmação se refere. Espera-se que, ao fazer esses cálculos, o estudante perceba que o juro recebido por Pedro em 3 meses será de R$ 384,00. Portanto, a alternativa a está incorreta.

Depois de ter feito os cálculos para analisar a alternativa a, espera-se que o estudante perceba que o valor acrescido ao investimento de Pedro por mês é R$ 128,00. Assim, caso assinale a alternativa b, verifique se ele fez os cálculos corretamente e se percebeu que é necessário converter os 2 anos em meses para calcular o valor do juro recebido por Pedro. Mostre-lhe que: $128 \cdot 24 = 3\,072$; portanto, o capital de Pedro não será dobrado, e a afirmação da alternativa b está incorreta.

Caso o estudante assinale a alternativa d, verifique se ele converteu 1 ano em 12 meses e multiplicou o juro mensal por 12. Caso ele tenha compreendido o que era necessário fazer e mesmo assim assinalado essa alternativa, é possível que ele tenha cometido algum equívoco nos cálculos. Nesse caso, mostre ao estudante que $0{,}04 \cdot 12 = 0{,}48$, ou seja, a taxa de juro anual corresponde a 48%, e a afirmação da alternativa d também está incorreta.

Caso o estudante cometa algum erro na **questão 8**, verifique se o estudante percebeu que o tempo e a quantidade de chaveiros produzidos são grandezas diretamente proporcionais, pois variam sempre preservando a mesma razão entre elas.

Caso o estudante cometa algum erro na **questão 9**, retome com ele a definição de sentido horário e, depois, analise as figuras apresentadas em cada alternativa. Verifique se o estudante percebeu que, na alternativa a, a figura sofreu uma rotação de 90° no sentido anti-horário ou de 270° no sentido horário; na alternativa c, a figura sofreu uma rotação de 180° em ambos os sentidos, e, na alternativa d, a figura sofreu uma rotação de 240° no sentido anti-horário ou de 120° no sentido horário. Se julgar oportuno, solicite ao estudante que confirme as medidas das rotações realizadas usando um transferidor.

Na **questão 10**, caso o estudante tenha assinalado a alternativa a, é provável que ele tenha apenas calculado a medida do volume da peça sem desconsiderar os vãos que foram entalhados; se o estudante assinalou a alternativa b, pode ser que ele tenha calculado a medida do volume da peça e também a medida do volume correspondente a um dos vãos que foram entalhados, mas não tenha considerado os quatro vãos; se o estudante assinalou a alternativa d, é possível que ele tenha calculado a medida do volume correspondente aos quatro vãos, mas não tenha prosseguido com os cálculos.

Em caso de erro, releia a questão com o estudante e saliente que é necessário subtrair a medida do volume que corresponde aos quatro vãos do volume da peça cúbica.

Na **questão 11**, caso ocorra erro, retome com o estudante a condição de existência do triângulo quanto às medidas de comprimento dos lados e a soma das medidas da abertura dos ângulos internos de um triângulo.

Comente com o estudante que ângulos complementares são aqueles em que a soma das medidas de abertura é igual a 90°.

Assim, não é possível que os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{c}$ sejam complementares, pois a medida de abertura do ângulo $\hat{c}$ é 90°. Portanto, a segunda afirmação é falsa.

Explique que a terceira afirmação é falsa porque, em qualquer triângulo, a medida de comprimento de um lado deve ser menor que a soma das medidas de comprimento dos outros dois lados.

Na **questão 12**, caso o estudante assinale uma alternativa errada, é possível que ele não tenha clareza sobre como proceder para resolver o problema. Nesse caso, explique que, considerando a quantidade de botões testados e a quantidade de botões que apresentaram defeito, é possível estimar a probabilidade de um botão novo apresentar algum tipo de defeito. Analise com o estudante a porcentagem de botões com defeito em relação aos botões testados e verifique se ele percebeu que, nos 4 meses, cerca de 4% dos botões testados apresentaram defeito.

SUGESTÕES PARA PESQUISA OU CONSULTA PARA O PROFESSOR

Sugestões de livros

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Tradução de: Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2018.

O livro aponta por que a Matemática é vista como vilã pelas pessoas. Por meio de pesquisas, mostra aos professores e pais como ajudar os estudantes a transformar as experiências negativas com a Matemática em mentalidades de crescimento. Aborda ainda a questão do erro como uma forma de crescimento e traz atividades práticas que podem ser aplicadas dentro e fora da sala de aula.

BOALER, J.; MUNSON, J.; Willian, C. **Mentalidades matemáticas na sala de aula**: ensino fundamental. Porto Alegre: Penso, 2019.

Este livro traz atividades práticas e desafiadoras – alinhadas à BNCC – que permitem ao professor engajar seus estudantes a partir de uma nova concepção de Matemática, mais aberta e criativa e que promove o protagonismo dos estudantes.

BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação do Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre: UFRGS, 2017.

Essa pesquisa teve como objetivo verificar a possibilidade de desenvolver o pensamento computacional na Educação Básica utilizando exclusivamente atividades desplugadas (sem o uso de computadores). Nesse trabalho encontram-se diferentes sugestões de atividades que podem ser realizadas em sala de aula sem o uso do computador.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. (org.). **O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica [livro eletrônico]**: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018.

A obra compartilha propostas de sala de aula relacionadas ao Pensamento Algébrico que vão da Educação Infantil ao Fundamental II. Traz tarefas elaboradas e colocadas em prática, bem como os resultados obtidos com esse trabalho nas diferentes turmas pelos integrantes do Grucomat (Grupo Colaborativo de Matemática). O *link* de acesso para a obra está disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf.

PONTE, J. P. *et al*. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

O livro mostra como práticas de investigação desenvolvidas por matemáticos podem ser usadas na sala de aula e as vantagens e as dificuldades de se trabalhar nessa perspectiva.

TORRES, J. D. S. **Jogos de Matemática e de Raciocínio Lógico**. 2 ed. Petrópolis: Vozes, 2013.

O livro apresenta uma coletânea de jogos de matemática e raciocínio lógico, que podem ser propostos em qualquer momento do ano letivo. São propostos jogos com números, jogos com xadrez e dominó, sofismas e diferentes tipos de enigma.

Sugestões de *sites*

- Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM):

http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/
Acesso em: 5 jun. 2022.
Disponibiliza informações sobre eventos regionais, nacionais e internacionais na área de educação matemática.

- Educação Matemática e Tecnologia Informática (Edumatec):

http://www.edumatec.mat.ufrgs.br
Acesso em: 5 jun. 2022.
O *site* oferece *softwares*, atividades, artigos e *links* de interesse para o professor de Matemática.

- Laboratório de Ensino de Matemática (LEM):

http://www.usp.br/line/lem1.html
Acesso em: 5 jun. 2022.
Site do Laboratório de Ensino de Matemática, objetiva difundir o ensino de Matemática por meio do computador, trazendo *softwares* educacionais, apostilas e informações nessa área.

- Plataforma Laplace

https://www.bancolaplace.com.br/
Acesso em: 5 jun. 2022.
A plataforma traz questões com resoluções completas, jogos, resumos teóricos e videoaulas por assunto ou habilidade. O professor pode ainda gerar provas digitais e simulados dos principais vestibulares com correção automática.

- Plataforma Youcubed:

https://www.youcubed.org/pt-br/
Acesso em: 5 jun. 2022.
A plataforma foi desenvolvida pela Universidade de Stanford, pelas professoras Jo Boaler e Cathy Willians. Foi traduzido pelo Instituto Sidarta e Itaú Social. Traz conteúdos como atividades, jogos, aplicativos e videoaulas para ensinar Matemática de forma criativa. É baseado nas ideias do livro *Mentalidades matemáticas*, de Jo Boaler.

- Rede Mentalidades Matemáticas (Rede MM):

https://mentalidadesmatematicas.org.br/
Acesso em: 19 jul. 2022.
O *site* é uma criação do Instituto Sidarta em parceria com o Centro de Pesquisas Youcubed, da Universidade de Stanford, com o suporte do Itaú Social. Traz informações, recursos, cursos, artigos científicos e atividades variadas para a aplicação das ideias das mentalidades matemáticas, propagadas pela professora Jo Boaler.

- *Site* oficial da família e dos admiradores do matemático Malba Tahan:

https://malbatahan.com.br/
Acesso em: 19 jul. 2022.
O *site* traz teses, dissertações, artigos e relatos referentes a esse matemático que esteve à frente do seu tempo, propondo uma Matemática com significado. Possui desafios matemáticos.

- Nova Escola:

https://novaescola.org.br/conteudo/12858/inclusao-voce-ja-ouviu-falar-em-tecnologias-assistivas
Acesso em: 8 ago. 2022.
Disponibiliza diversos recursos digitais gratuitos que poderão ajudá-lo na inclusão de estudantes com deficiência.

Sugestões de vídeos

- Coleção Matemática Multimídia, da Universidade de Campinas (Unicamp):

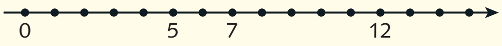
https://m3.ime.unicamp.br/
Acesso em: 5 jun. 2022.
O *site* traz diversos vídeos com conteúdos de Matemática voltados para o Ensino Médio. Alguns desses conteúdos podem ser trabalhados com estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental e são acompanhados de um “Guia do Professor”. Além dos vídeos, no *site* é possível encontrar experimentos, *softwares* e áudios.

REVISÃO DOS CONTEÚDOS DE ANOS ANTERIORES

Para o capítulo 1: Números inteiros

Páginas 10 e 11

1. Compondo a reta com pontos espaçados com mesma distância e apontando a origem, temos:



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

2. **a)** A reta representada tem pontos espaçados a cada uma unidade; assim, associamos: $A \rightarrow 8$ e $B \rightarrow 29$.

b) A reta representada tem pontos espaçados a cada duas unidades; assim, associamos: $C \rightarrow 11$ e $D \rightarrow 21$.

c) A reta representada tem pontos espaçados a cada cinco unidades; assim, associamos: $E \rightarrow 25$, $F \rightarrow 30$ e $G \rightarrow 35$.

3. Representação **b**, já que é a única em que os pontos representados na reta estão igualmente espaçados e no sentido crescente para a direita.

4. Considerando que a reta representada tem pontos espaçados a cada 10 unidades, temos: $M \rightarrow 50$ e $N \rightarrow 70$.

5. **a)** Elemento neutro da adição, pois há a adição de zero.

b) Comutativa, já que a ordem das parcelas não interfere na soma.

c) Associativa, porque podemos fazer adições parciais com diferentes parcelas e obter a mesma soma.

d) Elemento neutro e comutativa, já que, comparando as igualdades, alteramos a ordem das parcelas da soma e adicionamos o zero.

6. Utilizando a propriedade comutativa, alteramos a ordem e obtemos os valores possíveis para os itens hachurados.

a) 26 + 52 = **52** + 26
c) 100 + 98 = **98** + **10**
b) 150 + 63 = 63 + **150**
d) 89 + **52** = 52 + **89**

7. Sentença **c**: usamos parênteses para selecionar parcelas a serem adicionadas em cada caso.

8. **a)** "um". O número 1 como fator de uma multiplicação não altera o valor do produto.

b) "comutativa". A propriedade comutativa garante a troca dos fatores sem alteração do produto.

c) "associativa". A propriedade associativa pode ser utilizada em multiplicações com mais de dois fatores.

9. Após aplicar a propriedade distributiva, temos:

a) $2 \cdot 91 + 2 \cdot 12 = 182 + 24 = 206$

b) $15 \cdot 9 + 15 \cdot 10 = 135 + 150 = 285$

c) $10 \cdot 20 + 10 \cdot 180 = 200 + 1\,800 = 2\,000$

10. Utilizando a propriedade associativa, podemos obter:

a) $7 \cdot (50 \cdot 12) = (7 \cdot 50) \cdot 12$

b) $(14 \cdot 10) \cdot 5 = 14 \cdot (10 \cdot 5)$

c) $120 \cdot (3 \cdot 5) = (120 \cdot 3) \cdot 5$

11. Pela definição de potência de expoente natural, podemos dizer que:

a) $51 \cdot 51 \cdot 51 \cdot 51 = 51^4$
b) $10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$

12. **a)** Em 29^2 o número 2 é chamado de expoente.

b) O número 6 é base de 6^5.

c) O resultado de 32 é chamado de potência.

13. $2^5 = 32$; $5^2 = 25$; $15^1 = 15$; $1^{15} = 1$; $0^9 = 0$; $12^2 = 144$.
Assim, resulta a associação: A – IV; B – V; C – III; D – II; E – I; F – VI.

Para o capítulo 2: Múltiplos e divisores

Páginas 12 e 13

14. **a)** 0, 6, 12, 18, 24
c) 0, 9, 18, 27, 36
b) 0, 10, 20, 30, 40
d) 0, 15, 30, 45, 60

15. Pela definição de múltiplo, podemos identificar as possibilidades a seguir.

a) 1, 10
b) 1, 2, 3, 6
c) 3, 12
d) 2, 4, 8

16. Justificando cada afirmação, temos:

a) Verdadeira; podemos representar todo natural como uma multiplicação com 1 como fator.

b) Falsa; zero é múltiplo de todos os números, mas com exceção do próprio zero, não há natural a tal que a x 0 = a.

c) Falsa; não há natural a tal que $6 \cdot a = 3$. Por consequência, se $b < c$, com b e c naturais e diferentes de zero, não há como b ser múltiplo de c. Use este item para introduzir ideias relacionadas a abstração, verificando com os estudantes que é impossível localizar um valor que satisfaça $6 \cdot a = 3$ nos naturais observando a lista dos múltiplos de 6.

d) Falsa; 5 é múltiplo de 1 e 1 é divisor de 5, mas 1 não é múltiplo de 5.

e) Verdadeiro; zero é múltiplo de todos os números.

f) Falsa; 100 é múltiplo de 25 e 25 é divisor de 100, mas 25 não é múltiplo de 100.

17. Considerando os possíveis números, temos as seguintes possibilidades para cada caso.

a) 1, 3 ou 5
c) 1 ou 3
b) 1, 2, 3 ou 4
d) 1 ou 3

18. **a)** 1, 2, 5 e 10

b) 1, 2, 4, 8 e 16

c) 1 e 17

d) 1, 3, 11 e 33

19. Considerando os números do quadro e os critérios de divisibilidade apresentados, temos as seguintes distribuições:

a) Temos todos os pares, assim, 12, 14, 16, 18 e 20.

b) Somando os algarismos, os divisíveis por 3 são 12, 15 e 18.

c) São os números 12, 16 e 20.

d) São os números terminados em 5 ou 0, ou seja, 15 e 20.

e) São os números divisíveis por 2 e 3, ou seja, 12 e 18.

f) É divisível por 9 somente 18 (1 + 8 = 9).

20. Dos números dispostos, os divisíveis por 3 são: 102, 204 e 312. É possível verificar adicionando os algarismos dos números e verificando se a soma é divisível por 3 (1 + 0 + 2 = 3; 2 + 0 + 4 = 6; 3 + 1 + 2 = 6).

21. Justificando cada uma das afirmações, temos:

a) Verdadeira; 100 é divisível por 2 (100 é par) e por 5 (é um número terminado em 0).

b) Falsa; 21 é divisível por 3 (a soma dos algarismos é 3) e não é divisível por 6 (não é par).

c) Verdadeira; 32 é divisível por 2 (par) e é divisível por 4 (ele é divisível por 2 duas vezes).

d) Falsa; 25 é divisível por 5 (terminado em 5) e não é divisível por 10 (não é terminado em 0).

e) Verdadeira; 2000 é divisível por 4 (é terminado em 00) e por 8 (terminado em 000).

22. Considerando os valores apresentados, temos que:

a) todos os números são divisíveis por 10, pois todos são terminados em 0;

b) somente 200, 300, 1500 e 2000 são divisíveis por 100 (terminados em 00);

c) somente 2000 é divisível por 1000, pois é o único terminado em 000.

23. Justificando cada afirmativa, temos:

a) Falsa; 2 é divisível por 2 e por 1 somente, ou seja, é primo.

b) Falsa; 33 tem como divisores 33, 11, 3 e 1, tendo mais de 2 divisores distintos.

c) Verdadeira; os divisores de 45 são 45, 15, 5, 3 e 1.

d) Verdadeira; os únicos divisores de 17 são 17 e 1.

24. **a)** Os divisores de 42 são 1, 2, 3, 6, 7,14, 21 e 42.

b) Os divisores de 41 são 1 e 41.

c) Os divisores de 36 são 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36.

d) Os divisores de 35 são 1, 5, 7 e 35.

e) Os divisores de 53 são 1 e 53.

25. **a)** Primos: 41 e 53, pois têm somente dois divisores.

b) Compostos: 42, 36 e 35. Esses números possuem mais de dois divisores.

Para o capítulo 3: Retas e ângulos

Páginas 13 a 15

26. Justificando cada afirmação, temos:

a) Falsa. Semirretas têm apenas uma extremidade.

b) Verdadeira. Segmentos de retas são limitados por duas extremidades.

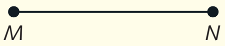
c) Falsa. Segmentos de retas são definidos por dois pontos ou extremidades.

d) Verdadeira. A semirreta possui um ponto de origem e é ilimitada em uma direção e sentido.

27. Exemplos de respostas (há outras possibilidades):

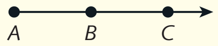
a)

b)



c)

d)



28. O ângulo $C\hat{A}B$ precisa ser representado com o ponto A como vértice do ângulo. Assim, a representação correta é a do item **a**.

29. Justificando cada afirmação, temos:

a) Falsa. Um ângulo obtuso mede mais de 90°.

b) Verdadeira. Como 75° < 90°, temos então um ângulo agudo.

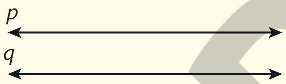
c) Verdadeira. Todo ângulo reto mede 90°.

d) Falsa. A medida do ângulo obtuso está entre 90° e 180°. Um ângulo de 180° é chamado raso.

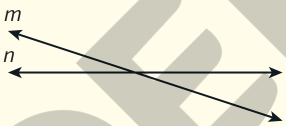
e) Falsa. Todo ângulo agudo mede menos de 90°.

30. Considerando as descrições dos itens, podemos sugerir como resposta:

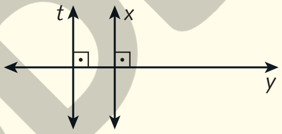
a)



b)



c)



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

31. Por definição, retas concorrentes que formam ângulo reto são perpendiculares.

Para o capítulo 4: Frações

Página 16

32. **a)** $\frac{5}{8}$ **c)** $\frac{1}{5}$

b) $\frac{10}{1000}$ **d)** $\frac{3}{12}$

33. Associando cada fração com a respectiva leitura, resulta:
A – II; B – V; C – IV; D – III; E – I.

34. Representado cada fração mista, temos:

a) $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ **c)** $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$

b) $\frac{11}{5} = 2 + \frac{1}{5} = 2\frac{1}{5}$ **d)** $\frac{17}{3} = 5 + \frac{2}{3} = 5\frac{2}{3}$

35. Associando cada fração à respectiva equivalente, temos:
A – II; B – V; C – I; D – IV; E – III.

36. Simplificando as frações, temos:

a) $\frac{16}{40} = \frac{16 : 8}{40 : 8} = \frac{2}{5}$ **c)** $\frac{50}{48} = \frac{50 : 2}{48 : 2} = \frac{25}{24}$

b) $\frac{9}{33} = \frac{9 : 3}{33 : 3} = \frac{3}{11}$ **d)** $\frac{4}{20} = \frac{4 : 4}{20 : 4} = \frac{1}{5}$

Para o capítulo 5: Números racionais

Páginas 16 a 18

37. Completando os espaços, temos:

- **a)** >; como ambas têm o mesmo denominador, é maior a fração de maior numerador.
- **b)** >; como ambas têm o mesmo numerador, é maior a fração de menor denominador.
- **c)** <; $\frac{5}{6}$ é maior que a metade.
- **d)** <; $\frac{4}{9}$ é mais próximo da metade que $\frac{3}{10}$.
- **e)** >; comparando as partes decimais, 0,52 > 0,45.
- **f)** <; comparando as partes inteiras, 10 < 11.
- **g)** <; comparando as partes decimais, 0,004 < 0,010.
- **h)** >; comparando as partes decimais, 0,45 > 0,40.

38. Ordenando as frações e decimais dos itens propostos, temos:

- **a)** $\frac{6}{13}, \frac{6}{10}, \frac{6}{5}$ (crescente à medida que o denominador diminui).
- **b)** $\frac{1}{10}, \frac{5}{10}, \frac{7}{10}$ (crescente à medida que o numerador aumenta).
- **c)** 0,025; 0,205; 0,25 (crescente à medida que o número se aproxima de 1).
- **d)** 0,168; 1,68; 16,8 (crescente à medida que a parte inteira aumenta).

39.

a) $\frac{5}{9}+\frac{10}{9} = \frac{5+10}{9} = \frac{15}{9} = \frac{15:3}{9:3} = \frac{5}{3}$

b) $\frac{3}{13}-\frac{1}{13} = \frac{3-1}{13} = \frac{2}{13}$

c) $\frac{5}{24}+\frac{5}{12} = \frac{5}{24}+\frac{10}{24} = \frac{5+10}{24} = \frac{15}{24} = \frac{15:3}{24:3} = \frac{5}{8}$

d) $\frac{1}{3}-\frac{4}{30} = \frac{10}{30}-\frac{4}{30} = \frac{10-4}{30} = \frac{6}{30} = \frac{6:6}{30:6} = \frac{1}{5}$

40. Para cada soma de decimais, temos:

a)
$$\begin{array}{r} 00{,}03 \\ \underline{+11{,}20} \\ 11{,}23 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 45{,}60 \\ \underline{-13{,}02} \\ 32{,}58 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 123{,}01 \\ \underline{+000{,}98} \\ 123{,}99 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r} 56{,}95 \\ \underline{-12{,}10} \\ 44{,}85 \end{array}$$

41.

a) $\frac{3}{7}\cdot\frac{1}{5} = \frac{3\cdot 1}{7\cdot 5} = \frac{3}{35}$

b) $\frac{2}{9}\cdot\frac{2}{9} = \frac{2\cdot 2}{9\cdot 9} = \frac{4}{81}$

c) $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{7} = \frac{2}{2\cdot 7} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$

d) $\frac{3}{10}\cdot 3 = \frac{3}{10}\cdot\frac{3}{1} = \frac{3\cdot 3}{10\cdot 1} = \frac{9}{10}$

42. Realizando as operações, temos:

A. $9{,}5 \cdot 0{,}3 = 2{,}85$
B. $12{,}1 \cdot 0{,}01 = 0{,}121$
C. $3{,}004 \cdot 2 = 6{,}008$
D. $14{,}2 \cdot 0{,}6 = 8{,}52$

Associando as multiplicações aos respectivos produtos, temos: A – III; B – IV; C – II; D – I.

43.

a) $\frac{1}{7}:\frac{2}{5} = \frac{1}{7}\cdot\frac{5}{2} = \frac{1\cdot 5}{7\cdot 2} = \frac{5}{14}$

b) $\frac{5}{8}:\frac{3}{8} = \frac{5}{8}\cdot\frac{8}{3} = \frac{5\cdot 8}{8\cdot 3} = \frac{40}{24} = \frac{5}{3}$

c) $\frac{1}{2}:\frac{3}{10} = \frac{1}{2}\cdot\frac{10}{3} = \frac{1\cdot 10}{2\cdot 3} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

d) $\frac{5}{4}:6 = \frac{5}{4}\cdot\frac{1}{6} = \frac{5}{4\cdot 6} = \frac{5}{24}$

44.

a) $15{,}6 : 5 = 3{,}12$

b) $73{,}2 : 12 = 6{,}1$

c) $10{,}24 : 1{,}25 = 8{,}192$

d) $34{,}5 : 0{,}03 = 3\,450 : 3 = 1\,150$

Para o capítulo 6: Linguagem algébrica e regularidades

Página 18

45.

a) $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$; $2 + 3 + 4 = 9$. A sentença original é verdadeira.

b) $23 \cdot 1 + 9 = 32 \neq 230$. A sentença original é falsa.

c) $15 \cdot 3 = 45$; $5 \cdot 3 \cdot 3 = 45$. A sentença original é falsa.

d) $140 : 14 = 10$; $140 : 10 = 14$. A sentença original é verdadeira.

46.

a) $57 - 30 = 27$; $5 \cdot 10 = 50$; $57 - 30 < 5 \cdot 10$

b) $2 \cdot 8 \cdot 9 = 144$; $2 + 8 + 9 = 19$; $2 \cdot 8 \cdot 9 \neq 2 + 8 + 9$

c) $100 + 20 + 5 = 125$; $25 \cdot 5 = 125$; $100 + 20 + 5 = 25 \cdot 5$

47. Seguindo as orientações de cada item, temos os seguintes exemplos de respostas:

a) $23 + 9 = 4 \cdot 8$

b) $8 + 1 + 3 = 10 + 2$

c) $2 \cdot 30 = 80 - 20$

48. Seguindo as orientações em cada item, temos:

a) $33 - 3 + 12 = 30 + 12$
$30 + 12 = 42$
$42 = 42$

b) $33 - 3 - 5 = 30 - 5$
$30 - 5 = 25$
$25 = 25$

c) $(33 - 3) \cdot 3 = 30 \cdot 3$
$30 \cdot 3 = 30 \cdot 3$
$90 = 90$

d) $(33 - 3) : 3 = 30 : 3$
$30 : 3 = 30 : 3$
$10 = 10$

Para o capítulo 7: Porcentagem e juro simples

Páginas 19 e 20

49. Utilizando a definição de porcentagem, temos:

A. $\frac{12}{100} = 12\%$

B. $\frac{120}{100} = 120\%$

C. $\frac{4}{100} = 4\%$

D. $\frac{40}{100} = 40\%$

Assim, associamos: A – II; B – III; C – IV; D – I.

50. Temos:

a) $\frac{3}{10} = \frac{30}{100} = 30\%$

b) $\frac{27}{100} = 27\%$

c) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$

d) $\frac{60}{200} = \frac{30}{100} = 30\%$

51. Temos:

a) $66\% = \frac{66}{100} = 0{,}66$

b) $166\% = \frac{166}{100} = 1{,}66$

c) $1{,}25\,\% = \dfrac{1{,}25}{100} = \dfrac{125}{10\,000} = 0{,}0125$

d) $\dfrac{100}{100} = 1$

52. **a)** $28\% = 0{,}28 \neq 2{,}8$. Incorreto.

b) $32\% = 0{,}32 \neq 0{,}032$. Incorreto.

c) $6{,}3\% = 0{,}063$. Correto.

d) $131\% = 1{,}31 \neq 13{,}1$. Incorreto.

53. **a)** $\dfrac{55}{100}$ de $60 = \dfrac{55}{100} \cdot 60 = 33$

b) $\dfrac{28}{100}$ de $10 = \dfrac{28}{100} \cdot 10 = 2{,}8$

c) $\dfrac{30}{100}$ de $300 = \dfrac{30}{100} \cdot 300 = 90$

d) $\dfrac{90}{100}$ de $15 = \dfrac{90}{100} \cdot 15 = 13{,}5$

54. **a)** Verdadeira; $\dfrac{10}{100}$ de $66 = \dfrac{10}{100} \cdot 66 = 6{,}6$.

b) Verdadeira; $\dfrac{15}{100}$ de $200 = \dfrac{15}{100} \cdot 200 = 30$.

c) Falsa; $\dfrac{75}{100}$ de $120 = \dfrac{75}{100} \cdot 120 = 90$.

d) Falsa; $\dfrac{82}{100}$ de $12 = \dfrac{82}{100} \cdot 12 = 9{,}84$.

55. **a)** 1 parte de 4 está pintada, assim, temos:

$\dfrac{1}{4} = \dfrac{25}{100} = 25\%$

b) 3 partes de 4 estão pintadas, assim, temos:

$\dfrac{3}{4} = \dfrac{75}{100} = 75\%$

c) 5 de 10 partes estão pintadas, assim, temos:

$\dfrac{5}{10} = \dfrac{50}{100} = 50\%$

d) 1 parte de 4 está pintada, assim, temos:

$\dfrac{1}{4} = \dfrac{25}{100} = 25\%$

56. **a)** Temos 5 de 10, ou seja, a metade está pintada (50%).

b) Temos 10 de 16, ou seja, mais da metade está pintada (> 50%).

c) Temos 2 de 6, ou seja, menos da metade está pintada (< 50%).

d) Temos 4 de 12, ou seja, menos da metade está pintada (< 50%).

Para o capítulo 8: Proporcionalidade

Página 20

57. Se em 1 caixa temos 250 g, em 3 caixas temos o triplo da massa, ou seja, 750 g, já em 9 caixas, temos o triplo da massa de 3 caixas, ou seja, 2250 g.

58. Utilizando a proporcionalidade e completando o quadro, temos:

NÚMERO DE CADERNOS	VALOR A PAGAR
1	R$ 12,00
2	R$ 24,00
5	R$ 60,00 **(× 5)**
10	R$ 120,00 **(× 10)**
15	R$ 180,00 **(× 15)**
100	R$ 1 200,00

Para o capítulo 9: Transformações geométricas

Página 21

59. **a)** Verificando as coordenadas, temos:

$A(0,2)$; $B(1,3)$ e $C(4,3)$.

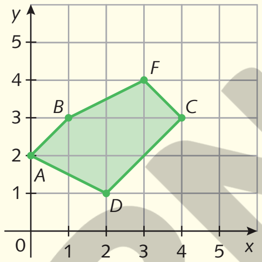
b) Os pontos com a mesma abscissa são E e F, na abscissa $x = 3$.

c) Temos A e E na ordenada $y = 2$ e B e C na ordenada $y = 3$.

d) Verificando as coordenadas encontramos o ponto F.

60. Um triângulo, pois é definido por 3 vértices (três pontos não alinhados).

61. Exemplo de resposta:



62. As coordenadas do triângulo original são: $A(2, 7)$; $B(8, 7)$ e $C(5, 2)$. Assim:

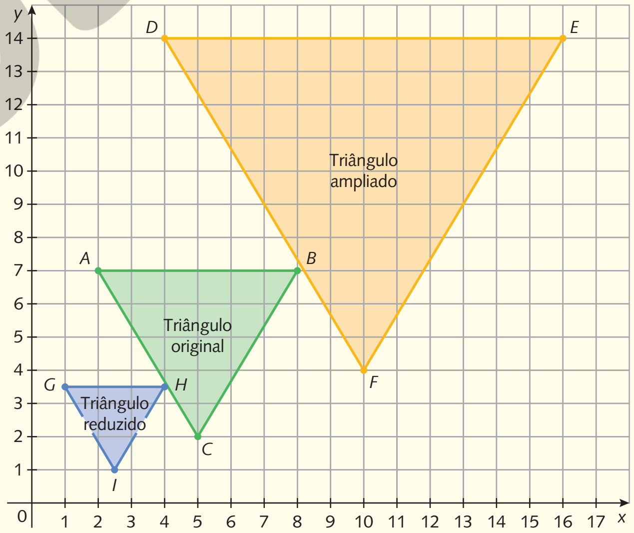
a) Multiplicamos cada coordenada por 2, obtendo:

$A'(4, 14)$; $B'(16, 14)$ e $C'(10, 4)$.

b) Dividindo cada coordenada por 2, temos:

$A''(1, \frac{7}{2})$; $B''(4, \frac{7}{2})$ e $C''(\frac{5}{2}, 1)$.

63. Representando os triângulos no mesmo plano, temos:



Para o capítulo 10: Grandezas e medidas

Páginas 21 a 23

64. **a)** Há 5 ■ compondo a figura, assim, a medida da área será de 5 ■ .

b) Como cada ■ pode ser decomposto em 2 ◤, a medida da área será de $2 \cdot 5 = 10$ ◤.

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

65. Utilizando as medidas da área de retângulos e triângulos, temos:

a) $A_{ret} = \text{base} \cdot \text{altura} = 2{,}5 \cdot 10 = 25 \Rightarrow A_{ret} = 25\ \text{cm}^2$

b) $A_{tri} = \frac{1}{2}(\text{base} \cdot \text{altura}) = \frac{8 \cdot 6}{2} = \frac{48}{2} = 24 \Rightarrow A_{tri} = 24\ \text{cm}^2$

66. Utilizando o  como padrão, temos:

a) $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$ 

b) $4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ 

67. Podemos calcular as medidas dos volumes pelo produto das suas dimensões (comprimento, altura e largura).

a) $V = 5 \cdot 7 \cdot 4 = 140 \Rightarrow V = 140\ \text{m}^3$

b) $V = 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}5 = 15{,}625 \Rightarrow V = 15{,}625\ \text{m}^3$

Para o capítulo 11: Figuras geométricas planas

Páginas 23 e 24

68. **a)** *C* e *F* são vértices.

b) $\overline{AB}$ e $\overline{ED}$ são lados.

c) $A\hat{B}C$ é um ângulo interno.

d) $\overline{FC}$ e $\overline{FB}$ são diagonais.

69. **a)** Polígono de 9 lados – eneágono

b) Polígono de 10 lados – dodecágono

c) Polígono de 5 lados – pentágono

d) Polígono de 6 lados – hexágono

70. **a)** Falso; nenhum dos triângulos é retângulo.

b) Falso; o triângulo da direita não é isósceles.

c) Verdadeiro; o triângulo de esquerda é equilátero e o da direita é escaleno.

d) Verdadeiro; o triângulo da esquerda é acutângulo e o da direita é obtusângulo.

71. Classificando cada triângulo, temos:

a) Acutângulo; há somente ângulos agudos no triângulo.

b) Escaleno; os três lados têm medidas diferentes.

c) Retângulo e isósceles; o triângulo apresenta um ângulo reto e dois lados de medidas iguais.

Para o capítulo 12: Probabilidade e estatística

Página 24

72. Para os eventos, temos:

a) 3 resultados desejados (2, 4 e 6) entre 6, assim, a probabilidade é $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

b) 3 resultados desejados (2, 3 e 5) entre 6, assim, a probabilidade é $\frac{1}{2}$.

c) agora somente 2 resultados desejados (1 e 2) entre 6, assim, a probabilidade é $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

73. Espera-se que os estudantes, em *sites*, jornais ou revistas, busquem gráficos que representem dados diversos. É importante que eles identifiquem o tema que cada gráfico explora, visualizando as informações presentes nos seus eixos e no título. Verifique também, com os estudantes, as fontes das informações apresentadas no gráfico, garantindo a veracidade do que está sendo apresentado nas mídias pesquisadas. Por fim, espera-se que os estudantes consigam realizar conclusões ou inferências a respeito das informações apresentadas no gráfico.

UNIDADE 1

Abertura – página 25

Na abertura de unidade, espera-se recolher as concepções dos estudantes a respeito da presença dos números inteiros no cotidiano, verificando seu uso em temperaturas. Questione os estudantes a respeito do significado das temperaturas negativas (–18 °C e –20 °C), podendo verificar o conhecimento prévio dos estudantes com questionamentos como: “O que é mais frio, –18 °C ou –20 °C?”.

CAPÍTULO 1 - NÚMEROS INTEIROS

Trocando ideias – página 26

- Para compreender os impactos das atividades humanas no aquecimento global, leia com os estudantes o artigo sobre mudanças climáticas do WWF, disponível em: https://www.wwf.org.br/natureza_brasileira/reducao_de_impactos2/clima/mudancas_climaticas2/. Acesso em: 12 maio 2022.

  É importante trazer o impacto do uso de combustíveis fósseis para geração de energia e transporte no aumento da concentração de gases geradores de efeito estufa, aumentando a temperatura terrestre.
- Menor. Espera-se que os estudantes respondam que sabem que é menor por causa da presença do sinal de menos (–) antes dos números.

Atividades – página 30

1. **a)** +7, +4, +18, +76, +25

b) –3, –9, –36

c) Não é positivo nem negativo.

2. **a)** Débitos são representados por valores negativos: –R$ 3 000,00

b) Lucros são representados por valores positivos: +R$ 1 200,00

c) Elevações são representadas por valores positivos: +2 300 m

d) Depressões são representadas por valores negativos: –500 m

3. Podemos representar o 3º subsolo como –3 e o 10º andar como +10, assim, ela percorreu 13 andares.

4. Saldo de gols de cada país:

Brasil: 40 – 5 = 35
Argentina: 27 – 8 = 19
Uruguai: 22 – 22 = 0
Equador: 27 – 19 = 8
Peru: 19 – 22 = –3
Colômbia: 20 – 19 = 1
Chile: 19 – 26 = –7
Paraguai: 12 – 26 = –14
Bolívia: 23 – 42 = –19
Venezuela: 14 – 34 = –20

5. Considerando o saldo inicial (dia 20/1) de R$ 1 560,00, temos:

- em 21/1 → retirou metade do saldo, ou seja, R$ 780,00, sobrando a outra metade como saldo;
- em 22/1 → depositou R$ 180,00, aumentando seu saldo para R$ 960,00;

- em 23/1 → retirou R$ 300,00, diminuindo seu saldo para R$ 660,00.

Completando o quadro, temos:

DIA	SALDO ANTERIOR	CRÉDITO	DÉBITO	SALDO
21/1	R$ 1 580,00	–	R$ 780,00	R$ 780,00
22/1	R$ 780,00	R$ 180,00		R$ 960,00
23/1	R$ 960,00	–	R$ 300,00	R$ 660,00

6. Um exemplo de problema é dado a seguir:
"Pedro, ao verificar o seu extrato no banco, notou um saldo de +R$ 300,00 na sua conta. Ao realizar a compra de um eletrodoméstico, verificou novamente seu extrato bancário e constatou saldo negativo de –R$ 150,00. Quanto custou o eletrodoméstico?".

7. A temperatura variou de –1 °C para –6 °C; assim, a temperatura diminuiu em 5 °C. É importante notar que, neste caso, não podemos dizer que a temperatura diminuiu em –5 °C, pois isso implica aumento de temperatura de 5 °C.

8. A medida era menor em Berna, já que –8 °C é menor que –2 °C.

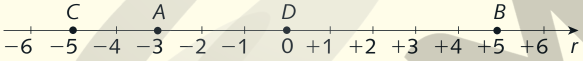
Balão de fala – página 31

Espera-se que os estudantes percebam que, repetindo o procedimento, representaríamos os pontos situados à esquerda da origem na reta *r*, aos quais corresponderiam os números inteiros negativos.

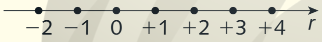
Atividades – página 32

9. **a)** O número –1 corresponde ao ponto *B*.
b) O ponto *A* é correspondente ao número –4.
c) O ponto *D* é correspondente ao número +5.
d) O ponto *C* corresponde ao número +2.
e) O ponto *E* corresponde ao número +6.

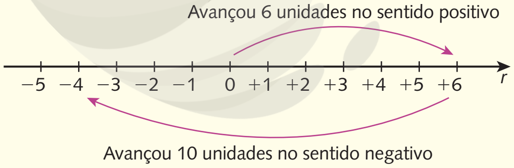
10. Representando a reta, temos:



11. Traçando uma reta conforme orientado, temos:



12. Podemos representar a situação da seguinte forma:
Assim, o número inteiro correspondente é –4.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

13. Pelas informações do gráfico, temos:
a) Fevereiro, pois foi o mês em que o saldo é dado por –40.
b) 35 mil reais ou +R$ 35 000,00.
c) Somando todos os valores, temos:
25 – 40 + 35 – 25 + 40 + 10 = 45, resultando em um lucro de 45 mil reais.

Atividades – página 33

14. **a)** O oposto de –6 é –(–6) = +6
b) O oposto de 100 é –(100) = –100
c) O posto de –7 é –(–7) = +7
d) O oposto de 8 é –(8) = –8

15. Determinar o valor absoluto significa determinar o módulo do número:
a) |+13| = 13
b) |+50| = 50
c) |–21| = –(–21) = 21
d) |–116| = –(–116) = 116

16. **a)** |–16| = –(–16) = 16
b) |–20| = –(–20) = 20
c) |+35| = 35
d) |–1| = –(–1) = 1
e) |0| = 0
f) |–14| = –(–14) = 14
g) |+239| = 239
h) |–524| = –(–524) = 524

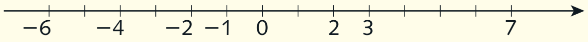
17. **a)** |–13| = – (–13) = 13
b) –(–318) = +318
c) +17 e –17

18. **a)** Nenhum, pois não há medidas de distância negativas.
b) Um único número, o zero, já que ele coincide com a origem.
c) Infinitos números, pois todo número com exceção do zero representa uma distância da origem maior que zero.

19. Espera-se que os estudantes percebam que qualquer número positivo pode ser usado para completar a frase.

Atividades – página 35

20. Verificando a representação a seguir, temos:



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) O maior dos números citados é o 7.
b) O menor dos números citados é o –6.
c) O número inteiro entre –4 e –2 é o –3.

21. Ordenando em ordem decrescente, temos:
7 > 6 > 3 > 0 > –1 > –4 > –8

22. **a)** +3 > +2. O natural de maior módulo é maior.
b) –5 > –6. O número negativo de maior módulo é menor.
c) –4 < +4. Números positivos são maiores que negativos.
d) 0 > –1. O zero é maior que todo negativo.
e) +2 > 0. O zero é menor que todo positivo.
f) –2 < –1. O número negativo de maior módulo é menor.
g) –3 > –4. O número negativo de maior módulo é menor.
h) 0 > –10. O zero é maior que todo negativo.

23. Achar o antecessor equivale a subtrair uma unidade, achando seu vizinho pela esquerda. Achar o sucessor equivale a somar uma unidade, localizando seu vizinho pela direita.

a) (–9) – (1) = –10, assim, –10 é o antecessor de –9.

b) –14 + 1 = –13, assim –13 é o sucessor de –14.

c) Pela reta numérica, temos: 0, –1 e –2.

d) –13 + 1 = –12, então, –12 é o sucessor de –13.

24. **a)** Tales de Mileto, pois nasceu em ano anterior ao nascimento de Pitágoras (624 a.C. aconteceu antes de 580 a.C.).

b) Entre 624 a.C. e 580 a.C. temos 44 anos

(–580 – (–624) = 44).

25. **a)** Seu antecessor, ou seja, –51.

b) –999, pois é o sucessor de –1 000, maior número negativo de quatro algarismos.

Atividade em grupo – página 36

a) A adição de números positivos resulta em valores positivos.

b) A adição de números negativos resulta em valores negativos.

c) Espera-se que os estudantes percebam que o resultado de uma adição em que uma das parcelas é zero será:

- positivo se a outra parcela for positiva;
- negativo se a outra parcela for negativa;
- zero se a outra parcela for igual a zero.

d) Os resultados podem ser positivos, negativos ou iguais a zero. Espera-se que os estudantes percebam que o sinal do resultado é o mesmo do número de maior módulo ou que, se um número é o oposto do outro, o resultado é igual a zero.

Atividades – páginas 37 e 38

26. **a)** (+5) + (+3) = 5 + 3 = 8

b) (–7) + (–10) = –7 – 10 = –17

c) 0 + (–8) = 0 – 8 = –8

d) (+5) + (–20) = 5 – 20 = –15

e) (–40) + (+13) = –40 + 13 = –27

f) (–8) + (–17) = – 8 – 17 = –25

27. Como a pessoa retirou mais dinheiro do que havia de saldo, seu saldo se tornou negativo:

600 – 1 000 = –400: o saldo será de –R$ 400,00.

28. Consideramos cada subida uma adição, e cada descida uma subtração:

8 000 m + 3 000 m – 4 500 m = 11 000 m – 4 500 m = 6 500 m

29. Considerando as informações do problema, temos:

a) Somando as parcelas das semanas, temos:

+R$ 5 680,00 – R$ 1 329,00 + R$ 2 400,00 – R$ 4 260,00 =
= +R$ 2 491,00

b) O número é positivo, representando lucro.

30. Exemplo de resposta: "No último campeonato, meu time marcou 3 gols e sofreu 28. Qual foi o saldo de gols do meu time?".

31. Pelas definições, temos:

a) Elemento neutro (soma com o 0) e comutativa (ordem das parcelas).

b) Comutativa (ordem das parcelas).

c) Elemento oposto (soma de elementos opostos resultando em zero).

d) Associativa (realizando a soma por meio de diferentes associações de parcelas).

32. **a)** Não, eles foram realizados de maneiras diferentes.

b) Espera-se que os estudantes respondam que foi Ilda, porque ela identificou na soma parcelas com valores opostos, e aplicou a propriedade do elemento oposto.

c) O método de Rita consiste em realizar, em cada passagem, a operação com os dois primeiros números da expressão, repetindo os demais:

(–18) + 101 + 9 + (–101) + (–38) + 22 + 18 + 38 =

= 83 + 9+ (–101) + (–38) + 22 + 18 + 38 =

= 92 + (–101) + (–38) + 22 + 18 + 38 =

= (–9) + (–38) + 22 + 18 + 38 =

= (–47) + 22 + 18 + 38 =

= (–25) + 18 + 38 =

= (–7) + 38 = 31

Atividade em grupo – página 40

Justificando item **a** item, temos:
I. Verdadeiro.
II. Falso. Um contraexemplo: (–2) – (–4) = (–2) + 4 = 2.
III. Verdadeiro.
IV. Falso. Basta tomar 1 – 1 = 0.

Atividades – páginas 41 e 42

33. **a)** (–8) – (+7) = –8 – 7 = –15

b) (–30) – (+70) = –30 – 70 = –100

c) (–72) – (+30) = –72 –30 = –102

d) (–3) – (+7) = –3 – 7 = –10

e) (+10) – (+30) = 10 – 30 = –20

f) (+80) – (–15) = 80 + 15 = 95

34. **a)** (–650) – (+300) = –650 – 300 = –950

b) (–850) – (–850) = –850 + 850 = 0

c) (+1 300) – (–1 100) = 1 300 + 1 100 = 2 400

35. **a)** O resultado na calculadora foi 5.

b) –10 – (–15) = –10 + 15 = 5

36. **a)** (+8) + (–7) + (–3) = 8 – 7 – 3 = –2

b) (+2) – (+5) – (+3) = 2 – 5 – 3 = – 3 – 3 = – 6

c) (+10) – (–20) – (+30) = 10 + 20 – 30 = 30 – 30 = 0

37. **a)** –76 – (7 – 18) + [70 – (49 – 81)] =

= –76 – (–11) + [70 – (–32)] =

= –76 + 11 + 70 + 32 = 37

b) {[(73 – 64) + 20] – (40 – 31)} + (–3) =

= {[9 + 20] – (9)} + (–3) = {29 – 9} –3 = 17

38. Vamos utilizar as propriedades que conhecemos para resolver cada caso, somando e subtraindo elementos opostos.

a) ☐ + (–8) – (–3) = +7; somando o oposto de –8:

☐ –8 + (+8) – (–3) = 7 + (+8)

☐ – (–3) = 15; somando o oposto de –3

☐ + 3 + (–3) = 15 + (–3)

☐ = +12

b) (+8) + (▢) + (–3) = –5; somando o oposto de +8 e o oposto de –3:

(+8) + (–8) + (▢) + (–3) + (+3) = –5 + (–8) + (+3)

+ (▢) = –10, ou seja, ▢ = –10

c) (+48) – (–36) + (–40) – (▢) = –75; somando o oposto de (+48), subtraindo o oposto de (–36) e somando o oposto de (–40):

(+48) + (–48) – (–36) – (+36) + (–40) + (+40) – (▢) =

= –75 + (–48) – (+36) (+40)

– (▢) = –119

▢ = +119

39. Podemos expressar a situação por meio da seguinte operação: 18 – (–5) = 23

40. Podemos expressar a situação por meio da seguinte operação: 160 – 120 = 40 bilhões de dólares (saldo positivo).

Atividades – páginas 44 e 45

41. Calculando as expressões, temos:

a) (+11) · (+3) = +33

b) (–1) · (–5) = +5

c) (+9) · (–7) = –63

d) (–7) · (–7) = 49

e) 0 · (–10) = 0

f) (–11) · (+7) = –77

g) (–12) · (+23) = –276

h) (–16) · (–6) = +96

i) (–12) · (12) = –144

j) (–20) · (+15) = –300

42. **a)** (–7) · (–8) · (+3) = +168

b) (–4) · (+2) · (–11) = +88

c) (+7) · (+2) · (+3) · (–1) = –42

d) (+4) · (–7) · (+9) · (–11) = +2 772

e) (+8) · (–6) · (–5) · (+3) · (+2) = +1 440

f) (–5) · (–6) · (–3) · (–2) · (–1) = –180

43. Os quatro maiores números inteiros negativos são –4, –3, –2 e –1, então, temos:
(–4) · (–3) · (–2) · (–1) = (+12) · (+2) = +24

44. Não. Ao multiplicar (–1) por qualquer número inteiro não nulo, o produto será o oposto desse número.

45. * Produto da soma dos números –9, +6, –2, +8 e –15:
(–9) + (+6) + (–2) + (+8) + (–15) = –12
* Simétrico da diferença entre –6 e –3:
– [(–6) – (–3)] = –[–3] = +3
Calculando o produto, temos então: (–12) · (+3) = –36.

46. **a)** Como alteramos os fatores na operação, usamos a propriedade associativa.

b) Como trocamos a ordem dos fatores, utilizamos a propriedade comutativa.

c) Ao realizar a multiplicação por (+1), fazemos uso do elemento neutro.

d) Ao distribuir a multiplicação sobre as parcelas da soma, utilizamos a propriedade distributiva.

47. **a)** (–3) · (–20 + 7) = (–3) · (–20) + (–3) · (+7) = +60 – 21 = 39

b) (25 – 18) · (–5) = (+25) · (–5) + (–18) · (–5) =

= –125 + 90 = –35

c) 2 · (–7 + 5) = 2 · (–7) + 2 · (+5) = –14 + 10 = –4

d) (8 – 3) · (–4) = (+8) · (–4) + (–3) · (–4) = –32 + 12 = 20

48. São as seguintes:
1 · 12; 12 · 1; 2 · 6; 6 · 2; –1 · (–12); –12 · (–1); –2 · (–6); –6 · (–2); –3 · (–4); –4 · (–3)

49. Temos como resultado:
(–7) · (400 + 20 + 1) = (–7) · 400 + (–7) · 20 + (–7) · 1 =
= – 2 800 – 140 – 7 = –2 947

50. Realizando os cálculos dos delimitadores mais internos para os mais externos, fazendo as multiplicações antes das adições e subtrações, temos:

a) –30 – 5 · [(–1) · (15 – 3 · 6) + 9 – 3 · 4] =

= –30 – 5 · [(–1) · (15 – 18) + 9 – 12] =

= –30 – 5 · [– 15 + 18 – 3] = –30 – 5 · [0] = –30

b) –5 + [(–20) · (–15 + 30) · (–1)] = –5 + [(–20) · (15) · (–1)] =

= –5 + [(–20) · (–15)] = –5 + (300) = +295

c) 18 + 4 · [–6 – 4 · (–5 + 6)] = 18 + 4 · [–6 – 4 · (+1)] =

= 18 + 4 · [–6 – 4] = 18 + 4 · [–10] = 18 – 40 = –22

51. Exemplo de resposta: "Para comprar material de desenho, João precisou retirar dinheiro do seu cofrinho. Ele retirou duas notas de R$ 50,00 para comprar o que precisava. Após algum tempo, conseguiu repor R$ 60,00 do que gastou. Qual é o saldo do cofrinho de João?".

Discussões – página 45

- Os estudantes devem perceber que os resultados obtidos sugerem que em uma divisão de números inteiros, se o dividendo e o divisor tiverem os mesmos sinais, o quociente será um número positivo. Enfatize que essa afirmação é verdadeira, mas não será demonstrada.
- Os estudantes devem perceber que os resultados obtidos sugerem que em uma divisão de números inteiros, se o dividendo e o divisor tiverem os mesmos sinais, o quociente será um número positivo. Enfatize que essa afirmação é verdadeira, mas não será demonstrada nesse momento.

Atividades – página 46

52. **a)** (+6) : (+3) = (+2)

b) (+10) : (–5) = (–2)

c) (–32) : (–4) = (+8)

d) (–1) : (+1) = (–1)

e) 0 : (–1) = 0

f) (–63) : (–21) = +3

g) (+1 296) : (–48) = –27

53. **a)** 2 · 12 = 24

b) (–38) : (+2) = –19, porque (–19) · (+2) = –38

c) O dobro de 15 é 30 (15 · 2 = 30), e seu oposto é –30 (30 · (–1) = –30)

d) Calculamos primeiro o oposto, depois, a metade. Assim, temos: (–60) · (–1) = 60, e sua metade é 60 : 2 = 30.

e) a terça parte de -36 é igual a $(-36) : (3) = (-12)$, já que $(-12) \cdot (+3) = (-36)$

54. **a)** $(16 - 30 + 48) : (-2) = (+34) : (-2) = -17$

b) $(-15 + 20 + 40) : (+5) = (+45) : (+5) = +9$

c) $(-5 + 7 - 35) : (-11) = (-33) : (-11) = +3$

55. Vamos realizar os cálculos com base na operação inversa.

a) Se $\square : (-5) = 8$, então $(-5) \cdot (+8) = (-40)$; logo, $\square = (-40)$

b) Se $(-30) : \square = -6$, então $(-6) \cdot \square = (-30)$; logo, $\square = +5$

c) Se $\square : (-7) = 0$, então $(-7) \cdot 0 = 0$; logo, $\square = 0$

d) Se $(-20) : \square = -1$, então $(-1) \cdot \square = (-20)$; logo, $\square = (+20)$

56. **a)** $-2 + \{-1 + [5 - 3 \cdot (10 + 1) : 3] -5 \cdot 7\} =$

$= -2 + \{-1 + [5 - 3 \cdot (11) : 3] -5 \cdot 7\} =$

$= -2 - 1 + [5 - 33 : 3] -35 = -2 - 1 + (-6) - 35 = -44$

b) $-5 - [3 \cdot (7 - 5 - 3) - 22 : 11] = -5 - [3 \cdot (-1) - 22 : 11] =$

$= -5 - [3 \cdot (-1) - 2] = -5 - [-3 - 2] = -5 - [-5] =$

$= -5 + 5 = 0$

c) $2 - (5 \cdot 10 + 6) - 5 \cdot 20 : (-17 + 13) =$

$= 2 - (50 + 6) - 5 \cdot 20 : (-4) =$

$= 2 - (56) - 100 : (-4) = 2 - 56 + 25 = -54 + 25 = -29$

d) $3 - \{30 : 5 - [-7 \cdot (5 - 2) + 3] : 6\} =$

$= 3 - \{6 - [-7 \cdot 3 + 3] : 6\} =$

$= 3 - \{6 - [-21 + 3] : 6\} = 3 - \{6 - [-18] : 6\} =$

$= 3 - \{6 + 3\} = -6$

57. **a)** 1, já que é o resultado de uma divisão de um número por ele mesmo.

b) -1, já que é o oposto da divisão entre um número por ele mesmo.

Balão de fala – página 47

Espera-se que, de acordo com a primeira observação, os estudantes cheguem à conclusão de que 0^1 é igual a 0 e que a segunda potência é impossível de calcular, já que, de acordo com a segunda observação, toda potência de expoente zero tem que ter base diferente de zero.

Atividades – página 48

58. **a)** $(+2)^3 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +8$

b) $(-7)^4 = (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = +2\,401$

c) $(-9)^3 = (-9) \cdot (-9) \cdot (-9) = -729$

d) $(+3)^2 = (+3) \cdot (+3) = +9$

e) $(-17)^0 = +1$

f) $(-11)^2 = (-11) \cdot (-11) = +121$

g) $(-35)^1 = (-35) = -35$

h) $(-1)^3 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$

i) $(+1\,992)^0 = 1$ (por definição)

59. **a)** Positivo, independentemente de o expoente ser par ou ímpar, já que o produto sempre é positivo.

b) Positivo, se o expoente for par, e negativo, se o expoente for ímpar, já que a multiplicação pode ter resultado com sinais diferentes dependendo da quantidade de números negativos como fatores.

60. Como temos uma quantidade par de fatores, o sinal resultante é positivo, assim, $(-1)^{30} = +1$.

61. Cada geração pode ser representada como uma potência de base 2, sendo a pessoa relacionada ao expoente 0, pais ao expoente 1, avós ao 2, e assim sucessivamente. Dessa forma, temos: bisavós: $2^3 = 8$; trisavós: $2^4 = 16$.

62. **a)** $(-4) - [(-8) : (+2)]^2 - 6 = (-4) - [-4]^2 - 6 = (-4) - [16] - 6 =$

$= -26$

b) $(+20) : (-1)^4 - 2^2 + (-2)^5 : (+2)^4 - 5^0 =$

$= (+20) : (+1) - 4 + (-32) : (+16) - 1 =$

$= (+20) - 4 - (2) - 1 = 13$

c) $(-576) : (-12)^2 - (-125) : (-5)^2 =$

$= (-576) : (+144) - (-125) : (25) = (-4) - (-5) =$

$= -4 + 5 = 1$

63. **a)** $(5 + 3)^2 = (+8)^2 = 64$

b) $5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$

c) $(2 - 4)^3 = (-2)^3 = -8$

d) $2^3 - 4^3 = 8 - 64 = -56$

- As respostas dos itens **a)** e **d)** sugerem que a igualdade proposta não se verifica.

64. **a)** 15.

b) Espera-se que os estudantes resolvam previamente as expressões elaboradas, certificando-se de que têm solução. Um exemplo pode ser dado a seguir:

$480 : \{20 \cdot [86 - 12 \cdot (5 + 2)]^2\}$, cuja solução é 6.

Atividades – página 50

65. **a)** $\sqrt{36} = 6$, pois $(+6)^2 = 36$

b) $\sqrt{0} = 0$, pois $0^2 = 0$

c) $-\sqrt{196} = -14$, pois $-[(14)^2] = -(196)$

d) $-\sqrt{100} = -10$, pois $-[(10)^2] = -(100)$

66. **a)** $\sqrt{81} - \sqrt{100} + \sqrt{64} = 9 - 10 + 8 = 7$

b) $-\sqrt{36} - \sqrt{121} + \sqrt{64} = -6 - 11 + 8 = -9$

c) $\sqrt{1} + \sqrt{4} + \sqrt{9} + \sqrt{16} + \sqrt{49} + \sqrt{64} =$

$= 1 + 2 + 3 + 4 + 7 + 8 = 25$

67. $\{[\sqrt{49} + (2^4 - 1)] \cdot \sqrt{64}\} + \sqrt{1\,024} =$

$= \{[7 + (16 - 1)] \cdot 8\} + 32 = \{[7 + (15)] \cdot 8\} + 32 = 208$

68. $\sqrt{400} = \sqrt{20 \cdot 20} = 20$

A medida do lado do quadrado é 20 m.

69. $\sqrt{(-2) \cdot (+4)^2 \cdot (-8)} = \sqrt{(-2) \cdot (+16) \cdot (-8)} =$

$= \sqrt{(+16) \cdot (+16)} = 16$

70. Dentre os números apresentados, temos que os quadrados perfeitos são:
$4 = 2^2$, $9 = 3^2$, $36 = 4^2$ e $121 = 11^2$.
Assim, as raízes que não resultam em números inteiros são: $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{200}$.

71. **a)** $\sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

b) $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$

c) $\sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$

d) $\sqrt{100} - \sqrt{36} = 10 - 6 = 4$

- As respostas dos itens **a)** e **d)** sugerem que a igualdade proposta não se verifica.

72.

–10	–8	100
–200	20	–2
4	–50	–40

73. Exemplo de resposta: "A medida do lado de um terreno quadrado é igual a raiz quadrada da sua área. Uma plantação de vegetais foi feita em um terreno quadrado de área igual a 25 m². Qual é a medida do seu lado?
Resposta: "Como $\sqrt{25} = 5$, o lado do quadrado mede 5 m."

Resolvendo em equipe – página 51

Resolução da questão: Como a viagem entre as cidades demora 6 horas, no início da viagem, o horário na cidade B era de 18 – 6 = 12 h. Assim, há uma diferença de 3 horas de fuso entre as cidades A e B (15 – 12 = 3 h). Portanto, se é necessário chegar às 13 h na cidade A (o que equivale a 10 h na cidade B), o executivo precisaria sair às 4 h (10 h – 6 horas do voo). Alternativa **d**.

Interpretação e identificação dos dados

O horário da cidade B está com 3 horas de atraso em relação ao da cidade A.

a) São 18 h + 3 h = 21 h.

b) 3 horas.

Plano de resolução

Na elaboração dos esquemas, é importante que os estudantes evidenciem os fusos horários das cidades e as diferenças em relação ao voo.

Um exemplo é dado a seguir:

VIAGEM	CIDADE A	FUSO	CIDADE B	VIAGEM
+6 h	Partida de A (horário de A): 15 h Chegada em B (horário de A): 21 h	–3 h –3 h	Partida de A (horário de B): 12 h Chegada em B (horário de B): 18 h	+6 h
+6 h	Partida de B (horário de A):? Chegada em A (horário de A): 10 h	–3 h –3 h	Partida de B (horário de B):? Chegada em A (horário de A):?	+6 h

Resolução

Nas respostas, espera-se que os estudantes determinem que, se o executivo precisa estar às 13 h na cidade A, os relógios em B marcarão 10 h (3 horas a menos). Como o voo dura 6 horas, é preciso, então, sair às 4 h.

Apresentação

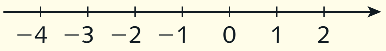
O estudo dos fusos horários pode ser feito em parceria com o professor de Geografia.

Revisão dos conteúdos deste capítulo – páginas 52 a 54

1. **a)** São números positivos: +27, +91, +15
b) São números negativos: –12, –4, –8, –59, –18

2. **a)** O número –4 corresponde ao ponto *A*.
b) O ponto *B* é correspondente ao número –3.
c) O ponto *C* corresponde ao número 1.
d) O ponto correspondente ao número +3 é o *D*.
e) O número correspondente ao ponto *E* é o 5.

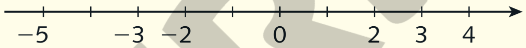
3.



4. **a)** O oposto de –8 é +8.
b) O oposto de 85 é –85.
c) O módulo de –2 é 2.
d) O módulo de –1 é 1.
e) O oposto de 15 é –15.
f) O oposto de –75 é +75.

5. **a)** $|-19| = 19$
b) $|+36| = 36$
c) $|+16| = 16$
d) $|-120| = 120$
e) $|0| = 0$
f) $|-212| = 212$

6. $-5 < -3 < -2 < 0 < 2 < 3 < 4$



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

7. **a)** (+4) < (+6) (Quanto maior o valor absoluto do número positivo, maior ele é.)
b) (–6) < (–5) (Quanto maior o valor absoluto do número negativo, menor ele é.)
c) (+5) > (–5) (Um número positivo é maior que um número negativo.)
d) (+10) > 0 (Todo número positivo é maior que zero.)
e) (–14) < (+1) (Um número positivo é maior que um número negativo.)
f) (+35) > (+25) (35 está à direita de 25 na reta numérica)

8. **a)** –15 – 1 = –16
b) +9 – 1 = +8
c) –99 + 1 = –98
d) –36 + 1 = –35

9. **a)** (+12) + (+11) = 12 + 11 = +23
b) (–15) + (–20) = –15 – 20 = –35
c) 0 + (+18) = 0 + 18 = 18
d) (+9) + (–12) = 9 – 12 = –3
e) (–21) + (+21) = –21 + 21 = 0
f) (–7) + (–17) = –7 – 17 = –24

10. **a)** Elemento neutro e propriedade comutativa.
b) Elemento oposto.
c) Propriedade associativa.
d) Propriedade comutativa.

11. –(238) + (250) = +12
Após o depósito, o saldo de João é de R$ 12,00.

12. 25 – 18 + 11 – 22 = 36 – 40 = –4
Saldo de pontos: –4 pontos.

13. **a)** (–15) – (–12) = –15 + 12 = –3

b) (+82) – (+31) = +82 – 31 = +51

c) (–74) – (+44) = –74 – 44 = –118

d) (–19) – (–12) = –19 + 12 = –7

e) (–12) – (+45) = –12 – 45 = –57

f) (+77) – (–25) = +77 + 25 = +102

14. **a)** (–18) – (15 – 19) + [94 – (75 – 86)] =

= (–18) – (–4) + [94 – (–11)] = –18 + 4 + 105 = 91

b) {[(25 – 67) + 12] – (40 – 16)} + (–27) =

= {[(–42) + 12] – (24)} + (–27) =

= –42 + 12 – 24 – 27 = –81

15. –2 – (– 8) = –2 + 8 = 6
A diferença entre as temperaturas é de 6 °C.

16. **a)** (+11) · (+4) = +44

b) (–5) · (–12) = +60

c) (–14) · (+20) = –280

d) (–10) · (+15) = –150

e) (–9) · (+25) = –225

f) (+12) · (–6) = –72

17. **a)** Propriedade comutativa, já que há a alteração na ordem dos fatores.

b) Uso do elemento neutro, onde há uma multiplicação por (+1).

c) Uso da propriedade distributiva, onde a multiplicação por uma soma se torna uma soma de multiplicações.

d) Propriedade associativa, onde a organização das multiplicações a serem efetuadas não altera o resultado final.

18. **a)** (–4) · (–10 + 8) = (–4) · (–10) + (–4) · (+8) =

= (+40) + (–32) = +8

b) (15 – 9) · (–10) = (+15) · (–10) + (–9) · (–10) =

= (–150) + (+90) = –60

c) 7 · (–11 + 7) = 7 · (–11) + 7 · (+7) = (–77) + (+49) = –28

d) (15 – 7) · (+6) = (+15) · (+6) + (–7) · (+6) =

= (+90) + (–42) = +48

19. **a)** 22 + 9 · [–15 – 2 · (–9 + 11)] = 22 + 9 · [–15 – 2 · (+2)] =

= 22 + 9 · [–15 – 4] = 22 + 9 · [–19] = 22 – 171 = –149

b) [(–25) · (–11 + 45) · (–9)] = [(–25) · (+34) · (–9)] =

= [(–25) · (+34) · (–9)] = +7 650

c) –8 · [(–12) · (28 – 4 · 10) + 15 – 7 · 8] =

= –8 · [(–12) · (28 – 40) + 15 – 56] =

= –8 · [(–12) · (–12) – 41] = –8 · [(+144) – 41] =

= –8 · [+103] = –824

20. (–8) · 342 = (–8) · 300 + (–8) · 40 + (–8) · 2 =

= –2400 – 320 – 16 = –2 736

21. **a)** (+12) : (+2) = (+6), pois (+6) · (+2) = (+12)

b) (–36) : (–9) = (+4), pois (+4) · (–9) = (–36)

c) (–15) : (+15) = (–1), pois (–1) · (+15) = (–15)

d) 0 : (+11) = (0), pois (0) · (+11) = (0)

e) (–66) : (+33) = (–2), pois (–2) · (+33) = (–66)

f) (–369) : (–3) = (+123), pois (+123) · (–3) = (–369)

22. **a)** ▢ : (–6) = +9; assim, ▢ = –54, pois (–6) · (+9) = –54

b) (+225) : ▢ = –15; assim, ▢ = –15,
pois (+255) : (–15) = –15

c) ▢ : (–12) = –16; assim, ▢ = +192,
pois (–12) · (–16) = +192

d) (+120) : ▢ = –1; assim, ▢ = –120,
pois (+120) : (–120) = –1

23. **a)** $(+8)^2 = (+8) \cdot (+8) = +64$

b) $(-7)^3 = (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = -\ 343$

c) $(-5)^4 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = +625$

d) $(-12)^1 = -12$

e) $(+1\,000)^0 = 1$ (por definição)

f) $(-12)^2 = (-12) \cdot (-12) = +144$

24. **a)** $\sqrt{16} = \sqrt{4 \cdot 4} = \sqrt{4^2} = 4$

b) $-\sqrt{144} = -\sqrt{(12)^2} = -12$

c) $\sqrt{400} = \sqrt{(20)^2} = 20$

d) $-\sqrt{121} = -\sqrt{(11)^2} = -11$

e) $-\sqrt{81} = -\sqrt{(9)^2} = -9$

f) $\sqrt{484} = \sqrt{(22)^2} = 22$

25. $\{[\sqrt{64} + (3^3 - 10)] \cdot \sqrt{100}\} - \sqrt{900} = \{[8 + (27 - 10)] \cdot 10\} - 30 =$
$= \{[8 + 17] \cdot 10\} -30 = 220$

26. A medida do comprimento será igual a raiz quadrada da medida da área, assim, temos: $\sqrt{144} = \sqrt{(12)^2} = 12$.
Portanto, a medida do comprimento do lado será de 12 m.

CAPÍTULO 2 – MÚLTIPLOS E DIVISORES

Trocando Ideias – página 55

Para que um ano seja bissexto, ele precisa ser múltiplo de 4 (ou seja, ser divisível por 4). Caso ele termine em 00, ele precisa ser divisível por 400. Vamos verificar caso a caso:

2000 termina em 00 e é divisível por 400, então é bissexto.

2021 não é divisível por 4.

2024 é divisível por 4 e não é terminado em 00, então é bissexto.

Semelhante ao ano citado anteriormente, 2028 é bissexto pelos mesmos motivos.

2033 não é bissexto por não ser divisível por 4.

2100 não é bissexto, pois, embora seja divisível por 4, termina em 00, mas não é divisível por 400, então, não é bissexto.

Assim, os anos bissextos são 2000, 2024 e 2028.

Atividades – página 57

1. **a)** Utilizando a sequência dos inteiros negativos, temos como exemplos:

3 × (–1) = –3

3 × (–4) = –12

3 × (–2) = –6

3 × (–3) = –9

3 × (–5) = –15

b) Utilizando a sequência dos múltiplos de 3, temos como exemplos: –24; –18; 6; 12; 15; 18.

2. Semelhante ao que fizemos na seção “Trocando Ideias”, podemos verificar se os números atendem aos critérios necessários. Assim, temos:

   a) 1822 não é múltiplo de 4, então, não é bissexto.

   b) 1900 termina em 00, mas não é divisível por 400, então, não é bissexto.

   c) 2000 é terminado em 00 e é divisível por 400; então, é bissexto.

   d) 2118 não é bissexto, pois não é divisível por 4.

3. **a)** Verdadeira. –6, –3, –2, –1, 1, 2, 3 e 6, totalizando 8 divisores.

   b) Verdadeira. Não é possível dividir nenhum número por zero.

   c) Verdadeira.

   d) Verdadeira. 1 é o menor valor possível dentre os naturais para realizar divisões, porque 0 não é divisor de nenhum número.

   e) Falsa. –3 também pode ser dividido pelo próprio –3. Exemplo de correção: “–3 é o menor divisor inteiro de –3”.

Observação – página 59

Para realizar a verificação, pode-se realizar a decomposição em fatores primos de 36 e 24, comparando com as decomposições de 18 e 12. Ao multiplicar por 2, adiciona-se um fator comum de 2 a cada número, assim, ao calcular o mdc, multiplica-se por 2 devido à presença do novo fator. Pode-se sugerir aos estudantes que verifiquem também se o resultado é válido para multiplicação por 3 ou por 5, generalizando resultados.

Atividades – páginas 59 e 60

4. **a)** Divisores de 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24.

   b) Divisores de 40: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 e 40.

   c) Observando ambas as listas, temos como divisores comuns 1, 2, 4 e 8.

   d) Dos divisores do item **c**, o maior é o 8.

5. Espera-se que os estudantes concluam que o mdc de dois números tais que um é divisor do outro é o próprio divisor.

6. Em cada par de números, o primeiro número é divisor do segundo, sendo assim, podemos tomá-lo como divisor comum.

   a) mdc (50, 100) = 50

   b) mdc (16, 80) = 16

   c) mdc (72, 216) = 72

   d) mdc (20, 100) = 20

7. Os fatores em comum são 2 e 3, assim, o mdc será $2 \cdot 3 = 6$.

8. **a)** mdc (64, 40)

$$\begin{array}{r|l} 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ \hline \end{array}$$

$2^6 \qquad 2^3 \cdot 5$

Assim, mdc $(64, 40) = 2^3 = 8$

b) mdc (80, 100, 120)

$$\begin{array}{r|l} 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array}$$

$2^4 \cdot 5 \qquad 2^2 \cdot 5^2 \qquad 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

Assim, mdc $(80, 100, 120) = 2^2 \cdot 5 = 20$

c) mdc (40, 70, 90)

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array}$$

$2^3 \cdot 5 \qquad 2 \cdot 5 \cdot 7 \qquad 2 \cdot 3^2 \cdot 5$

Assim, mdc $(40, 70, 90) = 2 \cdot 5 = 10$

d) mdc (576, 96)

$$\begin{array}{r|l} 576 & 2 \\ 288 & 2 \\ 144 & 2 \\ 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 96 & 2 \\ 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline \end{array}$$

$2^6 \cdot 3^2 \qquad 2^5 \cdot 3$

Assim, mdc $(576, 96) = 2^5 \cdot 3 = 96$.

9. **a)** 4 e 5 são primos entre si, pois mdc (4, 5) = 1.

   b) 16 e 25 são primos entre si, pois mdc (16, 25) = 1.

   c) 15 e 21 não são primos entre si, pois mdc (15, 21) = 3.

   d) 18 e 42 não são primos entre si, pois mdc (18, 42) = 6.

10. **a)** Será 1, já que dois números consecutivos não possuem fatores em comum, exceto o 1.

    b) Será 1, já que os quadrados perfeitos consecutivos não têm fatores em comum, exceto o 1.

11. O único fator comum entre os dois será o próprio 28, então, o mdc será 28.

12. Se multiplicarmos dois números por um fator, o mdc também se multiplica por esse fator; o mesmo ocorre na divisão: se dividirmos os valores por 3, o mdc também será dividido, assim 18 : 3 = 6.

Atividades - páginas 62 e 63

13. Seguindo a sequência dos múltiplos por meio da multiplicação pelos naturais, temos:

    a) Múltiplos de 15: (0, 15, 30, 45, 60, ...)

    b) Múltiplos de 20: (0, 20, 40, 60, 80, ...)

    c) Múltiplos comuns de 15 e 20: (0, 60, 120, 180, 240, ...)

    d) Mínimo múltiplo comum de 15 e 20: 60.

14. Espera-se que os estudantes concluam que o mmc de dois números tais que um é múltiplo do outro é o próprio múltiplo.

15. Em cada par de números, o segundo número é múltiplo do primeiro, assim, podemos tomá-lo como múltiplo comum.

a) 6 **b)** 20 **c)** 45 **d)** 100

16. O mmc será o produto de todos os fatores que aparecem, com o maior expoente. Temos então: mmc = $2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840$

17. Aplicando a decomposição simultânea dos trios:

a) mmc (18, 27, 45)

18, 27, 45	2
9, 27, 45	3
3, 9, 15	3
1, 3, 5	3
1, 1, 5	5
1, 1, 1	

$2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 270$

mmc (18, 27, 45) = 270

b) mmc (18, 30, 48)

18, 30, 48	2
9, 15, 24	2
9, 15, 12	2
9, 15, 6	2
9, 15, 3	3
3, 5, 1	3
1, 5, 1	5
1, 1, 1	

$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$

mmc (18, 30, 48) = 720

c) mmc (120, 132, 20)

120, 132, 20	2
60, 66, 10	2
30, 33, 5	2
15, 33, 5	3
5, 11, 5	5
1, 11, 1	11
1, 1, 1	

$2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 1\,320$

mmc (150, 300, 375) = 1320

d) mmc (150, 300, 375)

150, 300, 375	2
75, 150, 375	2
75, 75, 375	3
25, 25, 125	5
5, 5, 25	5
1, 1, 5	5
1, 1, 1	

$2^2 \cdot 3 \cdot 5^3 = 1\,500$

mmc (150, 300, 375) = 1500

18. Como temos números primos, a decomposição simultânea deles não exibirá fatores comuns; sendo assim, o mmc será o seu produto.

19. Utilizando a decomposição simultânea, temos:

a)

90, 120	2
45, 60	2
45, 30	2
45, 15	3
15, 5	3
5, 5	5
1, 1	

$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$

mmc (90, 120) = 360

b)

45, 54, 72	2
45, 27, 36	2
45, 27, 18	2
45, 27, 9	3
15, 9, 3	3
5, 3, 1	3
5, 1, 1	5
1, 1, 1	

$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1\,080$

mmc (45, 54, 72) = 1080

c)

120, 300, 450	2
60, 150, 225	2
30, 75, 225	2
15, 75, 225	3
5, 25, 75	3
5, 25, 25	5
1, 5, 5	5
1, 1, 1	

$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 1\,800$

mmc (120, 300, 450) = 1800

d)

20, 40, 50, 200	2
10, 20, 25, 100	2
5, 10, 25, 50	2
5, 5, 25, 25	5
1, 1, 5, 5	5
1, 1, 1, 1	

$2^3 \cdot 5^2 = 200$

mmc (20, 40, 50, 200) = 200

20. Espera-se que os estudantes concluam que o produto dos números e o produto do mdc com o mmc desses números são iguais.

21. **a)** Para 12 e 15:

12	2
6	2
3	3
1	

$2^2 \cdot 3$

15	3
5	5
1	1

$3 \cdot 5$

12, 15	2
6, 15	2
3, 15	3
1, 5	5
1, 1	

$2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

$12 \cdot 15 = 180$; mdc (12, 15) = 3; mmc (12, 15) = 60; produto entre o mmc e o mdc = $3 \cdot 60 = 180$.

b) Para 48 e 16:

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$2^4 \cdot 3$

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

2^4

48, 16	2
24,8	2
12,4	2
6,2	2
3,1	3
1,1	

$2^4 \cdot 3 = 48$

$48 \cdot 16 = 768$; mdc $(48, 16) = 16$, mmc $(48, 16) = 48$; produto entre o mmc e o mdc $= 16 \cdot 48 = 768$.

c) Para 11 e 121:

11 é primo, e $121 = 11^2$; assim:

$11 \cdot 121 = 1\,331$; mdc $(11, 121) = 11$; mmc $(11, 121) = 121$; produto entre o mmc e o mdc $= 11 \cdot 121 = 1\,331$.

d) Para 36 e 49:

$36 = 6^2 = (2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2$ e $49 = 7^2$, portanto:

$36 \cdot 49 = 1764$; mdc $(36, 49) = 1$; mmc $(36, 49) = 1764$; produto entre o mmc e o mdc $= 1 \cdot 1764 = 1764$.

22. Sabemos que o produto entre dois números naturais é igual ao produto entre o mmc e o mdc dos mesmos números. Assim, mmc $\cdot$ mdc $= 24 \cdot 504 = 12\,096$; para determinar o número desconhecido, basta dividir esse valor por 168; sabendo que $12\,096 : 168 = 72$, então, o outro número é o 72.

23. Calculando o mínimo múltiplo comum entre os tempos dos semáforos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 40, 50, 60 & 2 \\ 20, 25, 30 & 2 \\ 10, 25, 15 & 2 \\ 5, 25, 15 & 3 \\ 5, 25, 5 & 5 \\ 1, 5, 1 & 5 \\ 1, 1, 1 & \\ \hline \end{array}$$

$$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 = 600$$

Dessa forma, os semáforos ficam verdes ao mesmo tempo a cada 600 segundos, ou a cada 10 minutos (600 s : 60). Assim, o próximo horário em que os semáforos ficarão verdes simultaneamente será às 18 h 10.

24. Exemplo de resposta: "Cláudia, ao perceber que comprou um pacote no dia em que as três embarcações estão ancoradas no porto, pediu para realizar a troca para um dia diferente. Em quantos dias as embarcações estarão novamente juntas, ancoradas no porto?".

25. Os navios vão sair juntos nos dias que são múltiplos comuns de 8, 12 e 18. O próximo dia que eles partirão juntos será o mmc entre eles:

mmc $(8, 12, 18) = 72$, portanto, os navios partirão juntos novamente daqui a 72 dias.

26. Júlia precisará visitar as três cidades novamente em uma quantidade de dias que será um múltiplo das três frequências (10, 30 e 50). Assim, se mmc $(10, 30, 50) = 150$, ela visitará as três cidades após 150 dias, ou seja, 5 meses após março, em agosto.

Resolvendo em equipe – página 64

Espera-se que os estudantes determinem que o número de ingressos que cada escola receberá representa o mdc entre 320 e 400: mdc $(320, 400) = 80$, ou seja, 80 ingressos. Os 400 ingressos para assistir à sessão vespertina serão distribuídos entre 5 escolas, e os 320 ingressos para assistir à sessão noturna serão distribuídos entre 4 escolas, totalizando 9 escolas escolhidas.

Revisão dos conteúdos deste capítulo – página 65

1. **a)** Exemplo de resposta: –30; –25; –20; –15; –10.

b) Exemplo de resposta: –15, –10, –5, 5, 10.

2. **a)** –12, –9, –6, –3, 0, 3, 6 e 9.

b) –14, –7, 0, 7, 14, 21 e 28.

3. **a)** 1, 2, 3, 4, 6 e 12

b) 1, 2, 3, 6, 9 e 18

c) 1, 2, 3 e 6

d) 6

4. **a)** 0, 25, 50, 75, 100, ...

b) 0, 50, 100, 150, 200, ...

c) 0, 50, 100, ...

d) 50

5. **a)**

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad 3 \cdot 5 = 15$$

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad 2 \cdot 3^2 = 18$$

mdc $(18, 15) = 3$

b)

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

mdc $(90, 120) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

c)

$$\begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad 5^2$$

$$\begin{array}{r|l} 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad 5 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad 2 \cdot 5^2$$

mdc $(25, 35, 50) = 5$

d)

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad 2^4 \cdot 3$$

$$\begin{array}{r|l} 76 & 2 \\ 38 & 2 \\ 19 & 19 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad 2^2 \cdot 19$$

mdc $(48, 76) = 2^2 = 4$

e)

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad 2 \cdot 5^2$$

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad 2^2 \cdot 5^2$$

mdc $(50, 60, 100) = 2 \cdot 5 = 10$

f)

$$\begin{array}{r|l} 432 & 2 \\ 216 & 2 \\ 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad 2^4 \cdot 3^3$$

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline \end{array} \qquad 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

mdc $(432, 180) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$

6. a)

25, 40	2
25, 20	2
25, 10	2
25, 5	5
5, 1	5
1, 1	

$2^3 \cdot 5^2 = 200$

mmc (25, 40) = 200

b)

38, 24	2
19, 12	2
19, 6	2
19, 3	3
19, 1	19
1, 1	

$2^3 \cdot 3 \cdot 19 = 456$

mmc (38, 24) = 456

c)

18, 30, 56	2
9, 15, 28	2
9, 15, 14	2
9, 15, 7	3
3, 5, 7	3
1, 5, 7	5
1, 1, 7	7
1, 1, 1	

$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2\,520$

mmc (18, 30, 56) = 2 520

d)

36, 124	2
18, 62	2
9, 31	3
3, 31	3
1, 31	31
1, 1	

$2^2 \cdot 3^2 \cdot 31 = 1\,116$

mmc (36, 124) = 1 116

e)

15, 45, 125	3
5, 15, 125	3
5, 5, 125	5
1, 1, 25	5
1, 1, 5	5
1, 1, 1	

$3^2 \cdot 5^3 = 1\,125$

mmc (15, 45, 125) = 1 125

f)

42, 236	2
21, 118	2
21, 59	3
7, 59	7
1, 59	59
1, 1	

$2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 59 = 4\,956$

mmc (42, 236) = 4 956

7. É possível que 3 pessoas joguem, pois 21 e 18 são divisíveis por 3, mas 6 pessoas não, pois 21 não é divisível por 6.

8. Como o máximo divisor comum entre 15 e 21 é 3, cada pedaço de tecido terá 3 m.

9. Observando os múltiplos de 3 e 5 entre 25 e 50, temos:

   27, 30, 33, 35, 36, 39, 40, 42, 45, 48.

   Se contarmos de 5 em 5 sobram 3, os resultados podem ser: 28, 33, 38, 43, 48. Eliminando os múltiplos de 3, temos como possibilidades 28, 38 e 43. Se contarmos de 3 em 3 sobram 2, a única possibilidade das listadas é 38. Assim sendo, há 38 pessoas na fila.

CAPÍTULO 3 – RETAS E ÂNGULOS

Trocando ideias – página 66

- As linhas de divisão contínua e dupla contínua lembram partes de retas paralelas.
- As linhas seccionadas lembram segmentos de reta.

Página 68

1. Espera-se que os estudantes consigam identificar na imagem ruas que estejam lado a lado e não se cruzem em nenhum ponto, bem como ruas que acabem se cruzando de alguma forma e nomeiem corretamente o que observam usando os termos “paralela” e “concorrente”.

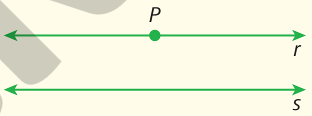
Atividades – página 69

1. a) Os pares de retas paralelas são: *a* e *b*; *c* e *d*.

   b) Os pares de retas concorrentes encontradas na imagem são: *a* e *c*; *a* e *d*; *a* e *e*; *b* e *c*; *b* e *d*; *b* e *e*; *d* e *e* (apesar de que, neste caso específico, a intersecção não seja representada).

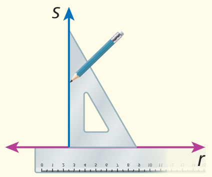
2. Os pares de retas perpendiculares são: *v* e *r*; *u* e *s*; *u* e *t*.

3. Espera-se que os estudantes utilizem o algoritmo proposto para construção de retas paralelas, elaborando uma reta, um ponto e a paralela que passa por esse ponto. Um exemplo de resposta é dado a seguir:

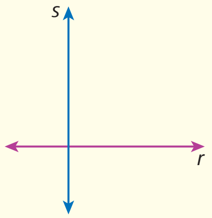


4. 1º) Traçamos uma reta *r*.

2º) Alinhamos a régua com a reta *r* e apoiamos o esquadro sobre a régua, traçando a reta *s*.



3º) Prolongamos a reta *s* e obtemos *r* ⊥ *s*.



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ ARQUIVO DA EDITORA

Lendo e aprendendo – Atividades – página 71

1. a) Além de traços geométricos, pode ser representada por figuras simbólicas de animais como pássaros, peixes ou répteis.

   b) Expressar seus valores culturais e podem ser relacionadas com força, autenticidade e valores de suas nações.

   c) Frutos de cores fortes, como o urucum e o jenipapo, além de carvão.

2. A alternativa **a** é a correta, pois duas linhas que se encontram e não formam ângulos retos são retas concorrentes.

3. Espera-se que os estudantes criem padrões artísticos como os exemplos das imagens a partir do padrão de repetição.

4. Espera-se que os estudantes vejam como a cultura que temos hoje em nosso dia a dia foi fundamentalmente formada, entre outras culturas, pelos povos originários brasileiros. Isso é visto na culinária com base na mandioca, em muitas palavras usadas em nosso cotidiano (formação de nossa língua), grande parte das rotas das estradas que temos que eram essencialmente os caminhos que os indígenas faziam em épocas de migração, influências em nossa agricultura etc.

Atividades – página 73

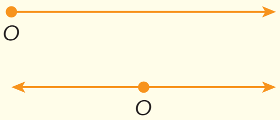
5. **a)** ângulo: $A\hat{O}B$ ou $B\hat{O}A$; vértice: O; lados: $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$

   b) ângulo: $R\hat{S}T$ ou $T\hat{S}R$; vértice: S; lados: $\overrightarrow{SR}$ e $\overrightarrow{ST}$

   c) ângulo: $A\hat{B}C$ ou $C\hat{B}A$; vértice: B; lados: $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$

   d) ângulo: $P\hat{Q}R$ ou $R\hat{Q}P$; vértice: Q; lados: $\overrightarrow{QP}$ e $\overrightarrow{QR}$

6. Um exemplo de desenho que pode ser realizado é dado a seguir:



   a) Sim. Ambas são compostas por semirretas. No caso do ângulo raso, a união das semirretas forma uma reta.

   b) Os lados do ângulo raso e do ângulo nulo têm a mesma reta suporte.

   c) Os lados do ângulo raso não são coincidentes; já os lados do ângulo nulo são.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades – página 78

7. Utilizando as notações indicadas, temos:

   a) 60°
   b) 90°
   c) 102° 35'
   d) 110° 32' 48"

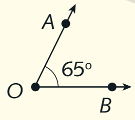
8. Conforme as medições, temos:

   a) med($G\hat{O}F$) = 30°
   b) med($G\hat{O}E$) = 50°
   c) med($D\hat{O}C$) = 20°
   d) med($G\hat{O}D$) = 70°
   e) med($A\hat{O}D$) = 90°
   f) med($A\hat{O}B$) = 110°
   g) med($C\hat{O}F$) = 60°
   h) med($A\hat{O}G$) = 160°

9. Conforme as medições, temos:

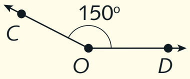
   a) 45°
   b) 40°
   c) 100°
   d) 110°
   e) 135°
   f) 170°

10. **a)**



   Agudo, já que mede menos de 90°.

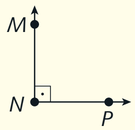
   b)



   Obtuso, já que mede mais de 90°.

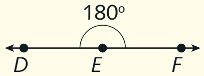
ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

   c)



   Reto, já que mede 90°.

   d)

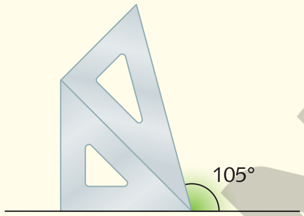


   Raso, já que mede 180°.

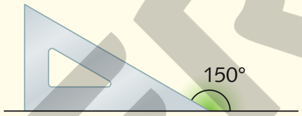
ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

11. Para construção dos ângulos, é interessante usar o que foi explanado na seção "Construção de alguns ângulos com um par de esquadros". Em cada item está indicada a soma dos ângulos notáveis que podem ser utilizados para a construção:

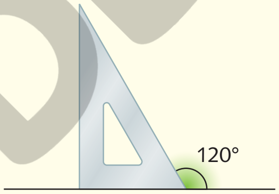
   a)



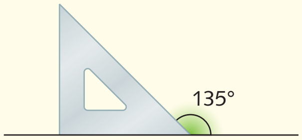
   b) Um exemplo: 30° + 30° + 90° = 150°; outro exemplo: 180° – 30° = 150° (ver figura)



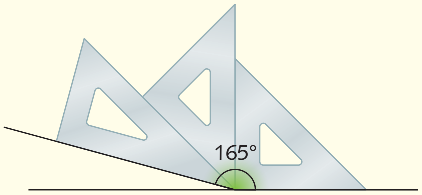
   c) Um exemplo: 60° + 60° = 120°; outro exemplo: 180° – 60° = 120° (ver figura)



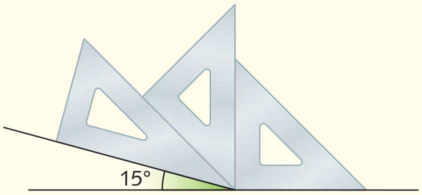
   d) Um exemplo: 90° + 45° = 135°; outro exemplo: 180° – 45° = 135° (ver figura)



   e) Um exemplo: 90°+ 45° + 30° = 165° (ver figura)



   f) 45° – 30° = 15°, conforme o Livro do estudante; outro exemplo: 180° – 165° (ver figura)



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

12. Espera-se que os estudantes construam um hexágono pela construção sucessiva de ângulos de 120°, com aresta de 1,5 cm cada.

13. Um ângulo de 900° corresponde a duas voltas e meia, já que 900 : 360 = 2,5. Alternativa **d**.

Atividades – página 80

14. **a)** $27^\circ = 27 \cdot 1^\circ$ ou $27 \cdot 60' = 1620'$

b) 13° 13' 13" é o mesmo que
$13 \cdot 3600'' + 13 \cdot 60'' + 13'' = 47593''$

c) 12° 57' é o mesmo que $12 \cdot 60' + 57' = 777'$

d)
$$\begin{array}{r|l} 213' & \underline{\;60\;} \\ 33' & 3^\circ \end{array}$$

Logo: 3° 33'

e) 36° é o mesmo que $36 \cdot 3600'' = 129600''$

f)
$$\begin{array}{r|l} 310' & \underline{\;60\;} \\ 10' & 5^\circ \end{array}$$

Logo: 5° 10'

g) 17° 12' é o mesmo que $17 \cdot 3600'' + 12 \cdot 60'' = 61920''$

h)
$$\begin{array}{r|l} 214317'' & \underline{\;60\;} \\ 57'' & 3571' \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3571' & \underline{\;60\;} \\ 31' & 59^\circ \end{array}$$

Logo: 59° 31' 57"

15. 112% de $90 = \frac{112}{100} \cdot 90 = \frac{10080}{100} = 100{,}8^\circ$, ou seja, 100° 48'.

Atividades – páginas 82 e 83

16. Efetuando os cálculos, temos:

a)
$$\begin{array}{lr} & 25^\circ\ 12' \\ + & \underline{37^\circ\ 20'} \\ & 62^\circ\ 32' \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{lr} & 86^\circ\ 52'\ 50'' \\ + & \underline{39^\circ\ 43'\ 20''} \\ & 126^\circ\ 36'\ 10'' \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{lr} & 45^\circ\ 12'\ 37'' \\ + & \underline{47^\circ\ 49'\ 38''} \\ & 93^\circ\ \ 2'\ 15'' \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{lr} & 42^\circ\ 30' \\ + & \underline{47^\circ\ 30'} \\ & 90^\circ\ 00' \end{array}$$

e)
$$\begin{array}{lr} & 75^\circ\ 21' \\ - & \underline{49^\circ\ 33'} \\ & 25^\circ\ 48' \end{array}$$

f)
$$\begin{array}{lr} & 47^\circ\ 39'\ 25'' \\ - & \underline{29^\circ\ 31'\ 45''} \\ & 18^\circ\ \ 7'\ 40'' \end{array}$$

g)
$$\begin{array}{lr} & 80^\circ\ 49'\ 32'' \\ - & \underline{73^\circ\ 51'\ 46''} \\ & 6^\circ\ 57'\ 46'' \end{array}$$

h)
$$\begin{array}{lr} & 90^\circ\ 00'\ 00'' \\ - & \underline{35^\circ\ 49'\ 46''} \\ & 54^\circ\ 10'\ 14'' \end{array}$$

17. Podemos obter as medidas pedidas por meio de somas e subtrações de ângulos, assim, temos:

a)
$$\begin{array}{lr} & 112^\circ\ 15'\ 20'' \\ + & \underline{46^\circ\ 30'\ 00''} \\ & 158^\circ\ 45'\ 20'' \end{array}$$

Assim, $\text{med}(A\widehat{O}C) = 158^\circ\ 45'\ 20''$

b)
$$\begin{array}{lr} & 112^\circ\ 15'\ 20'' \\ + & \underline{21^\circ\ 14'\ 40''} \\ & 133^\circ\ 30'\ 00'' \end{array}$$

Assim, $\text{med}(B\widehat{O}D) = 133^\circ\ 30'$

c) 180°, já que é raso. Podemos obter este valor também somando todas as medidas apresentadas.

d)
$$\begin{array}{lr} & 180^\circ\ 00' \\ - & \underline{133^\circ\ 30'} \\ & 46^\circ\ 30' \end{array}$$

Assim, $\text{med}(A\widehat{O}E) = 46^\circ\ 30'$

18. **a)** $6 \cdot (45^\circ\ 12')$
$$\begin{array}{lr} & 45^\circ\ 12' \\ \times & \underline{6} \\ & 271^\circ\ 12' \end{array}$$

b) $4 \cdot (12^\circ\ 30')$
$$\begin{array}{lr} & 12^\circ\ 30' \\ \times & \underline{4} \\ & 50^\circ\ 00' \end{array}$$

c) $7 \cdot (1^\circ\ 10'\ 13'')$
$$\begin{array}{lr} & 1^\circ\ 10'\ 13'' \\ \times & \underline{7} \\ & 8^\circ\ 11'\ 31'' \end{array}$$

d) $5 \cdot (45^\circ\ 12'\ 56'')$
$$\begin{array}{lr} & 45^\circ\ 12'\ 56'' \\ \times & \underline{5} \\ & 226^\circ\ 4'\ 40'' \end{array}$$

e) $8 \cdot (25^\circ\ 20'\ 20'')$
$$\begin{array}{lr} & 25^\circ\ 20'\ 20'' \\ \times & \underline{8} \\ & 202^\circ\ 42'\ 40'' \end{array}$$

f) 98° 56' : 2
$$\begin{array}{r|l} 98^\circ\ 56' & \underline{\;2\;} \\ 0^\circ\ 56' & 49^\circ\ 28' \\ 0 & \end{array}$$

g) 15° : 8
$$\begin{array}{r|l} 15^\circ\ 00'\ 00'' & \underline{\;8\;} \\ 420' & 1^\circ\ 52'\ 30'' \\ 240'' & \\ 0 & \end{array}$$

h) 84° 40' 20" : 2
$$\begin{array}{r|l} 84^\circ\ 40'\ 20'' & \underline{\;2\;} \\ 0\ \ 40' & 42^\circ\ 20'\ 10'' \\ 0'\ 20'' & \\ 0 & \end{array}$$

i) 39° 11' 40" : 2
$$\begin{array}{r|l} 39^\circ\ 11'\ 40'' & \underline{\;2\;} \\ 71' & 19^\circ\ 35'\ 50'' \\ 100'' & \\ 0 & \end{array}$$

j) 42° 35' 20" : 8
$$\begin{array}{r|l} 42^\circ\ 35'\ 20'' & \underline{\;8\;} \\ 155' & 5^\circ\ 19'\ 25'' \\ 200'' & \\ 0 & \end{array}$$

19. **a)**

$$\begin{array}{r} 47^\circ\ 29' \\ \times\qquad 3 \\ \hline 142^\circ\ 27' \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 23^\circ\ 19'\ 15'' \\ \times\qquad\quad 4 \\ \hline 93^\circ\ 17' \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} 20^\circ\ 15'\ 20'' \\ \times\qquad\quad 6 \\ \hline 121^\circ\ 32' \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r|l} 97^\circ\ 00' & \quad 2 \\ \cline{2-2} 60' & 48^\circ\ 30' \\ 0 & \end{array}$$

e)

$$\begin{array}{r|l} 98^\circ\ 54' & \quad 3 \\ \cline{2-2} 174' & 32^\circ\ 58' \\ 0 & \end{array}$$

f)

$$\begin{array}{r|l} 60^\circ\ 40'\ 20'' & \quad 4 \\ \cline{2-2} 40' & 15^\circ\ 10'\ 5'' \\ 20'' & \\ 0 & \end{array}$$

20. **a)** med($A\hat{O}B$) : 4 = 36° 20’ : 4 = 9° 5’

b) 2 · med($B\hat{O}C$) = 2 · 99° 20’ 40” = 198° 41’ 20”

c) 3 · med($C\hat{O}D$) = 3 · 44° 19’ 20” = 132° 58’

d) med($A\hat{O}C$) : 8 = (36° 20’ + 99° 20’ 40”) : 8 =
= (135° 40’ 40”) : 8 = 16° 57’ 35”

Atividades – páginas 84 e 85

21. As medidas estão indicadas a seguir:

a) med($A\hat{O}B$) = 30°

b) med($B\hat{O}C$) = 50°

c) med($C\hat{O}D$) = 30°

d) med($D\hat{O}E$) = 50°

e) med($E\hat{O}F$) = 35°

f) med($F\hat{O}G$) = 35°

g) med($A\hat{O}C$) = 80°

h) med($E\hat{O}A$) = 160°

i) med($F\hat{O}C$) = 115°

j) med($E\hat{O}B$) = 130°

Os pares de ângulos congruentes (de mesmas medidas) são:
$A\hat{O}B \cong C\hat{O}D$ $\quad B\hat{O}C \cong D\hat{O}E$ $\quad E\hat{O}F \cong F\hat{O}G$.

22. Espera-se que os estudantes utilizem os procedimentos discutidos na seção anterior para reproduzir os ângulos pedidos.

23. Sim, o triângulo *ABC* é isósceles, já que as medidas dos ângulos com vértices *B* e *C* são iguais.

24. Espera-se que os estudantes utilizem os procedimentos discutidos na seção anterior para reproduzir os ângulos pedidos.

25. Realizando as medições com transferidor, temos:
$S\hat{V}T \cong P\hat{O}Q$ e $R\hat{S}T \cong N\hat{O}M \cong K\hat{Y}Z$

Atividades – página 86

26. Exemplos de resposta:
$A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$; $B\hat{O}C$ e $C\hat{O}D$; $C\hat{O}D$ e $D\hat{O}E$; $A\hat{O}D$ e $D\hat{O}E$; $A\hat{O}C$ e $C\hat{O}D$; $A\hat{O}C$ e $C\hat{O}E$.

27. Exemplos de resposta:

a) $A\hat{O}F$ e $C\hat{O}B$;

b) $D\hat{O}B$ e $A\hat{O}E$.

28. **a)** med($A\hat{O}B$) = 27° + 23° = 50°

b) med($E\hat{O}D$) = 75° – 38° = 37°

Atividades – página 87

29. **a)** Complemento de 76° = 90° – 76° = 14°.

b) Complemento de 0° = 90° – 0 = 90°

c) Complemento de 38° = 90° – 38° = 52°

d) Complemento de 90° = 90° – 90° = 0°

e) Complemento de 36° 48’ = 90° – 36° 48’ = 53° 12’

$$\begin{array}{rl} & 90^\circ\ 00' \\ - & \underline{36^\circ\ 48'} \\ & 53^\circ\ 12' \end{array}$$

f) Complemento de 82° 52’ = 90° – 82° 52’ = 7° 10’

$$\begin{array}{rr} & 90^\circ\ 00' \\ - & \underline{82^\circ\ 50'} \\ & 7^\circ\ 10' \end{array}$$

30. Espera-se que os estudantes consigam verificar que, em um triângulo retângulo, os ângulos agudos são complementares.

31. Como $A\hat{O}C$ é reto, med($B\hat{O}C$) = 90° – 68° = 22°

32. Os ângulos mencionados são complementares. O complemento de 78° é 90° – 78° = 12°.

33. Os ângulos mencionados são complementares. O complemento de 48°36’28” é 90° – 48°36’28” = 41°23’32”.

$$\begin{array}{rl} & 90^\circ\ 00'\ 00'' \\ - & \underline{48^\circ\ 36'\ 28''} \\ & 41^\circ\ 23'\ 32'' \end{array}$$

Atividades – página 88

34. **a)** Suplemento de 76° = 180° – 76° = 104°

b) Suplemento de 30° = 180° – 30° = 150°

c) Suplemento de 0° = 180° – 0 = 180°

d) Suplemento de 136°48’ = 180° – 136°48’ = 43°12’

e) Suplemento de 90°30’ = 180° – 90°30’ = 89°30’

35. Suplemento de 106° = 180° – 106° = 74°

36. med($B\hat{O}C$) = 180° – 130° = 50°

Tecnologias digitais em foco – página 89

a) Considerando a disposição dos pontos da figura (*O* entre *A* e *B*, *O* entre *C* e *D*), os ângulos opostos pelo vértice são: $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}C$; $D\hat{O}B$ e $C\hat{O}A$.

b) Os ângulos $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}C$ possuem as mesmas medidas, ou seja, são congruentes; o mesmo acontece com os ângulos $D\hat{O}B$ e $C\hat{O}A$.

Atividades – página 90

37. Exemplos de resposta:
Ângulos o.p.v.: $D\hat{O}E$ e $B\hat{O}A$, $E\hat{O}F$ e $C\hat{O}B$, $D\hat{O}C$ e $F\hat{O}A$; ângulos suplementares: $D\hat{O}E$ e $E\hat{O}A$, $C\hat{O}B$ e $B\hat{O}F$, $F\hat{O}A$ e $A\hat{O}C$.

38. **a)** Falso. Os ângulos podem ter medidas suplementares se cada um medir 90°.

b) Verdadeiro.

c) Verdadeiro, já que 90° + 90° = 180°.

39. Relacionando as igualdades, temos:

a) 150° = 90° + ▢; subtraindo 90° dos dois membros da igualdade: 150° – 90° = 90° + ▢ – 90°; assim, ▢ = 60°

b) 80° = 30° + ▢; subtraindo 90° dos dois membros da igualdade: ▢ = 80° – 30° = 30° + ▢ – 30°; assim, ▢ = 50°

Atividades – página 93

40. **a)** $\hat{c}$ e $\hat{a}$, opostos pelo vértice formado pelo cruzamento entre t e r.

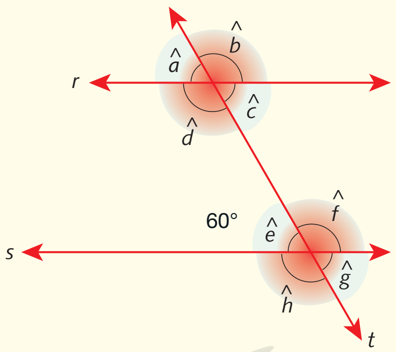
b) $\hat{n}$ e $\hat{a}$, alternos internos pelas retas $s \parallel r$, com t transversal.

c) $\hat{c}$ e $\hat{n}$, correspondentes em r e s, respectivamente.

d) $\hat{c}$ e $\widehat{m}$, colaterais externos em r e s, respectivamente.

e) $\hat{b}$ e $\widehat{m}$, alternos externos em r e s, respectivamente.

41. Medindo com o transferidor, temos:



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) $a = c = e = g = 60°$; $b = d = f = h = 120°$

b) Têm a mesma medida de abertura.

c) Têm a mesma medida de abertura.

d) São suplementares.

42. Av. Matemática, já que é a via que cruza com as 3 avenidas que estão em paralelo.

Tecnologias digitais em foco – página 94

a) Considerando a disposição dos pontos como na figura (G entre A e B, H entre C e D), os pares de ângulos correspondentes são: $E\hat{G}B$ e $G\hat{H}D$, $B\hat{G}H$ e $D\hat{H}F$, $A\hat{G}E$ e $C\hat{H}G$, $H\hat{G}A$ e $F\hat{H}C$.

b) Espera-se que os estudantes concluam que as medidas dos pares de ângulos correspondentes são iguais.

c) Espera-se que os estudantes percebam que as relações descobertas anteriormente continuam válidas.

Atividades – páginas 96 e 97

43. As retas r e s são paralelas, porque formam ângulos de mesma medida (ângulos correspondentes) com a régua colocada na transversal.

44. Justificativas:

$a + b + 40° = 180°$, pois formam um ângulo raso.

$b + c + 70° = 180°$, pois são os ângulos internos de um triângulo.

$a = 70°$, pois $\hat{a}$ é alterno interno do ângulo que mede 70°.

$b = 180° – 70° – 40° = 70°$

$c = 40°$, pois $\hat{c}$ é alterno interno do ângulo que mede 40°.

$\hat{d}$ é suplementar a $\hat{c}$, assim sendo, $d = 140°$.

45. **a)** $a = 60°$ por ser ângulo correspondente a um ângulo de medida 60°. Como $\hat{b}$ é suplementar a $\hat{a}$, $b = 120°$.

b) $a = 46°$ por ser ângulo suplementar a um ângulo que mede 134°; $\hat{b}$ e $\hat{a}$ são correspondentes, logo, $b = 46°$; $\hat{b}$ e $\hat{c}$ são suplementares, logo, $c = 134°$.

46. y = 50, por serem ângulos correspondentes. Como x e y são o.p.v., x = y = 50°. z é correspondente ao ângulo suplementar de x e y, portanto, z = 130°.

47. **a)** 85° = x + y. Como y = 40° (são ângulos o.p.v), x = 85° – 40° = 45°.

b) $\hat{x}$ é suplementar ao ângulo de medida 50°, portanto, $x = 130°$; $y = 50° + 38° = 88°$.

48. $\hat{x}$ é alterno interno ao ângulo que mede 50°, logo, $x = 50°$. Como $\hat{y}$ é correspondente ao ângulo suplementar de $\hat{x}$, $y = 130°$.

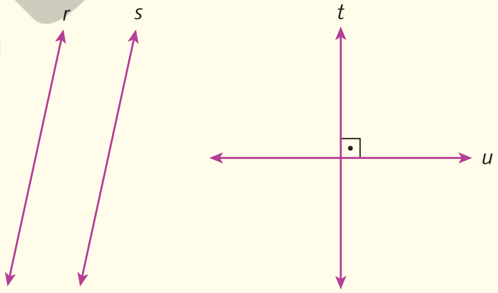
Revisão dos conteúdos deste capítulo – páginas 98 a 101

1. **a)** r e s

b) Exemplo de resposta: u e r; u e s, pois se cruzam formando ângulos.

c) t e r; t e s, pois se cruzam formando ângulos de 90°

2.



3. **a)** ângulo: $A\hat{O}B$ ou $B\hat{O}A$,

vértice: O, lados: $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$

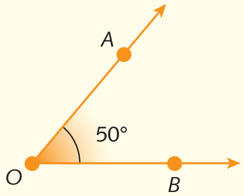
b) ângulo: $G\hat{O}D$ ou $D\hat{O}G$,

vértice: O, lados: $\overrightarrow{OG}$ e $\overrightarrow{OD}$

4. **a)** 48°

b) 115°

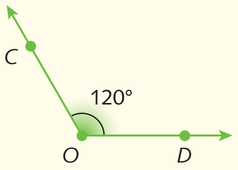
5. **a)** $A\hat{O}B$ é agudo, pois mede entre 0° e 90°.



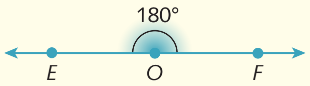
ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

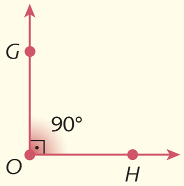
b) $C\widehat{O}D$ é obtuso, pois mede entre 90° e 180°.



c) $E\widehat{O}F$ é raso, pois mede 180°.



d) $G\widehat{O}H$ é reto, pois mede 90°.



6. **a)** $32^\circ = 32 \cdot 60' = 1920'$

b) $15^\circ\ 30' = 15 \cdot 3600'' + 30 \cdot 60'' = 55800''$

c) $$\begin{array}{r|l} 192' & 60^\circ \\ \cline{2-2} 12' & 3^\circ \end{array}$$

Assim, 192’ = 3° 12’

d) $25^\circ\ 18' = 25 \cdot 3600'' + 18 \cdot 60'' = 91080''$

e) $$\begin{array}{r|l} 180318'' & 60' \\ \cline{2-2} 18'' & 3005' \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3005' & 60^\circ \\ \cline{2-2} 5' & 50^\circ \end{array}$$

Assim, 180 318” = 50° 5’ 18”

7. **a)** $$\begin{array}{rr} & 35^\circ\ 18' \\ + & \underline{42^\circ\ 15'} \\ & 77^\circ\ 33' \end{array}$$

b) $$\begin{array}{rr} & 75^\circ\ 32'\ 41'' \\ + & \underline{56^\circ\ 48'\ 35''} \\ & 132^\circ\ 21'\ 16'' \end{array}$$

c) $$\begin{array}{rr} & 68^\circ\ 46' \\ - & \underline{51^\circ\ 39'} \\ & 17^\circ\ 7' \end{array}$$

d) $$\begin{array}{rr} & 89^\circ\ 00'\ 00'' \\ - & \underline{76^\circ\ 36'\ 12''} \\ & 12^\circ\ 23'\ 48'' \end{array}$$

e) $$\begin{array}{rr} & 28^\circ\ 15' \\ \times & 4 \\ \hline & 113^\circ\ 00' \end{array}$$

f) $$\begin{array}{rr} & 12^\circ\ 45'\ 17'' \\ \times & 7 \\ \hline & 89^\circ\ 16'\ 59'' \end{array}$$

g) $$\begin{array}{r|l} 72^\circ\ 45'\ 15'' & 3 \\ \cline{2-2} 45' & 24^\circ\ 15'\ 5'' \\ 15' & \\ 0' & \end{array}$$

h) $$\begin{array}{r|l} 48^\circ\ 45'\ 20'' & 8 \\ \cline{2-2} 320'' & 6^\circ\ 5'\ 40'' \\ 0' & \end{array}$$

8. Verificando com o transferidor, temos:
$B\widehat{O}C \cong C\widehat{O}D$, $A\widehat{O}C \cong D\widehat{O}E$ e $A\widehat{O}D \cong C\widehat{O}E$

9. Exemplos de resposta: $A\widehat{O}B$ e $B\widehat{O}C$, $B\widehat{O}C$ e $C\widehat{O}D$, $A\widehat{O}C$ e $C\widehat{O}D$.

10. **a)** Complemento de 46° = 90° – 46° = 44°

b) Complemento de 65° = 90° – 65° = 25°

c) Complemento de 35°18’ = 90° – 35°18’ = 54°42’

d) Complemento de 62°18’ = 90° – 62°18’ = 27°42’

e) Complemento de 75°22’ = 90° – 75°22’ = 14°38’

f) Complemento de 18°50’ = 90° – 18°50’ = 71°10’

11. Se um ângulo mede 46°18’39”, seu adjacente complementar medirá 90° – 46°18’39”:

$$\begin{array}{rl} & 90^\circ 00'00'' \\ - & \underline{46^\circ 18'39''} \\ & 43^\circ 41'21'' \end{array}$$

assim, o outro ângulo mede 43°41’21”.

12. Definindo o suplemento como a medida que, somada à medida de um ângulo resulta em 180°, temos:

a) Suplemento de 62° = 180° – 62° = 118°

b) Suplemento de 80° = 180° – 80° = 100°

c) Suplemento de 118°50’ = 180° – 118°50’ = 61°10’

d) Suplemento de 29°18’ = 180° – 29°18’ = 150°42’

e) Suplemento de 125°48’42” = 180° – 125°48’42” = = 54°11’18”

f) Suplemento de 90°30’12”= 180° – 90°30’12” = 89°29’48”

13. $A\widehat{O}B$ e $D\widehat{O}E$, $B\widehat{O}C$ e $E\widehat{O}F$ e $C\widehat{O}D$ e $A\widehat{O}F$.

14. **a)** Temos 155° = 120° + ▢; subtraindo 120° dos dois lados da igualdade: 155° – 120° = 120° + ▢ – 120°; assim, ▢ = 35°

b) Temos 110° = 35° + ▢; subtraindo 35° dos dois lados da igualdade: 110° – 35° = 35° + ▢ – 35°; assim, ▢ = 75°

15. a = 50°, já que $\hat{a}$ tem um alterno interno que mede 50°; Como $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são suplementares, b = 130°; c = 80°, já que é correspondente ao ângulo que possui essa medida; d é tal que $c + d + 50^\circ = 180^\circ$, logo, d = 50°.

16. **a)** y é correspondente a 150°, então y = 154°. Já x é complementar a y, então, x = 26°.

b) $\hat{x}$ é o.p.v ao ângulo que mede 30°, então, x = 30°. Já y = 66° – 30° = 36°, já que y + 30° compõe o ângulo central por correspondência.

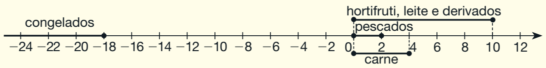
É hora de extrapolar – páginas 102 e 103

4. **a)** Entre as razões destacadas pelos estudantes, podem figurar excesso de sal, açúcar, conservantes, presença de transgênicos, corantes e falta de nutrientes.

b) Entre as razões destacadas pelos estudantes, podem figurar a facilidade de oferta, preço, hábitos alimentares arraigados.

5. **a)** O resfriamento diminui a reprodução de microrganismos, enquanto o congelamento impede sua proliferação.

b)



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

6. **a)** Medidas das aberturas dos ângulos centrais correspondentes a cada tipo de alimento:

Legumes e verduras — 180°; ângulo raso.

Carboidratos — 90°; ângulo reto.

Proteínas — 22°30; ângulo agudo.

b) Os estudantes poderão diversificar as imagens de pratos montados das diversas regiões brasileiras que ofereçam as mesmas porcentagens da comida adequada.

Etapa 4: Os estudantes devem realizar a etapa de validação do trabalho com os colegas da classe; o nome da campanha pode ser tirado das opiniões e das sugestões.

Etapa 5: O registro da atividade de pesquisa pode servir como memória do trabalho e proporcionar eventuais revisões no futuro. Mesmo as ideias relegadas podem constar nessa documentação.

UNIDADE 2

CAPÍTULO 4 – FRAÇÕES

Trocando ideias – página 105

1. Espera-se que os estudantes consigam elencar outras situações cotidianas que necessitem de ordenação, tais como cozinhar, em que os alimentos precisam ser limpos, organizados, cortados e colocados para cozinhar em ordem específica.

2. A quantidade de amaciante será menor que a de detergente líquido, já que é adicionada à máquina de lavar uma quantidade menor que uma tampa, enquanto que, para o detergente, uma tampa e meia é adicionada.

Atividades – páginas 111 a 113

1. **a)** O inteiro estaria representado pelo círculo.

   b) O inteiro estaria representado por 4 círculos.

2. A fração que representa a divisão que Joana fará das jabuticabas é $\frac{28}{4}$, ou seja, o número de jabuticabas pelo número de crianças, resultando em 7 jabuticabas para cada uma delas.

3. **a)** A fração que representa a divisão das bolinhas feitas pela mãe de Jorge é $\frac{25}{3}$, ou seja, o número de bolinhas de gude pelo número de crianças.

   b) Ao realizar a divisão, nota-se que não se tem como dividir a quantidade de bolinhas igualmente entre as crianças. Para que todas recebam uma quantidade igual, cada uma delas fica com 8 bolinhas, restando uma. Este exercício é interessante para começar a trabalhar o conceito de resto na divisão.

4. **a)** Assumindo as duas barras de chocolate como um inteiro e cada um dos retângulos que o formam como uma parte, têm-se ao todo 18 partes para formar esse inteiro. Das 18 partes, são representadas apenas 15, ou seja, $\frac{15}{18}$. Entretanto, esta fração pode ser simplificada (dividindo numerador e denominador por 3), resultando em $\frac{5}{6}$.

   Caso consideremos 4 barras de chocolate como um inteiro, teremos agora 36 partes em vez de 18. Levando em conta a mesma quantidade de chocolate do item anterior (15 retângulos, ou partes) temos a fração $\frac{15}{36}$. Como no caso anterior, esta fração também pode ser simplificada (dividindo numerador e denominador por 3), resultando na fração $\frac{5}{12}$.

   b) Cada copo possui quatro partes iguais. Se considerarmos dois copos como um inteiro, teremos ao todo 8 partes formando um inteiro. Ao analisar a imagem, nota-se que há seis partes preenchidas com água, logo a fração que representa o sistema é $\frac{6}{8}$ ou, simplificando o numerador e o denominador por 2, teremos a fração $\frac{3}{4}$.

   Caso sejam considerados três copos como um inteiro, temos agora 12 partes formando um inteiro. Sendo assim, como ainda estão preenchidas 6 partes, a fração que representa o sistema é $\frac{6}{12}$ ou, simplificando a fração, $\frac{1}{2}$.

5. **a)** Razão é uma maneira de estabelecer entre quantidades; no caso, estão sendo comparadas as quantidades de açúcar e leite. Como são necessárias 3 xícaras de açúcar para cada 4 xícaras de leite em cada receita, a razão é representada pela fração $\frac{3}{4}$.

   b) A ideia de proporção começa a ser explorada, visto que as receitas devem ter seus ingredientes aumentados ou diminuídos proporcionalmente para que não haja problemas com o resultado dos quitutes. Para cada bolo são necessários 3 ovos. Como estão sendo usados 9, percebe-se que a quantidade foi triplicada. O mesmo deve acontecer a todos os outros ingredientes, inclusive o queijo, cuja quantidade necessária agora é 300 g. Isso ocorre porque a razão entre esses ingredientes é de 3 ovos para 100 g de queijo, ou $\frac{3}{100}$.

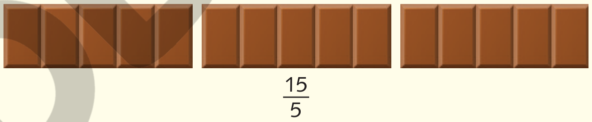
6. Analisando a quantidade de jogos, vemos que há 5 jogos de aventura e 9 jogos de corrida; a razão de jogos de aventura para os jogos de corrida é então de $\frac{5}{9}$.

7. **a)** Luís quer dividir seus 21 jogos em grupos menores de 4 jogos para poder presentear os amigos, ou seja, $\frac{21}{4}$.

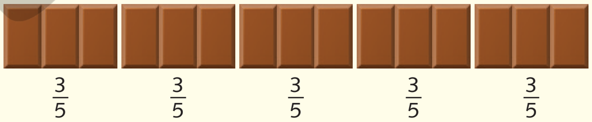
   b) Ao fazer isso, ele consegue 5 porções de 4 jogos cada, sendo assim ele consegue presentear até 5 amigos e um jogo acaba sobrando.

8. Tomando cada uma das barras como um inteiro, ela deve ser dividida em cinco partes iguais. Cada um dos irmãos receberá uma parte de cada barra. Como são três barras, isso se repete três vezes, logo $3 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$, conforme representado pela imagem a seguir.

   Inteiro:



   Cada parte:



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

9. Como Carlos e sua prima fazem parte da mesma família, cada um concorre com uma possibilidade para usar o salão de festas. Como são 44 apartamentos concorrendo, a chance é de 2 entre 44, logo $\frac{2}{44}$ ou $\frac{1}{22}$ (simplificando por 2, o numerador e o denominador).

10. Para saber o valor de $\frac{1}{3}$, deve-se dividir o número de figurinhas em 3 grupos diferentes com a mesma quantidade cada e contar quantas há em um desses grupos. Sabendo que uma dessas partes é repetida, o restante serão as figurinhas inéditas. Ou seja:

    $\frac{1}{3} \times 144 = 48$ figurinhas repetidas.

    $144 - 48 = 96$ figurinhas inéditas.

11. Como são preparados $\frac{3}{5}$ do saco de arroz, é preciso saber qual é a massa de cada parte, ou seja:

    $\frac{5}{5} = 1$ kg

    Como são três partes, são 3 vezes 1 kg; logo, 3 kg de arroz.

12. Professor, aqui a ideia de regra de três advinda da proporcionalidade começa a ser inserida de forma mais explícita.

Se em 1 h o corredor consegue correr, em média, 20 km, o tempo estimado para que ele consiga correr 40 km é de 2 h. Como a distância teve seu valor dobrado, o tempo deve acompanhar essa proporção.

13. Como José tem apenas 3 dos 4 ovos necessários, a mesma ideia deve ser aplicada às quantidades dos outros ingredientes para que ele consiga fazer o bolo sem problemas, ou seja, $\frac{3}{4}$ da quantidade de cada ingrediente.

14. A ideia de função afim começa a ser explorada nessa atividade, em que os estudantes devem descobrir o valor de uma incógnita, então fica uma sugestão de abordagem. No caso, pode ser feito o raciocínio inverso da conta anterior, em que os estudantes devem descobrir a sétima parte de 21 e multiplicar o resultado por dois. Deve-se multiplicar 6 por 7 e dividir por 2, ou seja, multiplicar por $\frac{7}{2}$.

Atividades — páginas 113 e 114

15. Os estudantes podem dividir o desenho em áreas de mesmo tamanho e verificar que a área coberta de amarelo é menor que um terço da área total.

16. São duzentos automóveis para serem distribuídos em oito fileiras, ou seja, 200 dividido por 8 ou $\frac{200}{8}$, que corresponde a 25 automóveis por fileira.

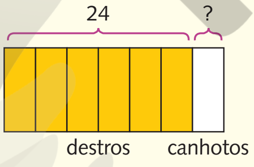
17. Se cada torta é dividida em 5 pedaços, têm-se ao todo 15 pedaços (já que são três tortas inteiras). Com isso, podem ser servidas 15 pessoas.

18. Das 15 maçãs representadas, 9 têm folha no caule e 6 não têm. Com isso, a razão do número de maçãs sem folha para o número de maçãs com folha é igual a $\frac{6}{9}$.

19. **a)** Aqui, a ideia de porcentagem é trabalhada segundo a perspectiva da parte pelo todo. O inteiro é definido como o 100 e a parte é o 15, que é fornecida na atividade. A representação da fração é $\frac{15}{100}$. 15% do preço é a multiplicação dessa fração pelo valor inicial, logo $\frac{15}{100} \cdot 280$.

b) O valor do desconto é o resultado da operação indicada no item anterior, ou seja, R$ 42,00.

20. Se $\frac{1}{7}$ dos estudantes corresponde a canhotos, então $\frac{6}{7}$ são destros. Mas esses $\frac{6}{7}$ correspondem a 24 estudantes.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Daí, se $\frac{6}{7}$ de toda a classe representam 24 estudantes, então $\frac{1}{7}$ representa 24 : 6 = 4

Finalmente, a classe toda é representada por $\frac{6}{7} + \frac{1}{7} = \frac{7}{7}$, ou 24 + 4 = 28 estudantes.

21. O fluxograma pode ser uma ferramenta para ordenar frações, sempre que os denominadores são iguais; nesse caso, a ordenação se resume à comparação de numeradores; se os denominadores forem diferentes, precisaremos antes obter frações equivalentes às originais, com o mesmo denominador.

22. Se o limite superior de velocidade era 80 km/h no primeiro trecho e a distância percorrida foi de 80 km, então Fernanda levou 1 h para percorrer esse trecho. O segundo trecho foi de 60 km e a velocidade do carro era de 120 km/h. Sendo assim, se a cada hora nessa velocidade são percorridos 120 km, 60 km (a metade dessa distância) deverá tomar a metade do tempo ou seja, meia hora. Ao todo, gastou-se 1 hora e meia. Em fração, tem-se:

$$1\text{ h} + \frac{1}{2}\text{ h} = \frac{2}{2}\text{ h} + \frac{1}{2}\text{ h} = \frac{3}{2}\text{ h}$$

23. O tanque no início da viagem tinha $\frac{3}{4}$ da capacidade completa e ao fim restava apenas $\frac{1}{4}$. A diferença entre esses valores é a quantidade consumida de combustível, logo:

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Ou seja, metade da capacidade total do tanque foi consumida. Como cabem 50 litros, o valor total gasto foi de 25 L.

24. Espera-se que os estudantes compreendam as relações de proporcionalidade direta entre distância e tempo, e de proporcionalidade inversa entre velocidade e tempo na hora de criar o exercício. Veja o que foi trabalhado na atividade 22.

25. Espera-se que os estudantes trabalhem a ideia de "parte pelo todo" implícita nas porcentagens e assumam 100 como o inteiro no problema, como foi feito por exemplo na atividade 19.

Resolvendo em equipe — página 115

As frações equivalentes são:

$$\frac{8}{12}; \frac{4}{12}; \frac{6}{12}; \frac{3}{12}; \frac{10}{12}; \frac{9}{12}; \frac{7}{12}; \frac{1}{12}; \frac{6}{12}; \frac{12}{12}$$

Se todos seguirem corretamente o algoritmo de ordenação, teremos:

$$\frac{1}{12}; \frac{3}{12}; \frac{4}{12}; \frac{6}{12}; \frac{6}{12}; \frac{7}{12}; \frac{8}{12}; \frac{9}{12}; \frac{10}{12}; \frac{12}{12}$$

Revisão dos conteúdos deste capítulo — página 116

1. **a)** O inteiro seria toda a figura, ou seja, todo o hexágono.

b) Se 6 triângulos equivalem a uma metade do inteiro, o dobro equivale ao valor do inteiro, ou seja, 12. Três triângulos equivalem à metade da metade do inteiro, ou seja, $\frac{1}{4}$ de 12.

2. Considerando que cada pessoa coma um pedaço, são 16 pessoas, visto que são duas pizzas e que cada uma possui 8 pedaços.

3. Para descobrir a fração das pessoas que cabem em cada fileira, basta dividir o número máximo da lotação da sala (288) pelo número de fileiras (16), ou seja, 288 pessoas para 16 fileiras ou $\frac{288}{16}$. Resolvendo a divisão, obtém-se que a quantidade de pessoas por fileira será de 18.

4. **a)** Como ele vai distribuir 416 figurinhas para 4 colegas, é como se ele dividisse o valor total para 4, ou seja, $\frac{416}{4}$.

b) Realizando a divisão, obtém-se que cada colega receberá 104 figurinhas.

5. Se em 3 h são percorridos 198 km, precisa-se saber quantos quilômetros são percorridos em 1 h, ou seja, a terça parte dessa distância. Portanto, são percorridos 66 km em uma hora; logo, a velocidade é de 66 km/h.

6. A razão será a relação, a comparação entre as distâncias que Marcos e Anderson, respectivamente, percorreram, ou seja, $\frac{10\,000}{12\,500}$. Simplificando o numerador e o denominador por 2 500, tem-se a razão de $\frac{4}{5}$.

7. **a)** Tomando 100% como o valor total a ser pago, a décima segunda parte desse valor representa o desconto recebido, ou seja, $\frac{12}{100} \cdot 190$.

b) O valor do desconto recebido é de R$ 22,80.

8. $\frac{1}{6}$ dos colegas de Maria não gosta de ir ao teatro, e os demais, ou seja, $\frac{5}{6}$ deles, gostam. Se $\frac{5}{6}$ desses colegas correspondem a 20, então, $\frac{1}{6}$ corresponde a 20 : 5 = 4. Assim, Maria pesquisou 20 + 4 = 24 colegas.

9. Para transformar 90 em 72, foi aplicada a seguinte sequência de operações:

Sequência de operações originais

$$\boxed{90} \xrightarrow{\times 4} \boxed{360} \xrightarrow{:5} \boxed{72}$$

Para transformar 72 em 90, usaremos em cada passo a operação inversa da original:

Sequência de operações inversas

$$\boxed{72} \xrightarrow{\times 5} \boxed{360} \xrightarrow{:4} \boxed{90}$$

Assim, devemos multiplicar 72 por $\frac{5}{4}$ para obtermos 90.

10. Se Nair usou $\frac{2}{5}$ de seu salário, é como se ela tivesse dividido o valor total recebido por 5 partes iguais e usado duas dessas partes para pagar as despesas. Dividindo R$ 4 600,00 por 5, obtêm-se R$ 920,00. Logo, ela usou esse valor duas vezes, ou R$ 1 840,00.

11. Como a velocidade é constante, sabe-se que a distância percorrida a cada hora não se altera. A cada hora são percorridos 250 km. Logo, passando 3 h, é percorrido o triplo desse valor, ou 750 km.

CAPÍTULO 5 – NÚMEROS RACIONAIS

Trocando ideias – página 117

- Resposta pessoal. É importante ressaltar com os estudantes algumas medidas básicas de educação financeira, como evitar gastos desnecessários e realizar planejamentos financeiros.
- O titular da conta conseguiu regularizar a conta, porque R$ 200,00 é um valor maior do que a quantia devida (R$ 187,66).

Atividades – página 119

1. Justificando item a item, temos:

a) Verdadeiro.

b) Falso. –17 é um número negativo, já que é menor que zero.

c) Falso. $\frac{2}{5}$ é um número racional.

d) Verdadeiro, já que é um quociente entre números inteiros.

e) Verdadeiro. Zero pode ser expresso como a fração $\frac{0}{1}$.

f) Falso. A quantia indica a metade de um inteiro negativo.

g) Verdadeiro. Podemos expressar o número como $\frac{1}{100}$.

h) Falso, já que o número não é inteiro nem positivo.

2. Realizando a divisão e convertendo para decimal, temos:

a) –0,25

b) 1,4

c) 0,07

d) 0,6

e) –0,125

f) –0,625

g) 0,135

h) –1,8

3. Exemplos de respostas para cada item:

a) $+\frac{64}{10} = +\frac{32}{5}$

b) $-\frac{225}{100} = -\frac{9}{4}$

c) $-\frac{8}{100} = -\frac{2}{25}$

d) $+\frac{54}{100} = +\frac{27}{50}$

4. **a)** Contamos os números inteiros e positivos que estão entre 4 e 12; assim, temos 5, 6, 7, 8 ,9, 10 e 11. Então, são 7 números naturais.

b) Entre dois números racionais existem infinitos números racionais.

c) Representando a fração na forma mista, temos: $3\frac{1}{4}$; assim, o número está entre 3 e 4.

d) Representando na forma de fração mista, temos: $-5\frac{1}{2}$; então, o número está situado entre –6 e –5.

5. **a)** $0{,}8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

b) $-1{,}5 = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$

c) $8{,}5 = \frac{85}{10} = \frac{17}{2}$

d) $-1{,}4 = -\frac{14}{10} = -\frac{7}{5}$

e) $+6{,}84 = \frac{684}{100} = \frac{342}{50} = \frac{171}{25}$

f) $-3{,}45 = -\frac{345}{100} = -\frac{69}{20}$

6. Exemplos de resposta: Usam-se frações no preparo de receitas, no visor de combustível de um automóvel, porcentagens, descontos, comparação para proporções, entre outros.

Atividades – páginas 120 e 121

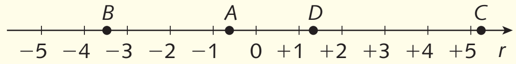
7. **a)** O ponto *C*, localizado entre –3 e –2.

b) O ponto *B* corresponde a $\frac{5}{2}$ e o ponto *A* corresponde a 1.

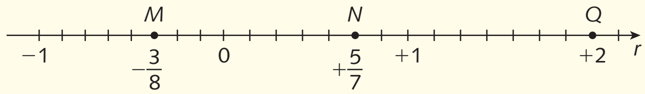
c) $-\frac{1}{2}$ e $-\frac{3}{2}$, respectivamente. $-\frac{1}{2}$ corresponde ao ponto *D* e $-\frac{3}{2}$ corresponde ao ponto *E*.

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

8.



9.



10. Respostas pessoais. Sugira que os estudantes citem números inteiros e não inteiros, positivos e não positivos.

Atividades – página 122

11. **a)** $| 8 | = 8$

b) $\left| -\frac{1}{7} \right| = \frac{1}{7}$

c) $-(-2{,}6) = +2{,}6$

d) $-\left(\frac{13}{9}\right) = -\frac{13}{9}$

12. Dois números diferentes podem ter o mesmo módulo. Exemplos: $|-3{,}5| = |+3{,}5| = 3{,}5$; $|-5| = |+5| = 5$; $\left|-\frac{4}{5}\right| = \left|+\frac{4}{5}\right| = \frac{4}{5}$.

13. **a)** Podemos estimar o oposto multiplicando o número por –1. Assim: $-1 \cdot (-3) = +3$.

b) Analogamente, $-1 \cdot (-1 \cdot (-3)) = -3$.

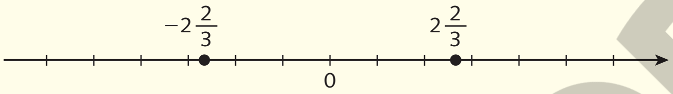
14. **a)** Falsa. Possível correção: “O oposto de um número negativo é um número positivo”.

b) Verdadeira.

c) Verdadeira.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

15. Resposta pessoal. Um exemplo:



16. Aplicando a definição de módulo, temos:

a) $R = -\frac{4}{7}$ ou $+\frac{4}{7}$.

b) $T = -\frac{7}{9}$ ou $+\frac{7}{9}$.

c) $S = -0{,}3$ ou $+0{,}3$.

d) Não existe número V, já que o módulo não pode assumir valores negativos.

Atividades – página 124

17. $-\frac{5}{3} < -\frac{2}{8} < +\frac{3}{5} < 1 < +\frac{10}{5}$. Positivos sempre são maiores que negativos, e quanto maior o módulo, maior é o número se positivo, ou menor é o número se negativo.

18. $+3 > +\frac{4}{5} > 0 > -\frac{1}{5} > -\frac{9}{4}$.

19. **a)** Verdadeira.

b) Falsa: $\frac{2}{5} > \frac{1}{3}$.

c) Verdadeira.

d) Falsa: $-\frac{31}{5} < -0{,}5$.

20. Alternativa **e**. É a única alternativa que apresenta medidas dentro dos referenciais mínimo e máximo.

21. Douglas, já que gastou menos (32,50 < 33,15).

22. Organizando, temos: –7,4 °C < –0,5 °C < 1,6 °C < 14 °C.

23. **a)** Anderson é o jogador mais alto.

b) O jogador mais baixo é armador.

c) 2,11 m > 2,08 m > 1,91 m > 1,88 m > 1,85 m.

24. Resposta pessoal. Esta atividade oportuniza o trabalho com estimativas.

Lendo e aprendendo – página 126

1. Conforme o texto.

a) Na edição 174.

b) Regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste.

c) No dia 26 de julho de 2021.

d) O aquecimento global.

2. Todos os números que aparecem no texto são racionais. Espera-se que os estudantes anotem todos no caderno.

3. De acordo com o texto, as afirmações dos itens **a** e **d** são verdadeiras.

4. Elaboração pessoal. Convide os estudantes a compartilharem os trabalhos.

Atividades – página 128

25. **a)** $\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(+\frac{1}{4}\right) = -\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = -\frac{5}{12}$

b) $\left(-\frac{4}{7}\right) + \left(-\frac{2}{6}\right) = \frac{-24 - 14}{42} = -\frac{38}{42} = -\frac{19}{21}$

c) $\left(+\frac{4}{3}\right) - \left(+\frac{3}{5}\right) = \frac{+20 - 9}{15} = \frac{11}{15}$

d) $(-2{,}1) + (+3{,}25) = 1{,}15$

e) $(+5{,}5) - (+8{,}13) = -2{,}63$

f) $(-4{,}72) - (-0{,}28) = -4{,}44$

g) $-1{,}17 - (-1{,}17) = 0$

h) $1{,}81 + 1{,}81 - 1{,}81 + (-1{,}81) + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

26. **a)** $-\frac{3}{2} + \frac{5}{6} + \frac{1}{3} = -\frac{9}{6} + \frac{5}{6} + \frac{2}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$

b) $1{,}5 - \frac{3}{8} + \frac{6}{5} = \frac{60 - 15 - 48}{40} = \frac{60 - 63}{40} = -\frac{3}{40}$

c) $\frac{3}{7} - 1 + \frac{4}{3} = \frac{9 - 21 + 28}{21} = \frac{16}{21}$

d) $1{,}7 + \left(\frac{2}{3} - 0{,}25\right) - \frac{1}{4} = \frac{17}{10} + \frac{2}{3} - \frac{25}{100} - \frac{1}{4} = \frac{17}{10} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} =$

$= \frac{102 + 20 - 15 - 15}{60} = \frac{92}{60} = \frac{28}{15}$

e) $\frac{1}{5} - \left(\frac{4}{5} + 1{,}2\right) + 40 = \frac{2}{10} - \left(\frac{8}{10} + \frac{12}{10}\right) + \frac{400}{10} = \frac{382}{10} = \frac{191}{5}$

f) $\frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{10}\right) = 0$

27. $\boxed{4}\ \boxed{.}\ \boxed{2}\ \boxed{-}\ \boxed{3}\ \boxed{.}\ \boxed{7}\ \boxed{\pm}\ \boxed{=}$, resultando em 7,9.

28. A diferença foi de 14,5 –(–2,8) = –14,5 + 2,8 = 17,3 °C.

29. Exemplo de elaboração: “Durante um mês, Pedro precisou gastar dinheiro com cuidados do seu *pet*, fechando a conta em um débito de R$ 42,75. Ao fim do mês, ele conseguiu repor uma quantia financeira para diminuir o débito, fechando a conta com um saldo negativo de R$ 35,50. Quantos reais Pedro colocou no banco?”

GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

30. Se o salário de Vítor é o inteiro, as frações correspondentes aos gastos somam $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$ do total. Sendo $\frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$, o valor R$ 315,00 corresponde a um sexto do salário. Finalmente, o salário total será de $6 \times 315 = 1\,890$, ou seja, o salário de Vítor nesse mês foi de R$ 1 890,00.

31. **a)** $5{,}00 - 4{,}86 = 0{,}14$. A diferença entre as marcas é de 0,14 m.

b) Lembrando que 9 cm é 0,09 m, $4{,}86 - 0{,}09 = 4{,}77$. A marca alcançada pela quarta colocada foi de 4,77 m.

32. Um exemplo de elaboração é dado a seguir:
"Vítor estava com saldo negativo no valor de R$ 123,90 em sua conta bancária e sacou uma cédula de R$ 50,00. Quanto ficou de saldo na conta bancária de Vítor após esse saque?"

Atividades – páginas 130 a 132

33. Realizando as operações pelo 1º modo indicado, temos:

a) $(-3{,}85) \cdot (+2{,}4) = \left(-\frac{385}{100}\right) \cdot \left(+\frac{24}{10}\right) = -\frac{9240}{1000} = -9{,}24$

b) $(+1{,}4) \cdot (-0{,}5) = \left(+\frac{14}{10}\right) \cdot \left(-\frac{5}{10}\right) = -\frac{70}{100} = -0{,}7$

c) $(-2{,}5) \cdot 30 = \left(-\frac{25}{10}\right) \cdot \left(+\frac{30}{1}\right) = -\frac{750}{10} = -75$

d) $(-0{,}3) \cdot (-0{,}01) = \left(-\frac{3}{10}\right) \cdot \left(-\frac{1}{100}\right) = -\frac{3}{1000} = -0{,}003$

34. **a)** $\left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(-\frac{7}{4}\right) = \frac{28}{20} = \frac{7}{5}$

b) $\left(+\frac{4}{9}\right) \cdot \left(-\frac{16}{81}\right) = -\frac{64}{729}$

c) $\left(+\frac{5}{8}\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{20}{24} = -\frac{5}{6}$

d) $\left(+\frac{4}{5}\right) \cdot 0 = 0$

e) $\left(-\frac{15}{11}\right) \cdot 1 = -\frac{15}{11}$

f) $3 \cdot \left(-\frac{3}{9}\right) \cdot \left(+\frac{18}{6}\right) = -\frac{162}{54} = -3$

35. Realizando a multiplicação, temos:

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & {}^{2}4, & {}^{1\,4}3 & 5 \\
 & & \times & 2, & 8 & 0 \\
\hline
 & & & 0 & 0 & 0 \\
 & 3 & 4 & 8 & 0 & + \\
 & 8 & 7 & 0 & + & \\
\hline
1 & 2, & 1 & 8 & 0 & 0
\end{array}$$

Assim, serão necessários 12,18 m².

36. Determinando o produto, temos:

$(-40) \cdot (-0{,}025) = \left(-\frac{40}{1}\right) \cdot \left(-\frac{25}{1000}\right) = +\frac{1000}{1000} = 1$

37. **a)** A operação que representa o problema é:

$\left(\frac{35}{100}\right) \cdot \left(\frac{145}{10}\right) = \frac{11\,200}{1\,000} = 11{,}20$

Catarina pagou R$ 11,20.

b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes tenham percebido que, para refeições que pesem mais de 0,5 kg, o preço por quilograma é maior que o preço da refeição à vontade. Catarina fez a melhor opção.

38. $\left(-\frac{3}{4} \cdot \frac{16}{81} + 0{,}3\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{48}{324} + \frac{3}{10}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) =$

$= \left(-\frac{480}{3\,240} + \frac{972}{3\,240}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{492}{3\,240}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) =$

$= \left(-\frac{1\,476}{12\,960}\right) = \left(-\frac{41}{360}\right)$

39. Entrada: R$ 16,50
Meia-entrada: R$ 8,25
Venda de meias-entradas: $80 \times 8{,}25 = 660$
Venda de ingressos inteiros: $248 \times 16{,}50 = 4092$
Logo, o valor da venda dos 328 ingressos foi de R$ 4752,00.

40. Considerando o valor da moto um inteiro, Pedro pagou $\frac{3}{10}$ na entrada e os $\frac{7}{10}$ restantes nas prestações.

Valor total pago nas prestações $= 20 \times 217{,}70 = = 4354$, correspondendo a $\frac{7}{10}$ do valor total.

então, $\frac{1}{10}$ do valor total $= 622$.

Entrada $= \frac{3}{10}$ do valor total $= 3 \times 622 = 1866$.

Finalmente: valor total da moto = entrada + prestações = = R$ 4354,00 + R$ 1866,00 = R$ 6220,00

41. Laurinha pagou a conta com 2 notas de 10 reais e o restante (3 reais) com moedas de 10 centavos; assim, temos: $3{,}00 : 0{,}10 = \left(\frac{3}{1} : \frac{1}{10}\right) = 30$. Foram usadas 30 moedas.

42. Espera-se que os estudantes percebam que os resultados sugerem que a propriedade comutativa é válida para a multiplicação com números racionais. Depois, confirme que a propriedade é válida, mas não será demonstrada nesta coleção.

43. Espera-se que os estudantes percebam que os resultados sugerem que todo número racional multiplicado por 1 é igual a ele mesmo (existência do elemento neutro). Depois, confirme que a propriedade é válida, mas não será demonstrada nesta coleção.

44. Espera-se que os estudantes percebam que as investigações sugerem que as propriedades associativa e distributiva válidas para a multiplicação com números inteiros também valem para os números racionais. Depois, confirme que as propriedades são válidas, mas não serão demonstradas nesta coleção.

45. **a)** Exemplo de resposta: "Isabela localizou frações equivalentes para realizar a soma nos parênteses. Logo após, realizou a multiplicação de frações normalmente."

b) Isabela adicionou os números entre parênteses primeiro, multiplicando o resultado por $\frac{16}{20}$. Marcelo utilizou a propriedade distributiva.

c) Resposta pessoal. Sugira que os estudantes compartilhem soluções e opiniões.

46. Exemplo de elaboração: "Paula comprou 12 caixas de piso cerâmico, cada uma delas com 3,2 m² de piso. Qual é o valor total dessa compra, sabendo que o metro quadrado desse piso custa R$ 10,90?

47. **a)** $\left(-\frac{2}{9}\right) \cdot \left(-\frac{9}{2}\right) = \frac{18}{18} = 1$

$\left(+\frac{15}{4}\right) \cdot \left(+\frac{4}{15}\right) = \frac{60}{60} = 1$

$\left(-\frac{1}{19}\right) \cdot \left(-\frac{19}{1}\right) = \frac{19}{19} = 1$

b) Seguindo o padrão dos itens anteriores, temos: $-\frac{5}{6}$.

c) Resposta pessoal. Alguns exemplos de frações que podem ser geradas:
$\frac{2}{3}; \frac{16}{9}; -\frac{5}{6}$ etc.

d) Concluindo o raciocínio, temos $\frac{b}{a}$.

e) Exemplo de um par de inversos multiplicativos: $\left(-\frac{7}{2}\right)$ e $\left(-\frac{2}{7}\right)$.

Atividades – páginas 133 e 134

48. **a)** $-27{,}6 : 1{,}5 = -276 : 15$, assim:

$$\begin{array}{r|l} 276 & 15 \\ \hline -270 & 18{,}4 \\ \hline 60 & \\ -60 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$-27{,}6 : 1{,}5 = -18{,}4$

b) $(-4{,}9) : (-0{,}98) = (-490) : (-98)$, assim:

$$\begin{array}{r|l} 490 & 98 \\ \hline -490 & 5 \\ \hline 0 & \end{array}$$

$(-4{,}9) : (-0{,}98) = 5$

49. **a)** $(-200) : (+0{,}5)$

$$\begin{array}{r|l} 2000 & 5 \\ \hline -2000 & 400 \\ \hline 0 & \end{array}$$

$(-200) : (+0{,}5) = -400$

b) $(+16{,}2) : (-3{,}6)$

$$\begin{array}{r|l} 162 & 36 \\ \hline -144 & 4{,}5 \\ \hline 180 & \\ -180 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$(+16{,}2) : (-3{,}6) = -4{,}5$

c) $(-81{,}64) : (-6{,}5)$

$$\begin{array}{r|l} 8\,164 & 650 \\ \hline -650 & 12{,}56 \\ \hline 1\,664 & \\ -1\,300 & \\ \hline 3\,640 & \\ -3\,250 & \\ \hline 3\,900 & \\ -3\,900 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$(-81{,}64) : (-6{,}5) = 12{,}56$

d) $(+12{,}6) : (-0{,}25)$

$$\begin{array}{r|l} 1260 & 25 \\ \hline -125 & 50{,}4 \\ \hline 100 & \\ -100 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$(+12{,}6) : (-0{,}25) = -50{,}4$

50. **a)** $\left(+\frac{7}{6}\right) : \left(-\frac{1}{7}\right) = \left(+\frac{7}{6}\right) \cdot \left(-\frac{7}{1}\right) = -\frac{49}{6}$

b) $\left(+\frac{3}{7}\right) : \left(+\frac{21}{49}\right) = \left(+\frac{3}{7}\right) : \left(+\frac{3}{7}\right) = 1$

c) $\left(-\frac{4}{7}\right) : \left(-\frac{8}{7}\right) = \left(-\frac{4}{7}\right) \cdot \left(-\frac{7}{8}\right) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

d) $\left(-\frac{3}{5}\right) : \left(-\frac{9}{15}\right) = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = 1$

e) $\left(-\frac{4}{9}\right) : \left(+\frac{16}{81}\right) = \left(-\frac{4}{9}\right) \cdot \left(+\frac{81}{16}\right) = -\frac{9}{4}$

f) $\left(-\frac{5}{2}\right) : (+8) = \left(-\frac{5}{2}\right) \cdot \left(+\frac{1}{8}\right) = -\frac{5}{16}$

g) $(+16) : \left(-\frac{3}{8}\right) = \left(+\frac{16}{1}\right) \cdot \left(-\frac{8}{3}\right) = -\frac{128}{3}$

h) $\left(-\frac{3}{5}\right) : (+0{,}1) = \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot (10) = -\frac{30}{5} = -6$

51. **a)** Verdadeira. Exemplo: $\frac{3}{0{,}5} = 3 \cdot 2 = 6$

b) Verdadeira. Exemplo: $4 \cdot 5 = 4 \cdot \left(\frac{10}{2}\right) = \frac{40}{2} = 20$

c) Falsa, pois multiplicar por $\frac{3}{4}$ equivale a multiplicar por 0,75.

52. Alternativa **b**. Podemos resolver a questão procurando a fração irredutível cuja forma decimal seja igual a 0,48. Assim, temos:

$\frac{\textit{Número de meninos}}{\textit{Número de meninas}} = 0{,}48 = \frac{48}{100} = \frac{24}{50} = \frac{12}{25}$

Portanto, $12 + 25 = 37$

Atividades – páginas 135 e 136

53. **a)** $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{81}$

b) $(0{,}01)^2 = \left(\frac{1}{100}\right) \cdot \left(\frac{1}{100}\right) = \left(\frac{1}{10\,000}\right) = 0{,}0001$

c) $\left(-\frac{17}{20}\right)^0 = 1$ (Por definição)

d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{16}$

e) $(1{,}2)^2 = (1{,}2) \cdot (1{,}2) = 1{,}44$

f) $-0{,}5^1 = -0{,}5$

54. **a)** $(4{,}2)^2 = (4{,}2) \cdot (4{,}2) = 17{,}64$. A área mede 17,64 cm^2.

b) m^2

55. **a)** $a^2 + b^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{9}{16}\right) = \frac{4}{16} + \frac{9}{16} = \frac{13}{16}$

b) $(a + b)^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{2}{4} + \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right) \cdot \left(\frac{5}{4}\right) = \frac{25}{16}$

56. $2\,000 \cdot \left(\frac{11}{10}\right)^3 = 2\,000 \cdot \left(\frac{1\,331}{1\,000}\right) = 2\,662$ indivíduos.

Após 3 semanas de reprodução, teremos 2 662

57. Alternativa **a**. $\left(\frac{1}{10}\right)^2 + \left(\frac{2}{10}\right)^2 = \left(\frac{1}{100}\right) + \left(\frac{4}{100}\right) = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$

Atividades – páginas 137 e 138

58. **a)** $\sqrt{\frac{100}{9}} = \sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2} = \frac{10}{3}$

b) $\sqrt{1{,}96} = \sqrt{(1{,}4)^2} = 1{,}4$

c) $-\sqrt{0{,}01} = -\sqrt{(0{,}1)^2} = -0{,}1$

d) $\sqrt{6{,}25} = \sqrt{(2{,}5)^2} = 2{,}5$

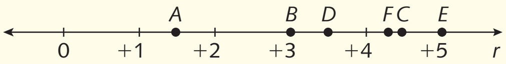
e) Não é possível calcular raízes racionais de números negativos.

f) $\sqrt{144} = \sqrt{(12)^2} = 12$

59. **a)** $\sqrt{\frac{4}{25}} - \sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt{\frac{9}{25}} - \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{5} - \frac{1}{3} + \frac{3}{5} - \frac{2}{3} =$
$= \frac{6 - 5 + 9 - 10}{15} = \frac{0}{15} = 0$

b) $\sqrt{\frac{25}{16}} - \sqrt{\frac{36}{81}} - \left(-\sqrt{\frac{49}{100}}\right) + \sqrt{\frac{4}{9}} =$
$= \frac{5}{4} - \frac{6}{9} + \frac{7}{10} + \frac{2}{3} = \frac{225 - 120 + 126 + 120}{180} =$
$= \frac{351}{180} = \frac{39}{20}$

60.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

61. **a)** $81 = 9^2$

b) $\frac{1}{144} = \left(\frac{1}{12}\right)^2$

c) Como 13 e 17 são primos, não há raiz quadrada exata.

d) $\frac{1}{64} = \left(\frac{1}{8}\right)^2$

e) $\frac{14}{18} = \frac{7}{9}$. Como a fração irredutível tem dois primos (7 e 9), ela não é um quadrado perfeito.

f) $\frac{169}{225} = \left(\frac{13}{15}\right)^2$

62. **a)** Como temos um quadrado, a medida de um dos seus lados pode ser tomada através da raiz $\sqrt{23{,}04} = 4{,}8$ logo, o lado do quadrado mede 4,8 m.

b) A raiz de 40 está entre os números 6 ($6^2 = 36$) e 7 ($7^2 = 49$). Já $6{,}3^2 = 39{,}69$. Então, $\sqrt{40} > 6{,}3$.

c) Entre 2 ($2^2 = 4$) e 3 ($3^2 = 9$)

63. Aproximadamente 4,9 m. Exemplo: $4{,}5^2 = 20{,}25$; $4{,}6^2 = 21{,}16$; $4{,}7^2 = 22{,}09$; $4{,}8^2 = 23{,}04$; $4{,}9^2 = 24{,}01$.

64. $\sqrt{15\,129} = 123$. Os estudantes podem investigar números que elevados ao quadrado forneçam números próximos ao radicando.

65. **a)** $\left(-2 - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \left(-\frac{12}{5}\right) \cdot \left(+\frac{9}{16}\right) = -\frac{108}{80} = -\frac{27}{20}$

b) $1 - \left(\frac{1}{3}\right)^3 : \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2 = 1 - \left(\frac{1}{27}\right) : \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \left(\frac{1}{27}\right) : \left(\frac{1}{4}\right) =$

$= 1 - \left(\frac{4}{27}\right) = \frac{27 - 4}{27} = \frac{23}{27}$

c) $\left(5 - \frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{2} - 2\right)^3 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 : \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = \left(\frac{81}{4}\right) : \left(-\frac{27}{8}\right) =$
$= \left(\frac{81}{4}\right) \cdot \left(-\frac{8}{27}\right) = -\frac{162}{27} = -6$

d) $\frac{3 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{2}{5}} = \left(3 - \frac{1}{4}\right) : \left(1 + \frac{2}{5}\right) = \left(\frac{11}{4}\right) : \left(\frac{7}{5}\right) = \left(\frac{11}{4}\right) \cdot \left(\frac{5}{7}\right) = \frac{55}{28}$

66. $\left(\frac{2}{5}\right)^0 \cdot (0{,}01)^2 \cdot \sqrt{0{,}25} = 1 \cdot 0{,}0001 \cdot 0{,}5 = 0{,}00005$

67. **a)** $2x - 9y = 2\left(-\frac{1}{4}\right) - 9\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{4} + \frac{9}{3} = \frac{-6 + 36}{12} =$
$= \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$

b) $2x^2 - 4y + 8 = 2\left(\frac{1}{2^2}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{2^3}\right) + 8 = \frac{1}{8} - 4\left(\frac{1}{8}\right) + 8 =$

$= \frac{1}{8} - \frac{4}{8} + \frac{64}{8} = \frac{61}{8}$

c) $y^2 + 7x = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 7\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{1}{9} + 7\left(\frac{4}{25}\right) = \frac{1}{9} + \frac{28}{25} =$
$= \frac{25}{225} + \frac{252}{225} = \frac{227}{225}$

d) $4x^3 + 3y^2 = 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(\frac{4}{3}\right)^2 = 4\left(\frac{1}{8}\right) + 3\left(\frac{16}{9}\right) =$
$= \frac{1}{2} + \frac{16}{3} = \frac{3 + 32}{6} = \frac{35}{6}$

68. Exemplo de elaboração: “Em um jogo de tabuleiro sobre a idade média, a pontuação de defesa dos personagens é calculada a partir da seguinte expressão: $-4(1 : x)^2 + 3(1 : y) + 2$
Nessa expressão, x e y são valores das faces de dois dados que são jogados em rodada. Se em uma rodada, temos $x = 2$ e $y = 3$, qual o valor de defesa do personagem?”

Revisão dos conteúdos deste capítulo – páginas 139 e 140

1. Pela definição, temos:

a) –1,25
b) +0,08
c) +0,3
d) –0,16
e) –0,04
f) +0,35

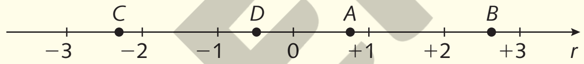
2. Convertendo os decimais, temos, por exemplo:

a) $+\frac{81}{100}$
b) $-\frac{358}{100}$
c) $-\frac{12}{100}$
d) $+\frac{105}{10}$
e) $-\frac{97}{100}$
f) $+\frac{165}{100}$

3. Observando a reta numérica, temos, por exemplo:

a) O ponto *C*.
b) O número –2,5.
c) O número 1,5.
d) O ponto *D*.

4. Desenhando a reta, temos:

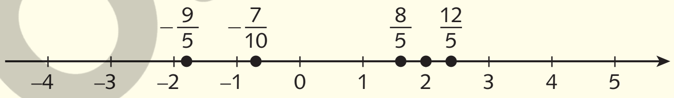


GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

5. Organizando as frações, classificando com base no valor do numerador e denominador, temos $\left(-0{,}3 = -\frac{3}{10}\right)$:

$-\frac{5}{2} < -\frac{6}{5} < -0{,}3 < +\frac{4}{10} < +\frac{3}{2}$

6. Compondo a reta, temos:



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Assim, temos:

$+\frac{12}{5} > +2 > +\frac{8}{5} > -\frac{7}{10} > -\frac{9}{5}$

7. **a)** > (O número negativo com menor módulo é maior)

b) > (Números positivos são maiores que números negativos)

c) < (Zero é maior que todo negativo)

d) >

e) > $\left(\frac{1}{5} = 0{,}2 > 0{,}1\right)$

f) < $\left(-\frac{5}{9} = -0{,}555... < -0{,}4\right)$

8. **a)** $\left(+\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{+15 - 8}{20} = +\frac{7}{20}$

b) $\left(+\frac{3}{7}\right) - \left(+\frac{4}{5}\right) = \frac{+15 - 28}{35} = -\frac{13}{35}$

c) (+7,9) – (+11,5) = –3,6

d) (–5,78) – (–3,29) = –2,49

9. **a)** $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{5}{8} = \frac{20 - 8 + 25}{40} = \frac{37}{40}$

b) –0,05 + 1,4 + 0,25 = 1,6

10. Temos que, representando o problema por uma sentença matemática, temos: –(20,6) – (–27,5) = –6,9. Então, o mergulhador desceu 6,9 metros.

11. Sendo o muro um inteiro, falta pintar a seguinte fração do muro:

$$1-\frac{3}{8}-\frac{4}{7}=\frac{56-21-32}{56}=\frac{3}{56}$$

12. a) $\left(+\frac{7}{8}\right)\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)=\left(-\frac{28}{40}\right)=-\frac{7}{10}$

b) $\left(-\frac{9}{15}\right)\cdot\left(-\frac{30}{18}\right)=\left(\frac{270}{270}\right)=1$

c) $\left(-\frac{100}{99}\right)\cdot 1=-\frac{100}{99}$

d) $\left(+\frac{4}{9}\right)\cdot\left(-\frac{27}{28}\right)=\left(-\frac{108}{252}\right)=-\frac{3}{7}$

13. Representando o problema, temos: $2{,}3\cdot 49{,}50=113{,}85$. Mariana gastou R\$ 113,85.

14. Para calcular a medida da área, podemos fazer o produto entre a medida do comprimento e a largura: $6{,}8\cdot 5{,}4=36{,}72$. A área mede 36,72 m².

15. a) $(-150):(+1{,}5)=-100$

b) $\left(-\frac{32}{35}\right):(-8)=\left(-\frac{32}{35}\right)\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)=+\frac{4}{35}$

c) $(+25{,}6):(-2{,}5)=-10{,}24$

d) $\left(-\frac{5}{12}\right):\left(-\frac{4}{9}\right)=\left(-\frac{5}{12}\right)\cdot\left(-\frac{9}{4}\right)=\frac{45}{48}=\frac{15}{16}$

16. Mário sacou melhor, já que $\frac{15}{20}=\frac{75}{100}=75\%>72\%$.

17. Sim; considerando que $\square$ representa um número racional, podemos escrever o seguinte: $\square:\frac{125}{1000}=\square\cdot\frac{1000}{125}=\square\cdot 8$

18. a) $(-0{,}3)\cdot\frac{1}{10}+5{,}4-\frac{13}{20}=-\frac{3}{100}+\frac{540}{100}-\frac{65}{100}=$

$=\frac{472}{100}=\frac{118}{25}$

b) $\left(\frac{5}{8}+\frac{5}{4}+\frac{5}{2}\right):\left(-\frac{5}{8}\right)=\left(\frac{5}{8}+\frac{10}{8}+\frac{20}{8}\right):\left(-\frac{5}{8}\right)=\left(\frac{35}{8}\right)\cdot\left(-\frac{8}{5}\right)=-7$

c) $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot(0{,}2)-\frac{1}{2}\right]+\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot(-0{,}5)=$

$=\left[\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{2}{10}\right)-\frac{1}{2}\right]+\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=$

$=\left[\left(-\frac{6}{20}\right)-\frac{1}{2}\right]+\left(+\frac{1}{4}\right)=\left[\left(-\frac{6}{20}\right)-\frac{10}{20}\right]+\left(+\frac{1}{4}\right)=$

$=-\frac{16}{20}+\left(+\frac{5}{20}\right)=-\frac{16+5}{20}=-\frac{11}{20}$

19. a) $\left(-\frac{1}{4}\right)^4=\left(-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{256}$

b) $(0{,}5)^3=(0{,}5)\cdot(0{,}5)\cdot(0{,}5)=0{,}125$

c) $(1{,}4)^0=1$ (Por definição)

d) $\left(\frac{1}{10}\right)^4=\left(\frac{1}{10}\right)\cdot\left(\frac{1}{10}\right)\cdot\left(\frac{1}{10}\right)\cdot\left(\frac{1}{10}\right)=\frac{1}{10\,000}$

20. a) $\left(1-\frac{2}{5}\right)^2=\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

b) $\left(-\frac{1}{5}+1\right)^4=\left(\frac{4}{5}\right)^4=\frac{256}{625}$

c) $\left(0{,}3-\frac{1}{2}\right)^3=\left(\frac{3}{10}-\frac{5}{10}\right)^3=\left(-\frac{2}{10}\right)^3=-\frac{8}{1\,000}=-0{,}008$

d) $(9{,}93-9{,}92)^3=(0{,}01)^3=0{,}000001$

21. a) $\sqrt{\frac{25}{81}}=\sqrt{\left(\frac{5}{9}\right)^2}=\frac{5}{9}$

b) $\sqrt{3{,}24}=\sqrt{(1{,}8)^2}=1{,}8$

c) A raiz de números negativos não está definida no conjunto dos números racionais.

d) $-\sqrt{0{,}04}=-\sqrt{(0{,}2)^2}=-0{,}2$

22. O perímetro será quatro vezes a medida de um dos lados. Podemos calcular a medida do lado por meio da área. Assim:
$\sqrt{806{,}56}=28{,}4$
Finalmente, perímetro $=4\cdot 28{,}4=113{,}6$. O perímetro mede 113,6 m.

CAPÍTULO 6 – LINGUAGEM ALGÉBRICA E REGULARIDADES

Trocando ideias – página 141

- Próximos números: 21 e 34. Somar os dois números anteriores: 8 + 13 = 21 e 13 + 21 = 34.
- Espera-se que os estudantes percebam que os números da sequência de Fibonacci, a partir do terceiro, são formados pela soma dos dois números anteriores.

Atividades – página 143

1. É possível representar os valores desconhecidos com qualquer letra. Indicando x para representar o número desconhecido, temos:

a) Triplo: $3\cdot x$ ou $3x$.

b) Quíntuplo: $5\cdot x$ ou $5x$.

c) Metade: $x:2$ ou $\frac{x}{2}$.

d) Quarta parte: $x:4$ ou $\frac{x}{4}$.

e) Multiplicar por dois quintos: $\frac{2}{5}\cdot x$ ou $\frac{2x}{5}$.

f) Para encontrar a diferença faz-se a subtração: $x-\frac{x}{3}$.

g) Dobro são 2 vezes, somados com sua metade $\left(\frac{x}{2}\right)$, temos $2x+\frac{x}{2}$.

h) Três números consecutivos são números em sequência. Duas formas possíveis de registrá-los é: $x+(x+1)+(x+2)$ ou $(x-1)+x+(x+1)$.

2. Observando a figura, o comprimento n é menor que o comprimento $3y$, a diferença deles é exatamente uma medida de x. Logo, $n=3y-x$.

3. Para calcular a medida da área da janela, que possui o formato de um retângulo, multiplica-se o comprimento a com a largura b, assim cada janela tem área $a\cdot b$ ou ab. Como cada andar possui 3 janelas, temos que triplicar esse valor: $ab+ab+ab$, que equivale a $3\cdot ab$.

4. Para calcular a área dessas figuras, multiplica-se o comprimento pela largura. Assim:
medida da área do terreno: $x\cdot y$ ou xy
medida da área da casa: $a\cdot a$ ou a^2
medida da área da piscina: $b\cdot c$ ou bc
medida da área do gramado: $x\cdot y-(a\cdot a+b\cdot c)$ ou $xy-(a^2+bc)$

Atividades – página 145

5. Para completar o quadro, é preciso substituir o valor de x nas expressões algébricas indicadas em cada linha. Exemplos:

$3x \rightarrow$ para $x = -3$, temos $3 \cdot (-3) = -9$

$-x^2 \rightarrow$ para $x = -4$, temos $-(-4)^2 = -16$

$-x \rightarrow$ para $x = -7$, temos $-(-7) = +7$

Completando o quadro todo:

X	–3	–4	0	+8	–1	+4	+3	–7
$3X$	–9	–12	0	24	–3	12	9	–21
$-X^2$	–9	–16	0	–64	–1	–16	–9	–49
X^3	–27	–64	0	512	–1	64	27	–343
$\frac{X}{2}$	$-\frac{3}{2}$	–2	0	4	$-\frac{1}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	$-\frac{7}{2}$
$-X$	3	4	0	–8	1	–4	–3	7
$2X$	–6	–8	0	16	–2	8	6	–14

6. Substituindo os valores determinados para x e y, temos:

a) $(-1)^2 + 2 \cdot (-1) \cdot (-3) + (-3)^2 = 1 + 6 + 9 = 16$

b) $(0{,}2)^2 \cdot (0{,}5) - (0{,}2) \cdot (0{,}5)^2 = (0{,}04) \cdot (0{,}5) - (0{,}2) \cdot (0{,}25) = 0{,}02 - 0{,}05 = -0{,}03$ ou $-\frac{3}{100}$

c) $3^2 - (-5)^2 = 9 - 25 = -16$

7. **a)** Um metro de fio elétrico custa R$ 3,40: $\frac{27{,}20}{8} = 3{,}40$

b) Para comprar x metros, multiplica-se o valor pago por cada metro pelo x, assim $3{,}40 \cdot x$ ou $3{,}4x$

c) $3{,}40 \cdot 15 = 51$; Paulo gastaria R$ 51,00.

8. Observando a imagem, vemos que o valor para adultos é R$ 24,00 e para criança é R$ 12,00.

a) $24a + 12 \cdot c = 24a + 12c$

b) Utilizando a expressão algébrica do item **a**, podemos substituir os valores de a e c, assim $24 \cdot 150 + 12 \cdot 240 = 3\,600 + 2\,880 = 6\,480$. Foram arrecadados R$ 6 480,00.

9. **a)** Equipe azul arrecadou 20 kg a mais que a equipe vermelha, assim equipe azul: $x + 20$

Equipe verde arrecadou 10 a menos que a equipe vermelha, assim equipe verde: $x - 10$

b) Para isso, precisamos somar as três expressões algébricas, equipe vermelha + equipe azul + equipe verde: $x + x + 20 + x - 10 = 3x + 10$.

c) Equipe azul: 80 + 20 = 100 kg

Equipe verde: 80 – 10 = 70 kg

Total arrecadado: 80 + 100 + 70 = 250 kg

d) Não. Exemplo de justificativa: Se a equipe vermelha tivesse arrecadado 120 kg, a azul teria arrecadado 140 kg, e a verde, 110 kg, o que daria um total de 370 kg. Logo, esses valores não são possíveis.

Outro exemplo de justificativa: Sabendo que o total é 310, a única arrecadação possível para a equipe vermelha seria de 100 kg, assim a azul teria arrecadado 120 kg, e a verde, 90 kg.

Atividades – página 148

10. Adicionar os termos que possuem a mesma parte literal, conforme a definição.

a) $5x - (2x - 6x - 8x) = 5x - (-12x) = 5 + 12x = 17x$

b) Aplicar propriedade distributiva:

$$6y - (5x - y - \frac{x}{2}) = 6y - 5x + y + \frac{x}{2} = = 7y - \frac{10x}{2} + \frac{x}{2} = 7y - \frac{9x}{2}$$

c) $10ab - 5 + ab - 7ab = (10 + 1 - 7)ab - 5 = 4ab - 5$

11. Adicionar os termos que possuem a mesma parte literal, conforme a definição.

a) Aplicar propriedade distributiva:

$$5a - 3b - (6a + a - 5b) = 5a - 3b - 6a - a + 5b = = -2a + 2b$$

b) $0{,}8y - 2{,}4y + y - \frac{y}{4} = 0{,}8y - 2{,}4y + y - 0{,}25y = -0{,}85y$ ou $\frac{16y}{20} - \frac{48y}{20} + \frac{20y}{20} - \frac{5y}{20} = -\frac{17}{20}y$

c) $2x - 3x + 5x - 8x = 7x - 11x = -4x$

12. Adicionar os termos que possuem a mesma parte literal, conforme a definição.

a) Aplicar propriedade distributiva:

$$10k - 9k - (12k + 3k - 10k) = = 10k - 9k - 12k - 3k + 10k = -4k$$

b) $12y + 23y - 13y - y = 21y$

c) $8x - 12x + 20x - 32x = -16x$

d) $7y - 3z + (5w - w + z) = 7y - 3z + 5w - w + z = = 7y - 2z + 4w$

e) $23a + 32b - 9a + (4c - 3c + a) = = 23a + 32b - 9a + 4c - 3c + a = 15a + 32b + c$

f) Aplicar propriedade distributiva:

$$x + y - 3z - (4x - 9y + 6z) = x + y - 3z - 4x + 9y - 6z = = -3x + 10y - 9z$$

13. Ao multiplicar, devemos multiplicar os coeficientes entre si e as partes literais entre si, conforme a definição. Assim:

a) $-2 \cdot (-5x) = (-2) \cdot (-5) \cdot x = 10x$

b) $(-xy) \cdot (-4x^2) = (-1) \cdot (-4) \cdot x \cdot x^2 \cdot y = 4x^3y$

c) $-5 \cdot (-2a) \cdot (2b) = (-5) \cdot (-2) \cdot (2) \cdot a \cdot b = 20ab$

d) $(-5y) \cdot (-6y) \cdot (-2) =(-5) \cdot (-6) \cdot (-2) \cdot y \cdot y = -60y^2$

e) $7x \cdot (-2xy) \cdot (-3y) = 7 \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y = 42x^2y^2$

f) $\frac{xy}{2} \cdot \left(-\frac{3y}{4}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot x \cdot y \cdot y = -\frac{3xy^2}{8}$

g) $\left(\frac{a}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3b}{4}\right) = \frac{1}{2}\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot a \cdot b = -\frac{3ab}{8}$

h) $(-6x) \cdot (-x) = (-6) \cdot (-1) \cdot x \cdot x = 6x^2$

14. **a)** Para calcular o volume, multiplicam-se as medidas: $x \cdot y \cdot z = xyz$.

b) Multiplicam-se as dimensões: $23 \cdot 40 \cdot 55 = 50\,600$, e assim seu volume máximo será de 50 600 cm^3

15. O perímetro é a soma de todos os lados:
$a + b + x + a + b + x = 2a + 2b + 2x$ ou $2 \cdot (a + b + x)$
A área é o produto de duas dimensões: comprimento $(a + b)$ e largura x. Assim: $(a + b) \cdot x$

Atividades – página 151

16. **a)** 1º membro é a expressão que está à esquerda: $2y - 6$.

b) 2º membro é a expressão que está à direita: $4 + y$.

c) Incógnita é o valor desconhecido: y.

17. Equações do 1º grau são igualdades que possuem dois membros e pelo menos uma incógnita (1º grau). Alternativas **c** e **e**, são equações do 1º grau.

a) $2x + 5 < 3$, não é uma igualdade

b) $7 - 3 = 2 + 2$, não possui incógnita

c) $8 = 6y - 4$

d) $x - 1 \neq 0$, não é uma igualdade

e) $3x + 7 = \frac{1}{2}$

f) $2x^3 = -16$, não é do 1° grau

18. Substituir o valor 2 na incógnita.

a) $3x + 10 = 4x + 8$

$3 \cdot 2 + 10 = 4 \cdot 2 + 8$

$16 = 16$; logo, 2 é solução.

b) $\frac{x}{2} + 5 = \frac{5x}{3} - 2$

$\frac{2}{2} + 5 = \frac{5 \cdot 2}{3} - 2$

$6 \neq \frac{4}{3}$ logo, 2 não é solução.

19. Espera-se que os estudantes percebam que essa equação possui apenas uma solução possível, o número 5.

a) Não tem solução neste conjunto

b) No conjunto dos inteiros, o valor 5 é solução.

20. Encontrar o valor da incógnita que é solução da equação, utilizando a notação de conjuntos.

a) $8 - 8 = 0$; $S = \{8\}$

b) $\frac{12}{4} = 3$; $S = \{12\}$

c) $6 \cdot (-3) = -18$; $S = \{-3\}$

d) $-\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 0$; $S = \left\{-\frac{3}{4}\right\}$

e) $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$; $S = \{1\}$

f) $-8 + 8 = 0$; $S = \{-8\}$

Atividades – página 154

21. **a)** Equação equivalente: $x = 21 - 5$, então $S = \{16\}$

b) $y - 3 = 100$; equação equivalente: $y = 100 + 3$, então $S = \{103\}$

c) $x + 17 = 10$; equação equivalente: $x = 10 - 17$

$x = -7$; não possui solução no conjunto dos naturais. Assim, $S = \varnothing$

d) $x - 3 = 10$; equação equivalente: $x = 10 + 3$, então $S = \{13\}$

22. Se a caixa verde tem massa igual a 200 g e indicando x para cada cilindro laranja, então podemos escrever a equação: $6x = 200 + 2x$. Uma equação equivalente é $4x = 200$. Logo, o cilindro laranja tem 50 g, ou seja, 0,05 kg.

23. Utilizando os princípios aditivo e multiplicativo da igualdade, temos:

a) $3x - 9 = 9$

$3x = 9 + 9 = 18$

$x = 6$; $S = \{6\}$

b) $x - 5 = -7$

$x = -7 + 5 = -2$; $S = \{-2\}$

c) $y - 6 = 5y + 8$

$y - 5y = 8 + 6$

$-4y = 14$

$-2y = 7$

$y = -\frac{7}{2}$; $S = \left\{-\frac{7}{2}\right\}$

d) $10x = 20 + 9x$

$10x - 9x = 20$

$x = 20$; $S = \{20\}$

24. **a)** $3x = -45 - 2x$

$3x + 2x = -45$

$5x = -45$

$x = -9$; $S = \{-9\}$

b) Aplicar propriedade distributiva.

$6(x + 3) - 2(x - 5) = 20$

$6x + 18 - 2x + 10 = 20$

$4x = 20 - 28 = -8$

$x = -2$; $S = \{-2\}$

c) $-18 = 2x + 15$

$-18 - 15 = 2x = -33$

$x = -\frac{33}{2}$; não possui solução no conjunto dos inteiros; $S = \varnothing$

d) Aplicar propriedade distributiva.

$2(x - 1) - 1 = 8$

$2x - 2 - 1 = 8$

$2x = 8 + 3 = 11$

$x = \frac{11}{2}$; não possui solução no conjunto dos inteiros $S = \varnothing$

25. **a)** $\frac{2x}{5} - \frac{1}{4} = x - \frac{1}{10}$

$\frac{2x}{5} - x = \frac{1}{4} - \frac{1}{10}$

$\frac{2x - 5x}{5} = \frac{5 - 2}{20}$ (multiplicar por 20)

$(-3x)4 = (3)1$

$x = -\frac{1}{4}$; $S = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$

b) $2m - \frac{7}{5} - \frac{m}{10} = \frac{1}{2}$

$2m - \frac{m}{10} = \frac{1}{2} + \frac{7}{5}$

$\frac{20m - m}{10} = \frac{5 + 14}{10}$ (multiplicar por 10)

$19m = 19$

$x = 1$; $S = \{1\}$

c) $\frac{y}{2} + \frac{y}{3} = \frac{3y}{4} - 6$

$\frac{y}{2} + \frac{y}{3} - \frac{3y}{4} = -6$

$\frac{6y + 4y - 9y}{12} = -6$

$y = -72$; $S = \{-72\}$

d) $\frac{3y}{2} - \frac{3}{4} = 1 - 2y$

$\frac{3y}{2} + 2y = 1 + \frac{3}{4}$

$\frac{3y + 4y}{2} = \frac{4 + 3}{4}$ (multiplicar por 4)

$2(7y) = 7$

$y = \frac{1}{2}$; $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

26. Utilizar propriedade distributiva.

a) $2(x + 3) = 30$

$2x + 6 = 30$

$2x = 24$

$x = 12$; $S = \{12\}$

b) $8 - 2(x + 5) = 5$

$8 - 2x - 10 = 5$

$-2x = 7$

$x = -\frac{7}{2}$; $S = \left\{-\frac{7}{2}\right\}$

c) $3(y - 1) - 4(y - 2) = 6$

$3y - 3 - 4y + 8 = 6$

$y = -1$; $S = \{-1\}$

d) $2(5y + 1) = 27$

$10y + 2 = 27$

$10y = 25$

$y = 2{,}5$ ou $\frac{5}{2}$; $S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$

27. $\frac{5x}{2} - \frac{1}{4} = 8$ (multiplicar por 4)

$\frac{20x}{2} - \frac{4}{4} = 32$

$10x - 1 = 32$

$10x = 33$

$x = \frac{33}{10}$ ou 3,3

$\frac{y}{3} + \frac{y + 1}{2} = \frac{5}{6} + y$ (multiplicar por 6)

$\frac{6y}{3} + \frac{6(y + 1)}{2} = \frac{30}{6} + 6y$

$2y + 3y + 3 = 5 + 6y$

$y = -2$

Logo, x é maior que y ($x > y$).

Atividades - páginas 156 e 157

28. Indicando x para representar o número desconhecido, temos:

$x + 2x = 72$

$3x = 72$

$x = 24$

29. Indicando x para representar o número desconhecido, temos:

$3x + 15 = 39$

$3x = 39 - 15 = 24$

$x = 8$

30. Indicando x para representar o número desconhecido, temos:

$x + \frac{x}{4} = 60$

$\frac{5x}{4} = 60$

$x = 48$

31. $\frac{2x}{3} - \frac{x}{2} = 10$

$\frac{4x - 3x}{6} = 10$

$x = 60$

32. Ana (a) e Paula (p)

$a = p + 5$ ou $a - 5 = p$

$a + p = 35 \rightarrow a + a - 5 = 35 \rightarrow 2a = 40 \rightarrow a = 20$

Ana tem 20 anos

33. Lúcio (u) e Cândido (c).

$u + c = 124$

$u = c + 16$

$c + 16 + c = 124$

$2c = 108$

$c = 54$ kg

$u = 54 + 16 = 70$ kg

Cândido tem 54 kg e Lúcio tem 70 kg.

34. Representar pares consecutivos com x e $x + 2$

$x + x + 2 = 138$

$2x = 136$

$x = 68$

Logo, os números pares consecutivos são 68 e 70.

35. Um número e seu sucessor: x e $x + 1$.

$x + x + 1 = 73$

$2x = 72$

$x = 36$.

36. Quatro números consecutivos: x; $x + 1$; $x + 2$; $x + 3$

$x + x + 1 + x + 2 + x + 3 = 150$

$4x = 150 - 6 = 144$

$x = 36$

Assim, os números são: 36, 37, 38 e 39

37. $x + y = 103$

$x - y = 23 \Rightarrow x = 23 + y$

$23 + y + y = 103$

$2y = 80$

$y = 40$, então $x = 23 + 40 = 63$. Os números são 40 e 63.

38. Três números pares consecutivos: x, $x + 2$, $x + 4$

$x + x + 2 + x + 4 = 90$

$3x = 90 - 6 = 84$

$x = 28$.

Os números são: 28, 30 e 32. Logo, o maior é 32.

39. André (a), Breno (b) e Caio (c).

$a + b + c = 460$

$b = 2c$

$a = b + 60 \Rightarrow a = 2c + 60$

Substituindo, temos:
$2c + 60 + 2c + c = 460$
$5c = 400$
$b = 80$
Logo, $b = 2 \cdot 80 = 160$ e $a = 160 + 60 = 220$. André recebeu 220 figurinhas.

40. $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 10 = x$
$\frac{6x}{2} + \frac{6x}{3} + 60 = 6x$
$3x + 2x + 60 = 6x$
$60 = 6x - 5x$
$x = 60$. O valor da calça foi R$ 60,00.

41. Três colocados: a, b, c.
$a = c + 10\,000$
$b = 2c$
$a + b + c = 30\,000$
Substituindo, temos:
$c + 10\,000 + 2c + c = 30\,000$
$4c = 20\,000$
$c = 5\,000$.
$b = 2 \cdot 5\,000 = 10\,000$ e $a = 5\,000 + 10\,000 = 15\,000$
Assim, o primeiro: R$ 15 000,00; o segundo: R$ 10 000,00 e o terceiro: R$ 5 000,00.

42. Se $\frac{2x}{3}$ dos pares eram pretos, a porção restante de $\frac{x}{3}$ são brancos. Portanto: $\frac{x}{3} = 72$ e $x = 216$. Foram vendidos 216 pares de tênis.

43. Idade de Aníbal (x).
$x + 4 = 3 \cdot (x - 26)$
$x + 4 = 3x - 78$
$4 + 78 = 3x - x$
$82 = 2x$
$x = 41$. Aníbal tem 41 anos.

44. Pense em um número natural (x):
$x \cdot 5 : 4 - 8 = 12$
$\frac{5x}{4} = 12 + 8$
$5x = 20 \cdot 4$
$x = 16$. Pensei no número 16.

45. Retângulo de largura x e comprimento $x + 6$. Seu perímetro é $x + x + x + 6 + x + 6 = 4x + 12$
Perímetro do quadrado de lado 30 cm é 120 cm
Portanto: $4x + 12 = 120$
$4x = 120 - 12 = 108$
$x = 27$ e $x + 6 = 27 + 6 = 33$. O comprimento do retângulo é 33 cm.

46. Depois de x anos:
$40 + x = 2 \cdot (10 + x)$
$40 + x = 20 + 2x$
$40 - 20 = 2x - x$
$x = 20$. Passarão 20 anos.

47. $(x + 20) \cdot 180 - x \cdot 150 = 6\,600$
$180x + 3\,600 - 150x = 6\,600$
$30x = 3\,000$
$x = 100$. O terreno tem largura de 100 m.

48. É preciso escrever uma equação para completar o quadrado mágico. A soma dos números na diagonal é a mesma, temos:
$x + x + 1 + x + 2 = 13 + x + 1 + x - 2$
$2x + 2 = 11 + x$
$x = 9$
Portanto, o quadrado mágico tem a soma:
$9 + 10 + 11 = 30$

9	14	7
8	10	12
13	6	11

49. Aqui é esperado que os estudantes percebam que, na calculadora, a tecla de "=", repetida mais uma vez, acrescenta uma parcela do número digitado inicialmente.

a) $5 + 5 = 10$

b) $5 + 5 + 5 = 15$

c) $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

d) $5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25$

Agora, responda:
- $5 \cdot 10 = 50$
- $5 \cdot n = 5n$

50. Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Em uma apresentação de *ballet*, foram vendidos ingressos a R$ 30,00. Ao todo arrecadaram-se R$ 1560,00. Quantas pessoas assistiram à apresentação de *ballet*?

51. Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Em um recipiente de vidro foram colocadas aranhas e formigas. Ao todo, contaram-se 110 patas e 15 insetos. Quantas aranhas havia no recipiente?

Atividades – página 160

52. **a)** Sequência finita: (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18)

b) Sequência infinita: (3, 6, 9, 12, 15, 18, ...)

c) Sequência finita: (25, 30, 35, 40)

d) Sequência infinita: (2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, 200, 201, ...)

53. Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Sequência de números inteiros negativos pares: (–2, –4, –6, –, 8, –10, –12, ...)

54. **a)** $a_n = 3n - 2$
$a_1 = 3 \cdot 1 - 2 = 1$
$a_2 = 3 \cdot 2 - 2 = 4$
$a_3 = 3 \cdot 3 - 2 = 7$
(1, 4, 7, 10, 13, ...)

b) $a_n = (-1)^n$
$a_1 = (-1)^1 = -1$
$a_2 = (-1)^2 = 1$
$a_3 = (-1)^3 = -1$
(–1, 1, –1, 1, –1, ...)

c) $a_n = \frac{1}{2n}$
$a_1 = \frac{1}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$
$a_2 = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$
$a_3 = \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$
$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \ldots\right)$

d) $a_n = (n + 1)(n - 1)$

$a_1 = (1 + 1) \cdot (1 - 1) = 2 \cdot 0 = 0$

$a_2 = (2 + 1) \cdot (2 - 1) = 3 \cdot 1 = 3$

$a_3 = (3 + 1) \cdot (3 - 1) = 4 \cdot 2 = 8$

(0, 3, 8, 15, 24, ...)

55. **a)** (6, 12, 18, 24, 30, 36, ...) Múltiplos de 6, $a_n = 6n$

b) (7, 8, 9, 10, 11, 12, ...) Números inteiros positivos maiores que 6, $a_n = n + 6$

c) (10, 8, 6, 4, 2, 0, ...) Números inteiros pares menores que 12, $a_n = 12 - 2n$

d) $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, 2, ...)$ Números racionais positivos divididos por 3, $a_n = \frac{n}{3}$

Veja que interessante – página 162

Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes encontrem exemplos de recursão no dia a dia, para que consigam comparar com a recursividade em sequências numéricas e sua dependência em elementos anteriores.

Atividades – página 163

56. Utilizar conceito de recursividade.

a) $a_n = a_{n-1} + 2$, com $a_1 = 0$

$a_2 = a_1 + 2 = 0 + 2 = 2$

$a_3 = a_2 + 2 = 2 + 2 = 4$

$a_4 = a_3 + 2 = 4 + 2 = 6$

(0, 2, 4, 6, 8, ...)

b) $a_n = a_{n-1} + 2$, com $a_1 = 1$

$a_2 = a_1 + 2 = 1 + 2 = 3$

$a_3 = a_2 + 2 = 3 + 2 = 5$

$a_4 = a_3 + 2 = 5 + 2 = 7$

(1, 3, 5, 7, 9, ...)

c) $a_n = -2 \cdot a_{n-1}$, com $a_1 = -1$

$a_2 = -2 \cdot a_1 = -2 \cdot (-1) = 2$

$a_3 = -2 \cdot a_2 = -2 \cdot 2 = -4$

$a_4 = -2 \cdot a_3 = -2 \cdot (-4) = 8$

(–1, 2, –4, 8, –16, ...)

57. **a)** (3, 6, 9, 12, 15, ...)

Exemplo de resposta: $a_n = 3 + a_{n-1}$, em que $a_1 = 0$, com n inteiro positivo maior que 1.

b) (0, 1, 2, 3, 4, 5, ...)

Exemplo de resposta: $a_n = 1 + a_{n-1}$, em que $a_1 = 0$, com n inteiro positivo maior que 1.

c) (1, –1, 1, –1, 1, ...)

Exemplo de resposta: $a_n = -a_{n-1}$, em que $a_1 = 1$, com n inteiro positivo maior que 1.

d) (1, 2, 4, 8, 16, 32, ...)

Exemplo de resposta: $a_n = 2a_{n-1}$, em que $a_1 = 1$, com n inteiro positivo maior que 1.

58. **a)** Figura 1 tem 1 azulejo branco, figura 2 tem 4, figura 3 tem 9. A sequência é (1, 4, 9, 16, 25, ...) sua lei de formação é $a_n = n^2$. Assim, $a_{15} = 15^2 = 225$ azulejos.

b) $a_n = n^2$

c) Figura 1 tem 8 azulejos azuis, figura 2 tem 12, figura 3 tem 16. A sequência é (8, 12, 16, 20, 24, ...) sua lei de formação é $a_n = 4(n + 1)$. Assim $a_{20} = 4 \cdot (20 + 1) = 84$ azulejos.

d) $a_n = 4(n + 1)$

59. **a)** Resposta pessoal. Exemplo de resposta: sequência (5, 8, 11, 14, 17, ...). Uma possibilidade de escrever a lei de formação é $a_n = a_{n-1} + 3$, com $a_1 = 5$

b) Resposta pessoal. Exemplo de resposta: $a_n = 3 + 2a_{n-1}$, em que $a_1 = 0$, com n inteiro positivo maior que 1.

Atividades – página 165

60. Utilizar uma planilha eletrônica para responder.

a) 610

b) Sim, pois é o 22º termo.

c) Não, pois ele está entre 4 181 (19º termo) e 6765 (20º termo).

61. Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Em uma planilha eletrônica, gere os termos da sequência $a_n = 3 + 2a_{n-1}$, em que $a_1 = 0$, com n inteiro positivo maior que 1. a) Qual é o 25º termo dessa sequência? b) O número 240 é termo dessa sequência? Justifique.

62. Utilizar uma planilha eletrônica para responder.

a) (4, 11, 18, 25, 32, 39, 46, 53, 60, 67, ...)

b) (50, 40, 30, 20, 10, 0, –10, –20, –30, –40, ...)

c) (1, 2, 2, 4, 8, 32, 256, 8192, 2097152, 17179869184, ...)

d) (1, 11, 121, 1331, 14641, 161051, 1771561, 19487171, 214358881, 2357947691, ...)

63. **a)** Resposta pessoal. Exemplo de resposta: A célula pode ser variável ou incógnita. Se é criada uma planilha que os elementos dependem um do outro, são variáveis. Em contrapartida, se os elementos são independentes, tendo um único valor, assumem o papel de incógnita.

b) Resposta pessoal. Exemplo de resposta: Sim, pois em uma planilha eletrônica posso criar sequências usando elementos anteriores da sequência, que são definidos por sua posição.

Revisão dos conteúdos deste capítulo – página 166

1. É possível representar os valores desconhecidos com qualquer letra. Indicando x para representar o número desconhecido, temos:

a) dobro é 2 vezes, logo 7 + 2x.

b) sexta parte é o número dividido por 6, logo $\frac{x}{6}$.

c) Todo produto é uma multiplicação e a sétima parte é o número dividido por 7, assim $x \cdot \frac{x}{7}$.

2. Para representar a idade que ela tinha, teremos que subtrair a quantia de anos que se passou da idade atual de Teca. Dessa forma, temos 32 – x.

3. Substituir os valores de x e y dados em cada item.

a) $(-1)^2 - 2 \cdot (-1) + (-2)^2 = 1 + 2 + 4 = 7$

b) $(-2)^2 \cdot 3 - 2 \cdot (-2) \cdot 3 = 4 \cdot 3 + 12 = 12 + 12 = 24$

c) $4 \cdot 2 \cdot (-1) - 3 \cdot (-1)^2 = -8 - 3 = -11$

4. Adicionar termos com a mesma parte literal, conforme a definição.

a) $15x - 8x + (12x + 3x - 9x) = 7x + 6x = 13x$

b) $11y - 15y - 9y + 25y = 36y - 24y = 12y$

c) $25x + 12y + (9x - 6y - z) = 25x + 9x + 12y - 6y - z =$
$= 34x + + 6y - z$

d) Utilizar propriedade distributiva.

$2x + 4y - z - (3x - 5y + 5z) = 2x + 4y - z - 3x + 5y - 5z =$
$= -x + 9y - 6z$

5. Segundo a definição, temos:

a) $-3 \cdot (-12x) = +36x$

b) $(-xy) \cdot (3y^2) = -3xy^3$

c) $\left(\frac{2x^2y}{3}\right) \cdot \left(-\frac{xy}{3}\right) = -\frac{2x^3y^2}{9}$

d) $-3x \cdot (-2xy^2) \cdot x^2 \cdot (4) = (-3) \cdot (-2) \cdot (4) \cdot x \cdot x \cdot x^2 \cdot y^2 = 24x^4y^2$

6. Perímetro é a soma de todos os lados:
$x + x + (x + a) + (b + x) + a + b = 4x + 2a + 2b$
Área do quadrado laranja: x^2
Área do quadrado verde: $a \cdot (b + x)$
Área total: $x^2 + a \cdot (b + x)$

7. Alternativas **c** e **d** são equações do 1º grau.

a) $3x - 1 > 12$ não é uma igualdade

b) $5 + 12 = 20 - 3$ não possui uma incógnita

c) $15 = 6y - 9$

d) $2x + 15 = 18 - 2$

e) $5a + 4b \neq 12$ não é uma igualdade

f) $x^2 + 12 = 25$ não é do 1º grau

8. Para verificar, é preciso substituir a incógnita por 3.

a) $3 \cdot 3 - 3 = 9 - 3$

$6 = 6$; sim, 3 é raiz dessa equação.

b) $\frac{3}{3} + 12 = \frac{4 \cdot 3}{2} - 1$

$1 + 12 = 6 - 1$

$13 \neq 5$; não, 3 não é raiz.

c) $4 \cdot 3 - 14 = 7 - 3 \cdot 3$

$12 - 14 = 7 - 9$

$-2 = -2$; sim, 3 é raiz dessa equação.

9. **a)** $15 - 15 = 0$; $S = \{15\}$

b) $\frac{25}{5} = 5$; $S = \{25\}$

c) $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$; $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

d) $\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \frac{3}{9}$; $S = \left\{\frac{7}{9}\right\}$

10. **a)** $2x + (9 - x) = 8 - (3x - 6)$

$2x + 9 - x = 8 - 3x + 6$

$3x + 2x - x = 8 + 6 - 9$

$4x = 5$

$x = \frac{5}{4}$; $S = \left\{\frac{5}{4}\right\}$

b) $8 \cdot (2x - 1) = 6 \cdot (5x - 2) - 10$

$16x - 8 = 30x - 12 - 10$

$-8 + 22 = 30x - 16x$

$14 = 14x$

$x = 1$; $S = \{1\}$

c) $y - [y - (2 - 4) - 1] + 4 = -(-3 - y)$

$y - [y + 2 - 1] + 4 = 3 + y$

$y - y - 1 + 4 = 3 + y$

$y = 0$; $S = \{0\}$

d) $\frac{2x}{5} - \frac{3}{4} = \frac{3x}{20}$

$\frac{8x}{20} - \frac{15}{20} = \frac{3x}{20}$

$8x - 15 = 3x$

$8x - 3x = 15$

$5x = 15$

$x = 3$; $S = \{3\}$

e) $\frac{x}{4} + \frac{x + 3}{2} = 2$

$\frac{x}{4} + \frac{2x + 6}{4} = \frac{8}{4}$

$x + 2x + 6 = 8$

$3x = 2$

$x = \frac{2}{3}$; $S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$

f) $\frac{2x}{5} + \frac{15x - 1}{20} = \frac{1}{3}$

$\frac{24x}{60} + \frac{45x - 3}{60} = \frac{20}{60}$

$24x + 45x - 3 = 20$

$69x = 23$

$3x = 1$

$x = \frac{1}{3}$; $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$

11. $-\frac{1}{4}(x - 2) = 2x - \frac{1}{3}$
$-\frac{3}{12}(x - 2) = \frac{24x}{12} - \frac{4}{12}$
$-3(x - 2) = 24x - 4$
$-3x + 6 = 24x - 4$
$6 + 4 = 24x + 3x$
$10 = 27x$
$x = \frac{10}{27}$

a) não possui solução no conjunto dos inteiros $S = \varnothing$

b) $S = \left\{\frac{10}{27}\right\}$

12. $(m - 2) \cdot x + 2x + 4 \cdot (m - 5) = 0$
Substituir x por 2:
$(m - 2) \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot (m - 5) = 0$
$2m - 4 + 4 + 4m - 20 = 0$
$6m = 20$
$3m = 10$
$m = \frac{10}{3}$

13. Podemos construir uma equação em que x representa o valor sem desconto:
Se foi dado um desconto de $\frac{3}{10}$, então 210,00 representam $\frac{7}{10}$ do valor.

$\frac{7x}{10} = 210$

$7x = 2\,100$

$x = 300$. A passagem vale R$ 300,00.

14. Homens (h) e mulheres (m)

$h = \frac{3m}{5}$

$h + 20 = m$

Substituindo o valor de m, temos:

$h = \frac{3(h + 20)}{5}$

$5h = 3h + 60$

$2h = 60$

$h = 30$, então $m = 30 + 20 = 50$. Trabalham 50 mulheres e 30 homens.

15. Peras (p), laranjas (a), bananas (b).

I) $p + a + b = 96$

II) $p = 3a$

III) $b = a + p$

Substituindo II em II, temos IV) $b = a + 3a$

Substituindo II e IV em I, temos:

$3a + a + a + 3a = 96$

$8a = 96$

$a = 12$

$p = 3 \cdot 12 = 36$ e $b = 12 + 36 = 48$

12 laranjas, 36 peras e 48 bananas.

16. Seguindo a lei de formação:

a) $a_1 = 2 \cdot 1 + 5 = 7$

$a_2 = 2 \cdot 2 + 5 = 9$

$a_3 = 2 \cdot 3 + 5 = 11$

(7, 9, 11, 13, 15, 17, ...)

b) $a_1 = 1^2 + 1 = 2$

$a_2 = 2^2 + 2 = 6$

$a_3 = 3^2 + 3 = 12$

(2, 6, 12, 20, 30, 42, ...)

c) $a_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

$a_2 = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$

$a_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$

$(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, ...)$

17. a – III; b – IV; c – I; d – II

a) (2, 4, 8, 16, 32, ...), sempre duas vezes o anterior, $a_n = 2 \cdot a_{n-1}$, $a_1 = 2$.

b) (3, 6, 9, 12, 15, ...), soma 3 em relação ao anterior, $a_n = a_{n-1} + 3$, $a_1 = 3$.

c) (4, 7, 10, 13, 16, ...), soma 3 em relação ao anterior, $a_n = a_{n-1} + 3$, $a_1 = 4$.

d) (2, 4, 6, 8, 10, ...), soma 2 em relação ao anterior, $a_n = a_{n-1} + 2$, $a_1 = 2$.

É hora de extrapolar – páginas 168 e 169

1. Respostas dependentes da pesquisa elaborada pelos estudantes.

2. **a)** Os três índices são: expectativa de vida (ou saúde), educação e renda.

b) Resposta pessoal. Os estudantes podem citar indicadores ligados à sustentabilidade/ecologia, igualdade de gênero, grau de desigualdade social, democracia, acesso à informação, entre outros.

3. **a)** $0{,}957 - 0{,}394 = 0{,}563$

b) $1 - 0{,}957 = 0{,}043$

c) Não, porque os valores de IDH dos países variam entre 0 e 1, e, nesse caso, 0,563 indica que há uma grande diferença entre os níveis de desenvolvimento humano desses dois países.

d) Hong Kong: $\frac{949}{1\,000}$; Sudão do Sul: $\frac{433}{1\,000}$

e) O denominador sempre será maior que o numerador, já que o IDH corresponde a um número entre zero e 1.

4. $I_{\text{educação}} = (\frac{8}{15} + \frac{15{,}4}{18}) : 2 = \left(\frac{48}{90} + \frac{77}{90}\right) : 2 = \frac{125}{90} \cdot \frac{1}{2} = \frac{125}{180} \simeq$

$\simeq 0{,}6944$

5. $0{,}86 = \frac{EV - 20}{85 - 20}$

$0{,}86 \cdot 65 = EV - 20$

$55{,}9 + 20 = EV$

$EV = 75{,}9$ anos

6. Não, o índice de educação do Distrito Federal é menor que o respectivo índice apresentado pelo estado de São Paulo.

7. As atividades subsequentes dependem do processo de elaboração da reportagem, do jornal e da apresentação.

UNIDADE 3

CAPÍTULO 7 – PORCENTAGEM E JURO SIMPLES

Trocando ideias – página 171

- Segundo ilustrado, $\frac{1}{2}$ do prato deve ser destinado aos vegetais crus e cozidos, o que equivale à metade do prato ou $\frac{50}{100} = 50\%$.
- De acordo com os dados, $\frac{1}{4}$ do prato destina-se aos carboidratos, o que equivale a $\frac{25}{100} = 25\%$.
- Segundo os dados, as proteínas ocupam $\frac{1}{4}$ do prato, o que corresponde a 25%. Como as proteínas podem ser de origem animal e/ou vegetal, caso o prato tenha proteína dessas duas origens, a proteína animal ocupará menos de 25% desse prato.
- Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes indiquem alguns aspectos como: previne doenças, aumenta a disposição para atividades diárias, melhora o humor e a memória, ajuda a ter um sono mais adequado, entre outros benefícios.

Lendo e aprendendo – página 175

1. **a)** Observando a fonte, temos que a matéria foi publicada em novembro de 2020.

b) Trata das profissões do futuro.

c) As mudanças causadas pela tecnologia.

d) Verificando o 6º parágrafo, concluímos que essas profissões vão se modernizar, mas não deixarão de existir.

e) Checando a fala no último parágrafo transcrito, as profissões que exigem maior repetição, como ascensorista de elevador e cobrador de ônibus, deixarão de existir.

2. **a)** Segundo o artigo, 65% das crianças que estão hoje na escola vão trabalhar em profissões que ainda nem existem. Se temos cerca de 12 000 000 de estudantes, nos anos iniciais, podemos calcular:

$$65\% \text{ de } 12\,000\,000 = \frac{65}{100} \cdot 12\,000\,000 = 7\,800\,000$$

Cerca de 7 800 000 estudantes.

b)Utilizando as mesmas informações anteriores, agora com um total de 10 000 000 estudantes:

$$65\% \text{ de } 10\,000\,000 = \frac{65}{100} \cdot 10\,000\,000 = 6\,500\,000$$

Cerca de 6 500 000 estudantes.

3. Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes realizem pesquisas sobre as profissões indicadas no enunciado em meios digitais.

Atividades – Páginas 176 e 177

1. **a)** $20\% \text{ de } 500 = \frac{20}{100} \cdot 500 = 20 \cdot 5 = 100$ laranjas

b) $75\% \text{ de } 800 = \frac{75}{100} \cdot 800 = 75 \cdot 8 = 600$ tijolos

c) $30\% \text{ de } 1\,800 = \frac{30}{100} \cdot 1\,800 = 30 \cdot 18 = 540$ estudantes

2. Castanhão: 6,7 bilhões m³ e Orós: 2,1 bilhões m³

a) $x\%$ de 6,7 é 2,1

$$\frac{x}{100} \cdot 6{,}7 = 2{,}1$$

$$6{,}7x = 2{,}1 \cdot 100$$

$$x = \frac{210}{6{,}7} \simeq 31{,}34$$

Corresponde a aproximadamente 31,34%.

b) Como $\frac{1}{3} \simeq 0{,}3333 = 33{,}33\%$, então, utilizando a resposta do item **a**, podemos afirmar que a medida da capacidade de Orós é inferior a $\frac{1}{3}$ da medida da capacidade de Castanhão.

3. **a)** Como 35% do orçamento é destinado à habitação, fazemos:

$$35\% \text{ de } 3\,570 = \frac{35}{100} \cdot 3\,570 = 35 \cdot 35{,}7 = 1\,249{,}5$$

Logo, são desinados à habitação R$ 1 249,50.

b) Resposta de acordo com o salário mínimo em vigência.

4. Exemplo de problema elaborado:

Ao ver as embalagens promocionais, um cliente disse que em qualquer embalagem receberia a mesma quantidade adicional de café. Essa afirmação é correta? Justifique sua resposta.

Resposta: Na embalagem de 250 g, a quantidade adicional pode ser calculada assim:

$$20\% \text{ de } 250 = \frac{25}{100} \cdot 250 = \frac{1}{4} \cdot 250 = 250 : 4 = 62{,}5$$

Na embalagem de 400 g, a quantidade adicional pode ser calculada assim:

$$15\% \text{ de } 400 = \frac{15}{100} \cdot 400 = 15 \cdot 4 = 60$$

Ou seja, o adicional na embalagem de 250 g será de 62,5 g; na embalagem de 400 g será de 60 g. Portanto, a afirmação não está correta, são quantidades adicionais diferentes.

5. Efetuando os cálculos, temos:

$$38\% \text{ de } x = 1\,900$$

$$\frac{38}{100}x = 1\,900$$

$$38x = 1\,900 \cdot 100$$

$$x = \frac{190\,000}{38} = 5\,000$$

Logo, foram entrevistadas 5 000 pessoas.

6. $72\% \text{ de } x = 36$

$$\frac{72}{100} \cdot x = 36$$

$$72x = 3\,600$$

$$x = \frac{3\,600}{72} = 50$$

Foram disputadas 50 partidas.

7. O quadro completo ficará:

TIPO DE DESPESA	PORCENTAGEM DA RENDA MENSAL	VALOR (EM REAIS)
Alimentação	31,8%	1 526,40
Energia	4,41%	211,68
Mensalidade de internet	0,58%	27,84
Mensalidade de TV por assinatura	0,91%	43,68
Roupas	3,6%	172,80
Telefone celular	1,3%	62,40
Telefone fixo	0,6%	28,80

Cálculos:

$$31{,}8\% \text{ de } 4\,800 = \frac{31{,}8}{100} \cdot 4\,800 = 31{,}8 \cdot 48 = 1526{,}4$$

$$4{,}41\% \text{ de } 4\,800 = \frac{4{,}41}{100} \cdot 4\,800 = 4{,}41 \cdot 48 = 211{,}68$$

$$0{,}58\% \text{ de } 4\,800 = \frac{0{,}58}{100} \cdot 4\,800 = 0{,}58 \cdot 48 = 27{,}84$$

$$0{,}91\% \text{ de } 4\,800 = \frac{0{,}91}{100} \cdot 4\,800 = 0{,}91 \cdot 48 = 43{,}68$$

$$3{,}6\% \text{ de } 4\,800 = \frac{3{,}6}{100} \cdot 4\,800 = 3{,}6 \cdot 48 = 172{,}8$$

$$1{,}3\% \text{ de } 4\,800 = \frac{1{,}3}{100} \cdot 4\,800 = 1{,}3 \cdot 48 = 62{,}4$$

$$0{,}6\% \text{ de } 4\,800 = \frac{0{,}6}{100} \cdot 4\,800 = 0{,}6 \cdot 48 = 28{,}8$$

8. $x\% \text{ de } 20 = 16$

$$\frac{x}{100} \cdot 20 = 16$$

$$20x = 16 \cdot 100$$

$$x = \frac{16 \cdot 100}{20} = 16 \cdot 5 = 80$$

Logo, ela acertou 80% das questões dessa prova.

9. **a)** Fazemos:

$$41\,422 - 39\,045 = 2\,377$$

O novo recorde é 2 377 m superior ao anterior.

b) $x\% \text{ de } 39\,045 = 2\,377$

$$\frac{x}{100} \cdot 39\,045 = 2\,377$$

$39045x = 2377 \cdot 100$

$x = \dfrac{237700}{39045} \simeq 6{,}1$

Logo, essa diferença representa cerca de 6,1% da medida da altura do salto de Félix.

Atividades – páginas 178 e 179

10. Como $100\% + 30\% = 130\%$, podemos fazer:

$130\% \cdot 400 = \dfrac{130}{100} \cdot 400 = 130 \cdot 4 = 520$

O novo preço será R$ 520,00.

11. **a)** Em 2021, o valor era R$ 1100,00, e em 2020 era R$ 1045,00, ou seja, uma diferença de R$ 55,00. Para saber quanto isso representa de aumento percentual, podemos fazer:

$x\%$ de $1045 = 55$

$\dfrac{x}{100} \cdot 1045 = 55$

$x = \dfrac{55 \cdot 100}{1045} \simeq 5{,}3$

Assim, dizemos que houve um aumento de cerca de 5,3% de 2020 para 2021.

b) Em 2022, o valor era de R$ 1212,00, e em 2015 era de R$ 788,00. Assim sendo, temos:

$x\%$ de $788 = 1212$

$\dfrac{x}{100} \cdot 788 = 1212$

$x = \dfrac{1212 \cdot 100}{788} \simeq 153{,}8$

Como $100\% + 53{,}8\% = 153{,}8\%$, podemos dizer que houve um aumento de aproximadamente 53,8%.

12. **a)** Como a peça mais cara custou R$ 55,00 e a mais barata R$ 30,00, ele gastou:

$55 + (100\% - 12\%)$ de $30 =$

$= 55 + \dfrac{88}{100} \cdot 30 = 55 + 88 \cdot 0{,}3 = 55 + 26{,}4 = 81{,}4$

Logo, gastou no total R$ 81,40.

b) Espera-se que o estudante responda que a loja dá desconto na peça de menor valor para incentivar o cliente a comprar 2 peças, mas com um valor em desconto menor do que se o desconto fosse aplicado na peça maior. Nesse caso, os cálculos são:

$30 + (100\% - 12\%)$ de $55 =$

$= 30 + \dfrac{88}{100} \cdot 55 = 30 + 88 \cdot 0{,}55 = 30 + 48{,}4 = 78{,}4$

Nesse caso, ele gastaria, no total, R$ 78,40 menos do que é gasto com o desconto aplicado na peça mais barata.

13. Vamos calcular, por partes:

1º aumento: 10% sobre o valor de R$ 1000,00

$(100\% + 10\%)$ de $1000 = \dfrac{110}{100} \cdot 1000 = 110 \cdot 10 = 1100$

2º aumento: 8% sobre o valor de R$ 1100,00

$(100\% + 8\%)$ de $1100 = \dfrac{108}{100} \cdot 1100 = 108 \cdot 11 = 1188$

Assim, após esses dois aumentos, o aluguel passará a ser de R$ 1188,00.

14. Espera-se que os estudantes utilizem algumas relações:

Se o produto custa p e o desconto foi de d, para calcular o desconto, em termos percentuais, temos:

$x\%$ de $p = d$: logo $\dfrac{x}{100} \cdot p = d$ e $x = \dfrac{100d}{p}$

15. $2{,}05 - 10\% \cdot 2{,}05 = 2{,}05 - \dfrac{10}{100} \cdot 2{,}05 = 2{,}05 - 0{,}205 = 1{,}845$

A marca atingida em fevereiro foi de 1,845 m.

16. **a)** A soma é $40\% + 35\% + 32\% + 2\% + 1\% = 110\%$.

b) Fazendo os cálculos de porcentagem de cada candidato:

Total de entrevistados	2500
Candidato A	$\dfrac{1000}{2500} = 0{,}4 = 40\%$
Candidato B	$\dfrac{875}{2500} = 0{,}35 = 35\%$
Candidato C	$\dfrac{550}{2500} = 0{,}22 = 22\%$
Branco/nulo	$\dfrac{50}{2500} = 0{,}02 = 2\%$
Não sabe	$\dfrac{25}{2500} = 0{,}01 = 1\%$

Assim, o erro foi colocar 32% para o candidato C, pois deveria ser 22%.

c) Espera-se que os estudantes identifiquem que esse erro pode causar a impressão de que o candidato C está muito próximo do candidato B, o que não é verdade, pois a diferença entre eles é de 13%, levando a interpretações equivocadas da pesquisa.

17. **a)** $5{,}5 + 1{,}80\% \cdot 5{,}5 = 5{,}5 + 0{,}018 \cdot 5{,}5 = 5{,}5 + 0{,}099 = 5{,}599$

O novo preço é R$ 5,599 ou, arredondando, R$ 5,60.

b) Resposta pessoal, depende dos preços pesquisados.

Espera-se que os estudantes façam:

GASOLINA (preço sem aumento $= g$)

$(100\% + 1{,}80\%) \cdot g = 1{,}018\, g$

DIESEL (preço sem aumento $= d$)

$(100\% + 0{,}95\%) \cdot d = 1{,}0095\, d$

Veja que interessante – página 179

1. Uma possibilidade: subtrair 15% de um valor é o mesmo que calcular 85% desse mesmo valor.

2. Uma maneira de resolver é indicada pela sequência de teclas:

9 0 + 2 0 % =

Outra maneira de resolver é dada a seguir:

9 0 × 1 · 2 =

Ambos métodos resultam em 108: assim, o novo preço do produto é R$ 108,00.

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades – página 181

18. A cada mês, teremos: $2\% \cdot 1200 = \dfrac{2}{100} \cdot 1200 = 24$

Em 6 meses, serão: $6 \cdot 24 = 144$

O juro será de R$ 144,00.

19. Primeiro, calculamos o juro produzido ao mês: $75 : 5 = 15$.

Assim, a taxa de mensal de juros será:

$\dfrac{15}{600} = \dfrac{2{,}5}{100} = 2{,}5\%$.

20. **a)** O valor de cada parcela nessa opção de pagamento será R$ 721,00, pois $4326 : 6 = 721$.

b) Vamos comparar as duas opções.

COMPRAR À VISTA

Gastará R$ 4 200,00

INVESTIR E COMPRAR A PRAZO

Aplicar R$ 4 200,00 por 1 mês com rendimento de 1,5%.

$1{,}5\% \cdot 4\,200 = \frac{1{,}5}{100} \cdot 4\,200 = 63$

O juro dessa aplicação é de R$ 63,00.

Assim, comprando a prazo, o gasto será R$ 126,00 a mais do que comprando à vista (pois $4\,326 - 4\,200 = 126$), sendo que o juro da aplicação seria de apenas R$ 63,00. Portanto, é mais vantajoso comprar à vista.

21. Primeiro, calculamos o juro rendido ao ano:

$1\,152 : 3 = 384$

Assim, se temos esse juro ao ano, podemos fazer que a taxa anual de juros seja de x%; então:

$x = \frac{384}{4\,000} = 0{,}096 = 9{,}6\%$

Assim, a taxa foi de 9,6% ao ano.

22. Exemplo de elaboração:

Osmar comprou uma bicicleta e só pagará daqui 4 meses. O valor da bicicleta é R$ 1 100,00, mas incidirá uma taxa de juro simples de 0,5% ao mês.

Quanto ele pagará a mais pela bicicleta em relação ao preço de hoje?

Resposta

Juro a cada mês: $0{,}5\% \cdot 1\,100 = 5{,}5$

Juro em 4 meses: $4 \cdot 5{,}5 = 22$

Logo, ele pagará R$ 22,00 reais a mais.

Resolvendo em equipe – página 182

Interpretação e identificação dos dados

- Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes verifiquem as informações relevantes do enunciado, como as porcentagens descritas e o consumo médio de água por pessoa.
- 25% de 200 $= \frac{25}{100} \cdot 200 = 25 \cdot 2 = 50$. Em média, são gastos 50 L de água.
- A sugestão é que se gaste 24 L + 3,2 L + 2,4 L = 29,6 L.

Plano de resolução

- A economia seria de 50 L – 29,6 L = 20,4 L.
- Dar descarga: 33% de 200 L são 66 L; sugestão de redução de consumo: 18 L; economia de 66 – 18 = 48, ou seja: 48 L; Beber e cozinhar: 27% de 200 L são 54 L; sugestão de redução de consumo: 22 L; economia de 54 – 22 = 32, ou seja: 32 L.

Resolução

- Somando-se os valores de economia de água achados no plano de resolução, temos: 20,4 L + 48 L + 32 L = 100,4 L

Verificação

Espera-se que os estudantes comparem os seus achados em pequenos grupos ou entre duplas, verificando se as respostas obtidas são semelhantes.

Apresentação

Espera-se que os estudantes pesquisem informações na internet ou por meio de jornais e revistas sobre a crise hídrica no Brasil. Uma fonte de pesquisa que pode ser utilizada pelos estudantes é indicada a seguir:

A Crise Hídrica no Brasil. Disponível em: https://www.dw.com/pt-br/a-crise-h%C3%ADdrica-no-brasil-%C3%A9-uma-crise-mundial-alertam-cientistas/a-60077325. Acesso em: 22 jul. 2022.

Por meio da pesquisa de informações, espera-se que os estudantes elaborem cartazes com informações pertinentes sobre a crise hídrica que auxiliem a comunidade a compreender o fenômeno. Atente à clareza das informações e à linguagem utilizada pelos estudantes nos cartazes.

Revisão dos conteúdos deste capítulo – página 183

1. **a)** $30\% \cdot 400 = \frac{30}{100} \cdot 400 = 30 \cdot 4 = 120$

120 figurinhas

b) $40\% \cdot 600 = \frac{40}{100} \cdot 600 = 40 \cdot 6 = 240$

240 bolinhas

c) $75\% \cdot 550 = \frac{75}{100} \cdot 550 = 75 \cdot 5{,}5 = 412{,}5$

R$ 412,50

2. **a)** $\frac{35}{50} = \frac{70}{100} = 70\%$

b) $\frac{18}{180} = \frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%$

c) $\frac{12}{240} = \frac{1}{20} = \frac{5}{20} = 5\%$

d) $\frac{85}{1\,000} = \frac{8{,}5}{100} = 8{,}5\%$

3. 80% de $x = 24$

$\frac{80}{100}x = 24$

$x = \frac{24 \cdot 100}{80} = 30$

Foram disputadas 30 partidas.

4. Faremos por partes:

40% de 60 $= \frac{40}{100} \cdot 60 = 4 \cdot 6 = 24$

Chamando de x a quantia da irmã de Ana, temos:

30% de $x = 24$

$\frac{30}{100}x = 24$

$x = \frac{24 \cdot 100}{30} = 80$

Logo, a irmã de Ana tem R$ 80,00.

5. Se a primeira etapa tem 3 710 m, a segunda terá 6 890 m, pois $10\,600 - 3\,710 = 6\,890$. Para saber a porcentagem correspondente, fazemos:

$\frac{6\,980}{10\,600} = 0{,}65 = 65\%$

6. O aumento foi de R$ 9,00 (já que $24 - 15 = 9$). Em termos percentuais, fazemos:

$\frac{9}{15} = 0{,}6 = 60\%$

A taxa foi de 60%.

7. Chamando de p o preço do terno, temos:

8% de $p = 40$

$\frac{8}{100}p = 40$

$p = \frac{40 \cdot 100}{8} = 5 \cdot 100 = 500$

Logo, o preço do terno é R$ 500,00.

8. Como $100\% + 22\% = 122\%$, fazemos:

$122\% \cdot 350 = \frac{122}{100} \cdot 350 = 12{,}5 \cdot 35 = 427$

Passou a custar R$ 427,00.

9. Calculando o juro mensal:

$5\% \cdot 400 = \frac{5}{100} \cdot 400 = 5 \cdot 4 = 20$

Então, em 4 meses, serão $4 \cdot 20 = 80$.

Logo, o valor pago será de R$ 480,00 (pois $400 + 80 = 480$).

10. Primeiro calculamos o juro mensal:

$10{,}5 : 3 = 3{,}5$

Depois, o quanto isso representa em termos percentuais:

$\frac{3{,}5}{500} = \frac{0{,}7}{100} = 0{,}7\%$

Ou seja, a taxa mensal da aplicação foi de 0,7%.

CAPÍTULO 8 – PROPORCIONALIDADE

Trocando ideias – página 184

- Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes tenham interesse em conhecer, ao menos, alguns direitos dos idosos, como por exemplo: atendimento preferencial, transporte público gratuito, isenção de pagamento de IPTU, entre outros.
- Podemos escrever 1 em cada 3 como $\frac{1}{3}$.
- Como $\frac{1}{3} = 0{,}\overline{33} \simeq \frac{33{,}\overline{33}}{100}$, a porcentagem é de aproximadamente 33,33%.

Atividades – páginas 185 e 186

1. **a)** Para R$ 5,00 a cada R$ 100,00, tem-se: $\frac{5}{100}$ ou $\frac{1}{20}$ ou 5%

b) 15 dos 20 jogos pode ser representado como $\frac{15}{22}$

c) Acertar 17 de 20 questões pode ser representado como $\frac{17}{20}$

d) Para 1 litro de álcool em cada 4 de combustível $\frac{1}{4}$ ou 0,25 ou 25%

2. **a)** $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

b) $\frac{7}{10} = \frac{70}{100} = 70\%$

c) $\frac{5}{8} = 0{,}625$

3. **a)** $\frac{24}{30} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ ou 0,8

b) $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ ou 0,2

c) $\frac{24}{6} = \frac{4}{1}$

4. **a)** $\frac{5\text{ cm}}{10\text{ cm}} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{200\text{ g}}{40\text{ g}} = 5$

c) $\frac{7\text{ kg}}{10{,}5\text{ kg}} = \frac{70}{105} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$

d) $\frac{14\text{ L}}{35\text{ L}} = \frac{2}{5}$

5. **a)** Podemos representar a proporção dada como $\frac{2}{5} = 0{,}4 = 40\%$

b) 32 acertos, pois $40\% \cdot 80 = \frac{40}{100} \cdot 80 = 32$

6. Determinando a razão, temos: $\frac{2\,000\text{ m}}{3\,500\text{ m}} = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$

7. Podemos expressar a situação como:

$$\frac{\text{Medida da área construída}}{\text{Medida da área livre}} =$$

$$= \frac{\text{Medida da área construída}}{\text{Medida da área total} - \text{Medida da área construída}} =$$

$$= \frac{500}{750 - 500} = \frac{500}{250} = 2$$

Um pouco de história – página 187

Espera-se que os estudantes pesquisem como a ideia de proporção se desenvolveu na Matemática. Um dos temas que podem ser pesquisados dentro da ideia de proporcionalidade na Matemática é o teorema de Tales e sua história.

Atividades – páginas 187 e 188

8. Sim, pois $\frac{2}{7} = \frac{8}{28}$.

9. **a)** Três está para cinco, assim como nove está para quinze; meios: 5 e 9; extremos: 3 e 15.

b) Sete está para oito, assim como catorze está para dezesseis; meios: 8 e 14; extremos: 7 e 16.

10. Os pares são:

$\frac{1{,}5}{3{,}5} = \frac{3}{7}$; $\frac{20{,}1}{33{,}5} = \frac{3}{5}$; $\frac{2{,}5}{3{,}75} = \frac{2}{3}$

11. **a)** Tomando as medidas de comprimento da altura das figuras, temos:

$$\frac{\text{Medida no retângulo menor}}{\text{Medida no retângulo maior}} = \frac{1}{2}$$

Ou, tomando a relação inversa:

$$\frac{\text{Medida no retângulo maior}}{\text{Medida no retângulo menor}} = \frac{2}{1}$$

b) a) Tomando as medidas de comprimento da largura das figuras, temos:

$$\frac{\text{Medida no retângulo menor}}{\text{Medida no retângulo maior}} = \frac{3}{6}$$

Ou, tomando a relação inversa:

$$\frac{\text{Medida no retângulo maior}}{\text{Medida no retângulo menor}} = \frac{6}{3}$$

c) São proporcionais, pois $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ ou $\frac{2}{1} = \frac{6}{3}$.

Atividades – página 190

12. Verificando a validade da propriedade fundamental em cada item, temos:

a) $3 \cdot 44 = 11 \cdot 15$

$132 = 165$ Não é válida.

b) $4 \cdot 40 = 2 \cdot 0{,}2$

$80 = 0{,}4$ Não é válida.

c) $\frac{1}{2} \cdot 30 = 3 \cdot 5$

$15 = 15$ É válida.

d) $10 \cdot 200 = 4 \cdot 500$

$2000 = 2000$ É válida.

Logo, as igualdades dos itens **c** e **d** são proporções.

13. Usando a propriedade fundamental em cada caso:

a) $\frac{x}{5} = \frac{21}{35} \Rightarrow 35x = 5 \cdot 21 \Rightarrow x = \frac{105}{35} = 3$

b) $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{5}} = \frac{90}{x} \Rightarrow \frac{3}{4}x = \frac{1}{5} \cdot 90 \Rightarrow \frac{3x}{4} = 18 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x = 18 \cdot 4 \Rightarrow x = \frac{72}{3} = 24$

c) $\frac{9}{13} = \frac{x}{26} \Rightarrow 13x = 9 \cdot 26 \Rightarrow x = \frac{234}{13} = 18$

d) $\frac{1}{7} = \frac{x-6}{49} \Rightarrow 7 \cdot (x-6) = 49 \cdot 1 \Rightarrow x - 6 = \frac{49}{7} \Rightarrow$

$\Rightarrow x - 6 = 7 \Rightarrow x = 13$

e) $\frac{2x+1}{10} = -\frac{21}{30} \Rightarrow 30 \cdot (2x+1) = 10 \cdot (-21) \Rightarrow$

$\Rightarrow 60x + 30 = -210 \Rightarrow 60x = -210 - 30 \Rightarrow$

$\Rightarrow 60x = -240 \Rightarrow x = \frac{-240}{60} = -4$

f) $\frac{3x+2}{x+3} = -\frac{40}{25} \Rightarrow -40(x+3) = 25(3x+2) \Rightarrow$

$\Rightarrow -40x - 120 = 75x + 50 \Rightarrow$

$\Rightarrow -40x - 75x = 50 + 120 \Rightarrow -115x = 170 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = -\frac{170}{115} = -\frac{34}{23}$

14. $w : 2{,}5 = \frac{3}{4} : 0{,}25 \Rightarrow \frac{w}{2{,}5} = \frac{\frac{3}{4}}{0{,}25} \Rightarrow 0{,}25w = \frac{3}{4} \cdot 2{,}5 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0{,}25w = 0{,}75 \cdot 2{,}5 \Rightarrow w = \frac{1{,}875}{0{,}25} = 7{,}5$

15. Escrevemos a proporção e usamos a propriedade fundamental:

$\frac{4k-1}{50} = \frac{k+5}{20} \Rightarrow 20 \cdot (4k-1) = 50 \cdot (k+5)$

$80k - 20 = 50k + 250 \Rightarrow 80k - 50k = 250 + 20$

$30k = 270 \Rightarrow k = \frac{270}{30} = 9$

16. Denominando m a quantidade de sucos de maracujá vendidos, pode-se escrever a seguinte proporção:

$\frac{10}{6} = \frac{500}{m}$

Usando a propriedade fundamental, temos:

$10m = 6 \cdot 500 \Rightarrow m = \frac{6 \cdot 500}{10} = 6 \cdot 50 = 300$

Logo, foram vendidos 300 sucos de maracujá.

17. Antes de fazer a proporção, precisamos considerar que, em 4 dias, temos um total de 96 horas, já que $24 \cdot 4 = 96$.

Se chamarmos de x o tempo, em minutos, que o relógio atrasará em 96 horas, teremos a seguinte proporção:

$\frac{5}{8} = \frac{x}{96}$

Então:

$8x = 5 \cdot 96 \Rightarrow x = \frac{480}{8} = 60$

Logo, em 4 dias, o relógio atrasará 60 minutos (o equivalente a 1 hora).

Atividades – página 192

18. Para serem proporcionais, temos:

$\frac{15}{24} = \frac{20}{32} = \frac{30}{48}$

Simplificando cada uma das frações, temos:

$\frac{5}{8} = \frac{5}{8} = \frac{5}{8}$

Logo, os números 15, 20 e 30 são diretamente proporcionais aos números 24, 32 e 48.

19. Considerando que $a + b + c = 600$ e que as partes a, b e c são diretamente proporcionais aos números 2, 3 e 5, pode-se escrever:

$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = k$

Assim:

$\frac{a}{2} = k \Rightarrow a = 2k$

$\frac{b}{3} = k \Rightarrow b = 3k$

$\frac{c}{5} = k \Rightarrow c = 5k$

Sabendo que $a + b + c = 600$, então:

$2k + 3k + 5k = 600 \Rightarrow 10k = 600 \Rightarrow k = 60$

Voltando às equações anteriores e usando que $k = 60$, obtém-se:

$a = 2k$

$a = 2 \cdot 60 = 120$

$b = 3k$

$b = 3 \cdot 60 = 180$

$c = 5k$

$c = 5 \cdot 60 = 300$

Logo, a divisão de 600 ficará: 120, 180 e 300.

20. Considerando que $a + b = 23{,}8$ e que as partes a e b são diretamente proporcionais aos números 5 e 9, pode-se escrever:

$\frac{a}{5} = \frac{b}{9} = k$

Assim:

$\frac{a}{5} = k \Rightarrow a = 5k$

$\frac{b}{9} = k \Rightarrow b = 9k$

Sabendo que $a + b = 23{,}8$, então:

$5k + 9k = 23{,}8 \Rightarrow 14k = 23{,}8 \Rightarrow k = 1{,}7$

Voltando às equações anteriores e usando que $k = 1{,}7$, obtém-se:

$a = 5k$

$a = 5 \cdot 1{,}7 = 8{,}5$

$b = 9k$

$b = 9 \cdot 1{,}7 = 15{,}3$

Logo, a divisão de 23,8 ficará: 8,5 e 15,3.

21. De acordo com as informações dadas, pode-se escrever:

$\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{9} = 16$

Assim:

$\frac{a}{3} = 16 \Rightarrow a = 3 \cdot 16 = 48$

$\frac{b}{5} = 16 \Rightarrow b = 5 \cdot 16 = 80$

$\frac{c}{9} = 16 \Rightarrow c = 9 \cdot 16 = 144$

Logo, $a = 48$, $b = 80$ e $c = 144$.

22. Denominando a, b e c, respectivamente, a quantia que Ana, Paula e Carlos receberam, verifica-se:

$a + b + c = 60\,000$ e

$\frac{a}{56} = \frac{b}{24} = \frac{c}{16} = k$

Logo:

$\frac{a}{56} = k \Rightarrow a = 56k$

$\frac{b}{24} = k \Rightarrow b = 24k$

$\frac{c}{16} = k \Rightarrow c = 16k$

Sabendo-se que $a + b + c = 60\,000$, então:

$56k + 24k + 16k = 60\,000 \Rightarrow 96k = 60\,000 \Rightarrow$

$\Rightarrow k = 625$

Voltando às equações anteriores e usando $k = 625$, obtemos:

$a = 56k$

$a = 56 \cdot 625 = 35\,000$

$b = 24k$

$b = 24 \cdot 625 = 15\,000$

$c = 16k$

$c = 16 \cdot 625 = 10\,000$

Logo, Ana recebeu R$ 35 000,00, Paula recebeu R$ 15 000,00 e Carlos recebeu R$ 10 000,00.

23. Considerando a, b e c, respectivamente, as partes de Karine, Katia e Cristina, pode-se construir:

$a + b + c = 120$

$\frac{a}{24} = \frac{b}{26} = \frac{c}{30} = k$

Logo:

$\frac{a}{24} = k \Rightarrow a = 24k$

$\frac{b}{26} = k \Rightarrow b = 26k$

$\frac{c}{30} = k \Rightarrow c = 30k$

Como sabemos que $a + b + c = 120$, então:

$24k + 26k + 30k = 120 \Rightarrow 80k = 120 \Rightarrow k = 1{,}5$

Voltando às equações anteriores, usando $k = 1{,}5$, encontramos a parte de Karine:

$a = 24k$

$a = 24 \cdot 1{,}5 = 36$

Logo, a parte de Karine é de 36 hectares.

24. Considerando que $a + b = 300$ e que as partes a e b são diretamente proporcionais a 3 e 7, pode-se escrever:

$\frac{a}{3} = \frac{b}{7} = k$

Assim:

$\frac{a}{3} = k \Rightarrow a = 3k$

$\frac{b}{7} = k \Rightarrow b = 7k$

Sabendo que $a + b = 300$, então:

$3k + 7k = 300 \Rightarrow 10k = 300 \Rightarrow k = 30$

Voltando às equações anteriores e usando $k = 30$, obtemos:

$a = 3k$

$a = 3 \cdot 30 = 90$

$b = 7k$

$b = 7 \cdot 30 = 210$

Logo, serão utilizados 90 mL da substância A e 210 mL da substância B.

25. Considerando que $a + b = 16\,200$ e que as partes a e b são diretamente proporcionais a 220 e 140, podemos escrever:

$\frac{a}{220} = \frac{b}{140} = k$

Dessa maneira, temos:

$\frac{a}{220} = k \Rightarrow a = 220k$

$\frac{b}{140} = k \Rightarrow b = 140k$

Como sabemos que $a + b = 16\,200$, então:

$220k + 140k = 16\,200 \Rightarrow 360k = 16\,200 \Rightarrow k = 45$

Voltando às equações anteriores e usando $k = 45$, obtemos:

$a = 220k$

$a = 220 \cdot 45 = 9\,900$

$b = 140k$

$b = 140 \cdot 45 = 6\,300$

Logo, o primeiro receberá R$ 9 900,00 e o segundo receberá R$ 6 300,00.

Atividades – página 194

26. Para serem inversamente proporcionais, devem valer as igualdades:

$$\frac{3}{\frac{1}{60}} = \frac{4}{\frac{1}{45}} = \frac{5}{\frac{1}{36}}$$

Fazendo os cálculos, temos:

$3 \cdot 60 = 4 \cdot 45 = 5 \cdot 36 \Rightarrow 180 = 180 = 180$

Como as relações são válidas, eles são inversamente proporcionais aos números indicados.

27. Para serem inversamente proporcionais, devem valer as igualdades:

$$\frac{10}{\frac{1}{30}} = \frac{8}{\frac{1}{38}} = \frac{6}{\frac{1}{50}}$$

Fazendo os cálculos, temos:

$10 \cdot 30 = 8 \cdot 38 = 6 \cdot 50 \Rightarrow 300 = 304 = 300$

Como as relações não são válidas, eles não são inversamente proporcionais aos números indicados.

28. Considerando as informações, temos:

$$\frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{b}{\frac{1}{5}} = \frac{c}{\frac{1}{7}} = 70$$

Logo:

$a = 70 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow a = 35$

$b = 70 \cdot \frac{1}{5} \Rightarrow b = 14$

$c = 70 \cdot \frac{1}{7} \Rightarrow c = 10$

Logo, $a = 35$, $b = 14$ e $c = 10$.

29. Considerando as informações, temos:

$a + b + c = 340$ e $\frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{b}{\frac{1}{4}} = \frac{c}{\frac{1}{10}} = k$

Logo:

$\frac{a}{\frac{1}{2}} = k \Rightarrow a = \frac{k}{2}$

$\frac{b}{\frac{1}{4}} = k \Rightarrow b = \frac{k}{4}$

$\frac{c}{\frac{1}{10}} = k \Rightarrow c = \frac{k}{10}$

Sabendo que $a + b + c = 340$, então:

$\frac{k}{2} + \frac{k}{4} + \frac{k}{10} = 340 \Rightarrow \frac{20k + 10k + 4k}{40} = 340 \Rightarrow$

$\Rightarrow k = \frac{340 \cdot 40}{34} = 400$

Voltando às equações anteriores e usando $k = 400$, obtém-se:

$a = \frac{k}{2}$

$a = \frac{400}{2} = 200$

$b = \frac{k}{4}$

$b = \frac{400}{4} = 100$

$c = \frac{k}{10}$

$c = \frac{400}{10} = 40$

Logo, a divisão será: 200, 100 e 40.

30. $a + b + c = 182$ e $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{6} = k$

Logo:

$\frac{a}{3} = k \Rightarrow a = 3k$

$\frac{b}{4} = k \Rightarrow b = 4k$

$\frac{c}{6} = k \Rightarrow c = 6k$

Sabendo que $a + b + c = 182$, então:

$3k + 4k + 6k = 182 \Rightarrow 13k = 182 \Rightarrow k = \frac{182}{13} = 14$

Voltando às equações anteriores e usando $k = 14$, obtém-se:

$a = 3k$

$a = 3 \cdot 14 = 42$

$b = 4k$

$b = 4 \cdot 14 = 56$

$c = 6k$

$c = 6 \cdot 14 = 84$

Logo, a divisão será: 42, 56 e 84.

31. Segundo os dados, considerando a parte da herança dos herdeiros de 20, 30 e 60 anos, respectivamente, temos:

$a + b + c = 60\,000$ e $\frac{a}{\frac{1}{20}} = \frac{b}{\frac{1}{30}} = \frac{c}{\frac{1}{60}} = k$

Logo:

$\frac{a}{\frac{1}{20}} = k \Rightarrow a = \frac{k}{20}$

$\frac{b}{\frac{1}{30}} = k \Rightarrow b = \frac{k}{30}$

$\frac{c}{\frac{1}{60}} = k \Rightarrow c = \frac{k}{60}$

Como sabemos que $a + b + c = 60\,000$, então:

$\frac{k}{20} + \frac{k}{30} + \frac{k}{60} = 60\,000 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{3k + 2k + k}{60} = 60\,000 \Rightarrow$

$\Rightarrow k = \frac{60\,000 \cdot 60}{6} = 600\,000$

Voltando às equações anteriores e usando $k = 60\,000$, obtemos:

$a = \frac{k}{20}$

$a = \frac{600\,000}{20} = 30\,000$

$b = \frac{k}{30}$

$b = \frac{600\,000}{30} = 20\,000$

$c = \frac{k}{60}$

$a = \frac{600\,000}{60} = 10\,000$

Logo, considerando os herdeiros de 20, 30 e 60 anos, receberão, respectivamente: R$ 30 000,00, R$ 20 000,00 e R$ 10 000,00.

32. Podemos escrever:

$a + b + c = 260$ e $\frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{b}{\frac{1}{3}} = \frac{c}{\frac{1}{4}} = k$

Logo:

$\frac{a}{\frac{1}{2}} = k \Rightarrow a = \frac{k}{2}$

$\frac{b}{\frac{1}{3}} = k \Rightarrow b = \frac{k}{3}$

$\frac{c}{\frac{1}{4}} = k \Rightarrow c = \frac{k}{4}$

Sabendo que $a + b + c = 260$, então:

$\frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{4} = 260 \Rightarrow \frac{6k + 4k + 3k}{12} = 260 \Rightarrow$

$\Rightarrow k = \frac{260 \cdot 12}{13} = 240$

Voltando às equações anteriores e usando $k = 240$, obtemos:

$a = \frac{k}{2}$

$a = \frac{240}{2} = 120$

$b = \frac{k}{3}$

$b = \frac{240}{3} = 80$

$c = \frac{k}{4}$

$c = \frac{240}{4} = 60$

Logo, teremos 120 laranjas na primeira caixa, 80 na segunda e 60 na terceira.

33. Se chamarmos de *a* o número de livros de Beto, de *b* o de Ana e de *c* o de Vera, teremos:

$a + b + c = 33$ e $\frac{a}{1} = \frac{b}{\frac{1}{2}} = \frac{c}{\frac{1}{3}} = k$

Logo:

$\frac{a}{1} = k \Rightarrow a = k$

$\frac{b}{\frac{1}{2}} = k \Rightarrow b = \frac{k}{2}$

$\frac{c}{\frac{1}{3}} = k \Rightarrow c = \frac{k}{3}$

Sabendo que $a + b + c = 33$, então:

$k + \frac{k}{2} + \frac{k}{3} = 33 \Rightarrow \frac{6k + 3k + 2k}{6} = 33 \Rightarrow$

$\Rightarrow k = \frac{33 \cdot 6}{11} = 18$

Voltando às equações anteriores e usando $k = 18$, temos:

$a = k$

$a = 18$

$b = \frac{k}{2}$

$b = \frac{18}{2} = 9$

$c = \frac{k}{3}$

$c = \frac{18}{3} = 6$

Logo, Beto recebeu 18 livros, Ana 9 livros e Vera 6 livros.

Atividades - página 198

34. **a)** Diretamente proporcionais.

b) Inversamente proporcionais.

c) Diretamente proporcionais.

d) Inversamente proporcionais.

e) Diretamente proporcionais.

f) Inversamente proporcionais.

35. **a)** São grandezas diretamente proporcionais, pois $\frac{5}{10} = \frac{35}{70} = \frac{1}{2}$.

b) Pelos dados apresentados, temos:

Quando $q = 5, c = 35$

Quando $q = 10, c = 70$

Logo, podemos escrever:

$$\frac{c}{q} = \frac{35}{5} \Rightarrow \frac{c}{q} = 7 \Rightarrow c = 7 \cdot q$$

c) Utilizando a expressão encontrada no item **b** ($c = 7 \cdot q$):

Quando $q = 11$, temos $q = 7 \cdot 11 = 77$

Quando $98 = 7q \Rightarrow q = 98 : 7 = 14$

Logo, o quadro com essas informações pode ficar assim:

QUANTIDADE DE CANETAS	CUSTO (R$)
5	35
10	70
11	77
14	98

36. **a)** $\frac{24}{32} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{2\,500}{1\,875} = \frac{500}{375} = \frac{100}{75} = \frac{4}{3}$

c) À medida que o número de funcionários aumenta, o valor do prêmio recebido diminui. Assim, as grandezas podem ser consideradas inversamente proporcionais.

37. **a)** $\frac{5}{8}$

b) $\frac{1\,000}{1\,600} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

c) Conforme o número de horas aumenta, a quantidade de parafusos produzidos também aumenta. Assim, as grandezas são diretamente proporcionais.

d) Usando os dados do quadro, podemos calcular $\frac{p}{t}$:

Se $p = 1000, t = 5$, temos $\frac{p}{t} = \frac{1000}{5} = 200$

Se $p = 1600, t = 8$, temos $\frac{p}{t} = \frac{1600}{8} = 200$

Dessa forma, podemos escrever:

$$\frac{p}{t} = 200 \Rightarrow p = 200 \cdot t$$

e) Usando a relação encontrada, quando $t = 36$, temos $p = 200 \cdot 36 = 7\,200$.

Logo, são produzidos 7 200 parafusos em 36 horas.

38. Não, nada garante essa possibilidade, pois o número de dias em que chove e o número de dias do mês não são direta nem inversamente proporcionais.

Atividades – página 200

39. Podemos construir o quadro:

NÚMERO DE ESCAVADEIRAS	AREIA TRANSPORTADA (EM m^3)
3	200
x	1 600

Como são grandezas diretamente proporcionais (quando dobro o número de escavadeiras, terei o dobro de areia transportada), então vale a relação:

$$\frac{3}{x} = \frac{200}{1\,600}$$

Logo,

$$200x = 3 \cdot 1\,600 \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 1\,600}{200} = \frac{3 \cdot 16}{2} = 24$$

Serão necessárias 24 escavadeiras.

40. Podemos construir o quadro, lembrando que se 1 h = 60 minutos, então 2 horas = 120 minutos.

ÁREA IRRIGADA (EM HECTARES)	TEMPO (EM MINUTOS)
2	40
x	120

Como são grandezas diretamente proporcionais (quando dobro o tempo, terei o dobro de área irrigada), então vale a relação:

$$\frac{2}{x} = \frac{40}{120}$$

Logo,

$$40x = 2 \cdot 120 \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 120}{40} = \frac{2 \cdot 3}{1} = 6$$

Serão irrigados 6 hectares.

41. Podemos construir o quadro, sem indicar a velocidade, já que ela não sofrerá alteração.

ÓLEO DE COPAÍBA (EM L)	DISTÂNCIA PERCORRIDA (EM km)
10	80
x	200

Como são grandezas diretamente proporcionais (quando dobro distância percorrida, terei o dobro gasto de óleo), então vale a relação:

$$\frac{10}{x} = \frac{80}{200}$$

Logo,

$$80x = 10 \cdot 200 \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 200}{80} = \frac{200}{8} = 25$$

Serão utilizados 25 litros de óleo de copaíba.

42. Podemos construir o quadro, lembrando que 1 kg = 1000 g.

AMOSTRA (EM g)	OURO (EM g)
100	0,2
1 000	x

Como são grandezas diretamente proporcionais (quando dobro a amostra de minério, dobro o ouro extraído), então vale a relação:

$$\frac{100}{1\,000} = \frac{0,2}{x}$$

Logo,

$100x = 0{,}2 \cdot 1000 \Rightarrow x = \frac{0{,}2 \cdot 1000}{100} = 0{,}2 \cdot 10 = 2$

Serão extraídos 2 gramas de ouro.

43. Podemos construir o quadro:

VELOCIDADE MÉDIA (km/h)	TEMPO (min)
160	40
200	*x*

Como são grandezas inversamente proporcionais (quando dobro a velocidade, usarei metade do tempo para percorrer a mesma distância), então vale a relação:

$\frac{160}{200} = \frac{x}{40}$

Logo,

$200x = 40 \cdot 160 \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 160}{200} = \frac{4 \cdot 16}{2} = 32$

O trem levará 32 minutos nessa nova velocidade.

44. Podemos construir o quadro, observando que o número de operários é o mesmo nas duas situações.

NÚMERO DE HORAS TRABALHADAS POR DIA	NÚMERO DE DIAS PARA CONCLUIR A OBRA
8	20
5	*x*

Como são grandezas inversamente proporcionais (quando dobro o número de horas trabalhadas por dia, precisarei da metade do número de dias para concluir a obra), então vale a relação:

$\frac{8}{5} = \frac{x}{20}$

Logo,

$5x = 8 \cdot 20 \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 20}{5} = \frac{3 \cdot 16}{2} = 32$

A equipe faria a obra em 32 dias.

45. Podemos construir o quadro:

NÚMERO DE TELEFONISTAS	NÚMERO DE LIGAÇÕES ATENDIDAS POR TELEFONISTA
3	125
5	*x*

Como são grandezas inversamente proporcionais (quando dobro o número de telefonistas, cada telefonista atenderá metade das ligações), então vale a relação:

$\frac{3}{5} = \frac{x}{125}$

Logo,

$5x = 3 \cdot 125 \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 125}{5} = 3 \cdot 25 = 75$

Cada telefonista atenderá, em média, 75 ligações.

46. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes façam uma lista com diferentes grandezas, podendo incluir aquelas já trabalhadas ao longo desse capítulo. Essa listagem pode ser feita em colaboração com o professor de Ciências.

47. Respostas pessoais. Exemplos de elaboração:

a) Uma loja de sucos precisa de 30 laranjas para completar 6 copos. Quantos copos serão necessários para completar 15 copos? (Resposta: 75 laranjas)

b) Um tanque de combustível utiliza duas bombas para ser esvaziado em 1 hora. Para ser esvaziado em 15 minutos, quantas bombas precisam ser utilizadas? (Resposta: 8 bombas)

Revisão dos conteúdos desse capítulo – Página 201

1. **a)** $\frac{64\,000}{2\,000} = \frac{64}{2} = 32$

b) $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

c) $\frac{4}{100} = \frac{2}{50} = \frac{1}{25}$

d) $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

2. $\frac{28}{20} = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$

3. Se chamarmos de x a população dessa cidade, teremos:

$\frac{1}{3000} = \frac{42}{x}$

Utilizando a propriedade fundamental das proporções, podemos escrever:

$1 \cdot x = 42 \cdot 3000 \Rightarrow x = 126\,000$

Logo, a cidade tem 126 000 habitantes.

4. **a)** $\frac{x}{10} = \frac{14{,}4}{12} \Rightarrow 12x = 10 \cdot 14{,}4 \Rightarrow x = \frac{144}{12} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 12$

b) $\frac{7}{14} = \frac{3{,}5}{x} \Rightarrow 7x = 14 \cdot 3{,}5 \Rightarrow x = \frac{49}{7} \Rightarrow x = 7$

5. Testando a propriedade fundamental em cada item:

a) $10 \cdot 10 = 5 \cdot 20$

$100 = 100$ Verdadeira, formam uma proporção.

b) $0{,}5 \cdot 12 = 25 \cdot \frac{1}{4}$

$6 = 6325$ Falsa, não formam uma proporção.

c) $25 \cdot 3 = 1{,}5 \cdot 50$

$75 = 75$ Verdadeira, formam uma proporção.

d) $\frac{1}{2} \cdot 10 = 0{,}5 \cdot 40$

$5 = 20$ Falsa, não formam uma proporção.

Logo, formam proporções: itens **a** e **c**.

6. Se chamarmos de x a quantidade (em gramas) desse produto químico que deve ser adicionado à água, teremos a seguinte proporção:

$\frac{40}{320} = \frac{x}{12\,000}$

Logo,

$320x = 40 \cdot 12\,000$

$x = \frac{40 \cdot 12\,000}{320} = \frac{12\,000}{8} = 1500$

Portanto, serão necessários 1 500 g desse produto, ou seja, 15 pacotes de 100 gramas cada um.

7. Chamando de x o tempo procurado, fazemos:

$\frac{25}{7} = \frac{70}{x}$

Daí,

$25x = 7 \cdot 70 \Rightarrow x = \frac{490}{25} = 19{,}6$

Serão 19,6 minutos de anúncios.

8. Considerando a, b e c, respectivamente, a dívida dos sócios A, B e C, podemos escrever:

$$a + b + c = 42\,000$$

$$\frac{a}{20\,000} = \frac{b}{35\,000} = \frac{c}{45\,000} = k$$

Assim, teremos:

$$a = 20\,000k$$
$$b = 35\,000k$$
$$c = 45\,000k$$

Como $a + b + c = 42\,000$, então

$$20\,000k + 35\,000k + 45\,000k = 42\,000$$

$$k = \frac{42\,000}{100\,000} = \frac{42}{100} = 0{,}42$$

Voltando às relações anteriores e usando $k = 420$, calculamos cada uma das dívidas:

$$a = 20\,000k$$
$$a = 20\,000 \cdot 0{,}42 = 8\,400$$
$$b = 35\,000k$$
$$b = 35\,000 \cdot 0{,}42 = 14\,700$$
$$c = 45\,000k$$
$$c = 45\,000 \cdot 0{,}42 = 18\,900$$

Portanto, os sócios A, B e C, tiveram as seguintes dívidas, nessa ordem: R$ 8 400,00; R$ 14 700,00 e R$ 18 900,00.

9. Podemos organizar um quadro, lembrando que se forem empregados mais 10 homens, teremos um total de 25 homens.

NÚMERO DE HOMENS	NÚMERO DE DIAS
15	40
25	x

Como são grandezas inversamente proporcionais (quando dobro o número de homens, levará metade do tempo para ficar pronto), então vale a relação:

$$\frac{15}{25} = \frac{x}{40}$$

Logo,

$$25x = 15 \cdot 40 \Rightarrow x = \frac{15 \cdot 40}{25} = \frac{3 \cdot 40}{5} = 3 \cdot 8 = 24$$

O serviço será feito em 24 dias.

10. Podemos montar o quadro, considerando que para fazer os cálculos de maneira mais adequada, usamos que 4 dias e 4 horas $= (4 \cdot 24 + 4)$horas $=$ 100 horas e que 6 dias e 6 horas $= (6 \cdot 24 + 6)$horas $=$ 150 horas

NÚMERO DE MARUJOS	TEMPO (EM HORAS)
12	100
x	150

Como são grandezas inversamente proporcionais (quando dobro o número de marujos, levará metade do tempo para ficar pronto), então vale a relação:

$$\frac{12}{x} = \frac{150}{100}$$

Logo,

$$150x = 12 \cdot 100 \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 100}{150} = \frac{12 \cdot 10}{15} = 8$$

Serão necessários 8 marujos.

CAPÍTULO 9 – TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Trocando ideias – página 202

- Espera-se que os estudantes observem, pelo menos, alguns eixos de simetria, como os indicados a seguir:

RUBEM VALENTIM/RÔMULO FIALDINI/ TEMPO COMPOSTO - MUSEU DE ARTE MODERNA DA BAHIA, SALVADOR

- Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes pesquisem o assunto na internet ou procurem professores de outras áreas que possam dar dicas. Em especial, você pode indicar a busca no portal da cultura afro-brasileira (disponível em: https://www.faecpr.edu.br/site/portal_afro_brasileira/3_III.php, acesso em: 1º jul. 2022).

Veja que interessante – página 206

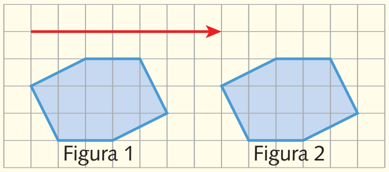
Exemplo de resposta: é possível reconhecer translações.

FERNANDOPODOLSKI/ISTOCK PHOTOS/GETTY IMAGES

Atividades – página 207

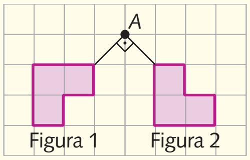
1. Após verificar as distâncias entre pontos correspondentes, podemos concluir que as medidas das distâncias são diferentes; desse modo, a Figura 2 não foi obtida por meio de uma translação. No caso, foi por meio de uma reflexão em relação a uma reta.

2.



3. Sim. A obra tem o formato de um quadrado. Se traçarmos suas diagonais e marcarmos o ponto de intersecção delas, as figuras amarelas serão simétricas em relação a esse ponto.

4.



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ ARQUIVO DA EDITORA

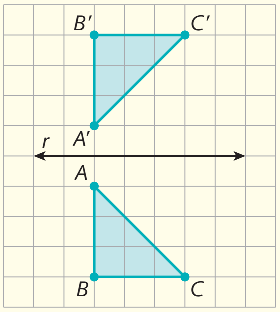
5. a) Figura *B*, pois é uma reflexão da figura *A* em relação à reta *r*.

b) Figura *D*, pois é uma reflexão da figura *A* em relação à reta *s*.

c) Figura *C*, pois é uma reflexão da figura *A* em relação ao ponto *O*.

6. Podemos pensar o contorno da figura 1 como o contorno de um quadrado, e um exemplo de simetria de reflexão seria em relação às retas que contêm as diagonais desse quadrado.

7. Exemplo de resposta:

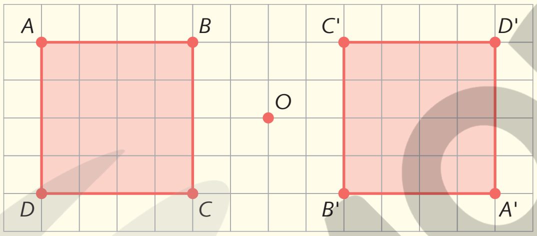


Tecnologias digitais em foco – página 209

Explore: Espera-se que os estudantes respondam que as medidas do comprimento dos lados e da abertura dos ângulos correspondentes são iguais.

Atividades – páginas 212 e 213

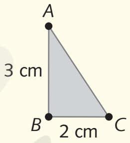
8. Resposta pessoal. Exemplo de resposta.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

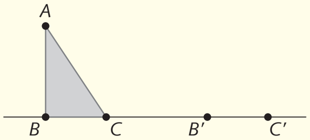
9. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes, a fim de construir o triângulo simétrico por meio de uma translação, determinem o sentido, a direção e a distância. Veja o passo a passo de um exemplo:

1º) Construir um triângulo *ABC* qualquer:



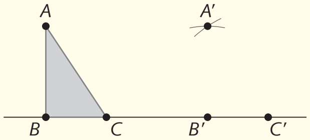
2º) Determinar a direção, o sentido e distância da translação: paralela ao lado $\overline{BC}$ (direção), para a direita (sentido), a 5 cm (distância).

3º) Prolongar o lado $\overline{BC}$ e, com o auxílio de um compasso, com a abertura de 5 cm, a partir do ponto *B*, marcar o ponto *B'* e, a partir do ponto *C*, marcar o *C'*.

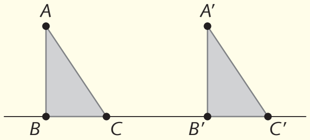


ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

4º) O ponto *A'* será obtido ao traçar arcos de medida iguais às medidas dos lados $\overline{BA}$ e $\overline{CA}$, com centros em *B'* e *C'*, respectivamente.



5º) Unindo os pontos, obtemos o triângulo *A'B'C'*.



10. a) Mariana pode utilizar a ferramenta "Polígonos" ou "Segmento" combinada com a ferramenta "Ângulo".

b) Para que a figura desenhada seja considerada um losango, a soma das medidas dos ângulos deve ser 360°, a medida do comprimento dos lados deve ser a mesma e as medidas dos ângulos de vértices opostos têm de ser iguais.

c) Formada por 8 losangos.

d) As transformações podem ser feitas em ambos os sentidos (horário ou anti-horário). No sentido horário, para obter F_5, podemos rotacionar F_1 em um ângulo de medida da abertura de 180°; para obter F_3, podemos rotacionar F_1 em um ângulo de medida da abertura de 90°. Já no sentido anti-horário, rotacionamos F_1 em um ângulo de medida da abertura de 270° para obter F_3 e, também, em um ângulo de medida da abertura de 180° para obter F_5.

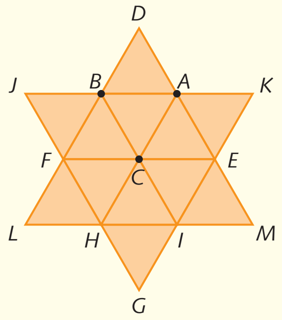
e) Para obter os losangos, seja no sentido horário, seja no anti-horário, a rotação pode ser feita aumentando-se 45° de cada vez. Por exemplo, no sentido horário, obtemos F_2 rotacionando F_1 em um ângulo de medida da abertura de 45°, F_3 em um ângulo de medida da abertura de 90°, F_4 em um ângulo de medida da abertura de 135°, F_5 em um ângulo de medida da abertura de 180°, F_6 em um ângulo de medida da abertura de 225°, F_7 em 270° e F_8 em um ângulo de medida da abertura de 315°.

11. Resposta pessoal, em que cada estudante deve elaborar o roteiro com base nos estudos sobre o GeoGebra.

Uma possibilidade de roteiro: para o último item (usar reflexão no lugar de rotação):

1. Construa um triângulo equilátero *ABC*.
2. Faça a reflexão do triângulo *ABC* em relação à reta $\overleftrightarrow{AB}$, encontrando o triângulo *ABD*.
3. Faça a reflexão do triângulo *ABC* em relação à reta $\overleftrightarrow{AC}$, encontrando o triângulo *ACE*.
4. Faça a reflexão do triângulo *ABC* em relação à reta $\overleftrightarrow{BC}$, encontrando o triângulo *BFC*.
5. Faça a reflexão do triângulo *DEF* em relação à reta $\overleftrightarrow{EF}$, encontrando o triângulo *EFG* e também o triângulo interno *CHI*.
6. Identifique os pontos *H*, *I* e *G*.
7. Faça a reflexão do triângulo *BFC* em relação à reta $\overleftrightarrow{BF}$, encontrando o triângulo *BFJ*.
8. Faça a reflexão do triângulo *ACE* em relação à reta $\overleftrightarrow{AE}$, encontrando o triângulo *AKE*.
9. Faça a reflexão do triângulo *CFH* em relação à reta $\overleftrightarrow{FH}$, encontrando o triângulo *LFH*.

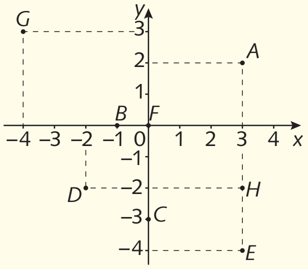
10. Faça a reflexão do triângulo *CEI* em relação à reta $\overleftrightarrow{EI}$, encontrando o triângulo *MEI*.



Atividades – página 215

12. Os pares ordenados de abscissa 0, ou seja, *C* e *F*, estão sobre o eixo das ordenadas, uma vez que não possuem deslocamento horizontal; e que os pares de ordenadas 0, ou seja, *B* e *F*, estão sobre o eixo das abscissas, uma vez que não possuem deslocamento vertical.

Assim, a localização dos pontos no plano cartesiano ficará da seguinte maneira:

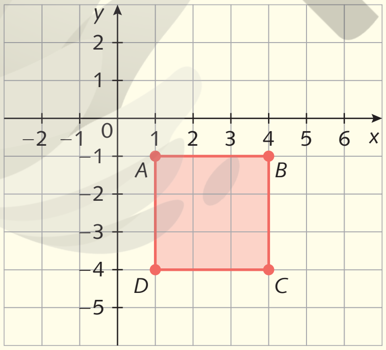


13. A(–1, 2), B(0, 2), C(0, –1) e D(–3, –1).

14. Está localizado no 3º quadrante. Espera–se que os estudantes façam a justificativa pelo fato de que as coordenadas de todos os vértices têm ordenadas e abscissas negativas e, desse modo, somente podem estar localizadas no terceiro quadrante.

15. Observando a localização dos pontos, podemos verificar que os vértices do triângulo pertencem ao 1º quadrante (*A*), 3º quadrante (*B*) e 4º quadrante (*C*).

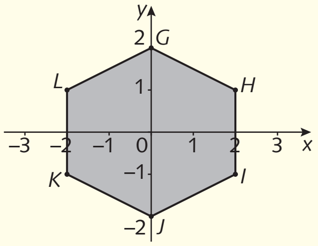
16. Podemos fazer a representação dos pontos *A* e *B* e, a partir das informações dadas, podemos encontrar os pontos *C* e *D*:



Logo, os outros vértices desse quadrado são: (4, –4) e (1, –4). Nesse exercício, também é possível estimar os pontos conhecendo a distância entre o ponto *A* e o ponto *B* (3 unidades). Assim, os vértices *C* e *D* serão o deslocamento em 3 unidades dos pontos *A* e *B*, resultando na representação indicada anteriormente.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

17. Uma resposta possível é:



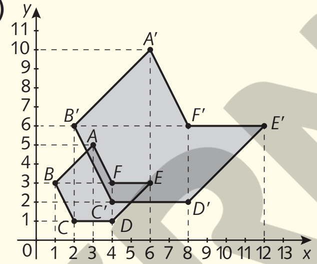
Atividades – páginas 219 e 220

18. **a)** *A*(3, 5), *B*(1, 3), *C*(2, 1) *D*(4, 1), *E*(6, 3) e *F*(4, 3).

b) Corresponderá a uma ampliação.

c) *A*’(6, 10), *B*’(2, 6), *C*’(4, 2) *D*’(8, 2), *E*’(12, 6) e *F*’(8, 6).

d)



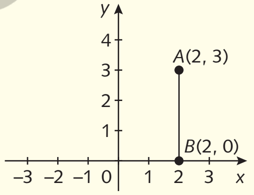
19. Podemos escrever as coordenadas dos vértices do triângulo *A’B’C’* como *A*’(2, 2), *B*’(4, 6) e *C*’(8, 2). Dividindo então os valores por 2 ou por 4, temos as seguintes possibilidades de resposta para as coordenadas do triângulo *ABC*:

A(1, 1), B(4, 3) e C(4, 1)

Ou

$A\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $B\left(1, \frac{3}{2}\right)$ e $C\left(2, \frac{1}{2}\right)$

20. **a)**



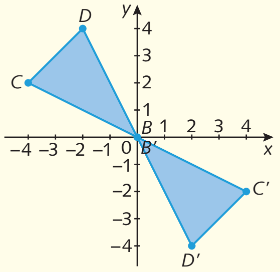
b) C(–2, 3) e *D*(–2, 0)

c) Um retângulo.

d) Exemplo de resposta: *A*(2, 4) e *B*(2, 0).

21. Os estudantes devem obter um polígono cujos vértices são: *F*’(–1, –3), *G*’(–1, –2), *H*’(–2, –2), *I*’(–2, –1), *J*’(–3, –1), *K*’(–3, –2), *L*’(–4, –2), *M*’(–4, –3), *N*’(–3, –3), *O*’(–3, –4), *P*’(–2, –4) e *Q*’(–2, –3).

22.



São: *B*’(0, 0), *C*’(4, –2) e *D*’(2, –4).

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

23. Para essa reflexão, basta considerar os pontos com mesmas ordenadas e abscissas opostas, ou seja, $A'(3, -1)$, $B'(2, -3)$, $C'(0, -2)$ e $D'(1, 0)$.

Vejamos as coordenadas dos pontos em cada alternativa:

a) $A'(3, 1)$, $B'(2, 3)$, $C'(0, 2)$ e $D'(1, 0)$

b) $A'(-3, -1)$, $B'(-2, -3)$, $C'(0, -2)$ e $D'(-1, 0)$

c) $A'(3, -1)$, $B'(2, -3)$, $C'(0, -2)$ e $D'(1, 0)$

Logo, alternativa correta é a **c**.

24. O triângulo obtido como resultado é simétrico em relação à origem quando comparado ao triângulo original. O vértice ficará no 3º quadrante.

25. Para essa reflexão, basta considerar os opostos das abscissas e das ordenadas dos pares existentes. Nessa ordem: 4º quadrante, 3º quadrante e 1º quadrante.

26. Observando as figuras, podemos afirmar que:

- o triângulo B é simétrico ao triângulo A em relação ao eixo y;
- o triângulo C é simétrico ao triângulo A em relação ao eixo x;
- o triângulo D é simétrico ao triângulo A em relação à origem.

Portanto, a alternativa **c** é a correta.

27. **a)** Falsa. O triângulo está localizado no 1º e 2º quadrantes.

b) Verdadeira.

c) Falsa. As coordenadas dos vértices do triângulo simétrico em relação ao eixo y são $A'(3, 1)$, $B'(1, 3)$ e $C'(-2, 1)$.

d) Verdadeira.

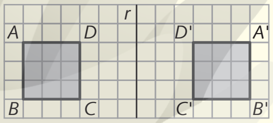
Veja que interessante – página 221

Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes observem diferentes objetos e percebam essas transformações, sempre lembrando que estamos tratando de objetos não planos. Exemplos: uma janela, uma tela de TV, uma cadeira etc.

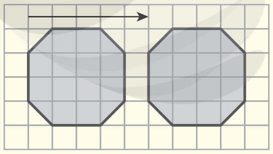
Revisão dos conteúdos desse capítulo – páginas 222 e 223

1. Não foi obtida por uma translação, pois as distâncias entre os pontos correspondentes não são iguais.

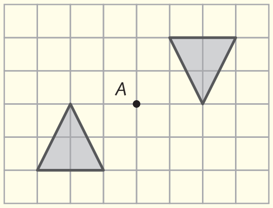
2. Resposta pessoal. Vejamos uma possibilidade:



3.

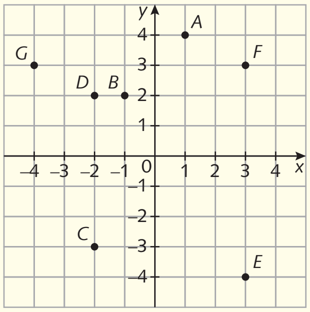


4.

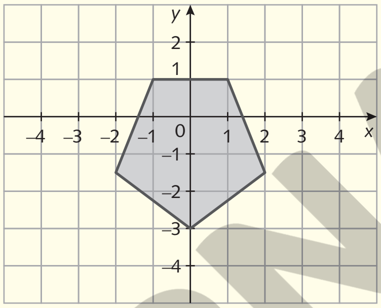


ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

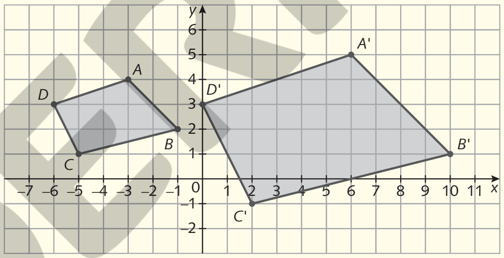
5.



6. Vejamos uma possível resposta:



7.

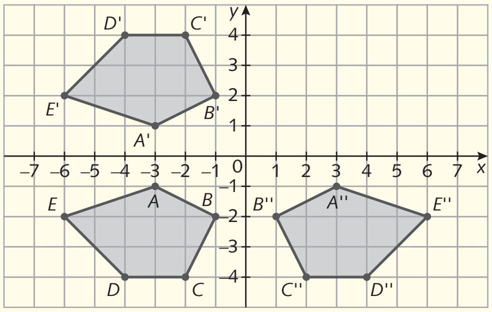


8. $A'(-3, -3)$, $B'(-2, -3)$, $C'(0, -2)$, $D'(-2, -1)$, $E'(-3, -1)$ e $F'(-5, -2)$.

9. $A'(3, 0)$, $B'(1, -1)$, $C'(0, -3)$ e $D'(0, 0)$

10. Coordenadas do polígono: $A(-3, 1)$; $B(-1, -2)$; $C(-2, -4)$; $D(-4, -4)$; $E(-6, -2)$.

Exemplo de construção:



É hora de extrapolar – páginas 224 e 225

1. **a)** Os dois símbolos são formados pelo mesmo número de retângulos para nos lembrar de que todas as pessoas são iguais, e que, independentemente de habilidades ou deficiências, somos unidos em nossa humanidade.

b) Sim. O símbolo das Olimpíadas possui simetria de rotação e o das Paralimpíadas, de reflexão.

c) Resposta pessoal. Espera–se que os estudantes comentem o que entendem por diversidade.

2. **a)** São 20 medalhas de prata em um total de 72 medalhas. Como $\frac{1}{3}$ de 72 é 24, podemos dizer que menor de 33% das medalhas foi de prata.
   b) Fazemos $\frac{22}{72} \simeq 0{,}3055 \simeq 30{,}55\%$.
   c) Respostas pessoais.
3. **a)** Para nadar 50 m, ela levou 26,82 s, então para nadar 100 m, nessa velocidade, ela levaria o dobro do tempo, ou seja, levaria 53,64 segundos (já que $2 \cdot 26{,}82$). Seguindo o mesmo raciocínio, levaria o dobro desse último tempo para percorrer 200 m, ou seja, $(2 \cdot 53, 64)\ \text{s} = 107{,}28\ \text{s} = 60\ \text{s} + 47{,}28\ \text{s} = 1\ \text{min}\ 47{,}28\ \text{s}$.
   b) Exemplo de resposta: a atleta pode ter se cansado e nadado com uma medida de velocidade inferior à que nadou os primeiros 50 m.

UNIDADE 4

CAPÍTULO 10 – GRANDEZAS E MEDIDAS

Trocando ideias – página 228

- Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes apontem alguns aspectos, como: mais fiscalização e controle das áreas em desmatamento; eliminar a comercialização de carnes ilegais; punir quem faz venda de madeira ilegal; entre outros.
- A medida da área de um campo de futebol, em m², pode ser calculada assim:

  $10 \cdot 68 = 7\,140$

  Para comparar com a área desmatada, precisamos passar essa medida para km²:

  $7\,140\ \text{m}^2 = \frac{7\,140}{1\,000 \cdot 1\,000}\ \text{km}^2 = 0{,}00714\ \text{km}^2$

  Como a área desmatada foi de 13 235 km², para saber quantos campos correspondem, fazemos:

  $\frac{13\,235}{0{,}00714} \simeq 1\,853\,641$

  Cerca de 1 853 641 campos de futebol.

Atividades – páginas 231 e 232

1. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes apresentem sugestões, como: usar barbantes, cordas, palmos, entre outras.
2. **a)** Nesse caso, 2 xícaras corresponderão a 480 mL (pois $2 \cdot 240 = 480$). Como meio litro corresponde a 500 mL, é o suficiente para essa receita.
   b) Para fazer uma receita são necessárias 2 xícaras de açúcar, então, para fazer 2 receitas e meia, serão necessárias 5 xícaras de açúcar (já que $2 \cdot 2{,}5 = 5$). Se 5 xícaras de açúcar correspondem a 1 kg, então, cada xícara corresponderá a 0,2 kg ($1 : 5 = 0{,}2$).
3. **a)** Considerando a maior estimativa de trajeto, temos: $915\ \text{km} : 11\ \text{km/L} \simeq 83{,}2$ litros de combustível, pois $915 : 11 \simeq 83{,}2$
   b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que dentro do contexto, para uma distância total de mais de 900 km, a diferença de 0,2 km é bem pequena.
   c) Resposta pessoal. Uma possibilidade de resposta: em um percurso tão longo, há diferentes opções de caminho e, assim, pequenas diferenças de distância.
4. **a)** A diferença é de 0,1 mm (pois $5{,}4 - 5{,}3 = 0{,}1$).
   b) Espera-se que os estudantes se questionem sobre qual parafuso pode ser utilizado no motor. Considerando normas de segurança, é importante utilizar o parafuso de maior diâmetro, a fim de evitar que peças fiquem folgadas e desencaixem durante o uso.
5. As respostas são pessoais. Vejamos algumas possibilidades.
   a) Em uma fábrica de bebidas, se for desperdiçado 1 L, deve ser tão pouco diante da produção total, que não é significativo.
   b) Para medicar um recém-nascido a dosagem não pode ser errada, mesmo uma diferença de apenas 1 mL pode afetar o tratamento.
6. As respostas deste exercício dependem da vivência dos estudantes. Espera-se que a discussão sobre temperaturas mostre que a previsão para determinado dia pode não refletir a temperatura medida, mas sim, uma estimativa do seu provável valor naquele dia. Para o item **c**, você pode indicar a pesquisa em *sites*, por exemplo:

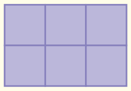
   A importância da previsão do tempo. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/science/8-ano/clima-fenomenos-meteorologicos-previsao-tempo/fenomenos-meteorologicos-previsao-do-tempo/a/importancia-da-previsao-do-tempo. Acesso em: 12 maio 2022.
7. Respostas pessoais. Vejamos alguns exemplos:

   Ao fazer uma receita de bolo; para estimar o tempo que levará para chegar a um compromisso; ao comprar uma peça de roupa para outra pessoa.
8. Respostas pessoais. Vejamos alguns exemplos:
   a) O modo de posicionar a régua (onde começa e onde termina a leitura, a inclinação da régua) ao medir, por exemplo, a altura desse objeto vai interferir na medida obtida. Há também a possibilidade de réguas diferentes terem sutis diferenças na gradação.
   b) Resposta pessoal. Podem indicar cor, tipo de matéria, tamanho etc.
9. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes observem que as diferenças ocorrem principalmente devido ao momento de acionar e de desligar o cronômetro.

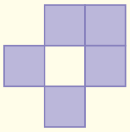
Atividades – página 234

10. Resposta pessoal. Um exemplo de resposta seria subdividir a figura em mais quadradinhos.
11. **a)** 16 triângulos, ou seja, 16 u².
    b) A peça pode ser subdividida em 32 triângulos, assim, 32 u².
12. A resposta dependerá das dimensões da sala de aula.
13. Se utilizarmos como unidade de medida de área (u), por exemplo, os quadradinhos em que a figura do item **b** está dividida, poderemos calcular a medida da área de cada figura.

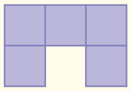
a) 6 u



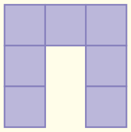
b) 5 u



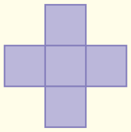
c) 5 u



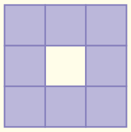
d) 7 u



e) 5 u



f) 8 u



Portanto, são equivalentes as figuras dos itens **b**, **c** e **e**.

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades – páginas 239 a 241

14. $A_{retângulo} = 25\text{ cm} \cdot 12\text{ cm} = 300\text{ cm}^2$

15. Como $A_{retângulo} = b \cdot h$, podemos escrever que:

$3\,600 = 90 \cdot h \rightarrow h = \frac{3\,600}{90} = 40$; assim, $A_{retângulo} = 40\text{ mm}$

16. Considerando que as medidas dos lados desse retângulo são representadas por números inteiros, temos as seguintes possibilidades para obter uma área de 30 m².

$1\text{ m} \cdot 30\text{ m}$; $2\text{ m} \cdot 15\text{ m}$; $3\text{ m} \cdot 10\text{ m}$; $5\text{ m} \cdot 6\text{ m}$.

Observando que cada lado foi aumentado em 1 m e a nova medida de área é 42 m², podemos concluir que o único par de medidas possível de obter a nova medida de área é 5 m e 6 m.

$(5 + 1)\text{ m} \cdot (6 + 1)\text{ m} = 6\text{ m} \cdot 7\text{ m} = 42\text{ m}^2$

Logo, as medidas dos lados desse retângulo são 5 m e 6 m.

17. A medida da área desse retângulo é, em cm²:

$A_{retângulo} = 9 \cdot 4 = 36$

Se um quadrado com medida de lado *a* é a mesma medida de área desse retângulo, teremos que:

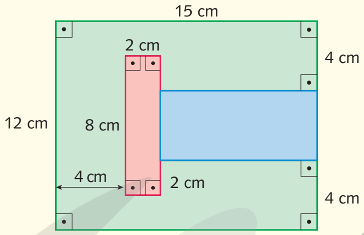
$36 = a \cdot a$

O número que multiplicado por ele mesmo e resulta em 36 é o 6 (considerando apenas números positivos). Logo, a medida do lado desse quadrado será 6 cm.

18. $A = 15 \cdot 50 = 750$

Logo, a área do paralelogramo será 750 mm².

19. **a)** Observando a figura e as medidas indicadas, podemos calcular a medida da área pedida, considerando como se fosse um retângulo completo, depois tirando os dois retângulos que temos ali, conforme registrado a seguir:



Área total: $12\text{ cm} \cdot 15\text{ cm} = 180\text{ cm}^2$

Área do retângulo vermelho: $2\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} = 16\text{ cm}^2$

Área do retângulo azul:

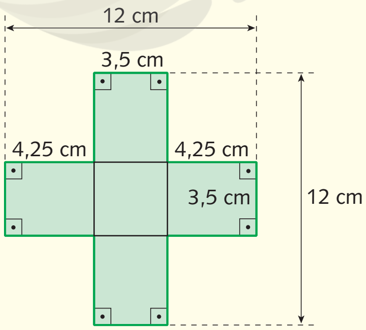
$(12 - 4 - 4)\text{ cm} \cdot (15 - 4 - 2)\text{ cm} = 4\text{ cm} \cdot 9\text{ cm} = 36\text{ cm}^2$

Assim, a área procurada será:

$180\text{ cm} - (16 + 36)\text{ cm} = 180\text{ cm} - 52\text{ cm} = 128\text{ cm}^2$

b) Nesse caso, podemos considerar as medidas já apresentadas e calcular:

$\frac{12 - 3{,}5}{2} = \frac{8{,}5}{2} = 4{,}25$ e completar essas medidas na ilustração:



ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Como a figura verde é composta de 4 retângulos equivalentes e um quadrado, podemos encontrar a medida de sua área fazendo:

$4 \cdot (4{,}25\text{ cm} \cdot 3{,}5\text{ cm}) + (3{,}5\text{ cm} \cdot 3{,}5\text{ cm}) =$

$= 4 \cdot 14{,}875\text{ cm}^2 + 12{,}25\text{ cm}^2 =$

$= 59{,}5\text{ cm}^2 + 12{,}25\text{ cm}^2 = 71{,}75\text{ cm}^2$

Assim, a área da figura verde é de 71,75 cm².

20. Como $A_{triângulo} = \frac{b \cdot h}{2}$, teremos

$A_{triângulo} = \frac{25\text{ cm} \cdot 12\text{ cm}}{2} = 25\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} = 150\text{ cm}^2$

21. $A = \frac{7 \cdot 14}{2} = 7 \cdot 7 = 49$

A medida da área desse triângulo é 49 cm².

22. A medida da área desse quadrado será: $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$. Ou seja, a medida da área desse quadrado será de 3 m².

23. Usando que: $Área_{trapézio} = \frac{(B + b)}{2} \cdot h$, podemos fazer:

a) $A_{trapézio} = \frac{(10 + 6)}{2}\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = (10 + 6)\text{ cm} \cdot 1\text{ cm} = 16\text{ cm}^2$

b) $A_{trapézio} = \frac{(40 + 10)}{2}\text{ cm} \cdot 18\text{ cm} = \frac{50}{2}\text{ cm} \cdot 18\text{ cm} =$

$= 25\text{ cm} \cdot 18\text{ cm} = 450\text{ cm}^2$

c) $A_{trapézio} = \frac{(14 + 10)}{2}\text{ cm} \cdot 5{,}4\text{ cm} = \frac{24}{2}\text{ cm} \cdot 5{,}4\text{ cm} =$

$= 12\text{ cm} \cdot 5{,}4\text{ cm} = 64{,}8\text{ cm}^2$

24. $A_{trapézio} = \frac{(13 + 10)}{2}\text{ m} \cdot 6\text{ m} = 23\text{ m} \cdot 3\text{ m} = 69\text{ m}^2$

25. Como $A_{losango} = \frac{D \cdot d}{2}$, teremos:

$A = \frac{42\text{ cm} \cdot 30\text{ cm}}{2} = 21\text{ cm} \cdot 30\text{ cm} = 630\text{ cm}^2$

26. a) $A_{losango} = \frac{10\text{ cm} \cdot 5\text{ cm}}{2} = 5\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} = 25\text{ cm}^2$

b) $A_{losango} = \frac{4\sqrt{2}\text{ cm} \cdot 8\sqrt{2}\text{ cm}}{2} = \left(\frac{4 \cdot 8 \cdot 2}{2}\right)\text{cm}^2 =$

$= (4 \cdot 8)\text{ cm}^2 = 32\text{ cm}^2$

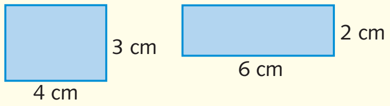
27. Se o ladrilho tem 20 cm de largura e 30 cm de comprimento, podemos dizer que tem 0,2 m de largura e 0,3 m de comprimento. E, portanto, a medida da área de cada ladrilho, em m², é $0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}06$.

Se o piso tem 60 m², para saber a quantidade de ladrilhos para revesti-los, fazemos:

$\frac{60}{0{,}06} = 1\,000$

Logo, serão necessários 1 000 ladrilhos.

28. Exemplo de resposta:



29. Podemos calcular a medida de área, em m², de cada quarto:

Quarto de Maria	$4\text{ m} \cdot 5{,}5\text{ m} = 22\text{ m}^2$
Quarto de José	$6\text{ m} \cdot 3{,}5\text{ m} = 21\text{ m}^2$

Como a medida da área do quarto de Maria é maior, será lá que se utilizará a maior quantidade de revestimento.

30. Pela ilustração, podemos afirmar que cada quadradinho tem lado com medida de 1 m e, portanto, 1 m² de medida de área.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) A área de jardinagem é composta por:

2 retângulos, cada um com 12 m^2 $(3 \cdot 4)$;

4 paralelogramos, cada um com 9 m^2 $(3 \cdot 4)$

Logo, a medida da área destinada à jardinagem, em m^2, será:

$2 \cdot 12 + 4 \cdot 9 = 24 + 36 = 60$

b) A medida da área total do pátio externo, em m^2, é: $11 \cdot 18 = 198$.

Como uma parte dessa área terá jardins, o que resta para ser revestido, em m^2, será:

$198 - 60 = 138$ m^2

31. Se o tapete é quadrado e tem perímetro de 10 m, então cada lado desse tapete tem 2,5 m (pois 10 : 4 = 2,5).
Logo, a medida da área desse tapete, em m^2, será $2{,}5 \cdot 2{,}5 = 6{,}25$.
Para saber a medida da área que ficará sem tapete, fazemos $31{,}6 - 6{,}25 = 25{,}35$.
Dessa maneira, 25,35 m^2 dessa sala ficarão sem tapete.

32. **a)** $1{,}5$ m $\cdot$ 5 m = 7,5 m^2 para o espaço da churrasqueira.

b) Como a piscina é retangular, temos várias possibilidades. Por exemplo: 1,5 m e 2 m; 1 m e 3 m; 1,2 m e 2,5 m.

c) Grama – em forma de trapézio: $\dfrac{(1{,}5 + 5{,}5) \cdot 5}{2} = 17{,}5$

Granito – em forma de triângulo: $\dfrac{4 \cdot 5}{2} = 10$

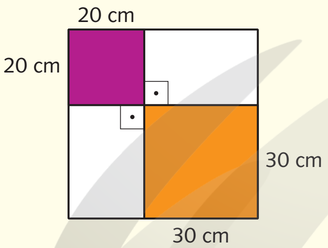
Logo:

Medida da área em grama: $17{,}5 - 3$ (área da piscina) $= 14{,}5$ m

A medida da área gramada será de 14,5 m^2.

Medida da área em granito: 10 m^2

33. Considerando as informações apresentadas e sabendo que: $400 = 20 \cdot 20$ e $900 = 30 \cdot 30$
Podemos indicar as seguintes medidas na ilustração:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Dessa maneira, podemos dizer que a folha quadrada tem 50 cm de lado e, portanto, a medida de sua área é 50 m $\cdot$ 50 m = 2 500 m^2.

b) As dimensões de cada retângulo são 20 cm e 30 cm, logo a medida de sua área será 30 m $\cdot$ 20 m = 600 m^2

34. Resposta pessoal. Vejamos uma possibilidade.
Problema elaborado
Observe a figura e encontre a medida da área da parte laranja.
Uma possível resolução
Podemos considerar o retângulo de lados 30 cm e 40 cm, a medida de sua área será $30 \cdot 40 = 1\,200$ cm^2.
Também considerando o losango de diagonais 30 cm e 40 cm, a medida de sua área será $\left(\dfrac{30 \cdot 40}{2}\right) = 600$ cm^2.
A medida da área da parte laranja é a diferença entre as duas encontradas anteriormente, ou seja:
$1\,200$ $cm^2 - 600$ $cm^2 = 600$ cm^2.

Atividades – páginas 245 e 246

35. $V = (0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1)$ $cm^3 = 0{,}001$ cm^3

36. **a)** $V = (10 \cdot 2 \cdot 4)$ $m^3 = 80$ m^3

b) $V = (6 \cdot 5 \cdot 3)$ $cm^3 = 90$ cm^3

c) $V = (8 \cdot 4 \cdot 4)$ $m^3 = 128$ m^3

d) $V = (3 \cdot 1 \cdot 12)$ $m^3 = 36$ m^3

37. Como 20 cm = 2 dm e 1 L = 1 000 dm^3, podemos calcular o volume da seguinte forma:
$V = (2 \cdot 2 \cdot 2)$ $dm^3 = 8$ dm^3
Logo, cabem 8 litros de água nesse aquário.

38. Como 1 L = 1 dm^3 ou então 10 000 L = 10 000 dm^3 ou 10 m^3
Chamando de p a medida profundidade dessa piscina, em metros, podemos afirmar que:
$p \cdot 5 \cdot 2 = 10 \Rightarrow p = 1$
Ou seja, a piscina tem 1 m de profundidade.

39. Se dobrarmos a medida da aresta, a medida do volume será multiplicada por 8, pois $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.
Se triplicarmos a medida da aresta, a medida do volume será multiplicada por 27, pois $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.

40. **a)** Como 2 mm = 0,002 m, o volume será dado por $(1 \cdot 1 \cdot 0{,}002)$ $m^3 = 0{,}002$ m^3.

b) Como 1 m^3 = 1000 dm^3, então 0,002 m^3 =

$= (1000 \cdot 0{,}002)$ $m^3 = 2$ $dm^3 = 2$ L.

Ou seja, foram coletados 2 litros de água.

41. Gabriela, já que a primeira figura é formada por 24 cubos com mesma medida de volume e a segunda figura é formada pela mesma quantidade de cubos com mesma medida de volume do cubo que forma a primeira figura.

42. Resposta pessoal. Vejamos uma possibilidade.
Problema elaborado
Se uma piscina em forma de paralelepípedo tem capacidade de 15 000 litros e 3 metros de largura, qual pode ser sua profundidade?
Uma possível resolução
15 000 L = 15 000 dm^3 = 15 m^3
Se chamarmos de p a medida da profundidade dessa piscina e c a medida do comprimento dessa piscina, ambas em metros, poderemos escrever que:
$3 \cdot p \cdot c = 15 \Rightarrow p \cdot c = 5$
Ou seja, há diferentes possibilidades para p, pois c também não é conhecido.
Por exemplo, $p = 2$ e $c = 2{,}5$ ou $p = 1{,}25$ e $c = 4$.
Vale lembrar que há valores que não fazem muito sentido para a profundidade de uma piscina, apesar de estarem de acordo com os dados. Por exemplo, uma piscina de 5 metros de profundidade não é adequada.

Resolvendo em equipe – página 247

Interpretação e identificação dos dados

- Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes identifiquem informações importantes, por exemplo, a medida do lado das folhas quadradas.
- Sim, pois temos a informação da medida do lado desse quadrado.
- A parte sobreposta corresponde a $\dfrac{1}{4}$ da superfície do quadrado.

Plano de resolução

- $A = 20\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} = 400\text{ cm}^2$

  Como a figura 2 é composta por 2 quadrados como da figura 1, tendo uma parte sobreposta, uma maneira de calcular essa área é:

  $$\left(2 \cdot 400 - \frac{1}{4} \cdot 400\right)\text{cm}^2 = (800 - 100)\text{cm}^2 = 700\text{ cm}^2$$

  Logo, a medida da área da figura 2 é 700 cm².

- Figura 3: a parte sobreposta corresponde a $\frac{2}{4}$ do quadrado.

  Figura 4: a parte sobreposta corresponde a $\frac{4}{4}$ do quadrado.

- Possíveis cálculos:

  Figura 3:

  $$\left(3 \cdot 400 - \frac{2}{4} \cdot 400\right)\text{cm}^2 = (1200 - 200)\text{cm}^2 = 1000\text{ cm}^2$$

  Figura 4:

  $$\left(4 \cdot 400 - \frac{4}{4} \cdot 400\right)\text{cm}^2 = (1600 - 400)\text{cm}^2 = 1200\text{ cm}^2$$

Resolução

A figura 4 é composta de 12 partes de área igual a $\frac{1}{4}$ da medida da área do quadrado. Assim:

$12 \cdot 100\text{ cm}^2 = 1200\text{ cm}^2$.

Verificação

Espera-se que os estudantes verifiquem se as respostas achadas satisfazem as condições fornecidas no enunciado.

Apresentação

Organize as apresentações dos grupos e verifique, com antecedência, se os problemas que serão propostos são pertinentes ao conteúdo ministrado.

Revisão dos conteúdos desse capítulo – páginas 248, 249 e 250

1. **a)** É possível verificar 24 triângulos, assim, 24 u².

b) É possível verificar 20 triângulos, assim, 20 u².

c) É possível verificar 20 triângulos, assim, 20 u².

2. Se o lado do quadrado mede 5 cm, então a medida de sua área será 25 cm². Dessa maneira, como são figuras equivalentes, precisamos encontrar b e h (medidas da base e da altura de triângulo retângulo), de forma que:

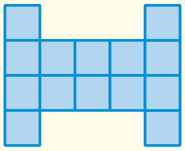
$$\frac{b \cdot h}{2} = 25$$

Ou seja, $b \cdot h = 50$

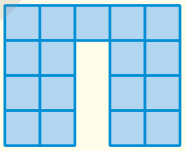
Algumas possibilidades: 10 cm e 5 cm; 8 cm e 6,25 cm; 12,5 cm e 4 cm.

3. Podemos "quadricular" as figuras para comparar suas áreas:

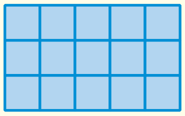
a)



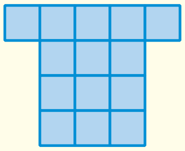
c)



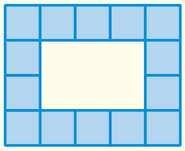
b)



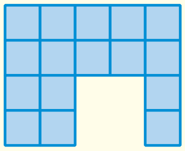
d)



e)



f)



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Pela comparação entre as figuras, podemos dizer que são equivalentes as figuras dos itens **a**, **d**, **e**.

4. Como o piso é retangular e tem 1 m de largura e 2 m de comprimento, podemos calcular a medida de sua área:

$A_{piso} = 1\text{ m} \cdot 2\text{ m} = 2\text{ m}^2$

Quanto à cerâmica, quadrada e com 20 cm de lado, podemos escrever essa medida em metros e calcular sua medida de área:

$$A_{cerâmica} = \frac{20}{100} \cdot \frac{20}{100}\text{ m}^2 = \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10}\text{ m}^2 = \frac{4}{100}\text{m}^2 = 0{,}04\text{ m}^2$$

Para calcular o total de peças cerâmicas, necessárias para cobrir o piso, fazemos:

$$\frac{2}{0{,}04} = 50$$

Logo, são necessárias 50 cerâmicas.

5. $A_{triângulo} = \frac{7 \cdot 1}{2} = 3{,}5;\ A_{triângulo} = 3{,}5$ u.a.

$A_{quadrado\ maior} = (7 + 1) \cdot (1 + 7) = 8 \cdot 8 = 64;\ A_{quadrado\ maior} = 64$ u.a.

$A_{quadrado\ roxo} = 64 - 4 \cdot 3{,}5 = 64 - 14 = 50;\ A_{quadrado\ roxo} = 50$ u.a.

6. $A_{paralelogramo} = 35\text{ mm} \cdot 60\text{ mm} = 2100\text{ mm}^2$

7. $A_{triângulo} = \frac{42\text{ cm} \cdot 35\text{ cm}}{2} = 21\text{ cm} \cdot 35\text{ cm} = 735\text{ cm}^2$

8. $A_{quadrado} = \sqrt{13}\text{ cm} \cdot \sqrt{13}\text{ cm} = 13\text{ cm}^2$

9. **a)** $A_{trapézio} = \frac{(60 + 40)\text{ m} \cdot 40\text{ m}}{2} = \frac{100\text{ m} \cdot 40\text{ m}}{2} =$

$= 50\text{ m} \cdot 20\text{ m} = 2000\text{ m}^2$

b) $A_{trapézio} = \frac{(30 + 60)\text{ m} \cdot 30\text{ m}}{2} = \frac{90\text{ m} \cdot 30\text{ m}}{2} = 1350\text{ m}^2$

10. $A_{losango} = \frac{45\text{ cm} \cdot 35\text{ cm}}{2} = \frac{1575}{2}\text{ cm}^2 = 787{,}5\text{ cm}^2$

11. Se considerarmos que a medida do comprimento desse terreno, em m, é c, teremos que a medida de sua largura será $2c$. Daí, poderemos escrever:

$A_{terreno} = c \cdot 2c = 2c^2$

Como sabemos que a medida da área desse terreno, em m^2, é 200, teremos que:

$2c^2 = 200 \Rightarrow c^2 = 100 \Rightarrow c = 10$

Portanto, o terreno tem 10 m de comprimento e 20 m de largura.

12. $A_{painel} = \left(200 \cdot 240\right)\text{ cm}^2 = 48000\text{ cm}^2$

Como 30% dessa área é ocupada por ilustrações, fazemos:

$$\frac{30}{100} \cdot 48000 = 14400$$

Logo, a área ocupada pelas ilustrações é de 14400 cm².

13. Podemos calcular a medida da figura verde subtraindo da medida da área do quadrado as medidas dos triângulos amarelos. Realizando os cálculos, temos:

$A_{verde} = A_{quadrado} - 4A_{triângulo_1} - 4A_{triângulo_2} =$

$= 15^2 - 4 \cdot \frac{5 \cdot 5}{2} - 4\frac{5 \cdot 7{,}5}{2} = 225 - 50 - 75 = 100 \Rightarrow A_{verde} = 100\text{ m}^2$

14. **a)** $V = (3 \cdot 6 \cdot 3)\ \text{cm}^3 = 54\ \text{cm}^3$

b) $V = (2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}5)\ \text{cm}^3 = 15{,}625\ \text{cm}^3$

15. $V = (50 \cdot 32 \cdot 40)\ \text{cm}^3 = 64\,000\ \text{cm}^3$

16. Considerando as medidas apresentadas e que o depósito está com metade da capacidade, podemos calcular o volume de água nele presente:

$V = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2}\ \text{m}^3 = 4\ \text{m}^3$

Sabendo que $1\ \text{m}^3 = 1\,000$ L, teremos que $4\ \text{m}^3 = 4\,000$ L. Logo, há 4 000 L de água nesse depósito.

17. **a)** Vamos calcular a medida do volume do bloco menor.

$V_{bloco\ menor} = (0{,}25 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}25)\ \text{m}^3 = 0{,}0125\ \text{m}^3$

b) Podemos calcular a medida do volume do bloco original para realizar a comparação:

$V_{bloco\ maior} = (0{,}5 \cdot 5 \cdot 0{,}8)\ \text{m}^3 = 2\ \text{m}^3$

Para saber quantos pequenos blocos foram feitos, vamos utilizar a medida do volume do bloco menor calculada no item **a**:

$\frac{2}{0{,}0125} = 160$

Ele obteve 160 blocos menores.

c) $0{,}0125 \cdot 500 = 6{,}25$

Cada bloco menor tem aproximadamente 6,25 kg.

CAPÍTULO 11 – FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

Trocando ideias – página 251

- Exemplo de resposta: diversos polígonos, como triângulos, quadriláteros, pentágonos, hexágonos etc.
- Exemplo de resposta: diversos polígonos, como triângulos, quadriláteros, pentágonos, hexágonos etc. e círculos.

Um pouco de história – página 254

1. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes identifiquem que π não tem um valor exato, é uma aproximação. Além disso, pode haver diferentes aproximações ao fazer as medições, o que levará a resultados variados também.

2. Resposta pessoal. Algumas possibilidades:

APROXIMAÇÕES DE Π AO LONGO DO TEMPO

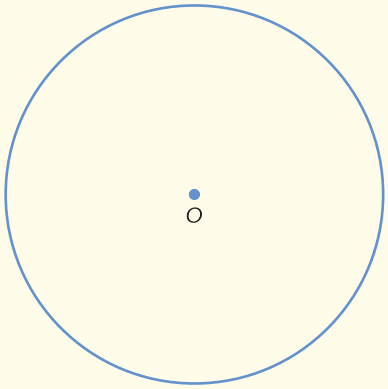
Origem/Autor	Data	Aproximação	Valor
Babilônia	2000 a.C.	$3 + \frac{1}{8}$	3,125
Egito – Papiro de Ahmes	1650 a.C.	$\left(\frac{16}{9}\right)^2$	3,1605
Arquimedes	250 a.C.	$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$	3,14185
Ptolomeu	150 d.C.	$\frac{377}{120}$	3,14166
Tsu Chung Chih	480	$\frac{355}{113}$	3,141592
Simon Duchesne	1583	$\left(\frac{39}{22}\right)^2$	3,14256

Fonte: Disponível em: https://www.atractor.pt/mat/fromPI/pitimeline.html. Acesso em: 5 maio 2022.

Atividades – página 255

1. Circunferência menor: $r = 1$ cm e $d = 2$ cm; circunferência maior: $r = 2$ cm e $d = 4$ cm.

2.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

3. Uma resposta possível: O círculo tem uma região interna limitada por uma circunferência. A circunferência é apenas uma linha.

4. **a)** O comprimento do raio de uma circunferência mede 5 cm; então, o comprimento do diâmetro mede 10 cm.

b) Uma circunferência cujo comprimento do diâmetro mede 16 cm tem 8 cm de medida de comprimento do raio.

5. A produção é pessoal.

6. Analisando cada alternativa.

a) Falsa, essas medidas não são iguais.

b) Verdadeira, são medidas iguais, já que todas representam a medida do raio da circunferência.

c) Falsa, pois a circunferência tem algumas propriedades.

d) Falsa, pois OC é um raio, mas AB não é.

Portanto, a única correta é a alternativa **b**.

Não é necessário fazer nenhuma medição para se chegar à alternativa correta, mas pode-se verificar com a régua que os pontos A, B e C são equidistantes do centro O.

7. Fazemos: $C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5\ \text{cm} = 31{,}4\ \text{cm}$

Alternativa **c** é a correta.

8. Alternativa **a**, pois A é o centro da circunferência.

Atividades – página 259

9. São polígonos as figuras dos itens **a** e **e**. Nos itens **a** e **f** as figuras são abertas; nos itens **b** e **d** as figuras não são formadas apenas por linhas poligonais.

10. **a)** lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$

vértices: A, B, C, D

diagonais: $\overline{AC}$, $\overline{BD}$

b) lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FA}$

vértices: A, B, C, D, E, F

diagonais: $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$, $\overline{DF}$

11. **a)** 9 ângulos internos.

b) 9 vértices.

12. Resposta pessoal. Uma possibilidade de resposta:

Luana pode dividir o hexágono regular em triângulos. Como a soma das medidas dos ângulos internos de cada triângulo é 180°, a soma das medidas dos ângulos internos do hexágono regular, composto de quatro triângulos, é 720°. Como o hexágono regular tem seis ângulos internos com medidas iguais, conclui–se que a medida do ângulo interno de um hexágono regular é igual a 120°, pois $720°: 6 = 120°$.

13. Sim, a soma das medidas de abertura dos 6 ângulos de triângulos equiláteros em torno de um mesmo vértice é 360°.

14. Não, pois a medida de abertura de cada ângulo interno de um pentágono regular é 108°, não sendo possível obter 360° pela adição de medidas iguais a essa.

Tecnologias digitais em foco – página 260

Explore:

a) As medidas de abertura dos ângulos internos dos polígonos regulares não mudam.

b) Observando quantos triângulos cercam esse vértice, teremos:

Triângulo equilátero: $\frac{360°}{6} = 60°$.

E quantos hexágonos cercam esse vértice, teremos:

Hexágono regular: $\frac{360°}{3} = 120°$.

c) Se escolhermos um vértice do mosaico, teremos ao seu redor dois octógonos e um quadrado. Como a abertura do ângulo interno de um quadrado mede 90°, temos que a medida da abertura de dois ângulos do octógono é $360° - 90°$, que é igual a 270°. Então, para descobrir a medida da abertura de um ângulo interno do octógono, basta calcular a metade de 270°, que é 135°.

Veja que interessante – página 263

1. Para fixar as estruturas do quadrilátero e do pentágono, é preciso decompor esses polígonos em triângulos, impedindo a deformação.

2. Resposta pessoal. Algumas possibilidades: telhados, portões, escadas.

Atividades – páginas 267 e 268

15. **a)** Os pontos de encontro dos lados consecutivos são F, G e H.

b) Os segmentos que formam os contornos do polígono são $\overline{FH}$, $\overline{FG}$ e $\overline{HG}$.

c) Os ângulos formados por dois lados consecutivos são $\hat{F}$, $\hat{G}$ e $\hat{H}$.

d) Os ângulos formados por um lado e pelo prolongamento do outro lado do polígonos são $\hat{x}$, $\hat{y}$ e $\hat{z}$.

e) Temos, oposto ao ângulo, o lado $\overline{HG}$.

16. **a)** $(5 + 6 + 7)$ cm = 18 cm

b) $(6 + 8 + 10)$ cm = 24 cm

c) $(8 + 15 + 17)$ mm = 40 mm

d) $(20 + 21 + 29)$ dm = 70 dm

17. Para esta atividade, espera-se que os estudantes construam os triângulos com base no processo descrito na página 264, produzindo cada polígono com as medidas especificadas em cada item.

18. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes observem que cada um pode escolher medidas diferentes (mas todos os lados têm que ter a mesma medida, pois o triângulo é equilátero), porém o modo de construir o triângulo é o mesmo.

19. Espera-se que, nesta atividade, os estudantes realizem a reprodução do ângulo $A\hat{O}B$ com base no roteiro indicado na página 266, transportando o ângulo $\hat{O}$ e o reproduzindo no caderno.

20. **a)** Como $110° + 50° < 180°$, a construção é possível.

b) Como $110° + 70° = 180°$, a construção é impossível.

c) Como $110° + 90° = 200°$, a construção é impossível.

21. Espera-se que os estudantes construam os triângulos indicados através do roteiro indicado na página 266, reproduzindo as etapas para construção de um triângulo a partir de dois lados e um ângulo.

22. Espera-se que os estudantes construam os triângulos indicados através do roteiro indicado na página 266, reproduzindo as etapas para construção de um triângulo a partir de dois ângulos e um lado.

23. Resposta pessoal. Um exemplo de construção pode ser feita a partir de um segmento de largura fixa e um ângulo reto. Replicando este segmento e construindo um triângulo com os segmentos e a largura fixa, construímos um triângulo retângulo e isósceles. Assim, pode-se duplicar um dos ângulos das bases (de 45°), replicando neste ângulo um segmento de largura fixa. Realizando o mesmo passo no outro lado da base, temos a construção do quadrado a partir dos triângulos.

24. **a)** Não, pois $18 > 6 + 10$.

b) Não, pois $10 + 7 + 3$.

c) Sim, pois $8 < 4 + 6$; $4 < 6 + 8$ e $6 < 8 + 4$.

d) Sim, pois $3 < 4 + 5$; $4 < 5 + 3$ e $5 < 4 + 3$.

25. Espera-se que os estudantes pensem em cada uma das possibilidades para a medida do maior lado do triângulo.

a) Por exemplo, se 11 for a medida do maior lado do triângulo em questão, então:

$11 < [6 + (\text{medida do 3º lado})]$

Portanto, a medida do 3º lado tem que ser maior que 5 cm.

Agora, se considerarmos a medida do lado desconhecido como a maior, teremos:

$(\text{medida do 3º lado}) < (11 + 6)$

Concluímos, assim, que a medida do 3º lado deve ser maior que 5 cm e menor que 17 cm.

Em síntese: 5 cm < medida de comprimento do 3º lado < 17 cm

b) De modo similar, teremos que:

200 cm < medida de comprimento do 3º lado < 242 cm

Revisão dos conteúdos desse capítulo – página 269

1. Considerando as definições, temos:

a) Circunferência.

b) Círculo.

2. Alternativa **a**, pois a medida da distância entre o centro de uma circunferência e qualquer um de seus pontos é sempre a mesma.

3. Se a medida do diâmetro é 100 m, então C = 100 m · 3,14 = = 314 m.
Assim, 1 volta corresponde a 314 m.
2 voltas correspondem a 628 m
3 voltas correspondem a 942 m
4 voltas correspondem a 1 256 m
Dessa maneira, ele deverá percorrer, ao menos 4 voltas completas.

4. Considerando as definições, temos:
   a) Os segmentos que formam o contorno: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$
   b) Os pontos de encontro de dois lados consecutivos: A, B, C, D
   c) Os ângulos formados pelos lados internos consecutivos: $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$
   d) Os ângulos formados pelos lados de um polígono e pelos prolongamentos dos lados: $\widehat{a_1}$, $\widehat{b_1}$, $\widehat{c_1}$, $\widehat{d_1}$
   e) As diagonais são $\overline{AC}$, $\overline{BD}$

5. O triângulo é o polígono que não tem diagonais.

6. Não, pois $5{,}5 > 3 + 1{,}5$.

7. Espera-se que os estudantes realizem a construção dos triângulos levando como base o processo descrito na página 264 do *Livro do Estudante*. É interessante também verificar se as medidas dos comprimentos dos lados de cada um dos triângulos respeitam a desigualdade triangular, que é válida para todos os itens.

CAPÍTULO 12 – PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Trocando ideias – página 270

- Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes apontem alguns aspectos, por exemplo, os benefícios à saúde de quem pedala, diminuição de emissão de poluentes, redução de gastos com transporte etc.
- Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes não considerem esse gráfico incorreto, apenas sugiram a possibilidade de outro como gráfico de barras, por exemplo.
- Maior: Região Sudeste; menor: Região Norte.
- Região Nordeste, pois $\frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\%$ e na Região Nordeste são 20,80%.

Atividades – página 272

1. Resposta pessoal. Exemplos de experimentos aleatórios: lançamento de moedas, lançamento de dados. Entre os não aleatórios, temos: queimar uma folha de papel; molhar uma fruta; cozinhar um alimento.

2. Como temos:
– em A 4 vermelhas e 5 azuis
– em B 2 vermelhas e 8 azuis
– em C 8 vermelhas e 2 azuis
É mais provável tirar uma vermelha da bandeja C e menos provável da bandeja B.

3. Sim, porque todas as bolas da caixa são verdes.

4. **a)** Impossível, já que todos os números são menores que 7.
   b) Provável.
   c) Certo, pois a menor soma possível é 2 (no caso de sair “1” nos dois dados) e a maior é 12 (no caso de sair “6” nos dois dados). E todas as outras combinações estão entre esses valores.

5. **a)** 1, pois ele ocupa metade do disco.
   b) Nenhum, todos têm a mesma probabilidade.
   c) 4, pois ele ocupa mais espaço que os outros números.

Cálculo de probabilidades – página 273

Como são 32 funcionários, a probabilidade será: $\frac{1}{32} = 3{,}125\%$

Atividades – página 274

6. **a)** Há 6 números, entre eles 3 ímpares, logo a probabilidade será $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$.
   b) Há 6 números, entre eles 2 maiores que 4, logo a probabilidade será $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \simeq 33\%$
   c) Há 6 números e nenhum é o 8, logo a probabilidade é zero.

7. O disco está dividido em 10 partes iguais, sendo 3 vermelhas, 3 amarelas e 4 verdes. Logo:
   a) $\frac{3}{10} = 30\%$
   b) $\frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 40\%$
   c) $\frac{3}{10} = 30\%$

8. $\frac{4}{52} = \frac{1}{13} \simeq 7{,}7\%$

9. Resultados possíveis:
- Cara e cara
- Cara e coroa
- Coroa e cara
- Coroa e coroa

Como, das 4 possibilidades de resultado, em 2 deles temos apenas uma “cara”, a probabilidade será $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 50\%$.

10. $\frac{5}{15} = \frac{1}{3} \simeq 33{,}3\%$

11. Respostas pessoais, dependem do experimento. Vejamos um exemplo de respostas, a partir de um experimento feito.
   a)

FACE	FREQUÊNCIA
1	19
2	14
3	16
4	15
5	15
6	21

   b) Maior frequência foi a face 6 e menor frequência foi a 2.
   c) Não, pois é um evento aleatório e não depende de resultados obtidos anteriormente.

Atividades – páginas 276 e 277

12. **a)** Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes infiram que a densidade das bolinhas azuis e laranjas são semelhantes, sendo 50% a porcentagem aproximada para cada uma.
   b) A relação entre as cores das bolinhas.
   c) População: todas as bolinhas desenhadas no retângulo (2º passo); amostra: bolinhas que ficaram no interior do furo (4º passo).

Atividades – página 280

13. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes entendam população como todos os elementos do objeto de estudo da pesquisa, enquanto a amostra é parte da população.

14. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes verifiquem possibilidades de amostras para cada caso, por exemplo: pessoas de determinada cidade ou estados, animais aquáticos e plantas que possuem fruto.

15. Se de cada 100 parafusos, 1 parafuso vai para análise, então de 30 000 parafusos, vão para análise $\frac{30\,000}{100} = 300$ parafusos.

16. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes observem que em muitos casos, mesmo que seja desejável fazer uma pesquisa censitária, ela não é viável (em termos financeiros, pelo tamanho da população, pelo tempo disponível entre tantos fatores), então, a pesquisa precisará ser amostral. Com a escolha de amostras adequadas, a pesquisa também será vantajosa.

17. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes reflitam sobre as etapas iniciais do processo estatístico exploradas no tópico "Pesquisa estatística" antes de analisarem as amostras apresentadas.

Podemos perceber que Cássia apresentou um detalhamento maior da amostra, o que pode ser considerado mais representativo, mesmo que Mariana tenha trazido uma proposta com um número maior de entrevistados, enquanto a amostra de Paula poderá ser tendenciosa, já que dois dos candidatos estudam no período da manhã.

18. $\frac{67{,}6 \text{ milhões}}{10} = 6{,}76$ milhões de residências.

19. Respostas pessoais que dependem da pesquisa elaborada.

Atividades – página 284

20. **a)** Verificando o gráfico e sua legenda, temos 21% dedicados a saúde e previdência.

b) 3% de 32 bilhões $= 0{,}03 \cdot 32$ bilhões $= 0{,}96$ bilhão.

O gasto com agricultura é de 0,96 bilhão de dólares ou 960 milhões de dólares.

21. **a)** Resposta pessoal. Uma possibilidade de resposta: sim, é adequado construir um gráfico desse tipo, mas como se trata de valores muito altos, seria interessante ter como ferramenta uma planilha eletrônica. Outra possibilidade: não, pois haveria uma grande quantidade de setores (um para cada estado), dificultando o entendimento do gráfico.

b) Resposta pessoal. Espera-se que a resposta dos estudantes seja sim, pois a distribuição por região permite uma visualização do gráfico melhor do que a por estado.

22. **a)** 34,7% de 100 000 $= \frac{34{,}7}{100} \cdot 100\,000 = 34\,700$. Logo, são 34 700 aparelhos da marca A.

b) Como $\frac{1}{3} \simeq 33\%$ e 33% é próximo de 34,3%, podemos afirmar que a relação é válida.

Atividades – página 287

23. **a)** Média de cada equipe:

$$M_A = \frac{52{,}5 + 84 + 70{,}8 + 39 + 60{,}7}{5} = \frac{307}{5} = 61{,}4$$

$$M_B = \frac{42 + 59{,}9 + 58 + 71{,}6 + 70{,}5}{5} = \frac{302}{5} = 60{,}4$$

Como a média das duas equipes ultrapassou 60 pontos, ambas ganharam a viagem.

b) Vejamos a amplitude dos pontos de cada equipe.

Maior nota da equipe A   84

Menor nota da equipe A   39

Amplitude (equipe A) $84 - 39 = 45$

Maior nota da equipe B   71,6

Menor nota da equipe B   42

Amplitude (equipe B) $71{,}6 - 42 = 29{,}6$

Logo, a equipe B teve o ganho de pontos menos disperso.

24. **a)** Média $= \frac{22 + 14}{2} = \frac{36}{2} = 18$

b) Média $= \frac{22 + 14 + 30}{3} = \frac{66}{3} = 22$

c) Média $= \frac{22 + 14 + 30 + 18}{4} = \frac{84}{4} = 21$

---

25. Média $= \frac{20\,358 + 3\,454 + 68\,112 + 35\,208}{4} = \frac{127\,132}{4} = 31\,783$

Média de 31 783 espectadores.

26. Média $= \frac{959\,000 + 1\,045\,000 + 900\,000 + 1\,105\,000 + 1\,080\,000}{5} = \frac{5\,089\,000}{5} = 1\,017\,800$

Média de 1 017 800 toneladas.

27. **a)** De acordo com os dados da tabela 2018: 350,1 mm; 2019: 224,2 mm e 2020: 417,1 mm.

b) MÉDIA DE 2018

$$\frac{350{,}1 + 170 + 125 + 21 + 12{,}4 + 12 + 0{,}7 + 27{,}7 + 100{,}6 + 356{,}6 + 321{,}2 + 231{,}4}{12} = \frac{1\,728{,}7}{12} \simeq 144{,}06$$

MÉDIA DE 2019

$$\frac{224{,}2 + 374{,}2 + 172{,}9 + 150{,}7 + 26{,}8 + 7{,}8 + 15{,}9 + 37{,}5 + 52{,}3 + 80{,}5 + 304{,}3 + 161{,}9}{12} = \frac{1\,609}{12} \simeq 134{,}08$$

MÉDIA DE 2020

$$\frac{417{,}1 + 403{,}6 + 277{,}3 + 42{,}7 + 15{,}5 + 10{,}6 + 0 + 0{,}8 + 22{,}4 + 198{,}7 + 85{,}7 + 525}{12} = \frac{1999{,}4}{12} \simeq 166{,}62$$

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes observem que no mês de dezembro costuma ter índices elevados de chuva quando comparado com outros meses do ano.

28. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes utilizem os conceitos e ideias discutidos em aula para a produção da pesquisa.

Atividades – página 289

29. Nesse caso, fazemos:

$$\text{Preço}_{\text{médio}} = \frac{6 \cdot 60 + 10 \cdot 70 + 9 \cdot 45}{6 + 10 + 9} = \frac{1465}{25} = 58{,}60$$

Logo, nessa compra, o preço médio de uma bola foi R$ 58,60.

30. Para calcular a média, fazemos:

$$\text{Média} = \frac{2 \cdot 1{,}51 + 5 \cdot 1{,}56 + 11 \cdot 1{,}61 + 14 \cdot 1{,}66 + 5 \cdot 1{,}71 + 3 \cdot 1{,}76}{2 + 5 + 11 + 14 + 5 + 3} = \frac{3{,}02 + 7{,}8 + 17{,}6 + 23{,}24 + 8{,}55 + 5{,}28}{40} = \frac{65{,}49}{40} \simeq 1{,}64$$

Logo, a medida da altura média desse grupo é 1,64 m.

Lendo e aprendendo – página 290

1. **a)** Foi publicado entre os dias 23 de agosto e 6 de setembro de 2021.

b) O aumento da medida de temperatura da Terra.

c) Vai aumentar 1,5 °C.

d) A emissão de gases poluentes por meio, por exemplo, da queima de combustíveis fósseis para geração de energia.

2. **a)** Falsa, pois o lixo é responsável por 3,2% das emissões de gases poluentes.

b) Verdadeira, pois a indústria é responsável por 5,2% das emissões de gases poluentes e $5{,}2\% = 0{,}052 \simeq \frac{1}{20}$.

c) Falsa, pois juntando agricultura e uso da terra, corresponde a 18,4% e $\frac{1}{3} \simeq 33\%$.

d) Verdadeira, pois a queima de combustíveis fósseis é responsável por 73,2% das emissões de gases poluentes, ou seja, próximo de 75% e $75\% = \frac{3}{4}$.

3. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes busquem notícias e ações mais recentes em diferentes partes do mundo.

Resolvendo em equipe – página 291

Interpretação e identificação dos dados

- Resposta pessoal.
- Uma possibilidade de quadro para os meninos:

Esporte	Quantidade de meninos
Futebol	25
Vôlei	10
Basquete	15
Nenhum esporte	5

- Uma possibilidade de quadro para as meninas:

Esporte	Quantidade de meninas
Futebol	12
Vôlei	8
Basquete	12
Nenhum esporte	3

Plano de resolução

- Como 25 meninos praticam futebol e 10 jogam vôlei, no máximo 10 estudantes podem jogar esses dois esportes.
- Como 12 meninas praticam basquete e 8 jogam vôlei, no máximo 8 estudantes podem jogar esses dois esportes.

Resolução

Uma possível resolução:

- Como nenhum menino que joga futebol ou vôlei, joga basquete, então como são 15 meninos no basquete, 15 deles não jogam nem futebol nem vôlei.

Assim, há, pelo menos:

15 (basquete), 25 (futebol ou vôlei) e 5 (nenhum esporte), ou seja, 45 meninos.

- Como nenhuma menina que joga basquete ou vôlei, joga futebol, então como são 12 meninas no futebol, 12 meninas não jogam futebol nem vôlei.

Assim, há, pelo menos:

12 (futebol), 12 (basquete ou vôlei) e 3 (nenhum esporte), ou seja, 27 meninas.

Logo, o número mínimo será 45 + 27 = 72. A alternativa correta é a **e**.

Revisão dos conteúdos desse capítulo – páginas 292 e 293

1. **a)** No conjunto dos números naturais de 1 a 25 há mais números ímpares do que pares, então é mais provável sortear uma bolinha com número ímpar.

b) Junto dos números naturais de 1 a 25 há 12 números pares, então a probabilidade de sortear um número par é de 12 em 25, ou seja, $\frac{12}{25}$.

2. **a)** Como há 6 partes vermelhas, fazemos $\frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 50\%$.

b) Como há 6 números pares, fazemos $\frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 50\%$.

c) Como há 2 partes azuis, fazemos $\frac{2}{12} = \frac{1}{6} \simeq 16{,}7\%$.

d) Como há 4 números maiores que 8, fazemos $\frac{4}{12} = \frac{1}{3} \simeq 33\%$.

3. **a)** Falsa, pois o Censo usa a população.

b) Verdadeira.

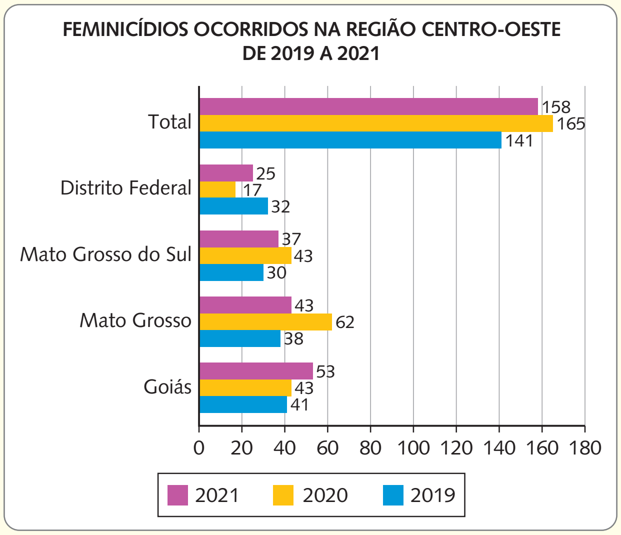
c) Verdadeira.

d) Verdadeira.

4. **a)** Resposta pessoal. Espera–se que os estudantes observem que, para representar todos esses dados, é mais adequado um gráfico de barras.

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

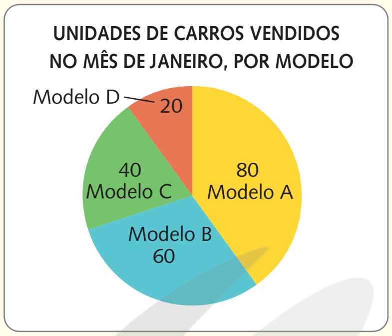
Um gráfico possível:


FEMINICÍDIOS OCORRIDOS NA REGIÃO CENTRO-OESTE DE 2019 A 2021

Dados obtidos em: https://forumseguranca.org.br/wp-content/uploads/2022/03/violencia-contra-mulher-2021-v5.pdf. Acesso em: 8 jul. 2022.

b) Resposta pessoal. Espera-se uma troca de ideias entre os estudantes a respeito do tema. É importante, nesta discussão, trazer referências sobre como agir diante da violência contra a mulher, por exemplo, o acesso a delegacias da mulher e telefones de apoio.

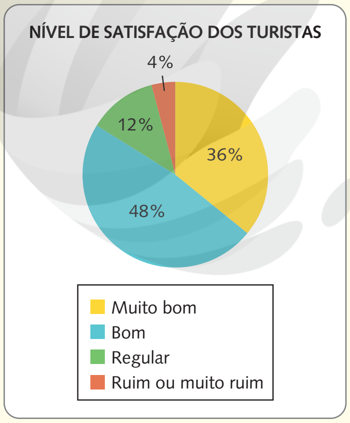
5. Exemplo de gráfico:


UNIDADES DE CARROS VENDIDOS NO MÊS DE JANEIRO, POR MODELO

Dados fornecidos pela concessionária.

6. **a)** Podemos afirmar que mais da metade dos turistas respondeu “bom” ou “muito bom”, então a maioria deles parece satisfeita ao visitar a região.

b) Um exemplo de gráfico:


NÍVEL DE SATISFAÇÃO DOS TURISTAS

Dados obtidos pelo funcionário da prefeitura de Vem Visitar em 2023.

7. Média trimestral $= \dfrac{12\,000 + 13\,000 + 13\,000}{3} =$

$= \dfrac{37\,500}{3} = 12\,500$

A média trimestral é de 12 500 automóveis.

8. Chamando de x a nota desconhecida, e sabendo que a média ponderada vale 5,0:

$$5,0 = \frac{1 \cdot 6,0 + 2 \cdot 4,5 + 3 \cdot 3,0 + 4 \cdot x}{10}$$

$$5,0 = \frac{24 + 4x}{10}$$

$$50 = 24 + 4x$$

$$26 = 4x$$

$$6,5 = x$$

Diego deve tirar nota mínima 6,5 para atingir média final igual a 5,0.

É hora de extrapolar – páginas 294 e 295

1. Informações sobre a pesquisa citada:

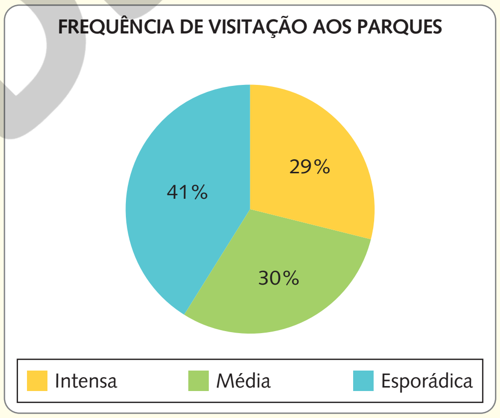
- Amostra: 815 pessoas entre 16 e 65 anos de 6 cidades: São Paulo (204), Rio de Janeiro (122), Porto Alegre (120), Salvador (128), Manaus (121) e Brasília (120).
- 783 entrevistados conheciam o nome de pelo menos um parque nacional; o Parque Nacional da Chapada Diamantina foi o mais citado.
- 57% da população investigada declaram já ter visitado um parque nacional.
- A distribuição de pessoas que já visitaram algum parque nacional não ocorre de forma uniforme em relação à idade: entre 16 e 25 anos, o percentual é 37% e entre 56 e 65 anos, o percentual é 86%.

a) É uma pesquisa amostral.

b) Representam 95% da população investigada.

c) Resposta pessoal. Os estudantes podem responder que o custo da viagem é alto, a viagem é muito longa.

2. **a)**


FREQUÊNCIA DE VISITAÇÃO AOS PARQUES

b) Calculando as medidas de ângulos correspondentes:

$$29\% \text{ de } 360° = \frac{29 \cdot 360°}{100} = 104,4°$$

$$30\% \text{ de } 360° = \frac{30 \cdot 360°}{100} = 108°$$

$$41\% \text{ de } 360° = \frac{41 \cdot 360°}{100} = 147,6°$$

Escrevendo em um quadro, teremos:

FREQUÊNCIA	PORCENTAGEM	MEDIDA DE ÂNGULO CORRESPONDENTE
Intensa	29%	104,4°
Média	30%	108°
Esporádica	41%	147,6°

3. a) É a unidade de medida de área chamada **hectare**. Cada hectare corresponde a 10 000 metros quadrados.

b) Podemos fazer a relação: $\frac{2\,272\,000}{158} \simeq 14\,380$.

Ou seja, ele é aproximadamente 14 380 vezes maior.

c) Podemos fazer a relação: $\frac{56\,400}{158} \simeq 357$.

Ou seja, ele é aproximadamente 357 vezes maior.

d) Se o campo tem essas dimensões, a medida de sua área será:

$105 \cdot 68 \text{ m}^2 = 7\,140 \text{ m}^2$

Como a outra medida está em hectares, fazemos:

$7\,140 \text{ m}^2 = \frac{7\,140}{10\,000} \text{ ha} = 0{,}714 \text{ ha}$

Assim, podemos fazer e relação:

$\frac{2\,272\,000}{0{,}714} = 3\,182\,072{,}8$

Cabem 3 182 072 campos de futebol.

Essa comparação ajuda a dimensionar a área do parque. Ao ler 2 272 000 ha, entendemos que se trata de uma grande área, mas o valor de mais de 3 milhões de campos de futebol torna essa informação mais concreta.

a) Resposta pessoal.

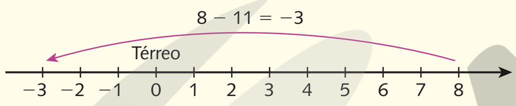
b) Espera-se que os estudantes entendam que a demarcação de unidades de conservação garante a preservação dos ecossistemas e da biodiversidade da região

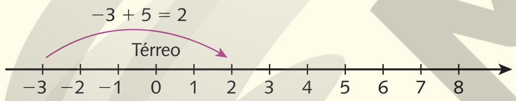
c) Resposta pessoal.

Teste seus conhecimentos

Atividades – páginas 296 e 297

1. Para resolver esse problema, podemos utilizar a reta numérica.





ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

A casa do amigo de Henrique fica no 2º andar. Para determinar quantos andares há de diferença, podemos fazer:

8 – 2 = 6

Logo, há 6 andares de diferença entre o andar em que Henrique mora e o andar em que o amigo mora.

Portanto, a alternativa correta é a letra **b**.

2. Como os marcadores precisam estar igualmente distantes um dos outros nas três pistas e com a maior medida de distância possível entre cada marcador, é necessário determinar o máximo divisor comum entre os valores 640, 800 e 1 000, que correspondem à medida de comprimento de cada pista.

mdc(640, 800, 1 000) = 40

Para obter o número de marcadores que devem ser colocados em cada pista, vamos dividir o valor da medida de comprimento de cada pista pela medida de distância de cada marcador.

Pista A: 640 : 40 = 16

Pista B: 800 : 40 = 20

Pista C: 1 000 : 40 = 25

Para obter o total de marcadores, basta adicionar a quantidade de marcadores que deve ser colocada em cada pista.

16 + 20 + 25 = 61

Logo, serão colocados 61 marcadores nas três pistas.

Portanto, a alternativa correta é a letra **c**.

3. A soma da medida da abertura de dois ângulos suplementares é igual a 180°. Para determinar o valor de *x*, podemos fazer:

$85° - 3x + 155° = 180°$

$x = 20°$

Para determinar a medida de abertura do menor ângulo, vamos substituir *x* por 20° na expressão 85° – 3*x*.

$85° - 3 \cdot 20° = 85° - 60° = 25°$

Logo, a medida da abertura do menor ângulo formado pelo cruzamento dessas retas é 25°.

Portanto, a alternativa correta é a letra **b**.

4. Para determinar o tempo de separação dos ingredientes, podemos calcular $\frac{1}{9}$ de 1 h 30 min.

Sabemos que 1 h 30 min corresponde a 90 min. Então:

$\frac{1}{9} \cdot 90 \text{ min} = 10 \text{ min}$

Logo, o tempo de separação dos ingredientes equivale a 10 minutos do tempo total de preparação.

Portanto, a alternativa correta é a letra **b**.

5. Primeiro, vamos escrever a fração na forma decimal, para que fique similar aos demais.

$\frac{6}{15} = 0{,}4$

Organizando esses números em ordem crescente, temos:

$-8{,}06 < -5{,}12 < 0{,}4 < 6{,}324$

Portanto, a alternativa correta é a letra **d**.

6. Para determinar a medida de comprimento de cada pedaço, podemos dividir a medida de comprimento da fita pelo número de pedaços.

36,5 m : 5 = 7,3 m

Como 1 m = 100 cm, então, 7,3 m = 730 cm.

Logo, a medida de comprimento de cada pedaço é 730 cm.

Portanto, a alternativa correta é a letra **c**.

7. Vamos calcular a fração que representa a quantia que Isabel gastou.

$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \frac{9}{20}$

Assim, podemos concluir que sobrou $\frac{11}{20}$ da quantia inicial e essa fração corresponde a R$ 115,50.

Então, $\frac{1}{20}$ equivale a R$ 10,50 da quantia inicial que Isabel tinha. Para determinar o valor inicial, podemos fazer:

20 · R$ 10,50 = R$ 210,00

Logo, a quantia inicial de Isabel era R$ 210,00.

Portanto, a alternativa correta é a letra **b**.

8. Seja x o número de pessoas que pagaram entrada inteira e y o número de pessoas que pagaram meia-entrada. Considerando que o preço da entrada inteira é R$ 18,00, vamos escrever uma expressão que determina o valor total arrecadado.

$18x + 9y$

Como $\frac{1}{4}$ desse valor será doado, a expressão algébrica que representa o valor doado pelo museu é:

$\frac{1}{4} \cdot \left(18x + 9y\right)$

Portanto, a alternativa correta é a letra **a**.

9. Para verificar qual alternativa indica a lei de formação da sequência (2, 5, 10, 17, ...), vamos calcular os primeiros termos de cada uma dessas leis de formação.

a) Para $a_n = 2n - 1$, temos: (1, 3, 5, 7, ...)

b) Para $a_n = n^2 - 1$, temos: (0, 3, 7, 15, ...)

c) Para $a_n = n^2 + 1$, temos: (2, 5, 10, 17, ...)

d) Para $a_n = 2n + 1$, temos: (3, 5, 7, 9, ...)

Logo, a alternativa **c** indica a lei de formação da sequência (2, 5, 10, 17, ...).

Portanto, a alternativa correta é a letra **c**.

10. Vamos calcular o valor desse produto após um acréscimo de 5% e, em seguida, após um desconto de 5%.

Valor desse produto após um acréscimo de 5%.

R$ 156,00 · 1,05 = R$ 163,80

Valor desse produto após um desconto de 5%.

R$ 163,80 · 0,95 = R$ 155,61

Logo, atualmente esse produto custa R$ 155,61.

Portanto, a alternativa correta é a letra **b**.

11. Vamos calcular o valor que o investimento de Fernando rende mensalmente.

0,3% = 0,003

R$ 18 500,00 · 0,003 = R$ 55,50

Para determinar o número de meses necessários para o investimento de Fernando render R$ 999,00, vamos dividir esse valor pela quantia que rende todo mês.

R$ 999,00 : R$ 55,50 = 18

Logo, serão necessários 18 meses para o investimento render R$ 999,00, ou seja, 1 ano e meio.

Portanto, a alternativa correta é a letra **c**.

12. Como cada revista custa o mesmo valor, para determinar o preço de uma revista, podemos fazer:

R$ 61,00 : 4 = R$ 15,25

Logo, cada revista custa R$ 15,25.

Se Rute comprasse mais duas revistas de mesmo valor, no total seriam 6 revistas. Multiplicando, então, o preço de cada revista por 6, podemos determinar quanto Rute gastaria.

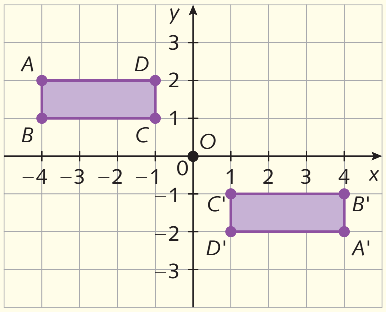
R$ 15,25 · 6 = R$ 91,50

Logo, se comprasse mais duas revistas de mesmo valor, Rute pagaria R$ 91,50.

Portanto, a alternativa correta é a letra **c**.

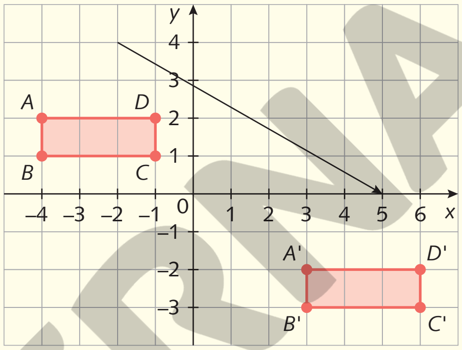
13. Analisando cada uma das alternativas.

a) Rotacionando a figura *ABCD* em torno do ponto de origem do plano cartesiano, obtemos a seguinte figura:



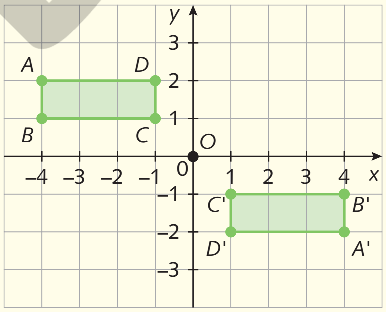
Logo, a alternativa **a** é incorreta.

b) Construindo a figura por meio da translação indicada no item, temos a seguinte figura:



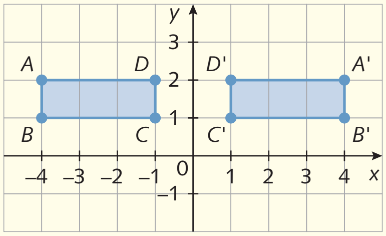
Logo, a alternativa **b** é correta.

c) Refletindo a figura *ABCD* em relação à origem do plano, temos a seguinte figura:



Logo, a alternativa **c** é incorreta.

d) Refletindo a figura *ABCD* em relação ao eixo y, temos a seguinte figura:



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Logo, a alternativa **d** é incorreta.

Portanto, a alternativa correta é a letra **b**.

14. Para calcular a medida da área de um triângulo, podemos multiplicar a medida do comprimento da base pela medida do comprimento da altura e dividir o resultado por dois. Assim:

$$\frac{4{,}2 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm}}{2} = 4{,}2 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 12{,}6 \text{ cm}^2$$

Verificando as alternativas, podemos notar que, no item **d**, para calcular a área do paralelogramo, devemos multiplicar a medida do comprimento da base pela medida do comprimento da altura, obtendo a seguinte expressão:

$4{,}2 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 12{,}6 \text{ cm}^2$

Logo, é possível concluir que o triângulo tem medida de área equivalente à medida de área do paralelogramo do item **d**.

Portanto, a alternativa correta é a letra **d**.

15. Para calcular a medida de volume de um paralelepípedo reto-retângulo, podemos multiplicar os valores das medidas de suas arestas.

Como 1 L equivale a 1 000 cm^3, então, 2,5 L equivale a 2 500 cm^3.

Seja h a medida da altura do recipiente, podemos fazer:

$10 \text{ c} \cdot 10 \text{ cm} \cdot h = 2\,500 \text{ cm}^3$

$100 \text{ cm}^2 \cdot h = 2\,500 \text{ cm}^3$

$h = 25 \text{ cm}$

Logo, a medida do comprimento da altura do recipiente deve ser 25 cm.

Portanto, a alternativa correta é a letra **c**.

16. Para calcular a medida do comprimento de uma circunferência, podemos utilizar a seguinte expressão:

$C = \pi \cdot d = 2 \cdot \pi \cdot r$

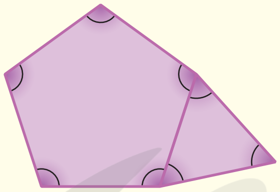
Substituindo r por 8 cm e π por 3,14 na expressão, temos:

$C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 8 \text{ cm} = 50{,}24 \text{ cm}$

Logo, o comprimento dessa fita medirá 50,24 cm.

Portanto, a alternativa correta é a letra **c**.

17. Vamos representar a figura obtida por Elaine.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Vamos utilizar o fato de que a soma das medidas da abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180° e que as medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono regular são iguais para determinar as medidas dos ângulos dessa figura.

Para o pentágono regular:

$\frac{3 \cdot 180°}{5} = 108°$

Para o triângulo equilátero:

$\frac{180°}{3} = 60°$

A soma da medida de abertura dos ângulos internos dessa figura é dada por:

$5 \cdot 108° + 3 \cdot 60° = 540° + 180° = 720°$

Portanto, a alternativa correta é a letra **c**.

18. Tiago recortou 15 números: 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216 e 217.

Desses números, 8 são ímpares: 203, 205, 207, 209, 211, 213, 215 e 217.

Para determinar a probabilidade de o número sorteado por Tiago ser ímpar, podemos calcular a razão entre a quantidade de números ímpares e a quantidade total de números.

$\frac{8}{15} = 0{,}5333...$

Logo, a probabilidade de ele tirar um número ímpar é aproximadamente 53%.

Portanto, a alternativa correta é a letra **d**.

19. O gráfico de setores é conveniente para representar as partes de um total. Ele é útil quando se pretende comparar as partes de um todo.

Portanto, a alternativa correta é a letra **c**.

20. Para calcular a média de chuva diária, devemos adicionar o valor dos milímetros de chuva que caiu em cada dia e dividir pela quantidade de valores.

$\frac{(0 + 5 + 8 + 0 + 0 + 10 + 6 \text{ mm})}{7} \simeq 4{,}14 \text{ mm}$

Logo, a média da chuva diária foi aproximadamente 4,14 mm.

Portanto, a alternativa correta é a letra **b**.

CONHEÇA COMO SÃO FEITAS AS ORIENTAÇÕES NA REPRODUÇÃO COMENTADA DAS PÁGINAS DO *LIVRO DO ESTUDANTE*

A seguir, detalhamos como são feitas as orientações específicas, página a página, nesta parte do *Manual do Professor* que tem formato em U (formato que se assemelha à letra U).

BNCC

Identificação de todas as competências gerais, competências específicas e habilidades desenvolvidas nos tópicos ou seções.

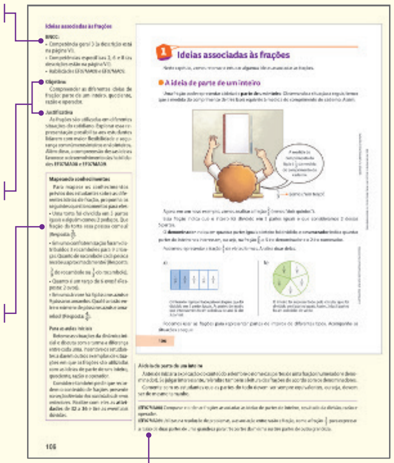
Objetivos e justificativas

Objetivos desenvolvidos no tópico e justificativa da pertinência desses objetivos.

Mapeando conhecimentos

Sugestões de dinâmicas que permitem diagnosticar os conhecimentos prévios dos estudantes e de como conduzir as aulas iniciais com base nesses diagnósticos.

Reprodução das habilidades da BNCC



Temas contemporâneos transversais

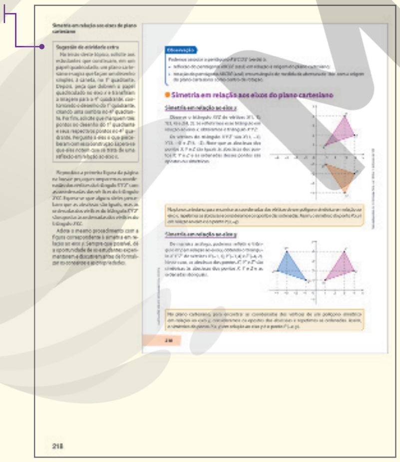
Identificação dos temas contemporâneos transversais (TCTs) trabalhados no tópico ou na seção.

Comentários

Orientações específicas referentes ao conteúdo do *Livro do Estudante*.

Sugestão de atividade extra

Propostas de atividades que complementam e/ou ampliam a proposta das atividades presentes no *Livro do Estudante*.

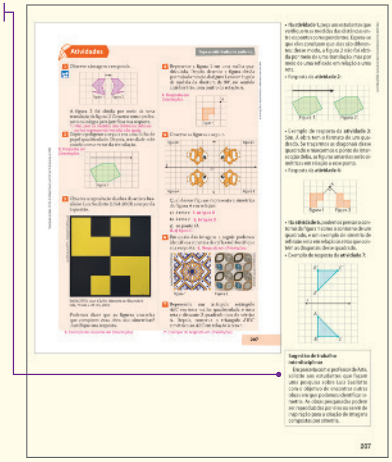


Sugestão de vídeos

Sugestões de vídeos que complementam assuntos abordados nos capítulos.

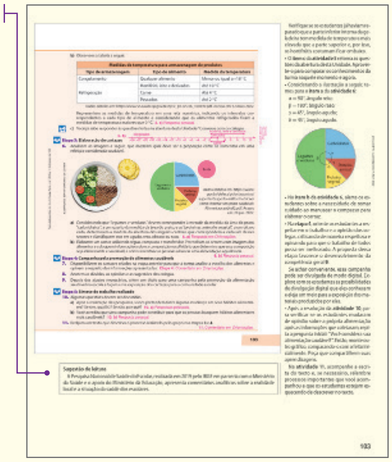
Sugestão de trabalho interdisciplinar

Indicações de trabalho interdisciplinar com orientações de como a Matemática pode se articular com outras áreas do conhecimento.



Sugestão de leitura

Sugestões de livros ou artigos que contribuem para o conhecimento do professor.



Sugestão de trabalho para promover a saúde mental dos estudantes

Propostas de atividades relacionadas aos contextos explorados nos capítulos e que podem promover a saúde mental dos estudantes.

Sugestão de trabalho para combater o *bullying*

Propostas de atividades que visam combater os diversos tipos de violência, especialmente o *bullying*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS COMENTADAS

AGUIAR, E. V. B. As novas tecnologias e o ensino-aprendizagem. **Vértices**, Campos dos Goytacazes, RJ, v. 10, n. 1/3, jan./dez., 2008.

O artigo propõe analisar o que é necessário mudar nas salas de aula com a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs).

ALVES, Flora. ***Gamification*: como criar experiências de aprendizagem engajadoras**: um guia completo: do conceito à prática. São Paulo: DVS Editora, 2015.

Este livro oferece ao leitor a oportunidade para que conheça ou se aprofunde no tema e também funciona como um guia prático por meio do qual será incentivado a colocar em prática aquilo que aprendeu criando suas próprias propostas de aprendizagem gamificadas. Também são encontrados subsídios para identificar os tipos de *gamification* existentes e escolher o mais conveniente para cada caso.

BACICH, L.; MORAN, J. (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.

Coletânea de artigos que apresenta reflexões teóricas e relatos de experiência de trabalho em sala de aula em torno da sala de aula invertida, do ensino personalizado, dos espaços de criação digital, da rotação por estações e do ensino híbrido. A obra é uma introdução às metodologias ativas aplicadas à inovação do ensino e aprendizagem, fundamentais ao trabalho em sala de aula na atualidade.

BACICH, L; TANZI NETO, A.; TREVISAN, F. M. **Ensino híbrido**: personalização e tecnologia na educação. Porto Alegre: Penso, 2015.

Este livro apresenta aos educadores possibilidades de integração das tecnologias digitais ao currículo escolar, de forma a alcançar uma série de benefícios no dia a dia da sala de aula, como maior engajamento dos estudantes no aprendizado e melhor aproveitamento do tempo do professor para momentos de personalização do ensino por meio de intervenções efetivas.

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da Matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

Os textos deste livro contribuem para a aplicação em sala de aula de uma Matemática mais significativa e conectada com o cotidiano dos estudantes, permitindo que ela seja acessível a todos.

BRASIL. **Lei 10.436, de 24 de abril de 2002**. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais – Libras e dá outras providências. Brasília, DF: Congresso Nacional, 2002.

Lei que institui a Língua Brasileira de Sinais (Libras) como meio legal de comunicação e expressão das pessoas com deficiência auditiva.

BRASIL. **Lei 13.146, de 6 de julho de 2015**. Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Brasília, DF: Congresso Nacional, 2015.

A Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência é um conjunto de normas destinadas a assegurar e promover, em igualdade de condições, o exercício dos direitos e liberdades fundamentais das pessoas com deficiência, visando à sua inclusão social e a cidadania.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb)**. Brasília, DF: Inep, 2020. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb. Acesso em: 20 jul. 2022.

O *site* traz informações sobre o Saeb, permitindo conhecer as matrizes de referências e escalas, os resultados, os testes e os questionários, entre outros relativos a essas avaliações.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.

A Base Nacional Comum Curricular é o atual documento norteador da educação brasileira. Para os professores que ensinam Matemática é recomendável a leitura de alguns pontos: a introdução do documento, na qual são apresentados os fundamentos pedagógicos, destacando as competências gerais da Educação Básica, os marcos legais e os fundamentos. A área da Matemática merece uma leitura atenta no que se refere às competências específicas para o Ensino Fundamental e às considerações sobres as cinco unidades temáticas (Número, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas, Probabilidade e estatística), bem como os objetos de conhecimento e as habilidades envolvidas em cada uma delas.

BRASIL. Ministério da Educação. **Temas Contemporâneos Transversais**: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília, DF: MEC, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 20 jul. 2022.

O documento faz uma retomada dos temas transversais desde 1997 até a atualidade, subsidiando sua colocação na prática da sala de aula.

CAVALCANTE, M. **Interdisciplinaridade**: um avanço na educação. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/249/interdisciplinaridade-um-avanco-na-educacao?gclid=CjwKCAjw3cSSBhBGEiwAVII0Z5uhBJ1J1zcM1f22DSxJBMRCG9WgUgTVtrW8K94zS6E368mOw9GAMxoClU4QAvD_BwE. Acesso em: 20 jul. 2022.

O artigo mostra como integrar diferentes áreas do conhecimento e permitir o trabalho interdisciplinar. Traz três exemplos de projetos interdisciplinares de três diferentes realidades.

COSTA, M. S.; ERICIEIRA, T. B. e ALLEVATO, N. S. G. **Reflexões acerca do currículo de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental à luz da interdisciplinaridade de acordo com a BNCC**. Disponível em: https://cdn.congresse.me/i6rpae4feavg1op3lyi7lstj7xzp. Acesso em: 20 jul. 2022.

O artigo reflete sobre o currículo de Matemática nos Anos Finais na perspectiva da interdisciplinaridade a partir de uma pesquisa bibliográfica de natureza qualitativa.

DAYRELL J. (org.). **Por uma pedagogia das juventudes**: experiências educativas do Observatório da Juventude da UFMG. Belo Horizonte: Mazza Edições, 2016.

Relato das experiências de educadores e pesquisadores do Observatório da Juventude da UFMG (OJ), um grupo de pesquisa, ensino e extensão universitária focado em construir um olhar sobre os processos educativos juvenis. O livro reafirma a utopia de que é possível construir processos educativos que sejam efetivamente dialógicos, fundados em encontros inter e entre gerações.

DISKIN, L; ROIZMAN, L. G. **Paz, como se faz?** semeando cultura de paz nas escolas. Brasília: Unesco, Associação Palas Athena, Fundação Vale, 2008.

Este livro, destinado a escolas, professores e lideranças da sociedade civil, tem o objetivo de disseminar as sementes da paz, ampliando e fortalecendo a construção de uma sociedade baseada na não violência.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

Este livro busca introduzir a história da Matemática aos estudantes de graduação dos cursos superiores dessa disciplina. Assim, além da narrativa histórica, há muitos expedientes pedagógicos visando assistir, motivar e envolver o estudante.

FUNDAÇÃO ITAÚ SOCIAL; INSTITUTO REÚNA. **Mapas de foco da BNCC Ensino Fundamental**: matemática. São Paulo: Instituto Reúna, [2020?].

Este documento apresenta uma seleção de habilidades focais para cada ano do Ensino Fundamental de acordo com a BNCC. O objetivo do documento é ajudar a orientar a flexibilização curricular e auxiliar a seleção dos conteúdos que podem ser priorizados diante de situações extremas, como a pandemia de coronavírus.

LEMOV, D. **Aula nota 10:** 49 técnicas para ser um professor campeão de audiência. São Paulo: Da Boa Prosa; Fundação Lemann, 2011.

As técnicas trazidas são resultados de pesquisas e observação em salas de aula, nas quais os professores faziam a diferença para os estudantes. O autor mapeou as técnicas capazes de modificar o aprendizado nas turmas.

MAINGAIN, A.; DUFOUR, B. **Abordagens didáticas da interdisciplinaridade**. Lisboa: Instituto Piaget, 2002.

O livro propõe uma reflexão a respeito das atividades interdisciplinares. Investiga também as condições favoráveis para a transferência de ferramentas de uma disciplina para outra (a transdisciplinaridade).

MORAN, J. **Metodologias ativas de bolso**: como os estudantes podem aprender de forma ativa, simplificada e profunda. São Paulo: Editora do Brasil, 2019.

O livro analisa como os estudantes podem aprender de forma ativa, simplificada e profunda, além de tratar da urgência de implementar metodologias que viabilizem esse aprendizado. Nesse sentido, as metodologias ativas constituem opções pedagógicas para envolver os estudantes no aprendizado pela descoberta, pela investigação ou pela resolução de problemas por meio de uma visão de escola como comunidade de aprendizagem, na qual é importante a participação de todos: professores, gestores, estudantes, familiares e cidadãos.

MORAN, J. M. **A educação que desejamos**: novos desafios e como chegar lá. 5. ed. Campinas: Papirus, 2009.

O autor apresenta um paralelo entre a educação que temos e a que desejamos, mostrando as tendências para um novo modelo de ensino. A obra analisa principalmente as mudanças que as tecnologias trazem para a educação.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas Tecnologias e mediação pedagógica**. 21 ed. Campinas: Papirus, 2013.

O livro procura expandir os diálogos e as análises sobre investimentos e utilizações tecnológicas em educação com a perspectiva de construir novas propostas.

NACARATO, A.; SOUZA, D.; BETERELLI, K. **Entrecruzando vozes e olhares**: letramentos, avaliações externas e cotidiano escolar. Campinas: Mercado de Letras, 2013.

O livro é um convite à reflexão sobre o letramento matemático e as avaliações externas. É o resultado do trabalho de pesquisa do projeto Observatório da Educação (Obedeuc) em uma escola pública. Mostra o trabalho colaborativo entre docentes pesquisadores, mestrandos da universidade e docentes da escola básica na sua compreensão pela temática.

NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (org). **Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na educação matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2013.

O livro consiste em uma coletânea de textos que reúnem subsídios teóricos e práticos relativos às interfaces entre a educação matemática e as práticas em leituras e escritas, perpassando a Educação Básica e o ensino superior.

NOGUEIRA, N. R. **Pedagogia dos projetos**: uma jornada interdisciplinar rumo ao desenvolvimento das múltiplas inteligências. 7. ed. São Paulo: Érica, 2010.

Este livro pretende apresentar a dinâmica de trabalho com projetos, levando em consideração as questões de conteúdo, os problemas de aprendizagem, a interdisciplinaridade, entre outros assuntos, de modo a romper com a visão simplista com que os projetos têm sido encarados na escola.

PAVÃO, A. C. O.; PAVÃO, S. M. O. (org.) **Metodologias ativas na educação especial/inclusiva**. Santa Maria, RS: FACOS-UFSM, 2021.

Este livro apresenta experiências de práticas de ensino envolvendo metodologias ativas de aprendizagem, com o objetivo de auxiliar professores que atuam em Escolas Inclusivas e Sala de Recursos Multifuncionais.

SANTOS, V. O que são metodologias ativas e como elas favorecem o protagonismo dos alunos. **Nova Escola**, 8 set. 2021. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/20630/especial-metodologias-ativas-o-que-sao-as-metodologias-ativas-e-como-funcionam-na-pratica. Acesso em: 20 jul. 2022.

O artigo, além de definir o que são metodologias ativas, traz experiências práticas para colocá-las em ação na sala de aula e aponta as principais estratégias a elas referentes para colocar o estudante como protagonista do processo de ensino e aprendizagem.

TORNELLO, D. **Portfólio**: pra que te quero? São Carlos: Pedro & João Editores, 2022.

O livro traz reflexões relativas à avaliação que possibilita ao professor ressignificar sua relação com os instrumentos avaliativos e suas formas de registro.

UNESCO. **Violência escolar e *bullying***: relatório sobre a situação mundial. Brasília, DF: Unesco, 2019.

Relatório elaborado pela Unesco e pelo Instituto de Prevenção à Violência Escolar da Universidade de Mulheres Ewha, para o Simpósio Internacional sobre Violência Escolar e *Bullying*, realizado de 17 a 19 de janeiro de 2017, em Seul (República da Coreia). Seu objetivo é fornecer um panorama dos dados mais recentes disponíveis sobre a natureza, a abrangência e o impacto da violência escolar e do *bullying*, bem como sobre as iniciativas que abordam o problema.

WING, J. Pensamento computacional. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**. Ponta Grossa, v. 9, n. 2, p. 1-10, maio/ago. 2016. Disponivel em: https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/4711. Acesso em: 20 jul. 2022.

Este artigo foi publicado originalmente no número 3 da edição 49 do periódico *Communications of the ACM*, em março de 2006. Nele, a autora define o pensamento computacional como uma habilidade fundamental, que todas as pessoas devem ter para atuar na sociedade moderna.

ÊNIO SILVEIRA
Engenheiro mecânico pela Universidade Federal do Ceará.
Engenheiro eletricista pela Universidade de Fortaleza.
Diretor de escola particular.
Autor de obras didáticas de Matemática.

Desafios da Matemática com Ênio Silveira

7º ano

Componente curricular: MATEMÁTICA

1ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

Coordenação editorial: Mara Regina Garcia Gay, Mateus Coqueiro Daniel de Souza
Edição de texto: Carlos Eduardo Marques, Daniel Vitor Casartelli Santos, Mateus Coqueiro Daniel de Souza, Paulo César Rodrigues dos Santos
Assistência editorial: Thaís Marinho Ramalho de Souza Garcia
Gerência de *design* e produção gráfica: Patricia Costa
Coordenação de produção: Denis Torquato
Gerência de planejamento editorial: Maria de Lourdes Rodrigues
Coordenação de *design* e projetos visuais: Marta Cerqueira Leite
Projeto gráfico: Bruno Tonel, Noctua Art, Vinícius Rossignol Felipe
Capa: Douglas Rodrigues José, Bruno Tonel, Daniela Cunha, Apis Design
Foto: Balança analógica tradicional.
Science Photo Library/Getty Images
Coordenação de arte: Wilson Gazzoni Agostinho
Edição de arte: Natália Demuri Manoel
Editoração eletrônica: Teclas Editorial
Coordenação de revisão: Elaine C. del Nero
Revisão: Ana Cortazzo, Beatriz Rocha, Dirce Y. Yamamoto, Marina Oliveira, Nancy H. Dias, Palavra Certa, Salete Brentan, Sandra G. Cortés, Tatiana Malheiro, Vera Rodrigues
Coordenação de pesquisa iconográfica: Flávia Aline de Morais
Pesquisa iconográfica: Pâmela Nogueira
Coordenação de *bureau*: Rubens M. Rodrigues
Tratamento de imagens: Ademir Francisco Baptista, Ana Isabela Pithan Maraschin, Denise Feitoza Maciel, Marina M. Buzzinaro, Vânia Maia
Pré-impressão: Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
Coordenação de produção industrial: Wendell Monteiro
Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

```
     Silveira, Ênio
        Desafios da matemática com Ênio Silveira :
     7º ano. -- 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2022.

        Componente curricular: Matemática.
        ISBN 978-85-16-13550-8

        1. Matemática (Ensino fundamental) I. Título.

22-113839                                   CDD-372.7
```

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental   372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

A imagem da capa mostra uma balança analógica tradicional. A massa, que pode ser medida por uma balança, é apenas uma das grandezas que a Matemática estuda. Por ser comum em contextos do dia a dia, ela nos permite trabalhar as unidades de medida com grande significado para os estudantes.

Apresentação

Caro estudante,

Ideias, por mais brilhantes e elaboradas que sejam, só adquirem significado quando encontram aplicação no dia a dia.

A Matemática jamais deve ser vista como problema, mas, sim, como solução. Ela nos conduz por caminhos aparentemente tortuosos ou inacessíveis, abrindo atalhos, encurtando distâncias e superando obstáculos cotidianos ou científicos.

Com as situações apresentadas neste livro, você adquirirá conhecimentos que ajudarão no desenvolvimento da sua formação escolar, pessoal e profissional. Em cada página estudada, atividade resolvida ou desafio superado, você perceberá que a Matemática é uma ferramenta poderosa que pode ajudá-lo a resolver muitos problemas.

O autor

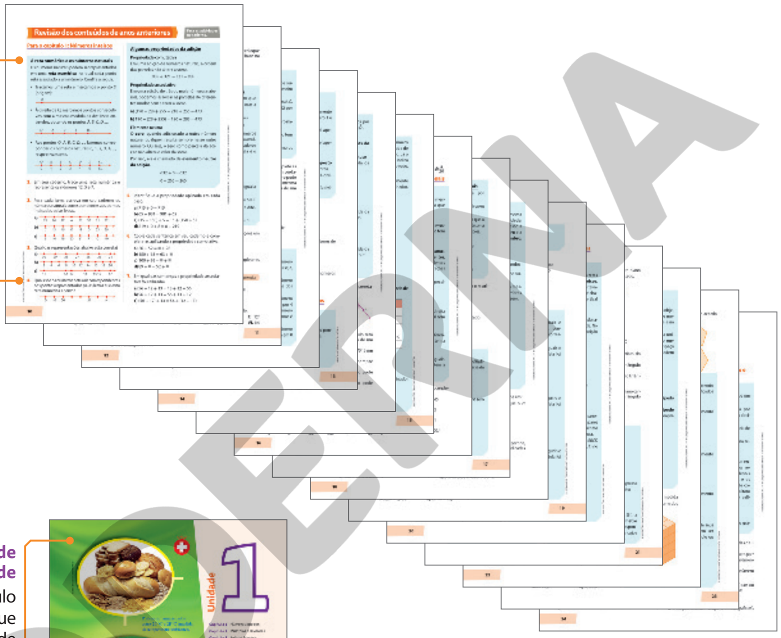
Conheça seu livro

Cada volume está dividido em quatro Unidades, que são formadas por dois ou mais capítulos, organizadas de acordo com esta estrutura:

Revisão dos conteúdos de anos anteriores
Nestas páginas, você vai recordar e praticar o que estudou em anos anteriores.

Resumo dos principais conceitos e procedimentos estudados em anos anteriores.

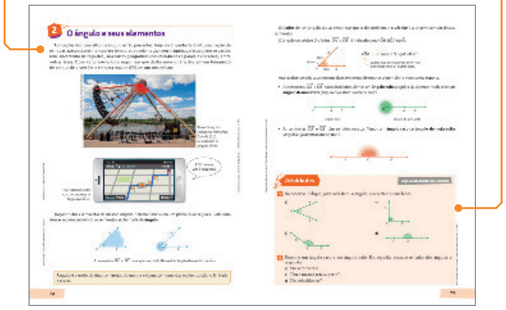
Atividades para aplicar o que recordou.



Abertura de Unidade
Apresenta o título dos capítulos que integram a Unidade e propõe questões que serão retomadas na seção *É hora de extrapolar*, presente no final da Unidade.

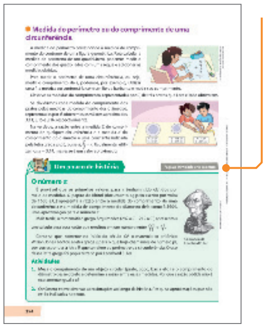
Trocando ideias
Incentiva o diálogo sobre alguns assuntos estudados no capítulo e também sobre temas importantes do cotidiano.

Apresentação dos conteúdos
Os conteúdos são apresentados com linguagem clara e direta.



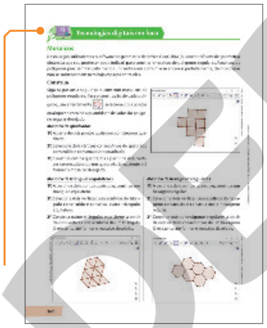
Atividades
Com diferentes níveis de dificuldade, algumas atividades estimulam a discussão, a reflexão e a resolução em grupo, o trabalho com cálculo mental e o uso da calculadora e de outras tecnologias digitais.

Lendo e aprendendo
Seção que desenvolve a compreensão de textos envolvendo diferentes temas.



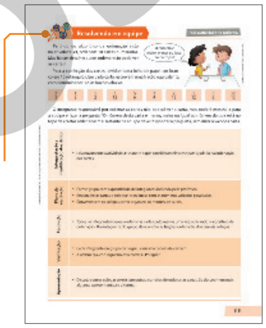
Um pouco de história
Boxe que aborda a história da Matemática para contextualizar alguns assuntos.

Tecnologias digitais em foco
Seção que trabalha conteúdos de Matemática por meio de tecnologias digitais, como *softwares* de geometria dinâmica, planilhas eletrônicas etc.



Veja que interessante
Boxe que complementa e enriquece o conteúdo estudado.

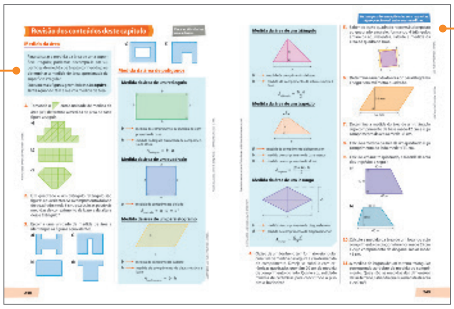
Resolvendo em equipe
Proposta de trabalho em grupo que explora a resolução de problemas.



Revisão dos conteúdos deste capítulo

Nestas páginas, você vai recordar e aplicar o que estudou no capítulo.

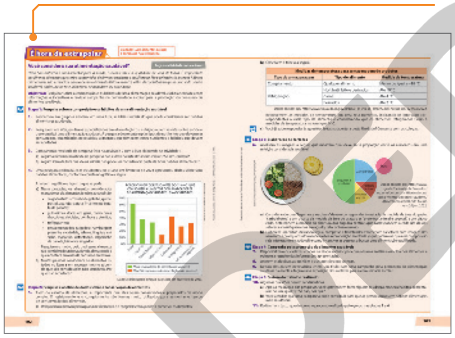
Atividades para aplicar o que foi revisado.



Resumo dos principais conceitos estudados no capítulo.

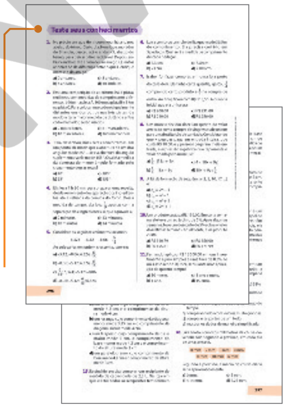
É hora de extrapolar

Trabalho em grupo proposto como fechamento da Unidade. Explora a pesquisa, a comunicação e a elaboração de um produto final, que será compartilhado com a turma ou com a comunidade escolar. Nesta seção, são retomados também os questionamentos feitos na abertura de Unidade.



Teste seus conhecimentos

Nesta seção, você vai verificar seus conhecimentos sobre o que estudou durante o ano por meio de questões de múltipla escolha.



Ícones que indicam o trabalho com os Temas Contemporâneos Transversais

- FORMAÇÃO CIDADÃ
- PLURALIDADE CULTURAL
- MEIO AMBIENTE
- SAÚDE
- EDUCAÇÃO FINANCEIRA
- CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Ícones utilizados nas atividades

- Dupla
- Grupo
- Cálculo mental
- Calculadora e *softwares*
- Elaboração de problemas
- Pensamento computacional
- Oral

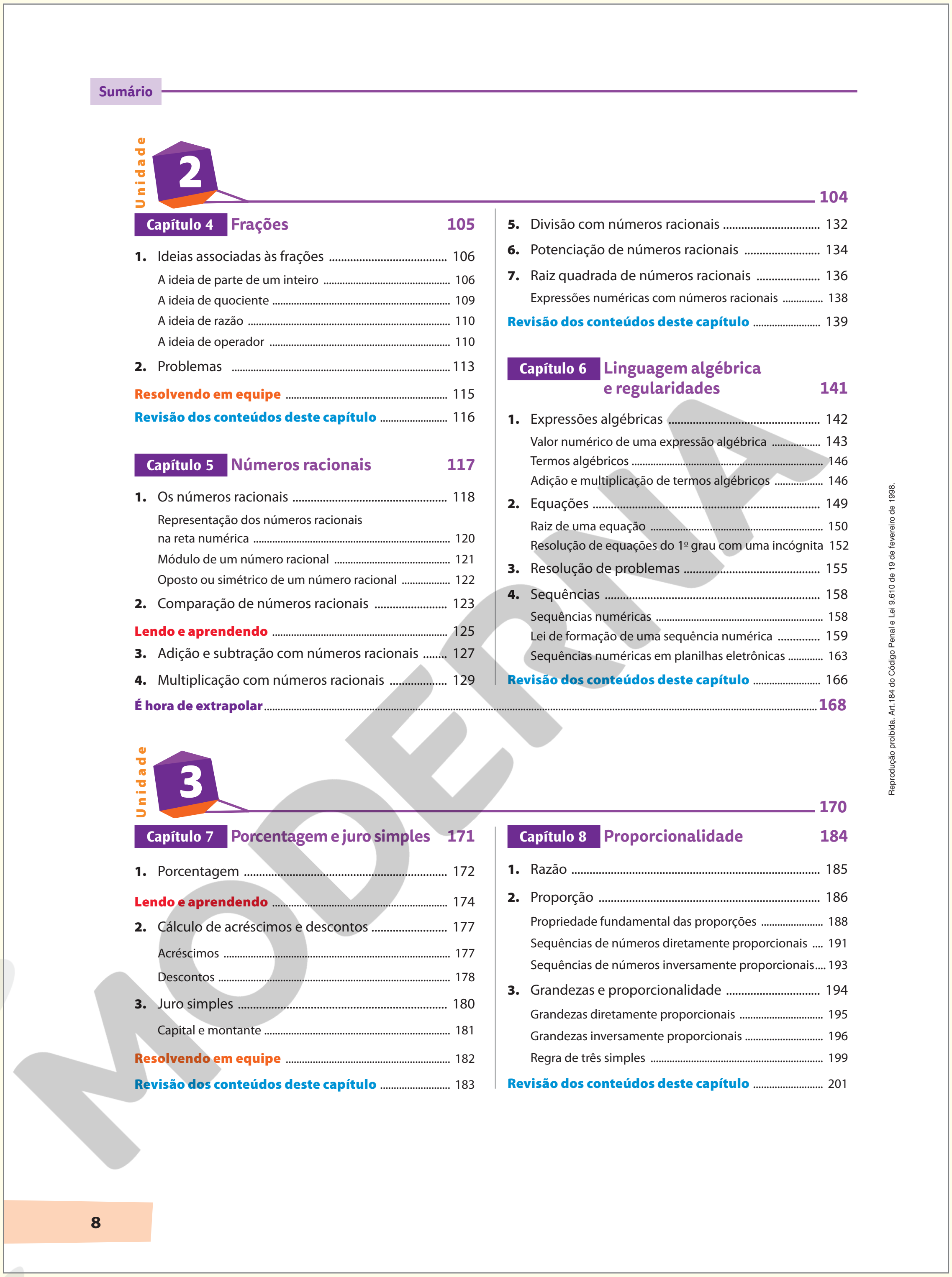
Sugestão de leitura

Sugestões de leitura de livros.

Conheça mais

Sugestões de *sites* e exposições *on-line* de obras de arte.

Sumário



Sumário

Revisão dos conteúdos de anos anteriores

A reta numérica e os números naturais

Ao realizar a revisão sobre a representação dos números naturais na reta numérica, espera-se que os estudantes compreendam que os números devem sempre estar em ordem crescente, da esquerda para a direita, e que a medida da distância entre pontos consecutivos deve ser a mesma.

- A **atividade 1** envolve a construção de uma reta numérica, então oriente os estudantes a utilizar régua e, caso tenham dificuldade, explique a eles que devem escolher a medida da distância entre pontos consecutivos e marcar todos os pontos necessários respeitando essa medida da distância.
- Nas **atividades 2** e **4**, oriente os estudantes a darem atenção à escala utilizada em cada uma das retas numéricas apresentadas. Se necessário, questione: "Os números estão crescendo de quanto em quanto?"; "Os números estão crescendo de 1 em 1?".
- Para encontrar a representação correta na **atividade 3**, peça aos estudantes que identifiquem os erros dos itens incorretos. Espera-se que observem que, no **item a**, o erro é a ordem decrescente dos números e, no **item c**, é a variação da medida da distância entre números consecutivos.

Algumas propriedades da adição

No momento de relembrar as propriedades da adição, solicite aos estudantes que apresentem exemplos de cada propriedade descrita, o que permitirá identificar se compreendem as propriedades ou não. Esta revisão pode inclusive facilitar os cálculos por meio do uso das propriedades.

- A **atividade 5** propõe aos estudantes que identifiquem a propriedade da adição aplicada em cada item. Após realizarem a atividade, mostre como a aplicação das propriedades pode facilitar o cálculo mental.
- As **atividades 6** e **7** exploram, respectivamente, as propriedades comutativa e associativa. Se os estudantes tiverem dificuldade nessas atividades, confira se não estão confundindo propriedades e retome-as na lousa, apresentando outros exemplos ou usando os exemplos apresentados por eles anteriormente.

Revisão dos conteúdos de anos anteriores

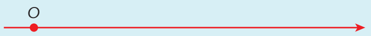
Faça as atividades no caderno.

Para o capítulo 1: Números inteiros

A reta numérica e os números naturais

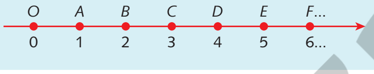
Os números naturais podem ser representados em uma **reta numérica**, na qual cada ponto está associado a um número. Confira a seguir.

- Traçamos uma reta e marcamos o ponto *O* (origem):



- À direita de *O*, marcamos pontos consecutivos com a mesma medida da distância entre eles, obtendo os pontos *A*, *B*, *C*, *D*, ...

- Aos pontos *O*, *A*, *B*, *C*, *D*, ... fazemos corresponder os números naturais 0, 1, 2, 3, 4, ..., respectivamente.



1. Em seu caderno, trace uma reta numérica e represente os números 12, 5 e 7.

1.


2. Para cada item, escreva em seu caderno os números naturais correspondentes aos pontos indicados pelas letras.

2. a) *A*: 28; *B*: 29

a)


b)


2. b) *C*: 11; *D*: 21

c)


2. c) *E*: 25; *F*: 30; *G*: 35

3. Qual das representações abaixo está correta? 3. alternativa **b**

a)


b)


c)


4. Quais são os números naturais correspondentes aos pontos representados pelas letras *M* e *N* na reta numérica abaixo? 4. *M*: 50 e *N*: 70

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Algumas propriedades da adição

Propriedade comutativa

Em uma adição de números naturais, a ordem das parcelas não altera a soma.

$$985 + 321 = 321 + 985$$

Propriedade associativa

Em uma adição de três ou mais números naturais, podemos associar as parcelas de diferentes modos sem alterar a soma.

a) $(190 + 28) + 255 = 218 + 255 = 473$

b) $190 + (28 + 255) = 190 + 283 = 473$

Elemento neutro

O **zero**, quando adicionado a outro número natural qualquer, resulta sempre nesse outro número. Ou seja, o zero como parcela da adição não altera o valor da soma.

Por isso, ele é chamado de **elemento neutro da adição**.

$$632 + 0 = 632$$

$$0 + 265 = 265$$

5. Identifique a propriedade aplicada em cada caso.

a) $715 + 0 = 715$ **5. a)** elemento neutro

b) $65 + 981 = 981 + 65$ **5. b)** comutativa

c) $(15 + 150) + 5 = 15 + (150 + 5)$ **5. c)** associativa

d) $219 + 0 + 8 = 8 + 219$ **5. d)** elemento neutro e comutativa

6. Copie cada sentença em seu caderno e complete-as aplicando a propriedade comutativa.

a) 26 + 52 = ■ + 26 **6. a)** 52

b) 150 + 63 = 63 + ■ **6. b)** 150

c) 100 + 98 = ■ + ■ **6. c)** 98; 100

d) 89 + ■ = 52 + ■ **6. d)** 52; 89

7. Em qual das sentenças a propriedade associativa foi utilizada? **7.** sentença do item **c**

a) $56 + 12 + 13 = 13 + 12 + 56$

b) $56 + 12 + 13 = 56 + 13 + 12$

c) $(56 + 12) + 13 = 56 + (12 + 13)$

Algumas propriedades da multiplicação

Propriedade comutativa

Em uma multiplicação de números naturais, a ordem dos fatores não altera o produto.

$$12 \cdot 150 = 150 \cdot 12$$

Propriedade associativa

Em uma multiplicação com mais de dois números naturais, podemos associar os fatores de modos diferentes sem alterar o produto.

a) $(5 \cdot 16) \cdot 101 = 80 \cdot 101 = 8080$

b) $5 \cdot (16 \cdot 101) = 5 \cdot 1616 = 8080$

Elemento neutro

O número 1, quando multiplicado por outro número natural qualquer, resulta sempre nesse outro número. Ou seja, o 1 como fator da multiplicação não altera o valor do produto. Por isso, ele é chamado **elemento neutro da multiplicação**.

a) $1 \cdot 543 = 543$

b) $2022 \cdot 1 = 2022$

Propriedade distributiva

Para multiplicar um número natural por uma adição (ou subtração) com dois ou mais termos, podemos multiplicar esse número por cada um dos termos da adição (ou da subtração) e adicionar (ou subtrair) os resultados obtidos.

a) $12 \cdot (60 + 45) = 12 \cdot 60 + 12 \cdot 45 = 720 + 540 = 1260$

b) $34 \cdot (141 - 10) = 34 \cdot 141 - 34 \cdot 10 = 4794 - 340 = 4454$

8. Escreva em seu caderno as palavras que completam cada frase.

a) O elemento neutro da multiplicação é o número ■. **8. a)** um

b) Segundo a propriedade ■ da multiplicação, podemos alterar a ordem dos fatores sem alterar o produto. **8. b)** comutativa

c) Quando temos uma multiplicação com 3 fatores, podemos usar a propriedade ■. **8. c)** associativa

9. Resolva as multiplicações aplicando a propriedade distributiva.

a) $2 \cdot (91 + 12)$

b) $15 \cdot (9 + 10)$

c) $10 \cdot (20 + 180)$

9. a) $2 \cdot 91 + 2 \cdot 12 = 182 + 24 = 206$

9. b) $15 \cdot 9 + 15 \cdot 10 = 135 + 150 = 285$

9. c) $10 \cdot 20 + 10 \cdot 180 = 200 + 1800 = 2000$

10. a) $7 \cdot (50 \cdot 12) = (7 \cdot 50) \cdot 12$

10. b) $(14 \cdot 10) \cdot 5 = 14 \cdot (10 \cdot 5)$

10. c) $120 \cdot (3 \cdot 5) = (120 \cdot 3) \cdot 5$

10. Copie cada sentença em seu caderno e coloque os parênteses adequadamente com base na propriedade associativa.

a) $7 \cdot (50 \cdot 12) = 7 \cdot 50 \cdot 12$

b) $(14 \cdot 10) \cdot 5 = 14 \cdot 10 \cdot 5$

c) $120 \cdot (3 \cdot 5) = 120 \cdot 3 \cdot 5$

Potenciação com números naturais

Para representar uma multiplicação em que todos os fatores são iguais, podemos usar a **potenciação**.

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^{5} \rightarrow \text{número de fatores}$$

$\hookrightarrow$ fator que se repete

De modo geral, na potenciação com números naturais, a **base** é o fator que se repete na multiplicação, o **expoente** indica a quantidade de vezes que o fator se repete e a **potência** é o resultado da operação.

expoente

$$3^{5} = 243 \leftarrow \text{potência}$$

base

- Quando o expoente é 1, a potência é igual à base.

  a) $7^1 = 7$ **b)** $99^1 = 99$ **c)** $500^1 = 500$

- Quando o expoente é zero e a base é diferente de zero, a potência é igual a 1.

  a) $7^0 = 1$ **b)** $99^0 = 1$ **c)** $500^0 = 1$

11. Escreva em seu caderno as multiplicações em forma de potência.

a) $51 \cdot 51 \cdot 51 \cdot 51$ **11. a)** 51^4

b) $10 \cdot 10 \cdot 10$ **11. b)** 10^3

12. Copie as frases em seu caderno e complete-as com uma das palavras abaixo:

base expoente potência

a) Em 29^2 o número 2 é chamado de ■. **12. a)** expoente

b) O número 6 é ■ de 6^5. **12. b)** base

c) O resultado de 3^2 é chamado de ■. **12. c)** potência

13. A – IV; B – V; C – III; D – II; E – I; F – VI

13. Associe cada potência ao seu resultado.

A. 2^5 **B.** 5^2 **C.** 15^1 **D.** 1^{15} **E.** 0^9 **F.** 12^2

I. 0 **II.** 1 **III.** 15 **IV.** 32 **V.** 25 **VI.** 144

Algumas propriedades da multiplicação

Do mesmo modo que foi feito com as propriedades da adição, na revisão das propriedades da multiplicação, incentive os estudantes a apresentar exemplos para cada propriedade e a compará-las com o que já sabem sobre as propriedades da adição, buscando similaridades e diferenças.

- Na **atividade 8**, os estudantes vão completar frases relacionadas às propriedades da multiplicação. Esse é o momento oportuno para verificar se compreenderam a propriedade comutativa e associativa e, também se reconhecem que o elemento neutro da multiplicação é o número 1.
- As **atividades 9** e **10** exploram, respectivamente, as propriedades distributiva e associativa. Caso os estudantes tenham dificuldade nessas atividades, confira se não estão confundindo propriedades e retome-as na lousa, apresentando outros exemplos ou usando os exemplos apresentados por eles anteriormente.

Se considerar necessário, na **atividade 9**, peça aos estudantes que façam o **item a** e corrija-o na lousa, indicando por flechas que o 2 deve multiplicar primeiro o número 91 e, depois o número 12.

Potenciação com números naturais

A revisão desse tema é realizada a fim de que o estudante relembre como se representa uma potenciação, seus elementos e a relação com a multiplicação. Se possível, antes de propor as atividades, solicite que calculem outras potências, inclusive de expoente 1 e de expoente zero (com base diferente de zero), com números pequenos, apenas para verificar se operam de modo correto.

- A **atividade 11** não envolve cálculo, mas o uso da relação que existe entre potenciação e multiplicação de fatores iguais. Se ainda houver dúvidas, mostre à turma a diferença, por exemplo, entre 2^5 e 5^2.
- A **atividade 12** também não envolve cálculo, mas a identificação dos elementos de uma potenciação (base, expoente e potência).
- Na **atividade 13**, o estudante deverá realizar os cálculos de potenciação para associar cada potência com seu resultado. Caso algum estudante não consiga fazer alguma associação, peça a ele que apresente os cálculos para que seja possível identificar o ponto crítico que pode ser a relação entre potenciação e multiplicação ou erros de cálculos.

Múltiplos de um número natural

O foco desta retomada será o conceito de múltiplo de um número natural, além do destaque ao número zero, pois ele é múltiplo de todos os números, mas tem apenas ele mesmo como múltiplo.

- A **atividade 14** envolve a identificação de alguns múltiplos. Oriente os estudantes a escrever esses múltiplos em ordem crescente, uma vez que são pedidos os 5 menores múltiplos. Verifique se consideram o número zero.
- Na **atividade 15**, os estudantes devem determinar, por exemplo, no **item a**, os números que têm 10 como múltiplo, ou seja, devem fazer o oposto do que fizeram na **atividade 14**. Como são espaços a ser preenchidos, eles devem ficar atentos à quantidade de números em cada item. Caso tenham dúvidas, faça questionamentos, como: "Quais multiplicações com números naturais têm resultado 10?"; "Qual número pode ser multiplicado por 9 para obter 18?"; "Qual número multiplicado por 1 dá 12 como resultado?".

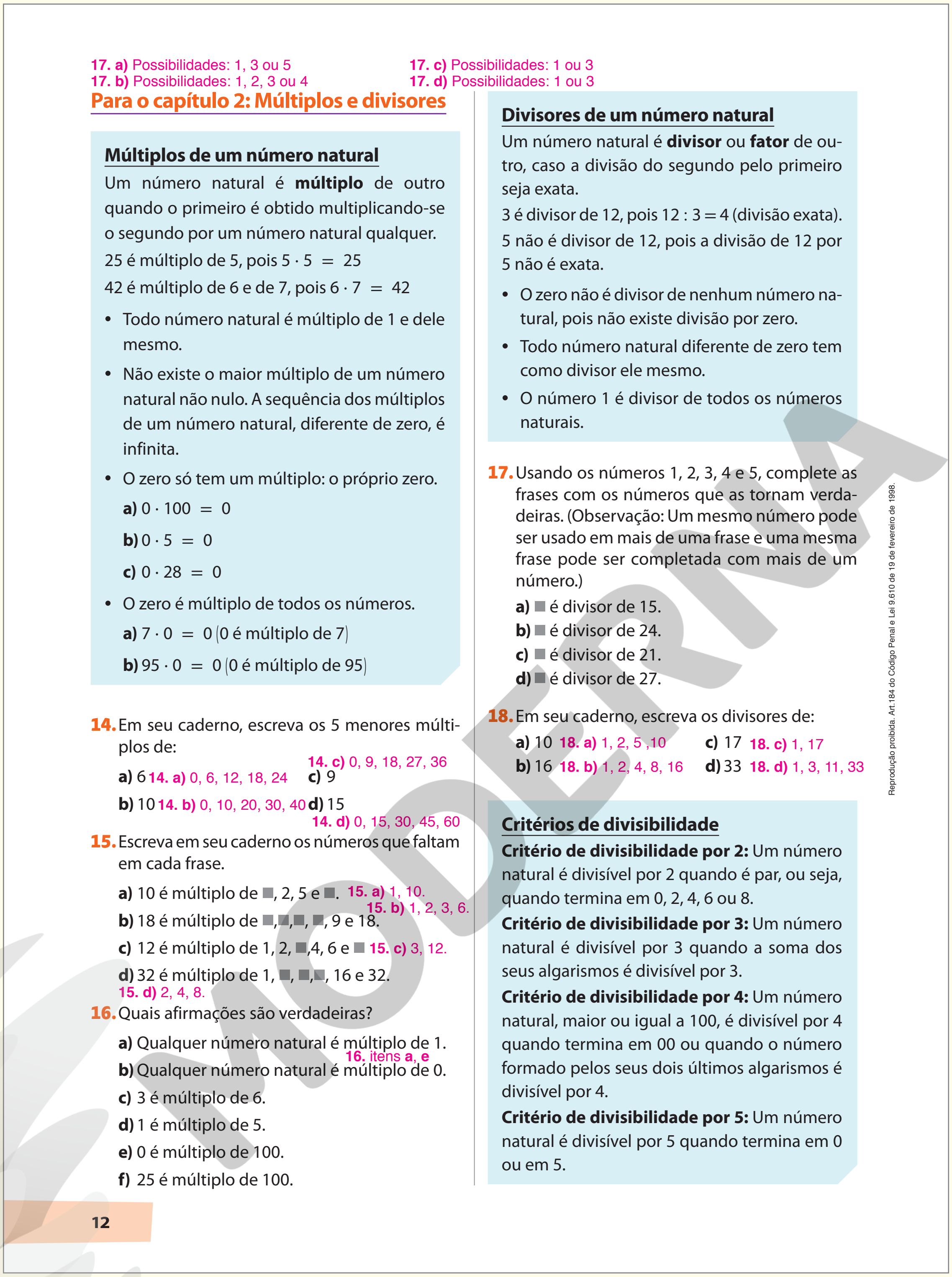
Divisores de um número natural

Esta retomada tem como objetivo tratar dos divisores de um número natural por meio de seu conceito e de exemplos. Os números 1 e zero são destacados e merecem atenção especial.

- Na **atividade 18**, os estudantes deverão escrever todos os divisores de 4 números diferentes. Destaque a eles que é interessante escrever os divisores em ordem crescente para compreender melhor que sempre começam com o número 1 e terminam com o próprio número.
- Na **atividade 18**, espera-se que os estudantes identifiquem quais dos números do enunciado são divisores dos números nos itens. Caso tenham dificuldade, escolha um dos itens e desenvolva juntamente com eles, testando todos os números do enunciado e lembrando que há mais de uma resposta possível.

Critérios de divisibilidade

Esta revisão sobre critérios de divisibilidade deve relembrar os estudantes de que nem sempre é preciso realizar a operação de divisão para saber se um número é divisível por outro. Além disso, conhecer esses critérios enriquece o repertório de cálculos dos estudantes.



17. a) Possibilidades: 1, 3 ou 5
17. b) Possibilidades: 1, 2, 3 ou 4
17. c) Possibilidades: 1 ou 3
17. d) Possibilidades: 1 ou 3

Para o capítulo 2: Múltiplos e divisores

Múltiplos de um número natural

Um número natural é **múltiplo** de outro quando o primeiro é obtido multiplicando-se o segundo por um número natural qualquer.

25 é múltiplo de 5, pois $5 \cdot 5 = 25$

42 é múltiplo de 6 e de 7, pois $6 \cdot 7 = 42$

- Todo número natural é múltiplo de 1 e dele mesmo.
- Não existe o maior múltiplo de um número natural não nulo. A sequência dos múltiplos de um número natural, diferente de zero, é infinita.
- O zero só tem um múltiplo: o próprio zero.
  a) $0 \cdot 100 = 0$
  b) $0 \cdot 5 = 0$
  c) $0 \cdot 28 = 0$
- O zero é múltiplo de todos os números.
  a) $7 \cdot 0 = 0$ (0 é múltiplo de 7)
  b) $95 \cdot 0 = 0$ (0 é múltiplo de 95)

14. Em seu caderno, escreva os 5 menores múltiplos de:

a) 6 **14. a)** 0, 6, 12, 18, 24
b) 10 **14. b)** 0, 10, 20, 30, 40
c) 9 **14. c)** 0, 9, 18, 27, 36
d) 15 **14. d)** 0, 15, 30, 45, 60

15. Escreva em seu caderno os números que faltam em cada frase.

a) 10 é múltiplo de ■, 2, 5 e ■. **15. a)** 1, 10.
b) 18 é múltiplo de ■,■,■, ■, 9 e 18. **15. b)** 1, 2, 3, 6.
c) 12 é múltiplo de 1, 2, ■,4, 6 e ■ **15. c)** 3, 12.
d) 32 é múltiplo de 1, ■, ■,■, 16 e 32. **15. d)** 2, 4, 8.

16. Quais afirmações são verdadeiras? **16.** itens **a, e**

a) Qualquer número natural é múltiplo de 1.
b) Qualquer número natural é múltiplo de 0.
c) 3 é múltiplo de 6.
d) 1 é múltiplo de 5.
e) 0 é múltiplo de 100.
f) 25 é múltiplo de 100.

Divisores de um número natural

Um número natural é **divisor** ou **fator** de outro, caso a divisão do segundo pelo primeiro seja exata.

3 é divisor de 12, pois 12 : 3 = 4 (divisão exata).

5 não é divisor de 12, pois a divisão de 12 por 5 não é exata.

- O zero não é divisor de nenhum número natural, pois não existe divisão por zero.
- Todo número natural diferente de zero tem como divisor ele mesmo.
- O número 1 é divisor de todos os números naturais.

17. Usando os números 1, 2, 3, 4 e 5, complete as frases com os números que as tornam verdadeiras. (Observação: Um mesmo número pode ser usado em mais de uma frase e uma mesma frase pode ser completada com mais de um número.)

a) ■ é divisor de 15.
b) ■ é divisor de 24.
c) ■ é divisor de 21.
d) ■ é divisor de 27.

18. Em seu caderno, escreva os divisores de:

a) 10 **18. a)** 1, 2, 5 ,10
b) 16 **18. b)** 1, 2, 4, 8, 16
c) 17 **18. c)** 1, 17
d) 33 **18. d)** 1, 3, 11, 33

Critérios de divisibilidade

Critério de divisibilidade por 2: Um número natural é divisível por 2 quando é par, ou seja, quando termina em 0, 2, 4, 6 ou 8.

Critério de divisibilidade por 3: Um número natural é divisível por 3 quando a soma dos seus algarismos é divisível por 3.

Critério de divisibilidade por 4: Um número natural, maior ou igual a 100, é divisível por 4 quando termina em 00 ou quando o número formado pelos seus dois últimos algarismos é divisível por 4.

Critério de divisibilidade por 5: Um número natural é divisível por 5 quando termina em 0 ou em 5.

Critério de divisibilidade por 6: Um número natural é divisível por 6 quando é divisível por 2 e também por 3.

Critério de divisibilidade por 8: Um número natural, maior ou igual a 1 000, é divisível por 8 quando termina em 000 ou quando o número formado pelos seus três últimos algarismos é divisível por 8.

Critério de divisibilidade por 9: Um número natural é divisível por 9 quando a soma dos seus algarismos é divisível por 9.

Critério de divisibilidade por 10, 100 e 1000: Um número natural é divisível por 10 quando termina em 0, é divisível por 100 quando termina em 00 e é divisível por 1 000 quando termina em 000.

19. Considere os números abaixo:

12 13 14 15 16
17 18 19 20

Em seu caderno, escreva os números do quadro que são divisíveis por:

a) 2 **19. a)** 12, 14, 16, 18, 20
b) 3 **19. b)** 12, 15, 18
c) 4 **19. c)** 12, 16, 20
d) 5 **19. d)** 15, 20
e) 6 **19. e)** 12, 18
f) 9 **19. f)** 18

20. Copie em seu caderno apenas os números que são divisíveis por 3. **20.** 102, 204, 312

58 102 204 312 406 544

21. Quais são as afirmações verdadeiras?

a) 100 é divisível por 2 e por 5.
b) 21 é divisível por 3 e por 6.
c) 32 é divisível por 2 e por 4.
d) 25 é divisível por 5 e por 10.
e) 2 000 é divisível por 4 e por 8.

21. afirmações dos itens **a**, **c**, **e**

22. Considere os números abaixo.

80 90 150 200
300 650 1 500 2 000

Quais são os números desse quadro:

a) divisíveis por 10? **22. a)** 80, 90, 150, 200, 300, 650, 1 500, 2 000
b) divisíveis por 100? **22. b)** 200, 300, 1 500, 2 000
c) divisíveis por 1 000? **22. c)** 2 000

Números primos e compostos

Número primo

Um número é **primo** quando tem somente dois divisores naturais distintos: o número 1 e o próprio número.

a) 7 é um número primo, pois é divisível apenas por 1 e por 7.
b) 31 é um número primo, pois é divisível apenas por 1 e por 31.

Número composto

Um número, diferente de zero, é **composto** quando tem mais de dois divisores distintos.

a) 8 é um número composto, pois tem 4 divisores: 1, 2, 4 e 8.
b) 27 é um número composto, pois tem 3 divisores: 1, 3 e 9.

23. Quais afirmações são verdadeiras?

a) O número 2 é composto.
b) O número 33 é primo.
c) O número 45 é composto.
d) O número 17 é primo.

23. afirmações dos itens **c** e **d**

24. Em seu caderno, escreva todos os divisores de cada número.

a) 42 **24. a)** 1, 2, 3, 6, 7, 21, 42
b) 41 **24. b)** 1, 41
c) 36 **24. c)** 1, 2, 3, 4, 6, 9, 18, 36
d) 35 **24. d)** 1, 5, 7, 35
e) 53 **24. e)** 1, 53

25. Agora, escreva em seu caderno quais números da atividade anterior são:

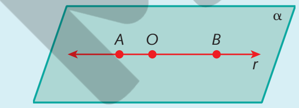
a) primos. **25. a)** 41, 53
b) compostos. **25. b)** 42, 36, 35

Para o capítulo 3: Retas e ângulos

Semirreta e segmento de reta

Semirreta

Observe a reta *r* contida no plano α e os pontos *A*, *O* e *B*, distintos, pertencentes a ela:



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

- Nas **atividades 19** e **20**, os estudantes devem identificar, entre os números dados, aqueles que são divisíveis por 2, 3, 4, 5, 6 e 9 aplicando os critérios de divisibilidade. Se achar conveniente, explique a eles, ao longo das resoluções, que números que não apareceram no **item a** também não aparecerão nos **itens c**, **e**; e números que não apareceram no **item b** também não aparecerão no **item f**. Caso os estudantes tenham dificuldade, retome os critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6 e 9 e mostre-os na lousa a partir de alguns exemplos.
- A **atividade 21** trata da interpretação de algumas frases, sendo importante frisar que a afirmação será verdadeira apenas quando todas as informações forem corretas. Por exemplo, se o estudante considerar, de forma equivocada, o **item d** verdadeiro, é preciso que fique claro que "25 é divisível por 5, mas 25 não é divisível por 10", o que torna a afirmação falsa.
- A **atividade 22** foca na divisibilidade por 10, 100 e 1 000. Ao final da atividade, chame a atenção para o fato de que todo número divisível por 100 é também divisível por 10 e que todo número divisível por 1 000 é também divisível por 100 e consequentemente por 10. Você pode justificar isso com base nos critérios de divisibilidade.

Números primos e compostos

Agora, retomamos os números primos e os números compostos: conceitos desenvolvidos a partir dos divisores de um número natural. Se necessário, lembre novamente esse conceito.

- Para encontrar as afirmações verdadeiras na **atividade 23**, é necessário identificar os divisores dos números 2, 33, 45 e 17 para classificá-los como primos ou compostos. Se possível, sugira aos estudantes que utilizem os critérios de divisibilidade para encontrar os possíveis divisores para esses números.
- Nas **atividades 24** e **25**, os estudantes deverão primeiro encontrar os divisores para, depois, agrupar os números em primos ou compostos. Caso tenham dificuldade na **atividade 24**, incentive-os a verificar, em ordem crescente, os divisores dos números dados; seguir uma ordem garante que eles não se esqueçam de testar algum divisor.

Semirreta e segmento de reta

Nessa etapa, será realizada uma retomada de alguns conceitos e representações geométricas com os estudantes, especialmente de semirreta e segmento de reta.

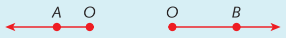
- Na **atividade 26**, espera-se que os estudantes consigam identificar os conceitos de semirreta e segmento de reta. Caso confundam esses conceitos, na lousa, represente uma semirreta e um segmento de reta a partir das indicações da turma, fazendo as devidas correções.
- Na **atividade 27**, ao traçar o que se pede, o estudante precisará utilizar tanto os conceitos geométricos quanto as regras de representação de semirreta e segmento de reta. Se necessário, questione as respostas obtidas para refinar os conceitos e as representações. Além disso, solicite o uso de régua na atividade.

Ângulos

O foco dessa retomada são os ângulos: conceito, representação e classificação segundo a medida da abertura.

- A **atividade 28** envolve apenas a representação de um ângulo. É preciso observar se os estudantes compreenderam que a ordem em que os pontos estão representados em $C\hat{A}B$ determina que A é o vértice. Ao final da atividade, se possível, questione a turma: "Qual é o ângulo representado no **item b**?". Espera-se que eles respondam que está representado o ângulo $A\hat{B}C$.
- Na **atividade 29**, estão envolvidas as ideias de ângulo agudo, reto e obtuso, ou seja, o estudante deverá saber classificar ângulos segundo suas medidas de abertura. Caso algum estudante tenha dificuldade, relembre com a turma essas classificações. Se possível, represente diferentes ângulos em um *software* de geometria dinâmica e projete-os para que os estudantes possam classificá-los de acordo com a medida de abertura.

O ponto O determina duas **semirretas** em r: a semirreta de origem em O que passa pelo ponto A e a semirreta de origem em O que passa pelo ponto B podem ser representadas, respectivamente, por $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$.



Segmento de reta

Considere novamente a reta r contida no plano α e os pontos A e B, distintos, pertencentes a ela. A parte da reta compreendida entre esses dois pontos, incluindo-os, é chamada **segmento de reta**. O segmento de reta limitado por A e B pode ser representado por $\overline{AB}$ ou $\overline{BA}$.

A e B são chamados de **extremidades** desse segmento de reta.

26. Quais afirmações são verdadeiras? **26.** afirmações dos itens **b** e **d**.

a) Uma semirreta tem duas extremidades.
b) Um segmento de reta tem duas extremidades.
c) Um segmento de reta tem apenas um ponto de origem.
d) Uma semirreta tem começo, mas não tem fim.

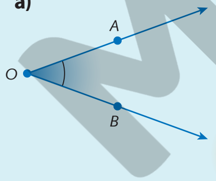
27. Trace em seu caderno:

a) semirreta $\overrightarrow{CD}$.
b) segmento de reta $\overline{MN}$.
c) semirreta $\overrightarrow{PQ}$.
d) em uma mesma reta: semirreta $\overrightarrow{AC}$ e segmento $\overline{BC}$.

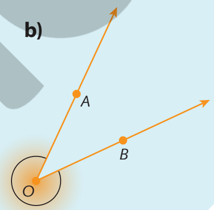
Ângulos

Ângulo é a união de duas semirretas que têm a mesma origem, com uma das regiões do plano limitada por elas.

a)



b)

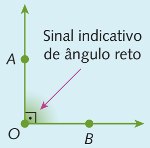


ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

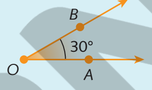
- Os dois ângulos podem ser indicados por $A\hat{O}B$ (lemos "ângulo AOB") ou $B\hat{O}A$ ou $\hat{O}$.
- A origem O é o **vértice do ângulo**.
- As semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são os **lados do ângulo**.

Ângulo reto, ângulo agudo e ângulo obtuso

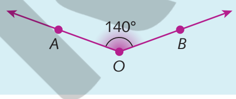
Um ângulo é **reto** quando sua medida da abertura é igual a 90°.



Um ângulo é **agudo** quando sua medida da abertura é maior que 0° e menor que 90°.

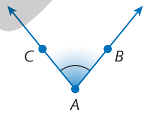


Um ângulo é **obtuso** quando sua medida da abertura é maior que 90° e menor que 180°.

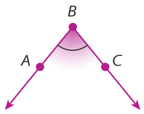


28. Em qual dos itens está representado corretamente o ângulo $C\hat{A}B$? **28.** item **a**

a)



b)



29. Quais afirmações são verdadeiras?

a) A medida da abertura de um ângulo reto é maior que a medida da abertura de um ângulo obtuso.
b) Um ângulo com abertura medindo 75° é um ângulo agudo. **29.** afirmações dos itens **b**, **c**
c) A abertura de um ângulo reto sempre mede 90°.
d) A abertura de um ângulo obtuso pode medir 180°.
e) A abertura de um ângulo agudo pode medir 91°.

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

27. a) Exemplo de resposta:

27. b) Exemplo de resposta:

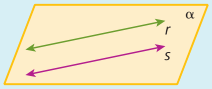
27. c) Exemplo de resposta:

27. d) Exemplo de resposta:

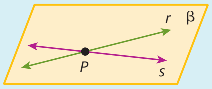
31. Exemplo de resposta: porque se as duas retas são perpendiculares, elas necessariamente se encontram em um ponto; logo, serão concorrentes também.

Retas paralelas e retas perpendiculares

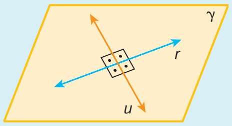
Duas retas em um mesmo plano são **paralelas** quando elas não possuem nenhum ponto em comum. Quando duas retas se cruzam, nós a chamamos de retas **concorrentes**; além disso, quando esse cruzamento forma um ângulo reto (ângulo cuja medida da abertura mede 90°), afirmamos que as retas são **perpendiculares**.



Retas paralelas
Indicamos: $r // s$ (lemos: "r é paralela a s")



Retas concorrentes
Indicamos: $r \times s$



Retas concorrentes e perpendiculares
Indicamos: $r \perp u$ (lemos: "r é perpendicular a u")

30. Em seu caderno, trace as seguintes retas, considerando as informações dadas.

a) p e q são retas paralelas.

b) m e n são retas concorrentes, mas não perpendiculares.

c) x e y são perpendiculares e x e t são paralelas.

31. Por que a afirmação abaixo é falsa?

"Duas retas perpendiculares não são concorrentes."

Para o capítulo 4: Frações

Fração

Uma fração pode representar uma parte de um inteiro.

30. a) Exemplo de resposta:

A figura foi dividida em 7 partes iguais. $\frac{2}{7}$ da figura está colorida de amarelo.

30. b) Exemplo de resposta:

Em uma fração, o **denominador** é o número abaixo do traço e representa a quantidade de partes iguais em que o todo foi dividido. Já o número acima do traço, o **numerador**, indica a quantidade de partes consideradas do todo.

Leitura de frações

Na leitura de uma fração, lemos inicialmente o numerador e, em seguida, o denominador, que recebe nomes especiais.

Frações com denominador de 2 a 9

Denominador	Leitura
2	meio
3	terço
4	quarto
5	quinto
6	sexto
7	sétimo
8	oitavo
9	nono

a) $\frac{2}{5}$ ← Lemos: "dois quintos".

b) $\frac{7}{9}$ ← Lemos: "sete nonos".

Frações cujo denominador é uma potência de base 10

Denominador	Leitura
10	décimo
100	centésimo
1 000	milésimo
10 000	décimo de milésimo
...	...

a) $\frac{5}{1\,000}$ ← Lemos: "cinco milésimos".

b) $\frac{12}{100}$ ← Lemos: "doze centésimos".

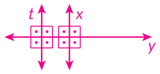
Frações com outros denominadores

Lemos o numerador e, depois, o denominador seguido da palavra "avos".

a) $\frac{5}{12}$ ← Lemos: "cinco doze avos".

b) $\frac{3}{20}$ ← Lemos: "três vinte avos".

30. c) Exemplo de resposta:



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Retas paralelas e retas perpendiculares

Após relembrar a classificação de ângulos conforme a medida de abertura, principalmente o ângulo reto, retomamos retas paralelas e retas perpendiculares.

- A **atividade 30** possibilita diferentes respostas, já que há infinitas representações dentro das condições apresentadas. A atividade exige que os estudantes façam adequadamente as representações das retas paralelas, concorrentes e perpendiculares. Com a diversidade de respostas, é interessante dar um tempo para que eles comparem suas respostas com as dos colegas e, assim, sanem possíveis dúvidas.
- A **atividade 31** envolve a ideia de que duas retas perpendiculares são necessariamente concorrentes. Se achar conveniente, questione a turma se a frase dada é verdadeira ou falsa. Caso algum estudante responda que é verdadeira, na lousa, tente esboçar as retas que a representem a partir das orientações da turma, e assim percebam que não é possível.

Fração

A intenção dessa retomada é relembrar alguns pontos no estudo de fração: representação e leitura.

- As **atividades 32** e **33** exploram a associação entre a representação numérica e o modo como se lê uma fração. Caso ainda haja dúvidas, a partir de exemplos na lousa, retome com a turma a leitura de frações com denominador de 2 a 9, com denominador potência de base 10 e com outros denominadores.
- Na **atividade 34**, espera-se que os estudantes sejam capazes de escrever um número misto para cada fração. Se tiverem dificuldade, apresente algumas frações como exemplos na lousa e, seguindo as indicações da turma, identifique a parte inteira e, depois, a parte fracionária para escrever o número misto.

Frações equivalentes e simplificação

Em continuidade à revisão sobre frações, o foco agora serão as frações equivalentes e a simplificação de frações, assuntos diretamente relacionados, uma vez que simplificar uma fração é encontrar uma fração equivalente à fração original.

- Na **atividade 35**, é necessário associar uma fração com sua fração equivalente entre aquelas apresentadas. Caso os estudantes tenham dúvidas, faça questionamentos como estes para o **item A**: "Por quanto o numerador 5 deve ser multiplicado ou dividido para que o resultado seja igual a 1?"; "Se essa operação for feita no denominador, qual será o número obtido?"; "A fração obtida é uma das indicadas por números romanos?".
- Para resolver a **atividade 36**, os estudantes devem simplificar as frações dadas. Se tiverem dificuldade, chame a atenção para o fato de que em cada item deve ser identificada uma fração equivalente com o numerador e o denominador menores que os da fração dada, ou seja, devem dividir o numerador e o denominador por um mesmo número.

Comparação de frações

Nessa retomada a respeito de comparação de números racionais, haverá uso de duas representações desses números: fracionária e decimal. Destaque a existência de estratégias diferentes para fazer essas comparações, de acordo com a representação do número racional.

Número misto

Quando um número é composto de uma parte inteira e de uma parte fracionária ele é chamado de **número misto**.

parte inteira → $5\frac{2}{3}$ ← parte fracionária

32. Em seu caderno, escreva as frações usando algarismos.

a) Cinco oitavos **32. a)** $\frac{5}{8}$

b) Dez milésimos **32. b)** $\frac{10}{1\,000}$

c) Um quinto **32. c)** $\frac{1}{5}$

d) Três doze avos **32. d)** $\frac{3}{12}$

33. Associe cada fração ao modo como ela é lida.

A. $\frac{3}{10}$ **B.** $\frac{5}{13}$ **C.** $\frac{1}{7}$ **D.** $\frac{1}{4}$ **E.** $\frac{8}{9}$

I. oito nonos

II. três décimos

III. um quarto

IV. um sétimo

V. cinco treze avos

33. A – II; B – V; C – IV; D – III; E – I

34. Em seu caderno, escreva o número misto correspondente a cada fração.

a) $\frac{3}{2}$ **b)** $\frac{11}{5}$ **c)** $\frac{7}{3}$ **d)** $\frac{17}{3}$

34. a) $1\frac{1}{2}$ **34. b)** $2\frac{1}{5}$ **34. c)** $2\frac{1}{3}$ **34. d)** $5\frac{2}{3}$

Frações equivalentes e simplificação

Frações que representam a mesma parte de um inteiro são chamadas de **frações equivalentes**.

$\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{6}$ são frações equivalentes

Multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador de uma fração qualquer por um mesmo número natural diferente de zero, obtemos uma fração equivalente à fração inicial.

Simplificação de frações

Simplificar uma fração significa obter uma fração equivalente com o numerador e o denominador menores que os da primeira fração.

$$\underset{:4}{\overset{:4}{\frac{4}{12}=\frac{1}{3}}}$$

35. Associe as frações equivalentes.

A. $\frac{5}{15}$ **B.** $\frac{3}{12}$ **C.** $\frac{14}{21}$ **D.** $\frac{5}{10}$ **E.** $\frac{9}{15}$

I. $\frac{2}{3}$ **II.** $\frac{1}{3}$ **III.** $\frac{18}{30}$ **IV.** $\frac{50}{100}$ **V.** $\frac{1}{4}$

35. A – II; B – V; C – I; D – IV; E – III

36. Simplifique as frações.

a) $\frac{16}{40}$ **36. a)** $\frac{2}{5}$ **b)** $\frac{9}{33}$ **36. b)** $\frac{3}{11}$ **c)** $\frac{50}{48}$ **36. c)** $\frac{25}{24}$ **d)** $\frac{4}{20}$ **36. d)** $\frac{1}{5}$

Para o capítulo 5: Números racionais

Comparação de frações

- Quando duas ou mais frações têm o **mesmo denominador**, a maior delas é a que tem maior numerador.

$$\frac{5}{9} > \frac{2}{9}$$

- Quando duas ou mais frações têm o **mesmo numerador**, a maior delas é a que tem menor denominador.

$$\frac{7}{3} > \frac{7}{5}$$

- Quando duas ou mais frações têm **numeradores** e **denominadores diferentes**, podemos determinar frações equivalentes de mesmo denominador para as frações iniciais e, depois, compará-las.

  $\frac{3}{5}$ e $\frac{2}{3}$ são equivalentes a $\frac{9}{15}$ e $\frac{10}{15}$ respectivamente. Assim:

$$\frac{9}{15} < \frac{10}{15}, \text{ ou seja, } \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$$

Comparação de números decimais

Podemos acrescentar ou retirar zeros à direita da parte decimal de um número decimal sem alterá-lo.

$$0{,}02 = 0{,}020 = 0{,}0200$$

1º caso: quando as partes inteiras são diferentes. Nesse caso, o maior número é o que tem a maior parte inteira.

$$12{,}25 > 11{,}14$$

2º caso: quando as partes inteiras são iguais. Nesse caso, o maior número é o que tem a maior parte decimal.

$$12{,}45 < 12{,}001$$

37. Copie as sentenças em seu caderno e complete-as com os sinais de > ou <.

a) $\frac{11}{15}$ ■ $\frac{4}{15}$ **37. a)** >

b) $\frac{8}{5}$ ■ $\frac{8}{21}$ **37. b)** >

c) $\frac{1}{2}$ ■ $\frac{5}{6}$ **37. c)** <

d) $\frac{3}{10}$ ■ $\frac{4}{9}$ **37. d)** <

e) 29,52 ■ 29,45 **37. e)** >

f) 10,57 ■ 11,2 **37. f)** <

g) 1,004 ■ 1,01 **37. g)** <

h) 100,45 ■ 100,4 **37. h)** >

- A **atividade 37** envolve a comparação de dois números racionais e o uso dos sinais de menor que (<) ou maior que (>). É interessante acompanhar a resolução de cada um dos itens, circulando entre os estudantes, pois os itens apresentam diferentes situações: no **item a**, os denominadores das frações são iguais; no **item b**, os numeradores das frações são iguais; nos **itens c** e **d**, os numeradores e os denominadores das frações são diferentes; nos **itens e**, **g** e **h**, as partes inteiras dos números decimais são iguais; no **item f**, as partes inteiras dos números decimais são diferentes. Se necessário, retome as estratégias que devem ser usadas para fazer a comparação em cada situação.

38. Em seu caderno, coloque em ordem crescente os números de cada item abaixo.

a) $\frac{6}{10}, \frac{6}{13}, \frac{6}{5}$ **38. a)** $\frac{6}{13}, \frac{6}{10}, \frac{6}{5}$

b) $\frac{5}{10}, \frac{1}{10}, \frac{7}{10}$ **38. b)** $\frac{1}{10}, \frac{5}{10}, \frac{7}{10}$

c) 0,25; 0,025; 0,205 **38. c)** 0,025; 0,205; 0,25

d) 1,68; 16,8; 0,168 **38. d)** 0,168; 1,68; 16,8

Adição e subtração com frações

- Em uma adição (ou subtração) com frações cujos denominadores são iguais, adicionamos (ou subtraímos) os numeradores e conservamos os denominadores.

$$\frac{8}{15} + \frac{2}{15} = \frac{8+2}{15} = \frac{10}{15}$$

- Em uma adição (ou subtração) com frações cujos denominadores são diferentes, determinamos frações equivalentes às iniciais, com um mesmo denominador, e em seguida adicionamos (ou subtraímos) os numeradores (conservando o denominador).

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{6}{10} - \frac{5}{10} = \frac{6-5}{10} = \frac{1}{10}$$

Adição e subtração com número decimais

Podemos também efetuar uma adição (ou uma subtração) com números decimais escrevendo vírgula embaixo de vírgula e cada algarismo exatamente abaixo do algarismo de mesma ordem. Em seguida, adicionamos (ou subtraímos) milésimos com milésimos, centésimos com centésimos, décimos com décimos, unidades com unidades e assim por diante.

39. Calcule o resultado das operações e simplifique quando possível.

a) $\frac{5}{9} + \frac{10}{9}$ **39. a)** $\frac{5}{3}$

b) $\frac{3}{13} - \frac{1}{13}$ **39. b)** $\frac{2}{13}$

c) $\frac{5}{24} + \frac{5}{12}$ **39. c)** $\frac{5}{8}$

d) $\frac{1}{3} - \frac{4}{30}$ **39. d)** $\frac{1}{5}$

40. Efetue as operações.

a) 0,03 + 11,2 **40. a)** 11,23

b) 45,6 – 13,02 **40. b)** 32,58

c) 123,01 + 0,98 **40. c)** 123,99

d) 56,95 – 12,1 **40. d)** 44,85

Multiplicação com frações

O produto de duas ou mais frações é uma fração que tem como numerador o produto dos numeradores e como denominador o produto dos denominadores.

Multiplicação com números decimais

Para multiplicar um número decimal por outro número decimal, devemos:

- multiplicar os números como se fossem números naturais;
- colocar a vírgula no resultado, de modo que a quantidade de casas decimais seja igual à soma da quantidade de casas decimais dos fatores.

```
        1
    1 2 4̸
    1 3,4 8 ← duas casas decimais
×       2,5 ← uma casa decimal
-----------
    6 7 4 0
+ 2 6 9 6
-----------
  3 3,7 0 0 ← três casas decimais
              (2 + 1 = 3)
```

41. Determine os produtos, simplificando o resultado quando possível.

a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{5}$ **41. a)** $\frac{3}{35}$

b) $\frac{2}{9} \cdot \frac{2}{9}$ **41. b)** $\frac{4}{81}$

c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{7}$ **41. c)** $\frac{2}{14} = \frac{1}{7}$

d) $\frac{3}{10} \cdot 3$ **41. d)** $\frac{9}{10}$

42. Associe cada operação com seu resultado.

A. 9,5 · 0,3
B. 12,1 · 0,01
C. 3,004 · 2
D. 14,2 · 0,6

I. 8,52
II. 6,008
III. 2,85
IV. 0,121

42. A – III; B – IV; C – II; D – I

Divisão com frações

Na divisão de uma fração por outra, multiplicamos a primeira fração pela fração inversa da segunda.

$$\frac{5}{8} : \frac{3}{5} = \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5 \cdot 5}{8 \cdot 3} = \frac{25}{24}$$

Divisão com números decimais

Divisão por um número natural diferente de zero

20,3 : 5

```
  D U  d c
  2 0 , 3  |_5____
– 2 0       4 , 0 6
------      U , d c
    0 3
–     0
------
      3 0
    – 3 0
    ------
        0
```

- Na **atividade 38**, acompanhe a resolução como na **atividade 37** e destaque as características comuns dos números presentes em cada item: no **item a**, os numeradores das frações são iguais; no **item b**, os denominadores das frações são iguais; no **item c**, as partes inteiras dos números decimais são iguais; no **item d**, as partes inteiras dos números decimais são diferentes.

Caso os estudantes tenham dificuldade no **item c**, na lousa, escreva um número abaixo do outro, alinhados pela vírgula, para que possam comparar as ordens decimais mais facilmente.

Adição e subtração com frações

Nesse momento, o foco estará nas operações de adição e subtração envolvendo números racionais. Mais uma vez, é importante destacar que cada representação (decimal e fracionária) terá suas regras para a realização dos cálculos.

- A **atividade 39** envolve cálculos com números racionais na forma fracionária. Se os estudantes tiverem dificuldade nos **itens c** e **d**, questione-os sobre o que precisa ser feito antes de adicionar (ou subtrair) os numeradores das frações quando os denominadores são diferentes.
- Na **atividade 40**, permita que os estudantes utilizem diferentes estratégias para efetuar as operações e acompanhe-os na resolução da atividade, perguntando se os resultados obtidos fazem sentindo e auxiliando-os caso seja necessário reformular as estratégias. Se algum estudante utilizar o algoritmo, destaque a necessidade de alinhar as vírgulas.

Multiplicação com frações

Ao relembrar a multiplicação de números racionais, reforce como se faz com os números quando estão na forma de fração e quando estão na forma decimal, sendo esta última mais próxima do que já se fazia com números naturais.

- Na **atividade 41**, os estudantes deverão multiplicar frações. Caso algum estudante não tenha feito a simplificação do **item c**, releia o enunciado com a turma, destacando que deve ser feita a simplificação dos resultados quando possível.
- Verifique as respostas obtidas na **atividade 42** e sugira que os estudantes confiram a localização da vírgula em cada multiplicação, fazendo a contagem das casas decimais novamente.

Divisão com frações

Encerrando a retomada das operações com números racionais, relembramos a divisão com números racionais tanto na forma fracionária quanto na forma decimal.

- A **atividade 43** apresenta divisões com frações. Se necessário, no **item d**, relembre a turma de que o inverso de 6 é $\frac{1}{6}$.
- Na **atividade 44**, os estudantes farão divisões envolvendo números na forma decimal. Caso tenham dificuldade nos **itens c** e **d**,chame a atenção deles para o fato de que devem multiplicar dividendo e divisor por 100.

Sentenças matemáticas

Na revisão de sentenças matemáticas, os estudantes terão exemplos de sentenças, sendo uma falsa e duas verdadeiras. Se possível, registre na lousa algumas sentenças dadas por eles e avalie se são verdadeiras ou falsas.

- Na **atividade 45**, espera-se que os estudantes identifiquem as sentenças verdadeiras. Incentive a utilização de diversas estratégias, inclusive permitindo que não efetuem as operações em alguns casos, como no **item d**, em que é possível identificar que 140 : 14 é menor que 140 : 10 porque o divisor 14 é maior que o divisor 10.
- Caso os estudantes apresentem dificuldades para fazer a **atividade 46**, oriente-os, em cada item, a calcular o valor das expressão que está à esquerda e o valor da expressão que está à direita de ■.

Igualdades

O estudo das igualdades é essencial para o trabalho com Álgebra, e a retomada nesse momento é focada na propriedade da igualdade.

- A **atividade 47** envolve o reconhecimento dos membros e a escrita de igualdades. Nos **itens b** e **c** há diversas possibilidades de resposta, então oriente os estudantes a compartilhar com os colegas as igualdades que escreveram.
- Na **atividade 48**, os estudantes devem fazer as operações pedidas, sempre nos dois membros para que a igualdade se mantenha. Caso algum estudante não obtenha uma igualdade após efetuar as operações, verifique seu cálculo e confira se ele identifica onde houve um equívoco.

Divisão por um número decimal

3,42 : 0,5

$$\begin{array}{r|l} 3\ 4\ 2 & 50 \\ \underline{-\ 3\ 0\ 0} & 6{,}84 \\ 4\ 2\ 0 & \\ \underline{-\ 4\ 0\ 0} & \\ 2\ 0\ 0 & \\ \underline{-\ 2\ 0\ 0} & \\ 0 & \end{array}$$

Multiplicamos dividendo e divisor por 100.

43. Efetue as divisões, simplificando o resultado quando possível.

a) $\frac{1}{7} : \frac{2}{5}$ **43. a)** $\frac{5}{14}$

b) $\frac{5}{8} : \frac{3}{8}$ **43. b)** $\frac{5}{3}$

c) $\frac{1}{2} : \frac{3}{10}$ **43. c)** $\frac{5}{3}$

d) $\frac{5}{4} : 6$ **43. d)** $\frac{5}{24}$

44. Efetue as divisões.

a) 15,6 : 5 **44. a)** 3,12

b) 73,2 : 12 **44. b)** 6,1

44. c) 8,192

c) 10,24 : 1,25

d) 34,5 : 0,03

44. d) 1 150

Para o capítulo 6: Linguagem algébrica e regularidades

Sentenças matemáticas

Sentença matemática é aquela escrita com símbolos matemáticos (números, sinais etc.) e que pode ser expressa por relações de igualdade, de desigualdade, entre outras.

Uma sentença matemática pode ser verdadeira ou falsa.

a) $72 + 5 > 100$ é uma sentença falsa.

b) $62 \cdot 2 = 124$ é uma sentença verdadeira.

c) $32 + 100 \neq 100$ é uma sentença verdadeira.

45. Quais das sentenças abaixo são verdadeiras?

a) $2 \cdot 3 \cdot 4 > 2 + 3 + 4$

b) $23 \cdot 1 + 9 = 230$

c) $15 \cdot 3 \neq 5 \cdot 3 \cdot 3$

d) $140 : 14 < 140 : 10$

45. Sentenças dos itens **a** e **d**.

46. Copie as sentenças em seu caderno e complete-as com o sinal (=, > ou <) que falta de modo a torná-las verdadeiras.

a) 57 – 30 ■ 5 · 10 **46. a)** <

b) 2 · 8 · 9 ■ 2 + 8 + 9 **46. b)** >

c) 100 + 20 + 5 ■ 25 · 5 **46. c)** =

Igualdades

Toda sentença matemática que apresenta sinal de igual (=) é chamada de **igualdade**. Em uma igualdade, chamamos a expressão à esquerda do sinal de igual de **1º membro** e a expressão à direita desse sinal de **2º membro**.

$$\underbrace{15}_{1^{\text{o}}\text{ membro}} = \underbrace{18 + 10 - 13}_{2^{\text{o}}\text{ membro}}$$

Propriedade da igualdade

A relação de igualdade não se altera quando:

- adicionamos ou subtraímos um mesmo número de seus membros;
- multiplicamos seus membros por um mesmo número ou dividimos seus membros por um mesmo número diferente de zero.

a)

$$\begin{aligned} 21 + 8 &= 29 \\ 21 + 8 + 5 &= 29 + 5 \\ 34 &= 34 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 100 + 7 &= 107 \\ 100 + 7 - 5 &= 107 - 5 \\ 102 &= 102 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} 16 + 3 &= 9 + 10 \\ (16 + 3) \cdot 3 &= (9 + 10) \cdot 3 \\ 57 &= 57 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} 8 + 4 + 2 &= 14 \\ (8 + 4 + 2) : 2 &= 14 : 2 \\ 4 + 2 + 1 &= 7 \\ 7 &= 7 \end{aligned}$$

47. b) Exemplo de resposta: 8 + 1 + 3 = 10 + 2

47. Em seu caderno, escreva uma igualdade em:

a) que o 1º membro seja 23 + 9 e que o 2º membro seja 4 · 8; **47. a)** 23 + 9 = 4 · 8

b) que o 1º membro seja 8 + 1 + 3;

c) que o 2º membro seja 80 – 20.

47. c) Exemplo de resposta: 2 · 30 = 80 – 20

48. Observe a seguinte igualdade:

$$33 - 3 = 30$$

Usando essa igualdade como ponto de partida, efetue em seu caderno as operações indicadas e obtenha outras igualdades.

a) Adicione 12 a cada membro. **48. a)** 42 = 42

b) Subtraia 5 de cada membro. **48. b)** 25 = 25

c) Multiplique cada membro por 3. **48. c)** 90 = 90

d) Divida cada membro por 3. **48. d)** 10 = 10

Para o capítulo 7: Porcentagem e juro simples

Frações e porcentagem

Uma fração com denominador igual a 100 pode ser escrita na forma de porcentagem:

a) $\frac{16}{100} = 16\%$ **b)** $\frac{230}{100} = 230\%$

Em alguns casos podemos obter frações equivalentes com denominador igual a 100 para depois escrevê-la na forma de porcentagem.

a) $\frac{30}{1\,000} = \frac{3}{100} = 3\%$

b) $\frac{10}{20} = \frac{50}{100} = 50\%$

49. A – II; B – III; C – IV; D – I

49. Associe as frações às porcentagens.

A. $\frac{12}{100}$
B. $\frac{120}{100}$
C. $\frac{4}{100}$
D. $\frac{40}{100}$

I. 40%
II. 12%
III. 120%
IV. 4%

50. Escreva em seu caderno as frações na forma de porcentagem.

a) $\frac{3}{10}$ **50. a)** 30%
b) $\frac{27}{100}$ **50. b)** 27%
c) $\frac{1}{4}$ **50. c)** 25%
d) $\frac{60}{200}$ **50. d)** 30%

Porcentagem escrita na forma decimal

Uma porcentagem pode ser escrita na forma de um número decimal. Para isso, transformamos a porcentagem em uma fração com denominador 100 e efetuamos a divisão do numerador pelo denominador.

a) $45\% = \frac{45}{100} = 0{,}45$

b) $10\% = \frac{10}{100} = 0{,}1$

c) $120\% = \frac{120}{100} = 1{,}2$

51. Em seu caderno, escreva as porcentagens na forma decimal:

a) 66% **51. a)** 0,66
b) 166% **51. b)** 1,66
c) 1,25% **51. c)** 0,0125
d) 100% **51. d)** 1

52. Qual dos itens está correto? **52.** item **c**

a) 28% = 2,8
b) 32% = 0,032
c) 6,3% = 0,063
d) 131% = 13,1

Porcentagem de um valor

a) 72% de 300 → $\frac{72}{100} \cdot 300 = 216$

b) 45% de 60 → $0{,}45 \cdot 60 = 27$

53. Calcule em seu caderno.

a) 55% de 60 **53. a)** 33
b) 28% de 10 **53. b)** 2,8
c) 30% de 300 **53. c)** 90
d) 90% de 15 **53. d)** 13,5

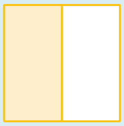
54. Quais são as afirmações verdadeiras? **54.** Afirmações dos itens **a** e **b**.

a) 10% de 66 é igual a 6,6.
b) 15% de 200 é igual a 30.
c) 75% de 120 é igual a 75.
d) 82% de 12 é igual a 10.

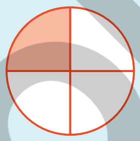
Porcentagem de figuras

Dividindo uma figura em partes iguais e selecionando algumas dessas partes, conseguimos determinar a porcentagem correspondente às partes selecionadas.

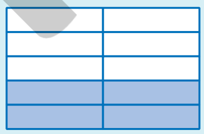
a) Dividindo o quadrado em 2 partes iguais e pintando uma, dizemos que 50% dela foi pintada.



b) Dividindo o círculo em 4 partes iguais e pintando uma, dizemos que 25% dela foi pintada.



c) Dividindo o retângulo em 10 partes iguais e pintando quatro, dizemos que 40% dela foi pintada.



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Frações e porcentagem

A retomada deste assunto possibilita que os estudantes relembrem a relação entre a forma fracionária e a forma percentual de um número. Exponha os exemplos e, se necessário, peça-lhes que indiquem mais exemplos dessa relação.

- A **atividade 49** apresenta todas as frações com denominador igual a 100, então, a relação com a forma percentual é bastante direta.
- Na **atividade 50**, apenas uma das frações tem denominador 100; então, os estudantes devem determinar as frações equivalentes com denominador 100 para relacioná-las com a forma percentual. Caso tenham dificuldade, auxilie-os usando perguntas. Por exemplo, para o **item d**: "Por qual número devo multiplicar ou dividir o número 200 para obter 100?".

Porcentagem escrita na forma decimal

Esta revisão relaciona as formas decimal e percentual de um número, usando a relação entre forma decimal e forma fracionária.

- Nas **atividades 51** e **52**, espera-se que os estudantes identifiquem a forma decimal de cada porcentagem dada. Caso tenham dúvidas por causa da vírgula no **item c** da **atividade 51** e no **item c** da **atividade 52**, oriente-os a determinar frações equivalentes em que o denominador seja uma potência de 10 e o numerador seja um número natural; assim, a quantidade de zeros do denominador será a quantidade de casas decimais do número.

Porcentagem de um valor

Esta retomada explora cálculos de porcentagem de um valor numérico. É interessante que os estudantes observem que podem utilizar em seus cálculos tanto a forma fracionária quanto a forma decimal.

- As **atividades 53** e **54** envolvem o cálculo de porcentagens. Caso os estudantes tenham dificuldade, questione-os no **item c** da **atividade 53**, por exemplo: "30% de 300 será maior ou menor que a metade de 300?". Espera-se que os estudantes percebam que 30% é menos da metade; então, deverão encontrar um valor necessariamente menor que 150.

Porcentagem de figuras

Para concluir essa revisão sobre porcentagem, o foco será a porcentagem de figuras, ou seja, da mesma maneira que podemos encontrar a fração de uma figura, podemos encontrar uma porcentagem.

- As **atividades 55** e **56** se complementam: na **atividade 55**, os estudantes devem indicar a porcentagem pintada em cada figura; na **atividade 56**, devem identificar as figuras que tiverem menos de 50% de suas partes pintadas. Permita que utilizem as estratégias que preferirem na resolução das atividades. Se considerar necessário, destaque que há relações que são mais comuns e muito utilizadas, como metade corresponde a 50% e metade da metade corresponde a 25%.

Uma das ideias da multiplicação

Ao revisar proporcionalidade como uma das ideias da multiplicação, desenvolvemos uma noção importante para trabalhar com razão e proporção.

- A **atividade 57** envolve multiplicações simples, mas a finalidade é o estudante identificar o uso dessa operação em uma situação de proporcionalidade.
- A **atividade 58** possibilita abordar diferentes comparações entre os valores do quadro. Caso os estudantes tenham dificuldade, podem ser feitas algumas indagações: "Vocês observaram que a partir do preço de 5 cadernos, podemos determinar o preço de 10 cadernos?" (espera-se que verifiquem que, se a quantidade dobra, o preço também dobra); "Se já sabemos o preço de 100 cadernos, como podemos determinar o preço de 10 cadernos?" (espera-se que observem que, se dividimos a quantidade de cadernos por 10, então o preço também será dividido por 10).

Resposta da **atividade 58**.

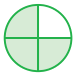
Número de cadernos	Valor a pagar
1	R$ 12,00
2	R$ 24,00
5	R$ 60,00
10	R$ 120,00
15	R$ 180,00
100	R$ 1 200,00

55. Que porcentagem de cada figura está pintada, considerando que elas estão divididas em partes iguais?

a)

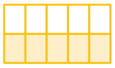
55. a) 25%

b)



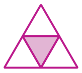
55. b) 75%

c)



55. c) 50%

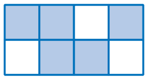
d)



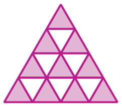
55. d) 25%

56. Em qual dos itens abaixo menos de 50% da figura está pintada? 56. itens **c** e **d**.

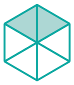
a)



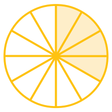
b)



c)



d)



Para o capítulo 8: Proporcionalidade

Uma das ideias da multiplicação

Em algumas situações que envolvem proporcionalidade, podemos utilizar a multiplicação. Acompanhe a situação.

Todos os dias uma confeitaria doa 15 bolos a uma creche. Quantos bolos ela doa em 5 dias? E em 12 dias?

	1 dia	15 bolos	
(×5)	5 dias	75 bolos	(×5)
(×12)	12 dias	180 bolos	(×12)

Ou seja, são doados 75 bolos em 5 dias e 180 bolos em 12 dias.

57. Uma caixa de bombons tem 250 g. Quantos gramas tem 3 caixas iguais a essa? E 9 caixas? 57. 750 g; 2 250 g

58. Copie o quadro em seu caderno e complete-o.

Número de cadernos	Valor a pagar
1	R$ 12,00
2	R$ 24,00
5	
10	
15	
100	R$ 1 200,00

58. Resposta em *Orientações*.

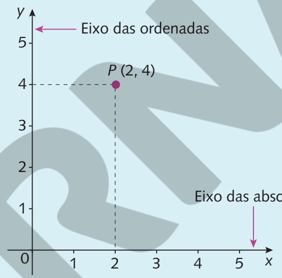
Para o capítulo 9: Transformações geométricas

Plano cartesiano

O plano cartesiano é composto de duas retas numéricas perpendiculares, chamadas **eixos**, que, em geral, indicamos por *x* (eixo horizontal) e *y* (eixo vertical). O eixo horizontal é chamado de **eixo das abscissas** e o eixo vertical é chamado de **eixo das ordenadas**.

Par ordenado

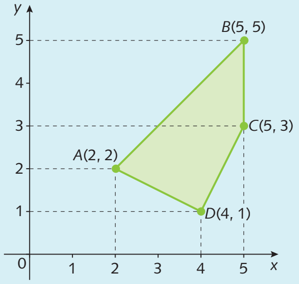
Um **par ordenado** (*x*, *y*) é dado pelas coordenadas *x* e *y*, sendo *x* a abscissa e *y* a ordenada. No plano cartesiano a seguir, para indicar a posição do ponto *P*, usamos o par ordenado (2, 4).



Representação de um polígono

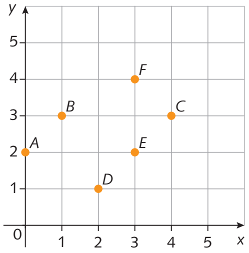
Para representar um polígono no plano cartesiano, podemos associar seus vértices a pares ordenados, unir esses pontos com segmentos de reta e, por fim, pintar o interior da figura.

Observe a representação do polígono *ABCD* com vértices *A*(2, 2), *B*(5, 5), *C*(5, 3) e *D*(4, 1) no plano cartesiano.



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Para as **atividades 59, 60** e **61** considere este plano cartesiano e os pontos nele representados.



59. Responda em seu caderno.

a) Quais são as coordenadas dos pontos *A*, *B* e *C*? **59. a)** *A*(0,2); *B*(1,3) e *C*(4,3)

b) Quais pontos têm a mesma abscissa? **59. b)** *E* e *F*

c) Quais pontos têm a mesma ordenada? **59. c)** *A* e *E*; *B* e *C*

d) Qual ponto corresponde ao par ordenado (3, 4)? **59. d)** *F*

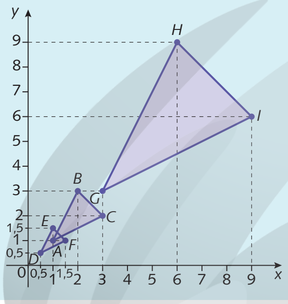
60. Um polígono tem vértices nos pontos *E*, *F* e *C*. Que polígono é esse? **60.** triângulo

61. Em seu caderno, represente um polígono que tenha como vértices 5 dos pontos indicados.
61. Exemplo de resposta em *Orientações*.

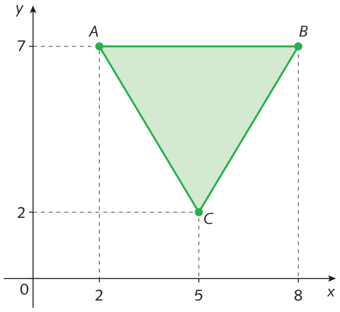
Ampliação e redução de figuras planas no plano cartesiano

Para reduzir um polígono representado no plano cartesiano, podemos dividir as coordenadas de cada vértice por um mesmo número e, para ampliá-lo, podemos multiplicar as coordenadas de cada vértice por um mesmo número. Esse número, em ambos os casos, deve ser maior que 1.

Observe uma redução e uma ampliação do triângulo *ABC*.



Para as **atividades 62** e **63**, considere este plano cartesiano e o triângulo *ABC* nele representado.



62. Quais serão as coordenadas dos vértices do triângulo quando: **62. a)** (4, 14), (16, 14) e (10, 4)

a) as coordenadas de cada vértice do triângulo *ABC* forem multiplicadas por 2?

b) as coordenadas de cada vértice do triângulo *ABC* forem divididas por 2?
62. b) $\left(1, \frac{7}{2}\right)$, $\left(4, \frac{7}{2}\right)$ e $\left(\frac{5}{2}, 1\right)$

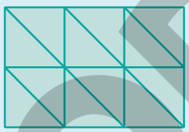
63. Em seu caderno, desenhe no mesmo plano cartesiano, a ampliação e a redução do triângulo *ABC*, indicadas na atividade anterior.
63. Resposta em *Orientações*.

Para o capítulo 10: Grandezas e medidas

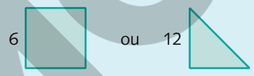
Grandeza área

Unidades de medida de área

Observe a seguinte figura:



A medida da área dessa figura pode ser expressa utilizando diferentes unidades. Por exemplo:



No Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade-padrão de medida de área é o **metro quadrado** (**m²**). O metro quadrado corresponde à medida da área de um quadrado cujos lados medem 1 metro de comprimento.

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

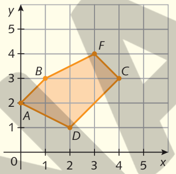
Grandeza área

Com base na medição da área de uma figura dada usando duas unidades de medida de área diferentes e na revisão dos cálculos das medidas das áreas de um retângulo, de um quadrado e de um triângulo retângulo, retomamos noções básicas relacionadas à medida da área de figuras.

Plano cartesiano

- A **atividade 59** trabalha a identificação e a escrita das coordenadas de pontos marcados em um plano cartesiano. Se os estudantes tiverem dificuldade, relembre que o par ordenado é dado pelas coordenadas *x* e *y*, nessa ordem, sendo *x* a abscissa e *y* a ordenada.
- Nas **atividades 60** e **61**, os estudantes terão que identificar e representar polígonos no plano cartesiano. Se possível, leve papel quadriculado para que façam seu plano cartesiano e a representação da **atividade 61**.

Exemplo de resposta da **atividade 61**.

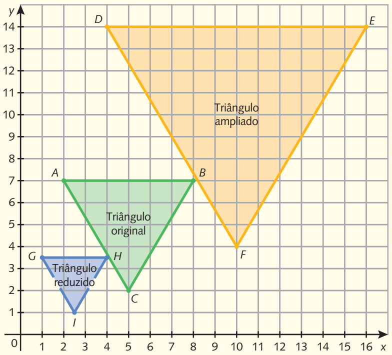


Ampliação e redução de figuras planas no plano cartesiano

Retoma-se a ideia de ampliação e redução de polígonos com foco na relação entre as coordenadas cartesianas do polígono original e da redução (e/ou ampliação) desse polígono.

- Ao resolver as **atividades 62** e **63**, os estudantes devem reconhecer o que ocorre com as coordenadas dos vértices do polígono original a cada transformação indicada, além de fazer a representação desses polígonos no plano cartesiano. Oriente-os, explicando que as ampliações e as reduções não devem apresentar distorções na forma quando comparadas à figura inicial. Caso isso ocorra, auxilie-os a identificar o equívoco: pode estar na identificação das novas coordenadas ou na representação dos novos vértices no plano cartesiano.

Resposta da **atividade 63**.



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

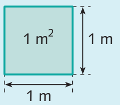
- Na **atividade 64**, espera-se que os estudantes notem que a medida da área depende da unidade considerada. Além disso, é fundamental que observem que, se uma unidade de medida equivale à metade da outra, a medida da área com a unidade menor será o dobro da medida da área obtida com a unidade maior.
- Na **atividade 65**, os estudantes devem calcular as medidas das áreas dos polígonos apresentados. Em caso de dúvidas, junto com a turma, classifique a figura de cada item e relembre como pode ser calculada sua medida de área.

Grandeza volume

De maneira similar à revisão feita com a grandeza área, relembramos como usar uma unidade de medida para medir volume e como calcular a medida de volume de um paralelepípedo reto-retângulo, retomando aspectos básicos dessa grandeza.

- Na **atividade 66**, os estudantes devem fazer a contagem dos cubinhos para determinar a medida do volume de cada paralelepípedo. Se necessário, esclareça que existem cubinhos não visíveis que devem ser considerados na contagem. Essa atividade auxilia-os a compreender a ideia de medida de volume antes de utilizar fórmulas.

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA



1 metro quadrado

Medida da área de um retângulo

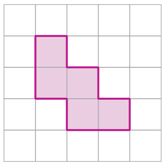
A **medida da área de um retângulo** é o produto das medidas de comprimento da base e da altura.

O quadrado é um caso particular de retângulo cujos lados têm a mesma medida de comprimento. Portanto, calculamos a **medida da área de um quadrado** da mesma maneira que calculamos a medida da área de um retângulo.

Medida da área de um triângulo retângulo

A **medida da área de um triângulo retângulo** é a metade do produto das medidas de comprimento da base e da altura.

64. Observe a figura:

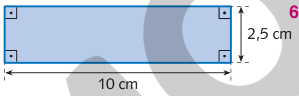


a) Qual é a medida da área da figura considerando o □ como unidade? **64. a)** 5 □

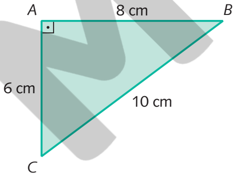
b) Qual é a medida da área da figura considerando o ◸ como unidade? **64. b)** 10 ◸

65. Em seu caderno, calcule a medida da área das seguintes figuras.

a) **65. a)** 25 cm²



b) **65. b)** 24 cm²

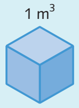


Grandeza volume

Unidade de medida de volume

Para calcular a medida do volume de um objeto, devemos considerar uma unidade de medida de volume e contar quantas vezes essa unidade cabe em seu interior.

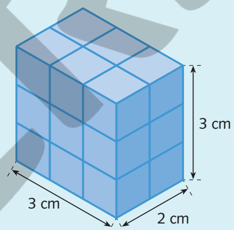
No Sistema Internacional de Unidades, a unidade-padrão de medida de volume é o **metro cúbico** (**m³**), que corresponde ao espaço ocupado por um cubo cujas arestas medem 1 metro de comprimento.



1 metro cúbico

Medida do volume de um paralelepípedo reto-retângulo

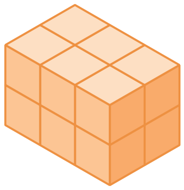
A **medida do volume de um paralelepípedo** é igual ao produto das medidas do comprimento, da largura e da altura.



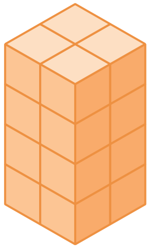
$$V_{\text{paralelepípedo}} = (3 \cdot 2 \cdot 3)\ \text{cm}^3 = 18\ \text{cm}^3$$

66. Considerando o ⬡ como unidade de medida de volume, determine a medida do volume dos blocos abaixo.

a) **66. a)** 12 ⬡



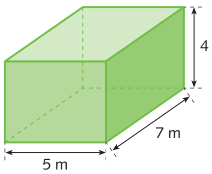
b) **66. b)** 16 ⬡



Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

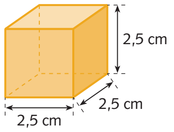
67. Calcule a medida do volume dos seguintes paralelepípedos reto-retângulos:

a)



67. a) $140\ m^3$

b)



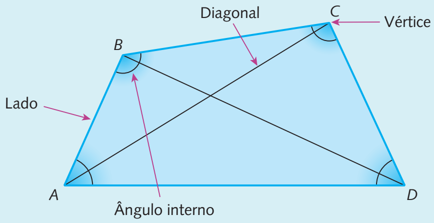
67. b) $15{,}625\ cm^3$

Para o capítulo 11: Figuras geométricas planas

Polígonos

Uma linha poligonal fechada simples com sua região interna forma uma figura geométrica plana chamada de **polígono**.

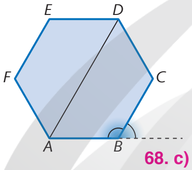
Elementos de um polígono



Classificação dos polígonos

Os polígonos recebem o nome de acordo com o número de lados ou ângulos internos.

68. Observe o seguinte polígono:



68. c) ângulo interno

Escreva em seu caderno os elementos desse polígono indicados em cada item.

a) C e F **68. a)** vértices

b) $\overline{AB}$ e $\overline{ED}$ **68. b)** lados

c) $A\hat{B}C$

d) $\overline{FC}$ e $\overline{FB}$

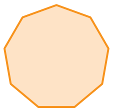
68. d) diagonais

69. a) eneágono **69. c)** pentágono

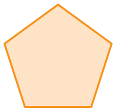
69. b) decágono **69. d)** hexágono

69. Dê o nome dos polígonos abaixo de acordo com sua quantidade de lados.

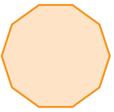
a)



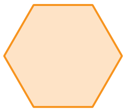
c)



b)



d)

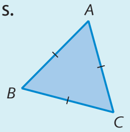


Triângulos

De acordo com a medida de comprimento dos lados, os triângulos podem ser classificados em equilátero, escaleno ou isósceles.

Triângulo equilátero

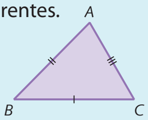
Os três lados têm medidas de comprimento iguais.



$AB = BC = CA$

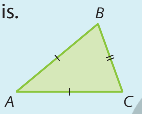
Triângulo escaleno

Os três lados têm medidas de comprimento diferentes.



Triângulo isósceles

Dois lados têm medidas de comprimento iguais.

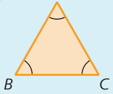


$AB = AC$

De acordo com a medida da abertura de seus ângulos internos, os triângulos podem ser classificados em acutângulo, obtusângulo ou retângulo.

Triângulo acutângulo

Os três ângulos internos são agudos.



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

- Na **atividade 67**, os estudantes devem calcular as medidas de volume de paralelepípedos. Caso escrevam o número sem a unidade de medida de volume, reforce a importância desse registro e como uma unidade é específica para a grandeza.

Polígonos

Na revisão sobre polígonos, oriente os estudantes a ter maior atenção com os elementos de um polígono indicados na figura e, se achar necessário, represente cada elemento separadamente na lousa para dar ainda mais destaque.

- A **atividade 68** trabalha a identificação dos elementos de um polígono. Se considerar necessário, apresente outros polígonos para esclarecer eventuais dúvidas sobre esses elementos.
- Na **atividade 69**, os estudantes devem nomear os polígonos de acordo com o número de lados. Caso apresentem dificuldade, na lousa, apresente um quadro relacionando o número de lados de alguns polígonos com o radical de sua classificação. Por exemplo, o radical “hepta” para o polígono de 7 lados.

Triângulos

Nesta revisão serão retomadas as classificações de triângulos em relação às medidas de comprimento dos lados e em relação às medidas de abertura dos ângulos internos.

- Nas **atividades 70** e **71**, espera-se que os estudantes classifiquem os triângulos em relação às medidas de comprimento dos lados e em relação às medidas de abertura dos ângulos. Se eles tiverem dificuldade na **atividade 70**, sugira-lhes que escrevam a classificação de cada um dos triângulos para que fique mais claro quais frases são verdadeiras ou não.

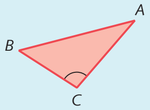
Probabilidade e estatística

A revisão destes assuntos trata da noção de probabilidade por meio da relação com a chance de algo acontecer. Além disso, alguns aspectos da estatística são retomados.

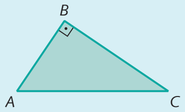
- Na **atividade 72**, os estudantes devem calcular a probabilidade de alguns resultados ocorrerem. Se eles tiverem dificuldade na resolução, destaque que todas as faces de um "dado honesto" têm a mesma chance de sair e, seguindo as indicações da turma, anote os resultados possíveis e os resultados que satisfazem a condição de cada item.
- A **atividade 73** leva os estudantes a pesquisar gráficos em jornais para verificar o tema e a fonte e interpretá-los. Se achar conveniente, você ou a turma pode definir um tema ou uma fonte para a pesquisa dos gráficos.

Ao final da atividade, oriente os estudantes a compartilhar os gráficos e as respostas com um colega para que um auxilie na correção do outro.

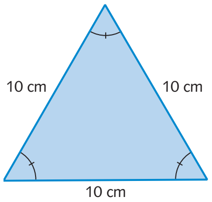
Triângulo obtusângulo
Um ângulo interno é obtuso e dois ângulos internos são agudos.

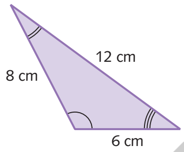


Triângulo retângulo
Um ângulo interno é reto e dois ângulos internos são agudos.



70. Observe os triângulos seguintes:





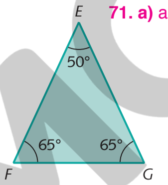
70. Afirmações dos itens **c** e **d**.

Quais afirmações são verdadeiras?

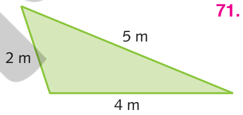
a) Um triângulo é retângulo e o outro é obtusângulo.
b) Os dois triângulos são isósceles.
c) Um triângulo é equilátero e o outro é escaleno.
d) Um triângulo é obtusângulo e o outro acutângulo.

71. Classifique cada triângulo com base nas medidas apresentadas.

a) 71. a) acutângulo

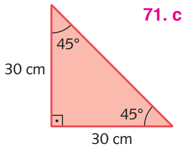


b) 71. b) escaleno



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

c) 71. c) retângulo e isósceles



Para o capítulo 12: Probabilidade e estatística

Probabilidade

A probabilidade é a medida da chance de um resultado ocorrer.

- A **probabilidade** pode ser indicada por uma fração, por um número na forma decimal ou por uma porcentagem.
- A probabilidade é um número que varia de 0 a 1.
- O cálculo da probabilidade é feito para resultados de experimentos aleatórios.

Estatística

A Estatística é o ramo da Matemática que envolve a coleta e a organização de dados referentes a diversos fenômenos, para depois analisá-los e interpretá-los. As tabelas e os gráficos que encontramos nos meios de comunicação, como jornais e revistas, resultam do processo estatístico, que, em geral, é realizado em várias etapas, como:

1. planejamento e coleta dos dados;
2. organização dos dados;
3. exposição dos dados em tabelas e/ou gráficos e conclusões.

72. Um "dado honesto" de 6 faces numeradas de 1 a 6 foi lançado. Responda: 72. a) $\frac{1}{2}$

a) Qual é a probabilidade de sair um número par?
b) Qual é a probabilidade de sair um número primo? 72. b) $\frac{1}{2}$
c) Qual é a probabilidade de sair um número menor ou igual a 2? 72. c) $\frac{1}{3}$

73. Procure em jornais (impressos ou *sites*) um ou mais gráficos e escreva em seu caderno:

a) o(s) tema(s) desse(s) gráfico(s);
b) a(s) fonte(s) desse(s) gráfico(s);
c) o que podemos afirmar a partir desse(s) gráfico(s).

73. Comentário em *Orientações*.

SAÚDE

Unidade 1

HURST PHOTO/SHUTTERSTOCK

Podem ser armazenados entre **20 °C e 25 °C** (medida de temperatura ambiente).

CACIO MURILO/SHUTTERSTOCK

Podem ser armazenados entre **3 °C e 5 °C** (refrigerados).

AHANOV MICHAEL/SHUTTERSTOCK

Podem ser armazenados entre **–20 °C e –18 °C** (congelados).

Para manter uma alimentação saudável, além de fazer boas escolhas, é preciso armazenar e conservar adequadamente os alimentos. Você sabia que existe uma medida de temperatura correta de armazenamento para cada tipo de alimento? Qual é o significado das medidas de temperatura –20 °C e –18 °C? Ao final desta Unidade, você responderá a essas e outras questões.

Na seção *É hora de extrapolar*, os estudantes realizarão uma pesquisa sobre os hábitos de uma alimentação saudável e construirão cartazes informativos. Realizarão também uma pesquisa e uma análise da conservação dos alimentos. Por fim, farão uma campanha pela promoção de alimentos saudáveis.

(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

Abertura da Unidade

BNCC:

- Competência geral 9 (a descrição está na página VI).
- Competências específicas 3 e 8 (as descrições estão na página VII).
- Habilidade EF07MA06.

Tema contemporâneo transversal:

SAÚDE

Objetivos:

- Motivar a turma a estudar os conteúdos da Unidade 1.
- Levantar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre os números inteiros.
- Verificar se os estudantes reconhecem a necessidade de conservar os alimentos a uma medida de temperatura adequada.

Pergunte aos estudantes se eles procuram ter uma alimentação saudável. Reserve um tempo para ouvir as experiências deles. Se for pertinente, aproveite para abordar a pirâmide alimentar, lembrando a importância dos grupos alimentares. Aproveite para questioná-los se os alimentos estão sendo conservados corretamente em suas casas e explique que, além da medida de temperatura, cada alimento tem seu período de validade para ser armazenado e consumido.

Pergunte aos estudantes qual é o significado do sinal de menos em –18 °C e em –20 °C. Reserve um tempo para ouvi-los. Espera-se que alguns deles respondam que o sinal de menos indica que essas medidas são menores do que zero.

O contexto da abertura promove a relação entre as Unidades temáticas *Números* e *Grandezas e medidas*, o que favorece o desenvolvimento da competência específica **3**. A conversa proposta promove a interação entre os estudantes, de forma a respeitar o modo de pensar dos colegas e a aprender com eles, possibilitando o desenvolvimento da competência geral **9** e da competência específica **8**.

No **capítulo 1**, serão estudados os números inteiros e as operações envolvendo esses números. No **capítulo 2**, será retomado o estudo dos conceitos de múltiplos e divisores. Por fim, no **capítulo 3**, será feito o estudo de retas, ângulos e relações entre as medidas das aberturas dos ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

CAPÍTULO 1 – NÚMEROS INTEIROS

Trocando ideias

BNCC:

- Competência geral 9 (a descrição está na página VI).
- Competência específica 8 (a descrição está na página VII).

Objetivos:

- Levantar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre os números negativos.
- Discutir sobre o aquecimento global.

Tema contemporâneo transversal:

Forme uma roda de conversa com os estudantes para falar sobre a onda de frio extrema que atingiu o Brasil em julho de 2021. Se achar oportuno, antecipe a leitura do texto da seção *Lendo e aprendendo* do capítulo 5. Depois, peça a eles que conversem sobre as questões propostas no primeiro item. Após deixá-los trocar ideias, comente que entre as principais atividades humanas que causam aquecimento global estão a queima de combustíveis fósseis (derivados de petróleo, carvão mineral e gás natural) para a geração de energia, atividades industriais, transportes, agropecuária, descarte de resíduos sólidos (lixo) e desmatamento. Enfatize que todas essas atividades emitem grande quantidade de $C0_2$ e de gases formadores do efeito estufa. Diga também que o aquecimento global pode ser combatido diminuindo o desmatamento, incentivando o uso de fontes de energias renováveis e a reciclagem, investindo no reflorestamento e na conservação de áreas naturais etc.

Após essa conversa inicial, peça a eles que observem a medida de temperatura indicada no termômetro da foto e respondam às questões do segundo item. Tais questões permitem verificar se os estudantes reconhecem que os números negativos são menores do que zero e como são registrados. Você pode ampliar a proposta e apresentar outras situações em que números negativos estão presentes e discutir com a turma os diferentes significados/ideias.

A competência geral **9** e a competência específica **8** têm seu desenvolvimento favorecido neste *Trocando ideias*, uma vez que o diálogo e a interação entre os estudantes são incentivados. Além disso, esta roda de conversa também será responsável por estimular o convívio social republicano no âmbito escolar.

Capítulo 1

Números inteiros

Trocando ideias

Em julho de 2021, uma massa de ar frio de origem polar fez com que parte do país registrasse medidas de temperatura extremamente baixas. Segundo especialistas, esse frio extremo tem relação com o aquecimento global.

Aquecimento global: É o aumento da medida da temperatura média dos oceanos e da camada de ar próxima à superfície da Terra que pode ser consequência de causas naturais e de atividades humanas.

LUCIANO QUEIROZ/PULSAR IMAGENS

Urupema (SC). Foto de 30 de julho de 2021.

- Quais são as principais atividades humanas que causam o aquecimento global? O que podemos fazer para combater o aquecimento global?
- A medida da temperatura registrada em Urupema (SC) no dia 30 de julho de 2021 é maior ou menor do que 0 °C? Como você sabe?

Muitas medidas ou contagens que fazemos são representadas por **números negativos**. Eles costumam aparecer, por exemplo, em medidas de temperatura, dados de extrato bancário e saldos de gols.

Neste capítulo, você estudará um novo conjunto numérico: o **conjunto dos números inteiros**.

Extrato bancário: É um relatório que contém informações sobre a movimentação e o saldo de uma conta bancária.

Trocando ideias: primeiro item: comentário em *Orientações*; segundo item: menor. Espera-se que os estudantes respondam que sabem que é menor por causa da presença do sinal de –.

1 Os números inteiros

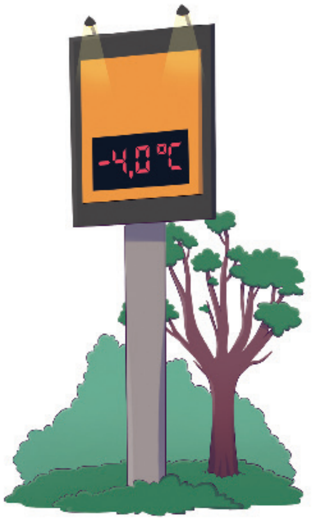
Os números estão presentes em diferentes situações do nosso cotidiano, como será possível notar a seguir.

Leia este texto.

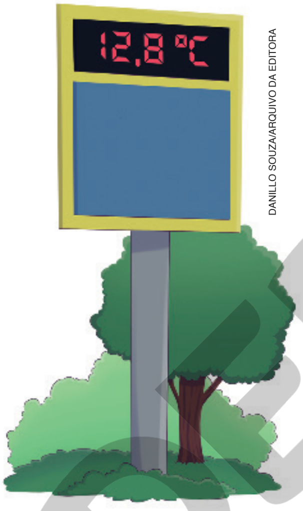
O dia 30 de julho foi um dos mais frios de 2021. Segundo o Instituto Nacional de Meteorologia (InMet), a região Sul foi a que registrou medidas de temperatura mais baixas; a cidade de General Carneiro, no Paraná, chegou a bater –7,3 °C e Vacaria, no Rio Grande do Sul, –4 °C. Já na região Norte, as medidas de temperatura se mostraram mais elevadas, como 12,8 °C em Rio Branco (capital do Acre).

Dados obtidos em: https://portal.inmet.gov.br/noticias/previs%C3%A3o-de-frio-intenso-para-o-centro-sul-do-pa%C3%ADs. Acesso em: 9 maio 2022.

Medida da temperatura mínima registrada na cidade de General Carneiro (PR) no dia 30 de julho de 2021.



Medida da temperatura mínima registrada na cidade de Vacaria (RS) no dia 30 de julho de 2021.



Medida da temperatura mínima registrada na cidade de Rio Branco (AC) no dia 30 de julho de 2021.

DANILLO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

Observe que, para indicar a medida da temperatura nas cidades General Carneiro (PR) e Vacaria (RS) usamos o **sinal negativo** (–), mas para indicar a medida da temperatura em Rio Branco (AC), que foi positiva (acima de zero), não utilizamos nenhum sinal. Isso ocorre porque, na representação de valores positivos, o uso do sinal (+) junto do número é optativo, enquanto, na representação dos valores negativos, o uso do sinal (–) deve, obrigatoriamente, acompanhar o número a que se refere.

Para a representação do **número zero** (0), não usamos nenhum dos sinais, pois ele não é positivo nem negativo. O número zero serve como referência na classificação dos números em positivos ou negativos.

$$\underbrace{\ldots, -6, -5, -4, -3, -2, -1,}_{\text{números negativos}} \; 0, \; \underbrace{+1, +2, +3, +4, +5, +6, \ldots}_{\text{números positivos}}$$

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Os números inteiros

BNCC:

Habilidade EF07MA04.

Objetivos:

- Reconhecer os diferentes significados dos números inteiros.
- Representar números inteiros na reta numérica.
- Compreender os conceitos de módulo e de números opostos ou simétricos de número inteiro.

Justificativa

Inúmeras situações do cotidiano envolvem números inteiros, como medidas de temperatura, fuso horário, medidas de altitude, valores positivos e negativos em extratos bancários, saldo de gols em campeonatos, entre outras. Reconhecer os diferentes significados dos números inteiros contribui para a compreensão dessas situações.

Representar números inteiros na reta numérica, por sua vez, possibilita aos estudantes compreender que o conjunto dos números inteiros contém o conjunto dos números naturais e também oferece um recurso para que comparem números inteiros quaisquer: o menor deles é o que está localizado à esquerda do outro na reta numérica.

A compreensão dos conceitos de módulo e de números opostos será muito útil ao estudo das operações com números inteiros.

Mapeando conhecimentos

Faça perguntas para a turma sobre os números negativos e em que situações eles podem ser utilizados. Verifique se sabem representar os números negativos.

Para as aulas iniciais

Exiba para os estudantes imagens em que números negativos estejam presentes e incentive-os a verbalizar o significado desses números em cada imagem. Procure exibir imagens nas quais se observam medidas de temperatura negativas registradas em termômetros, extratos bancários, tabelas de campeonatos com saldo de gols etc.

Na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores*, retoma-se como representar números naturais na reta numérica. Faça essa revisão com os estudantes e explore com eles as **atividades** de **1** a **4**.

O tópico *Dados de extratos bancários* inicia a discussão sobre operações de adição e subtração com números inteiros, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF07MA04**.

Proponha aos estudantes que conversem sobre o significado de alguns termos utilizados nesses tipos de transações:

- saque: retirada de certa quantia da conta bancária;
- débito: quando se retira um valor da conta bancária, podendo ser uma transferência de valores para outra conta bancária, pagamento de faturas (água, energia elétrica etc.), pagamento de tarifas bancárias, entre outros;
- crédito: quando se deposita uma quantia na conta bancária, podendo ser um depósito em espécie na agência bancária, uma transferência entre contas, entre outros;
- saldo: diferença entre o total de créditos e o total de débitos lançados em uma conta bancária.

Comente com os estudantes que o saldo negativo ocorre quando o débito é maior que o crédito. Nesse caso, alguns bancos oferecem crédito ao cliente, porém, cobram por esse empréstimo um acréscimo chamado juro.

Agora, verifique a representação do conjunto de números abaixo.

$$\mathbb{Z} = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, ...\}$$

Esse conjunto é chamado de **conjunto dos números inteiros**, e é representado pelo símbolo $\mathbb{Z}$, originário da palavra *Zahl*, que em alemão significa "número".

As reticências são utilizadas para indicar que o conjunto dos números inteiros é infinito nos dois sentidos: no dos números positivos e no dos números negativos.

Os números 30, 2021 e –4 presentes no texto são exemplos de **números inteiros**.

Agora, acompanhe algumas outras situações em que os números negativos são utilizados.

Dados de extratos bancários

Observe a reprodução de um extrato bancário.

```
        MOVIMENTAÇÃO CONTA-CORRENTE
----------------FEVEREIRO/2022-----------------
DIA  HISTÓRICO        N.DOCTO          VALOR
15   SALDO ANTERIOR                  1661,00
18   TRANSF  CC/POUP  0081143          50,00-
     S A L D O ............          1611,00
20   PAGTO COBRANÇA   0000159         777,00-
     S A L D O ............           834,00
22   SAQUE OUTRA AG   1110299         441,00-
     S A L D O ............           393,00
25   GASTO C DÉBITO   0128257          28,00-

     SALDO TOTAL                      365,00
```

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA

Os valores negativos nos extratos bancários correspondem aos débitos e são representados com o sinal de menos à direita. Nesse exemplo, os débitos no extrato são: transferência de dinheiro (TRANSF) para outra conta, pagamento (PAGTO) de uma conta, saque e uso do cartão (GASTO C DÉBITO).

Esses valores são subtraídos do saldo da conta bancária, fazendo-o diminuir. Observe que, no dia 15, o saldo era de R$ 1 661,00 e, no dia 25, R$ 365,00.

A expressão "saldo negativo" é utilizada quando debitamos da conta um valor maior do que o saldo existente, ou seja, um valor maior do que aquele de que dispomos em conta.

Saldo de gols

Observe a seguir a classificação de alguns times no Campeonato Brasileiro de Futebol da série A em 2021.

Campeonato Brasileiro de Futebol da Série A – 2021					
Classificação	**Clube**	**Pontos**	**Gols marcados**	**Gols sofridos**	**Saldo de gols**
1º	Atlético Mineiro	84	67	34	33
2º	Flamengo	71	69	36	33
3º	Palmeiras	66	58	43	15
4º	Fortaleza	58	44	45	–1
17º	Grêmio	43	44	51	–7
18º	Bahia	43	42	51	–9
19º	Sport	38	24	37	–13
20º	Chapecoense	15	27	67	–40

Dados obtidos em: https://www.cbf.com.br/futebol-brasileiro/competicoes/campeonato-brasileiro-serie-a/2021. Acesso em: 9 maio 2022.

O número que representa o saldo de gols é obtido pela diferença entre o número de gols marcados e o número de gols sofridos de cada time. Observe que o saldo de gols de alguns times é negativo. Isso ocorre porque o número de gols marcados é menor que o número de gols sofridos.

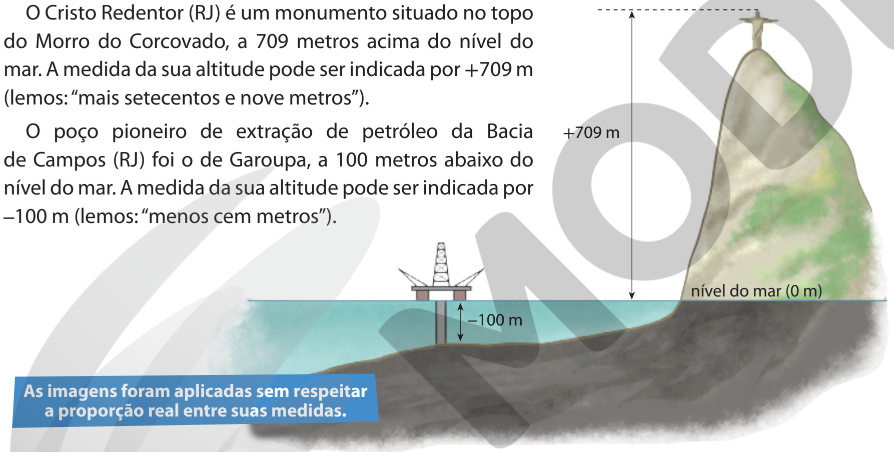
Medidas de altitude

Os números negativos também são usados para indicar medidas de altitude.

Nesse caso, o nível do mar é o ponto de referência, que indica zero metro; as medidas que correspondem a altitudes acima do nível do mar são indicadas por números positivos, e as medidas que correspondem a altitudes abaixo do nível do mar são indicadas por números negativos.

O Cristo Redentor (RJ) é um monumento situado no topo do Morro do Corcovado, a 709 metros acima do nível do mar. A medida da sua altitude pode ser indicada por +709 m (lemos: "mais setecentos e nove metros").

O poço pioneiro de extração de petróleo da Bacia de Campos (RJ) foi o de Garoupa, a 100 metros abaixo do nível do mar. A medida da sua altitude pode ser indicada por –100 m (lemos: "menos cem metros").



As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

ILUSTRAÇÃO: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Pergunte aos estudantes como pode ser feito o desempate, caso dois ou mais times estejam com o mesmo número de pontos na tabela de determinado campeonato de futebol.

Sugestão de atividade extra

Explore curiosidades referentes a situações envolvendo medidas de altitude e profundidade. Peça aos estudantes que realizem uma pesquisa, em livros ou *sites* especializados, de modo a responder a perguntas como: "Quais problemas um ser humano pode enfrentar se estiver a uma medida de altitude superior a 3000 metros? E a 200 metros de medida de profundidade?"; "Qual seria o limite seguro para a prática de mergulho?".

- Para as **atividades 5** e **6**, é conveniente discutir e sanar eventuais dúvidas que ainda existam sobre o significado de palavras como “saldo”, “saque”, “depósito”, ”extrato”, ”lucro”, entre outras, estimulando a compreensão de expressões usadas em situações diárias.
- Os estudantes podem apresentar dificuldades durante a interpretação e a resolução da **atividade 8**. Uma sugestão para sanar eventuais dúvidas é solicitar que façam o esboço de um termômetro e sua graduação. A visualização das graduações das medidas de temperatura no termômetro auxiliará na contagem das unidades entre –2 °C e –8 °C.

6. Exemplo de resposta: “Carlos olhou o extrato de sua conta e descobriu que estava com saldo negativo de 53 reais. Quanto ele tem de depositar para ficar com saldo zero na conta?” (Resposta: 53 reais.)

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1 Observe os números a seguir e responda:

+7 –3 +4 +18 +76

–9 0 +25 –36

a) Quais deles são positivos? **1. a)** +7, +4, +18, +76, +25

b) Quais são negativos? **1. b)** –3, –9, –36

c) O número zero é positivo ou negativo?
1. c) Não é positivo nem negativo.

2 Represente, com números inteiros, cada uma das situações a seguir.

a) Débito de R$ 3 000,00. **2. a)** –R$ 3 000,00

b) Lucro de R$ 1 200,00. **2. b)** +R$ 1 200,00

c) Elevação de 2 300 m. **2. c)** +2 300 m

d) Depressão de 500 m. **2. d)** –500 m

3 Letícia pegou o elevador no 3º subsolo e subiu até o 10º andar. Quantos andares ela percorreu? **3.** 13 andares

4. 35, 19, 0, 8, –3, 1, –7, –14, –19 e –20

4 Observe a classificação das seleções da América do Sul nas eliminatórias para a Copa do Mundo da Fifa 2022 e escreva no caderno os números inteiros que representam o saldo de gols de cada seleção.

Eliminatórias da Copa do Mundo da Fifa 2022

Seleção	Gols marcados	Gols sofridos
1º Brasil	40	5
2º Argentina	27	8
3º Uruguai	22	22
4º Equador	27	19
5º Peru	19	22
6º Colômbia	20	19
7º Chile	19	26
8º Paraguai	12	26
9º Bolívia	23	42
10º Venezuela	14	34

Dados obtidos em: https://www.fifa.com/fifaplus/es/match-centre/competition/520?tab=competitionStandings&prev=competition. Acesso em: 1º ago. 2022.

5 Em 20/1, o saldo da conta bancária de Roberta era R$ 1 560,00. Nos três dias seguintes, ela efetuou estas operações financeiras: **5.** Resposta em *Orientações*.

- em 21/1 ⟶ retirou a metade do saldo;
- em 22/1 ⟶ depositou R$ 180,00;
- em 23/1 ⟶ retirou R$ 300,00.

Copie no caderno o quadro abaixo substituindo cada ■ de acordo com as operações financeiras efetuadas.

MODELO

Dia	Saldo anterior	Crédito	Débito	Saldo
21/1	■	■	■	■
22/1	■	■	■	■
23/1	■	■	■	■

6 Crie um problema que contenha as palavras “extrato” e “saldo negativo”. Em seguida, troque-o com o de um colega e resolva o problema que ele criou. Por fim, conversem sobre os resultados obtidos.

7 Em um dia de muito frio na cidade de São Joaquim (SC), a medida da temperatura esteve em –1 °C. À noite, ela chegou a –6 °C. Do dia para a noite, a medida da temperatura diminuiu quantos graus Celsius? **7.** 5 °C


CESAR DINIZ/PULSAR IMAGENS

Neve sobre rodovia em São Joaquim (SC). Foto de 2021.

8 Certo dia, Emília viajou de Berlim (Alemanha) para Berna (Suíça). Quando saiu de Berlim, a medida da temperatura era de –2 °C e, ao chegar a Berna, a medida da temperatura era de –8 °C. Em que cidade a medida da temperatura era menor: Berlim ou Berna?
8. Berna

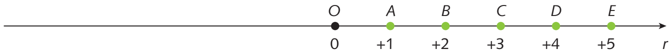
- Resposta da **atividade 5**:

Dia	Saldo anterior	Crédito	Débito	Saldo
21/1	R$ 1 560,00		R$ 780,00	R$ 780,00
22/1	R$ 780,00	R$ 180,00		R$ 960,00
23/1	R$ 960,00		R$ 300,00	R$ 660,00

Representação dos números inteiros na reta numérica

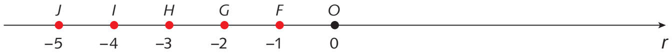
Podemos representar os números inteiros em uma reta numérica. Para isso, traçamos uma reta *r* e sobre ela marcamos o ponto *O*, chamado **origem**, que corresponde ao número zero.

Usando a mesma unidade de medida de comprimento, assinalamos pontos consecutivos à direita da origem e, para cada ponto, fazemos corresponder um **número inteiro positivo**.

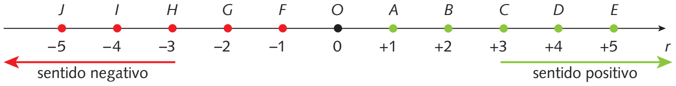


Repetimos esse procedimento para representar pontos situados à esquerda da origem, aos quais fazemos corresponder os **números inteiros negativos**.

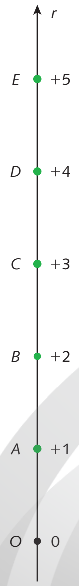
Observe:



Podemos reunir em uma só reta numérica os números inteiros positivos e negativos.



Dessa forma, estabelecemos uma correspondência entre os números inteiros e os pontos marcados na reta.



Balão de fala: Espera-se que os estudantes percebam que, repetindo o procedimento, representaríamos os pontos situados abaixo da origem na reta *r* e associaríamos a eles os números inteiros negativos.

Observações

1. A reta numérica não precisa ser representada necessariamente na posição horizontal.
2. Cada número inteiro está associado a um único ponto da reta numérica, mas nem todo ponto da reta numérica está associado a um número inteiro.

Representação dos números inteiros na reta numérica

Pode-se enriquecer o conteúdo expondo que um ponto associado a um número inteiro na reta também é chamado de **imagem geométrica**. Por exemplo, na reta numérica apresentada no texto, o ponto *A* é a imagem geométrica de +1, assim como *H* é a imagem geométrica de −3. Podemos dizer ainda que +1 é a abscissa do ponto *A* e que −3 é a abscissa do ponto *H*.

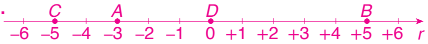
Comente com os estudantes que os pontos da reta numérica que não estão associados a um número inteiro estão associados a outros números. Esses números pertencem a conjuntos numéricos que serão estudados mais adiante.

- As **atividades 10** e **11** têm o objetivo de estimular os estudantes a fazer a conversão do registro em linguagem materna para o registro gráfico. O caminho inverso também pode ser estimulado. Para isso, proponha a eles que desenvolvam algum tipo de descrição para os números localizados na reta numérica. Por exemplo, represente em uma reta numérica os pontos correspondentes aos números inteiros 10, 11, 12, 13, ..., 19 e 20 e, em seguida, proponha que escrevam no caderno uma frase associada a essa representação. Nesse caso, um exemplo de resposta seria: "Números inteiros maiores que 9 e menores ou iguais a 20".
- A **atividade 13** envolve leitura e interpretação de um gráfico de barras verticais. Os gráficos auxiliam no tratamento de informações e estão presentes no cotidiano dos estudantes. Por esse motivo, saber lê-los e interpretá-los contribui para a formação deles como cidadãos. Auxilie na identificação do que representam os dados do eixo horizontal e do eixo vertical e o significado das barras com valores negativos. Espera-se que os estudantes verifiquem que essas barras representam os meses em que a empresa obteve prejuízo. Você também pode solicitar que identifiquem o mês em que a microempresa teve maior lucro ou maior prejuízo.

Módulo de um número inteiro

Faça a leitura coletiva do texto com a turma e, se julgar necessário, apresente mais exemplos. Considere antecipar a realização de alguns itens da **atividade 16**.

10.

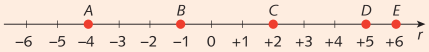


GUILHERME CASAGRANDI/ ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

9 Observe a reta numérica e responda às questões.



a) Que número corresponde ao ponto *B*? **9. a)** –1

b) Qual é o ponto correspondente ao número –4? **9. b)** ponto *A*

c) Qual é o ponto correspondente ao número +5? **9. c)** ponto *D*

d) Qual é o ponto que corresponde ao número +2? **9. d)** ponto *C*

e) O ponto *E* corresponde a que número? **9. e)** +6

10 Em seu caderno, trace uma reta numérica e represente nela os pontos indicados em cada item.

a) *A*, que corresponde a –3;

b) *C*, que corresponde a –5;

c) *B*, que corresponde a +5;

d) *D*, que corresponde a 0.

11 Em seu caderno, trace uma reta numérica e represente nela os números inteiros maiores ou iguais a –2 e menores que 5.

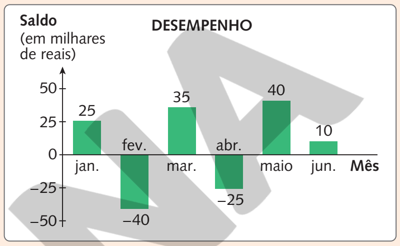
11.

GUILHERME CASAGRANDI/ ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

12 Um ponto é deslocado, a partir do zero, seis unidades sobre uma reta numérica no sentido positivo e, em seguida, 10 unidades no sentido negativo. Determine o número inteiro correspondente ao ponto após esse percurso. **12.** –4

13 O gráfico a seguir representa o desempenho de uma microempresa durante o 1º semestre de 2023.



Dados obtidos pela microempresa no 1º semestre de 2023.

13. a) fevereiro

a) Em que mês o prejuízo foi de 40 mil reais?

b) Qual foi o saldo do mês de março? **13. b)** 35 mil reais

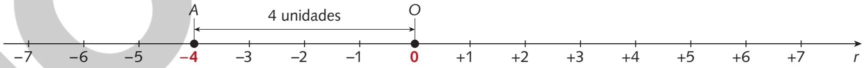
c) Durante esses seis meses, a microempresa teve lucro ou prejuízo? De quanto? **13. c)** lucro; 45 mil reais

Módulo de um número inteiro

A medida da distância de um ponto na reta numérica até a origem *O* é chamada de **módulo** ou **valor absoluto** do número associado a esse ponto. Representamos o módulo de um número colocando-o entre duas barras verticais: | |.

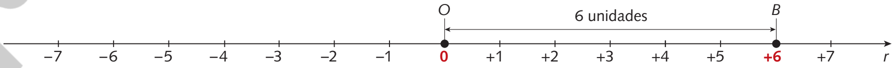
Observe os exemplos abaixo.

a) A medida da distância do ponto *A* à origem *O* é 4 unidades.



O módulo de –4 é 4. Indicamos: |–4| = 4 (lemos: "módulo de menos quatro é igual a quatro")

b) A medida da distância do ponto *B* à origem *O* é 6 unidades.



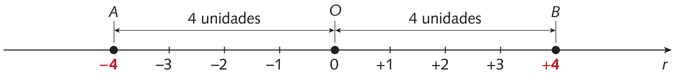
O módulo de +6 é 6. Indicamos: |+6| = 6 (lemos: "módulo de mais seis é igual a seis")

Balão de fala: Espera-se que os estudantes percebam que como o ponto de origem corresponde ao próprio número zero, então a medida da distância entre eles será zero. Logo, |0| = 0.

DANILLO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

Números opostos ou simétricos

Observe os pontos *A* e *B* localizados na reta numérica, que representam os números –4 e 4, respectivamente.



GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

A medida da distância do ponto *A* até a origem é de 4 unidades, assim como a medida da distância do ponto *B* até a origem é de 4 unidades. Os pontos *A* e *B* estão à **mesma medida de distância** da origem, porém situados em **lados opostos** da reta numérica (em relação ao zero). Por isso, podemos dizer que –4 e 4 são **números opostos** ou **simétricos**.

Observe outros exemplos abaixo.

a) 15 é o oposto ou simétrico de –15, pois 15 = –(–15).

b) –17 é o oposto ou simétrico de 17, pois –17 = –(+17).

c) 10 é o oposto ou simétrico de –10, pois 10 = –(–10).

d) –1 000 é o oposto ou simétrico de +1 000, pois –1 000 = –(+1 000).

Atividades

Faça as atividades no caderno.

14 Determine:

a) o oposto de –6; 14. a) +6

b) o oposto de 100; 14. b) –100

c) o oposto de –7; 14. c) +7

d) o oposto de 8. 14. d) –8

15 Escreva no caderno o valor absoluto de:

a) +13 15. a) 13

b) +50 15. b) 50

c) –21 15. c) 21

d) –116 15. d) 116

16 Determine.

a) |–16| 16. a) 16

b) |–20| 16. b) 20

c) |+35| 16. c) 35

d) |–1| 16. d) 1

e) |0| 16. e) 0

f) |–14| 16. f) 14

g) |+239| 16. g) 239

h) |–524| 16. h) 524

17 Responda às questões.

a) Qual é o módulo de –13? 17. a) 13

b) Qual é o oposto de –318? 17. b) +318

c) Quais são os números inteiros que têm valor absoluto igual a 17? 17. c) +17 e –17

18 Quantos números inteiros apresentam:

a) módulo menor que zero? 18. a) nenhum

b) módulo igual a zero? 18. b) um número, o próprio zero

c) módulo maior que zero? 18. c) infinitos

19 No caderno, copie e complete a frase, tornando-a verdadeira.

O oposto de ▨ é menor que zero.

Que tipo de número pode ser usado para completar essa frase? Converse com o professor e os colegas.

19. Espera-se que os estudantes percebam que qualquer número inteiro positivo pode ser usado para completar a frase.

Números opostos ou simétricos

É importante que os estudantes compreendam que os números inteiros negativos podem ser conceituados pela ideia de simetria em relação aos números inteiros positivos na reta numérica. Por esse motivo, chamamos os números –4 e 4 de **números simétricos (ou opostos)**, pois o ponto *A* é simétrico ao ponto *B* em relação à origem da reta.

- Nas **atividades** de **14** a **19**, o uso da reta numérica pode auxiliar os estudantes na visualização do valor do módulo ou do simétrico de um número inteiro.

Se achar conveniente, desafie-os a resolver a **atividade 19** usando apenas o **raciocínio lógico-matemático** (indução, dedução, abdução ou raciocínio por analogia) e, em seguida, oriente-os a usar uma reta numérica para conferir o raciocínio e as respostas.

Comparação de números inteiros

BNCC:

Habilidade EF07MA03.

Objetivo:

Comparar e ordenar números inteiros.

Justificativa

A comparação e a ordenação de números inteiros estão presentes em diversas situações cotidianas, por exemplo, nas comparações de medidas de temperatura, de saldo de gols, de saldo em contas bancárias, entre outras. Além disso, esse é um objetivo importante para o desenvolvimento da habilidade **EF07MA03**.

Mapeando conhecimentos

Organize a turma em grupos e peça que comparem medidas de temperatura, saldo de gols, saldo de contas bancárias e/ou medidas de altitude. É importante que as medidas envolvam números inteiros positivos e negativos. Observe as estratégias que empregam ao fazer as comparações e as dificuldades apresentadas.

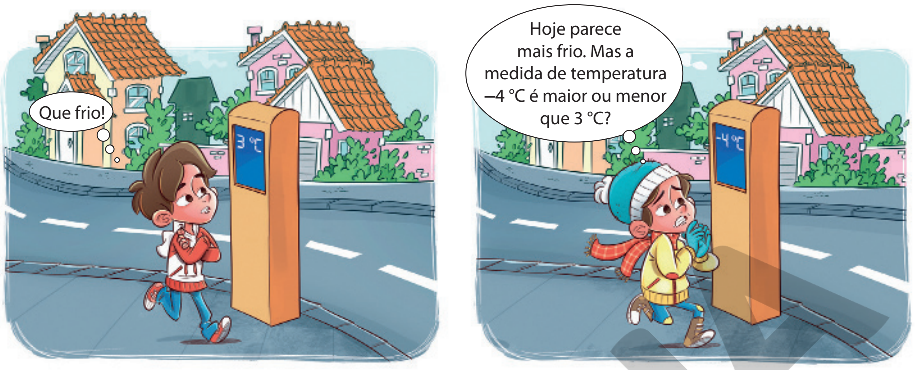
Para as aulas iniciais

Escreva na lousa alguns pares de números inteiros e peça aos estudantes que verifiquem qual é o maior número, utilizando a reta numérica como apoio. Explore números inteiros de sinais iguais ou diferentes e números que têm mesmo valor absoluto e sinais diferentes, como 5 e – 5.

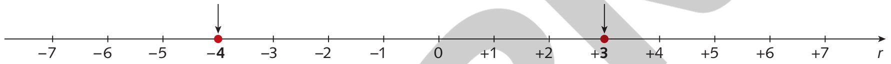
Para explorar o tópico *Comparação de números inteiros*, é interessante que o estudante já tenha se apropriado da compreensão da associação dos números com pontos da reta numérica. Em geral, os estudantes não apresentam dificuldades na comparação de números inteiros positivos, porém, na comparação de números negativos, é muito frequente que digam que, por exemplo, −6 é maior que −2. Isso ocorre por se aterem ao valor absoluto do número. Por esse motivo, devido ao apelo visual, é importante estimulá-los a recorrer, sempre que necessário, à representação da reta numérica ao fazer comparações entre esses tipos de números. Outro modo de auxiliar os estudantes na compreensão do conteúdo é utilizar como ferramenta o termômetro e propor os seguintes questionamentos: “Qual medida representa a temperatura mais quente, –1 °C ou –9 °C? E entre 0 °C ou –7 °C?”. Com esses exemplos, os estudantes perceberão que a **maior medida de temperatura** está representada pela medida cujo valor numérico tem o **menor módulo**.

2 Comparação de números inteiros

Ricardo olhou a medida da temperatura no termômetro em dois dias diferentes e teve uma dúvida:



Para responder à dúvida de Ricardo, precisamos determinar qual dos números é maior: –4 ou 3. Para compará-los, podemos utilizar a reta numérica, marcando os pontos associados a esses números.



O número –4 é menor que 3, pois o ponto que o representa está localizado à esquerda do que representa o 3 na reta numérica.

Indicamos: –4 < 3 (lemos: “menos quatro é menor que três”).

Considere os exemplos abaixo.

a) +3 é maior que 0, ou seja, 3 > 0 (lemos: "três é maior que zero");

b) –6 é menor que –1, ou seja, –6 < –1 (lemos: "menos seis é menor que menos um");

c) –5 é menor que 2, ou seja, –5 < 2 (lemos: "menos cinco é menor que dois");

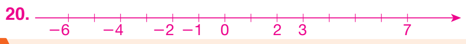
d) 0 é maior que –2, ou seja, 0 > –2 (lemos: "zero é maior que menos dois");

De modo geral, dados dois números inteiros quaisquer, o maior deles será aquele cujo ponto que o representa estiver à direita do ponto que representa o outro na reta numérica.

Observações

1. De maneira geral:
   - qualquer número negativo é menor que zero;
   - qualquer número positivo é maior que zero;
   - todo número positivo é maior que qualquer número negativo.
2. Dado um número inteiro qualquer representado por um ponto na reta numérica, o ponto “vizinho” à sua direita representa seu sucessor, e o ponto “vizinho” à sua esquerda representa seu antecessor.

(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

20 Represente os números abaixo em uma reta numérica:

–1, 3, –4, 7, 0, –2, –6, 2

Agora, responda às questões.

a) Qual é o maior desses números? **20. a)** 7

b) Qual é o menor desses números? **20. b)** –6

c) Qual é o número inteiro situado entre –4 e –2? **20. c)** –3

21 Escreva no caderno os números inteiros abaixo, em ordem decrescente, usando o sinal >. **21.** 7 > 6 > 3 > 0 > –1 > –4 > –8

–4, 7, –8, 3, –1, 0, 6

22 Usando os sinais > ou <, compare os seguintes pares de números inteiros:

a) +3 ■ +2 **22. a)** +3 > +2

b) –5 ■ –6 **22. b)** –5 > –6

c) –4 ■ +4 **22. c)** –4 < +4

d) 0 ■ –1 **22. d)** 0 > –1

e) +2 ■ 0 **22. e)** +2 > 0

f) –2 ■ –1 **22. f)** –2 < –1

g) –3 ■ –4 **22. g)** –3 > –4

h) 0 ■ –10 **22. h)** 0 > –10

23 Determine:

a) o número inteiro antecessor de –9; **23. a)** –10

b) o número inteiro sucessor de –14; **23. b)** –13

c) os três primeiros números inteiros menores que +1; **23. c)** 0, –1 e –2

d) o número inteiro sucessor de –13. **23. d)** –12

24 Imaginando que Pitágoras tenha nascido no ano 580 a.C. e Tales de Mileto, no ano 624 a.C., pergunta-se:

a) Quem nasceu primeiro? **24. a)** Tales de Mileto

b) Qual era a diferença entre as datas de nascimento desses dois homens?

24. b) 44 anos

Ilustração de Pitágoras, que foi um filósofo e matemático grego.

Ilustração de Tales, que foi um sábio da Grécia antiga.

ILUSTRAÇÕES: XAVI/ARQUIVO DA EDITORA

25 Responda às questões.

a) Qual é o maior número inteiro menor que –50? **25. a)** –51

b) Qual é o menor inteiro de três algarismos? **25. b)** –999

3 Adição com números inteiros

Acompanhe as situações a seguir.

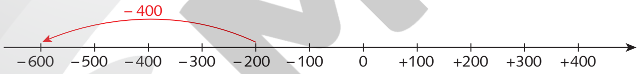
Situação 1

Ana está com alguns problemas financeiros. Mesmo com o saldo da conta bancária em R$ 200,00 negativos, ela fez uma retirada de R$ 400,00. Qual é o saldo da conta de Ana após a retirada?

Pelos dados do enunciado, temos:

- saldo inicial: –200
- retirada: –400

Observe a representação dessa operação na reta numérica:



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Dessa forma, temos: (–200) + (–400) = –600

Portanto, a conta de Ana ficou com R$ 600,00 de saldo negativo após a retirada.

• Na **atividade 24**, os estudantes terão que trabalhar com datas referentes a fatos ocorridos antes do nascimento de Cristo (a.C.). Em diversas situações do cotidiano, especialmente nas aulas de História, eles precisarão lidar com datas expressas dessa forma e estabelecer comparações entre elas. Comente que atualmente o calendário utilizado por nós é chamado de gregoriano e que ele adota o ano de nascimento de Cristo como ano 1. Os anos antes de Cristo são indicados por a.C., e os depois de Cristo por d.C. A representação gráfica pode auxiliar na compreensão desse tipo de atividade.

Adição com números inteiros

BNCC:

Habilidade EF07MA04.

Objetivo:

Calcular a adição entre números inteiros e compreender as propriedades dessa operação.

Justificativa

Calcular a adição entre números inteiros amplia os procedimentos de cálculo estudados para os números naturais e possibilita aos estudantes resolver e elaborar problemas que envolvam essa operação, o que favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA04**.

Mapeando conhecimentos

Proponha algumas adições envolvendo números inteiros na lousa e peça aos estudantes que as resolvam utilizando suas estratégias pessoais. Deixe-os à vontade para conversar e estabelecer conjecturas.

Para as aulas iniciais

Retome as mesmas adições da dinâmica inicial e mostre como podem ser resolvidas por meio de “deslocamentos” na reta numérica. Depois, proponha outras adições para que efetuem utilizando a reta numérica como apoio.

Revise as propriedades da adição com números naturais presentes na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores* e solicite que façam as **atividades** de **5** a **7**. Faça a correção dessas atividades coletivamente.

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

É recomendável, ao trabalhar adições com números inteiros, explorar a ideia de que, quando juntamos dois prejuízos, obtemos um prejuízo; quando juntamos dois lucros, obtemos um lucro; e, quando juntamos um prejuízo com um lucro, o resultado dependerá do valor absoluto de cada um. Incentive os estudantes a estimar resultados antecipando se o sinal da operação será positivo ou negativo. Trata-se de uma maneira de associar estimativas a técnicas de cálculo. Aproveite a oportunidade e converse sobre as vantagens de fazer previsões de resultados e o quanto isso é usado em situações do cotidiano.

Sugira aos estudantes que resolvam as operações mostradas nas situações dadas como exemplos com o auxílio da reta numérica.

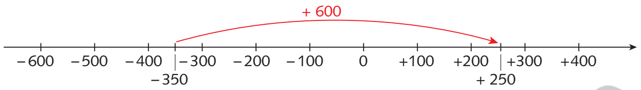
Situação 2

O saldo bancário da conta de Liana em 4 de outubro era R$ 350,00 negativos. No dia seguinte, ela fez um depósito de R$ 600,00 em sua conta bancária. Após esse depósito, com que saldo ficou a conta de Liana?

Pelos dados do enunciado, temos:

- saldo inicial: –350
- depósito: +600

Observe a representação dessa operação na reta numérica:



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Dessa forma, temos: (–350) + (+600) = +250

Portanto, a conta de Liana ficou com saldo de R$ 250,00 após o depósito.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Item:
a) positivos
b) negativos
c) Espera-se que os estudantes percebam que o resultado de uma adição em que uma das parcelas é zero será:
• positivo se a outra parcela for positiva;
• negativo se a outra parcela for negativa;
• zero se a outra parcela for igual a zero.
d) Os resultados podem ser positivos, negativos ou iguais a zero. Espera-se que os estudantes percebam que o sinal do resultado é o mesmo do número de maior módulo ou que, se um número é o oposto do outro, o resultado é igual a zero.

Reúna-se com 3 colegas. Cada um, em seu caderno, vai escrever quatro adições com números inteiros: uma com dois números positivos, uma com dois números negativos; uma com um número positivo e outro negativo; e outra em que um dos números é zero. Depois respondam as questões.

a) Os resultados das adições de números positivos foram positivos ou negativos?

b) E os resultados das adições de números negativos?

c) Os resultados das adições em que uma das parcelas é zero foram positivos ou negativos?

d) E os resultados das adições de um número positivo e um número negativo?

Propriedades da adição com números inteiros

Para a adição com números naturais, são válidas a propriedade comutativa, a propriedade associativa e a existência do elemento neutro. Essas propriedades, além da existência do elemento oposto, são válidas também para a adição com números inteiros.

Propriedade comutativa

Em uma adição com números inteiros, a ordem das parcelas não altera a soma. Observe os exemplos abaixo.

a) (–6) + (+5) = –1 e (+5) + (–6) = –1

b) (–19) + (–8) = –27 e (–8) + (–19) = –27

Propriedade associativa

Em uma adição com números inteiros com mais de duas parcelas, podemos associar essas parcelas de diferentes maneiras sem alterar a soma. Observe os exemplos abaixo.

a) $\underline{[(-3) + (+5)]} + (+4) = (+2) + (+4) = +6$

$(-3) + \underline{[(+5) + (+4)]} = (-3) + (+9) = +6$

b) $\underline{[(+31) + (-9)]} + (-23) = (+22) + (-23) = -1$

$(+31) + \underline{[(-9) + (-23)]} = (+31) + (-32) = -1$

Elemento neutro

Em uma adição com duas parcelas em que uma delas é zero, o resultado é igual à outra parcela. O zero é o elemento neutro da adição. Observe os exemplos abaixo.

a) (+6) + 0 = 0 + (+6) = +6

b) (–5) + 0 = 0 + (–5) = –5

Elemento oposto

Em uma adição em que as duas parcelas são números opostos, a soma é zero. Observe os exemplos abaixo.

a) (–7) + (+7) = 0

b) (+26) + (–26) = 0

Atividades

Faça as atividades no caderno.

26 Calcule.

a) (+5) + (+3) **26. a)** +8

b) (–7) + (–10) **26. b)** –17

c) 0 + (–8) **26. c)** –8

d) (+5) + (–20) **26. d)** –15

e) (–40) + (+13) **26. e)** –27

f) (–8) + (–17) **26. f)** –25

27 Uma pessoa tinha saldo positivo de R$ 600,00 em sua conta bancária. Sabendo que ela retirou R$ 1 000,00, o saldo passou a ser positivo ou negativo? Qual é o novo saldo da conta?

27. negativo; –R$ 400,00

Propriedades da adição com números inteiros

Explique aos estudantes que essas propriedades podem ser demonstradas matematicamente, mas que essas demonstrações não serão feitas neste momento.

• Na **atividade 32**, proponha aos estudantes que identifiquem, nos procedimentos apresentados por Rita, Maísa e Ilda, qual propriedade foi utilizada em cada resolução. Em seguida, chame a atenção deles para o fato de que conhecer as propriedades das operações pode facilitar e agilizar a realização dos cálculos de um problema.

28 Um avião está a uma medida de altitude de 8 000 m. Se ele subir 3 000 m e, em seguida, descer 4 500 m, qual será sua medida de altitude após a descida? **28.** 6 500 m

29 Nas quatro primeiras semanas de fevereiro, a empresa Gama apresentou o seguinte demonstrativo.

1ª semana	lucro	R$ 5 680,00
2ª semana	prejuízo	R$ 1 329,00
3ª semana	lucro	R$ 2 400,00
4ª semana	prejuízo	R$ 4 260,00

a) Qual foi o saldo final da empresa no período considerado? **29. a)** R$ 2 491,00

b) Devemos representar o saldo por um número positivo ou negativo? **29. b)** positivo

30 Elabore um problema cujo resultado seja –25. Junte-se a um colega e verifiquem se os problemas estão corretos. **30.** Exemplo de resposta: "No último campeonato, meu time marcou 3 gols e sofreu 28. Qual foi o saldo de gols do meu time?"

31 Escreva no caderno as propriedades utilizadas em cada caso.

a) (+35) + 0 = 0 + (+35) = +35 **31. a)** elemento neutro e comutativa

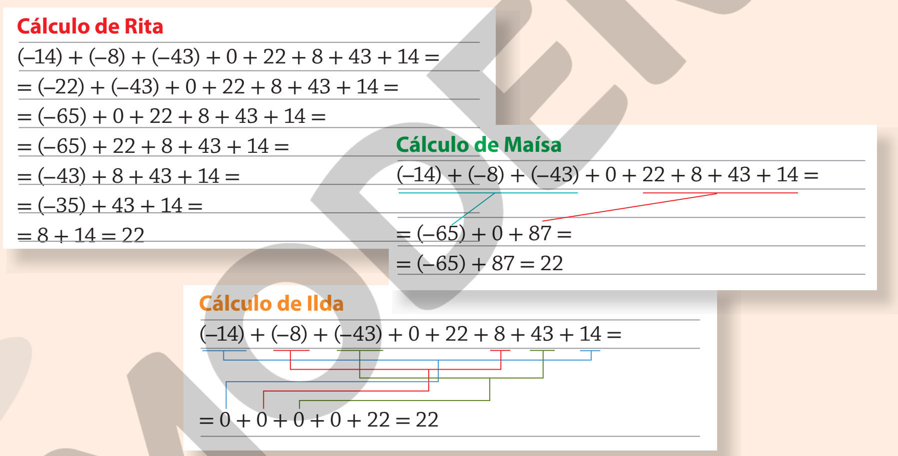
b) (+8) + (–9) = (–9) + (+8) **31. b)** comutativa

c) (+6) + (–6) = 0 **31. c)** elemento oposto

d) [(–3) + (–8)] + (+2) = (–3) + [(–8) + (+2)] **31. d)** associativa

32 Observe como Rita, Maísa e Ilda calcularam o valor da expressão numérica abaixo.

(–14) + (–8) + (–43) + 0 + 22 + 8 + 43 + 14



Cálculo de Rita

(–14) + (–8) + (–43) + 0 + 22 + 8 + 43 + 14 =
= (–22) + (–43) + 0 + 22 + 8 + 43 + 14 =
= (–65) + 0 + 22 + 8 + 43 + 14 =
= (–65) + 22 + 8 + 43 + 14 =
= (–43) + 8 + 43 + 14 =
= (–35) + 43 + 14 =
= 8 + 14 = 22

Cálculo de Maísa

(–14) + (–8) + (–43) + 0 + 22 + 8 + 43 + 14 =
= (–65) + 0 + 87 =
= (–65) + 87 = 22

Cálculo de Ilda

(–14) + (–8) + (–43) + 0 + 22 + 8 + 43 + 14 =
= 0 + 0 + 0 + 0 + 22 = 22

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Alguma delas errou o cálculo? **32. a)** não

b) Qual delas fez um procedimento mais prático? Por quê?

c) Use um dos procedimentos anteriores para calcular:
(–18) + 101 + 9 + (–101) + (–38) + 22 + 18 + 38 **32. c)** 31

32. b) Espera-se que os estudantes respondam que foi Ilda porque ela aplicou a propriedade do elemento oposto.

4 Subtração com números inteiros

Observe a classificação dos quatro primeiros colocados no grupo A da 1ª fase da Liga Nacional de Futsal 2021.

Classificação do Grupo A na 1ª fase da Liga Nacional de Futsal 2021				
Classificação	**Clube**	**Gols marcados**	**Gols sofridos**	**Saldo de gols**
1º	Sorocaba	42	27	15
2º	Joaçaba	37	31	6
3º	São José	27	31	–4
4º	Santo André	30	20	10

Dados obtidos em: https://ligafutsal.com.br/classificacao/?season=10. Acesso em: 25 maio 2022.

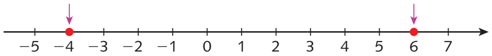
- Qual foi a diferença entre o saldo de gols das equipes Joaçaba e São José?

Com base na tabela, temos:

Saldo de gols da equipe Joaçaba: +6

Saldo de gols da equipe São José: –4

Localizando os pontos correspondentes aos números +6 e –4 na reta numérica, temos:



A diferença entre o saldo das equipes Joaçaba e São José pode ser determinada calculando o valor da expressão:

$$(+6) - (-4)$$

Observe que –(–4) é o simétrico do número –4, ou seja, é igual a +4. Assim:

$$(+6) \underbrace{\overbrace{-(-4)} = (+6) \overbrace{+4}}_{} \quad -(-4) = +4$$

$$(+6) - (-4) = (+6) + 4 = +10$$

Portanto, a diferença entre o saldo de gols das equipes Joaçaba e São José foi de 10.

- Quantos gols faltavam para o São José alcançar o saldo de gols do Santo André?

Com base na tabela, temos:

Saldo de gols da equipe São José: –4

Saldo de gols da equipe Santo André: +10

Localizando os pontos correspondentes aos números –4 e +10 na reta numérica, temos:

A diferença entre o saldo de gols das equipes São José e Santo André pode ser determinada calculando o valor da expressão:

$$(-4) - (+10)$$

Observe que –(+10) é o simétrico do número +10, ou seja, é igual a –10. Assim:

$$-(+10) = -10$$

$$(-4) - (+10) = (-4) - 10 = -14$$

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Subtração com números inteiros

BNCC:

Habilidade EF07MA04.

Objetivos:

- Calcular a subtração entre números inteiros.
- Calcular o valor de expressões numéricas com adições e subtrações.

Justificativa

Calcular a subtração entre números inteiros amplia os procedimentos de cálculo estudados para os números naturais e possibilita aos estudantes resolver e elaborar problemas que envolvam essa operação, o que favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA04**.

Mapeando conhecimentos

Proponha aos estudantes que resolvam o seguinte problema: “A medida da temperatura no interior de um *freezer* é –9 °C e a medida da temperatura fora do *freezer* é 22 °C. Qual é a diferença entre as medidas da temperatura interna e a externa do *freezer*?”. Verifique se todos compreenderam o problema e incentive-os a traduzi-lo por meio de uma sentença matemática. Espera-se que eles concluam que, para resolver o problema, devem calcular 22 – (–9). Observe como procedem para fazer esse cálculo.

Para as aulas iniciais

Mostre como calcular 22 – (–9) por meio de “deslocamentos” na reta numérica. Depois, proponha que calculem (–7) – (+1), (+2) – (+11) e (–8) – (–6) utilizando a reta numérica como apoio.

Ao trabalhar a subtração de números inteiros, é fundamental diferenciar o sinal do número e o sinal da operação, indicados pelo símbolo “–”. Essa diferenciação é o primeiro passo para que os estudantes compreendam como essas subtrações são efetuadas e em que situações podem ser utilizadas.

Nas operações com números negativos, é importante que o estudante entenda que toda subtração pode ser transformada em uma soma adicionando-se o primeiro número ao oposto do segundo.

Se achar necessário, aprofunde a discussão sobre os sinais, comparando as seguintes sentenças:

$(-1) - (+3) = -4 \qquad (-1) + (-3) = -4$

Em seguida, chame a atenção dos estudantes para o fato de que, apesar de as duas sentenças apresentarem o mesmo resultado, na segunda, o sinal que aparece antes do 3 não é o operador de subtração, mas, sim, o indicador de que o 3 é um número negativo.

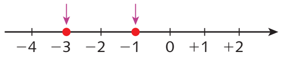
Chame a atenção dos estudantes para o fato de que no conjunto dos números naturais nem sempre a subtração é possível, mas no conjunto dos números inteiros a subtração sempre é possível. Por exemplo, 3 – 7 é possível no conjunto dos inteiros, pois o resultado (– 4) é um número inteiro não natural, ou seja, um número inteiro negativo.

Na análise das afirmações, permita que os estudantes conversem e estimule a argumentação. Após identificarem as afirmações verdadeiras, peça a eles que justifiquem o porquê de as afirmações II e IV serem falsas. Para justificar ambas, eles podem apresentar contraexemplos.

Portanto, a diferença entre o saldo de gols das equipes São José e Santo André foi de –14, ou seja, faltavam 14 gols para o São José alcançar o saldo de gols do Santo André.

- Qual é a diferença entre o saldo de gols de uma equipe que tem –3 gols de saldo e outra que tem –1 gol de saldo?

Localizando os pontos correspondentes aos números –3 e –1 na reta numérica, temos:



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

A diferença entre o saldo de gols das equipes pode ser determinada calculando o valor da expressão:

$$(-3) - (-1)$$

Observe que –(–1) é o simétrico do número –1, ou seja, é igual a +1. Assim:

$$\overbrace{(-3) - (-1) = (-3) + 1}^{-(-1) = +1} = -2$$

Portanto, a diferença entre o saldo de gols das equipes é igual ao valor absoluto obtido pela diferença, ou seja, 2 gols.

Observações

1. Podemos eliminar os parênteses no registro e no cálculo de adições e de subtrações com números inteiros. Confira como:

- Quando, antes dos parênteses, o sinal for “+” (que pode não estar explícito, ou seja, pode não aparecer), manteremos os sinais dos números que estão no interior dos parênteses. Observe os exemplos:
  - **a)** +(+6) = +6 = 6
  - **b)** +(–15) = –15
  - **c)** (–28) = –28
  - **d)** (+10) = +10 = 10
- Quando o sinal que antecede os parênteses for “–”, trocaremos os sinais dos números que estão no interior dos parênteses. Observe os exemplos:
  - **a)** –(+7) = –7
  - **b)** –(–5) = +5 = 5
  - **c)** –(6) = –6
  - **d)** –(–8) = +8 = 8

2. O registro e o cálculo das adições e das subtrações com números inteiros podem ser simplificados quando eliminamos os parênteses. Analise os exemplos:

a) (+3) + (+4) = +7, ou 3 + 4 = 7
b) (+5) + (–2) = +3, ou 5 – 2 = 3
c) (–7) + (+4) = –3, ou –7 + 4 = –3
d) (–3) + (–10) = –13, ou –3 – 10 = –13
e) (+8) – (+4) = (+8) – 4 = +4, ou 8 – 4 = 4
f) (–9) – (–5) = (–9) + 5 = –4, ou –9 + 5 = –4
g) (+5) – (–3) = (+5) + 3 = 8, ou 5 + 3 = 8
h) (–6) – (+4) = (–6) – 4 = –10, ou –6 – 4 = –10

▸ Reúna-se com um colega e copiem no caderno as afirmações verdadeiras.

Item: afirmações dos itens **I** e **III**.

I. Subtrair um número inteiro é o mesmo que adicionar o oposto ou simétrico desse número.

II. Ao subtrair um inteiro negativo de outro, o resultado nunca será um número inteiro positivo.

III. O resultado de uma subtração de números inteiros pode ser obtido adicionando o primeiro número ao oposto do segundo.

IV. O resultado da subtração entre dois números inteiros nunca será igual a zero.

Expressões numéricas com adições e subtrações

Acompanhe diferentes formas de calcular o valor da expressão numérica (–8) + (+10) – (–3) + (–4):

- Escrevemos as subtrações na forma de adição e calculamos as adições na ordem em que aparecem.

(–8) + (+10) – (–3) + (–4) =
= (–8) + (+10) + 3 + (–4) =
= (+2) + 3 + (–4) =
= (+5) + (–4) =
= (+1) = 1

Sugestão de leitura

GUELLI, Oscar. **Números com sinais**: uma grande invenção! São Paulo: Ática, 2000. (Coleção Contando a história da Matemática).

Esse livro traz temas da história da Matemática, como o surgimento dos sinais de adição e de subtração, e jogos e passatempos envolvendo números positivos e negativos, os sinais de maior e menor etc.

- Eliminamos todos os parênteses antes de iniciar os cálculos. Analise dois modos de resolver:

(–8) + (+10) – (–3) + (–4) =
= –8 + 10 + 3 – 4 =
= +2 + 3 – 4 =
= +5 – 4 =
= +1 = 1

Nesse cálculo, as operações foram feitas na ordem em que apareceram.

ou

(–8) + (+10) – (–3) + (–4) =
= –8 + 10 + 3 – 4 =
= –8 – 4 + 10 + 3 =
= –12 + 13 =
= +1 = 1

Nesse caso, agrupamos os números positivos e os números negativos antes de efetuar as operações.

Agora, confira alguns exemplos de como calcular o valor de expressões numéricas com os sinais de associação, que devem ser eliminados nesta ordem: parênteses, colchetes e chaves.

a) 26 – [16 – (–5 – 7)] =
= 26 – [16 – (–12)] =
= 26 – [16 + 12] =
= 26 – 28 =
= –2

b) 20 + {–5 – [4 – (2 – 7)] – 10} =
= 20 + {–5 – [4 – (–5)] – 10} =
= 20 + {–5 – [4 + 5] – 10} =
= 20 + {–5 – 9 – 10} =
= 20 – 24 =
= –4

Atividades

Faça as atividades no caderno.

33 Efetue.

a) (–8) – (+7) **33. a)** –15
b) (–30) – (+70) **33. b)** –100
c) (–72) – (+30) **33. c)** –102
d) (–3) – (+7) **33. d)** –10
e) (+10) – (+30) **33. e)** –20
f) (+80) – (–15) **33. f)** +95

34 Calcule.

a) (–650) – (+300) **34. a)** –950
b) (–850) – (–850) **34. b)** 0
c) (+1 300) – (–1 100) **34. c)** +2 400

35 Carlos aprendeu que, na calculadora, ao digitar a tecla +/– após um número, ela atribui um valor negativo a esse número. Observe as teclas que ele digitou:

1 0 +/– – 1 5 +/– =

GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Usando uma calculadora, responda: qual foi o resultado que Carlos obteve? **35. a)** 5

b) No caderno, escreva a expressão e resolva-a, verificando o resultado obtido no item **a**. **35. b)** –10 – (– 15) = 5

Expressões numéricas com adições e subtrações

Comente com os estudantes que o procedimento para eliminar colchetes ou chaves é o mesmo que adotamos para os parênteses.

Antes de solicitar a resolução das atividades, chame a atenção para os dois principais pontos que devem ser compreendidos para resolver expressões numéricas: a ordem em que as operações aparecem e a ordem de eliminação dos parênteses, colchetes e chaves.

- A **atividade 35** exige uma calculadora que possua a tecla +/–. Explique que essa tecla muda o sinal do número que foi digitado antes, ou seja, modifica o número para o oposto do número que está no visor. Portanto, é conveniente pedir aos estudantes que digitem e analisem alguns valores antes de realizar a atividade.

GUILHERME CASAGRANDI

Multiplicação com números inteiros

BNCC:

Habilidade EF07MA04.

Objetivo:

Calcular a multiplicação entre números inteiros e compreender as propriedades dessa operação.

Justificativa

Calcular a multiplicação entre números inteiros amplia os procedimentos de cálculo estudados para os números naturais e possibilita aos estudantes resolver e elaborar problemas que envolvam essa operação, o que favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA04**.

Mapeando conhecimentos

Reproduza o quadro abaixo na lousa e peça aos estudantes que o copiem no caderno.

×	+2	+1	0	–1	–2
+2	+4	+2	0	–2	–4
+1	+2	+1	0	–1	–2
0	0	0	0	0	0
–1	–2	–1	0	+1	+2
–2	–4	–2	0	+2	+4

Depois, você pode orientá-los a completar o quadro aos poucos. Proponha que comecem pela região laranja, depois pela azul, em seguida, pela amarela e, por último, pela roxa. Os estudantes devem concluir o que ocorre com o sinal do resultado da multiplicação em relação aos sinais dos fatores envolvidos.

Para as aulas iniciais

Amplie o quadro feito na dinâmica inicial até que todos consigam perceber que:

- se um fator é zero, o resultado da multiplicação é zero;
- o produto de dois números inteiros com sinais iguais tem sempre sinal positivo;
- o produto de dois números inteiros com sinais contrários tem sempre sinal negativo.

Em seguida, solicite que multipliquem alguns números inteiros.

Revise as propriedades da multiplicação com números naturais presentes na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores* e solicite que façam as **atividades** de **8** a **10**. Faça a correção dessas atividades coletivamente.

36 Calcule

a) $(+8) + (–7) + (–3)$ **36. a)** –2

b) $(+2) + (+5) – (+3)$ **36. b)** –6

c) $(+10) – (–20) – (+30)$ **36. c)** 0

37 Calcule o valor das expressões numéricas.

a) $–76 – (7 – 18) + [70 – (49 – 81)]$ **37. a)** +37

b) $\{[(73 – 64) + 20] – (40 – 31)\} + (–3)$ **37. b)** +17

38 Determine o valor de cada ■.

a) $\blacksquare + (–8) – (–3) = +7$ **38. a)** +12

b) $(+8) + (\blacksquare) + (–3) = –5$ **38. b)** –10

c) $(+48) – (–36) + (–40) – (\blacksquare) = –75$ **38. c)** +119

39 A medida da temperatura em uma cidade pela manhã era 18 °C. À noite, ela caiu para –5 °C. Qual é a diferença, em grau Celsius, entre as medidas das temperaturas registradas nesses dois momentos? **39.** 23 °C

40 Podemos obter o saldo da balança comercial de um país, em determinado ano, calculando a diferença entre a quantia recebida com as exportações e a quantia gasta com as importações. Suponha que o Brasil, em determinado ano, tenha recebido 160 bilhões de dólares com as exportações e tenha gastado 120 bilhões de dólares com as importações. Qual foi o saldo da balança comercial do Brasil nesse determinado ano?

40. 40 bilhões de dólares (saldo positivo)

5 Multiplicação com números inteiros

Vamos estudar a multiplicação com dois números inteiros acompanhando os exemplos a seguir.

a) Vamos calcular $(+4) \cdot (+3)$.

Utilizando a ideia de adição de parcelas iguais, temos:

$(+4) \cdot (+3) = 4 \cdot (+3) = (+3) + (+3) + (+3) + (+3) = +12$

Em seu caderno, multiplique outros números inteiros positivos. O que os resultados obtidos por você sugerem?

Primeiro item: Espera-se que os estudantes respondam que os resultados obtidos sugerem que, quando multiplicamos dois números inteiros positivos, o resultado que obtemos é positivo. Enfatize que essa afirmação é verdadeira, mas não será demonstrada.

b) Vamos calcular $(+2) \cdot (–5)$.

Utilizando a ideia de adição de parcelas iguais, temos:

$(+2) \cdot (–5) = 2 \cdot (–5) = (–5) + (–5) = –10$

Em seu caderno, multiplique outros números inteiros, sendo o primeiro um número inteiro positivo e o segundo, um número inteiro negativo. O que os resultados obtidos por você sugerem?

Segundo item: Espera-se que os estudantes respondam que os resultados obtidos sugerem que, quando multiplicamos dois números inteiros, um positivo e outro negativo, o resultado que obtemos é negativo. Enfatize que essa afirmação é verdadeira, mas não será demonstrada.

c) Vamos calcular $(–3) \cdot (+2)$.

$(–3)$ é o oposto de $+3$. Então:

$(–3) \cdot (+2) = –(+3) \cdot (+2) = –(+6) = –6$

Em seu caderno, multiplique outros números inteiros, sendo o primeiro um número inteiro negativo e o segundo, um número inteiro positivo. O que os resultados obtidos por você sugerem?

Terceiro item: Espera-se que os estudantes respondam que os resultados obtidos sugerem que, quando multiplicamos dois números, um negativo e outro positivo, o resultado que obtemos é negativo. Enfatize que essa afirmação é verdadeira, mas não será demonstrada.

d) Vamos calcular $0 \cdot (–11)$.

Assim como na multiplicação com números naturais, quando um dos fatores da multiplicação de números inteiros é zero, o produto é zero. Assim:

$0 \cdot (–11) = (–11) \cdot 0 = 0$

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

e) Vamos calcular (–2) · (–5).

Considere a sequência de multiplicações a seguir e seus resultados.

$$4 \cdot (-5) = -20$$
$$3 \cdot (-5) = -15$$
$$2 \cdot (-5) = -10$$
$$1 \cdot (-5) = -5$$
$$0 \cdot (-5) = 0$$

Essa sequência de multiplicações segue um padrão: o primeiro fator vem decrescendo em 1 unidade e o produto vem crescendo em 5 unidades (–20, –15, –10, –5, 0). Dessa maneira, podemos escrever:

$$(-1) \cdot (-5) = 5$$
$$(-2) \cdot (-5) = 10$$

Em seu caderno, multiplique outros números inteiros negativos. O que os resultados obtidos por você sugerem? **Item**: Espera-se que os estudantes respondam que os resultados obtidos sugerem que, quando multiplicamos dois números inteiros negativos, o resultado que obtemos é positivo. Enfatize que essa afirmação é verdadeira, mas não será demonstrada.

Propriedades da multiplicação com números inteiros

As propriedades que veremos a seguir podem simplificar os cálculos com números inteiros.

Propriedade comutativa

Em uma multiplicação com dois ou mais números inteiros, a ordem dos fatores não altera o produto.

Observe os exemplos abaixo.

a) (+4) · (–5) = –20

(–5) · (+4) = –20

b) (–11) · (–3) = +33

(–3) · (–11) = +33

c) (–9) · (+2) · (–5) = +90

(–5) · (–9) · (+2) = +90

(+2) · (–5) · (–9) = +90

(–9) · (–5) · (+2) = +90

Propriedade associativa

Em uma multiplicação com três ou mais números inteiros, podemos associar esses números de maneiras diferentes sem alterar o produto.

Observe os exemplos abaixo.

a) [(–4) · (+3)] · (–5) = (–12) · (–5) = +60

(–4) · [(+3) · (–5)] = (–4) · (–15) = +60

b) [(+7) · (–7)] · (+3) = (–49) · (+3) = –147

(+7) · [(–7) · (+3)] = (+7) · (–21) = –147

Elemento neutro

Em uma multiplicação com dois números inteiros em que um deles é igual a 1, o resultado é igual ao outro número inteiro.

O número +1 é o elemento neutro da multiplicação.

Observe os exemplos abaixo.

a) (+8) · (+1) = (+1) · (+8) = +8

b) (+1) · (–62) = (–62) · (+1) = –62

Propriedades da multiplicação com números inteiros

Ao trabalhar multiplicações com números inteiros, é importante usar exemplos que permitam aos estudantes compreender o fundamento das regras de sinais para evitar que sejam memorizadas sem qualquer significado. A compreensão efetiva dessas regras é fundamental para que assimilem também, futuramente, o comportamento dos sinais em uma divisão de números inteiros, uma vez que é a operação inversa da multiplicação. Portanto, não fará sentido indicar, logo de início, que as regras de sinais para multiplicação e divisão são as mesmas. Essa deverá ser uma conclusão dos estudantes.

Mostre aos estudantes as multiplicações propostas nos exemplos da propriedade distributiva, de forma que eles possam comparar os cálculos. A princípio, faça sem aplicar a propriedade distributiva, respeitando as operações entre os colchetes e, depois, as multiplicações. Em seguida, realize os cálculos aplicando a propriedade. Comente com os estudantes que aplicar a propriedade distributiva pode ser um facilitador em várias situações, incluindo a realização de cálculos mentais.

- Na **atividade 42**, é importante explicar aos estudantes que, dependendo da maneira como associamos os fatores, os cálculos com números inteiros tornam-se mais simples. Portanto, o uso das propriedades da multiplicação como estratégia nos cálculos mentais pode desenvolver esquemas que ampliem o repertório para a realização dos cálculos.
- Na **atividade 43**, é conveniente usar uma reta numérica para ilustrar quais são os quatro maiores números inteiros negativos. É uma boa oportunidade para a retomada de assuntos abordados anteriormente, tal como a comparação entre números inteiros.

Propriedade distributiva

O produto da multiplicação de um número inteiro pela soma (ou pela diferença) de outros números inteiros pode ser obtido multiplicando o primeiro número por cada uma das parcelas e adicionando (ou subtraindo) os resultados obtidos.

Observe os exemplos abaixo.

a) $(+4) \cdot [(-3) + (+2)] = (+4) \cdot (-3) + (+4) \cdot (+2) = (-12) + (+8) = -4$

b) $(-5) \cdot [(-2) - (+4)] = (-5) \cdot (-2) - (-5) \cdot (+4) = (+10) - (-20) = +10 + 20 = 30$

Observação

A propriedade distributiva pode ser empregada para o cálculo mental de um produto. Exemplo:

$(-4) \cdot (+312) = (-4) \cdot (300 + 10 + 2) =$
$= (-4) \cdot (+300) + (-4) \cdot (+10) + (-4) \cdot (+2) =$
$= (-1\,200) + (-40) + (-8) = -1\,248$

Atividades

44. Não, porque, ao multiplicar (–1) por qualquer número inteiro não nulo, o produto será o oposto desse número.

Faça as atividades no caderno.

41 Calcule os produtos.

a) $(+11) \cdot (+3)$ **41. a)** +33
b) $(-1) \cdot (-5)$ **41. b)** +5
c) $(+9) \cdot (-7)$ **41. c)** –63
d) $(-7) \cdot (-7)$ **41. d)** 49
e) $0 \cdot (-10)$ **41. e)** 0
f) $(-11) \cdot (+7)$ **41. f)** –77
g) $(-12) \cdot (+23)$ **41. g)** –276
h) $(-16) \cdot (-6)$ **41. h)** +96
i) $(-12) \cdot (12)$ **41. i)** –144
j) $(-20) \cdot (+15)$ **41. j)** –300

42 Para cada item, obtenha mentalmente o sinal do resultado. Em seguida, calcule os produtos e anote-os no caderno.

a) $(-7) \cdot (-8) \cdot (+3)$ **42. a)** +168
b) $(-4) \cdot (+2) \cdot (-11)$ **42. b)** +88
c) $(+7) \cdot (+2) \cdot (+3) \cdot (-1)$ **42. c)** –42
d) $(+4) \cdot (-7) \cdot (+9) \cdot (-11)$ **42. d)** +2 772
e) $(+8) \cdot (-6) \cdot (-5) \cdot (+3) \cdot (+2)$ **42. e)** +1 440
f) $(-5) \cdot (-6) \cdot (-3) \cdot (-2) \cdot (-1)$ **42. f)** –180

43 Calcule o produto dos quatro maiores números inteiros negativos. **43.** +24

44 Podemos afirmar que o elemento neutro da multiplicação dos números inteiros é o –1? Justifique sua resposta.

45 Calcule o produto da soma dos números –9, +6, –2, +8 e –15 pelo simétrico da diferença entre –6 e –3. **45.** –36

46 Escreva no caderno a propriedade aplicada em cada caso.

a) $2 \cdot [(+19) \cdot (-4)] = [2 \cdot (+19)] \cdot (-4)$ **46. a)** associativa
b) $(-2) \cdot (+3) = (+3) \cdot (-2)$ **46. b)** comutativa
c) $(-7) \cdot (+1) = (+1) \cdot (-7) = -7$ **46. c)** elemento neutro
d) $-5 \cdot (4 + 2) = -5 \cdot 4 + (-5) \cdot 2$ **46. d)** distributiva

47 Aplique a propriedade distributiva para calcular o resultado de cada item.

a) $(-3) \cdot (-20 + 7)$ **47. a)** 39
b) $(25 - 18) \cdot (-5)$ **47. b)** –35
c) $2 \cdot (-7 + 5)$ **47. c)** –4
d) $(8 - 3) \cdot (-4)$ **47. d)** –20

48. $1 \cdot 12$; $12 \cdot 1$; $2 \cdot 6$; $6 \cdot 2$; $-1 \cdot (-12)$; $-12 \cdot (-1)$; $-2 \cdot (-6)$; $-6 \cdot (-2)$; $-3 \cdot (-4)$; $-4 \cdot (-3)$

48 Existem 12 multiplicações de números inteiros que têm como produto 12. Uma delas é $3 \cdot 4$; outra é $4 \cdot 3$. Quais são as demais?

49 Aplique a propriedade distributiva para calcular mentalmente o produto de $(-7) \cdot 421$. **49.** $-2\,947$

50 Calcule o valor de cada expressão numérica sabendo que as multiplicações devem ser feitas antes das adições e subtrações.

a) $-30 - 5 \cdot [(-1) \cdot (15 - 3 \cdot 6) + 9 - 3 \cdot 4]$ **50. a)** -30

b) $-5 + [(-20) \cdot (-15 + 30) \cdot (-1)]$ **50. b)** $+295$

c) $18 + 4 \cdot [-6 - 4 \cdot (-5 + 6)]$ **50. c)** -22

51 No caderno, elabore um problema que possa ser resolvido calculando-se o valor da seguinte expressão numérica: $2 \cdot (-50) + 60$

Depois, troque de caderno com um colega e resolva o problema criado por ele.

O colega resolveu corretamente o seu problema? Qual é a solução do problema? **51.** Respostas pessoais.

6 Divisão exata com números inteiros

A divisão exata é a operação inversa da multiplicação. Em uma divisão exata, o quociente é o número que, multiplicado pelo divisor, tem como resultado o dividendo. Observe os exemplos:

a) $20 : 5 = 4$, porque $4 \cdot 5 = 20$

b) $8 : 4 = 2$, porque $2 \cdot 4 = 8$

Essa mesma ideia pode ser aplicada a outras divisões.

a) $(+30) : (+6) = +5$, porque $(+5) \cdot (+6) = +30$

b) $(+30) : (-6) = -5$, porque $(-5) \cdot (-6) = +30$

c) $(-30) : (-6) = +5$, porque $(+5) \cdot (-6) = -30$

d) $(-30) : (+6) = -5$, porque $(-5) \cdot (+6) = -30$

Observação

A divisão exata entre dois números inteiros não nulos nem sempre pode ser realizada no conjunto $\mathbb{Z}$ dos números inteiros.

Por exemplo: (-7): $(+2)$ ou $(+9)$: (-4) não são divisões exatas em $\mathbb{Z}$, pois o quociente não é um número inteiro.

Você saberia dizer quando o quociente de uma divisão é um número positivo ou negativo?

Para estudar o sinal do quociente entre dois números inteiros, é preciso aplicar a ideia da divisão como operação inversa da multiplicação.

- Em seu caderno, divida dois números inteiros que tenham o mesmo sinal. O que os resultados obtidos por você sugerem?
- Em seu caderno, divida dois números inteiros que tenham sinais contrários. O que os resultados obtidos por você sugerem? **Segundo item**: Espera-se que os estudantes respondam que os resultados obtidos sugerem que, em uma divisão de números inteiros, se o dividendo e o divisor tiverem sinais contrários, o quociente será um número negativo. Enfatize que essa afirmação é verdadeira mas não será demonstrada.

Observação

Não existe divisão por zero em $\mathbb{Z}$, nem em qualquer outro conjunto numérico.

Primeiro item: Espera-se que os estudantes respondam que os resultados obtidos sugerem que, em uma divisão de números inteiros, se o dividendo e o divisor tiverem os mesmos sinais, o quociente será um número positivo. Enfatize que essa afirmação é verdadeira, mas não será demonstrada.

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Divisão exata com números inteiros

BNCC:

Habilidade EF07MA04.

Objetivo:

Calcular divisões exatas com números inteiros.

Justificativa

Calcular a divisão exata entre números inteiros amplia os procedimentos de cálculo estudados para os números naturais e possibilita aos estudantes resolver e elaborar problemas que envolvam essa operação, o que favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA04**.

Mapeando conhecimentos

Peça aos estudantes que efetuem as seguintes divisões:

$(+8) : (+2)$

$(+10) : (+2)$

$(+6) : (-2)$

$(+9) : (-3)$

$(-12) : (+4)$

$(-15) : (+3)$

$(-21) : (-7)$

$(-36) : (-4)$

Observe os procedimentos adotados e verifique se eles percebem o que ocorre com o sinal do resultado da divisão exata em relação aos sinais do dividendo e do divisor. Incentive-os a utilizar a multiplicação para verificar se obtiveram o resultado correto em cada caso.

Para as aulas iniciais

Coletivamente, construa o quadro de sinais a seguir. Se achar necessário, proponha aos estudantes que realizem mais cálculos, inclusive com o auxílio de calculadoras.

Sinal do dividendo	Sinal do divisor	Sinal do quociente
+	+	+
–	+	–
–	–	+
+	–	+

- A **atividade 53** apresenta uma boa oportunidade para reforçar a relação existente entre a língua materna e a linguagem matemática. Se achar conveniente, retome o significado de “dobro”, “triplo”, “quádruplo”, “terço”, “quarto”, entre outros termos, antes de iniciar a atividade.

Potenciação em que a base é um número inteiro

BNCC:

Habilidade EF07MA04.

Objetivo:

Calcular a potenciação em que a base é um número inteiro.

Justificativa

Calcular a potenciação em que a base é um número inteiro amplia o significado da potenciação em que a base é um número natural e, além disso, possibilita aplicar o que foi estudado na multiplicação com números inteiros. A habilidade **EF07MA04** também tem o seu desenvolvimento favorecido por meio desse objetivo, uma vez que muitos problemas demandam o cálculo de potências para serem resolvidos.

Mapeando conhecimentos

Proponha as seguintes questões para os estudantes: “Qual é o resultado de $(-4)^2$? E de $(-3)^5$?”. Permita que utilizem estratégias pessoais para encontrar os resultados. Espera-se que eles se recordem de que a potenciação é uma maneira simplificada de escrever uma multiplicação de fatores iguais e que calculem as potências acima, mobilizando os conhecimentos anteriores sobre potências em que a base é um número natural e, também, a multiplicação com números inteiros.

Para as aulas iniciais

Solicite aos estudantes que façam a leitura da revisão de potenciação com números naturais presente na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores* e façam as **atividades** de **11** a **13**. Tire as dúvidas remanescentes.

As regras para a potenciação em que a base é um número inteiro, bem como as propriedades dessa operação, devem ser justificadas com base na própria definição de potenciação (multiplicação de fatores iguais).

Atividades

Faça as atividades no caderno.

52 Calcule o resultado das operações.

a) (+6) : (+3) **52. a)** +2

b) (+10) : (–5) **52. b)** –2

c) (–32) : (–4) **52. c)** +8

d) (–1) : (+1) **52. d)** –1

e) 0 : (–1) **52. e)** 0

f) (–63) : (–21) **52. f)** +3

g) (+1 296) : (–48) **52. g)** –27

53 Calcule mentalmente:

a) o dobro de 12. **53. a)** 24

b) a metade de –38. **53. b)** –19

c) o oposto do dobro de 15. **53. c)** –30

d) a metade do oposto de –60. **53. d)** 30

e) a terça parte de –36. **53. e)** –12

54 Calcule o valor de cada expressão numérica. Lembre-se de que se deve calcular o resultado das operações dos parênteses antes de dividir.

a) (16 – 30 + 48) : (–2) **54. a)** –17

b) (–15 + 20 + 40) : (+5) **54. b)** +9

c) (–5 + 7 – 35) : (–11) **54. c)** +3

55 Escreva no caderno o valor de cada ■.

a) ■ : (–5) = 8 **55. a)** –40

b) (–30) : ■ = –6 **55. b)** 5

c) ■ : (–7) = 0 **55. c)** 0

d) (–20) : ■ = –1 **55. d)** 20

56 Calcule o valor de cada expressão numérica a seguir.

a) –2 + {–1 + [5 – 3 · (10 + 1) : 3] – 5 · 7} **56. a)** –44

b) –5 – [3 · (7 – 5 – 3) – 22 : 11] **56. b)** 0

c) 2 – (5 · 10 + 6) – 5 · 20 : (–17 + 13) **56. c)** –29

d) 3 – {30 : 5 – [–7 · (5 – 2) + 3] : 6} **56. d)** –6

57 Determine o quociente entre dois números inteiros não nulos quando esses números são:

a) iguais. **57. a)** 1

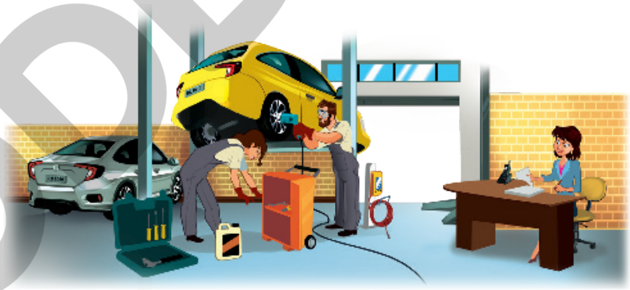
b) opostos. **57. b)** –1

7

Potenciação em que a base é um número inteiro

Acompanhe a situação a seguir.

Lúcia é dona de uma oficina de carros. Em um dia, havia 4 carros na oficina. Sabendo que cada carro tem 4 rodas, que cada roda tem 4 parafusos e que um dos mecânicos usa uma parafusadeira automática que permite tirar um parafuso em 4 segundos, calcule quanto tempo esse mecânico gastou para retirar todos os parafusos de todos os carros.



ENÁGIO COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

quantidade de rodas

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$$

quantidade de carros na oficina

medida do tempo gasto em segundos para retirar cada parafuso

quantidade de parafusos em cada roda

Logo, o mecânico gastou 256 segundos para retirar todos os parafusos.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Na potenciação com números naturais, a potência é um produto de fatores iguais à base. Observe o exemplo:

$$\underbrace{4}_{\text{base}}{}^{\overset{\text{expoente}}{4}} = \underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}_{\substack{\text{4 fatores}\\ \text{iguais a 4}}} = \underbrace{256}_{\text{potência}}$$

No estudo da potenciação em que a base é um número inteiro e o expoente é um número natural, vale a mesma ideia, ressaltando os cuidados que devemos ter com os sinais, como veremos a seguir.

> Se o expoente for um número par, a potência será um número inteiro positivo.

Observe os exemplos abaixo.

a) $(+5)^2 = (+5) \cdot (+5) = +25$

b) $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$

> Se o expoente for um número ímpar, a potência terá o mesmo sinal da base.

Observe os exemplos abaixo.

a) $(+5)^3 = (+5) \cdot (+5) \cdot (+5) = +125$

b) $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$

Balão de fala: Espera-se que os estudantes cheguem à conclusão de que 0^1 é igual a 0 e que 0^0 é impossível de calcular, já que toda potência de expoente zero tem que ter base não nula, ou seja, diferente de zero.

Observações

1. Toda potência de expoente 1 que tem um número inteiro como base é igual à própria base. Confira os exemplos:
a) $(+5)^1 = +5$ **b)** $(-3)^1 = -3$

2. Toda potência de expoente zero que tem um número inteiro não nulo como base é igual a 1. Analise os exemplos:
a) $(+5)^0 = +1$ **b)** $(-3)^0 = +1$

3. Ao escrever uma potência com base negativa, sempre utilizamos parênteses. Verifique o exemplo:
$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$
Se não colocarmos os parênteses, o expoente é aplicado somente à base. Observe:
$-3^2 = -(3)^2 = -(3 \cdot 3) = -9$

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Propriedades da potenciação em ℤ

1ª propriedade: Produto de potências de mesma base.

$$(-3)^2 \cdot (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5$$

2ª propriedade: Quociente de potências de mesma base.

$$(-4)^7 : (-4)^5 = (-4)^{7-5} = (-4)^2$$

3ª propriedade: Potência de potência.

$$[(-7)^3]^5 = (-7)^{3 \cdot 5} = (-7)^{15}$$

4ª propriedade: Potência de um produto ou de um quociente.

$$[(+2) \cdot (-4)]^3 = (+2)^3 \cdot (-4)^3$$

$$[(-12) : (+3)]^4 = (-12)^4 : (+3)^4$$

Propriedades da potenciação em ℤ

Antes de apresentar as propriedades aos estudantes, proponha que façam algumas experimentações até perceberem que são válidas. Você pode propor que se reúnam em duplas para incentivar o compartilhamento de ideias.

- Caso considere conveniente, organize os estudantes em duplas ou trios e promova uma gincana utilizando o item **b** da **atividade 64** como modelo.

59. a) Positivo, independentemente de o expoente ser par ou ímpar.
59. b) Positivo se o expoente for par, e negativo se o expoente for ímpar.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

58 Calcule as potências.

a) $(+2)^3$ **58. a)** +8

b) $(-7)^4$ **58. b)** +2 401

c) $(-9)^3$ **58. c)** –729

d) $(+3)^2$ **58. d)** +9

e) $(-17)^0$ **58. e)** +1

f) $(-11)^2$ **58. f)** +121

g) $(-35)^1$ **58. g)** –35

h) $(-1)^3$ **58. h)** –1

i) $(+1\,992)^0$ **58. i)** 1

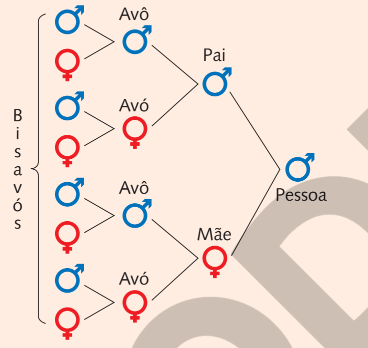
59 Considerando a potenciação em que a base é um número inteiro e o expoente é um número natural, responda às questões.

a) Quando a base é um número inteiro positivo, qual é o sinal da potência?

b) Quando a base é um número inteiro negativo, qual é o sinal da potência?

60 Calcule: $\underbrace{(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \ldots \cdot (-1)}_{\text{30 fatores}}$ **60.** +1

61 Observe o esquema abaixo.



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Quantos bisavós cada pessoa tem? E quantos trisavós? Dê as respostas na forma de potência. **61.** bisavós: $2^3 = 8$; trisavós: $2^4 = 16$

62 Calcule o valor das expressões sabendo que devemos, obrigatoriamente, calcular as potenciações antes das multiplicações e das divisões.

a) $(-4) - [(-8) : (+2)]^2 - 6$ **62. a)** –26

b) $(+20) : (-1)^4 - 2^2 + (-2)^5 : (+2)^4 - 5^0$ **62. b)** 13

c) $(-576) : (-12)^2 - (-125) : (-5)^2$ **62. c)** +1

63 Com um colega, calcule.

a) $(5 + 3)^2$ **63. a)** 64

b) $5^2 + 3^2$ **63. b)** 34

c) $(2 - 4)^3$ **63. c)** –8

d) $2^3 - 4^3$ **63. d)** –56

- Agora, responda: sendo a e b números inteiros e n um número natural maior que 1, é possível dizer que $(a + b)^n = a^n + b^n$ ou que $(a - b)^n = a^n - b^n$? **63. item**: não

64 Lúcio escreveu sua idade na primeira linha de uma folha de caderno. Na linha seguinte, ele escreveu uma subtração de dois números inteiros cuja diferença era sua idade. Na linha seguinte, substituiu esses dois números, respectivamente, por uma multiplicação de outros três números inteiros e por uma divisão do quadrado de um número inteiro pelo triplo de outro. Na linha seguinte, substituiu o primeiro número da linha anterior por uma subtração e o segundo, por uma adição.

Assim, ele obteve uma expressão numérica, sabendo antecipadamente seu valor. Confira o que ele fez:

$$15 = 24 - 9 = (-2) \cdot 4 \cdot (-3) - [9^2 : (3 \cdot 3)] =$$
$$= (11 - 13) \cdot (-8 + 12) \cdot (-3) - [9^2 : (3 \cdot 3)]$$

a) Calcule mentalmente o valor da expressão de Lúcio. **64. a)** 15

b) Invente duas expressões com cinco operações diferentes com números inteiros e troque-as com as de um colega, sem que ele saiba o número que você pensou, para que cada um calcule o valor das expressões do outro. Depois, destroquem as expressões para corrigi-las.

64. b) Resposta pessoal.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

8 Raiz quadrada exata de números inteiros

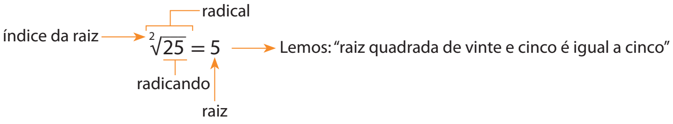
Qual é a **raiz quadrada** de 25?

Observe que:

- $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$
- $(+5)^2 = (+5) \cdot (+5) = 25$

Embora $(-5)^2 = 25$ e $(+5)^2 = 25$, consideramos a raiz quadrada de 25 única e não negativa, ou seja, apenas o número +5. Assim:

Não negativa: Que pertence ao conjunto dos números inteiros positivos incluindo o zero: {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...} (conjunto dos números naturais).



Ao descobrir que o número 5 é a raiz quadrada de 25, a operação que realizamos foi a **radiciação**. Dizemos que **extraímos a raiz quadrada** de 25.

> A raiz quadrada de um número inteiro *a* é um número não negativo *b* que, elevado ao quadrado, resulta em *a*.
>
> Assim: $\sqrt{a} = b$, se $b^2 = a$ com $b \geqslant 0$

O oposto do número $\sqrt[2]{25}$ é $-\sqrt[2]{25}$. Então: $-\sqrt[2]{25} = -5$

Desse modo, quando o radical é precedido do sinal negativo, indicamos o oposto da raiz quadrada.

Observe os exemplos abaixo.

a) Como $\sqrt[2]{16} = 4$ e o oposto do número $\sqrt[2]{16}$ é $-\sqrt[2]{16}$, então: $-\sqrt[2]{16} = -4$

b) Como $\sqrt[2]{100} = 10$ e o oposto de $\sqrt[2]{100}$ é $-\sqrt[2]{100}$, então: $-\sqrt[2]{100} = -10$

Observações

1. Quando o índice da raiz é 2, podemos omiti-lo. Assim: $\sqrt[2]{25} = \sqrt{25}$; $\sqrt[2]{16} = \sqrt{16}$.
2. A raiz quadrada de zero é zero: $\sqrt{0} = 0$, pois $0^2 = 0$.
3. Chamamos de **números inteiros quadrados perfeitos** aqueles que podem ser escritos como potência de base inteira e expoente 2. Os números 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49 e 64 são exemplos de números inteiros quadrados perfeitos.

   A raiz quadrada de um número que não é número inteiro quadrado perfeito não é um número inteiro. Por exemplo, $\sqrt{5}$ não é número inteiro, pois 5 não é um número inteiro quadrado perfeito.
4. A raiz quadrada de um número inteiro negativo não é um número inteiro, pois o quadrado de um número inteiro nunca é negativo. Logo, não existe número inteiro cujo quadrado seja, por exemplo, o número –25.

   Verifique que $\sqrt{-25}$ não é um número inteiro, mas $-\sqrt{25}$ é um número inteiro: $-\sqrt{25} = -5$

(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Sugestão de leitura

O *site* Clubes de Matemática da OBMEP, no texto *Sala de Estudo: Quadrados perfeitos*, disponibiliza dois estudos interessantes sobre outras propriedades dos números quadrados perfeitos.

Raiz quadrada exata de números inteiros

BNCC:

Habilidade EF07MA04.

Objetivos:

- Calcular a raiz quadrada exata de números inteiros.
- Calcular o valor de expressões numéricas com números inteiros.

Justificativa

O cálculo de raízes quadradas exatas de números inteiros, bem como o de valor de expressões numéricas, favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA04**, uma vez que contribui para a resolução e a elaboração de problemas.

Mapeando conhecimentos

Proponha aos estudantes que respondam às seguintes questões:

- Que número inteiro elevado ao quadrado é igual a –25?
- Que número inteiro representa a raiz quadrada de 10?

É importante deixar os estudantes à vontade para levantar hipóteses e argumentar. Espera-se que alguns deles respondam que o quadrado de um número inteiro nunca é negativo e que 10 não é quadrado de nenhum número inteiro, pois $3^2 = 9$ e $4^2 = 16$; como não há nenhum número inteiro entre 3 e 4, podemos concluir que não é possível obter a raiz quadrada de 10 em $\mathbb{Z}$.

Para as aulas iniciais

Proponha que calculem algumas raízes quadradas exatas de números inteiros. Depois, você pode propor que elaborem problemas que possam ser resolvidos por meio dessas raízes.

Comente com os estudantes que um número inteiro quadrado perfeito pode ser identificado por meio da aplicação de dois métodos diferentes: o geométrico e o da fatoração.

No método geométrico, um número inteiro quadrado perfeito corresponde à medida de área de um quadrado cujas medidas de comprimento dos lados são indicadas por números naturais. Desenhe alguns quadrados de medidas de comprimento dos lados 1, 2, 3, e assim sucessivamente, e proponha aos estudantes que calculem as medidas de área, formando a sequência 1, 4, 9, 16, 25, ...

No método da fatoração, se todos os fatores apresentarem expoente par, o número decomposto será um número inteiro quadrado perfeito.

- Atividades como a **72** não são incomuns para os estudantes, uma vez que muitos deles já tiveram contato com esse tipo de desafio que estimula o **raciocínio lógico-matemático** (indução, dedução, abdução ou raciocínio por analogia). Alerte-os quanto aos sinais dos números necessários para obter o produto igual ao número positivo 8 000.

Resposta da **atividade 72**.

–10	–8	100
–200	20	–2
4	–50	–40

Sugestão de atividade extra

Os quadrados mágicos constituem uma ferramenta de aprendizagem para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos estudantes, contribuindo para a formação do senso de organização e da estratégia de cálculo na busca de resultados predeterminados. Essa ferramenta de trabalho pode ser facilmente encontrada na internet, assim como diferentes jogos com essa temática. Um exemplo de jogo é o *Quadrado mágico aditivo* do portal M^3 Matemática Multimídia, que, apesar de ser uma atividade proposta para o Ensino Médio, pode ser adaptado à faixa etária em questão.

Expressões numéricas com números inteiros

Nas expressões numéricas envolvendo operações com números inteiros, as operações devem ser efetuadas na seguinte ordem:

1º) potenciações e radiciações (na ordem em que aparecem);

2º) multiplicações e divisões (na ordem em que aparecem);

3º) adições e subtrações (na ordem em que aparecem).

Para os sinais de associação, também seguimos uma ordem: parênteses (), colchetes [] e, por último, chaves { }.

Observe os exemplos abaixo.

a) $\{(-2 + 8)^2 - 3 \cdot [(\sqrt{16} + \sqrt{4}) : 3]\} : (-5) =$

$= \{(+6)^2 - 3 \cdot [(4 + 2) : 3]\} : (-5) =$

$= \{+36 - 3 \cdot [6 : 3]\} : (-5) =$

$= \{+36 - 3 \cdot 2\} : (-5) =$

$= \{36 - 6\} : (-5) =$

$= 30 : (-5) =$

$= -6$

b) $6 - \{[(\sqrt{25} - \sqrt{49})^2 \cdot 3^2 - 6 \cdot 4] : 2\} =$

$= 6 - \{[(5 - 7)^2 \cdot 3^2 - 6 \cdot 4] : 2\} =$

$= 6 - \{[(-2)^2 \cdot 3^2 - 6 \cdot 4] : 2\} =$

$= 6 - \{[4 \cdot 3^2 - 6 \cdot 4] : 2\} =$

$= 6 - \{[4 \cdot 9 - 6 \cdot 4] : 2\} =$

$= 6 - \{[36 - 24] : 2\} =$

$= 6 - \{12 : 2\} = 6 - 6 = 0$

Sugestão de leitura

RAMOS, Luzia Faraco. **História de sinais**. São Paulo: Ática, 2008. (Coleção A descoberta da Matemática).

A história de Alexandre e Milena envolve romance, intrigas, ciúmes e conteúdos matemáticos, como operações com sinais e cálculo de expressões numéricas. Além disso, o livro traz um minialmanaque com curiosidades, desafios e passatempos matemáticos.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

65 Determine.

a) $\sqrt{36}$ **65. a)** 6

b) $\sqrt{0}$ **65. b)** 0

c) $-\sqrt{196}$ **65. c)** –14

d) $-\sqrt{100}$ **65. d)** –10

66 Calcule o valor de cada expressão numérica a seguir.

a) $\sqrt{81} - \sqrt{100} + \sqrt{64}$ **66. a)** 7

b) $-\sqrt{36} - \sqrt{121} + \sqrt{64}$ **66. b)** –9

c) $\sqrt{1} + \sqrt{4} + \sqrt{9} + \sqrt{16} + \sqrt{49} + \sqrt{64}$ **66. c)** 25

67 Qual é o valor da expressão numérica?

$\{[\sqrt{49} + (2^4 - 1)] \cdot \sqrt{64}\} + \sqrt{1024}$ **67.** 208

68 A medida da área de um terreno de formato quadrado é 400 m^2. Qual é a medida, em metro, do comprimento do lado desse terreno? **68.** 20 m

69 Determine o valor da raiz quadrada.

$\sqrt{(-2) \cdot (+4)^2 \cdot (-8)}$ **69.** 16

70 Entre os números $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{36}$, $\sqrt{121}$ e $\sqrt{200}$, quais não são números inteiros? **70.** $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ e $\sqrt{200}$

71 Com um colega, calculem e observem a diferença entre os resultados das expressões em cada item.

a) $\sqrt{16 + 9}$ **71. a)** 5

b) $\sqrt{16} + \sqrt{9}$ **71. b)** 7

c) $\sqrt{100 - 36}$ **71. c)** 8

d) $\sqrt{100} - \sqrt{36}$ **71. d)** 4

- Agora, respondam: a raiz quadrada da soma de dois números é igual à soma das raízes quadradas de cada um desses números? **71. item**: não

72 Junte-se a um colega, copiem no caderno o quadro abaixo e completem-no, sabendo que o produto dos números de cada linha vertical, de cada linha horizontal e das duas diagonais é igual a 8 000.

72. Resposta em *Orientações*.

–10		100
	20	

73 Elabore um problema que possa ser resolvido calculando a raiz quadrada exata de um número inteiro. Depois, troque de problema com um colega e resolva o problema proposto por ele. **73.** Resposta pessoal.

Resolvendo em equipe

Faça a atividade no caderno.

(Enem) Um executivo sempre viaja entre as cidades A e B, que estão localizadas em fusos horários distintos. O tempo de duração da viagem de avião entre as duas cidades é de 6 horas. Ele sempre pega um voo que sai de A às 15 h e chega à cidade B às 18 h (respectivos horários locais).

Certo dia, ao chegar à cidade B, soube que precisava estar de volta à cidade A, no máximo, até as 13 h do dia seguinte (horário local de A).

Para que o executivo chegue à cidade A no horário correto e admitindo que não haja atrasos, ele deve pegar um voo saindo da cidade B, em horário local de B, no máximo à(s): **Resolvendo em equipe**: alternativa **d**

a) 16 h **b)** 10 h **c)** 7 h **d)** 4 h **e)** 1 h

Interpretação e identificação dos dados	• Leia o enunciado da questão e verifique se o horário da cidade B está adiantado ou atrasado em relação ao da cidade A. • Responda: **a)** Em uma viagem rotineira, quando o avião chega à cidade B, que horas são na cidade A? **b)** Se o avião chegou às 18 h à cidade B, qual é a diferença de medida de tempo entre as cidades A e B? **Interpretação e identificação dos dados**: primeiro item: O horário da cidade B está com 3 horas de atraso em relação ao da cidade A. segundo item: **a)** 21 h **b)** 3 horas
Plano de resolução	• Considerando as informações fornecidas pelo enunciado, elabore um esquema que represente um possível processo de resolução do problema. **Plano de resolução**: Resposta pessoal.
Resolução	• Junte-se a dois colegas. • Você deverá apresentar seu plano de resolução aos colegas, e eles farão o mesmo com você. Escolham uma das resoluções para apresentar à classe. • Discutam as diferenças e as semelhanças entre os planos escolhidos e, com base na análise das estratégias, partam para a execução do processo de resolução. **Observação** Resolvam o problema de forma coletiva, mas façam registros individuais no caderno. **Resolução**: Espera-se que os estudantes determinem que, se o executivo precisa estar às 13 h na cidade A, os relógios em B estarão marcando 10 h (3 horas a menos). Como o voo dura 6 horas, é preciso, então, sair às 4 h.
Verificação	• Releiam o problema e verifiquem se todas as condições do enunciado foram satisfeitas.
Apresentação	• Façam uma pesquisa sobre fusos horários. Em seguida, confeccionem um cartaz explicando o tema estudado e propondo desafios aos colegas.

Resolvendo em equipe

BNCC:

- Competências gerais 2, 4, 9 e 10 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 2, 3 e 5 (as descrições estão na página VII).

Esta seção destaca as etapas selecionadas para encaminhar a resolução de problemas. Elas devem ser analisadas e discutidas com os estudantes. Além de favorecer o desenvolvimento das competências gerais **2**, **4**, **9** e **10** e das competências específicas **2**, **3** e **5**, a seção permite a transferência de estratégias de resolução para outros contextos e situações.

O esquema de resolução apresentado pode ser explorado constantemente durante as aulas, e não apenas nesta situação. É importante que o estudante, individual ou coletivamente, tenha clareza a respeito de como proceder para interpretar, resolver e verificar a validade da solução de um problema matemático.

Nesta seção, auxilie os estudantes solicitando que, a princípio, descubram qual é a diferença de horários entre as cidades A e B. O problema nos informa que um executivo sai de A às 15 h e, 6 horas depois, chega à cidade B às 18 h (horário local de B). Ou seja, após 6 horas, são 21 h (15 + 6) em A e 18 h em B, como já informado. Logo, temos uma diferença de 3 horas. Agora, precisamos determinar a que horas ele deve sair de B para chegar em A às 13 h. Quando for 13 h em A, serão 10 h em B; logo, deve-se sair 6 horas antes (tempo de viagem) das 10 h; portanto, 4 h (10 – 6).

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Os números inteiros

- Na **atividade 1**, espera-se que os estudantes identifiquem os números positivos e os números negativos. Eles podem realizar a atividade levando em consideração os números maiores ou menores do que zero ou, ainda, observando a presença dos sinais de + (mais) ou – (menos) na frente dos números.
- As **atividades 2** e **3** trabalham com a reta numérica, identificando pontos e números nela e construindo-a a partir de um intervalo numérico dado, respectivamente. Caso os estudantes tenham dúvidas na **atividade 3**, solicite que escrevam todos os números inteiros maiores ou iguais a –4 e menores que 3. Depois, fale para colocarem em ordem crescente e indicarem os pontos correspondentes a esses números na reta numérica, começando pelo menor.
- Na **atividade 4**, se necessário, destaque aos estudantes que o oposto de um número corresponde a um número com mesmo valor absoluto e sinal oposto, ou seja, caso um número seja positivo, seu oposto é negativo com mesmo valor absoluto, e vice-versa. Nos **itens c** e **d**, caso algum estudante tenha dúvidas, relembre a turma de que o módulo de um número corresponde à medida da distância desse número ao zero (origem da reta numérica), então sempre será um número não negativo.
- Na **atividade 5**, espera-se que os estudantes calculem o módulo de cada número inteiro dado. Se necessário, represente uma reta numérica na lousa para auxiliar a turma a identificar o módulo de zero no **item e** e questione qual é a medida de distância de zero à origem da reta. Os estudantes devem afirmar que o zero é a origem e, portanto, a medida de distância é zero.

Comparação de números inteiros

Na lousa, represente uma reta numérica e dê alguns números para os estudantes colocarem em ordem na reta. Leve-os a perceber que números que estão à direita são maiores que os da esquerda.

Nas **atividades 6** e **7**, os estudantes devem usar os sinais de maior que (>) e menor que (<) para ordenar e para comparar números inteiros, respectivamente. Por isso, caso tenham dúvidas, retome o significado desses sinais e dê alguns exemplos a partir das indicações da turma.

- Na **atividade 8**, se achar conveniente, relembre os significados dos termos “antecessor” e “sucessor”. Para auxiliar os estudantes, principalmente nos itens que envolvem números negativos (**itens a**, **c** e **d**), oriente-os a representar uma reta numérica para cada item.

Revisão dos conteúdos deste capítulo

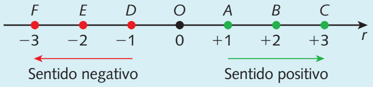
Faça as atividades no caderno.

Os números inteiros

Conjunto dos números inteiros:

$\mathbb{Z} = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, ...\}$

Representação dos números inteiros na reta numérica



Módulo de um número inteiro

A medida da distância de um ponto na reta numérica até a origem *O* é chamada de módulo ou valor absoluto do número associado a esse ponto. Representamos o módulo de um número colocando-o entre duas barras verticais: | |.

Números opostos ou simétricos

São números cujos pontos estão situados em lados opostos em relação à origem e estão a uma mesma medida da distância dela.

Na figura acima, os números –1 e +1 são opostos, assim como os números –3 e +3.

1. Observe os números a seguir.

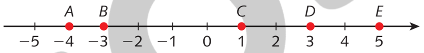
–12 +27 +91 –4

–8 +15 –59 –18

a) Quais deles são positivos? **1. a)** +27, +91, +15

b) Quais são negativos? **1. b)** –12, –4, –8, –59, –18

2. Observe a reta numérica e responda às questões.



a) Que número corresponde ao ponto *A*? **2. a)** –4

b) Qual é o ponto correspondente ao número –3? **2. b)** *B*

c) O ponto *C* corresponde a que número? **2. c)** 1

d) Qual é o ponto correspondente ao número +3? **2. d)** *D*

e) Que número corresponde ao ponto *E*? **2. e)** 5

3. No caderno, trace uma reta numérica e represente nela os números inteiros maiores ou iguais a –4 e menores que 3.

3.

4. Determine:

a) o oposto de –8. **4. a)** +8

b) o oposto de 85. **4. b)** –85

c) o módulo de –2. **4. c)** 2

d) o módulo de –1. **4. d)** 1

e) o oposto de +15. **4. e)** –15

f) o oposto de –75. **4. f)** +75

5. Determine.

a) |–19| **5. a)** 19

b) |+36| **5. b)** 36

c) |+16| **5. c)** 16

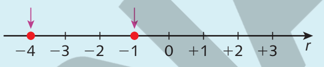
d) |–120| **5. d)** 120

e) |0| **5. e)** 0

f) |–212| **5. f)** 212

Comparação de números inteiros

Vamos comparar os números –4 e –1. Considere os pontos correspondentes a esses números na reta numérica a seguir.



O número –4 é menor que –1, pois o ponto que o representa está localizado à esquerda do que representa o –1 na reta numérica.

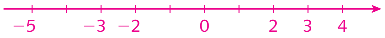
Indicamos: –4 < –1 (lemos: “menos quatro é menor que menos um”).

De modo geral, temos que:

- qualquer número negativo é menor que zero;
- qualquer número positivo é maior que zero;
- todo número positivo é maior que qualquer número negativo.

–5 < –3 < –2 < 0 < 2 < 3 < 4

6.



6. No caderno, represente os números a seguir em uma mesma reta numérica e escreva-os em ordem crescente usando o sinal <.

–2, 4, –5, 0, 2, 3, –3

7. Usando os sinais > ou <, compare cada par de números inteiros a seguir.

a) (+4) ■ (+6) **7. a)** <

b) (–6) ■ (–5) **7. b)** <

c) (+5) ■ (–5) **7. c)** >

d) (+10) ■ 0 **7. d)** >

e) (–14) ■ (+1) **7. e)** <

f) (+35) ■ (+25) **7. f)** >

8. Determine.

a) o número inteiro antecessor de –15. **8. a)** –16

b) o número inteiro antecessor de +9. **8. b)** +10

c) o número inteiro sucessor de –99. **8. c)** –98

d) o número inteiro sucessor de –36. **8. d)** –35

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Adição com números inteiros

- Quando adicionamos números inteiros de mesmo sinal, o sinal se mantém.

15 + 12

(–15) + (–12) = –27   O sinal se mantém

- Quando adicionamos números inteiros de sinais contrários, e um não é oposto do outro, o sinal do resultado é o mesmo do número de maior módulo

(–12) + (+18) = +6

O sinal do número (+18), que é o de maior módulo, é positivo.

Propriedades da adição com números inteiros

Propriedade comutativa:

(–9) + (+5) = –4 e (+5) + (–9) = –4

Propriedade associativa:

[(–3) + (+5)] + (+4) = (+2) + (+4) = +6

(–3) + [(+5) + (+4)] = (–3) + (+9) = +6

Elemento neutro: (+13) + 0 = 0 + (+13) = +13

Elemento oposto: (–18) + (+18) = 0

9. Calcule.

a) (+12) + (+11) **9. a)** +23 **d)** (+9) + (–12) **9. d)** –3

b) (–15) + (–20) **9. b)** –35 **e)** (–21) + (+21) **9. e)** 0

c) 0 + (+18) **9. c)** +18 **f)** (–7) + (–17) **9. f)** –24

10. Escreva no caderno a propriedade utilizada em cada caso. **10. a)** elemento neutro e comutativa

a) (+47) + 0 = 0 + (+47) = +47

b) (+110) + (–110) = 0 **10. b)** elemento oposto

c) [(–10) + (–5)] + (+8) = (–10) + [(–5) + (+8)]

d) (+21) + (–11) = (–11) + (+21) **10. c)** associativa

10. d) comutativa

11. João estava com saldo negativo de R$ 238,00 em sua conta bancária. Após fazer um depósito de R$ 250,00, qual é o saldo, em reais, da conta bancária de João? **11.** +R$ 12,00

12. Em um jogo de *videogame*, Ana fez 25 pontos na primeira rodada, perdeu 18 na segunda, ganhou 11 pontos na terceira rodada e perdeu 22 na quarta. Qual é o saldo de pontos de Ana até agora?

12. –4 pontos

Subtração com números inteiros

Para subtrair um número inteiro de outro, adicionamos o oposto do subtraendo ao minuendo. Analise o exemplo.

–(–9) = +9

(–25) – (–9) = –25 + 9 = –16

13. Calcule.

a) (–15) – (+12) **13. a)** –3 **d)** (–19) – (–12) **13. d)** –7

b) (+82) – (+31) **13. b)** +51 **e)** (–12) – (+45) **13. e)** –57

c) (–74) – (+44) **13. c)** –118 **f)** (+77) – (–25)

13. f) +102

14. Calcule o valor de cada expressão numérica a seguir.

a) (–18) – (15 – 19) + [94 – (75 – 86)] **14. a)** 91

b) {[(25 – 67) + 12] – (40 – 16)} + (–27) **14. b)** –81

15. Lúcia viajou para um país onde faz muito frio. Durante o dia, a medida da temperatura registrada foi de –2 °C. À noite, a medida da temperatura registrada foi de –8 °C. Qual foi a diferença, em grau, entre as medidas de temperatura registradas? **15.** 6 °C

Multiplicação com números inteiros

- Quando multiplicamos dois números inteiros positivos, o resultado que obtemos é positivo.
- Quando multiplicamos dois números inteiros, um positivo e outro negativo, o resultado que obtemos é negativo.
- Quando multiplicamos dois números inteiros, um negativo e outro positivo, o resultado que obtemos é negativo.
- Quando multiplicamos dois números inteiros negativos, o resultado que obtemos é positivo.

Propriedades da multiplicação com números inteiros

Propriedade comutativa:

(+7) · (–8) = –56 e (–8) · (+7) = –56

Propriedade associativa:

[(–4) · (+3)] · (–5) = (–12) · (–5) = +60

(–4) · [(+3) · (–5)] = (–4) · (–15) = +60

Adição com números inteiros

Se achar conveniente, mostre que uma reta numérica pode ser usada para auxiliar em adições com números inteiros.

Ao relembrar as propriedades, pode ser interessante solicitar à turma que use a língua materna para explicar o que ocorre em cada propriedade.

- Na **atividade 9**, os estudantes devem efetuar algumas adições com números inteiros. Incentive-os a utilizar as estratégias que preferirem, podendo inclusive usar um método diferente em cada item. Ao final da atividade, oriente-os a compartilhar suas resoluções com a turma, possibilitando correções ou complementações se necessário. Por exemplo, você pode complementar as estratégias mostrando que os **itens c** e **e** poderiam ser calculados usando, respectivamente, as propriedades do elemento neutro e do elemento oposto.
- Na **atividade 10**, os estudantes devem identificar as propriedades da adição que foram usadas em cada item. Caso eles não consigam explicar as propriedades na língua materna, pode ser um indicativo da necessidade da retomada de alguns conteúdos relacionados a este conteúdo.
- Na **atividade 11**, leia a questão com os estudantes e mostre a eles que, no começo, o saldo era negativo e, ao fazer um depósito, foi adicionado dinheiro na conta; como o saldo era negativo, esse valor será abatido pelo depósito.
- Na **atividade 12**, oriente os estudantes a anotar a pontuação obtida em cada rodada, representando pontos ganhos por números positivos e pontos perdidos por números negativos. Assim, espera-se que consigam resolver o problema adicionando essas pontuações.

Subtração com números inteiros

- Na **atividade 14**, caso haja dúvidas, diga aos estudantes para calcular os parênteses, os colchetes e as chaves, exatamente nessa ordem.
- Na **atividade 15**, leia o enunciado com a turma e questione qual subtração representa a diferença entre as medidas de temperatura. Espera-se que os estudantes identifiquem a subtração (–2) – (–8).

Multiplicação com números inteiros

- Na **atividade 16**, oriente os estudantes a escrever o sinal resultante e, depois, calcular as multiplicações dos fatores para evitar erros nos sinais dos produtos.
- Nas **atividades 17**, **18** e **20**, espera-se que os estudantes tenham entendido as propriedades da multiplicação com números inteiros para identificar as propriedades usadas nos itens da **atividade 17** e para aplicar a propriedade distributiva nas **atividades 18** e **20**.
- Se achar conveniente, retome essas propriedades e, como indicado nas propriedades da adição com números inteiros, solicite à turma que use a língua materna para explicar o que ocorre em cada propriedade.

Nas **atividades 18** e **20**, explique aos estudantes que é possível realizar os cálculos usando estratégias diversas, mas que eles devem usar a propriedade distributiva por ter sido indicada nos enunciados. Caso tenham dificuldade na **atividade 20**, oriente-os a decompor o número 342 da maneira que considerarem mais conveniente para calcular o produto obtido pela propriedade distributiva.

- Na **atividade 19**, lembre aos estudantes que, em uma expressão numérica, deve-se calcular primeiro os parênteses, depois os colchetes e, por último, as chaves (se houver).

Divisão exata com números inteiros

- Na **atividade 22**, se os estudantes tiverem dificuldade, mostre que o primeiro fator é o dividendo, o segundo fator é o divisor e, após a igualdade, temos o quociente. Peça que montem a divisão, pois isso facilita o cálculo do fator correto.

Potenciação em que a base é um número inteiro

- Na **atividade 23**, se os estudantes tiverem dúvidas para calcular diretamente as potências, oriente-os a multiplicar a base por ela mesma tantas vezes quanto o expoente indicar.

Raiz quadrada exata de números inteiros

- Na **atividade 25**, relembre aos estudantes a ordem em que devem efetuar os cálculos. Faça a correção coletiva após todos concluírem.
- Caso os estudantes tenham dificuldade para resolver a **atividade 26**, relembre que a medida da área de um quadrado é calculada pela medida de comprimento do lado elevada ao quadrado; assim, para determinar a medida do comprimento do lado do terreno é necessário calcular uma raiz quadrada. Em seguida, pergunte a eles qual número positivo multiplicado por ele mesmo resulta 144. Ao final, lembre-os de indicar a unidade de medida de comprimento (metro).

Elemento neutro:

$(+12) \cdot (+1) = (+1) \cdot (+12) = +12$

Propriedade distributiva:

$(+2) \cdot [(-3) + (+6)] = (+2) \cdot (-3) + (+2) \cdot (+6)$

16. Calcule os produtos.

a) $(+11) \cdot (+4)$ **16. a)** +44
b) $(-5) \cdot (-12)$ **16. b)** +60
c) $(-14) \cdot (+20)$ **16. c)** –280
d) $(-10) \cdot (+15)$ **16. d)** –150
e) $(-9) \cdot (+25)$ **16. e)** –225
f) $(+12) \cdot (-6)$ **16. f)** –72

17. Escreva no caderno a propriedade utilizada em cada caso.

a) $(+9) \cdot (-17) = (-17) \cdot (+9)$ **17. a)** comutativa
b) $(-81) \cdot (+1) = (+1) \cdot (-81)$ **17. b)** elemento neutro
c) $-3 \cdot (12 + 9) = -3 \cdot 12 + (-3) \cdot 9$ **17. c)** distributiva
d) $5 \cdot [(+21) \cdot (-8)] = [5 \cdot (+21)] \cdot (-8)$ **17. d)** associativa

18. Aplique a propriedade distributiva para calcular o resultado de cada item.

a) $(-4) \cdot (-10 + 8)$ **18. a)** +8
b) $(15 - 9) \cdot (-10)$ **18. b)** –60
c) $7 \cdot (-11 + 7)$ **18. c)** –28
d) $(15 - 7) \cdot (+6)$ **18. d)** +48

19. Calcule o valor de cada expressão numérica a seguir.

a) $22 + 9 \cdot [-15 - 2 \cdot (-9 + 11)]$ **19. a)** –149
b) $[(-25) \cdot (-11 + 45) \cdot (-9)]$ **19. b)** +7 650
c) $-8 \cdot [(-12) \cdot (28 - 4 \cdot 10) + 15 - 7 \cdot 8]$ **19. c)** –824

20. Aplique a propriedade distributiva para calcular mentalmente o produto de $(-8) \cdot 342$. **20.** –2 736

Divisão exata com números inteiros

- Em uma divisão, se o dividendo e o divisor tiverem os mesmos sinais, o quociente será um número positivo.
- Em uma divisão, se o dividendo e o divisor tiverem os sinais contrários, o quociente será um número negativo.

21. Calcule o resultado das operações.

a) $(+12) : (+2)$ **21. a)** +6
b) $(-36) : (-9)$ **21. b)** +4
c) $(-15) : (+15)$ **21. c)** –1
d) $0 : (+11)$ **21. d)** 0
e) $(-66) : (+33)$ **21. e)** –2
f) $(-369) : (-3)$ **21. f)** +123

22. Escreva no caderno o valor de cada ■.

a) ■ $: (-6) = +9$ **22. a)** –54
b) $(+225) :$ ■ $= -15$ **22. b)** –15
c) ■ $: (-12) = -16$ **22. c)** +192
d) $(+120) :$ ■ $= -1$ **22. d)** –120

Potenciação em que a base é um número inteiro

Para calcular a potência em que a base é um número inteiro e o expoente é um número natural, utilizamos a ideia de produto de fatores iguais à base, tomando os devidos cuidados com os sinais.

- Se o expoente for um número par, a potência será um número inteiro positivo.

$$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = +81$$

- Se o expoente for um número ímpar, a potência terá o mesmo sinal da base.

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

Temos ainda que:

- Toda potência de expoente 1 que tem como base um número inteiro é igual à própria base.
- Toda potência de expoente zero que tem como base um número inteiro não nulo é igual a 1.

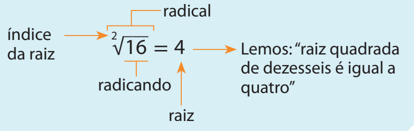
23. Calcule as potências.

a) $(+8)^2$ **23. a)** +64
b) $(-7)^3$ **23. b)** –343
c) $(-5)^4$ **23. c)** +625
d) $(-12)^1$ **23. d)** –12
e) $(+1\,000)^0$ **23. e)** 1
f) $(-12)^2$ **23. f)** +144

Raiz quadrada exata de números inteiros

A raiz quadrada de um número inteiro *a* é um número não negativo *b* que, elevado ao quadrado, resulta em *a*.

Assim: $\sqrt{a} = b$, se $b^2 = a$ com $b \geqslant 0$.



24. Determine.

a) $\sqrt{16}$ **24. a)** 4
b) $-\sqrt{144}$ **24. b)** –12
c) $\sqrt{400}$ **24. c)** 20
d) $-\sqrt{121}$ **24. d)** –11
e) $-\sqrt{81}$ **24. e)** –9
f) $\sqrt{484}$ **24. f)** 22

25. Calcule o valor da expressão.

$\left\{\left[\sqrt{64} + \left(3^3 - 10\right)\right] \cdot \sqrt{100}\right\} - \sqrt{900}$ **25.** 220

26. A medida da área de um terreno com formato quadrado é 144 m^2. Qual é a medida do comprimento, em metro, do lado desse terreno? **26.** 12 m

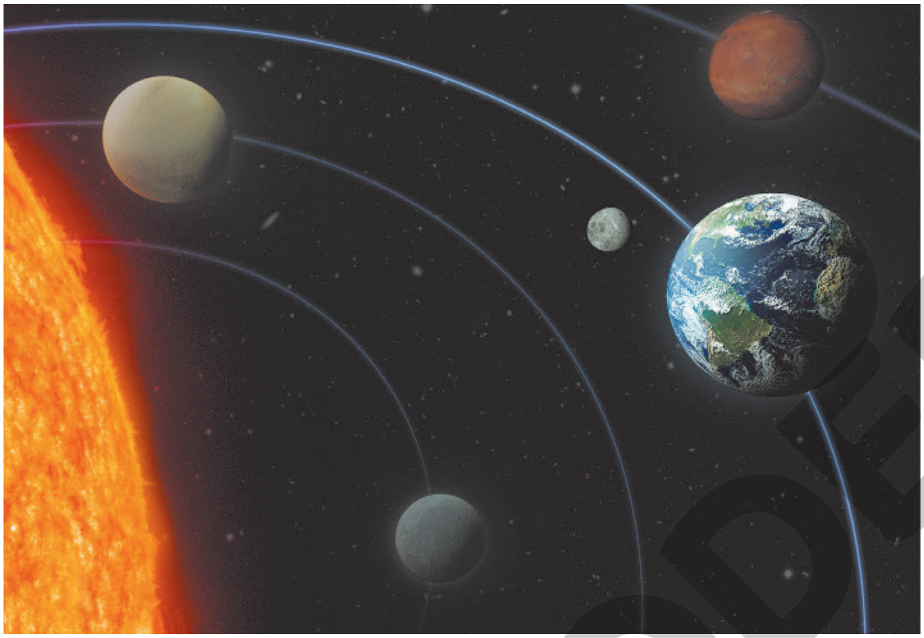
Capítulo

2

Múltiplos e divisores

Trocando ideias

Um ano é a medida do tempo que a Terra leva para dar uma volta completa em torno do Sol. Essa medida corresponde a 365 dias, 5 horas, 48 minutos e 47 segundos. Para acertar o calendário, foi criado o ano bissexto, que tem 366 dias e ocorre a cada 4 anos. No ano bissexto, um dia é acrescentado ao mês de fevereiro, que fica com 29 dias.



CRIS ALENCAR/ARQUIVO DA EDITORA

Representação artística de parte do Sistema Solar. Sem escala, cores-fantasia.

Para saber se um ano é bissexto, basta verificar se o número que representa o ano é **múltiplo** de 4, exceto se terminado em 00, que será bissexto apenas se for **divisível** por 400.

- Quais dos anos abaixo são bissextos? Faça os cálculos em seu caderno e depois compartilhe como você fez com os colegas. **Trocando ideias**: 2000, 2024, 2028 e 2100.

2000 2021 2024 2028 2033 2100

Neste capítulo, vamos retomar os conceitos de múltiplos e divisores e aplicá-los em situações-problema.

CAPÍTULO 2 – MÚLTIPLOS E DIVISORES

Trocando ideias

BNCC:

- Competências gerais 2 e 9 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 2 e 8 (as descrições estão na página VII).

Objetivos:

- Levantar os conhecimentos previamente adquiridos pelos estudantes sobre os conceitos de múltiplos e divisores.
- Compreender o que é um ano bissexto.

Comente com os estudantes o que é um ano bissexto e por que ele existe. É importante que fique claro para eles que, quando o mês de fevereiro tem 29 dias, o ano é bissexto, e que isso ocorre para “compensar” a medida de tempo que ultrapassa os 365 dias que a Terra leva para dar uma volta completa ao redor do Sol. Se possível, convide o(a) professor(a) de Ciências para falar um pouco mais sobre o assunto. Depois desse comentário inicial, pergunte a eles se o ano corrente é bissexto e por quê. Permita que argumentem. Depois, peça que realizem a atividade proposta.

Para verificar se os anos são bissextos, os estudantes podem utilizar diferentes estratégias, como os critérios de divisibilidade por 4 e 100 estudados no ano anterior que podem ser consultados na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores*. Deixe os estudantes utilizarem as estratégias que acharem mais convenientes e, em seguida, reserve um momento para que as compartilhem. Momentos como esse possibilitam a eles exercitarem a curiosidade intelectual, uma vez que são incentivados a conjecturar, o que contribui para o desenvolvimento da competência geral **2** e da competência específica **2**. O compartilhamento de estratégias visa ampliar o repertório deles e favorece o desenvolvimento da competência geral **9** e da competência específica **8**.

Múltiplos e divisores de um número natural

BNCC:

Habilidade EF07MA01.

Objetivo:

Relembrar os conceitos de múltiplos e divisores de números naturais.

Justificativa

Relembrar a ideia de múltiplos e divisores de números naturais é importante para a construção de bases sólidas e para estender esses conceitos a números inteiros.

Mapeando conhecimentos

Pergunte à turma: “O que é múltiplo de um número natural? E divisor de um número natural?”. Incentive-os a trazer à tona o que sabem ou já estudaram sobre o assunto.

Para as aulas iniciais

Explore com os estudantes as revisões de múltiplos e divisores de um número natural na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores*, peça a eles que façam as **atividades** de **14** a **18** e tire as dúvidas remanescentes. Retome com eles os critérios de divisibilidade e os conceitos de números primos e compostos na mesma seção. As **atividades** de **19** a **25** podem ser feitas em classe e discutidas coletivamente.

Múltiplos e divisores de um número inteiro

BNCC:

Habilidade EF07MA01.

Objetivo:

Compreender os conceitos de múltiplos e divisores de números inteiros.

Justificativa

A compreensão dos conceitos de múltiplo e de divisor para números inteiros possibilita a resolução e a elaboração de inúmeras situações-problema, favorecendo o desenvolvimento da habilidade **EF07MA01**.

Mapeando conhecimentos

Peça à turma que determine múltiplos e divisores de alguns números inteiros.

Para as aulas iniciais

Apresente algumas afirmações que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor de números inteiros para os estudantes e peça que verifiquem se elas são verdadeiras ou falsas e justifiquem suas respostas. Depois, peça a eles que se reúnam com um colega para reproduzir a dinâmica em duplas.

1 Múltiplos e divisores de um número natural

Considere os números a seguir.

120 125 130 135 140 145

Observe que os números acima são múltiplos de 5:

$120 = 5 \cdot 24$ $125 = 5 \cdot 25$ $130 = 5 \cdot 26$ $135 = 5 \cdot 27$ $140 = 5 \cdot 28$ $145 = 5 \cdot 29$

Múltiplo de um número natural *a* é o produto de *a* por um número natural qualquer.

Podemos dizer também que os números acima são divisíveis por 5, ou seja, ao dividi-los por 5, o resto da divisão é zero.

$120 : 5 = 24$ $125 : 5 = 25$ $130 : 5 = 26$ $135 : 5 = 27$ $140 : 5 = 28$ $145 : 5 = 29$

Divisor de um número natural *a* é todo número diferente de zero que, ao dividir *a*, resulta em uma divisão exata.

2 Múltiplos e divisores de um número inteiro

Considere o conjunto dos números inteiros:

$$\mathbb{Z} = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, ...\}$$

Vamos ampliar a ideia de múltiplos e divisores de um número natural para os números inteiros. Observe o quadro abaixo.

×	–4	–3	–2	–1	0	+1	+2	+3	+4
3	–12	–9	–6	–3	0	+3	+6	+9	+12
4	–16	–12	–8	–4	0	+4	+8	+12	+16
–5	20	15	10	5	0	–5	–10	–15	–20

Note, por exemplo, que:

- –3 é múltiplo de 3, pois: $3 \cdot (-1) = -3$
- –12 é múltiplo de 4, pois: $4 \cdot (-3) = -12$
- –20 é múltiplo de –5, pois: $(-5) \cdot (+4) = -20$
- –3 é divisor de 15, pois: $15 : (-3) = -5$
- –4 é divisor de –16, pois: $(-16) : (-4) = 4$

(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.

Caso os estudantes encontrem dificuldades para entender o quadro apresentado, explique que os números foram obtidos pela multiplicação dos valores da coluna da esquerda pelos valores da primeira linha.

Analise, agora, a sequência dos múltiplos e a sequência dos divisores de alguns números inteiros.

a) Sequência dos múltiplos de 2: (..., –8, –6, –4,–2, 0, 2, 4, 6, 8, ...)

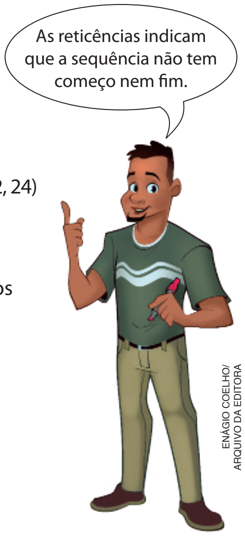
b) Sequência dos múltiplos de 21: (..., –84, –63, –42, –21, 0, 21, 42, 63, 84, ...)

c) Sequência dos múltiplos de –13: (..., –52, –39, –26, –13, 0, 13, 26, 39, 52, ...)

d) Sequência dos divisores de 12: (–12, –6, –3, –2, –1, 1, 2, 3, 6, 12)

e) Sequência dos divisores de –24: (–24, –12, –8, –6, –4, –3, –2, –1, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24)

f) Sequência dos divisores de 18: (–18, –9, –6, –3, –2, –1, 1, 2, 3, 6, 9, 18)



ENÁGIO COELHO/ ARQUIVO DA EDITORA

Para saber se um número é múltiplo ou divisor de outro, basta verificar se a divisão é exata, ou seja, se o resto da divisão é igual a zero. Observe os exemplos abaixo.

a) –330 é múltiplo de 11?
Sim, pois ao dividir –330 por 11 obtém-se quociente igual a –30 e resto 0.

b) –4 é divisor de 270?
Não, pois ao dividir 270 por –4 obtém-se quociente igual a –67 e resto 2.

c) 15 é divisor de –435?
Sim, pois ao dividir –435 por 15 obtém-se quociente igual a –29 e resto 0.

d) –101 é múltiplo de –10?
Não, pois ao dividir –101 por –10 obtém-se quociente igual a 10 e resto 1.

Observação

1. Todos os números inteiros são múltiplos de 1.
2. O número zero é múltiplo de todos os números inteiros e não é divisor de nenhum.
3. O número 1 é um divisor universal, ou seja, ele divide todos os números inteiros.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1 Escreva cinco múltiplos inteiros do número 3 que sejam:

a) negativos.
1. a) Exemplo de resposta: –3, –6, –9, –12, –15

b) maiores que –30 e menores que 20.
1. b) Exemplo de resposta: –24, –18, 6, 12, 15, 18

2 Verifique qual dos anos a seguir é bissexto. **2.** alternativa **c**

a) 1822 **b)** 1900 **c)** 2000 **d)** 2118

3 Identifique a afirmação falsa e corrija-a no caderno.

a) –6 tem 8 divisores inteiros. **3.** A afirmação do item **e** é falsa. Exemplo de correção: “–3 é o menor divisor inteiro de –3.”

b) O zero não é divisor de nenhum número.

c) Todos os números inteiros são múltiplos de –1.

d) 1 é o menor divisor natural de –3.

e) –1 é o menor divisor inteiro de –3.

- Solicite aos estudantes que justifiquem a resposta da **atividade 2**. Por exemplo:
  - 1822 não é bissexto, pois 1822 não é divisível por 4 (item **a**);
  - 1900 não é bissexto, pois 1900 é divisível por 4, mas não é divisível por 400 (item **b**);
  - 2000 é bissexto, pois 2000 é divisível por 4 e por 400 (item **c**);
  - 2118 não é bissexto, pois 2118 não é divisível por 4 (item **d**).
- No item **a** da **atividade 3**, se achar conveniente, peça aos estudantes que indiquem quais são os 8 divisores inteiros de –6: –6, –3, –2, –1, 1, 2, 3 e 6.

Máximo divisor comum (mdc)

BNCC:

Habilidade EF07MA01.

Objetivo:

Determinar o máximo divisor comum de números inteiros.

Justificativa

O máximo divisor comum é uma ferramenta que possibilita resolver diferentes problemas, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF07MA01**.

Mapeando conhecimentos

Proponha à turma que resolva o seguinte problema: "Uma empresa vai distribuir igualmente 45 cremes dentais e 30 sabonetes para um grupo de pessoas carentes. Sabendo que nessa distribuição não devem sobrar cremes dentais nem sabonetes, qual é o número máximo de pessoas que podem receber essa doação?". Deixe os estudantes à vontade para resolver o problema utilizando estratégias pessoais. Espera-se que alguns deles percebam que devem calcular o máximo divisor comum de 30 e 45.

Para as aulas iniciais

Retome o problema proposto na dinâmica inicial e mostre aos estudantes como calcular o mdc (30, 45). Depois, proponha mais um ou dois problemas cujas resoluções demandem o cálculo do máximo divisor comum e peça que os resolvam em duplas. Reserve um momento para que algumas duplas expliquem como fizeram.

3 Máximo divisor comum (mdc)

Os estudantes das turmas A, B e C do 1º ano vão participar de uma gincana. Para essa competição, cada equipe será formada por um ou mais estudantes de uma mesma turma e cada equipe terá a mesma quantidade de estudantes. Qual é o maior número de estudantes por equipe? Quantas equipes haverá em cada turma?

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

No quadro a seguir consta a quantidade de estudantes de cada uma das turmas do 1º ano.

Turma	1º ano A	1º ano B	1º ano C
Quantidade de estudantes	18	24	36

Observe que os 18 estudantes do 1º A podem ser divididos em equipes de 1, 2, 3, 6, 9 ou 18 participantes.

Os números 1, 2, 3, 6, 9 e 18 são os divisores de 18.

Os 24 estudantes do 1º B podem ser divididos em equipes de 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 ou 24 participantes.

Os números 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24 são os divisores de 24.

Os 36 estudantes do 1º C podem ser divididos em equipes de 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 ou 36 participantes.

Os números 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36 são os divisores de 36.

Percebemos que as equipes com a mesma quantidade de estudantes, nas três turmas, são as que têm 1, 2, 3 ou 6 participantes.

Os números 1, 2, 3 e 6 são os divisores comuns de 18, 24 e 36.

Como queremos que as equipes tenham o maior número possível de estudantes, concluímos que cada uma deverá ter 6 participantes.

Esse número é o **máximo divisor comum** (**mdc**) de 18, 24 e 36, que indicamos por:

$$\text{mdc}\ (18, 24, 36) = 6$$

Assim, cada equipe terá 6 participantes: o 1º A terá 3 equipes; o 1º B, 4 equipes; o 1º C, 6 equipes.

(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.

Podemos obter o mdc de dois ou mais números naturais conhecendo seus divisores, como na situação anterior.

Também podemos calcular o mdc por meio da decomposição em fatores primos. Observe, por exemplo, como calcular o mdc de 60 e 100.

Fazendo a decomposição de 60 e 100 em fatores primos, temos:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & 2^2 \cdot 5^2 \end{array}$$

A seguir, destacamos os fatores primos comuns a 60 e 100:

$$60 = \mathbf{2} \cdot \mathbf{2} \cdot 3 \cdot \mathbf{5}$$

$$100 = \mathbf{2} \cdot \mathbf{2} \cdot \mathbf{5} \cdot 5$$

O produto dos fatores comuns dos dois números é divisor de cada um deles e é o maior divisor comum entre eles. Assim: $\text{mdc}\ (60, 100) = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$

No caso de os números serem escritos na forma fatorada, usando potências, o mdc será o produto dos fatores comuns, cada um deles elevado ao menor expoente, porque o menor expoente indica a quantidade de fatores comuns.

$$60 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

$$100 = 2^2 \cdot 5^2$$

Os menores expoentes dos fatores comuns 2 e 5 são 2 e 1, respectivamente.

Logo:

$$\text{mdc}\ (60, 100) = 2^2 \cdot 5^1 = 20$$

Observação

Seja mdc (18, 12) = 6. Multiplicando 18 e 12 por 2, temos:
mdc (36, 24) = 12 (o mdc também ficou duplicado)

Atividades

Faça as atividades no caderno.

4 Dados os números 24 e 40, determine:

a) os divisores de 24; **4. a)** 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24

b) os divisores de 40; **4. b)** 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 e 40

c) os divisores comuns de 24 e 40; **4. c)** 1, 2, 4 e 8

d) o máximo divisor comum de 24 e 40. **4. d)** 8

5 Escreva alguns pares de números naturais diferentes de zero de modo que um seja divisor do outro. Troque os números que você escreveu pelos escolhidos por um colega. Cada um deve calcular o mdc dos números dos pares escritos pelo colega. Depois comparem cada mdc obtido com os números do respectivo par. Que conclusão vocês podem obter dessa comparação?

5. Espera-se que os alunos concluam que o mdc dos números é igual àquele que é o divisor do outro.

6 Calcule mentalmente o mdc dos números abaixo.

a) 50 e 100 **6. a)** 50

b) 16 e 80 **6. b)** 16

c) 72 e 216 **6. c)** 72

d) 20 e 100 **6. d)** 20

Se necessário, conduza a verificação do exemplo citado no boxe *Observação*, em que duplicando os números naturais o mdc também duplica. Amplie a situação e peça aos estudantes que verifiquem se, dividindo os números, o mdc também será dividido.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ \hline 1 & 2 \cdot 3^2 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ \hline 1 & 2^2 \cdot 3 \end{array}$$

$\text{mdc}\ (18, 12) = 2 \cdot 3 = 6$

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ \hline 1 & 2^2 \cdot 3^2 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ \hline 1 & 2^3 \cdot 3 \end{array}$$

$\text{mdc}\ (36, 24) = 2^2 \cdot 3 = 12$

$$\begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ \hline 1 & 3^2 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ \hline 1 & 2 \cdot 3 \end{array}$$

$\text{mdc}\ (9, 6) = 3$

Mínimo múltiplo comum (mmc)

BNCC:

Habilidade EF07MA01.

Objetivos:

- Determinar o mínimo múltiplo comum de números inteiros.
- Resolver problemas que envolvam múltiplos e divisores.

Justificativa

A habilidade **EF07MA01** implica, entre outras coisas, resolver e elaborar problemas envolvendo as noções de múltiplo e mínimo múltiplo comum, o que justifica a pertinência dos objetivos acima.

Mapeando conhecimentos

Proponha à turma que resolva o seguinte problema: "Em uma rodoviária, saem ônibus para as cidades A e B. Os ônibus com destino à cidade A partem de 5 em 5 horas e aqueles com destino à cidade B partem de 6 em 6 horas. Às 16h do dia 19/4 saíram dois ônibus: um com destino à cidade A e outro rumo à cidade B. Em que dia e horário saíram juntos novamente um ônibus com destino à cidade A e outro rumo à cidade B?". É importante estimular os estudantes a trocar ideias, rascunhar e verbalizar como pensam que o problema deve ser resolvido. Espera-se que alguns deles percebam que devem calcular o mínimo múltiplo comum de 5 e 6.

Para as aulas iniciais

Retome o problema proposto na dinâmica inicial e mostre como calcular o mmc (5, 6). Depois, proponha mais um ou dois problemas cujas resoluções demandem o cálculo do mínimo múltiplo comum e peça aos estudantes que os resolvam em duplas. Reserve um momento para que algumas duplas expliquem como fizeram.

7 Dados os números na forma fatorada $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$, $2 \cdot 3^2 \cdot 7$ e $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$, calcule o mdc deles. **7.** 6

8 Calcule, pela decomposição em fatores primos, o mdc dos números abaixo.

a) 40 e 64 **8. a)** 8

b) 80, 100 e 120 **8. b)** 20

c) 40, 70 e 90 **8. c)** 10

d) 576 e 96 **8. d)** 96

9 Quando o máximo divisor comum de dois ou mais números for igual a 1, esses números são primos entre si. Agora, verifique se os números a seguir são primos entre si.

a) 4 e 5

b) 16 e 25

c) 15 e 21

d) 18 e 42

10 Junte-se a um colega e respondam às seguintes questões.

a) Qual é o mdc de dois números consecutivos diferentes de zero? **10. a)** 1

b) Qual é o mdc de dois números quadrados perfeitos consecutivos não nulos? **10. b)** 1

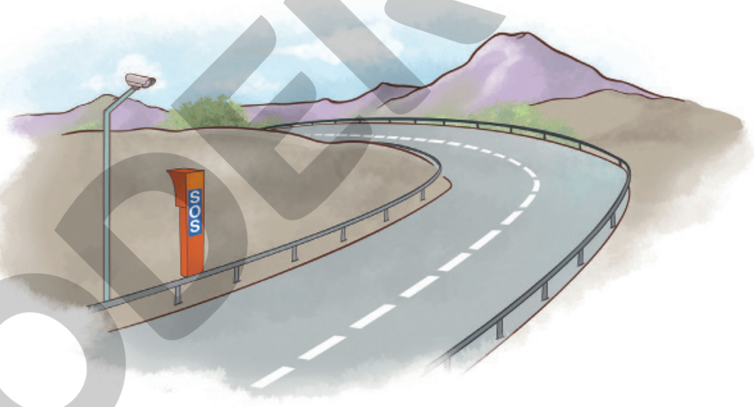
11 Dois números primos entre si são multiplicados por 28. Qual é o mdc dos dois produtos obtidos? **11.** 28

12 O mdc de dois números é 18. Se dividirmos cada um deles por 3, qual será o mdc dos novos números? **12.** 6

9. a) Sim, porque mdc (4, 5) = 1.
9. b) Sim, pois mdc (16, 25) = 1.
9. c) Não, porque mdc (15, 21) = 3.
9. d) Não, porque mdc (18, 42) = 6.

4 Mínimo múltiplo comum (mmc)

Em um trecho de uma rodovia que mede 72 km de comprimento, a partir do quilômetro zero, foram colocados, a cada 3 km, um telefone de emergência e, a cada 8 km, uma torre com câmera de monitoramento. Em quais quilômetros dessa rodovia foram colocados, simultaneamente, telefone e câmera?



GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Os telefones foram colocados nos quilômetros 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69 e 72.

Os números **0**, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, **24**, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, **48**, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69 e **72** são múltiplos de 3.

As câmeras de monitoramento foram colocadas nos quilômetros 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64 e 72.

Os números **0**, 8, 16, **24**, 32, 40, **48**, 56, 64 e **72** são múltiplos de 8.

(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.

Observe que os números 0, 24, 48 e 72 se repetem em ambas as sequências numéricas, ou seja, há um telefone e também uma câmera nos quilômetros 0, 24, 48 e 72.

Os números 0, 24, 48 e 72 são os múltiplos comuns de 3 e de 8 menores ou iguais a 72.

Logo, 24 é o menor número diferente de zero que é múltiplo comum de 3 e de 8.

Esse número é o **mínimo múltiplo comum** (**mmc**) de 3 e de 8, que indicamos por:

$$\text{mmc}\ (3, 8) = 24$$

Assim, nesse trecho da rodovia, a cada 24 km foram instalados, simultaneamente, um telefone de emergência e uma câmera de monitoramento.

Na situação anterior, para encontrar o mmc de 3 e 8, escrevemos os múltiplos diferentes de zero de cada um dos números e, depois, observamos o menor múltiplo comum entre eles. Esse é um modo de calcular o mmc de dois ou mais números. Podemos também usar a decomposição dos números em fatores primos.

Veja, por exemplo, como calcular o mmc de 180 e 350.

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \end{array} \qquad \qquad \begin{array}{r|l} 350 & 2 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ \hline 1 & 2 \cdot 5^2 \cdot 7 \end{array}$$

A seguir, destacamos os fatores primos comuns a 180 e 350.

$$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$350 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$$

O mmc é dado pelo produto dos fatores primos comuns pelos fatores primos não comuns.

Logo, $\text{mmc}\ (180, 350) = \underbrace{2 \cdot 5}_{\text{fatores primos comuns}} \cdot \underbrace{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}_{\text{fatores primos não comuns}} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 6300$.

Podemos também calcular o mmc de dois ou mais números naturais decompondo-os simultaneamente em fatores primos.

Vamos calcular o mmc de 180 e 350 pela **decomposição simultânea** em fatores primos.

180, 350	2	← Dividimos ambos os números.
90, 175	2	← Dividimos apenas o número 90.
45, 175	3	← Dividimos apenas o número 45.
15, 175	3	← Dividimos apenas o número 15.
5, 175	5	← Dividimos ambos os números.
1, 35	5	← Dividimos apenas o número 35.
1, 7	7	← Dividimos apenas o número 7.
1, 1	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$	

O mmc de 180 e 350 será o produto dos fatores primos encontrados.

Logo, $\text{mmc}\ (180, 350) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^1 = 6300$.

Comente com os estudantes que o emprego do mmc é útil na adição ou na subtração de frações com denominadores diferentes para determinar frações equivalentes que tenham o mesmo denominador.

- A **atividade 15** propõe aos estudantes que efetuem cálculos mentais. Após a resolução dos itens dessa atividade, pergunte a eles se perceberam alguma relação entre os números e o mmc deles. Espera-se que alguns estudantes notem que, quando um dos números é divisível pelo outro, o mmc é o maior número.

O cálculo do mmc de três números é feito de maneira similiar ao do mmc de dois números: pela decomposição em separado ou pela decomposição simultânea.

Veja como calcular o mmc de 12, 18 e 30.

1º modo: decomposição em separado.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ \cline{2-2} 1 & 2^2 \cdot 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ \cline{2-2} 1 & 2 \cdot 3^2 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ \cline{2-2} 1 & 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}$$

$$\text{mmc}\ (12, 18, 30) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

2º modo: decomposição simultânea.

$$\begin{array}{r|l} 12,\ 18,\ 30 & 2 \longleftarrow \text{Dividimos todos os números.} \\ 6,\ 9,\ 15 & 2 \longleftarrow \text{Dividimos apenas o 6.} \\ 3,\ 9,\ 15 & 3 \longleftarrow \text{Dividimos todos os números.} \\ 1,\ 3,\ 5 & 3 \longleftarrow \text{Dividimos apenas o 3.} \\ 1,\ 1,\ 5 & 5 \longleftarrow \text{Dividimos apenas o 5.} \\ \cline{2-2} 1,\ 1,\ 1 & 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}$$

$$\text{mmc}\ (12, 18, 30) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

13 Determine:

a) os múltiplos de 15; **13. a)** 0, 15, 30, 45, 60, ...

b) os múltiplos de 20; **13. b)** 0, 20, 40, 60, 80, ...

c) os múltiplos comuns de 15 e 20; **13. c)** 0, 60, 120, 180, 240, ...

d) o mínimo múltiplo comum de 15 e 20, excluído o zero. **13. d)** 60

14 Escreva alguns pares de números naturais diferentes de zero de modo que um seja divisor do outro. Troque os números que você escreveu pelos escolhidos por um colega. Cada um deve calcular o mmc dos números dos pares escritos pelo colega. Depois, comparem cada mmc obtido com os números do respectivo par. Que conclusão vocês podem obter dessa comparação?

14. Espera-se que os estudantes concluam que o mmc dos números é igual àquele que é o múltiplo do outro.

15 Calcule mentalmente o mmc de:

a) 2 e 6; **15. a)** 6

b) 10 e 20; **15. b)** 20

c) 15 e 45; **15. c)** 45

d) 50 e 100. **15. d)** 100

16 Calcule o mmc dos números: **16.** 840

$2^3 \cdot 3 \cdot 5$ $\quad$ $2^3 \cdot 5 \cdot 7$ $\quad$ $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

17 Determine, pela decomposição em fatores primos, o mmc de:

a) 18, 27 e 45; **17. a)** 270

b) 18, 30 e 48; **17. b)** 720

c) 120, 132 e 20; **17. c)** 1 320

d) 150, 300 e 375. **17. d)** 1 500

18 Junte-se a um colega, escolham alguns pares de números primos entre si e determinem o mmc de cada par. Depois, respondam: qual é o mmc de dois números primos entre si? **18.** o produto desses números

19 Usando o processo da decomposição simultânea em fatores primos, determine o mínimo múltiplo comum dos números abaixo.

a) 90 e 120 **19. a)** 360

b) 45, 54 e 72 **19. b)** 1 080

c) 120, 300 e 450 **19. c)** 1 800

d) 20, 40, 50 e 200 **19. d)** 200

20. Espera-se que os estudantes concluam que o produto dos números e o produto do mdc com o mmc desses números são iguais.

20 Escreva alguns pares de números naturais diferentes de zero.

Troque-os com um colega para que cada um de vocês calcule o produto dos números do par, o mdc e o mmc deles e o produto do mdc com o mmc obtidos. Destroquem para conferir os cálculos.

Para cada par de números escritos, comparem o primeiro com o último dos números calculados. Discutam entre si e respondam: qual é a relação entre o produto dos números e o produto do mdc com o mmc desses números?

21 Para cada par de números dado abaixo, calcule o produto dos números, o mdc e o mmc deles e o produto do mdc com o mmc obtidos.

a) 12 e 15 **21. a)** 180, 3, 60 e 180

b) 48 e 16 **21. b)** 768, 16, 48 e 768

c) 11 e 121 **21. c)** 1 331, 11, 121 e 1 331

d) 36 e 49 **21. d)** 1 764, 1, 1 764 e 1 764

22 O mdc de dois números é 24, o mmc entre eles é 504, e um dos números é 168. Calcule o outro número. **22.** 72

23 Em uma grande metrópole, foi feito um estudo sobre a medida do intervalo de tempo entre as luzes vermelha, amarela e verde dos semáforos para melhorar o tráfego da cidade. A companhia de engenharia de tráfego propôs alterações nas medidas de intervalo de tempo de três semáforos consecutivos, A, B e C. O semáforo A ficaria verde a cada 40 segundos; o semáforo B, a cada 50 segundos, e o semáforo C, a cada 60 segundos. Às 18 horas, os três semáforos ficaram verdes ao mesmo tempo. A que horas isso ocorrerá novamente? **23.** 18h10

24 Junte-se a um colega e leiam a situação a seguir.

Ricardo trabalha em uma agência de viagens de turismo. Ele vende pacotes de viagem de navio para uma empresa internacional que tem três embarcações. Os clientes que compram os pacotes podem pedir a troca de navio, mas apenas quando os três estão ancorados no porto no mesmo dia. Os percursos e o tempo para as viagens variam. O navio A faz viagens de 12 dias, o navio B faz viagens de 15 dias e o navio C, de 10 dias. Alguns clientes, depois de comprar o pacote de viagem, pediram a troca de navio.

ENÁGIO COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

- Com base na situação descrita, elaborem uma questão que tenha como resposta o mínimo múltiplo comum dos números citados. **24.** Resposta pessoal.

25 Três navios fazem o mesmo percurso entre dois portos: o primeiro, de 8 em 8 dias; o segundo, de 12 em 12 dias; o terceiro, de 18 em 18 dias. Tendo partido juntos do porto de origem em certo dia do mês, após quantos dias sairão juntos novamente? **25.** 72 dias

26 Júlia trabalha em uma empresa que tem filiais em três cidades: A, B e C. Ela visita a filial na cidade A a cada 10 dias, na cidade B a cada 30 dias e na cidade C a cada 50 dias. Em março, ela precisou visitar as três filiais. Em que mês isso ocorrerá novamente? **26.** agosto

- As atividades desta página envolvem o conceito de mínimo múltiplo comum. Como elas não exigem o uso de um método específico para calcular o mmc, permita que os estudantes utilizem qualquer processo que lhes for mais conveniente.
- As **atividades 20**, **21** e **22** envolvem também o conceito de máximo divisor comum. Deixe que os estudantes calculem o mdc da maneira que preferirem.

Resolvendo em equipe

BNCC:

- Competências gerais 2, 4, 9 e 10 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 2 e 5 (as descrições estão na página VII).

A seção destaca as etapas selecionadas para encaminhar a resolução de problemas. Elas devem ser analisadas e discutidas com os estudantes. Além de favorecer o desenvolvimento das competências gerais **2**, **4**, **9** e **10** e das competências específicas de Matemática **2** e **5**, a seção permite a transferência de estratégias de resolução para outros contextos e situações.

Resolvendo em equipe

Faça a atividade no caderno.

(Enem) O gerente de um cinema fornece anualmente ingressos gratuitos para escolas. Este ano serão distribuídos 400 ingressos para uma sessão vespertina e 320 ingressos para uma sessão noturna de um mesmo filme. Várias escolas podem ser escolhidas para receberem ingressos. Há alguns critérios para a distribuição dos ingressos:

1) cada escola deverá receber ingressos para uma única sessão;
2) todas as escolas contempladas deverão receber o mesmo número de ingressos;
3) não haverá sobra de ingressos (ou seja, todos os ingressos serão distribuídos).

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas para obter ingressos, segundo os critérios estabelecidos, é: **Resolvendo em equipe**: alternativa **c**.

a) 2 **b)** 4 **c)** 9 **d)** 40 **e)** 80

Interpretação e identificação dos dados	• Observe que cada escola deve receber a mesma quantidade de ingressos, ou seja, o número de ingressos de cada escola deve dividir, ao mesmo tempo, o número 400 e o número 320, e esse número deve ser o maior valor possível.
Plano de resolução	• Considerando as informações do enunciado, elabore etapas para resolver o problema.
Resolução	• Apresente seu plano de resolução para os colegas. • Discutam as diferenças e semelhanças entre os planos e verifiquem as melhores estratégias. • Em grupo, resolvam o problema, fazendo as anotações individuais no caderno. **Resolução**: Espera-se que os estudantes determinem que cada escola receberá 80 ingressos de apenas uma sessão. Assim, 5 escolas receberão 80 ingressos para assistir à sessão vespertina e 4 escolas receberão 80 ingressos para assistir à sessão noturna, totalizando 9 escolas.
Verificação	• Considerando a resposta encontrada, verifique se ela satisfaz as condições determinadas no enunciado.
Apresentação	• Proponha um novo problema alterando a quantidade de ingressos oferecidos.

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Faça as atividades no caderno.

Múltiplos e divisores de um número inteiro

Para saber se um número é **múltiplo** ou **divisor** de outro, basta verificar se a divisão é exata, ou seja, se o resto da divisão é igual a zero.

a) –220 é múltiplo de 11?

Sim, pois ao dividir –220 por 11 obtém-se quociente igual a –20 e resto 0.

b) –7 é divisor de 84?

Sim, pois ao dividir 84 por –7 obtém-se quociente igual a –12 e resto 0.

Máximo divisor comum (mdc)

É o maior divisor comum de dois ou mais números.

Cálculo do mdc (18, 27).

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ \hline 1 & 2 \cdot 3^2 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ \hline 1 & 3^3 \end{array}$$

mdc (18, 27) = 3 · 3 = 9

Mínimo múltiplo comum (mmc)

É o menor múltiplo comum de dois ou mais números.

Cálculo do mmc (18, 27).

$$\begin{array}{r|l} 18,\ 27 & 2 \\ 9,\ 27 & 3 \\ 3,\ 9 & 3 \\ 1,\ 3 & 3 \\ \hline 1,\ 1 & 2 \cdot 3^3 \end{array}$$

mmc (18, 27) = $2 \cdot 3^3$ = 54

1. No caderno, escreva cinco múltiplos do número 5 que sejam:

a) negativos; **1. a)** Exemplo de resposta: –30, –25, –20, –15, –10

b) maiores que –19 e menores que 29. **1. b)** Exemplo de resposta: –15, –10, –5, 5, 10.

2. Escreva no caderno todos os números:

a) divisíveis por 3 que estão entre –14 e 10; **2. a)** –12, –9, –6, –3, 0, 3, 6 e 9.

b) múltiplos de 7 que estão entre –20 e 30. **2. b)** –14, –7, 0, 7, 14, 21 e 28.

3. Dados os números 12 e 18, determine:

a) os divisores de 12; **3. a)** 1, 2, 3, 4, 6 e 12

b) os divisores de 18; **3. b)** 1, 2, 3, 6, 9 e 18

c) os divisores comuns de 12 e 18; **3. c)** 1, 2, 3 e 6

d) o máximo divisor comum de 12 e 18. **3. d)** 6

4. Determine:

a) os múltiplos de 25; **4. a)** 0, 25, 50, 75, 100, ...

b) os múltiplos de 50; **4. b)** 0, 50, 100, 150, 200, ...

c) os múltiplos comuns de 25 e 50; **4. c)** 0, 50, 100, ...

d) o mínimo múltiplo comum de 25 e 50, excluído o zero. **4. d)** 50

5. Calcule utilizando a decomposição em fatores primos.

a) mdc (18,15) **5. a)** 3

b) mdc (90, 120) **5. b)** 30

c) mdc (25, 35, 50) **5. c)** 5

d) mdc (48, 76) **5. d)** 4

e) mdc (50, 60, 100) **5. e)** 10

f) mdc (432, 180) **5. f)** 36

6. Calcule utilizando a decomposição em fatores primos.

a) mmc (25, 40) **6. a)** 200

b) mmc (38, 24) **6. b)** 456

c) mmc (18, 30, 56) **6. c)** 2 520

d) mmc (36, 124) **6. d)** 1 116

e) mmc (15, 45, 125) **6. e)** 1 125

f) mmc (42, 236) **6. f)** 4 956

7. Um jogo é composto de 21 cartas e 18 fichas. Todas as cartas e fichas devem ser distribuídas sem que haja sobras, de modo que cada jogador receba a mesma quantidade de cartas e a mesma quantidade de fichas. É possível que 3 pessoas participem desse jogo? E 6? Justifique sua resposta. **7.** É possível que 3 pessoas joguem, pois 21 e 18 são divisíveis por 3, mas 6 pessoas não, pois 21 não é divisível por 6.

8. Júlia comprou dois pedaços de tecido, um com 15 m de medida de comprimento e outro com 21 m. Ela vai cortar esses tecidos em pedaços iguais, de maior medida de comprimento possível. Qual será a medida de comprimento de cada pedaço de tecido? **8.** 3 metros

9. Para uma sessão de teatro, os espectadores se organizaram em filas. Se contarmos de 3 em 3, sobram 2 pessoas; se contarmos de 5 em 5, sobram 3 pessoas. Sabendo que eram mais que 25 e menos que 50 pessoas, quantas pessoas há na fila? **9.** 38 pessoas

Revisão dos conteúdos deste capítulo

- Após os estudantes concluírem a **atividade 1**, peça para que compartilhem suas respostas com os colegas.
- No **item a** da **atividade 2**, oriente os estudantes a escrever primeiro os números inteiros entre –14 e 10 para, depois, identificar os que são divisíveis por 3. O **item b**, pode ser realizado adotando-se procedimento análogo.
- É possível que alguns estudantes tenham dificuldades em distinguir os conceitos de máximo divisor comum (mdc) e o mínimo múltiplo comum (mmc), aproveite as **atividades 3** e **4** para caracterizar esses conceitos. Se necessário, em ambas as atividades, oriente-os a utilizar as respostas dos **itens a** e **b** para responder ao **item c** e a usar a resposta deste item para resolver o **item d**.

Ao determinar os múltiplos nos **itens a** e **b** da **atividade 4**, confira se os estudantes indicam o zero; caso não indiquem, relembre-os de que o zero é múltiplo de todos os números inteiros.

- Nas **atividades 5** e **6**, se houver dificuldade, relembre como calculamos o mdc e o mmc utilizando a decomposição em fatores primos e destaque a necessidade de usar esse método nas atividades por ter sido indicado nos enunciados.
- Nas **atividades 7**, **8** e **9**, permita que os estudantes resolvam os problemas utilizando estratégias pessoais. Na **atividade 7**, devem identificar se 21 e 18 são divisíveis por 3 e 6; na **atividade 8**, devem calcular o mdc (15, 21); na **atividade 9**, devem identificar os múltiplos comuns de 3 e 5 para determinar o único número que satisfaz a quantidade de pessoas que sobram em cada contagem.

Caso os estudantes tenham dificuldade nessas atividades, leia-as com eles e questione-os sobre o que precisa ser feito em cada situação.

CAPÍTULO 3 – RETAS E ÂNGULOS

Trocando ideias

BNCC:

- Competência geral 9 (a descrição está na página VI).
- Competência específica 8 (a descrição está na página VII).

Objetivos:

- Verificar se os estudantes reconhecem retas, semirretas e segmentos de reta.
- Verificar se os estudantes reconhecem a representação de retas paralelas.
- Mostrar a importância de respeitar a sinalização horizontal de trânsito.

Tema contemporâneo transversal:

A proposta desse *Trocando ideias* é possibilitar aos estudantes conhecer algumas sinalizações horizontais presentes nas vias do país. Pergunte a eles se conhecem o Código de Trânsito Brasileiro e se, na opinião deles, é importante conhecê-lo. Depois, convide-os a pensar no Código de Trânsito Brasileiro e na responsabilidade coletiva por um trânsito mais seguro. Enfatize a importância de respeitar as leis de trânsito e ter comportamento solidário, pois, ao adotar essa postura, diminui-se as ocorrências de lesões, sequelas e até mortes provocadas por acidentes. Depois, dê um tempo para que observem as sinalizações presentes nesta página e tire eventuais dúvidas. Se achar oportuno, amplie a proposta e explore outras sinalizações horizontais. Para isso, você pode consultar o Manual Básico de Segurança no Trânsito produzido pela Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos (Anfavea).

Em seguida, proponha a eles que respondam às questões. Para responder ao primeiro item, eles podem apontar com o dedo a sinalização que se parece com partes de retas paralelas. Verifique se todos se recordam que retas paralelas são aquelas que não têm ponto em comum. Peça a alguns deles que representem pares de retas paralelas na lousa.

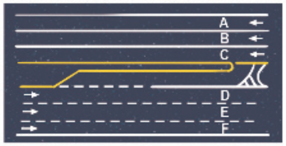
No segundo item, enfatize que a questão se refere a cada uma das partes da "linha tracejada". Espera-se que eles respondam que essas partes se parecem com segmentos de reta, pois são limitadas nos dois sentidos. Caso os estudantes tenham dificuldades, relembre os conceitos de semirreta e de segmento de reta e represente alguns exemplos na lousa.

Capítulo 3
Retas e ângulos

Trocando ideias

Sinalização horizontal é aquela que é feita sobre o pavimento das vias para controlar o fluxo de veículos e o de pedestres, controlar e orientar os deslocamentos e complementar os sinais das placas. Aparecem na cor branca quando direcionam fluxos no mesmo sentido e na amarela para fluxos opostos.

Confira, no quadro abaixo, alguns exemplos de sinalização horizontal utilizados:

	Sinalização	Exemplo de aplicação
Exemplos de linha de divisão de fluxos opostos	Simples seccionada 	Ultrapassagem permitida para os dois sentidos 
	Dupla contínua 	Ultrapassagem proibida para os dois sentidos 
	Dupla contínua / seccionada 	Ultrapassagem permitida somente no sentido B 
Exemplos de linha de divisão de fluxo de mesmo sentido	Contínua 	Proibida a ultrapassagem e a transposição de faixa entre A-B-C Permitida a ultrapassagem e a transposição de faixa entre D-E-F 
	Seccionada 	

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

- Quais dessas sinalizações se parecem com partes de retas paralelas?
- Cada uma das partes das linhas seccionadas se parece com qual figura geométrica plana: semirreta ou segmento de reta?

Neste capítulo, vamos estudar as retas e os ângulos, retomando definições e relações já vistas em anos anteriores e conhecendo as relações entre os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

Trocando ideias: primeiro item: a sinalização denominada Dupla contínua de divisão de fluxos opostos; segundo item: segmento de reta.

Este *Trocando ideias* favorece o desenvolvimento da competência geral **9** e da competência específica **8**, uma vez que o diálogo e a interação entre os estudantes são incentivados.

1

Retas

Uma reta é formada por infinitos pontos distintos, dispostos em uma única direção, e suas extremidades indicam que ela se prolonga infinitamente nos dois sentidos. Na reta abaixo, destacamos os pontos *A* e *B*.

reta *r* ou $\overleftrightarrow{AB}$

Os pontos *A* e *B* **pertencem** à reta *r*.

Semirreta e segmento de reta

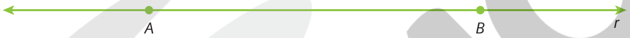
Considere a reta *r* e os pontos *A*, *B* e *O* indicados:

O ponto *O* divide a reta *r* em duas **semirretas** de origem em *O*: uma passa pelo ponto *A* e a outra passa pelo ponto *B*. A reta *r* é chamada de **reta suporte** dessas semirretas. Confira as duas semirretas a seguir.

- Semirreta de origem *O* que passa pelo ponto *A*. Também podemos indicar como: $\overrightarrow{OA}$ (lemos: "semirreta *OA*").

- Semirreta de origem *O* que passa pelo ponto *B*. Também podemos indicar como: $\overrightarrow{OB}$ (lemos: "semirreta *OB*").

Considere, novamente, a reta *r* e os pontos *A* e *B*, distintos, pertencentes a *r*:



Chamamos de **segmento de reta** a parte da reta compreendida entre dois de seus pontos, incluindo esses pontos. Denominamos, nesse caso, os pontos *A* e *B* de **extremidades** de $\overline{AB}$ (lemos: "segmento de reta *AB*"). A reta *r* é chamada de **reta suporte** desse segmento.

Segmento de reta de extremidades *A* e *B* ($\overline{AB}$).

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Retas

Objetivos:

- Reconhecer e representar retas, semirretas e segmentos de reta.
- Reconhecer retas paralelas e concorrentes.
- Construir retas paralelas e perpendiculares usando régua e esquadro.

Justificativa

Retas, semirretas e segmentos de reta são conceitos básicos da Geometria que estão presentes em muitas figuras. Por exemplo, os lados de um ângulo são semirretas, e os lados de um polígono são segmentos de reta.

Reconhecer retas paralelas e concorrentes é um pré-requisito para, por exemplo, compreender as relações entre os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

A construção de retas paralelas e perpendiculares com régua e transferidor possibilita que os estudantes representem polígonos com ao menos um par de lados paralelos e/ou com lados formando ângulo reto.

Mapeando conhecimentos

Pergunte para a turma o que é reta, semirreta e segmento de reta e peça que as representem no caderno.

Distribua algumas folhas de papel quadriculado e solicite que representem pares de retas paralelas e concorrentes. Verifique se utilizam as linhas da malha para representar as retas paralelas.

Por fim, pergunte como fariam para construir duas retas paralelas e garantir que são de fato paralelas.

Para as aulas iniciais

Retome com a turma os conceitos de semirreta e segmento de reta presentes na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores* e peça que façam as **atividades 26** e **27**.

Para o desenvolvimento deste capítulo, é essencial que sempre estejam disponíveis réguas, transferidores, esquadros e compassos, se possível, em quantidade suficiente, pois são propostas diversas atividades que utilizam esses materiais. É importante justificar as construções realizadas à luz dos conceitos trabalhados, pois isso ajuda os estudantes a atribuir significado aos procedimentos das construções.

Comente com eles que, nas notações utilizadas para a reta *r*, poderíamos também incluir $\overleftrightarrow{BA}$.

Semirreta e segmento de reta

Explique aos estudantes que poderíamos usar também a notação $\overline{BA}$ para o segmento de reta $\overline{AB}$.

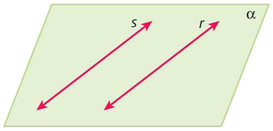
Posições relativas entre duas retas

Se julgar pertinente, comente a existência de retas reversas, para convidá-los a pensar em retas que estejam em planos diferentes.

Posições relativas entre duas retas

Duas ou mais retas contidas em um mesmo plano podem ser classificadas em:

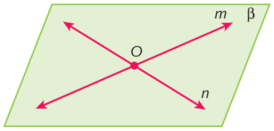
- **retas paralelas**: quando não possuem pontos em comum.



Indica-se: $r // s$

(lemos: "r é paralela a s").

- **retas concorrentes**: quando possuem um único ponto em comum.



Indica-se: $r \times s$

(lemos: "r é concorrente a s").

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ ARQUIVO DA EDITORA

As ruas de uma cidade se parecem com partes de retas paralelas ou retas concorrentes. Observe a imagem de parte da cidade de Belém (PA), situada na região Norte do Brasil, captada por um satélite em 2021.

© GOOGLE EARTH 2022

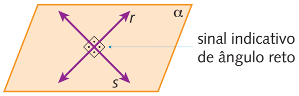
Imagem de satélite de parte da cidade de Belém (PA). Foto de 2021.

▸ Na imagem acima, você consegue identificar ruas que são paralelas em alguns trechos? E ruas que se cruzam? Converse com os colegas.

Item: Espera-se que os estudantes identifiquem pares de ruas paralelas, como a rua Aristides Lobo e a rua Oswaldo Cruz, e pares de ruas que se cruzam, como a rua Vinte e Oito e a avenida Assis de Vasconcelos.

Observação

Retas concorrentes que formam quatro ângulos retos (ângulos cuja abertura mede 90°) são chamadas **retas perpendiculares**.

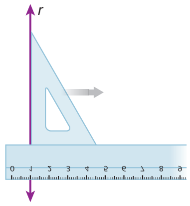


Indica-se: $r \perp s$
(lemos: "*r* é perpendicular a *s*").

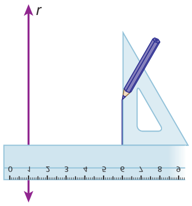
Construção de retas paralelas com régua e esquadro

Observe como podemos construir retas paralelas usando uma régua e um esquadro.

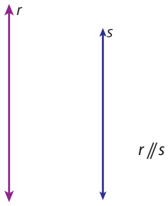
1º) Alinhamos o esquadro com a reta *r* e apoiamos a régua em um dos lados do esquadro, mantendo-a fixa.



2º) Deslizamos o esquadro pela régua e traçamos uma nova reta *s*.



3º) A reta *s* traçada será paralela à reta *r*.



ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1 Na figura, as retas *a*, *b*, *c* e *d* são retas suportes dos lados do paralelogramo *MNOP*.

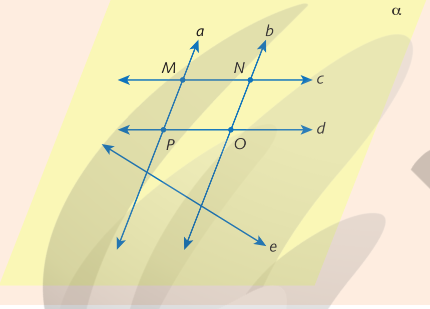
Observe a figura e identifique no caderno:

a) dois pares de retas paralelas;

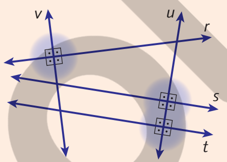
1. a) *a* e *b*; *c* e *d*

b) dois pares de retas concorrentes.

1. b) Exemplo de resposta: *a* e *c*; *b* e *e*



2 Observe a figura abaixo e indique os pares de retas perpendiculares.



2. *r* e *v*; *u* e *s*; *u* e *t*.

3 Desenhe uma reta *r* e um ponto *P* **não pertencente** a essa reta. Com uma régua e um esquadro, trace uma reta *s* paralela à *r* pelo ponto *P*. **3.** Comentário em *Orientações*.

4 Desenhe no caderno uma reta *r* e, com uma régua e um esquadro, trace uma reta s perpendicular à *r*. **4.** Comentário em *Orientações*.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Comente que, na construção de retas paralelas, pode-se utilizar, além da régua e do esquadro, conforme sugerido, um par de esquadros.

Nas atividades, oriente os estudantes a serem precisos com os traçados.

- Para resolver a **atividade 3**, trace a reta *r* e marque o ponto *P* não pertencente à reta. Posicione o esquadro alinhado com a reta *r* e apoiado na régua (conforme mostra a figura do tópico *Construção de retas paralelas com régua e esquadro*), deslize o esquadro até o encontro do ponto *P*. Trace a nova reta que passa pelo ponto *P*, a qual chamaremos de *s*. A reta *s* é paralela à reta *r*.
- Na **atividade 4**, podemos fazer o seguinte: trace uma reta *r* qualquer e mantenha a régua fixa. Em seguida, posicione um dos lados do ângulo reto do esquadro apoiado na régua e trace a reta *s* percorrendo o outro lado do ângulo reto do esquadro. A reta *s* será perpendicular à reta *r*.

Lendo e aprendendo

BNCC:

- Competências gerais 3, 7 e 9 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 3 e 8 (as descrições estão na página VII).

Objetivos:

- Reconhecer a descrição da construção de traços que se parecem com retas concorrentes.
- Reconhecer grafismos.
- Pesquisar sobre a influência da cultura indígena na formação do povo brasileiro.

Tema contemporâneo transversal:

PLURALIDADE CULTURAL

Faça a leitura coletiva do texto da seção com os estudantes e, depois, apresente mais exemplos de grafismos presentes na pintura corporal ou no artesanato de outros povos indígenas brasileiros. Você pode encontrar esses exemplos na internet e projetar para eles, caso a escola tenha equipamento disponível.

É importante falar um pouco sobre o povo Kayapó com a turma. Diga que esse povo vive em uma extensa área localizada nos estados do Mato Grosso e do Pará, ao longo dos afluentes do rio Xingu e que as principais atividades são a caça, a pesca e a agricultura. Caso queira mais informações sobre os Kayapó, acesse o povo Mebêngôkre Kayapó no *site* dos Povos Indígenas no Brasil.

Depois, reserve um momento da aula para conversar com os estudantes sobre a importância dos indígenas na formação do povo brasileiro e sua influência em nossa cultura. Se achar necessário, antecipe a **atividade 4** com eles. Esse pode ser um momento oportuno para trabalhar o assunto junto com as aulas de História e desenvolver a competência geral **3** e a competência específica **3**.

Debates como este, que exploram as diferenças culturais entre as pessoas, também podem promover um melhor convívio social entre os estudantes.

Aproveite a oportunidade e alerte os estudantes para os riscos de realizarem pinturas no rosto como mostra a foto que abre esta seção. Diga, que podem se machucar com objetos pontiagudos ou ainda, dependendo da tinta, podem sofrer algum tipo de irritação na pele ou nos olhos.

Lendo e aprendendo

PLURALIDADE CULTURAL

Grafismos e pinturas corporais marcam a identidade do povo Kayapó

RENATO SOARES/PULSAR IMAGENS

Pintura facial com jenipapo em criança da etnia Kayapó da aldeia Moikarakô, em São Félix do Xingu (PA). Foto de 2016.

Pintura corporal revela a identidade dos nossos povos ancestrais

Os traços adotados nos rostos e corpos identificam etnias, famílias, status social e são essenciais durante as festas e rituais.

Arte na pele, a pintura corporal não é apenas uma questão estética, ou apenas para proteção contra insetos e raios solares. Cada povo retrata sua identidade cultural por meio de traços que revelam toda uma simbologia. Há pinturas específicas para festividades, para identificação das famílias, para apontar o estado civil ou status social. É possível identificar os povos do Tocantins somente pela observação das pinturas.

De acordo com a antropóloga e professora da Universidade Federal do Pará, Jane Beltrão, a pintura ritualística é uma forma de expressar os mais delicados valores culturais. "A arte indígena é um sofisticado meio de comunicação estética, que informa aos demais sobre a diferença da qual emana força, autenticidade e valores das nações indígenas", diz, enfatizando que exibir marcas tribais é uma forma de resistência.

[...]

Além de privilegiar traços geométricos, a pintura corporal pode representar figuras simbólicas de animais como pássaros, peixes e répteis. É o caso do povo Iny (Karajá, Javaé, Xambioá).

Juntamente com as pinturas corporais, geralmente feitas com tintura natural extraída de plantas como urucum e o jenipapo, além de carvão misturado à resina de algumas

grafismos: desenhos que representam figuras geométricas ou imagens de pessoas e de animais.

Sugestão de atividade para combater o *bullying*

Alguns estudantes indígenas podem ter sofrido, ou ainda sofrem, algum tipo de discriminação na escola. É possível ainda que alguns deles tenham medo de assumir sua identidade para não serem alvo de discriminação dos colegas de turma. Para minimizar o problema, é importante que se promova o diálogo. Converse sobre como essas práticas discriminatórias podem afetar negativamente a vida das vítimas. Na medida do possível, traga à tona, seja por meio de conversas ou por ações na escola, a presença intrínseca dos indígenas na cultura brasileira, do vocabulário aos hábitos.

árvores, há uma série de elementos agregados aos mais variados momentos e celebrações, como o corte de cabelo, o uso de enfeites de cabeça e a emplumação dos corpos.

Emplumar é colar penas diretamente no corpo, o que ocorre nas aldeias em situações festivas/ritualísticas. É uma tradição entre os povos indígenas brasileiros, com variações que identificam cada grupo étnico. Entre o povo Krahô, no Ketuwayê, as crianças têm seu primeiro contato com a ritualística do mundo adulto desta forma. Durante o ritual, as crianças são emplumadas e realizam um desfile em torno da aldeia, abatendo animais domésticos, para representar a primeira "caçada".

FONTES, Seleucia. **Pintura corporal revela a identidade dos nossos povos ancestrais**. Secretaria da Cultura e Turismo do Governo do estado do Tocantins.

Atividades

1. Responda no caderno.

1. a) Além de traços geométricos, pode ser representada por figuras simbólicas de animais como pássaros, peixes ou répteis.

a) No povo Iny (Karajá, Javaé e Xambioá), a pintura corporal pode ser representada por quais figuras?

b) Qual é o objetivo da arte corporal para o povo indígena?

1. b. Expressar seus valores culturais e podem ser relacionadas com força, autenticidade e valores de suas nações.

c) O que os indígenas utilizam para produzir suas tintas?

1. c) Plantas como urucum e o jenipapo, além de carvão misturado à resina de algumas árvores.

2. A pintura corporal indígena privilegia traços geométricos. Quando são feitos dois traços que se cruzam em um único ponto, mas não formam um ângulo reto, podemos afirmar que se parecem com:

a) retas concorrentes

b) retas paralelas

c) retas perpendiculares

d) retas coincidentes

2. alternativa **a**.

3. As faixas abaixo foram criadas com base em grafismos indígenas.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Inspirado pelas imagens acima, crie um grafismo em uma folha de papel quadriculado.

3. Resposta pessoal.

4. Reúna-se com 3 colegas e pesquisem sobre a influência da cultura indígena na formação do povo brasileiro. Depois, compartilhem com a turma o que encontraram. **4.** Comentário em *Orientações*.

- Na **atividade 1**, os estudantes vão responder a algumas questões sobre o texto. Após terminarem, faça a correção oralmente. Amplie a proposta dessa atividade e solicite a eles que elaborem questões com base no texto. Depois, eles podem trocar as questões com um colega e responder às questões propostas por ele.
- A **atividade 2** envolve a transição entre os registros em língua materna e figural, o que contribui para o desenvolvimento da competência específica **6**. Espera-se que os estudantes reconheçam que o fato de os traços se cruzarem em um único ponto sem formar um ângulo reto nos permite associá-los com a ideia de retas concorrentes.
- A **atividade 3** pode ser um momento oportuno para trabalhar o assunto junto com as aulas de Arte e desenvolver a competência específica **3**. Alerte aos estudantes que eles não devem copiar os grafismos da atividade na folha de papel quadriculado, e sim utilizá-los como inspiração para a criação de outros. Após concluírem a atividade, exponha os grafismos da turma em um mural.
- Na **atividade 4**, os estudantes vão realizar uma pesquisa sobre a influência da cultura indígena no povo brasileiro. Oriente-os a fazer a pesquisa em fontes confiáveis. É importante que eles reconheçam que essa cultura teve influência em nossa culinária (beiju de mandioca, pamonha, pirão etc.), nas artes (pintura corporal, cestaria, arte plumária etc.), na língua (influência em palavras ligadas à flora e à fauna, como abacaxi, tatu, mandioca, caju etc.) e em outros costumes, como o de dormir em redes e andar descalço. Caso ache necessário, convide o professor de História para que realizem essa atividade juntos.

Em atividades assim, os estudantes tiram conclusões com base em informações e dados confiáveis e, além disso, exercitam a empatia e o diálogo, o que favorece o desenvolvimento das competências gerais **7** e **9** e da competência específica **8**.

O ângulo e seus elementos

Objetivos:

- Compreender o conceito de ângulo.
- Identificar os elementos de um ângulo.

Justificativa

Compreender o conceito de ângulo e identificar seus elementos é importante para medir a abertura de ângulos, classificá-los em retos, agudos e obtusos, identificar ângulos congruentes e compreender conceitos como os de ângulos consecutivos, adjacentes, opostos pelo vértice, entre outros.

Mapeando conhecimentos

Peça aos estudantes que mencionem situações em que a ideia de ângulo esteja presente. Depois, pergunte se sabem definir e representar um ângulo. Incentive-os a verbalizar o que sabem.

Para as aulas iniciais

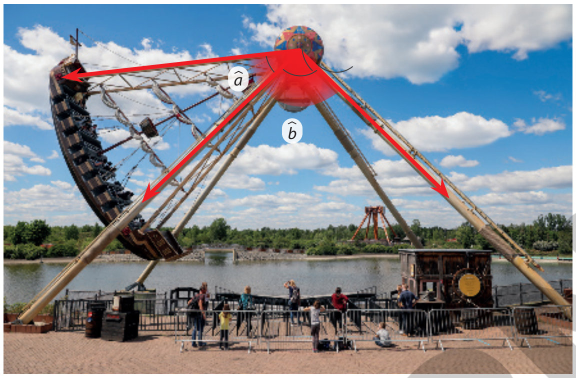
Retome o conceito de ângulo e seus elementos presentes na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores* e peça aos estudantes que façam a **atividade 28**.

Antes de explorar este tópico, é interessante deixar que os estudantes tragam seus conhecimentos, uma vez que esse assunto já foi parcialmente visto no 6º ano.

Chame a atenção para as notações de ângulo e de semirreta. É importante que os estudantes reconheçam as diferenças. Ajude-os a perceber que, para os ângulos, é utilizada uma notação de uma ou três letras, nunca duas; já para retas, segmentos de reta e semirretas, sempre duas letras. É comum algum estudante achar que é permitido o uso de três letras para representações de retas ou partes de retas.

2 O ângulo e seus elementos

Aplicações dos conceitos de ângulo estão presentes, hoje, na Engenharia Civil (construção de estradas, rampas), nos transportes (em rotas de orientação), em máquinas, nos projetos espaciais (em lançamento de foguetes), nas cartas geográficas (nos meridianos e paralelos da Terra), entre outras áreas. Observe os exemplos a seguir, em que destacamos os ângulos em um brinquedo de parque de diversões e em uma rota de GPS em um *smartphone*.



Barco *Viking* em Leipzig na Alemanha. Foto de 2020. Destacamos os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{b}$.

No cruzamento das ruas, destacamos os ângulos $\hat{a}$, $\hat{b}$ e $\hat{c}$.

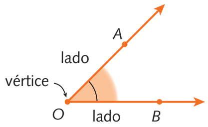
Traçando duas semirretas de mesma origem, determinamos, em um plano, duas regiões. Cada uma dessas regiões, incluindo as semirretas, é chamada de **ângulo**.

As semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ de origem no ponto *O* e os dois ângulos formados por elas.

Ângulo é a união de duas semirretas de mesma origem, com uma das regiões do plano limitada por elas.

Os **lados** de um ângulo são as semirretas que o determinam, e o **vértice** é a origem comum dessas semirretas.

O ângulo de vértice O e lados $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ é indicado por: $A\hat{O}B$, $B\hat{O}A$ ou $\hat{O}$.



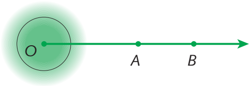
$A\hat{O}B$ → lemos: "ângulo AOB".

A letra que corresponde ao vértice deve ficar entre as outras duas.

Agora, observe dois casos em que duas semirretas de mesma origem têm a mesma reta suporte.

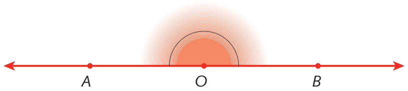
- As semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são coincidentes. Temos um **ângulo nulo** (ângulo cuja abertura mede 0°) e um **ângulo de uma volta** (ângulo cuja abertura mede 360°).

ângulo nulo



ângulo de uma volta

- As semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ têm sentidos opostos. Temos um **ângulo raso** ou **ângulo de meia-volta** (ângulo cuja abertura mede 180°).

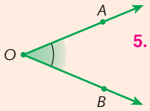


Atividades

Faça as atividades no caderno.

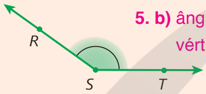
5 No caderno, indique, para cada item, o ângulo, seu vértice e seus lados.

a)



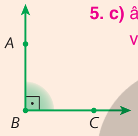
5. a) ângulo: $A\hat{O}B$ ou $B\hat{O}A$; vértice: O; lados: $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$

b)



5. b) ângulo: $R\hat{S}T$ ou $T\hat{S}R$; vértice: S; lados: $\overrightarrow{SR}$ e $\overrightarrow{ST}$

c)



5. c) ângulo: $A\hat{B}C$ ou $C\hat{B}A$; vértice: B; lados: $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$

d)

5. d) ângulo: $P\hat{Q}R$ ou $R\hat{Q}P$; vértice: Q; lados: $\overrightarrow{QP}$ e $\overrightarrow{QR}$

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

6 Desenhe um ângulo raso e um ângulo nulo. Em seguida, observe os lados dos ângulos e responda:

a) São semirretas? **6. a)** sim

b) Têm a mesma reta suporte? **6. b)** sim

c) São coincidentes? **6. c)** Os lados do ângulo raso não são coincidentes; já os lados do ângulo nulo são.

- Faça a correção coletiva das **atividades 5** e **6**. Em relação à **atividade 6**, peça que compartilhem as representações que fizeram dos ângulos raso e nulo.

Medida da abertura de um ângulo

Objetivos:

- Medir a abertura de ângulos utilizando o transferidor.
- Classificar ângulos em agudos, retos e obtusos.
- Construir ângulos utilizando o transferidor ou um par de esquadros.

Justificativa

Vários conceitos e propriedades que serão estudados no capítulo envolvem medidas de abertura de ângulos: ângulos congruentes, ângulos complementares, ângulos suplementares, propriedade dos ângulos opostos pelo vértice, relações entre os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal etc. Medir a abertura de ângulos e classificá-los quanto à medida da abertura é um passo importante para a compreensão desses conteúdos.

A construção de ângulos, por sua vez, explora o uso do transferidor ou dos esquadros e amplia o repertório de construções dos estudantes.

Mapeando conhecimentos

Reúna os estudantes em grupos e distribua, para cada grupo, folhas com representações de ângulos e alguns transferidores. Em seguida, peça a eles que meçam a abertura dos ângulos utilizando o transferidor. Observe se posicionam corretamente o transferidor sobre os ângulos e como registram as medidas obtidas. Caso não tenham encontrado dificuldades para realizar essa tarefa, você pode ampliá-la apresentando algumas medidas de abertura de ângulo para que eles representem no caderno utilizando o transferidor. Em seguida, verifique se conseguem classificar os ângulos representados em agudos, retos ou obtusos.

Para as aulas iniciais

Solicite aos estudantes que revisem os conceitos de ângulo agudo, reto e obtuso da seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores* e, depois, façam a **atividade 29**. Após identificarem as afirmações verdadeiras, incentive-os a justificar o porquê das afirmações dos **itens a**, **d** e **e** serem falsas.

3 Medida da abertura de um ângulo

Ao medir um ângulo, consideramos a abertura entre seus lados. Podemos utilizar como unidade de medida da abertura de ângulo o **grau**.

Se dividirmos um ângulo de uma volta em 360 partes iguais, determinamos 360 ângulos com aberturas medindo **1 grau** (1°).

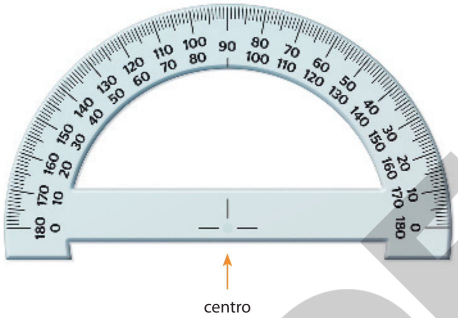
LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

ângulo de uma volta
(ângulo cuja abertura mede 360°)

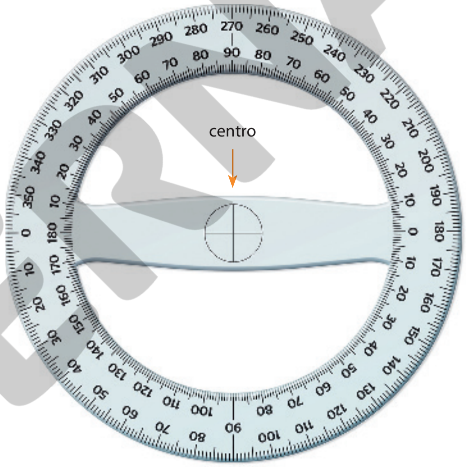
ângulo cuja abertura mede 1°

Para medir a abertura de ângulos, podemos utilizar o **transferidor**, que já vem graduado de 1° em 1°. Observe abaixo um transferidor de 180° e outro de 360°.

ILUSTRAÇÕES: NILSON CARDOSO/ARQUIVO DA EDITORA



transferidor de 180°



transferidor de 360°

A unidade de medida grau tem submúltiplos: o **minuto** e o **segundo**. Indicamos 1 minuto por 1′ e 1 segundo por 1″.

- 1 minuto é $\frac{1}{60}$ do grau, ou seja, 1 grau é igual a 60 minutos:

$$\boxed{1^\circ = 60'}$$

- 1 segundo é $\frac{1}{60}$ do minuto, ou seja, 1 minuto é igual a 60 segundos:

$$\boxed{1' = 60''}$$

É fundamental que os estudantes efetuem medições e construam ângulos utilizando um transferidor. Chame a atenção deles para o fato de que o transferidor é graduado nos dois sentidos e que, por esse motivo, é importante prestar atenção no sentido com o qual querem identificar a medida do ângulo.

Comente com eles que as medidas de abertura de ângulos seguem um sistema sexagesimal, assim como o sistema horário.

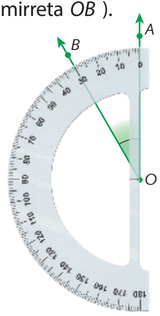
Como medir a abertura de um ângulo utilizando o transferidor

Para medir a abertura de um ângulo $A\hat{O}B$ qualquer utilizando o transferidor, usamos o seguinte procedimento:

1º) O centro marcado no transferidor deve ser colocado sobre o vértice do ângulo (ponto *O*).

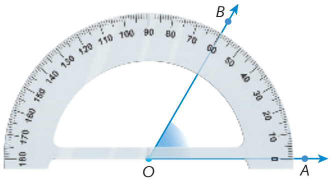
2º) A linha do transferidor, que passa pelo centro e pelo zero, deve estar posicionada sobre um dos lados que formam o ângulo $A\hat{O}B$ (por exemplo, semirreta $\overrightarrow{OA}$).

3º) Verificamos a medida da abertura do ângulo na escala graduada por onde passa o outro lado (semirreta $\overrightarrow{OB}$).



A medida da abertura de $A\hat{O}B$ é 30°.

Indicamos: med($A\hat{O}B$) = 30°



A medida da abertura de $A\hat{O}B$ é 60°.

Indicamos: med($A\hat{O}B$) = 60°

ILUSTRAÇÕES: NILSON CARDOSO/ARQUIVO DA EDITORA

Observe, abaixo, indicações de algumas medidas de abertura de ângulo e como as lemos.

a) 30° ⟶ lemos: "trinta graus".

b) 45° 50′ ⟶ lemos: "quarenta e cinco graus e cinquenta minutos".

c) 30° 48′ 36″ ⟶ lemos: "trinta graus, quarenta e oito minutos e trinta e seis segundos".

Veja que interessante

Faça a atividade no caderno.

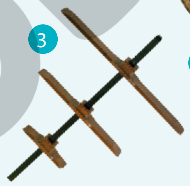
Instrumentos de navegação

A navegação é uma das atividades humanas mais antigas, praticada desde os povos ancestrais. Com o passar do tempo, com o uso de instrumentos náuticos para guiar as navegações e com a melhora das embarcações, as distâncias navegadas se tornaram mais longas, já que antes procurava-se navegar sem perder as terras de vista. Graças a esses avanços, aconteceram as grandes navegações a partir do século XV. Alguns dos instrumentos usados foram o quadrante náutico (1), o astrolábio (2) e a balestilha (3). Mais tarde, surgiram o octante (4) e o sextante (5). Todos eles serviam para medir abertura de ângulos, os dois últimos de forma mais precisa que os primeiros. Hoje há instrumentos mais precisos para a navegação, como o radar e o GPS.

1

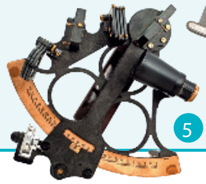
2

3



4

5



Atividade **Veja que interessante**: Comentário em *Orientações*.

Realize uma pesquisa e verifique para que esses instrumentos eram utilizados pelos navegadores.

CRÉDITOS DAS FOTOS: 1. SM/SCIENCE & SOCIETY PICTURE LIBRARY/AGE FOTOSTOCK/EASYPIX BRASIL; 2. SERGEY MELNIKOV/SHUTTERSTOCK; 3. ORONOZ/ALBUM/SUPERSTOCK/AGB PHOTO LIBRARY; 4. DE AGOSTINI/A. DAGLI ORTI/AGE FOTOSTOCK/EASYPIX BRASIL – CIVICO MUSEO NAVALE DIDATTICO, MILAN; 5. VRIHU/SHUTTERSTOCK

Como medir a abertura de um ângulo utilizando o transferidor

Para ajudar os estudantes quanto ao uso do transferidor, oriente-os a imaginar a colocação de um alfinete no centro do transferidor. Esse alfinete deve ser sempre fixado no vértice do ângulo, sendo possível somente girar o transferidor.

No boxe *Veja que interessante*, incentive os estudantes a realizarem a pesquisa em mais de um *site*. Assim, podem identificar mais de uma versão sobre o uso dos instrumentos. Espera-se que identifiquem que:

- o quadrante náutico e o astrolábio eram utilizados para medir uma distância percorrida a partir da medida da abertura do ângulo de inclinação de uma estrela e para medir a latitude de um local;
- a balestilha era utilizada para medir a distância entre uma estrela e o horizonte e para medir a distância entre dois astros;
- o octante e o sextante eram utilizados para medir a distância entre uma estrela e o horizonte e para medir uma distância entre dois locais.

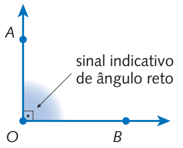
Sugestão de atividade extra

Escreva as medidas da abertura de alguns ângulos na lousa e peça aos estudantes que realizem a construção desses ângulos no caderno.

Ângulo reto, ângulo agudo e ângulo obtuso

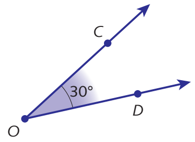
Um ângulo pode ser classificado quanto à medida de sua abertura.

- **Ângulo reto:** é aquele que tem medida de abertura igual a 90°.



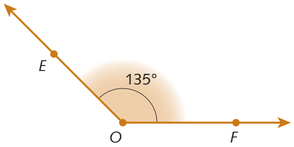
O ângulo $A\hat{O}B$ é reto.

- **Ângulo agudo:** é o ângulo que tem medida de abertura maior que 0° e menor que 90°.



O ângulo $C\hat{O}D$ é agudo.

- **Ângulo obtuso:** é o ângulo que tem medida de abertura maior que 90° e menor que 180°.



O ângulo $E\hat{O}F$ é obtuso.

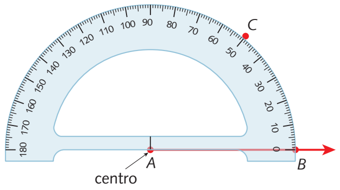
Construção de um ângulo com o transferidor

Observe a sequência utilizada na construção de um ângulo cuja abertura mede 50°.

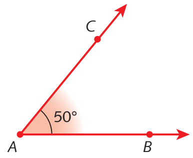
1º) Traçamos uma semirreta $\overrightarrow{AB}$.

2º) Posicionamos o transferidor de modo que seu centro coincida com o ponto *A* e a marca de 0° esteja sobre a semirreta $\overrightarrow{AB}$.

Depois, marcamos o ponto *C*, alinhado com a marca de 50°.



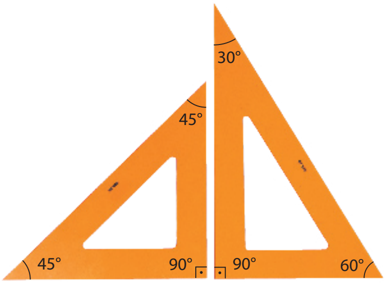
3º) Traçamos com a régua a semirreta $\overrightarrow{AC}$, obtendo, assim, o ângulo $B\hat{A}C$, cuja abertura mede 50°.



ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Construção de alguns ângulos com um par de esquadros

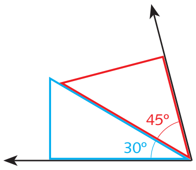
Podemos usar um par de esquadros para construir alguns ângulos. Em um dos esquadros, encontramos um ângulo de abertura medindo 90° e dois ângulos de abertura medindo 45°, e, no outro esquadro, ângulos cujas aberturas medem 30°, 60° e 90°.



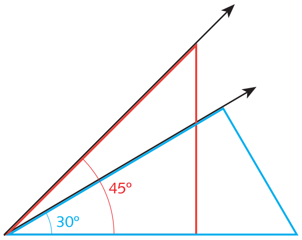
LÓPEZ BALABASQUER

Utilizando as medidas de abertura dos ângulos dos esquadros, conseguimos construir alguns ângulos, como os ângulos cujas aberturas medem 30°, 45°, 60° e 90°. Para construir ângulos com outras medidas de abertura, podemos adicionar ou subtrair essas medidas. Observe os exemplos a seguir.

a) 30° + 45° = 75°

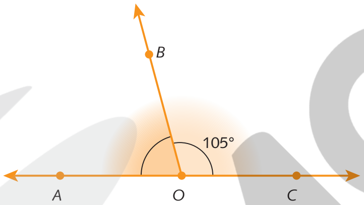


b) 45° – 30° = 15°



Determinando a medida da abertura de um ângulo

Considere a figura a seguir.



Agora, vamos determinar a medida da abertura do ângulo $A\hat{O}B$, ou seja, med($A\hat{O}B$).

Pela figura, temos que: med($B\hat{O}C$) = 105°

Como med($A\hat{O}C$) é igual a 180°, pois $A\hat{O}C$ é um ângulo raso, então:

med($A\hat{O}B$) = 180° – 105° = 75°

Logo, a medida de abertura do ângulo $A\hat{O}B$ é igual a 75°.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Construção de alguns ângulos com um par de esquadros

Comente com os estudantes o nome dos esquadros (esquadro de 45° e esquadro de 30°). E indique a eles qual é qual, com o auxílio das imagens apresentadas.

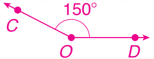
Determinando a medida da abertura de um ângulo

Antes de ler o texto do livro, reproduza a figura na lousa usando esquadros e peça aos estudantes que determinem a medida da abertura do ângulo $A\hat{O}B$. Deixe que utilizem estratégias pessoais e incentive o diálogo. Espera-se que eles concluam que a medida da abertura do ângulo $A\hat{O}B$ é igual a 75°. Amplie essa proposta e solicite que determinem a medida da abertura de outros ângulos que você representar na lousa.

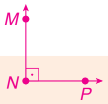
- Na **atividade 9**, se julgar oportuno, peça aos estudantes que, em uma folha vegetal, reproduzam os ângulos, para poderem prolongar os seus lados, facilitando a medição das aberturas.
- Para resolver a **atividade 11**, os estudantes devem se lembrar de que o esquadro de 45° tem dois ângulos com medida de abertura de 45° e um com medida de abertura de 90°; e o esquadro de 30° tem um ângulo com medida de abertura de 30°, um com medida de abertura de 60° e um com medida de abertura de 90°.
- Para resolver a **atividade 12**, podemos representar um ângulo com medida de abertura de 120°, construir dois lados do hexágono com medida de comprimento de 1,5 cm nos lados desse ângulo, representar um ângulo de medida de abertura de 120° de modo que um dos lados traçados seja lado desse novo ângulo e, sucessivamente, repetir a construção do lado do hexágono com medida de comprimento de 1,5 cm e do ângulo com medida de abertura de 120° até obter o hexágono regular pedido.
- Na **atividade 13**, mostre aos estudantes que: 900° = 360° + 360° + 180°

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

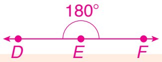
10. b) Exemplo de resposta:



10. c) Exemplo de resposta:

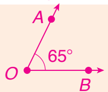


10. d) Exemplo de resposta:



Atividades

10. a) Exemplo de resposta:



Faça as atividades no caderno.

7 Escreva no caderno as medidas das aberturas dos ângulos usando os símbolos de grau, minuto e segundo.

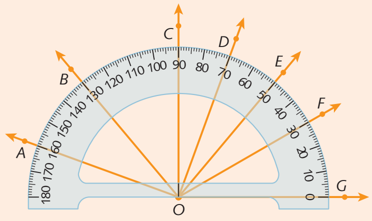
a) 60 graus **7. a)** 60°

b) 90 graus **7. b)** 90°

c) 102 graus e 35 minutos **7. c)** 102° 35'

d) 110 graus, 32 minutos e 48 segundos **7. d)** 110° 32' 48"

8 Determine as medidas das aberturas dos ângulos representados abaixo.



a) med($G\widehat{O}F$) **8. a)** 30°

b) med($G\widehat{O}E$) **8. b)** 50°

c) med($D\widehat{O}C$) **8. c)** 20°

d) med($G\widehat{O}D$) **8. d)** 70°

e) med($A\widehat{O}D$) **8. e)** 90°

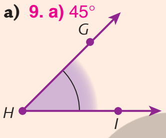
f) med($A\widehat{O}E$) **8. f)** 110°

g) med($A\widehat{O}G$) **8. g)** 160°

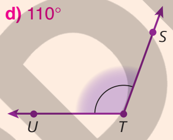
h) med($C\widehat{O}F$) **8. h)** 60°

9 Com um transferidor, meça e registre no caderno a medida da abertura de cada um dos ângulos.

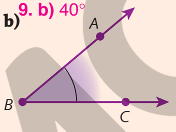
a) **9. a)** 45°



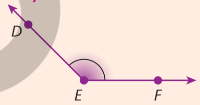
d) **9. d)** 110°



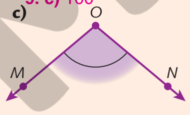
b) **9. b)** 40°



e) **9. e)** 135°



c) **9. c)** 100°



f) **9. f)** 170°

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

10 Com o auxílio de uma régua e de um transferidor, construa no caderno os ângulos pedidos e, depois, classifique-os em agudo, obtuso, reto ou raso.

a) ângulo $A\widehat{O}B$ cuja abertura mede 65° **10. a)** agudo

b) ângulo $C\widehat{O}D$ cuja abertura mede 150° **10. b)** obtuso

c) ângulo $M\widehat{N}P$ cuja abertura mede 90° **10. c)** reto

d) ângulo $D\widehat{E}F$ cuja abertura mede 180° **10. d)** raso

11 Com um par de esquadros, trace um ângulo cuja abertura mede:

a) 105°

b) 150°

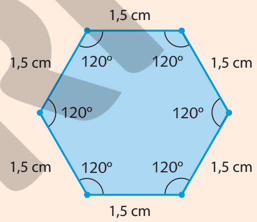
c) 120°

d) 135°

e) 165°

f) 15°

12 Um hexágono regular é uma figura formada por seis lados de medidas de comprimento iguais e seis ângulos internos de medida de abertura igual a 120°, conforme a figura abaixo.



GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

No caderno, com o auxílio de uma régua e de um transferidor, construa um hexágono regular cujos lados medem 3 cm de comprimento.

12. Comentário em *Orientações*.

13 **(Enem)** Nos X-Games Brasil, em maio de 2004, o *skatista* brasileiro Sandro Dias, apelidado "Mineirinho", conseguiu realizar a manobra denominada "900", na modalidade *skate* vertical, tornando-se o segundo atleta no mundo a conseguir esse feito. A denominação "900" refere-se ao número de graus que o atleta gira no ar em torno de seu próprio corpo, que, no caso, corresponde a:

a) uma volta completa. **13.** alternativa **d**

b) uma volta e meia.

c) duas voltas completas.

d) duas voltas e meia.

e) cinco voltas completas.

11. a) Um exemplo de resposta está na seção *Resoluções e comentários das atividades deste Manual do professor.*
11. b) Exemplos de resposta estão na seção *Resoluções e comentários das atividades deste Manual do professor.*
11. c) Exemplos de resposta estão na seção *Resoluções e comentários das atividades deste Manual do professor.*
11. d) Exemplos de resposta estão na seção *Resoluções e comentários das atividades deste Manual do professor.*
11. e) Um exemplo de resposta está na seção *Resoluções e comentários das atividades deste Manual do professor.*
11. f) Exemplos de resposta estão na seção *Resoluções e comentários das atividades deste Manual do professor.*

Transformação de unidades

O grau é uma unidade de medida de abertura de ângulo, sendo o minuto e o segundo seus submúltiplos. Além disso, 1 grau equivale a 60 minutos e 1 minuto equivale a 60 segundos.

$1^\circ = 60'$

$1' = 60''$

JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, observe, nos exemplos a seguir, como efetuar transformações de unidades de medida de abertura de ângulos.

a) 30° em minutos

$30^\circ = 30 \cdot 1^\circ = 30 \cdot 60' = 1\,800'$

Logo: $30^\circ = 1\,800'$

b) 3° 35′ em segundos

$3^\circ = 3 \cdot 1^\circ = 3 \cdot 60' = 180'$

$180' + 35' = 215'$

$215' = 215 \cdot 1' = 215 \cdot 60'' = 12\,900''$

Logo: $3^\circ\,35' = 12\,900''$

c) 130′ em grau e minuto

$$\begin{array}{r|l} 130' & 60 \\ \cline{2-2} 10' & 2^\circ \end{array}$$

Logo: $130' = 2^\circ\,10'$

d) 150″ em minuto e segundo

$$\begin{array}{r|l} 150'' & 60 \\ \cline{2-2} 30'' & 2' \end{array}$$

Logo: $150'' = 2'\,30''$

e) 5° 35′ em minutos

$5^\circ = 5 \cdot 1^\circ = 5 \cdot 60' = 300'$

$300' + 35' = 335'$

Logo: $5^\circ\,35' = 335'$

f) 2° 20′ 40″ em segundos

$2^\circ = 2 \cdot 1^\circ = 2 \cdot 60' = 120'$

$120' + 20' = 140'$

$140' = 140 \cdot 1' = 140 \cdot 60'' = 8\,400''$

$8\,400'' + 40'' = 8\,440''$

Logo: $2^\circ\,20'\,40'' = 8\,440''$

g) 26 138″ em grau, minuto e segundo

$$\begin{array}{r|l} 26\,138'' & 60 \\ \cline{2-2} 213\ \ & 435' \\ 338\ \ & \\ 38'' & \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 435' & 60 \\ \cline{2-2} 15' & 7^\circ \end{array}$$

Logo: $26\,138'' = 7^\circ\,15'\,38''$

Transformação de unidades

Se achar conveniente, para explicar a conversão de grau para minuto, aumente gradativamente as quantidades em graus para transformar em minutos, ou seja, vá induzindo o aumento até que se chegue à conclusão de que, para essa conversão, basta multiplicar por 60. O mesmo pode ser feito na conversão de minutos para segundos.

Comente que a conversão de segundos para graus normalmente é feita convertendo primeiro os segundos para minutos; então, os minutos resultantes, se forem mais de 60, serão convertidos para graus. Não costumamos fazer a conversão direta de segundos para graus, mesmo sendo possível. Caso considere interessante, explique que 1° equivale a 3 600″, já que é comum os estudantes acharem que, de graus para minutos, podem multiplicar por 120, o que é um erro.

Explique as conversões quando a medida de abertura, em grau, apresenta parte decimal. Mostre que a multiplicação por 60 continua valendo. Chame a atenção para o fato de que 0,5° não é 50′, e sim 30′, e sobre a possibilidade de utilizar números decimais na representação de medidas de abertura em graus. Por exemplo, 45° 30′ equivale a 45,5°.

- Na **atividade 15**, retome a explicação da conversão de números decimais em grau, minuto e segundo. Se julgar interessante, proponha outras conversões de medidas de abertura em grau com números decimais para minutos e segundos.

Operações com medidas de abertura de ângulos

Objetivo:

Efetuar operações com medidas de abertura de ângulos.

Justificativa

Possibilita aos estudantes se familiarizarem com os submúltiplos do grau e ampliar o que estudaram sobre os algoritmos das operações.

Mapeando conhecimentos

Proponha aos estudantes que realizem adições, subtrações, multiplicações e divisões envolvendo medidas de abertura de ângulos expressas em graus, minutos e segundos. Primeiro, solicite cálculos que não demandem reagrupamentos ou trocas. Depois, proponha cálculos em que reagrupamentos e trocas sejam necessários. Observe os procedimentos adotados.

Para as aulas iniciais

Retome os cálculos propostos na dinâmica inicial e mostre como realizar alguns deles. Depois, convide alguns estudantes para que expliquem como fizeram para realizar seus cálculos.

Adição

Após a explicação desse tópico, dê um exemplo de adição com medidas de abertura de ângulos no qual, ao adicionar os minutos (ou os segundos), ocorra a necessidade de reagrupamento, para chamar a atenção em relação a esse cuidado. É muito comum os estudantes terem dúvidas ou se confundirem com esse tipo de adição.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

14 Usando calculadora, transforme as medidas indicadas de acordo com o pedido de cada item:

a) 27° em minuto; **14. a)** 1 620’

b) 13° 13’ 13” em segundo; **14. b)** 47 593”

c) 12° 57’ em minuto; **14. c)** 777’

d) 213’ em grau e minuto; **14. d)** 3° 33’

e) 36° em segundo; **14. e)** 129 600”

f) 310’ em grau e minuto; **14. f)** 5° 10’

g) 17° 12’ em segundo; **14. g)** 61 920”

h) 214 317” em grau, minuto e segundo. **14. h)** 59° 31’ 57”

15 Observe este veículo.

Este veículo elétrico de duas rodas é um meio de transporte que funciona com o equilíbrio do condutor.

RISTESKI GOCE/SHUTTERSTOCK

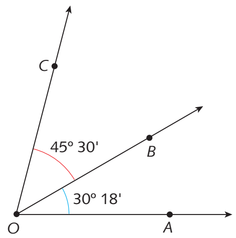
Na posição de descanso, o eixo vertical forma um ângulo cuja medida da abertura corresponde a 112% da medida da abertura de um ângulo reto, em relação à base. Descubra a medida da abertura desse ângulo, em grau e minuto. **15.** 100,8° = 100° 48’

4 Operações com medidas de abertura de ângulos

Vamos analisar algumas situações que envolvem operações com medidas de abertura de ângulos.

Adição

Traçados os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ conforme a ilustração, qual é a medida da abertura do ângulo $A\hat{O}C$?



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Para responder a essa pergunta, devemos adicionar as medidas das aberturas dos ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$.

$$\text{med}\left(A\hat{O}C\right) = 30°\ 18' + 45°\ 30' \qquad \begin{array}{rrr} & 30° & 18' \\ + & 45° & 30' \\ \hline & 75° & 48' \end{array}$$

Observe que adicionamos minutos com minutos e graus com graus.

Portanto, a medida da abertura do ângulo $A\hat{O}C$ é 75° 48′.

Agora, analise outro exemplo: 10° 36′ 30″ + 23° 45′ 50″

Nesse caso, devemos adicionar segundos com segundos, minutos com minutos e graus com graus.

$$\begin{array}{rrrr} & 10° & 36' & 30'' \\ + & 23° & 45' & 50'' \\ \hline & 33° & 81' & 80'' \end{array}$$

Se 1′ = 60″, então 80″ = 1′ 20″; assim:

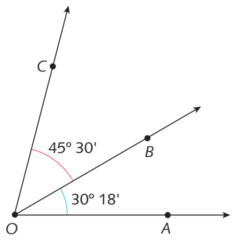
33° 81′ 80″ = 33° 82′ 20″

Se 1° = 60′, então 82′ = 1° 22′; assim:

33° 82′ 20″ = 34° 22′ 20″

Subtração

Considere os ângulos $B\hat{O}C$ e $A\hat{O}B$ abaixo.



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a diferença entre as medidas das aberturas dos ângulos $B\hat{O}C$ e $A\hat{O}B$?

Para responder a essa pergunta, devemos subtrair 30° 18′ de 45° 30′.

$$\text{med}\left(B\hat{O}C\right) - \text{med}\left(A\hat{O}B\right) = 45^\circ\,30' - 30^\circ\,18'$$

$$\begin{array}{rrr} & 45^\circ & 30' \\ - & 30^\circ & 18' \\ \hline & 15^\circ & 12' \end{array}$$

Observe que subtraímos minutos de minutos e graus de graus.

Portanto, a diferença entre as medidas das aberturas dos ângulos $B\hat{O}C$ e $A\hat{O}B$ é 15° 12′.

Agora, analise outro exemplo.

$$80^\circ\,48'\,30'' - 70^\circ\,58'\,55''$$

Nesse caso, podemos trocar graus por minutos e minutos por segundos para poder efetuar a subtração.

Observe que: $80^\circ\,48'30'' = 80^\circ\,47'90'' = 79^\circ\,107'\,90''$

Retiramos 1′ dos 48′ e adicionamos 60″ aos 30″ já existentes.

Retiramos 1° dos 80° e adicionamos 60′ aos 47′ já existentes.

Assim:

$$\begin{array}{rrrr} & 79^\circ & 107' & 90'' \\ - & 70^\circ & 58' & 55'' \\ \hline & 9^\circ & 49' & 35'' \end{array}$$

Portanto: $80^\circ\,48'\,30'' - 70^\circ\,58'\,55'' = 9^\circ\,49'\,35''$

Multiplicação

Para multiplicar um número natural pela medida da abertura de um ângulo, devemos multiplicar esse número pelos segundos, pelos minutos e pelos graus dessa medida. Depois, se necessário, devemos fazer as transformações de unidades. Confira os exemplos a seguir:

a) $4 \cdot (15^\circ\,12'\,10'')$

$$\begin{array}{rrrr} & 15^\circ & 12' & 10'' \\ \times & & & 4 \\ \hline & 60^\circ & 48' & 40'' \end{array}$$

b) $5 \cdot (12^\circ\,36'\,40'')$

$$\begin{array}{rrrr} & 12^\circ & 36' & 40'' \\ \times & & & 5 \\ \hline & 60^\circ & 180' & 200'' \\ & 60^\circ & 183' & 20'' \\ & 63^\circ & 3' & 20'' \end{array}$$

Como 200″ = 3′ 20″, adicionamos 3′ aos 180′ já existentes.

Como 183′ = 3° 3′, adicionamos 3° aos 60° já existentes.

Subtração

Reproduza os dois exemplos na lousa e desenvolva-os com a participação da turma. Se achar conveniente, mostre como realizar outras subtrações com medidas de abertura de ângulos.

Multiplicação

Chame a atenção dos estudantes para o fato de que devem transformar segundos em minutos e minutos em graus caso obtenham mais de 60 unidades de medida, como no exemplo **b**.

Divisão

Comente com os estudantes que a divisão de medidas de abertura de ângulos em grau, minuto e segundo pode ser pensada como se fossem três divisões feitas sucessivamente: uma para grau, uma para minuto e uma para segundo.

Divisão

Os raios da roda da frente de uma bicicleta formam 20 ângulos consecutivos de mesma medida de abertura; para determinar a medida da abertura do ângulo formado por dois raios consecutivos, é necessário dividir 360° por 20.

Então:

$$\begin{array}{r|l} 360^\circ & \underline{\ 20\ \ } \\ 160 & 18^\circ \\ 0 & \end{array}$$

© COPYRIGHT BMW AG, MUNICH

Logo, a medida da abertura do ângulo formado por dois raios consecutivos é igual a 18°.

Para dividir a medida da abertura de um ângulo por um número natural, devemos dividir inicialmente os graus, depois os minutos e, por fim, os segundos da medida da abertura desse ângulo por esse número. Quando necessário, devemos fazer as transformações de unidades. Verifique os exemplos a seguir.

a) (40° 20′) : 2

$$\begin{array}{rr|l} 40^\circ & 20' & \underline{\ 2\qquad\quad} \\ 0 & 0 & 20^\circ\,10' \end{array}$$

b) (45° 20′ 16″) : 4

$$\begin{array}{rcrr|l} 45^\circ & & 20' & 16'' & \underline{\ 4\qquad\qquad} \\ \cancel{1^\circ} & \rightarrow & \underline{+\,60'} & 0 & 11^\circ\,20'\,4'' \\ & & 80' & & \\ & & 0 & & \end{array}$$

c) (50° 17′ 30″) : 6

$$\begin{array}{rcrcr|l} 50^\circ & & 17' & & 30'' & \underline{\ 6\qquad\qquad} \\ \cancel{2^\circ} & \rightarrow & \underline{+\ 120'} & \rightarrow & \underline{+\,300''} & 8^\circ\,22'\,55'' \\ & & 137' & & 330'' & \\ & & \cancel{5'} & & 0 & \end{array}$$

d) (13° 32′ 33″) : 3

$$\begin{array}{rcrcr|l} 13^\circ & & 32' & & 33'' & \underline{\ 3\qquad\qquad} \\ \cancel{1^\circ} & \rightarrow & \underline{+\ \ 60'} & \rightarrow & \underline{+\,120''} & 4^\circ\,30'\,51'' \\ & & 92' & & 153'' & \\ & & 2' & & 0 & \end{array}$$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

16 Efetue os cálculos.

a) 25° 12’ + 37° 20’ **16. a)** 62° 32’

b) 86° 52’ 50” + 39° 43’ 20” **16. b)** 126° 36’ 10”

c) 45° 12’ 37” + 47° 49’ 38” **16. c)** 93° 2’ 15”

d) 42° 30’ + 47° 30’ **16. d)** 90°

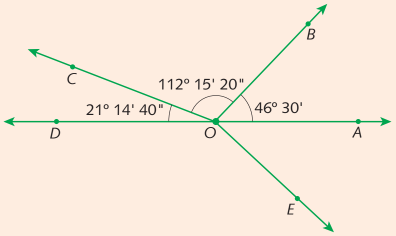
e) 75° 21’ – 49° 33’ **16. e)** 25° 48’

f) 47° 39’ 25” – 29° 31’ 45” **16. f)** 18° 7’ 40”

g) 80° 49’ 32” – 73° 51’ 46” **16. g)** 6° 57’ 46”

h) 90° – 35° 49’ 46” **16. h)** 54° 10’ 14”

17 Observe a figura abaixo e, depois, responda às questões.



a) Qual é a medida da abertura do ângulo $A\hat{O}C$? **17. a)** 158° 45’ 20”

b) Qual é a medida da abertura do ângulo $B\hat{O}D$? **17. b)** 133° 30’

c) Qual é a medida da abertura do ângulo $A\hat{O}D$? **17. c)** 180°

d) Qual é a medida da abertura do ângulo $A\hat{O}E$ se $\text{med}(E\hat{O}D) = 133° \ 30’$? **17. d)** 46° 30’

18 Efetue os cálculos.

a) $6 \cdot (45° \ 12’)$ **18. a)** 271° 12’

b) $4 \cdot (12° \ 30’)$ **18. b)** 50°

c) $7 \cdot (1° \ 10’ \ 13”)$ **18. c)** 8° 11’ 31”

d) $5 \cdot (45° \ 12’ \ 56”)$ **18. d)** 226° 4’ 40”

e) $8 \cdot (25° \ 20’ \ 20”)$ **18. e)** 202° 42’ 40”

f) $(98° \ 56’) : 2$ **18. f)** 49° 28’

g) $15° : 8$ **18. g)** 1° 52’ 30”

h) $(84° \ 40’ \ 20”) : 2$ **18. h)** 42° 20’ 10”

i) $(39° \ 11’ \ 40”) : 2$ **18. i)** 19° 35’ 50”

j) $(42° \ 35’ \ 20”) : 8$ **18. j)** 5° 19’ 25”

19 Calcule.

a) O triplo de 47° 29’. **19. a)** 142° 27’

b) O quádruplo de 23° 19’ 15”. **19. b)** 93° 17’

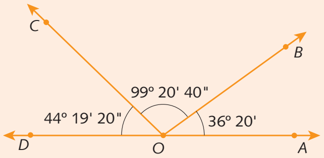
c) O sêxtuplo de 20° 15’ 20”. **19. c)** 121° 32’

d) A metade de 97°. **19. d)** 48° 30’

e) A terça parte de 98° 54’. **19. e)** 32° 58’

f) A quarta parte de 60° 40’ 20”. **19. f)** 15° 10’ 5”

20 Observe a figura e efetue os cálculos no caderno.



20. a) 9° 5’

a) $\text{med}(A\hat{O}B) : 4$

b) $2 \cdot \text{med}(B\hat{O}C)$ **20. b)** 198° 41’ 20”

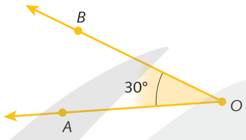
20. c) 132° 58’

c) $3 \cdot \text{med}(C\hat{O}D)$

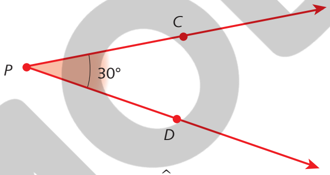
d) $\text{med}(A\hat{O}C) : 8$ **20. d)** 16° 57’ 35”

5 Ângulos congruentes

Observe os ângulos abaixo.



$\text{med}(A\hat{O}B) = 30°$



$\text{med}(C\hat{P}D) = 30°$

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Observe que $A\hat{O}B$ e $C\hat{P}D$ têm a mesma medida de abertura. Dizemos, então, que $A\hat{O}B$ e $C\hat{P}D$ são **ângulos congruentes** e indicamos: $A\hat{O}B \cong C\hat{P}D$ (lemos: “ângulo *AOB* é congruente ao ângulo *CPD*").

Ângulos **congruentes** são aqueles que têm a mesma medida de abertura.

Ângulos congruentes

Objetivo:

Reconhecer ângulos congruentes.

Justificativa

Explorar o conceito de ângulos congruentes amplia a noção de segmentos de reta congruentes e é um pré-requisito importante para os conceitos de semelhança e de congruência entre polígonos.

Mapeando conhecimentos

Peça aos estudantes que se reúnam com um colega. Depois, distribua para cada dupla uma folha de papel vegetal e uma folha com as seguintes representações de ângulos:

- dois ângulos com medida de abertura de 48° em posições diferentes;
- um ângulo com medida de abertura de 56°;
- dois ângulos com medida de abertura de 75° em posições diferentes;
- um ângulo com medida de abertura de 82°.

Coloque os ângulos fora de ordem. Na sequência, peça que identifiquem os ângulos com mesma medida de abertura. Oriente-os a copiar os ângulos para o papel vegetal e a tentar sobrepor aos outros ângulos.

Para as aulas iniciais

Defina ângulos congruentes e peça aos estudantes que identifiquem os pares de ângulos congruentes da dinâmica inicial. Proponha uma atividade similar à inicial, mas, desta vez, solicite a eles que utilizem o transferidor para identificar os pares de ângulos congruentes.

Na explicação de ângulos congruentes, relembre com os estudantes o símbolo de congruência adotado nesta obra: ≅

Ainda na explicação de congruência, comente que esse conceito pode ser aplicado a outras figuras, como os polígonos.

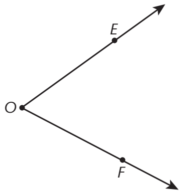
Construção, com régua e compasso, de um ângulo congruente a outro ângulo dado

Na construção de ângulos congruentes com régua e compasso, alerte os estudantes sobre a necessidade de tomar cuidado ao manusear o compasso e, em seguida, pergunte-lhes os diferentes usos desse instrumento de desenho. Comumente, eles sabem que é usado para traçar circunferências. Explique, então, que o compasso também é usado para transportar segmentos de reta e que eles verão como transportar ângulos.

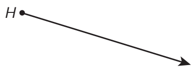
- Na **atividade 21**, se necessário, peça que reproduzam a figura em papel vegetal, a fim de prolongar os lados dos ângulos, facilitando o uso do transferidor para a medição das aberturas dos ângulos.

Construção, com régua e compasso, de um ângulo congruente a outro ângulo dado

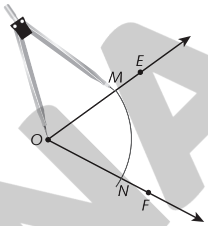
Dado o ângulo $E\hat{O}F$, vamos construir o ângulo $G\hat{H}I$ congruente a ele. Observe os passos a seguir.



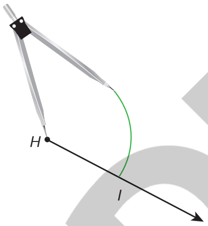
1º) Traçamos uma semirreta de origem *H*.



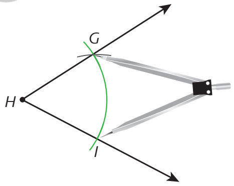
2º) No ângulo $E\hat{O}F$, centramos o compasso em *O* e, com uma abertura qualquer, determinamos os pontos *M* e *N* sobre as semirretas $\overrightarrow{OE}$ e $\overrightarrow{OF}$, respectivamente.



3º) Com a mesma abertura anterior, centramos o compasso em *H* e traçamos um arco determinando o ponto *I* sobre a semirreta.



4º) Em seguida, centramos o compasso em *I* e, com abertura igual à distância entre *M* e *N*, traçamos um novo arco determinando o ponto *G*, como mostra a figura. Traçamos a semirreta $\overrightarrow{HG}$, obtendo, assim, o ângulo $G\hat{H}I$.



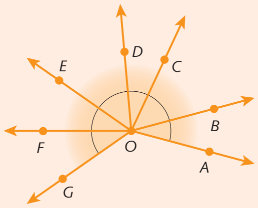
ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Cuidado! Evite acidentes ao usar o compasso nas atividades **22** e **24**.

Faça as atividades no caderno.

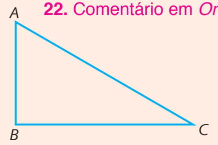
21 Com o auxílio de um transferidor, meça a abertura dos ângulos da figura. Depois, indique os pares de ângulos congruentes.



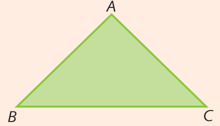
a) $A\hat{O}B$ **21. a)** 30°
b) $B\hat{O}C$ **21. b)** 50°
c) $C\hat{O}D$ **21. c)** 30°
d) $D\hat{O}E$ **21. d)** 50°
e) $E\hat{O}F$ **21. e)** 35°
f) $F\hat{O}G$ **21. f)** 35°
g) $A\hat{O}C$ **21. g)** 80°
h) $E\hat{O}A$ **21. h)** 160°
i) $F\hat{O}C$ **21. i)** 115°
j) $E\hat{O}B$ **21. j)** 130°

21. os ângulos congruentes são: $A\hat{O}B \cong C\hat{O}D$; $B\hat{O}C \cong D\hat{O}E$; $E\hat{O}F \cong F\hat{O}G$

22 Observe a figura e, utilizando régua e compasso, construa um ângulo $E\hat{D}F$ congruente a $B\hat{A}C$ e um ângulo $D\hat{F}E$ congruente a $A\hat{C}B$. **22.** Comentário em *Orientações*.

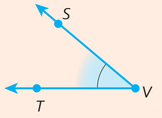


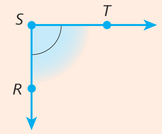
23 Verificar, com um transferidor, se o triângulo ABC é um triângulo isósceles. **23.** o triângulo ABC é isósceles.



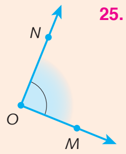
24 Construa, com o transferidor, um ângulo $P\hat{O}Q$ obtuso. Em seguida, utilizando régua e compasso, construa um ângulo $B\hat{A}C$ congruente a $P\hat{O}Q$. **24.** Comentário em *Orientações*.

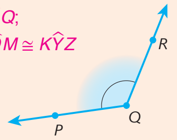
25 Com o auxílio de um transferidor, determine no caderno os pares de ângulos congruentes.

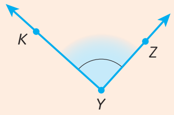


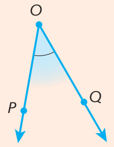


25. $S\hat{V}T \cong P\hat{O}Q$; $R\hat{S}T \cong N\hat{O}M \cong K\hat{Y}Z$



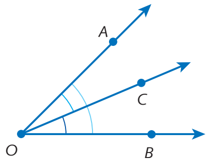






6 Ângulos consecutivos e adjacentes

Observe na figura os ângulos $A\hat{O}C$, $C\hat{O}B$ e $A\hat{O}B$.



Os ângulos $A\hat{O}C$ e $C\hat{O}B$ têm em comum o vértice O e o lado $\overrightarrow{OC}$. Os ângulos $A\hat{O}C$ e $C\hat{O}B$ são **ângulos consecutivos**.

Ângulos consecutivos são aqueles que têm em comum o vértice e um dos lados.

Observe ainda que os ângulos $A\hat{O}C$ e $C\hat{O}B$ não têm pontos internos comuns. Por isso, eles também são chamados **ângulos adjacentes**.

Dois ângulos consecutivos que não possuem pontos internos comuns são chamados **ângulos adjacentes**.

Note que a medida da abertura de $A\hat{O}B$ é igual à soma das medidas das aberturas de $A\hat{O}C$ e $C\hat{O}B$.

$$\text{med}(A\hat{O}B) = \text{med}(A\hat{O}C) + \text{med}(C\hat{O}B)$$

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

- Nas **atividades 22** e **24**, alerte os estudantes sobre a necessidade de tomar cuidado ao manusear o compasso.
- Na **atividade 22**, trace uma semirreta $\overrightarrow{DE}$; posicione a ponta seca do compasso em A e faça um arco que determine os pontos P_1 e Q_1, respectivamente, sobre os segmentos de reta $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$; com a mesma abertura do compasso, posicione a ponta seca em D e trace um arco que determine o ponto P_2 sobre a semirreta $\overrightarrow{DE}$; abra o compasso com a mesma distância de P_1 a Q_1 e, com a ponta seca em P_2, trace um novo arco que determine o ponto F sobre o arco feito anteriormente; por fim, trace uma semirreta com origem em D e que passe por F. O ângulo $E\hat{D}F$ obtido é congruente ao ângulo $B\hat{A}C$. Para a outra congruência solicitada e para a resolução da **atividade 24**, basta seguir o algoritmo da **atividade 22** de maneira análoga.
- Na **atividade 23**, lembre os estudantes de que triângulo isósceles é aquele que tem dois lados congruentes.

Ângulos consecutivos e adjacentes

Objetivo:

Reconhecer ângulos consecutivos e adjacentes.

Justificativa

Reconhecer ângulos consecutivos e adjacentes é importante, entre outras coisas, para que os estudantes compreendam a demonstração da propriedade dos ângulos opostos pelo vértice e também algumas relações entre ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

Mapeando conhecimentos

Pergunte para os estudantes o que eles entendem por "ângulos consecutivos" e peça a eles que façam um desenho que represente um exemplo. Faça o mesmo com "ângulos adjacentes". Observe se eles fazem alguma distinção entre esses conceitos. Se achar conveniente, peça a eles que pesquisem no dicionário o significado de "consecutivo" e "adjacente".

Para as aulas iniciais

Defina ângulos consecutivos e adjacentes. Depois, peça aos estudantes que representem, no caderno, ângulos consecutivos e adjacentes e ângulos consecutivos que não sejam adjacentes. Incentive-os a compartilhar suas representações e as justificar.

- Na **atividade 26**, reproduza a imagem na lousa e destaque cada região angular com cores diferentes, constatando com os estudantes que, quando os ângulos são adjacentes, as cores não se sobrepõem.
- Na **atividade 28**, sugira a eles que esbocem as figuras no caderno a fim de indicar as medidas de abertura dadas.

Ângulos complementares

BNCC:

Habilidade EF07MA24.

Objetivo:

Reconhecer ângulos complementares.

Justificativa

Possibilita resolver diferentes problemas em Geometria e compreender demonstrações. Além disso, esse conceito é fundamental para o estudo das razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Mapeando conhecimentos

Peça aos estudantes que se organizem em duplas e distribua a cada dupla uma folha com alguns ângulos representados. Os ângulos podem ter as seguintes medidas de abertura: 20°, 70°, 100°, 35°, 65° e 30°. Em seguida, solicite que meçam a abertura desses ângulos utilizando um transferidor e identifiquem aqueles cuja soma das medidas de abertura é igual a 90°. Verifique se alguém da turma sabe definir esses ângulos como complementares.

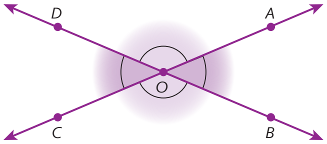
Para as aulas iniciais

Defina ângulos complementares e peça aos estudantes que identifiquem os ângulos complementares da dinâmica inicial. Depois, peça que determinem o complemento de alguns ângulos e registre-os na lousa. Reserve um momento para fazer a correção coletiva.

Comente que os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são adjacentes e complementares e que, portanto, podem ser chamados de **ângulos adjacentes complementares**.

Observações

1. Retas concorrentes determinam ângulos adjacentes. Confira:



$A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$
$B\hat{O}C$ e $C\hat{O}D$
$C\hat{O}D$ e $D\hat{O}A$
$D\hat{O}A$ e $A\hat{O}B$
São pares de ângulos adjacentes.

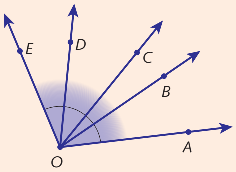
2. Dos pares de ângulos consecutivos, apenas alguns são adjacentes.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

26 Observe a figura abaixo e indique pares de ângulos adjacentes.

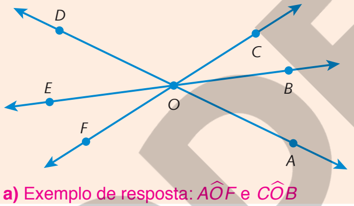
26. Exemplos de resposta:
$A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$,
$B\hat{O}C$ e $C\hat{O}D$,
$C\hat{O}D$ e $D\hat{O}E$,
$A\hat{O}D$ e $D\hat{O}E$,
$A\hat{O}C$ e $C\hat{O}D$,
$A\hat{O}C$ e $C\hat{O}E$.



27 Observe a figura e indique:

a) dois ângulos adjacentes ao ângulo $A\hat{O}B$;

b) dois ângulos adjacentes ao ângulo $D\hat{O}E$.

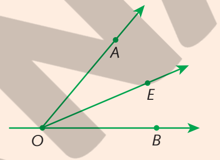


ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

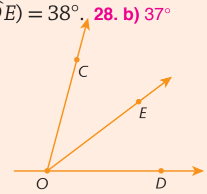
27. a) Exemplo de resposta: $A\hat{O}F$ e $C\hat{O}B$
b) Exemplo de resposta: $D\hat{O}B$ e $A\hat{O}E$

28 Determine:

a) a medida de abertura do ângulo $A\hat{O}B$ sabendo que $\text{med}(A\hat{O}E) = 27°$ e que $\text{med}(E\hat{O}B) = 23°$; **28. a)** 50°



b) a medida de abertura do ângulo $E\hat{O}D$ sabendo que $\text{med}(C\hat{O}D) = 75°$ e que $\text{med}(C\hat{O}E) = 38°$. **28. b)** 37°



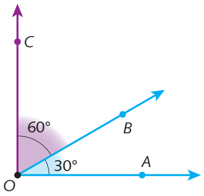
7 Ângulos complementares

Observe os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ na figura.

$$\text{med}(A\hat{O}B) + \text{med}(B\hat{O}C) = 90°$$

Dizemos que $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são **ângulos complementares**.

Dois ângulos são **complementares** quando a soma das medidas de suas aberturas é igual a 90°.



Também podemos dizer que $A\hat{O}B$ é o complemento de $B\hat{O}C$ e que $B\hat{O}C$ é o complemento de $A\hat{O}B$.

(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

29 Determine a medida da abertura do complemento de cada um dos ângulos cuja medida da abertura está indicada abaixo.

a) 76° **29. a)** 14°

b) 0° **29. b)** 90°

c) 38° **29. c)** 52°

d) 90° **29. d)** 0°

e) 36° 48’ **29. e)** 53° 12’

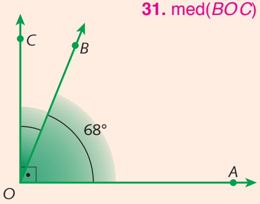
f) 82° 50’ **29. f)** 7° 10’

30 Com régua e transferidor, desenhe um triângulo retângulo qualquer. Em seguida, meça a abertura dos ângulos agudos desse triângulo. Os ângulos agudos são ângulos complementares?

30. Sim, são complementares.

31 Calcule a medida de abertura do ângulo $B\hat{O}C$.

31. med($B\hat{O}C$) = 22°



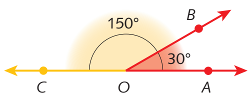
32 Dois ângulos são adjacentes complementares, e a abertura de um deles mede 78°. Determine a medida da abertura do outro ângulo.

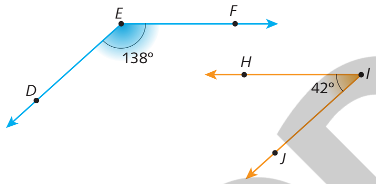
32. 12°

33 Dois ângulos são adjacentes complementares, e a abertura de um deles mede 48° 36’ 28”. Calcule a medida da abertura do outro ângulo. **33.** 41° 23’ 32”

8 Ângulos suplementares

Observe os pares de ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ e $D\hat{E}F$ e $H\hat{I}J$ nas figuras abaixo.





med($A\hat{O}B$) + med($B\hat{O}C$) = 180° e med($D\hat{E}F$) + med($H\hat{I}J$) = 180°

Dizemos que $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são **ângulos suplementares**. Os ângulos $D\hat{E}F$ e $H\hat{I}J$ também são ângulos suplementares.

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

> Dois ângulos são **suplementares** quando a soma das medidas de suas aberturas é igual a 180°.

Nos exemplos acima, também podemos dizer que:

- $A\hat{O}B$ é o suplemento de $B\hat{O}C$ ou $B\hat{O}C$ é o suplemento de $A\hat{O}B$.
- $D\hat{E}F$ é o suplemento de $H\hat{I}J$ ou $H\hat{I}J$ é o suplemento de $D\hat{E}F$.

- A **atividade 30** dialoga com a habilidade **EF07MA24**, que será aprofundada no **capítulo 11**. Como um triângulo retângulo tem um ângulo reto, basta traçar um segmento de reta $\overline{AB}$ qualquer e, com o centro do transferidor em A, marcar o ponto C_2 correspondente à medida de abertura de 90°. Em seguida, trace o segmento de reta $\overline{AC}$ (o qual deve passar por C_2) e, por fim, trace o segmento de reta $\overline{CB}$. Usando o transferidor, determinamos as medidas de abertura dos ângulos $C\hat{B}A$ e $A\hat{C}B$, de modo que a soma dessas medidas resulta em 90° (ângulos complementares).

Ângulos suplementares

Objetivo:

Reconhecer ângulos suplementares.

Justificativa

O conceito de ângulos suplementares está presente na demonstração da propriedade dos ângulos opostos pelo vértice e também em algumas relações entre ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal. Além disso, reconhecer ângulos suplementares possibilita resolver inúmeros problemas em Geometria.

Mapeando conhecimentos

Peça aos estudantes que se organizem em duplas e distribua a cada uma delas uma folha com alguns ângulos representados. Os ângulos podem ter as seguintes medidas de abertura: 120°, 60°, 40°, 170°, 140° e 30°. Em seguida, solicite que meçam a abertura desses ângulos utilizando um transferidor e identifiquem aqueles cuja soma das medidas de abertura é igual a 180°. Verifique se alguém da turma sabe definir esses ângulos como suplementares.

Para as aulas iniciais

Defina ângulos suplementares e peça aos estudantes que identifiquem os ângulos suplementares da dinâmica inicial. Depois, peça que determinem o suplemento de alguns ângulos que você vai registrar na lousa. Reserve um momento para fazer a correção coletiva.

Comente que os ângulos $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$ são adjacentes e suplementares, podendo ser chamados de **ângulos adjacentes suplementares**.

- Chame a atenção para o fato de que na **atividade 36** não se deve fazer uso do transferidor.

Ângulos opostos pelo vértice

Objetivos:

- Reconhecer ângulos opostos pelo vértice.
- Compreender que dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes.

Justificativa

Reconhecer ângulos opostos pelo vértice e compreender que são congruentes auxilia na resolução de diferentes problemas em Geometria. Além disso, essa propriedade dos ângulos opostos pelo vértice é utilizada na demonstração de algumas relações entre ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

Mapeando conhecimentos

Represente na lousa duas retas concorrentes, indique o ponto de intersecção delas pela letra *V* e os ângulos formados por $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$. Depois, pergunte aos estudantes quais dos ângulos representados são opostos pelo vértice.

Para as aulas iniciais

Defina ângulos opostos pelo vértice; depois, peça que se reúnam em duplas e dê para cada dupla uma folha com ângulos opostos pelo vértice representados nela. Em seguida, peça às duplas que meçam as aberturas dos ângulos utilizando um transferidor. Por fim, pergunte se as medidas obtidas sugerem a validade de alguma propriedade.

Se achar oportuno, retome o conceito de retas concorrentes, antes de iniciar este tópico.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

34 Calcule a medida da abertura do suplemento de cada ângulo cuja medida da abertura está indicada abaixo.

a) 76° **34. a)** 104°

b) 30° **34. b)** 150°

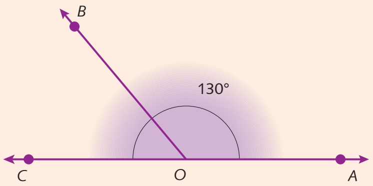
c) 0° **34. c)** 180°

d) 136° 48' **34. d)** 43° 12'

e) 90° 30'' **34. e)** 89° 30'

35 Dois ângulos são adjacentes suplementares e a abertura de um deles mede 106°. Determine a medida da abertura do outro ângulo. **35.** 74°

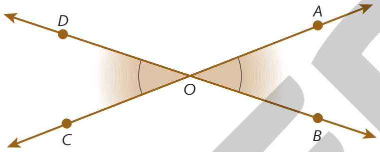
36 Calcule a medida da abertura do ângulo $B\hat{O}C$. **36.** med($B\hat{O}C$) = 50°



ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

9 Ângulos opostos pelo vértice

Considere os ângulos $A\hat{O}B$ e $C\hat{O}D$ formados pelas retas concorrentes $\overleftrightarrow{CA}$ e $\overleftrightarrow{DB}$ que se interceptam no ponto *O*.



Os ângulos $A\hat{O}B$ e $C\hat{O}D$ têm o mesmo vértice, que é o ponto *O*, e as semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ (lados do ângulo $A\hat{O}B$) são opostas, respectivamente, às semirretas $\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OD}$ (lados do ângulo $C\hat{O}D$).

Nesse caso, dizemos que $A\hat{O}B$ e $C\hat{O}D$ são **ângulos opostos pelo vértice** (indicamos **o.p.v.**).

> Dois ângulos são **opostos pelo vértice** quando os lados de um deles são semirretas opostas aos lados do outro.

Verifique que as retas $\overleftrightarrow{CA}$ e $\overleftrightarrow{DB}$ também definem os ângulos $D\hat{O}A$ e $C\hat{O}B$. Esses ângulos têm o vértice *O* em comum, e as semirretas $\overrightarrow{OD}$ e $\overrightarrow{OA}$ são opostas, respectivamente, às semirretas $\overrightarrow{OB}$ e $\overrightarrow{OC}$. Então, os ângulos $D\hat{O}A$ e $C\hat{O}B$ também são opostos pelo vértice.

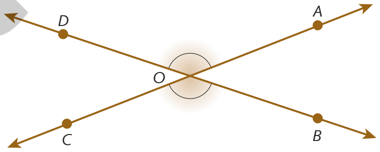


ILUSTRAÇÃO: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Tecnologias digitais em foco

Ângulos opostos pelo vértice

Nesta seção, você vai utilizar o GeoGebra, ou outro *software* de geometria dinâmica que seu professor indicar, para construir duas retas concorrentes, identificar os pares de ângulos opostos pelo vértice determinados por essas retas e explorar uma propriedade importante relacionada a esses ângulos.

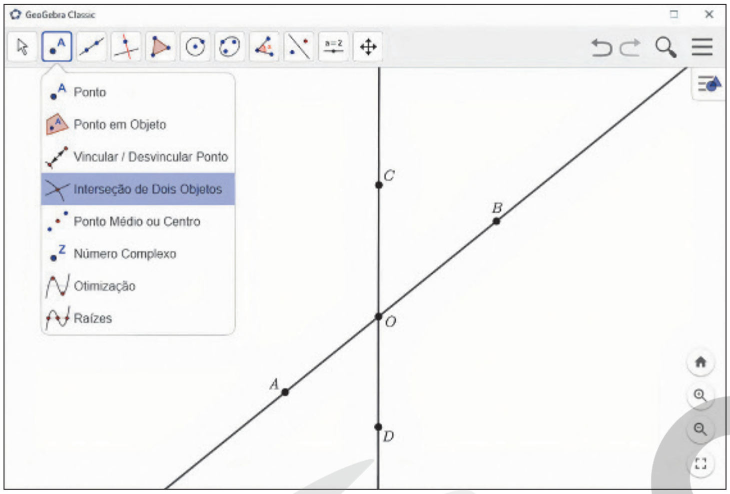
Construa

Siga os passos abaixo para construir e determinar dois pares de ângulos opostos pelo vértice.

1º) Utilize a ferramenta e trace uma reta $\overleftrightarrow{AB}$.

2º) Utilize a ferramenta e trace uma reta $\overleftrightarrow{CD}$ cruzando a reta $\overleftrightarrow{AB}$.

3º) Utilize a ferramenta e marque o ponto O, intersecção das retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CD}$.



© INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE, 2022

Explore

a) Quais pares de ângulos são opostos pelo vértice?

b) Usando a ferramenta , meça a abertura dos pares de ângulos indicados no item anterior. O que podemos observar em relação às medidas das aberturas dos ângulos opostos pelo vértice? Movimente os pontos móveis na construção e verifique o que acontece com as medidas das aberturas dos ângulos.

Explore: a) Considerando a disposição dos pontos como na figura (o ponto O entre A e B e entre C e D), os pares de ângulos opostos pelo vértice são: $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}C$; $D\hat{O}B$ e $C\hat{O}A$.

b) Os ângulos $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}C$ possuem a mesma medida de abertura, ou seja, são congruentes; o mesmo acontece com os ângulos $D\hat{O}B$ e $C\hat{O}A$. Movimentando os pontos móveis de forma a alterar a configuração inicial da construção, as medidas das aberturas dos ângulos se modificam também, porém, os ângulos opostos pelo vértice continuam congruentes.

Tecnologias digitais em foco

BNCC:

- Competências gerais 2 e 5 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 2 e 5 (as descrições estão na página VII).

Objetivo:

Utilizar *software* de geometria dinâmica para identificar ângulos opostos pelo vértice.

Ângulos opostos pelo vértice

Nesta seção, foram indicadas construções usando o GeoGebra para investigar que dois ângulos opostos pelo vértice são congruentes, mas elas podem ser feitas utilizando outro *software* de geometria dinâmica. Além disso, não sendo possível o uso de um computador, a proposta pode ser adaptada para a realização com papel e instrumentos de desenho e medida.

No *Construa*, os estudantes deverão construir duas retas concorrentes. Oriente-os sobre quais ferramentas podem ser utilizadas em cada passo e como fazer isso. Peça que nomeiem as figuras construídas de acordo com o comando de cada passo.

No *Explore*, os estudantes deverão medir as aberturas dos dois pares de ângulos opostos pelo vértice e, por meio de investigações, ao movimentar a figura, perceber que dois ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida de abertura, isto é, são congruentes, o que favorece o desenvolvimento das competências gerais **2** e **5** e das competências específicas **2** e **5**.

Enfatize aos estudantes que a movimentação dos pontos móveis, possibilitada pela geometria dinâmica, auxilia na observação das propriedades, porém não configura uma demonstração matemática.

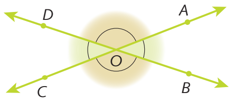
Propriedade dos ângulos opostos pelo vértice

Se julgar conveniente, refaça, na lousa, a demonstração de que ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida de abertura.

- Na **atividade 37**, relembre que, quando dizemos ângulo $D\hat{O}E$, nos referimos ao menor ângulo formado pelas semirretas $\overrightarrow{OD}$ e $\overrightarrow{OE}$.
- Na **atividade 38**, a sentença do **item a** é a única que está errada; uma maneira de mostrar que ela é falsa seria dar um contraexemplo, ou seja, um caso em que ângulos opostos pelo vértice seriam suplementares. Para isso, basta tomar ângulos opostos pelo vértice que tenham medida de abertura de 90°.

Propriedade dos ângulos opostos pelo vértice

Observe a figura a seguir.



Sabemos que:

med($A\hat{O}B$) + med($A\hat{O}D$) = 180° ← ângulos adjacentes suplementares

med($C\hat{O}D$) + med($A\hat{O}D$) = 180° ← ângulos adjacentes suplementares

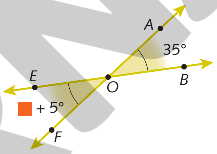
Então: med($A\hat{O}B$) + med($A\hat{O}D$) = med($C\hat{O}D$) + med($A\hat{O}D$)

Logo: med($A\hat{O}B$) = med($C\hat{O}D$)

Os ângulos $A\hat{O}B$ e $C\hat{O}D$ têm a mesma medida de abertura e são opostos pelo vértice (o.p.v.). De maneira análoga, podemos verificar que med($A\hat{O}D$) = med($C\hat{O}B$), e estes ângulos também são o.p.v.

> Dois ângulos opostos pelo vértice têm a mesma medida de abertura, isto é, são congruentes.

Os ângulos $A\hat{O}B$ e $E\hat{O}F$, na figura, são opostos pelo vértice e ■ indica uma medida de abertura de ângulo (em grau). Utilizando a propriedade dos ângulos opostos pelo vértice, podemos determinar o valor do ■. Assim:



■ + 5° = 35°

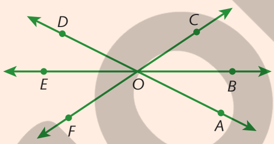
■ + 5° – 5° = 35° – 5°

■ = 30°

Atividades

Faça as atividades no caderno.

37 Observe a figura e determine três pares de ângulos opostos pelo vértice e três pares de ângulos adjacentes suplementares.



38 Reescreva no caderno as sentenças verdadeiras. **38.** alternativas **b**, **c**

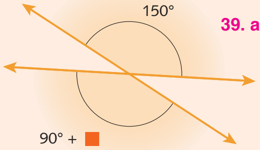
a) Dois ângulos opostos pelo vértice nunca são suplementares.

b) Dois ângulos adjacentes e suplementares formam um ângulo raso.

c) O suplemento de um ângulo reto é um ângulo reto.

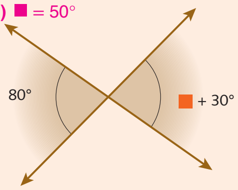
39 Nas figuras abaixo, ■ indica uma medida de abertura de ângulo (em grau). Determine o valor do ■ em cada caso.

a)



39. a) ■ = 60°

b) **39. b)** ■ = 50°



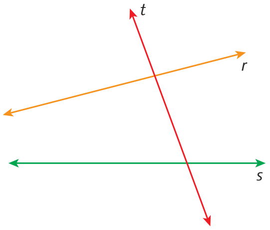
ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

37. Exemplo de resposta: ângulos o.p.v.: $D\hat{O}E$ e $B\hat{O}A$, $E\hat{O}F$ e $C\hat{O}B$, $D\hat{O}C$ e $F\hat{O}A$; ângulos suplementares: $D\hat{O}E$ e $E\hat{O}A$, $C\hat{O}B$ e $B\hat{O}F$, $F\hat{O}A$ e $A\hat{O}C$

10

Ângulos formados por duas retas cortadas por uma transversal

Observe as retas abaixo.

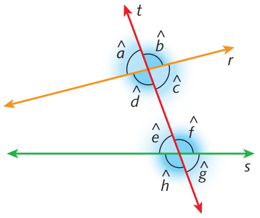


ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Como todas elas se cruzam, podemos dizer que são concorrentes. Observe que a reta *t* cruza as retas *r* e *s*; dessa forma, dizemos que a reta *t* é transversal a *r* e *s*.

Toda reta **transversal** corta duas ou mais retas em pontos distintos.

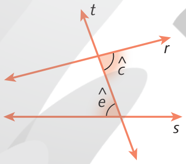
No encontro das duas retas com a transversal, ficam determinados oito ângulos com vértices nos pontos de intersecção. Analise este exemplo, em que *t* é transversal às retas *r* e *s*.

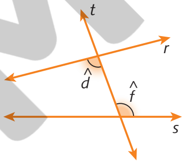


De acordo com a posição que ocupam, esses ângulos são classificados, dois a dois, com nomes especiais.

Ângulos alternos internos

- $\hat{c}$ e $\hat{e}$
- $\hat{d}$ e $\hat{f}$





ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de *softwares* de geometria dinâmica.

Ângulos formados por duas retas cortadas por uma transversal

BNCC:

Habilidade EF07MA23.

Objetivo:

Reconhecer ângulos formados por duas retas cortadas por uma transversal.

Justificativa

Reconhecer ângulos alternos internos, alternos externos, correspondentes, colaterais externos e colaterais internos é um pré-requisito para compreender as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal e, assim, desenvolver o que preconiza a habilidade **EF07MA23**.

Mapeando conhecimentos

De um lado da lousa represente ângulos alternos internos, alternos externos, correspondentes, colaterais externos e colaterais internos (sem nomeá-los dessa forma). Do outro lado, escreva ÂNGULOS CORRESPONDENTES, ÂNGULOS ALTERNOS EXTERNOS, ÂNGULOS COLATERAIS INTERNOS, ÂNGULOS ALTERNOS INTERNOS e ÂNGULOS COLATERAIS EXTERNOS. Depois, convide um estudante por vez para associar a representação à classificação correspondente. Incentive os demais estudantes a validarem ou refutarem a associação feita pelo colega, apresentando argumentos.

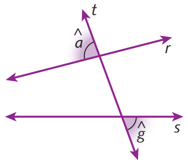
Para as aulas iniciais

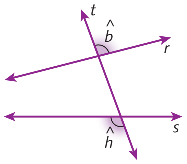
Proponha aos estudantes que representem ângulos alternos internos, alternos externos, correspondentes, colaterais externos e colaterais internos no caderno. Depois, reserve um momento para que compartilhem as representações que fizeram com os colegas.

Durante a explicação, se julgar oportuno, comente os significados dos nomes, facilitando a compreensão e a identificação dos ângulos classificados. Por exemplo, “externos” porque são os ângulos de “fora”, “alternos” porque são os ângulos de “lados diferentes” etc.

Ângulos alternos externos

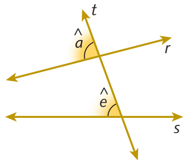
- $\hat{a}$ e $\hat{g}$
- $\hat{b}$ e $\hat{h}$

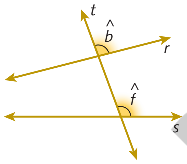




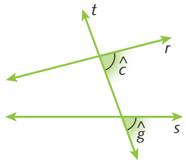
Ângulos correspondentes

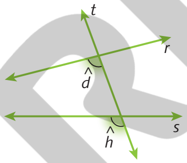
- $\hat{a}$ e $\hat{e}$
- $\hat{b}$ e $\hat{f}$





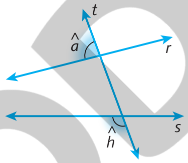
- $\hat{c}$ e $\hat{g}$
- $\hat{d}$ e $\hat{h}$

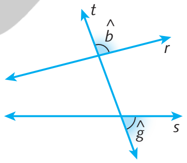




Ângulos colaterais externos

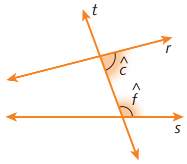
- $\hat{a}$ e $\hat{h}$
- $\hat{b}$ e $\hat{g}$

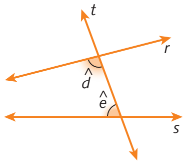




Ângulos colaterais internos

- $\hat{c}$ e $\hat{f}$
- $\hat{d}$ e $\hat{e}$





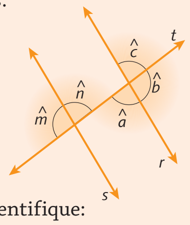
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Na **atividade 41**, comente que a validade dos **itens b**, **c** e **d** é verificada em função do paralelismo entre as retas *r* e *s*. Essa atividade introduz o próximo assunto: relações entre os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

40 Na figura abaixo, a reta *t* é transversal às retas *r* e *s*.



GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, identifique:

a) dois ângulos opostos pelo vértice; **40. a)** $\hat{c}$ e $\hat{a}$

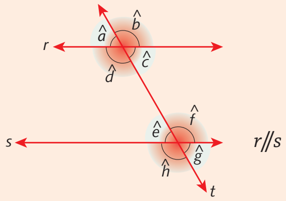
b) dois ângulos alternos internos; **40. b)** $\hat{n}$ e $\hat{a}$

c) dois ângulos correspondentes; **40. c)** $\hat{c}$ e $\hat{n}$

d) dois ângulos colaterais externos; **40. d)** $\hat{c}$ e $\hat{m}$

e) dois ângulos alternos externos. **40. e)** $\hat{b}$ e $\hat{m}$

41 Com o auxílio de um transferidor, meça a abertura dos ângulos formados pelas retas paralelas *r* e *s* cortadas pela transversal *t*.



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, responda às questões no caderno.

a) Quais deles têm a mesma medida de abertura? **41. a)** $a = c = e = g = 60°$; $b = d = f = h = 120°$

b) O que você pode afirmar sobre as medidas de abertura dos ângulos correspondentes? **41. b)** Têm a mesma medida de abertura.

c) O que você pode afirmar sobre as medidas de abertura dos ângulos alternos? **41. c)** Têm a mesma medida de abertura.

d) Nesse caso, qual é a relação entre os ângulos colaterais? **41. d)** São suplementares.

42 Observe a representação de um bairro com algumas ruas destacadas.

GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

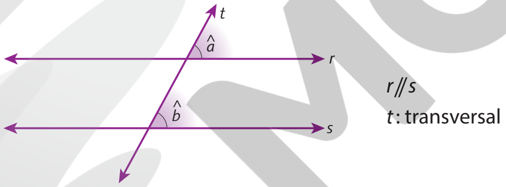
Representação esquemática de um bairro.

Considerando as ruas destacadas, qual é o nome da via transversal às ruas Geografia, História e Ciências? **42.** Av. Matemática

Relações entre os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal

Ângulos correspondentes

Considere as retas *r* e *s* paralelas entre si e uma transversal *t* que as intercepta, conforme a figura abaixo.



GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são correspondentes.

Tecnologias digitais em foco

BNCC:

- Competências gerais 2 e 5 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 2 e 5 (as descrições estão na página VII).
- Habilidade EF07MA23.

Objetivo:

Utilizar *software* de geometria dinâmica para identificar as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortados por uma transversal.

Relação entre ângulos correspondentes

Nesta seção, foram indicadas construções usando o GeoGebra para investigar as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, mas elas podem ser feitas utilizando outro *software* de geometria dinâmica. Além disso, não sendo possível o uso de um computador, a proposta pode ser adaptada para a realização com papel e instrumentos de desenho e medida.

No *Construa*, os estudantes deverão construir um par de retas paralelas cortadas por uma reta transversal. Oriente-os sobre como e quais ferramentas do *software* eles podem utilizar em cada passo. Peça que nomeiem as figuras construídas de acordo com o comando de cada passo.

No *Explore*, os estudantes deverão identificar e medir as aberturas de todos os ângulos formados a partir das intersecções das retas, para investigar, por meio de diferentes movimentos feitos na figura construída, as relações entre as medidas das aberturas desses ângulos, o que favorece o desenvolvimento das competências gerais **2** e **5** e das competências específicas **2** e **5**.

Tecnologias digitais em foco

Relação entre ângulos correspondentes

Vamos utilizar o GeoGebra, ou outro *software* de geometria dinâmica que seu professor indicar, para investigar a relação entre as medidas das aberturas dos ângulos correspondentes formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

Construa

Siga os passos abaixo para construir duas retas paralelas cortadas por uma transversal.

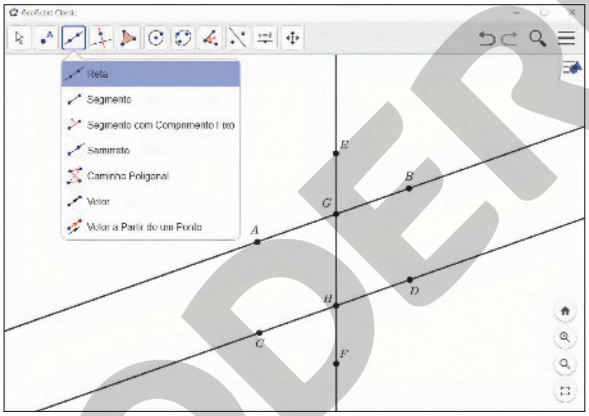
1º) Utilize a ferramenta e trace uma reta $\overleftrightarrow{AB}$.

2º) Utilize a ferramenta e trace uma reta $\overleftrightarrow{CD}$ paralela a $\overleftrightarrow{AB}$.

3º) Utilize a ferramenta e trace uma reta $\overleftrightarrow{EF}$ que cruze as retas paralelas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{CD}$.

4º) Utilize a ferramenta e marque o ponto G, intersecção das retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{EF}$.

5º) Utilize a ferramenta e marque o ponto H, intersecção das retas $\overleftrightarrow{CD}$ e $\overleftrightarrow{EF}$.



© INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE, 2022

Explore: a) Considerando a disposição dos pontos como na figura (o ponto G entre A e B e o ponto H entre C e D), os pares de ângulos correspondentes são: $E\widehat{G}B$ e $G\widehat{H}D$, $B\widehat{G}H$ e $D\widehat{H}F$, $A\widehat{G}E$ e $C\widehat{H}G$, $H\widehat{G}A$ e $F\widehat{H}C$.
b) Espera-se que os estudantes tenham percebido que as medidas das aberturas dos pares de ângulos correspondentes são iguais.
c) Espera-se que os estudantes percebam que as relações continuam válidas.

Explore

a) Identifique os pares de ângulos correspondentes obtidos na construção anterior.

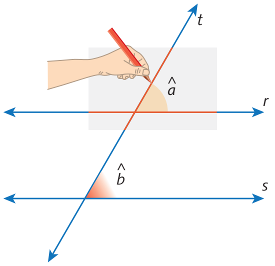
b) Utilize a ferramenta e meça a abertura dos pares de ângulos correspondentes que você identificou no item anterior. O que você pode afirmar sobre as medidas das aberturas dos pares de ângulos correspondentes?

c) Movimente os pontos móveis da construção alterando a posição das retas e observe o que acontece com as medidas das aberturas dos ângulos. As relações percebidas na atividade anterior continuam válidas quando mudamos a posição das retas e, consequentemente, as medidas das aberturas dos ângulos?

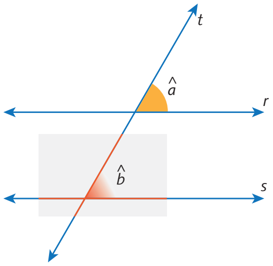
(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de *softwares* de geometria dinâmica.

Agora, observe como Júlio fez para verificar que ângulos correspondentes são congruentes.

1º) Júlio usou um papel vegetal e fez um decalque do ângulo $\hat{a}$.



2º) Colocou o decalque sobre o ângulo $\hat{b}$ e percebeu que os dois possuem a mesma medida de abertura.



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

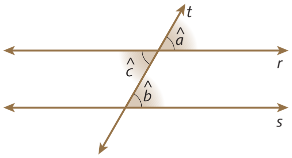
Com a sobreposição, é possível perceber que os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{b}$ são congruentes.

Duas retas paralelas, cortadas por uma transversal, determinam ângulos correspondentes congruentes.

A recíproca também é verdadeira: se os ângulos correspondentes forem congruentes, as retas *r* e *s* serão paralelas.

Ângulos alternos internos e ângulos alternos externos

Observe a figura a seguir, em que os ângulos $\hat{c}$ e $\hat{b}$ são ângulos alternos internos.

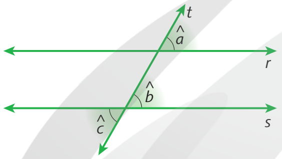


Sendo $r /\!/ s$, temos:

- $\hat{a} \cong \hat{b}$, pois são ângulos correspondentes;
- $\hat{c} \cong \hat{a}$, pois são ângulos o.p.v.

Logo, podemos afirmar que $\hat{c} \cong \hat{b}$.

Agora, analise a figura a seguir, em que os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{c}$ são ângulos alternos externos.



Sendo $r /\!/ s$, temos:

- $\hat{a} \cong \hat{b}$, pois são ângulos correspondentes;
- $\hat{c} \cong \hat{b}$, pois são ângulos o.p.v.

Logo, podemos afirmar que $\hat{c} \cong \hat{a}$.

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Duas retas paralelas, interceptadas por uma transversal, determinam ângulos alternos (internos ou externos) congruentes.

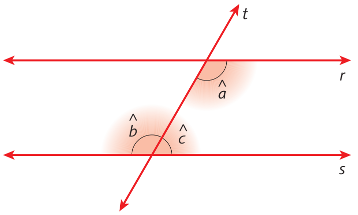
Comente com os estudantes que o decalque que Júlio fez é uma verificação, e não uma demonstração.

Na demonstração da relação dos ângulos alternos internos e alternos externos, foi utilizada a propriedade transitiva da congruência, segundo a qual: se $\hat{a} \cong \hat{b}$ e $\hat{b} \cong \hat{c}$, então $\hat{a} \cong \hat{c}$

- Após os estudantes resolverem a **atividade 43**, questione-os: “Se um dos esquadros fosse de 45°, as retas ainda seriam paralelas?”.

Ângulos colaterais internos e ângulos colaterais externos

Observe a figura a seguir, em que os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{c}$ são colaterais internos.

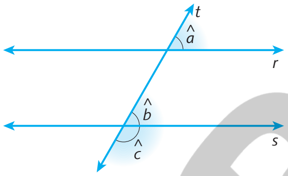


Sendo $r /\!/ s$, temos:

- $\hat{a} \cong \hat{b}$, pois são ângulos alternos internos;
- $\text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{c}) = 180°$, pois são ângulos adjacentes suplementares.

Logo, podemos afirmar que $\hat{a}$ e $\hat{c}$ são suplementares.

Agora, de acordo com a figura a seguir, temos que os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{c}$ são colaterais externos.



Sendo $r /\!/ s$, temos:

- $\hat{a} \cong \hat{b}$, pois são ângulos correspondentes;
- $\text{med}(\hat{b}) + \text{med}(\hat{c}) = 180°$, pois são ângulos adjacentes suplementares.

Logo, podemos afirmar que $\text{med}(\hat{a}) + \text{med}(\hat{c}) = 180°$.

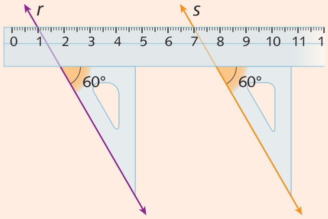
Duas retas paralelas, interceptadas por uma transversal, determinam ângulos colaterais (internos ou externos) suplementares.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

43 Podemos afirmar que as retas r e s são paralelas? Por quê?

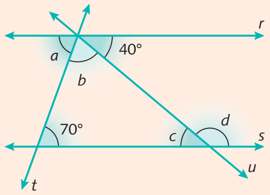
43. Sim, pois os ângulos formados pelas retas r e s com a régua são correspondentes.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

44 Na figura abaixo, r e s são paralelas e t e u são transversais. Quais são as medidas a, b, c e d das aberturas dos ângulos a seguir.

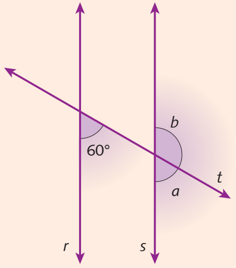
44. $a = 70^\circ$, $b = 70^\circ$, $c = 40^\circ$ e $d = 140^\circ$



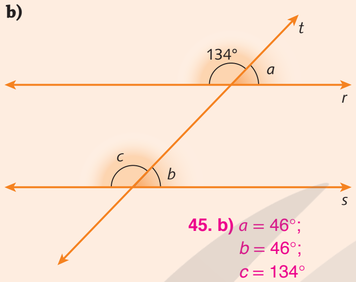
45 Sendo $r // s$, determine as medidas a, b e c das aberturas dos ângulos a seguir.

a)

45. a) $a = 60^\circ$; $b = 120^\circ$



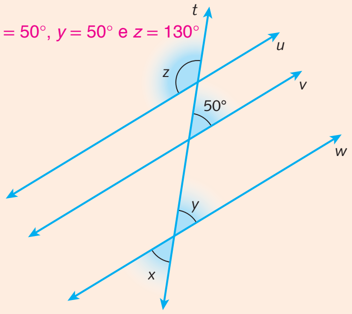
b)



45. b) $a = 46^\circ$; $b = 46^\circ$; $c = 134^\circ$

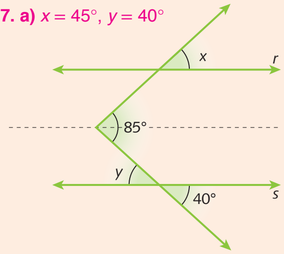
46 Na figura a seguir, as retas u, v e w são paralelas cortadas por uma transversal t. Determine, em grau, as medidas x, y e s das aberturas dos ângulos.

46. $x = 50^\circ$, $y = 50^\circ$ e $z = 130^\circ$

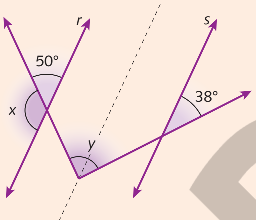


47 Sabendo que as retas r e s são paralelas, determine as medidas x e y das aberturas dos ângulos de cada item.

a) **47. a)** $x = 45^\circ$, $y = 40^\circ$



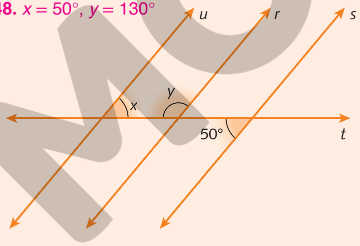
b)



47. b) $x = 130^\circ$, $y = 88^\circ$

48 As retas u, r e s são paralelas cortadas por uma transversal t. Quais são as medidas x e y das aberturas dos ângulos a seguir?

48. $x = 50^\circ$, $y = 130^\circ$



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Na **atividade 44**, peça aos estudantes que reproduzam a figura no caderno e marquem os ângulos. Um caminho possível para a resolução seria marcar o ângulo correspondente de 70° no cruzamento das retas *r* e *t* e, a partir daí, concluir que $70^\circ + 40^\circ + b = 180^\circ$, determinando a medida *b*.
- A **atividade 47** tem como objetivo ajudar os estudantes a compreender a possibilidade de incluir uma reta paralela auxiliar. Comente com eles que normalmente essa reta paralela é oculta.

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Retas

- No **item a** da **atividade 1**, os estudantes devem identificar um par de retas paralelas. É possível que alguns estudantes digam que as retas *t* e *u* sejam paralelas. Caso isso ocorra, oriente-os a reproduzir a figura no caderno e prolongar estas retas para verificar que elas são concorrentes. No **item b**, aproveite a oportunidade para verificar se reconhecem que retas perpendiculares são também concorrentes. No **item c**, você pode solicitar aos estudantes que confirmem, com o auxílio de um transferidor, que as retas *t* e *r*, e *t* e *s* são perpendiculares.
- Após a realização da **atividade 2**, circule entre os estudantes e certifique-se de que as construções estão corretas, pois as possibilidades de resposta são infinitas.

O ângulo e seus elementos

Reproduza a figura do ângulo na lousa e recorde os elementos de um ângulo com a turma.

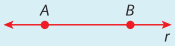
- Aproveite a **atividade 3** para verificar se os estudantes se apropriaram dos elementos de um ângulo. Você pode ampliar a proposta desta atividade ao descrever ângulos e pedir a eles que representem esses ângulos no caderno.

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Faça as atividades no caderno.

Retas

Uma **reta** é formada por infinitos pontos distintos, dispostos em uma única direção, e suas extremidades indicam que ela se prolonga infinitamente nos dois sentidos.



Reta *r* ou $\overleftrightarrow{AB}$

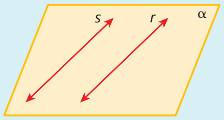
Semirreta e segmento de reta

Semirreta $\overrightarrow{OA}$

Segmento de reta $\overline{AB}$

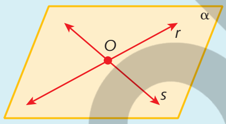
Posições relativas entre duas retas em um mesmo plano

Retas paralelas: quando não possuem pontos em comum.



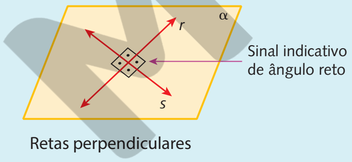
Retas paralelas

Retas concorrentes: quando possuem um único ponto em comum.



Retas concorrentes

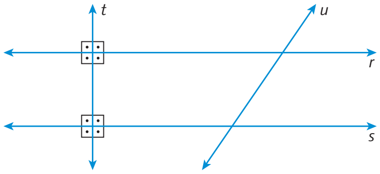
Retas perpendiculares: retas concorrentes que formam quatro ângulos retos.



Retas perpendiculares

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

1. Observe a figura a seguir.



Agora, identifique e escreva no caderno:

a) um par de retas paralelas; **1. a)** *r* e *s*

b) dois pares de retas concorrentes;

1. b) Exemplo de resposta: *u* e *r*; *u* e *s*

c) dois pares de retas perpendiculares.

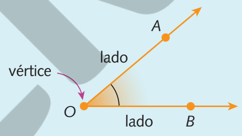
1. c) *t* e *r*; *t* e *s*

2. No caderno, desenhe a representação de um par de retas paralelas e a representação de um par de retas perpendiculares.

2. Um exemplo de resposta está na seção *Resoluções e comentários das atividades deste Manual do professor.*

O ângulo e seus elementos

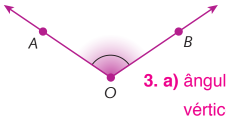
Ângulo é a união de duas semirretas de mesma origem com uma das regiões do plano limitada por elas.



Os **lados** de um ângulo são as semirretas que o determinam, e o **vértice** é a origem comum dessas semirretas.

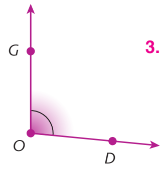
3. Para cada um dos itens a seguir, indique no caderno o ângulo, seu vértice e seus lados.

a)



3. a) ângulo: $A\hat{O}B$ ou $B\hat{O}A$, vértice: *O*, lados: $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$

b)



3. b) ângulo: $G\hat{O}D$ ou $D\hat{O}G$, vértice: *O*, lados: $\overrightarrow{OG}$ e $\overrightarrow{OD}$

5. a) A resposta está na seção *Resoluções e comentários das atividades deste Manual do professor.*
5. b) A resposta está na seção *Resoluções e comentários das atividades deste Manual do professor.*
5. c) A resposta está na seção *Resoluções e comentários das atividades deste Manual do professor.*
5. d) A resposta está na seção *Resoluções e comentários das atividades deste Manual do professor.*

Medida da abertura de um ângulo

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos utilizar como unidade de medida da abertura de um ângulo o **grau** (°).

A unidade de medida grau tem submúltiplos: o **minuto** e o **segundo**. Indicamos 1 minuto por 1′ e 1 segundo por 1″.

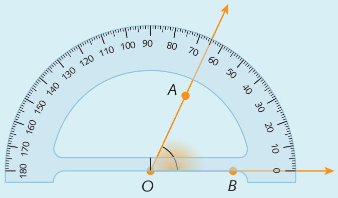
- 1 minuto é $\frac{1}{60}$ do grau, ou seja, 1 grau é igual a 60 minutos:

  $1° = 60'$

- 1 segundo é $\frac{1}{60}$ do minuto, ou seja, 1 minuto é igual a 60 segundos:

  $1' = 60''$

Como medir a abertura de um ângulo utilizando o transferidor



$\text{med}(A\hat{O}B) = 65°$

Ângulo reto, ângulo agudo e ângulo obtuso

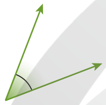
Ângulo reto: é aquele que tem medida de abertura igual a 90°.

Ângulo agudo: é o ângulo que tem medida de abertura maior que 0° e menor que 90°.

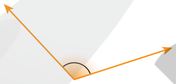
Ângulo obtuso: é o ângulo que tem medida de abertura maior que 90° e menor que 180°.

4. Com um transferidor, meça e registre no caderno a medida da abertura de cada um dos ângulos. **4. a)** 48° **4. b)** 115°

a)



b)



5. Com o auxílio de uma régua e de um transferidor, construa no caderno os ângulos solicitados e, depois, classifique-os em agudo, obtuso, reto ou raso.

a) Ângulo $A\hat{O}B$ cuja abertura mede 50°.

b) Ângulo $C\hat{O}D$ cuja abertura mede 120°.

c) Ângulo $E\hat{O}F$ cuja abertura mede 180°.

d) Ângulo $G\hat{O}H$ cuja abertura mede 90°.

6. Transforme as unidades das medidas indicadas de acordo com o pedido de cada item:

a) 32° em minuto; **6. a)** 1 920′
b) 15° 30′ em segundo; **6. b)** 55 800″
c) 192′ em grau e minuto; **6. c)** 3° 12′
d) 25° 18′ em segundo; **6. d)** 91 080″
e) 180 318″ em grau, minuto e segundo;
6. e) 50° 5′ 18″

Operações com medidas de abertura de ângulos

Adição

30° 18′ + 45° 30′

$$\begin{array}{rrr} & 30^\circ & 18' \\ + & 45^\circ & 30' \\ \hline & 75^\circ & 48' \end{array}$$

Subtração

45° 30′ – 30° 18′

$$\begin{array}{rrr} & 45^\circ & 30' \\ - & 30^\circ & 18' \\ \hline & 15^\circ & 12' \end{array}$$

Multiplicação

4 · (15° 12′)

$$\begin{array}{rrr} & 15^\circ & 12' \\ \times & & 4 \\ \hline & 60^\circ & 48' \end{array}$$

Divisão

(40° 20′) : 2

$$\begin{array}{rr|l} 40^\circ & 20' & 2 \\ \cline{3-3} 0 & 0 & 20^\circ\,10' \end{array}$$

7. Efetue os cálculos.

a) 35° 18′ + 42° 15′
b) 75° 32′ 41″ + 56° 48′ 35″
c) 68° 46′ – 51° 39′
d) 89° – 76° 36′ 12″
e) 4 · (28° 15′)
f) 7 · (12° 45′ 17″)
g) (72° 45′ 15″) : 3
h) (48° 45′ 20″) : 8

7. a) 77° 33′
7. b) 132° 21′ 16″
7. c) 17° 7′
7. d) 12° 23′ 48″
7. e) 113°
7. f) 89° 16′ 59″
7. g) 24° 15′ 5″
7. h) 6° 5′ 40″

Medida da abertura de um ângulo

- Nas **atividades 4** e **5**, podem surgir dúvidas quanto ao uso do transferidor. Oriente os estudantes a posicionar corretamente o transferidor para medir as aberturas dos ângulos (**atividade 4**) e construir ângulos (**atividade 5**). Você pode ampliar as propostas dessas atividades, solicitando aos estudantes que meçam a abertura de outros ângulos ou pedindo que construam ângulos com outras medidas de abertura estabelecidas por você.
- Após os estudantes realizarem as transformações solicitadas na **atividade 6**, incentive-os a comparar com um colega as medidas obtidas e a identificar possíveis equívocos nos cálculos efetuados.

Operações com medidas de abertura de ângulos

- A **atividade 7** propõe aos estudantes que efetuem diferentes cálculos com medidas de abertura de ângulos. Para os **itens de a a d**, oriente-os a alinhar segundos com segundos, minutos com minutos e graus com graus antes de realizarem os cálculos. Alguns itens podem ser feitos por meio de cálculo mental, por exemplo o **item g**, em que 72, 45 e 15 são divisíveis por 3.

Ângulos congruentes

- Na **atividade 8**, caso haja dificuldade, peça aos estudantes que reproduzam a figura no caderno para conseguirem prolongar os lados dos ângulos, facilitando o uso do transferidor para medir a abertura dos ângulos. Ao reproduzir a figura no caderno, peça que façam marcações sobre os ângulos, facilitando seu entendimento.

Ângulos consecutivos e adjacentes

- Se os estudantes apresentarem dificuldades para fazer a **atividade 9**, reproduza a figura na lousa e destaque cada ângulo com cores diferentes, verificando com eles que, quando os ângulos são adjacentes, as cores não se sobrepõem.

Ângulos complementares

Na **atividade 10**, incentive os estudantes a determinarem mentalmente a medida da abertura do complemento dos ângulos de alguns itens. Reserve um momento para fazer a correção coletiva.

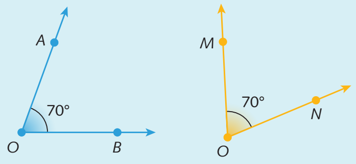
- Na **atividade 11**, questione-os como seria a representação da situação descrita no enunciado. Esse pode ser o momento oportuno para verificar se compreenderam o conceito de ângulos adjacentes.

Ângulos suplementares

- Na **atividade 12**, incentive os estudantes a determinarem mentalmente a medida da abertura do suplemento dos ângulos de alguns itens. Reserve um momento para fazer a correção coletiva.

Ângulos congruentes

Ângulos congruentes são aqueles que têm a mesma medida de abertura.

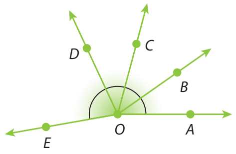


$A\hat{O}B \cong M\hat{O}N$

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

8. Com o auxílio de um transferidor, determine as medidas das aberturas dos ângulos $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$, $C\hat{O}D$, $D\hat{O}E$, $A\hat{O}C$, $A\hat{O}D$ e $C\hat{O}E$. Depois, indique os ângulos congruentes.

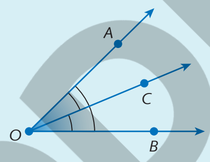
8. $B\hat{O}C \cong C\hat{O}D$, $A\hat{O}C \cong D\hat{O}E$ e $A\hat{O}D \cong C\hat{O}E$



Ângulos consecutivos e adjacentes

Ângulos consecutivos são aqueles que têm em comum o vértice e um dos lados.

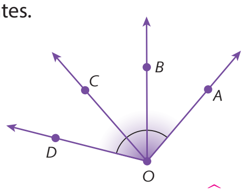
Os ângulos $A\hat{O}C$ e $C\hat{O}B$ são consecutivos.



Dois ângulos consecutivos que não possuem pontos internos comuns são chamados **ângulos adjacentes**.

Os ângulos $A\hat{O}C$ e $C\hat{O}B$ são ângulos adjacentes.

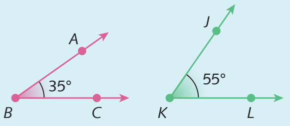
9. Observe a figura e indique três pares de ângulos adjacentes.



9. Exemplos de resposta: $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$, $C\hat{O}C$ e $C\hat{O}D$, $A\hat{O}C$ e $C\hat{O}D$.

Ângulos complementares

Dois ângulos são **complementares** quando a soma das medidas de suas aberturas é igual a 90°.



$\text{med}(A\hat{B}C) + \text{med}(J\hat{K}L) = 35° + 55° = 90°$

10. Determine a medida da abertura do complemento de cada um dos ângulos cuja medida da abertura está indicada abaixo.

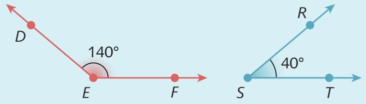
a) 46° **10. a)** 44°
b) 65° **10. b)** 25°
c) 35° 18′ **10. c)** 54° 42’
d) 62° 18′ **10. d)** 27° 42’
e) 75° 22′ **10. e)** 14° 38’
f) 18° 50′ **10. f)** 71° 10’

11. Dois ângulos são adjacentes complementares, e a abertura de um deles mede 46°18′ 39″. Determine a medida da abertura do outro ângulo.

11. 43° 41’ 21”

Ângulos suplementares

Dois ângulos são **suplementares** quando a soma das medidas de suas aberturas é igual a 180°.



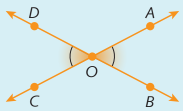
$\text{med}(D\hat{E}F) + \text{med}(R\hat{S}T) = 140° + 40° = 180°$.

12. Determine a medida da abertura do suplemento de cada um dos ângulos cuja medida da abertura está indicada abaixo.

a) 62° **12. a)** 118°
b) 80° **12. b)** 100°
c) 118° 50′ **12. c)** 61° 10’
d) 29° 18′ **12. d)** 150° 42’
e) 125° 48′ 42″ **12. e)** 54° 11’ 18”
f) 90° 30′ 12″ **12. f)** 89° 29’ 48”

Ângulos opostos pelo vértice

Dois ângulos são **opostos pelo vértice** quando os lados de um deles são semirretas opostas aos lados do outro.



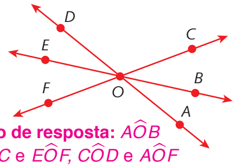
Propriedade dos ângulos opostos pelo vértice

Dois **ângulos opostos pelo vértice** têm a mesma medida de abertura, isto é, são congruentes.

Na figura deste tópico, podemos observar que:

$$\text{med}(A\hat{O}B) = \text{med}(C\hat{O}D)$$
$$\text{med}(A\hat{O}D) = \text{med}(C\hat{O}B)$$

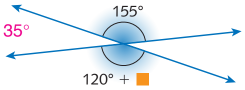
13. Observe a figura e identifique três pares de ângulos opostos pelo vértice.



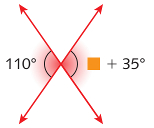
13. Exemplo de resposta: $A\hat{O}B$ e $D\hat{O}E$, $B\hat{O}C$ e $E\hat{O}F$, $C\hat{O}D$ e $A\hat{O}F$

14. Determine o valor de ■ em cada figura.

a) **14.a)** 35°



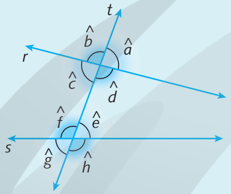
b) **14.b)** 75°



Ângulos formados por duas retas cortadas por uma transversal

Toda reta **transversal** corta duas ou mais retas em pontos distintos.

No encontro das duas retas com a transversal, ficam determinados oito ângulos com vértices nos pontos de intersecção.



De acordo com a posição que ocupam, esses ângulos são classificados, dois a dois, com nomes especiais.

Ângulos alternos internos: $\hat{a}$ e $\hat{g}$; $\hat{b}$ e $\hat{h}$

Ângulos alternos externos: $\hat{d}$ e $\hat{f}$; $\hat{c}$ e $\hat{e}$

Ângulos correspondentes: $\hat{a}$ e $\hat{e}$; $\hat{b}$ e $\hat{f}$; $\hat{c}$ e $\hat{g}$; $\hat{d}$ e $\hat{h}$

Ângulos colaterais externos: $\hat{d}$ e $\hat{e}$; $\hat{c}$ e $\hat{f}$

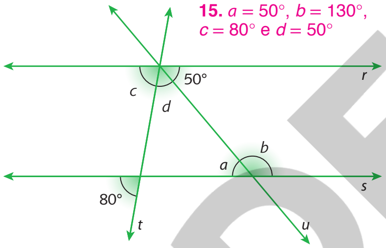
Ângulos colaterais internos: $\hat{a}$ e $\hat{h}$; $\hat{b}$ e $\hat{g}$

Relações entre os ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal

- Duas retas paralelas, cortadas por uma transversal, determinam ângulos correspondentes congruentes.
- Duas retas paralelas, interceptadas por uma transversal, determinam ângulos alternos (internos ou externos) congruentes.
- Duas retas paralelas, interceptadas por uma transversal, determinam ângulos colaterais (internos ou externos) suplementares.

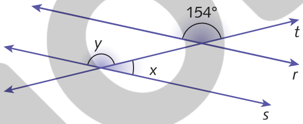
15. Na figura a seguir, *r* e *s* são retas paralelas e *t* e *u* são retas transversais. Quais são as medidas *a*, *b*, *c* e *d* das aberturas dos ângulos a seguir.

15. $a = 50°$, $b = 130°$, $c = 80°$ e $d = 50°$

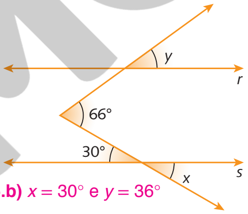


16. Sabendo que as retas *r* e *s* são paralelas, determine as medidas *x* e *y* das aberturas dos ângulos de cada item. **16.a)** $x = 26°$ e $y = 154°$

a)



b)



16.b) $x = 30°$ e $y = 36°$

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Ângulos opostos pelo vértice

- Na **atividade 13**, após os estudantes identificarem os pares de ângulos opostos pelo vértice, peça-lhes que, com o auxílio de um transferidor, verifiquem que são congruentes.
- Se os estudantes tiverem dificuldade na resolução da **atividade 14**, questione-os: "Quanto falta em 120° para chegar a 155°?"; "Quanto falta em 25° para chegar a 110°?". Incentive-os a fazer os cálculos mentalmente.

Ângulos formados por duas retas cortadas por uma transversal

- Caso julgue conveniente, faça a **atividade 15** na lousa com a participação da turma.
- Na **atividade 16**, peça aos estudantes que reproduzam as figuras no caderno para marcar os ângulos. No **item b**, caso seja necessário, peça que representem uma reta auxiliar, paralela às retas *r* e *s*.

É hora de extrapolar

BNCC:

- Competências gerais 4, 7 e 9 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 4, 7 e 8 (as descrições estão na página VII).

A seção propõe o fechamento da unidade por meio de um trabalho colaborativo que explora a pesquisa, a comunicação e a elaboração de cartazes, que serão compartilhados com a comunidade escolar.

Com a finalidade de organizar o trabalho, a seção é dividida em etapas que promovem:

- Entendimento do contexto e dos objetivos do trabalho a ser realizado.
- Pesquisa coletiva.
- Elaboração, em grupo, dos cartazes.
- Apresentação e exposição dos cartazes.
- Reflexão e síntese do trabalho.

As etapas de pesquisa e elaboração do produto podem ser realizadas extraclasse. Verifique o perfil dos estudantes e oriente-os quanto ao prazo, aos materiais e a outros aspectos necessários à realização do trabalho.

A seção também favorece o desenvolvimento das competências gerais **4**, **7** e **9** e das competências específicas **4**, **7** e **8**, procurando mobilizar conteúdos estudados nos capítulos que integram a unidade. Portanto, é recomendável trabalhar a seção depois de estudar os capítulos, mas, se preferir trabalhar as etapas da seção à medida que os capítulos forem estudados, atente para os conhecimentos prévios necessários.

Solicite aos estudantes que reflitam sobre a pergunta que dá título à seção e a respondam com “sim”, “mais ou menos” ou “não”, e represente graficamente as respostas da turma.

- Na **atividade 2**, incentive os estudantes a realizarem a pesquisa em mais de uma fonte, principalmente se buscarem em *sites*. Assim, podem identificar mais de uma versão sobre as informações procuradas, ou identificar o que é afirmado por fontes confiáveis.
- No **item a** da **atividade 4**, leve a turma a compreender que esses alimentos são considerados não saudáveis por causa das quantidades excessivas de açúcar e gorduras não saudáveis, do perfil nutricional desequilibrado e da grande concentração de aditivos e de substâncias com efeito incerto sobre a saúde, o que pode causar, com o consumo excessivo, obesidade, hipertensão, diabetes, doenças cardiovasculares, osteoporose, câncer, entre outros problemas.

É hora de extrapolar

Cuidado! Evite acidentes ao usar o compasso na atividade **6**.

Você considera sua alimentação saudável?

Faça as atividades no caderno.

Uma boa nutrição é fundamental para a saúde, o bem-estar e a qualidade de vida de todos. É importante escolher os alimentos que serão consumidos de forma consciente e equilibrada. Na adolescência, os bons hábitos alimentares são essenciais para o desenvolvimento físico e mental, além de contribuírem para uma vida adulta saudável. Assim, nessa fase, alimentar-se bem deve ser prioridade.

Objetivos: Pesquisar sobre a composição e os hábitos de uma alimentação saudável, elaborar cartazes com informações e incentivos e realizar campanha na comunidade escolar para a promoção do consumo de alimentos saudáveis.

Etapa 1: Pesquisa sobre a composição e os hábitos de uma alimentação saudável

1. Reúnam-se em grupo e anotem, em uma lista, as ideias iniciais do que vocês consideram ser hábitos alimentares saudáveis. **1.** Resposta pessoal.

2. Pesquisem em *sites*, em livros especializados em alimentação ou nutrição ou em revistas sobre saúde o que constitui uma alimentação saudável. A pesquisa deve contemplar tipos de nutrientes que devem ser consumidos, quantidades necessárias, alimentos que fornecem esses nutrientes e hábitos que devem ser adotados. **2.** Comentário em *Orientações*.

3. a) Respostas pessoais.

3. Comparem o resultado da pesquisa feita na atividade 2 com a lista elaborada na atividade 1.

a) Alguma informação obtida na pesquisa não estava na lista das ideias iniciais? Se sim, qual(is)?

b) Algum item da lista das ideias iniciais não pode ser considerado parte de bons hábitos alimentares?

3. b) Resposta pessoal.

4. Uma pesquisa realizada com estudantes do 7º ano em fevereiro de 2023 apresentou dados sobre seus hábitos alimentares, conforme consta no gráfico a seguir.

4. a) Comentário em *Orientações*.

Analisem o gráfico e façam o que se pede.

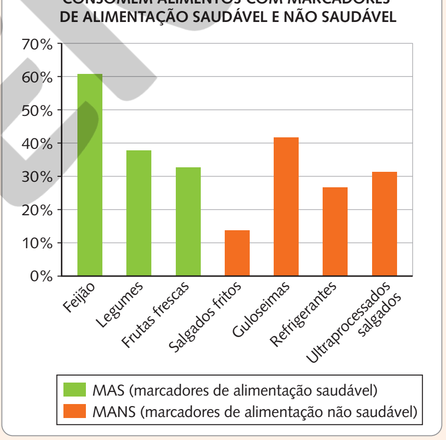
a) Nessa pesquisa, os alimentos considerados marcadores de alimentação não saudável são:

- salgados fritos: coxinha de galinha, quibe, pastel, acarajé, batata frita (exceto batata de pacote);
- guloseimas: doces em geral, como balas, chocolates, chicletes, bombons e pirulitos;
- refrigerantes;
- ultraprocessados salgados: hambúrguer, presunto, mortadela, salame, linguiça, salsicha, macarrão instantâneo, salgadinho de pacote, biscoitos salgados.

Pesquisem o motivo pelo qual esses alimentos são considerados não saudáveis, destacando o que acontece em caso de consumo excessivo.

b) Muitas pessoas consomem os alimentos listados no item **a** em excesso mesmo sabendo que são considerados não saudáveis. Por que isso acontece?

4. b) Comentário em *Orientações*.



Dados obtidos pela direção da escola em fevereiro de 2023.

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Etapa 2: Pesquisa e análise de dados sobre a conservação de alimentos

5. Além da escolha de alimentos, é importante que eles sejam conservados e preparados de modo correto. O resfriamento e o congelamento são formas muito utilizadas para aumentar o tempo de conservação dos alimentos.

a) Pesquisem os motivos pelos quais o resfriamento e o congelamento ajudam a conservar os alimentos.

5. a) O resfriamento diminui a reprodução de microrganismos, enquanto o congelamento impede sua proliferação.

- No **item b** da **atividade 4**, promova a compreensão de que muitos dos elementos presentes nos alimentos não saudáveis causam sensação de prazer e que, sem excessos, podem ser consumidos sem comprometer a saúde.

Sugestão de atividade para combater o *bullying*

A gordofobia é a aversão à gordura e às pessoas que estão acima do “peso” e é possível que estudantes estejam sendo vítimas de gordofobia na escola. Caso tenha presenciado algo ou saiba de algum caso ocorrido na escola, discuta o tema com a turma. Comente com os estudantes que o comportamento gordofóbico pode causar uma série de danos psíquicos às vítimas, como depressão, ansiedade e até suicídio. Conscientize-os da importância de evitar e de combater esses atos.

b) Observem a tabela a seguir.

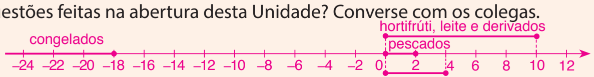
Medidas de temperatura para armazenagem de produtos		
Tipo de armazenagem	**Tipo de alimento**	**Medida da temperatura**
Congelamento	Qualquer alimento	Menor ou igual a –18 °C
Refrigeração	Hortifrúti, leite e derivados	Até 10 °C
	Carne	Até 4 °C
	Pescados	Até 2 °C

Dados obtidos em: http://www.cvs.saude.sp.gov.br/zip/e_pt-cvs-06_100399.pdf. Acesso em: 12 maio 2022.

Representem as medidas de temperatura em uma reta numérica, indicando os intervalos correspondentes a cada tipo de alimento e considerando que os alimentos refrigerados ficam a medidas de temperatura maiores que 0 °C. **5. c)** Resposta pessoal.

c) Você já sabe responder às questões feitas na abertura desta Unidade? Converse com os colegas.

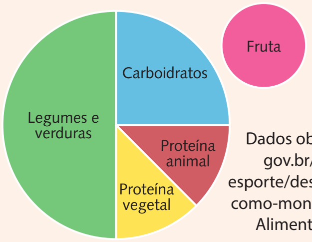
5. b)



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Etapa 3: Elaboração de cartazes

6. Analisem as imagens a seguir, que mostram qual deve ser a proporção entre os alimentos em uma refeição considerada saudável.



ILUSTRAÇÕES: BENTINHO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: https://www.gov.br/defesa/pt-br/assuntos/esporte/desporto-militar/nutricao/como-montar-um-prato-saudavel/Alimentaosaudvel2.pdf. Acesso em: 20 jun. 2022.

a) Considerando que "legumes e verduras" devem corresponder à metade da medida da área do prato, "carboidratos", a um quarto da medida da área do prato, e as "proteínas animal e vegetal", a um oitavo cada, determinem a medida da abertura dos ângulos centrais que correspondem a cada um desses setores e classifiquem-nos em agudo, reto, obtuso ou raso. **6. a)** Resposta em *Orientações*.

b) Elaborem um cartaz utilizando régua, compasso e transferidor. Preencham os setores com imagens dos alimentos e coloquem informações sobre a composição escolhida (o que determina que essa composição seja interessante e saudável) e como incentivar as pessoas a buscar uma alimentação equilibrada. **6. b)** Resposta pessoal.

Etapa 4: Campanha pela promoção de alimentos saudáveis

7. Disponibilizem os cartazes criados na etapa anterior para que a turma analise a escolha dos alimentos e opinem a respeito das informações apresentadas. **Etapa 4:** Comentário em *Orientações*.

8. Anotem as dúvidas, as opiniões e as sugestões dos colegas.

9. Depois dos ajustes necessários, criem um título para uma campanha pela promoção da alimentação saudável na escola e façam uma exposição dos cartazes para a comunidade escolar.

Etapa 5: Síntese do trabalho realizado

10. Algumas questões devem ser discutidas.

a) Após a realização das pesquisas, vocês pretendem fazer alguma mudança em seus hábitos alimentares? Se sim, qual(is)? Se não, por quê? **10. a)** Respostas pessoais.

b) Você acredita que uma campanha pode contribuir para que as pessoas busquem hábitos alimentares mais saudáveis? **10. b)** Resposta pessoal.

11. Redijam um texto que descreva o processo realizado pelo grupo nas etapas **3** e **4**.
11. Comentário em *Orientações*.

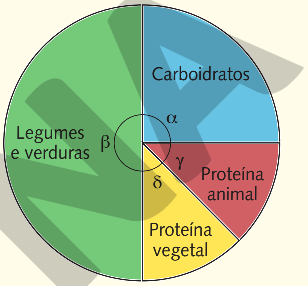
Sugestão de leitura

A Pesquisa Nacional de Saúde do Escolar, realizada em 2019 pelo IBGE em parceria com o Ministério da Saúde e o apoio do Ministério da Educação, apresenta comentários analíticos sobre a realidade local e a situação da saúde dos escolares.

Verifique se os estudantes já haviam reparado que a parte inferior interna da geladeira tem medida de temperatura mais elevada que a parte superior e, por isso, os hortifrútis costumam ficar embaixo.

- O **item c** da **atividade 5** retoma as questões da abertura desta Unidade. Aproveite-o para comparar os conhecimentos da turma naquele momento e agora.
- Considerando a ilustração a seguir, temos para o **item a** da **atividade 6**:

$\alpha = 90°$, ângulo reto;
$\beta = 180°$, ângulo raso;
$\gamma = 45°$, ângulo agudo;
$\delta = 45°$, ângulo agudo.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- No **item b** da **atividade 6**, alerte os estudantes sobre a necessidade de tomar cuidado ao manusear o compasso para elaborar o cartaz.
- Na **etapa 4**, oriente os estudantes a respeitarem o trabalho e a opinião dos colegas, criticando de maneira respeitosa e opinando para que o trabalho de todos possa ser melhorado. A proposta dessa etapa favorece o desenvolvimento da competência geral **9**.

Se achar conveniente, essa campanha pode ser divulgada de modo digital. Explore com os estudantes as possibilidades de divulgação digital que eles conhecem e eleja um meio para a exposição dos materiais produzidos por eles.

- Após a resolução da **atividade 10**, para verificar se os estudantes mudaram de opinião sobre a própria alimentação após as informações que coletaram, repita a pergunta inicial: "Você considera sua alimentação saudável?". Então, monte outro gráfico, comparando-o com o feito inicialmente. Peça que compartilhem suas aprendizagens.

Na **atividade 11**, acompanhe a escrita do texto e, se necessário, relembre processos importantes que você acompanhou e que os estudantes estejam esquecendo de descrever no texto.

Abertura da Unidade

BNCC:

- Competência geral 9 (a descrição está na página VI).
- Competência específica 8 (a descrição está na página VII).

Objetivos:

- Motivar os estudantes a estudar os conteúdos da Unidade 2.
- Levantar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre a representação decimal de números racionais.
- Verificar as estratégias empregadas pelos estudantes na subtração com números racionais.
- Verificar se os estudantes conhecem o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH).

Pergunte aos estudantes se já ouviram falar sobre o IDH (Índice de Desenvolvimento Humano). Reserve um tempo para escutá-los. Promova uma discussão, perguntando o que eles acham que seria interessante considerar para medir o desenvolvimento humano. Depois, explique que o IDH avalia indicadores da saúde (expectativa de vida), da educação (anos de escolaridade de adultos e expectativa de anos de escolaridade para crianças) e de renda (Renda Nacional Bruta). Momentos como esse, em que o diálogo e a interação entre os estudantes são incentivados, favorecem o desenvolvimento da competência geral **9** e da competência específica **8** da BNCC.

Explore com os estudantes a leitura e o valor dos algarismos do número 0,957. Espera-se que alguns deles percebam que o algarismo 7, que ocupa a terceira casa à direita da vírgula, representa 7 milésimos; que o algarismo 5 representa 5 centésimos; e que o algarismo 9, que ocupa a primeira casa à direita da vírgula, representa 9 décimos. Caso alguns tenham dificuldades, recorde as representações de números na forma decimal em um quadro de ordens. Amplie a discussão para outros números, caso julgue pertinente.

Uma das questões propostas exige o cálculo de 1 – 0,957. Neste primeiro momento, deixe os estudantes à vontade para empregar a estratégia que preferirem. Você não precisa esgotar o trabalho com esse cálculo agora, pois esta mesma pergunta será retomada na seção *É hora de extrapolar* ao final desta Unidade.

Unidade 2

GENEVIEVE HATHAWAY/SHUTTERSTOCK

Cidade de Bergen, na Noruega. Foto de 2020. A Noruega ocupava a 1ª colocação no *ranking* do Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) de países em 2019, com nota 0,957. As notas variam de 0 a 1.
O que esse índice avalia?
Qual é a diferença entre 1 e o índice obtido pela Noruega?
Ao final desta Unidade, você responderá essas e outras questões.

No **capítulo 4**, será aprofundado o estudo sobre frações e, no **capítulo 5**, o foco será estudar os números racionais e suas operações. No **capítulo 6**, os estudantes vão ampliar seus conhecimentos sobre a linguagem algébrica, que utiliza letras para representar valores desconhecidos na resolução de problemas e na representação de regularidades.

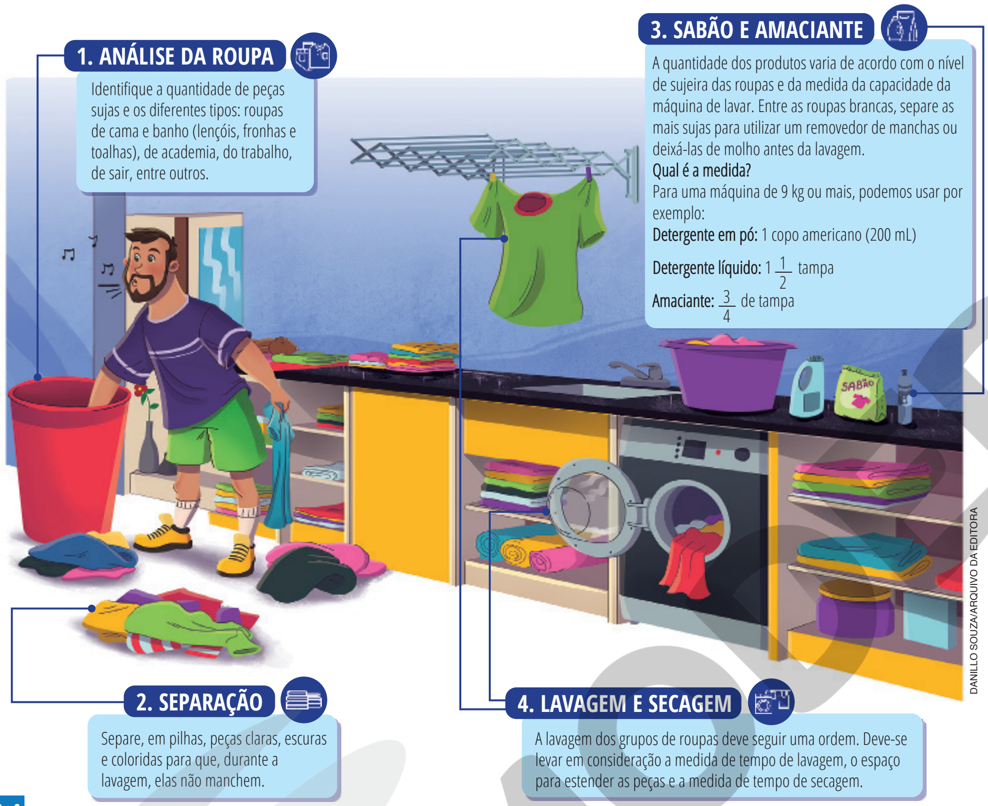
Ao final desta Unidade, na seção *É hora de extrapolar*, os estudantes vão pesquisar sobre o IDH, confeccionar uma reportagem sobre Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) e apresentá-la no formato de um jornal.

Capítulo

4 Frações

Trocando ideias

Para que a tarefa de lavar roupas seja rápida e efetiva, é preciso planejar bem cada etapa. Observe o infográfico abaixo.



1. ANÁLISE DA ROUPA

Identifique a quantidade de peças sujas e os diferentes tipos: roupas de cama e banho (lençóis, fronhas e toalhas), de academia, do trabalho, de sair, entre outros.

2. SEPARAÇÃO

Separe, em pilhas, peças claras, escuras e coloridas para que, durante a lavagem, elas não manchem.

3. SABÃO E AMACIANTE

A quantidade dos produtos varia de acordo com o nível de sujeira das roupas e da medida da capacidade da máquina de lavar. Entre as roupas brancas, separe as mais sujas para utilizar um removedor de manchas ou deixá-las de molho antes da lavagem.

Qual é a medida?

Para uma máquina de 9 kg ou mais, podemos usar por exemplo:

Detergente em pó: 1 copo americano (200 mL)

Detergente líquido: $1\frac{1}{2}$ tampa

Amaciante: $\frac{3}{4}$ de tampa

4. LAVAGEM E SECAGEM

A lavagem dos grupos de roupas deve seguir uma ordem. Deve-se levar em consideração a medida de tempo de lavagem, o espaço para estender as peças e a medida de tempo de secagem.

DANILLO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

Trocando ideias: primeiro item: resposta pessoal; segundo item: menor.

- Você consegue fazer a ordenação de alguma outra situação cotidiana? Explique para os colegas.
- A quantidade de amaciante utilizada para lavar as roupas em uma máquina de 9 kg ou mais é maior ou menor do que a quantidade de detergente líquido?

Neste capítulo, aprofundaremos as ideias relacionadas ao conceito de fração e veremos como ordenar frações.

(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.

(EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.

CAPÍTULO 4 – FRAÇÕES

Trocando ideias

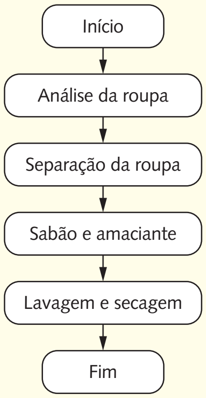
BNCC:

- Competências gerais 4 e 9 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 6 e 8 (as descrições estão na página VII).
- Habilidades EF07MA05 e EF07MA07.

Objetivos:

- Verificar se os estudantes recordam a ideia de fração como parte de um todo.
- Verificar se os estudantes recordam a ideia de número misto.
- Explorar a noção intuitiva de pensamento computacional.

A proposta deste *Trocando ideias* é trabalhar intuitivamente com o pensamento computacional. Nele, é apresentado um infográfico que mostra a sequência de etapas a serem cumpridas para lavar roupas. Se achar conveniente, proponha aos estudantes que elaborem o fluxograma correspondente ao processo apresentado. Considere o exemplo a seguir:



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Depois, reserve um momento para que os estudantes conversem sobre a questão proposta no primeiro item. Amplie a discussão e peça a alguns deles que representem na lousa o fluxograma correspondente ao processo que mencionaram.

Para explorar a primeira questão, deixe que troquem ideias e que exponham opiniões e vivências.

A segunda questão mobiliza a ideia de fração como parte de um todo, conceito de número misto e a comparação de frações. Após responderem, peça que justifiquem suas respostas.

A mobilização da linguagem verbal e de fluxogramas contribui para o desenvolvimento da competência geral **4** e a competência específica **6**. A competência geral **9** e a competência específica **8** também têm os seus desenvolvimentos favorecidos, uma vez que o diálogo e a interação entre os estudantes são incentivados.

Ideias associadas às frações

BNCC:

- Competência geral 3 (a descrição está na página VI).
- Competências específicas 2, 6 e 8 (as descrições estão na página VII).
- Habilidades EF07MA08 e EF07MA09.

Objetivo:

Compreender as diferentes ideias de fração: parte de um inteiro, quociente, razão e operador.

Justificativa

As frações são utilizadas em diferentes situações do cotidiano. Explorar essa representação possibilita aos estudantes lidarem com maior flexibilidade e segurança com números inteiros e não inteiros. Além disso, a compreensão dessas ideias favorece o desenvolvimento das habilidades **EF07MA08** e **EF07MA09**.

Mapeando conhecimentos

Para mapear os conhecimentos prévios dos estudantes sobre as diferentes ideias de fração, proponha os seguintes questionamentos para eles:

- Uma torta foi dividida em 5 partes iguais e alguém comeu 2 pedaços. Que fração da torta essa pessoa comeu? (Resposta: $\frac{2}{5}$).
- Em uma confraternização foram distribuídos 3 rocamboles para 9 crianças. Quanto de rocambole cada pessoa recebeu aproximadamente? (Resposta: $\frac{3}{9}$ do rocambole ou $\frac{1}{3}$ do rocambole).
- Quanto é um terço de 6 ovos? (Resposta: 2 ovos).
- Em uma árvore há 4 pássaros azuis e 9 pássaros amarelos. Qual é a razão entre o número de pássaros azuis e amarelos? (Resposta: $\frac{4}{9}$).

Para as aulas iniciais

Retome as situações da dinâmica inicial e discuta com a turma a diferença entre cada uma. Incentive os estudantes a darem outros exemplos de situações em que as frações são utilizadas com as ideias de parte de um inteiro, quociente, razão e operador.

Considere também pedir que recordem o conteúdo de frações presente na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores*. Realize com eles as **atividades** de **32** a **36** e tire as eventuais dúvidas.

1 Ideias associadas às frações

Neste capítulo, vamos retomar e estudar algumas ideias associadas às frações.

A ideia de parte de um inteiro

Uma fração pode representar a ideia de **parte de um inteiro**. Observando a situação a seguir, temos que a medida do comprimento de três lápis equivale à medida do comprimento do caderno. Assim:

$\frac{1}{3}$ → Lemos: "um terço".

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

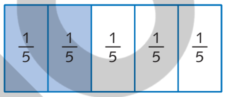
Agora, em um novo exemplo, vamos analisar a fração $\frac{2}{5}$ (lemos: "dois quintos").

Essa fração indica que o inteiro foi dividido em 5 partes iguais e que consideramos 2 dessas 5 partes.

O **denominador** indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido, e o **numerador** indica quantas partes do inteiro nos interessam, ou seja, na fração $\frac{2}{5}$, o 5 é o denominador e o 2 é o numerador.

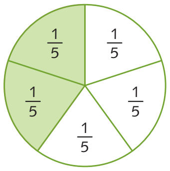
Podemos representar a fração $\frac{2}{5}$ de várias formas. Analise duas delas.

a)



O inteiro foi representado pelo retângulo, que foi dividido em 5 partes iguais. As partes do inteiro que interessavam foram coloridas de azul (2 das 5 partes).

b)



O inteiro foi representado pelo círculo, que foi dividido em 5 partes iguais. Assim, 2 das 5 partes foram coloridas de verde.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos usar as frações para representar partes de inteiros de diferentes tipos. Acompanhe as situações a seguir.

A ideia de parte de um inteiro

Antes de iniciar a explicação do conteúdo, relembre o nome das partes de uma fração (numerador e denominador). Se julgar interessante, relembre também a leitura das frações de acordo com os denominadores.

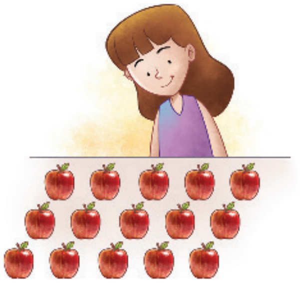
Comente com os estudantes que as partes do todo devem ser sempre equivalentes, ou seja, devem ser do mesmo tamanho.

(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

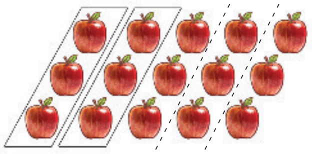
(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

Situação 1

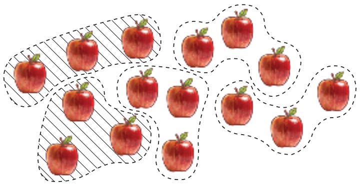
Gabriela tem que escolher $\frac{2}{5}$ de 15 maçãs. Quantas maçãs Gabriela vai escolher?



Em vez de uma única maçã, nessa situação o inteiro é representado pelo total de maçãs. Para considerar $\frac{2}{5}$ dessas maçãs, podemos, por exemplo, selecionar duas das cinco colunas de maçãs, como indicado a seguir.



Poderíamos selecionar $\frac{2}{5}$ das maçãs mesmo se não estivessem organizadas em colunas.

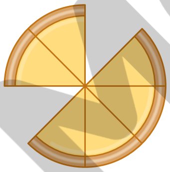


ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, Gabriela vai escolher 6 maçãs $\left(\frac{2}{5}\right.$ de 15 maçãs$\left.\right)$.

Situação 2

Vamos considerar que uma *pizza* foi dividida em 8 pedaços iguais e que $\frac{1}{4}$ foi consumido. Essa situação pode ser representada pela seguinte figura.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Parte consumida da *pizza*: $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$

Nesse caso, uma *pizza* é considerada como o inteiro.

Comente que, quando a fração está relacionada à parte de um todo, esse todo pode ser uma grandeza discreta (situação **1**), por exemplo, uma quantidade de objetos, de pessoas, de dinheiro etc. ou uma grandeza contínua (situação **2**), como a medida de massa de um produto, a medida de comprimento de uma barra etc.

Se adotarmos duas *pizzas* como inteiro, a fração $\frac{1}{4}$ que representa a quantidade de pedaços de *pizza* consumidos equivale a 4 pedaços, pois o inteiro, nesse caso, é representado por 16 pedaços. Porém, se adotarmos o inteiro como três *pizzas*, essa fração equivale a 6 pedaços, pois, nesse caso, o inteiro é representado por 24 pedaços. Chame a atenção dos estudantes para o seguinte: a representação da quantidade de pedaços de *pizza* consumidos, na forma fracionária, decorre da escolha do inteiro e do número de partes em que esse inteiro foi dividido.

Sugestão de atividade extra

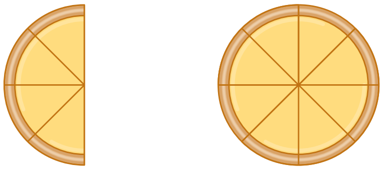
Faça um levantamento de lendas, mitos, canções infantis, quadrinhas e adivinhas lembrados ao longo de uma aula. Com a ajuda dos estudantes, selecione alguns textos e faça uma atividade similar à proposta na situação **3**, contar frases ou versos e representá-los na forma de fração.

Oriente os estudantes a montar um painel com as adivinhas para que fique exposto à comunidade escolar.

Esse tipo de atividade favorece o desenvolvimento da competência geral **3**.

LEMBRE-SE: Escreva no caderno.

Agora, vamos considerar duas *pizzas* como o inteiro, mas novamente $\frac{1}{4}$ foi consumido. Assim, temos a seguinte possibilidade de representação.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Parte consumida das *pizzas*: $\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$

Observe que, dependendo do inteiro escolhido, a quantidade de pedaços de *pizza* consumidos indicada por $\frac{1}{4}$ pode variar:

- no caso em que o inteiro é uma *pizza*, $\frac{1}{4}$ desse inteiro equivale a 2 pedaços;
- no caso em que o inteiro são duas *pizzas*, $\frac{1}{4}$ desse inteiro equivale a 4 pedaços.

Situação 3

Leia as adivinhas a seguir e tente descobrir a que se referem.

Um palácio tem doze damas,
Cada dama tem quatro quartos,
Todas elas usam meias
E nenhuma usa sapato. Resposta: o relógio analógico

Tem folhas e não é planta,
Tem lombo e anda de capa
O estudante que o abandona
Da nota má não escapa. Resposta: o livro

Responda depressa
Não seja bocó,
Está no pomar
E no seu paletó. Resposta: a manga

Essas adivinhas vão compor uma página de um livro de brincadeiras; por isso, vamos considerá-las como o inteiro.

Temos 12 frases distribuídas em 3 adivinhas. Podemos dizer que cada adivinha corresponde a $\frac{1}{3}$ do total de frases, pois cada uma delas tem 4 frases.

Com base nas situações apresentadas, podemos concluir que é necessário conhecer o inteiro para encontrar uma forma adequada de dividi-lo. Assim, podemos representar a quantidade de partes do inteiro que nos interessam usando uma fração.

A ideia de quociente

Além da ideia de parte de um inteiro, as frações podem representar um **quociente**, ou seja, o resultado de uma divisão. Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

Carolina e seus amigos estão começando um jogo de aventura.

Carolina tem 40 cartas para distribuir igualmente entre ela e seus amigos. Como são 5 pessoas, podemos representar a quantidade que cada um vai receber por 40 : 5 ou $\frac{40}{5}$.

Nesse caso, o número fracionário $\frac{40}{5}$ indica que cada amigo vai receber 8 cartas para iniciar esse jogo.

Situação 2

Fabrício foi passar o fim de semana com os amigos no sítio de sua avó Vera. Ela estava mostrando o pomar para as crianças e colheu 3 laranjas maduras para dividir igualmente entre Fabrício e seus 3 amigos.

ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Nessa situação, a ideia de quociente ocorre devido à divisão das 3 laranjas entre as 4 crianças. Podemos representar essa divisão por 3 : 4 ou $\frac{3}{4}$.

Isso significa que, se Vera dividir cada uma das laranjas em 4 pedaços, cada criança receberá 3 pedaços.

Nas duas situações, podemos associar a fração com a operação de divisão, pois estão relacionadas à distribuição de cartas ou de laranjas.

Na primeira situação, a divisão resultou em um número natural e cada jogador recebeu a mesma quantidade de cartas. Na segunda situação, a divisão das laranjas resultou em um número fracionário, então cada criança recebeu parte de cada uma das laranjas, mas todas as crianças receberam a mesma quantidade de laranja.

A ideia de quociente

Pergunte aos estudantes o que aconteceria se houvesse 42 cartas para serem distribuídas entre 5 crianças. Faria sentido dizer que cada criança receberia $\frac{42}{5}$ de cartas? Nesse caso, seria necessário tirar 2 cartas do monte para distribuí-las igualmente, pois 42 dividido por 5 tem resto 2 e não é possível distribuir 2 cartas para 5 pessoas, já que, nesse caso, é impossível recortar as cartas.

Na situação **2** (divisão das laranjas), admite-se a divisão fracionária, o que sugere a diferença no tratamento de grandezas discretas e contínuas. Na situação **1** (divisão das 42 cartas), o resto **2** é separado para garantir quociente inteiro, o que não se considera na divisão das laranjas.

A ideia de razão

Comente que a ideia de fração como comparação é o que chamamos de razão, ou seja, uma relação expressa na forma de fração. Na situação **1**, o número de meninos e meninas foi comparado por meio de uma razão; na situação **2**, as razões foram empregadas para expressar probabilidades; e, na situação **3**, a medida da velocidade do automóvel foi expressa pela razão entre a medida da distância percorrida e a medida do tempo. Outro uso bastante comum é no trabalho com escalas, conteúdo que será formalizado no 9º ano.

Aproveite a situação e pergunte aos estudantes: "Se em 1 hora o veículo percorre 30 km e mantiver a mesma medida de velocidade, em 5 horas quanto ele percorrerá?". Espera-se que os estudantes percebam que o veículo deverá percorrer o quíntuplo de 30 km, ou seja, 150 km.

A ideia de operador

A intenção é mostrar que $\frac{3}{4}$ de 80 é o mesmo que 3 vezes $\frac{1}{4}$ de 80.

A ideia de razão

Até aqui vimos as ideias de frações para representar a parte de um inteiro ou indicar um quociente. Além dessas ideias, as frações também podem indicar uma **razão**. Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

A professora de Ana Paula dividiu a turma em grupos de 5 estudantes e propôs que fizessem uma maquete da cidade. O grupo de Ana Paula é composto de 2 meninas e 3 meninos.

A razão entre as quantidades de meninas e meninos é de 2 meninas para 3 meninos. Podemos representar essa razão por $\frac{2}{3}$ (lemos: "dois para três ou dois em três").

Situação 2

É comum, em jogos de tabuleiro, encontrar dados com mais de seis faces. Carolina tem um jogo de aventura em que há um "dado honesto" com oito faces numeradas de 1 a 8, que se parece com um octaedro.

Ao jogar um "dado honesto" de seis faces, a chance de sair o número 2 na face de cima, por exemplo, é de 1 em 6; no "dado honesto" de Carolina, a chance de sair o número 2 é de 1 em 8. Podemos representar essas razões por $\frac{1}{6}$ (lemos: "uma em seis") e $\frac{1}{8}$ (lemos: "uma em oito").

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Situação 3

A razão entre a medida da distância percorrida por um carro e a medida de tempo que ele levou para percorrer essa medida da distância fornece a medida de velocidade média.

Por exemplo, se um automóvel percorreu 60 km em 2 horas, a razão entre as medidas da distância e do tempo pode ser dada por $\frac{60 \text{ km}}{2 \text{ h}}$. Podemos simplificar a fração $\frac{60}{2}$ dividindo o numerador e o denominador por 2, obtendo a fração $\frac{30}{1}$.

Assim, um carro que desenvolve uma medida de velocidade de 30 km/h percorre uma medida de distância de 30 km em 1 hora. Dessa forma, utilizando essa razão, podemos descobrir a medida da distância percorrida pelo carro. Por exemplo, em 4 horas, serão percorridos 120 km.

Uma propriedade interessante das razões é a possibilidade de obter, por meio da equivalência de frações, valores desconhecidos.

A ideia de operador

Vamos relembrar o cálculo da fração de uma quantidade.

Para isso, vamos determinar $\frac{3}{4}$ de 80:

- primeiro, podemos calcular $\frac{1}{4}$ de 80, dividindo 80 por 4, ou seja, $80 : 4 = 20$
- multiplicamos a quarta parte de 80 por 3, ou seja, $3 \cdot 20 = 60$

Assim, temos que $\frac{3}{4}$ de 80 é 60.

Também podemos representar essa operação por $\frac{3}{4} \cdot 80 = 60$ (lemos: "três quartos de oitenta é igual a sessenta").

Agora, analise a ideia de fração como **operador** em outras situações.

Situação 1

Sabendo que um bolo de laranja custa R$ 60,00, quanto Lucinda vai pagar por $\frac{2}{3}$ do bolo?

Para determinar o valor que Lucinda pagará, temos de calcular $\frac{2}{3}$ de R$ 60,00. Para isso, podemos calcular $\frac{1}{3}$ de R$ 60,00 e tomar o dobro desse valor. No entanto, podemos representar a fração por um operador, assim:

$$\frac{2}{3} \cdot 60 = 2 \cdot \frac{60}{3} = 2 \cdot 20 = 40$$

Portanto, Lucinda pagará R$ 40,00 por $\frac{2}{3}$ do bolo.

Situação 2

O jornal da escola em que João estuda publicou uma pesquisa sobre as frutas preferidas dos estudantes. Se a escola de João tem 500 estudantes, quantos são os que preferem maçã?

Nessa situação, a fração como operador aparece como uma porcentagem da quantidade de estudantes. Precisamos calcular quanto é 40% de 500, assim:

$$\frac{40}{100} \cdot 500 = 40 \cdot \frac{500}{100} = 40 \cdot 5 = 200$$

Portanto, 200 estudantes da escola de João preferem maçã a outras frutas.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

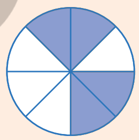
Nas duas situações apresentadas, as frações foram utilizadas como um fator multiplicativo. No caso do preço a ser pago pelo bolo, o uso das frações permitiu calcular o valor do pedaço comprado por Lucinda. No caso da fruta predileta dos estudantes, o uso das frações permitiu calcular quantos estudantes preferem maçã a outras frutas.

Em ambos os casos, partimos de uma situação inicial, efetuamos uma operação com fração e chegamos a uma resposta para uma situação final.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1 Com base na representação a seguir, responda às questões no caderno.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual seria o inteiro se a parte azul correspondesse a $\frac{1}{2}$ do inteiro?

1. a) O inteiro seria um círculo.

b) Qual seria o inteiro se a parte azul correspondesse a $\frac{1}{8}$ dele?

1. b) O inteiro seriam 4 círculos.

2 Joana tem jabuticabeiras em seu sítio. Para o lanche da tarde, ela colheu 28 jabuticabas para distribuir entre 4 crianças. Que fração representa a quantidade de jabuticabas que cada criança vai receber? Quantas jabuticabas cada criança vai receber?

2. $\frac{28}{4}$ (ou fração equivalente); 7 jabuticabas

Na situação **1**, comente que $\frac{2}{3}$ de 60 corresponde ao dobro de $\frac{1}{3}$ de 60 e que, na situação **2**, $\frac{40}{100}$ de 500 é o mesmo que 40 vezes a centésima parte de 500.

Conversar sobre as diversas formas de se referir a esses enunciados pode enriquecer o vocabulário matemático dos estudantes e fornecer excelentes estratégias para o desenvolvimento do cálculo mental.

- Na **atividade 1**, **item b**, 4 partes correspondem a $\frac{1}{8}$; logo, $\frac{8}{8}$ ou 1 inteiro seria representado por 8 · 4 partes, ou seja, 32 partes. Como cada círculo é composto de 8 partes, precisamos de 4 círculos, ou seja, o inteiro será representado por 4 círculos.
- Na **atividade 2**, se julgar interessante, comente que a fração resultante representa um número natural; nesse caso, o 7.

- No **item b** da **atividade 3**, comente que, para ser possível fazer a divisão sem sobrar bolinhas, o numerador deve ser múltiplo do denominador, e isso seria possível retirando-se uma bolinha, ou seja, com 24 bolinhas.
- No **item a** da **atividade 4**, para resolver o primeiro item, pode-se pensar em quantas partes iguais à retirada correspondem as duas barras, obtendo, então, o valor 6. Como 5 dessas partes estão representadas, temos a fração $\frac{5}{6}$.
- A **atividade 5** utiliza a fração para expressar duas partes de uma mesma grandeza ou duas partes de grandezas diferentes, como nos **itens a** e **b**, expressando 3 xícaras de açúcar para 4 xícaras de leite e 3 ovos para cada 100 gramas de queijo, respectivamente.

4. a) Primeiro item: $\frac{5}{6}$ (ou fração equivalente); segundo item: $\frac{5}{12}$ (ou fração equivalente).

3 A mãe de Jorge encontrou uma coleção de bolinhas de gude que ela juntou quando era criança e com a qual brincava com seus amigos. Ela resolveu distribuir as 25 bolinhas entre Jorge e duas amigas dele.

a) Que fração representa a quantidade de bolinhas de gude que cada criança vai receber? **3. a)** $\frac{25}{3}$

b) Sobraram bolinhas? Como você faria a distribuição?

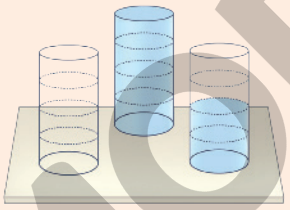
3. b) Sobrou 1 bolinha; 8 bolinhas para cada criança.

4 Observe as imagens e as duas indicações de inteiro em cada item. A seguir, responda às perguntas no caderno.

a) Cada barra de chocolate é formada por 9 pedaços retangulares iguais.

- Considerando duas barras de chocolate como o inteiro, qual fração representa a quantidade de chocolate da ilustração?
- Considerando quatro barras de chocolate como o inteiro, qual fração representa a quantidade de chocolate da ilustração?

b) Cada copo representado a seguir foi marcado e dividido em 4 partes iguais, que tem a mesma medida de capacidade.



- Considerando dois copos como o inteiro, qual fração representa a quantidade de água da ilustração?
- Considerando três copos como o inteiro, qual fração representa a quantidade de água da ilustração?

ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

5 A lista de ingredientes a seguir faz parte da receita de bolo de fubá cremoso de Joaquim.

Ingredientes

DIOGOPPR/SHUTTERSTOCK

3 ovos

4 xícaras (chá) de leite

3 xícaras (chá) de açúcar

$1\frac{1}{2}$ xícara (chá) de farinha de trigo

$1\frac{1}{2}$ xícara (chá) de fubá

2 colheres (sopa) de margarina

100 g de queijo ralado

1 colher de fermento em pó

Responda no caderno.

a) Qual é a razão de xícaras de açúcar para xícaras de leite? **5. a)** $\frac{3}{4}$

b) Se a receita fosse para fazer mais de um bolo e 9 ovos fossem utilizados, qual seria a quantidade de queijo para o preparo dos bolos? **5. b)** 300 g

6 Cláudia adora jogos de corrida e jogos de aventura. Ela tem, no celular, 14 jogos, dos quais 9 são de corrida e os demais, de aventura.

Qual é a razão do número de jogos de aventura para o número de jogos de corrida? **6.** $\frac{5}{9}$

7 Luís ganhou um novo *videogame* de sua tia. Como ele tinha muitos jogos do *videogame* antigo, resolveu presentear alguns amigos que tinham o mesmo *videogame*. Luís tinha 21 jogos e queria dar 4 jogos para cada amigo. Responda no caderno.

a) Que fração representa a quantidade de jogos que cada amigo vai receber? **7. a)** $\frac{21}{4}$

b) Quantos amigos Luís pode presentear? **7. b)** 5

4. b) Primeiro item: $\frac{6}{8}$ (ou fração equivalente); segundo item: $\frac{6}{12}$ (ou fração equivalente).

8. $\frac{3}{5}$; cada irmão vai receber o equivalente a 3 pedaços, cujo tamanho é $\frac{1}{5}$ da barra de chocolate.

8 Ana Lúcia tem dois irmãos e duas irmãs. Nos fins de semana, eles podem comer um pouco de chocolate. Seus pais compram, geralmente, três barras para dividir entre os cinco irmãos. Qual fração representa a quantidade de chocolate que cada irmão vai receber? Faça um esquema para representar que parte das barras de chocolate cada irmão vai receber.

9 No final do ano, no prédio em que Carlos mora, haverá um sorteio entre 44 apartamentos para a utilização do salão de festas. Se Carlos e sua prima moram no mesmo prédio, mas em apartamentos diferentes, escreva, no caderno, a razão que representa a chance de a família de Carlos ter acesso ao salão de festas no final do ano. 9. $\frac{2}{44}$ ou $\frac{1}{22}$

10 Pedro tem 144 figurinhas para colar em um álbum de futebol. Se $\frac{1}{3}$ delas é repetido, quantas são inéditas? 10. 96 figurinhas

11 Um pacote de arroz tem 5 kg. Para um churrasco serão preparados $\frac{3}{5}$ desse pacote. Quantos quilogramas de arroz serão utilizados? 11. 3 kg

12 A medida de velocidade média de um corredor de elite de maratonas é de 20 km/h. Se uma prova de maratona tem aproximadamente 40 km, quantas horas um corredor levará, em média, para concluí-la? 12. 2 h

13 Em uma receita de bolo, são necessários 4 ovos. No entanto, na geladeira de José há apenas 3. Por quanto ele deve multiplicar as quantidades de outros ingredientes da receita para que consiga fazer um bolo menor? 13. $\frac{3}{4}$

14 Se $\frac{2}{7}$ de 21 vale 6, por quanto se deve multiplicar 6 para obter 21? 14. $\frac{7}{2}$

2 Problemas

Vamos agora resolver alguns problemas envolvendo as ideias de fração estudadas.

Atividades

15. Não, pois bastaria comparar a parte pintada de amarelo com a pintada de verde para perceber que a medida da área em amarelo é menor do que $\frac{1}{3}$ da medida da área do total.

Faça as atividades no caderno.

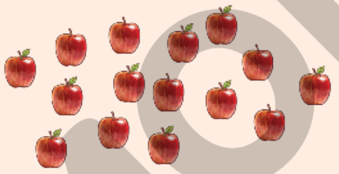
15 Luísa fez um esboço da bandeira do Brasil no caderno.

Ao observar o desenho, afirmou que $\frac{1}{3}$ é amarelo. Você concorda com a avaliação de Luísa? Explique no caderno.

16 Um estacionamento pode acomodar 200 automóveis em 8 fileiras. Sabendo que cada fileira acomoda a mesma quantidade de automóveis, que fração representa a quantidade de automóveis por fileiras? Quantos automóveis cabem por fileira?
16. $\frac{200}{8}$; 25 automóveis por fileira.

17 Se 3 tortas redondas forem divididas em 5 partes iguais cada uma, quantas pessoas poderão receber 1 pedaço de torta?
17. 15 pessoas

18 Escreva no caderno a razão entre as maçãs que não têm folha no caule e aquelas que têm folha. 18. $\frac{6}{9}$



19 Uma mala custa R$ 280,00. Paulo pediu um desconto e o dono da loja ofereceu 15% de desconto no valor da mala.

a) Escreva no caderno a expressão que permite calcular o valor do desconto. 19. a) $\frac{15}{100} \cdot 280$

b) De quanto será o desconto? 19. b) R$ 42,00

ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

- Peça aos estudantes que representem, no caderno, as divisões das três barras de chocolate da **atividade 8**.
- Na **atividade 11**, comente que queremos obter $\frac{3}{5}$ de 5 kg, o que corresponde ao triplo de $\frac{1}{5}$ de 5 kg.
- Na **atividade 14**, leve os estudantes a perceber que $\frac{7}{2}$ é inversa de $\frac{2}{7}$.

Problemas

BNCC:

- Competências gerais 2 e 9 (as descrições estão na página VI).
- Competência específica 5 (a descrição está na página VII).
- Habilidades EF07MA05, EF07MA06, EF07MA07, EF07MA08 e EF07MA09.

Objetivos:

- Resolver problemas que envolvem diferentes ideias de fração.
- Resolver problemas utilizando diferentes algoritmos.

Justificativa

Resolver problemas que envolvem as diferentes ideias de fração desenvolve o raciocínio lógico e amplia o repertório de estratégias de resolução de problemas dos estudantes. Além disso, contribui para que habilidades como **EF07MA08** e **EF07MA09** sejam desenvolvidas.

Mapeando conhecimentos

Peça aos estudantes que resolvam alguns problemas que envolvam diferentes ideias de fração. Você pode antecipar algumas atividades propostas no próprio livro.

Para as aulas iniciais

Resolva com a turma os problemas propostos na dinâmica inicial. Mostre a eles como é possível estabelecer uma sequência de passos para resolver determinados problemas.

- Na **atividade 15**, mesmo sem realizar cálculos, podemos constatar visualmente que a parte pintada de amarelo é menor que $\frac{1}{3}$ da bandeira .
- Na **atividade 19**, 15% de 280 é equivalente a 15 vezes a centésima parte de 280. Peça aos estudantes que calculem mentalmente essa divisão.

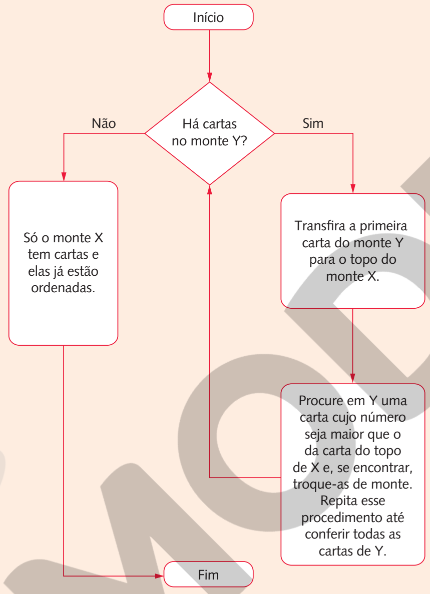
(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.
(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.
(EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.
(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.
(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

- Na **atividade 24**, os estudantes poderão criar uma situação como: “No planejamento das férias da família Souza, Luiz calculou que, a uma medida de velocidade constante, a viagem de 270 quilômetros levaria 3 horas. Qual foi a medida da velocidade desenvolvida pelo veículo?” (Resposta: 90 km em cada hora.)
- Na **atividade 25**, os estudantes poderão criar uma situação como: “Um comerciante resolveu fazer uma grande liquidação de inverno vendendo cada blusa de lã por R$ 30,00, porém, se o cliente levasse 5 blusas, teria um desconto de 20% no valor da compra. Para aproveitar os preços, Marília resolveu presentear a família inteira comprando uma blusa para cada familiar. Quanto ela pagou por 15 blusas de lã?” (Resposta: R$ 360,00.)

20 Em uma turma de 7º ano, 24 estudantes são destros e $\frac{1}{7}$ dos estudantes é canhoto. Quantos estudantes há na turma? **20.** 28 estudantes

21 No cotidiano, muitas vezes temos que fazer uma ordenação, tarefa que envolve comparar e decidir se um elemento vem antes ou depois de outro. A ideia de ordem aparece, por exemplo, na classificação de vencedores de uma prova de atletismo, na agenda de contatos do celular, entre outras situações. Existem muitas estratégias de ordenação, e uma delas é a **ordenação por seleção**.

Considere que você tenha que ordenar várias cartas numeradas. Um dos montes, formado por cartas que não estão ordenadas, será chamado de Y e o outro, que será formado por meio da transferência sucessiva das cartas de Y, será chamado de X. Veja o fluxograma a seguir.



É possível usar esse método para ordenar frações de denominadores iguais ou diferentes?

21. Sim, mas, se os denominadores forem diferentes, precisaremos obter frações equivalentes às iniciais que tenham o mesmo denominador.

22 Fernanda levou os filhos para visitar a avó em outra cidade. Eles foram de carro e percorreram dois trechos com medidas de velocidade diferentes. No primeiro trecho, a medida da velocidade máxima permitida era 80 km/h e a medida da distância percorrida foi 80 km. No segundo trecho, a medida da velocidade máxima permitida era 120 km/h e a medida da distância percorrida foi 60 km.

Se Fernanda manteve sempre a medida da velocidade máxima permitida para cada trecho, qual foi a medida de tempo necessária para percorrê-los? **22.** alternativa c

a) $\frac{7}{10}$ h
b) $\frac{14}{10}$ h
c) $\frac{3}{2}$ h
d) $\frac{4}{2}$ h
e) $\frac{5}{2}$ h

23 **(Obmep)** A capacidade do tanque de gasolina do carro de João é de 50 litros. As figuras mostram o medidor de gasolina do carro no momento da partida e no momento da chegada de uma viagem feita por João.

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Quantos litros de gasolina João gastou nessa viagem? **23.** alternativa d

a) 10
b) 15
c) 18
d) 25
e) 30

24 Crie uma situação-problema sobre um veículo que precisa percorrer uma estrada de alguns quilômetros. A pergunta pode ser a respeito da medida da velocidade desenvolvida pelo veículo ou da medida de tempo necessária para percorrer a medida da distância a uma dada medida de velocidade. Lembre-se de que é preciso respeitar as leis de trânsito. Se necessário, peça ajuda ao professor para verificar se a medida da velocidade está muito alta. Entregue seu problema a um colega para que ele resolva. **24.** Resposta pessoal.

25 Crie uma situação-problema sobre um produto que seja comprado com desconto sobre o preço de venda. Peça a um colega que resolva a questão. **25.** Resposta pessoal.

Resolvendo em equipe: $\frac{8}{12}; \frac{4}{12}; \frac{6}{12}; \frac{3}{12}; \frac{10}{12}; \frac{9}{12}; \frac{7}{12}; \frac{1}{12}; \frac{6}{12}; \frac{12}{12}$

Resolvendo em equipe

Faça a atividade no caderno.

Partindo do algoritmo de ordenação visto na atividade **21**, ordenem 10 cartas numeradas. Mas há um detalhe: quem ordenar não pode ver as cartas!

Para a confecção das cartas, dividam uma folha de papel em branco em 10 retângulos. Em cada carta, escrevam uma fração equivalente, com denominador 12, às frações abaixo.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

$\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{12}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{12}{12}$

O integrante responsável por ordenar as cartas não poderá ver a carta, mas poderá mostrá-la para a equipe e fazer a pergunta: "O número desta carta é menor, maior ou igual ao número da que está no topo das cartas ordenadas?". O restante da equipe deve responder à pergunta, sem dizer o valor da carta.

Interpretação e identificação dos dados	• Leia novamente a atividade **21** e anote o que considerar relevante para ajudá-lo na ordenação das cartas. **Interpretação e identificação dos dados**: Ter o fluxograma pode ajudar os estudantes a relembrar os passos para ordenar as cartas.
Plano de resolução	• Forme grupo com a quantidade de integrantes indicada pelo professor. • Embaralhe as cartas e coloque-as na mesa com os números voltados para baixo. • Converse com os colegas como organizar os montes de cartas. **Plano de resolução**: Na atividade **21**, há a sugestão de nomear os montes de cartas para que lembrem qual está ordenado e qual não está.
Resolução	• Todos os integrantes devem ordenar as cartas pelo menos uma vez, aplicando o algoritmo de ordenação. Um integrante do grupo deve anotar as frações ordenadas dos demais colegas.
Verificação	• Cada integrante do grupo conseguiu a mesma ordem de cartas? • A ordem que conseguiram está correta? Por quê? **Verificação**: primeiro item: resposta pessoal; segundo item: Se todos seguiram corretamente o algoritmo, as frações devem estar nesta ordem: $\frac{1}{12}; \frac{3}{12}; \frac{4}{12}; \frac{6}{12}; \frac{6}{12}; \frac{7}{12}; \frac{8}{12}; \frac{9}{12}; \frac{10}{12}; \frac{12}{12}$
Apresentação	• Discuta com os colegas se existem outras maneiras de ordenar as cartas. Se descobrirem mais alguma, apresentem para a turma. **Apresentação**: Resposta pessoal.

Resolvendo em equipe

BNCC:

- Competências gerais 4 e 9 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 2, 5 e 6 (as descrições estão na página VII).

A seção destaca as etapas selecionadas para encaminhar a resolução de problemas. Elas devem ser analisadas e discutidas com os estudantes. Além de favorecer o desenvolvimento das competências gerais **4** e **9** e das competências específicas **2**, **5** e **6**, a seção permite a transferência de estratégias de resolução para outros contextos e situações.

Se necessário, relembre como obter frações equivalentes já sendo conhecidos os denominadores.

Uma opção para a atividade é enfileirar as cartas com a frente voltada para baixo. O ordenador mostra a primeira carta ao grupo e, em seguida, vai mostrando as outras uma a uma. Se as cartas mostradas forem menores que a primeira, ele as trocará de lugar.

Comente com os estudantes que o ordenador não precisa saber os valores das cartas para ordená-las, mas deve saber compará-las. Comente também que esse tipo de algoritmo é usado em linguagem de programação.

Se julgar conveniente, escolha alguns grupos para discutirem as dificuldades encontradas e as experiências na tarefa de ordenação.

Comente com os estudantes que esse algoritmo é capaz de resolver uma classe de problemas com a mesma estrutura (por exemplo, com algumas adaptações, pode ser usado para colocar uma lista de letras ou mesmo de palavras em ordem alfabética), e não apenas um problema específico. Entretanto, um mesmo problema pode ser resolvido por meio de diferentes algoritmos. Se julgar oportuno, peça aos estudantes que pesquisem sobre algoritmos de ordenação.

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Ideias associadas às frações

- A **atividade 1** explora a ideia de parte de um inteiro. Amplie a proposta e peça aos estudantes que elaborem questões inspiradas nas questões dos **itens a** e **b**. Depois, solicite que troquem as questões com um colega e as respondam.
- Na **atividade 2**, peça aos estudantes que contem quantas fatias existem em duas *pizzas* com 8 pedaços cada uma e verifiquem quantas pessoas podem comer apenas 1 pedaço.
- A **atividade 3** trabalha a ideia de quociente, uma vez que os estudantes devem calcular o número de pessoas que cabem em cada fileira de uma sala de cinema. Se achar conveniente, oriente-os a estimar o resultado de 288 : 16 antes de realizarem os cálculos.
- A **atividade 4** explora duas ideias associadas às frações: a ideia de razão (**item a**) e a ideia de quociente (**item b**). Ao fazerem o **item a**, é possível que alguns estudantes percebam que a razão obtida representa um número natural. Ao calcularem 416 : 4, no **item b**, incentive o cálculo mental.
- A ideia de razão é trabalhada na **atividade 5**. Após determinarem a medida da velocidade média do automóvel, considere fazer na lousa um quadro relacionando a medida da distância percorrida pelo automóvel e a medida do tempo. Dessa maneira, o conceito pode ficar mais claro para alguns estudantes.
- Na **atividade 6**, retome o termo “razão” e esclareça a importância de obedecer à ordem proposta na atividade; a medida da distância percorrida por Marcos deve aparecer no numerador da fração e a percorrida por Anderson, no denominador.
- A **atividade 7** envolve a ideia de operador. Retome com a turma o conceito de porcentagem e o significado do termo “desconto” se achar conveniente.
- Na **atividade 8**, caso perceba que os estudantes precisam de uma dica, comente com eles que 20 colegas representam $\frac{5}{6}$ do total de colegas de Maria.
- Na **atividade 9**, se necessário, leve os estudantes a perceber que a fração $\frac{5}{4}$ é inversa de $\frac{4}{5}$.

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Faça as atividades no caderno.

Ideias associadas às frações

A ideia de parte de um inteiro

Frações podem representar a **parte de um inteiro**. Por exemplo, a fração $\frac{3}{5}$ indica que o inteiro foi dividido em 5 partes iguais e que consideramos 3 dessas 5 partes.

A ideia de quociente

Frações podem representar um **quociente**, ou seja, o resultado de uma divisão. Por exemplo:

$$30 : 6 \text{ ou } \frac{30}{6}$$

A ideia de razão

Frações podem indicar uma **razão**. Por exemplo: Um automóvel percorreu 100 km em 2 horas; a razão entre a medida da distância e a medida de tempo pode ser dada por $\frac{100\text{ km}}{2\text{ h}}$.

A ideia de operador

Frações podem ser usadas como **operador**. Por exemplo:

Uma torta de morango custa R$ 36,00. João vai comprar $\frac{3}{4}$ dessa torta, quanto ele vai pagar?

$$\frac{3}{4} \cdot 36 = 27$$

Logo, João vai pagar R$ 27,00 por $\frac{3}{4}$ da torta de morango.

1. Com base na figura dividida em partes iguais a seguir, responda às questões.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual seria o inteiro se a parte azul correspondesse a $\frac{1}{2}$ do inteiro? **1. a)** O inteiro seria um hexágono.

b) Qual seria o inteiro se a parte azul correspondesse a $\frac{1}{4}$ do inteiro? **1. a)** O inteiro seriam 2 hexágonos.

2. Se duas *pizzas* forem dividas em 8 partes iguais cada uma, quantas pessoas poderão receber 1 pedaço de *pizza*? **2.** 16 pessoas

3. Uma sala de cinema tem capacidade de acomodar 288 pessoas em 16 fileiras. Que fração representa a quantidade de pessoas por fileira? Quantas pessoas cabem por fileira?

3. $\frac{288}{16}$; 18 pessoas por fileira.

4. Evandro vai distribuir sua coleção de figurinhas entre 4 colegas. Sabendo que Evandro tem 416 figurinhas, responda às questões.

a) Que fração representa a distribuição das figurinhas? **4. a)** $\frac{416}{4}$

b) Quantas figurinhas cada colega vai receber?

4. b) 104 figurinhas

5. Um automóvel percorre a medida da distância de 198 km em 3 horas. Qual é a medida da velocidade média desse veículo? **5.** 66 km/h

6. Marcos e Anderson foram correr no parque no sábado. Marcos correu 10 000 m e Anderson correu 12 500 m. Indique a razão entre as medidas das distâncias percorridas por Marcos e Anderson. **6.** $\frac{4}{5}$

7. Juliano vai comprar uma mochila que custa R$ 190,00. Para pagamento à vista, obteve 12% de desconto no preço da mochila.

a) Escreva no caderno a expressão que permite calcular o valor do desconto. **7. a)** $\frac{12}{100} \cdot 190$

b) De quanto será o desconto? **7. b)** R$ 22,80

8. Maria fez uma pesquisa para saber se os colegas dela gostam de ir ao teatro e descobriu que 20 colegas gostam e $\frac{1}{6}$ deles não gosta. Quantos colegas de Maria participaram da pesquisa?

8. 24 colegas

9. Se $\frac{4}{5}$ de 90 resultam em 72, por qual fração devemos multiplicar 72 para obter 90? **9.** $\frac{5}{4}$

10. Nair recebeu R$ 4 600,00 de salário. Para pagar as despesas mensais dela, foi necessário usar $\frac{2}{5}$ desse valor. Quantos reais Nair já utilizou do salário dela? **10.** R$ 1 840,00

11. Um avião de pequeno porte viaja com medida de velocidade constante de 250 km/h. Em quantas horas ele percorrerá 750 km? **11.** 3 horas

- A **atividade 10** explora a ideia de operador. Após concluírem a atividade, você pode ampliar a proposta pedindo aos estudantes que determinem a fração do salário de Nair que sobrou. Eles podem determinar essa fração fazendo $1 - \frac{2}{5}$ ou determinando a razão entre o valor que sobrou e o valor total do salário: $\frac{2\,760}{4\,600}$.
- A **atividade 11** pode ser realizada por meio de cálculo mental. Caso os estudantes apresentem dificuldades, oriente-os a fazer um quadro relacionando as medidas de distância percorrida a cada hora.

Capítulo 5

Números racionais

EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Trocando ideias

O saldo negativo, também chamado de saldo devedor, é o valor gasto além do que existia de saldo disponível em conta. Em casos assim, quanto mais tempo a conta fica negativa, mais a dívida cresce devido à cobrança de juros.

DANILLO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

Trocando ideias: primeiro item: resposta pessoal; segundo item: sim, porque R$ 200,00 é um valor maior do que a quantia devida (R$ 187,66).

- Em sua opinião, o que as pessoas precisam fazer para não ficar com saldo negativo em suas contas? Converse com os colegas.
- O titular da conta acima depositou R$ 200,00 para regularizar a situação. Ele atingiu esse objetivo? Por quê?

Neste capítulo, vamos estudar os números racionais e suas operações. O número –187,66 é um exemplo de número racional.

CAPÍTULO 5 – NÚMEROS RACIONAIS

Trocando ideias

BNCC:

- Competência geral 9 (a descrição está na página VI).
- Competência específica 8 (a descrição está na página VII).

Objetivos:

- Levantar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre a adição envolvendo números racionais.
- Refletir sobre a importância de organizar o orçamento e consumir de maneira consciente.

Tema contemporâneo transversal:

EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Inicie a aula comentando com os estudantes os motivos que levam muitas pessoas a ter saldo negativo em suas contas bancárias, como compras por impulso e/ou pagamentos atrasados. Comente que quanto mais tempo o titular da conta demora para regularizar a situação, maior a dívida fica por causa da cobrança de juros. Em seguida, convide-os a refletir sobre a questão proposta no primeiro item e estimule a troca de experiências entre eles. Espera-se que eles percebam a necessidade de:

- evitar as compras por impulso;
- organizar o orçamento;
- cortar gastos desnecessários;
- pesquisar antes de comprar etc.

No segundo item, espera-se que os estudantes percebam que não só o titular vai regularizar a situação como passará a ter saldo positivo em sua conta. Se achar conveniente, proponha que determinem o valor do saldo da conta após o depósito de R$ 200,00. Espera-se que concluam que o valor do saldo será de R$ 12, 34 (–187,66 + 200,00 = 12,34).

Esse é um momento oportuno para verificar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação à adição de números racionais.

A competência geral **9** e a competência específica **8** têm o seu desenvolvimento favorecido neste *Trocando ideias*, uma vez que o diálogo e a interação entre eles são estimulados.

Os números racionais

BNCC:

Habilidade EF07MA10.

Objetivos:

- Reconhecer os números racionais.
- Localizar números racionais na reta numérica.

Justificativa

O conjunto dos números inteiros não dá conta de expressar algumas medidas de comprimento, massa, temperatura, capacidade, tempo etc. e, para isso, é necessário recorrer aos números racionais positivos e negativos, o que justifica a importância de reconhecê-los. Além disso, o estudo do conjunto dos números racionais amplia o que os estudantes sabem a respeito dos conjuntos $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$.

A localização dos números racionais na reta numérica possibilita aos estudantes reconhecer que, entre quaisquer dois números racionais, sempre existe outro número racional e, também, ampliar os conceitos de módulo e oposto de números racionais.

Mapeando conhecimentos

Reúna os estudantes em grupos e peça a eles que meçam o comprimento de alguns objetos ou elementos presentes na sala de aula, usando régua, trena ou fita métrica. Depois, oriente-os a registrar as medidas de comprimento obtidas em um quadro como o da referência abaixo:

Objeto	Medida de comprimento

Observe como eles registraram as medidas nos quadros. Depois, pergunte quais números que escreveram para expressar as medidas são ou não inteiros. Aproveite a oportunidade e verifique se reconhecem que todos os números que registraram são racionais.

Para as aulas iniciais

Explique aos estudantes o que são números racionais e comente que, diferentemente dos conjuntos $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$, em que é possível escrever números consecutivos, no conjunto $\mathbb{Q}$ isso não é possível, pois, entre quaisquer 2 números racionais, sempre existe outro número racional. Depois disso, faça uma reta numérica na lousa e peça aos grupos que representem nela os números que escreverem em seus respectivos quadros.

1 Os números racionais

Todo número inteiro pode ser escrito na forma de fração. Considere os exemplos:

a) $-3 = -\frac{3}{1}$

b) $+7 = +\frac{7}{1}$

c) $0 = \frac{0}{1}$

Existem números que não são classificados como números inteiros e que podem ser escritos na forma de fração. Observe:

a) $3{,}5 = \frac{35}{10}$

b) $0{,}66... = \frac{2}{3}$

c) $-0{,}75 = -\frac{3}{4}$

Sugestão de leitura

IMENES, L. M.; JAKUBOVIC, J. (Jakubo); LELLIS, M. **Frações e números decimais**. São Paulo: Atual, 2011. (Coleção Pra que serve Matemática?).

Esse livro explica números racionais nas formas de fração e decimal e seus usos no dia a dia. Além disso, traz fatos curiosos, brincadeiras e situações interessantes e desafiadoras sobre o assunto.

Os números que podem ser escritos na forma de fração, ou seja, na forma $\frac{a}{b}$, em que a e b são números inteiros e $b \neq 0$, são chamados **números racionais**.

Todo número que pode ser escrito na forma fracionária, com denominador e numerador inteiros e denominador diferente de zero, pertence ao **conjunto dos números racionais**, que indicamos por $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b}, \text{ sendo } a \text{ e } b \text{ números inteiros e } b \neq 0\right\}$$

Outros exemplos de números racionais:

a) $20 = \frac{20}{1}$

b) $-17 = -\frac{17}{1}$

c) $4{,}47 = \frac{447}{100}$

d) $-1{,}2 = -\frac{12}{10}$

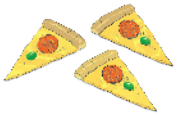
Agora, acompanhe algumas situações em que os números racionais são usados.

- Daniela comeu $\frac{3}{8}$ de uma *pizza*. Quantos pedaços ela comeu?

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUIS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

$\frac{1}{8}$ (ou 0,125) de uma *pizza*

$\frac{2}{8}$ (ou 0,25) de uma *pizza*



$\frac{3}{8}$ (ou 0,375) de uma *pizza*

...

$\frac{8}{8}$ (ou 1) de uma *pizza* (um inteiro)

Portanto, Daniela comeu 3 pedaços de *pizza*.

(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.

- De acordo com o marcador, qual é a situação do tanque de combustível do automóvel?

Indica que o tanque de combustível está com metade da medida da capacidade $\left(\frac{1}{2} \text{ ou } 0,5\right)$.

JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

O tanque de combustível está completo.

Item: Espera-se que os estudantes respondam que qualquer fração em que o numerador e o denominador são iguais representa 1 unidade.

▸ Se fôssemos representar o valor do tanque cheio por uma fração, que fração seria?

Observação

Existem infinitos números que não são racionais, ou seja, que não podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, em que *a* e *b* são números inteiros e $b \neq 0$. Observe alguns exemplos:

a) $\sqrt{2} = 1{,}414213562...$ **b)** $\sqrt{3} = 1{,}732050807...$ **c)** $\pi = 3{,}141592653...$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1 Copie para o caderno as afirmações verdadeiras. **1.** afirmações verdadeiras **a**, **d**, **e**, **g**

a) 0,3 é um número racional.

b) –17 é um número natural.

c) $\frac{2}{5}$ é um número inteiro.

d) $-\frac{3}{5}$ é um número racional.

e) Zero é um número racional.

f) $-\frac{1}{2}$ é um número inteiro.

g) +0,01 é um número racional.

h) –4,1 é um número natural.

2 Represente os números racionais abaixo na forma decimal.

a) $-\frac{1}{4}$ **2. a)** –0,25

b) $\frac{70}{50}$ **2. b)** 1,4

c) $\frac{7}{100}$ **2. c)** 0,07

d) $\frac{3}{5}$ **2. d)** 0,6

e) $-\frac{1}{8}$ **2. e)** –0,125

f) $-\frac{5}{8}$ **2. f)** –0,625

g) $\frac{27}{200}$ **2. g)** 0,135

h) $-\frac{36}{20}$ **2. h)** –1,8

3 Represente os números racionais de cada item na forma de fração.

a) +6,4

b) –2,25

c) –0,08

d) +0,54

3. a) Exemplo de resposta: $+\frac{64}{10} = +\frac{32}{5}$

3. b) Exemplo de resposta: $-\frac{225}{100} = -\frac{9}{4}$

3. c) Exemplo de resposta: $-\frac{8}{100} = -\frac{2}{25}$

3. d) Exemplo de resposta: $+\frac{54}{100} = +\frac{27}{50}$

4 Responda às questões.

a) Quantos números naturais existem entre 4 e 12? **4. a)** 7

b) Quantos números racionais existem entre 1 e 2? **4. b)** infinitos

c) O número racional $\frac{13}{4}$ está situado entre quais números naturais? **4. c)** entre 3 e 4

d) O número racional $-\frac{11}{2}$ está situado entre quais números inteiros? **4. d)** entre –6 e –5

5 Represente estes números na forma de fração irredutível.

a) 0,8 **5. a)** $\frac{4}{5}$

b) –1,5 **5. b)** $-\frac{3}{2}$

c) 8,5 **5. c)** $\frac{17}{2}$

d) –1,4 **5. d)** $-\frac{7}{5}$

e) +6,84 **5. e)** $\frac{171}{25}$

f) –3,45 **5. f)** $-\frac{69}{20}$

6 Cite duas situações cotidianas em que você usa a ideia de fração. **6.** Resposta pessoal.

Ao mostrar que há números, como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π etc., que não podem ser escritos na forma de fração, é importante salientar que os valores fornecidos pela calculadora ou pelo computador para cada um deles são uma aproximação, e não o valor exato. Se o valor mostrado pela calculadora fosse, de fato, o valor exato do número, então ele poderia ser escrito na forma de fração e seria, portanto, racional. Essa reflexão é relevante para que os estudantes evitem construir ideias equivocadas a respeito dos números irracionais (que serão estudados posteriormente) e não confundam esses números com uma de suas aproximações.

- Amplie a **atividade 1,** pedindo aos estudantes que reescrevam as frases falsas, corrigindo-as.
- Na **atividade 3,** eles podem obter como resposta qualquer fração equivalente às apresentadas.
- As ideias propostas na **atividade 4** contribuem para que estabeleçam referenciais, como, por exemplo, perceber a densidade entre os números do conjunto dos racionais. Amplie a atividade com o auxílio da reta numérica. Represente-a na lousa e marque os pontos associados aos números 4 e 12 (**item a**). Em seguida, peça aos estudantes que digam todos os números naturais entre 4 e 12 e marquem os pontos correspondentes na reta. Faça outra reta numérica para o **item b** e peça que marquem os pontos associados aos números racionais entre 1 e 2, constatando que há infinitos números nesse intervalo.
- Como exemplos de respostas para a **atividade 6,** temos: $\frac{1}{2}$ kg de carne moída, $\frac{1}{4}$ kg de pó de café, $\frac{3}{4}$ de xícara de leite, entre outras situações.

Representação dos números racionais na reta numérica

Antes de iniciar o trabalho de representação dos números racionais na reta numérica, o estudante deve compreender que o conjunto dos números racionais também é utilizado para representar números associados a frações de unidade. Com isso, a sua localização na reta numérica ficará entre as marcas que representam unidades inteiras. Trabalhar essa representação pode contribuir para a percepção da diferença fundamental entre esses números e os números inteiros. Enquanto entre dois números inteiros consecutivos não há outro número inteiro, entre dois números racionais quaisquer, por menor que seja a diferença entre ambos, sempre há infinitos números racionais. Não é possível, portanto, no conjunto dos números racionais, estabelecer um sucessor ou um antecessor para um de seus elementos.

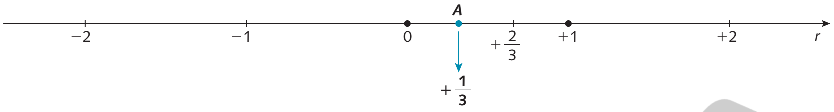
Se julgar necessário, relembre com os estudantes o significado de um número representado na forma mista.

Representação dos números racionais na reta numérica

Assim como foi feito para os números naturais e os números inteiros, podemos estabelecer uma correspondência entre os números racionais e os pontos na reta numérica.

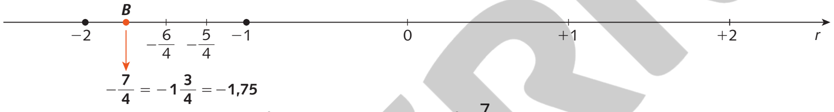
Observe alguns exemplos a seguir.

a) O ponto que corresponde ao número $+\frac{1}{3}$, por exemplo, está localizado entre os pontos correspondentes aos números 0 e +1. Podemos dividir o intervalo de 0 a 1 em três partes iguais e marcar o primeiro ponto no sentido positivo (ponto *A*), conforme mostramos a seguir.



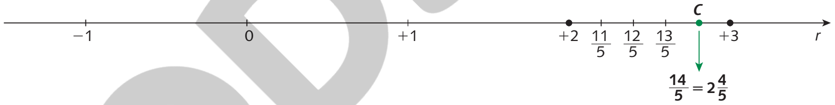
Repare que o ponto *A* corresponde ao número racional $+\frac{1}{3}$.

b) O ponto que corresponde ao número $-\frac{7}{4}$, que equivale a $-1\frac{3}{4}$, está localizado entre os pontos correspondentes aos números −2 e −1. Podemos dividir o intervalo de −2 a −1 em quatro partes iguais e marcar o primeiro ponto no sentido positivo (ponto *B*), conforme mostramos abaixo.



Repare que o ponto *B* corresponde ao número racional $-\frac{7}{4}$.

c) O ponto que corresponde ao número $\frac{14}{5}$, que equivale a $2\frac{4}{5}$, está localizado entre os pontos correspondentes aos números +2 e +3. Podemos dividir o intervalo de 2 a 3 em cinco partes iguais e marcar o quarto ponto no sentido positivo (ponto *C*), conforme mostramos abaixo.

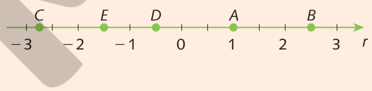


Repare que o ponto *C* corresponde ao número racional $\frac{14}{5}$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

7 Observe a reta numérica e responda às questões.

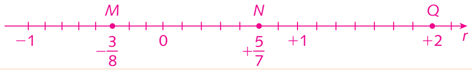


ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Que ponto está destacado entre os números inteiros −3 e −2? **7. a)** ponto *C*

b) Que ponto tem como correspondente o número $\frac{5}{2}$? E qual corresponde ao número 1? **7. b)** ponto *B*; ponto *A*

9.



GUILHERME CASAGRANDI/ ARQUIVO DA EDITORA

c) Que número corresponde ao ponto D? E ao ponto E? **7. c)** $-\frac{1}{2}$; $-\frac{3}{2}$

8 Desenhe uma reta numérica e represente os pontos:

a) A, que corresponde a $-0{,}6$;

b) B, que corresponde a $-\frac{7}{2}$;

c) C, que corresponde a $5\frac{1}{3}$;

d) D, que corresponde a $\frac{5}{4}$.

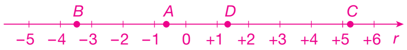
9 Localize em uma reta numérica o ponto M, que corresponde a $-\frac{3}{8}$, o ponto N, que corresponde a $\frac{5}{7}$, e o ponto Q, que representa o número 2.

10 Reúna-se com um colega e fale três números racionais para que ele os coloque no local apropriado de uma reta numérica. Em seguida, verifique o lugar em que ele colocou os pontos. Ele também falará três números para que você faça o mesmo. Depois, junte os pontos indicados das duas retas numéricas em apenas uma.

10. Resposta pessoal.

GUILHERME CASAGRANDI/ ARQUIVO DA EDITORA

8.



Módulo de um número racional

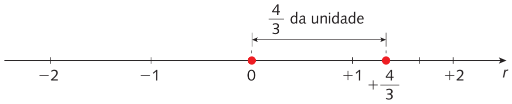
Chamamos de **módulo** (ou **valor absoluto**) de um número racional a medida da distância do ponto, que corresponde a esse número, até a origem da reta numérica (ponto que representa o zero).

Representamos o módulo de um número colocando-o entre duas barras verticais: | |

Analise os exemplos a seguir.

a) Módulo do número racional $+\frac{4}{3}$.

A medida da distância entre o ponto que corresponde ao número $\frac{4}{3}$ e a origem é de $\frac{4}{3}$ da unidade.

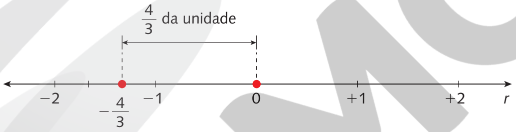


O módulo de $+\frac{4}{3}$ é $\frac{4}{3}$.

Indicamos: $\left|+\frac{4}{3}\right| = \frac{4}{3}$

b) Módulo do número racional $-\frac{4}{3}$.

A medida da distância entre o ponto que corresponde ao número $-\frac{4}{3}$ e a origem é de $\frac{4}{3}$ da unidade.



O módulo de $-\frac{4}{3}$ é $\frac{4}{3}$.

Indicamos: $\left|-\frac{4}{3}\right| = \frac{4}{3}$

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

- Alguns estudantes podem apresentar dificuldade com a representação, na reta numérica, de números racionais na forma de fração, principalmente quando os denominadores dessas frações são diferentes, como no caso da **atividade 8.** Nesse caso, a passagem da notação fracionária para a notação decimal pode auxiliar os estudantes na localização desses números na reta numérica. Nessa etapa, seria conveniente revisar a representação e a interpretação de expressões do tipo $\frac{a}{b}$, lembrando que a é o numerador da fração e b, o denominador. Reforce que o denominador indica em quantas partes se deve dividir a unidade, enquanto o numerador determina quantas dessas partes compõem a fração.

Módulo de um número racional

Como o módulo de um número inteiro foi objeto de estudo no capítulo **1**, antes de iniciar a abordagem deste tópico, para um número racional, é conveniente relembrar que o módulo de um número está associado à ideia de distância do ponto associado a esse número até a origem da reta numérica e fazer os estudantes atentarem para o fato de que distância é uma medida não negativa.

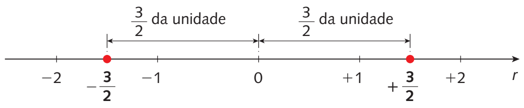
Oposto ou simétrico de um número racional

- A **atividade 12** deve ser bem compreendida pelos estudantes, porque a ideia de que para cada valor de módulo há um par de números opostos associados será mobilizada em diferentes situações durante a trajetória escolar.

Pode-se utilizar a ideia de frações equivalentes para enriquecer essa atividade. Por exemplo: $\left|\frac{-12}{3}\right|$ e $|4|$. Ambos têm como resultado 4. Na **atividade 16, item d,** reforce o fato de que não há medida de distância negativa; portanto, não pode existir um módulo que tenha como resultado um valor negativo.

Oposto ou simétrico de um número racional

Considere os pontos correspondentes aos números racionais $+\frac{3}{2}$ e $-\frac{3}{2}$, situados na reta numérica a seguir.



GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Os pontos correspondentes aos números racionais $+\frac{3}{2}$ e $-\frac{3}{2}$ estão à mesma medida de distância da origem. Esses números são chamados de números **opostos** ou **simétricos** e, para obtê-los, a partir da origem percorremos a mesma medida de distância em sentidos opostos da reta numérica.

A seguir, temos alguns exemplos.

a) 243 e –243 são números racionais opostos ou simétricos.

b) 0,5 e –0,5 são números racionais opostos ou simétricos.

c) $-\frac{2}{5}$ e $\frac{2}{5}$ são números racionais opostos ou simétricos.

d) $\frac{7}{10}$ e $-\frac{7}{10}$ são números racionais opostos ou simétricos.

12. Sim. Exemplos de resposta: $|-3{,}5| = |+3{,}5| = 3{,}5$; $|-5| = |+5| = 5$; $\left|-\frac{4}{5}\right| = \left|+\frac{4}{5}\right| = \frac{4}{5}$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

11 Determine:

a) o valor absoluto de 8; **11. a)** 8

b) o módulo de $-\frac{1}{7}$; **11. b)** $\frac{1}{7}$

c) o oposto de –2,6; **11. c)** 2,6

d) o simétrico de $\frac{13}{9}$. **11. d)** $-\frac{13}{9}$

12 Dois números diferentes podem ter o mesmo módulo? Dê exemplos para justificar sua resposta.

13 Responda às questões a seguir no caderno.

a) Qual é o oposto de –3? **13. a)** 3

b) Qual é o oposto do oposto de –3? **13. b)** –3

14 Com um colega, analise as afirmações a seguir e corrija as falsas no caderno.

a) O oposto de um número negativo é um número negativo.
14. a) Falsa. Possível correção: "O oposto de um número negativo é um número positivo".

b) O simétrico de um número positivo é um número negativo. **14. b)** verdadeira

c) O oposto do oposto de um número é o próprio número. **14. c)** verdadeira

15 Desenhe uma reta numérica e localize um número racional nessa reta. Peça a um colega que localize o oposto desse número na reta. **15.** Resposta pessoal.

16 Indique quais números racionais cada letra representa, considerando o módulo.

a) $|R| = \frac{4}{7}$ **16. a)** $-\frac{4}{7}$ ou $+\frac{4}{7}$

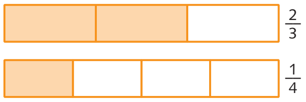
b) $|T| = \frac{7}{9}$ **16. b)** $-\frac{7}{9}$ ou $+\frac{7}{9}$

c) $|S| = 0,3$ **16. c)** –0,3 ou +0,3

d) $|V| = -0,75$ **16. d)** Não existe número *V*.

2 Comparação de números racionais

Podemos comparar alguns números racionais por meio de figuras. Analise, por exemplo, como comparamos os números racionais $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{3}$.

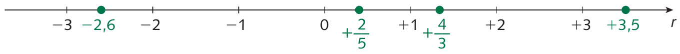


ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, $\frac{2}{3} > \frac{1}{4}$.

Outra maneira de comparar números racionais é utilizando a reta numérica.

Observe os pontos correspondentes a alguns números racionais representados na reta numérica, cuja seta indica a orientação crescente da esquerda para a direita:



Pode-se perceber que o número –2,6 é menor que –2 e maior que –3, pois o ponto correspondente a –2,6 está localizado à esquerda de –2 e à direita de –3 na reta numérica.

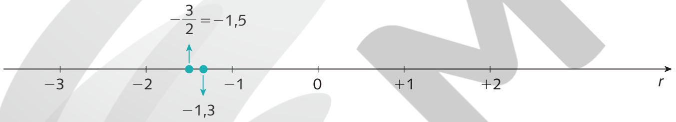
Analogamente, o número +3,5 é maior que $+\frac{2}{5}$, pois o ponto correspondente a +3,5 está localizado à direita do ponto correspondente a $+\frac{2}{5}$ na reta numérica.

Pode-se fazer outras relações utilizando a simbologia adequada.

- $-3 < -1$ → Lemos: "menos 3 é menor que menos 1".
- $\frac{2}{5} > 0$ → Lemos: "dois quintos é maior que zero".
- $\frac{4}{3} < 3{,}5$ → Lemos: "quatro terços é menor que três vírgula cinco".

Dados dois números racionais quaisquer, o menor deles estará sempre representado por um ponto à esquerda do ponto que representa o maior na reta numérica.

Agora, como exemplo, vamos comparar os números racionais –1,3 e $-\frac{3}{2}$.



ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ ARQUIVO DA EDITORA

Observe que $-1{,}5 < -1{,}3$; então, $-\frac{3}{2} < -1{,}3$.

Comparação de números racionais

BNCC:
Habilidade EF07MA10.

Objetivo:
Comparar e ordenar números racionais.

Justificativa

Em muitas situações do dia a dia, os estudantes precisam comparar preços e medidas relacionadas a diferentes grandezas, o que justifica a pertinência do objetivo acima.

Mapeando conhecimentos

Na lousa, escreva dois números racionais: um na forma de fração e outro na forma decimal. Em seguida, solicite aos estudantes que os comparem, utilizando a estratégia que acharem mais conveniente. Observe as estratégias empregadas por eles. Eles podem representá-los por meio de figuras, utilizando a reta numérica ou, ainda, transformando os dois números em frações ou em decimais. Incentive o diálogo e o compartilhamento de ideias.

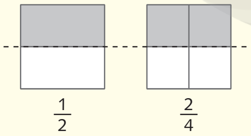
Para as aulas iniciais

Na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores* há um tópico que trata da comparação de números na forma de fração e decimal. Peça aos estudantes que façam a leitura e realizem as **atividades 37** e **38**. Faça a correção coletiva das atividades.

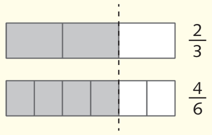
O equívoco mais comum quando são comparados números racionais na forma fracionária é dizer, por exemplo, que $\frac{1}{4}$ é maior que $\frac{1}{3}$ por considerar que 4 é maior que 3 ou, ainda, que $\frac{1}{2}$. Esse tipo de erro indica que o estudante ainda não se apropriou desse conceito matemático.

Verifique a necessidade de retomar a comparação de números fracionários e números inteiros.

No caso de dois números racionais escritos na forma de fração, retome, se achar necessário, o conceito de frações equivalentes, associando-o a uma representação visual.



$\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ são frações equivalentes.



$\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{6}$ são frações equivalentes.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.

- Na **atividade 17,** os estudantes podem comparar os números racionais localizando os pontos correspondentes na reta numérica ou, nesse caso, reescrevendo as frações, determinando frações equivalentes de mesmo denominador.
- Na **atividade 19,** lembre aos estudantes que há outras maneiras de verificar as sentenças; uma delas é dispor os números na reta numérica.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

17 Utilizando o sinal <, escreva em ordem crescente os seguintes números racionais:

$$+\frac{3}{5}, -\frac{5}{3}, 1, +\frac{10}{5}, -\frac{2}{8}$$

17. $-\frac{5}{3} < -\frac{2}{8} < +\frac{3}{5} < 1 < +\frac{10}{5}$

18 Com o auxílio da reta numérica, escreva os números racionais a seguir em ordem decrescente. Utilize o sinal >.

$$+3, -\frac{1}{5}, 0, -\frac{9}{4}, +\frac{4}{5}$$

18. $+3 > +\frac{4}{5} > 0 > -\frac{1}{5} > -\frac{9}{4}$

19 Identifique as sentenças verdadeiras e, no caderno, corrija as falsas.

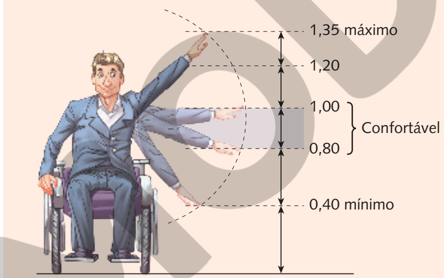
a) $-5{,}7 < -3{,}2$ **19. a)** verdadeiro

b) $\frac{2}{5} < \frac{1}{3}$ **19. b)** falsa; $\frac{2}{5} > \frac{1}{3}$

c) $0 > -0{,}15$ **19. c)** verdadeira

d) $-\frac{3}{5} > -0{,}5$ **19. d)** falsa; $-\frac{3}{5} < -0{,}5$

20 **(Enem)** Num projeto da parte elétrica de um edifício residencial a ser construído, consta que as tomadas deverão ser colocadas a 0,20 m acima do piso, enquanto os interruptores de luz deverão ser colocados a 1,47 m acima do piso. Um cadeirante, potencial comprador de um apartamento desse edifício, ao ver tais medidas, alerta para o fato de que elas não contemplarão suas necessidades. Os referenciais de altura (em metros) para atividades que não exigem o uso de força são mostrados na figura seguinte.



EDUARDO FRANCISCO/ARQUIVO DA EDITORA

Uma proposta substitutiva, relativa às alturas de tomadas e interruptores, respectivamente, que atenderá aquele potencial comprador é: **20.** alternativa **e**

a) 0,20 m e 1,45 m.

b) 0,20 m e 1,40 m.

c) 0,25 m e 1,35 m.

d) 0,25 m e 1,30 m.

e) 0,45 m e 1,20 m.

21 Douglas e Mel fizeram um acordo: quem gastar menos com o almoço pagará a sobremesa. Se Douglas gastou R$ 32,50, e Mel, R$ 33,15, quem pagará a sobremesa? **21.** Douglas

22 Em certo dia, foram registradas as medidas de temperatura mínima de 1,6 °C em Campos do Jordão (SP), 14 °C em Triunfo (PE), –7,4 °C em Urupema (SC) e –0,5 °C em Canela (RS). No caderno, escreva essas medidas de temperatura em ordem crescente.
22. –7,4 °C < –0,5 °C < 1,6 °C < 14 °C

23 Lucas faz parte do time de basquete do bairro onde mora. Em dezembro de 2023, ele coletou algumas informações sobre todos os jogadores e organizou-as na tabela a seguir.

Informações sobre jogadores de basquete do time de Lucas

Nome	Medida da altura (m)	Posição
Lucas	1,91	Armador
Marcelo	2,08	Ala/Armador
Anderson	2,11	Pivô
Vitor	1,85	Armador
Leandro	1,88	Ala/Armador

Dados obtidos por Lucas em dezembro de 2023.

Com base nas informações da tabela, responda: **23. a)** Anderson

a) Qual é o nome do jogador mais alto?

b) Em que posição joga o jogador mais baixo? **23. b)** armador

c) No caderno, escreva as medidas das alturas em ordem decrescente.
23. c) 2,11 m > 2,08 m > 1,91 m > 1,88 m > 1,85 m

24 Elabore um problema que envolva a medida de massa de duas frutas distintas, sendo que uma delas é maior do que a outra.
24. Resposta pessoal.

Lendo e aprendendo

FORMAÇÃO CIDADÃ MEIO AMBIENTE SAÚDE

Onda de frio extrema derruba temperaturas no Brasil

As regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste foram as atingidas

Uma massa de ar frio de origem polar fez com que parte do país registrasse temperaturas extremamente baixas no fim de julho. A frente fria, que chegou ao Brasil pelo Rio Grande do Sul, em 26 de julho, foi se espalhando de forma intensa pelas regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste, até perder força no início de agosto. Entenda o que houve e confira o que ocorreu nos estados mais fortemente atingidos.

BRUNO ROCHA/AGÊNCIA ENQUADRAR/FOLHAPRESS

Pessoa caminhando pelas ruas de São Paulo (SP). Foto de 2021.

Por que fez tanto frio no fim de julho?

[...] Amanda Rehbein, coordenadora do Grupo de Estudos Climáticos da Universidade de São Paulo (GREC-USP), disse que o frio extremo no Brasil tem relação com o aquecimento global, processo em que a temperatura média do planeta aumenta e provoca eventos climáticos extremos em todo o mundo.

A pesquisadora explica que o aquecimento global está intensificando as trocas de calor entre a região tropical (onde fica o território brasileiro) e os polos. "A região tropical recebe maior quantidade de radiação solar do que os polos. Isso faz com que essa região fique mais aquecida e redistribua esse calor. Dessa forma, o calor da área tropical avança em direção à região polar. Ao mesmo tempo, o frio polar avança em direção à região tropical. A partir dessa circulação, as ondas de frio e de calor são geradas", diz. "O aquecimento global intensifica as trocas de energia entre os trópicos e os polos, forçando a atmosfera dos polos a enviar mais frio para regiões como a em que o Brasil está localizado."

Rehbein afirma que, embora não seja possível acabar com o aquecimento global, podemos diminuir seus efeitos reduzindo a emissão de gases poluentes que são lançados na atmosfera.

[...]

Lendo e aprendendo

BNCC:

- Competências gerais 7 e 9 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 7 e 8 (as descrições estão na página VII).
- Habilidade EF07MA10.

Objetivos:

- Desenvolver a competência leitora.
- Comparar números racionais.
- Criar um texto publicitário para uma campanha de arrecadação de agasalhos e cobertores.

Temas contemporâneos transversais:

FORMAÇÃO CIDADÃ MEIO AMBIENTE SAÚDE

O texto dessa seção é de uma matéria de jornal sobre uma onda de frio que atingiu o Brasil no final do mês de julho de 2021. Antes de propor aos estudantes a leitura, alerte-os para o ano em que ele foi publicado. Depois, peça a eles que leiam o texto individualmente e reserve um tempo para comentar o que mais lhes chamou a atenção.

É importante que os estudantes tenham ciência que fenômenos climáticos inesperados têm ocorrido com maior frequência em diferentes lugares do mundo, muitos deles causados pelo aquecimento global. Esses fenômenos dizem respeito a temporais fora de época, ondas de calor intenso, períodos de grande estiagem, tornados frequentes etc. Proponha a eles que pesquisem em jornais, revistas ou na internet notícias sobre fenômenos climáticos atípicos que ocorreram recentemente.

Aborde também as possíveis ações que o ser humano pode tomar para diminuir os efeitos do aquecimento global, como a redução da emissão de gases poluentes que são lançados na atmosfera. Caso seja possível, convide o(a) professor(a) de Ciências da Natureza para abordar o assunto com a turma.

(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.

- Na **atividade 1**, os estudantes vão responder a algumas questões sobre o texto. Depois disso, faça a correção coletiva. Amplie a proposta da atividade e proponha outras perguntas, como: "Em que mês a frente fria perdeu força? Como é possível diminuir os efeitos do aquecimento global? Podemos dizer que nevou em algumas cidades do Brasil no final de julho de 2021?".
- A **atividade 2** pode ser um momento oportuno para você avaliar se algum estudante tem dificuldade para identificar números racionais. É possível que alguns deles não considerem os números inteiros que aparecem no texto como números racionais. Caso isso ocorra, mostre que esses números podem ser escritos na forma de fração. Se julgar necessário, proponha que escrevam os números em ordem crescente. Oriente-os a utilizar a reta numérica, caso perceba que estão enfrentando alguma dificuldade.
- Na **atividade 3,** os estudantes vão avaliar algumas afirmações. Para identificar quais delas são verdadeiras, eles terão de comparar números racionais. Ao fazer a correção dessa atividade, incentive-os a justificar o porquê de determinada afirmação ser verdadeira ou falsa.
- Na **atividade 4**, os estudantes vão criar um texto publicitário para uma campanha de arrecadação de agasalhos e cobertores. Antes que realizem a tarefa, mostre a eles cartazes e *banners* de diferentes campanhas de agasalhos. Exponha essas campanhas de maneira que todos possam visualizá-las. Nesse caso, é possível imprimir e colar na lousa ou entregar cópias a cada grupo. Depois, proponha as seguintes questões: "Qual é a mensagem que cada campanha está transmitindo? Quem está transmitindo essa mensagem? Para quem ela foi escrita? O *slogan* é a única parte da campanha? A imagem está de acordo com o *slogan*? O que mais chama a atenção em cada cartaz ou *banner*?". Espera-se que a reflexão sobre essas questões direcione o trabalho que farão. Caso ache pertinente, convide o(a) professor(a) de Língua Portuguesa para ajudar na condução da tarefa.

Goiás (GO)

Em Goiânia, capital, fez em torno de 10 °C – a mínima em julho costuma ser 16 °C. Foi mais frio em cidades do interior, como em Jataí, que chegou a 4 °C.

Mato Grosso do Sul (MS)

Na capital, Campo Grande, a temperatura chegou a ficar em torno dos 5 °C, com sensação de 2 °C (a mínima em julho costuma ser de 16 °C). Além disso, 35 municípios tiveram geada e pelo menos cinco cidades atingiram registros negativos: em Santa Rita do Pardo, os termômetros marcaram –0,7 °C em 30 de julho.

Minas Gerais (MG)

Belo Horizonte, a capital, registrou, no dia 30 de julho, 7,5 °C, a menor temperatura desde 2006. Em outras cidades mineiras, nessa data, o frio chegou a registros negativos: em Monte Verde, fez –4,5 °C.

Rio de Janeiro (RJ)

Na capital, os termômetros chegaram a 10,6 °C (a mínima em julho costuma ser 18 °C). Porém, a temperatura mais fria do ano continua sendo a de 8,4 °C, de 20 de julho. Outros municípios tiveram os menores registros do ano em 30 de julho – caso de Carmo, que chegou a 4,5 °C.

São Paulo (SP)

A cidade de São Paulo teve a menor temperatura dos últimos cinco anos na madrugada de 30 de julho: média de 4 °C. Nessa data, em alguns bairros da capital e em outras cidades do estado, os termômetros chegaram a ficar abaixo de 0 °C. O município de Rancharia, por exemplo, atingiu –4,1 °C.

Paraná (PR)

Curitiba, a capital, teve, em 29 de julho, a temperatura mais baixa do ano: – 0,8 °C, com sensação de –3 °C – o mês costuma ter mínima de 10 °C. Pelo menos mais 14 cidades tiveram as temperaturas mais baixas do ano. General Carneiro atingiu – 5,4 °C, o registro mais frio do estado.

Santa Catarina (SC)

Em 29 de julho, a capital, Florianópolis, teve a madrugada mais fria do ano, com 4,4 °C (em julho, a mínima costuma ser de 14 °C). Nevou em pelo menos 28 cidades. Em Urupema, uma das mais frias do país, fez –8 °C.

Rio Grande do Sul (RS)

A capital, Porto Alegre, que costuma ter mínima de 10 °C em julho, chegou a 4 °C com sensação de até 1,1 °C devido à intensidade dos ventos. Nevou em 13 cidades, incluindo Gramado, famosa pelas baixas temperaturas.

Fontes: Agência Brasil, Agora São Paulo, Centro de Gerenciamento de Emergências Climáticas Climatempo, Gazeta do Povo, G1, Governo do estado do Mato Grosso do Sul, Governo do estado do Paraná, Instituto Nacional de Meteorologia, Hora 1, MetSul Meteorologia, Veja Rio e Zero Hora.

[...]

CATALDO, J. Onda de frio extrema derruba temperaturas no Brasil. **Jornal Joca**, n. 174, p. 3, 9 a 23 de agosto de 2021.

Atividades

2. Todos os números que aparecem no texto são racionais. Espera-se que os estudantes escrevam todos eles no caderno.

1. Responda às questões no caderno.

a) Em que edição do jornal a matéria acima foi publicada? **1. a)** Na edição 174.

b) Quais regiões do Brasil foram mais atingidas pela onda de frio em julho de 2021?

c) Em que dia a frente fria chegou ao Brasil?

d) Qual é a principal causa do frio extremo que atingiu o Brasil no final de julho de 2021?

1. d) O aquecimento global.

2. Escreva, no caderno, os números racionais que aparecem no texto.

3. Copie as afirmações verdadeiras no caderno.

a) No dia 30 de julho de 2021, a medida da temperatura mínima em Monte Verde (MG) foi menor do que em Santa Rita do Pardo (MS).

b) No dia 30 de julho de 2021, a medida da temperatura mínima no município de Carmo (RJ) foi menor do que no município de Rancharia (SP).

c) No dia 29 de julho de 2021, a medida da temperatura mínima em General Carneiro (PR) foi inferior a –6 °C.

d) No dia 29 de julho de 2021, a medida da temperatura mínima em General Carneiro (PR) foi superior à de Urupema (SC).

4. Todos os anos, no período do inverno, as pessoas em situação de rua sofrem muito com as baixas medidas de temperatura, que chegam a provocar a morte de seres humanos nas calçadas. Pensando nisso, reúna-se com 3 colegas e criem um texto publicitário para uma campanha de arrecadação de agasalhos e cobertores.

3. As afirmações dos itens **a** e **d** são as verdadeiras.

4. Comentários em *Orientações*.

1. b) Regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste.

1. c) No dia 26 de julho de 2021.

A competência geral **7** da BNCC tem o seu desenvolvimento favorecido, uma vez que promove os direitos humanos com base em dados e informações confiáveis sobre a realidade dos moradores de rua. A competência geral 9 também tem seu desenvolvimento favorecido, porque os estudantes devem exercitar a empatia e o diálogo durante toda a tarefa proposta. Como o projeto dos estudantes tem como foco um tema de urgência social, e eles precisam trabalhar de maneira cooperativa, as competências específicas **7** e **8** também têm o seu desenvolvimento favorecido.

3 Adição e subtração com números racionais

Observe as situações a seguir, que envolvem adição e subtração de números racionais.

Situação 1

José verificou que sua conta bancária tinha saldo negativo de R$ 480,50. No dia seguinte, ele fez pagamentos no valor total de R$ 376,25. Após efetuar esses pagamentos, como ficou a conta bancária de José?

Para responder à pergunta, podemos realizar o seguinte cálculo:

$$(-480{,}50) + (-376{,}25) = -856{,}75$$

Portanto, após efetuar os pagamentos, a conta bancária de José ficou com saldo negativo de R$ 856,75.

JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

Situação 2

No início de certa noite, em São Joaquim (SC), foi registrada a medida de temperatura de –7,6 °C. Já no início da manhã seguinte, houve aumento de 5,5 °C na medida da temperatura. Qual foi a medida da temperatura registrada em São Joaquim no início da manhã?

Para determinar a medida da temperatura no início da manhã, calculamos:

$$(-7{,}6) + (+5{,}5) = -2{,}1$$

Portanto, a medida da temperatura registrada em São Joaquim no início da manhã foi de –2,1 °C.

Situação 3

Na 1ª etapa de uma expedição submarina, Júlio mergulhou a –20,5 m de medida de profundidade. Durante a 2ª etapa, ele desceu mais alguns metros, atingindo –27,3 m de medida de profundidade. Quantos metros Júlio desceu a mais na 2ª etapa da expedição?

Para responder à pergunta, podemos fazer: $(-27{,}3) - (-20{,}5)$

Observe que $-(-20{,}5)$ é o simétrico do número –20,5; ou seja, é igual a +20,5. Assim:

$$(-27{,}3) - (-20{,}5) = (-27{,}3) + (+20{,}5) = -6{,}8$$

Portanto, Júlio desceu 6,8 m a mais na 2ª etapa da expedição.

Observação

As propriedades da adição com números inteiros também são válidas para a adição com números racionais que não são inteiros.

Observe como podemos adicionar e subtrair outros números racionais:

a) $\left(+\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{3}{4}\right)=+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{2+3}{4}=+\frac{5}{4}$

b) $\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(+\frac{5}{2}\right)=-\frac{3}{2}-\frac{2}{7}+\frac{5}{2}=\frac{-21-4+35}{14}=+\frac{10}{14}=+\frac{5}{7}$

Adição e subtração com números racionais

BNCC:

Habilidades EF07MA06 e EF07MA12.

Objetivo:

Calcular adições e subtrações com números racionais.

Justificativa

Calcular adições e subtrações com números racionais possibilita aos estudantes ampliar o que já sabem a respeito dessas operações com números inteiros e perceber o que continua ou não válido. Além disso, contribui para a resolução e elaboração de problemas que envolvam essas operações, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade **EF07MA12**.

Mapeando conhecimentos

Reproduza as **atividades 39** e **40** da seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores* na lousa e peça aos estudantes que as façam no caderno. Depois, peça que se reúnam com um colega para que comparem os resultados obtidos e as estratégias que utilizaram. Caso perceba que alguns deles tiveram dificuldades, oriente-os a ler a revisão presente na mesma seção.

Proponha também que efetuem algumas adições e subtrações envolvendo números negativos na forma de fração e na forma decimal.

Para as aulas iniciais

Peça a eles que elaborem fluxogramas que expliquem como calcular adições e subtrações com números racionais. Eles podem elaborar mais de um fluxograma. A ideia é que reconheçam que problemas que tenham a mesma estrutura podem ser resolvidos pelos mesmos procedimentos, o que ajuda a desenvolver a habilidade **EF07MA06**. Incentive-os a compartilhar os fluxogramas elaborados.

A elaboração de um fluxograma exige decompor o problema para solucioná-lo, conhecer o algoritmo que se deseja transcrever e distinguir o que há de comum em situações distintas para que o fluxograma se aplique a outras situações. Essas habilidades estão associadas ao desenvolvimento tanto do raciocínio lógico-matemático quanto do pensamento computacional.

Antes de iniciar o trabalho de operações com números racionais, retome, se possível, os principais pontos discutidos no estudo das operações com frações, com números decimais e com números inteiros, enfatizando os fundamentos dessas operações, nunca a memorização de regras e procedimentos.

(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

No decorrer do capítulo serão propostas atividades que envolvem, ao mesmo tempo, cálculos com números racionais escritos na forma decimal e na forma fracionária. Esses cálculos devem ser explorados de forma cuidadosa, uma vez que diferentes maneiras de representar um mesmo número não devem se tornar um obstáculo no processo de aprendizagem envolvendo o tema em questão.

Sugestão de atividade extra

Como ferramenta auxiliar no trabalho com os números racionais, sugerimos as atividades da lista "Números racionais e exercícios" do Portal da Matemática – OBMEP, que traz atividades introdutórias, de fixação, aprofundamento e exames. Se explorados de maneira cuidadosa, crítica e planejada, podem contribuir para a aprendizagem dos estudantes.

- Antes de iniciar a resolução da **atividade 26,** retome com os estudantes as regras para resolução de expressões numéricas. Alerte-os de que a eliminação dos parênteses é a primeira operação a ser efetuada na atividade proposta dos itens **d**, **e**, **f**. Uma sugestão para resolver a atividade é, primeiro, transformar todos os valores para a forma decimal. Para a verificação dos cálculos, peça que os efetuem novamente, transformando os valores para a forma fracionária, finalizando com uma análise e uma comparação dos resultados obtidos em ambos os procedimentos de cálculo.
- Antes de propor a **atividade 27,** explore livremente as teclas de uma calculadora com o objetivo de que todos se familiarizem minimamente com ela. Em seguida, explique que a tecla +/– da calculadora muda o sinal do número que foi digitado anteriormente, ou seja, mostra o oposto do número que está no visor. Portanto, mesmo que não seja necessário o uso da calculadora, é conveniente pedir aos estudantes que analisem a digitação de alguns valores, antes de resolver a atividade.

GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

25 Efetue as adições e as subtrações.

a) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)$ **25. a)** $-\frac{5}{12}$

b) $\left(-\frac{4}{7}\right)+\left(-\frac{2}{6}\right)$ **25. b)** $-\frac{19}{21}$

c) $\left(+\frac{4}{3}\right)-\left(+\frac{3}{5}\right)$ **25. c)** $\frac{11}{15}$

d) (–2,1) + (+3,25) **25. d)** 1,15

e) (+5,5) – (+8,13) **25. e)** –2,63

f) (–4,72) – (–0,28) **25. f)** –4,44

g) –1,17 – (–1,17) **25. g)** 0

h) $1{,}81 + 1{,}81 - 1{,}81 + (-1{,}81) + \frac{1}{2}$ **25. h)** $\frac{1}{2}$

26 Calcule o valor de cada expressão.

a) $-\frac{3}{2}+\frac{5}{6}+\frac{1}{3}$ **26. a)** $-\frac{1}{3}$

b) $1{,}5-\frac{3}{8}-\frac{6}{5}$ **26. b)** $-\frac{3}{40}$

c) $\frac{3}{7}-1+\frac{4}{3}$ **26. c)** $\frac{16}{21}$

d) $1{,}7+\left(\frac{2}{3}-0,25\right)-\frac{1}{4}$ **26. d)** $\frac{28}{15}$

e) $\frac{1}{5}-\left(\frac{4}{5}+1,2\right)+40$ **26. e)** $\frac{191}{5}$

f) $\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{5}-\frac{2}{10}\right)$ **26. f)** 0

27 Escreva a sequência de teclas que Beatriz deverá apertar em uma calculadora para determinar o valor de (+4,2) – (–3,7). Qual será o resultado? Lembre-se de que empregamos o ponto para indicar a vírgula de um número decimal.

27. 4 . 2 – 3 . 7 +/– = ; 7,9

GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

28 Em certo mês, uma cidade do Sul do país teve medida de temperatura máxima de 14,5 °C e medida de temperatura mínima de –2,8 °C. Qual foi a diferença entre as medidas de temperatura máxima e mínima registradas nesse mês, nessa cidade? **28.** 17,3 °C

29 Invente um problema que possa ser resolvido por meio da seguinte operação:

$$-35{,}50 - (-42{,}75) = 7{,}25$$

29. Resposta pessoal.

30 Vítor gastou, em maio, $\frac{1}{3}$ do seu salário com alimentação e $\frac{1}{2}$ com entretenimento, sobrando-lhe ainda R$ 315,00. Qual foi o salário de Vítor nesse mês? **30.** R$ 1 890,00

31 O Brasil subiu ao pódio na Paralimpíada de Tóquio, na modalidade de salto em distância categoria T11. Silvânia Costa de Oliveira, medalhista de ouro, alcançou a marca de 5,00 m, e Yuliia Pavlenko conquistou a medalha de bronze, com a marca de 4,86 m. Considere o quadro a seguir.

Medalhistas no salto em distância da classe T11

País	Atleta	Medida da distância (m)
Brasil	Silvânia Costa de Oliveira	5,00
Uzbequistão	Asila Mirzayorova	4,91
Ucrânia	Yuliia Pavlenko	4,86

Dados disponíveis em: http://rededoesporte.gov.br/pt-br/noticias/um-salto-de-cinco-metros-para-o-bicampeonato-de-silvania-costa. Acesso em: 16 maio 2022.

31. a) 0,14 m

a) Qual é a diferença, em metro, entre a marca da primeira e a da terceira colocada?

b) Sabendo que a medida da distância alcançada pela quarta colocada foi 9 cm menor que a da terceira colocada, qual foi a marca alcançada por ela? **31. b)** 4,77 m

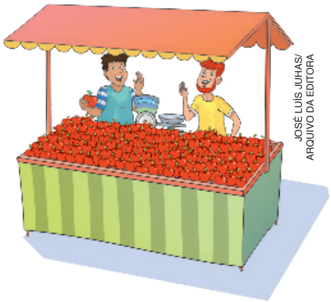
32 Copie o enunciado do problema abaixo em seu caderno e complete-o com valores adequados, depois, peça a um colega que o resolva. **32.** Resposta pessoal.

Vitor estava com saldo negativo no valor de ■ em sua conta bancária e sacou uma cédula de ■. Quanto ficou de saldo na conta bancária de Vitor após esse saque?

4 Multiplicação com números racionais

Acompanhe a situação a seguir.

Rodrigo comprou 2,7 quilogramas de maçã ao preço de R$ 5,90 o quilograma. Quanto ele gastou nessa compra?



JOSÉ LUÍS JUHAS/ ARQUIVO DA EDITORA

Para resolver esse problema, calculamos 2,7 · 5,90:

$$2{,}7 \cdot 5{,}90 = \frac{27}{10} \cdot \frac{590}{100} = \frac{15\,930}{1\,000} = 15{,}930 = 15{,}93$$

Portanto, Rodrigo gastou R$ 15,93 nessa compra.

Também podemos calcular 2,7 × 5,90 utilizando o algoritmo.

Para fazer os cálculos, transformamos os números racionais em números inteiros, multiplicando 5,90 por 100 e 2,7 por 10.

$$\begin{array}{rl} 5\;9\;0 & \leftarrow 5{,}90 \times 100 \\ \times \quad 2\;7 & \leftarrow 2{,}7 \times 10 \\ \hline 4\;1\;3\;0 & \\ +\;1\;1\;8\;0 & \\ \hline 1\;5\;9\;3\;0 & \end{array}$$

Como um fator foi multiplicado por 100 e outro por 10, o resultado ficou multiplicado por 1 000. Para recuperar o resultado da conta original, devemos dividi-lo por 1 000.

$$15\,930 : 1\,000 = 15{,}930$$

Note que o número de casas decimais do produto é igual à soma do número de casas decimais dos fatores.

$$\begin{array}{rl} 5,\;9\;0 & \leftarrow \text{fator com 2 casas decimais} \\ \times \quad 2,\;7 & \leftarrow \text{fator com 1 casa decimal} \\ \hline 4\;1\;3\;0 & \\ +\;1\;1\;8\;0 & \\ \hline 1\;5,\;9\;3\;0 & \leftarrow \text{produto com 3 casas decimais } (2 + 1 = 3) \end{array}$$

15,930 = 15,93

De maneira prática, podemos efetuar a multiplicação de dois ou mais números racionais desconsiderando a vírgula dos fatores. Em seguida, acrescentamos a vírgula ao resultado, de modo que o número de casas decimais do produto seja igual à soma do número de casas decimais dos fatores.

Observe alguns exemplos de como podemos multiplicar números racionais.

a) $2 \cdot (-1{,}02) = -1{,}02 + (-1{,}02) = -1{,}02 - 1{,}02 = -2{,}04$

b) $\left(+\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{(+1) \cdot (-3)}{2 \cdot 4} = \frac{-3}{8} = -\frac{3}{8}$

c) $\left(-\frac{49}{20}\right) \cdot \left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{(-49) \cdot (-2)}{20 \cdot 7} = \frac{(-7) \cdot (-1)}{(10) \cdot (1)} = \frac{7}{10}$

d) $(-0{,}1) \cdot (+1{,}4)$

(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Multiplicação com números racionais

BNCC:

Habilidades EF07MA06 e EF07MA12.

Objetivo:

Calcular multiplicações com números racionais.

Justificativa

Calcular multiplicações com números racionais contribui para a resolução e elaboração de problemas que envolvam essa operação e possibilita aos estudantes ampliar o que já sabem a respeito da multiplicação com números inteiros, bem como o desenvolvimento da habilidade **EF07MA12**.

Mapeando conhecimentos

Reproduza as **atividades 41** e **42** da seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores* na lousa e peça aos estudantes que as façam no caderno. Depois, solicite que se reúnam com um colega a fim de comparar os resultados obtidos e as estratégias que utilizaram. Caso perceba que alguns deles tiveram dificuldades, oriente-os a ler a revisão presente na mesma seção.

Proponha também que efetuem algumas multiplicações envolvendo números negativos na forma de fração e na forma decimal. Caso ache necessário, explique que os procedimentos adotados devem ser os mesmos das **atividades 41** e **42**, porém devem atentar-se aos sinais.

Para as aulas iniciais

Peça aos estudantes que elaborem fluxogramas que expliquem como calcular multiplicações com números racionais. Eles podem elaborar mais de um fluxograma. Assim como na adição e subtração, essa proposta visa desenvolver a habilidade **EF07MA06.** Incentive-os a compartilhar os fluxogramas elaborados.

Antes de utilizar o algoritmo para a multiplicação de números racionais, ressalte aos estudantes a resolução da situação por meio da transformação de números decimais em frações. Se julgar conveniente, explore outros exemplos desse tipo com eles.

Comente que as regras de sinais, bem como as propriedades da multiplicação de números racionais, são as mesmas que foram estudadas no capítulo **1**, em multiplicação de números inteiros.

- A **atividade 33** utiliza a calculadora como ferramenta de controle e verificação de resultados, permitindo, assim, que os estudantes desenvolvam a autonomia na correção dos cálculos. O uso da calculadora possibilita que investiguem propriedades, desenvolvam habilidades de raciocínio lógico-matemático e verifiquem possibilidades de manipulação, além de auxiliá-los na tomada de decisões em diferentes contextos.
- Incentive-os a utilizar a simplificação nas multiplicações da **atividade 34.**

1º modo:

$$\left(-\frac{1}{10}\right)\cdot\left(+\frac{14}{10}\right)=\frac{(-1)\cdot(+14)}{10\cdot 10}=\frac{-14}{100}=-0{,}14$$

2º modo:

$$\begin{array}{rl} 0{,}\ 1 & \leftarrow \text{fator com 1 casa decimal} \\ \times\ 1{,}\ 4 & \leftarrow \text{fator com 1 casa decimal} \\ \hline 0\ 4 & \\ +\ 0\ 1 & \\ \hline 0{,}\ 1\ 4 & \leftarrow \text{fator com 2 casas decimais} \end{array}$$

O resultado de $(-0{,}1)\cdot(+1{,}4)$ é $-0{,}14$.

Como os fatores têm sinais diferentes, o produto é um número negativo.

Observação

O sinal de um produto entre dois números racionais não inteiros é determinado pelo mesmo procedimento utilizado para determinar o sinal do produto entre números inteiros.

37. b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes tenham percebido que, por mais de 0,5 kg de comida, Catarina pagaria mais de R$ 16,00; logo, ela fez a melhor opção.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

33 Calcule o valor de cada expressão. Em seguida, confira o resultado utilizando uma calculadora.

a) $(-3{,}85)\cdot(+2{,}4)$ **33. a)** $-9{,}24$

b) $(+1{,}4)\cdot(-0{,}5)$ **33. b)** $-0{,}7$

c) $(-2{,}5)\cdot 30$ **33. c)** -75

d) $(-0{,}3)\cdot(-0{,}01)$ **33. d)** $0{,}003$

34 Efetue as multiplicações.

a) $\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\left(-\frac{7}{4}\right)$ **34. a)** $\frac{7}{5}$

b) $\left(+\frac{4}{9}\right)\cdot\left(-\frac{16}{81}\right)$ **34. b)** $-\frac{64}{729}$

c) $\left(+\frac{5}{8}\right)\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)$ **34. c)** $-\frac{5}{6}$

d) $\left(+\frac{4}{5}\right)\cdot 0$ **34. d)** 0

e) $\left(-\frac{15}{11}\right)\cdot 1$ **34. e)** $-\frac{15}{11}$

f) $(+3)\cdot\left(-\frac{3}{9}\right)\cdot\left(+\frac{18}{6}\right)$ **34. f)** -3

35 Isadora vai revestir uma das paredes de seu quarto com um papel decorativo. Essa parede tem 4,35 m de medida de comprimento por 2,80 m de medida de largura. Quantos metros quadrados de papel decorativo serão necessários para cobri-la? **35.** 12,18 m²

36 Determine o produto dos números -40 e $-0{,}025$. **36.** $(-40)\cdot(-0{,}025)=1$

37 Catarina almoça todos os dias no mesmo restaurante. Ela pode optar por escolher a comida e medir a massa do prato, pagando R$ 32,00 por quilograma, ou comer à vontade, pagando R$ 14,50.

a) Na segunda-feira, ela optou por pagar em relação à medida de massa de seu prato, que foi igual a 0,350 kg. Quanto Catarina pagou? **37. a)** R$ 11,20

b) Na sexta-feira, ela estava com muita fome e optou por comer à vontade. Para ter certeza de que escolheu a opção mais econômica, decidiu medir a massa do seu prato. A balança marcou 0,525 kg. Você acha que Catarina fez a opção correta? Por quê?

42. Espera-se que os estudantes percebam que os resultados sugerem que a propriedade comutativa é válida para a multiplicação com números racionais. Depois, confirme que a propriedade é válida, mas não será demostrada nesta coleção.

38 Calcule, no caderno, o valor da expressão:

$$\left(-\frac{3}{4}\cdot\frac{16}{81}+0{,}3\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)$$

38. $-\frac{41}{360}$

39 Em uma sessão de cinema, foram vendidos 328 ingressos, sendo 80 meias-entradas. Calcule o valor arrecadado nessa sessão, sabendo que o preço do ingresso inteiro é R$ 16,50. **39.** R$ 4 752,00

40 Pedro comprou uma moto. Ele pagou $\frac{3}{10}$ de entrada e dividiu o restante em 20 parcelas iguais de R$ 217,70. Qual foi o valor da moto? **40.** R$ 6 220,00

41 (OBM) Laurinha tinha em sua carteira somente notas de 10 reais e moedas de 10 centavos. Ela pagou uma conta de 23 reais com a menor quantidade possível de moedas. Quantas moedas ela usou?

41. alternativa **e**

- **a)** 3
- **b)** 6
- **c)** 10
- **d)** 23
- **e)** 30

43. Espera-se que os estudantes percebam que os resultados sugerem que todo número racional multiplicado por 1 é igual a ele mesmo (existência do elemento neutro). Depois, confirme que a propriedade é válida, mas não será demostrada nesta coleção.

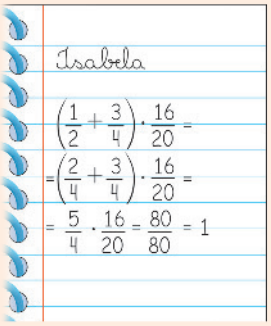
42 Com o auxílio de uma calculadora, multiplique alguns números racionais e registre os cálculos que você fez no caderno. Depois, multiplique os mesmos números, mas em outra ordem, e também registre os cálculos no caderno. O que os resultados obtidos por você sugerem? Converse com os colegas.

43 Com o auxílio de uma calculadora, multiplique alguns números racionais por 1. O que os resultados obtidos por você sugerem? Converse com os colegas.

44 Será que as propriedades associativa e distributiva válidas para a multiplicação com números inteiros também são válidas para a multiplicação com números racionais? Reúna-se com um colega e façam algumas investigações com o auxílio de uma calculadora. Depois, compartilhem suas conclusões com a turma.

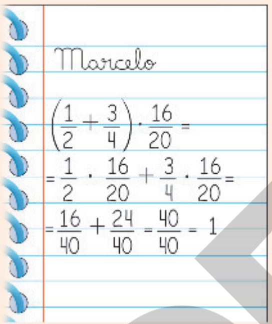
45 Durante a aula de Matemática, a professora Luciana escreveu no quadro uma expressão e pediu aos estudantes que a resolvessem. Isabela e Marcelo resolveram a expressão da seguinte forma:

45. b) Isabela adicionou os números entre parênteses primeiro, multiplicando o resultado por $\frac{16}{20}$. Marcelo utilizou a propriedade distributiva.



$$\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{16}{20}=$$
$$=\left(\frac{2}{4}+\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{16}{20}=$$
$$=\frac{5}{4}\cdot\frac{16}{20}=\frac{80}{80}=1$$

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA



$$\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{16}{20}=$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{16}{20}+\frac{3}{4}\cdot\frac{16}{20}=$$
$$=\frac{16}{40}+\frac{24}{40}=\frac{40}{40}=1$$

Embora tenham resolvido de maneiras diferentes, Isabela e Marcelo obtiveram o mesmo resultado. **45. a)** Resposta pessoal.

- **a)** Explique, passo a passo, como Isabela resolveu a expressão.
- **b)** Quais são as propriedades envolvidas em cada resolução?
- **c)** Como você resolveria? Por quê?

45. c) Respostas pessoais.

46 Complete o enunciado do problema abaixo e depois peça a um colega que o resolva.

Paula comprou ■ caixas de piso cerâmico, cada uma delas com ■ metros quadrados de piso. Qual é o valor total dessa compra, sabendo que o metro quadrado desse piso custa ■? **46.** Resposta pessoal.

44. Espera-se que os estudantes percebam que as investigações realizadas sugerem que as propriedades associativa e distributiva, válidas para a multiplicação com números inteiros, também valem para a multiplicação com números racionais. Depois, confirme que as propriedades são válidas, mas não serão demostradas nesta coleção.

- Antes de iniciar a resolução da **atividade 38**, retome com os estudantes as regras para a resolução de expressões numéricas e, em seguida, alerte-os para o fato de que o primeiro passo a ser seguido é efetuar as operações dentro dos parênteses, lembrando-os de que as multiplicações prevalecem sobre as adições e as subtrações.

Divisão com números racionais

BNCC:

Habilidades EF07MA06, EF07MA11 e EF07MA12.

Objetivo:

Calcular divisões com números racionais.

Justificativa

Calcular divisões com números racionais contribui para a resolução e elaboração de problemas que envolvam essa operação e possibilita aos estudantes ampliar o que já sabem a respeito da divisão com números inteiros, bem como o desenvolvimento das habilidades **EF07MA11** e **EF07MA12**.

Mapeando conhecimentos

Reproduza as **atividades 43** e **44** da seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores* na lousa e peça aos estudantes que as façam no caderno. Depois, peça a eles que se reúnam com um colega para que comparem os resultados obtidos e as estratégias que utilizaram. Caso perceba que alguns deles tiveram dificuldades, oriente-os a ler a revisão presente na mesma seção.

Além disso, proponha que efetuem algumas divisões envolvendo números negativos na forma de fração e na forma decimal. Incentive-os a utilizar a relação entre multiplicação e divisão para conferir os resultados obtidos.

Para as aulas iniciais

Com o intuito de favorecer o desenvolvimento da habilidade **EF07MA06**, peça que elaborem fluxogramas que expliquem como calcular divisões com números racionais. Incentive-os a compartilhar os fluxogramas elaborados.

Retome as divisões que calcularam na dinâmica inicial e proponha que confiram os resultados obtidos em cada uma, utilizando a relação entre multiplicação e divisão.

47 Junte-se a um colega e façam o que se pede.

a) Calculem os produtos.

- $\left(-\frac{2}{9}\right) \cdot \left(-\frac{9}{2}\right)$
- $\left(+\frac{15}{4}\right) \cdot \left(+\frac{4}{15}\right)$
- $\left(-\frac{1}{19}\right) \cdot \left(-\frac{19}{1}\right)$

47. a) Primeiro item: 1; segundo item: 1; terceiro item: 1.

b) Respondam: Por qual fração devemos multiplicar $\left(-\frac{6}{5}\right)$ para obter 1? **47. b)** $-\frac{5}{6}$

c) Escrevam três frações e troquem-nas entre si. Cada um de vocês deve obter as frações que, multiplicadas pelas frações dadas pelo colega, resultem em 1.

47. c) Resposta pessoal.

d) Dada a fração $\frac{a}{b}$, com a e b números inteiros diferentes de zero, respondam: Por qual fração devemos multiplicar $\frac{a}{b}$ para obter 1 como resultado? **47. d)** $\frac{b}{a}$

e) Pares de frações cujo produto é 1, como $\left(-\frac{2}{9}\right)$ e $\left(-\frac{9}{2}\right)$, $\left(+\frac{15}{4}\right)$ e $\left(+\frac{4}{15}\right)$, $\left(\frac{1}{19}\right)$ e $\left(\frac{19}{1}\right)$, são chamados de **inversos multiplicativos**. Escrevam dois pares de frações que sejam inversos multiplicativos e passem-nos para outra dupla verificar se o produto deles é 1.

47. e) Resposta pessoal.

5 Divisão com números racionais

Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Lúcio comprou 180 bolas de um mesmo modelo para revendê-las em sua loja e pagou R$ 675,00 por elas. No entanto, por causa da concorrência de lojas vizinhas, precisou vendê-las com desconto, de modo que só conseguiu recuperar R$ 450,00. Qual foi o prejuízo de Lúcio em cada bola?

Para calcular o prejuízo de Lúcio, devemos resolver a expressão: (450 – 675) : 180

Ou seja, efetuar a divisão: (–225) : 180

Observe, abaixo, a divisão de 225 por 180:

```
  C D U
  2 2 5        | 180
– 1 8 0        |------
-------          1 , 2 5
    4 5 0        U , d c
  – 3 6 0
  -------
      9 0 0
    – 9 0 0
    -------
          0
```

Temos que 225 : 180 = 1,25 e, portanto: (–225) : 180 = –1,25

Logo, Lúcio teve um prejuízo de R$ 1,25 em cada bola.

(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

(EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias.

(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Situação 2

Regina distribuiu o conteúdo de 3 garrafões de 20 litros em garrafas com medida de capacidade de $\frac{6}{10}$ de litro, enchendo-as completamente. Quantas garrafas foram utilizadas?


GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Para resolver esse problema, podemos calcular o valor da expressão: $(3 \cdot 20) : \frac{6}{10}$

$$60 : \frac{6}{10} = \cancel{60}^{10} \cdot \frac{10}{\cancel{6}_{1}} = \frac{100}{1} = 100$$

Portanto, foram utilizadas 100 garrafas de $\frac{6}{10}$ de litro.

Na sequência, temos mais exemplos de divisões de números racionais na forma de fração.

a) $\left(+\frac{1}{2}\right) : \underbrace{\left(-\frac{3}{4}\right) = \left(+\frac{1}{{}_{1}\cancel{2}}\right) \cdot \left(-\frac{{}^{2}\cancel{4}}{3}\right)}_{\text{inversos}} = -\frac{2}{3}$

b) $\left(+\frac{7}{5}\right) : (+4) = \left(\frac{7}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{4}\right) = +\frac{7}{20}$

c) $\left(-\frac{2}{3}\right) : \left(-\frac{8}{3}\right) = \left(-\frac{{}^{1}\cancel{2}}{{}_{1}\cancel{3}}\right) \cdot \left(-\frac{{}^{1}\cancel{3}}{{}_{4}\cancel{8}}\right) = +\frac{1}{4}$

d) $\left(-\frac{49}{20}\right) : \left(-\frac{2}{7}\right) : \left(+\frac{14}{5}\right) =$

$$= \left[\left(-\frac{49}{20}\right) \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)\right] \cdot \left(+\frac{5}{14}\right) =$$

$$= \left(+\frac{{}^{49}\cancel{343}}{{}_{8}\cancel{40}}\right) \cdot \left(+\frac{{}^{1}\cancel{5}}{{}_{2}\cancel{14}}\right) =$$

$$= +\frac{49 \cdot 1}{8 \cdot 2} = +\frac{49}{16}$$

DANILLO SOUZA /ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

48 Calcule o valor das expressões e, depois, confira o resultado utilizando uma calculadora.

a) –27,6 : 1,5 **48. a)** –18,4

b) (–4,9) : (–0,98) **48. b)** 5

Para os estudantes, a divisão de números racionais pode não apresentar problemas na forma fracionária, porém requer mais atenção quando efetuada na forma decimal, pois não é incomum que muitos deles ainda não tenham consolidado o algoritmo da divisão com os números inteiros.

Lembre-os de que, para efetuar a operação de divisão de números racionais na forma fracionária, devemos multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda, e, na forma decimal, igualar as casas decimais e dividir como se os números fossem inteiros.

Ressalte a importância da utilização das regras para a resolução das expressões numéricas, além da aplicação das simplificações e dos inversos multiplicativos.

Potenciação de números racionais

BNCC:

Habilidades EF07MA06 e EF07MA12.

Objetivo:

Calcular potência de números racionais.

Justificativa

Possibilita aos estudantes ampliar o estudo de potenciação e contribui para a resolução e a elaboração de problemas, além de desenvolver a habilidade **EF07MA12**.

Mapeando conhecimentos

Proponha aos estudantes que calculem algumas potências com número racional na base e número inteiro não negativo no expoente. A ideia é que eles mobilizem o que sabem sobre o cálculo de potências com números inteiros e multiplicação com números racionais. Convide alguns deles para que venham à lousa e expliquem aos demais como fizeram alguns cálculos.

Para as aulas iniciais

Com o intuito de favorecer o desenvolvimento da habilidade **EF07MA06**, peça a eles que elaborem fluxogramas que expliquem como calcular potências com número racional na base e número inteiro não negativo no expoente. Reserve um momento para que todos possam compartilhar os fluxogramas elaborados.

A situação apresentada nesse tópico exige dos estudantes a conversão de registros em língua materna para o numérico. Sempre que possível, explore situações desse tipo, uma vez que esse processo é fundamental em Matemática e, em geral, eles têm dificuldade em realizá-lo.

Leve os estudantes a observar a regularidade das alturas atingidas pela bolinha, após cada batida no chão.

49 Calcule.

a) $(-200) : (+0{,}5)$ **49. a)** -400

b) $(+16{,}2) : (-3{,}6)$ **49. b)** $-4{,}5$

c) $(-81{,}64) : (-6{,}5)$ **49. c)** $12{,}56$

d) $(+12{,}6) : (-0{,}25)$ **49. d)** $-50{,}4$

50 Efetue as divisões.

a) $\left(+\frac{7}{6}\right) : \left(-\frac{1}{7}\right)$ **50. a)** $-\frac{49}{6}$

b) $\left(+\frac{3}{7}\right) : \left(+\frac{21}{49}\right)$ **50. b)** 1

c) $\left(-\frac{4}{7}\right) : \left(-\frac{8}{7}\right)$ **50. c)** $\frac{1}{2}$

d) $\left(-\frac{3}{5}\right) : \left(-\frac{9}{15}\right)$ **50. d)** 1

e) $\left(-\frac{4}{9}\right) : \left(+\frac{16}{81}\right)$ **50. e)** $-\frac{9}{4}$

f) $\left(-\frac{5}{2}\right) : (+8)$ **50. f)** $-\frac{5}{16}$

g) $(+16) : \left(-\frac{3}{8}\right)$ **50. g)** $-\frac{128}{3}$

h) $\left(-\frac{3}{5}\right) : (+0{,}1)$ **50. h)** -6

51 Classifique cada afirmação em verdadeira ou falsa. Dê um exemplo para cada verdadeira e corrija cada falsa.

a) Dividir por 0,5 equivale a multiplicar por 2.

b) Para resolver uma multiplicação por 5, pode-se multiplicar por 10 e, em seguida, dividir por 2.

c) Multiplicar por $\frac{3}{4}$ equivale a dividir por 0,75. **51. c)** Falsa, pois multiplicar por $\frac{3}{4}$ equivale a multiplicar por 0,75.

52 **(Obmep)** A professora Luísa observou que o número de meninas de sua turma dividido pelo número de meninos dessa mesma turma é 0,48. Qual é o menor número possível de alunos dessa turma?

a) 24
b) 37
c) 40
d) 45
e) 48

52. alternativa **b**

51. a) Exemplo de resposta: $\frac{3}{0{,}5} = 3 \cdot 2 = 6$

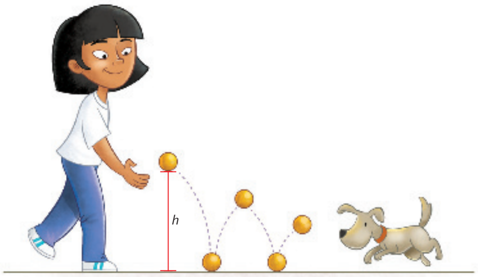
51. b) Exemplo de resposta: $4 \cdot 5 = 4 \cdot \left(\frac{10}{2}\right) = \frac{40}{2} = 20$

6 Potenciação de números racionais

Floc não consegue pegar a bolinha que sua dona deixa cair de uma medida de altura *h*. Cada vez que a bola toca o chão, ela sobe até $\frac{3}{5}$ da medida da altura anterior. Que fração da medida da altura inicial (*h*) a bolinha de Floc atingirá após bater pela terceira vez no chão? Escreva essa fração da medida da altura na forma de potência.

Para resolver o problema, vamos verificar passo a passo as medidas das alturas que a bolinha atinge.

- Inicial: *h*
- Após a 1ª batida no chão:
  $\frac{3}{5}$ de h ou $\frac{3}{5}h$
- Após a 2ª batida no chão:
  $\frac{3}{5}$ de $\frac{3}{5}h$ ou $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}h = \left(\frac{3}{5}\right)^2 h$
- Após a 3ª batida no chão:
  $\frac{3}{5}$ de $\left(\frac{3}{5}\right)^2 h$ ou $\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 h = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}h = \left(\frac{3}{5}\right)^3 h$



GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.
(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Após a terceira vez que bater no chão, a bolinha atingirá $\left(\frac{3}{5}\right)^3$ ou $\frac{27}{125}$ da medida da altura inicial.

Nessa situação, foi possível recordar que a potenciação é uma multiplicação de fatores iguais.

Assim, para um número racional *a* com expoente natural *n* maior que 1, definimos:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ fatores}}$$

Considere mais alguns exemplos de potências de números racionais.

a) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{32}$

b) $\left(+\frac{2}{5}\right)^3 = \left(+\frac{2}{5}\right) \cdot \left(+\frac{2}{5}\right) \cdot \left(+\frac{2}{5}\right) = +\frac{8}{125}$

c) $(-0,4)^4 = (-0,4) \cdot (-0,4) \cdot (-0,4) \cdot (-0,4) = +0,0256$

d) $(-1,2)^2 = (-1,2) \cdot (-1,2) = +1,44$

Observações

1. Para todo número racional *a* com expoente 1, temos: $a^1 = a$
Alguns exemplos:

a) $\left(-\frac{7}{4}\right)^1 = -\frac{7}{4}$ **b)** $\left(\frac{2}{5}\right)^1 = \frac{2}{5}$ **c)** $(-0,32)^1 = -0,32$

2. Para todo número racional *a* não nulo, com expoente igual a zero, temos: $a^0 = 1$
Alguns exemplos:

a) $\left(+\frac{2}{3}\right)^0 = 1$ **b)** $\left(-\frac{4}{5}\right)^0 = 1$ **c)** $(-0,47)^0 = 1$

Atividades

Faça as atividades no caderno.

53 Calcule as potências.

a) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4$ **53. a)** $\frac{1}{81}$

b) $(0,01)^2$ **53. b)** 0,0001

c) $\left(-\frac{17}{20}\right)^0$ **53. c)** 1

d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$ **53. d)** $\frac{1}{16}$

e) $(1,2)^2$ **53. e)** 1,44

f) $-0,5^1$ **53. f)** –0,5

54 Sabe-se que a medida da área do quadrado é dada pelo quadrado da medida de comprimento do lado.

a) Qual é a medida da área de um quadrado cujos lados medem 4,2 cm de comprimento? **54. a)** 17,64 cm²

b) Qual é a medida da área de um quadrado cujo comprimento dos lados mede *m*? **54. b)** m^2

55 Sabendo que $a = \frac{1}{2}$ e $b = \frac{3}{4}$, calcule:

a) $a^2 + b^2$ **55. a)** $\frac{13}{16}$

b) $(a + b)^2$ **55. b)** $\frac{25}{16}$

56 A população de um tipo de bactéria aumenta 10% a cada semana, ou seja, corresponde a $\frac{110}{100}$ ou $\frac{11}{10}$ da população da semana anterior.

KATERYNA KON/SHUTTERSTOCK

Ilustração em 3D, em cores fantasia, de bactérias *lactobacilos* (ampliação de 15 000 vezes). Algumas dessas bactérias são utilizadas na fabricação de produtos lácteos, como o iogurte.

- A **atividade 54** estabelece conexão entre os assuntos potência, radiciação, figura geométrica e área. Seria interessante revisar o cálculo da medida da área de um quadrado, antes de solicitar aos estudantes que a resolvam. Essa atividade pode servir de introdução ao assunto do tópico "Raiz quadrada de números racionais".
- Para ampliar a abordagem da **atividade 56**, solicite aos estudantes que pesquisem a taxa de crescimento de bactérias.

Raiz quadrada de números racionais

BNCC:

Habilidade EF07MA12.

Objetivo:

Calcular raiz quadrada de números racionais não negativos.

Justificativa

Possibilita aos estudantes ampliar o que já estudaram a respeito dessa operação, e resolver e elaborar problemas que envolvam essa operação, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade **EF07MA12**.

Mapeando conhecimentos

Proponha aos estudantes que calculem raízes quadradas de números racionais não negativos. Observe como procedem e as dificuldades apresentadas.

Para as aulas iniciais

Solicite que resolvam alguns problemas que demandem o cálculo de raízes quadradas de números racionais não negativos. Incentive-os a dialogar. Depois, reserve um momento para que expliquem como fizeram. Amplie essa proposta solicitando a eles que elaborem problemas cuja solução necessite do cálculo de raízes quadradas de números racionais não negativos.

Explore com os estudantes algumas características da raiz quadrada de números racionais. Mostre que a raiz quadrada de um número inteiro positivo sempre será um número menor ou igual a ele, e que nem sempre isso ocorre com um número racional.

Por exemplo: $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ ou $\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$

Comente que, assim como para os números inteiros, a raiz quadrada de números racionais é única e não negativa. Então, embora $(-0{,}4)^2 = 0{,}16$ e $(+0{,}4)^2 = 0{,}16$, apenas o $+0{,}4$ é considerado raiz quadrada de 0,16.

Se um biólogo contou 2 000 bactérias em uma colônia, quantos indivíduos terá essa população após três semanas da contagem? **56.** 2 662 indivíduos

57 **(OBM)** Podemos afirmar que $0{,}1^2 + 0{,}2^2$ é igual a: **57.** alternativa **a**

a) $\frac{1}{20}$ **b)** $\frac{1}{10}$ **c)** $\frac{1}{5}$ **d)** $\frac{1}{4}$ **e)** $\frac{1}{2}$

7 Raiz quadrada de números racionais

Observe as situações a seguir.

Situação 1

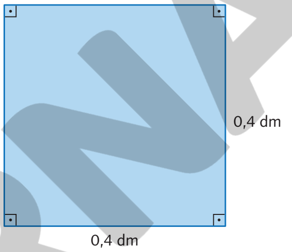
Um quadrado tem 0,4 dm de medida de comprimento do lado.

Calculando a medida da área desse quadrado, temos:

$$0{,}4\ \text{dm} \cdot 0{,}4\ \text{dm} = (0{,}4 \cdot 0{,}4)\ \text{dm}^2 = 0{,}16\ \text{dm}^2$$

O número racional 0,16 é um **quadrado perfeito** e 0,4 é a **raiz quadrada** desse número.

Chamamos de quadrados perfeitos os números racionais que podem ser escritos como potência de base racional e expoente 2.



Então: $(0{,}4)^2 = 0{,}16$

A raiz quadrada de um quadrado perfeito é o número racional **não negativo** cujo quadrado é igual ao número dado.

Então: $\sqrt{0{,}16} = 0{,}4$, pois $(0{,}4)^2 = 0{,}16$.

Situação 2

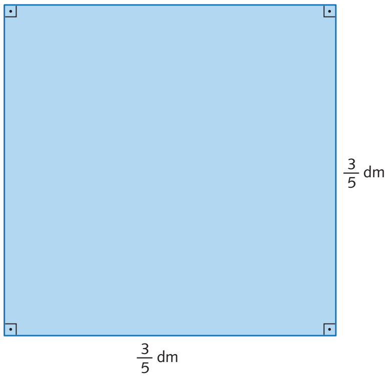
Um quadrado tem $\frac{3}{5}$ dm de medida de comprimento do lado.

Calculando a medida da área desse quadrado, temos:

$$\frac{3}{5}\ \text{dm} \cdot \frac{3}{5}\ \text{dm} = \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}\right) \text{dm}^2 = \frac{9}{25}\ \text{dm}^2$$

O número racional $\frac{9}{25}$ é um quadrado perfeito e $\frac{3}{5}$ é a raiz quadrada desse número.

Ou seja: $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$



ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Observe outros exemplos:

a) $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$, pois $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$.

b) $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$, pois $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$.

c) $\sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{5}{8}$, pois $\left(\frac{5}{8}\right)^2 = \frac{25}{64}$.

d) $\sqrt{0,04} = 0,2$, pois $(0,2)^2 = 0,04$.

e) $\sqrt{0,36} = 0,6$, pois $(0,6)^2 = 0,36$.

f) $\sqrt{0,49} = 0,7$, pois $(0,7)^2 = 0,49$.

Observações

1. A raiz quadrada de números racionais negativos não é um número racional, porque não existe um número racional que, elevado ao expoente 2, resulte em um número negativo.

Por exemplo, $\sqrt{-\frac{1}{25}}$ não é um número racional, pois não existe número racional que, multiplicado por ele mesmo, resulte em $-\frac{1}{25}$.

Note que:

a) $-\sqrt{\frac{1}{64}}$ é um número racional

$$-\sqrt{\frac{1}{64}} = -\frac{1}{8}$$

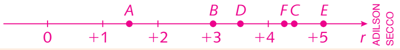
b) $-\sqrt{0,25}$ é um número racional

$$-\sqrt{0,25} = -\sqrt{\frac{25}{100}} = -\frac{5}{10} = -0,5$$

2. A raiz quadrada de um número que não é um quadrado perfeito não é um número racional.

- $\sqrt{2,5}$ não é um número racional, pois 2,5 não é um quadrado perfeito.
- $\sqrt{\frac{36}{47}}$ não é um número racional, pois $\frac{36}{47}$ não é um quadrado perfeito.

60.



Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Atividades

58. e) Essa raiz quadrada não está definida no conjunto dos números racionais.

Faça as atividades no caderno.

58 Calcule, se possível, as raízes quadradas.

a) $\sqrt{\frac{100}{9}}$ **58. a)** $\frac{10}{3}$

b) $\sqrt{1,96}$ **58. b)** 1,4

c) $-\sqrt{0,01}$ **58. c)** –0,1

d) $\sqrt{6,25}$ **58. d)** 2,5

e) $\sqrt{\frac{-81}{64}}$

f) $\sqrt{144}$ **58. f)** 12

59 Qual é o valor das expressões?

a) $\sqrt{\frac{4}{25}} - \sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt{\frac{9}{25}} - \sqrt{\frac{4}{9}}$ **59. a)** 0

b) $\sqrt{\frac{25}{16}} - \sqrt{\frac{36}{81}} - \left(-\sqrt{\frac{49}{100}}\right) + \sqrt{\frac{4}{9}}$ **59.b)** $\frac{351}{180} = \frac{39}{20}$

60 Junte-se a um colega e desenhem no caderno uma reta numérica, localizando os números racionais $A = \sqrt{2,25}$; $B = \sqrt{9}$; $C = \sqrt{20,25}$; $D = \sqrt{12,25}$; $E = \sqrt{25}$; $F = \sqrt{18,49}$.

61 Identifique os números racionais que não têm raiz quadrada exata. **61.** alternativas **c**, **e**

a) 81

b) $\frac{1}{144}$

c) $\frac{13}{17}$

d) $\frac{1}{64}$

e) $\frac{14}{18}$

f) $\frac{169}{225}$

62 Responda às questões.

a) Um quadrado tem medida de área igual a 23,04 m^2. Qual é a medida do comprimento do lado desse quadrado? **62. a)** 4,8 m

b) Qual é o número maior: $\sqrt{40}$ ou 6,3? **62. b)** $\sqrt{40}$

c) O número 5 não tem raiz exata. Converse com um colega e respondam: Entre quais números inteiros $\sqrt{5}$ está localizado na reta numérica? **62. c)** 2 e 3

Solicite aos estudantes que utilizem uma calculadora para obter as raízes quadradas da segunda observação e que verifiquem a afirmação: “A raiz quadrada de um número que não é quadrado perfeito não é um número racional.”

Muitos estudantes, por apresentar dificuldades no algoritmo da radiciação, costumam recorrer à calculadora a fim de agilizar os cálculos. Para minimizar essa situação, se achar oportuno, apresente a técnica de decomposição em fatores primos. Por exemplo, vamos determinar a raiz quadrada do número $\frac{25}{196}$.

$$\sqrt{\frac{25}{196}} = \sqrt{\frac{5^2}{2^2 \cdot 7^2}} =$$
$$= \frac{5}{2 \cdot 7} = \frac{5}{14}$$

Esse raciocínio pode ser empregado, por exemplo, nos cálculos da **atividade 60**:

$$A = \sqrt{2,25} = \sqrt{\frac{225}{100}} =$$
$$= \sqrt{\frac{3^2 \cdot \cancel{5}^2}{2^2 \cdot \cancel{5}^2}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1,5$$
$$C = \sqrt{20,25} = \sqrt{\frac{2025}{100}} =$$
$$= \sqrt{\frac{3^4 \cdot \cancel{5}^2}{2^2 \cdot \cancel{5}^2}} = \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2} = 4,5$$
$$D = \sqrt{12,25} = \frac{1225}{100} =$$
$$= \sqrt{\frac{\cancel{5}^2 \cdot 7^2}{2^2 \cdot \cancel{5}^2}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} = 3,5$$
$$F = \sqrt{18,49} = \sqrt{\frac{1849}{100}} =$$
$$= \sqrt{\frac{43^2}{10^2}} = \frac{43}{10} = 4,3$$

Expressões numéricas com números racionais

Se achar necessário, retome, mais uma vez, as regras utilizadas para a resolução de expressões numéricas.

- Na **atividade 68**, oriente os estudantes a elaborar expressões mais simples, respeitando as ordens das operações. Só então, se for o caso, introduza os parênteses, os colchetes e as chaves, explicando que esses símbolos tornam as expressões mais complexas.

63 A sala da casa de Ronaldo tem o formato de um quadrado com medida de área igual a 24 m². Calcule, por meio de tentativa, a medida aproximada do comprimento do lado dessa sala, sabendo que ela se situa entre 4 m e 5 m. **63.** aproximadamente 4,9 m

GUILHERME CASAGRANDI/ ARQUIVO DA EDITORA

64 Utilizando uma calculadora, mas sem usar a tecla [√], determine a raiz quadrada de 15 129. Registre no caderno suas tentativas. **64.** 123

Expressões numéricas com números racionais

Na resolução de expressões numéricas envolvendo números racionais, valem os mesmos procedimentos utilizados nas expressões com números inteiros. Observe os exemplos:

a) $\left(\dfrac{\frac{7}{5}}{\frac{14}{4}} - 0,15\right) : (1 - 3 \cdot 0,4) =$

$= \left(\dfrac{7}{5} : \dfrac{14}{4} - 0,15\right) : (1 - 1,2) =$

$= \left(\dfrac{\overset{1}{\cancel{7}}}{5} \cdot \dfrac{4}{\underset{2}{\cancel{14}}} - 0,15\right) : (-0,2) =$

$= \left(\dfrac{4}{10} - 0,15\right) : (-0,2) =$

$= (0,4 - 0,15) : (-0,2) =$

$= (+0,25) : (-0,2) =$

$= -1,25$

b) $\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2 - \sqrt{\dfrac{1}{16}} \cdot \left[\dfrac{3}{4} - \left(-2 + \dfrac{3}{2}\right)^2\right] =$

$= \dfrac{1}{9} - \dfrac{1}{4} \cdot \left[\dfrac{3}{4} - \left(-\dfrac{2}{1} + \dfrac{3}{2}\right)^2\right] =$

$= \dfrac{1}{9} - \dfrac{1}{4} \cdot \left[\dfrac{3}{4} - \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2\right] =$

$= \dfrac{1}{9} - \dfrac{1}{4} \cdot \left[\dfrac{3}{4} - \left(+\dfrac{1}{4}\right)\right] =$

$= \dfrac{1}{9} - \dfrac{1}{4} \cdot \left[\dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{4}\right] =$

$= \dfrac{1}{9} - \dfrac{1}{\underset{2}{\cancel{4}}} \cdot \dfrac{\overset{1}{\cancel{2}}}{4} =$

$= \dfrac{1}{9} - \dfrac{1}{8} =$

$= \dfrac{8}{72} - \dfrac{9}{72} = -\dfrac{1}{72}$

EDUARDO FRANCISCO/ ARQUIVO DA EDITORA

Atividades

Faça as atividades no caderno.

65 Calcule o valor numérico de cada expressão.

a) $\left(-2 - \dfrac{2}{5}\right) \cdot \left(-\dfrac{3}{4}\right)^2$ **65. a)** $-\dfrac{27}{20}$

b) $1 - \left(\dfrac{1}{3}\right)^3 : \left(\dfrac{1}{2} - 1\right)^2$ **65. b)** $\dfrac{23}{27}$

c) $\left(5 - \dfrac{1}{2}\right)^2 : \left(\dfrac{1}{2} - 2\right)^3$ **65. c)** -6

d) $\dfrac{3 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{2}{5}}$ **65. d)** $\dfrac{55}{28}$

66 Calcule o valor da expressão a seguir.

$\left(\dfrac{2}{5}\right)^0 \cdot (0,01)^2 \cdot \sqrt{0,25}$ **66.** 0,00005

67 Calcule o valor numérico das expressões.

a) $2x - 9y$, sendo: $x = -\dfrac{1}{4}$ e $y = -\dfrac{1}{3}$ **67. a)** $\dfrac{5}{2}$

b) $2x^2 - 4y + 8$, sendo: $x = \dfrac{1}{2^2}$ e $y = \dfrac{1}{2^3}$ **67. b)** $\dfrac{61}{8}$

c) $y^2 + 7x$, sendo: $x = \left(\dfrac{2}{5}\right)^2$ e $y = \dfrac{1}{3}$ **67. c)** $\dfrac{277}{225}$

d) $4x^3 + 3y^2$, sendo: $x = \dfrac{1}{2}$ e $y = \dfrac{4}{3}$ **67. d)** $\dfrac{35}{6}$

68 Junte-se a um colega. Cada um deve elaborar um problema em que seja preciso montar uma expressão numérica para resolvê-lo. Em seguida, troque de problema com o colega para que um resolva a situação criada pelo outro. Por fim, corrijam os problemas. **68.** Resposta pessoal.

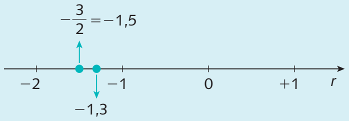
Revisão dos conteúdos deste capítulo

Faça as atividades no caderno.

Os números racionais

$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b}, \text{ sendo } a \text{ e } b \text{ números inteiros e } b \neq 0\right\}$

Representação dos números racionais na reta numérica



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

1. Escreva no caderno os números racionais a seguir na forma decimal.

a) $-\frac{5}{4}$ **1. a)** –1,25

b) $\frac{8}{100}$ **1. b)** +0,08

c) $\frac{15}{50}$ **1. c)** +0,3

d) $-\frac{32}{200}$ **1. d)** –0,16

e) $-\frac{12}{300}$ **1. e)** –0,04

f) $\frac{350}{1\,000}$ **1. f)** +0,35

2. Escreva no caderno os números racionais a seguir na forma de fração.

a) +8,1 **2. a)** $+\frac{81}{100}$

b) –3,58 **2. b)** $-\frac{358}{100}$

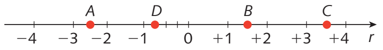
c) –0,12 **2. c)** $-\frac{12}{100}$

d) +10,5 **2. d)** $+\frac{105}{10}$

e) –0,97 **2. e)** $-\frac{97}{100}$

f) +1,65 **2. f)** $+\frac{165}{100}$

3. Observe a reta numérica abaixo e, depois, responda às questões.



GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

a) Que ponto corresponde ao número $+3\frac{1}{2}$? **3. a)** *C*

b) Qual é o número que corresponde ao ponto *A*? **3. b)** –2,5

c) Qual é o número que corresponde ao ponto *B*? **3. c)** 1,5

d) Qual é o ponto que corresponde ao número $-\frac{3}{4}$? **3. d)** *D*

4. No caderno, trace uma reta numérica e localize:

a) o ponto *A*, que corresponde a +0,8;

b) o ponto *B*, que corresponde a $+\frac{8}{3}$;

c) o ponto *C*, que corresponde a –2,25;

d) o ponto *D*, que corresponde a $-\frac{1}{2}$.

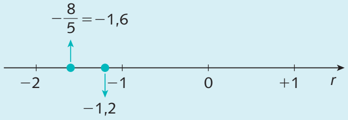
4.

GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Comparação de números racionais

Dados dois números racionais quaisquer, o menor deles estará sempre representado por um ponto à esquerda do ponto que representa o maior na reta numérica.

Comparação dos números –1,2 e $-\frac{8}{5}$.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Observe que –1,6 < –1,2; então, $-\frac{8}{5} < -1,2$.

5. $-\frac{5}{2} < -\frac{6}{5} < -0,3 < +\frac{4}{10} < +\frac{3}{2}$

5. Utilizando o sinal <, escreva em ordem crescente os números racionais a seguir.

$$+\frac{4}{10};\ +\frac{3}{2};\ -0,3;\ -\frac{5}{2};\ -\frac{6}{5}$$

6. Com auxílio de uma reta numérica, escreva os números racionais a seguir em ordem decrescente. Utilize o sinal >. **6.** $+\frac{12}{5} > +2 > +\frac{8}{5} > -\frac{7}{10} > -\frac{9}{5}$

$$+2,\ +\frac{12}{5},\ -\frac{9}{5},\ -\frac{7}{10},\ +\frac{8}{5}$$

7. Usando os sinais > ou <, no caderno, complete as comparações entre cada par de números racionais a seguir.

a) –8,5 ■ –12,7 **7. a)** >

b) $\frac{3}{8}$ ■ $-\frac{1}{2}$ **7. b)** >

c) $-\frac{7}{20}$ ■ 0 **7. c)** <

d) +4,7 ■ –4,7 **7. d)** >

e) $\frac{1}{5}$ ■ 0,1 **7. e)** >

f) $-\frac{5}{9}$ ■ –0,4 **7. f)** <

Adição e subtração com números racionais

Alguns exemplos:

$$\left(+\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) = +\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = +\frac{1}{4}$$

$$(-0,75) - (+0,25) = -0,75 - 0,25 = -1$$

8. Efetue as operações.

a) $\left(+\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right)$ **8. a)** $+\frac{7}{20}$

b) $\left(+\frac{3}{7}\right) - \left(+\frac{4}{5}\right)$ **8. b)** $-\frac{13}{35}$

c) (+7,9) – (+11,5) **8. c)** –3,6

d) (–5,78) – (–3,29) **8. d)** –2,49

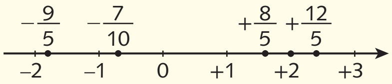
Revisão dos conteúdos deste capítulo

Os números racionais

- A **atividade 1** solicita aos estudantes que escrevam alguns números racionais na forma decimal. Você pode orientá-los a primeiro determinar frações equivalentes que tenham o denominador igual a 10, 100 ou 1 000 para, depois, escrever os números na forma decimal.
- Na **atividade 2**, oriente os estudantes, em cada item, a observar a quantidade de casas decimais após a vírgula. Essa quantidade está associada à quantidade de zeros do denominador da fração correspondente.
- Se julgar pertinente, reproduza a reta numérica da **atividade 3** na lousa e faça a atividade coletivamente.
- Na **atividade 4**, é importante que os estudantes determinem uma unidade conveniente para a reta numérica que vão traçar. Por exemplo, se considerarem que a unidade mede 1 cm, o ponto *A* vai estar a 0,8 cm do ponto que corresponde ao número 0, o ponto *B* a, aproximadamente 2,7 cm e assim por diante.

Comparação de números racionais

- Na **atividade 5**, proponha aos estudantes que avaliem os sinais e identifiquem os números racionais negativos ou positivos. Depois, oriente-os a identificar os números racionais que são menores ou maiores que um inteiro. Você pode também pedir para que representem os números da atividade em uma reta numérica.
- Na **atividade 6**, espera-se que os estudantes representem uma reta numérica como a da referência a seguir:



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

- Na **atividade 7**, é importante que os estudantes se atentem aos sinais dos números. Caso tenham dificuldades nos **itens e** e **f**, oriente-os a escrever ambos os números na forma de fração ou na forma decimal. Eles também podem recorrer à reta numérica.

Adição e subtração com números racionais

- Na **atividade 8**, solicite aos estudantes que estimem o sinal do resultado antes de adicionarem ou subtraírem os números racionais. Isso pode auxiliá-los a perceber se cometeram algum equívoco ao efetuar os cálculos. Reserve um momento para corrigir a atividade coletivamente.

- Se os estudantes tiverem dificuldades para fazer a **atividade 10**, oriente-os a fazer um esquema para ilustrar a situação.
- Na **atividade 11**, espera-se que os estudantes reconheçam que precisam calcular o valor da expressão numérica $1-\left(\frac{3}{8}+\frac{4}{7}\right)$ para resolver o problema proposto.

Multiplicação com números racionais

- Na **atividade 12**, solicite aos estudantes que estimem o sinal do resultado antes de multiplicarem os números racionais.
- Na **atividade 13**, espera-se que os estudantes reconheçam que devem calcular $2{,}3 \cdot 49{,}5$ para resolver o problema. Deixe-os à vontade para utilizar a estratégia que julgarem pertinente para fazer esse cálculo. Depois, incentive-os a compartilhá-la com a turma.
- A **atividade 14** envolve o cálculo de medida de área de uma região retangular. Espera-se que os estudantes percebam que devem multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura para resolver o problema. Você pode ampliar a proposta e pedir para reescreverem o problema alterando um ou mais dados e, em seguida, trocar o problema modificado com um colega para resolvê-lo.

Divisão com números racionais

- Na **atividade 15**, solicite aos estudantes que estimem o sinal do resultado antes de dividirem os números racionais.
- Na **atividade 16**, espera-se que os estudantes percebam que a informação de que Mário acertou 15 dos 20 saques é equivalente a dizer que ele acertou 75% dos saques, pois:

$$\frac{15}{20}=\frac{75}{100}=75\%$$

Portanto, Mário sacou melhor que Carlos.

- Na **atividade 17**, espera-se que os estudantes primeiro representem 0,125 na forma de fração:

$$0{,}125=\frac{125}{1000}=\frac{1}{8}$$

Em seguida, eles podem argumentar que ao dividir um número por uma fração, devemos multiplicar esse número pelo inverso da fração. Nesse caso, dividir um número por $\frac{1}{8}$ é o mesmo que multiplicar por 8.

- Na **atividade 18**, caso seja necessário, relembre a ordem em que as operações devem ser efetuadas em uma expressão numérica.

Potenciação de números racionais

- Na **atividade 19**, incentive os estudantes a determinarem os sinais das potências antes de efetuarem os cálculos.
- Observe a estratégia empregada pelos estudantes para fazer a **atividade 20**. Eles podem fazer os cálculos indicados entre parênteses e, depois, elevar o resultado ao expoente ou aplicar a ideia de multiplicação de fatores acompanhada da propriedade distributiva. Incentive a troca de ideias e o compartilhamento de estratégias.

17. sim; considerando que ■ representa um número racional, temos: $\blacksquare : \frac{125}{1\,000} = \blacksquare \cdot \frac{1\,000}{125} = \blacksquare \cdot 8$

9. Calcule o valor de cada expressão.

a) $\frac{1}{2}-\frac{1}{5}+\frac{5}{8}$ **9. a)** $\frac{37}{40}$

b) $-0{,}05+1{,}4+0{,}25$ **9. b)** 1,6

10. Um mergulhador saiu de uma medida de profundidade de 20,6 m para chegar à de 27,5 m. Nesse caso, ele desceu ou subiu? Quantos metros? **10.** desceu; 6,9 m

11. Jorge e André vão pintar o muro do quintal da casa deles. Jorge já pintou $\frac{3}{8}$ do muro e André pintou $\frac{4}{7}$. Qual fração representa a parte do muro que ainda falta pintar? **11.** $\frac{3}{56}$

Multiplicação com números racionais

Alguns exemplos:

$$\left(+\frac{4}{5}\right)\cdot\left(-\frac{6}{7}\right)=-\frac{24}{35}$$

$$(-1{,}5)\cdot(-2{,}4)=+3{,}6$$

12. Efetue as multiplicações.

a) $\left(+\frac{7}{8}\right)\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)$ **12. a)** $-\frac{7}{10}$

b) $\left(-\frac{9}{15}\right)\cdot\left(-\frac{30}{18}\right)$ **12. b)** 1

c) $\left(-\frac{100}{99}\right)\cdot 1$ **12. c)** $-\frac{100}{99}$

d) $\left(+\frac{4}{9}\right)\cdot\left(-\frac{27}{28}\right)$ **12. d)** $-\frac{3}{7}$

13. No açougue, Mariana comprou 2,3 quilogramas de carne bovina. Se cada quilograma custa R$ 49,50, quantos reais ela gastou? **13.** R$ 113,85

14. Rogério vai reformar o piso da cozinha da casa dele. A cozinha tem formato retangular medindo 6,8 m de comprimento e 5,4 m de largura. Quantos metros quadrados tem o piso dessa cozinha? **14.** 36,72 m²

Divisão com números racionais

Alguns exemplos:

$$\left(+\frac{7}{12}\right):(+5)=\left(+\frac{7}{12}\right)\cdot\left(+\frac{1}{5}\right)=+\frac{7}{60}$$

$$\left(-\frac{4}{7}\right):\left(-\frac{4}{5}\right)=\left(-\frac{4}{7}\right)\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)=+\frac{5}{7}$$

15. Efetue as divisões.

a) $(-150):(+1{,}5)$ **15. a)** -100

b) $\left(-\frac{32}{35}\right):(-8)$ **15. b)** $+\frac{4}{35}$

c) $(+25{,}6):(-2{,}5)$ **15. c)** $-10{,}24$

d) $\left(-\frac{5}{12}\right):\left(-\frac{4}{9}\right)$ **15. d)** $+\frac{15}{16}$

16. Mário e Carlos terminaram uma partida de tênis. Mário acertou 15 dos 20 saques. Carlos acertou 72% dos saques. Quem sacou melhor? Que porcentagem dos saques efetuados por Mário representa seus acertos? **16.** Mário; 75%

17. Podemos afirmar que dividir por 0,125 é o mesmo que multiplicar por 8? Justifique sua resposta.

18. Calcule o valor numérico das expressões.

a) $(-0{,}3)\cdot\frac{1}{10}+5{,}4-\frac{13}{20}$ **18. a)** $\frac{118}{25}$

b) $\left(\frac{5}{8}+\frac{5}{4}+\frac{5}{2}\right):\left(-\frac{5}{8}\right)$ **18. b)** -7

c) $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot(0{,}2)-\frac{1}{2}\right]+\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot(-0{,}5)$ **18. c)** $-\frac{11}{20}$

Potenciação de números racionais

Para um número racional *a* com expoente natural *n* maior que 1, definimos:

$$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot \ldots \cdot a}_{n\text{ fatores}}$$

19. Calcule as potências.

a) $\left(-\frac{1}{4}\right)^4$ **19. a)** $\frac{1}{256}$

b) $(0{,}5)^3$ **19. b)** 0,125

c) $(1{,}4)^0$ **19. c)** 1

d) $\left(\frac{1}{10}\right)^4$ **19. d)** $\frac{1}{10\,000}$

20. Calcule.

a) $\left(1-\frac{2}{5}\right)^2$ **20. a)** $\frac{9}{25}$

b) $\left(-\frac{1}{5}+1\right)^4$ **20. b)** $\frac{256}{625}$

c) $\left(0{,}3-\frac{1}{2}\right)^3$ **20. c)** $-0{,}008$

d) $(9{,}93-9{,}92)^3$ **20. d)** 0,000001

Raiz quadrada de números racionais

A **raiz quadrada** de um número racional *a* não negativo é um número racional não negativo que, elevado ao quadrado, resulta em *a*.

21. Calcule, se possível, as raízes quadradas.

a) $\sqrt{\frac{25}{81}}$ **21. a)** $\frac{5}{9}$

b) $\sqrt{3{,}24}$ **21. b)** 1,8

c) $\sqrt{-\frac{4}{25}}$

d) $-\sqrt{0{,}04}$ **21. d)** $-0{,}2$

22. Qual é a medida do perímetro de um terreno quadrado cuja área mede 806,56 m²? **22.** 113,6 m

21. c) Não é um número racional, porque não existe um número racional que, elevado ao expoente 2, resulte em um número negativo.

Raiz quadrada de números racionais

- É possível que alguns estudantes concluam, erroneamente, que o resultado da raiz do **item c** da **atividade 21** é igual a $\frac{2}{5}$ ou $-\frac{2}{5}$. Caso isso ocorra, enfatize que a raiz quadrada de números racionais negativos não é um número racional, porque não existe um número racional que, elevado ao expoente 2, resulte em um número negativo.
- Para fazer a **atividade 22**, espera-se que os estudantes primeiro determinem a medida do comprimento do lado do terreno, calculando $\sqrt{806{,}56}$. Depois, eles devem multiplicar essa medida por 4 para obter a medida do perímetro.

Capítulo

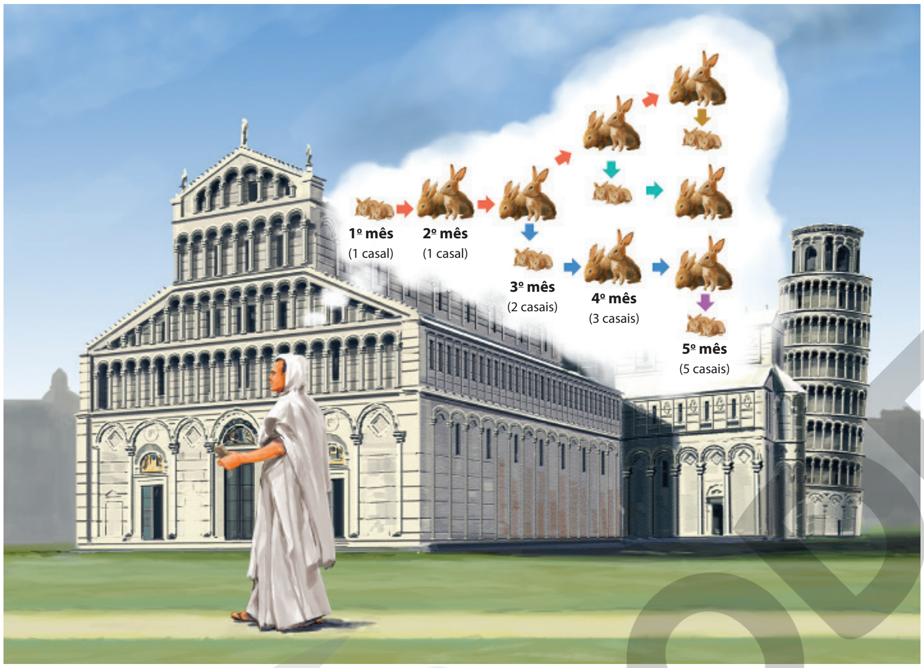
6

Linguagem algébrica e regularidades

Trocando ideias

A sequência de Fibonacci tem origem em um problema proposto pelo matemático Leonardo de Pisa, conhecido como Fibonacci, no livro *Liber abaci*, de 1202, sobre o crescimento de uma população de coelhos. Observe esta sequência:

(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...)



CARLOS BOURDIEL/ARQUIVO DA EDITORA

Ilustração artística, em cores-fantasia, que representa Fibonacci caminhando próximo à catedral de Pisa, na Itália, pensando a respeito do problema dos coelhos.

Trocando ideias: primeiro item: 21; 34; segundo item: resposta pessoal.

O problema que originou a sequência foi o seguinte: "Supondo que um casal de coelhos só se reproduzirá pela primeira vez depois de 2 meses do seu nascimento e gerará um casal de filhotes por mês, quantos casais vão existir ao final de 12 meses?".

- Qual é o próximo número dessa sequência? E o número depois dele? Escreva em seu caderno.
- Explique para os colegas como você descobriu os números acima.

Neste capítulo, vamos estudar a linguagem algébrica e as sequências numéricas.

CAPÍTULO 6 – LINGUAGEM ALGÉBRICA E REGULARIDADES

Trocando ideias

BNCC:

- Competências gerais 1, 2 e 9 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 2 e 8 (as descrições estão página VII).

Objetivos:

- Verificar se os estudantes determinam os termos seguintes de uma sequência numérica recursiva.
- Introduzir a sequência de Fibonacci.

O tema deste *Trocando ideias* é a sequência de Fibonacci e o problema que a originou. Dessa forma, os estudantes são colocados diante de uma situação em que devem valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos, o que favorece o desenvolvimento da competência geral **1** da BNCC. Dê um tempo para que analisem a sequência, a imagem e o problema que a originou. Depois, peça que expliquem o que entenderam. Espera-se que eles compreendam que, nessa sequência, o termo seguinte é obtido adicionando-se os dois termos imediatamente anteriores, com exceção dos dois primeiros:

$2 = 1 + 1$;
$3 = 1 + 2$;
$5 = 2 + 3$;
$8 = 3 + 5$; e assim por diante.

Dessa forma, espera-se que, nas questões do primeiro item, eles tenham efetuado os seguintes cálculos:

$21 = 8 + 13$
$34 = 13 + 21$

Deixe-os à vontade para explicar como pensaram. Se achar conveniente, proponha que determinem outros termos dessa sequência. Momentos como esse, que exercitam a curiosidade e incentivam a investigação, contribuem para o desenvolvimento da competência geral **2** e da competência específica **2** da BNCC. Os momentos de compartilhamento de estratégias, por sua vez, contribuem para o desenvolvimento da competência geral **9** e da competência específica **8**.

Expressões algébricas

BNCC:

Habilidade EF07MA13.

Objetivos:

- Reconhecer expressões algébricas.
- Compreender a ideia de variável.
- Construir estratégias de cálculo algébrico.

Justificativa

Reconhecer expressões algébricas é importante para que os estudantes percebam que é possível traduzir problemas e generalizar propriedades por meio delas.

A compreensão da ideia de variável favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA13** e é um passo importante para o entendimento da diferença entre variável e incógnita. Em uma equação, temos a letra representando uma incógnita, isto é, representando um valor desconhecido temporariamente e que se torna conhecido assim que a equação é resolvida. Nas expressões algébricas, as letras representam variáveis, pois podem assumir diferentes valores.

A construção de estratégias de cálculo algébrico amplia os estudos sobre operações matemáticas e suas propriedades.

Mapeando conhecimentos

Proponha aos estudantes que representem matematicamente expressões como: "o triplo de um número", "o dobro de um número mais 2", "a quarta parte de um número", "a quinta parte de um número subtraída do seu dobro" etc. Observe se eles sentem a necessidade de representar o número desconhecido por uma letra qualquer. Caso alguns deles tenham escrito expressões algébricas, proponha as seguintes questões: "Que valores a letra de cada uma dessas expressões pode assumir? Por quê? Qual é o valor dessa expressão se a letra for substituída por 1?".

Para as aulas iniciais

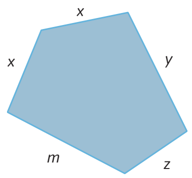
Na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores*, retoma-se o conceito de sentença matemática. Faça a leitura dessa revisão com a turma e peça que façam as **atividades 45** e **46**.

Retome as expressões da dinâmica inicial e mostre aos estudantes como representá-las por meio de expressões algébricas. Aproveite a oportunidade para definir expressões algébricas e o conceito de variável. Em seguida, proponha que calculem o valor das expressões para alguns valores de variável que você vai preestabelecer.

1 Expressões algébricas

Neste polígono, as medidas de comprimento dos lados foram indicadas por *x*, *y*, *z* e *m*. Podemos representar a medida do perímetro desse polígono pela expressão:

$$x + x + y + z + m$$



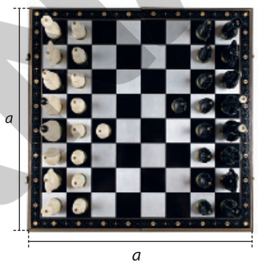
GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Uma expressão matemática formada por números e letras ou somente por letras é chamada de **expressão algébrica**.

Veja como podemos representar algumas situações utilizando expressões algébricas.

Situação 1

O tabuleiro de xadrez tem o formato de um quadrado, dividido em 64 quadradinhos menores. Nesta figura, a medida de comprimento dos lados do tabuleiro está indicada pela letra *a*.



O xadrez é um jogo de tabuleiro para duas pessoas. Pode ser jogado tanto por lazer quanto em competições.

ZAGURSKY/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

A medida da área desse tabuleiro pode ser representada pela seguinte expressão algébrica:

$$a \cdot a \text{ ou } a^2$$

Situação 2

Um quintal de formato retangular tem lados de medidas *b* e *c* de comprimento. Em seu interior, há uma região gramada de formato quadrado com lados cujo comprimento mede *a*, conforme mostra a figura abaixo.

Para determinar a medida da área do piso desse quintal (em bege), podemos subtrair da medida da área total do quintal a medida da área do gramado. Observe:

- A medida da área total do quintal é representada por:

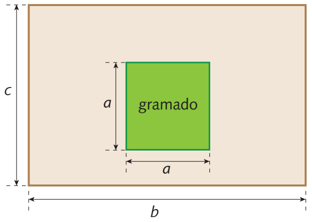
$$b \cdot c \text{ ou } bc$$

- A medida da área do gramado é representada por:

$$a \cdot a \text{ ou } a^2$$

Assim, podemos representar a medida da área desse piso pela seguinte expressão algébrica:

$$b \cdot c - a \cdot a \text{ ou } bc - a^2$$



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

1. a) Indicando o número desconhecido por x, temos: $3x$
1. b) Indicando o número desconhecido por x, temos: $5x$
1. c) Indicando o número desconhecido por x, temos: $\frac{x}{2}$

4. medida da área total do terreno: $x \cdot y$;
medida da área da casa: $a \cdot a$;
medida da área da piscina: $b \cdot c$;
medida da área do gramado: $x \cdot y - (a \cdot a + b \cdot c)$.

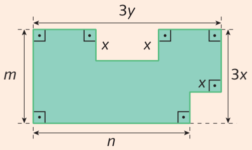
Atividades

Faça as atividades no caderno.

1 Em seu caderno, escreva a expressão algébrica correspondente a cada item.

- **a)** O triplo de um número.
- **b)** O quíntuplo de um número.
- **c)** A metade de um número.
- **d)** A quarta parte de um número.
- **e)** Dois quintos de um número.
- **f)** A diferença entre um número e sua terça parte. **1. f)** $x - \frac{x}{3}$
- **g)** A soma do dobro de um número com sua metade. **1. g)** $2x + \frac{x}{2}$
- **h)** A soma de três números consecutivos. **1. h)** $x + (x + 1) + (x + 2)$

2 Na figura a seguir, a medida de comprimento m é equivalente a $3x$.

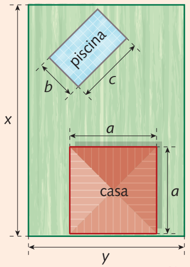


A medida de comprimento n pode ser escrita com base em x e y. Usando essas medidas, escreva uma expressão algébrica que represente n. **2.** $3y - x$

3 Um prédio tem nove andares com três janelas em cada andar. Todas as janelas têm um único vidro com medida de comprimento a e medida de largura b. Escreva a expressão algébrica que representa a medida da área total envidraçada de cada andar.
3. Exemplo de resposta: $ab + ab + ab$

4 Observe a representação de um terreno retangular com casa, piscina e gramado.

Represente no caderno, usando expressões algébricas, a medida da área total do terreno, da casa, da piscina e do gramado.



ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

1. d) Indicando o número desconhecido por x, temos: $\frac{x}{4}$

1. e) Indicando o número desconhecido por x, temos: $\frac{2x}{5}$

Valor numérico de uma expressão algébrica

Em expressões algébricas, as letras são chamadas de **variáveis**. Isso significa que o valor de cada letra pode ser substituído por um valor numérico.

Por exemplo, vamos considerar a expressão algébrica $3x + 2y + a$.

- Se considerarmos que $x = 5$, $y = 3$ e $a = 2$, poderemos determinar o valor da expressão algébrica substituindo as variáveis x, y e a por 5, 3 e 2, respectivamente. Assim:

$$3x + 2y + a = 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 2 = 23$$

  Para esses números, o valor numérico da expressão algébrica $3x + 2y + a$ é igual a 23.

- Se considerarmos que $x = 1$, $y = 2$ e $a = 0$, qual será o valor dessa expressão algébrica?

$$3x + 2y + a = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 0 = 7$$

  Neste caso, o valor numérico da expressão algébrica $3x + 2y + a$ é igual a 7. Observe que o valor numérico não foi o mesmo, pois mudamos os valores atribuídos às variáveis.

> **Valor numérico** é o resultado das operações efetuadas em uma expressão algébrica após a substituição das variáveis por números.

Vamos determinar o valor numérico da expressão $\frac{b \cdot h}{2} - a^2$, para $a = 10$, $b = 50$ e $h = 70$:

$$\frac{b \cdot h}{2} - a^2 = \frac{50 \cdot 70}{2} - 10^2 = \frac{3\,500}{2} - 100 = 1\,750 - 100 = 1\,650$$

Sugestão de atividade extra

Como complemento à **atividade 1**, peça aos estudantes que escrevam, no caderno, por extenso, e sem utilizar símbolos, as expressões algébricas a seguir:

- $\frac{x}{3}$
  (Resposta: a terça parte de um número.)
- $4x$
  (Resposta: o quádruplo de um número.)
- $\frac{3x}{2}$
  (Resposta: o triplo da metade de um número.)
- $-x$
  (Resposta: o oposto de um número.)
- $\frac{1}{x}$
  (Resposta: o inverso de um número.)
- x^2
  (Resposta: o quadrado de um número.)

Valor numérico de uma expressão algébrica

Ao trabalhar o valor numérico de uma expressão algébrica, comente com os estudantes que o valor da expressão vai variar conforme modificamos os valores atribuídos a cada letra. Para isso, atribua outros valores, além dos apresentados, para x, y e a na expressão $3x + 2y + a$. Depois, peça a eles que determinem o valor numérico da expressão para cada trio de valores escolhidos.

Continuando o desenvolvimento da habilidade **EF07MA13**, enfatize que as letras das expressões algébricas apresentadas são **variáveis** e que o valor numérico das expressões se altera de acordo com os valores atribuídos às variáveis.

Na situação 1, o custo mensal é composto de uma parte fixa e outra variável que depende do número de parafusos produzidos. Que tipo de gastos da empresa deverão estar inseridos na parte fixa do custo mensal? (Respostas prováveis: impostos, aluguel, folha de pagamento de funcionários etc.). E que tipo de gastos deverão compor a parte variável do custo mensal, além do número de parafusos? (Respostas prováveis: matéria-prima, conta de luz etc.). Que tipo de número é *x*? (Resposta: sendo o número de parafusos, *x* só pode ser um número natural).

Na situação 2, que tipo de número é *n*? (Respostas possíveis: pode ser um racional não negativo, pode ser um real não negativo). Como um cliente deve proceder para estimar quanto irá gastar no aluguel de um veículo para fazer uma viagem? (Resposta provável: o cliente deverá estimar a quantidade *n* de quilômetros rodados e substituir na expressão que calcula o valor a ser pago).

O cálculo do valor numérico de expressões algébricas pode nos ajudar na resolução de problemas. Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

Uma fábrica de parafusos tem um custo fixo mensal de R$ 12 000,00, além de R$ 0,20 por peça produzida. Vamos representar o custo mensal por meio de uma expressão algébrica com base na quantidade de peças produzidas. A quantidade de peças será indicada por *x*.

$$12\,000 + 0{,}20x$$

Com essa expressão, podemos determinar, por exemplo, o custo para um mês em que a fábrica produzir 10 000 parafusos.

$$12\,000 + 0{,}20x =$$
$$= 12\,000 + 0{,}20 \cdot 10\,000 =$$
$$= 12\,000 + 2\,000 =$$
$$= 14\,000$$

Nesse mês, o custo foi de R$ 14 000,00 e foi obtido com base no número de parafusos produzidos.

SOMPRAAONG0042/SHUTTERSTOCK

Situação 2

A locadora de carros Alfa cobra de seus clientes uma taxa de uso diário mais um valor por quilômetro percorrido com o veículo.

A taxa cobrada pela locadora é de R$ 110,00 por dia de utilização do automóvel, e o valor cobrado por quilômetro percorrido é de R$ 2,00. Vamos indicar um valor desconhecido de quilômetros rodados pela letra *n*.

JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

A expressão algébrica que permite calcular o valor a ser pago pelo uso do carro por 1 dia é:

$$110 + 2n$$

Se em um dia de utilização uma pessoa percorrer 60 km, o valor a ser pago à locadora Alfa poderá ser calculado da seguinte forma:

$$110 + 2n =$$
$$= 110 + 2 \cdot 60 =$$
$$= 110 + 120 =$$
$$= 230$$

Em um dia de utilização, percorrendo 60 km, uma pessoa deverá pagar R$ 230,00 à locadora.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

5 Copie no caderno o quadro de valores numéricos abaixo substituindo cada ■ pelo número correspondente.

5. Resposta em *Orientações*.

MODELO

x	–3	–4	0	+8	–1	+4	+3	–7
$3x$	■	–12	■	■	■	12	9	■
$-x^2$	■	■	■	–64	■	■	■	–49
x^3	–27	■	■	■	■	■	■	■
$\frac{x}{2}$	■	■	0	■	$-\frac{1}{2}$	■	■	■
$-x$	■	■	■	■	■	–4	■	■
$2x$	■	■	■	■	■	■	■	■

6 Determine o valor numérico da expressão algébrica de cada item. **6. b)** $-\frac{3}{100}$ ou –0,03

a) $x^2 + 2xy + y^2$, para $x = -1$ e $y = -3$ **6. a)** 16

b) $x^2y - xy^2$, para $x = 0{,}2$ e $y = 0{,}5$

c) $x^2 - y^2$, para $x = 3$ e $y = -5$ **6. c)** –16

7 Paulo comprou 8 metros de fio elétrico por R$ 27,20.

7. a) R$ 3,40

a) Quanto custou cada metro desse fio?

b) Escreva uma expressão algébrica para representar quanto Paulo gastaria para comprar x metro desse fio.

7. b) $3{,}4 \cdot x$

c) Quanto Paulo gastaria se comprasse 15 metros desse fio? **7. c)** R$ 51,00

8 Em um circo, na apresentação das 22 h, foi vendida uma quantidade a de ingressos para adultos e uma quantidade c de ingressos para crianças.

AVELINO GUEDES/ARQUIVO DA EDITORA

a) Que expressão algébrica representa o total arrecadado para a apresentação? **8. a)** $24a + 12c$

b) Quantos reais foram arrecadados na apresentação das 22 h, sabendo que $a = 150$ e $c = 240$?

8. b) R$ 6 480,00

9 Uma escola promoveu uma campanha de arrecadação de alimentos para serem doados a uma instituição de caridade. Para isso, os estudantes foram divididos em 3 equipes: verde, vermelha e azul. A equipe azul arrecadou 20 kg de alimentos a mais que a equipe vermelha. A equipe verde arrecadou 10 kg a menos que a equipe vermelha. **9. a)** Equipe azul: $x + 20$; equipe verde: $x - 10$

a) Representando o total de alimentos arrecadados pela equipe vermelha por x, determine as expressões algébricas que indicam as quantidades arrecadadas pelas outras equipes.

b) Que expressão algébrica representa o total de alimentos arrecadados pelas equipes?

c) Se a equipe vermelha arrecadou 80 kg de alimentos, quanto cada uma das outras equipes arrecadou? Qual foi o total arrecadado nesse caso? **9. c)** Equipe azul: 100 kg; equipe verde: 70 kg; total arrecadado: 250 kg

d) Se o total arrecadado tivesse sido de 310 kg, a equipe vermelha poderia ter arrecadado 120 kg de alimentos? Converse com o professor e os colegas sobre como você pensou para responder a essa questão. **9. d)** Não. Exemplo de justificativa: Se a equipe vermelha tivesse arrecadado 120 kg, a azul teria arrecadado 140 kg, e a verde, 110 kg, o que daria um total de 370 kg. Logo, esses valores não são possíveis.

9. b) $x + x + 20 + x - 10$ ou $3x + 10$

- Resposta da **atividade 5**.

x	–3	–4	0	+8	–1	+4	+3	–7
$3x$	–9	–12	0	24	–3	12	9	–21
$-x^2$	–9	–16	0	–64	–1	–16	–9	–49
x^3	–27	–64	0	512	–1	64	27	–343
$\frac{x}{2}$	$-\frac{3}{2}$	–2	0	4	$-\frac{1}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	$-\frac{7}{2}$
$-x$	3	4	0	–8	1	–4	–3	7
$2x$	–6	–8	0	16	–2	8	6	–14

- Após a correção da **atividade 8**, se julgar conveniente, peça aos estudantes que resolvam o problema a seguir:

  Uma sala de cinema tem capacidade para 180 pessoas e o preço do ingresso é R$ 30,00.

  a) Que expressão algébrica representa o total arrecadado em uma sessão? (Resposta: $30x$, em que x representa a quantidade de ingressos vendidos.)

  b) Qual é o total arrecadado se 157 ingressos foram vendidos?
  (Resposta: $30 \cdot 157 = 4710$)

  c) Quantos ingressos foram vendidos se foram arrecadados R$ 5 010,00?
  (Resposta: $5010 : 30 = 167$)

- Para justificar o **item d** da **atividade 9**, os estudantes poderão determinar a quantidade obtida pelas equipes e, assim, concluir que, se a equipe vermelha arrecadou 120 kg de alimentos, a equipe azul terá arrecadado 140 kg (20 kg a mais) e a equipe verde, 110 kg (10 kg a menos). Desse modo, o total é de 370 kg de alimentos. Portanto, para um total de 310 kg, a equipe vermelha não poderia arrecadar 120 kg de alimentos.

  Se considerar adequado, retome essa atividade após trabalhar a resolução de equações, permitindo aos estudantes que determinem a quantidade de alimentos arrecadados pela equipe vermelha para um total de 310 kg de alimentos arrecadados pelas 3 equipes. Ao fazer os cálculos, concluirão que a equipe vermelha deve arrecadar 100 kg, pois: $3 \cdot 100 + 10 = 310$.

Termos algébricos

Lembre aos estudantes que a medida do perímetro corresponde à medida de comprimento do contorno de uma figura geométrica plana.

Sugestão de atividade extra

Peça aos estudantes que identifiquem o coeficiente e a parte literal dos termos algébricos a seguir:

- $-20x$
  (Resposta: coeficiente: -20, parte literal: x)
- ab
  (Resposta: coeficiente: 1; parte literal: ab)
- $\frac{xy^3}{3}$
  (Resposta: coeficiente: $\frac{1}{3}$; parte literal: xy^3)
- $\frac{3b}{2}$
  (Resposta: coeficiente: $\frac{3}{2}$; parte literal: b)
- 17
  (Resposta: coeficiente: 17; parte literal: não tem)

Adição e multiplicação de termos algébricos

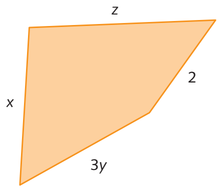
Antes de explorar a situação apresentada, retome a situação do início do tópico *Expressões algébricas*. Chame a atenção dos estudantes para o fato de que a medida do perímetro é indicada por $x + x + y + z + m$ e que essa expressão corresponde a uma adição de termos algébricos.

Comente também que a medida do perímetro do polígono pode ser representada pela expressão $2x + y + z + m$. Em seguida, peça aos estudantes que comparem as expressões $x + x + y + z + m$ e $2x + y + z + m$. Espera-se que eles percebam que a expressão $2x + y + z + m$ foi obtida de $x + x + y + z + m$ após a adição $x + x$ e que esse cálculo foi feito adicionando os coeficientes e conservando a parte literal.

Peça aos estudantes que calculem as medidas dos perímetros do quintal e do gramado da situação **2** do início do tópico *Expressões algébricas*. (Resposta: medida do perímetro do gramado: $4a$, medida do perímetro do quintal: $2b + 2c$)

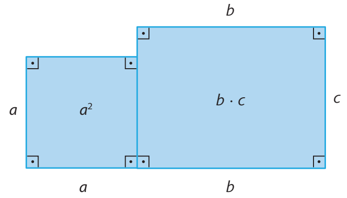
Termos algébricos

Observe as figuras a seguir.



A medida do perímetro desta figura é igual a:

$$x + 3y + z + 2$$



A medida da área desta figura é igual a:

$$a^2 + b \cdot c$$

Cada parcela de uma expressão algébrica é denominada **termo algébrico**. Assim:

- a expressão $x + 3y + z + 2$ apresenta quatro termos: x, $3y$, z e 2;
- a expressão $a^2 + b \cdot c$ possui dois termos: a^2 e $b \cdot c$.

Um termo algébrico é formado por duas partes: a parte numérica, denominada **coeficiente**, e a parte com letras, denominada **parte literal**.

Considere alguns exemplos.

a) $17a$ — coeficiente: 17; parte literal: a

b) $-\frac{3}{2}x^2y$ — coeficiente: $-\frac{3}{2}$; parte literal: x^2y

c) $a^2b^3c^4$ — coeficiente: 1; parte literal: $a^2b^3c^4$

Observação

Um número racional em uma expressão é considerado um termo algébrico sem parte literal. Analise os exemplos.

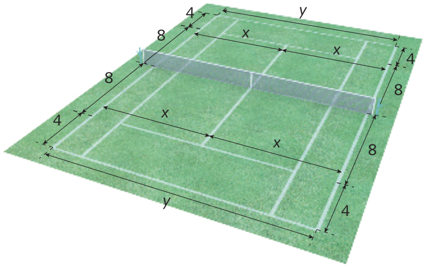
a) $5m - 3$ — coeficiente: -3; parte literal: não tem

b) $3{,}36ab + \frac{7}{2}$ — coeficiente: $\frac{7}{2}$; parte literal: não tem

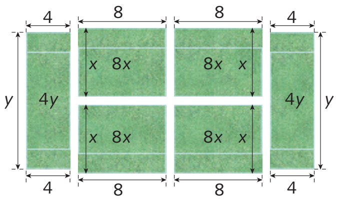
Adição e multiplicação de termos algébricos

Adição algébrica

Vamos considerar esta figura, que representa uma quadra de tênis, na qual se tomam como base as dimensões que medem 4 m e 8 m e as variáveis x e y, que representam medidas de comprimento em metro.



Para determinar a expressão algébrica que representa a medida da área total da quadra, vamos primeiro encontrar a expressão algébrica da medida da área de cada uma das partes da quadra.



GUILHERME CAVALCANTI/ARQUIVO DA EDITORA

Adicionando os termos algébricos que representam as medidas de área de todas as partes da quadra de tênis, obtemos a expressão algébrica que representa a medida da área total. Observe:

$$\overbrace{4y + 4y}^{} + \underbrace{8x + 8x + 8x + 8x}_{} = 8y + 32x$$

Para adicionar termos algébricos que têm a mesma parte literal, devemos adicionar os coeficientes e conservar a parte literal.

Considere os exemplos.

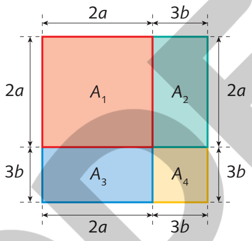
a) $\underbrace{2a + 5a = 7a}_{2 + 5 = 7}$

b) $\underbrace{4b + 5b - 6b = 3b}_{4 + 5 + (-6) = 3}$

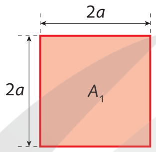
c) $\overbrace{3x + 4x}^{3 + 4 = 7} + \underbrace{6y - 10y}_{6 + (-10) = -4} = 7x - 4y$

Multiplicação algébrica

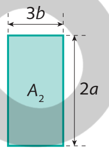
Vamos considerar um quadrado cujo comprimento de cada um dos lados mede $2a + 3b$.



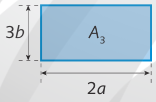
Podemos calcular as medidas das áreas A_1, A_2, A_3 e A_4 da seguinte forma:



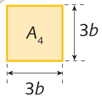
$A_1 = 2a \cdot 2a = 2 \cdot 2 \cdot a \cdot a = 4a^2$



$A_2 = 2a \cdot 3b = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot b = 6ab$



$A_3 = 2a \cdot 3b = 2 \cdot 3 \cdot a \cdot b = 6ab$



$A_4 = 3b \cdot 3b = 3 \cdot 3 \cdot b \cdot b = 9b^2$

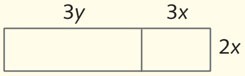
ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Sugestão de atividade extra

Pergunte aos estudantes se é possível realizar a adição algébrica entre os termos da expressão $2a + ab$, reduzindo-a a um único termo.

Verifique se eles compreenderam que não podemos agrupar os termos a e ab, pois eles não possuem a mesma parte literal ($a \neq ab$).

- Para a resolução da **atividade 14**, retome com os estudantes o conceito de volume e verifique se eles compreendem a unidade de medida centímetro cúbico (cm^3). Caso seja necessário, revise esses conceitos.
- Como complemento para a **atividade 15**, peça aos estudantes que escrevam as expressões algébricas que representam as medidas da área e do perímetro da figura a seguir:



ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

Espera-se que eles encontrem as seguintes expressões:

Medida da área: $2x \cdot (3x + 3y) = 6x^2 + 6xy$

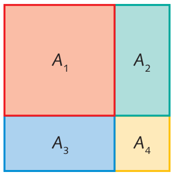
Medida do perímetro: $10x + 6y$

Para multiplicar dois termos algébricos, devemos:

- multiplicar os coeficientes numéricos entre si;
- multiplicar as partes literais entre si.

Agora, para representar a medida da área total (A) da figura, basta adicionarmos as medidas de área A_1, A_2, A_3 e A_4. Assim:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$
$$A = 4a^2 + \underbrace{6ab + 6ab} + 9b^2$$
$$A = 4a^2 + 12ab + 9b^2$$



Atividades

Faça as atividades no caderno.

10 Calcule as adições algébricas.

a) $5x - (2x - 6x - 8x)$ **10. a)** $17x$

b) $6y - \left(5x - y - \frac{x}{2}\right)$ **10. b)** $7y - \frac{9x}{2}$

c) $10ab - 5 + ab - 7ab$ **10. c)** $4ab - 5$

11 Determine o resultado das adições algébricas.

a) $5a - 3b - (6a + a - 5b)$ **11. a)** $-2a + 2b$

b) $0{,}8y - 2{,}4y + y - \frac{y}{4}$ **11. b)** $-\frac{17}{20}y$ ou $-0{,}85y$

c) $2x - 3x + 5x - 8x$ **11. c)** $-4x$

12 Calcule as adições algébricas.

a) $10k - 9k - (12k + 3k - 10k)$ **12. a)** $-4k$

b) $12y + 23y - 13y - y$ **12. b)** $21y$

c) $8x - 12x + 20x - 32x$ **12. c)** $-16x$

d) $7y - 3z + (5w - w + z)$ **12. d)** $7y - 2z + 4w$

e) $23a + 32b - 9a + (4c - 3c + a)$

f) $x + y - 3z - (4x - 9y + 6z)$

12. f) $-3x + 10y - 9z$ **12. e)** $15a + 32b + c$

13 Determine os produtos algébricos.

a) $-2 \cdot (-5x)$ **13. a)** $10x$

b) $(-xy) \cdot (-4x^2)$ **13. b)** $4x^3y$

c) $-5 \cdot (-2a) \cdot (2b)$ **13. c)** $20ab$

d) $(-5y) \cdot (-6y) \cdot (-2)$ **13. d)** $-60y^2$

e) $7x \cdot (-2xy) \cdot (-3y)$ **13. e)** $42x^2y^2$

f) $\frac{xy}{2} \cdot \left(-\frac{3y}{4}\right)$ **13. f)** $-\frac{3xy^2}{8}$

g) $\left(\frac{a}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3b}{4}\right)$ **13. g)** $-\frac{3}{8}ab$

h) $(-6x) \cdot (-x)$ **13. h)** $6x^2$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

14 Leia e faça o que se pede.

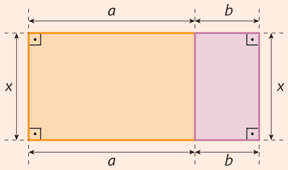
De acordo com a Agência Nacional de Aviação Civil (Anac), nos aeroportos do Brasil, as medidas permitidas para uma bagagem de mão devem ser definidas pela companhia aérea, desde que a medida de massa não seja superior a 10 kg.

HORIYAN/SHUTTERSTOCK

a) Qual é a expressão algébrica que representa a medida do volume da mala acima? **14. a)** xyz

b) Se as dimensões de uma bagagem medem 23 cm × 40 cm × 55 cm, determine a medida de seu volume máximo, em centímetro cúbico. **14. b)** 50 600 cm^3

15 Escreva as expressões algébricas que representam a medida do perímetro e a medida da área da figura abaixo.



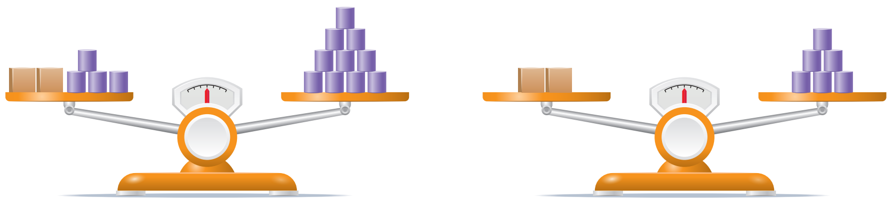
15. medida do perímetro: $2 \cdot (a + b + x)$;
medida da área: $(a + b) \cdot x$

2 Equações

Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

As balanças de dois pratos a seguir estão equilibradas.



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Por meio do equilíbrio das balanças, podemos verificar que:

2 🟫 e 4 🟪 equilibram 10 🟪 e que 2 🟫 equilibram 6 🟪

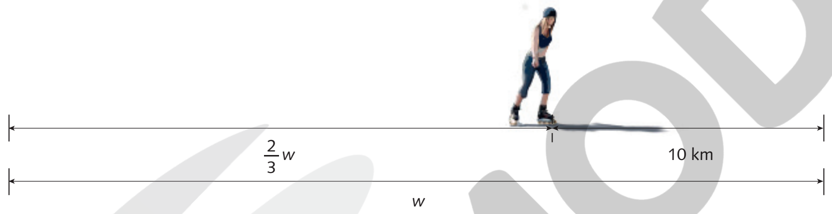
Considerando que a medida da massa de cada 🟪 equivale a y quilogramas e a medida da massa de cada 🟫 equivale a x quilogramas, podemos escrever:

$$2x + 4y = 10y \quad \text{e} \quad 2x = 6y$$

Assim, escrevemos duas sentenças matemáticas expressas por **igualdades**. Em cada uma delas, há dois elementos desconhecidos: x e y.

Situação 2

Luana percorreu $\frac{2}{3}$ da medida da distância total de uma pista em uma hora. Faltam 10 km para ela concluir o percurso. Observe no esquema a seguir a representação da situação, em que w, em quilômetro, corresponde à medida da distância total.



WAGNER WILLIAM/ARQUIVO DA EDITORA

A sentença matemática $\frac{2w}{3} + 10 = w$ representa a situação. Essa sentença é expressa por uma igualdade e apresenta um elemento desconhecido: w.

As sentenças matemáticas $2x + 4y = 10$, $2x = 6y$ e $\frac{2w}{3} + 10 = w$ são exemplos de **equações**.

Equação é uma sentença matemática expressa por uma igualdade que apresenta pelo menos um valor desconhecido representado por uma letra denominada **incógnita**.

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Equações

BNCC:

Habilidades EF07MA13 e EF07MA18.

Objetivos:

- Compreender o conceito de equação e a ideia de incógnita.
- Compreender o conceito de raiz de uma equação.
- Reconhecer o conjunto universo e o conjunto solução de uma equação.
- Resolver equações do 1º grau com uma incógnita.

Justificativa

Compreender o conceito de equação amplia as ideias de igualdade já estudadas e possibilita a resolução de inúmeros problemas. Além disso, por meio desse conceito, os estudantes podem perceber a distinção entre variável e incógnita, o que favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA13.**

Para resolver e elaborar problemas que possam ser traduzidos por equações, é importante reconhecer os conjuntos universo e solução dessas equações. Nesse âmbito, os objetivos acima dialogam e convergem para que a habilidade **EF07MA18** tenha o seu desenvolvimento favorecido.

Mapeando conhecimentos

Represente algumas balanças em equilíbrio na lousa que tenham, em um ou nos dois pratos, “pesos” com medidas de massa desconhecidas. Em seguida, solicite aos estudantes que escrevam sentenças matemáticas que traduzam a situação de equilíbrio dessas balanças. Verifique se primeiro reconhecem a necessidade de associar as balanças em equilíbrio a igualdades e se representam as medidas de massa desconhecidas por letras. Após escreverem as sentenças, pergunte: “Que valores as letras dessas sentenças podem assumir? Como vocês fariam para descobrir as medidas de massa desconhecidas em cada caso?”.

Para as aulas iniciais

Faça a leitura coletiva com os estudantes do conceito de igualdade e das propriedades da igualdade presentes na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores*. Realize com eles as **atividades 47** e **48**.

Proponha que determinem as medidas de massa desconhecidas da dinâmica inicial por tentativa e erro ou utilizando a estratégia que preferirem.

Raiz de uma equação

Neste tópico, iniciamos o trabalho com a habilidade **EF07MA18**. Os estudantes vão resolver problemas envolvendo equações polinomiais do 1º grau.

Considere alguns exemplos de equações.

a) $2x + 8 = 0$ é uma equação cuja incógnita é x.

b) $5y - 4 = 6y + 8$ é uma equação cuja incógnita é y.

c) $3a - b - c = 0$ é uma equação em que as incógnitas são a, b e c.

Observação

As sentenças matemáticas a seguir **não** são consideradas equações:
a) $4 + 8 = 7 + 5$, pois não apresenta incógnita.
b) $x - 5 < 3$, pois não é uma igualdade.
c) $5 \neq -2$, pois não é uma igualdade e não apresenta incógnita.

Agora, vamos considerar a equação $2z - 8 = 3z - 10$, cuja incógnita é z.

A expressão que está à esquerda do sinal de igualdade denomina-se **1º membro**, e a expressão que está à direita denomina-se **2º membro**.

$$\underbrace{2z - 8}_{1^{\circ}\text{ membro}} = \underbrace{3z - 10}_{2^{\circ}\text{ membro}}$$

Quando o maior expoente de uma incógnita em uma equação é 1, a denominamos **equação do 1º grau**.

Analise alguns exemplos.

a) $2z + 1 = 0$ é uma equação de 1º grau, pois o expoente da incógnita z é 1.

b) $3x^2 - 5 = 16x$ não é uma equação de 1º grau, pois o maior expoente da incógnita x é 2 e, portanto, diferente de 1.

c) $\frac{1}{y} + 3 = 0$ não é uma equação do 1º grau, pois o expoente da incógnita y é -1 e, portanto, diferente de 1.

d) $5a + 11 = 6a$ é uma equação de 1º grau, pois o maior expoente da incógnita a é 1.

Raiz de uma equação

A incógnita de uma equação pode assumir diversos valores, mas apenas alguns deles tornam a sentença verdadeira. Um valor que torna a sentença verdadeira é chamado de **raiz** da equação.

Podemos verificar se um número é ou não raiz de uma equação substituindo a incógnita por esse número. Se a sentença for verdadeira, o número considerado é raiz da equação; se a sentença for falsa, o número não é raiz da equação.

Vamos verificar se 2 é raiz das equações $2x - 3 = 1$ e $2x + 1 = 6$.

$2x - 3 = 1$
$2 \cdot 2 - 3 = 1$
$4 - 3 = 1$
$1 = 1 \longrightarrow$ sentença verdadeira

$2x + 1 = 6$
$2 \cdot 2 + 1 = 6$
$4 + 1 = 6$
$5 = 6 \longrightarrow$ sentença falsa

Logo, 2 é raiz da equação $2x - 3 = 1$, mas não é raiz da equação $2x + 1 = 6$.

Conjunto universo e conjunto solução de uma equação

O **conjunto universo** é formado por todos os números que uma incógnita pode assumir e é indicado por U. Acompanhe a situação a seguir.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos traduzir o que Marcos disse pela seguinte equação: $2x - 3 = 5$

Como x indica a quantidade de irmãos que Marcos tem, a incógnita dessa equação só pode assumir valores naturais. Por isso, nesse caso, $U = \mathbb{N}$.

Observe que, substituindo x por 4 na equação $2x - 3 = 5$, obtemos uma sentença verdadeira. Como 4 é um número natural e 4 é raiz da equação, dizemos que 4 é solução dessa equação e que o conjunto solução dessa equação é $S = \{4\}$.

As raízes da equação que pertencem ao conjunto universo são as **soluções** dessa equação e formam seu **conjunto solução**, que é indicado por S.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

16 Observe a equação $2y - 6 = 4 + y$ e, depois, responda às questões.

a) Qual é o 1º membro? **16. a)** $2y - 6$

b) Qual é o 2º membro? **16. b)** $4 + y$

c) Qual é a incógnita dessa equação? **16. c)** y

17 Identifique, no caderno, as sentenças que representam equações do 1º grau.

a) $2x + 5 < 3$

b) $7 - 3 = 2 + 2$

c) $8 = 6y - 4$

d) $x - 1 \neq 0$

e) $3x + 7 = \frac{1}{2}$

f) $2x^3 = -16$

17. alternativas **c**, **e**

18 Verifique se o número 2 é raiz das seguintes equações:

a) $3x + 10 = 4x + 8$ **18. a)** sim

b) $\frac{x}{2} + 5 = \frac{5x}{3} - 2$ **18. b)** não

19 Determine mentalmente a solução da equação $x + 7 = 12$, considerando o conjunto universo indicado em cada item.

a) $U = \{0, 2, 4, 6, ...\}$ **19. a)** não tem solução

b) $U = \mathbb{Z}$ **19. b)** 5

20 Determine mentalmente o conjunto solução de cada equação sendo $U = \mathbb{Q}$.

a) $x - 8 = 0$ **20. a)** $S = \{8\}$

b) $\frac{x}{4} = 3$ **20. b)** $S = \{12\}$

c) $6x = -18$ **20. c)** $S = \{-3\}$

d) $x + \frac{3}{4} = 0$ **20. d)** $S = \left\{-\frac{3}{4}\right\}$

e) $x - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ **20. e)** $S = \{1\}$

f) $x + 8 = 0$ **20. f)** $S = \{-8\}$

- Complemente o desenvolvimento da **atividade 17**, solicitando aos estudantes que justifiquem oralmente por que as sentenças dos **itens a**, **b**, **d** e **f** não são equações do 1º grau.
  - A sentença do **item a** não é uma igualdade, pois apresenta o símbolo de menor que (desigualdade).
  - No **item b**, a sentença não possui incógnita.
  - A sentença do **item d** não é uma igualdade, pois apresenta o símbolo de diferente (desigualdade).
  - A sentença do **item f** não é equação do 1º grau, pois o expoente da incógnita x é diferente de 1.

Sugestão de atividade extra

Organize a turma em duplas e solicite a cada estudante que elabore e escreva algumas equações do 1º grau com uma incógnita, como aquelas apresentadas nas **atividades 19** e **20**, para que o colega resolva mentalmente. O responsável pela elaboração deve analisar e validar a resposta do colega. A ideia é que façam mais de uma rodada para resolverem mentalmente as equações do 1º grau com uma incógnita.

Resolução de equações do 1º grau com uma incógnita

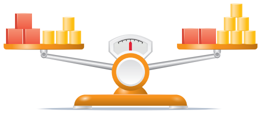
Comente com os estudantes que duas equações são equivalentes quando têm o mesmo conjunto universo e as mesmas raízes, ou seja, quando os números que tornam a igualdade de ambas as equações verdadeiras forem os mesmos. Após apresentar o conceito, mostre como reconhecer equações equivalentes.

Ao explicar os princípios aditivo e multiplicativo das igualdades, associe-os com as propriedades das igualdades que eles já estudaram.

Resolução de equações do 1º grau com uma incógnita

Equações equivalentes

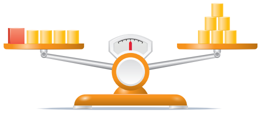
A balança a seguir está em equilíbrio.



Sabendo que a medida da massa de 1 🟨 é igual a 1 kg e se considerarmos a medida da massa de 1 🟥 igual a x kg, podemos representar a situação com a seguinte equação:

$$3x + 4 = 2x + 6, \text{ com } U = \mathbb{Q}$$

Ao tirar 2 🟥 de cada prato, a balança ainda permanecerá em equilíbrio:



Observe que, para esse caso, podemos escrever a seguinte equação:

$$x + 4 = 6, \text{ com } U = \mathbb{Q}$$

Agora, se tirarmos 4 🟨 de cada prato, a balança ainda continuará em equilíbrio:

Nesse caso, a equação será $x = 2$, com $U = \mathbb{Q}$, o que permite concluir que a medida da massa do 🟥 é de 2 kg.

Observe que 2 é raiz das três equações:

$3x + 4 = 2x + 6$	$x + 4 = 6$	$x = 2$
$3 \cdot \mathbf{2} + 4 = 2 \cdot \mathbf{2} + 6$	$\mathbf{2} + 4 = 6$	$\mathbf{2} = 2$
$6 + 4 = 4 + 6$	$6 = 6$	
$10 = 10$		

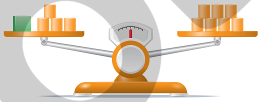
Como as equações têm a mesma raiz e o mesmo conjunto universo, $U = \mathbb{Q}$, dizemos que essas equações são **equivalentes**.

Quando duas equações têm o mesmo conjunto universo e as mesmas raízes, elas são chamadas de **equações equivalentes**.

Em alguns casos, é necessário obter equações equivalentes para encontrar as raízes de uma equação.

Princípio aditivo e princípio multiplicativo das igualdades

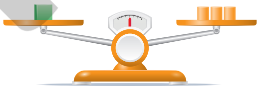
A balança representada abaixo está em equilíbrio. No prato da esquerda, foram colocados 4 🟧 de 1 kg cada um e 1 🟩 de medida de massa desconhecida. No prato da direita, foram colocados 7 🟧 de 1 kg cada um. Qual é a medida da massa de 🟩?



Indicando por x a medida da massa do 🟩, em kg, a situação pode ser representada pela equação:

$$x + 4 = 7$$

Observe que, se retirarmos 4 🟧 de cada prato, a balança continuará equilibrada.



Nesse caso, podemos representar a situação pela equação:

$$x + 4 - \mathbf{4} = 7 - \mathbf{4}$$

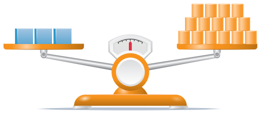
$$x = 3$$

Portanto, cada 🟩 tem medida de massa igual a 3 kg.

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Quando adicionamos ou subtraímos uma mesma quantidade nos dois membros de uma equação, obtemos uma equação equivalente à primeira. Esse é o **princípio aditivo das igualdades**. Resolvemos a equação $x + 4 = 7$ aplicando esse princípio. Agora, acompanhe outra situação.

A balança de pratos abaixo está em equilíbrio. No prato da esquerda, foram colocados 3 🟦 de y quilograma cada um. No prato da direita, foram colocados 15 🟧 de 1 kg cada um.



$3y = 15$

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

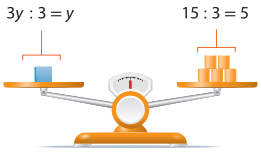
Quando multiplicamos ou dividimos por um mesmo número não nulo os dois membros de uma equação, obtemos uma equação equivalente à primeira. Esse é o **princípio multiplicativo das igualdades**.

Para resolver a equação $3y = 15$, vamos utilizar o princípio multiplicativo das igualdades, acompanhe:

$$3y = 15$$

$$\frac{3y}{\mathbf{3}} = \frac{15}{\mathbf{3}} \longleftarrow \text{Dividimos cada membro por 3.}$$

$$y = 5$$



$y = 5$

Portanto, cada 🟦 tem medida de massa igual a 5 kg.

Para resolver uma equação, aplicamos os princípios aditivo e multiplicativo das igualdades, de modo a obter equações equivalentes mais simples do que as iniciais, determinando, assim, as soluções da equação. Veja outros exemplos.

a) Vamos resolver a equação $\frac{2x}{5} - 4 = x$, sendo $U = \mathbb{Z}$.

$$\left(\frac{2x}{5} - 4\right) \cdot \mathbf{5} = x \cdot \mathbf{5} \longleftarrow \text{Multiplicamos os dois membros da equação por 5 (princípio multiplicativo das igualdades).}$$

$$2x - 20 = 5x$$

$$2x - 20 \mathbf{- 2x} = 5x \mathbf{- 2x} \longleftarrow \text{Subtraímos } 2x \text{ de cada membro da equação (princípio aditivo das igualdades).}$$

$$-20 = 3x$$

$$-20 \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} = 3x \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \longleftarrow \text{Multiplicamos os dois membros da equação por } \frac{1}{3} \text{ (princípio multiplicativo das igualdades).}$$

$$-\frac{20}{3} = x$$

$$x = -\frac{20}{3}$$

Temos que $-\frac{20}{3}$ é raiz da equação, porém, não pertence ao conjunto universo. Nesse caso, dizemos que a equação não tem solução em $\mathbb{Z}$. Portanto, o conjunto solução da equação é conjunto vazio, isto é, $S = \varnothing$.

Sugestão de leitura

GUELLI, Oscar. **Equação: o idioma da Álgebra**. São Paulo: Ática, 1999. (Coleção Contando a história da Matemática).

Esse livro traz um pouco da história da Álgebra, muitas atividades desafiadoras e curiosidades sobre equações.

Observação

Se resolvermos a equação $\frac{2x}{5} - 4 = x$, sendo $U = \mathbb{Q}$, $-\frac{20}{3}$ será solução, pois $-\frac{20}{3}$ é um número racional. Nesse caso, o conjunto solução da equação é $S = \left\{-\frac{20}{3}\right\}$.

O uso de situações com balança em equilíbrio é bastante adequado para que os estudantes assimilem os princípios aditivo e multiplicativo e desenvolvam o raciocínio lógico matemático por analogia para equações.

Peça aos estudantes que considerem uma balança em equilíbrio. Leve-os a perceber que o fato de colocarmos em ambos os pratos o mesmo objeto leva a balança a um estado distinto do anterior, mas que também é um equilíbrio, e o mesmo se dá se subtrairmos um mesmo objeto de ambos os pratos. Esse é o princípio aditivo: colocar ou retirar o mesmo objeto dos dois pratos equivale a adicionar ou subtrair o mesmo termo dos dois membros da equação.

Considerando novamente uma balança em equilíbrio, leve-os a perceber que, se tirarmos metade da medida de massa de cada prato, a situação final também é de equilíbrio, e o mesmo se dá quando dobramos a medida de massa de cada prato. Esse é o princípio multiplicativo: multiplicar ou dividir a medida de massa de ambos os pratos da balança equivale a multiplicar ou dividir os dois membros da equação por um mesmo valor.

No exemplo apresentado no texto, enfatize a utilização de parênteses para multiplicar por 5 todo o 1º membro da equação.

- Peça aos estudantes que escrevam uma equação que represente a situação ilustrada na **atividade 22**. Depois de resolvê-la, peça que elaborem uma equação equivalente à equação inicial.

Por exemplo, a equação: $\frac{x}{2} = 25$ é equivalente a $6x = 2x + 200$.

- Pergunte aos estudantes para qual conjunto universo os **itens c** e **d** da **atividade 24** teriam solução. Espera-se que eles respondam, por exemplo: $U = \mathbb{Q}$

b) Vamos resolver a equação $\frac{3x}{5} - 1 = \frac{x}{2}$, sendo $U = \mathbb{Z}$.

$\frac{6x}{10} - \frac{10}{10} = x \cdot \frac{5}{10}$ ← Usando frações equivalentes, escrevemos os termos da equação com o mesmo denominador.

$\left(\frac{6x}{10} - \frac{10}{10}\right) \cdot \mathbf{10} = \left(x \cdot \frac{5}{10}\right) \cdot \mathbf{10}$ ← Multiplicamos os dois membros da equação por 10 (princípio multiplicativo das igualdades).

$6x - 10 = 5x$

$6x - 10 - \mathbf{5x} = 5x - \mathbf{5x}$ ← Subtraímos 5*x* de cada membro da equação (princípio aditivo das igualdades).

$x - 10 = 0$

$x - 10 + \mathbf{10} = 0 + \mathbf{10}$ ← Adicionamos 10 unidades a cada membro da equação (princípio aditivo das igualdades).

$x = 10$

Como 10 é um número inteiro, 10 é a solução dessa equação. Portanto, seu conjunto solução é $S = \{10\}$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

21 Determine o conjunto solução de cada equação. Considere $U = \mathbb{N}$.

a) $x + 5 = 21$ **21. a)** $S = \{16\}$

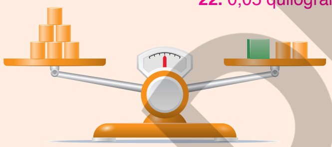
b) $y - 3 = 100$ **21. b)** $S = \{103\}$

c) $x + 17 = 10$ **21. c)** $S = \varnothing$

d) $x - 3 = 10$ **21. d)** $S = \{13\}$

22 A balança a seguir está em equilíbrio. Determine a medida da massa, em quilograma, de cada 🟧, sabendo que cada 🟩 tem medida de massa igual a 200 gramas.

22. 0,05 quilograma



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

23 Obtenha o conjunto solução de cada equação, sabendo que $U = \mathbb{Q}$.

a) $3x - 9 = 9$ **23. a)** $S = \{6\}$

b) $x - 5 = -7$ **23. b)** $S = \{-2\}$

c) $y - 6 = 5y + 8$ **23. c)** $S = \left\{-\frac{7}{2}\right\}$

d) $10x = 20 + 9x$ **23. d)** $S = \{20\}$

24 Sabendo que $U = \mathbb{Z}$, resolva as equações.

a) $3x = -45 - 2x$ **24. a)** $S = \{-9\}$

b) $6(x + 3) - 2(x - 5) = 20$ **24. b)** $S = \{-2\}$

c) $-18 = 2x + 15$ **24. c)** $S = \varnothing$

d) $2(x - 1) - 1 = 8$ **24. d)** $S = \varnothing$

25 Sabendo que $U = \mathbb{Q}$, obtenha o conjunto solução de cada equação.

a) $\frac{2x}{5} - \frac{1}{4} = x - \frac{1}{10}$ **25. a)** $S = \left\{-\frac{1}{4}\right\}$

b) $2m - \frac{7}{5} - \frac{m}{10} = \frac{1}{2}$ **25. b)** $S = \{1\}$

c) $\frac{y}{2} + \frac{y}{3} = \frac{3y}{4} - 6$ **25. c)** $S = \{-72\}$

d) $\frac{3y}{2} - \frac{3}{4} = 1 - 2y$ **25. d)** $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

26 Sabendo que $U = \mathbb{Q}$, resolva as equações.

a) $2(x + 3) = 30$ **26. a)** $S = \{12\}$

b) $8 - 2(x + 5) = 5$ **26. b)** $S = \left\{-\frac{7}{2}\right\}$

c) $3(y - 1) - 4(y - 2) = 6$ **26. c)** $S = \{-1\}$

d) $2(5y + 1) = 27$ **26. d)** $S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$

27 Sabendo que $U = \mathbb{Q}$, resolva as equações e responda: *x* é maior ou menor que *y*?

$$\frac{5x}{2} - \frac{1}{4} = 8$$

$$\frac{y}{3} + \frac{y + 1}{2} = \frac{5}{6} + y$$

27. $x = \frac{33}{10}$ e $y = -2$; logo, *x* é maior que *y*.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

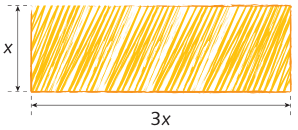
3 Resolução de problemas

Alguns problemas podem ser resolvidos por meio de equações do 1º grau com uma incógnita. Confira abaixo.

Situação 1

Um terreno retangular tem 144 m de medida de perímetro. A medida do comprimento do terreno tem o triplo da medida da largura. Qual é a medida da área do terreno?

Observe a representação desse terreno. Considerando que o terreno tem largura de medida x, o comprimento mede $3x$.



GUILHERME CASAGRANDI/ ARQUIVO DA EDITORA

Como a medida do perímetro de um polígono é igual à soma das medidas de comprimento dos lados, podemos escrever:

$$x + 3x + x + 3x = 144$$
$$8x = 144$$
$$x = \frac{144}{8}$$
$$x = 18$$

Então:

- medida da largura: $x = 18$ (18 m)
- medida do comprimento: $3x = 3 \cdot 18 = 54$ (54 m)
- medida da área: $(54 \cdot 18)\ \text{m}^2 = 972\ \text{m}^2$

Portanto, a medida da área do terreno é $972\ \text{m}^2$.

Situação 2

Pedro e Ernesto colheram, juntos, 55 laranjas. Pedro colheu $\frac{4}{7}$ da quantidade colhida por Ernesto. Quantas laranjas Pedro colheu?

Indicando por x a quantidade de laranjas colhidas por Ernesto, a quantidade de laranjas colhidas por Pedro é igual a $\frac{4x}{7}$.

Assim:

$$x + \frac{4x}{7} = 55$$
$$\left(x + \frac{4x}{7}\right) \cdot 7 = 55 \cdot 7$$
$$7x + \frac{\cancel{7} \cdot 4x}{\cancel{7}} = 385$$
$$7x + 4x = 385$$
$$11x = 385$$
$$x = \frac{385}{11}$$
$$x = 35$$

Então:

- quantidade colhida por Ernesto: $x = 35$
- quantidade colhida por Pedro: $\frac{4}{\cancel{7}_1} \cdot \cancel{35}^5 = 20$

Portanto, Pedro colheu 20 laranjas.

RONALDO BARATA/ARQUIVO DA EDITORA

Resolução de problemas

BNCC:

Habilidade EF07MA18.

Objetivo:

Resolver e elaborar problemas que envolvam equações do 1º grau.

Justificativa

A habilidade **EF07MA18** envolve traduzir o enunciado de um problema por meio de uma equação do 1º grau com uma incógnita e criar uma estratégia para resolvê-lo. Além disso, espera-se que os estudantes consigam, com base em uma equação, elaborar um problema que possa ser resolvido por meio dela. O objetivo acima contribui para o desenvolvimento dessa habilidade, o que justifica sua pertinência.

Mapeando conhecimentos

Na lousa, escreva o enunciado de um ou dois problemas e peça aos estudantes que os resolvam em duplas. Deixe-os à vontade para conversar e empregar a estratégia que julgarem mais conveniente. Observe como fazem a passagem da língua materna para a linguagem algébrica, se reconhecem o conjunto universo das equações levando em consideração os contextos e quais estratégias mobilizam para resolver as equações e encontrar a solução.

Para as aulas iniciais

Na lousa, escreva duas equações com seu respectivo conjunto universo e proponha aos estudantes que elaborem problemas que possam ser resolvidos por meio delas. Depois, reserve um momento para que troquem os problemas elaborados com um colega e resolvam os problemas propostos por ele. Em atividades como essa, é importante propiciar trocas e comparações para que formulem hipóteses e questionem outras formas de resolução ou de representação do mesmo problema.

Neste tópico, daremos continuidade ao desenvolvimento da habilidade **EF07MA18**, que se refere à resolução de problemas que possam ser representados por equações do 1º grau, fazendo uso das propriedades da igualdade.

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Sugestão de atividade extra

Após a resolução das atividades propostas, sugira aos estudantes que, em duplas, elaborem um problema e, em seguida, o troquem com outra dupla para que ela o resolva.

Situação 3

Alberto verificou que a terça parte do número de livros que possui mais 5 é igual a $\frac{4}{9}$ do total desses livros. Quantos livros Alberto possui?

Considerando:

- número de livros que Alberto possui: y
- terça parte do número de livros: $\frac{y}{3}$
- $\frac{4}{9}$ do número de livros: $\frac{4y}{9}$

Vamos escrever a equação que representa o problema, resolvendo-a:

$$\frac{y}{3} + 5 = \frac{4y}{9}$$

$$\left(\frac{y}{3} + 5\right) \cdot 9 = \frac{4y}{9} \cdot 9$$

$$9 \cdot \frac{y}{3} + 45 = 4y$$

$$3y + 45 = 4y$$

$$3y - 4y = -45$$

$$-y = -45$$

$$y = 45$$

Logo, Alberto possui 45 livros.

Sugestão de leitura

NETO, Egidio Trambaiolli. **O aprendiz**. São Paulo: FTD, 1997. (Coleção O contador de histórias e outras histórias da Matemática).

Para garantir o curso natural da história, Cronos, o Senhor do Tempo, e Felipe, um menino de 13 anos, resolverão problemas utilizando conhecimentos de História, Geografia e Matemática, como equações do 1º grau, múltiplos e divisores e operações com números racionais na forma decimal.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

28 Qual é o número inteiro que, adicionado a seu dobro, é igual a 72? **28.** 24

29 O triplo de um número natural, aumentado de 15, é igual a 39. Qual é esse número? **29.** 8

30 Qual é o número inteiro que, adicionado a sua quarta parte, é igual a 60? **30.** 48

31 A diferença entre os $\frac{2}{3}$ de um número racional e sua metade é igual a 10. Qual é esse número? **31.** 60

32 Ana tem cinco anos a mais que Paula. A soma da idade das duas é 35 anos. Qual é a idade de Ana? **32.** 20 anos

33 Lúcio e Cândido têm, juntos, medida de massa igual a 124 kg. Lúcio tem 16 kg a mais que Cândido. Qual é a medida de massa de cada um deles? **33.** Lúcio: 70 kg; Cândido: 54 kg

34 Quais são os dois números pares consecutivos cuja soma é 138? **34.** 68 e 70

35 Qual é o número inteiro cuja soma com seu sucessor é 73? **35.** 36

36 A soma de quatro números naturais consecutivos é 150. Determine-os. **36.** 36, 37, 38 e 39

37 A soma de dois números inteiros é 103, e a diferença entre o maior e o menor é 23. Quais são esses números? **37.** 40 e 63

38 A soma de três números pares consecutivos é 90. Calcule o maior deles. **38.** 32

39 Luísa repartiu 460 figurinhas entre André, Breno e Caio, de modo que Breno recebesse o dobro de Caio e André ficasse com 60 figurinhas a mais que Breno. Quantas figurinhas André recebeu? **39.** 220 figurinhas

40 Telma comprou uma calça e pagou-a em três prestações. Na primeira prestação, ela pagou a metade do valor da calça; na segunda, a terça parte; na última, R$ 10,00. Qual foi o valor da calça? **40.** R$ 60,00

41. primeiro: R\$ 15 000,00; segundo: R\$ 10 000,00; terceiro: R\$ 5 000,00

41 Em um campeonato de *kitesurf* são oferecidos R\$ 30 000,00 aos três primeiros colocados. O primeiro colocado recebe R\$ 10 000,00 a mais que o terceiro. O segundo colocado recebe o dobro da quantia do terceiro. Qual é o prêmio de cada um?


FOTOANDREA/SHUTTERSTOCK

O *kitesurf* é praticado com uma prancha e uma pipa, presa ao condutor por meio de cordas.

42 Em uma loja, foi vendido um lote de tênis brancos e pretos em apenas uma semana. Dois terços deles eram pretos, e 72, brancos. Quantos pares de tênis foram vendidos nessa loja ao final da semana? **42.** 216 pares de tênis

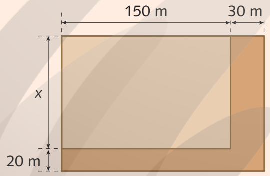
43 Daqui a quatro anos, Aníbal terá o triplo da idade que tinha há 26 anos. Qual é a idade de Aníbal? **43.** 41 anos

44 Pensei em um número natural, multipliquei por 5, dividi por 4 e subtraí 8, obtendo 12. Em que número pensei? **44.** 16

45 A medida do comprimento de um retângulo é 6 cm maior que a medida da largura. A medida do seu perímetro é igual à medida do perímetro de um quadrado cujos lados medem 30 cm de comprimento. Qual é a medida do comprimento do retângulo? **45.** 33 cm

46 Um pai tem 40 anos, e seu filho, 10 anos. Quantos anos passarão até que o pai tenha o dobro da idade do filho? **46.** 20 anos

47 Um terreno retangular mede 150 m de comprimento. Se o terreno fosse 30 m mais comprido e 20 m mais largo, sua medida de área seria 6 600 m² maior. Qual é a medida da largura do terreno? **47.** 100 m



ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

48 Em um quadrado mágico, a soma dos números de cada linha, coluna ou diagonal é sempre a mesma. Descubra o valor de x no quadrado mágico abaixo e copie-o no caderno, substituindo os ▨ por números.

48. Resposta em *Orientações*.

MODELO

x	▨	$x - 2$
▨	$x + 1$	▨
13	▨	$x + 2$

49 Com o auxílio de uma calculadora, descubra o resultado de cada item após digitar as teclas indicadas.

a) 5 + = = **49. a)** 10

b) 5 + = = = **49. b)** 15

c) 5 + = = = = **49. c)** 20

d) 5 + = = = = = **49. d)** 25

Agora, responda:

Qual será o resultado se você digitar 5 + e:

- a tecla = 10 vezes?
- a tecla = n vezes?

49. primeiro item: 50; segundo item: 5n

50 Elabore em seu caderno uma atividade sobre um evento ao qual uma quantidade desconhecida de pessoas deverá comparecer. O evento deve ter um custo para ser realizado e as pessoas devem pagar por um ingresso na entrada. Troque a atividade com um colega e resolva a que ele propôs. Ao receber a resolução do colega, dê um retorno a respeito da resposta dele, indicando os equívocos, se existirem. **50.** Resposta pessoal.

51 Elabore uma questão que envolva a quantidade de patas de uma aranha (oito patas) e a quantidade de patas de uma formiga (seis patas). Ela deve ser resolvida por meio de uma equação do primeiro grau. Troque sua atividade com um colega, resolva a atividade que ele criou e peça a ele que resolva a que você criou. **51.** Resposta pessoal.

Na **atividade 48**, para descobrir o valor de x, deve-se usar o fato de que a soma dos termos nas linhas, colunas e diagonais é sempre uma constante. Deve-se então escrever a soma dos termos nas duas diagonais e igualar as expressões:

$x + x + 1 + x + 2 = x - 2 + x + 1 + 13$

Essa equação tem solução $x = 9$.

Substituindo x e completando os quadradinhos com números desconhecidos, temos o quadrado mágico completo.

9	14	7
8	10	12
13	6	11

- Na **atividade 49**, as etapas apresentadas podem variar de uma calculadora para outra. Oriente os estudantes que tiverem calculadora que funcione de maneira diferente da indicada.

Sequências

BNCC:

Habilidades EF07MA14, EF07MA15 e EF07MA16.

Objetivos:

- Expressar sequências numéricas algebricamente.
- Reconhecer sequências recursivas e não recursivas.

Justificativa

Expressar sequências numéricas algebricamente envolve perceber o padrão de uma sequência e representá-lo utilizando expressões algébricas, despertando nos estudantes a capacidade de generalizar a regularidade percebida na sequência numérica, o que justifica a pertinência desse objetivo.

Reconhecer sequências recursivas e não recursivas amplia o repertório dos estudantes no que diz respeito à identificação do padrão de sequências numéricas e favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA14**.

Mapeando conhecimentos

Apresente algumas sequências numéricas e peça aos estudantes que pensem em uma regra para determinar qualquer termo que dependa da posição do termo na sequência ou uma regra que permita descobrir um termo a partir do anterior. Você também pode apresentar as fórmulas do termo geral de algumas sequências e solicitar que determinem as sequências numéricas correspondentes. Tanto em uma atividade quanto na outra, é importante que levantem hipóteses e que você os incentive a testá-las e a compartilhá-las com os colegas.

Para as aulas iniciais

Retome as sequências da dinâmica inicial e mostre como expressar algebricamente cada uma delas com a participação da turma. Se achar oportuno, explore outras sequências. Repita o mesmo procedimento com as fórmulas do termo geral que foram exploradas na dinâmica inicial.

Após a leitura dos exemplos, questione os estudantes se as sequências abaixo são iguais ou diferentes:

(0, –7, 14, –21, 28)

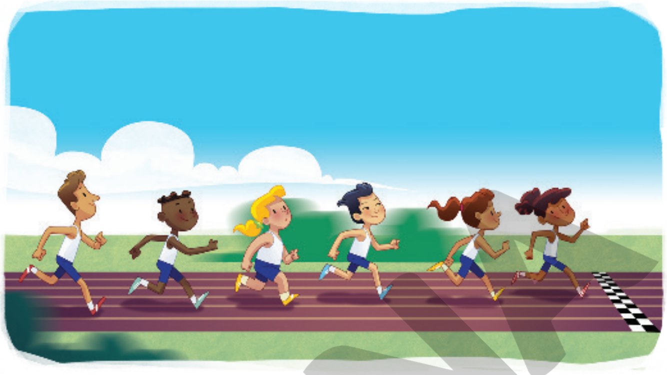
(–7, 0, 14, –21, 28)

Espera-se que eles argumentem que as sequências são diferentes, pois o 1º e o 2º termos possuem valores trocados.

4 Sequências

Nas Olimpíadas Escolares, houve uma prova de corrida de 1 km. Veja a sequência dos seis primeiros colocados.

Classificação dos alunos na prova de 1 km	
Posição	**Corredor**
1ª	Adriana
2ª	Ana
3ª	Cláudio
4ª	Márcia
5ª	Daniel
6ª	Pedro



CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

Essa sequência traz a lista de corredores com posições bem definidas. Em qualquer sequência, a posição de um elemento a define. Isto é, caso Adriana tivesse cruzado a linha de chegada atrás de Ana, ou seja, se Adriana ocupasse a 2ª posição em vez da 1ª, a sequência dos corredores seria outra.

A ideia de sequência aparece em muitas situações do dia a dia, como: a sequência de músicas que tocam em uma rádio, a sequência dos números das casas em um dos lados de uma rua, a sequência dos nomes dos estudantes na lista de chamada, entre outras.

Neste momento, vamos estudar algumas sequências com padrões numéricos.

Sequências numéricas

Uma **sequência numérica** é um conjunto de números escritos em uma certa ordem. Ela pode ser **finita** ou **infinita**. Se a sequência for infinita, usamos reticências para indicar que ela continua indefinidamente. No caso de ser finita, podemos listar todos os elementos.

Considere alguns exemplos de sequências numéricas.

a) $(-2, 7, 4, \frac{1}{2}, 0, 0, -5)$ → sequência finita

b) (0, 1, 0, 1, 0, 1, ...) → sequência infinita

c) (1, 3, 5, 7, ...) → sequência infinita

d) (1, 2, 4, 8, 16) → sequência finita

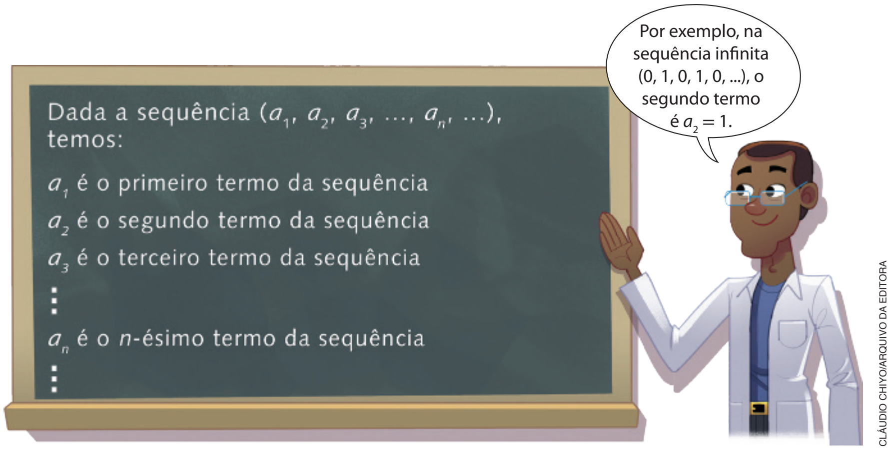
Cada um dos elementos da sequência é chamado de **termo** da sequência.

Em uma sequência, o termo que ocupa a posição de número n é indicado pelo símbolo a_n.

(EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.

(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.



Dada a sequência $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$, temos:

a_1 é o primeiro termo da sequência

a_2 é o segundo termo da sequência

a_3 é o terceiro termo da sequência

⋮

a_n é o n-ésimo termo da sequência

⋮

CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

Lei de formação de uma sequência numérica

Observe as sequências numéricas.

- $(-1, 0, -5, \sqrt{2}, \frac{1}{2}, -\sqrt{7}, \dots) \longrightarrow$ sequência criada aleatoriamente
- $(0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots) \longrightarrow$ sequência dos múltiplos de 3

Qual é o próximo termo de cada sequência?

Para a sequência que foi criada aleatoriamente, não é possível dizer qual é o próximo termo. Já a sequência que é dada pelos múltiplos de 3, conseguimos dizer que o próximo termo é 21.

Algumas sequências têm uma **lei de formação**, ou seja, uma **regra** que mostra como a sequência progride ou é formada. A lei de formação de uma sequência numérica pode ser dada por extenso ou por meio de uma sentença algébrica. Analise os exemplos.

a) Lei de formação: sequência infinita dada pelos números primos em ordem crescente.

Sequência: (2, 3, 5, 7, 11, ...)

b) Lei de formação: $a_n = 4n$

Sequência: (4, 8, 12, 16, ...)

$n = 1 \longrightarrow a_1 = 4 \cdot 1 = 4$

$n = 2 \longrightarrow a_2 = 4 \cdot 2 = 8$

$n = 3 \longrightarrow a_3 = 4 \cdot 3 = 12$

$n = 4 \longrightarrow a_4 = 4 \cdot 4 = 16$

⋮

c) Lei de formação: $a_n = 2n + 1$

Sequência: (3, 5, 7, 9, ...)

$n = 1 \longrightarrow a_1 = 2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$

$n = 2 \longrightarrow a_2 = 2 \cdot 2 + 1 = 4 + 1 = 5$

$n = 3 \longrightarrow a_3 = 2 \cdot 3 + 1 = 6 + 1 = 7$

$n = 4 \longrightarrow a_4 = 2 \cdot 4 + 1 = 8 + 1 = 9$

⋮

Note que as expressões algébricas $4n$ e $2n + 1$ trazem a variável n, que indica a posição dos termos na sequência. Portanto, o termo está sendo calculado a partir de sua posição. Como exemplo, observe que o 4º termo da sequência dada por $a_n = 2n + 1$ foi assim calculado: $a_4 = 2 \cdot \underset{\text{posição}}{\mathbf{4}} + 1 = 8 + 1 = 9$

Lei de formação de uma sequência numérica

Faça as seguintes perguntas aos estudantes sobre a representação dos termos de uma sequência:

- Qual é a posição do termo a_{15}? (Resposta: 15º termo da sequência.);
- Como podemos indicar o vigésimo quarto termo de uma sequência? (Resposta: a_{24})

Neste tópico, iniciamos o desenvolvimento da habilidade **EF07MA15**, em que os estudantes serão solicitados a utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

Pergunte a eles se sequências aleatórias possuem lei de formação. Espera-se que respondam que não, pois não é possível prever os termos subsequentes de uma sequência aleatória.

- Se julgar conveniente, solicite aos estudantes que escrevam por extenso as leis de formação das sequências da **atividade 55**. Respostas possíveis:
  - o **item a** representa a sequência dos números inteiros positivos múltiplos de seis;
  - o **item b** representa a sequência dos números inteiros maiores do que seis;
  - o **item c** representa a sequência dos números inteiros múltiplos de dois menores do que doze;
  - o **item d** representa a sequência em que cada termo é a terça parte de um número natural.

Observação

Dada uma sequência numérica infinita, não podemos dizer qual é o próximo termo sem saber exatamente qual é a lei de formação dessa sequência. Por exemplo, a sequência infinita (1, 3, 5, ...) pode parecer a sequência dos números ímpares, e o próximo termo poderia ser 7. No entanto, a lei de formação dessa sequência também poderia ser $a_n = -\frac{n^3}{6} + n^2 + \frac{n}{6}$.

$$a_1 = -\frac{1^3}{6} + 1^2 + \frac{1}{6} = 1$$

$$a_2 = -\frac{2^3}{6} + 2^2 + \frac{2}{6} = 3$$

$$a_3 = -\frac{3^3}{6} + 3^2 + \frac{3}{6} = 5$$

$$a_4 = -\frac{4^3}{6} + 4^2 + \frac{4}{6} = 6$$

Nesse caso, o valor de a_4 seria 6.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

52 Em seu caderno, escreva as sequências dadas por meio de suas leis de formação. Se a sequência for infinita, escreva apenas os seis primeiros termos.

a) Sequência dos números inteiros positivos, pares e menores que 20. **52. a)** (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18)

b) Sequência dos números inteiros positivos múltiplos de 3. **52. b)** (3, 6, 9, 12, 15, 18, ...)

c) Sequência dos números inteiros positivos, múltiplos de 5, maiores que 20 e menores que 45. **52. c)** (25, 30, 35, 40)

d) Sequência dos números inteiros positivos cujo nome começa com a letra “d”. **52. d)** (2, 10, 12, 16, 17, 18, ...)

53 Invente uma lei de formação para uma sequência numérica e registre a lei e a sequência no caderno. **53.** Resposta pessoal.

54 Escreva em seu caderno os cinco primeiros termos das sequências dadas pelas leis de formação. Considere n um inteiro positivo.

a) $a_n = 3n - 2$ **54. a)** (1, 4, 7, 10, 13, ...)

b) $a_n = (-1)^n$ **54. b)** (−1, 1, −1, 1, −1, ...)

c) $a_n = \frac{1}{2n}$ **54. c)** $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, ...\right)$

d) $a_n = (n + 1)(n - 1)$ **54. d)** (0, 3, 8, 15, 24, ...)

55 Encontre uma lei de formação para cada uma das sequências abaixo. Depois, explique ao professor e aos colegas como você pensou para determinar cada lei.

a) (6, 12, 18, 24, 30, 36, ...) **55. a)** Exemplo de resposta: $a_n = 6n$

b) (7, 8, 9, 10, 11, 12, ...) **55. b)** Exemplo de resposta: $a_n = 6 + n$

c) (10, 8, 6, 4, 2, 0, ...) **55. c)** Exemplo de resposta: $a_n = 12 - 2n$

d) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, 2, ...\right)$ **55. d)** Exemplo de resposta: $a_n = \frac{n}{3}$

Sequências recursivas

Em algumas sequências, é possível identificar uma **recursividade** entre os termos.

Vamos determinar os primeiros termos de uma sequência infinita na qual $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ e $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, para todo n inteiro e maior que 2.

$n = 3 \longrightarrow a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$

$n = 4 \longrightarrow a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3$

$n = 5 \longrightarrow a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5$

$n = 6 \longrightarrow a_6 = a_5 + a_4 = 5 + 3 = 8$

Essa lei de formação gera a sequência da abertura do capítulo, a sequência de Fibonacci:

$$(1, 1, 2, 3, 5, 8, ...)$$

Como cada termo dessa sequência é definido em relação ao termo anterior, dizemos que ela é uma **sequência recursiva**. Acompanhe outro exemplo de sequência recursiva.

Vamos determinar o 5º termo de uma sequência infinita que é dada pela seguinte lei de formação: $a_1 = 0$ e $a_{n+1} = a_n + 2$, para todo n inteiro positivo.

Antes de determinar a_5, devemos encontrar os termos anteriores.

Sabemos que a_1 é igual a 0.

Vamos determinar a_2; para isso, substituímos n por 1 em a_{n+1} para obter a_2:

$n = 1 \longrightarrow a_{1+1} = a_1 + 2 \longrightarrow a_2 = 0 + 2 = 2$

Agora, determinamos os próximos termos:

$n = 2 \longrightarrow a_{2+1} = a_2 + 2 \longrightarrow a_3 = 2 + 2 = 4$

$n = 3 \longrightarrow a_{3+1} = a_3 + 2 \longrightarrow a_4 = 4 + 2 = 6$

$n = 4 \longrightarrow a_{4+1} = a_4 + 2 \longrightarrow a_5 = 6 + 2 = 8$

Assim, concluímos que $a_5 = 8$.

Essa lei de formação gera a sequência (0, 2, 4, 6, 8, ...), que é a sequência de números naturais pares.

Observações

1. Para calcular o n-ésimo termo de uma sequência recursiva, precisamos calcular todos os termos anteriores a ele. Por exemplo, para calcular o 5º termo por meio da lei $a_{n+1} = a_n + 2$, adotamos $n = 4$. Assim:
   $a_{4+1} = a_4 + 2$, isto é, $a_5 = a_4 + 2$
   Porém, $a_4 = a_3 + 2$ e $a_3 = a_2 + 2$.
   E assim sucessivamente até chegarmos ao 1º termo, que foi definido como 0.
2. Podem existir diferentes leis de formação que geram a mesma sequência. A sequência dos números pares, por exemplo, pode ser gerada tanto pela lei do exemplo dado quanto pela lei de formação que depende da posição do termo na sequência: $a_n = 2n - 2$, para todo n inteiro positivo. Verifique!
3. Quando não é possível estabelecer regras que definam cada termo em relação ao anterior, dizemos que a sequência é **não recursiva**. É o caso, por exemplo, da sequência dos números primos.

No tópico *Sequências recursivas*, iniciamos o trabalho com a habilidade **EF07MA14.**

Para promover o desenvolvimento da habilidade **EF07MA16,** explore o fato de existirem expressões algébricas distintas que descrevem a mesma sequência numérica. Tais expressões algébricas são chamadas de **equivalentes**.

Peça aos estudantes que exponham outra lei de formação que gere a sequência dos números pares e que a classifiquem em lei de formação recursiva ou não. Exemplo de resposta: $a_n = 2 \cdot n$, para todo inteiro n não negativo. Não é uma lei de formação recursiva, pois depende apenas da posição do termo na sequência.

É preciso esclarecer que recursividade é um atributo da maneira como se descreve a sequência, e não da sequência em si. Dada uma sequência, pode haver uma lei de formação que dependa da sua posição – essa é então uma lei de formação não recursiva; a mesma sequência pode ser descrita por uma lei que dependa do termo inicial e da relação entre termos – essa é uma lei de formação recursiva.

Como se viu, a sequência dos números naturais pares pode ser descrita por uma lei recursiva ($a_1 = 0$ e $a_n = a_{n-1} + 2$) e também por uma lei não recursiva ($a_n = 2n$, n número natural).

Do mesmo modo, a sequência de Fibonacci tem uma lei recursiva e outra não recursiva (embora a primeira seja muito mais elegante do que a segunda).

No boxe *Veja que interessante*, os estudantes deverão reconhecer que o conceito de recursão está presente não apenas na Matemática, mas também nas artes e na literatura.

Em conjunto com os professores de Arte e de Língua Portuguesa, divida a turma em grupos de quatro estudantes. Os grupos devem pesquisar exemplos de recursão na literatura e na arte. Organize-os de modo que alguns dediquem seus trabalhos para a arte e outros para a literatura. Cada grupo deve produzir um painel retratando alguma figura ou trecho literário. No fim do trabalho, os painéis devem ser apresentados pelos grupos.

Sugestão de leitura

A ideia de recursão também pode ser explorada por meio dos fractais. Se julgar oportuno, apresente aos estudantes alguns fractais clássicos, como o *triângulo de Sierpinski*, a *esponja de Menger* e a *curva de Koch*. A tese "Geometria fractal e aplicações", de Raquel Sofia Rebelo Nunes, traz alguns desses exemplos.

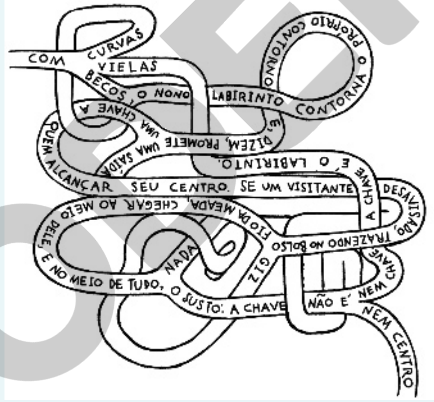
Veja que interessante

Recursão na arte e na literatura

As *Matrioskas* são bonecas russas feitas de madeira que ficam guardadas umas dentro das outras. A ideia de recorrência (recursão) se dá pelo fato de que, quando abrimos uma boneca, há outra menor e parecida em seu interior. Existem *Matrioskas* com números impressionantes de camadas de bonecas.

PURPLE ANVIL/SHUTTERSTOCK

Além da arte, a ideia de recursão também aparece na literatura. Veja, por exemplo, o poema visual abaixo, no qual a estrutura recursiva de um labirinto serve de suporte para o texto.



ROGER MELLO/COMPANHIA DAS LETRAS

MELLO, Roger. **Zubair e os labirintos**.
São Paulo: Companhia das Letrinhas, 2007.

Atividade

Reúna-se com um colega e pesquisem outros exemplos da presença de recursão na arte ou na literatura. Depois, compartilhem os resultados da pesquisa com a turma.

Veja que interessante: Resposta pessoal.

Sugestão de vídeo

O vídeo "Aula 01 – Sequências definidas por recorrência", do Programa de Iniciação Científica da OBMEP, propõe uma aula expositiva sobre leis de formação recursivas.

Atividades

56. a) (0, 2, 4, 6, 8, ...)
56. b) (1, 3, 5, 7, 9, ...)
56. c) (–1, 2, –4, 8, –16, ...)

Faça as atividades no caderno.

56 Em seu caderno, anote os cinco primeiros termos gerados pelas leis de formação a seguir.

a) $a_n = a_{n-1} + 2$, em que $a_1 = 0$, com n inteiro positivo maior que 1.

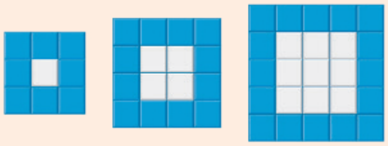
b) $a_n = a_{n-1} + 2$, em que $a_1 = 1$, com n inteiro positivo maior que 1.

c) $a_n = -2 \cdot a_{n-1}$, em que $a_1 = -1$, com n inteiro positivo maior que 1.

57 Descreva, em seu caderno, usando uma lei de formação recursiva, cada uma das sequências abaixo.

a) (3, 6, 9, 12, 15, ...)
b) (0, 1, 2, 3, 4, 5, ...)
c) (1, –1, 1, –1, 1, ...)
d) (1, 2, 4, 8, 16, 32, ...)

58 Com azulejos quadrados brancos e azuis, todos com as medidas de comprimento de lado, construímos os seguintes mosaicos:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

A regra para construir esses mosaicos é a seguinte: inicialmente, formamos um quadrado com 1 azulejo branco cercado por azulejos azuis; em seguida, outro quadrado, este com 4 azulejos brancos cercado de azulejos azuis; e assim sucessivamente. Considerando a sequência de mosaicos com número crescente de azulejos, responda em seu caderno.

a) Quantos azulejos brancos terá o 15º mosaico dessa sequência? **58. a)** 225

b) Quantos azulejos brancos terá o n-ésimo mosaico dessa sequência? **58. b)** $a_n = n^2$

c) Quantos azulejos azuis terá o 20º mosaico dessa sequência? **58. c)** 84

d) Quantos azulejos azuis terá o n-ésimo mosaico dessa sequência?
58. d) $a_n = 4(n + 1)$

59 Crie uma atividade envolvendo sequências numéricas recursivas. A atividade deve conter duas partes.

a) Elabore uma sequência dando os cinco primeiros termos, sem mostrar sua lei de formação. Peça a um colega que encontre a lei de formação na qual pensou.
59. a) Resposta pessoal.

b) Elabore uma sequência recursiva e entregue a atividade a um colega, pedindo a ele que liste os seis primeiros termos da sequência. Verifique se ele encontrou corretamente os termos, apontando eventuais equívocos.
59. b) Resposta pessoal.

Sequências numéricas em planilhas eletrônicas

Com um *software* de planilha eletrônica, é possível construir sequências numéricas inserindo a lei de formação em suas células.

Existem diferentes *softwares* de planilha eletrônica, mas a maioria tem funcionalidades muito parecidas em termos de manipulação das células e inserção de fórmulas.

Confira algumas funcionalidades de uma planilha eletrônica.

CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

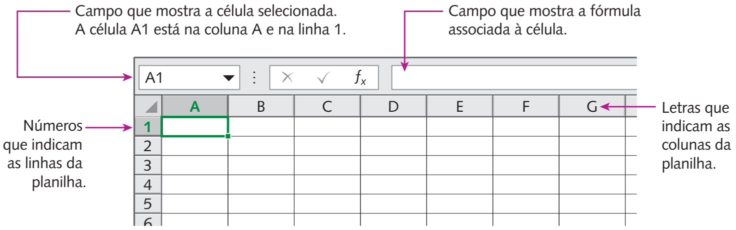
57. a) Exemplo de resposta: $a_n = 3 + a_{n-1}$, em que $a_1 = 0$, com n inteiro positivo maior que 1.
57. b) Exemplo de resposta: $a_n = a_{n-1} + 1$, em que $a_1 = 0$, com n inteiro positivo maior que 1.
57. c) Exemplo de resposta: $a_n = -a_{n-1}$, em que $a_1 = 1$, com n inteiro positivo maior que 1.
57. d) Exemplo de resposta: $a_n = 2a_{n-1}$, em que $a_1 = 1$, com n inteiro positivo maior que 1.

Sequências numéricas em planilhas eletrônicas

Visando ao complemento deste tópico, peça aos estudantes que elaborem no caderno a fórmula de uma sequência cujos valores dos termos dependam de sua posição e, usando uma planilha eletrônica, calculem os 12 primeiros termos e anotem a sequência no caderno.

Sugestão de vídeo

O vídeo "O número de ouro", da série Arte e Matemática, da TV Cultura, traz a explicação sobre número de ouro e aborda a história de Fibonacci.



Campo que mostra a célula selecionada. A célula A1 está na coluna A e na linha 1.

Campo que mostra a fórmula associada à célula.

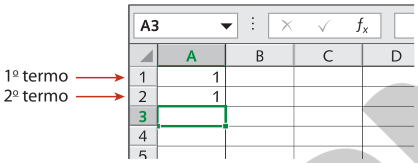
Números que indicam as linhas da planilha.

Letras que indicam as colunas da planilha.

Podemos gerar, em uma planilha eletrônica, os termos da sequência numérica de Fibonacci. Essa sequência pode ser dada por meio da seguinte lei de formação:

$$a_1 = a_2 = 1 \text{ e } a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, \text{ para todo } n \text{ inteiro positivo maior que 2}$$

Inserimos o 1º termo na célula A1 (coluna A e linha 1). Em seguida, inserimos o 2º termo na célula A2 (coluna A e linha 2).

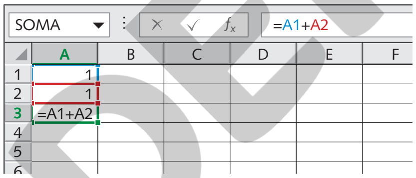


1º termo

2º termo

	A	B	C	D
1	1			
2	1			
3				
4				

Agora, vamos indicar na planilha eletrônica o 3º termo, que é dado pela soma dos dois primeiros. Primeiro, selecionamos a célula A3 (coluna A e linha 3). Depois, no campo de fórmula, colocamos um sinal de igual e indicamos as células que contêm os valores que devem ser adicionados. Neste caso, A1 e A2.

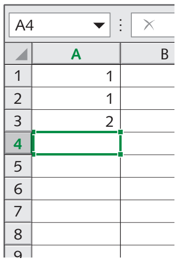


SOMA

=A1+A2

	A	B	C	D	E	F
1	1					
2	1					
3	=A1+A2					
4						
5						

Após a indicação das células, devemos apertar a tecla *Enter* para que a soma seja calculada.



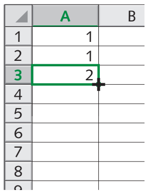
A4

	A	B
1	1	
2	1	
3	2	
4		
5		
6		
7		
8		

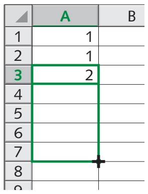
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

A vantagem de usar uma planilha eletrônica está na praticidade de determinar os próximos termos, pois agora podemos apenas clicar no quadradinho que fica no canto inferior direito da célula A3 e arrastar para baixo, copiando a fórmula para as células A4, A5, A6 e assim por diante.

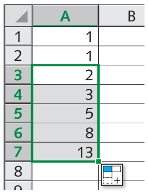
Quando fazemos isso, definimos que o conteúdo da célula A4 corresponde à soma dos valores das células A2 e A3; o mesmo ocorre para a célula A5, que corresponde à soma das células A3 e A4; e assim sucessivamente.



	A	B
1	1	
2	1	
3	2	
4		
5		
6		
7		
8		



	A	B
1	1	
2	1	
3	2	
4		
5		
6		
7		
8		



	A	B
1	1	
2	1	
3	2	
4	3	
5	5	
6	8	
7	13	
8		

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Veja que na coluna A apareceu até o 7º termo da sequência. Podemos estender essa técnica indefinidamente na planilha, descobrindo mais termos dessa sequência.

Por exemplo, se quiséssemos o 20º termo da sequência, precisaríamos clicar no quadradinho do canto inferior direito da célula A7 e arrastar para baixo até a célula A20, em que apareceria o 20º termo da sequência.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

60 Em uma planilha eletrônica, gere os termos da sequência de Fibonacci e responda:

a) Qual é o 15º termo da sequência? **60. a)** 610

b) O número 17 711 é um termo dessa sequência? Justifique sua resposta.

c) O número 5 213 é um termo dessa sequência? Justifique sua resposta.

60. b) Sim, pois é o 22º termo.

60. c) Não, pois ele está entre 4 181 (19º termo) e 6 765 (20º termo).

61 Elabore uma questão inspirada na **atividade 60** e troque com um colega para que um resolva a questão criada pelo outro. **61.** Resposta pessoal.

62 Usando um *software* de planilha eletrônica, gere os termos das sequências a seguir e, em seu caderno, liste os 10 primeiros termos.

a) $a_n = a_{n-1} + 7$, em que $a_1 = 4$, com n inteiro positivo maior que 1.

62. a) (4, 11, 18, 25, 32, 39, 46, 53, 60, 67, ...)

b) $a_n = a_{n-1} - 10$, em que $a_1 = 50$, com n inteiro positivo maior que 1.

62. b) (50, 40, 30, 20, 10, 0, –10, –20, –30, –40, ...)

c) $a_n = (a_{n-1}) \cdot (a_{n-2})$, em que $a_1 = 1$ e $a_2 = 2$, com n inteiro positivo maior que 2.

62. c) (1, 2, 2, 4, 8, 32, 256, 8 192, 2 097 152, 17 179 869 184, ...)

d) $a_n = (a_{n-1}) \cdot 11$, em que $a_1 = 1$, com n inteiro positivo maior que 1.

62. d) (1, 11, 121, 1 331, 14 641, 161 051, 1 771 561, 19 487 171, 214 358 881, 2 357 947 691, ...)

63 Responda no caderno.

a) A célula de uma planilha eletrônica tem qual papel quando criamos a sequência numérica: variável ou incógnita? Justifique. **63. a)** Respostas pessoais.

b) As fórmulas da **atividade 62**, inseridas nas células da planilha eletrônica, eram de sequências recursivas. É possível criar sequências definidas por fórmulas que dependem da posição do termo usando uma planilha eletrônica? Justifique. **63. b)** Respostas pessoais.

- No **item a** da **atividade 63,** espera-se que os estudantes concluam que a célula de uma planilha eletrônica tem o papel de variável, pois aceita qualquer valor para a formação de uma sequência.

No **item b,** espera-se que os estudantes justifiquem que será necessário utilizar uma coluna com os valores dos termos da sequência recursiva para realizar os cálculos por meio de uma fórmula em outra coluna.

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Expressões algébricas

- A **atividade 1** solicita aos estudantes que traduzam para a linguagem algébrica algumas frases que estão na língua materna. Atividades como essa, que envolvem a mobilização de diferentes registros de representação, favorecem o desenvolvimento da competência específica **6** de Matemática da BNCC.
- Na **atividade 3**, caso alguns estudantes tenham obtido o valor numérico errado para algumas expressões algébricas, verifique se não se equivocaram nas substituições ou nas realizações dos cálculos. É importante que tenham a oportunidade de comparar com os colegas o que fizeram.
- Algumas adições algébricas propostas na **atividade 4** apresentam parênteses. Proponha aos estudantes que façam os cálculos, primeiro priorizando as operações entre os parênteses e, depois, desconsiderando os parênteses. Por fim, peça para que comparem os resultados obtidos e tirem conclusões. Espera-se que eles percebam que a presença dos parênteses é relevante apenas no **item d**.
- Na **atividade 5**, oriente os estudantes a determinarem, antes da realização dos cálculos, o sinal da expressão que vão obter na multiplicação dos termos algébricos de cada item.
- Na **atividade 6**, é importante que os estudantes primeiro observem as figuras e reconheçam que a figura laranja é um quadrado e a figura verde é um retângulo (não quadrado). Depois, verifique se todos sabem determinar as medidas do perímetro e da área da figura toda.

Equações

- Na **atividade 7**, após os estudantes identificarem as sentenças que são equações do 1º grau, incentive-os a justificar o porquê das sentenças dos **itens a**, **b**, **e** e **f** não serem equações do 1º grau.

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Faça as atividades no caderno.

Expressões algébricas

Uma sentença matemática formada por números e letras ou somente por letras é chamada de **expressão algébrica**. Por exemplo:

$$x + 4y + z + 2m$$

Valor numérico de uma expressão algébrica

Valor numérico é o resultado das operações efetuadas em uma expressão algébrica após a substituição das variáveis por números.

Adição e multiplicação de termos algébricos

Adição algébrica

Para adicionar termos algébricos que têm a mesma parte literal, devemos adicionar os coeficientes e conservar a parte literal.

Multiplicação algébrica

Para multiplicar dois termos algébricos, devemos:

- multiplicar os coeficientes numéricos entre si;
- multiplicar as partes literais entre si.

1. Indique o número desconhecido por x e represente cada frase por meio de uma expressão algébrica. **1. a)** $2x + 7$

a) a soma de sete com o dobro de um número;

b) a sexta parte de um número; **1. b)** $\frac{x}{6}$

c) o produto de um número pela sua sétima parte. **1. c)** $x \cdot \frac{x}{7}$

2. Teresa tem 32 anos. Escreva no caderno uma expressão algébrica que represente a idade que ela teve há x anos, sendo x um número natural. **2.** $32 - x$

3. Calcule o valor numérico da expressão algébrica em cada item.

a) $x^2 - 2x + y^2$, para $x = -1$ e $y = -2$ **3. a)** 7

b) $x^2y - 2xy$, para $x = -2$ e $y = 3$ **3. b)** 24

c) $4xy - 3y^2$, para $x = 2$ e $y = -1$ **3. c)** -11

4. Calcule estas adições algébricas.

a) $15x - 8x + (12x + 3x - 9x)$ **4. a)** $13x$

b) $11y - 15y - 9y + 25y$ **4. b)** $12y$

c) $25x + 12y + (9x - 6y - z)$ **4. c)** $34x + 6y - z$

d) $2x + 4y - z - (3x - 5y + 5z)$ **4. d)** $-x + 9y - 6z$

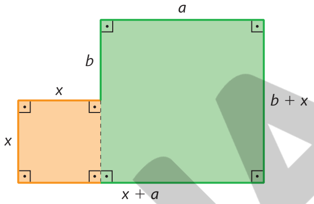
5. Determine estes produtos algébricos.

a) $-3 \cdot (-12x)$ **5. a)** $36x$

b) $(-xy) \cdot (3y^2)$ **5. b)** $-3xy^3$

c) $-3x \cdot (-2xy^2) \cdot x^2 \cdot (4)$ **5. c)** $24x^4y^2$

6. Escreva as expressões algébricas que representam a medida do perímetro e a medida da área da figura a seguir. **6.** medida do perímetro: $4x + 2a + 2b$; medida da área: $x^2 + a \cdot (x + b)$



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Equações

Equação é uma sentença matemática expressa por uma igualdade que apresenta pelo menos um valor desconhecido representado por uma letra denominada incógnita.

$$\underbrace{3x - 7}_{1^{\text{o}}\text{ membro}} = \underbrace{2x - 5}_{2^{\text{o}}\text{ membro}}$$

Quando o maior expoente de uma incógnita em uma equação é 1, a denominamos **equação do 1º grau**.

Raiz de uma equação

Um valor que, substituindo a incógnita, torna a sentença verdadeira é chamado de **raiz** da equação.

O **conjunto universo** de uma equação é formado por todos os valores que uma incógnita pode assumir e é indicado por U.

As raízes da equação que pertencem ao conjunto universo são as **soluções** dessa equação e formam seu **conjunto solução**, que é indicado por S.

7. Identifique, no caderno, as sentenças que representam equações do 1º grau. **7.** itens: **c** e **d**

a) $3x - 1 > 12$

b) $5 + 12 = 20 - 3$

c) $15 = 6y - 9$

d) $2x + 15 = 18 - 2$

e) $5a + 4b \neq 12$

f) $x^2 + 12 = 25$

8. Verifique se o número 3 é raiz das seguintes equações:

a) $3x - 3 = 9 - x$ **8. a)** sim

b) $\frac{x}{3} + 12 = \frac{4x}{2} - 1$ **8. b)** não

c) $4x - 14 = 7 - 3x$ **8. c)** sim

9. Determine mentalmente o conjunto solução de cada equação, sendo $U = \mathbb{Q}$.

a) $x - 15 = 0$ **9. a)** $S = \{15\}$

b) $\frac{x}{5} = 5$ **9. b)** $S = \{25\}$

c) $x + \frac{1}{2} = 0$ **9. c)** $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

d) $x - \frac{4}{9} = \frac{3}{9}$ **9. d)** $S = \left\{\frac{7}{9}\right\}$

Resolução de equações do 1º grau com uma incógnita

Quando duas equações têm o mesmo conjunto universo e as mesmas raízes, elas são chamadas de **equações equivalentes**.

Princípio aditivo e princípio multiplicativo das igualdades

- **princípio aditivo das igualdades**: quando adicionamos ou subtraímos uma mesma quantidade nos dois membros de uma equação, obtemos uma equação equivalente à primeira.
- **princípio multiplicativo das igualdades**: quando multiplicamos ou dividimos por um mesmo número não nulo os dois membros de uma equação, obtemos uma equação equivalente à primeira.

10. Sabendo que $U = \mathbb{Q}$, resolva as equações.

a) $2x + (9 - x) = 8 - (3x - 6)$ **10. a)** $S = \left\{\frac{5}{4}\right\}$

b) $8 \cdot (2x - 1) = 6 \cdot (5x - 2) - 10$ **10. b)** $S = \{1\}$

c) $y - [y - (2 - 4) - 1] + 4 = -(-3 - y)$ **10. c)** $S = \{0\}$

d) $\frac{2x}{5} - \frac{3}{4} = \frac{3x}{20}$ **10. d)** $S = \{3\}$

e) $\frac{x}{4} + \frac{x + 3}{2} = 2$ **10. e)** $S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$

f) $\frac{2x}{5} + \frac{15x - 1}{20} = \frac{1}{3}$ **10. f)** $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$

11. Determine o conjunto solução da equação $-\frac{1}{4}(x - 2) = 2x - \frac{1}{3}$ para:

a) $U = \mathbb{Z}$. **11. a)** $S = \varnothing$

b) $U = \mathbb{Q}$. **11. b)** $S = \left\{\frac{10}{27}\right\}$

12. Calcule o valor de m, considerando a equação $(m - 2) \cdot x + 2x + 4 \cdot (m - 5) = 0$, em que x é igual a 2. **12.** $m = \frac{10}{3}$

13. Uma empresa de transporte aéreo está oferecendo um desconto de $\frac{3}{10}$ do valor da passagem. Mário pagou R$ 210,00 pela passagem, já com desconto. Qual é o valor da passagem sem desconto? **13.** R$ 300,00

14. Em uma indústria, o número de homens é igual a $\frac{3}{5}$ do número de mulheres. Se fossem admitidos mais 20 homens, o número de funcionários ficaria igual ao número de funcionárias. Quantas mulheres e quantos homens trabalham nessa fábrica? **14.** 50 mulheres e 30 homens

15. Em um cesto, há peras, laranjas e bananas. Ao todo, são 96 frutas. O número de peras é o triplo do de laranjas, e o número de bananas é igual ao de laranjas e peras reunidas. Quantas frutas há de cada tipo? **15.** 48 bananas, 12 laranjas e 36 peras

Sequências

Uma **sequência numérica** é um conjunto de números escritos em uma certa ordem. Ela pode ser **finita** ou **infinita**.

A lei de formação de uma sequência é uma regra que mostra como a sequência progride ou é formada.

Uma **sequência recursiva** é uma sequência em que cada termo é definido em relação ao termo anterior.

16. Escreva em seu caderno os seis primeiros termos das sequências a seguir.

a) $a_n = 2n + 5$ **16. a)** (7, 9, 11, 13, 15, 17, ...)

b) $a_n = n^2 + n$ **16. b)** (2, 6, 12, 20, 30, 42, ...)

c) $a_n = \frac{n}{n + 1}$ **16. c)** $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \ldots\right)$

17. Em seu caderno, relacione as leis de formação que dão origem à mesma sequência numérica. **17.** a – III; b – IV; c – I; d – II

a) $a_n = 2^n$, com n inteiro positivo

b) $a_n = 3n$, com n inteiro positivo

c) $a_n = 3n + 1$, com n inteiro positivo

d) $a_n = 2n$, com n inteiro positivo

I. $a_n = a_{n-1} + 3$, $a_1 = 4$, com n inteiro maior que 1

II. $a_n = a_{n-1} + 2$, $a_1 = 2$, com n inteiro maior que 1

III. $a_n = 2 \cdot a_{n-1}$, $a_1 = 2$, com n inteiro maior que 1

IV. $a_n = a_{n-1} + 3$, $a_1 = 3$, com n inteiro maior que 1

- Amplie a proposta da **atividade 8** e peça aos estudantes que determinem a raiz da equação do **item b**.

$$\frac{x}{3} + 12 = \frac{4x}{2} - 1$$
$$\frac{x}{3} - \frac{4x}{2} = -13$$
$$\frac{x}{3} - 2x = -13$$

Multiplicando ambos os membros por 3, temos:

$$x - 6x = -39$$
$$-5x = -39$$
$$x = 7{,}8$$

Portanto, a raiz da equação $\frac{x}{3} + 12 = \frac{4x}{2} - 1$ é 7,8.

- Após os estudantes concluírem a **atividade 9**, proponha que determinem o conjunto solução das mesmas equações, sendo $U = \mathbb{Z}$.
- Após os estudantes concluírem a **atividade 10**, pergunte: "Qual seria o conjunto solução das equações dos **itens** de **a** a **f**, se o conjunto universo fosse o conjunto dos números inteiros?". Espera-se que eles percebam que o conjunto solução das equações dos **itens a**, **e** e **f** seria o conjunto vazio.
- Nas **atividades** de **13** a **15**, são propostos problemas. Ajude os estudantes a identificar as informações mais relevantes e a traduzir a situação descrita para a linguagem algébrica. Também é importante que eles determinem o conjunto universo das equações obtidas com base nos contextos de cada situação.

Sequências

- Para realizar a **atividade 16**, espera-se que os estudantes, na lei de formação da sequência de cada item, substituam n por 1, 2, 3, 4, 5 e 6, respectivamente, e façam as operações indicadas. Dessa maneira, eles poderão determinar os seis primeiros termos de cada sequência.
- Na **atividade 17**, para facilitar, solicite aos estudantes que escrevam os primeiros termos de todas as sequências e façam as devidas comparações a fim de identificar as correspondências.

É hora de extrapolar

BNCC:

- Competências gerais 2, 4, 5, 9 e 10 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 2, 4, 5, 7 e 8 (as descrições estão na página VII).

A seção propõe o fechamento da unidade por meio de um trabalho colaborativo que explora a pesquisa, a comunicação, a elaboração e a apresentação de um jornal, que será compartilhado com a comunidade escolar.

A fim de organizar o trabalho, a seção é dividida em etapas que promovem:

- entendimento do contexto e dos objetivos do trabalho a ser realizado;
- pesquisa coletiva;
- elaboração, em grupo, da reportagem;
- apresentação e divulgação do jornal;
- reflexão e síntese do trabalho.

As etapas de pesquisa e elaboração da reportagem podem ser realizadas extraclasse. Verifique o perfil dos estudantes e oriente-os em relação ao prazo, aos materiais e a outros aspectos necessários à realização do trabalho.

A seção também favorece o desenvolvimento das competências gerais **2**, **4**, **5**, **9** e **10** e das competências específicas **2**, **4**, **5**, **7** e **8**, procurando mobilizar conteúdos estudados nos capítulos que integram a unidade. Portanto, é recomendável trabalhar a seção depois de estudar os capítulos, mas, se preferir trabalhar as etapas da seção à medida que os capítulos forem estudados, atente para os conhecimentos prévios necessários.

Se achar oportuno, desenvolva esse trabalho em parceria com o(a) professor(a) de Geografia. Amplie a discussão sobre o tema, buscando compreender as diferenças entre comparar o desenvolvimento humano dos países usando o PIB e usando o IDH, propondo a investigação e o debate sobre os fatores que permitem o alto desenvolvimento de alguns países e o que causa o baixo desenvolvimento de outros.

- Na **atividade 1**, sonde os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito do que sabem sobre o IDH. Para auxiliá-los, oriente-os a pesquisar os relatórios do Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (Pnud).

Os cálculos fornecidos na etapa **2** foram obtidos nesses relatórios.

Comente com os estudantes que o índice de educação corresponde à média aritmética dos índices relacionados ao número médio e ao número esperado de anos na escola.

É hora de extrapolar

Faça as atividades no caderno.

Você já ouviu falar do IDH? Sabe o que significa?

Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida usada para avaliar as condições de vida de uma população. Conhecer os parâmetros e o cálculo usados para a obtenção desse índice ajuda a compreender como e o que um valor numérico indica sobre o desenvolvimento humano de uma sociedade.

Objetivos: Pesquisar sobre o IDH, analisar os cálculos utilizados para determinar o IDH, produzir uma reportagem sobre o assunto e elaborar e apresentar um jornal.

Etapa 1: Pesquisa sobre o IDH.

1. Reúna-se em grupo. Pesquisem em *sites* ou livros especializados sobre IDH, buscando informações a respeito da origem desse índice, dos objetivos, dos significados, dos parâmetros utilizados em seu cálculo, das escalas usadas para a classificação dos países e dos resultados mais recentes. **1.** Comentários em *Orientações*.

2. A partir dos resultados obtidos, respondam:

a) O IDH é calculado a partir de indicadores em três áreas. Quais são elas? **2. a)** Expectativa de vida (ou saúde), educação e renda.

b) Vocês acham que existem outros indicadores que poderiam ou deveriam ser considerados no cálculo para medir o desenvolvimento humano de uma sociedade? Se sim, quais? **2. b)** Resposta pessoal. Os estudantes podem citar indicadores ligados à sustentabilidade/ecologia, igualdade de gênero, grau de desigualdade social, democracia, acesso à informação, entre outros.

3. O Relatório de Desenvolvimento Humano de 2020, publicado pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (Pnud), apresenta os valores de IDH de 189 países para o ano de 2019. Veja a tabela a seguir com alguns desses dados.

Índice de Desenvolvimento Humano de alguns países e classificação – 2019

Classificação	País	IDH
1º	Noruega	0,957
2º	Irlanda	0,955
2º	Suíça	0,955
4º	Hong Kong, China	0,949
185º	Sudão do Sul	0,433
187º	Chade	0,398
188º	República Centro-Africana	0,397
189º	Níger	0,394

Dados obtidos em: https://hdr.undp.org/system/files/documents//hdr2020pdf.pdf. Acesso em: 20 jun. 2022.

a) Qual é a diferença entre o IDH da Noruega e o IDH de Níger? **3. a)** 0,563

b) Qual é a diferença entre 1 e o índice obtido pela Noruega? **3. b)** 0,043

c) De acordo com o valor obtido no item **a**, podemos afirmar que o IDH da Noruega é próximo ao IDH de Níger? Por quê? **3. c)** Não, porque os valores de IDH dos países variam entre 0 e 1 e, nesse caso, 0,563 indica que há uma grande diferença entre os níveis de desenvolvimento humano desses dois países.

d) Escreva os valores do IDH de Hong Kong e Sudão do Sul na forma fracionária. **3. d)** Hong Kong: $\frac{949}{1\,000}$; Sudão do Sul: $\frac{433}{1\,000}$

e) Ao escrever o valor do IDH de um país na forma fracionária, o denominador será maior, igual ou menor que o numerador? Por quê?

3. e) O denominador sempre será maior que o numerador, já que o IDH corresponde a um número entre zero e 1.

Etapa 2: Análise do cálculo utilizado para determinar o IDH de uma localidade.

4. O índice relacionado à educação, um dos aspectos considerados na determinação do IDH (2019), pode ser obtido por meio do seguinte cálculo:

$$I_{\text{educação}} = \frac{\frac{ME}{15} + \frac{EE}{18}}{2},$$

sendo *ME* o número médio de anos que os indivíduos frequentam a escola e *EE* o número esperado de anos que os indivíduos passem na escola.

Determine o $I_{\text{educação}}$ do Brasil em 2019, sabendo que o *ME* foi de 8 e o *EE* de 15,4. **4.** $I_{\text{educação}} \simeq 0,6944$

5. O índice relacionado à saúde (expectativa de vida), no IDH de 2019, pode ser obtido por meio do seguinte cálculo:

$$I_{\text{saúde}} = \frac{EV - 20}{85 - 20},$$

sendo *EV* a expectativa de vida do país.

Sabendo que o $I_{\text{saúde}}$ do Brasil em 2019 foi de 0,86, determine a *EV* do país nesse ano (use uma aproximação com uma casa decimal). **5.** 75,9 anos

Etapa 3: Elaboração de reportagem sobre o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM).

6. Além do IDH dos países, também é possível analisar os índices para os municípios brasileiros. O *Atlas do Desenvolvimento Humano no Brasil* é um *site* que abriga diversas informações sobre o desenvolvimento humano no país.

Um dos conteúdos explorados pelo Atlas é o *ranking* do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) por estados brasileiros. Veja as informações sobre os estados que obtiveram os maiores índices, em 2017:

IDHM – 2017

Posição	Estado	IDHM	IDHM renda	IDHM longevidade	IDHM educação
1ª	Distrito Federal	0,850	0,890	0,859	0,804
2ª	São Paulo	0,826	0,854	0,796	0,828

Dados obtidos em: http://www.atlasbrasil.org.br/ranking. Acesso em: 18 maio 2022.

6. Não, o índice de educação do Distrito Federal é menor que o respectivo índice apresentado pelo Estado de São Paulo.

Comparem os índices apresentados para Distrito Federal e São Paulo. É correto afirmar que o estado que ocupa o 1º lugar obteve índices superiores em todos os quesitos em relação ao estado que ocupa o 2º lugar?

7. Explorem o *ranking* de IDHM disponível no *site Atlas do Desenvolvimento Humano no Brasil*, comparando municípios e explorando também o *ranking* dos estados. Selecionem dois municípios, ou dois estados, e elaborem uma reportagem comparando o IDHM das localidades escolhidas. A reportagem deverá conter:

- uma manchete (título); **7.** Comentários em *Orientações*.
- explicação sobre o IDH (significado, objetivos, indicadores considerados etc.);
- estado em que os municípios se localizam ou região em que os estados selecionados se localizam e número de habitantes;
- tabela com os valores de IDHM das localidades selecionadas;
- comparação e análise dos índices;
- imagens do locais selecionados e outras informações que julgarem importantes.

Etapa 4: Elaboração e apresentação de um jornal.

Etapa 4: Comentários em *Orientações*.

8. Disponibilizem a reportagem elaborada para que os demais colegas comentem sobre a pertinência da manchete, a clareza das informações e a comparação e a análise dos índices das localidades escolhidas.

9. Anotem as dúvidas, as opiniões e as sugestões dos colegas.

10. Depois dos ajustes necessários, organizem um jornal, digital ou impresso, composto das reportagens elaboradas pela turma. Divulguem o jornal para que todos da comunidade escolar tenham acesso às informações.

Etapa 5: Síntese do trabalho realizado.

11. Algumas questões que devem ser discutidas:

a) Como a pesquisa realizada na etapa 1 ajudou na elaboração da reportagem? **11. a)** Resposta pessoal.

b) Quais ações devem ser tomadas para que um país, estado ou município eleve seu IDH? **11. b)** Resposta pessoal.

12. Redijam um texto que descreva o processo realizado pelo grupo nas etapas 3 e 4. **12.** Comentários em *Orientações*.

- Para a realização da **atividade 7**, selecione as localidades que deverão ser analisadas pelos grupos, a fim de que não haja informações repetidas no jornal que será elaborado.
- Na etapa **4**, oriente os estudantes a respeitarem o trabalho e a opinião dos colegas, criticando de maneira educada e contribuindo para que o trabalho de todos possa ser melhorado. A proposta dessa etapa favorece o desenvolvimento da competência geral **9.**

Organize os grupos para colaborarem com os outros trabalhos necessários à produção do jornal: nome do jornal, diagramação e criação ou seleção de imagens.

- Na **atividade 12**, acompanhe a escrita do texto e, se necessário, relembre processos importantes que você acompanhou e que os estudantes estejam esquecendo de descrever no trabalho.

Abertura da Unidade

BNCC:

- Competência geral 9 (a descrição está na página VI).
- Competência específica 8 (a descrição está na página VII).

Objetivos:

- Motivar a turma a estudar os conteúdos da Unidade **3**.
- Levantar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o cálculo de porcentagens.

Inicie a aula convidando os estudantes a falar o que sabem sobre as paralimpíadas. Se possível, convide o(a) professor(a) de Educação Física para participar desta parte da aula. Depois, questione-os sobre o significado do emblema e dos pictogramas presentes na página. No caso do emblema, por enquanto, converse apenas sobre o significado dos três arcos (vermelho, verde e azul), chamados “agitos”, do latim “eu me movo”. Eles circulam o centro da bandeira, representando o esforço do comitê paralímpico em reunir os atletas de todo o mundo. Comente que, na seção *É hora de extrapolar*, proposta ao final da Unidade, eles vão pesquisar também as figuras que se parecem com retângulos presentes nesse emblema. Já os pictogramas representam as modalidades que estiveram presentes na competição.

Depois, fale sobre o desempenho do Brasil nas Paralimpíadas de Tóquio e, se possível, organize com eles o número de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas em uma tabela simples, que pode ser registrada na lousa. Com a tabela feita, verifique se conseguem determinar a porcentagem de medalhas de ouro conquistadas pelos atletas brasileiros. Caso alguns não consigam efetuar o cálculo neste momento, informe que a questão será retomada ao final da Unidade, na seção *É hora de extrapolar*.

As questões propostas incentivam o diálogo e exercitam a empatia, o que favorece o desenvolvimento da competência geral **9** e da competência específica **8**.

No **capítulo 7**, será retomado o cálculo de porcentagens e introduzido o conceito de juro. No **capítulo 8**, os conceitos de razão, proporção e grandezas diretamente e inversamente proporcionais serão o foco. Por fim, no **capítulo 9**, serão estudadas as isometrias (translação, rotação e reflexão) e a representação de polígonos no plano cartesiano.

Na seção *É hora de extrapolar*, os estudantes vão pesquisar o significado dos emblemas dos jogos olímpicos e paralímpicos, analisarão dados das Paralimpíadas de Tóquio e pesquisarão esportes paralímpicos para produzir um vídeo.

Unidade 3

Emblema das Paralimpíadas de Tóquio 2020 e pictogramas representando os esportes paralímpicos.

WOLFGANG KUMM/PICTURE ALLIANCE/GETTY IMAGES

ANTON KRAVTCOV/ALAMY/FOTOARENA

O Brasil encerrou sua participação nas Paralimpíadas de Tóquio 2020 com o melhor desempenho do país na história dos jogos, tendo conquistado 22 medalhas de ouro, 20 de prata e 30 de bronze. Qual é o significado do emblema das Paralimpíadas de Tóquio 2020? Qual foi a porcentagem aproximada de medalhas de ouro conquistadas pelo Brasil em relação ao total de medalhas? Ao final desta Unidade, você responderá essas e outras questões.

Sugestão de proposta para a promoção da saúde mental dos estudantes

Com o intuito de promover a saúde mental dos estudantes, considere organizar uma gincana esportiva. A prática de esporte não só melhora a aptidão física, como também melhora a capacidade cognitiva e reduz os níveis gerais de estresse. Além disso, é uma ótima maneira de desenvolver o trabalho em equipe e o respeito às diferenças, incentivando o convívio social republicano.

Capítulo

7

Porcentagem e juro simples

SAÚDE

Trocando ideias

O Ministério da Saúde recomenda que, no almoço, o nosso prato seja dividido em quatro partes, conforme mostra este infográfico.

FABIO YOSHIHITO MATSUURA/MOSAICO FOTOGRAFIA

Trocando ideias: primeiro item: 50%; segundo item: 25%; terceiro item: menos; quarto item: resposta pessoal.

- Qual porcentagem do prato deve ser destinada aos vegetais crus e cozidos?
- Os carboidratos devem corresponder a qual porcentagem do prato?
- A proteína animal corresponde a mais ou a menos do que 25% do prato?
- Qual é a importância de se adotar uma alimentação saudável? Converse com os colegas.

Neste capítulo, vamos retomar o estudo de porcentagem e iniciar o estudo sobre juros.

CAPÍTULO 7 – PORCENTAGEM E JURO SIMPLES

Trocando ideias

BNCC:

- Competência geral 9 (a descrição está na página VI).
- Competência específica 8 (a descrição está na página VII).

Objetivos:

- Levantar os conhecimentos previamente adquiridos pelos estudantes sobre a relação entre frações e porcentagens.
- Conscientizar os estudantes sobre a importância de adotar uma alimentação saudável.

Tema contemporâneo transversal:

SAÚDE

Peça aos estudantes que analisem o infográfico e respondam às questões propostas nos três primeiros itens. Incentive-os a verbalizar como pensaram para responder a cada questão. Esse é o momento oportuno para verificar como lidam com a relação entre frações e porcentagens e, também, com os conceitos de frações equivalentes. Ao responder à questão proposta no primeiro item, espera-se que eles percebam que: $\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$. Já para responder à segunda questão, eles devem perceber que $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$. Por fim, para responder à terceira questão, eles devem considerar que a proteína animal juntamente com a proteína vegetal deve compor 25% do prato; logo, somente a proteína animal corresponde a uma porcentagem inferior a 25% do prato.

Após concluir a discussão dessas questões, forme uma roda de conversa com a turma para falar sobre a importância de adotar uma alimentação saudável. Pergunte a alguns deles como dividem o prato do almoço e o que acham que precisam melhorar. Depois, comente que uma boa alimentação ajuda na prevenção e no tratamento de doenças. Para enriquecer a discussão, consulte, na internet, o material *Alimentação cardioprotetora* elaborado pelo Ministério da Saúde em parceria com o Hospital do Coração.

A conversa sobre alimentação saudável e o compartilhamento de estratégias sobre como chegaram às porcentagens contribuem para o desenvolvimento da competência geral **9** e da competência específica **8** da BNCC.

Porcentagem

BNCC:

Habilidade EF07MA02.

Objetivos:

- Compreender o conceito de porcentagem.
- Aplicar o conceito de porcentagem para resolver problemas.

Temas contemporâneos transversais:

SAÚDE

EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Justificativa

As porcentagens estão presentes em diferentes situações cotidianas. No mercado financeiro, por exemplo, são muito utilizadas para expressar índices inflacionários e deflacionários, descontos, aumentos, taxas de juros, entre outras circunstâncias. Já na mídia, são utilizadas para expressar dados estatísticos em diferentes contextos. Compreender o conceito ajuda os estudantes a lidar com essas situações e a resolver problemas, o que favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA02**.

Mapeando conhecimentos

Reúna os estudantes em grupos e distribua a cada grupo reportagens de jornais ou revistas, panfletos de ofertas, anúncios ou rótulos de produtos em que apareçam porcentagens. Peça que grifem as porcentagens e discutam o significado de cada uma. Depois, proponha que representem as porcentagens na forma de fração e na forma decimal. Oriente-os a fazer um quadro como o da referência abaixo:

Porcentagem	Fração	Número decimal

Para as aulas iniciais

Na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores*, retoma-se a relação entre frações e porcentagens, a escrita de porcentagens por meio de números na forma decimal, o cálculo de porcentagens e a representação de porcentagens por meio de figuras. Faça a leitura coletiva desses tópicos e peça aos estudantes que, aos poucos, façam as **atividades** de **49** a **56**. Observe-os e, depois, selecione algumas dessas atividades para fazer a correção coletiva.

1 Porcentagem

CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

Acompanhe a situação apresentada nesta imagem.

Juliana lembrou que aprendeu, nas aulas de Matemática, que o símbolo **%** é usado para representar uma **porcentagem** e que a ideia de porcentagem consiste em representar partes de um total de 100 partes iguais.

Observe os exemplos a seguir, que trazem as maneiras de representar partes de um total de 100 e como lemos cada uma.

a) $\frac{7}{100} = 0{,}07 = \mathbf{7\%}$ ⟶ Lemos: "sete por cento".

b) $\frac{17}{100} = 0{,}17 = \mathbf{17\%}$ ⟶ Lemos: "dezessete por cento".

c) $\frac{235}{100} = 2{,}35 = \mathbf{235\%}$ ⟶ Lemos: "duzentos e trinta e cinco por cento".

A expressão "por cento" vem do latim *per centum*, que significa "por um cento".

Os termos 7%, 17% e 235% são chamados **porcentagens** ou **taxas percentuais**.

Agora, acompanhe nas situações a seguir algumas aplicações de porcentagem.

Situação 1

Ao ler o rótulo de um iogurte natural, Daniel percebeu que esse alimento supre 13% da necessidade diária de proteínas de um adulto. Sabendo que, em média, um adulto precisa de 90 g de proteínas diárias, quantos gramas de proteína esse iogurte contém?

Para determinar a quantidade de proteína desse iogurte, Daniel fez o seguinte cálculo:

$$13\% \text{ de } 90 \longrightarrow \frac{13}{100} \cdot 90 = 11{,}7$$

Portanto, esse iogurte contém 11,7 g de proteína.

Situação 2

Um automóvel teve seu preço reduzido em R$ 4416,00 por uma promoção de fim de ano. Essa redução corresponde a 12% do preço inicial do veículo. Qual era o preço inicial desse automóvel?

Indicando por *x* o preço inicial do automóvel, temos:

12% de *x* é igual a 4416

$\frac{12}{100} \cdot x = 4416$

$12x = 441\,600$

$x = 36\,800$

Portanto, o preço inicial desse automóvel era R$ 36 800,00.

Na situação **1**, é abordada a relação entre a quantidade de proteína contida em um pote de iogurte e a quantidade diária necessária para um adulto. Aproveite a oportunidade para comentar com os estudantes que todo produto industrializado, alimento ou bebida deve conter a tabela de informações nutricionais com as porcentagens de nutrientes, chamada de rotulagem nutricional. Existe uma regulamentação do sistema de rotulagem nutricional da Agência Nacional de Vigilância Sanitária (Anvisa). Mais informações podem ser acessadas no *site* da Anvisa.

(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto da educação financeira, entre outros.

SAÚDE

Situação 3

O Hospital Infantil da Universidade de Michigan, nos Estados Unidos, divulgou a pesquisa *Parent views on fast food and family meals* (Opiniões dos pais sobre *fast food* e refeições familiares). De acordo com os dados levantados, 1 em cada 5 pais entrevistados afirmam que seus filhos consumiram *fast food* com mais frequência durante a pandemia de Covid-19.

Que porcentagem esses pais representam em relação ao total de entrevistados?

Podemos representar a expressão "1 em cada 5 pais" pela razão $\frac{1}{5}$.

Agora, determinamos a fração equivalente a $\frac{1}{5}$ com denominador igual a 100.

$$\underset{\times 20}{\overset{\times 20}{\frac{1}{5} = \frac{20}{100}}}$$

Note que $\frac{1}{5}$ e $\frac{20}{100}$ são frações equivalentes. Portanto, os pais que afirmam que seus filhos consumiram *fast food* com mais frequência durante a pandemia representam $\frac{20}{100}$ ou 20% dos pais entrevistados.

Em sua opinião, o aumento do consumo de *fast food* tem consequências na saúde e no bem-estar? Converse com os colegas. **Item**: Resposta pessoal.

Situação 4

Observe no quadro abaixo o número de inscritos e o número de aprovados para os cursos de Direito e de Medicina de certa universidade.

	Direito	**Medicina**
Inscritos	500	800
Aprovados	60	64

Vamos determinar a taxa percentual de aprovação em cada um desses cursos.

Indicamos por x e por y as taxas percentuais procuradas. Assim, temos:

- Direito: x% de 500 é 60.

$\frac{x}{100} \cdot 500 = 60$

$x \cdot 500 = 60 \cdot 100$

$500x = 6\,000$

$x = \frac{6\,000}{500} = 12$

Portanto, houve 12% de aprovação para o curso de Direito.

- Medicina: y% de 800 é 64.

$\frac{y}{100} \cdot 800 = 64$

$y \cdot 800 = 64 \cdot 100$

$800y = 6\,400$

$y = \frac{6\,400}{800} = 8$

Portanto, houve 8% de aprovação para o curso de Medicina.

Sempre que possível, estimule os estudantes a fazer cálculo mental, bem como a usar a calculadora para efetuar alguns cálculos de porcentagens.

Ao apresentar a situação **4**, incentive-os a mobilizar as representações na forma de fração e na forma decimal de uma porcentagem, pois isso poderá contribuir para otimizar os cálculos.

Lendo e aprendendo

BNCC:

- Competências gerais 4 e 9 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 3 e 8 (as descrições estão na página VII).
- Habilidade EF07MA02.

Objetivos:

- Desenvolver a competência leitora.
- Aplicar o conceito de porcentagem para resolver problemas.
- Leitura e interpretação de tabelas simples.
- Pesquisar sobre profissões que vão surgir ou que estão crescendo.

Tema contemporâneo transversal:

CIÊNCIA E TECNOLOGIA

O texto da seção é sobre profissões que ainda não existem ou que vão crescer no futuro por causa das mudanças impostas pelas tecnologias. Proponha aos estudantes que leiam o texto individualmente e, se necessário, faça a leitura coletiva. Pergunte a cada um a profissão que pretende exercer no futuro e anote as respostas na lousa. Depois, organize uma roda de conversa para discutir o que os estudantes pensam sobre o texto e os registros feitos por você na lousa.

Aproveite a oportunidade e antecipe a **atividade 3** com eles. Nela, eles devem realizar uma pesquisa em grupo sobre algumas das profissões sugeridas na atividade. Você pode propor outras. Caso seja necessário, sorteie o tema a ser pesquisado por cada grupo ou peça aos grupos para escolherem duas profissões, garantindo que todas sejam pesquisadas pela turma. Comente sobre cada profissão para motivá-los.

Técnico de saúde assistida por inteligência artificial: examina, diagnostica e administra tratamentos apropriados para pacientes, auxiliado por tecnologia e por médicos acessíveis de maneira remota, ou seja, ele usa a tecnologia para analisar exames e fazer a comparação de diagnósticos e tratamentos.

Investigador ou detetive de dados: responsável por analisar e interpretar os dados tecnológicos de diversas áreas de uma empresa, para, com base neles, propor soluções eficientes.

Analista de sustentabilidade: ajuda a acompanhar as ações sustentáveis de sua empresa e a estimular novos projetos e práticas relacionados ao meio ambiente.

Lendo e aprendendo

CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Futuro do trabalho

Principalmente por causa da tecnologia,
muitas profissões devem surgir e crescer em breve

Dados do Fórum Econômico Mundial mostram que cerca de 65% das crianças que estão na escola atualmente irão trabalhar com profissões que ainda nem existem. Isso porque a tecnologia está impondo mudanças significativas na forma como iremos trabalhar no futuro.

Basta lembrar que quando nossos avós trabalhavam não existia internet, enquanto seus netos já nasceram conectados.

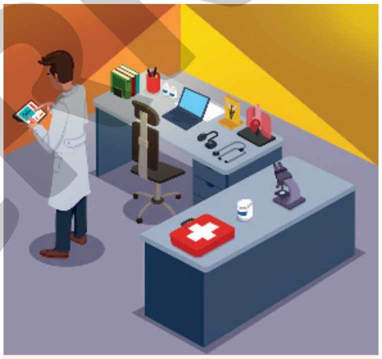
Mas quais são essas novas profissões? Há diversas listas que apontam tendências no mercado de trabalho para os próximos anos e, obviamente, a maior parte delas está relacionada com o uso da tecnologia. Detetives de dados, especialista em computação em nuvem e desenvolvedor de *games* são alguns dos exemplos de profissões que estarão em alta nos próximos anos.

Inclusive, diversas escolas já contam com aulas que há bem pouco tempo não existiam, como robótica e *maker*. A ideia é aproximar os estudantes dessas mudanças e ajudar a deixá-los prontos para a carreira profissional.

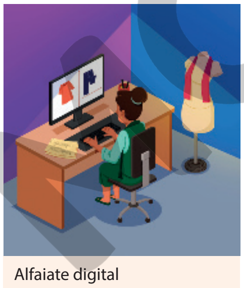
Porém, apesar de mostrar caminhos, não há nada que garanta que todas as chamadas profissões do futuro irão mesmo se consolidar. Paulo Sardinha, presidente da Associação Brasileira de Recursos Humanos, afirma que é preciso ter cuidado. "Sempre houve muita especulação sobre o futuro do trabalho, mas parte dessas previsões profissionais acabam não se confirmando por alguma mudança no meio do caminho. O que acho mais aceitável é falar em áreas do futuro, que são as de tecnologia e do meio ambiente", diz ele.

Paulo alerta ainda que algumas profissões podem se modernizar, mas nunca vão deixar de existir, como medicina, engenharia e direito, por exemplo.

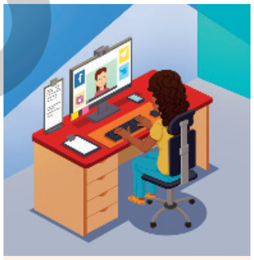
Investigador ou detetive de dados



Técnico de saúde assistida por inteligência artificial



Alfaiate digital



Profissional de rede social

Desenvolvedor de *games*

ILUSTRAÇÕES: DANILLO SOUZA/ ARQUIVO DA EDITORA

Profissional de rede social: planeja, cria e analisa as postagens de perfis nas redes sociais. Responsável pelos valores a serem investidos nas redes e direcionamento de *posts*.

Alfaiate digital: trabalha para obter medidas precisas e garante que as peças de roupa sirvam perfeitamente no corpo do cliente.

Controlador de tráfego aéreo autônomo: gerencia o trânsito de veículos autônomos e drones.

Desenvolvedor de *games*: desenvolve e implementa programas para jogos de *videogame* e computador.

Oriente-os no planejamento da apresentação. Incentive os grupos a confeccionar cartazes ou a elaborar a apresentação utilizando *softwares*. Enfatize a importância de a mensagem transmitida ser clara.

A possibilidade de utilizar diferentes linguagens e a troca de experiências favorecem o desenvolvimento das competências gerais **4** e **9** e da competência específica **8**.

Continua

No passado

Mas e do outro lado? Há muitas profissões que, exatamente por causa da tecnologia, podem acabar de vez?

Um relatório recente também divulgado pelo Fórum Econômico Mundial prevê que, até 2025, a automação e a divisão do trabalho entre humanos e máquinas acabarão com 85 milhões de empregos em todo o mundo em 15 setores. Vagas nas áreas de contabilidade e suporte administrativo, por exemplo, devem ser extintas aos poucos. E a pandemia acelerou esse processo.

Sobre isso, Paulo Sardinha explica que as profissões que devem acabar em breve são as que têm um maior grau de repetição, como ascensorista de elevador e cobrador de ônibus, pois a tecnologia pode facilmente substituí-las. Em grandes cidades, como São Paulo, já é difícil encontrar um ônibus com cobrador. "Mas sempre precisaremos de um humano para supervisionar as máquinas", pondera.

[...]

CABRAL, M. C. Futuro do trabalho. **Qualé**, São Paulo, edição 19, p. 6-9, 9 a 23 de novembro de 2020 .

Atividades

1. d) Essas profissões vão se modernizar, mas não deixarão de existir.

1. Responda às questões no caderno.

a) Em que mês e ano a matéria acima foi publicada? **1. a)** Em novembro de 2020.

b) Sobre o que trata o texto? **1. b)** Sobre as profissões do futuro.

c) De acordo com o texto, qual é a principal razão para o surgimento e o crescimento de profissões no futuro? **1. c)** As mudanças causadas pela tecnologia.

d) O que acontecerá com profissões como medicina, engenharia e direito, segundo o presidente da Associação Brasileira de Recursos Humanos da época?

e) De acordo com o presidente da Associação Brasileira de Recursos Humanos da época, quais profissões devem acabar em breve?

1. e) As profissões que exigem maior repetição, como ascensorista de elevador e cobrador de ônibus.

2. Analise a tabela.

Número aproximado de estudantes matriculados no Ensino Fundamental nas redes municipal e estadual em 2020

Etapa	Número aproximado de estudantes matriculados
Anos iniciais	12 000 000
Anos finais	10 000 000

Dados obtidos em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/resumo_tecnico_censo_escolar_2020.pdf. Acesso em: 20 maio 2022.

De acordo com o texto e a tabela, responda às questões a seguir em seu caderno.

a) Dos estudantes matriculados nos Anos iniciais do Ensino Fundamental em 2020, quantos, aproximadamente, vão trabalhar em profissões que ainda não existem? **2. a)** 7 800 000 estudantes.

b) Dos estudantes matriculados nos Anos finais do Ensino Fundamental em 2020, quantos, aproximadamente, vão trabalhar em profissões que ainda não existem? **2. b)** 6 500 000 estudantes.

3. Reúna-se com três colegas, escolham uma das profissões abaixo e pesquisem sobre ela. Depois, montem uma apresentação para os colegas de turma. **3.** Comentários em *Orientações*.

Técnico de saúde assistida por inteligência artificial

Investigador ou detetive de dados

Analista de sustentabilidade

Profissional de rede social

Alfaiate digital

Controlador de tráfego aéreo autônomo

Desenvolvedor de *games*

- Na **atividade 1**, os estudantes vão responder a algumas questões sobre o texto. Após terminarem, faça a correção oralmente. Você pode ampliar a proposta desta atividade e solicitar aos estudantes que elaborem questões com base no texto. Depois, eles podem trocar as questões com um colega e responder às questões propostas por ele.
- A **atividade 2** envolve a leitura e interpretação de dados representados em uma tabela simples e o cálculo de porcentagens. Por permitir aos estudantes a mobilização de conceitos e procedimentos das Unidades temáticas *Números* e *Probabilidade e estatística*, a atividade contribui para o desenvolvimento da competência específica **3**.

Para realizar esta atividade, os estudantes devem primeiro identificar no texto o dado do Fórum Econômico Mundial que diz que 65% das crianças que estavam na escola em 2020 iam trabalhar em profissões que ainda não existiam. Depois, devem calcular 65% de 12 000 000 de estudantes (**item a**) e 65% de 10 000 000 de estudantes (**item b**).

Item a:

65% de 12 000 000 de estudantes:

$$\frac{65}{100} \cdot 12\,000\,000 =$$

$$= 65 \cdot 120\,000 = 7\,800\,000$$

Portanto, 65% de 12 000 000 de estudantes é igual a 7 800 000 estudantes.

Item b:

65% de 10 000 000 de estudantes:

$$\frac{65}{100} \cdot 10\,000\,000 =$$

$$= 65 \cdot 100\,000 = 6\,500\,000$$

Portanto, 65% de 10 000 000 de estudantes é igual a 6 500 000 estudantes.

É importante deixar os estudantes à vontade para empregar a estratégia que preferirem para realizar os cálculos. Caso ache conveniente, incentive que utilizem a calculadora para verificar as respostas.

Continuação

(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto da educação financeira, entre outros.

Durante a resolução das atividades propostas, é de grande valia incentivar os estudantes a fazer uma estimativa antes de realizar os cálculos. Isso pode ajudá-los a avaliar se os resultados encontrados são ou não plausíveis.

- Nas **atividades 1** e **3**, é fundamental estimular os estudantes a determinar algumas porcentagens mentalmente. Para isso, é importante perceberem que 50% de uma quantidade se refere à metade dessa quantidade, assim como 25% se refere a $\frac{1}{4}$, 10% a $\frac{1}{10}$, e assim por diante.
- No **item b** da **atividade 3**, os estudantes deverão fazer uma pesquisa sobre o valor do salário mínimo atual. Por esse motivo, a resposta dependerá do valor vigente. Pode-se ampliar a atividade perguntando qual foi o percentual de aumento no último período.
- Chame a atenção dos estudantes para a situação apresentada na **atividade 4**. Em um primeiro momento, alguns estudantes podem achar que a maior quantidade de café está associada à maior porcentagem, mas tal fato não é verdadeiro. Portanto, nessas situações, deverão recorrer aos cálculos para tomar decisões assertivas.

3. b) As respostas vão variar de acordo com o salário mínimo vigente no ano em que a atividade for realizada. Em 2022, o valor do salário mínimo foi reajustado para R$ 1 212,00.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1 Em cada item, calcule as porcentagens.

a) 20% de 500 laranjas **1. a)** 100 laranjas

b) 75% de 800 tijolos **1. b)** 600 tijolos

c) 30% de 1 800 estudantes **1. c)** 540 estudantes

2 Os açudes Castanhão e Orós, ambos no leito do rio Jaguaribe, no Ceará, têm, respectivamente, medida de capacidade de 6,7 bilhões e 2,1 bilhões de metros cúbicos de água.

a) A medida da capacidade do açude Orós corresponde a quanto por cento da medida da capacidade do açude Castanhão? **2. a)** 31,34%

b) Podemos afirmar que a medida da capacidade do açude Orós é inferior a $\frac{1}{3}$ da medida da capacidade do açude Castanhão? **2. b)** Sim, pois é inferior a 33,33%.

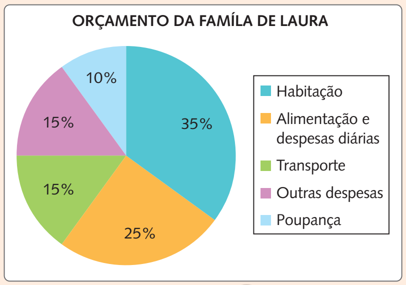
3 Especialistas dão dicas de como organizar o orçamento familiar, controlando gastos e guardando dinheiro para emergências e para o futuro. A sugestão é que se anote, em uma planilha, todos os gastos mensais, desde o cafezinho na padaria até a parcela do imóvel próprio. Observe como Laura distribui mensalmente o orçamento de sua família.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Orçamento da família de Laura

Categoria	Porcentagem do orçamento familiar
Alimentação e despesas diárias	25%
Poupança	10%
Transporte	15%
Outras despesas	15%
Habitação	35%

Dados obtidos por Laura em 2024.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos por Laura em 2024.

a) Considerando que o orçamento da família de Laura é de R$ 3 570,00, qual é o valor destinado à habitação? **3. a)** R$ 1 249,50

b) Pesquise o valor do salário mínimo atual. Supondo que o orçamento da família de Laura seja de 2 salários mínimos, como é a divisão de valores em um mês?

4 Uma empresa realizou uma promoção oferecendo aos clientes uma quantidade adicional de pó de café em suas embalagens. Essa quantidade foi definida com base na porcentagem da quantidade indicada em cada embalagem.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Elabore um problema sobre a situação apresentada e peça a um colega que o resolva. Depois, verifique se seu colega respondeu corretamente. **4.** Resposta pessoal.

5 Em uma pesquisa, 1 900 pessoas disseram preferir o jornal A, o que corresponde a 38% dos entrevistados. Com o auxílio de uma calculadora, determine quantas pessoas foram entrevistadas. **5.** 5000 pessoas

6 Aníbal venceu 36 partidas de tênis do total das partidas que disputou. Determine o número de partidas disputadas, sabendo que ele venceu 72% delas. **6.** 50 partidas

7 Uma família dispõe de R$ 4 800,00 para os gastos mensais. Complete o quadro abaixo, que apresenta parte dos gastos mensais dessa família. **7.** Resposta em *Orientações*.

MODELO

Tipo de despesa	Porcentagem da renda mensal	Valor (em reais)
Alimentação	31,8%	▨
Energia	4,41%	▨
Mensalidade de internet	0,58%	▨
Mensalidade de TV por assinatura	0,91%	▨
Roupas	3,6%	▨
Telefone celular	1,3%	▨
Telefone fixo	0,6%	▨

8 A prova da 1ª fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep) possui 20 questões. Sabendo que Angélica acertou 16 questões, qual foi a taxa percentual de acertos dela? **8.** 80%

9 Um cientista da computação e empresário, o estadunidense Alan Estauce, bateu o recorde mundial de queda livre ao despencar da medida de altura de 41 422 m. O recorde anterior era do austríaco Felix Baumgartner, que saltou da medida de altura de 39 045 m.

PARAGON SPACE DEVELOPMENT CORPORATION/AFP

Alan Estauce em procedimento de pouso, no Novo México, Estados Unidos. Foto de 2014.

Com o auxílio de uma calculadora, responda às perguntas a seguir.

a) Em quantos metros o novo recorde é superior ao anterior? **9. a)** 2 377 m

b) Essa diferença representa, aproximadamente, quanto por cento da medida da altura do salto de Felix Baumgartner?

9. b) aproximadamente 6,1%

2 Cálculo de acréscimos e descontos

Agora, vamos aprender a calcular acréscimos e descontos com porcentagem.

Acréscimos

Juliana fez uma assinatura mensal de um canal de filmes, que custa R$ 12,00 por mês nos três primeiros meses. Após esse período, a assinatura terá um aumento de 15% no valor. Qual será o novo valor da assinatura após o aumento?

O aumento na assinatura mensal do canal de filmes corresponde a:

$$15\% \text{ de R\$ } 12{,}00 \longrightarrow \frac{15}{100} \cdot \text{R\$ } 12{,}00 = 0{,}15 \cdot \text{R\$ } 12{,}00 = \text{R\$ } 1{,}80$$

Então, o preço da nova assinatura será: R$ 12,00 + R$ 1,80 = R$ 13,80

(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto da educação financeira, entre outros.

(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

- Utilize a **atividade 7** para que o estudante compreenda a importância da elaboração de um orçamento familiar com o objetivo de organizar e otimizar a utilização dos recursos financeiros.

Resposta da **atividade 7**:

Tipo de despesa	Porcentagem da renda mensal	Valor (em reais)
Alimentação	31,8%	1 526,40
Energia	4,41%	211,68
Mensalidade de internet	0,58%	27,84
Mensalidade de TV por assinatura	0,91%	43,68
Roupas	3,6%	172,80
Telefone celular	1,3%	62,40
Telefone fixo	0,6%	28,80

Cálculo de acréscimos e descontos

BNCC:

- Competência específica 5 (a descrição está na página VII).
- Habilidades EF07MA02 e EF07MA06.

Objetivo:

Calcular acréscimos e descontos.

Justificativa

Calcular acréscimos e descontos auxilia os estudantes a lidar com situações envolvendo educação financeira. Além disso, favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA02.**

Mapeando conhecimentos

Apresente alguns anúncios à turma em que há informações referentes a acréscimos e descontos. Os anúncios podem ser reais ou fictícios. Em seguida, peça que os estudantes analisem esses anúncios e verbalizem o que entenderam. Por fim, peça que determinem o valor final do bem ou serviço presente em cada anúncio, após o acréscimo ou o desconto. Observe como cada um procede para a realização dos cálculos.

Para as aulas iniciais

Retome os anúncios da dinâmica inicial e explique para a turma como determinar o valor final do bem ou serviço presente em cada anúncio, após o acréscimo ou o desconto. Depois, proponha que elaborem fluxogramas com os passos a serem seguidos a fim de resolver problemas que envolvam acréscimos e descontos com o intuito de favorecer o desenvolvimento da habilidade **EF07MA06**.

Ao introduzir o estudo do cálculo de acréscimos e descontos, comente com os estudantes que esses tópicos serão retomados com aprofundamento nos anos seguintes, sendo parte do estudo de Matemática financeira, que é uma ferramenta útil na análise de alternativas na compra e na venda de bens de consumo.

Reproduza as situações-problema de acréscimos e descontos na lousa e peça aos estudantes que tentem resolvê-las antes de explorar o texto do livro.

- As **atividades 10**, **11**, **13** e **17** apresentam situações que envolvem cálculo de acréscimos com porcentagens. Já as **atividades 12**, **14** e **15** apresentam situações que envolvem cálculo de descontos com porcentagens.
- Utilize a **atividade 11** para que o estudante compreenda que o salário mínimo, em regra, é reajustado anualmente. Solicite que eles pesquisem o valor do salário dos anos posteriores e anteriores aos citados no gráfico da atividade.
- Avise a turma que a situação proposta na **atividade 12** costuma ocorrer em épocas de mudanças de estação em algumas lojas.

Há um incentivo para que o consumidor compre produtos que, muitas vezes, poderiam não ser vendidos de um ano para outro. Pergunte aos estudantes se já compraram produtos que não usaram e acabaram descartados. Aproveite para conversar sobre o consumo consciente, dizendo que todo consumo gera um impacto na economia, na vida do estudante e também na natureza. Por isso, é preciso ter consciência na hora de comprar e de descartar.

Há, porém, uma forma de calcular diretamente o novo valor da assinatura já com o aumento. Considerando o valor da assinatura como 100% e o aumento de 15%, podemos afirmar que o valor da nova assinatura corresponde a 115% (100% + 15%) do valor original da assinatura. Assim:

$$115\% \text{ de R\$ } 12{,}00 \longrightarrow \frac{115}{100} \cdot \text{R\$ } 12{,}00 = 1{,}15 \cdot \text{R\$ } 12{,}00 = \text{R\$ } 13{,}80$$

Portanto, o novo valor da assinatura será R$ 13,80.

Descontos

Um produto custa R$ 150,00. Na compra à vista, há desconto de 10%. Quanto custa esse produto à vista?

O desconto nessa compra corresponde a:

$$10\% \text{ de R\$ } 150{,}00 \longrightarrow \frac{10}{100} \cdot \text{R\$ } 150{,}00 = \text{R\$ } 15{,}00$$

Então, o preço do produto à vista será: R$ 150,00 – R$ 15,00 = R$ 135,00

Nesse caso, para calcular diretamente o preço do produto já com o desconto, consideramos que o preço original corresponde a 100%. Aplicando o desconto de 10%, podemos afirmar, então, que o preço à vista corresponde a 90% (100% – 10%) do preço original do produto. Assim:

$$90\% \text{ de R\$ } 150{,}00 \longrightarrow \frac{90}{100} \cdot \text{R\$ } 150{,}00 = 0{,}90 \cdot \text{R\$ } 150{,}00 = \text{R\$ } 135{,}00$$

Portanto, o produto custa R$ 135,00 à vista.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

10 Um aparelho de som custa R$ 400,00, mas esse valor sofrerá um aumento de 30%. Qual será o novo preço do aparelho de som? **10.** R$ 520,00

11 Observe no gráfico a seguir a evolução do salário mínimo no Brasil entre os anos de 2015 e 2022. Depois, responda às questões.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: https://www.dieese.org.br/analisecestabasica/salarioMinimo.html. Acesso em: 20 maio 2022.

Qual foi o aumento percentual do salário mínimo:

a) de 2021 em relação a 2020? **11. a)** aproximadamente 5,3%

b) entre os anos de 2015 e 2022? **11. b)** aproximadamente 53,8%

12 Ao entrar em uma loja de roupas, Marcos viu uma placa informando que, ao comprar duas peças, o consumidor ganharia 12% de desconto na peça de menor valor.

Ele decidiu comprar uma blusa no valor de R$ 30,00 e outra blusa no valor de R$ 55,00.

a) Quanto Marcos gastou no total? **12. a)** R$ 81,40

b) Por que você acha que a loja deu desconto na peça de menor valor? O que aconteceria se o desconto fosse na peça de maior valor? **12. b)** Resposta pessoal. O valor pago seria R$ 78,40.

13 O valor do aluguel de uma casa é R$ 1 000,00. Nos próximos dois anos, esse aluguel terá dois aumentos: um de 10% e outro de 8%. Qual será o novo valor do aluguel após esses dois aumentos? **13.** R$ 1 188,00

14 Reúna-se com um colega para realizar essa atividade. Um de vocês deve fazer o papel de vendedor e oferecer um produto para o outro, que será o comprador. O comprador deve pedir um desconto, em reais, e o vendedor deverá dizer qual é a porcentagem do desconto. Em seguida, o comprador deve calcular qual será o preço final do produto após o desconto. Por fim, verifiquem se os cálculos realizados estão corretos. **14.** Resposta pessoal.

15 No mês de janeiro, Mário atingiu a marca de 2,05 m no salto em altura. No mês seguinte, sua melhor marca foi 10% inferior à obtida em janeiro. Qual foi a marca que Mário obteve em fevereiro? **15.** 1,845 m

16. c) Espera-se que os estudantes identifiquem que esse erro poderia causar a impressão de que o candidato C está muito próximo do candidato B, o que não é verdade, pois a diferença entre eles é de 13%.

16 Em 2024, o Instituto Eleger fez uma pesquisa de intenção de voto para governador com 2 500 pessoas: 1 000 escolheram o candidato A; 875, o candidato B; 550, o candidato C; 50, votos brancos ou nulos; e 25 não sabiam em quem votar. Ao organizar os dados da pesquisa na tabela a seguir, ocorreu um problema na digitação e uma informação foi inserida com erro. Com base nas informações, responda:

a) Qual é a soma das porcentagens? **16. a)** 110%

b) Onde está o erro?

c) O que esse erro poderia causar?

16. b) O erro está na porcentagem do candidato C, que deveria ser 22%.

Pesquisa de intenção de voto para governador

Intenção de voto	Porcentagem
Candidato A	40%
Candidato B	35%
Candidato C	32%
Branco/nulo	2%
Não sabe	1%

Dados obtidos pelo Instituto Eleger em 2024.

17 Leia a notícia a seguir.

EMPRESA ELEVA EM 1,80% O PREÇO DA GASOLINA E EM 0,95% O DO DIESEL

Este é o quarto reajuste já anunciado na semana. Alta acontece em meio à disparada nos preços internacionais do petróleo.

CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

17. a) aproximadamente R$ 5,60

a) O preço da gasolina varia de acordo com a região. Suponha que o preço médio da gasolina seja de R$ 5,49 na região em que Sílvio mora. Aproximando esse valor para R$ 5,50, qual será o novo preço da gasolina após o reajuste?

b) Reúna-se com um colega e pesquisem o preço dos combustíveis em cinco postos de gasolina na região onde vocês moram. Em seguida, calculem, para a gasolina e para o diesel, o novo valor após o aumento. **17. b)** Resposta pessoal.

Veja que interessante

Faça as atividades no caderno.

Cálculo de desconto ou acréscimo com porcentagem usando a calculadora

Observe como calcular um desconto de 15% na quantia de R$ 1 200,00 utilizando uma calculadora:

Ao descontar 15% de R$ 1 200,00, obtemos R$ 1 020,00.

GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Este boxe *Veja que interessante* mostra como a calculadora pode ser usada para cálculos de acréscimos ou descontos envolvendo porcentagem. É possível propor alguns problemas aos estudantes e solicitar que os resolvam com o auxílio da calculadora para que possam se familiarizar com o equipamento e colocar em prática o que aprenderam, favorecendo, assim, o desenvolvimento da competência específica **5**.

Juro simples

BNCC:

Habilidade EF07MA02.

Objetivo:

Resolver e elaborar problemas que envolvem juro simples.

Tema contemporâneo transversal:

EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Justificativa

Resolver e elaborar problemas que envolvem juro simples contribui para o desenvolvimento da habilidade **EF07MA02**, uma vez que problemas com essas características lidam com porcentagens, acréscimos e descontos. Além disso, o contato com esse tipo de problema possibilita aos estudantes se familiarizar com a ideia de juro, que é bastante presente em diversos contextos da educação financeira, como em multas por pagamentos em atraso, rendimentos de aplicações financeiras, entre outras situações.

Mapeando conhecimentos

Forme uma roda de conversa com a turma e pergunte o que é juro e em que situações cotidianas essa ideia está presente. Depois, pergunte a eles que informações são imprescindíveis para calcular o valor final de uma aplicação sujeita a juro simples. Espera-se que eles reconheçam que é importante conhecer o valor aplicado (capital), a taxa de juro simples e a medida de tempo em que o capital ficou investido.

Para as aulas iniciais

Proponha algumas situações-problema envolvendo juro simples para que os estudantes as resolvam. Dê primeiro a oportunidade de testarem as hipóteses levantadas na dinâmica inicial. Depois, explique como resolver um dos problemas e peça que resolvam os demais.

Ao trabalhar o conceito de juro simples, vale a pena permitir que, durante a resolução das atividades, os estudantes troquem informações e analisem as soluções apresentadas pelos colegas, buscando aprimorar as próprias formas de raciocínio.

Agora, observe como calcular 85% de R$ 1 200,00:

$\boxed{0}\ \boxed{.}\ \boxed{8}\ \boxed{5}\ \boxed{\times}\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{0}\ \boxed{0}\ \boxed{=}\ \boxed{1020}$

GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, 85% de R$ 1 200,00 equivale a R$ 1 020,00.

Veja que interessante:
1. Espera-se que os estudantes percebam que no primeiro foram subtraídos de R$ 1 200,00, 15% de R$ 1 200,00. Já no segundo caso, como foi aplicado um desconto de 15%, calculou-se 85% (100% – 15%) de R$ 1 200,00.
2. R$ 108,00

Atividades

1. Reflita sobre as operações realizadas e tente responder à pergunta: Por que o resultado das duas operações é igual?

2. Usando a calculadora, resolva o problema a seguir de duas maneiras diferentes: em uma, usando a tecla $\boxed{+}$; na outra, usando a tecla $\boxed{\times}$.
Um produto custava R$ 90,00. Sabendo que esse valor teve um aumento de 20%, qual é o novo preço desse produto?

3 Juro simples

Ana e Luiz vão comprar um *tablet*. A loja dispõe de diferentes modelos e condições de pagamento. O modelo escolhido por eles custa R$ 2 300,00 à vista ou quatro parcelas iguais de R$ 626,75.

CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

Vamos avaliar as duas situações:

- 1ª opção de pagamento:
  R$ 2 300,00 à vista
- 2ª opção de pagamento: 4 parcelas de R$ 626,75
  4 · R$ 626,75 = R$ 2 507,00

Observe a diferença de preço entre as duas opções de pagamento:

R$ 2 507,00 – R$ 2 300,00 = R$ 207,00

Essa diferença de preço corresponde ao **juro**, que, nesse caso, é uma remuneração cobrada pelo parcelamento de uma dívida. O juro também pode ser a remuneração recebida em uma aplicação ou paga em um empréstimo.

Portanto, se Ana e Luiz optarem pelo pagamento parcelado, pagarão R$ 207,00 de juro.

Podemos determinar a porcentagem de juro sobre o preço à vista, determinando a razão entre o juro cobrado e o preço à vista.

$$\frac{207}{2\,300} = 0{,}09 = 9\%$$

Assim, o juro de R$ 207,00 corresponde a 9% do preço à vista.

Também podemos calcular a **taxa de juro ao mês** no sistema de **juro simples**, que incide apenas sobre o valor investido; nesse caso, dividimos 9% por 4 (número de parcelas) e obtemos 2,25% de juro ao mês.

Comente com os estudantes que na prática é mais comum, sobretudo em aplicações financeiras, o uso do sistema de juro composto, assunto que deve ser trabalhado mais adiante.

(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto da educação financeira, entre outros.

Capital e montante

Luciana aplicou R$ 500,00 em uma instituição financeira a uma taxa de juro simples de 1% ao mês. Qual será o valor da aplicação após um ano?

Em uma aplicação financeira, o valor aplicado é chamado **capital**. A remuneração a ser recebida por uma aplicação é chamada **juro** e a soma do capital com o juro é chamada **montante**.

Na situação de Luciana, o capital é R$ 500,00.

O juro mensal corresponde a 1% de R$ 500,00, ou seja, R$ 5,00 por mês, pois:

$$\text{1\% de R\$ 500,00} \longrightarrow \frac{1}{100} \cdot \text{R\$ 500,00} = \text{R\$ 5,00}$$

Em 12 meses (um ano), o juro dessa aplicação corresponde a R$ 60,00, já que: 12 · R$ 5,00 = R$ 60,00.

Então, o montante corresponde a R$ 560,00, pois: $\underbrace{\text{R\$ 500,00}}_{\text{capital}} + \underbrace{\text{R\$ 60,00}}_{\text{juro}} = \text{R\$ 560,00}$

Portanto, Luciana terá R$ 560,00 nessa instituição financeira após um ano.

Observação

Por convenção, o mês comercial tem 30 dias e o ano comercial, 360 dias.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

18 Calcule o juro simples produzido por um capital de R$ 1 200,00, à taxa de 2% ao mês, durante 6 meses. **18.** R$ 144,00

19 Que taxa mensal de juro simples faz um capital de R$ 600,00 render R$ 75,00 em 5 meses? **19.** 2,5% ao mês

20 Nas vésperas das Olímpiadas de Tóquio, realizadas em 2021, uma loja de televisores fez a seguinte promoção:

ENÁGIO COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

RUSLAN IVANTSOV/SHUTTERSTOCK

EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Considerando o sistema de juro simples, responda às perguntas a seguir.

a) Caso o consumidor opte por comprar o televisor em 6 vezes fixas, qual será o valor da parcela mensal? **20. a)** R$ 721,00

b) Suponha que você tenha dinheiro para pagar a televisão à vista. O que é mais vantajoso: comprar a televisão à vista ou aplicar o dinheiro em um investimento que rende 1,5% ao mês, retirar após um mês e pagar o valor de R$ 4 326,00 parcelado em 6 vezes? **20. b)** Comprar a televisão à vista.

21 A que taxa de juro simples esteve empregado o capital de R$ 4 000,00 para render, em 3 anos, R$ 1 152,00 de juro simples? **21.** 9,6% ao ano

22 Pense sobre a situação: Uma pessoa comprou uma bicicleta que será paga daqui a 4 meses em uma única parcela, com aplicação de determinada taxa de juro.

Pense em valores para a bicicleta e para a taxa de juro e elabore um problema com base na situação. Depois, peça a um colega para resolvê-lo e verifique se ele acertou a resposta.

22. Resposta pessoal.

Capital e montante

Espera-se que os estudantes compreendam que o valor aplicado é o capital e que o montante é a soma do capital com o juro. Espera-se, também, que eles se apropriem desses termos paulatinamente, conforme forem realizando as atividades propostas.

Sugestão de atividade extra

Após trabalhar com juro simples, selecione algumas matérias de jornal ou revista que contenham informações sobre juro e solicite aos estudantes que as interpretem. Esse pode ser o momento oportuno para avaliar as eventuais dificuldades encontradas e esclarecer as dúvidas.

Resolvendo em equipe

BNCC:

- Competências gerais 2, 4, 9 e 10 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 2, 3 e 5 (as descrições estão na página VII).

Tema contemporâneo transversal:

A seção destaca as etapas selecionadas para encaminhar a resolução de problemas. Elas devem ser analisadas e discutidas com os estudantes. Além de favorecer o desenvolvimento das competências gerais **2**, **4**, **9** e **10** e das competências específicas **2**, **3** e **5**, a seção permite a transferência de estratégias de resolução para outros contextos e situações.

É importante para a resolução do problema apresentado que os estudantes façam a leitura atentamente e interpretem as informações contidas no quadro.

Resolvendo em equipe

Faça a atividade no caderno.

(Enem) De acordo com a ONU, da água utilizada diariamente:

- 25% são para tomar banho, lavar as mãos e escovar os dentes;
- 33% são utilizados em descarga de banheiro;
- 27% são para cozinhar e beber;
- 15% são para demais atividades.

No Brasil, o consumo de água por pessoa chega, em média, a 200 litros por dia.

O quadro a seguir mostra sugestões de consumo moderado de água por pessoa, por dia, em algumas atividades.

Atividade	Consumo total de água na atividade (em litros)
Tomar banho	24,0
Dar descarga	18,0
Lavar as mãos	3,2
Escovar os dentes	2,4
Beber e cozinhar	22,0

Se cada brasileiro adotar o consumo de água indicado no quadro, mantendo o mesmo consumo nas demais atividades, economizará diariamente, em média, em litros de água,

a) 30,0.
b) 69,6.
c) 100,4.
d) 130,4.
e) 170,0.

Resolvendo em equipe: alternativa **c**

Interpretação e identificação dos dados: primeiro item: Resposta pessoal
segundo item: 50 L
terceiro item: 24 L + 3,2 L + 2,4 L = 29,6 L

Interpretação e identificação dos dados	• Junte-se a três colegas. Analisem as informações do enunciado e anotem aquelas que vocês julgarem relevantes para a resolução do problema. • Considerando que a média do consumo no Brasil é de 200 L por dia, calculem quantos litros de água são gastos, por dia, para tomar banho, lavar as mãos e escovar os dentes. • Segundo o quadro de sugestões de consumo moderado, quantos litros de água seriam necessários, por dia, para tomar banho, lavar as mãos e escovar os dentes?
Plano de resolução	• Considerando a quantidade de água consumida para tomar banho, lavar as mãos e escovar os dentes, quanto poderia ser economizado se a população adotasse as sugestões de consumo moderado? • Calculem os valores apresentados pela ONU com base no gasto médio de água pelo brasileiro e comparem-nos com os valores sugeridos para um consumo moderado.
Resolução	• Elaborem um plano para a execução do processo de resolução. • Resolvam o problema e façam o registro individual no caderno. **Resolução**: Os estudantes devem fazer: 20,4 L + 48 L + 32 L = 100,4 L
Verificação	• Comparem as respostas obtidas.
Apresentação	• Pesquisem informações sobre a crise hídrica e elaborem um cartaz alertando a comunidade escolar sobre a economia e a utilização consciente da água. Para isso, poderão consultar folhetos de campanhas de conscientização nos meios de comunicação.

Plano de resolução: primeiro item: 20,4 L
segundo item: dar descarga: 33% de 200 L são 66 L; sugestão de redução de consumo: 18 L; economia de 48 L (66 L –18 L = 48 L); beber e cozinhar: 27% de 200 L são 54 L; sugestão de redução de consumo: 22 L; economia de 32 L (54 L – 22 L = 32 L).

182

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Faça as atividades no caderno.

Porcentagem

Uma **porcentagem** indica a parte de um todo dividido em 100 partes iguais. Por exemplo, 12% corresponde a tomar 12 partes de um total de 100 partes.

Para calcular 25% de 200, podemos fazer:

$$25\%\ \text{de}\ 200 = \frac{25}{100} \cdot 200 = 50$$

1. Calcule as porcentagens indicadas.

a) 30% de 400 figurinhas **1. a)** 120 figurinhas

b) 40% de 600 bolinhas de gude **1. b)** 240 bolinhas de gude

c) 75% de 550 reais **1. c)** 412,50 reais

2. Indique a porcentagem que representa cada quantidade em relação ao total indicado.

a) 35 de 50 **2. a)** 70%

b) 18 de 180 **2. b)** 10%

c) 12 de 240 **2. c)** 5%

d) 85 de 1 000 **2. d)** 8,5%

3. Em um campeonato de futebol, um time venceu 24 partidas. Determine o número de partidas disputadas, sabendo que ele venceu 80% delas. **3.** 30 partidas

4. Ana tem R$ 60,00. Sabendo que 40% dessa quantia corresponde a 30% do que tem sua irmã, quantos reais tem a irmã de Ana? **4.** R$ 80,00

5. Uma corrida de 10 600 m será realizada em duas etapas. Na primeira etapa, serão percorridos 3 710 m. Qual é o percentual da corrida correspondente à segunda etapa? **5.** 65%

Cálculo de acréscimos e descontos

Acréscimos

Para calcular um acréscimo de 10% no preço de um produto que custa R$ 120,00, podemos fazer:

$$\frac{10}{100} \cdot \text{R\$ } 120{,}00 = 0{,}1 \cdot \text{R\$ } 120{,}00 = \text{R\$ } 12{,}00$$

$$\text{R\$ } 120{,}00 + \text{R\$ } 12{,}00 = \text{R\$ } 132{,}00$$

Ou podemos calcular 110% de R$ 120,00:

$$\frac{110}{100} \cdot \text{R\$ } 120{,}00 = 1{,}1 \cdot \text{R\$ } 120{,}00 = \text{R\$ } 132{,}00$$

Descontos

Para calcular um desconto de 15% no preço de um produto que custa R$ 120,00, podemos fazer:

$$\frac{15}{100} \cdot \text{R\$ } 120{,}00 = 0{,}15 \cdot \text{R\$ } 120{,}00 = \text{R\$ } 18{,}00$$

$$\text{R\$ } 120{,}00 - \text{R\$ } 18{,}00 = \text{R\$ } 102{,}00$$

Ou podemos calcular 85% de R$ 120,00:

$$\frac{85}{100} \cdot \text{R\$ } 120{,}00 = 0{,}85 \cdot \text{R\$ } 120{,}00 = \text{R\$ } 102{,}00$$

6. Um caderno custava R$ 15,00 e passou a custar R$ 24,00. Qual foi a taxa percentual de aumento? **6.** 60%

7. Economizei R$ 40,00 ao obter um desconto de 8% na compra de um terno. Qual era o preço do terno? **7.** R$ 500,00

8. Gustavo comprou uma passagem aérea por R$ 350,00. No dia seguinte, o preço da passagem teve um aumento de 22%. Que valor passou a custar a passagem? **8.** R$ 427,00

Juro simples

O **juro** é a remuneração cobrada pelo parcelamento de uma dívida, recebida em uma aplicação ou paga em um empréstimo.

No sistema de **juro simples**, o juro incide apenas sobre o valor investido.

Capital e montante

Em uma aplicação financeira, o valor aplicado é chamado **capital**. A remuneração a ser recebida por uma aplicação é chamada **juro** e a soma do capital com o juro é chamada **montante**.

9. Uma pessoa comprou uma bicicleta de R$ 400,00, que será paga daqui a 4 meses em uma única parcela, à taxa de juro simples mensal de 5%. Qual será o valor pago pela bicicleta? **9.** R$ 480,00

10. A quantia de R$ 500,00, aplicada durante 3 meses, rendeu juro simples de R$ 10,50. Qual foi a taxa mensal da aplicação? **10.** 0,7%

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Porcentagem

- Na **atividade 1**, incentive os estudantes a determinarem as porcentagens das quantidades de cada item por meio de cálculo mental. Ao final, incentive-os a verbalizar como fizeram.
- Na **atividade 2**, para indicar a porcentagem de cada quantidade em relação ao total, os estudantes devem dividir a quantidade pelo total. Por exemplo, no **item a**, 35 : 50 = 0,7 e 0,7 = 70%.
- Na **atividade 3**, espera-se que os estudantes tenham compreendido que 80% das partidas disputadas foram vencidas pelo time, ou seja, se indicarmos por x o número de partidas disputadas, temos que:

$0{,}8 \cdot x = 24$, em que x é um número natural maior que zero.

Aplicando o princípio multiplicativo das igualdades, temos que:

$x = 30$

Portanto, foram disputadas 30 partidas.

- Oriente os estudantes a fazerem um esquema para resolver o problema proposto na **atividade 5**. Espera-se que eles percebam que, na segunda etapa, serão percorridos 6 890 m (10 600 m − 3 710 m = 6 890 m) e que 6 890 m : 10 600 m = 0,65, ou seja, o percentual da corrida correspondente à segunda etapa é 65%.

Cálculo de acréscimos e descontos

- Na **atividade 6**, os estudantes podem calcular o valor do aumento do preço do caderno e, depois, determinar a taxa percentual de aumento.
- Antes que os estudantes resolvam a **atividade 7**, proponha os seguintes questionamentos: "O valor do terno é maior ou menor do que R$ 100,00? E do que R$ 200,00? Explique sua resposta.". Deixe os estudantes à vontade para trocar ideias e responder a essas questões.
- Antes que resolvam a **atividade 8**, pergunte: "O valor da passagem aérea, após o aumento, será maior ou menor do que R$ 420,00? Por quê?". Espera-se que os estudantes percebam que R$ 420,00 corresponde ao valor da passagem área se o aumento tivesse sido de 20%. No entanto, como o aumento foi de 22%, o custo da passagem será maior que R$ 420,00.

Juro simples

- Ao resolver problemas envolvendo juro simples como o da **atividade 9**, é importante que os estudantes percebam que o juro simples é obtido multiplicando-se o capital inicial, a taxa de juro e a medida de tempo considerada. Assim, o juro a ser pago pela compra da bicicleta é calculado da seguinte maneira: R$ 400,00 · 0,05 · 4 = R$ 80,00.

Portanto, o valor pago pela bicicleta é R$ 480,00, pois R$ 400,00 + R$ 80,00 = R$ 480,00.

- Para calcular a taxa mensal da aplicação na **atividade 10**, espera-se que os estudantes resolvam a seguinte equação:

$10{,}5 = 500 \cdot x \cdot 3$, em que x representa um número racional positivo.

Resolvendo a equação, temos que $x = 0{,}007$.

Portanto, a taxa de juro mensal da aplicação é 0,7%.

CAPÍTULO 8 – PROPORCIONALIDADE

Trocando ideias

BNCC:

- Competência geral 9 (a descrição está na página VI).
- Competência específica 8 (a descrição está na página VII).

Objetivos:

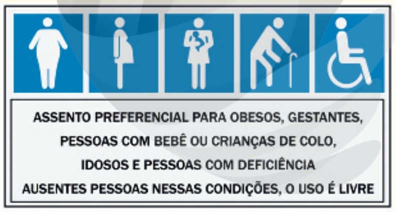
- Introduzir o conceito de razão.
- Conscientizar os estudantes sobre a importância de respeitar e valorizar os idosos.

Tema contemporâneo transversal:

Proponha aos estudantes que formem uma roda de conversa para debater o tema explorado neste *Trocando ideias*. Pergunte a eles: “Quais são as dificuldades e limitações que os idosos enfrentam? Como os idosos são tratados no Brasil? Vocês acham importante existirem leis que assegurem os direitos dos idosos?”. Reserve um tempo para discutirem cada uma dessas questões. Para aqueles que têm idosos na família, convide-os a falar um pouco sobre as dificuldades enfrentadas por esses idosos e sobre como a família lida com a situação.

Solicite que conversem sobre a questão proposta no primeiro item. Após trocarem ideias, comente alguns direitos dos idosos, como atendimento preferencial, medicamentos gratuitos, gratuidade no transporte etc. Aproveite a oportunidade e verifique se a turma já viu alguma das placas abaixo e se costuma respeitá-las:

CARLA NICHIATA/SHUTTERSTOCK



ASSENTO PREFERENCIAL PARA OBESOS, GESTANTES, PESSOAS COM BEBÊ OU CRIANÇAS DE COLO, IDOSOS E PESSOAS COM DEFICIÊNCIA AUSENTES PESSOAS NESSAS CONDIÇÕES, O USO É LIVRE

VANESSA VOLK/SHUTTERSTOCK

ORACICART/ ARQUIVO DA EDITORA

Capítulo 8

Proporcionalidade

Trocando ideias

De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), em 2060, 1 em cada 3 pessoas no Brasil terá idade superior a 60 anos. Uma das maiores conquistas dessa parcela da população foi o Estatuto do Idoso (Lei n. 10.741/2003), que trata dos principais direitos dos idosos e dos deveres da sociedade, da família e do Poder Público para com eles.

JOÃO PRUDENTE/PULSAR IMAGENS

Casal de idosos passeando com cachorro no Parque das Águas, em Cambuquira (MG). Foto de 2021.

Trocando ideias: primeiro item: resposta pessoal; segundo item: $\frac{1}{3}$; terceiro item: aproximadamente 33,33%

- Você conhece algum direito dos idosos? Se sim, qual? Converse com os colegas a respeito disso.

Sabendo que a **razão** entre dois números, a e b, com $b \neq 0$, nessa ordem, é dada por $\frac{a}{b}$, em seu caderno, escreva:

- na forma de fração a razão entre o número de idosos e o número total de habitantes no Brasil em 2060.
- na forma de porcentagem a razão entre o número de idosos e o número total de habitantes no Brasil em 2060.

Neste capítulo, vamos estudar razão, proporção e grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Ao debater esse assunto de urgência social, é desenvolvida a competência geral **9** e a competência específica **8** da BNCC.

Após essa conversa inicial, introduza o conceito de razão e peça aos estudantes que respondam aos dois últimos itens. Eles possibilitam verificar como os estudantes lidam com as diferentes representações de uma razão. Amplie a proposta e peça a eles que citem outros exemplos em que o conceito de razão pode ser utilizado, por exemplo, em receitas culinárias.

1 Razão

A palavra “razão” tem origem no latim *ratio*, que significa “divisão”. Podemos expressar a razão na forma de fração, de porcentagem ou de número decimal.

Analise os exemplos abaixo:

a) Leia a orientação de uso no rótulo desta garrafa de suco concentrado.

GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com a orientação do rótulo, podemos dizer que para cada litro de suco concentrado devem ser colocados 5 L de água na mistura.

- A razão entre a quantidade de suco concentrado e a quantidade de água é: $\frac{1}{5} = 0{,}20 = \frac{20}{100} = 20\%$
- A razão entre a quantidade de água e a quantidade de suco concentrado é: $\frac{5}{1} = \frac{500}{100} = 500\%$

b) De 100 pessoas convidadas para determinada cerimônia, 75 eram mulheres.

A razão entre o número de mulheres e o número de convidados é:

$$\frac{75}{100} \underset{:25}{\overset{:25}{=}} \frac{3}{4} = 0{,}75 = \frac{75}{100} = 75\%$$

A razão indica que, em cada grupo de 4 convidados, 3 eram mulheres.

Essa razão também pode ser expressa em porcentagem. Se havia 75 mulheres entre 100 convidados, 75% dos convidados eram mulheres.

A razão entre dois números, a e b, com $b \neq 0$, nessa ordem, é dada por $\frac{a}{b}$.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1 Escreva, no caderno, uma razão entre os números ou medidas presentes em cada uma das frases.

a) Um corretor de imóveis recebe R$ 5,00 de comissão para cada R$ 100,00 em imóveis vendidos. **1. a)** Exemplo de resposta: $\frac{5}{100}$ ou $\frac{1}{20}$ ou 5%

b) Um time de futebol feminino venceu 15 dos 22 jogos que disputou. **1. b)** Exemplo de resposta: $\frac{15}{22}$

c) Melissa acertou 17 das 20 questões de uma prova de Matemática. **1. c)** Exemplo de resposta: $\frac{17}{20}$

d) No Brasil, o combustível usado nos carros movidos a gasolina tem sido, na verdade, um composto em que para 4 L do combustível há 1 L de álcool anidro.

1. d) Exemplo de resposta: $\frac{1}{4}$

Razão

BNCC:

Habilidade EF07MA09.

Objetivo:

Compreender o conceito de razão.

Justificativa

O conceito de razão está presente nas porcentagens, na comparação entre duas quantidades e é amplamente utilizado em diversas áreas do conhecimento, sendo que algumas razões recebem nomes especiais, como a escala (quociente entre a medida do comprimento de uma representação qualquer e a medida do comprimento real correspondente), a medida de velocidade média, a densidade demográfica, entre outras. Compreender esse conceito contribui para entender essas situações e, também, favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA09**, que tem esse conceito como foco.

Mapeando conhecimentos

Peça aos estudantes que têm animal de estimação que levantem a mão. Depois, conte os estudantes que ergueram a mão e registre essa quantidade na lousa. Em seguida, peça à turma que determine a razão entre o número de estudantes que têm animal de estimação e o total de estudantes da turma. Peça também que determinem a razão entre o número de estudantes que não têm animal de estimação e o total de estudantes da turma. Em ambos os casos, observe o registro deles e se identificam os termos de uma razão.

Para as aulas iniciais

Defina o conceito de razão e peça que pesquisem em jornais ou revistas a aplicação do conceito. Depois, reserve uma aula para que compartilhem o que pesquisaram e para que algumas razões trazidas por eles sejam exploradas.

Verifique se os estudantes percebem que, para determinar uma razão, devemos observar a ordem em que os dados são apresentados. Por exemplo: a razão entre 2 e 3 é $\frac{2}{3}$, enquanto a razão entre 3 e 2 é $\frac{3}{2}$.

Um aspecto que pode ser explorado se refere às diferentes formas de representar uma razão. Sendo a razão uma divisão entre dois números, ela pode ser representada de várias formas: número inteiro, fração ou número decimal.

(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

- Na **atividade 4**, alerte os estudantes para o fato de que a razão entre as medidas de duas grandezas de mesma natureza deve ser realizada com a mesma unidade de medida.

Proporção

BNCC:

Habilidades EF07MA09 e EF07MA13.

Objetivos:

- Compreender o conceito de proporção.
- Compreender a propriedade fundamental das proporções.

Justificativa

É importante compreender o conceito de proporção, uma vez que está presente em todas as ciências e no cotidiano de qualquer indivíduo. Além disso, muitos conceitos da própria Matemática envolvem proporção, como o de semelhança de figuras.

A compreensão da propriedade fundamental das proporções, por sua vez, possibilita resolver diferentes problemas.

2 Carlos e Antônio brincaram de cobrar pênaltis. Carlos cobrou 8 pênaltis e fez 5 gols. Antônio cobrou 10 pênaltis e fez 7 gols.

a) Escreva, na forma de fração irredutível, a razão entre o número de pênaltis cobrados por Carlos e o número de pênaltis cobrados por Antônio. **2. a)** $\frac{4}{5}$

b) Escreva, na forma de porcentagem, a razão entre o número de gols feitos e o número de pênaltis cobrados por Antônio. **2. b)** 70%

c) Escreva, na forma decimal, a razão entre o número de gols feitos e o número de pênaltis cobrados por Carlos. **2. c)** 0,625

3 Em uma classe com 30 estudantes, 24 foram aprovados nas provas finais.

Determine a razão entre o número de estudantes: **3. a)** Exemplo de resposta: $\frac{4}{5}$

a) aprovados e o total de estudantes;

b) reprovados e o total de estudantes;

c) aprovados e reprovados.

3. c) Exemplo de resposta: $\frac{4}{1}$ **3. b)** Exemplo de resposta: $\frac{1}{5}$

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

4 Escreva na forma de fração irredutível a razão entre cada par de medidas, na ordem apresentada.

a) 5 cm e 10 cm **4. a)** $\frac{1}{2}$

b) 200 g e 40 g **4. b)** 5

c) 7 kg e 10,5 kg **4. c)** $\frac{2}{3}$

d) 14 L e 35 L **4. d)** $\frac{2}{5}$

5 Em uma prova com 80 testes, a razão entre o número de testes que Daniele acertou e o número total de testes foi de 2 para 5.

a) Represente essa razão na forma de fração irredutível, de número decimal e de porcentagem. **5. a)** $\frac{2}{5}$; 0,4; 40%

b) Calcule o número de testes que Daniele acertou. **5. b)** 32 testes

6 Ivan e Sílvio caminham no parque todos os dias. Ontem, Ivan caminhou 2 000 m e Sílvio, 3 500 m. Determine a razão entre as medidas das distâncias percorridas por Ivan e Sílvio. **6.** $\frac{4}{7}$

7 Um terreno tem 750 m^2 de medida de área total e 500 m^2 de medida de área construída. Qual é a razão entre a medida da área construída e a medida da área livre? **7.** 2

2 Proporção

Em carros com motor bicombustível (*flex*), é possível utilizar como combustível uma mistura de etanol e gasolina.

Vamos supor que, no tanque de 50 L de um carro, tenham sido colocados 10 L de etanol e 40 L de gasolina. Já o tanque de 60 L de outro carro foi preenchido com 12 L de etanol e 48 L de gasolina.

Observe as razões entre a quantidade de etanol e a de gasolina nos dois tanques:

- tanque de 50 L $\longrightarrow \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$
- tanque de 60 L $\longrightarrow \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$

Verificamos que as duas razões são iguais; nesse caso, dizemos que as duas razões formam uma **proporção**. Essa proporção é assim indicada: $\frac{10}{40} = \frac{12}{48}$

Proporção é uma igualdade entre duas razões.

Mapeando conhecimentos

Reproduza a seguinte situação na lousa:

Um automóvel consome 1 L de combustível a cada 8 km rodados.

Medida da distância percorrida (em km)	Consumo de combustível (em litro)
8	1
16	2
24	3
. . .	. . .

Depois, proponha aos estudantes que respondam às seguintes questões:

- Quantos litros de combustível serão consumidos se o automóvel percorrer 40 km? E 56 km? E 80 km? (Respostas: 5 L, 7 L, 10 L).
- Se o automóvel consumiu 104 L de combustível, qual foi a medida da distância que ele percorreu? (Resposta: 832 km).

Observe as estratégias empregadas pelos estudantes para responder às questões. Permita que trabalhem em duplas, caso julgue necessário.

Para as aulas iniciais

Retome a ideia de proporcionalidade da multiplicação presente na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores* e peça aos estudantes que façam as **atividades 57** e **58**. Após concluírem, discuta as atividades coletivamente.

Você também pode retomar a situação e as questões da dinâmica inicial para discuti-las com a turma. Peça a alguns estudantes que compartilhem como fizeram. Em seguida, apresente algumas estratégias para respondê-las.

Pergunte aos estudantes: “Como vocês interpretam a razão $\frac{1}{4}$ obtida nesta situação?”. Espera-se que eles respondam que tanto no tanque de 50 L como no de 60 L, para cada 1 litro de etanol colocado, foram colocados 4 litros de gasolina.

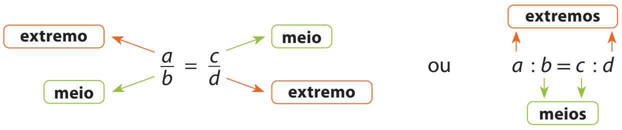
Ao definir proporção como uma igualdade entre duas razões, lembre-se de que não basta igualar duas razões quaisquer para obter uma proporção. A construção da noção de proporcionalidade envolve também a capacidade de reconhecer situações em que ela não está presente.

Contínua

A proporção $\frac{10}{40} = \frac{12}{48}$ também pode ser indicada assim: 10 : 40 = 12 : 48

Dados quatro números não nulos, *a*, *b*, *c* e *d*, nessa ordem, dizemos que eles formam uma proporção quando $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (lemos: "*a* está para *b*, assim como *c* está para *d*").

Os **termos** de uma proporção são assim denominados:



Por exemplo, na proporção $\frac{3}{4} = \frac{27}{36}$, os extremos são 3 e 36, e os meios, 4 e 27.

Um pouco de história

A ideia de proporção na história da Matemática

A ideia de proporção é atribuída a Pitágoras (c. 580 a.C.-500 a.C.), embora haja dúvida sobre isso. Na Antiguidade, o estudo das proporções presumivelmente fazia parte da Aritmética ou da teoria pitagórica dos números.

Eudoxo de Cnido, discípulo de Platão, matemático e filósofo grego que viveu entre 408 a.C. e 355 a.C., deu nova definição para os teoremas relacionados a proporções. Essa definição foi exposta no Livro V de *Os elementos*, de Euclides (330 a.C.-?), e é a que conhecemos e usamos hoje em dia.

Fonte: BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**.
São Paulo: Edgard Blücher/Edusp, 1974. p. 34, 61, 66.

XAVI/ARQUIVO DA EDITORA

Caricatura de Eudoxo de Cnido.

Atividade

Reúna-se com três colegas e pesquisem um pouco mais sobre como a ideia de proporção se desenvolveu ao longo da história da Matemática. Vocês podem consultar livros, revistas ou páginas da internet. **Um pouco de história:** Comentários em *Orientações*.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

8 Por que podemos afirmar que $\frac{2}{7}$ e $\frac{8}{28}$ formam uma proporção? **8.** Porque $\frac{2}{7} = \frac{8}{28}$.

9 Escreva, no caderno, como se leem as proporções, identificando os meios e os extremos de cada uma delas.

a) $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$

b) $\frac{7}{8} = \frac{14}{16}$

10 Observe estas razões:

$\frac{1,5}{3,5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{20,1}{33,5}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{2,5}{3,75}$

Indique os pares de razões que formam proporções. **10.** $\frac{1,5}{3,5} = \frac{3}{7}$; $\frac{20,1}{33,5} = \frac{3}{5}$; $\frac{2,5}{3,75} = \frac{2}{3}$

9. a) três está para cinco assim como nove está para quinze; meios: 5 e 9; extremos: 3 e 15

9. b) sete está para oito assim como catorze está para dezesseis; meios: 8 e 14; extremos: 7 e 16

No boxe *Um pouco de história*, devem realizar uma pesquisa, na internet ou em livros da biblioteca (se houver uma na escola), a respeito do desenvolvimento da ideia de proporção ao longo da história da Matemática, visando aprofundar as informações apresentadas e levá-los a perceber que a Matemática foi sendo desenvolvida até chegar ao que conhecemos atualmente. Nessa pesquisa, deve-se dar ênfase especial às contribuições de Eudoxo para o estudo das proporções. A análise da definição de proporção proposta pelo matemático fornecerá elementos que, posteriormente, serão essenciais para que os estudantes compreendam a noção de número irracional.

- Para as **atividades 8** e **10**, caso os estudantes tenham dúvidas sobre o procedimento para verificar se duas razões formam uma proporção, retome as ideias de simplificação de frações para ajudá-los a responder com maior clareza.

Continuação

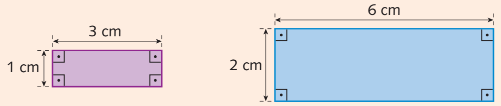
(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

Propriedade fundamental das proporções

A situação explorada neste tópico trabalha a ideia de escala (1 cm na miniatura corresponde a 65 cm na embarcação real, ou seja, escala de 1 : 65). Neste momento, o conceito será trabalhado indiretamente.

11 Observe os retângulos abaixo e responda às questões.



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é a razão entre as medidas do comprimento da largura dos dois retângulos? **11. a)** $\frac{1}{2}$ ou $\frac{2}{1}$

b) Qual é a razão entre as medidas do comprimento dos dois retângulos? **11. b)** $\frac{3}{6}$ ou $\frac{6}{3}$

c) Podemos afirmar que as medidas de comprimento correspondentes das figuras são proporcionais? Justifique sua resposta. **11. c)** sim, pois: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ ou $\frac{2}{1} = \frac{6}{3}$

Propriedade fundamental das proporções

A nau *Santa Maria* era uma das embarcações da esquadra comandada por Cristóvão Colombo (1451-1506) na viagem em que os europeus chegaram ao continente americano, em 1492. Em um museu, há uma miniatura dessa nau que mede 56 cm de comprimento. Sabendo que cada 1 cm de comprimento na miniatura corresponde a 65 cm de comprimento na embarcação real, qual era a medida do comprimento real da embarcação?

MUSEU MARÍTIM DE BARCELONA, ESPANHA

Miniatura da nau *Santa Maria*.

Para responder a essa questão, vamos indicar por x a medida, em centímetro, do comprimento real da embarcação; portanto, x é diferente de 0. Assim, podemos escrever a seguinte proporção:

$$\frac{1}{65} = \frac{56}{x}$$

1 cm está para 65 cm, assim como 56 cm está para x centímetros.

Para determinar o valor de x, podemos multiplicar ambos os membros dessa igualdade por x e, em seguida, por 65. Assim, temos:

$$\frac{1}{65} = \frac{56}{x}$$

$$\frac{1}{65} \cdot \mathbf{x} = \frac{56}{\cancel{x}} \cdot \cancel{\mathbf{x}}$$

Ao multiplicar os dois membros de uma igualdade por um mesmo número, diferente de zero, obtemos outra igualdade.

$$\frac{1 \cdot x}{65} = 56$$

$$\frac{1 \cdot x}{\cancel{65}} \cdot \cancel{\mathbf{65}} = 56 \cdot \mathbf{65}$$

$$1 \cdot x = 56 \cdot 65$$

$$x = 3\,640$$

Portanto, a medida do comprimento real da embarcação era 3 640 cm ou 36,40 m.

Ao desenvolver os cálculos para obter o valor de x nessa proporção, podemos observar uma igualdade entre o produto dos meios e o produto dos extremos:

$$\frac{1}{65} = \frac{56}{x} \quad \Rightarrow \quad 1 \cdot x = 56 \cdot 65$$

Essa propriedade é válida para todas as proporções. Acompanhe a demonstração a seguir.

Demonstração

Considere $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, em que a, b, c e d representam números racionais não nulos.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\cdot d \qquad \frac{a}{b} \cdot d = \frac{c}{d} \cdot d \qquad \cdot d$$

$$\frac{a \cdot d}{b} = \frac{c \cdot \cancel{d}}{\cancel{d}}$$

$$\frac{a \cdot d}{b} = c \cdot 1$$

$$\frac{a \cdot d}{b} = c$$

$$\cdot b \qquad b \cdot \frac{a \cdot d}{b} = b \cdot c \qquad \cdot b$$

$$\frac{\cancel{b} \cdot a \cdot d}{\cancel{b}} = b \cdot c$$

$$1 \cdot a \cdot d = b \cdot c$$

$$a \cdot d = b \cdot c$$

JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

> Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios, ou seja, dados a, b, c e d racionais não nulos, com $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos: $a \cdot d = b \cdot c$

Denominamos essa propriedade de **propriedade fundamental das proporções**.

Podemos empregar a propriedade fundamental das proporções para resolver diversos problemas, sejam puramente matemáticos ou contextualizados. Acompanhe os exemplos a seguir.

a) Sabendo que 5 está para 8, assim como 15 está para x, qual é o valor de x?

Para determinar o valor de x, inicialmente escrevemos a proporção:

$$\frac{5}{8} = \frac{15}{x}$$

Em seguida, aplicamos a propriedade fundamental das proporções e resolvemos a equação encontrada:

$$5 \cdot x = 8 \cdot 15$$

$$5x = 120$$

$$\cdot \frac{1}{5} \qquad \cancel{5}x \cdot \frac{\mathbf{1}}{\cancel{\mathbf{5}}} = 120 \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}} \qquad \cdot \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{120}{5}$$

$$x = 24$$

Portanto, o valor de x é 24.

Acompanhe o passo a passo da demonstração com os estudantes e reforce que o denominador de uma fração nunca pode ser zero, pois nenhum número é divisível por zero.

Pergunte aos estudantes se lembram o que indica a unidade de medida dm^3. Se não se lembrarem, retome as unidades de medida de volume e de capacidade, explicando que 1 dm^3 equivale a 1 litro.

- Caso os estudantes apresentem dificuldade na **atividade 12**, explique a eles que, para verificar se um par de razões representa uma proporção, pode ser analisado se o produto dos seus meios é igual ao produto dos seus extremos.
- Caso considere necessário, solicite aos estudantes que formem duplas para resolver e discutir a **atividade 17**. Essa atividade incentiva o **raciocínio lógico-matemático** (indução, dedução, abdução ou raciocínio por analogia).

b) Em uma salina, de cada 1 000 dm^3 de água salgada são retirados 40 dm^3 de sal. Para obter 800 dm^3 de sal, quantos decímetros cúbicos de água salgada são necessários?

(A quantidade de sal retirada é proporcional à medida do volume de água salgada.)

Indicando por x a quantidade, em dm^3, de água salgada a ser determinada, podemos escrever a seguinte proporção:

$$\frac{1\,000}{40} = \frac{x}{800}$$

Em seguida, aplicamos a propriedade fundamental das proporções e resolvemos a equação encontrada:

DELFIM MARTINS/TYBA

Extração de sal em Macau (RN). Foto de 2019.

$$40 \cdot x = 800 \cdot 1\,000$$

$$\cdot\frac{1}{40} \qquad \frac{1}{\cancel{40}} \cdot \cancel{40} \cdot x = \frac{1}{40} \cdot 800\,000 \qquad \cdot\frac{1}{40}$$

$$x = \frac{800\,000}{40}$$

$$x = 20\,000$$

Portanto, são necessários 20 000 dm^3 de água salgada para obter 800 dm^3 de sal.

Observações

1. Nos problemas que acabamos de resolver, a letra x representa um valor desconhecido em uma igualdade obtida por meio da propriedade fundamental das proporções. Nesse contexto, a letra x assume o papel de **incógnita** da equação obtida.
2. Quando não estiver explícito, vamos assumir que o conjunto universo das equações encontradas por meio das proporções é o conjunto dos números racionais.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

12 Copie no caderno apenas as razões que formam proporções. **12.** alternativas **c**, **d**

a) $\frac{3}{11}$ e $\frac{15}{44}$

b) $\frac{4}{0,2}$ e $\frac{2}{40}$

c) $\frac{\frac{1}{2}}{5}$ e $\frac{3}{30}$

d) $\frac{10}{500}$ e $\frac{4}{200}$

13 No caderno, determine o valor de x nas proporções.

a) $\frac{x}{5} = \frac{21}{35}$ **13. a)** 3

b) $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{5}} = \frac{90}{x}$ **13. b)** 24

c) $\frac{9}{13} = \frac{x}{26}$ **13. c)** 18

d) $\frac{1}{7} = \frac{x-6}{49}$ **13. d)** 13

e) $\frac{2x+1}{10} = -\frac{21}{30}$ **13. e)** -4

f) $\frac{3x+2}{x+3} = -\frac{40}{25}$ **13. f)** $-\frac{34}{23}$

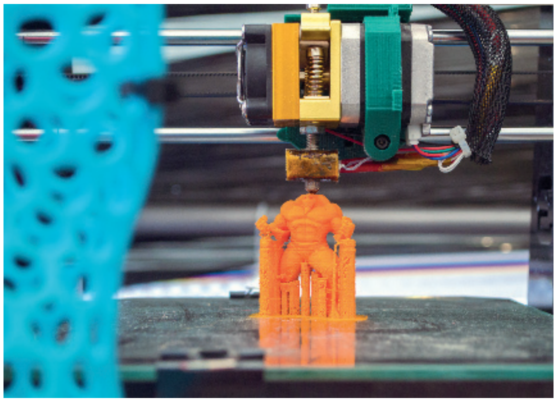
14 No caderno, determine o valor de w na proporção $w : 2{,}5 = \frac{3}{4} : 0{,}25$. **14.** 7,5

15 No caderno, determine o valor de k, sabendo que os números $4k - 1$, 50, $k + 5$ e 20 formam uma proporção nessa ordem. **15.** 9

16 Em um restaurante, de cada dez sucos vendidos seis são de maracujá. Em um domingo, foram vendidos 500 sucos. Quantos sucos de maracujá foram vendidos? **16.** 300 sucos de maracujá

17 Um relógio atrasa 5 minutos a cada 8 horas. Quanto tempo ele atrasará em 4 dias? **17.** 60 minutos ou 1 hora.

Sequências de números diretamente proporcionais


CHOLPAN/SHUTTERSTOCK

Impressão de brinquedo em 3-D utilizando resíduos de plástico reciclado. Almaty, Cazaquistão. Foto de 2017.

Uma impressora 3-D produz, em 2 horas, 40 bonecos. Em 3 horas, essa mesma impressora produz 60 bonecos, em 4 horas, 80 bonecos, e, em 5 horas, 100 bonecos.

Calculando a razão entre o número de bonecos produzidos e a medida do tempo de produção, observamos uma igualdade.

$$\frac{40}{2} = \frac{60}{3} = \frac{80}{4} = \frac{100}{5} = \mathbf{20}$$

O quociente de cada número da sequência (40, 60, 80, 100) (número de bonecos produzidos) pelo número correspondente da sequência (2, 3, 4, 5) (número de horas de produção da impressora) é sempre o mesmo que denominamos **constante de proporcionalidade**.

Portanto, dizemos que os números 40, 60, 80 e 100 são **diretamente proporcionais** aos números 2, 3, 4 e 5, nessa ordem. Dizemos ainda que o número de bonecos produzidos é diretamente proporcional à medida do tempo de produção, pois, conforme aumenta a medida do tempo, aumenta, na mesma proporção, a produção de bonecos.

Quando duas sequências de números são diretamente proporcionais, ao dobrar o número de uma delas, o correspondente da outra também dobra; ao reduzir pela metade o número de uma, o correspondente da outra também se reduz pela metade; e assim por diante.

Agora, acompanhe outra situação.

Simone dividiu 30 pitangas entre seus sobrinhos de 2, 3 e 5 anos de idade. Qual foi a quantidade de pitangas que cada um deles recebeu, sabendo que a divisão foi diretamente proporcional à idade de cada sobrinho?

Vamos indicar por *a*, *b* e *c*, respectivamente, as quantidades de pitangas recebidas pelos sobrinhos de 2, 3 e 5 anos. Assim:

quantidade de pitangas recebidas pelo sobrinho de 3 anos

$$a + b + c = 30$$

quantidade de pitangas recebidas pelo sobrinho de 2 anos

quantidade de pitangas recebidas pelo sobrinho de 5 anos

Sequências de números diretamente proporcionais

Comente com os estudantes que não basta que duas sequências de números cresçam (ou diminuam) simultaneamente no mesmo sentido para que elas sejam diretamente proporcionais. Para que isso ocorra, é necessário que a razão entre elas seja sempre uma constante, que recebe o nome de **constante de proporcionalidade**.

Estas atividades têm como objetivo avaliar a capacidade de reconhecer e/ou resolver situações que envolvam a proporcionalidade direta e sua constante de proporcionalidade.

As quantidades de pitangas a, b e c são diretamente proporcionais aos números 2, 3 e 5. Então:

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = k \longleftarrow \text{constante de proporcionalidade}$$

Agora, observe as igualdades:

$\frac{a}{2} = k$	$\frac{b}{3} = k$	$\frac{c}{5} = k$
$a = 2k$ (I)	$b = 3k$ (II)	$c = 5k$ (III)

Substituindo a por $2k$, b por $3k$ e c por $5k$ na equação $a + b + c = 30$, temos:

$$\begin{aligned} a + b + c &= 30 \\ 2k + 3k + 5k &= 30 \\ 10k &= 30 \\ k &= 3 \end{aligned}$$

Então, substituindo k por 3 em I, II e III, obtemos:

$a = 2k$	$b = 3k$	$c = 5k$
$a = 2 \cdot 3$	$b = 3 \cdot 3$	$c = 5 \cdot 3$
$a = 6$	$b = 9$	$c = 15$

Assim, dividimos o número 30 em partes diretamente proporcionais a 2, 3 e 5.

Portanto, os sobrinhos de 2, 3 e 5 anos receberam 6, 9 e 15 pitangas, respectivamente.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

18 Verifique se os números 15, 20 e 30 são diretamente proporcionais aos números 24, 32 e 48. **18.** sim

19 Divida o número 600 em partes diretamente proporcionais a 2, 3 e 5. **19.** 120, 180 e 300

20 Divida o número 23,8 em partes diretamente proporcionais a 5 e 9. **20.** 8,5 e 15,3

21 Os números a, b e c são diretamente proporcionais a 3, 5 e 9, e o fator de proporcionalidade é 16. Determine a, b e c. **21.** 48, 80 e 144

22 Mário dividiu R$ 60 000,00 entre sua irmã Ana, de 56 anos, e seus sobrinhos Paula, de 24 anos, e Carlos, de 16 anos. Essa divisão foi diretamente proporcional à idade de cada um deles. Quanto cada um recebeu?

22. Ana: R$ 35 000,00; Paula: R$ 15 000,00; Carlos: R$ 10 000,00

23 Um sítio de 120 hectares foi repartido entre Karine (24 anos), Kátia (26 anos) e Cristina (30 anos) em partes diretamente proporcionais à idade de cada uma. Que parte, em hectare, coube a Karine? **23.** 36 hectares

24 Uma mistura com 300 mL é formada por duas substâncias, A e B, tomadas em quantidades proporcionais a 3 e 7, respectivamente. Quantos mililitros de cada substância são utilizados para formar a mistura? **24.** A: 90 mL; B: 210 mL

25 Um prêmio de R$ 16 200,00 foi dividido em partes proporcionais à quantidade de pontos obtidos pelos dois primeiros colocados em uma competição. O primeiro colocado obteve 220 pontos, e o segundo, 140 pontos. Quanto recebeu cada um?

25. primeiro: R$ 9 900,00; segundo: R$ 6 300,00

Sequências de números inversamente proporcionais

Um pedreiro constrói um muro em **12** dias; **dois** pedreiros poderiam construir o mesmo muro em **6** dias; **três** pedreiros precisariam de **4** dias, e assim por diante.

Podemos escrever esses dados como igualdades de razões:

$$\frac{1}{\frac{1}{12}} = \frac{2}{\frac{1}{6}} = \frac{3}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{\frac{1}{3}} = 12$$

O quociente de cada número da sequência (1, 2, 3, 4) (número de pedreiros) pelo inverso do número correspondente da sequência (12, 6, 4, 3) (número de dias necessários para a construção do muro) é sempre o mesmo, que chamamos de **constante de proporcionalidade**.

Portanto, dizemos que os números 1, 2, 3 e 4 são **inversamente proporcionais** aos números 12, 6, 4 e 3, nessa ordem.

Note que 1, 2, 3 e 4 são diretamente proporcionais aos inversos de 12, 6, 4 e 3, nessa ordem.

Agora, acompanhe outro exemplo.

Vamos dividir o número 310 em partes inversamente proporcionais a 2, 3 e 5.

Indicando por *a*, *b* e *c* os números procurados, temos:

$$a + b + c = 310$$

Sabendo que *a*, *b* e *c* são inversamente proporcionais aos números 2, 3 e 5 respectivamente, então:

$$\frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{b}{\frac{1}{3}} = \frac{c}{\frac{1}{5}} = k \leftarrow \text{constante de proporcionalidade}$$

Agora, observe que:

$$\frac{a}{\frac{1}{2}} = k \Rightarrow a = \frac{1}{2} \cdot k = \frac{k}{2} \qquad \frac{b}{\frac{1}{3}} = k \Rightarrow b = \frac{1}{3} \cdot k = \frac{k}{3} \qquad \frac{c}{\frac{1}{5}} = k \Rightarrow c = \frac{1}{5} \cdot k = \frac{k}{5}$$

Substituindo *a* por $\frac{k}{2}$, *b* por $\frac{k}{3}$ e *c* por $\frac{k}{5}$ na equação $a + b + c = 310$, obtemos:

$$a + b + c = 310$$

$$\frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{5} = 310$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) \cdot k = 310$$

$$\left(\frac{15}{30} + \frac{10}{30} + \frac{6}{30}\right) \cdot k = 310$$

$$\frac{31}{30} \cdot k = 310$$

$$\frac{{}^{1}\cancel{30}}{{}_{1}\cancel{31}} \cdot \frac{{}^{1}\cancel{31}}{{}_{1}\cancel{30}} \cdot k = \frac{30}{{}_{1}\cancel{31}} \cdot \cancel{310}^{10}$$

$$1 \cdot k = 30 \cdot 10$$

$$k = 300$$

Sabendo que *k* é igual a 300, obtemos os valores de *a*, *b* e *c*:

$$a = \frac{1}{2} \cdot k = \frac{1}{2} \cdot 300 = 150 \qquad b = \frac{1}{3} \cdot k = \frac{1}{3} \cdot 300 = 100 \qquad c = \frac{1}{5} \cdot k = \frac{1}{5} \cdot 300 = 60$$

Portanto, 150, 100 e 60 são inversamente proporcionais a 2, 3 e 5, respectivamente.

Sequências de números inversamente proporcionais

Reproduza a situação inicial na lousa e pergunte à turma: “O que acontece conforme o número de pedreiros aumenta? Qual é a diferença dessa situação para a situação da impressora 3-D?”. Incentive-os a verbalizar o que pensam.

- Na situação da **atividade 33**, quanto menos faltas, mais livros a pessoa ganha, ou seja, “número de faltas” e “número de livros” são inversamente proporcionais.

Grandezas e proporcionalidade

BNCC:

Habilidades EF07MA13 e EF07MA17.

Objetivo:

- Reconhecer grandezas direta ou inversamente proporcionais.
- Elaborar e resolver problemas que envolvam grandezas direta ou inversamente proporcionais.

Justificativa

Os objetivos acima são importantes para o desenvolvimento da habilidade **EF07MA17,** que envolve o raciocínio proporcional por meio da resolução e da elaboração de problemas nos quais a medida de uma grandeza possa variar em função da medida de outra de maneira direta ou inversa. Além disso, essa habilidade prevê que os estudantes expressem as regularidades percebidas por meio de uma sentença matemática.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

26 Verifique se os números 3, 4 e 5 são inversamente proporcionais aos números 60, 45 e 36. **26.** sim

27 Verifique se os números 10, 8 e 6 são inversamente proporcionais aos números 30, 38 e 50. **27.** não

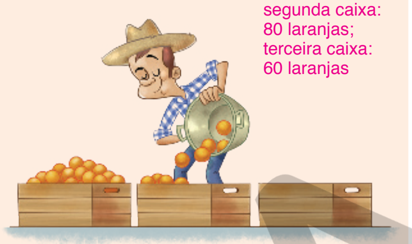
28 Os números *a*, *b* e *c* são inversamente proporcionais a 2, 5 e 7, e a constante de proporcionalidade é 70. Determine *a*, *b* e *c*. **28.** $a = 35$, $b = 14$ e $c = 10$

29 Divida o número 340 em partes inversamente proporcionais a 2, 4 e 10. **29.** 200, 100 e 40

30 Divida 182 em partes inversamente proporcionais a $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{6}$. **30.** 42, 56 e 84

31 Uma herança no valor de R$ 60 000,00 deverá ser dividida em valores inversamente proporcionais às idades de três herdeiros. Sendo 20, 30 e 60 anos a idade de cada um deles, qual será o valor recebido por cada um? **31.** R$ 30 000,00, R$ 20 000,00 e R$ 10 000,00

32 Lúcio dividiu 260 laranjas em três caixas, em quantidades inversamente proporcionais a 2, 3 e 4. Quantas laranjas foram colocadas em cada caixa? **32.** primeira caixa: 120 laranjas; segunda caixa: 80 laranjas; terceira caixa: 60 laranjas



GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

33 Rosa resolveu dividir 33 livros entre Beto, Ana e Vera em partes inversamente proporcionais às suas faltas à escola durante o mês. Quantos livros recebeu cada um deles, sabendo que Beto, Ana e Vera tiveram uma, duas e três faltas, respectivamente? **33.** Beto: 18 livros; Ana: 9 livros; Vera: 6 livros

3 Grandezas e proporcionalidade

No dia a dia são comuns situações em que relacionamos duas ou mais grandezas.

Considere os exemplos a seguir.

a) Na produção de metais fundidos, como o alumínio, utilizam-se fornos para gerar o calor necessário à fusão. Quanto maior for a medida do tempo de uso do forno, maior a medida da massa de alumínio produzida. As grandezas, nesse caso, são tempo e massa.

Fusão: transformação da matéria do estado sólido para o estado líquido.

SERGIO RANALLI/PULSAR IMAGENS

Fundição de alumínio em indústria de reciclagem, em Pindamonhangaba (SP). Foto de 2018.

b) Já em uma corrida de quilômetro contra o relógio, quanto maior a medida da velocidade, menor a medida do tempo gasto na prova. As grandezas, nesse caso, são velocidade e tempo.

Quilômetro contra o relógio: modalidade em que cada ciclista larga sozinho na pista, em intervalos de 90 segundos de diferença em relação aos demais competidores.

LUIS ROBAYO/AFP/GETTY IMAGES

A francesa Mathilde Gors, competindo na final dos 500 m contra o relógio feminino durante a Copa das Nações de Ciclismo em Pista realizada em 2021, em Cali, na Colômbia.

Mapeando conhecimentos

Reproduza estes quadros na lousa:

Medida de comprimento do lado do quadrado (em cm)	Medida do perímetro do quadrado (em cm)
2	8
3	12
4	16

Medida da velocidade (em km/h)	Medida de tempo (em h)
20	4
40	2
80	1

Proponha estes questionamentos:

- O que podemos afirmar sobre as medidas de comprimento do lado e do perímetro de um quadrado? Como podemos expressar a relação entre essas medidas usando uma sentença matemática?
- O que podemos afirmar sobre as medidas da velocidade e do tempo? Como podemos expressar a relação entre essas medidas usando uma sentença matemática?

Para as aulas iniciais

Explore com a turma as situações da dinâmica inicial. Na primeira situação, oriente-os a escrever as razões entre as medidas de comprimento do lado e do perímetro do quadrado para que percebam que essas razões são sempre iguais a $\frac{1}{4}$ e, portanto, o comprimento do lado e o perímetro do quadrado são diretamente proporcionais. Na segunda situação, peça que calculem a razão entre as medidas de velocidade e o inverso das medidas de tempo para que percebam que essas razões são sempre iguais a 80 e, portanto, a velocidade e o tempo são inversamente proporcionais.

Caso julgue oportuno, peça que deem outros exemplos de grandezas direta e inversamente proporcionais e desafie-os a pensar e a relacionar medidas dessas grandezas por meio de sentenças matemáticas.

(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Entendemos por **grandeza** tudo o que pode ser medido ou contado. O comprimento, a área, o volume, a massa, a capacidade, a velocidade, o tempo, a temperatura, a produção ou o custo são alguns exemplos de grandeza.

Em algumas situações, duas ou mais grandezas podem estar relacionadas. Essa relação pode ser direta ou inversamente proporcional. Há casos também em que não há proporcionalidade entre as grandezas.

Grandezas diretamente proporcionais

Vamos, agora, explorar a situação da produção de metais fundidos. Observe no quadro abaixo as medidas das grandezas referentes à produção de alumínio fornecidas por uma metalúrgica.

Medida do tempo (min)	Medida da massa de alumínio produzido (kg)
5	100
10	200
15	300
20	400
25	500

De acordo com os dados, podemos observar que:

- quando **duplicamos** a medida do tempo, a medida da massa de alumínio produzido também **duplica**.

$$\begin{tikzcd} 5 \text{ min} \arrow[r] \arrow[d, bend right, "\cdot 2"'] & 100 \text{ kg} \arrow[d, bend left, "\cdot 2"] \\ 10 \text{ min} \arrow[r] & 200 \text{ kg} \end{tikzcd}$$

- quando **triplicamos** a medida do tempo, a medida da massa de alumínio produzido também **triplica**.

$$\begin{tikzcd} 5 \text{ min} \arrow[r] \arrow[d, bend right, "\cdot 3"'] & 100 \text{ kg} \arrow[d, bend left, "\cdot 3"] \\ 15 \text{ min} \arrow[r] & 300 \text{ kg} \end{tikzcd}$$

Nesse exemplo, verifique que a razão entre duas medidas de uma grandeza (tempo) é igual à razão entre as duas medidas correspondentes da outra grandeza (massa de alumínio produzido). Dizemos, então, que essas grandezas são diretamente proporcionais.

> Duas grandezas são **diretamente proporcionais** quando a razão entre dois valores quaisquer da primeira é igual à razão entre os valores correspondentes da segunda.

Tomando, ao acaso, 5 e 15 na coluna referente à medida da grandeza tempo e seus correspondentes na coluna referente à medida da grandeza massa de alumínio produzido, temos:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{5}{15} = \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{100}{300} = \dfrac{1}{3} \end{array}\right| \frac{5}{15} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$$

Como as grandezas são diretamente proporcionais, podemos escrever proporções com suas medidas e determinar a constante de proporcionalidade.

Por exemplo, no caso da metalúrgica, podemos obter a seguinte igualdade de razões:

$$\frac{5}{100} = \frac{10}{200} = \frac{15}{300} = \frac{20}{400} = \frac{25}{500} = \frac{1}{20}$$

Grandezas diretamente proporcionais

Uma das características para que haja proporcionalidade entre duas grandezas é que deve existir dependência entre elas.

Outro aspecto a ser destacado é que, para verificar se uma situação envolve ou não proporcionalidade direta, não basta verificar se as medidas das grandezas crescem ou decrescem no mesmo sentido; para que a proporcionalidade seja direta, é preciso que o aumento da medida de uma grandeza seja proporcional ao aumento da medida da outra, ou seja, se uma delas dobrar de medida, a outra também deve dobrar de medida.

É importante também que os estudantes atentem para o fato de que, na proporcionalidade direta, a razão entre as medidas das grandezas comparadas resulta sempre em um valor constante, que é a constante de proporcionalidade; para representar essa constante, usaremos *k*.

Explique aos estudantes que a sentença $p = 20 \cdot t$ também poderia ser obtida pela aplicação do princípio multiplicativo das igualdades. Podemos obter tanto t a partir de p quanto p a partir de t. Caso julgue conveniente, comente que, na sentença $p = 20 \cdot t$, o número 20 representa a constante de proporcionalidade k. Observe: $\frac{p}{t} = 20 = k$ (constante).

Grandezas inversamente proporcionais

No estudo da proporcionalidade inversa, assim como na proporcionalidade direta, a primeira característica a ser observada pelos estudantes é se há dependência entre as grandezas analisadas. Na proporcionalidade inversa, as medidas das grandezas variam em sentidos opostos, ou seja, quando uma cresce, a outra decresce, e vice-versa. Assim, quando uma grandeza dobra de medida, a outra terá a medida reduzida pela metade.

Essas proporções nos permitem encontrar uma sentença algébrica que relaciona as medidas das duas grandezas. Como exemplo, podemos relacionar a constante de proporcionalidade com a razão $\frac{t}{p}$, em que t representa a medida do tempo (em minuto) e p, a medida da massa de alumínio produzido (em quilograma), supondo que ambas sejam, sempre, diferentes de zero:

$$\frac{1}{20} = \frac{t}{p}$$

Pela propriedade fundamental das proporções, temos:

$$p = 20 \cdot t$$

Essa sentença algébrica nos permite calcular a medida p da massa de alumínio produzido para qualquer medida t do tempo e vice-versa. Observe no quadro como podemos obter p para um t conhecido.

t (min)	p (kg)
3	$20 \cdot t = 20 \cdot 3 = 60$
7	$20 \cdot t = 20 \cdot 7 = 140$
9	$20 \cdot t = 20 \cdot 9 = 180$
50	$20 \cdot t = 20 \cdot 50 = 1\,000$

Observação

Note que as letras t e p, na sentença algébrica $p = 20 \cdot t$, têm o papel de **variáveis**, pois podem assumir qualquer medida possível para as grandezas tempo e massa de alumínio produzido. Se quisermos calcular a medida da massa de alumínio produzido a partir da medida do tempo, poderemos fazê-lo para qualquer medida de tempo possível. O mesmo vale se quisermos calcular a medida do tempo a partir da medida da massa de alumínio produzido.

Grandezas inversamente proporcionais

Considere a situação a seguir.

Uma ciclista faz um treino para uma prova de 1 000 metros contra o relógio. Mantendo em cada volta uma medida da velocidade constante, ela obtém uma medida do tempo correspondente, conforme o quadro abaixo.

Medida da velocidade (m/s)	Medida do tempo (s)
5	200
8	125
10	100
16	62,5
20	50

Observe que:

- quando **duplicamos** a medida da velocidade, a medida do tempo fica reduzida à **metade**.

$$\begin{tikzcd} 5\text{ m/s} \arrow[r] \arrow[d, bend right, "\cdot 2"'] & 200\text{ s} \arrow[d, bend left, ":2"] \\ 10\text{ m/s} \arrow[r] & 100\text{ s} \end{tikzcd}$$

- quando **quadruplicamos** a medida da velocidade, a medida do tempo fica reduzida à **quarta parte**.

$$\begin{tikzcd} 5\text{ m/s} \arrow[r] \arrow[d, bend right, "\cdot 4"'] & 200\text{ s} \arrow[d, bend left, ":4"] \\ 20\text{ m/s} \arrow[r] & 50\text{ s} \end{tikzcd}$$

Nesse exemplo, podemos verificar que a razão entre duas medidas de uma grandeza (velocidade) é igual ao inverso da razão entre as duas medidas correspondentes da outra grandeza (tempo). Dizemos, então, que essas grandezas são inversamente proporcionais.

Observe.

razão inversa

$$\frac{10}{16} = \boxed{\frac{5}{8}} \qquad \frac{100}{62,5} = \boxed{\frac{8}{5}}$$

razão inversa

$$\frac{8}{20} = \boxed{\frac{2}{5}} \qquad \frac{125}{50} = \boxed{\frac{5}{2}}$$

Duas grandezas são **inversamente proporcionais** quando a razão entre dois valores quaisquer da primeira é igual ao inverso da razão entre os valores correspondentes da segunda.

Da mesma forma que fizemos com as grandezas diretamente proporcionais, podemos escrever proporções com as medidas das grandezas inversamente proporcionais, determinando a constante de proporcionalidade. Assim, no exemplo da ciclista, temos:

$$\frac{5}{\frac{1}{200}} = \frac{8}{\frac{1}{125}} = \frac{10}{\frac{1}{100}} = \frac{16}{\frac{1}{62,5}} = \frac{20}{\frac{1}{50}} = 1\,000$$

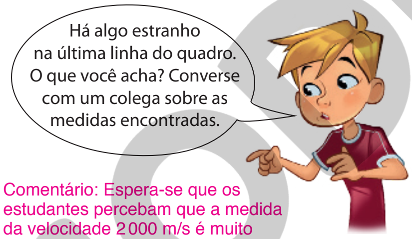
Agora, vamos determinar a sentença algébrica que relaciona as medidas dessas grandezas. Para isso, vamos escrever uma proporção com a constante de proporcionalidade representando a medida do tempo pela letra *t* (em segundo) e a medida da velocidade pela letra *v* (em metro por segundo), supondo que ambas sejam, sempre, diferentes de zero:

$$\frac{t}{\frac{1}{v}} = 1\,000$$

Pela propriedade fundamental das proporções, temos $t = \frac{1\,000}{v}$.

Essa sentença algébrica nos permite, por exemplo, calcular a medida *t* do tempo para qualquer medida *v* da velocidade conhecida, como podemos observar no quadro.

v (m/s)	*t* (s)
2	$\frac{1\,000}{v} = \frac{1\,000}{2} = 500$
4	$\frac{1\,000}{v} = \frac{1\,000}{4} = 250$
25	$\frac{1\,000}{v} = \frac{1\,000}{25} = 40$
2000	$\frac{1\,000}{v} = \frac{1\,000}{2\,000} = 0,5$



ENÁGIO COELHO/ ARQUIVO DA EDITORA

Comentário: Espera-se que os estudantes percebam que a medida da velocidade 2000 m/s é muito rápida para um ciclista. Se julgar necessário, faça uma intervenção com relação a isso.

Observação

Há situações em que não há proporcionalidade direta e nem inversa entre as grandezas. Por exemplo:

a) Um aluno com 10 anos mede 1,50 m de altura. É lógico que, com 20 anos, ele não medirá 3,00 m de altura.

b) Um jogador fez 10 cestas de três pontos em dois jogos. Não podemos garantir que ele fará 20 cestas de três pontos em quatro jogos.

Comente com os estudantes que, na proporcionalidade inversa, o produto entre as medidas das duas grandezas deve resultar em um valor constante, ou seja, esse valor obtido deve ser sempre o mesmo (constante de proporcionalidade *k*, com $k \neq 0$).

Explique que a sentença também poderia ser $v = \frac{1\,000}{t}$, obtida com a aplicação do princípio multiplicativo das igualdades. Podemos obter tanto *v* a partir de *t* quanto *t* a partir de *v*.

Comente com os estudantes que uma medida de velocidade de 2000 m/s é quase 6 vezes a medida de velocidade do som. Isso significa que essa medida de velocidade não poderia ser desenvolvida por um ciclista.

Chame a atenção dos estudantes para o fato de que a noção de proporcionalidade envolve também a capacidade de reconhecer as situações em que ela não está presente. No exemplo apresentado, a altura do estudante não é proporcional à sua idade.

Estas atividades têm como objetivo avaliar se os estudantes reconhecem, entre as diversas situações, se há ou não relação de proporcionalidade entre duas grandezas.

- Na **atividade 34**, nos **itens d** e **f**, ressalte que a proporcionalidade só existe para quantidades “razoáveis” de tratores e máquinas (em comparação com o tamanho do terreno/trecho da estrada). Acima de certo número, os tratores (ou as máquinas) vão se “atrapalhar mutuamente” e a proporcionalidade deixa de existir.
- Nas **atividades 35**, **36** e **37**, é importante orientar os estudantes que não basta que as medidas das duas grandezas cresçam ou decresçam juntas para que sejam diretamente proporcionais, ou seja, é preciso que o aumento das medidas de uma delas seja proporcional ao aumento das medidas da outra.

Resposta do **item c** da **atividade 35**:

Quantidade de canetas	Custo (em R$)
5	35
10	70
11	77
14	98

- A proporcionalidade está presente em variados contextos do cotidiano. Na **atividade 38**, comente com os estudantes que não é possível prever se a variação numérica apresentada no problema vai acontecer.

35. c) Resposta em *Orientações*.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

34 Em cada item, classifique as grandezas envolvidas em diretamente ou inversamente proporcionais.

a) Medida da distância entre duas cidades e medida do tempo gasto no deslocamento entre elas.
34. a) diretamente proporcionais

b) Número de operários para a construção de um muro e medida do tempo para construí-lo. **34. b)** inversamente proporcionais

c) Medida do comprimento do lado de um quadrado e a medida de seu perímetro.
34. c) diretamente proporcionais

d) Medida do tempo para realizar uma terraplenagem (conjunto de operações que preparam um terreno para uma construção) e número de tratores utilizados.
34. d) inversamente proporcionais

e) Medida da área de um retângulo e medida do seu comprimento, sendo a medida da largura constante. **34. e)** diretamente proporcionais

f) Número de máquinas e medida do tempo necessário para asfaltar um trecho de uma avenida.
34. f) inversamente proporcionais

ERNESTO REGHRAN/ PULSAR IMAGENS

Recapeamento do asfalto da avenida Ayrton Senna, em Londrina (PR). Foto de 2020.

35 Leia estas afirmações.

- Cinco canetas custam R$ 35,00.
- Dez canetas custam R$ 70,00.

a) O número de canetas e o respectivo custo são grandezas diretamente ou inversamente proporcionais? Justifique.

b) Encontre uma sentença algébrica que relacione a quantidade (q) e o custo (c) das canetas. **35. b)** $c = 7 \cdot q$

c) No caderno, crie um quadro relacionando a quantidade de canetas e o custo delas com as informações fornecidas anteriormente, acrescentando mais duas linhas. Em uma delas, calcule o custo de 11 canetas. Na outra, calcule quantas canetas se pode comprar com R$ 98,00.

35. a) diretamente proporcionais; $\frac{5}{10} = \frac{35}{70} = \frac{1}{2}$

36 Um prêmio de R$ 60 000,00 vai ser dividido entre os funcionários de uma empresa. Leia as afirmações abaixo.

- Se houver 24 funcionários, cada um receberá R$ 2 500,00.
- Se houver 32 funcionários, cada um receberá R$ 1 875,00. **36. a)** $\frac{3}{4}$

Agora, responda: **36. b)** $\frac{4}{3}$

a) Qual é a razão entre as quantidades de funcionários?

b) Qual é a razão entre os valores recebidos?

c) A quantidade de funcionários e o valor recebido são grandezas diretamente ou inversamente proporcionais?
36. c) inversamente proporcionais

37 O quadro abaixo mostra a relação entre a medida do tempo de funcionamento de uma máquina e a quantidade de parafusos produzidos por ela. Observe.

Medida do tempo	Quantidade de parafusos produzidos
5 horas	1 000 parafusos
8 horas	1 600 parafusos

37. c) diretamente proporcionais **37. d)** $p = 200 \cdot t$

a) Qual é a razão entre as medidas de tempo? **37. a)** $\frac{5}{8}$

b) Qual é a razão entre as quantidades de parafusos produzidos? **37. b)** $\frac{1\,000}{1\,600} = \frac{5}{8}$

c) A quantidade de parafusos produzidos e a medida do tempo de funcionamento da máquina são grandezas diretamente ou inversamente proporcionais?

d) Obtenha uma sentença algébrica que relacione a medida do tempo de funcionamento (t) e a quantidade de parafusos produzidos (p) por essa máquina.

e) Quantos parafusos serão produzidos se a máquina funcionar por 36 h?
37. e) 7 200 parafusos

38 Choveu em cinco dos dez primeiros dias de março. Com base nesse fato, é possível afirmar que nos próximos 20 dias de março choverá por 10 dias? Justifique sua resposta.

38. Não, nada garante essa possibilidade, pois o número de dias em que chove e o número de dias do mês não são direta nem inversamente proporcionais.

Regra de três simples

Quando um problema tem duas grandezas, direta ou inversamente proporcionais, podemos resolvê-lo utilizando um procedimento chamado **regra de três simples**.

Acompanhe os exemplos a seguir.

a) Ana comprou 3 cadernos de um mesmo modelo por R$ 36,00. Quanto ela gastaria para comprar 9 cadernos desse modelo?

Perceba como Ana resolveu essa questão usando a Aritmética.

Agora, vamos resolver usando a Álgebra. Para isso, representamos o valor desconhecido (preço total de 9 cadernos) por uma letra, por exemplo, *c*. E, assim, organizamos as informações no quadro abaixo.

JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

Quantidade de cadernos	Preço (em R$)
3	36
9	*c*

Verificando que a quantidade de cadernos e o preço sejam diretamente proporcionais, temos a seguinte proporção:

$$\frac{3}{9} = \frac{36}{c}$$

Agora, aplicamos a propriedade fundamental das proporções e resolvemos a equação.

$$3 \cdot c = 9 \cdot 36$$

$$3c = 324$$

$$c = \frac{324}{3} = 108$$

Portanto, Ana gastaria R$ 108,00 para comprar 9 cadernos.

b) O Maglev (*Magnetic levitation transport*), trem de levitação magnética, ao se deslocar a uma medida de velocidade média de 400 km/h, faz determinado percurso em 3 horas. Em quanto tempo esse trem faria o mesmo percurso se a medida de velocidade fosse de 480 km/h?

Construímos inicialmente um quadro em que *x* representa a medida do tempo, em hora, gasto pelo trem para cumprir o percurso a uma medida de velocidade de 480 km/h.

Medida de velocidade média (km/h)	Medida do tempo (h)
400	3
480	*x*

Maglev em Xangai, China. Foto de 2021.

VIEW STOCK/ALAMY/FOTOARENA

Regra de três simples

Diga aos estudantes que o quadro poderia ser montado também desta forma:

Quantidade de cadernos	3	9
Preço (em R$)	36	*c*

Também podemos montar a proporção da seguinte maneira:

$$\frac{3}{36} = \frac{9}{c}$$

Peça aos estudantes que expliquem por que tanto faz montar a proporção assim:

$$\frac{3}{36} = \frac{9}{c} \text{ ou } \frac{3}{9} = \frac{36}{c}$$

Eles devem aplicar a propriedade fundamental das proporções para fazer a verificação.

- $\frac{3}{36} = \frac{9}{c}$
  $3c = 9 \cdot 36$
  $c = 108$
- $\frac{3}{9} = \frac{36}{c}$
  $3c = 36 \cdot 9$
  $c = 108$

Mostre na lousa como montar esse cálculo de outra forma:

$$\frac{400}{\frac{1}{3}} = \frac{480}{\frac{1}{x}}$$

$$400 \cdot 3 = 480 \cdot x$$

$$x = \frac{1\,200}{480} = 2{,}5$$

Verifique que, ao dobrar a medida da velocidade média do trem, a medida do tempo utilizado no percurso fica reduzida à metade; ao triplicar a medida de velocidade média do trem, a medida do tempo utilizado fica reduzida à terça parte, e assim por diante. Dessa forma, as grandezas velocidade média e tempo são inversamente proporcionais. Então, podemos escrever a proporção:

$$\frac{400}{480} = \frac{x}{3} \longrightarrow \text{Invertemos a razão.}$$

Em seguida, aplicamos a propriedade fundamental das proporções e resolvemos a equação:

$$480 \cdot x = 400 \cdot 3$$

$$480x = 1\,200$$

$$x = \frac{1\,200}{480} = 2{,}5$$

Portanto, o trem faria o mesmo percurso em 2,5 horas (2 horas e 30 minutos) se a medida da velocidade fosse 480 km/h.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

39 Três escavadeiras transportam 200 m^3 de areia. Para transportar 1 600 m^3 de areia, quantas escavadeiras iguais a essas seriam necessárias? **39.** 24 escavadeiras

40 Um aparelho em alta medida de velocidade irriga 2 hectares em 40 minutos. Quantos hectares seriam irrigados por esse aparelho em 2 horas, mantendo a mesma medida de velocidade? **40.** 6 hectares

41 Usando 10 L de óleo de copaíba, árvore nativa da Amazônia, um caminhão que trafega a uma medida de velocidade média de 60 km/h percorre 80 km. Quantos litros seriam utilizados em um percurso de 200 km na mesma medida de velocidade? **41.** 25 L

42 De uma amostra de 100 g de um minério, foi extraído 0,2 g de ouro. Quantos gramas de ouro podem ser extraídos de 1 kg desse minério? **42.** 2 gramas

43 O supertrem que liga Londres a Paris, através do Eurotúnel, tem medida de velocidade média de 160 km/h e leva 40 minutos para atravessar o Canal da Mancha. Se a medida de velocidade média fosse aumentada para 200 km/h, em quanto tempo o trem atravessaria o túnel? **43.** 32 minutos

44 Uma equipe de operários, trabalhando 8 horas por dia, realizou uma obra em 20 dias. Se o número de horas de serviço fosse reduzido para 5 horas por dia, em que prazo essa equipe faria o mesmo trabalho? **44.** 32 dias

45 Em uma empresa trabalham 3 telefonistas; cada uma atende, em média, 125 ligações diárias. Aumentando para 5 o número de telefonistas, quantas ligações, em média, cada uma atenderá por dia? **45.** 75 ligações

46 Em uma folha, crie uma lista com 10 pares de grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais e não proporcionais. Deixe uma linha entre cada par para que um colega possa anotar se as grandezas são diretamente, inversamente ou não proporcionais. **46.** Resposta pessoal.

47 Elabore um problema para cada item a seguir.

a) Envolvendo duas grandezas diretamente proporcionais. **47. a)** Resposta pessoal.

b) Envolvendo duas grandezas inversamente proporcionais. **47. b)** Resposta pessoal.

- Agora, troque um problema de cada vez com um colega para que ele o resolva enquanto você resolve o dele. Por fim, analisem as resoluções em conjunto e discutam as estratégias que adotaram para solucionar os problemas.

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Faça as atividades no caderno.

Razão

A razão entre dois números, a e b, com $b \neq 0$, nessa ordem, é dada por $\frac{a}{b}$.

1. Escreva na forma de fração irredutível a razão entre cada par de medidas apresentadas, na ordem dada.

a) 64000 kg de 2000 kg **1. a)** 32

b) 5 L e 25 L **1. b)** $\frac{1}{5}$

c) 4 cm e 100 cm **1. c)** $\frac{1}{25}$

d) 2 m^3 e 8 m^3 **1. d)** $\frac{1}{4}$

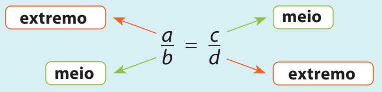
2. Em um jogo de basquete, Marcelo acertou 20 dos 28 arremessos que fez. Qual foi a razão entre os números de arremessos e de cestas? **2.** $\frac{7}{5}$

3. A razão entre o número de médicos e o número de habitantes de uma cidade é $\frac{1}{3000}$. Determine a população dessa cidade sabendo que há 42 médicos. **3.** 126 000 habitantes

Proporção

Proporção é uma igualdade entre duas razões.

Os termos de uma proporção são:



Propriedade fundamental das proporções

Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios, ou seja, dados a, b, c e d racionais não nulos, com $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos: $a \cdot d = b \cdot c$

4. Determine o valor de x em cada proporção.

a) $\frac{x}{10} = \frac{14,4}{12}$ **4. a)** 12

b) $\frac{7}{14} = \frac{3,5}{x}$, com $x \neq 0$ **4. b)** 7

5. Copie no caderno apenas as razões que formam proporções. **5.** alternativas **a**, **c**

a) $\frac{10}{5}$ e $\frac{20}{10}$

b) $\frac{0,5}{25}$ e $\frac{\frac{1}{4}}{12}$

c) $\frac{25}{1,5}$ e $\frac{50}{3}$

d) $\frac{\frac{1}{2}}{40}$ e $\frac{0,5}{20}$

6. Um reservatório contém 12 000 litros de água. Um produto químico deve ser misturado à água na razão de 40 gramas para cada 320 litros de água. Quantos pacotes de 100 gramas desse produto químico deverão ser adicionados ao reservatório? **6.** 15 pacotes

7. Em um canal de televisão, são intercalados 25 minutos de programação com 7 minutos de anúncios comerciais. Em um filme de 70 minutos, quantos minutos, aproximadamente, deveriam ser reservados para os anúncios? **7.** 19,6 min

Grandezas e proporcionalidade

Duas grandezas são **diretamente proporcionais** quando a razão entre dois valores quaisquer da primeira é igual à razão entre os valores correspondentes da segunda.

Duas grandezas são **inversamente proporcionais** quando a razão entre dois valores quaisquer da primeira é igual ao inverso da razão entre os valores correspondentes da segunda.

8. Três sócios investiram os valores indicados neste quadro para montar uma empresa.

Sócio	Investimento
A	R$ 20 000,00
B	R$ 35 000,00
C	R$ 45 000,00

A empresa, porém, foi à falência, causando um prejuízo de R$ 42 000,00. Sabendo que o prejuízo foi diretamente proporcional ao investimento, calcule a parcela de prejuízo de cada sócio. **8.** A: R$ 8 400,00; B: R$ 14 700,00; C: R$ 18 900,00

9. Se 15 homens podem fazer um serviço em 40 dias, em quanto tempo o mesmo serviço será feito empregando-se mais 10 homens com o mesmo rendimento dos outros? **9.** 24 dias

10. Doze marujos pintaram o casco de um navio em 4 dias e 4 horas. Quantos marujos, com o mesmo rendimento de trabalho, serão necessários para pintar o mesmo casco em 6 dias e 6 horas? **10.** 8 marujos

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Razão

- Amplie a proposta da **atividade 1** e faça estes questionamentos para a turma: “Qual é a razão entre o número de estudantes que usam óculos e o total de estudantes da turma?”; “Qual é a razão entre o número de estudantes que praticam atividades físicas regularmente e os que não praticam?”. Você pode pedir aos estudantes que elaborem algumas questões.
- Amplie a proposta da **atividade 2** e faça os seguintes questionamentos para a turma: “Qual é a razão entre o número de cestas e o total de arremessos feitos por Marcelo? Como vocês determinaram essa razão?”; “Qual é a razão entre o número de arremessos errados e o total de arremessos feitos por Marcelo? Como vocês determinaram essa razão?”. Espera-se que os estudantes concluam que a primeira razão é $\frac{5}{7}$, que pode ser determinada dividindo o número de cestas pelo total de arremessos ou invertendo a razão determinada na atividade. Espera-se também que concluam que a segunda razão é $\frac{2}{7}$, que pode ser determinada dividindo o número de arremessos errados pelo total de arremessos ou fazendo $1 - \frac{5}{7}$.
- Na **atividade 3**, para determinar a população da cidade, os estudantes devem calcular $42 \cdot 3000$. Você pode ampliar a proposta da atividade solicitando que elaborem problemas inspirados nessa atividade.

Proporção

- Na **atividade 4**, para determinar o valor de x, os estudantes podem fazer cálculos mentais. Chame a atenção para o fato de que, no **item b**, $x \neq 0$, pois está no denominador da fração.
- Na **atividade 6**, espera-se que os estudantes montem a seguinte proporção para determinar a quantidade de produto químico que deve ser colocado em 12 000 L de água: $\frac{40}{320} = \frac{x}{12000}$, em que x indica a medida de massa de produto químico a ser colocada em 12 000 L de água.

É importante que eles estejam atentos ao fato de que o problema solicita a quantidade de pacotes de 100 gramas do produto químico, ou seja, a situação não está resolvida após a determinação de x.

Grandezas e proporcionalidade

- Antes que resolvam o problema proposto na **atividade 9**, pergunte à turma: “O que se espera que aconteça com a duração do serviço aumentando a quantidade de empregados que vão trabalhar com o mesmo rendimento dos outros?”. Espera-se que eles reconheçam que a duração do serviço vai diminuir.
- Caso os estudantes tenham dificuldade para fazer a **atividade 10**, oriente-os a organizar os dados do problema em um quadro. Após resolverem, faça a correção coletiva.

CAPÍTULO 9 – TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Trocando ideias

BNCC:

- Competências gerais 2, 3, 6 e 9 (as descrições estão na página VI).
- Competência específica 8 (a descrição está na página VII).

Objetivos:

- Verificar se os estudantes reconhecem figuras ou imagens que apresentam simetria em relação a uma reta.
- Discutir a influência da cultura africana na formação do povo brasileiro.

Tema contemporâneo transversal:

Inicie a aula comentando com os estudantes que a inspiração de Rubem Valentim era o universo religioso, principalmente aquele relacionado ao candomblé ou à umbanda.

Ao propor a questão do primeiro item, verifique se todos sabem o que é simetria em relação a uma reta. Caso julgue necessário, retome esse conceito. Depois, deixe-os à vontade para identificar os elementos que apresentam simetria em relação a uma reta. Você pode até oferecer cópias da reprodução da obra para que tracem os eixos de simetria das figuras que identificarem como neste exemplo.

RUBEM VALENTIM/RÔMULO FIALDINI/ TEMPO COMPOSTO - MUSEU DE ARTE MODERNA DA BAHIA, SALVADOR

Após concluírem, comente que nas obras de Rubem Valentim estão presentes signos ou emblemas em que é possível reconhecer a presença de reflexão em relação a uma reta e/ou translação, transformações geométricas do plano que serão estudadas neste capítulo. Amplie a proposta analisando com eles outras obras do artista.

Ao propor a questão do segundo item, se possível, disponibilize materiais como livros, revistas e jornais que tratem da influência da cultura africana na formação do povo brasileiro para que realizem a pesquisa. Outra possibilidade é levá-los à sala de informática da escola, caso haja uma. O objetivo dessa pesquisa é levá-los a perceber que a cultura africana teve influência, por exemplo, na música e na dança (jongo, roda de capoeira, maracatu e samba de roda), nos instrumentos musicais (berimbaus e tambores), na religião (candomblé e umbanda), na culinária (azeite de dendê) etc. Reserve um momento para que possam compartilhar o que pesquisaram. Você pode trabalhar com os professores de Arte e História para tornar a atividade ainda mais enriquecedora.

Neste *Trocando ideias*, os estudantes são convidados a apreciar obras de arte, a valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e a exercitar a imaginação, o que favorece o desenvolvimento das competências gerais **2**, **3** e **6** da BNCC. Além disso, eles realizam uma pesquisa, exercitando o espírito coletivo e a empatia com o próximo, o que possibilita o desenvolvimento da competência geral **9** e da competência específica **8** da BNCC.

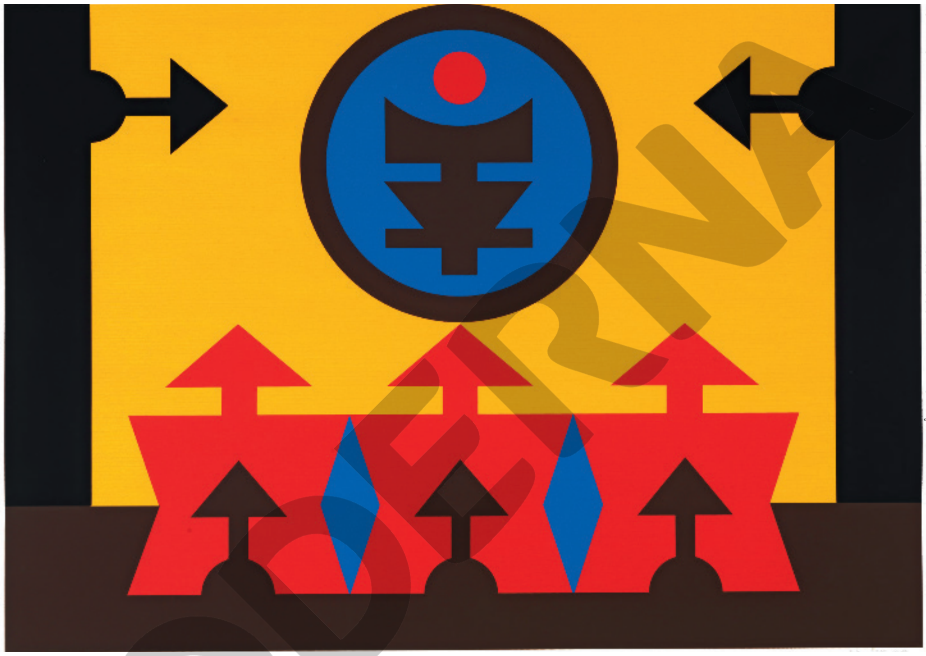
Capítulo

9

Transformações geométricas

Trocando ideias

Alguns artistas brasileiros foram influenciados pela cultura e pelas tradições dos povos africanos, compondo uma produção artística afro-brasileira. Um dos brasileiros que receberam essa influência foi Rubem Valentim (1922-1991). Observe a seguir a reprodução de uma de suas obras.



RUBEM VALENTIM/RÔMULO FIALDINI/TEMPO COMPOSTO - MUSEU DE ARTE MODERNA DA BAHIA, SALVADOR

VALENTIM, Rubem. Sem título, serigrafia, 70 cm × 100 cm, 1989. **Trocando ideias:** primeiro item: comentário em *Orientações*; segundo item: resposta pessoal.

- Alguns elementos dessa obra apresentam **simetria em relação a uma reta**. Você consegue identificá-los? Converse com os colegas.
- Reúna-se com 3 colegas e pesquisem a influência da cultura africana na formação do povo brasileiro. Depois, compartilhe com a turma suas descobertas.

Conheça mais

No *site* do Instituto Rubem Valentim, é possível conhecer mais sobre o artista, suas exposições e suas obras.

Neste capítulo, vamos estudar as isometrias (translação, rotação e reflexão) e a representação de polígonos no plano cartesiano.

1 Isometrias

Observe a faixa decorativa formada por figuras geométricas que se repetem seguindo uma regularidade.

As figuras a seguir se repetem ao longo de toda a faixa.

Essa repetição foi obtida por meio de **transformações geométricas**.

As transformações geométricas podem ou não preservar o formato e as medidas das figuras. Quando o formato e as medidas são preservados, essas transformações geométricas são chamadas de isometrias.

Isometria: Do grego *isos* (igual) + *metria* (medida), mesma medida.

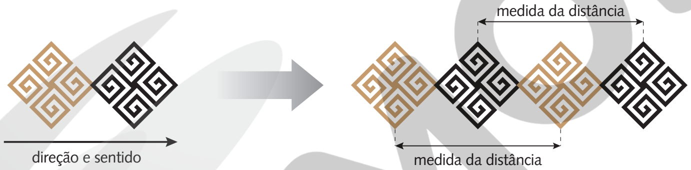
As figuras obtidas por meio de isometrias são chamadas de congruentes às figuras que as originaram.

São exemplos de isometrias no plano: **translação**, **rotação** e **reflexão**. Neste capítulo vamos estudar cada uma dessas isometrias.

Translação

Translação é a isometria pela qual a figura é deslocada em determinada direção e sentido, mantendo uma mesma medida da distância entre cada um dos pontos da figura original e o correspondente da figura obtida.

Observe a seguir onde podemos identificar a translação na sequência de figuras da faixa decorativa.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

Observe que a medida da distância é a mesma para todos os pontos correspondentes das figuras.

Para transladar qualquer figura, é preciso saber a direção, o sentido e a medida da distância em que ela será deslocada. Em geral, essas informações são representadas por uma seta que chamamos de **vetor da translação**.

Isometrias

BNCC:

- Competências gerais 1 e 3 (as descrições estão na página VI).
- Habilidade EF07MA21.

Objetivo:

Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão.

Justificativa

Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão ampliam os conhecimentos que os estudantes já construíram em anos anteriores no campo da Geometria e favorecem o desenvolvimento da habilidade **EF07MA21**, cujo foco são essas simetrias e a presença delas na Arte e na Arquitetura.

Mapeando conhecimentos

Organize a turma em grupos e distribua para cada grupo a reprodução da obra *Peixe/pato/lagarto*, 1948, 30,5 cm × 32,5 cm, do artista gráfico holandês M. C. Escher (1898-1972). Você pode também escolher outra obra em que estejam presentes simetrias de translação, rotação e reflexão, ou ainda pode distribuir reproduções de obras de arte diferentes para os grupos. Proponha a eles que identifiquem figuras simétricas em relação a uma reta, giros de uma mesma figura e deslocamentos na horizontal, vertical ou diagonal de uma mesma figura. Reserve um momento para que os grupos compartilhem o que perceberam.

Para as aulas iniciais

Retome as reproduções de obras de arte da dinâmica inicial e destaque onde é possível reconhecer simetrias de translação, rotação e reflexão. Na sequência, peça a eles que façam um desenho inspirado nas obras da dinâmica inicial. Incentive-os a contemplar simetrias de translação, rotação e reflexão. Exponha os desenhos na sala ou no mural da escola.

Translação

Enfatize que nem toda simetria é reflexão. Desenvolva esse conceito com os estudantes a fim de que se apropriem e evitem o senso comum.

Aproveite o padrão geométrico formado pelas figuras que compõem a faixa decorativa para associá-lo com o conteúdo estudado em sequências numéricas, visto no **capítulo 6** deste volume. Converse com os estudantes sobre as regularidades que foram observadas e pergunte se eles conseguem determinar a cor da figura conforme a posição que ela ocupa. Eles devem perceber que as figuras que ocupam as posições ímpares são marrons e as que ocupam as posições pares são pretas.

(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Ainda sobre a translação, comente que o vetor é um segmento de reta orientado que tem direção, sentido e intensidade. A intensidade é a medida de comprimento do vetor, que muitas vezes chamamos de **módulo**.

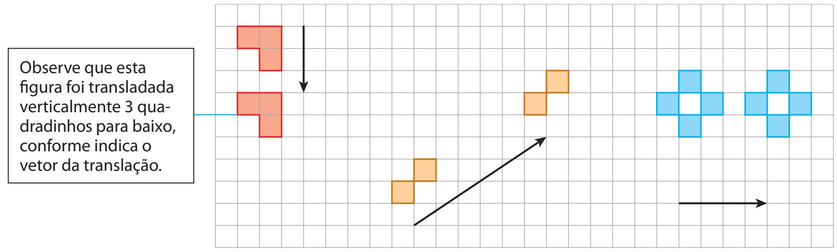
Nas translações mostradas nos exemplos, chame a atenção para a intensidade dos vetores: a medida de comprimento deles corresponde à medida da distância transladada.

Rotação

Reforce a ideia de que a rotação também é uma isometria e, consequentemente, imagens rotacionadas permanecem com o mesmo formato e as mesmas medidas.

Ao abordar rotação, retome a ilustração da faixa decorativa e comente que poderíamos pensar que ela foi construída por meio da rotação em torno do centro da figura e translações. Mostre que as transformações se comunicam e que uma figura pode ser construída por diferentes tipos de transformação.

Analise outros exemplos:



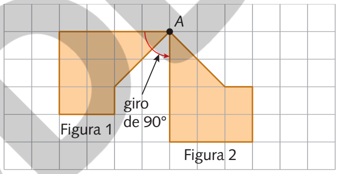
Rotação

Rotação é a isometria pela qual uma nova figura é obtida a partir de um giro da figura original ao redor de um único ponto fixo. Esse ponto é chamado de **centro de rotação**.

Em uma rotação, o giro pode ser feito no sentido horário ou no sentido anti-horário, segundo certa medida da abertura de um ângulo.

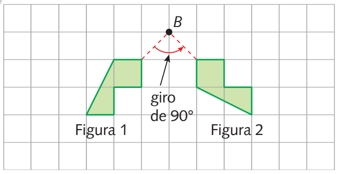
Considere o recorte a seguir. Observe que, se rotacionarmos esse recorte no sentido horário, em torno do ponto *A*, segundo ângulos de medidas de abertura de 90º, 180º e 270º, formaremos uma das figuras da faixa decorativa.

No exemplo a seguir, a figura 2 foi obtida a partir de um giro de 90° da figura 1, no sentido anti-horário. Observe que o centro de rotação (ponto *A*) é comum às duas figuras.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, neste outro exemplo, observe que o centro de rotação (ponto *B*) é externo às duas figuras.



Para rotacionar figuras, precisamos conhecer o centro da rotação, a medida da abertura do ângulo de giro e o sentido da rotação (horário ou anti-horário).

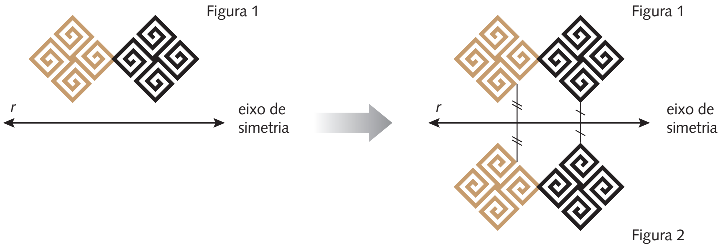
Reflexão

Reflexão é a isometria pela qual uma figura pode ser refletida, em um plano, de dois modos: em relação a uma reta e em relação a um ponto. Vamos estudar os dois casos.

Reflexão em relação a uma reta

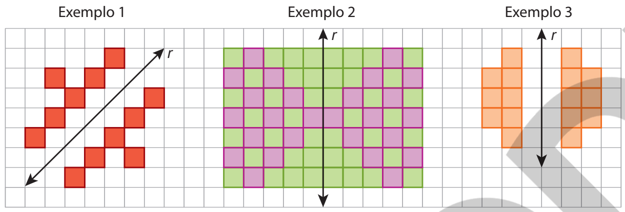
Reflexão em relação a uma reta é a isometria que associa cada ponto *P* a um ponto *P'*, no mesmo plano, de modo que *P* e *P'* estejam a uma mesma medida da distância de uma reta. Chamamos essa reta de **eixo de simetria**.

Considere um detalhe da faixa decorativa (figura 1) e a reta *r*. A figura 2 é obtida após uma reflexão da figura 1 em relação à reta *r*.



Observe que, se as figuras fossem dobradas na linha do eixo de simetria, as partes correspondentes ficariam sobrepostas.

Considere outros exemplos.



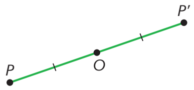
Perceba que nos exemplos 1 e 3 há duas figuras. Essas figuras não possuem pontos em comum com o eixo de simetria. Dizemos, nesse caso, que as figuras são **simétricas** em relação à reta *r*.

Já no exemplo 2, há uma única figura que foi dividida em duas partes simétricas pela reta *r*. Nesse caso, dizemos que a figura apresenta **simetria de reflexão**.

Reflexão em relação a um ponto

Reflexão em relação a um ponto é a isometria que associa cada ponto *P* a um ponto *P'* no mesmo plano, de modo que *P* e *P'* estejam a uma mesma medida da distância de um ponto.

Nessa figura, estão representados o ponto *O* e o segmento de reta $\overline{PP'}$. Os pontos *P* e *P'* estão à mesma medida da distância do ponto *O*.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Reflexão

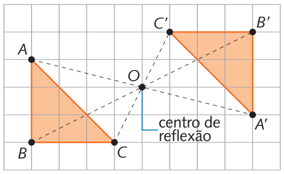
No tópico *Reflexão em relação a uma reta*, comente que a reta pode estar em qualquer lugar do plano. Caso julgue adequada a utilização de uma analogia, exemplifique os efeitos que teríamos vislumbrando uma imagem qualquer em um espelho plano posicionado perpendicularmente à reta considerada como eixo de simetria.

Sugestão de atividade extra

Peça aos estudantes que montem um painel com os tipos de transformação geométrica, suas características e exemplos.

O boxe *Veja que interessante* valoriza os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, colaborando para a compreensão da realidade, e exalta as diversas manifestações artísticas e culturais, favorecendo o desenvolvimento das competências gerais **1** e **3.**

Dizemos que *P'* é simétrico a *P* em relação ao ponto *O*. Chamamos esse ponto *O* de **centro de reflexão**. Confira outro exemplo.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Observe que a reflexão em relação a um ponto *O* é equivalente a uma rotação de centro *O* e ângulo de medida de abertura igual a 180°.

Veja que interessante

Faça a atividade no caderno.

A simetria na arte da cerâmica

A cerâmica é uma arte e uma técnica de fabricação de utensílios que tem a argila como principal matéria-prima. A palavra "cerâmica" vem do grego *keramikós*, que significa "de argila".

Em seu processo de fabricação, a cerâmica é submetida a altas medidas de temperatura, o que a torna muito resistente e faz com que seu uso seja abrangente. Podemos encontrá-la em louças, tijolos, esculturas, revestimentos e até em componentes de foguetes espaciais. A utilização varia do artístico ao industrial, incluindo tecnologias de ponta.

Praticada há séculos, com registros de peças encontradas em sítios arqueológicos localizados em uma área ocupada pela cultura Jomon (Japão), datando de 5000 a.C., a cerâmica evoluiu em quase todos os povos ao mesmo tempo e se diversificou de maneira a refletir a cultura local pelas formas, cores e desenhos.

Na imagem a seguir, temos um exemplo de objeto de cerâmica. Nele, podemos identificar a aplicação de propriedades matemáticas, como a simetria.

FERNANDOPODOLSKI/ISTOCK PHOTOS/GETTY IMAGES

Cerâmica marajoara, produzida na Ilha de Marajó (PA).

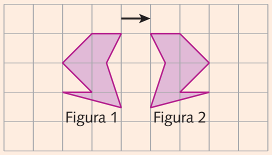
Atividade

Na pintura da cerâmica marajoara acima, é possível reconhecer alguma das isometrias estudadas? Qual? **Veja que interessante:** Espera-se que os estudantes respondam que sim e reconheçam, por exemplo, a translação.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1 Observe a imagem e responda.

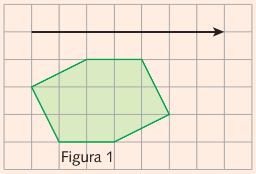


A figura 2 foi obtida por meio de uma translação da figura 1? Converse com o professor e os colegas para justificar sua resposta.

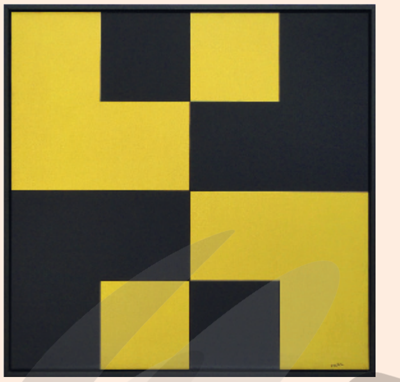
1. Não, pois as medidas das distâncias entre os pontos correspondentes não são iguais.

2 Copie o polígono a seguir em uma folha de papel quadriculado. Depois, translade-o de acordo com o vetor da translação.

2. Resposta em *Orientações*.



3 Observe a reprodução da obra do artista brasileiro Luiz Sacilotto (1924-2003) e responda à questão.



VALTER SACILOTTO - COLEÇÃO PARTICULAR

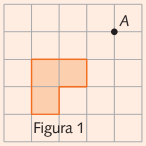
SACILOTTO, Luiz. *C0254*, têmpera acrílica sobre tela, 70 cm × 70 cm, 2002.

Podemos dizer que as figuras amarelas que compõem essa obra são simétricas? Justifique sua resposta.

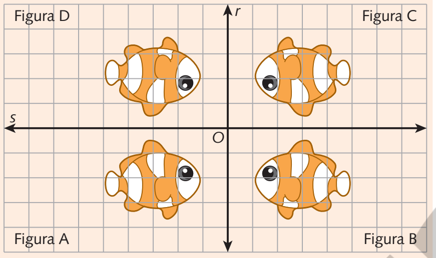
3. Exemplo de resposta em *Orientações*.

4 Represente a figura 1 em uma malha quadriculada. Depois, desenhe a figura obtida por meio da rotação da figura 1 em um ângulo de medida da abertura de 90°, no sentido anti-horário, com centro de rotação *A*.

4. Resposta em *Orientações*.



5 Observe as figuras a seguir.



Qual dessas figuras representa a simétrica da figura A em relação:

a) à reta *r*. **5. a)** figura B

b) à reta *s*. **5. b)** figura D

c) ao ponto *O*.
5. c) figura C

6 Em quais das imagens a seguir podemos identificar simetria de reflexão? Justifique sua resposta. **6.** Resposta em *Orientações*.

ANAMARQUES/SHUTTERSTOCK

Figura 1

CREATIVE IDEA/SHUTTERSTOCK

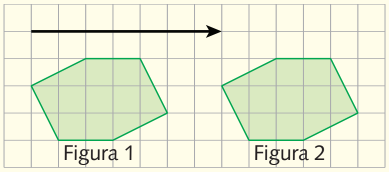
Figura 2

7 Represente um triângulo retângulo *ABC* em uma malha quadriculada e uma reta *r* distante 2 quadradinhos do vértice *A*. Depois, construa o triângulo *A'B'C'* simétrico ao *ABC* em relação à reta *r*.

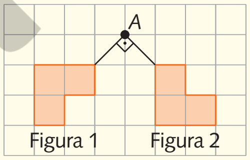
7. Exemplo de resposta em *Orientações*.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

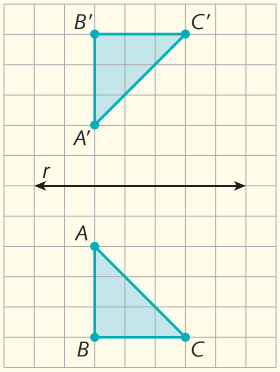
- Na **atividade 1**, peça aos estudantes que verifiquem as medidas das distâncias entre os pontos correspondentes. Espera-se que eles concluam que elas são diferentes; desse modo, a figura 2 não foi obtida por meio de uma translação, mas por meio de uma reflexão em relação a uma reta.
- Resposta da **atividade 2**:



- Exemplo de resposta da **atividade 3**: Sim. A obra tem o formato de um quadrado. Se traçarmos as diagonais desse quadrado e marcarmos o ponto de intersecção delas, as figuras amarelas serão simétricas em relação a esse ponto.
- Resposta da **atividade 4**:



- Na **atividade 6**, podemos pensar o contorno da figura 1 como o contorno de um quadrado, e um exemplo de simetria de reflexão seria em relação às retas que contêm as diagonais desse quadrado.
- Exemplo de resposta da **atividade 7**:



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Sugestão de trabalho interdisciplinar

Em parceria com o professor de Arte, solicite aos estudantes que façam uma pesquisa sobre Luiz Sacilotto com o objetivo de encontrar outras obras em que podemos identificar simetria. As obras pesquisadas podem ser reproduzidas por eles ou servir de inspiração para a criação de imagens compostas por simetria.

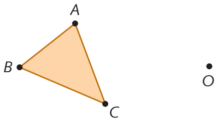
Construções de figuras simétricas

Alerte os estudantes sobre a necessidade de tomar cuidado ao manusear o compasso e, em seguida, proponha-lhes que reproduzam em uma folha de papel sulfite os passos da construção descrita neste tópico. Depois, solicite que construam a figura simétrica de um quadrilátero qualquer por meio de uma reflexão em relação a um ponto.

Construções de figuras simétricas

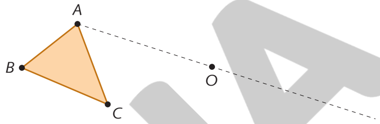
Utilizando régua e compasso, vamos construir a figura obtida por meio de uma reflexão em relação a um ponto.

Considere o triângulo *ABC* e o ponto *O* representados.



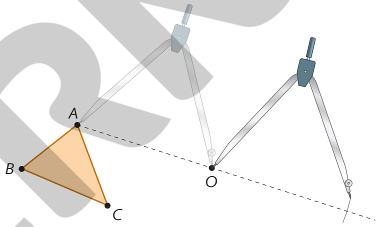
Para construir a figura simétrica ao triângulo *ABC* pela reflexão de centro *O*, devemos seguir os passos abaixo.

1º) Com o auxílio de uma régua, trace a semirreta $\overrightarrow{AO}$.

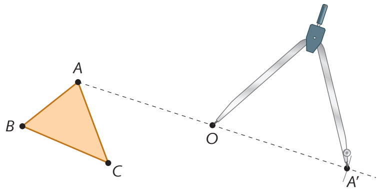


2º) Coloque a ponta-seca do compasso em *O* e abra-o até o ponto *A*.

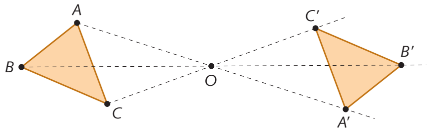
3º) Mantendo a abertura, gire o compasso e trace um arco que intercepte a semirreta em um ponto distinto de *A*.



4º) Nomeie o ponto obtido como *A*′. O ponto *A*′ é o simétrico de *A* pela reflexão de centro em *O*.



5º) Repita os passos anteriores para a construção dos pontos *B*′ e *C*′. Una os pontos *A*′, *B*′ e *C*′ para obter o triângulo *A*′*B*′*C*′, que é simétrico ao triângulo *ABC* pela reflexão de centro em *O*.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Tecnologias digitais em foco

Figuras obtidas por meio de transformações geométricas

Nesta seção, vamos refletir, transladar e rotacionar polígonos com o auxílio do GeoGebra (ou outro *software* de geometria dinâmica que seu professor pode indicar). Além disso, vamos investigar uma propriedade dessas transformações geométricas.

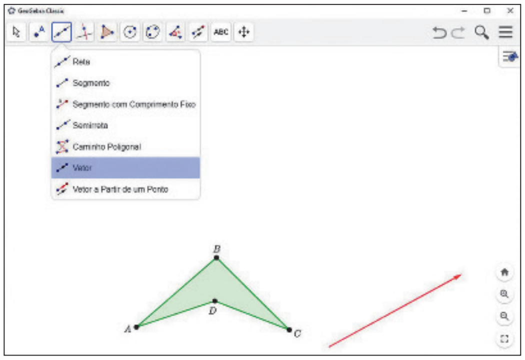
Construa

Translação

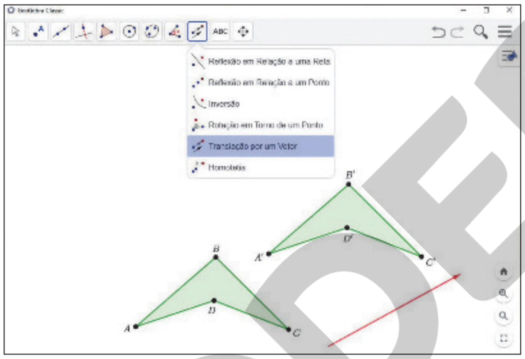
Siga os passos para transladar um polígono qualquer.

1º) Construa um polígono qualquer.

2º) Use a ferramenta e construa um vetor qualquer. Esse será o vetor da translação.



3º) Clique na ferramenta . Depois, clique sobre o polígono e o vetor. O polígono que aparecerá na tela é a figura transladada.

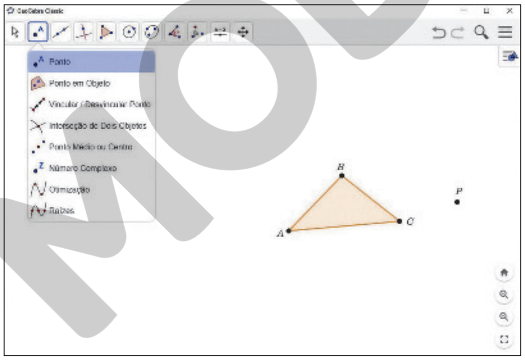


Rotação

Siga os passos para rotacionar um polígono qualquer em torno de um ponto por um ângulo.

1º) Construa um polígono qualquer.

2º) Marque um ponto *P* qualquer. Esse ponto será o centro da rotação.



IMAGENS: © INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE, 2022

Tecnologias digitais em foco

BNCC:

- Competência geral 5 (a descrição está na página VI).
- Competências específicas 2 e 5 (as descrições estão na página VII).
- Habilidade EF07MA21.

Objetivo:

Utilizar *software* de geometria dinâmica para a construção de figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão.

Figuras obtidas por meio de transformações geométricas

O uso do *software* de geometria dinâmica permite que os estudantes superem possíveis dificuldades de aprendizagem relacionadas ao tema em estudo. Propostas como essa possibilitam a eles visualizar, explorar, deduzir, validar, compreender e comunicar os conceitos geométricos de forma interativa e atraente, favorecendo o desenvolvimento da competência geral **5** e das competências específicas **2** e **5** da BNCC.

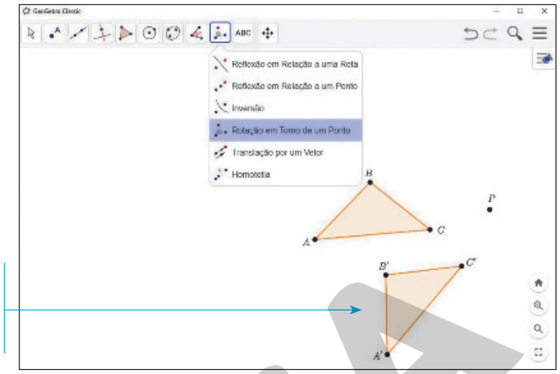
Oriente os estudantes a salvar cada uma das construções separadamente. A ideia é que, ao final da seção, eles retomem as construções feitas para fazer investigações.

Na falta do computador, a proposta desta seção pode ser adaptada para que os estudantes utilizem papel e instrumentos de desenho e medida.

(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Acompanhe os estudantes durante a realização de cada passo e auxilie-os a utilizar a ferramenta adequada, caso seja necessário.

3º) Clique na ferramenta . Depois, clique sobre o polígono e o ponto *P*. Por fim, escolha a medida da abertura do ângulo de giro e o sentido da rotação. O polígono que aparecerá na tela é a figura rotacionada.



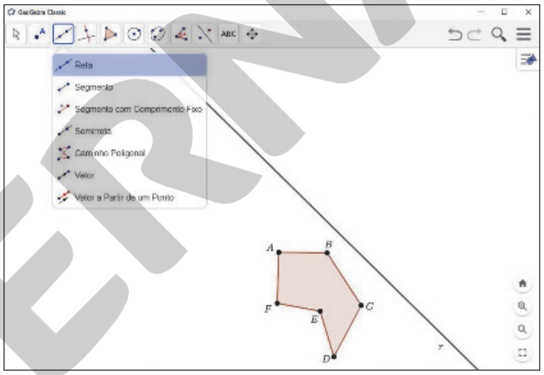
O triângulo *A'B'C'* foi obtido do triângulo *ABC* por meio de uma rotação de um ângulo de medida da abertura de 45° no sentido anti-horário.

Reflexão em relação a uma reta

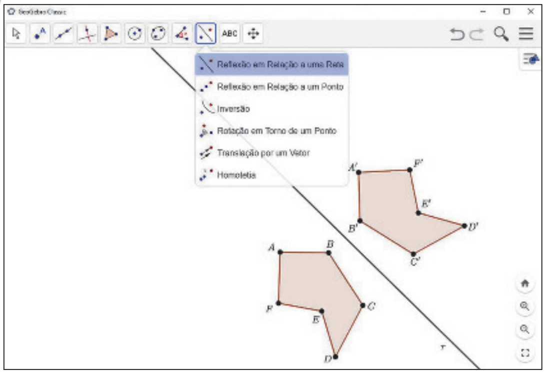
Siga os passos para construir o simétrico de um polígono qualquer em relação a uma reta.

1º) Construa um polígono qualquer.

2º) Trace uma reta *r* qualquer. Essa reta será o eixo de simetria.



3º) Clique na ferramenta . Depois, clique sobre o polígono e a reta *r*. O polígono que aparecerá na tela é o simétrico do polígono inicial em relação à reta *r*.



IMAGENS: © INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE, 2022

No *Explore*, os estudantes vão verificar que a translação, a rotação, a reflexão em relação a uma reta e a reflexão em relação a um ponto são isometrias, ou seja, as medidas de comprimento dos lados e as medidas de abertura dos ângulos correspondentes entre as figuras são iguais.

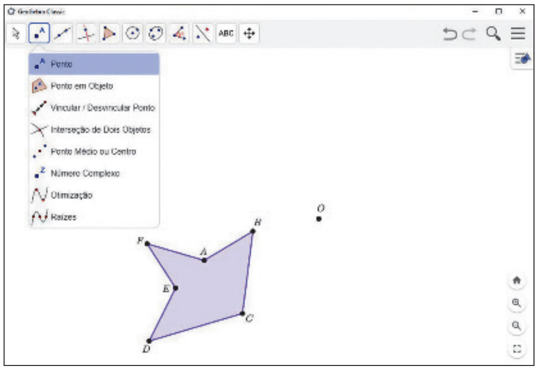
Tecnologias digitais em foco

Reflexão em relação a um ponto

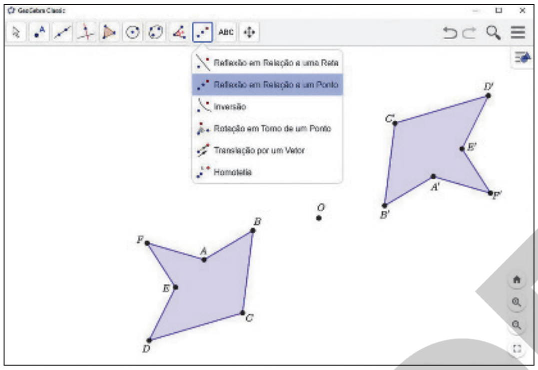
Siga os passos para construir o simétrico de um polígono qualquer em relação a um ponto.

1º) Construa um polígono qualquer.

2º) Marque um ponto *O* qualquer. Esse ponto será o centro de reflexão.



3º) Clique na ferramenta ⋰. Depois, clique sobre o polígono e o ponto *O*. O polígono que aparecerá na tela é o simétrico do polígono inicial em relação ao ponto *O*.



Explore

Em cada construção que você realizou, meça o comprimento dos lados e a abertura dos ângulos correspondentes dos polígonos. Para isso, utilize as ferramentas cm e α.

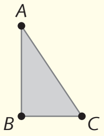
Depois, movimente os vértices dos polígonos iniciais. O que você pode observar?

Explore: Espera-se que os estudantes respondam que as medidas do comprimento dos lados e da abertura dos ângulos correspondentes são iguais.

IMAGENS: © INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE, 2022

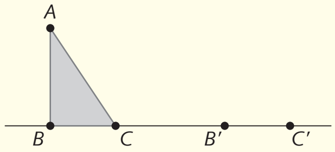
- Na **atividade 8**, após a construção, solicite a alguns estudantes que expliquem como fizeram para construir o primeiro quadrado e como obtiveram seu simétrico em relação ao ponto *O*.
- Na **atividade 9**, para a construção do triângulo simétrico por meio de uma translação, os estudantes deverão determinar o vetor da translação. Oriente-os a considerar uma direção paralela a um dos lados e um módulo que pode ser transportado por um compasso. Alerte-os sobre a necessidade de tomar cuidado ao manusear o compasso. Acompanhe o passo a passo de um exemplo:

1º) Construir um triângulo *ABC* qualquer.

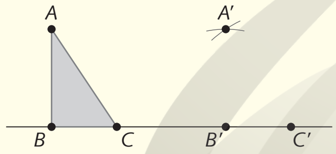


2º) Determinar o vetor da translação: paralelo ao lado $\overline{BC}$ (direção), para a direita (sentido) e com módulo ($AB + BC$).

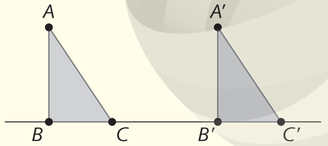
3º) Prolongar o lado $\overline{BC}$ e, com o auxílio de um compasso com abertura medindo o comprimento $AB + BC$, a partir do ponto *B*, marcar o ponto *B'* e, a partir do ponto *C*, marcar o *C'*.



4º) O ponto *A'* será obtido ao traçar arcos de medidas de comprimento iguais às medidas de comprimento dos lados $\overline{BA}$ e $\overline{CA}$, com centros em *B'* e *C'*, respectivamente.



5º) Unindo os pontos, obtemos o triângulo *A'B'C'*.



- No **item d** da **atividade 10**, as transformações podem ser feitas em ambos os sentidos. No sentido horário, para obter F_5, rotacionamos F_1 em um ângulo de medida da abertura de 180°; para obter F_3, rotacionamos F_1 em um ângulo de medida da abertura de 90°. No sentido anti-horário, rotacionamos F_1 em um ângulo de medida da abertura de 270° para obter F_3 e em um ângulo de medida da abertura de 180° para obter F_5.

Atividades

Cuidado! Evite acidentes ao usar o compasso na atividade **9**.

Faça as atividades no caderno.

8 Em seu caderno, construa um quadrado *ABCD* e um ponto *O* externo a ele.

Depois, construa o quadrado *A'B'C'D'* obtido pela reflexão do quadrado *ABCD* em relação ao ponto *O*. **8.** Resposta pessoal.

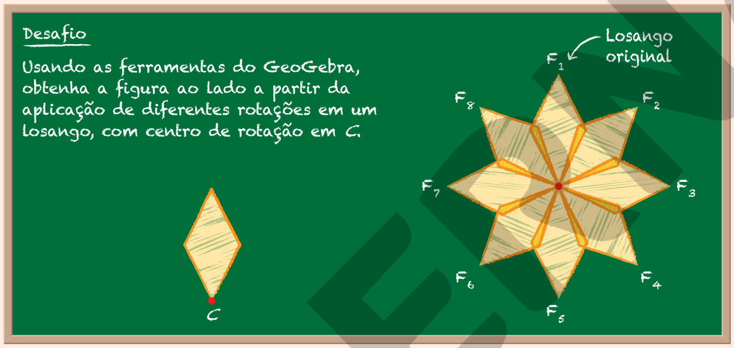
9 Usando régua e compasso é possível construir uma figura transladada em relação a uma figura inicial.

Para construir a figura transladada, você deve determinar a direção, o sentido e a medida da distância em que a figura será deslocada.

Reúna-se com dois colegas e, usando régua e compasso, construam no caderno um triângulo *ABC* e o triângulo *A'B'C'* obtido por meio da translação.

Depois, ainda no caderno, escrevam um texto ou façam um fluxograma indicando os procedimentos utilizados nessa construção. **9.** Exemplo de resposta em *Orientações*.

10 Na seção *Tecnologias digitais em foco* das páginas anteriores, vimos que podemos construir figuras rotacionadas utilizando o GeoGebra. Analise o desafio proposto pela professora de Mariana:


Desafio

Usando as ferramentas do GeoGebra, obtenha a figura ao lado a partir da aplicação de diferentes rotações em um losango, com centro de rotação em C.

Confira algumas das ferramentas do GeoGebra que Mariana utilizou:

Construção de polígonos

Construção de reta e segmento de reta

Construção de ângulos

Aplicação de rotação em relação a um ponto

10. a) Mariana pode utilizar a ferramenta "Polígono" ou a ferramenta "Segmento" combinada com a ferramenta "Ângulo".

10. b) A soma das medidas das aberturas dos ângulos deve ser 360°, a medida do comprimento dos lados deve ser a mesma e as medidas das aberturas dos ângulos de vértices opostos devem ser iguais.

a) Quais dessas ferramentas Mariana pode utilizar para construir o losango inicial?

b) Se ela optar por construir o losango usando as ferramentas "Segmento" e "Ângulo", que cuidados ela deve tomar para obter um losango?

c) A figura final é formada por quantos losangos? **10. c)** 8 losangos

d) Quais devem ser as medidas de abertura dos ângulos de rotação e o sentido aplicados em F_1 para se obter a F_5? E para se obter a F_3? **10. d)** Resposta em *Orientações*.

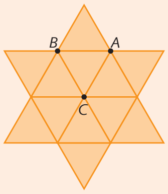
e) Ao usar a ferramenta "Rotação em Torno de um Ponto", Mariana deverá selecionar o losango inicial, o ponto *C*, digitar a medida de abertura do ângulo de rotação e indicar o sentido (horário ou anti-horário). No caderno, escreva a medida de abertura do ângulo de rotação e o sentido que Mariana deverá indicar ao usar essa ferramenta para obter todos os losangos. **10. e)** Resposta em *Orientações*.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- No **item e** da **atividade 10**, para obter os losangos, seja no sentido horário, seja no anti-horário, a rotação pode ser feita aumentando-se a medida de abertura de 45° de cada vez. Por exemplo, no sentido horário, obtemos F_2 rotacionando F_1 em 45°, F_3 em 90°, F_4 em 135°, F_5 em 180°, F_6 em 225°, F_7 em 270° e F_8 em 315°.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

11 Com o auxílio do GeoGebra (ou outro *software* de geometria dinâmica que seu professor pode indicar), siga as instruções para construir uma figura como esta representada.



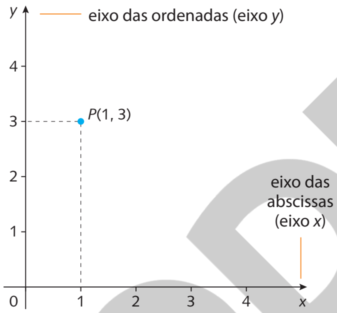
1. Construa um triângulo equilátero *ABC*.
2. Rotacione o triângulo *ABC*, com centro de rotação em *A*, no sentido horário e ângulo de medida da abertura de 60°. A composição desses dois triângulos forma um losango.
3. Rotacione o losango formado, com centro de rotação em *C*, no sentido horário e ângulo de medida da abertura de 60°. Obteremos um novo losango.
4. Rotacione esse novo losango, com centro em *C*, no sentido horário e ângulo de medida da abertura de 60°.
5. Continue o processo até representar a figura.

Na construção acima, utilizamos somente rotação, mas é possível construir a mesma figura utilizando somente reflexão. Junte-se a um colega e, no caderno, escrevam um roteiro ou façam um fluxograma descrevendo os passos que devem ser seguidos para a construção, no GeoGebra, usando somente reflexão. **11.** Resposta pessoal.

2 Representação de um polígono no plano cartesiano

O plano cartesiano é composto de dois eixos, um horizontal e um vertical, chamados de **eixo das abscissas** (eixo *x*) e **eixo das ordenadas** (eixo *y*), respectivamente. Para representar um ponto no plano cartesiano, utilizamos dois números que são expressos por meio de um **par ordenado**.

Esse par de números é assim chamado porque existe uma ordem predeterminada para escrevê-lo. Considere, por exemplo, o ponto *P*(1,3) representado nesse plano cartesiano. Esse ponto tem abscissa $x = 1$ e ordenada $y = 3$.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Os quadrantes do plano cartesiano

Podemos ampliar os eixos *x* e *y*, representando também os números negativos. Assim, os eixos dividem o plano cartesiano em quatro partes que chamamos de **quadrantes**.

- No 1º quadrante, representamos os pontos de coordenadas positivas.
- No 2º quadrante, representamos os pontos com abscissa negativa e ordenada positiva.
- No 3º quadrante, representamos os pontos de coordenadas negativas.
- No 4º quadrante, representamos os pontos com abscissa positiva e ordenada negativa.

Representação de um polígono no plano cartesiano

Objetivos:

- Localizar pontos nos quatro quadrantes do plano cartesiano.
- Representar um polígono no plano cartesiano.

Justificativa

A localização de pontos nos quatro quadrantes do plano cartesiano amplia os conhecimentos construídos pelos estudantes sobre o assunto, uma vez que só trabalharam com a localização de pontos cujas coordenadas são positivas.

Já a representação de polígonos no plano cartesiano é um passo importante para que eles, no tópico seguinte, possam realizar transformações geométricas no plano cartesiano.

Mapeando conhecimentos

Distribua uma folha de papel quadriculado para os estudantes e peça que tracem um plano cartesiano. Em seguida, solicite a eles que representem os pontos *A*(1, 1), *B*(2, –3), *C*(–3, –2), *D*(–4, 1) e *E*(–2, 5).

Observe se posicionam os pontos nos quadrantes corretos.

Para as aulas iniciais

Explore com a turma as revisões sobre plano cartesiano, par ordenado e representação de um polígono no plano cartesiano presentes na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores*. Em seguida, solicite aos estudantes que façam as **atividades** de **59** a **61**.

Peça a eles que retomem os pontos que localizaram na dinâmica inicial e representem no papel quadriculado o polígono cujos vértices sejam os pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *E*.

Relembre, se julgar necessário, que ao representar as coordenadas cartesianas é preciso seguir a ordem (*x*, *y*), em que *x* representa a abscissa e *y*, a ordenada; por isso, também é definido como par ordenado.

Retome com mais detalhes a identificação dos pontos no plano cartesiano. Para isso, sugira aos estudantes que pensem em deslocamento horizontal e deslocamento vertical, respectivamente.

Comente que o ponto de interseção dos eixos é chamado de origem e suas coordenadas são (0, 0).

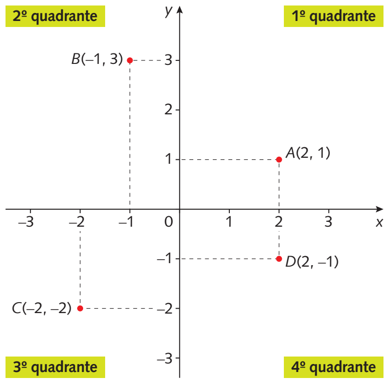
Os quadrantes do plano cartesiano

Explique que a identificação dos quadrantes do plano cartesiano pode ser feita a partir das coordenadas positivas, girando em sentido anti-horário.

O polígono no plano cartesiano

Após os estudantes analisarem o exemplo apresentado no livro, é possível propor que representem alguns polígonos no plano cartesiano com o auxílio de um *software* de geometria dinâmica. Se a escola tiver uma sala de informática disponível, leve a turma para lá e deixe-os livres para construir polígonos com diferentes quantidades de lados. A tarefa pode ser feita em casa, caso ache mais adequado. Outra possibilidade é trabalhar com folhas de papel quadriculado e canetas hidrográficas.

Analise alguns exemplos.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) O ponto $A(2, 1)$ está representado no 1º quadrante, pois tem coordenadas positivas ($x = 2 > 0$ e $y = 1 > 0$).

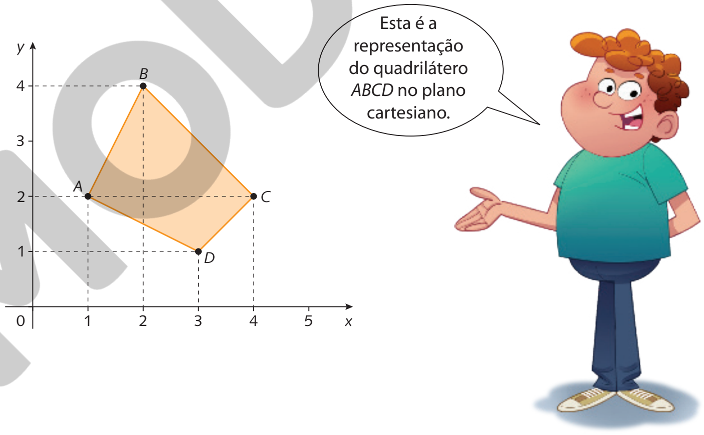
b) O ponto $B(-1, 3)$ está representado no 2º quadrante, pois tem abscissa negativa ($x = -1 < 0$) e ordenada positiva ($y = 3 > 0$).

c) O ponto $C(-2, -2)$ está representado no 3º quadrante, pois tem coordenadas negativas ($x = y = -2 < 0$).

d) O ponto $D(2, -1)$ está representado no 4º quadrante, pois tem abscissa positiva ($x = 2 > 0$) e ordenada negativa ($y = -1 < 0$).

O polígono no plano cartesiano

Podemos representar um polígono, no plano cartesiano, associando seus vértices a pares ordenados. Observe, a seguir, a representação do polígono de vértices $A(1, 2)$, $B(2, 4)$, $C(4, 2)$ e $D(3, 1)$.



CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

14. 3º quadrante. Espera-se que os estudantes percebam que as coordenadas de todos os vértices são negativas e, desse modo, só podem estar localizadas no 3º quadrante.

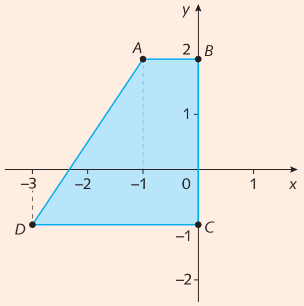
Atividades

Faça as atividades no caderno.

12 Construa, em seu caderno, um plano cartesiano e marque os seguintes pontos: *A*(3, 2), *B* (–1, 0), *C* (0, –3), *D* (–2, –2), *E* (3, –4), *F* (0, 0), *G* (–4, 3) e *H* (3, –2).

13 Quais são os pares ordenados correspondentes aos vértices do trapézio?

13. *A*(–1,2), *B*(0,2), *C*(0,–1) e *D*(–3,–1)



12. A resposta está na seção *Resoluções e comentários das atividades* deste *Manual do Professor.*

14 Um pentágono de vértices *R* (–1, –1), *S* (–2, –1), *T* (–3, –2), *U* (–2, –3) e *V* (–1, –2) está localizado em qual quadrante? É possível justificar sua resposta sem representar esse polígono? Converse com o professor e os colegas.

15 Um triângulo *ABC* de vértices *A* (2, 2), *B* (–3, –1) e *C* (1, –1) tem pontos em quais quadrantes? **15.** em todos os quadrantes

16 Os pontos *A* (1, –1) e *B* (4, –1) são vértices de um quadrado *ABCD* construído no 4º quadrante. Quais são os pares ordenados correspondentes aos outros vértices desse quadrado? **16.** (4, –4) e (1, –4)

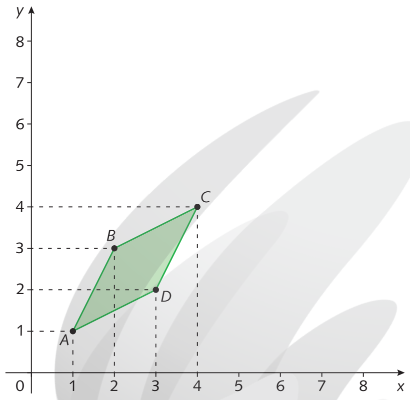
17 Em seu caderno, construa um plano cartesiano e represente um hexágono que tenha pontos em todos os quadrantes.

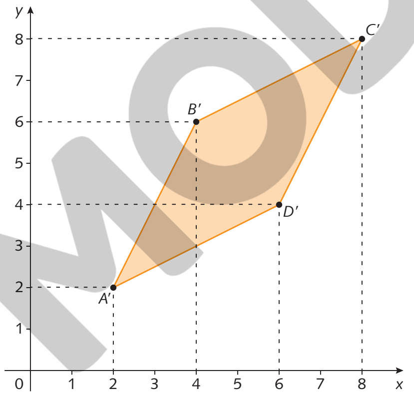
17. Um exemplo de resposta está na seção *Resoluções e comentários das atividades* deste *Manual do Professor.*

3 Transformações geométricas no plano cartesiano

Considere o losango verde, de vértices *A*(1, 1), *B*(2, 3), *C*(4, 4) e *D*(3, 2). Observe que, se multiplicarmos as coordenadas dos vértices desse losango por 2, obteremos os pontos *A*′(2, 2), *B*′(4, 6), *C*′(8, 8) e *D*′(6, 4), que correspondem aos vértices do losango laranja.

▸ Qual é a relação entre os dois losangos? **Item**: Espera-se que os estudantes percebam que o losango *A*′*B*′*C*′*D*′ representa uma ampliação do losango *ABCD*.





ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Caso considere interessante, reproduza os exemplos do livro na lousa, mostrando as coordenadas iniciais, as novas coordenadas e as figuras (*ABCD*, *A′B′C′D′*, *FGHI*, *F′G′H′I′*). Posteriormente, conclua com os estudantes as transformações ocorridas: ampliação e simetria em relação à origem, respectivamente.

(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.

(EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.

Para a realização das atividades, sugira o uso de papel quadriculado; no entanto, os estudantes também podem esboçar à mão livre, aprimorando a capacidade motora fina.

- Na **atividade 12**, comente com os estudantes que os pontos de abscissa 0 (*C* e *F*) estão sobre o eixo das ordenadas; e que os pontos de ordenada 0 (*B* e *F*) estão sobre o eixo das abscissas.

Transformações geométricas no plano cartesiano

BNCC:

Habilidades EF07MA19 e EF07MA20.

Objetivo:

Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano.

Justificativa

Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano contribui para que os estudantes mobilizem o que já sabem sobre as transformações e sobre o plano cartesiano e, consequentemente, contribui para o desenvolvimento das habilidades **EF07MA19** e **EF07MA20**.

Mapeando conhecimentos

Mostre à turma exemplos de polígonos simétricos em relação ao eixo das ordenadas, em relação ao eixo das abscissas e em relação à origem do plano cartesiano. Em seguida, peça a eles que comparem as coordenadas dos vértices do polígono e do seu simétrico em cada caso e façam afirmações do que podem observar. Deixe-os à vontade para estabelecer conjecturas.

Em outro momento, peça que representem um triângulo no plano cartesiano. Depois pergunte: “Quais são as coordenadas dos vértices do triângulo cujos lados têm o dobro das medidas de comprimento dos lados do triângulo que você representou?”.

Para as aulas iniciais

Retome os exemplos de polígonos simétricos da dinâmica inicial e discuta com a turma as relações entre as coordenadas dos vértices do polígono e do seu simétrico em cada caso. Se possível, apresente mais exemplos.

Solicite aos estudantes que revisem a ampliação e a redução de figuras no plano cartesiano da seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores* e peça que façam em duplas as **atividades 62** e **63**. Observe-os e tire as eventuais dúvidas.

Ampliação

Chame a atenção dos estudantes para o fato de que ambas as coordenadas do par ordenado devem ser multiplicadas pelo valor escolhido para obter figuras semelhantes.

Se julgar oportuno, dê exemplos de ampliações de polígonos em que se multiplicam as coordenadas dos vértices por números decimais maiores que 1 ou menores que –1.

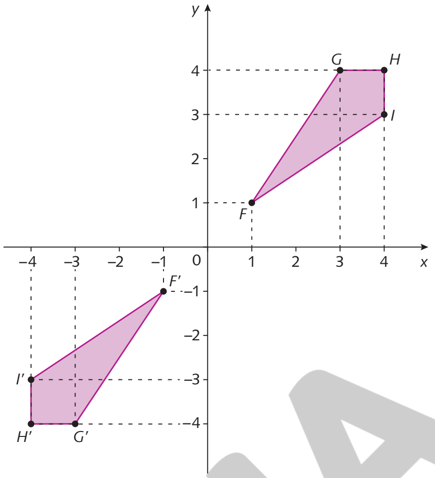
Em seguida, para que os estudantes visualizem também reduções, questione-os sobre o que ocorre quando multiplicamos as coordenadas dos vértices por números decimais maiores que –1 e menores que 1. Represente alguns exemplos na lousa para os estudantes concluírem que, nesse caso, desde que a multiplicação não seja por zero, são produzidas reduções; ao multiplicar por zero, obtemos a origem do plano cartesiano, o ponto (0, 0).

Agora, considere o quadrilátero *FGHI* de vértices *F*(1, 1), *G*(3, 4), *H*(4, 4) e *I*(4, 3). Se multiplicarmos essas coordenadas por –1, obteremos os vértices do quadrilátero *F′G′H′I′*.

- Qual é a relação entre os dois quadriláteros?

Vimos nessas situações que, quando multiplicamos as coordenadas dos vértices de um polígono por números inteiros, obtemos um outro polígono, que pode ser simétrico ou não ao polígono inicial. Vamos estudar esses casos.

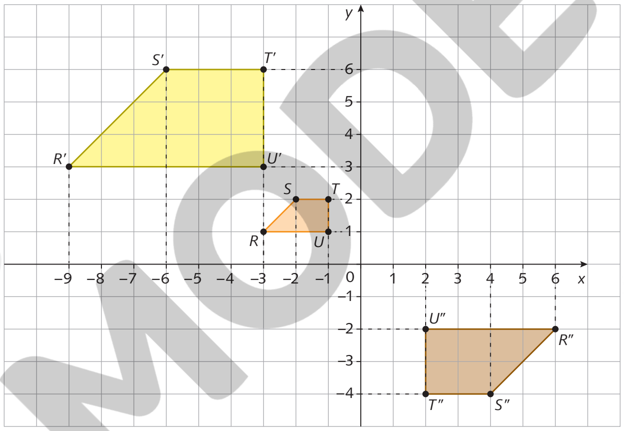
Item: Espera-se que os estudantes percebam que esses quadriláteros são simétricos em relação à origem do plano cartesiano.



Ampliação

Considere os losangos *ABCD* e *A′B′C′D′* representados anteriormente. Se medirmos o comprimento de todos os lados e a abertura dos ângulos das duas figuras, vamos verificar que as medidas de comprimento dos lados do losango *A′B′C′D′* dobraram em relação às medidas de comprimento dos lados correspondentes do losango *ABCD*, e as medidas de abertura dos ângulos internos das duas figuras permaneceram iguais. Assim, concluímos que o losango *A′B′C′D′* é uma ampliação do losango *ABCD*.

Agora, observe os trapézios a seguir. O trapézio *R′S′T′U′* é uma ampliação do trapézio *RSTU*, resultado da multiplicação das coordenadas dos vértices *R*(–3, 1), *S*(–2, 2), *T*(–1,2) e *U*(–1,1) por 3. Note que o trapézio *R″S″T″U″* também é uma ampliação do trapézio *RSTU*, resultado da multiplicação das coordenadas dos vértices desse trapézio por –2, porém também há uma mudança de quadrante e de sua posição em relação aos eixos *x* e *y*.



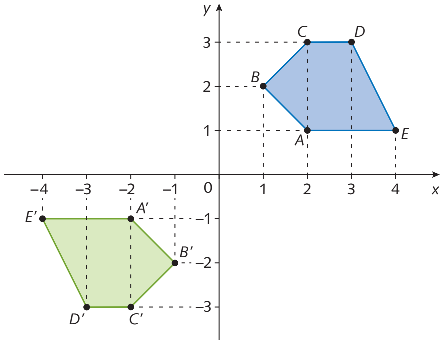
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

Para ampliar um polígono no plano cartesiano, multiplicamos todas as coordenadas dos vértices desse polígono por um mesmo número maior que 1 ou menor que –1.

Simetria em relação à origem do plano cartesiano

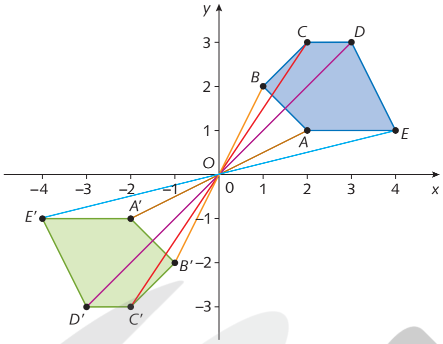
Observe, a seguir, os pentágonos representados no plano cartesiano.



O pentágono azul tem vértices *A*(2, 1), *B*(1, 2), *C*(2, 3), *D*(3, 3) e *E*(4, 1). Se multiplicarmos todas as coordenadas dos vértices desse pentágono por –1, obteremos as coordenadas dos vértices do pentágono verde: *A*′(–2, –1), *B*′(–1, –2), *C*′(–2, –3), *D*′(–3, –3) e *E*′(–4, –1).

Usando segmentos de reta, vamos unir os vértices correspondentes desses polígonos.

Observe que todos os segmentos de reta passam pela origem do plano cartesiano – ponto *O*(0, 0). Além disso, a medida da distância da origem do plano cartesiano a cada vértice do pentágono *ABCDE* é igual à medida da distância da origem do plano cartesiano ao vértice correspondente do outro pentágono *A*′*B*′*C*′*D*′*E*′.



$\overline{OA} \cong \overline{OA'}$

$\overline{OB} \cong \overline{OB'}$

$\overline{OC} \cong \overline{OC'}$

$\overline{OD} \cong \overline{OD'}$

$\overline{OE} \cong \overline{OE'}$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Concluímos, então, que os pentágonos *ABCDE* e *A*′*B*′*C*′*D*′*E*′ são simétricos em relação à origem do plano cartesiano.

Para encontrar as coordenadas dos vértices de um polígono simétrico a outro, em relação à origem do plano cartesiano, multiplicamos todas as coordenadas dos vértices desse polígono por –1, ou seja, consideramos os opostos das ordenadas e das abscissas. Assim, o simétrico do ponto *P*(*x*, *y*) em relação à origem é o ponto *P*′(–*x*, –*y*).

Simetria em relação à origem do plano cartesiano

Reproduza a figura do livro na lousa e peça aos estudantes que comparem as coordenadas dos vértices do pentágono *A′B′C′D′E′* com as coordenadas dos vértices do pentágono *ABCDE*. Espera-se que alguns deles percebam que as coordenadas dos vértices do pentágono *A′B′C′D′E′* são iguais às coordenadas dos vértices do pentágono *ABCDE* multiplicadas por –1. Se possível, apresente mais exemplos. Você pode também pedir a eles que elaborem seus próprios exemplos.

Sugestão de atividade extra

No início deste tópico, solicite aos estudantes que construam, em um papel quadriculado, um plano cartesiano e sugira que façam um desenho simples, à caneta, no 1º quadrante. Depois, peça que dobrem o papel quadriculado no eixo *x* e transfiram a imagem para o 4º quadrante, contornando o desenho do 1º quadrante, criando uma sombra no 4º quadrante. Por fim, solicite que marquem três pontos no desenho do 1º quadrante e seus respectivos pontos no 4º quadrante. Pergunte a eles o que perceberam com essa construção. Espera-se que eles notem que se trata de uma reflexão em relação ao eixo *x*.

Reproduza a primeira figura da página na lousa e peça que comparem as coordenadas dos vértices do triângulo *X'Y'Z'* com as coordenadas dos vértices do triângulo *XYZ*. Espera-se que alguns deles percebam que as abscissas são iguais, mas as ordenadas dos vértices do triângulo *X'Y'Z'* são opostas às ordernadas dos vértices do triângulo *XYZ*.

Adote o mesmo procedimento com a figura correspondente à simetria em relação ao eixo *y*. Sempre que possível, dê a oportunidade de os estudantes experimentarem e discutirem antes de formalizar os conceitos e as propriedades.

Observação

Podemos associar o pentágono *A'B'C'D'E'* (verde) à:

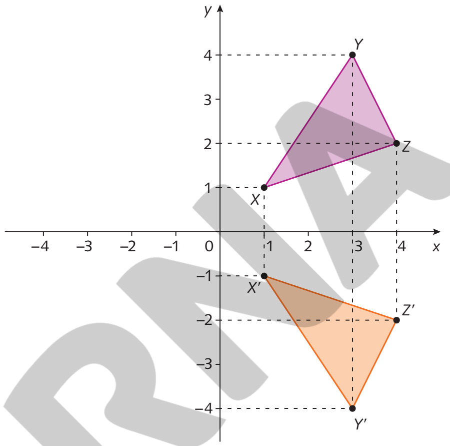
- reflexão do pentágono *ABCDE* (azul) em relação à origem do plano cartesiano;
- rotação do pentágono *ABCDE* (azul) em um ângulo de medida da abertura de 180° com a origem do plano cartesiano como centro de rotação.

Simetria em relação aos eixos do plano cartesiano

Simetria em relação ao eixo *x*

Observe o triângulo *XYZ* de vértices *X*(1, 1), *Y*(3, 4) e *Z*(4, 2). Se refletirmos esse triângulo em relação ao eixo *x*, obteremos o triângulo *X'Y'Z'*.

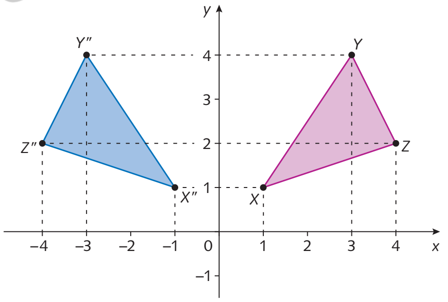
Os vértices do triângulo *X'Y'Z'* são *X'*(1, –1), *Y'*(3, –4) e *Z'*(4, –2). Note que as abscissas dos pontos *X*, *Y* e *Z* são iguais às abscissas dos pontos *X'*, *Y'* e *Z'* e as ordenadas desses pontos são opostas ou simétricas.



No plano cartesiano, para encontrar as coordenadas dos vértices de um polígono simétrico em relação ao eixo *x*, repetimos as abscissas e consideramos os opostos das ordenadas. Assim, o simétrico do ponto *P*(*x*, *y*) em relação ao eixo *x* é o ponto *P'*(*x*, –*y*).

Simetria em relação ao eixo *y*

De maneira análoga, podemos refletir o triângulo *XYZ* em relação ao eixo *y*, obtendo o triângulo *X"Y"Z"* de vértices *X"*(–1, 1), *Y"*(–3, 4) e *Z"*(–4, 2). Nesse caso, as abscissas dos pontos *X"*, *Y"* e *Z"* são simétricas às abscissas dos pontos *X*, *Y* e *Z* e as ordenadas são iguais.



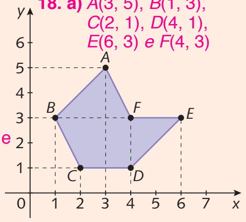
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

No plano cartesiano, para encontrar as coordenadas dos vértices de um polígono simétrico em relação ao eixo *y*, consideramos os opostos das abscissas e repetimos as ordenadas. Assim, o simétrico do ponto *P*(*x*, *y*) em relação ao eixo *y* é o ponto *P'*(–*x*, *y*).

Atividades

Faça as atividades no caderno.

18 Considere o hexágono representado a seguir.



18. a) *A*(3, 5), *B*(1, 3), *C*(2, 1), *D*(4, 1), *E*(6, 3) e *F*(4, 3)

18. c) *A*'(6, 10), *B*'(2, 6), *C*'(4, 2), *D*'(8, 2), *E*'(12, 6) e *F*'(8, 6).

a) Quais são os pares ordenados correspondentes aos vértices desse hexágono?

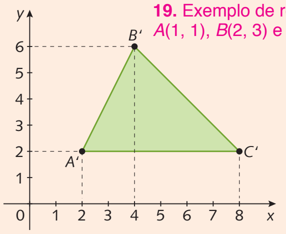
b) Ao multiplicar as coordenadas dos vértices desse hexágono por 2, a figura obtida corresponderá a uma ampliação ou será simétrica em relação à origem do plano cartesiano? **18. b)** corresponderá a uma ampliação

c) Quais são os pares ordenados correspondentes aos vértices da figura obtida no item **b**?

d) Represente a figura inicial e a obtida no item **b** em um plano cartesiano. **18. d)** Resposta em *Orientações*.

19 O triângulo a seguir representa a ampliação do triângulo *ABC*. Quais são os possíveis pares ordenados que correspondem aos vértices do triângulo *ABC*?

19. Exemplo de resposta: *A*(1, 1), *B*(2, 3) e *C*(4, 1)



20 Em um plano cartesiano, faça o que se pede.

a) Represente um segmento $\overline{AB}$ em que *A*(2, 3) e *B*(2, 0). **20. a)** Resposta em *Orientações*.

b) Considerando $\overline{CD}$ simétrico de $\overline{AB}$ em relação ao eixo *y*, de modo que o ponto *C* seja simétrico ao ponto *A* e o ponto *D* seja simétrico ao ponto *B*, quais são os pares ordenados correspondentes aos pontos *C* e *D*? **20. b)** *C*(–2, 3) e *D*(–2, 0)

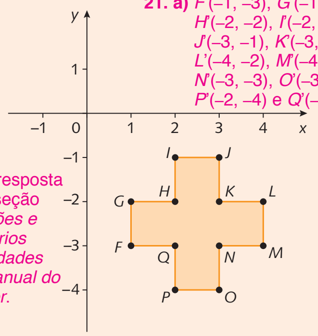
c) Traçando os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, obtemos o contorno de um polígono. Que polígono é esse? **20. c)** um retângulo

d) Usando essa mesma estratégia, quais poderiam ser os pares ordenados correspondentes aos pontos *A* e *B* para se obter o contorno de um quadrado?

20. d) Exemplo de resposta: *A*(2, 4) e *B*(2, 0)

21 Observe a representação do polígono no plano cartesiano a seguir.

21. a) *F*'(–1, –3), *G*'(–1, –2), *H*'(–2, –2), *I*'(–2, –1), *J*'(–3, –1), *K*'(–3, –2), *L*'(–4, –2), *M*'(–4, –3), *N*'(–3, –3), *O*'(–3, –4), *P*'(–2, –4) e *Q*'(–2, –3)

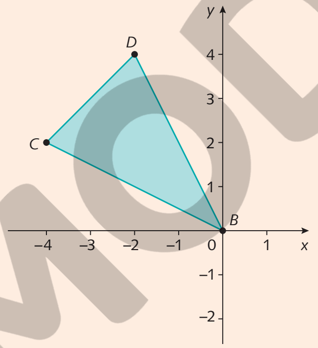


21. b) A resposta está na seção *Resoluções e comentários das atividades* deste *Manual do Professor.*

a) Quais são os pares ordenados correspondentes aos vértices do seu simétrico em relação ao eixo *y*?

b) Construa um plano cartesiano em seu caderno para representar o polígono *FGHIJKLMNOPQ* e seu simétrico em relação ao eixo *y*.

22 Em seu caderno, construa o triângulo *BCD* e seu simétrico em relação à origem do plano cartesiano.



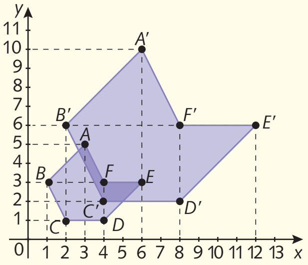
Quais são os pares ordenados correspondentes aos vértices do triângulo *B*'*C*'*D*', simétrico ao triângulo *BCD*?

22. Resposta em *Orientações*.

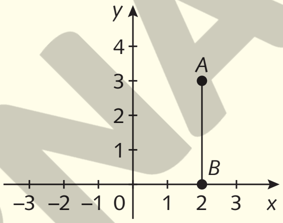
ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Se achar conveniente, em cada atividade, dê outros exemplos do que ocorreria com a figura caso outras multiplicações fossem feitas com os pares ordenados.

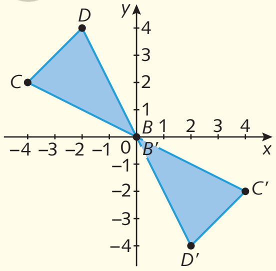
- Resposta do **item d** da **atividade 18**:



- Resposta do **item a** da **atividade 20**:



- Resposta da **atividade 22**:



Os pares ordenados são *B*'(0, 0), *C*'(4, –2) e *D*'(2, –4).

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- Nas **atividades 23** e **25**, oriente os estudantes a identificar primeiro as coordenadas dos polígonos já existentes, fazendo transformações a partir dos pares ordenados. Se necessário, relembre que, para a simetria em relação à origem do plano cartesiano, basta considerar os opostos das abscissas e das ordenadas dos pares existentes.
- Respostas da **atividade 27**:

a) Falsa. O triângulo está localizado no 1º e no 2º quadrante.

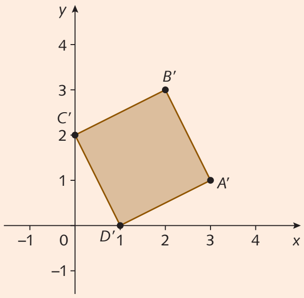
b) Verdadeira.

c) Falsa. As coordenadas dos vértices do triângulo simétrico em relação ao eixo *y* são *A*′(3, 1), *B*′(1, 3) e *C*′(–2, 1).

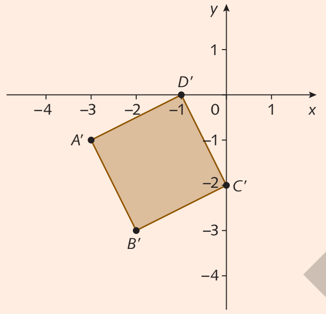
d) Verdadeira.

23 Qual das figuras a seguir representa uma simetria, em relação à origem do plano cartesiano, de um quadrado de vértices *A*(–3, 1), *B*(–2, 3), *C*(0, 2) e *D*(–1, 0)? **23.** alternativa **c**

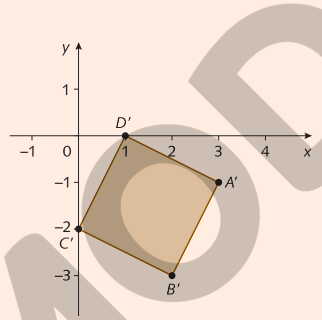
a)



b)



c)

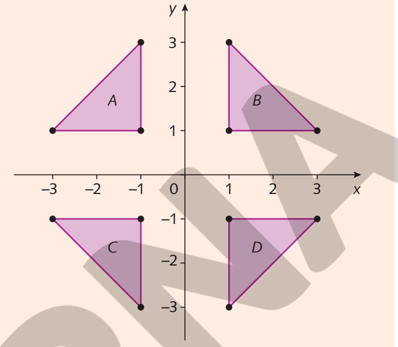


24 Se um triângulo tem dois vértices no eixo *y* e um vértice no 1º quadrante, o que acontece ao multiplicarmos as coordenadas desses vértices por –1? Onde ficará o vértice que estava no 1º quadrante?

25 Considere um polígono inteiramente contido no 2º quadrante. Em quais quadrantes estarão, respectivamente, os simétricos em relação à origem do plano cartesiano, em relação ao eixo das abscissas e em relação ao eixo das ordenadas?

25. 4º quadrante, 3º quadrante e 1º quadrante, respectivamente

26 No plano cartesiano a seguir, os triângulos *B*, *C* e *D* são simétricos ao triângulo *A*, respectivamente, em relação: **26.** alternativa **c**



a) ao eixo *x*, ao eixo *y* e à origem.

b) ao eixo *x*, à origem e ao eixo *y*.

c) ao eixo *y*, ao eixo *x* e à origem.

d) ao eixo *y*, à origem e ao eixo *x*.

27 Com relação ao triângulo de coordenadas dos vértices *A*(–3, 1), *B*(–1, 3) e *C*(2, 1), classifique as sentenças abaixo em verdadeiras ou falsas, corrigindo as sentenças falsas em seu caderno.

27. Respostas em *Orientações*.

a) O triângulo *ABC* está inteiramente localizado no 2º quadrante do plano cartesiano.

b) O triângulo simétrico ao triângulo *ABC*, em relação ao eixo *x*, está localizado no 3º e no 4º quadrante.

c) O triângulo simétrico ao triângulo *ABC*, em relação ao eixo *y*, tem coordenadas dos vértices *A*’(–3, –1), *B*’(–1, –3) e *C*’(2, –1).

d) O triângulo simétrico ao triângulo *ABC*, em relação à origem do plano cartesiano, tem coordenadas dos vértices *A*’(3, –1), *B*’(1, –3) e *C*’(–2, –1).

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

24. O triângulo obtido como resultado é simétrico em relação à origem quando comparado ao triângulo original. O vértice ficará no 3º quadrante.

Aproveite este boxe *Veja que interessante* para falar da presença de figuras geométricas planas e de translações, rotações ou reflexões em diversas obras e construções.

Veja que interessante

Faça a atividade no caderno.

Oscar Niemeyer, o gênio das formas

Oscar Ribeiro de Almeida de Niemeyer Soares nasceu no Rio de Janeiro, em 15 de dezembro de 1907, e faleceu na mesma cidade, em 5 de dezembro de 2012. Ele é considerado um dos arquitetos mais influentes do mundo contemporâneo.

O "gênio das formas" é reconhecido pela beleza, ousadia e leveza de seus projetos. O Museu de Arte Contemporânea, no Rio de Janeiro (RJ), o Palácio do Itamaraty, em Brasília (DF), o Museu Oscar Niemeyer, em Curitiba (PR), e o Auditório Ibirapuera, em São Paulo (SP), são marcas de sua genialidade.

Em suas obras, é possível notar a presença de diferentes tipos de simetria.


MÁRCIO MERCANTE/AGÊNCIA O DIA/ESTADÃO CONTEÚDO

Oscar Niemeyer, Rio de Janeiro (RJ). Foto de 15 de dezembro de 2007.


ALEXANDRE SIQUEIRA/SHUTTERSTOCK

O Palácio do Itamaraty, também conhecido como Palácio dos Arcos, é a sede do Ministério das Relações Exteriores do Brasil, situado em Brasília (DF). Foto de 2021.


LUAN REZENDE/SHUTTERSTOCK

Catedral de Brasília, Brasília (DF). Foto de 2020.

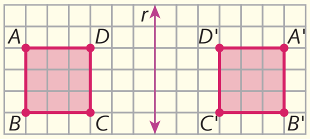
Atividade

Em quais objetos cotidianos você consegue reconhecer a presença de translações, rotações ou reflexões? Converse com os colegas. **Veja que interessante**: Resposta pessoal.

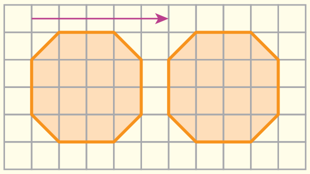
Revisão dos conteúdos deste capítulo

Isometrias

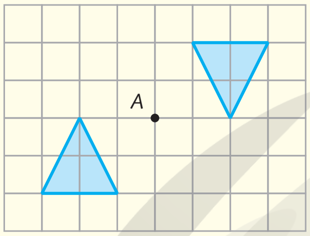
- Ao fazer a **atividade 1**, os estudantes podem apresentar diferentes justificativas. Uma delas é que as medidas das distâncias entre os pontos correspondentes não são iguais, outra é que a figura 2 está em um sentido diferente da figura 1 ou, ainda, reconhecer que a figura 2 é uma reflexão da figura 1 em relação a uma reta. Reserve um momento para que as diferentes justificativas da turma sejam compartilhadas. Dessa maneira, é desenvolvida a competência geral **9** da BNCC.
- Exemplo de resposta da **atividade 2**:



- Resposta da **atividade 3**:

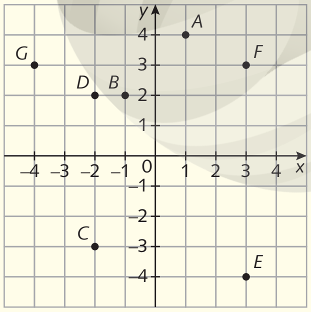


- Resposta da **atividade 4**:



Representação de um polígono no plano cartesiano

- Resposta da **atividade 5**:



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

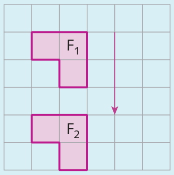
Revisão dos conteúdos deste capítulo

Faça as atividades no caderno.

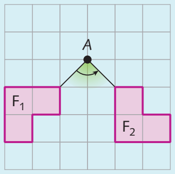
Isometrias

Isometrias são transformações geométricas que preservam o formato e as medidas da figura original. São exemplos de isometria a **translação**, a **rotação** e a **reflexão** (em relação a uma reta ou a um ponto).

Translação

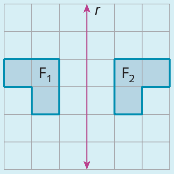


Rotação

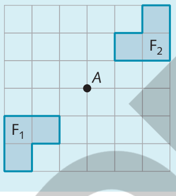


Reflexão

Reflexão em relação a uma reta

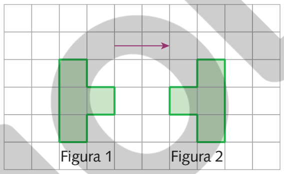


Reflexão em relação a um ponto



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

1. Observe a imagem e responda no caderno.



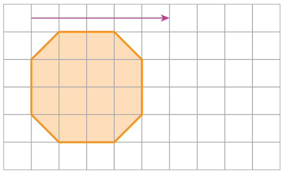
A figura 2 foi obtida por meio de uma translação da figura 1? Justifique sua resposta.

2. Exemplo de resposta em *Orientações*.

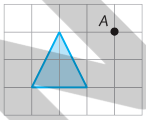
2. Em uma malha quadriculada, represente um quadrilátero *ABCD* e uma reta *r* distante 3 quadradinhos do vértice *D*. Depois, construa o quadrilátero *A'B'C'D'* simétrico a *ABCD* em relação à reta *r*.

1. Não, pois as medidas das distâncias entre os pontos correspondentes não são iguais.

3. Em uma malha quadriculada, desenhe a figura a seguir e translade-a de acordo com este vetor da translação. 3. Resposta em *Orientações*.



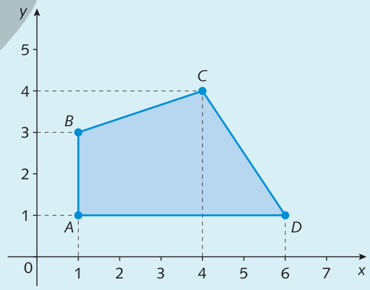
4. Represente a figura a seguir em uma malha quadriculada. Depois, desenhe a figura obtida por meio da rotação dessa figura em um ângulo de medida de abertura de 180°, no sentido horário, com centro de rotação *A*.



4. Resposta em *Orientações*.

Representação de um polígono no plano cartesiano

Observe a seguir a representação do polígono *ABCD* com vértices *A*(1, 1), *B*(1, 3), *C*(4, 4) e *D*(6, 1) no plano cartesiano.



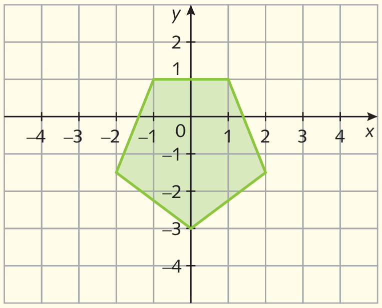
5. Construa, em seu caderno, um plano cartesiano e marque os seguintes pontos: *A*(1, 4), *B*(–1, 2), *C*(–2, –3), *D*(–2, 2), *E*(3, –4), *F*(3, 3) e *G*(–4, 3).

5. Resposta em *Orientações*.

6. Em seu caderno, construa um plano cartesiano e represente um pentágono que passe por todos os quadrantes.

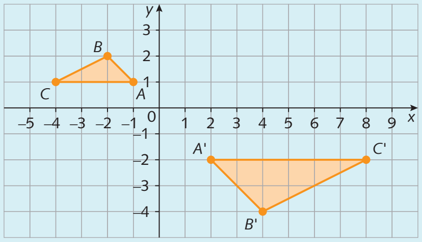
6. Exemplo de resposta em *Orientações*.

- Exemplo de resposta da **atividade 6**:



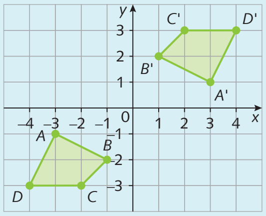
Transformações geométricas no plano cartesiano

Ampliação



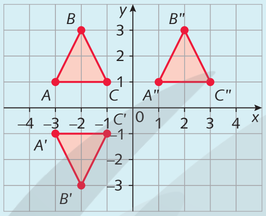
Para ampliar um polígono no plano cartesiano, multiplicamos todas as coordenadas dos vértices desse polígono por um mesmo número maior que 1 ou menor que –1.

Simetria em relação à origem do plano cartesiano



Para encontrar as coordenadas dos vértices de um polígono simétrico a outro em relação à origem do plano cartesiano, multiplicamos todas as coordenadas dos vértices desse polígono por –1, ou seja, consideramos os opostos das ordenadas e das abscissas.

Simetria em relação aos eixos do plano cartesiano



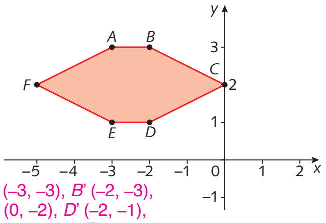
No plano cartesiano, para encontrar as coordenadas dos vértices de um polígono simétrico em relação ao eixo *x*, repetimos as abscissas e consideramos os opostos das ordenadas. Para encontrar as coordenadas dos vértices de um polígono simétrico em relação ao eixo *y*, consideramos os opostos das abscissas e repetimos as ordenadas.

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

7. Em seu caderno, construa um quadrilátero de vértices *A*(–3, 4), *B*(–1, 2), *C*(–5, 1) e *D*(–6, 3). Depois, faça uma ampliação dessa figura, de modo que as medidas de comprimento dos lados tenham o dobro das medidas de comprimento dos lados originais.

7. Exemplo de resposta em *Orientações*.

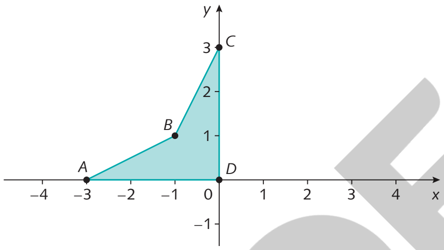
8. Quais são as coordenadas dos vértices do polígono simétrico ao polígono *ABCDEF* em relação ao eixo das abscissas?



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

8. *A*' (–3, –3), *B*' (–2, –3), *C*' (0, –2), *D*' (–2, –1), *E*' (–3, –1) e *F*' (–5, –2).

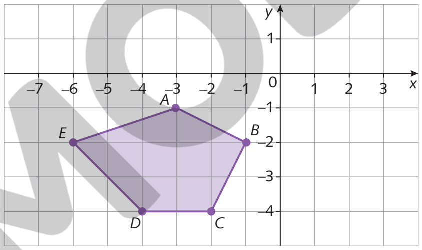
9. Quais são as coordenadas dos vértices do polígono simétrico ao quadrilátero *ABCD* em relação à origem do plano cartesiano?



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

9. *A*'(3, 0), *B*'(1, –1), *C*'(0, –3) e *D*'(0, 0)

10. Observe a representação do polígono no plano cartesiano a seguir.



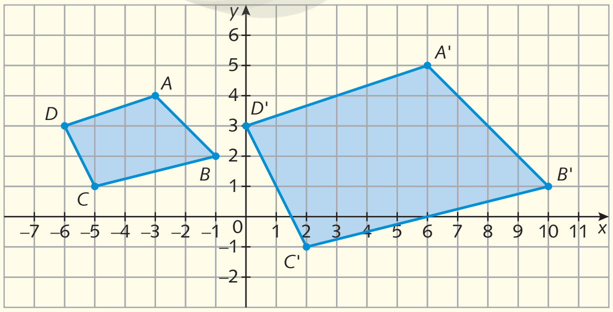
No caderno, construa um plano cartesiano e represente o polígono *ABCDE* e os seus simétricos em relação ao eixo *x* e em relação ao eixo *y*.

10. Resposta em *Orientações*.

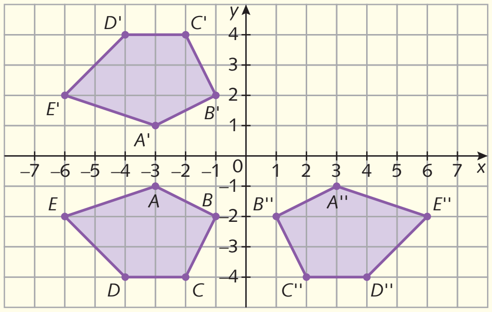
Transformações geométricas no plano cartesiano

- Na **atividade 8**, os estudantes devem reconhecer que, para determinar as coordenadas dos vértices do polígono simétrico ao polígono *ABCDEF* em relação ao eixo das abscissas, devem repetir as abscissas e considerar os opostos das ordenadas. Se eles tiverem dificuldade, oriente-os a representar o polígono simétrico ao polígono *ABCDEF* em relação ao eixo das abscissas para identificar suas coordenadas.
- Na **atividade 9**, para determinar as coordenadas dos vértices do polígono simétrico ao quadrilátero *ABCD* em relação à origem, os estudantes devem multiplicar todas as coordenadas de *ABCD* por –1, ou seja, considerar os opostos das abscissas e das ordenadas. Caso eles tenham dúvidas, proponha-lhes a representação, no plano cartesiano, do polígono simétrico ao quadrilátero *ABCD* em relação à origem.

- Exemplo de resposta da **atividade 7**:



- Resposta da **atividade 10**:



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

É hora de extrapolar

BNCC:

- Competências gerais 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 3, 5, 7 e 8 (as descrições estão na página VII).

A seção propõe o fechamento da unidade por meio de um trabalho colaborativo que explora a pesquisa, a comunicação e a elaboração de um vídeo, que será compartilhado com a comunidade escolar.

Com a finalidade de organizar o trabalho, a seção é dividida em etapas que promovem:

- o entendimento do contexto e dos objetivos do trabalho a ser realizado;
- a pesquisa coletiva;
- a elaboração, em grupo, do produto proposto (vídeo);
- a apresentação e a exposição do vídeo;
- a reflexão e a síntese do trabalho.

As etapas de pesquisa e produção do vídeo podem ser realizadas extraclasse. Verifique o perfil dos estudantes e oriente-os em relação ao prazo, aos materiais e a outros aspectos necessários à realização do trabalho.

A seção também favorece o desenvolvimento das competências gerais **1**, **4**, **5**, **6**, **7**, **8**, **9** e **10** e das competências específicas **3**, **5**, **7** e **8**, procurando mobilizar conteúdos estudados nos capítulos que integram a unidade. Portanto, é recomendável trabalhar a seção depois de estudar os conteúdos, mas, se preferir trabalhar as etapas da seção à medida que os capítulos forem estudados, atente para os conhecimentos prévios necessários.

Se achar oportuno, trabalhe a seção em parceria com o professor de Educação Física. Os estudantes podem aprofundar as pesquisas sobre Olimpíadas e Paralimpíadas e discutir a importância dos esportes em seus diversos aspectos, como saúde, vida social, diversidade cultural etc.

- Na **atividade 1**, acesse o *site* oficial dos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020 e explore com os estudantes o conteúdo sobre os emblemas, retomando uma das questões da abertura desta Unidade.

Para facilitar a visualização das simetrias dos emblemas, os estudantes podem explorar imagens impressas deles. É um bom momento para retomar elementos das simetrias, como medida de abertura do ângulo de rotação (120° no caso do emblema das Olimpíadas), centro da rotação e eixo de simetria. Solicite a eles que dobrem a imagem do emblema das Paralimpíadas no eixo de simetria e verifiquem que as duas partes ficam sobrepostas.

É hora de extrapolar

Faça as atividades no caderno.

O que você sabe sobre as Paralimpíadas?

Os Jogos Paralímpicos são o maior evento esportivo do mundo envolvendo atletas com deficiências. A primeira edição das Paralimpíadas ocorreu em Roma, em 1960, com cerca de 400 atletas. Em 2021, os jogos foram realizados em Tóquio, no Japão. Aproximadamente 4 400 atletas participaram do evento, celebrando o esporte, a superação e a diversidade.


WALTER ATTENNI/AP PHOTO/IMAGEPLUS

Atletas carregam a bandeira oficial dos Jogos Paralímpicos durante a cerimônia de abertura em Roma (Itália). Foto de 1960.


AP PHOTO/IMAGEPLUS

Kathleen Comley, da Grã-Bretanha, concorre na categoria de tiro com arco nos Jogos Paralímpicos, em 1960. Cerca de 400 atletas de 22 nações participaram dos jogos.


KEYSTONE/HULTON ARCHIVE/GETTY IMAGES

Equipe italiana na vila olímpica antes do início dos primeiros Jogos Paralímpicos, em Roma (Itália). Foto de 1960.

Objetivos: Analisar o conceito envolvido nos emblemas dos Jogos Olímpicos e Paralímpicos de Tóquio, analisar dados sobre a Paralímpiada de Tóquio ocorrida em 2021, pesquisar esportes paralímpicos e produzir vídeos que serão apresentados para a comunidade escolar.

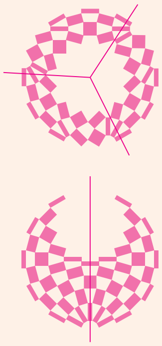
Etapa 1: Pesquisa e análise dos emblemas das Olimpíadas e das Paralimpíadas de Tóquio.

1. Reúnam-se em grupos. Observem os emblemas dos Jogos Olímpicos e Paralímpicos de Tóquio, no Japão.

1. a) Os dois símbolos são formados pelo mesmo número de retângulos para nos lembrar de que todas as pessoas são iguais e que, independentemente de habilidades ou deficiências, somos unidos em nossa humanidade.

1. b) Sim. O símbolo das Olimpíadas possui simetria de rotação e o das Paralimpíadas, simetria de reflexão.

WOLFGANG KUMM/PICTURE ALLIANCE VIA GETTY IMAGES


ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, pesquisem na internet o conceito envolvido na criação dos emblemas e analisem a estrutura deles, respondendo às questões:

a) Que relação existe entre as composições de retângulos nos dois emblemas e que mensagem essa composição tem intenção de passar?

b) Existe algum tipo de simetria nesses símbolos? Se sim, qual?

c) Vocês concordam com a afirmação “Diversidade torna o mundo um lugar vibrante”, que faz parte das explicações sobre as concepções dos emblemas? Justifiquem a resposta. **1. c)** Resposta pessoal.

Etapa 2: Análise de dados das Paralimpíadas de Tóquio.

2. A tabela a seguir mostra o número de medalhas conquistadas pelo Brasil nas Paralimpíadas de Tóquio.

Distribuição das medalhas conquistadas pelo Brasil nas Paralimpíadas de Tóquio

Medalha	Atletas			
	Homens	**Mulheres**	**Misto**	**Total**
Ouro	15	7	0	22
Prata	12	7	1	20
Bronze	16	12	2	30
Total	43	26	3	72

Dados obtidos em: https://www.paralympic.org/tokyo-2020/results/medalstandings?utm_campaign=dp_google. Acesso em: 30 maio 2022.

Com base na tabela, respondam às questões.

a) É correto afirmar que as medalhas de prata correspondem a menos de 33% do total de medalhas conquistadas pelos atletas brasileiros nas Paralimpíadas? Como verificar sem realizar contas armadas ou utilizar calculadora? **2. a)** Respostas em *Orientações.*

b) Com o auxílio de uma calculadora, responda: Nas Paralimpíadas de Tóquio, qual foi a porcentagem de medalhas de ouro conquistadas pelo Brasil em relação ao total? **2. b)** aproximadamente 30,55%

c) Elaborem problemas com base nos dados da tabela acima. Depois, troquem-nos com outro grupo e resolvam os problemas elaborados por ele. **2. c)** Respostas pessoais.

3. Maria Carolina Santiago foi o grande destaque no centro aquático de Tóquio, em 2021, ganhando cinco medalhas – 4 individuais (3 de ouro e 1 de bronze) e 1 de prata no revezamento. A atleta levou 26,82 segundos para completar a prova de 50 metros nado livre, e 59,01 segundos para completar a de 100 metros nado livre. Ela ganhou medalhas de ouro pelo desempenho em ambas as provas.

LINTAO ZHANG/GETTY IMAGES

Maria Carolina Santiago com a medalha de ouro dos 100 metros nado livre. Foto de 2021.

a) Se Maria Carolina nadasse os 100 metros nado livre com a mesma medida de velocidade média da prova de 50 metros nado livre, quanto tempo ela levaria para completar os 100 metros? E 200 metros? **3. a)** 53,64 segundos; 1 minuto e 47,28 segundos.

b) A medida de tempo obtida no item **a** corresponde à medida de tempo de prova que a atleta obteve nos 100 metros nado livre nas Paralimpíadas de Tóquio? Por que vocês acham que isso ocorreu?

3. b) Respostas em *Orientações.*

- No **item a** da **atividade 2**, os estudantes podem fazer a verificação percebendo que 33% corresponde a aproximadamente $\frac{1}{3}$ do total de medalhas. Como $\frac{1}{3}$ de 72 é igual a 24, o número de medalhas de prata conquistadas pelo Brasil (22) corresponde a menos de 33%.
- O **item b** da **atividade 2** retoma uma das questões da abertura desta Unidade. Aproveite-o para comparar os conhecimentos da turma naquele momento e agora.
- Se achar conveniente, explore o uso dos décimos e centésimos de segundos que aparecem nas medidas de tempo da **atividade 3.** Discuta com os estudantes o significado dos algarismos nas casas decimais de segundos e a necessidade do uso dessas frações de segundos para a marcação da medida de tempo em vários esportes.

No **item b** da **atividade 3,** verifique se os estudantes percebem que a medida de tempo de Maria Carolina na prova de 100 metros, de nado livre, em 2021, é maior que o encontrado no **item a.** Isso ocorre porque, na prova mais longa, a atleta pode ter desenvolvido uma medida de velocidade média menor, devido ao desgaste físico, por exemplo.

- Para a etapa **3**, se houver repetições das modalidades esportivas, converse com os grupos para solicitar que escolham outras a fim de que a pesquisa fique mais diversificada. Caso julgue necessário, proponha um sorteio das modalidades esportivas.
- Na **atividade 5**, se a produção de vídeos não for viável, peça aos estudantes que preparem seminários para apresentar à turma e painéis para exposição à comunidade escolar. Os painéis deverão conter fotos, ilustrações e informações sobre a modalidade escolhida.
- Na etapa **4**, oriente os estudantes a respeitarem o trabalho e a opinião dos colegas, criticando de maneira educada e contribuindo para que o trabalho de todos possa ser melhorado. A proposta dessa etapa favorece o desenvolvimento da competência geral **9**.
- Na **atividade 11**, acompanhe a escrita do texto e, se necessário, relembre processos importantes que você acompanhou e que os estudantes estejam esquecendo de descrever no trabalho.

Etapa 3: Pesquisa sobre esportes paralímpicos e planejamento para a produção do vídeo.

Etapa 3: Comentários em *Orientações*.

4. O quadro a seguir mostra as modalidades esportivas que foram disputadas nos Jogos Paralímpicos de Tóquio.

Atletismo	Badminton	Basquetebol (CR)	Bocha	Canoagem	Ciclismo (estrada e pista)
Esgrima (CR)	Futebol de 5	Goalball	Hipismo	Judô	Levantamento de peso
Natação	Remo	Rugby (CR)	Taekwondo	Tênis (CR)	Tênis de mesa
Tiro com arco	Tiro esportivo	Triatlo	Vôlei sentado		

Dados obtidos em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/esportes/noticia/2021-08/jogos-paralimpicos-de-toquio-comecam-nesta-terca. Acesso em: 20 maio 2022.

Escolham uma modalidade esportiva e busquem, em *sites*, revistas ou livros especializados, informações sobre a história dela nos Jogos Paralímpicos, as categorias, as regras, como esse esporte é disputado, curiosidades e a participação brasileira nos jogos de Tóquio.

5. Com base nas informações obtidas na pesquisa, vocês produzirão um vídeo que apresente informações sobre a modalidade esportiva escolhida.

Visando a uma boa etapa de produção do vídeo, é interessante fazer um planejamento. Para isso, confiram as dicas a seguir.

- Elaboração do roteiro: produzam um documento com todas as ideias e informações, definindo o que será exposto e orientando a gravação, com a descrição de falas e cenas e prevendo a inserção de imagens. O roteiro determina a hierarquia para as informações.
- Distribuição das tarefas: definam os responsáveis pelas etapas da produção do vídeo — pesquisa de imagens, apresentadores (distribuição das falas), escolha dos cenários, gravação (câmera, diretor), edição do vídeo etc.
- Duração do vídeo: vídeos com conteúdo extenso (1 ou 2 horas de duração) tendem a dispersar a atenção do espectador. O consumo de conteúdo na internet, por exemplo, é feito, em geral, de maneira rápida e simples.
- Local de gravação: escolham um local sem muitos ruídos para realizar a gravação e cuidem para que o áudio das falas seja captado com clareza.

Etapa 4: Análise do material de planejamento, produção e exibição dos vídeos.

Etapa 4: Comentários em *Orientações*.

6. Compartilhem o material elaborado no planejamento da produção do vídeo com a turma para que todos analisem e façam comentários em relação à clareza das informações e das imagens escolhidas.

7. Anotem as dúvidas, as opiniões e as sugestões dos colegas.

8. Depois dos ajustes necessários, realizem a gravação e edição do vídeo.

9. Com os vídeos finalizados, organizem uma exibição sobre os esportes paralímpicos para os colegas e a comunidade escolar.

Etapa 5: Síntese do trabalho realizado.

10. Algumas questões que devem ser discutidas:

a) Quais informações sobre as modalidades esportivas das Paralimpíadas vocês acharam mais interessantes? **10. a)** Resposta pessoal.

b) Qual é a importância dos Jogos Paralímpicos? **10. b)** Espera-se que os estudantes notem, principalmente, a importância da inclusão na sociedade e da representatividade das pessoas com deficiência.

c) Vocês conhecem situações em que as pessoas com deficiência não são incluídas de maneira adequada? Se sim, o que pode ser feito para que isso não ocorra? **10. c)** Respostas pessoais.

11. Redijam um texto que descreva o processo realizado pelo grupo nas etapas 3 e 4. **11.** Comentário em *Orientações*.

Unidade 4

O que é "ha"? Qual é a relação entre esta unidade de medida e o metro quadrado? Quantas vezes aproximadamente a medida da área protegida deste parque é maior que a do Parque do Ibirapuera, em São Paulo (SP)? Ao final desta Unidade, você responderá a essas e outras questões.

Parque Nacional Cavernas do Peruaçu (MG). Foto de 2020. O parque guarda um grande acervo de pinturas rupestres e possui diversas cavernas. A medida da área protegida desse parque é de 56 400 ha.

ANNA CAROLINA NEGRI/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

Abertura da Unidade

BNCC:

- Competências gerais 3 e 9 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 3 e 8 (as descrições estão na página VII).

Objetivos:

- Motivar a turma a estudar os conteúdos da Unidade 4.
- Levantar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre a unidade de medida de área hectare e sua relação com o metro quadrado.

Pergunte aos estudantes se têm o hábito de visitar parques e que tipos de atividade costumam praticar nesses espaços. Reserve um tempo para ouvir as experiências dos estudantes. Depois, comente sobre o Parque Nacional Cavernas do Peruaçu, localizado no norte do estado de Minas Gerais. Diga que esse parque tem diversos sítios arqueológicos, pinturas rupestres pré-históricas e abriga mais de 180 cavernas. Se possível, exiba outras imagens do parque para a turma.

Em seguida, explore a medida da área protegida do parque. Verifique se eles reconhecem que "ha" é o símbolo da unidade de medida de área hectare. É possível que alguns deles saibam que o hectare corresponde à medida da área de um quadrado cujo comprimento do lado mede 1 hectômetro (hm), ou seja, cujo comprimento do lado mede 100 m. Dessa maneira, um hectare corresponde a um hectômetro quadrado, ou seja, a dez mil metros quadrados:

$$1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2 = 10\,000 \text{ m}^2$$

Você pode explorar essa relação agora ou no fim da Unidade, quando essa questão for retomada na seção *É hora de extrapolar*.

Você pode aproveitar a oportunidade e verificar se os estudantes conhecem outras unidades de medida de área agrária, como o are e o alqueire.

O contexto desta abertura promove a relação entre as Unidades temáticas *Números* e *Grandezas e medidas*, o que favorece o desenvolvimento da competência específica **3** da BNCC. A dinâmica proposta promove a interação entre os estudantes, de maneira a respeitar o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles, o que possibilita o desenvolvimento da competência geral **9** e da competência específica **8**.

No **capítulo 10**, eles vão calcular a medida da área de figuras geométricas planas e a medida do volume do paralelepípedo. No **capítulo 11**, serão estudados o círculo, a circunferência, os polígonos regulares e os triângulos. Por fim, no **capítulo 12**, serão estudados diferentes gráficos estatísticos, os conceitos de população e amostra, e será retomado o estudo de probabilidade.

Na seção *É hora de extrapolar*, os estudantes terão a oportunidade de pesquisar e analisar dados de parques nacionais brasileiros. Na sequência, vão analisar a medida da área de um parque nacional específico. Por fim, farão uma exposição das maquetes construídas dos parques nacionais escolhidos.

CAPÍTULO 10 – GRANDEZAS E MEDIDAS

Trocando ideias

BNCC:

- Competência geral 9 (a descrição está na página VI).
- Competência específica 8 (a descrição está na página VII).

Objetivos:

- Levantar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o cálculo da medida da área de retângulos.
- Verificar se eles sabem transformar uma medida de área expressa em quilômetros quadrados em metros quadrados.
- Conscientizar os estudantes sobre a importância da Floresta Amazônica e o combate ao desmatamento.

Tema contemporâneo transversal:

MEIO AMBIENTE

Forme uma roda de conversa com os estudantes para falar primeiro sobre a importância da Floresta Amazônica. Enfatize que ela abriga imensa biodiversidade, com milhares de espécies de plantas e animais, e que, além disso, coloca uma quantidade de vapor de água na atmosfera suficiente para influenciar diretamente o clima e garantir chuvas para boa parte da América do Sul.

Depois, fale com eles sobre o desmatamento e suas consequências e deixe-os à vontade para conversar sobre a questão proposta no primeiro item. Após discutirem, diga que o combate ao desmatamento pode ser feito, por exemplo, por meio de políticas de fiscalização, campanhas de conscientização, regularização do comércio de madeira, plantio de árvores nativas etc. Anote na lousa todas as medidas levantadas pelos estudantes.

Para responder ao segundo item, os estudantes podem, primeiro, determinar a medida da área do campo de futebol fazendo:

$105 \text{ m} \cdot 68 \text{ m} = 7\,140 \text{ m}^2$

Em seguida, eles podem expressar $13\,235 \text{ km}^2$ em metros quadrados, utilizando uma calculadora:

1 3 2 3 5 × 1 0 0 0 0 0 0 = 13235000000

Logo, $13\,235 \text{ km}^2 = 13\,235\,000\,000 \text{ m}^2$

Por fim, para determinar o número aproximado de campos de futebol, eles devem efetuar a divisão de $13\,235\,000\,000 \text{ m}^2$ por $7\,140 \text{ m}^2$. O cálculo também pode ser feito com uma calculadora:

1 3 2 3 5 0 0 0 0 0 0 : 7 1 4 0 = 1853641,46

Portanto, a medida da área desmatada da Amazônia Legal Brasileira no período de 1º/8/2020 a 31/7/2021 corresponde à medida da área de, aproximadamente, 1 853 641 campos de futebol.

A competência geral **9** e a competência específica **8** da BNCC têm o seu desenvolvimento favorecido neste *Trocando ideias*, uma vez que o diálogo e a interação entre os estudantes são incentivados.

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ ARQUIVO DA EDITORA

Capítulo

10

Grandezas e medidas

Trocando ideias

MEIO AMBIENTE

A Floresta Amazônica é a maior floresta tropical do mundo e, também, a que reúne a maior biodiversidade. Além disso, garante chuvas para boa parte da América do Sul e tem papel central no combate ao aquecimento global e às mudanças climáticas.

ANDRE DIB/PULSAR IMAGENS

Floresta Amazônica na Reserva Extrativista do Médio Juruá, em Carauari (AM). Foto de 2021.

Segundo o Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), a taxa de desmatamento na Amazônia Legal Brasileira (ALB) ficou em $13\,235 \text{ km}^2$ no período de 1º de agosto de 2020 a 31 de julho de 2021.

- Em sua opinião, o que é possível fazer para combater o desmatamento das florestas? Converse com os colegas.
- Um campo de futebol oficial tem 105 m de medida de comprimento por 68 m de medida de largura. A medida da área da Amazônia Legal Brasileira que foi desmatada no período de 1º de agosto de 2020 a 31 de julho de 2021 corresponde à medida da área de quantos campos de futebol, aproximadamente? **Trocando ideias**: primeiro item: resposta pessoal; segundo item:1 853 641 campos de futebol.

Neste capítulo, vamos estudar situações que envolvem medições, o cálculo da medida da área de algumas figuras geométricas planas e o cálculo da medida do volume de blocos retangulares.

1 Situações que envolvem medições

O resultado de toda medição é **aproximado**. Isso acontece porque os resultados podem ter pequenas diferenças dependendo do instrumento de medida utilizado (por exemplo, réguas de fabricantes diversos apresentam diferenças de fabricação e podem ter pequenas variações na espessura de suas marcações), do processo de medição (como manuseio e leitura do instrumento etc.) e até mesmo da medida da temperatura ambiente, que pode deformar minimamente o objeto a ser medido.

Ter consciência desse fato nos ajuda a analisar se a medida obtida, mesmo que aproximada, satisfaz a necessidade imposta pela situação apresentada. Analise as situações a seguir.

Situação 1

Rosana decidiu levar o móvel da sala de estar para o quarto do filho. Mas, antes, resolveu medir o comprimento do móvel para ver se caberia no local destinado. Como não tinha trena, Rosana resolveu usar o controle remoto da televisão para isso.

Ela também foi ao quarto do filho e mediu o comprimento do lugar escolhido. Ao comparar a medida de comprimento do móvel com a medida de comprimento do local destinado a ele, Rosana concluiu que o móvel caberia no quarto do filho.

ILUSTRAÇÕES: ENÁGIO COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Situação 2

Rodrigo vai fazer um churrasco para seus amigos. Como é o primeiro churrasco que organiza, pesquisou a quantidade de carne que deveria comprar. Ele descobriu que um adulto costuma consumir cerca de 400 g de carne nesses eventos. Como 8 adultos participarão do churrasco, Rodrigo decidiu comprar 3 200 g de carne, ou seja, 3,2 kg.

Em situações como essa, não precisamos saber a quantidade exata de comida que cada convidado consumirá, mas é importante ter uma referência para que não faltem nem sobrem muitos alimentos.

Apresente aos estudantes outras situações que podem ser resolvidas por comparação entre medidas. Seguem alguns exemplos:

- Como podemos saber se um móvel da sala passará pela porta sem precisar ser desmontado?
- Como identificar a maior medida de distância entre dois lugares do colégio (exemplo: banheiro e sala da direção)?
- Como determinar se um vasilhame tem maior medida de capacidade que outro?

(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.

Situações que envolvem medições

BNCC:

Habilidade EF07MA29.

Objetivo:

Reconhecer que toda medida empírica é aproximada.

Justificativa

Diferentes fatores podem influenciar a medição de quaisquer grandezas: os instrumentos de medida, o processo de medição e os fatores externos, como a medida da temperatura ambiente. Reconhecer que toda medida empírica é aproximada ajuda a lidar com essas situações e favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA29**.

Mapeando conhecimentos

Peça aos estudantes que meçam o comprimento de um mesmo objeto utilizando cada um a sua régua. Depois, peça que registrem as medidas obtidas em um quadro que você fará na lousa. O quadro pode ser como o da referência abaixo:

Nome do estudante	Medida de comprimento obtida
▨	▨

Ao observar que nem todos chegaram à mesma medida, eles devem ser incentivados a investigar a causa do ocorrido, levantando hipóteses. Espera-se que eles percebam a influência do instrumento de medida e do processo no resultado da medição.

Para as aulas iniciais

Discuta com a turma situações que podem influenciar os resultados de uma medição. Se achar necessário, proponha que façam outras experimentações como as da dinâmica inicial.

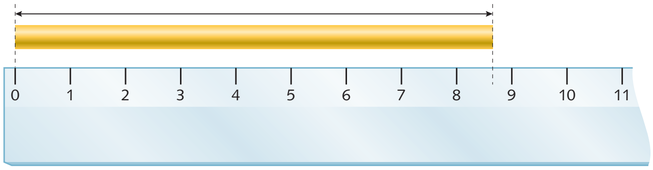
A situação **1** apresenta um problema que pode ser resolvido sem um instrumento de medida de comprimento. Nesse caso, a comparação com outro objeto, tomado como unidade de medida, foi suficiente para a resolução.

A situação **2** explora o uso de estimativa. Comente que é comum utilizar estratégias como a que foi apresentada para determinar a quantidade de comida e bebida que será servida em festas ou eventos.

Na situação **3**, espera-se que os estudantes percebam que, quanto maior a precisão do instrumento, maior será a precisão da medida obtida. Aproveite para comentar que há casos em que a precisão em décimos de milímetros não tem importância, mas há casos em que isso é necessário. Para esses casos, dispomos de outros instrumentos de medida, como o micrômetro.

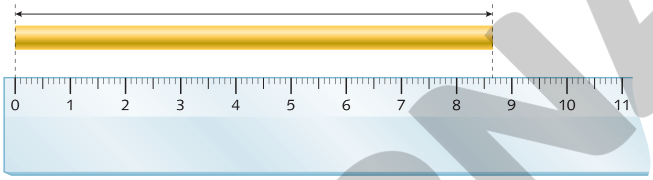
Situação 3

Paulo mediu o comprimento de uma barra com duas réguas: uma centimetrada e outra milimetrada, como as figuras a seguir.



régua centimetrada

Com a régua centimetrada, Paulo concluiu que a medida do comprimento da barra está entre 8 cm e 9 cm, estando mais próxima de 9 cm. O algarismo que representa a primeira casa depois da vírgula não pode ser determinado com precisão, devendo ser estimado. Assim, ele estimou que a medida do comprimento da barra era igual a 8,6 cm.



régua milimetrada

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Com a régua milimetrada, em que cada centímetro é dividido em 10 mm, Paulo concluiu com maior precisão que a medida do comprimento da barra está entre 8,6 cm e 8,7 cm. Então, estimou que a medida do comprimento da barra era igual a 8,65 cm. Observe, agora, que os algarismos 8 e 6 são corretos e o algarismo 5 é duvidoso, pois foi estimado.

Situação 4

Jandira foi contratada para revestir o piso de uma sala. Ao tirar as medidas, ela verificou que a sala media, aproximadamente, 18 m^2 de área. Por conta da imprecisão nos instrumentos de medida e dos recortes que serão necessários, ela sabe que é preciso comprar uma quantidade de cerâmica um pouco superior à necessária para revestir o piso da sala.

ENÁGIO COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

A cerâmica escolhida pelo cliente de Jandira é vendida em caixas com 3 m^2. Como Jandira constatou a necessidade de comprar mais do que a medida da área da sala (18 m^2), ela orientou seu cliente a comprar 7 caixas da cerâmica escolhida, ou seja, 21 m^2 de medida de área.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

1 Supondo que você quisesse medir o comprimento do guarda-roupa do seu quarto para verificar se ele cabe em outro cômodo, mas não tivesse uma régua ou trena, como você poderia fazer essa medição?
1. Resposta pessoal.

2 Em receitas culinárias, é comum que as medidas sejam indicadas em xícaras, copos ou colheres. Analise a seguir a receita de um bolo de fubá em que as medidas de alguns ingredientes são dadas em xícaras de chá.

Ingredientes

- 2 ovos
- 2 xícaras de leite
- 2 xícaras de açúcar
- 2 xícaras de fubá
- 2 xícaras de farinha de trigo
- 1 xícara de óleo
- 2 colheres (chá) de fermento em pó


DIOGOPPR/SHUTTERSTOCK

a) Sabendo que uma xícara de chá corresponde a aproximadamente 240 mL, meio litro de leite seria suficiente para essa receita? **2. a)** sim

b) Mariana resolveu fazer esse bolo e verificou que, com 1 kg de açúcar refinado, ela poderia fazer 2 receitas e meia. Quantos quilogramas de açúcar refinado, aproximadamente, cabem em uma xícara de chá?
2. b) 0,2 kg

3 Carlos pretende ir de automóvel de Itapemirim, no Espírito Santo, até Ilhéus, na Bahia. Para calcular o total de combustível necessário, ele pesquisou, na internet, a medida da distância entre essas cidades. Em um *site*, ele encontrou que a medida da distância era 914,8 km por estrada e, em outro, 915 km.

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA

Elaborado com base em: IBGE. **Atlas geográfico escolar**. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. p. 94.

a) Se o automóvel de Carlos roda cerca de 11 quilômetros por litro de etanol, determine o consumo aproximado de etanol nesse trajeto.
3. a) aproximadamente 83,2 L

b) A diferença encontrada entre essas medidas de distâncias é muito grande? Justifique. **3. b)** Resposta pessoal.

c) Em sua opinião, qual poderia ser o motivo de Carlos ter encontrado medidas diferentes para a distância rodoviária entre essas cidades? **3. c)** Resposta pessoal.

4 Júlia trabalha em uma metalúrgica e recebeu instruções para fazer uma nova peça que será parafusada em um motor. As especificações do tipo de parafuso que será usado não estão claras. Júlia verificou que pode ser um de dois modelos que têm a mesma medida de comprimento, mas medidas de comprimento do diâmetro diferentes: 5,4 mm ou 5,3 mm.
4. a) 0,1 mm

a) Qual é a diferença entre essas medidas?

b) Em sua opinião, Júlia pode escolher qualquer uma dessas opções? Por quê?
4. b) Resposta pessoal.

- Ao trabalhar com a **atividade 2**, comente com os estudantes que pessoas com mais experiência na culinária já têm uma ideia da quantidade de cada ingrediente que corresponde a uma xícara, um copo ou uma colher. Quando não se tem experiência, é importante conhecer a relação desses utensílios com sua medida de capacidade. Desse modo, sugerimos a apresentação das seguintes relações:
  - 240 mL é igual a 1 xícara de chá
  - 120 mL é igual a $\frac{1}{2}$ xícara de chá
  - 80 mL é igual a $\frac{1}{3}$ de xícara de chá
  - 60 mL é igual a $\frac{1}{4}$ de xícara de chá
  - 15 mL é igual a 1 colher de sopa
  - 5 mL é igual a 1 colher de chá
- Ao resolver a **atividade 3**, eles devem perceber que, para o cálculo da quantidade de combustível, os 200 metros de diferença entre as medidas das distâncias encontradas não são significativos. Converse sobre os diferentes motivos para que as medidas encontradas sejam diferentes, como: os *sites* podem ter considerado trajetos diferentes; o ponto de início e o ponto de chegada podem ter sido diferentes; um dos *sites* arredondou a medida para 915 km etc.

Sugestão de atividade extra

Se possível, amplie a **atividade 3** junto com as aulas de Geografia. Com base na escala do mapa e em distâncias aproximadas entre alguns trechos medidas usando régua, a turma pode determinar uma medida de distância aproximada para o trajeto todo e compará-la com as medidas dadas no enunciado.

- Na situação apresentada na **atividade 4**, eles devem perceber que a diferença de 0,1 mm é significativa, pois implica o uso de materiais diferentes.

- Solicite aos estudantes que compartilhem os exemplos da **atividade 5**, incentivando a socialização das diferentes estratégias de elaboração de problemas.
- Para a pesquisa proposta no item **c** da **atividade 6**, reserve um dia específico e divida a turma em grupos para que verifiquem a medida de temperatura registrada em diferentes horários ao longo do dia. A verificação poderá ser realizada em *sites* específicos ou em termômetros de rua. Após a apresentação dos dados coletados, pode-se propor aos estudantes que construam um gráfico de segmentos.
- Para a realização da **atividade 9**, caso eles não tenham acesso a um cronômetro, sugira o uso de relógios ou de aplicativos de celular para medir o tempo.

Medida da área

BNCC:

Habilidades EF07MA31 e EF07MA32.

Objetivo:

Compreender a noção de figuras equivalentes e aplicá-la no cálculo de medidas de área.

Justificativa

O conceito de figuras equivalentes é uma ferramenta importante para calcular medidas de áreas muito complicadas e é fundamental nas demonstrações das expressões que permitem determinar a medida da área de paralelogramos, triângulos, trapézios, losangos, entre outras, o que favorece o desenvolvimento das habilidades **EF07MA31** e **EF07MA32**.

Mapeando conhecimentos

Organizem a turma em grupos e distribua peças do *Tangram* para cada grupo. Em seguida, proponha que construam figuras de diferentes formatos. Por fim, pergunte: "O que vocês podem afirmar sobre a medida da área das figuras que construíram? Por quê?". Espera-se que alguns deles percebam que as figuras construídas têm a mesma medida de área porque todas foram construídas com as mesmas sete peças do *Tangram*.

Para as aulas iniciais

Retome o conceito de medida de área da seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores* e peça aos estudantes que façam a **atividade 64**. Em seguida, peça a eles que, em uma folha de papel quadriculado, representem pares de figuras de formatos diferentes, porém com mesma medida de área.

5 Dê um exemplo de uma situação em que:

a) a diferença de 1 L não seja muito significativa; **5. a)** Resposta pessoal.

b) a diferença de 1 mL seja importante. **5. b)** Resposta pessoal.

6 Para fazer a previsão do tempo são estudados os dados coletados por estações meteorológicas do mundo inteiro. Com base nesse estudo, são feitas previsões das medidas de temperatura mínima e máxima para determinado período.

a) Você já presenciou algum momento em que a medida da temperatura registrada em um local foi maior que a máxima prevista para o dia? E já presenciou algum momento em que a medida da temperatura foi menor que a prevista? **6. a)** Resposta pessoal.

b) Em sua opinião, por que as situações descritas acima podem ocorrer? Converse com o professor e os colegas. **6. b)** Resposta pessoal.

c) Faça uma pesquisa sobre as medidas de temperatura mínima e máxima previstas para determinado dia no município em que mora. Depois, verifique se as medidas de temperatura registradas nesse dia estavam abaixo ou acima, respectivamente, das medidas de temperatura mínima e máxima previstas. **6. c)** Resposta pessoal.

7 Escreva no caderno três situações do dia a dia em que são feitas medições e cujas medidas obtidas são aproximadas. **7.** Resposta pessoal.

8 Com os colegas, juntem as réguas de todos os estudantes da turma. Depois, escolham um objeto da sala de aula para medir as dimensões com as diferentes réguas selecionadas.

a) Se vocês obtiveram medidas diferentes, quais devem ter sido os motivos para isso? **8. a)** Resposta pessoal.

b) Quais são as características comuns e as diferenças entre as réguas usadas? **8. b)** Resposta pessoal.

9 Escolham uma atividade para ser realizada por um colega da turma e, com dois ou mais cronômetros, registrem a medida de tempo que o colega gastou para realizá-la.

As medidas de tempo registradas nos cronômetros foram iguais? Se foram diferentes, quais devem ter sido os motivos para isso? **9.** Respostas pessoais.

2 Medida da área

Há situações em que precisamos calcular a medida da área de uma superfície irregular, como a medida da área de um país. Nesses casos, é comum determinar a medida da área aproximada dessa superfície. Atualmente, para esse cálculo, utilizam-se informações obtidas por GPS, mas nem sempre foi assim. Acompanhe o texto a seguir.

Área territorial do Brasil aumenta em 890 km^2 após atualização do IBGE

Rio de Janeiro – O Brasil teve crescimento de 0,01% na sua extensão territorial, de acordo com a atualização da área oficial do país e de estados e municípios publicada hoje (23) pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) no Diário Oficial da União. A nova estimativa de área do país passou a ser 8 515 767,049 quilômetros quadrados (km^2), contra os 8 514 876,599 km^2 relativos a 2002, quando o último valor foi publicado. A diferença é de 890,45 quilômetros quadrados.

Disponível em: https://memoria.ebc.com.br/noticias/brasil/2013/01/area-territorial-do-brasil-teve-incremento-de-001-em-atualizacao-divulgada. Acesso em: 20 maio 2022.

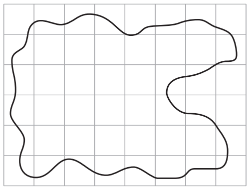
Observe no texto que o uso de novas tecnologias auxilia no cálculo, de modo a garantir melhor aproximação da medida de área correspondente. Mas há casos em que não dispomos dessa tecnologia; para isso, podemos, por exemplo, decompor a superfície em outras. Confira as situações a seguir.

(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.

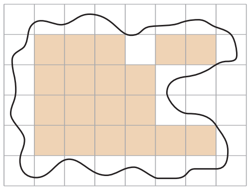
(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Situação 1

Felipe precisava calcular a medida de área aproximada de um terreno com formato irregular que estava representado em uma folha de papel quadriculado, conforme mostra esta figura. Cada quadradinho representava 20 m^2 de medida da área do terreno. Analise como ele fez.

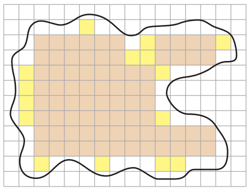


Primeiro, ele coloriu de bege os quadradinhos inteiros que estão no interior.



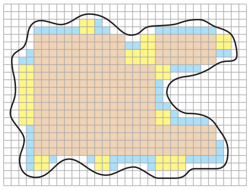
19 quadradinhos bege

Depois, dividiu cada quadradinho da malha em 4 quadradinhos menores, colorindo de amarelo os novos quadradinhos inteiros, conforme esta figura.



15 quadradinhos amarelos

A seguir, novamente dividiu cada quadradinho da malha em 4 quadradinhos menores, colorindo de azul os novos quadradinhos inteiros.



62 quadradinhos azuis

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Depois, Felipe fez o seguinte cálculo:

- Cada quadradinho bege representa 20 m^2. Assim: $19 \cdot 20\ m^2 = 380\ m^2$
- Cada quadradinho amarelo representa 5 m^2. Assim: $15 \cdot 5\ m^2 = 75\ m^2$
- Cada quadradinho azul representa 1,25 m^2. Assim: $62 \cdot 1{,}25\ m^2 = 77{,}5\ m^2$

Portanto, a medida aproximada da área do terreno é 532,5 m^2, pois:

$380\ m^2 + 75\ m^2 + 77{,}5\ m^2 = 532{,}5\ m^2$

Situação 2

Observe que as diferentes figuras representadas a seguir podem ser decompostas em dois triângulos (*A* e *B*), um retângulo (*D*) e um quadrado (*C*).

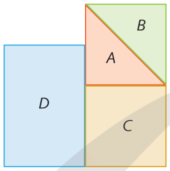


Figura 1

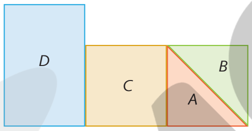


Figura 2

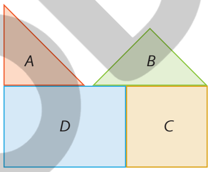


Figura 3

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Todas essas figuras, embora tenham formatos diferentes, são compostas dos polígonos *A*, *B*, *C* e *D*. Assim, todas elas têm a mesma medida de área, que é igual à soma das medidas de área desses quatro polígonos. Dizemos, então, que essas quatro figuras são **equivalentes**.

Duas ou mais figuras geométricas são **equivalentes** quando têm a mesma medida de área.

A situação **1** apresenta um modo de calcular a medida aproximada da área de uma região irregular por meio de divisões em quadradinhos de medida de área conhecida. Se considerar adequado, solicite aos estudantes que imprimam o mapa do município em que residem para determinar a medida aproximada da área. Depois, peça que comparem a medida obtida com a oficial, que poderá ser encontrada no *site* do IBGE Cidades.

A noção de figuras equivalentes é importante para o cálculo de medidas de área. Por meio das figuras equivalentes que, a partir da medida de área do retângulo, podemos determinar as medidas de área de um paralelogramo qualquer, de um triângulo, de um trapézio, de um losango etc. Uma vez bem compreendida, essa noção pode permitir aos estudantes que calculem medidas de área de figuras planas sem necessariamente recorrer às expressões.

- Caso os estudantes tenham dificuldades na resolução da **atividade 13**, oriente-os a copiar as figuras no caderno, dividi-las em quadradinhos menores como os do item **b** e, em seguida, verificar a equivalência.

Medida da área de polígonos

BNCC:

Habilidades EF07MA31 e EF07MA32.

Objetivo:

Compreender o cálculo da medida da área de triângulos e de quadriláteros.

Justificativa

Compreender o cálculo da medida da área de triângulos e quadriláteros permite aos estudantes aplicar o conceito de figuras equivalentes, calcular a medida da área de figuras que podem ser decompostas em triângulos e quadriláteros e resolver e elaborar diferentes problemas que envolvam o cálculo da medida de área de figuras planas.

Mapeando conhecimentos

Peça aos estudantes que se reúnam em duplas e incentive-os a estalebelecer experimentalmente as expressões para o cálculo da medida da área de paralelogramos, triângulos, trapézios e losangos. No caso do paralelogramo, oriente-os a desenhar um paralelogramo não retângulo em uma folha de papel e, a partir dele, formar um retângulo. Já para obter as expressões para o cálculo da medida da área do triângulo e do trapézio, oriente-os com base na decomposição de um paralelogramo. Por fim, para obter a expressão para o cálculo da medida da área do losango, sugira que decomponham o losango em dois triângulos isósceles.

Para as aulas iniciais

Relembre o cálculo da medida da área do retângulo, do quadrado e do triângulo retângulo da seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores*. Depois, peça aos estudantes que façam a **atividade 65**.

Então, retome a tarefa da dinâmica inicial, pergunte qual expressão tiveram mais dificuldade de obter e ajude-os a deduzi-la.

10. Espera-se que os estudantes respondam que ele poderia continuar dividindo cada quadradinho da malha em quadradinhos menores.

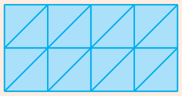
Atividades

Faça as atividades no caderno.

10 O que Felipe poderia fazer para obter uma medida mais próxima da medida da área real do terreno da situação 1? Converse com o professor e os colegas sobre isso.

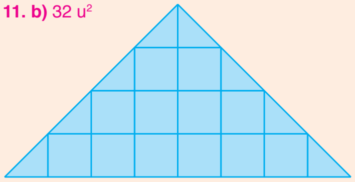
11 Tomando  como unidade de medida de área (u²), determine a medida da área das figuras a seguir:

a)



11. a) 16 u²

b) **11. b)** 32 u²



12 Usando jornal, construa uma superfície quadrada cujos lados meçam 1 m de comprimento, ou seja, que tenha 1 m² de medida de área.

Agora, usando essa superfície como unidade de medida, estime a medida da área de sua sala de aula. Compare sua estimativa com a dos demais colegas da classe.

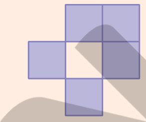
12. A resposta depende das medidas das dimensões da sala.

13 Escolha uma unidade de medida e identifique as figuras equivalentes.

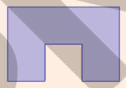
a)

13. alternativas **b**, **c**, **e**

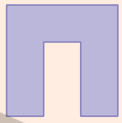
b)



c)

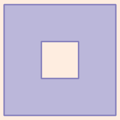


d)



e)

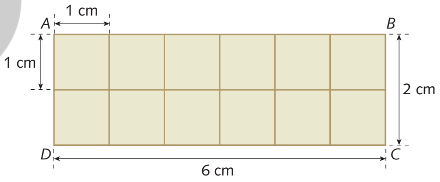
f)



3 Medida da área de polígonos

Medida da área de um retângulo

Considere o retângulo *ABCD* cujo comprimento da base mede 6 cm e o comprimento da altura mede 2 cm.



ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Tomando como unidade de medida de área um quadradinho cujos lados medem 1 cm de comprimento, ou seja, que tem medida de área igual a 1 cm², podemos observar que, no retângulo *ABCD*, cabem exatamente 12 quadradinhos. Assim, verificamos que a medida da área do retângulo *ABCD* é igual a 12 cm².

Medida da área de um retângulo

Enfatize que há dois modos de determinar a medida da área do retângulo *ABCD*: por contagem de quadradinhos de 1 cm² de medida de área ou fazendo 6 cm · 2 cm.

(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.

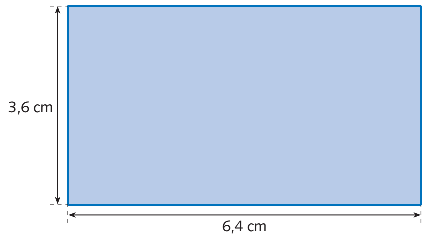
(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

A medida da área desse retângulo também pode ser obtida da seguinte maneira:

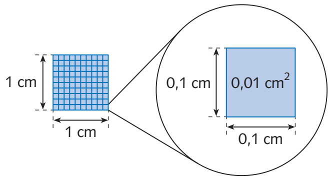
$$A = 6\ \text{cm} \cdot 2\ \text{cm} = 12\ \text{cm}^2$$

Será que esse procedimento para calcular a medida da área de um retângulo multiplicando a medida de comprimento da base pela medida de comprimento da altura vale para qualquer retângulo? E se essas medidas de comprimento não forem inteiras?

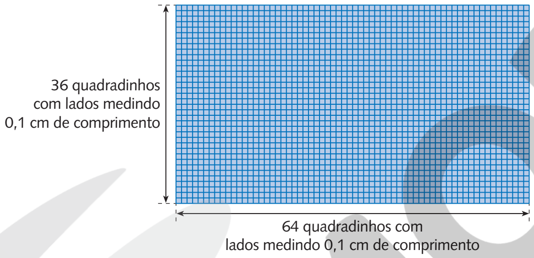
Considere o retângulo abaixo.



Vamos primeiro dividir a unidade de medida de área 1 cm^2 em 100 quadradinhos congruentes cujos lados medem 0,1 cm de comprimento. A medida da área de cada um desses quadradinhos é igual a 0, 01 cm^2. Vamos considerar esses quadradinhos como a unidade de medida de área.



A unidade de medida de área acima cabe um número inteiro de vezes no retângulo. Observe.



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Assim, a medida da área desse retângulo será:

$$\begin{aligned}&(64 \cdot 36) \cdot 0{,}01\ \text{cm}^2 =\\&= (64 \cdot 36) \cdot 0{,}1\ \text{cm} \cdot 0{,}1\ \text{cm} =\\&= (64 \cdot 0{,}1\ \text{cm}) \cdot (36 \cdot 0{,}1\ \text{cm}) =\\&= (6{,}4\ \text{cm}) \cdot (3{,}6\ \text{cm}) =\\&= 23{,}04\ \text{cm}^2\end{aligned}$$

O exemplo apresentado nesta página mostra como determinar a medida da área de retângulos cujas medidas de comprimento dos lados não são inteiras. Desenvolva o exemplo com a participação da turma.

Ao explorar o cálculo da medida da área de um quadrado, destaque que esse quadrilátero é um retângulo “especial”, pois tem dois pares de lados paralelos, quatros ângulos retos e seus quatro lados têm a mesma medida de comprimento. Assim, o cálculo da medida de sua área segue o que foi estabelecido para o retângulo.

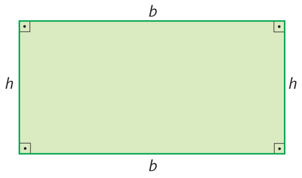
Partindo da medida de área do retângulo e com base na ideia de composição e decomposição de figuras, será trabalhada adiante o cálculo da medida da área de diferentes figuras planas: paralelogramo, triângulo, trapézio e losango. Antes de iniciar esse trabalho, pode-se propor aos estudantes que representem esses polígonos em uma malha quadriculada e, a partir de recortes, tentem compor um retângulo, sem faltar nenhum pedaço do polígono recortado.

Medida da área de um paralelogramo

Caso não tenha feito a experimentação sugerida no boxe *Mapeando conhecimentos*, você pode, antes de explorar a demonstração do livro, orientá-los a desenhar um paralelogramo não retângulo em uma folha de papel e, a partir dele, formar um retângulo. Após esse momento inicial, você pode reproduzir a demonstração na lousa e desenvolvê-la com a participação da turma.

Portanto, a medida da área do retângulo foi obtida calculando 6,4 cm · 3,6 cm. O exemplo sugere que podemos calcular a medida da área de qualquer retângulo (com lados de medidas de comprimento inteiras ou não inteiras) multiplicando a medida de comprimento da base pela medida de comprimento da altura. Esse procedimento não será demonstrado nesta coleção, mas é verdadeiro.

Para um retângulo com comprimento da base medindo *b* e comprimento da altura medindo *h*, podemos escrever:



b → medida do comprimento ou medida de comprimento da base

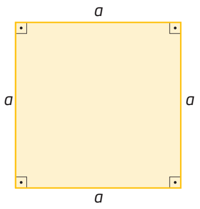
h → medida da largura ou medida de comprimento da altura

$$\boxed{A_{\text{retângulo}} = b \cdot h}$$

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO

Medida da área de um quadrado

O quadrado é um caso particular de retângulo cujos lados são congruentes. Então, podemos representar a medida da área de um quadrado com lado de medida *a* de comprimento assim:



a → medida de comprimento do lado

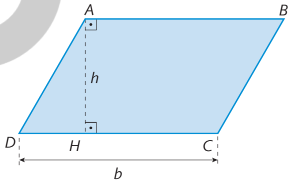
$$\boxed{A_{\text{quadrado}} = a \cdot a = a^2}$$

Observação

A expressão acima pode ser usada para calcular a medida da área de qualquer quadrado, com lados de medidas de comprimento inteiras ou não inteiras.

Medida da área de um paralelogramo

Considere o paralelogramo *ABCD* abaixo, de base $\overline{DC}$ e altura $\overline{AH}$ relativa à base $\overline{DC}$.

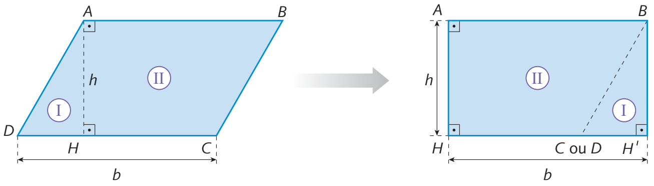


GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

b → medida de comprimento da base

h → medida de comprimento da altura relativa à base

O paralelogramo *ABCD* pode ser decomposto em dois polígonos que identificaremos por (I) e (II). Com os polígonos (I) e (II), podemos compor o retângulo *ABH'H*, conforme ilustração abaixo.



Observe que o paralelogramo e o retângulo acima são figuras equivalentes e, portanto, têm mesma medida de área.

A medida da área de um paralelogramo com comprimento da base medindo *b* e comprimento da altura relativa a essa base medindo *h*, é dada por:

$$\boxed{A_{\text{paralelogramo}} = b \cdot h}$$

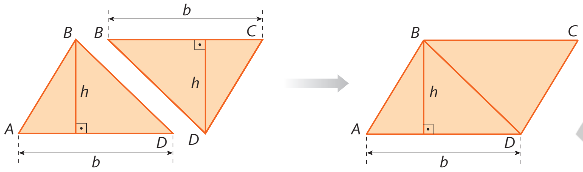
Observação

A expressão acima pode ser usada para calcular a medida da área de qualquer paralelogramo, com lados de medidas de comprimento inteiras ou não inteiras.

Medida da área de um triângulo

Considere dois triângulos congruentes *ABD* e *CDB*, com comprimento da base medindo *b* e comprimento da altura relativa a essa base medindo *h*.

Justapondo esses dois triângulos, eles formam o paralelogramo *ABCD*, como mostram as figuras abaixo.



b → medida de comprimento da base

h → medida de comprimento da altura relativa à base

Como os dois triângulos são congruentes, podemos afirmar que a medida da área de cada um desses triângulos é igual à metade da medida da área do paralelogramo *ABCD*.

Portanto, a medida da área de um triângulo é dada por:

$$\boxed{A_{\text{triângulo}} = \frac{b \cdot h}{2}}$$

Observação

A expressão acima pode ser usada para calcular a medida da área de qualquer triângulo, com lados de medidas de comprimento inteiras ou não inteiras.

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Medida da área de um triângulo

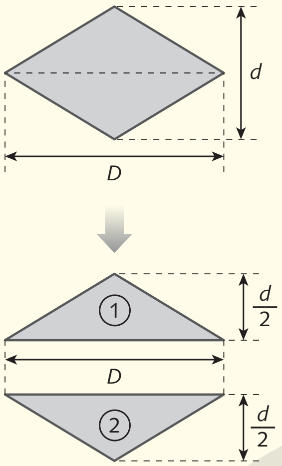
Oriente os estudantes a desenhar um paralelogramo não retângulo em uma folha de papel e obter dois triângulos a partir dele. Em seguida, peça que indiquem nos modelos de triângulos obtidos as letras correspondentes às medidas de comprimento da base (*b*) e da altura (*h*). Na sequência, desenvolva a demonstração do livro com a participação da turma. Incentive-os a manipular os modelos para que compreendam a decomposição do paralelogramo e como as medidas de comprimento da base e da altura se relacionam.

Medida da área de um trapézio

Oriente os estudantes a desenhar um paralelogramo não retângulo em uma folha de papel e obter dois trapézios a partir dele. Em seguida, peça que indiquem nos modelos de trapézios obtidos as letras correspondentes às medidas de comprimento das bases (*B* e *b*) e da altura (*h*). Na sequência, desenvolva a demonstração do livro com a participação da turma. Incentive-os a manipular os modelos para que compreendam a decomposição do paralelogramo e como as medidas de comprimento das bases e da altura se relacionam.

Medida da área de um losango

Faça a leitura coletiva do texto com os estudantes. Depois, mostre como obter a expressão para o cálculo da medida da área de um losango, decompondo-o em dois triângulos, conforme mostram as figuras abaixo:



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Reproduza essas figuras na lousa e mostre aos estudantes que, adicionando a medida da área dos dois triângulos, obtemos a expressão que permite calcular a medida da área do losango.

$$A = \frac{D \cdot \frac{d}{2}}{2} + \frac{D \cdot \frac{d}{2}}{2} =$$

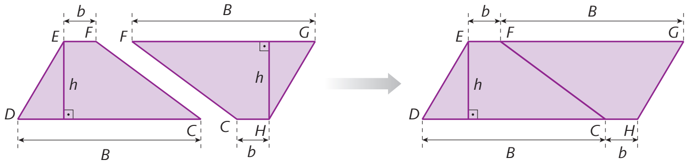
$$= 2 \cdot \frac{D \cdot \frac{d}{2}}{2} = \frac{D \cdot d}{2}$$

Para realizar essa demonstração, é preciso comentar que as diagonais de um losango são perpendiculares e se interceptam nos seus respectivos pontos médios.

Medida da área de um trapézio

Considere os trapézios congruentes *CDEF* e *FGHC* cujas bases medem *B* e *b* de comprimento e a altura mede *h* de comprimento.

Compondo um paralelogramo com esses dois trapézios, temos:



B ⟶ medida de comprimento da base maior
b ⟶ medida de comprimento da base menor
h ⟶ medida de comprimento da altura

Observe que dois trapézios congruentes formam o paralelogramo *DEGH* com comprimento da base medindo $(B + b)$ e comprimento da altura relativa a essa base medindo *h*. Logo, a medida da área de cada um desses trapézios é igual à metade da medida da área do paralelogramo *DEGH*.

Portanto, a medida da área de um trapézio é dada por:

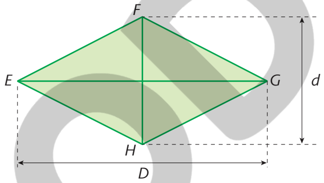
$$\boxed{A_{\text{trapézio}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}}$$

Observação

A expressão acima pode ser usada para calcular a medida da área de qualquer trapézio, com lados de medidas de comprimento inteiras ou não inteiras.

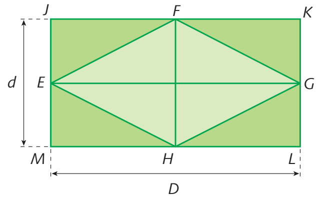
Medida da área de um losango

Considere o losango *EFGH* de diagonais com medidas *D* e *d* de comprimento.



D ⟶ medida de comprimento da diagonal maior
d ⟶ medida de comprimento da diagonal menor

Construímos o retângulo *JKLM* cujos lados contêm os vértices do losango *EFGH*. Verifique:



ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Observe que o retângulo obtido é formado por oito triângulos congruentes, dos quais quatro formam o losango.

Assim, a medida da área do losango *EFGH* corresponde à metade da medida da área do retângulo *JKLM*.

Portanto, a medida da área de um losango é dada por:

$$\boxed{A_{\text{losango}} = \frac{D \cdot d}{2}}$$

Observação

A expressão acima pode ser usada para calcular a medida da área de qualquer losango, com lados de medidas de comprimento inteiras ou não inteiras.

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

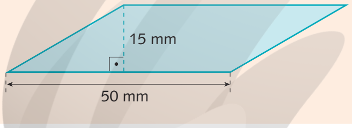
14 Determine a medida da área de um retângulo cujo comprimento mede 25 cm e cuja largura mede 12 cm. **14.** 300 cm²

15 Um retângulo tem 3 600 mm² de medida de área e 90 mm de medida de comprimento da base. Qual é a medida de comprimento da altura desse retângulo? **15.** 40 mm

16 A medida da área de um retângulo é 30 m². Aumentando 1 m na medida de comprimento de cada lado, a medida da área aumenta 12 m². Sabendo que as medidas de comprimento dos lados desse retângulo são representadas por números inteiros, quais são essas medidas? **16.** 5 m e 6 m

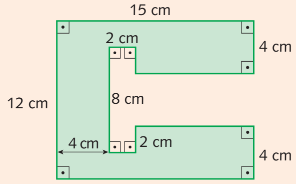
17 Um retângulo tem comprimento da base medindo 9 cm e comprimento da altura medindo 4 cm. Qual é a medida de comprimento do lado de um quadrado equivalente a esse retângulo? **17.** 6 cm

18 Determine a medida da área do paralelogramo a seguir em milímetro quadrado. **18.** 750 mm²

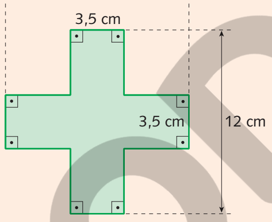


19 Calcule a medida da área das figuras abaixo em centímetro quadrado. **19. a)** 128 cm²

a)



b) **19. b)** 71,75 cm²



20 Determine a medida da área de um triângulo cujo comprimento da base mede 25 cm e cujo comprimento da altura mede 12 cm. **20.** 150 cm²

21 Em um triângulo, o comprimento de um dos lados mede 14 cm e o comprimento da altura relativa a esse lado mede 7 cm. Calcule a medida da área desse triângulo. **21.** 49 cm²

22 Calcule a medida da área de um quadrado cujo comprimento do lado mede $\sqrt{3}$ m. **22.** 3 m²

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

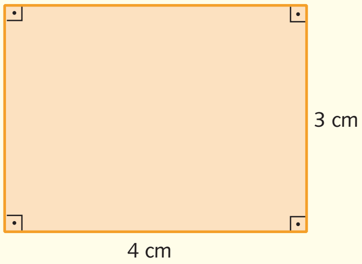
- A **atividade 16** pode ser modelada inicialmente com recursos da Álgebra, mas foi planejada para ser resolvida com recursos geométricos, usando malha quadriculada. Para os estudantes que tiverem dificuldades em resolvê-la, oriente-os a escrever diferentes multiplicações que resultem em 30 m², ou, ainda, a representar, em uma malha quadriculada, diferentes retângulos de medida de área 30 m². Nesse caso, as multiplicações seriam: 1 m · 30 m; 2 m · 15 m; 3 m · 10 m e 5 m · 6 m.

Após verificar essas possibilidades, eles deverão determinar em qual dos casos a medida de área aumentará em 12 m² quando ampliamos em 1 m a medida de comprimento de cada um dos lados do retângulo. Assim, temos:

- 2 m · 31 m = 62 m² (aumento de 32 m²);
- 3 m · 16 m = 48 m² (aumento de 18 m²);
- 4 m · 11 m = 44 m² (aumento de 14 m²);
- 6 m · 7 m = 42 m² (aumento de 12 m²).

Logo, as medidas de comprimento dos lados do retângulo são 5 m e 6 m.

- Para resolver a **atividade 27**, os estudantes devem relembrar a relação entre as unidades de medida de comprimento (cm e m) ou de medida de área (cm^2 e m^2). Assim, ao determinar a medida de área de cada ladrilho em metro quadrado, conseguirão calcular a quantidade mínima de ladrilhos necessária para revestir 60 m^2 de piso.
- Na **atividade 28**, espera-se que eles percebam que é possível representar retângulos cujas dimensões medem 3 cm e 4 cm, 2 cm e 6 cm e 1 cm e 12 cm. Confira um exemplo de resposta:

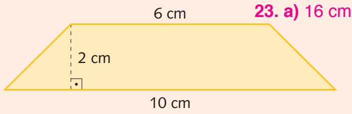


- Para determinar as medidas das áreas pedidas na **atividade 30**, espera-se que os estudantes utilizem os quadradinhos que representam o piso como apoio. Assim, concluirão que as dimensões dos quatro paralelogramos do jardim medem 3 m por 3 m; logo, a área de cada paralelogramo mede 9 m^2. Já as dimensões dos dois retângulos medem 4 m por 3 m; logo, a área de cada retângulo mede 12 m^2. Portanto, a medida de área do piso pode ser obtida ao subtrair a medida de área destinada à jardinagem da medida de área total.

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

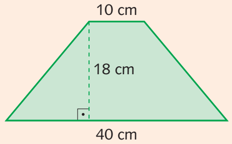
23 Determine a medida da área dos trapézios a seguir em centímetro quadrado.

a)



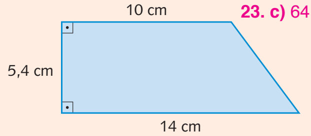
23. a) 16 cm^2

b)



23. b) 450 cm^2

c)



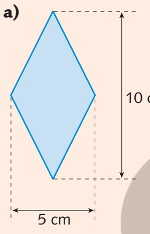
23. c) 64,8 cm^2

24 Calcule a medida da área de um trapézio cujas bases medem 10 m e 13 m de comprimento e a altura mede 6 m de comprimento. **24.** 69 m^2

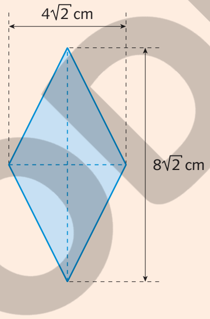
25 Uma pipa em formato de losango é formada por duas varetas de 42 cm e 30 cm de medidas de comprimento. Determine a medida da área dessa pipa. **25.** 630 cm^2

26 Determine a medida da área dos losangos a seguir em centímetro quadrado.

a)



b)

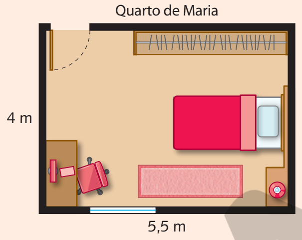


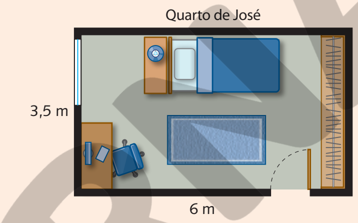
26. a) 25 cm^2
26. b) 32 cm^2

27 No mínimo, quantos ladrilhos retangulares medindo 20 cm de largura e 30 cm de comprimento são necessários para revestir um piso de medida de área de 60 m^2? **27.** 1 000 ladrilhos

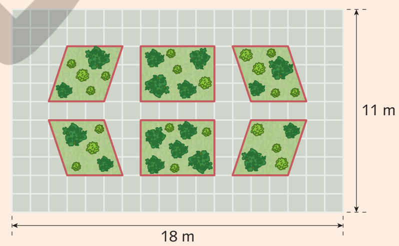
28 Desenhe em seu caderno dois retângulos diferentes com 12 cm^2 de medida de área.

29 Carla irá trocar o revestimento do piso dos quartos de seus dois filhos: Maria e José. Analise, a seguir, as plantas dos dois quartos e determine em qual deles Carla utilizará maior quantidade de revestimento. **29.** no quarto de Maria





30 Uma empresa fará a reforma de seu pátio externo. Nessa reforma, o revestimento do piso será trocado e serão criadas 6 áreas para jardinagem, conforme a planta a seguir.



Sabendo que, na planta, o piso foi representado por quadradinhos de mesma medida de comprimento dos lados, determine:

a) a medida da área total destinada à jardinagem; **30. a)** 60 m^2

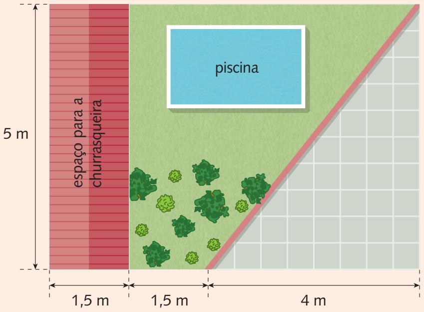
b) a medida da área que será revestida por piso, representado pelos quadradinhos em cinza. **30. b)** 138 m^2

28. Exemplo de resposta em *Orientações*.

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

31 No chão da sala de Matilde há um tapete de formato quadrado. O perímetro do tapete mede 10 m. A medida da área do chão da sala é de 31,6 m². Calcule a medida da área da parte do chão da sala que está sem tapete. **31.** 25,35 m

32 Luciano irá construir uma churrasqueira e uma piscina infantil em seu terreno conforme indica a figura a seguir.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

32. a) 7,5 m²

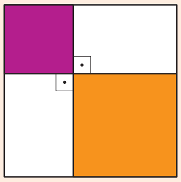
a) Qual é a medida da área ocupada destinada para o espaço da churrasqueira?

b) A piscina ocupará uma medida de área de 3 m². Quais são as possíveis medidas da largura e do comprimento dessa piscina? **32. b)** Exemplo de resposta: 1,5 m e 2 m

c) A parte em verde será gramada e a parte em cinza será revestida de granito. Qual é a medida da área correspondente a esses dois espaços?

32. c) Medida da área de granito: 10 m²; medida da área gramada: 14,5 m²

33 Pedro dividiu uma folha quadrada de cartolina conforme a figura a seguir.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

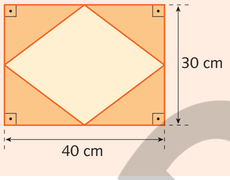
Sabe-se que:

- o quadrado menor (roxo) tem 400 cm² de medida de área, e o maior (laranja) tem 900 cm² de medida de área;
- os dois retângulos (brancos) são equivalentes.

a) Determine a medida da área total da folha de cartolina. **33. a)** 2 500 cm²

b) Determine a medida da área de cada um dos retângulos. **33. b)** 600 cm²

34 Com base na figura abaixo, elabore uma questão. Em seguida, troque a sua questão com a de um colega. Ele deverá resolver a sua questão e você a dele. **34.** Resposta pessoal.



GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

4 Medida do volume de um paralelepípedo reto-retângulo

O espaço que um bloco ocupa é chamado de volume do bloco. Vamos analisar como se calcula a medida do volume de um paralelepípedo reto-retângulo (ou bloco retangular). Para isso, analise a situação a seguir.

Para determinar a medida do volume do paralelepípedo reto-retângulo que mede 2 cm de comprimento, 2 cm de largura e 3 cm de altura, podemos utilizar como unidade de medida de volume um cubo com aresta de 1 cm de medida de comprimento, cuja medida de volume é 1 cm³.

(EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).

- Na **atividade 33**, os estudantes deverão determinar inicialmente as medidas de comprimento dos lados dos dois quadrados (roxo e laranja): respectivamente, 20 cm e 30 cm.

Logo, as dimensões dos retângulos medem 30 cm por 20 cm. Com isso, concluímos que a medida de comprimento dos lados da cartolina é 50 cm e que a medida de área de toda a cartolina é 2 500 cm². Já a medida de área de cada um dos retângulos é 600 cm².

Medida do volume de um paralelepípedo reto-retângulo

BNCC:

Habilidade EF07MA30.

Objetivo:

Compreender o cálculo da medida do volume de paralelepípedos reto-retângulos.

Justificativa

A habilidade **EF07MA30** implica associar o metro cúbico à medida do volume de um cubo cujas arestas medem 1 m de comprimento, o decímetro cúbico à medida do volume de um cubo cujas arestas medem 10 cm de comprimento e o centímetro cúbico à medida do volume de um cubo cujas arestas medem 1 cm de comprimento. Compreender o cálculo da medida do volume de paralelepípedos reto-retângulos auxilia a entender essas associações e a resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo de medida de volume.

Mapeando conhecimentos

Peça aos estudantes que se reúnam em duplas e distribua cubinhos do material dourado para eles. Em seguida, peça que formem modelos de paralelepípedos reto-retângulos com os cubinhos e determinem a medida do volume desses paralelepípedos utilizando o cubinho como unidade de medida. Observe como fazem para determinar a medida do volume: se contam os cubinhos ou se multiplicam as medidas das dimensões.

Para as aulas iniciais

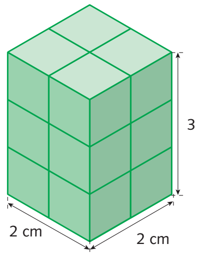
Na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores*, retoma-se o metro cúbico e a medida do volume de paralelepípedos reto-retângulos. Peça aos estudantes que façam a leitura dessa revisão e realizem as **atividades 66** e **67**. Reserve um tempo para fazer a correção coletiva e tirar as dúvidas.

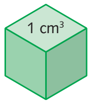
Verifique se os estudantes compreendem o conceito de medida de volume como a quantidade de espaço ocupada por um corpo. Se necessário, oriente-os a usar os cubinhos do material dourado para reproduzir o paralelepípedo reto-retângulo cujas dimensões medem 2 cm por 2 cm por 3 cm, facilitando a identificação de estratégias para o cálculo da medida de volume dessa figura.

Observe, nesta figura, que esse cubo “cabe” exatamente 12 vezes no paralelepípedo.

Assim, verificamos que a medida do volume desse paralelepípedo é 12 cm^3.

A medida do volume também pode ser obtida pela multiplicação das medidas do comprimento, da largura e da altura do paralelepípedo reto-retângulo:





unidade de medida de volume

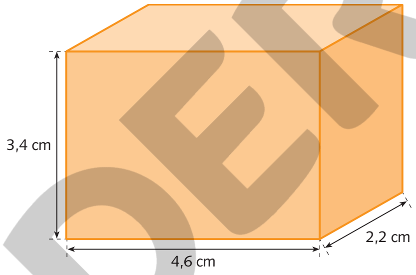
LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

$$V_{\text{paralelepípedo}} = 2\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = (2 \cdot 2 \cdot 3)\text{ cm}^3 = 12\text{ cm}^3$$

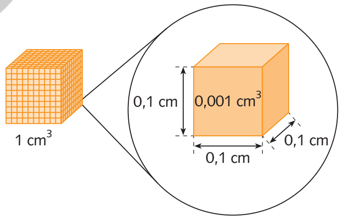
medida da altura
medida da largura
medida de comprimento

Será que esse procedimento de calcular a medida do volume de um paralelepípedo reto-retângulo multiplicando as medidas do comprimento, da largura e da altura vale para qualquer paralelepípedo reto-retângulo? E se as medidas do comprimento, da largura e da altura não forem inteiras?

Considere o paralelepípedo reto-retângulo abaixo.



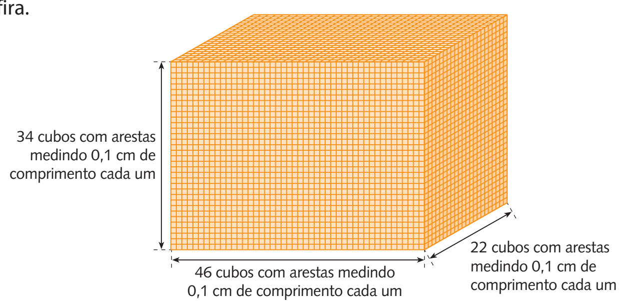
Vamos, primeiro, dividir a unidade de medida de volume 1 cm^3 em 1 000 cubos congruentes cujas arestas medem 0,1 cm de comprimento. A medida do volume de cada um desses cubos é igual a 0,001 cm^3. Vamos considerar esses cubos a unidade de medida de volume.



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Se achar necessário, desenvolva com a participação da turma o exemplo do livro para determinar a medida do volume de um paralelepípedo reto-retângulo cujas medidas das dimensões não são inteiras.

A unidade de medida de volume acima cabe um número inteiro de vezes no paralelepípedo reto-retângulo. Confira.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Assim, a medida do volume desse paralelepípedo reto-retângulo será:

$$(46 \cdot 22 \cdot 34) \cdot 0{,}001\ \text{cm}^3 =$$
$$= (46 \cdot 22 \cdot 34) \cdot 0{,}1\ \text{cm} \cdot 0{,}1\ \text{cm} \cdot 0{,}1\ \text{cm} =$$
$$= (46 \cdot 0{,}1\ \text{cm}) \cdot (22 \cdot 0{,}1\ \text{cm}) \cdot (34 \cdot 0{,}1\ \text{cm}) =$$
$$= (4{,}6\ \text{cm}) \cdot (2{,}2\ \text{cm}) \cdot (3{,}4\ \text{cm}) =$$
$$= 34{,}408\ \text{cm}^3$$

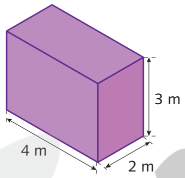
Portanto, a medida do volume desse paralelepípedo reto-retângulo foi obtida calculando $4{,}6\ \text{cm} \cdot 2{,}2\ \text{cm} \cdot 3{,}4\ \text{cm}$. O exemplo acima sugere que podemos calcular a medida do volume de qualquer paralelepípedo reto-retângulo (com arestas de medidas de comprimento inteiras ou não inteiras) multiplicando as medidas do comprimento, da largura e da altura. Esse procedimento não será demonstrado nesta coleção, mas é verdadeiro.

A medida do volume de um paralelepípedo reto-retângulo é igual ao produto das medidas do comprimento (*c*), da largura (*a*) e da altura (*h*).

$$\boxed{V_{\text{paralelepípedo}} = c \cdot a \cdot h}$$

Acompanhe alguns exemplos.

a) Vamos determinar a medida do volume do paralelepípedo reto-retângulo que mede 4 m de comprimento, 2 m de largura e 3 m de altura.



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

$$V_{\text{paralelepípedo}} = c \cdot a \cdot h = 4\ \text{m} \cdot 2\ \text{m} \cdot 3\ \text{m} = 24\ \text{m}^3$$

b) Uma caixa de papelão tem 20 cm de medida de comprimento, 15 cm de medida de largura e 10 cm de medida de altura. Qual é a medida do volume ocupado por um empilhamento formado por 125 caixas como essa?

$$V_{\text{caixa}} = 20\ \text{cm} \cdot 15\ \text{cm} \cdot 10\ \text{cm} = 3\,000\ \text{cm}^3$$

A medida do volume ocupado pelo empilhamento das caixas será dado por:

$$125 \cdot 3\,000\ \text{cm}^3 = 375\,000\ \text{cm}^3$$

Medida do volume de um cubo

Antes de explorar o texto do livro com a turma, pergunte: “A medida do volume do cubo pode ser calculada da mesma maneira que a medida do volume do paralelepípedo reto-retângulo? Por quê?”. Verifique as hipóteses dos estudantes. Espera-se que eles reconheçam que o cubo é um caso particular de paralelepípedo reto-retângulo e, portanto, a medida do seu volume é calculada da mesma maneira.

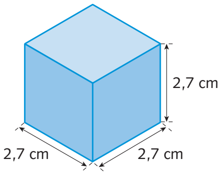
Na lousa, relembre as unidades de medida de volume e as relações entre elas.

Medida do volume de um cubo

O cubo é um caso particular de paralelepípedo, pois tem todas as arestas com a mesma medida de comprimento. Assim, para um cubo cuja medida de comprimento da aresta é *a*, temos:

$$\boxed{V_{\text{cubo}} = a \cdot a \cdot a = a^3}$$

Vamos determinar a medida do volume do cubo cujas arestas medem 2,7 cm de comprimento.



$$V_{\text{cubo}} = a^3 = (2{,}7\ \text{cm})^3 = 19{,}683\ \text{cm}^3$$

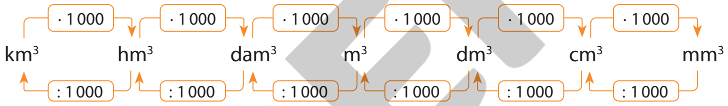
Sugestão de leitura

MARCONDES, Carlos. **Como encontrar a medida certa**. São Paulo: Ática, 2008. (Coleção A Descoberta da Matemática)

Beto e seus amigos precisarão desenvolver propostas matemáticas, participar de competições esportivas e manter um bom relacionamento para ir bem em uma olimpíada. Esse livro trabalha conteúdos de perímetro, área e volume.

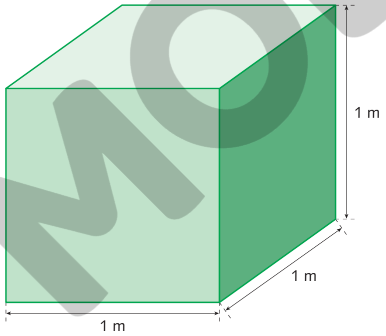
Observações

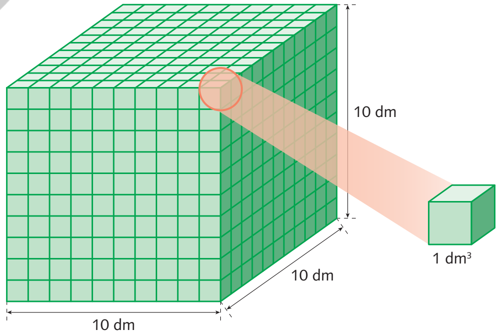
1. A expressão acima pode ser usada para calcular a medida do volume de qualquer cubo, com arestas de medidas de comprimento inteiras ou não inteiras.
2. O metro cúbico (m^3) é a unidade padrão de medida de volume. Vamos relembrar a relação entre essa unidade de medida e seus múltiplos e submúltiplos:



Observe que cada unidade de medida de volume equivale a 1 000 vezes a unidade imediatamente inferior.

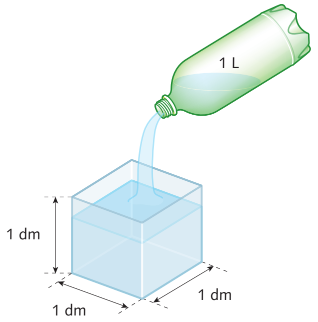
3. Como 1 m = 10 dm, podemos dividir um cubo cujo comprimento da aresta mede 1 m em 1 000 cubinhos de 1 dm^3 de medida de volume. Assim, 1 m^3 = 1 000 dm^3.





ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

4. Ao encher um recipiente com um líquido, verificamos que ele ocupa toda a forma do recipiente.



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Por isso, dizemos que a medida da **capacidade** do recipiente corresponde à quantidade de líquido que é necessária para preenchê-lo. A medida da capacidade de um cubo cujo comprimento da aresta mede 1 dm corresponde a 1 litro (L). Assim, 1 L = 1 dm^3.

As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

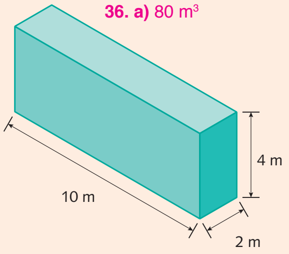
Atividades

Faça as atividades no caderno.

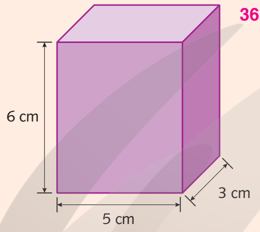
35 Qual é a medida do volume de um cubo cujo comprimento da aresta mede 0,1 m? **35.** 0,001 m^3

36 Calcule a medida do volume dos sólidos geométricos representados a seguir.

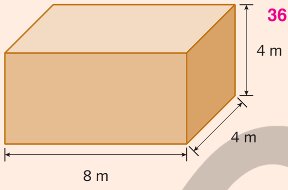
a) **36. a)** 80 m^3



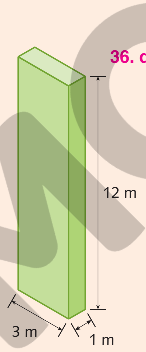
b) **36. b)** 90 cm^3



c) **36. c)** 128 m^3



d) **36. d)** 36 m^3



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Se possível, reproduza o experimento mostrado na observação **4** para os estudantes, relacionando o decímetro cúbico (dm^3) com o litro (unidade de medida de capacidade).

- Antes que façam a **atividade 35**, proponha que representem o cubo de arestas medindo 0,1 m de comprimento no caderno. Essa representação poderá ajudá-los a estimar a medida do volume que vão calcular.

- Na **atividade 39**, espera-se que os estudantes percebam que, ao dobrar a medida de comprimento da aresta de um cubo, a medida de volume será multiplicada por 8. E, ao triplicar, será multiplicada por 27. Nesse momento, considere alguns exemplos como justificativa para essas afirmações.
- Como sugestão de ampliação da **atividade 40**, é possível reproduzir a medida do índice de chuva na escola. Escolha, em conjunto com o professor de Ciências, uma época adequada para realizar a medida; agregue os estudantes no planejamento e na execução da atividade. Problematize: "Para onde vai a água da chuva?". Convide os estudantes a estimar a medida da área superficial da escola e, com base nessa medida, estimar a fração pavimentada da escola; faça então com que percebam que a água que cai na fração pavimentada percorre um caminho até ser absorvida pelo solo ou até chegar aos rios.

37 Quantos litros de água cabem em um aquário cúbico de 20 cm de medida de comprimento da aresta? **37.** 8 litros

38 Em uma piscina cabem 10 000 litros de água. Sabendo que ela mede 5 metros de comprimento e 2 metros de largura, qual é a medida da profundidade dessa piscina? **38.** 1 metro

39 Junte-se a um colega e respondam às questões.
Se dobrarmos a medida de comprimento da aresta de um cubo, o que acontece com a medida de seu volume? E se triplicarmos essa medida de comprimento? Justifiquem as respostas.
39. A medida de volume é multiplicada por 8; a medida de volume é multiplicada por 27.

40 Leia o texto a seguir e responda às questões no caderno.

Como se mede o índice de chuva?

O índice pluviométrico refere-se à quantidade de chuva por metro quadrado em determinado local e em determinado período. O índice é calculado em milímetros. Se dissermos que o índice pluviométrico de um dia, em um certo local, foi de 2 mm, significa que, se tivéssemos nesse local uma caixa aberta, com 1 metro quadrado de base, o nível da água dentro dela teria atingido 2 mm de altura naquele dia. [...]

Disponível em: http://www.inpe.br/faq/index.php?pai=3#:~:text=Para%20chegar%20a%20esse%20%C3%ADndice,um%20aparelho%20conhecido%20como%20pluvi%C3%B4metro. Acesso em: 20 maio 2022.

a) Considerando a caixa indicada no texto, qual seria a medida do volume ocupado pela água da chuva? **40. a)** 0,002 m^3

b) Quantos litros de água foram coletados nessa caixa? **40. b)** 2 litros

41 Considerando que V_1 e V_2 representam, respectivamente, as medidas de volume dos empilhamentos de cubos representados pelas figuras 1 e 2, João, Gabriela e Júlia fizeram as seguintes afirmações:

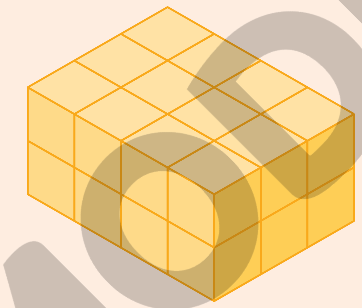


Figura 1

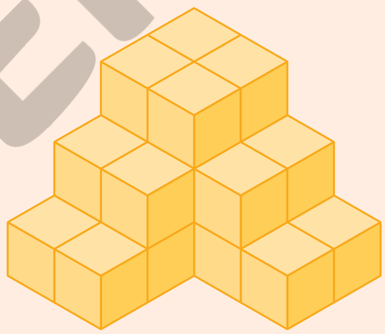


Figura 2

João: $V_2 > V_1$ Gabriela: $V_1 = V_2$ Júlia: $V_1 < V_2$

Quem fez a afirmação correta? Justifique sua resposta.

41. Gabriela, pois ambos os empilhamentos são formados por 24 cubos de mesma medida de volume.

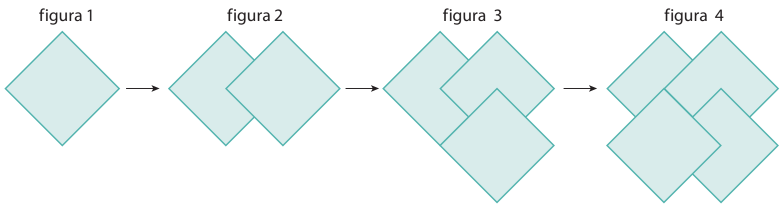
42 Junte-se a um colega e elaborem um problema sobre uma piscina em forma de paralelepípedo cuja largura mede 3 metros e a capacidade mede 15 000 litros. **42.** Resposta pessoal.

ILUSTRAÇÃO:ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Resolvendo em equipe

Faça a atividade no caderno.

(OBM) Esmeralda tem quatro folhas quadradas iguais, de lado 20 cm. Ela cola uma folha sobre a outra, fazendo um vértice da folha de cima coincidir com o centro da folha de baixo, alinhando horizontalmente quatro vértices dessas folhas, conforme figuras 1 e 2. Ela continua fazendo isto, até colar as quatro folhas, de acordo com as figuras 3 e 4. Qual é a área da figura 4? **Resolvendo em equipe**: alternativa **a**



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

a) 1 200 cm^2 **b)** 1 300 cm^2 **c)** 1 400 cm^2 **d)** 1 500 cm^2 **e)** 1 600 cm^2

Interpretação e identificação dos dados	• Analise as informações do enunciado e anote aquelas que você julgar relevantes para a resolução do problema. • É possível calcular a medida da área do quadrado da figura 1? • Na figura 2, a parte sobreposta das folhas corresponde a que fração da medida da área do quadrado? **Interpretação e identificação dos dados**: primeiro item: resposta pessoal; segundo item: sim; terceiro item: corresponde a $\frac{1}{4}$ da medida da área do quadrado.
Plano de resolução	• Calcule a medida da área do quadrado da figura 1. • Calcule a medida da área da figura 2. • Calcule, nas figuras 3 e 4, a fração da medida da área do quadrado que está sobreposta. • Calcule a medida da área das figuras 3 e 4.
Resolução	• Forme um trio com dois colegas. • Mostre a eles seu plano de resolução e verifique se há ideias comuns entre vocês. • O trio deverá discutir as diferenças e as semelhanças de cada plano e escolher um dos planos para a execução do processo de resolução. **Observação** Resolvam o problema de forma coletiva, mas façam o registro individual em seus cadernos. **Resolução**: A figura 4 é composta de 12 partes, e a medida da área de cada uma delas equivale a $\frac{1}{4}$ da medida da área do quadrado. Assim: $12 \cdot 100$ cm^2 = 1 200 cm^2
Verificação	• O trio deve reler o problema e verificar se todas as condições do enunciado foram satisfeitas.
Apresentação	• O trio deverá elaborar uma síntese sobre medida de área de figuras planas, contendo fórmulas, exemplos e resolução de problemas. Essa síntese será entregue na forma de um texto. Cada trio deverá, em uma data predeterminada pelo professor, propor à classe um problema sobre medida de área e discuti-lo em seguida.

Plano de resolução: primeiro item: 400 cm^2; segundo item: 700 cm^2; terceiro item: respectivamente, $\frac{2}{4}$ da medida da área do quadrado e $\frac{4}{4}$ da medida da área do quadrado, ou seja, a medida da área de 1 quadrado; quarto item: respectivamente, 1 000 cm^2 e 1 200 cm^2.

Resolvendo em equipe

BNCC:

- Competências gerais 2, 4, 9 e 10 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 2, 3, 5 e 8 (as descrições estão na página VII).

A seção destaca as etapas selecionadas para encaminhar a resolução de problemas. Elas devem ser analisadas e discutidas com os estudantes. Além de favorecer o desenvolvimento das competências gerais **2**, **4**, **9** e **10** e das competências específicas **2**, **3**, **5** e **8**, a seção permite a transferência de estratégias de resolução para outros contextos e situações.

Organize as apresentações dos grupos e verifique, com antecedência, se os problemas que serão propostos são pertinentes ao conteúdo medida de área.

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Medida de área

- Após os estudantes concluírem a **atividade 1**, peça que determinem a medida da área de cada figura tomando o 🟩 como unidade de medida de área (u²). Espera-se que eles concluam que a medida da área das figuras dos **itens a**, **b** e **c** são, respectivamente, 12 u², 10 u² e 10 u².

Chame a atenção deles para o fato de as figuras dos **itens b** e **c** serem equivalentes.

- Na **atividade 2**, espera-se que os estudantes percebam que a medida de comprimento da base do triângulo retângulo multiplicada pela medida de comprimento da altura deve ser igual a 50 cm e que existem diferentes possibilidades: 10 cm e 5 cm; 8 cm e 6,25 cm; 12,5 cm e 4 cm; entre outras.
- Na **atividade 3**, oriente os estudantes a decalcar as figuras no caderno e, depois, "quadriculá-las". Ao fazer isso, eles estabelecem uma unidade de medida de área e podem identificar as figuras equivalentes. É importante que eles façam quadradinhos com as mesmas medidas de comprimento de lado ao "quadricular" as figuras.

Medida da área de polígonos

Você pode escrever na lousa um resumo de como calcular as medidas de área dos polígonos, identificando os elementos (base, altura, diagonal etc.) em cada figura.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Faça as atividades no caderno.

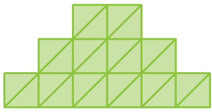
Medida da área

Para calcular a medida da área de uma superfície irregular, podemos decompô-la em superfícies de medida de área já conhecida para determinar a medida de área aproximada da superfície irregular.

Duas ou mais figuras geométricas são **equivalentes** quando têm a mesma medida de área.

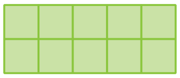
1. Tomando o ◤ como unidade de medida de área (u²), determine a medida de área de cada figura a seguir.

a)



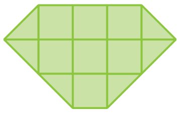
1. a) 24 u²

b)



1. b) 20 u²

c)



1. c) 20 u²

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

2. Um quadrado e um triângulo retângulo são figuras equivalentes. Se o comprimento do lado do quadrado mede 5 cm, quais são as possíveis medidas de comprimento da base e da altura desse triângulo?

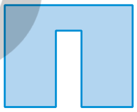
2. Exemplo de resposta: 10 cm e 5 cm

3. Escolha uma unidade de medida de área e identifique as figuras equivalentes.

a)

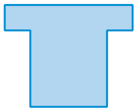
b)

c)

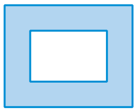


3. alternativas **a**, **d**, **e**

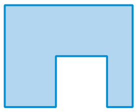
d)



e)

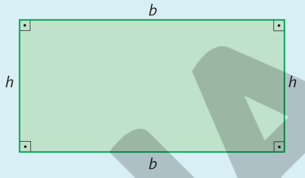


f)



Medida da área de polígonos

Medida da área de um retângulo

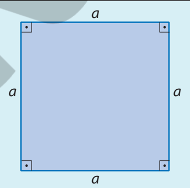


b ⟶ medida do comprimento ou medida de comprimento da base

h ⟶ medida da largura ou medida de comprimento da altura

$$A_{\text{retângulo}} = b \cdot h$$

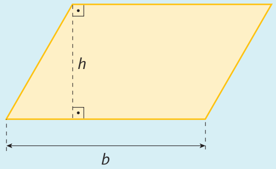
Medida da área de um quadrado



a ⟶ medida de comprimento do lado

$$A_{\text{quadrado}} = a \cdot a = a^2$$

Medida da área de um paralelogramo



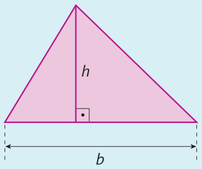
b ⟶ medida de comprimento da base

h ⟶ medida de comprimento da altura relativa à base

$$A_{\text{paralelogramo}} = b \cdot h$$

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Medida da área de um triângulo

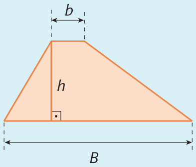


b → medida de comprimento da base

h → medida de comprimento da altura relativa à base

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{b \cdot h}{2}$$

Medida da área de um trapézio



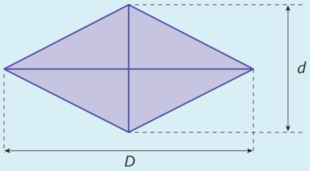
B → medida de comprimento da base maior

b → medida de comprimento da base menor

h → medida de comprimento da altura

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Medida da área de um losango



D → medida de comprimento da diagonal maior

d → medida de comprimento da diagonal menor

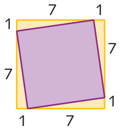
$$A_{\text{losango}} = \frac{D \cdot d}{2}$$

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

4. O piso de um banheiro tem formato retangular com 1 m de medida da largura e 2 m de medida do comprimento. Deseja-se cobri-lo com cerâmicas quadradas que têm 20 cm de medida de comprimento do lado. Qual é a quantidade mínima de cerâmicas para cobrir todo o piso desse banheiro? **4.** 50 cerâmicas

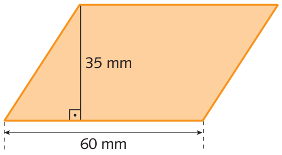
As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

5. Sabendo que o quadrado roxo está sobreposto ao quadrado amarelo, formando 4 triângulos amarelos equivalentes, calcule a medida da área do quadrado roxo. **5.** 50 u. a.



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

6. Determine a medida da área do paralelogramo a seguir em milímetro quadrado. **6.** 2 100 mm²



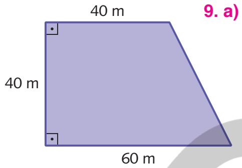
ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

7. Determine a medida da área de um triângulo cujo comprimento da base mede 42 cm e cujo comprimento da altura mede 35 cm. **7.** 735 cm²

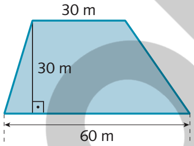
8. Calcule a medida da área de um quadrado cujo comprimento do lado mede $\sqrt{13}$ cm. **8.** 13 cm²

9. Calcule, em metro quadrado, a medida da área dos trapézios a seguir.

a) **9. a)** 2 000 m²



b) **9. b)** 1 350 m²



10. Calcule a medida da área de um losango cujo comprimento da diagonal menor mede 35 cm e cujo comprimento da diagonal maior mede 45 cm. **10.** 787,5 cm²

11. A medida da largura de um terreno retangular corresponde ao dobro da medida do comprimento. Quais são as medidas das dimensões desse terreno, sabendo que sua medida de área é 200 m²? **11.** 10 m e 20 m

- Na **atividade 4**, oriente os estudantes a fazer um esquema da situação se apresentarem dificuldades. É importante que eles também expressem as medidas fornecidas na mesma unidade de medida de comprimento para não chegarem a conclusões equivocadas.
- Na **atividade 5**, peça aos estudantes que verbalizem como vão determinar a medida da área do quadrado roxo antes de fazer os cálculos. Espera-se que eles percebam que devem determinar a medida da área do quadrado amarelo e subtrair dela a medida da área dos 4 triângulos retângulos equivalentes.
- Nas **atividades 7** e **8**, você pode propor aos estudantes que representem, respectivamente, o triângulo e o quadrado respeitando as medidas fornecidas pelos enunciados. Dessa maneira, podem comparar a medida da área dessas figuras visualmente. Aproveite para verificar as estratégias usadas pelos estudantes para construir o quadrado cujo comprimento do lado mede $\sqrt{13}$ cm.
- A **atividade 11** envolve a resolução de uma equação do 2º grau com uma incógnita. A intenção é que os estudantes resolvam essa equação de modo intuitivo, usando o cálculo mental. Eles devem determinar o número positivo que elevado ao quadrado é igual a 100.

- Na **atividade 12**, se necessário, retome o conceito de porcentagem.
- Na **atividade 13**, observe se os estudantes identificam os 8 triângulos amarelos: 4 triângulos retângulos e 4 triângulos isósceles. Assim, para determinar a medida da área da figura formada pela composição dos 4 triângulos verdes, é preciso determinar a medida da área do quadrado e, depois, subtrair a medida da área dos 8 triângulos amarelos. Se os estudantes tiverem dificuldade na resolução da atividade, leve-os a perceber que, com as medidas fornecidas na figura, é possível calcular a medida da área dos triângulos amarelos.

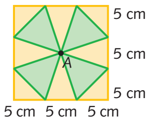
Medida do volume de um paralelepípedo reto-retângulo

- Casos os estudantes apresentem dificuldades para resolver os problemas propostos nas **atividades 15** e **16**, oriente-os a fazer um esquema que represente cada situação descrita e selecionar os dados mais relevantes.
- Após os estudantes concluírem a **atividade 17**, incentive-os a compartilhar como fizeram cada item. Essa troca de ideias favorece o desenvolvimento da competência geral **9** da BNCC e amplia o repertório de estratégias de resolução de problemas.

---

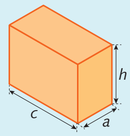
12. Um painel retangular tem 200 cm de medida de largura por 240 cm de medida de comprimento. Se 30% da medida de área do painel é ocupada por ilustrações, qual é a medida da área ocupada pelas ilustrações? **12.** 14 400 cm²

13. A figura a seguir é um quadrado com lados medindo 15 cm de comprimento, em que cada um dos lados é dividido em três partes iguais. Todos os triângulos verdes são isósceles e têm lados correspondentes de mesma medida de comprimento. O ponto *A*, vértice comum a esses triângulos, localiza-se no centro do quadrado.



Determine a medida da área correspondente à figura formada pela composição dos 4 triângulos verdes. **13.** 100 cm²

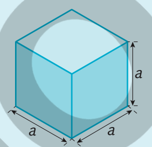
Medida do volume de um paralelepípedo reto-retângulo



c → medida do comprimento
a → medida da largura
h → medida da altura

$$V_{\text{paralelepípedo}} = c \cdot a \cdot h$$

Medida do volume de um cubo



a → medida de comprimento da aresta

$$V_{\text{cubo}} = a \cdot a \cdot a = a^3$$

A medida da capacidade de um cubo cujo comprimento da aresta mede 1 dm corresponde a 1 litro (L). Assim:

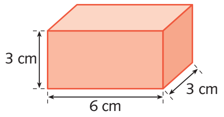
$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$$

ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

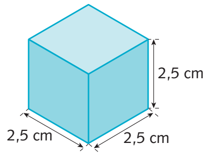
As imagens foram aplicadas sem respeitar a proporção real entre suas medidas.

14. Calcule a medida do volume dos sólidos abaixo.

a) **14. a)** 54 cm³



b) **14. b)** 15,625 cm³

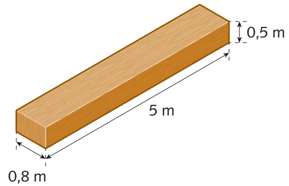


ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

15. Uma caixa de papelão tem dimensões internas de 50 cm de medida de comprimento por 32 cm de medida de largura por 40 cm de medida de altura. Qual é a medida do volume dessa caixa de papelão? **15.** 64 000 cm³

16. Para armazenar água da chuva e usá-la na irrigação de plantas, Jair construiu um depósito cúbico com arestas medindo 2 m de comprimento. No momento, a água está ocupando metade da medida de capacidade do depósito. Quantos litros de água há nesse depósito? **16.** 4 000 L

17. Márcio pegou um bloco de madeira com o formato de um paralelepípedo reto-retângulo para fazer alguns cortes paralelos e obter blocos menores, de mesmo formato. O bloco maior tem 5 m de medida de comprimento, 0,8 m de medida de largura e 0,5 m de medida de altura, como mostra a figura a seguir.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

17. b) 160 blocos menores

Após os cortes, Márcio obteve blocos menores, de 0,25 m de medida de comprimento, 0,2 m de medida de largura e 0,25 m de medida de altura.

a) Supondo que não houve perda de material nos cortes, qual é a medida do volume de cada um desses blocos menores? **17. a)** 0,0125 m³

b) Quantos blocos menores Márcio obteve?

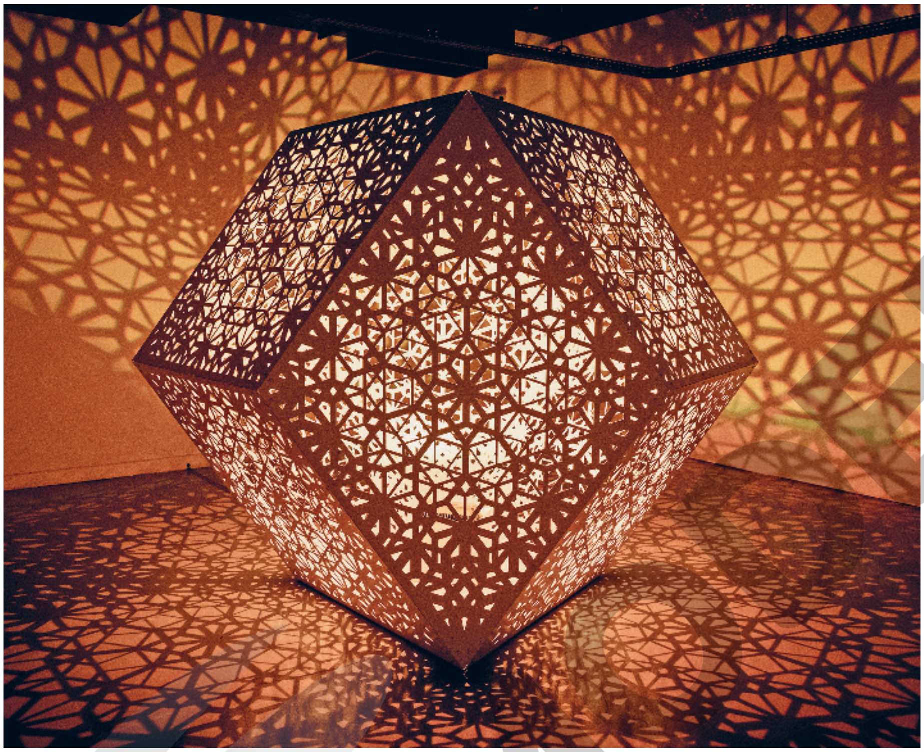
c) Considerando que a medida de volume de 1 m³ dessa madeira tem medida de massa de, aproximadamente, 500 kg, qual é a medida de massa de cada bloco menor? **17. c)** 6,25 kg

Capítulo

11 Figuras geométricas planas

Trocando ideias

Entre 2021 e 2022, ocorreu em São Paulo a exposição “Sombras Milenares – O Mundo de HYBYCOZO”. Conhecido por aliar tecnologia ao estudo da Geometria e pela materialização das sombras como manifestação artística, o duo HYBYCOZO, formado pela artista visual ucraniana Yelena Filipchuk e pelo *designer* industrial canadense Serge Beaulieu, trouxe para a exposição nove obras e instalações: *Trocto, Rhombi, Ivov, Icozo, Dodi, Illuminati, Cylinder, Sunscope* e a obra em larga escala *Star*.



JORGE SATO

As esculturas da exposição “Sombras Milenares – O Mundo de HYBYCOZO” são iluminadas por dentro e seus padrões são projetados nas paredes e no chão da sala.

- Com quais figuras geométricas planas se parecem algumas partes das esculturas da foto acima?
- As sombras projetadas no chão e nas paredes se parecem com quais figuras geométricas planas?

Neste capítulo, vamos estudar as figuras geométricas planas e suas propriedades.

Trocando ideias: primeiro item: espera-se que os estudantes identifiquem diversos polígonos, como triângulos, quadriláteros, pentágonos, hexágonos etc.; segundo item: espera-se que os estudantes identifiquem os mesmos polígonos do primeiro item e círculos.

Neste *Trocando ideias*, a competência geral **3** da BNCC tem o seu desenvolvimento favorecido porque os estudantes são incentivados a valorizar uma manifestação artística. Ao investigar essa manifestação para produzir argumentos, o desenvolvimento da competência específica **4** é favorecido. Os momentos de diálogo e interação promovidos contribuem para o desenvolvimento da competência geral **9** e da competência específica **8**.

CAPÍTULO 11 – FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

Trocando ideias

BNCC:

- Competências gerais 3 e 9 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 4 e 8 (as descrições estão na página VII).

Objetivos:

- Verificar se os estudantes reconhecem figuras geométricas planas em obras de arte.
- Relacionar a Geometria a outras áreas do conhecimento, em particular à Arte, desenvolvendo o senso estético e artístico.

Inicie a aula comentando com a turma a exposição “Sombras Milenares – O Mundo de HYBYCOZO” e solicitando aos estudantes que observem a imagem apresentada. Se possível, mostre a eles imagens de outras obras presentes na exposição ocorrida em São Paulo. Dê um tempo para que conversem sobre o que conseguem identificar e, depois, peça que respondam às questões propostas.

Ao abordar a primeira questão, verifique se eles percebem que algumas partes das esculturas se parecem com diversos polígonos, como triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos etc., ou seja, com polígonos que têm três, quatro, cinco ou seis lados. No caso das partes que são parecidas com quadriláteros, é possível que alguns respondam “paralelogramo” ou “quadrado”. Caso isso ocorra, incentive-os a justificar o porquê de terem chegado a essas conclusões.

Você também pode perguntar se os pentágonos e os hexágonos que eles identificaram são regulares. Esse pode ser o momento oportuno para levantar os conhecimentos prévios deles sobre polígonos regulares.

No segundo item, espera-se que eles reconheçam que as sombras projetadas são parecidas com os mesmos polígonos identificados no primeiro item e também com círculos. Amplie a proposta e peça a eles que citem algumas características dessas figuras e anote-as na lousa.

Circunferência e círculo

BNCC:

- Competência geral 3 (a descrição está na página VI).
- Competência específica 1 (a descrição está na página VII).
- Habilidades EF07MA22 e EF07MA33.

Objetivo:

Compreender a diferença entre os conceitos de circunferência e círculo.

Justificativa

Circunferências e círculos estão presentes não só na Matemática como nas Artes, Engenharia, Arquitetura, Astronomia, entre outras áreas do conhecimento. Distinguir esses conceitos auxilia os estudantes a entender suas diferentes aplicações e é um passo importante para que as habilidades **EF07MA22** e **EF07MA33** tenham o seu desenvolvimento favorecido.

Mapeando conhecimentos

Peça aos estudantes que em uma folha de papel representem uma circunferência. Após fazerem as representações, pergunte se sabem identificar e definir o raio e o diâmetro e a relação entre as medidas de comprimento deles.

Para as aulas iniciais

Explique para eles como manusear um compasso, alertando-os para ter cuidado com esse material, e peça que tracem diferentes circunferências. Depois, peça que façam o que se pede abaixo:

- representem um diâmetro e um raio em cada uma das circunferências;
- meçam o comprimento do raio e do diâmetro de cada circunferência;
- comparem as medidas do comprimento do raio e do diâmetro.

Depois, verifique se percebem que a medida de comprimento de todos os diâmetros de uma circunferência é o dobro da medida de comprimento dos raios.

Inicie a explicação de circunferência explorando a reprodução da tela *Circles in a circle* de Wassily Kandinsky. O autor da obra era pintor e teórico de arte russa. Comente que ele é um dos 20 artistas mais famosos do século XX e tem esse crédito por ter sido um dos primeiros a trabalhar com arte abstrata.

Peça aos estudantes que listem as características das circunferências. Para aprofundar a discussão, compare as características listadas com um polígono qualquer.

1 Circunferência e círculo

Circunferência

Na tela abaixo, o artista russo Wassily Kandinsky (1866 - 1944) faz uma composição com figuras que se parecem com circunferências, círculos e retas.

WASSILY KANDINSKY - MUSEU DE ARTE DA FILADÉLFIA, FILADÉLFIA, EUA, ESTADOS UNIDOS

KANDINSKY, Wassily. *Circles in a circle*, óleo sobre tela, 98,7 cm × 95,6 cm.

Conheça mais

No *site* do Museu Guggenheim de Nova York (EUA), é possível conhecer mais obras de Wassily Kandinsky.

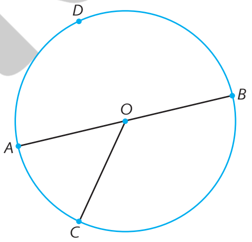
Circunferência é a figura formada por todos os pontos de um plano que estão à mesma medida da distância de um ponto fixo desse plano. O ponto fixo é chamado **centro** da circunferência.

Na representação, o ponto *O* é o centro da circunferência.

A, *B*, *C* e *D* são alguns pontos da circunferência.

Todo segmento de reta que une o centro *O* a um ponto qualquer da circunferência é chamado **raio**. Os segmentos de reta $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{OC}$, por exemplo, são raios da circunferência.

O segmento de reta que tem duas extremidades na circunferência e que passa pelo centro dela é chamado **diâmetro**. O segmento $\overline{AB}$ é um diâmetro da circunferência.

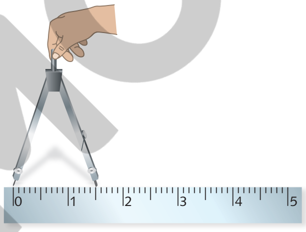


LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

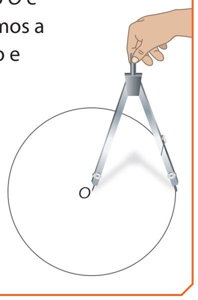
Construção de uma circunferência com compasso

Observe, a seguir, a construção da circunferência de centro *O* e raio medindo 1,5 cm de comprimento.

1º) Usando uma régua, abrimos o compasso em 1,5 cm.



2º) Marcamos o centro *O* e, em seguida, com a ponta-seca no centro *O* e abertura de 1,5 cm, seguramos a parte superior do compasso e giramos até completar uma volta inteira.



ILUSTRAÇÕES: NILSON CARDOSO/ARQUIVO DA EDITORA

Construção de uma circunferência com compasso

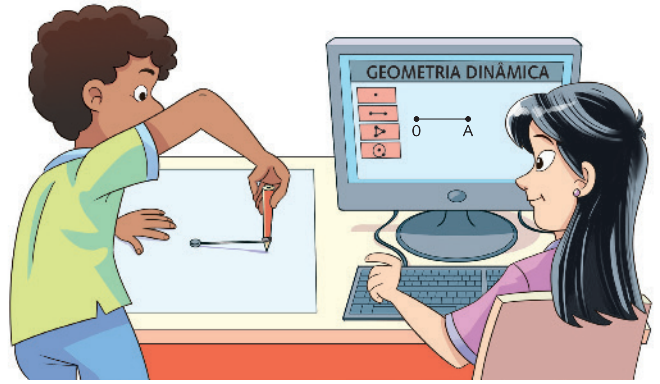
Comente que o uso do compasso é facilitado se as pontas estiverem alinhadas e o grafite, apontado; a construção é feita com os dedos polegar e indicador sobre o pino, sendo a haste de apoio a que possui a ponta-seca. Reforce que a qualidade do traçado está relacionada à precisão nas construções. Peça aos estudantes, quando forem abrir o compasso no tamanho da medida de comprimento do raio, que façam marcações para se certificar de que o grafite está na abertura correta. Se julgar necessário, solicite que pratiquem o uso do compasso em folhas de papel rascunho.

(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.

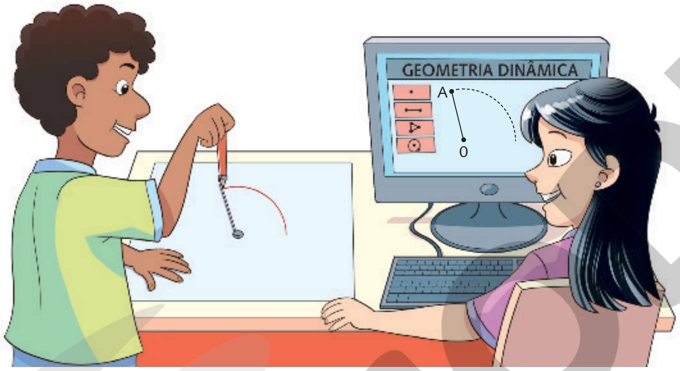
(EF07MA33) Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.

Circunferência como lugar geométrico

Lucas fixou um lápis em uma das extremidades de um barbante que estava preso a um alfinete fixado em uma mesa, como mostra a figura. Maíra, usando um *software* de geometria dinâmica, construiu um segmento de reta $\overline{OA}$ de medida de comprimento fixa.



Girando o lápis em torno do alfinete, Lucas traçou o caminho percorrido pelo lápis. Maíra utilizou o *software*, habilitando a opção de rastrear, e movimentou o ponto *A*, extremidade móvel do segmento de reta, traçando o caminho percorrido por esse ponto.



ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

Note que, nas duas situações, o caminho traçado é o conjunto dos pontos do plano que têm uma propriedade em comum: estão todos a uma mesma medida da distância de um ponto fixo. Em Geometria, costumamos chamar conjuntos de pontos que têm uma ou mais propriedades em comum de **lugar geométrico**.

Circunferência é o lugar geométrico dos pontos do plano que estão à mesma medida da distância de um ponto fixo desse plano.

Circunferência como lugar geométrico

Reproduza na lousa a construção de uma circunferência com o auxílio de um barbante, como mostrado neste tópico. Na lousa, para fixar a extremidade do barbante que coincidirá com o centro da circunferência, utilize uma borracha ou uma ventosa.

É importante que neste momento os estudantes tenham clareza da definição de circunferência como o lugar geométrico dos pontos do plano que são equidistantes de um ponto fixo. Explique a eles o que é lugar geométrico, pois a boa compreensão desse conceito os ajudará em estudos futuros – por exemplo, sobre a mediatriz de um segmento de reta no 8º ano ou sobre a elipse e a esfera no Ensino Médio.

Medida do perímetro ou do comprimento de uma circunferência

Este tópico busca o desenvolvimento da habilidade **EF07MA33**.

Verifique os conhecimentos prévios dos estudantes quanto ao conceito de perímetro, visto em anos anteriores para os polígonos. Provavelmente, eles dirão que perímetro é a “soma das medidas de comprimento dos lados de um polígono”. Neste momento, retome a ideia de que perímetro é o contorno da figura e faça o contraponto entre polígonos e circunferência: “Se a circunferência não tem lados, como é possível medir o seu comprimento?”.

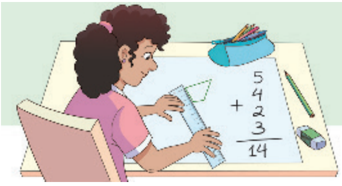
Repare que não foi formalizada a fórmula da medida do comprimento da circunferência. O principal a ser entendido neste momento é que a experimentação em fazer a razão da medida do comprimento da circunferência pela medida do comprimento do diâmetro resultou em aproximadamente 3, ou seja, a medida do comprimento da circunferência é aproximadamente o triplo da medida do comprimento do diâmetro. Enfatize que é *aproximadamente.*

O boxe *Um pouco de história* continua abordando a habilidade **EF07MA33** e visa contribuir para o desenvolvimento da competência específica **1** da BNCC.

Sugestão de atividade extra

Peça aos estudantes que tragam de casa objetos em formato circular (copos de plástico, carretéis etc.). Organize-os em trios e solicite que, com o auxílio de barbantes, meçam o comprimento do contorno dos objetos. Peça que meçam também o comprimento do diâmetro, com o auxílio da régua, e, com base nas medidas, calculem as razões das medidas de comprimento dos contornos pelas medidas de comprimento dos diâmetros.

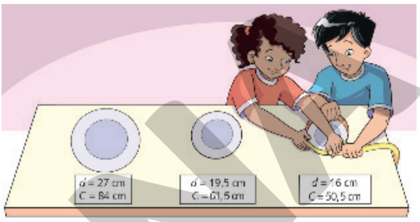
Medida do perímetro ou do comprimento de uma circunferência



A medida do perímetro corresponde à medida de comprimento do contorno de uma figura geométrica. Para calcular a medida do perímetro de um quadrilátero, podemos medir o comprimento dos quatro lados com uma régua e adicionar as medidas obtidas.

Para medir o perímetro de uma circunferência, ou seja, medir o comprimento dela, podemos, por exemplo, utilizar uma fita métrica ou contorná-la com um fio de barbante e medir seu comprimento.

Observe as medidas do comprimento, representadas por *C*, de três pratos que Lara e João obtiveram.



Se dividirmos cada medida do comprimento dos pratos pelas medidas do comprimento dos diâmetros, representadas por *d*, obteremos os valores aproximados 3,11; 3,15 e 3,16, respectivamente.

Na verdade, a razão entre a medida *C* do comprimento de qualquer circunferência e a medida *d* do comprimento do diâmetro é uma constante indicada pela letra grega π (pi), ou seja, $\frac{C}{d} = \pi$. Usualmente, utilizamos $\pi = 3{,}14$, mas esse é um valor aproximado.

Um pouco de história

Faça as atividades no caderno.

O número π

Caricatura de Leonhard Euler.

É provável que os primeiros valores para π tenham sido obtidos por meio de medidas. O papiro de Rhind (documento egípcio escrito por volta de 1650 a.C.) apresenta a razão entre a medida do comprimento de uma circunferência e a medida de comprimento do diâmetro dela como 3,1604, uma aproximação para o número π.

Mais tarde, o matemático grego Arquimedes (287 a.C. - 212 a.C.) apresentou um cálculo para essa razão que resultou em um número entre $\frac{223}{71}$ e $\frac{22}{7}$.

Conta-se que, somente no início do século XV, o matemático britânico Willian Jones adotou a letra grega π para o que hoje chamamos de número pi, por corresponder à letra P, que se refere ao perímetro da circunferência. O uso dessa letra grega foi popularizado por Leonhard Euler.

Atividades

Um pouco de história: **1.** Resposta pessoal.
2. Resposta pessoal.

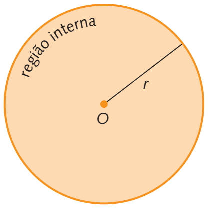
1. Meça o comprimento de um objeto circular (prato, copo, bacia etc.) e o comprimento do diâmetro desse objeto e determine a razão entre essas medidas. Por que a razão obtida não é exatamente igual a π?

2. O número π teve diversas aproximações ao longo da história. Pesquise aproximações que não estão indicadas no texto.

Círculo

Círculo é uma figura geométrica plana formada por uma circunferência e toda sua região interna.

A partir da definição de círculo, podemos dizer que uma circunferência corresponde ao contorno de um círculo.



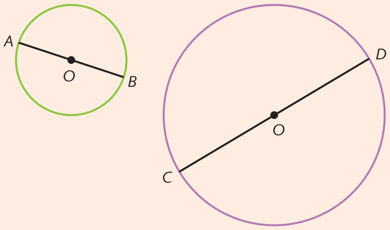
Círculo de centro *O* e raio de medida *r* de comprimento.

Atividades

Cuidado! Evite acidentes ao usar o compasso na atividade **2**.

Faça as atividades no caderno.

1 Com uma régua, determine, em centímetro, as medidas de comprimento do raio e do diâmetro de cada uma das circunferências abaixo e registre. **1.** *r* = 1 cm, *d* = 2 cm; *r* = 2 cm, *d* = 4 cm



2 Com um compasso, trace uma circunferência de centro *O* e medida de comprimento do diâmetro de 5 cm.

2. Resposta em *Orientações*.

3 Descreva a diferença entre círculo e circunferência.

3. O círculo tem uma região interna limitada por uma circunferência. A circunferência é apenas uma linha.

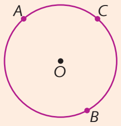
4 Copie as frases no caderno, completando-as.

- **a)** O comprimento do raio de uma circunferência mede 5 cm; então, o comprimento do diâmetro mede ■. **4. a)** 10 cm
- **b)** Uma circunferência cujo comprimento do diâmetro mede 16 cm tem ■ de medida de comprimento do raio. **4. b)** 8 cm

5 Organizem-se em duplas e façam, em uma folha de papel sulfite ou cartolina, uma releitura da obra *Circles in a circle*, de Kandinsky, que aparece no tópico *Circunferência*. A releitura é uma obra nova, inspirada na anterior; nela, podemos dar o nosso toque pessoal.

5. A produção é pessoal.

6 Na circunferência de centro *O* a seguir, destacamos 3 pontos, *A*, *B* e *C*, pertencentes a ela. É correto afirmar que: **6.** alternativa **b**



- **a)** A medida da distância entre os pontos *A* e *C* é igual à medida da distância entre os pontos *B* e *C*.
- **b)** As medidas da distância do centro *O* aos pontos *A*, *B* e *C* são iguais.
- **c)** Não podemos afirmar nada sobre as medidas das distâncias entre os pontos porque não foram fornecidas essas medidas.
- **d)** A medida da distância entre os pontos *A* e *B* é a mesma medida da distância entre os pontos *O* e *C*.

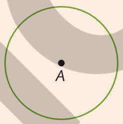
7 Se o comprimento do raio de uma circunferência mede 5 cm, o comprimento dessa circunferência mede:

a) 15,7 cm. **b)** 10 cm. **c)** 31,4 cm.

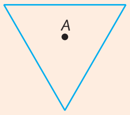
7. alternativa **c**

8 Em qual das figuras geométricas abaixo todos os pontos estão à mesma medida da distância do ponto *A*? **8.** alternativa **a**

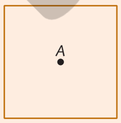
a)



c)



b)



ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Círculo

Após definir círculo, mostre aos estudantes imagens que contenham elementos parecidos com círculos. Você pode explorar reproduções de obras de arte, bandeiras de países ou fotos de elementos da natureza.

- Nas **atividades 2** e **5**, alerte os estudantes a ter cuidado no manuseio do compasso.
- Resposta da **atividade 2**:

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

- A **atividade 5** contribui para o desenvolvimento da competência geral **3**, que se refere à valorização de diferentes manifestações artísticas, participando de produção artístico-cultural.
- Na **atividade 6**, não é necessário fazer nenhuma medição para chegar à alternativa correta. No entanto, pode-se pedir aos estudantes que verifiquem com a régua que os pontos *A*, *B* e *C* são equidistantes do centro *O*.

Polígonos

BNCC:

Habilidade EF07MA27.

Objetivos:

- Compreender o conceito de polígono.
- Reconhecer polígonos regulares.

Justificativa

Compreender o conceito de polígono mobiliza os conhecimentos previamente adquiridos pelos estudantes sobre pontos, segmentos de reta e ângulos e contribui para que entendam suas diferentes propriedades.

Reconhecer polígonos regulares favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA27**, que tem esses polígonos como eixo central.

Mapeando conhecimentos

Pergunte aos estudantes o que é um polígono. Após responderem, represente um polígono qualquer na lousa e peça que identifiquem alguns de seus elementos: lados, vértices, diagonais, ângulos internos e ângulos externos.

Em um segundo momento, mapeie o que sabem sobre a soma das medidas das aberturas dos ângulos internos de um polígono e sobre os polígonos regulares.

Para as aulas iniciais

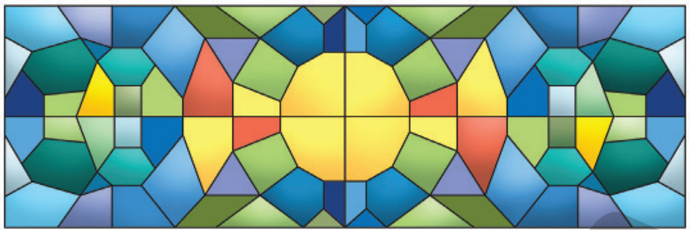
Na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores*, retoma-se o conceito de polígono, seus elementos e classificação de acordo com o número de lados. Faça a leitura coletiva dessa revisão com a turma e peça que façam as **atividades 68** e **69**.

Caso julgue oportuno, proponha que determinem, experimentalmente, a soma das medidas das aberturas dos ângulos internos de alguns polígonos. Eles podem fazer isso representando polígonos no papel e decompondo-os em triângulos ou construindo polígonos em um *software* de geometria dinânima e adicionando as medidas das aberturas de seus ângulos internos após obter essas medidas com as ferramentas do *software*.

Em relação aos polígonos regulares, você pode propor que construam alguns no *software* de geometria dinâmica e verifiquem que as medidas dos comprimentos dos lados são iguais, assim como as medidas das aberturas dos ângulos internos. Você pode até desafiá-los a encontrar uma regra para determinar a medida das aberturas dos ângulos internos de qualquer polígono regular.

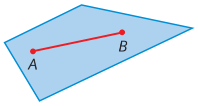
2 Polígonos

O mosaico ilustrado abaixo é composto de diversos polígonos convexos que se encaixam perfeitamente, cobrindo toda a área.

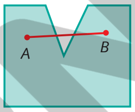


GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

Polígono é uma linha poligonal fechada simples com sua região interna. Um polígono é **convexo** quando, ao se unir dois pontos quaisquer de sua região interna, obtém-se um segmento de reta integralmente contido nessa região. Caso contrário, o polígono será **não convexo**. Considere os exemplos abaixo.



polígono convexo



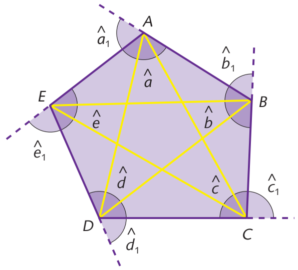
polígono não convexo

Observação

Quando não há especificação sobre o tipo, o polígono considerado é convexo.

Elementos de um polígono

Podemos identificar os seguintes elementos no polígono *ABCDE* a seguir:



- **lados**: segmentos de reta que formam o contorno do polígono;

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EA}$

- **vértices**: pontos de encontro de dois lados consecutivos;

A, *B*, *C*, *D*, *E*

- **diagonais**: segmentos de reta que unem dois vértices não consecutivos;

$\overline{AC}, \overline{AD}, \overline{BD}, \overline{BE}, \overline{CE}$

- **ângulos internos**: ângulos formados por dois lados consecutivos;

$\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{e}$

- **ângulos externos**: ângulos formados por um lado do polígono e pelo prolongamento do lado consecutivo a ele.

$\widehat{a_1}, \widehat{b_1}, \widehat{c_1}, \widehat{d_1}, \widehat{e_1}$

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Elementos de um polígono

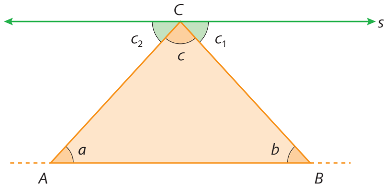
É comum os estudantes apresentarem dificuldade na identificação dos ângulos externos de um polígono. Diante disso, comente que o prolongamento feito para determinar e identificar o ângulo externo de um polígono pode se dar por qualquer uma das extremidades, mas somente uma. Chame a atenção para que eles percebam que o ângulo externo não é o ângulo raso formado após o prolongamento realizado.

(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

Soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono

Para obter a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono, vamos começar pela soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo qualquer.

Considere o triângulo *ABC*, cujas aberturas dos ângulos internos medem *a*, *b* e *c*. Traçamos uma reta *s*, paralela à reta suporte do lado $\overline{AB}$, passando pelo vértice *C*.



ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Nessa figura, podemos notar que:

$$c_2 + c_1 + c = 180^\circ$$

Como:

- $c_1 = b$ (ângulos alternos internos)
- $c_2 = a$ (ângulos alternos internos)

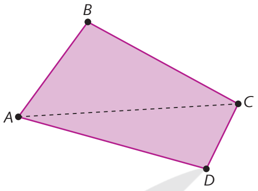
temos que:

$$a + b + c = 180^\circ$$

Então:

A soma das medidas de abertura dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre 180°.

Agora, confira que o quadrilátero representado a seguir foi decomposto em triângulos a partir de uma das diagonais que partem de um vértice.



Quadrilátero decomposto em 2 triângulos.

Observe que a diagonal $\overline{AC}$ divide o quadrilátero *ABCD* em 2 triângulos. Como a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo é 180°, a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um quadrilátero é $2 \cdot 180^\circ$, ou seja, 360°.

Então:

A soma das medidas de abertura dos ângulos internos de qualquer quadrilátero é sempre 360°.

Observação

Ao traçarmos todas as diagonais que partem de um único vértice, decompomos um polígono na quantidade mínima de triângulos.

Soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um polígono

Para a demonstração da soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo, se julgar necessário, retome os conceitos de ângulos formados em retas paralelas cortadas por transversais e as propriedades de ângulos alternos internos.

Repare que se partiu da soma das medidas de abertura dos ângulos internos do triângulo para introduzir a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de qualquer polígono, uma vez que um polígono sempre pode ser decomposto em triângulos.

Para introduzir esse tema, solicite aos estudantes que desenhem um polígono qualquer e, a partir das diagonais que têm extremidades em um mesmo vértice, verifiquem a divisão do polígono em triângulos. Peça que destaquem, com cores diferentes, os ângulos internos dos triângulos, certificando que esses ângulos são formados a partir de um dos vértices do polígono.

Se julgar oportuno, comente que a soma das medidas das aberturas dos ângulos internos de qualquer polígono é determinada pela quantidade de triângulos internos em que o polígono foi decomposto.

A intenção, neste momento, é fazer com que os estudantes compreendam as articulações realizadas para determinar a soma das medidas das aberturas dos ângulos internos de um triângulo, sem o foco da introdução de fórmulas.

Polígono regular

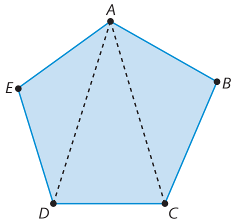
Verifique se todos os estudantes compreendem as indicações feitas nos polígonos. Caso seja necessário, explique a eles que símbolos (quantidade de tracinhos ou arcos) iguais indicam a mesma medida.

Com a introdução do polígono regular, se julgar conveniente, incentive-os a obter a expressão da soma das medidas das aberturas dos ângulos internos do polígono com n lados: $S_i = (n - 2) \cdot 180°$, uma vez que essa soma é o produto da quantidade de triângulos formados a partir das diagonais de um dos vértices do polígono por 180° (soma das medidas das aberturas dos ângulos internos de um triângulo).

Agora, analise este pentágono.

As diagonais traçadas, $\overline{AC}$ e $\overline{AD}$, dividem o pentágono *ABCDE* em 3 triângulos, então a soma das medidas de abertura dos ângulos internos do pentágono é 3 · 180°, ou seja, 540°.

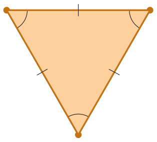
Seguindo esse método, podemos determinar a soma das medidas de abertura dos ângulos internos de qualquer polígono: traçamos todas as diagonais que partem de um único vértice, decompondo o polígono em triângulos, e multiplicamos a quantidade de triângulos por 180° (soma das medidas de abertura dos ângulos internos de um triângulo).

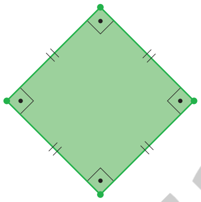


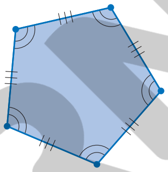
Pentágono decomposto em 3 triângulos.

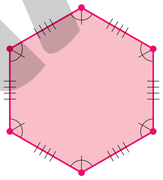
Polígono regular

Um polígono é **regular** quando todos os ângulos internos têm mesma medida de abertura e todos os lados têm mesma medida de comprimento. Dessa forma, o triângulo equilátero é um polígono regular, assim como o quadrado, o pentágono regular, o hexágono regular, entre outros.



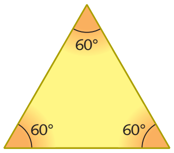


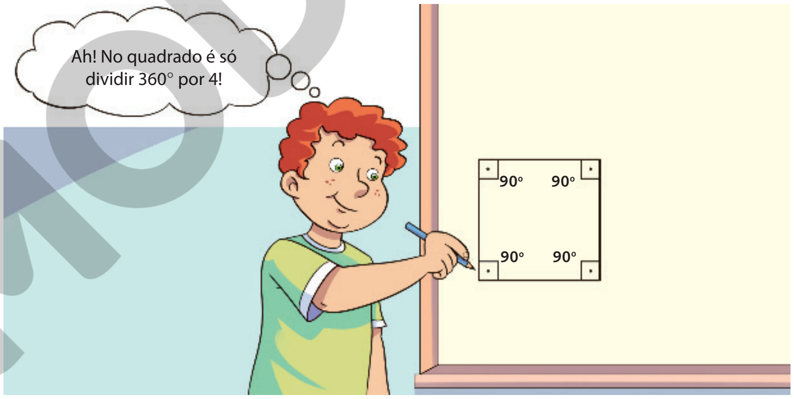




Ângulos internos de um polígono regular

A soma das medidas de abertura dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180°. Como os ângulos internos de um polígono regular têm a mesma medida de abertura, para descobrir a medida de abertura de cada ângulo interno de um triângulo equilátero, dividimos 180° por 3, que resulta em 60°.

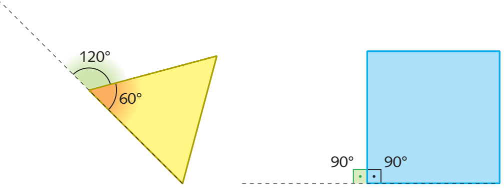




Ângulos externos de um polígono regular

Os ângulos internos e externos dos polígonos são suplementares, ou seja, a soma das medidas de abertura de um ângulo interno e de um ângulo externo é 180°.

Por isso, conhecendo a medida de abertura de um ângulo interno de qualquer polígono regular, podemos calcular a medida de abertura de um ângulo externo dele.

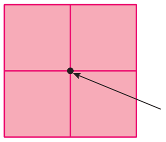


Analise as medidas de abertura dos ângulos indicados nesse triângulo equilátero e nesse quadrado.

Construindo mosaicos

Um **mosaico** é uma composição de peças ou figuras que preenche totalmente uma superfície sem haver buracos ou sobreposições.

Para construir um mosaico de quadrados congruentes, no lugar do ângulo externo de um quadrado, podemos encaixar outro quadrado, e depois outro e mais outro, de forma que, ao redor de um mesmo vértice, a soma das medidas de abertura dos ângulos internos dos quadrados encaixados seja 360°.



Os quadrados foram encaixados em torno desse vértice.

Para construir um mosaico, a soma das medidas de abertura dos ângulos em torno de um mesmo vértice deve ser 360°.

13. Sim, pois a soma das medidas de abertura dos 6 ângulos de triângulos equiláteros em torno de um mesmo vértice é 360°.

14. Não, pois a medida de abertura de cada ângulo interno de um pentágono regular é 108°, não sendo possível obter 360° pela adição de medidas iguais a essa.

Atividades

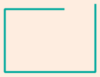
Faça as atividades no caderno.

9. alternativas **a**, **e**

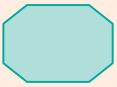
9 Entre estas figuras, quais são polígonos?

a)

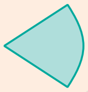
c)



e)

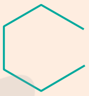


b)



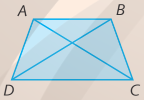
d)

f)

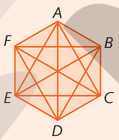


10 No caderno, identifique os lados, os vértices e as diagonais destes polígonos.

a)



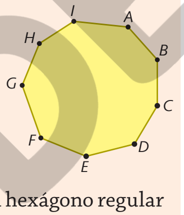
b)



10. a) lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$;
vértices: A, B, C, D;
diagonais: $\overline{AC}$, $\overline{BD}$

10. b) lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FA}$;
vértices: A, B, C, D, E, F;
diagonais: $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{BF}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$, $\overline{DF}$

11 Este polígono é um eneágono (polígono com 9 lados).



a) Quantos são seus ângulos internos? **11. a)** 9

b) Quantos são seus vértices? **11. b)** 9

12 Luana quer construir um hexágono regular usando uma régua e um transferidor. Para isso, ela precisa saber a medida de abertura de um ângulo interno desse polígono. Como Luana pode descobrir essa medida?

12. Resposta pessoal.

13 É possível construir um mosaico usando somente triângulos equiláteros? Justifique sua resposta.

14 É possível construir um mosaico usando somente pentágonos regulares? Justifique sua resposta.

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Se necessário, relembre o conceito de ângulos suplementares.

No tópico *Construindo mosaicos*, comente que a característica que torna possível a construção do mosaico é que a medida de abertura do ângulo interno do polígono escolhido deve ser um divisor de 360 ou que 360 deve ser múltiplo da medida de abertura do ângulo interno. Essa relação só é válida para a construção de mosaicos com um mesmo polígono. Caso queira relacionar polígonos diferentes, a soma das medidas das aberturas dos ângulos em torno de um mesmo vértice deve ser igual a 360°.

- Na **atividade 12**, que favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA27**, Luana pode dividir o hexágono regular em triângulos. Como a soma das medidas das aberturas dos ângulos internos de cada triângulo é 180°, a soma das medidas das aberturas dos ângulos internos do hexágono regular, composto de quatro triângulos, é 720°. Como o hexágono regular tem seis ângulos internos com medidas de abertura iguais, conclui-se que a medida de abertura do ângulo interno de um hexágono regular é igual a 120°.

Tecnologias digitais em foco

BNCC:

Competência geral 5 (a descrição está na página VI).

Objetivo:

Construir mosaicos com polígonos regulares usando *software* de geometria dinâmica.

Mosaicos

Nesta seção, foram indicadas construções de mosaicos de polígonos regulares usando o GeoGebra para investigar que é possível construir mosaicos com alguns polígonos regulares, desde que a soma das medidas das aberturas dos ângulos internos dos polígonos que ficam ao redor de um vértice seja 360°.

Para alcançar os objetivos desta seção, podem ser utilizados quaisquer *softwares* de geometria dinâmica. Além disso, na falta do computador, a proposta pode ser adaptada para que os estudantes utilizem papel e instrumentos de desenho e medida.

Os mosaicos, além de ser uma fonte de exploração de conceitos geométricos, também têm função artística. Atividades como essa em que os estudantes utilizam tecnologias digitais para produzir conhecimento contribuem para que exerçam protagonismo, o que favorece o desenvolvimento da competência geral **5** da BNCC.

No *Construa*, os estudantes vão construir mosaicos com um polígono regular (quadrados, triângulos equiláteros e hexágonos regulares) e outro composto de dois polígonos regulares diferentes. Oriente-os sobre as ferramentas do *software* que podem utilizar em cada passo.

Na construção de um polígono regular, a ordem de seleção dos vértices determina o lado para o qual o polígono será construído. Caso um polígono se sobreponha a outro, oriente os estudantes a desfazer a construção do polígono sobreposto e modificar a ordem de seleção dos vértices.

Tecnologias digitais em foco

Mosaicos

Nesta seção, utilizaremos o *software* de geometria dinâmica GeoGebra (ou outro *software* de geometria dinâmica que seu professor pode indicar) para construir mosaicos de polígonos regulares. Para isso, os polígonos precisam ter pelo menos um vértice em comum e se encaixar perfeitamente, de modo que não se sobreponham nem haja espaços entre eles.

Construa

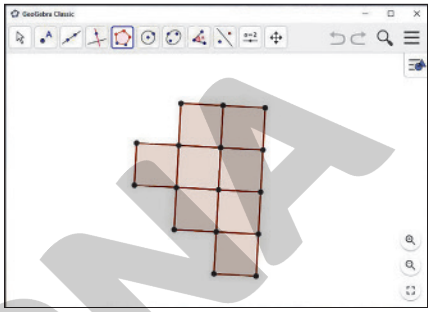
Siga os passos a seguir para construir mosaicos de polígonos regulares. Para a construção de cada polígono, use a ferramenta ⬠, selecione dois pontos quaisquer e escolha a quantidade de lados do polígono regular desejado.

Mosaico de quadrados

1º) A partir de dois pontos quaisquer, construa um quadrado.

2º) Selecione dois vértices consecutivos do quadrado construído e construa outro quadrado.

3º) Construa outros quadrados a partir de dois vértices consecutivos de um quadrado já existente até formar o mosaico desejado.



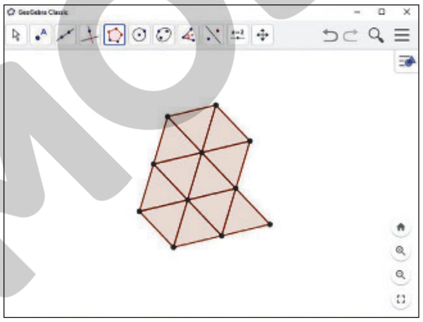
© INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE, 2022

Mosaico de triângulos equiláteros

1º) A partir de dois pontos quaisquer, construa um triângulo equilátero.

2º) Selecione dois vértices consecutivos do triângulo construído e construa outro triângulo equilátero.

3º) Construa outros triângulos equiláteros a partir de dois vértices consecutivos de um triângulo já existente até formar o mosaico desejado.



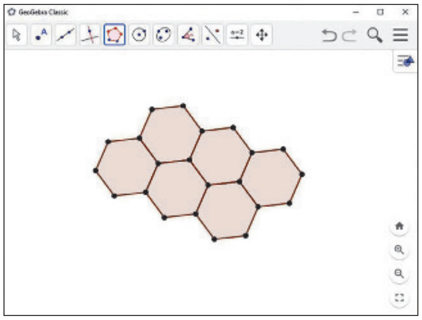
© INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE, 2022

Mosaico de hexágonos regulares

1º) A partir de dois pontos quaisquer, construa um hexágono regular.

2º) Selecione dois vértices consecutivos do hexágono construído e construa outro hexágono regular.

3º) Construa outros hexágonos regulares a partir de dois vértices consecutivos de um hexágono já existente até formar o mosaico desejado.



© INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE, 2022

Tecnologias digitais em foco

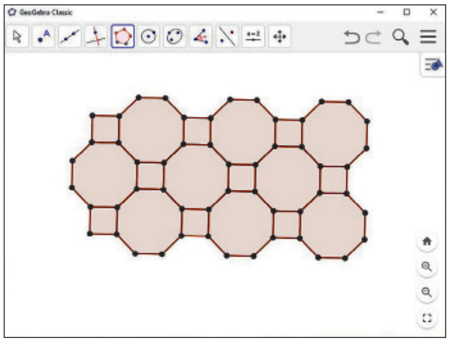
Mosaico composto de dois polígonos regulares diferentes

Para compor um mosaico, também podemos combinar dois ou mais polígonos regulares. Siga os passos a seguir e construa um mosaico formado por octógonos regulares e quadrados.

1º) A partir de dois pontos quaisquer, construa um quadrado.

2º) Selecione dois vértices consecutivos do quadrado construído e construa um octógono regular.

3º) Alterne a construção de octógonos e quadrados seguindo o padrão mostrado nesse mosaico até formar o mosaico desejado.



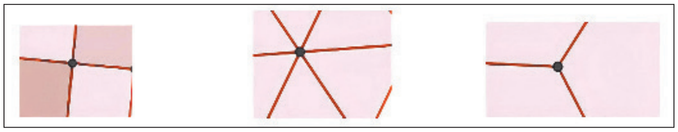
© INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE, 2022

Explore

Faça o que se pede utilizando as ferramentas do *software*.

a) Movimente os pontos móveis dos mosaicos construídos, modificando a medida de comprimento dos lados. O que acontece com as medidas de abertura dos ângulos internos dos polígonos quando modificamos as medidas de comprimento dos lados dos polígonos?

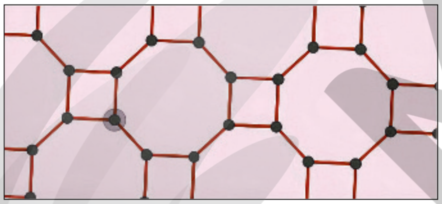
b) Se em um dos três primeiros mosaicos construídos escolhermos um vértice de um polígono cercado por polígonos, a soma das medidas de abertura dos ângulos internos dos polígonos ao redor desse vértice será 360°.



© INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE, 2022

Considerando essa informação, calcule a medida da abertura do ângulo interno do triângulo equilátero e do hexágono regular.

c) Observe o mosaico construído com octógonos regulares e quadrados e responda: Como podemos descobrir a medida da abertura do ângulo interno do octógono regular? Qual é essa medida?



© INTERNATIONAL GEOGEBRA INSTITUTE, 2022

Explore: **a)** As medidas de abertura dos ângulos internos dos polígonos regulares não mudam.
b) Triângulo equilátero: 60°; hexágono regular: 120°.
c) Do mosaico, teremos ao seu redor dois octógonos e um quadrado. Como a abertura do ângulo interno de um quadrado mede 90°, temos que a medida da abertura de dois ângulos do octógono é 360° – 90°, que é igual a 270°. Então, para descobrir a medida da abertura de um ângulo interno do octógono, basta calcular a metade de 270°, que é 135°.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Incentive os estudantes a trabalhar com cores e polígonos regulares diferentes para construir composições. De modo geral, os *softwares* de geometria dinâmica permitem que as cores dos polígonos sejam modificadas. Peça a eles que pintem alguns polígonos e variem as formas utilizadas para obter diferentes padrões de mosaicos.

No *Explore*, os estudantes deverão calcular as medidas das aberturas dos ângulos internos de alguns polígonos regulares sem o uso de fórmulas. Para isso, eles devem fazer uso das ferramentas do *software* e manipular a figura construída. Atividades como essa, em que a tecnologia digital é utilizada para resolver problemas ou investigar propriedades, contribuem para o desenvolvimento da competência específica **5** da BNCC.

Triângulo

BNCC:

Habilidades EF07MA24, EF07MA25 e EF07MA26.

Objetivos:

- Reconhecer triângulos e identificar seus elementos.
- Construir triângulos utilizando régua e compasso.

Justificativa

Em Geometria, são estudadas inúmeras propriedades dos triângulos. Reconhecê-los e identificar seus elementos é o primeiro passo para que essas propriedades sejam assimiladas e aplicadas.

A construção de triângulos utilizando régua e compasso permite aos estudantes investigar a condição de existência de triângulos relacionada às medidas dos comprimentos de seus lados e, também, a resolver problemas envolvendo construções geométricas.

Mapeando conhecimentos

Proponha aos estudantes que construam um triângulo que tenha as seguintes medidas de comprimento de lado: 7 cm, 5 cm e 3 cm. Observe os procedimentos empregados por eles. Após construírem o triângulo, verifique se identificam seus elementos (vértices, lados, ângulos internos e ângulos externos).

Depois, solicite que construam um triângulo que tenha as seguintes medidas de comprimento de lado: 1 cm, 2 cm e 4 cm. Verifique se percebem, nesse caso, que não é possível construir o triângulo. Depois, questione-os o porquê dessa impossibilidade. É importante estimular que façam outras experimentações e que levantem hipóteses.

Para as aulas iniciais

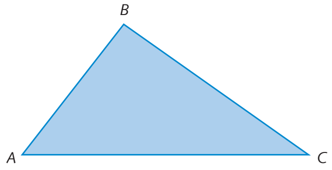
Na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores*, há uma revisão sobre triângulo e como são classificados de acordo com a medida do comprimento dos seus lados e, também, de acordo com a medida da abertura de seus ângulos internos. Solicite aos estudantes que leiam a revisão e façam as **atividades 70** e **71**. Faça a correção dessas atividades coletivamente.

Discuta com eles o fato de o triângulo ser um polígono; logo, ele tem todos os elementos de um polígono, com exceção das diagonais.

3 Triângulo

Triângulo é o polígono de três lados.

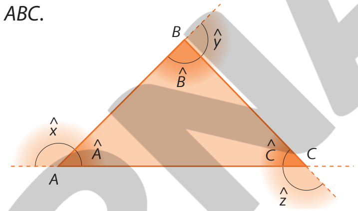
Podemos usar a notação $\triangle ABC$ para identificar o triângulo com vértices *A*, *B* e *C*.



Principais elementos de um triângulo

Nesta figura, destacamos alguns elementos do triângulo *ABC*.

- **vértices:** *A*, *B* e *C*
- **lados:** $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$
- **ângulos internos:** $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$
- **ângulos externos:** $\hat{x}$, $\hat{y}$ e $\hat{z}$

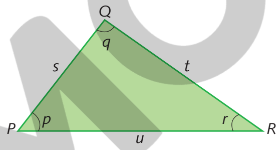


Observações

1. Podemos representar os ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$ por $B\hat{A}C$, $A\hat{B}C$ e $A\hat{C}B$, respectivamente.
2. Na figura acima, os lados $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ são, respectivamente, opostos aos vértices *C*, *B* e *A*.
3. O triângulo não tem diagonais.
4. Cada ângulo externo é suplementar do ângulo interno adjacente, ou seja, a soma das medidas de abertura do ângulo externo e do ângulo interno adjacente é 180°.

$$\text{med}(\hat{A}) + \text{med}(\hat{x}) = 180°$$
$$\text{med}(\hat{B}) + \text{med}(\hat{y}) = 180°$$
$$\text{med}(\hat{C}) + \text{med}(\hat{z}) = 180°$$

5. Considerando o $\triangle PQR$ abaixo, podemos indicar as medidas de abertura dos ângulos internos e as medidas de comprimento dos lados, da seguinte forma:



$\text{med}(\hat{P}) = p$
$\text{med}(\hat{Q}) = q$
$\text{med}(\hat{R}) = r$

$\text{med}(\overline{PQ}) = PQ = s$
$\text{med}(\overline{PR}) = PR = u$
$\text{med}(\overline{QR}) = QR = t$

6. A medida do perímetro de um triângulo é a soma das medidas de comprimento dos lados.
No triângulo *PQR* acima, temos:

$$PQ + PR + QR = s + t + u$$

ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Principais elementos de um triângulo

Após apresentar os principais elementos de um triângulo, reproduza um triângulo qualquer na lousa e convide alguns estudantes para que destaquem nele os vértices, os lados, os ângulos internos e os ângulos externos.

(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

(EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.

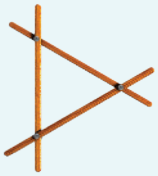
(EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.

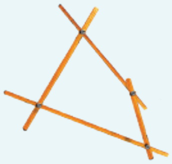
Veja que interessante

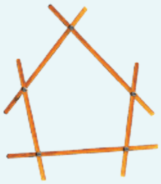
Faça as atividades no caderno.

Rigidez de um triângulo

As figuras a seguir representam estruturas de varetas fixadas com pinos.

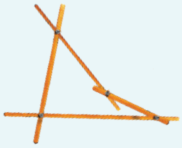






ILUSTRAÇÕES: LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Observe que, caso seja exercida certa pressão nessas estruturas, a que tem formato triangular não se deforma, mas as que se parecem quadriláteros ou pentágonos podem se deformar e adquirir outros formatos.



A "rigidez" dos triângulos é responsável por sua frequente utilização nas construções e em estruturas, como pontes e torres.

JAMES D. MORGAN/GETTY IMAGES

A ponte da Baía de Sydney liga o centro financeiro da cidade à costa norte, residencial e comercial. Sydney, Austrália. Foto de 2020.

Atividades

Veja que interessante:
1. Para fixar as estruturas do quadrilátero e do pentágono, é preciso decompor esses polígonos em triângulos, firmando suas diagonais. **2.** Resposta pessoal.

1. Como poderíamos transformar as estruturas com forma de quadrilátero ou de pentágono em estruturas rígidas?
2. Cite exemplos de estruturas ao seu redor em que você percebe a presença da "rigidez" dos triângulos.

Na Arquitetura e na Engenharia é muito comum o uso de estruturas com formato triangular, principalmente em telhados, prédios e pontes. Isso acontece devido à rigidez geométrica dos triângulos, que é o foco do boxe *Veja que interessante*. Essa seção favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA25**.

Explique aos estudantes que, diferente dos triângulos, os outros polígonos podem sofrer deformações, pois é possível alterar a medida das aberturas de seus ângulos internos sem mudar a medida do comprimento de seus lados.

Se achar conveniente, reúna-os em duplas e distribua palitos de sorvete e tachinhas. Depois, com cuidado e sob sua supervisão, oriente-os a prender as pontas dos palitos de modo a formar armações que se pareçam com o contorno de triângulos, quadriláteros, pentágonos etc. Espera-se que essa atividade permita a eles verificar experimentalmente a rigidez triangular.

Construção de triângulos

Antes de iniciar este tópico, ressalte a necessidade de ter um material de desenho geométrico adequado e organizado, como um compasso com ponta e hastes estáveis. Além disso, alerte-os a ter cuidado ao manipular um compasso, evitando acidentes.

Caso seja necessário, oriente-os sobre como transportar a medida de comprimento de um segmento de reta com o auxílio do compasso.

Instigue a turma a justificar por que a construção descrita está correta usando o conceito de circunferência como lugar geométrico. Espera-se que os estudantes percebam que o vértice *A*, por ser a intersecção de duas circunferências – a circunferência de centro *C* e medida de comprimento do raio *y* e a circunferência de centro *B* e medida de comprimento do raio *z* –, está a uma medida de distância *y* do ponto *C* e a uma medida de distância *z* do ponto *B*.

Construção de triângulos

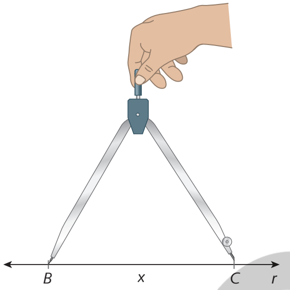
Agora, vamos ver como construir triângulos utilizando régua e compasso. Acompanhe as três situações a seguir.

1ª situação: construir um triângulo conhecendo as medidas de comprimento dos três lados

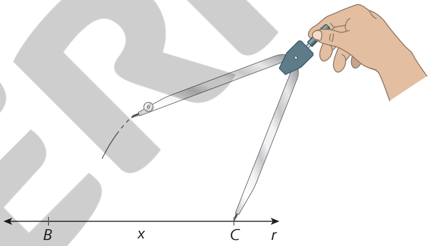
Indicando as medidas de comprimento dos lados do triângulo *ABC* por *x*, *y* e *z*, temos:

Para construir um triângulo com as medidas indicadas, realizamos os seguintes passos.

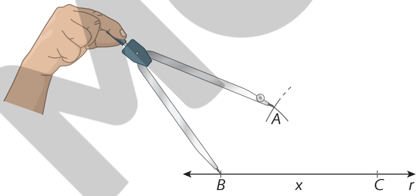
1º) Traçamos a reta suporte *r*, marcamos o ponto *B* em *r* e, com o auxílio de um compasso, transportamos a medida *x* de comprimento do segmento de reta $\overline{BC}$, a partir do ponto *B*, traçando um arco que corta a reta *r*. Então, marcamos o ponto *C* (intersecção da reta *r* com a marca feita com o compasso).



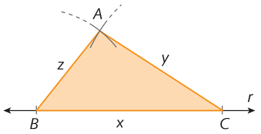
2º) Transportamos agora a medida *y* de comprimento do segmento de reta $\overline{AC}$, a partir do ponto *C*, traçando um arco com o compasso.



3º) Transportamos a medida *z* de comprimento do segmento de reta $\overline{AB}$, a partir do ponto *B*, traçando um arco que cruze o arco traçado no passo anterior. Então, marcamos o ponto *A*, intersecção dos dois arcos.



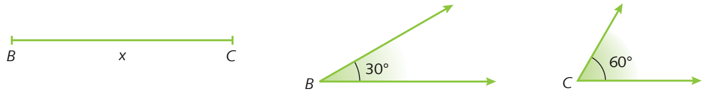
4º) Com uma régua, unimos o ponto *A* ao ponto *B* e o ponto *A* ao ponto *C*. Em seguida, colorimos o interior da figura, formando um triângulo com as medidas fornecidas.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

2ª situação: construir um triângulo conhecendo as medidas de abertura de dois ângulos e a medida de comprimento do lado compreendido entre eles

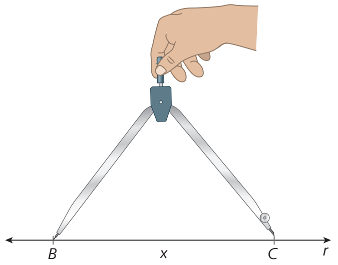
Vamos construir o $\triangle ABC$, sendo $\hat{B}$ e $\hat{C}$ os ângulos dados do triângulo, e x, a medida de comprimento do lado compreendido entre esses ângulos.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

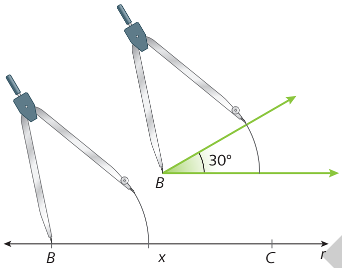
Para construir um triângulo com as medidas indicadas, realizamos os seguintes passos.

1º) Traçamos a reta suporte r, marcamos o ponto B em r e transportamos, com o auxílio de um compasso, a medida x de comprimento do segmento de reta $\overline{BC}$, a partir do ponto B, marcando o ponto C em r.



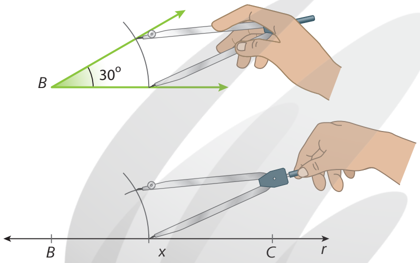
ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

2º) Com qualquer abertura de compasso, apoiamos a ponta-seca sobre o ponto B do ângulo dado e traçamos um arco que passe por suas duas semirretas. Sem alterar a abertura do compasso, apoiamos a ponta-seca no ponto B da figura que estamos desenhando e também traçamos um arco.



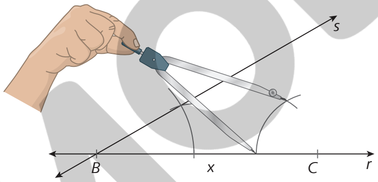
ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

3º) Usamos a abertura do compasso para medir a distância entre as intersecções do arco traçado com o ângulo dado e transportamos essa medida para o arco traçado na figura que estamos construindo e determinamos a reta s.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

4º) Transportamos o ângulo $\hat{C}$, seguindo o 2º e o 3º passo, determinando a reta t.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

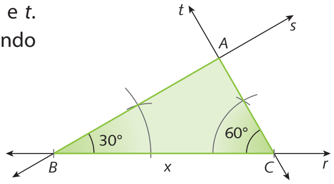
Oriente os estudantes sobre como transportar a medida de abertura de um ângulo com o auxílio do compasso.

Comente que a construção do ângulo em situações cotidianas também pode ser feita com o auxílio do transferidor. Se necessário, relembre como usá-lo.

A partir da construção do triângulo conhecendo dois ângulos e a medida de comprimento do lado compreendido entre eles, espera-se que eles concluam que a soma das medidas das aberturas dos dois ângulos dados não pode ser igual ou maior que 180°.

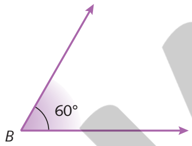
Peça aos estudantes que reproduzam os passos descritos no livro. Você pode também pedir a eles que descrevam por meio de um fluxograma os passos para a construção de um triângulo nas condições da 3ª situação.

5º) Marcamos o ponto *A* na intersecção das retas *s* e *t*. Em seguida, colorimos o interior da figura, formando um triângulo com as medidas fornecidas.



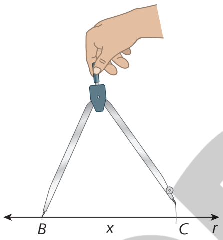
3ª situação: construir um triângulo conhecendo as medidas de comprimento de dois lados e a medida de abertura do ângulo formado por esses lados

As medidas de comprimento de dois lados conhecidos do triângulo *ABC* são *x* e *y*, e $\hat{B}$ é o ângulo formado por esses lados.

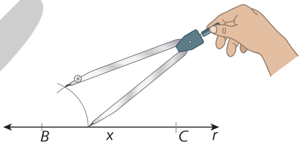


Para construir um triângulo com as medidas indicadas, realizamos os seguintes passos.

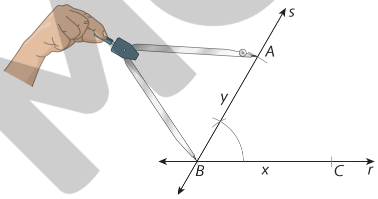
1º) Traçamos a reta suporte *r*, marcamos o ponto *B* em *r* e transportamos, com o auxílio de um compasso, a medida *x* de comprimento do segmento de reta $\overline{BC}$, a partir do ponto *B*, marcando o ponto *C* em *r*.



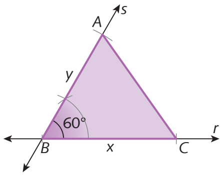
2º) Transportamos o ângulo $\hat{B}$, tomando como vértice o ponto *B* da reta *r*, determinando a reta *s*.



3º) Transportamos a medida *y* de comprimento do segmento $\overline{AB}$, a partir do ponto *B*, marcando o ponto *A* em *s*.



4º) Traçamos $\overline{AC}$ e, em seguida, colorimos o interior da figura, formando um triângulo com as medidas fornecidas.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Desigualdade triangular

DANILLO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

- No caderno, tente construir triângulos usando cada trio de medidas de comprimento a seguir.

a) 10 cm, 8 cm e 6 cm; **Item a**: É possível. Figura em *Orientações.*

b) 10 cm, 6 cm e 4 cm; **Item b**: Não é possível. Figura em *Orientações.*

c) 10 cm, 6 cm e 2 cm. **Item c**: Não é possível.Figura em *Orientações.*

Para ser possível construir um triângulo, é necessário que a medida de comprimento do lado maior seja menor que a soma das medidas de comprimento dos outros dois lados. É o que chamamos de **desigualdade triangular**.

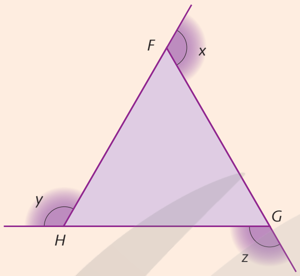
> Em um triângulo, a medida de comprimento de qualquer um dos lados é menor que a soma das medidas de comprimento dos outros dois lados.

Atividades

Cuidado! Evite acidentes ao usar o compasso nas atividades **19**, **21** e **22**.

Faça as atividades no caderno.

15 Observe esta figura e, no caderno, escreva:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) os vértices do triângulo; **15. a)** *F*, *G* e *H*

b) os lados do triângulo; **15. b)** $\overline{FH}$, $\overline{FG}$ e $\overline{HG}$

c) os ângulos internos do triângulo;

d) os ângulos externos do triângulo;

e) o lado oposto ao ângulo $\hat{F}$. **15. e)** $\overline{HG}$

15. c) $\hat{F}$, $\hat{G}$ e $\hat{H}$ **15. d)** $\hat{x}$, $\hat{y}$ e $\hat{z}$

16 No caderno, determine a medida do perímetro dos triângulos com lados cujas medidas de comprimento são:

a) 5 cm, 6 cm e 7 cm **16. a)** 18 cm

b) 6 cm, 8 cm, 10 cm **16. b)** 24 cm

c) 8 mm, 15 mm, 17 mm **16. c)** 40 mm

d) 20 dm, 21 dm, 29 dm **16. d)** 70 dm

17 No caderno, desenhe um triângulo cujas medidas de comprimento dos lados sejam:

a) 6 cm, 9 cm e 12 cm;

b) 7 cm, 5 cm, 10 cm;

c) 4 cm, 2 cm, 5 cm;

d) 2 cm, 7 cm e 8 cm.

17. As orientações estão na seção *Resoluções e comentários das atividades* deste *Manual do Professor.*

18 Escolha as medidas de comprimento dos lados de um triângulo equilátero e troque com um colega para que um represente o triângulo do outro no caderno.

18. Resposta pessoal.

Desigualdade triangular

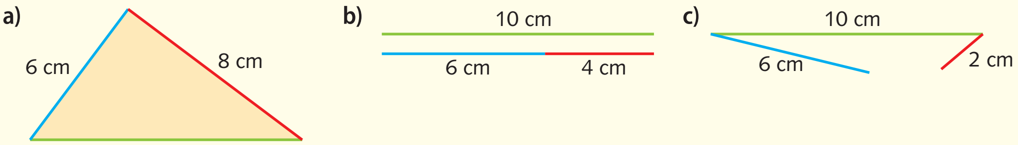
Para o desenvolvimento deste tópico, visando à compreensão do conteúdo, disponha para os estudantes linha (barbante) e canudos. Peça que, em duplas, recortem pedaços do canudo de medidas de comprimento 10 cm, 8 cm, 6 cm, 4 cm e 2 cm. Unindo os pedaços, três a três, com a ajuda da linha, solicite que verifiquem a possibilidade da construção de triângulos e que expliquem, com suas palavras, quando não foi possível realizar a construção. Sugira também aos estudantes que indiquem outras medidas, sem cortar os canudos, e verifique se eles conseguem prever as situações em que será formado um triângulo ou não. Essa ação desenvolve habilidades relacionadas ao pensamento lógico matemático por indução.

Se necessário, comente que a desigualdade triangular pode ser demonstrada, mas que isso não será feito neste momento, pois será objeto de estudo no Ensino Médio.

Antes das atividades deste tópico, alerte os estudantes para ter cuidado ao utilizar o compasso nas construções.

- As **atividades 16**, **17** e **18** favorecem o desenvolvimento da habilidade **EF07MA24**.

- Na atividade proposta no item do tópico, espera-se que os estudantes obtenham figuras parecidas com as das referências a seguir (figuras representadas sem as medidas reais de comprimento dos lados):

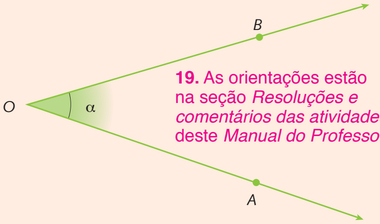


ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ ARQUIVO DA EDITORA

- Nas **atividades 19**, **21** e **22**, peça aos estudantes que reproduzam os segmentos de reta e os ângulos no caderno para realizar a construção com régua e compasso.
- Na **atividade 25**, peça a eles que pensem em cada uma das possibilidades para a medida de comprimento do maior lado do triângulo – vamos chamar a medida de comprimento do 3º lado de x. Por exemplo, no **item a**, se 11 for a medida de comprimento do maior lado do triângulo em questão, então $11 < 6 + x$; portanto, x tem que ser maior que 5 cm. Agora, se considerarmos que x é a medida de comprimento do maior lado, teremos $x < 11 + 6$ ou $x < 17$.

Concluímos, assim, que a medida de comprimento do 3º lado deve ser maior que 5 cm e menor que 17 cm.

19 Com régua e compasso, reproduza, no caderno, o ângulo $A\hat{O}B$.



19. As orientações estão na seção *Resoluções e comentários das atividades* deste *Manual do Professor.*

20 Em cada caso, analise se é possível construir um triângulo com lado $\overline{BC}$ medindo 5 cm de comprimento e com as medidas de abertura dos ângulos indicadas.

a) $\text{med}(\hat{B}) = 110°$ e $\text{med}(\hat{C}) = 50°$ **20. a)** sim

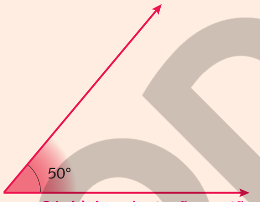
b) $\text{med}(\hat{B}) = 110°$ e $\text{med}(\hat{C}) = 70°$ **20. b)** não

c) $\text{med}(\hat{B}) = 110°$ e $\text{med}(\hat{C}) = 90°$ **20. c)** não

21 Utilizando régua e compasso, construa no caderno os triângulos a seguir, sendo conhecidos dois lados e o ângulo formado por esses lados. **21. a)** As orientações estão na seção *Resoluções e comentários das atividades* deste *Manual do Professor.*

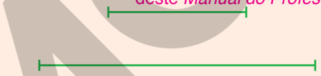
a) Dois lados:

Ângulo formado pelos lados dados:

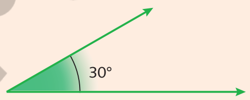


21. b) As orientações estão na seção *Resoluções e comentários das atividades* deste *Manual do Professor.*

b) Dois lados:



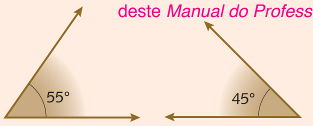
Ângulo formado pelos lados dados:



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

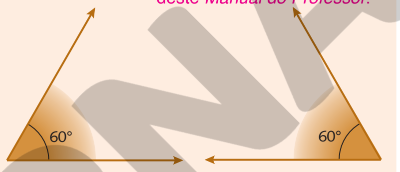
22 Utilizando régua e compasso, construa os triângulos a seguir, sendo conhecidos dois ângulos e o lado compreendido entre eles.

a) Dois ângulos: **22. a)** As orientações estão na seção *Resoluções e comentários das atividades* deste *Manual do Professor.*



Lado compreendido entre os ângulos dados:

b) Dois ângulos: **22. b)** As orientações estão na seção *Resoluções e comentários das atividades* deste *Manual do Professor.*



Lado compreendido entre os ângulos dados:

23 Construa um quadrado a partir de dois triângulos retângulos. Descreva como fez a construção. **23.** Resposta pessoal.

24 Em cada caso, analise se é possível construir um triângulo com as medidas de comprimento dos lados indicadas em centímetros.

a) 6, 10 e 18 **24. a)** não

b) 3, 10 e 7 **24. b)** não

c) 8, 4 e 6 **24. c)** sim

d) 3, 4 e 5 **24. d)** sim

25 Quais são as medidas de comprimento possíveis para o terceiro lado dos triângulos a seguir?

a) Um triângulo tem dois lados de medida de comprimento 11 cm e 6 cm.

25. a) 5 cm < medida de comprimento do 3º lado < 17 cm

b) Um triângulo tem dois lados de medida de comprimento 21 cm e 221 cm.

25. b) 200 cm < medida de comprimento do 3º lado < 242 cm

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Faça as atividades no caderno.

Circunferência e círculo

Circunferência é a figura formada por todos os pontos de um plano que estão à mesma medida da distância de um ponto fixo desse plano. O ponto fixo é chamado **centro** da circunferência.

A razão entre a medida do comprimento de qualquer circunferência e a medida de comprimento do diâmetro é indicada por π, ou seja, $\frac{C}{d} = \pi$.

Costumamos aproximar o valor de π para 3,14.

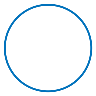
Círculo é uma figura geométrica plana formada por uma circunferência e toda sua região interna.

Reprodução proibida. Art.184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

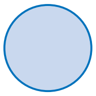
1. Identifique em cada item se a figura é uma circunferência ou um círculo.

a)



1. a) circunferência

b)



1. b) círculo

2. Todos os pontos de uma circunferência estão à mesma medida da distância: **2.** alternativa **a**

a) do centro da circunferência.
b) de um ponto externo à circunferência.
c) de qualquer outro ponto da circunferência.
d) de qualquer ponto interno à circunferência.

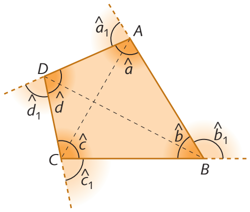
3. Uma pista circular tem diâmetro medindo 100 m de comprimento. Quantas voltas completas um atleta precisa percorrer nessa pista para correr pelo menos 1 000 m? **3.** 4 voltas

Polígonos

Polígono é uma linha poligonal fechada simples com sua região interna. São elementos de um polígono:

- **lados**: segmentos de reta que formam o contorno do polígono;
- **vértices**: pontos de encontro de dois lados consecutivos;
- **diagonais**: segmentos de reta que unem dois vértices não consecutivos;
- **ângulos internos**: ângulos formados por dois lados consecutivos;
- **ângulos externos**: ângulos formados por um lado do polígono e pelo prolongamento do lado adjacente a ele.

4. Observe o polígono e, em seguida, identifique:



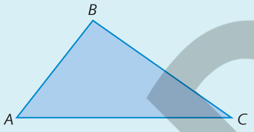
ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) os lados; **4. a)** $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$
b) os vértices; **4. b)** A, B, C, D
c) os ângulos internos; **4. c)** $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}$
d) os ângulos externos; **4. d)** $\widehat{a_1}, \widehat{b_1}, \widehat{c_1}, \widehat{d_1}$
e) as diagonais. **4. e)** $\overline{AC}$, $\overline{BD}$

5. Qual é o polígono que não tem diagonais?
5. triângulo

Triângulo

Triângulo é o polígono de três lados.



GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Desigualdade triangular

Em um triângulo, a medida de comprimento de qualquer um dos lados é menor que a soma das medidas de comprimento dos outros dois lados.

6. Podemos construir um triângulo de medidas de comprimento dos lados de 5,5 m, 3 m e 1,5 m? Justifique sua resposta.
6. Não, pois: 5,5 m > 3 m + 1,5 m

7. No caderno, desenhe um triângulo cujas medidas de comprimento dos lados sejam:
a) 6 cm, 5 cm e 7 cm;
b) 4 cm, 5 cm e 8 cm;
c) 9 cm, 12 cm e 8 cm;
d) 3 cm, 7 cm e 9 cm.
7. Resposta em *Orientações*.

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Circunferência e círculo

• Represente uma circunferência e um círculo na lousa e pergunte aos estudantes qual é a diferença entre as duas figuras. Pergunte o que mais eles sabem a respeito da circunferência. Essa proposta auxiliará na resolução da **atividade 1**.

• A **atividade 2** permite verificar se os estudantes compreenderam o conceito de circunferência como lugar geométrico.

• Na **atividade 3**, espera-se que percebam que, com a medida de comprimento do diâmetro, é possível determinar a medida aproximada do comprimento da pista:

$$C = (100 \text{ m}) \cdot \pi \simeq 314 \text{ m}$$

Dessa maneira, para saber quantas voltas completas o atleta precisa percorrer para correr pelo menos 1000 m, eles devem calcular 1000 m : 314 m.

Polígonos

• É possível ampliar a proposta da **atividade 4** solicitando aos estudantes que identifiquem lados, vértices, ângulos internos, ângulos externos e diagonais de outros polígonos que você represente na lousa.

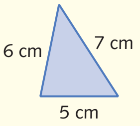
• Na **atividade 5**, se os estudantes apresentarem dificuldades, oriente-os a representar hexágonos, pentágonos, quadriláteros, triângulos etc. e traçar suas diagonais. Espera-se que, ao fazer isso, percebam que o triângulo não tem diagonais.

Triângulo

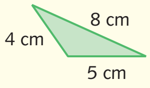
• Na **atividade 6**, enfatize aos estudantes que a medida de comprimento de qualquer um dos lados deve ser menor que a soma das medidas de comprimento dos outros dois lados. Isso é importante, porque alguns deles podem concluir erroneamente que é possível construir o triângulo após verificarem que 1,5 m < 5,5 m + 3 m ou 3 m < 1,5 m + 5,5 m.

• Na **atividade 7**, antes que construam os triângulos, peça que analisem as medidas de comprimento dos lados de cada item, verificando que a medida do comprimento de qualquer um dos lados é menor que a soma das medidas de comprimento dos outros dois lados. Espera-se que eles obtenham triângulos parecidos com os das referências a seguir (triângulos representados sem as medidas reais de comprimento dos lados):

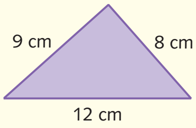
a)



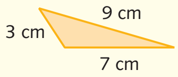
b)



c)



d)



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

CAPÍTULO 12 – PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

Trocando ideias

BNCC:

- Competências gerais 8 e 9 (as descrições estão na página VI).
- Competência específica 6 e 8 (as descrições estão na página VII).

Objetivos:

- Verificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre a leitura e a interpretação de gráficos de setores.
- Conscientizar os estudantes sobre a importância do uso da bicicleta como meio de transporte tanto para o meio ambiente quanto para a saúde.

Temas contemporâneos transversais:

MEIO AMBIENTE SAÚDE

Inicie a aula fazendo as seguintes perguntas para a turma: “Vocês têm bicicleta? Se sim, para que vocês a utilizam? Vocês conhecem alguém que utiliza a bicicleta como meio de transporte?”. Deixe-os à vontade para verbalizar suas respostas e contarem suas experiências. Depois, convide-os a pensar sobre a questão proposta no primeiro item. Após debaterem, comente que a utilização de bicicletas como meio de transporte contribui para:

- diminuição da poluição do ar por emissão de gases da queima de combustíveis;
- fortalecimento dos músculos e da articulação dos joelhos;
- controle da diabetes;
- coordenação motora;
- qualidade do sono etc.

Os componentes curriculares Ciências e Educação Física podem realizar atividades conjuntas para desenvolver o tema com a turma.

Esse momento inicial possibilita aos estudantes perceber a importância de cuidar da saúde física e, além disso, contribui para que exercitem a empatia e o diálogo, o que favorece o desenvolvimento das competências gerais **8** e **9** e da competência específica **8** da BNCC.

Capítulo

12

Probabilidade e estatística

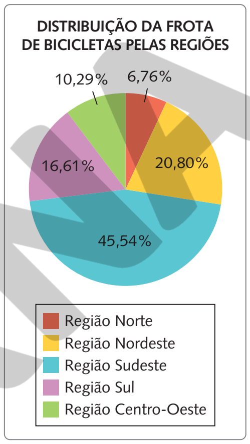
MEIO AMBIENTE SAÚDE

Trocando ideias

Uma análise feita com base na Pesquisa de Orçamento Familiar (POF) 2017-2018, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), estimou que a frota de bicicletas no Brasil era de 33 230 198 e que a região Sudeste tem quase metade dessa distribuição, como é possível observar no gráfico abaixo.

FERREIRASILVA/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

Pessoas passeando de bicicleta na avenida Cabo Branco, em João Pessoa (PB). Foto de 2021.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: https://ipmmu.com.br/index.php/josum/article/view/2/1 Acesso em: 21 maio 2022.

Trocando ideias: primeiro item: resposta pessoal; segundo item: respostas pessoais; terceiro item: maior na região Sudeste e menor na região Norte; quarto item: região Nordeste.

- Em sua opinião, quais são os benefícios de utilizar a bicicleta como meio de transporte? Converse com os colegas.
- Você acha que expressar os dados deste gráfico em um outro tipo de gráfico seria mais adequado? Se sim, qual gráfico usaria?
- Em qual região do Brasil a frota de bicicletas era maior? E menor?
- Em qual região do Brasil a frota de bicicletas correspondia a aproximadamente $\frac{1}{5}$ da frota nacional de bicicletas?

Neste capítulo, vamos estudar o cálculo de probabilidades, os conceitos de população e amostra e os diferentes gráficos estatísticos.

As questões do segundo, terceiro e quarto itens envolvem a leitura e a interpretação de dados representados em um gráfico de setores. Chame a atenção da turma para o título, a fonte e a legenda do gráfico. Depois, peça que responda às questões. Como sugestão de ampliação, você pode propor questões como estas para a turma: “Em que região do Brasil a frota de bicicleta correspondia a, aproximadamente, $\frac{1}{10}$ da frota nacional de bicicletas? Qual era, aproximadamente, a frota de bicicletas na região Centro-Oeste?”. Por mobilizar diferentes registros e linguagens (gráfico e texto escrito em língua materna), a proposta deste *Trocando ideias* favorece o desenvolvimento da competência específica **6** da BNCC.

1 Probabilidade

Observe as situações a seguir.

O bebê será menino ou menina?

Será que vai fazer sol amanhã?

Ao lançarmos um “dado honesto”, que número sairá?

ILUSTRAÇÕES: EDUARDO FRANCISCO/ARQUIVO DA EDITORA

Diariamente, tentamos prever acontecimentos que podem interferir de alguma forma em nossa vida. Em alguns casos, essas previsões são meramente intuitivas, mas, em outros, podemos calcular a medida da chance de um evento ou fenômeno ocorrer. Probabilidade é a área da Matemática que estuda como calcular essas medidas de chance, mas também é o termo usado para se referir a essas medidas.

Por não ser possível prever o resultado de um experimento aleatório com exatidão, procuramos medir as chances, ou seja, determinar a **probabilidade** de certo resultado ocorrer.

Um **experimento aleatório** é aquele em que conhecemos os resultados possíveis, mas não podemos assegurar qual deles vai ocorrer. Além disso, o experimento pode ser repetido nas mesmas condições tantas vezes quanto quisermos.

Acompanhe os exemplos:

a) No lançamento de uma “moeda honesta”, há duas possibilidades de resultado: cara ou coroa.

Como a moeda é “honesta”, a probabilidade de sair cara ou coroa é igual.

Dessa forma, a probabilidade de sair “cara” ou “coroa” é de 1 em 2 ou $\frac{1}{2}$ ou 50%.

b) Em uma caixa, há dez bolas idênticas e numeradas de 1 a 10. Quando retiramos, ao acaso, uma bola da caixa, há dez possibilidades de resultado: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.

Como a probabilidade de sair qualquer bola é a mesma, concluímos que a probabilidade de sair, por exemplo, a bola 3 é de 1 em 10 ou $\frac{1}{10}$ ou 10%.

Probabilidade

BNCC:

Habilidade EF07MA34.

Objetivos:

- Identificar experimentos aleatórios.
- Calcular probabilidade.

Justificativa

Calcular probabilidade envolve realizar experimentos aleatórios, organizar as informações obtidas, identificar o espaço amostral e, finalmente, calcular a razão entre o número de possibilidades favoráveis e o número total de possibilidades. Por mobilizar todas essas capacidades e por serem frequentes os experimentos aleatórios em nosso cotidiano, se justifica a pertinência dos objetivos acima.

Mapeando conhecimentos

Pergunte aos estudantes o que é um experimento aleatório e peça que deem exemplos. Em seguida, pergunte o que é probabilidade e como se determina a probabilidade de um evento ocorrer. Você pode propor as seguintes questões para eles: “No lançamento de uma ‘moeda honesta’, qual é a probabilidade de ‘sair’ cara? E de ‘sair’ coroa? No lançamento de um ‘dado honesto’ com as faces numeradas de 1 a 6, qual é a probabilidade de ‘sair’ um número ímpar? E um número maior que 4?”.

Para as aulas iniciais

Retome o conceito de probabilidade da seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores* e peça aos estudantes que façam a **atividade 72**. Após concluírem, discuta a atividade com a turma.

Se achar necessário, retome com os estudantes o significado do termo “aleatório”, que está associado à dependência de um acontecimento incerto, visto no ano anterior. Para que possam, de fato, compreender a noção de experimento aleatório, é importante que eles tenham a oportunidade de simular experimentos, como lançar uma moeda "honesta" determinado número de vezes e avaliar a ocorrência de caras ou coroas, lançar um dado "honesto" determinado número de vezes e observar a ocorrência de cada face etc. Perguntas sobre a chance de “sair” cara ou coroa ao lançar uma moeda "honesta" ou determinada face de um dado "honesto" antes de lançá-lo permitem levantar o conhecimento prévio dos estudantes.

(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.

- As **atividades 2**, **3** e **5** apresentam situações representadas por imagens que permitem que os estudantes identifiquem os experimentos como certos, mais prováveis, menos prováveis, equiprováveis e impossíveis.

Cálculo de probabilidades

Reproduza a situação na lousa e proponha aos estudantes que determinem a probabilidade de Camila sortear um funcionário com menos de 5 anos trabalhados na empresa. Após concluírem a atividade e as estratégias serem debatidas, faça a leitura coletiva do texto do livro.

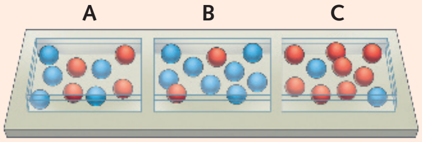
Antes de apresentar os exemplos, você pode propor que formulem perguntas com base nos dados do quadro. Depois, peça que troquem as perguntas com um colega e respondam às perguntas propostas por ele.

Atividades

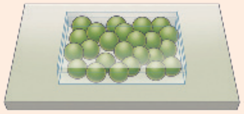
Faça as atividades no caderno.

1 Cite dois experimentos aleatórios e três não aleatórios. **1.** Resposta pessoal.

2 Observe as bandejas A, B e C. De olhos vendados, Luís vai retirar, ao acaso, uma bola de uma delas. De qual dessas bandejas é mais provável que Luís tire uma bola vermelha? De qual é menos provável? **2.** mais provável: C; menos provável: B



3 Se retirarmos uma bola da caixa abaixo, poderemos afirmar seguramente que ela será verde? Por quê? **3.** Sim, porque todas as bolas da caixa são verdes.



ILUSTRAÇÕES: GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

4 Identifique no caderno cada item a seguir como certo, provável ou impossível.

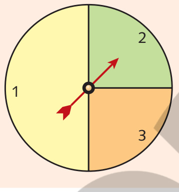
a) Ao lançar um "dado honesto" numerado de 1 a 6, podemos obter o número 7. **4. a)** impossível

b) Ao lançar dois "dados honestos", vamos obter dois números diferentes. **4. b)** provável

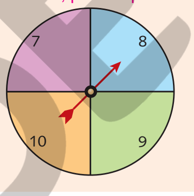
c) Ao lançar dois "dados honestos", vamos obter dois números cuja soma varia de 2 até 12. **4. c)** certo

5 Observe as roletas e indique no caderno qual valor tem a maior chance de sair em cada caso ao girar a flecha. **5. b)** Nenhum, pois as probabilidades são iguais.

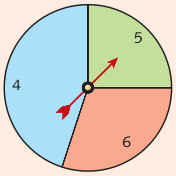
a) **5. a)** 1



b)



c) **5. c)** 4



ILUSTRAÇÕES: GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Cálculo de probabilidades

Camila precisa sortear um funcionário do setor de administração ou contabilidade para ganhar um passeio pago pela empresa. Confira no quadro a seguir a classificação dos funcionários que trabalham nesses setores de acordo com o tempo em que estão na empresa.

	Tempo em que trabalham na empresa (em ano)			
Setor	Menos de 5 anos	De 5 a 7 anos	De 7 a 10 anos	Mais de 10 anos
Administração	10	3	1	2
Contabilidade	7	5	3	1

LEMBRE-SE:
Escreva no caderno.

Podemos calcular a probabilidade de Camila sortear um funcionário com menos de 5 anos trabalhados na empresa da seguinte maneira:

- cálculo do total de funcionários que têm menos de 5 anos de trabalho: $10 + 7 = 17$;
- cálculo do total de funcionários dos dois setores: $10 + 7 + 3 + 5 + 1 + 3 + 2 + 1 = 32$.

Então, a probabilidade de Camila sortear uma pessoa com menos de 5 anos trabalhados na empresa é de 17 em 32 ou $\frac{17}{32}$ ou 53,125%.

▸ Agora é sua vez! Tente resolver a situação: Roberto é colega de Camila e trabalha há mais de 10 anos no setor de contabilidade dessa empresa. Qual é a probabilidade de ele ser o funcionário sorteado?

Item: 1 em 32 ou $\frac{1}{32}$ ou 3,125%

A **probabilidade** de determinado resultado em um experimento aleatório é a razão entre o número de possibilidades favoráveis e o número total de possibilidades.

Confira alguns exemplos de cálculos de probabilidade:

a) Um leitor de livros digitais será sorteado entre os 1 000 estudantes de uma escola.

Há 50 estudantes nos terceiros anos e 80 estudantes nos sextos anos.

Podemos calcular a probabilidade de o ganhador ser do 3º ano e a probabilidade de o ganhador ser do 6º ano.

A probabilidade de que o estudante sorteado seja do 3º ano é de 50 em 1 000 ou $\frac{50}{1\,000}$ ou 5%, e a probabilidade de que o estudante sorteado seja do 6º ano é de 80 em 1 000 ou $\frac{80}{1\,000}$ ou 8%.

b) Ao lançar um "dado honesto", também chamado de "dado não viciado", uma única vez:

- qual é a probabilidade de obtermos o número 6?

  No lançamento de um "dado honesto", os resultados possíveis são 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

  Como o dado é "honesto", a probabilidade de sair qualquer um dos seis resultados possíveis é a mesma. Nesse caso, a probabilidade de sair a face 6 é de 1 em 6 ou $\frac{1}{6}$.
- qual é a probabilidade de obtermos um número par?

  Nesse caso, há três resultados favoráveis (2, 4 ou 6) entre os seis resultados possíveis (1, 2, 3, 4, 5 ou 6).

  Portanto, a probabilidade é de 3 em 6 ou $\frac{3}{6}$ ou $\frac{1}{2}$. Essa probabilidade também pode ser expressa por um número decimal (0,5) ou por uma porcentagem (50%).
- qual é a probabilidade de sair um número maior que 2?

  Nesse caso, há quatro resultados favoráveis (3, 4, 5 ou 6) entre os seis resultados possíveis (1, 2, 3, 4, 5 ou 6).

  Portanto, a probabilidade é de 4 em 6 ou $\frac{4}{6}$ ou $\frac{2}{3}$. Essa probabilidade também pode ser expressa por um número decimal ($0,\overline{6}$) ou por uma porcentagem (aproximadamente 66,67%).

Convém chamar a atenção dos estudantes para que percebam que a probabilidade é a razão que exprime a comparação entre o número de possibilidades favoráveis e o total de possibilidades de ocorrência de um evento. Deve ficar claro para eles que, sendo a probabilidade uma razão, ela pode ser representada por uma fração irredutível, por um número decimal ou por uma porcentagem.

Destaque que a probabilidade é um número de zero a 1, em que zero diz respeito à impossibilidade de um evento ocorrer, e 1, à certeza de que o evento ocorrerá. Além disso, é de grande valia propor reflexões que levem os estudantes a essas conclusões, e não apresentá-las prontas.

- As **atividades 7** e **10** envolvem situações representadas por imagens por meio das quais os estudantes podem obter diretamente a probabilidade desejada. Situações como essas permitem que eles trabalhem de maneira ilustrativa a determinação do número de possibilidades favoráveis e do número total de possibilidades de ocorrência do evento em questão.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

6 Ao lançar um "dado honesto" uma única vez, qual é a probabilidade:

a) de sair um número ímpar? **6. a)** $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

b) de sair um número maior que 4? **6. b)** $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

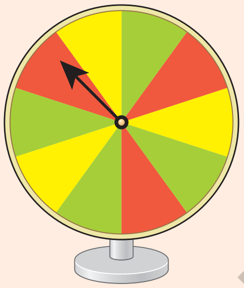
c) de sair o número 8? **6. c)** zero

7 Se considerarmos que cada faixa tem a mesma probabilidade de ocorrência, ao girarmos uma única vez uma roleta como a representada abaixo, qual é a probabilidade de a flecha:

a) parar na cor amarela? **7. a)** $\frac{3}{10}$

b) parar na cor verde? **7. b)** $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

c) parar na cor vermelha? **7. c)** $\frac{3}{10}$



GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

8 Qual é a probabilidade de, ao retirar, ao acaso, uma única carta de um baralho de 52 cartas, sair um "dois"? (Lembre-se de que em um baralho há 4 "dois" – um de cada naipe: espadas, copas, paus e ouros.)

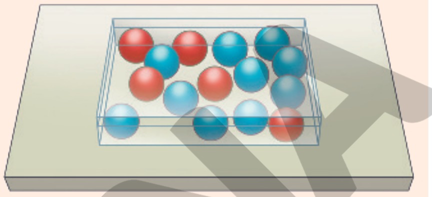
8. $\frac{4}{52}$ ou $\frac{1}{13}$

PAULO MANZI

9 Em um único lançamento de duas "moedas honestas" ao mesmo tempo, quais são os resultados possíveis? Qual é a probabilidade de obter apenas uma "cara"?

9. cara e cara, cara e coroa, coroa e cara ou coroa e coroa; $\frac{1}{2}$

10 Imagine que, de olhos vendados, você vai retirar uma bola da bandeja representada abaixo. Qual é a probabilidade da bola retirada ser vermelha? **10.** $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$



GEORGE TUTUMI/ARQUIVO DA EDITORA

11 Junte-se a um colega para realizar esta atividade. Vocês devem lançar um dado 100 vezes seguidas e, em cada uma delas, anotar o número da face voltada para cima. Em seguida, faça o que se pede em cada item.

a) No caderno, reproduzam este quadro para indicar a frequência de cada resultado.

11. a) Reprodução do quadro.

Face	Frequência
1	
2	
3	
4	
5	
6	

11. b) Respostas pessoais.

b) Qual é a face com maior frequência de ocorrências nessas jogadas? E a face com menor frequência?

c) Com base nos resultados apresentados, podemos dizer que a probabilidade de obter a face 6, em uma próxima jogada, é maior que a de obter a face 5? Explique.

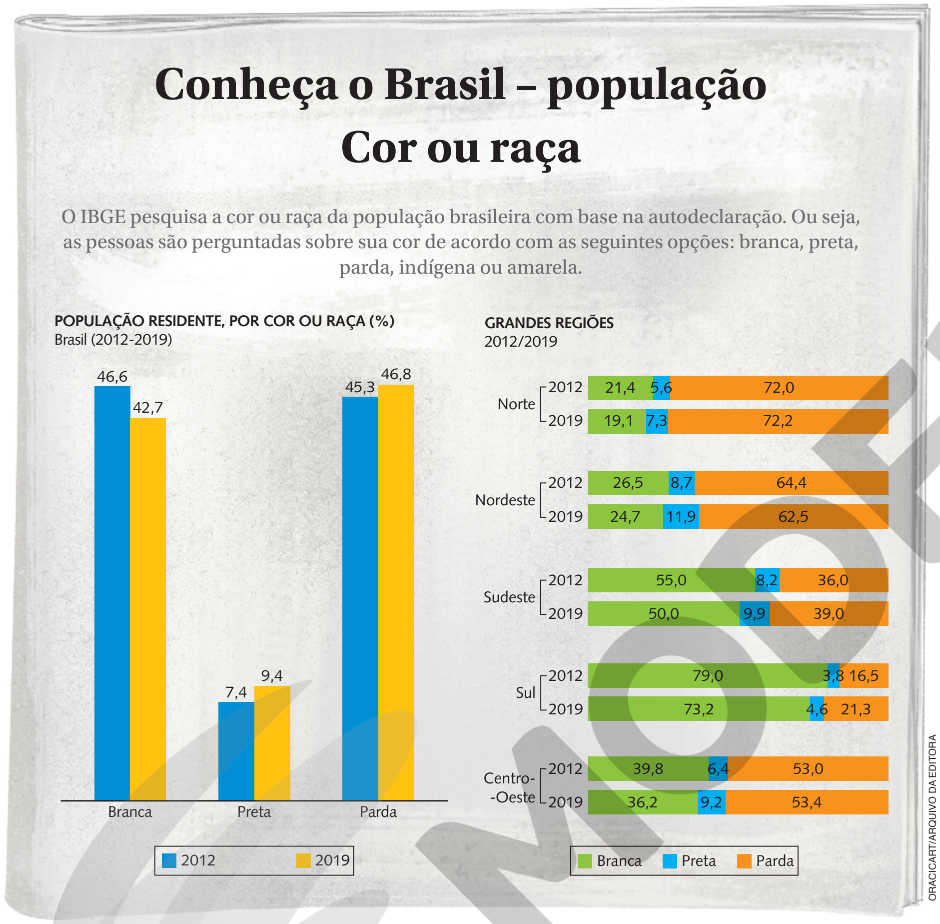
11. c) Respostas pessoais.

2 Pesquisa estatística

A Estatística é o ramo da Matemática que se encarrega de coletar dados sobre determinado assunto, organizá-los e analisá-los.

Boa parte das informações divulgadas pelos meios de comunicação que envolvem dados numéricos provém de pesquisas e estudos estatísticos.

Em assuntos tão variados quanto política, turismo, informática, economia, educação, saúde, esporte e agronomia, as representações gráficas podem facilitar a compreensão de determinados aspectos ou particularidades dos objetos em estudo. Observe o exemplo a seguir.



Conheça o Brasil – população

Cor ou raça

O IBGE pesquisa a cor ou raça da população brasileira com base na autodeclaração. Ou seja, as pessoas são perguntadas sobre sua cor de acordo com as seguintes opções: branca, preta, parda, indígena ou amarela.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101707_informativo.pdf
Acesso em: 2 jun. 2022.

(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.

(EF07MA36) Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.

(EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

Pesquisa estatística

BNCC:

- Competências específicas 4 e 5 (as descrições estão na página VII).
- Habilidades EF07MA35, EF07MA36 e EF07MA37.

Objetivos:

- Compreender o processo estatístico.
- Planejar e realizar uma pesquisa.

Tema contemporâneo transversal:

MEIO AMBIENTE

Justificativa

Compreender o processo estatístico possibilita aos estudantes entender como os dados de pesquisas sobre a população ou pesquisas eleitorais são obtidos e organizados, e como chegam até nós. Além disso, fornece subsídios para que eles possam realizar suas próprias pesquisas estatísticas.

O planejamento e a realização de pesquisas estatísticas permitem responder a questões que façam sentido não só ao indivíduo como ao coletivo no qual ele está inserido. Além disso, mobiliza os conhecimentos adquiridos sobre a construção, leitura e interpretação de tabelas e gráficos de diferentes tipos. Por ser uma atividade que envolve diálogo e cooperação, os estudantes exercitam também a empatia e o respeito às diferentes opiniões.

Mapeando conhecimentos

Proponha aos estudantes que imaginem a seguinte situação: “Uma companhia de teatro vai lançar um espetáculo em determinado horário e decidiu fazer uma pesquisa sobre qual tipo de espetáculo mais agradaria naquele horário: drama, comédia ou musical”. Em seguida, pergunte a eles como essa companhia deve proceder. Observe se eles descrevem as etapas do processo estatístico e se percebem que pesquisas desse tipo devem ser amostrais e que a amostra deve ser representativa da população.

Para as aulas iniciais

Retome os passos para a realização de uma pesquisa estatística presentes na seção *Revisão dos conteúdos de anos anteriores*. Depois, reserve uma aula para que façam a **atividade 73**.

Converse com os estudantes sobre a definição do objetivo e do planejamento da pesquisa (1ª etapa do processo), em que são definidos pontos para o desenvolvimento das demais etapas. Por exemplo:

- Como farei a coleta de dados?
- Entrevistarei quantas pessoas?
- Que tipo de entrevista vou fazer? Presencial, por telefone, por *e-mail*?
- Como será o questionário? Quais questões ele vai ter? Com essas questões eu atinjo o objetivo da pesquisa?
- Preciso buscar dados em outras fontes para a análise dos resultados?

População e amostra

Ao introduzir os conceitos de população e de amostra e, consequentemente, pesquisa censitária e amostral, iniciamos o desenvolvimento da habilidade **EF07MA36** para que o estudante tenha condições de identificar a necessidade da pesquisa ser censitária ou de usar amostra.

Comente com os estudantes que, mesmo ao usar uma amostra da população para a pesquisa, ela pode se tornar viciada ou tendenciosa quando essa amostra representa apenas algumas características da população, não sendo possível, assim, a realização da Estatística inferencial.

As informações apresentadas sobre a população residente no Brasil, por cor ou raça, são resultantes de um **processo estatístico**, que se baseia em um método de pesquisa. As etapas desse processo são:

1ª) definição do objetivo e do planejamento da pesquisa;
2ª) coleta de dados;
3ª) organização e apuração dos dados obtidos, de acordo com o critério escolhido;
4ª) apresentação dos dados por meio de tabelas e gráficos;
5ª) análise dos resultados.

A seguir, vamos estudar alguns tópicos que ajudarão na estruturação das etapas do processo estatístico.

População e amostra

Suponha que estejamos interessados em conhecer a opinião dos torcedores sobre a segurança do principal estádio de uma cidade. Para isso, o objeto do nosso estudo são os torcedores que frequentam o estádio. Eles compõem a **população** (ou **universo estatístico**) da nossa pesquisa.

Provavelmente, não conseguiríamos ouvir todos os torcedores; seria uma operação difícil, de alto custo e muito lenta. Recorremos, então, a uma **amostra** — parte representativa do universo estatístico — que possa dar uma ideia da opinião de todos os indivíduos da população.

Nesse caso, um grupo de torcedores — homens e mulheres de várias idades — pode ser considerado uma amostra.

Atividade

Faça a atividade no caderno.

12 Reúna-se com três colegas para realizar o experimento proposto a seguir. Vocês vão precisar de um lápis de cor laranja e um azul, duas folhas de papel sulfite e uma tesoura com pontas arredondadas.

Sigam os passos abaixo:

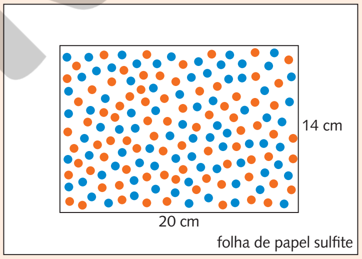
1º passo: Em uma folha de papel sulfite, desenhem o contorno de um retângulo cujo comprimento meça 20 cm e a largura meça 14 cm.

2º passo: No retângulo obtido no 1º passo, dois integrantes do grupo devem desenhar aleatoriamente bolinhas laranjas, sem a preocupação de contá-las. Os outros dois integrantes fazem o mesmo procedimento, mas devem desenhar bolinhas azuis no retângulo.

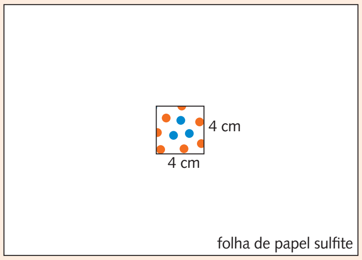
Observação: Vocês devem tomar o cuidado para que as bolinhas azuis e laranja fiquem espalhadas de maneira uniforme, ou seja, não pode haver concentração de bolinhas de uma única cor.

3º passo: Em outra folha de papel sulfite, tracem o contorno de um quadrado cujos lados meçam 4 cm de comprimento. Recortem-no, deixando a folha com um furo.

4º passo: Coloquem o furo ao acaso sobre o retângulo com as bolinhas azuis e laranja e anotem o número de bolinhas azuis, o número de bolinhas laranja e o total de bolinhas. Repitam esse passo três vezes, sempre em posição diferente.



Exemplo de construção após os passos 1 e 2.



Nesse caso, temos 10 bolinhas no total, sendo 7 laranja e 3 azuis.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

LEMBRE-SE:
Escreva no caderno.

Agora, respondam: **12. c)** População: todas as bolinhas desenhadas no retângulo (2º passo); amostra: bolinhas que ficaram no interior do furo (4º passo).

a) Sem contar as bolinhas uma a uma, qual é, aproximadamente, a porcentagem de bolinhas laranja e a porcentagem de bolinhas azuis? **12. a)** Resposta pessoal.

b) Com base na questão anterior, que características pretendemos conhecer? **12. b)** A relação entre as cores das bolinhas.

c) O que pode ser considerado população e amostra no experimento realizado?

A atividade foi baseada no livro **Pra que serve a Matemática?**: Estatística, de Imenes, Jakubo e Lellis. 4. ed. São Paulo: Atual, 2011. p. 27-29.

Pesquisa censitária e pesquisa amostral

Quando uma pesquisa é realizada em um universo estatístico, cujo objetivo é coletar as informações de todos os integrantes da população, trata-se de uma **pesquisa censitária**. Esse tipo de pesquisa possibilita maior precisão na análise sobre a população estudada, já que todos participam da pesquisa.

No Brasil, uma das pesquisas censitárias mais conhecidas é o Censo demográfico realizado pelo IBGE, que traça o perfil da população brasileira.

Muitas vezes, não é possível realizar uma pesquisa censitária por ser inviável o levantamento de informações de todos os integrantes da população. Nesse caso, é realizada uma **pesquisa amostral** (ou **pesquisa por amostragem**). Escolhe-se aleatoriamente uma amostra representativa da população, uma vez que a amostra não pode ser tendenciosa, pois invalidaria a pesquisa.

Pesquisas eleitorais e de satisfação são exemplos de pesquisas por amostragem.

Observações

1. O tamanho da amostra e os critérios de escolha dos seus elementos devem ser estudados atentamente para que a pesquisa seja bem-sucedida.

2. Para a realização das coletas de dados, existem, entre outros, os **questionários abertos** (possibilidades de respostas não limitadas) e os **questionários fechados** (limitam a possibilidade de resposta em múltipla escolha). A qualidade das questões elaboradas são de fundamental importância para a credibilidade do resultado da pesquisa.

- Exemplos de perguntas em um questionário aberto:
  I. Quantos minutos você leva para tomar banho?
  II. Quantos copos de água você consome por dia?
- Exemplos de perguntas em um questionário fechado:
  I. Quantos minutos você leva para tomar banho?
    a) Menos de 5 minutos. **b)** De 5 a 8 minutos. **c)** Mais de 8 minutos.
  II. Quantos copos de água você consome por dia?
    a) De 1 a 2 copos. **c)** De 7 a 10 copos.
    b) De 3 a 6 copos. **d)** Mais de 10 copos.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Censo demográfico e pesquisas eleitorais

Você sabe como são realizados as pesquisas eleitorais e o Censo?

Confira nos infográficos a seguir algumas curiosidades sobre essas pesquisas.

Sugestão de leitura

Apresente aos estudantes os questionários do último Censo demográfico. Eles podem servir como modelos e fonte de pesquisa. O próprio *site* do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) poderá ser uma referência como fonte de pesquisas.

Neste infográfico são apresentadas informações sobre como são realizados a pesquisa eleitoral e o Censo demográfico. Aproveite a oportunidade para explorar as características das pesquisas censitárias (Censo demográfico) e das pesquisas amostrais (pesquisa eleitoral), além de retomar as etapas de uma pesquisa estatística em cada um dos casos apresentados. Uma sugestão é apresentar para os estudantes as informações do último Censo demográfico e algumas pesquisas eleitorais divulgadas pela mídia.

Censo demográfico

- **O que é**

Pesquisa realizada de 10 em 10 anos pelo IBGE com o objetivo de conhecer características da população brasileira: quantos somos, como somos, onde vivemos e como vivemos.

- **Para que serve**

Para que tanto os governantes quanto a população em geral conheçam melhor o país, os estados e os municípios, a fim de acompanhar as transformações na ocupação do território e planejar as próximas etapas de desenvolvimento; avaliar, planejar e reivindicar investimentos em economia, saúde, educação, habitação, transporte, entre outros fatores.

- **Como é realizado**

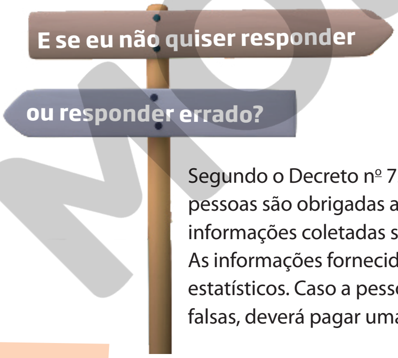
Agentes recenseadores são selecionados com a função de visitar todos os domicílios brasileiros. Esses agentes, identificados com colete, crachá e computador de mão, coletam as informações por meio de entrevista direta com perguntas listadas na forma de questionário.

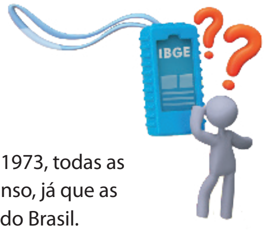
- **Como são os questionários aplicados**

Questionário básico: compreende a parte estrutural (saneamento básico, coleta de lixo, energia elétrica) e é aplicado em todos os domicílios brasileiros.

Questionário por amostragem: mais de 100 perguntas sobre as características das pessoas (idade, sexo, relação de parentesco com os demais moradores etc.), mas nem todas as pessoas respondem a essas questões.

* Medida de tempo médio de realização considerando uma família de três pessoas.





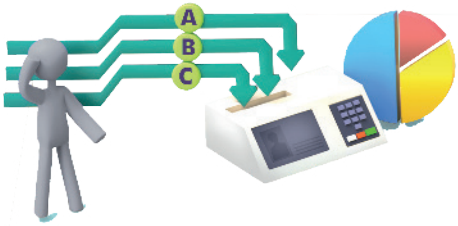
Segundo o Decreto nº 73.177, de 20 de novembro de 1973, todas as pessoas são obrigadas a responder às questões do Censo, já que as informações coletadas são importantes para o futuro do Brasil.
As informações fornecidas são confidenciais e têm fins exclusivamente estatísticos. Caso a pessoa não responda ou forneça informações falsas, deverá pagar uma multa de até 10 salários mínimos.

ILUSTRAÇÕES: WILSON JUNIOR/ARQUIVO DA EDITORA

Pesquisa eleitoral

- **O que é**

Pesquisa realizada por um instituto contratado com o objetivo de sondar as intenções de voto dos eleitores para uma eleição.



- **Para que serve**

Funciona como fonte significativa de informação, já que seus resultados podem apontar se a estratégia de campanha eleitoral de determinado candidato está produzindo os resultados esperados ou se são necessárias mudanças.

- **Como é realizada**

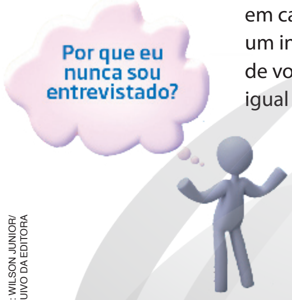
a) Definição das características/instrumentos da pesquisa: foco, prazos, conteúdo, abrangência, amostra (tamanho, seleção). As pesquisas são realizadas apenas nos municípios determinados por quem as contrata.

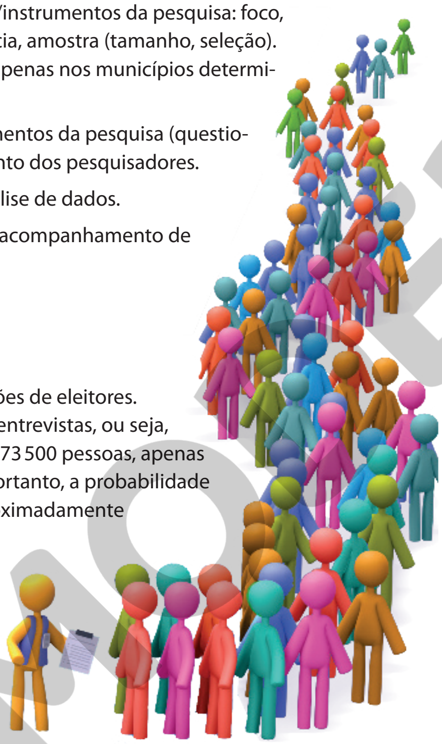
b) Estabelecimento dos instrumentos da pesquisa (questionários, planilhas) e treinamento dos pesquisadores.

c) Coleta, processamento e análise de dados.

d) Divulgação dos resultados e acompanhamento de seus desdobramentos.

Há no país mais de 147 milhões de eleitores. Na média, são realizadas 2 000 entrevistas, ou seja, em cada grupo de, no mínimo, 73 500 pessoas, apenas um indivíduo é entrevistado. Portanto, a probabilidade de você ser entrevistado é aproximadamente igual a 0,0014%.





Dados obtidos em: https://sig.tse.jus.br/ords/dwapr/seai/r/sig-eleicao/home?session=443525237677; https://www.bbc.com/portuguese/brasil-43845326 Acessos em: 3 jun. 2022.

ILUSTRAÇÕES: WILSON JUNIOR/ ARQUIVO DA EDITORA

Pergunte aos estudantes: “O que são pesquisas eleitorais? Como essas pesquisas são feitas? Elas são feitas com toda a população ou com uma amostra? Como essa amostra é escolhida? Qual é a importância desse tipo de pesquisa? Vocês sabem o que é margem de erro?”. Deixe-os à vontade para verbalizar o que sabem. Em seguida, faça a leitura coletiva deste texto com eles.

- Na **atividade 13**, espera-se que os estudantes entendam o termo "população" como todos os elementos do objeto de estudo da pesquisa, enquanto amostra é parte da população.
- Como não foi definido o objetivo da pesquisa na **atividade 14**, a amostra, nesse caso, poderá ser bem variada. Mas se, por exemplo, o objetivo da pesquisa para a população de animais for analisar a vida marinha, então nossa amostra serão os animais aquáticos.
- Na **atividade 17**, espera-se que os estudantes reflitam sobre as etapas iniciais do processo estatístico exploradas no tópico *Pesquisa estatística* antes de analisar as amostras apresentadas. Verifique se eles percebem que Cássia apresentou um detalhamento maior da amostra, o que pode ser considerado mais representativo, mesmo que Mariana tenha trazido uma proposta com um número maior de entrevistados, enquanto a amostra de Paula poderá ser tendenciosa, já que dois dos candidatos estudam no período da manhã.

13. Espera-se que os estudantes entendam população como todos os elementos do objeto de estudo da pesquisa, enquanto a amostra é parte da população.

16. Espera-se que os estudantes entendam que a pesquisa censitária possibilita uma visualização mais fiel das características de uma população, sendo mais vantajosa nesse aspecto, mas que nem sempre é possível realizá-la.

Atividades

Faça as atividades no caderno.

13 Qual é a diferença entre população e amostra?

14 Em cada item, há um exemplo de população. Escreva no caderno uma amostra referente a cada população de:

- pessoas que moram no Brasil;
- animais;
- plantas.

Agora, compare sua resposta com a de um colega. **14.** Respostas pessoais.

15 Uma indústria produz 30 000 parafusos diariamente. Para efetuar um processo de controle de qualidade sobre a produção, de cada 100 parafusos, um vai para análise, que determina se o parafuso é perfeito ou defeituoso.


IB PHOTOGRAPHY/SHUTTERSTOCK

Considerando a população de 30 000 parafusos produzidos diariamente nessa indústria, qual é o tamanho da amostra utilizada para a análise? **15.** 300 parafusos

16 Explique a seguinte afirmação: Para analisarmos as características de uma população, a pesquisa censitária é mais vantajosa que a pesquisa amostral.

17 Mariana, Cássia e Paula vão realizar uma pesquisa eleitoral na escola em que estudam a fim de analisar as intenções de voto dos estudantes do Ensino Fundamental para a presidência do grêmio estudantil. Como a escola possui uma grande quantidade de estudantes, elas optaram por uma pesquisa amostral. Para o planejamento da pesquisa, analise as possibilidades de amostra que cada uma apresentou:

- **Mariana**: entrevistar 400 estudantes, sendo 200 do período da manhã e os outros 200 do período da tarde;
- **Cássia**: entrevistar 200 estudantes, sendo 100 do período da manhã (50 meninos e 50 meninas) e os outros 100 do período da tarde (50 meninos e 50 meninas). Dos 200 estudantes, 50 deverão ser do 6º ano, 50, do 7º ano, 50, do 8º ano, e 50, do 9º ano;
- **Paula**: entrevistar todos os estudantes do período da manhã.

Os candidatos são: Ana, estudante do 8º ano no período da manhã; Fábio, estudante do 7º ano no período da manhã; e Juliana, estudante do 8º ano no período da tarde. Reúna-se com um colega e analisem qual das propostas de amostra é a mais adequada e representativa para o objetivo da pesquisa. Justifiquem a resposta.

17. Espera-se que os estudantes respondam Cássia, por ter apresentado um detalhamento maior da amostra.

18 O IBGE realiza, de 10 em 10 anos, o Censo, que é uma pesquisa censitária. De acordo com essa periodicidade, seria realizado um Censo no ano de 2020. Porém, devido à pandemia de Covid-19, a pesquisa foi adiada, pois seria inviável visitar todos os domicílios brasileiros com as restrições impostas pelo distanciamento social. No Censo realizado em 2010, os recenseadores visitaram 67,6 milhões de residências. Desse total, a cada 10 domicílios visitados, em um eles utilizaram um questionário específico para levantar informações detalhadas para uma amostra. Determine quantas residências foram contempladas com esse modelo de questionário.

18. 6 760 000 residências

19 Em grupo, planejem e realizem uma pesquisa para saber sobre os animais domésticos que seus colegas de turma possuem. Para isso, sigam os passos:

1º) definam se a pesquisa será amostral ou censitária; **19.** Respostas pessoais.

2º) elaborem as perguntas do questionário para a coleta de dados;

3º) realizem a coleta dos dados;

4º) utilizem uma planilha eletrônica para construir tabelas e gráficos que representem os dados coletados;

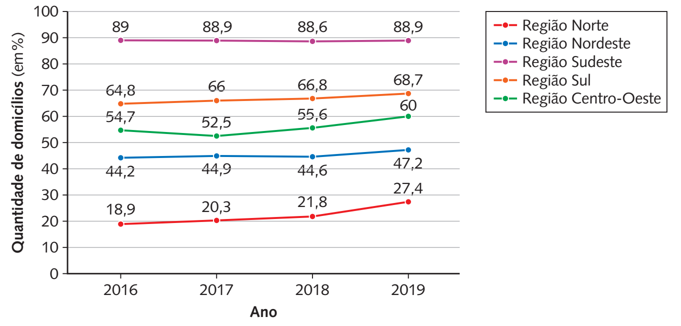
5º) escrevam um pequeno texto para resumir os resultados da pesquisa.

Gráficos

Em Estatística, o gráfico, assim como a tabela, tem como principal função apresentar os dados de uma pesquisa. A representação gráfica deve ser simples, clara e com informações verdadeiras.

Vamos verificar os tipos de gráficos a partir da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD), realizada pelo IBGE. Diferentemente do Censo, essa pesquisa é realizada anualmente. Observe algumas informações obtidas por meio dessa pesquisa, analisando um **gráfico de segmentos**, como o do exemplo abaixo.

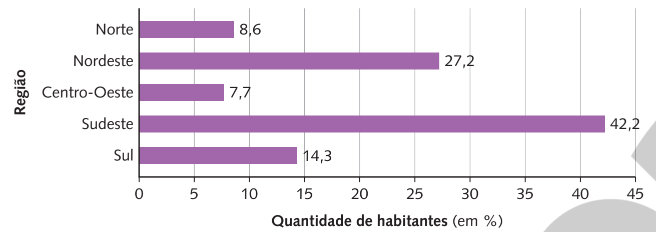
DOMICÍLIOS COM REDE GERAL OU FOSSA SÉPTICA LIGADA À REDE GERAL SEGUNDO AS GRANDES REGIÕES (EM%)



Dados obtidos em: https://tratabrasil.org.br/uploads/liv101707-informativo.pdf Acesso em: 3 jun. 2022.

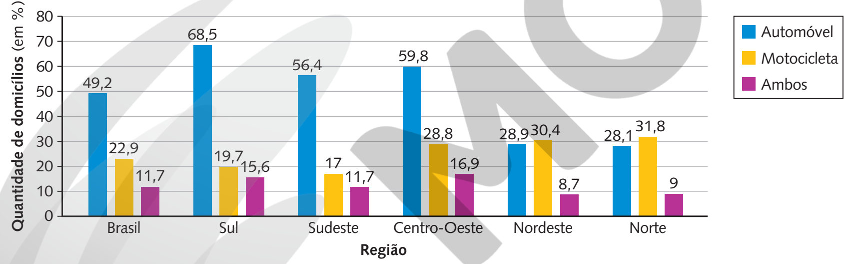
Agora, vamos ver um exemplo de **gráfico de barras simples** e um de **gráfico de barras múltiplas**.

DISTRIBUIÇÃO DA POPULAÇÃO BRASILEIRA RESIDENTE SEGUNDO AS GRANDES REGIÕES (EM %)



Dados obtidos em: https://tratabrasil.org.br/uploads/liv101707-informativo.pdf Acesso em: 3 jun. 2022.

DOMICÍLIOS COM POSSE DE AUTOMÓVEL E MOTOCICLETA SEGUNDO GRANDES REGIÕES (EM%)



ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: https://tratabrasil.org.br/uploads/liv101707-informativo.pdf Acesso em: 3 jun. 2022.

Gráficos

Ao iniciar o estudo de leitura e interpretação de gráficos, proponha que cada estudante leve para a sala de aula alguma notícia publicada recentemente em jornal, revista ou *site* que utilize dados estatísticos envolvendo gráficos diversos. Aproveite para analisá-las, do ponto de vista estatístico, juntamente com os estudantes, levando-os a perceber como atribuir significado aos dados apresentados e como interpretá-los. Esse tipo de atividade contribui para que eles analisem e relacionem criticamente os dados apresentados, questionando ou ponderando até mesmo sua veracidade. Interpretar e comparar dados é tão importante quanto organizar e representar uma coleção de dados. Além disso, eles são incentivados a perceber a variedade de formas possíveis de apresentar dados tratados estatisticamente e também a função dessas diversas representações, que é a de facilitar a compreensão de determinados aspectos ou particularidades daquilo que está sendo estudado. Dessa forma, essa atividade contribui para o desenvolvimento da competência específica **4**.

Ao mostrar os gráficos de barras, comente com os estudantes que as barras podem ser tanto verticais como horizontais e que essa posição não influencia a informação a ser transmitida.

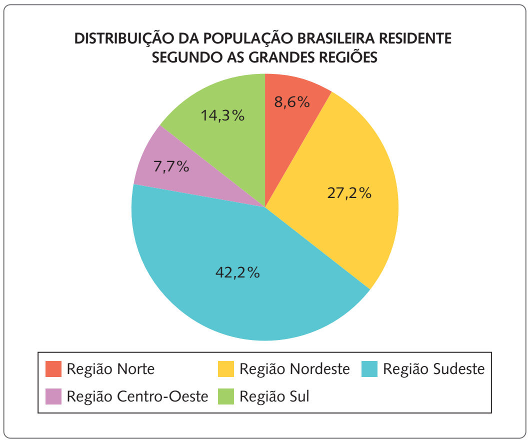
Caso considere necessário, diga a eles que o gráfico de segmentos também pode ser chamado de "gráfico de linhas", assim como o gráfico de barras verticais é chamado de "gráfico de colunas", e o gráfico de barras horizontais, de "gráfico de barras".

Ao iniciar o conteúdo sobre gráfico de setores, convém reler coletivamente a atividade proposta no *Trocando ideias* deste capítulo para que os estudantes possam rever as respostas dadas às questões propostas.

É importante que os estudantes saibam trabalhar com porcentagens para a articulação e a interpretação dos dados contidos nesse tipo de gráfico.

Retome o gráfico da distribuição da população brasileira residente segundo as grandes regiões. Observe que a soma das porcentagens de habitantes das regiões corresponde a 100%, isto é, ao total da população do país inteiro. Por isso, esses dados também podem ser representados por um **gráfico de setores**.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA



Dados obtidos em: https://tratabrasil.org.br/uploads/liv101707-informativo.pdf
Acesso em: 3 jun. 2022.

Na sequência, estudaremos com mais detalhes esse tipo de gráfico.

Gráfico de setores

Os Jogos Paralímpicos de Tóquio ocorreram no ano de 2021. No evento, o Brasil competiu em vinte modalidades esportivas e conquistou um total de 72 medalhas. A tabela a seguir apresenta a quantidade de medalhas de cada tipo.

ATHIT PERAWONGMETHA/REUTERS/FOTOARENA

O atleta Jovane Guissone, esgrimista brasileiro, recebeu medalha de prata nos Jogos Paralímpicos de Tóquio em 2021.

Medalhas conquistadas pelo Brasil nos Jogos Paralímpicos de Tóquio

Medalha	Quantidade
Ouro	22
Prata	20
Bronze	30

Dados obtidos em: https://www.paralympic.org/tokyo-2020/results/medalstandings
Acesso em: 3 jun. 2022.

Vamos construir um gráfico com base nos dados da tabela. Para essa situação, é conveniente utilizar um gráfico de setores (ou gráfico circular), pois queremos representar partes de um total. O total será representado por um círculo dividido em setores, que são as partes.

Inicialmente, determinamos o total, que, nesse caso, corresponde ao total de medalhas obtidas pelo Brasil:

$$22 + 20 + 30 = 72$$

Depois, determinamos a porcentagem (%) correspondente a cada tipo de medalha.

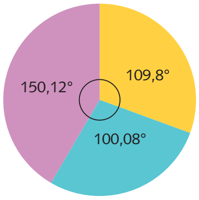
- Ouro: $\frac{22}{72} \simeq 0{,}305 = 30{,}5\%$
- Prata: $\frac{20}{72} \simeq 0{,}278 = 27{,}8\%$
- Bronze: $\frac{30}{72} \simeq 0{,}417 = 41{,}7\%$

Observe que a soma das porcentagens é igual a 100% (30,5% + 27,8% + 41,7% = 100%), representando o todo.

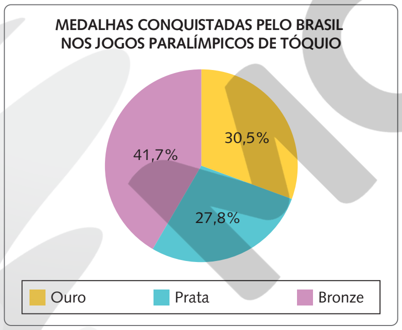
Agora, para a construção do gráfico, calculamos a medida da abertura do ângulo correspondente a cada setor. Para isso, devemos considerar que a abertura do ângulo central total correspondente ao círculo mede 360°.

- Ouro: 30,5% de 360° = 109,8°
- Prata: 27,8% de 360° = 100,08°
- Bronze: 41,7% de 360° = 150,12°

Finalmente, construímos um círculo de raio qualquer. Com o auxílio de um transferidor, dividimos esse círculo de acordo com as medidas das aberturas dos ângulos obtidos.



Indicamos os setores com suas respectivas legendas. Note que, observando o gráfico, rapidamente podemos concluir que bronze foi o tipo de medalha mais obtida pelos atletas brasileiros.


MEDALHAS CONQUISTADAS PELO BRASIL NOS JOGOS PARALÍMPICOS DE TÓQUIO

Dados obtidos em: https://www.paralympic.org/tokyo-2020/results/medalstandings
Acesso em: 21 jun. 2022.

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Comente com eles que a porcentagem correspondente a cada categoria representada no gráfico de setores é proporcional às respectivas medidas de abertura dos ângulos, logo 1% no setor do gráfico equivale à medida da abertura do ângulo de 3,6°. Se julgar necessário, retome o estudo de medida da abertura e construção de ângulos com o uso do transferidor.

Ao trabalhar com a construção de gráficos de setores, reforce que a soma das porcentagens de todos os setores do gráfico deve ser 100%. Mostre ou peça aos estudantes a construção de um gráfico de setores a partir de um conjunto de dados em que a soma das porcentagens seja diferente de 100% ou em situações em que a escolha desse tipo de gráfico não é conveniente, verificando as observações e conclusões deles.

A indicação do título e da fonte dos gráficos deve ser incentivada durante as aulas, pois contém informações importantes sobre os dados que estão sendo apresentados, as quais devem ser examinadas com cuidado.

Sempre que possível, explore a utilização de planilhas eletrônicas. Elas têm ferramentas que permitem a representação dos dados por meio de gráficos de diferentes tipos, favorecendo o desenvolvimento da competência específica **5.**

- As **atividades 20**, **21** e **22** têm por intenção favorecer o desenvolvimento da habilidade **EF07MA37.**

Médias

O estudo do conceito e do cálculo da média aritmética favorece o desenvolvimento da habilidade **EF07MA35**.

Ao introduzir as noções de média aritmética simples e de média aritmética ponderada, peça aos estudantes que busquem outras situações, além das apresentadas no livro, em que cada um desses tipos de média seja utilizado.

Atividades

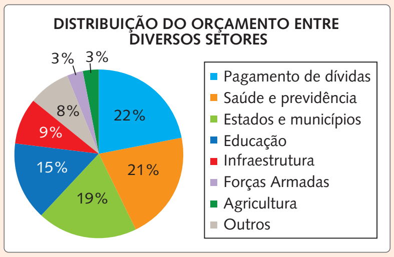
Faça as atividades no caderno.

20 Observe este gráfico, que mostra a distribuição dos gastos públicos de determinado país no 2º semestre de 2023.

a) Que porcentagem do orçamento é gasta com saúde e previdência? **20. a)** 21%

b) Supondo que o orçamento desse país seja de 32 bilhões de dólares, quanto é o gasto com agricultura?

20. b) 0,96 bilhão de dólares ou 960 milhões de dólares


DISTRIBUIÇÃO DO ORÇAMENTO ENTRE DIVERSOS SETORES

LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pelo Ministério do Planejamento do país no 2º semestre de 2023.

21. a) Espera-se que a resposta dos estudantes seja não, pois haveria uma grande quantidade de setores (um para cada estado), dificultando o entendimento do gráfico.

21 Acesse a projeção da população do Brasil e das Unidades da Federação no *site* do IBGE e observe os dados sobre a estimativa da população do Brasil e de cada um de seus estados.

Agora, responda ao que se pede:

a) Você considera adequado construir um gráfico de setores para representar a distribuição da população brasileira por estado? Justifique sua resposta.

b) Você considera adequado construir um gráfico de setores para representar a distribuição da população brasileira por região? Justifique sua resposta.

21. b) Espera-se que a resposta dos estudantes seja sim, pois a distribuição por região permite uma visualização do gráfico muito melhor do que por estado.

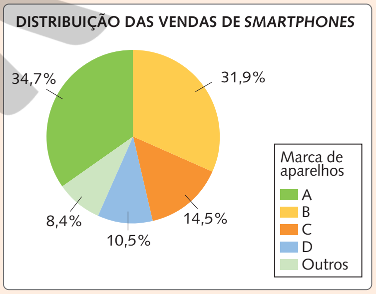
22 Nos últimos anos, a venda de *smartphones*, aparelhos de celular com características de computadores, aumentou no Brasil. Analise este gráfico da distribuição das vendas de uma rede de lojas de acordo com a marca dos aparelhos em dezembro de 2023 e responda:

22. a) 34 700 aparelhos

a) Em uma venda de 100 000 *smartphones*, quantos aparelhos eram da marca A?

b) Podemos afirmar que a venda dos aparelhos da marca A corresponde a mais de $\frac{1}{3}$ das vendas? Justifique sua resposta.

22. b) Sim; $\frac{1}{3}$ corresponde, aproximadamente, a 33%


DISTRIBUIÇÃO DAS VENDAS DE *SMARTPHONES*

GUILHERME CASAGRANDI/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela rede de lojas em dezembro de 2023.

Médias

Você já deve ter escutado expressões do tipo “média de gols”, “rendimento médio”, “média de preço”, “crescimento médio da população” etc.

Muitas vezes, em uma pesquisa que envolve vários dados, podemos sintetizar as informações calculando a **média aritmética** ou a **média aritmética ponderada** e utilizar essas medidas para representar o conjunto de dados da pesquisa.

Normalmente, quando usamos apenas “média”, estamos nos referindo à média aritmética simples.

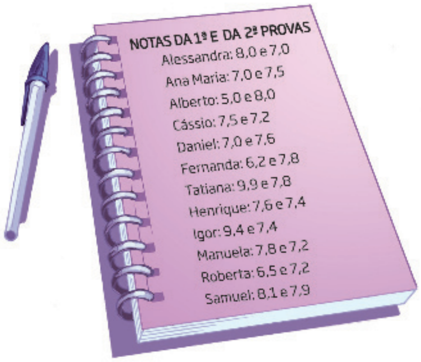
Média aritmética simples

Acompanhe a situação a seguir.

Confira na imagem as notas que os estudantes da sala de Roberta obtiveram na 1ª e na 2ª provas de Matemática do ano letivo.

Qual é a média aritmética das notas dos estudantes da sala de Roberta para a 1ª prova?

Para calcular a média aritmética (ou média aritmética simples) dessa turma referente à 1ª prova, podemos adicionar as notas dos 12 estudantes e dividir por 12 o resultado obtido.



EDUARDO FRANCISCO/ARQUIVO DA EDITORA

$$\frac{8,0+7,0+5,0+7,5+7,0+6,2+9,9+7,6+9,4+7,8+6,5+8,1}{\underset{\text{número de estudantes}}{12}}=\frac{90,0}{12}=7,5$$

Agora, observe o cálculo para a média aritmética das notas dos estudantes na 2ª prova:

$$\frac{7,0+7,5+8,0+7,2+7,6+7,8+7,8+7,4+7,4+7,2+7,2+7,9}{12}=\frac{90,0}{12}=7,5$$

A média da 1ª prova e a média da 2ª prova foram 7,5, apesar das notas terem sido diferentes.

Além da média, podemos usar outras medidas para analisar o desempenho da turma. Uma dessas medidas é a **amplitude**.

A amplitude é determinada pela diferença entre o maior e o menor valor dos dados coletados. Essa é uma medida que permite avaliar a dispersão dos dados. Observe os exemplos:

Dispersão: Quando a distribuição de dados está espalhada ou concentrada.

a) amplitude das notas obtidas pelos estudantes na 1ª prova:

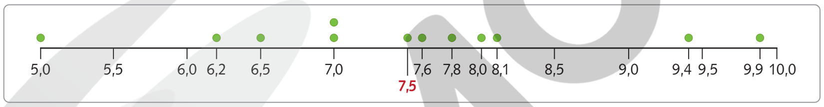
$$\underset{\substack{\text{maior nota}\\ \text{(Tatiana)}}}{9,9} - \underset{\substack{\text{menor nota}\\ \text{(Alberto)}}}{5,0} = 4,9$$

b) amplitude das notas obtidas pelos estudantes na 2ª prova:

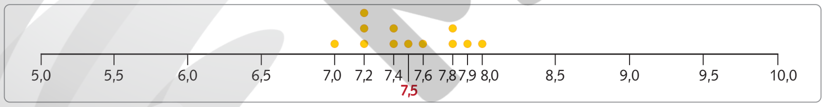
$$\underset{\substack{\text{maior nota}\\ \text{(Alberto)}}}{8,0} - \underset{\substack{\text{menor nota}\\ \text{(Alessandra)}}}{7,0} = 1,0$$

Com os valores obtidos, podemos afirmar que as notas da 1ª prova são mais dispersas quando comparadas às notas da 2ª prova.

Analise os esquemas abaixo.



notas da 1ª prova



notas da 2ª prova

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Depois de introduzir o conceito de média, comente com os estudantes que o uso dessa medida é conveniente quando o conjunto de dados não apresenta valores discrepantes, pois, caso contrário, o resultado fornecido pode levar a conclusões falhas. Para exemplificar, trabalhe o cálculo da média de um conjunto de dados sem valores discrepantes e, depois, acrescente um valor bem maior ou menor que os demais.

Agora, discuta com os estudantes os resultados obtidos para os conjuntos de dados sem valores discrepantes e para os conjuntos com valores discrepantes, apontando que a média não deve ser o único indicador considerado para a análise de um conjunto de dados, introduzindo o uso da amplitude e explicando que nos próximos anos eles estudarão outras medidas que auxiliarão na análise: a moda e a mediana.

Sempre que possível, explore os recursos digitais além da calculadora. Planilhas eletrônicas e *softwares* gratuitos têm ferramentas e recursos que permitem realizar o tratamento estatístico, como é o caso do cálculo da média.

Se julgar oportuno, discuta a questão do consumo (situação **2**) com a turma, analisando os gastos mensais, fixos e variáveis de Roberto.

Sugestão de atividade interdisciplinar

Explore o mapa da Antártida com a turma e proponha que identifiquem a ilhas Rei George neste mapa. Eles podem consultar um atlas ou um pôster. Depois, peça para que comparem a escala do mapa presente no livro com a escala do mapa presente no atlas ou pôster que consultaram. Você pode convidar o professor(a) de Geografia para ajudá-lo a conduzir esta atividade.

Analise outras situações que envolvem o cálculo de média.

Situação 1

Certo dia, na base brasileira de pesquisa na Antártica, Estação Comandante Ferraz, foram registradas as medidas de temperatura máxima –20 °C e mínima –35 °C. Vamos determinar a média entre essas medidas de temperatura.

$$\frac{-20\ °\mathrm{C} + (-35\ °\mathrm{C})}{2} = \frac{-55\ °\mathrm{C}}{2} = -27{,}5\ °\mathrm{C}$$

A medida de temperatura –27,5 °C representa a média das duas medidas de temperatura registradas na Estação Comandante Ferraz nesse dia.

ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA

Elaborado com base em: GOOGLE MAPS. Disponível em: https://www.google.com.br/maps/place/Estação+Antártica+Comandante+Ferraz+(BRASIL)/@-62.1395291,-58.5962064,9z/data5!4m5!3m4!1s0xbc738e64091a4b91:0x96bd1d74f7ef74ac!8m2!3d-62.0854433!4d-58.3913431. Acesso em: 3 jun. 2022.

Situação 2

Roberto precisa ter um gasto médio de R$ 4450,00, pois o restante do seu orçamento será poupado para pagar uma viagem. Caso ele não cumpra essa meta nos próximos meses, não conseguirá realizar esse objetivo.

Observando, no quadro, os gastos mensais de Roberto nos últimos três meses, podemos concluir que ele conseguirá economizar para a viagem?

Calculando o gasto de cada mês, temos:

- Mês 1: R$ 5032,00
- Mês 2: R$ 4697,00
- Mês 3: R$ 3437,00

Gastos mensais

Item	Mês 1	Mês 2	Mês 3
Celular	R$ 150,00	R$ 150,00	R$ 100,00
Internet	R$ 100,00	R$ 80,00	R$ 80,00
Gás	R$ 10,00	R$ 10,00	R$ 10,00
Cartão de crédito	R$ 1845,00	R$ 1500,00	R$ 500,00
Faculdade	R$ 805,00	R$ 805,00	R$ 805,00
Academia	R$ 200,00	R$ 80,00	R$ 80,00
Luz	R$ 200,00	R$ 150,00	R$ 150,00
Condomínio	R$ 607,00	R$ 607,00	R$ 607,00
Plano de saúde	R$ 515,00	R$ 515,00	R$ 515,00
Supermercado	R$ 600,00	R$ 800,00	R$ 590,00

Agora, vamos calcular o gasto médio dos últimos 3 meses:

$$\frac{5032 + 4697 + 3437}{3} \simeq 4388{,}67$$

Portanto, como R$ 4388,67 está compatível com o gasto médio estipulado por Roberto, podemos concluir que, se ele mantiver a média nos próximos meses, cumprirá a meta.

Atividades

23. a) As duas ganharam a viagem. A equipe A obteve média igual a 61,4 pontos, e a equipe B, média igual a 60,4 pontos.

Faça as atividades no caderno.

23 Em uma gincana, a equipe com média aritmética de pontos maior que 60 ganha uma viagem. Analise os pontos de cada equipe.

Equipe A: 52,5; 84; 70,8; 39; 60,7

Equipe B: 42; 59,9; 58; 71,6; 70,5

a) Qual delas ganhou a viagem?

b) Qual equipe obteve o ganho de pontos menos disperso? **23. b)** equipe B

24 Uma loja de carros vendeu o número de veículos indicado na tabela abaixo.

Veículos vendidos entre janeiro e março de 2023

Mês	Número de veículos
Janeiro	22
Fevereiro	14
Março	30
Abril	18

Dados obtidos pela loja de carros em março de 2023.

Determine o número médio de automóveis vendidos:

a) nos dois primeiros meses do ano; **24. a)** 18

b) nos três primeiros meses do ano; **24. b)** 22

c) nesse quadrimestre. **24. c)** 21

EDUARDO FRANCISCO/ARQUIVO DA EDITORA

25 A tabela abaixo traz dados das quatro últimas partidas de um time de futebol em um campeonato realizado em dezembro de 2023.

Público presente nas partidas do time

Partida	Público
Primeira	20 358
Segunda	3 454
Terceira	68 112
Quarta	35 208

Dados obtidos pelo time de futebol no campeonato realizado em dezembro de 2023.

Com o auxílio de uma calculadora, obtenha a média de público nessas partidas.

25. 31 783 espectadores

26 A tabela abaixo indica os números referentes à exportação de suco de laranja, em tonelada, de 2017 a 2021.

Quantidade de suco exportada de 2017 a 2021

Ano	Exportação de suco (em tonelada)
2017	959 000
2018	1 045 000
2019	900 000
2020	1 105 000
2021	1 080 000

Dados obtidos pela exportadora de 2017 a 2021.

Determine, em tonelada, a média anual de exportação de suco nesse período.

26. 1 017 800 toneladas

- Após concluírem a **atividade 23**, pergunte: "O que aconteceria com a média da equipe A se fosse acrescida uma pontuação de 10 pontos? E com a média da equipe B se fosse acrescida uma pontuação de 100 pontos?". Espera-se que os estudantes respondam, sem realizar cálculos, que a média da equipe A diminuiria e que a média da equipe B aumentaria.
- Amplie a proposta da **atividade 24** pedindo aos estudantes que elaborem questões com base nos dados da tabela. Depois, peça que troquem essas questões com um colega e respondam às questões elaboradas por ele.

- Na **atividade 28**, após a duplas definirem os objetivos da pesquisa, promova uma roda de conversa para que compartilhem suas escolhas. Na segunda etapa, auxilie as duplas a definir o tipo de pesquisa, quem serão os entrevistados, como os dados serão coletados e o tipo de questionário. Se necessário, auxilie-os na elaboração dos questionários. Para a apresentação final, organize as duplas de maneira que as pesquisas semelhantes ou complementares sejam apresentadas em sequência. Assim, a atividade poderá ser mais proveitosa.

27. c) Espera-se que os estudantes observem que o mês de dezembro costuma ter índices elevados de chuva quando comparado com outros meses do ano.

27 Para a agricultura, colher informações climáticas, sobre a quantidade de chuva, por exemplo, é fundamental.

Observe a tabela a seguir, que traz os dados sobre as precipitações pluviométricas do município de Serrana (SP) de janeiro de 2018 a novembro de 2021.

	Precipitações pluviométricas do município de Serrana (SP) (em mm)											
Ano	**Jan.**	**Fev.**	**Mar.**	**Abr.**	**Maio**	**Jun.**	**Jul.**	**Ago.**	**Set.**	**Out.**	**Nov.**	**Dez.**
2021	135,0	110,5	135,4	31,1	0,3	17,0	10,0	0,0	29,5	377,3	216,3	
2020	417,1	403,6	277,3	42,7	15,5	10,6	0,0	0,8	22,4	198,7	85,7	525,0
2019	224,2	374,2	172,9	150,7	26,8	7,8	15,9	37,5	52,3	80,5	304,3	161,9
2018	350,1	170,0	125,0	21,0	12,4	12,0	0,7	27,7	100,6	356,6	321,2	231,4

Dados obtidos em: https://www.udop.com.br/indices-pluviometricos-arquivos/35/1948a2021_historico_usinas_da_pedra_serrana.pdf Acesso em: 21 maio 2022.

a) De quantos milímetros foi a precipitação em Serrana no mês de janeiro, nos anos de 2018 a 2020? **27. a)** 2018: 350,1 mm; 2019: 224,2 mm; 2020: 417,1 mm.

b) Com o auxílio de uma calculadora, calcule a média anual das precipitações em Serrana de 2018 a 2020. **27. b)** 2018: 144,06 mm; 2019: 134,08 mm; 2020: 166,62 mm

c) Podemos afirmar que a tendência para o mês de dezembro de 2021 era de que não chovesse? Justifique sua resposta.

28 O destino do lixo que produzimos pode impactar negativamente no meio ambiente, caso seja realizado de maneira incorreta.

MEIO AMBIENTE

Pensando nesse tema, faça, com um colega, o planejamento e a realização de uma pesquisa.

Lembrem-se das etapas do processo estatístico.

1ª) Definam o objetivo da sua pesquisa, ou seja, o que vocês estão investigando.

2ª) Vocês vão ter de fazer uma pesquisa censitária ou amostral? Quem serão seus entrevistados? Como vocês coletarão os dados? Que tipo de questionário elaborarão: aberto ou fechado?

3ª) Se preferirem, usem uma planilha eletrônica para organizar os dados. Não se esqueçam de retomar o objetivo da pesquisa e analisar, na apuração dos dados, se esse objetivo foi cumprido.

4ª) A apresentação e a análise dos dados deverão ser feitas para os demais colegas da classe.

Sob orientação do professor, marquem a data de apresentação.

E não se esqueçam de que agora vocês têm mais repertório para a análise dos dados: a média!

28. Comentário em *Orientações*.

Média aritmética ponderada

Acompanhe a situação a seguir.

Em uma escola, são atribuídos pesos 1, 2, 3 e 4, respectivamente, ao 1º, 2º, 3º e 4º bimestres, em cada disciplina, para o cálculo da média anual do estudante. Observe o quadro com as notas de Matemática de Luís Alberto nos quatro bimestres.

Bimestre	Nota	Peso
1º	7	1
2º	8	2
3º	6	3
4º	9	4

Qual foi a média anual de Luís Alberto em Matemática?

Podemos obter essa média somando as notas multiplicadas por seus pesos e dividindo o resultado pela soma dos pesos considerados. Por esta razão, podemos chamar esta média de **média arimética ponderada**.

$$\frac{7 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 9 \cdot 4}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{7 + 16 + 18 + 36}{10} = \frac{77}{10} = 7,7$$

Portanto, a média anual de Luís Alberto em Matemática foi 7,7.

Observe que, ao atribuir os maiores pesos às provas do 3º e 4º bimestres, deu-se maior importância às últimas provas, embora todas as provas tivessem valor entre 0 e 10.

Acompanhe outra situação.

Observando a distribuição da idade dos seus estudantes, a professora Rita construiu a seguinte tabela.

Idade dos estudantes da professora Rita	
Número de estudantes	**Idade**
5	8 anos
8	9 anos
11	10 anos

Dados obtidos pela professora Rita no início do ano de 2024.

EDUARDO FRANCISCO/ARQUIVO DA EDITORA

Qual é a média da idade dos estudantes da professora Rita?

Confira como a professora calculou a média:

$$\frac{8 \cdot 5 + 9 \cdot 8 + 10 \cdot 11}{5 + 8 + 11} = \frac{40 + 72 + 110}{24} = \frac{222}{24} = 9,25$$

Assim, podemos dizer que a idade média dos estudantes da professora Rita é 9,25 anos, o que equivale a 9 anos e 3 meses.

Nesse exemplo, o peso corresponde à frequência de estudantes. Assim, o maior peso é aquele que representa a idade de maior frequência entre os estudantes (10 anos).

Atividades

Faça as atividades no caderno.

29 O departamento de esportes de um colégio comprou 6 bolas de futebol, 10 bolas de basquete e 9 bolas de vôlei.

Observe os preços indicados no quadro abaixo e determine o preço médio de uma bola nessa compra. **29.** R$ 58,60

Bola	Preço unitário
Vôlei	R$ 45,00
Basquete	R$ 70,00
Futebol	R$ 60,00

30 Com o auxílio de uma calculadora, calcule a média da medida da altura de um grupo de 40 estudantes usando os dados do quadro. **30.** 1,64 m

Medida da altura (em metro)	Número de estudantes
1,51	2
1,56	5
1,61	11
1,66	14
1,71	5
1,76	3

É importante que os estudantes percebam que o resultado fornecido pela média aritmética ponderada seria o mesmo se fosse usada a média aritmética simples para o conjunto de dados 7, 8, 8, 6, 6, 6, 9, 9, 9 e 9. Para que eles se convençam disso, é recomendado que efetuem o cálculo das duas médias com base nos conjuntos de dados.

A média aritmética, simples ou ponderada, caracteriza um conjunto de valores. Mais importante do que o cálculo dessa medida é o trabalho com a interpretação dela como indicador de tendência de uma pesquisa.

Lendo e aprendendo

BNCC:

- Competência geral 9 (a descrição está na página VI).
- Competência específica 8 (a descrição está na página VII).
- Habilidades EF07MA02 e EF07MA37.

Objetivos:

- Desenvolver a competência leitora.
- Ler e interpretar gráfico de setores.
- Aplicar o conceito de porcentagem para resolver problemas.
- Pesquisar medidas que vêm sendo adotadas para controlar o aquecimento global.

Tema contemporâneo transversal:

MEIO AMBIENTE

Inicie o trabalho com esta seção, pedindo aos estudantes que compartilhem o que sabem sobre o aquecimento global e verifique os conhecimentos da turma. Em seguida, sugira que leiam individualmente o texto marcando os pontos que julgam relevantes e assinalando palavras desconhecidas. Após a leitura, convide-os a compartilhar as percepções e as anotações. Comente que esse assunto poderá ser ampliado nas aulas de Ciências.

- Na **atividade 1**, os estudantes vão responder a algumas questões sobre o texto. Após terminarem, faça a correção oralmente. Você pode ampliar a proposta desta atividade e solicitar a eles que elaborem questões com base no texto. Depois, eles podem trocar as questões com um colega e responder às questões propostas por ele.
- A **atividade 2** explora a leitura e interpretação do gráfico de setores presente no texto. Além de identificar as afirmações verdadeiras e falsas, incentive os estudantes a justificar suas respostas. Por exemplo, a afirmação do **item a** é falsa porque o lixo é responsável por 3,2% das emissões de gases poluentes e não 5,2%. A afirmação do **item b** é verdadeira porque a indústria é responsável por quase 5% das emissões de gases poluentes e 5% é o mesmo que $\frac{5}{100}$ ou $\frac{1}{20}$. Já a afirmação do **item c** é falsa porque $\frac{1}{3}$ é, aproximadamente, igual a 33,33% e a agricultura e o uso da terra são responsáveis por 18,4% das emissões de gases poluentes. Por fim, a afirmação do **item d** é verdadeira porque 73,2% é aproximadamente igual a 75%, que é o mesmo que $\frac{75}{100}$ ou $\frac{3}{4}$.
- Na **atividade 3**, os estudantes vão realizar uma pesquisa em grupo sobre medidas adotadas por algumas nações para controlar o aquecimento global. Oriente-os a realizar a pesquisa em fontes confiáveis. Dê alguns dias para que concluam os trabalhos e, depois, reserve uma aula para que exponham os cartazes e compartilhem o que pesquisaram. O trabalho em grupo favorece o desenvolvimento da competência geral **9** e da competência específica **8**.

(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.

(EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

MEIO AMBIENTE

Lendo e aprendendo

Temperatura da Terra deve aumentar 1,5 °C, diz ONU

Cientistas reforçam que aquecimento global está relacionado à ação do homem

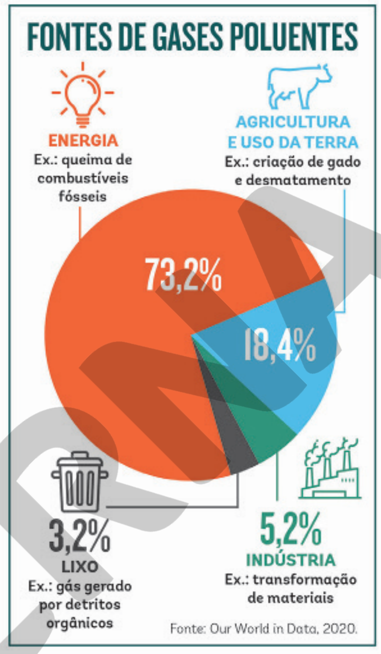
Preparem-se para o calor. Tudo indica que, nos próximos 20 anos, a temperatura na Terra será 1,5 °C maior do que a registrada no século 19. Pode parecer pouco, mas trata-se de uma diferença capaz de causar sérios prejuízos ao planeta.

Quem emitiu esse alerta foi o IPCC, um comitê da Organização das Nações Unidas (ONU) que reúne cientistas do mundo inteiro. O grupo divulgou um importante relatório sobre a situação climática do mundo, com base em mais de 14 mil estudos.

Segundo eles, o homem tem grande responsabilidade pelo aquecimento terrestre. A emissão de gases poluentes – por exemplo, por meio da queima de combustíveis fósseis para a geração de energia – é apontada pelo IPCC como a principal causa da mudança de temperatura. Outro fator que afeta esse processo é o desmatamento.

Quanto mais a Terra esquenta, maiores são as chances de catástrofes ambientais ocorrerem. A atual onda de calor na Grécia e na Turquia e o frio intenso que tem marcado o inverno no Brasil este ano são exemplos desse desequilíbrio [...].

Apesar da gravidade, os cientistas dizem que ainda dá tempo de evitarmos que a situação fique ainda pior. "Se unirmos forças agora, podemos impedir uma catástrofe climática. No entanto, como o relatório de hoje indica claramente, não há mais lugar para desculpas", disse o secretário-geral da ONU, António Guterres. O assunto será discutido por líderes de diversos países durante uma conferência sobre o clima, em outubro.



Fonte: Our World in Data, 2020.

REVISTA QUALÉ, EDIÇÃO 33, PÁG. 10

1. a) Entre os dias 23 de agosto e 6 de setembro de 2021.

1. b) O aumento da medida da temperatura da Terra.

PEIXOTO, F. Temperatura da Terra deve aumentar 1,5 °C, diz ONU. **Qualé**, São Paulo, edição 33, p. 10, 23 de agosto a 6 de setembro de 2021.

Atividades

1. d) A emissão de gases poluentes por meio, por exemplo, da queima de combustíveis fósseis para geração de energia.

1. Responda às questões no caderno.

a) Quando foi publicado o texto acima?

b) Qual é o tema principal do texto?

c) A medida da temperatura na Terra vai aumentar quanto nos próximos anos segundo o texto? 1. c) 1,5 °C

d) De acordo com o texto, qual é a principal causa do aquecimento terrestre?

2. Copie as afirmações no caderno e classifique cada uma em verdadeira ou falsa.

a) O lixo é responsável por 5,2% das emissões de gases poluentes. 2. a) falsa

b) A indústria é responsável por quase $\frac{1}{20}$ das emissões de gases poluentes. 2. b) verdadeira

c) A agricultura e o uso da terra são responsáveis por quase $\frac{1}{3}$ das emissões de gases poluentes. 2. c) falsa

d) A queima de combustíveis fósseis para geração de energia é responsável por quase $\frac{3}{4}$ das emissões de gases poluentes. 2. d) verdadeira

3. Reúna-se com os colegas e pesquisem medidas adotadas por algumas nações para controlar o aquecimento global. Depois, confeccionem um cartaz para expor na sala.

3. Comentários em *Orientações*.

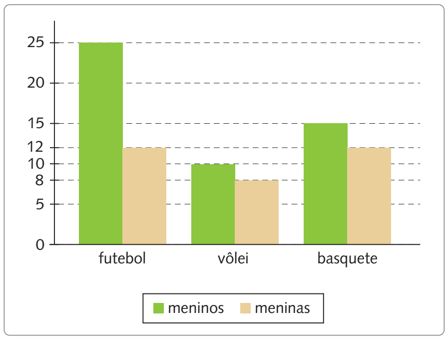
Resolvendo em equipe

Faça a atividade no caderno.

(OBM) O gráfico apresentado refere-se à prática esportiva dos alunos do 6º ano de uma escola. Nenhum dos meninos que jogam futebol ou vôlei joga basquete e nenhuma menina que joga basquete ou vôlei joga futebol. Há cinco meninos e três meninas que não praticam nenhum dos três esportes. Pelo menos quantos alunos há no 6º ano?

a) 37
b) 45
c) 50
d) 64
e) 72

Resolvendo em equipe: alternativa **e**



LUIZ RUBIO/ARQUIVO DA EDITORA

Interpretação e identificação dos dados	• Analise as informações do enunciado e anote aquelas que você julgar relevantes para a resolução do problema. • Monte um quadro para relacionar a quantidade de meninos e os esportes praticados. • Faça o mesmo para a quantidade de meninas e os esportes.
Plano de resolução	**Plano de resolução:** primeiro item: 10 segundo item: 8 • Determine o número máximo de meninos que praticam futebol e vôlei. • Determine o número máximo de meninas que praticam basquete e vôlei.
Resolução	• Forme um trio para a resolução. • Mostre aos colegas seu plano de resolução, confira o deles e verifique se há ideias comuns entre vocês. • O trio deverá discutir quais são as diferenças e as semelhanças de cada plano e escolher um dos planos para a execução do processo de resolução. **Observação** Resolvam o problema de forma coletiva, mas façam o registro individual no caderno. **Resolução**: 55 + 35 – 10 – 8 = 72
Verificação	• O grupo deve reler o problema e verificar se todas as condições do enunciado foram satisfeitas.
Apresentação	• Cada trio deverá apresentar sua estratégia de resolução de forma oral. Ao final, todas as estratégias devem ser registradas no caderno.

Interpretação e identificação dos dados:
primeiro item: Resposta pessoal.
segundo item: Exemplo de resposta em *Orientações*.
terceiro item: Exemplo de resposta em *Orientações*.

Resolvendo em equipe

BNCC:

- Competências gerais 2, 4, 9 e 10 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 2, 3 e 5 (as descrições estão na página VII).

A seção destaca as etapas selecionadas para encaminhar a resolução de problemas. Elas devem ser analisadas e discutidas com os estudantes. Além de favorecer o desenvolvimento das competências gerais **2**, **4**, **9** e **10** e das competências específicas **2**, **3** e **5**, a seção permite a transferência de estratégias de resolução para outros contextos e situações.

Comente com os estudantes que é muito importante, para a resolução do problema apresentado, que eles façam a leitura atenta das informações contidas no gráfico de barras duplas, considerando e interpretando todas as informações contidas em seus eixos e legenda.

- Exemplo de resposta do segundo item de *Interpretação e identificação dos dados*:

Esporte	Quantidade de meninos
Futebol	25
Vôlei	10
Basquete	15
Nenhum esporte	5

- Exemplo de resposta do terceiro item de *Interpretação e identificação dos dados*:

Esporte	Quantidade de meninas
Futebol	12
Vôlei	8
Basquete	12
Nenhum esporte	3

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Probabilidade

- Na **atividade 1**, caso os estudantes tenham dificuldade, oriente-os a reapresentar as bolinhas presentes no saco. Com isso, poderão perceber mais facilmente que há 13 bolinhas com número ímpar e 12 com número par. Assim, devem concluir que a chance de sair um bolinha com número ímpar é maior (**item a**) e devem ter facilidade para calcular a probabilidade solicitada no **item b**. Você pode ampliar a proposta da atividade pedindo que determinem a probabilidade de sair um número ímpar. Observe como procedem. Eles podem calcular a razão entre o número de bolinhas com número ímpar e o total de bolinhas presentes no saco $\left(\frac{13}{25}\right)$ ou calcular $1-\frac{12}{25}$.
- Se julgar conveniente, após realizarem a **atividade 2**, confeccione com os estudantes uma roleta similar à da atividade para que possam fazer experimentações. É importante alertá-los para que tomem cuidado ao manusear objetos cortantes ou pontiagudos utilizados para construir a roleta.

Você pode falar para eles que, se não houvesse imperfeições na roleta criada, seria esperado que, quanto mais vezes eles a girassem, o número 2, por exemplo, cairia aproximadamente 1 vez a cada 12 giros (assim como os demais).

Pesquisa estatística

- A **atividade 3** solicita aos estudantes que avaliem algumas afirmações. Você pode fazer essa atividade oralmente. Incentive-os a justificar as respostas.

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Faça as atividades no caderno.

Probabilidade

Por não ser possível prever o resultado de um experimento aleatório com exatidão, procuramos medir as chances, ou seja, determinar a **probabilidade** de certo resultado ocorrer.

Um **experimento aleatório** é aquele em que conhecemos os resultados possíveis, mas não podemos assegurar qual deles vai ocorrer. Além disso, o experimento pode ser repetido nas mesmas condições tantas vezes quanto quisermos.

Cálculo de probabilidades

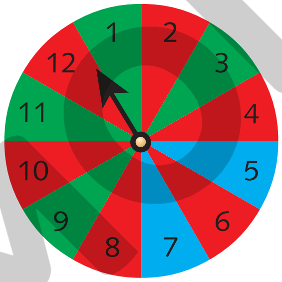
A **probabilidade** de determinado resultado em um experimento aleatório é a razão entre o número de possibilidades favoráveis e o número total de possibilidades.

1. Em um saco, há 25 bolinhas numeradas de 1 a 25. Retirando ao acaso uma bolinha:

a) é mais provável que saia um número ímpar ou um número par? **1. a)** ímpar

b) qual é a probabilidade de sair um número par? **1. b)** $\frac{12}{25}$

2. Se considerarmos que cada faixa tem a mesma probabilidade de ocorrência, ao girarmos uma única vez uma roleta como a representada a seguir, qual é a probabilidade de a seta:



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

a) parar na cor vermelha? **2. a)** $\frac{1}{2}$

b) parar em um número par? **2. b)** $\frac{1}{2}$

c) parar na cor azul? **2. c)** $\frac{1}{6}$

d) parar em um número maior que 8? **2. d)** $\frac{1}{3}$

Pesquisa estatística

População e amostra

População é o conjunto de todos os elementos que contêm uma característica que se quer estudar.

Amostra é uma parte representativa da população.

Pesquisa censitária e pesquisa amostral

Uma pesquisa estatística é **censitária** quando são levantadas informações de todos os integrantes da população; uma pesquisa estatística é **amostral** quando são levantadas informações de uma amostra representativa da população.

3. Copie as afirmações no caderno e classifique cada uma em verdadeira ou falsa.

a) O Censo é uma pesquisa amostral. **3. a)** falsa

b) Na pesquisa de satisfação de um produto, a população é formada apenas por pessoas que têm esse produto. **3. b)** verdadeira

c) Uma pesquisa feita com todos os estudantes da escola é censitária. **3. c)** verdadeira

d) Para uma pesquisa sobre a qualidade de vida da população brasileira, não seria uma boa amostra apenas pessoas com menos de 18 anos. **3. d)** verdadeira

Gráficos

Um gráfico tem como principal função apresentar os dados de uma pesquisa de maneira simples, clara e com informações verdadeiras.

Gráfico de setores

Um gráfico de setores representa partes de um total. O total será representado por um círculo dividido em setores, que são as partes.

Para construir o gráfico de setores determinamos a porcentagem correspondente a cada setor. Em seguida, calculamos a medida da abertura do ângulo correspondente a cada setor, considerando que a abertura do ângulo central total correspondente ao círculo mede 360°.

4. A quantidade de feminicídios que vem ocorrendo no Brasil é alarmante. Observe a tabela abaixo com a quantidade de feminicídios que ocorreram na região Centro-Oeste de 2019 a 2021.

Feminicídios ocorridos na região Centro-Oeste de 2019 a 2021

Estado	2019	2020	2021
Goiás	41	43	53
Mato Grosso	38	62	43
Mato Grosso do Sul	30	43	37
Distrito Federal	32	17	25
Total	141	165	158

Dados obtidos em: https://forumseguranca.org.br/wp-content/uploads/2022/03/violencia-contra-mulher-2021-v5.pdf. Acesso em: 21 maio 2022.

4. a) Respostas pessoais.

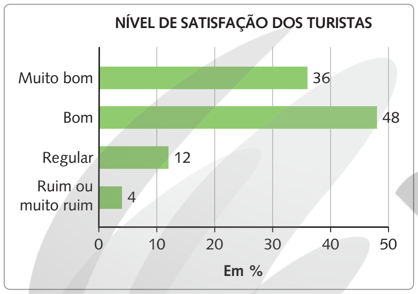
a) Qual gráfico representaria melhor os dados dessa tabela? Represente-o.

b) O que podemos fazer para evitar a violência contra as mulheres? **4. b)** Resposta pessoal.

5. Em janeiro deste ano, uma concessionária vendeu 80, 60, 40 e 20 unidades, respectivamente, dos modelos de veículo A, B, C e D.

Construa um gráfico de setores para essas vendas. **5.** Exemplo de resposta em *Orientações*.

6. Um funcionário da prefeitura do município de Vem Visitar fez uma pesquisa em 2023 para saber o nível de satisfação dos turistas. Analise os dados obtidos no gráfico a seguir.



Dados obtidos pelo funcionário da prefeitura de Vem Visitar em 2023.

6. a) A maioria respondeu "bom" ou "muito bom".

a) Com base nos dados do gráfico, o que podemos afirmar sobre a satisfação dos turistas?

b) Represente no caderno esses dados em um gráfico de setores. **6. b)** Exemplo de resposta em *Orientações*.

Médias

Média aritmética simples

Para calcular a **média aritmética simples** de um conjunto de valores, adicionamos todos os valores e dividimos o resultado pela quantidade de valores.

Media aritmética ponderada

Para calcular a **média aritmética ponderada** de um conjunto de valores, adicionamos o produto de cada valor pelo respectivo peso e dividimos o resultado pela soma dos pesos.

7. No último trimestre de 2023, uma empresa produziu a quantidade de automóveis indicada neste quadro.

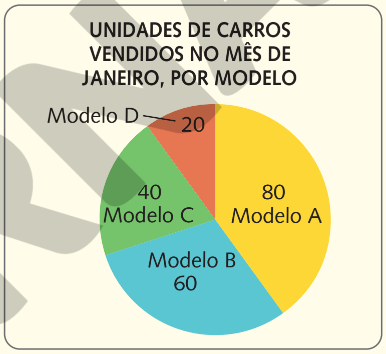
Mês	Quantidade de automóveis
Outubro	12 000
Novembro	13 000
Dezembro	12 500

Determine a média trimestral de automóveis produzidos por essa empresa. **7.** 12 500 automóveis

8. Observe o quadro abaixo e descubra a nota mínima que Diego deve tirar no quarto bimestre para atingir média final igual a 5,0. **8.** 6,5

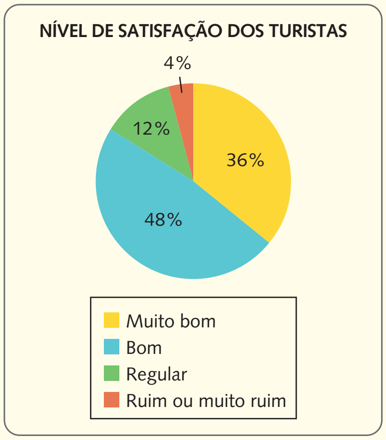
Bimestre	Peso	Nota
Primeiro	1	6,0
Segundo	2	4,5
Terceiro	3	3,0
Quarto	4	

- Antes de propor a **atividade 4**, converse com a turma sobre o que é o feminicídio (homicídio praticado contra indivíduo do sexo feminino) e as possíveis razões que justifiquem os dados apresentados na tabela. Depois, ouça as justificativas deles para a questão proposta no **item a**. Eles podem responder que o gráfico de barras múltiplas ou o de segmentos são convenientes para representar os dados da tabela. Ao responderem ao **item b**, você pode formar uma roda de conversa para discutir a violência contra mulher e questionar os estudantes sobre formas de erradicar tal ato. Atividades como essa estimulam o convívio social republicano na sociedade em geral.
- Exemplo de gráfico para a **atividade 5**:



Dados fornecidos pela concessionária em janeiro deste ano.

- Exemplo de gráfico para o **item b** da **atividade 6**:



Dados obtidos pelo funcionário da prefeitura de Vem Visitar em 2023.

É hora de extrapolar

BNCC:

- Competências gerais 2, 3, 4, 7, 9 e 10 (as descrições estão na página VI).
- Competências específicas 2, 4, 5, 6, 7 e 8 (as descrições estão na página VII).

Tema contemporâneo transversal:

MEIO AMBIENTE

A seção propõe o fechamento da unidade por meio de um trabalho colaborativo que explora a pesquisa, a comunicação e a elaboração de uma maquete, que será compartilhada com a comunidade escolar.

Com a finalidade de organizar o trabalho, a seção é dividida em etapas que promovem:

- o entendimento do contexto e dos objetivos do trabalho a ser realizado;
- a pesquisa coletiva;
- a elaboração, em grupo, da maquete;
- a exposição da maquete com as informações;
- a reflexão e a síntese do trabalho.

As etapas de pesquisa e elaboração da maquete podem ser realizadas extraclasse. Verifique o perfil dos estudantes e oriente-os com relação ao prazo, aos materiais e a outros aspectos necessários à realização do trabalho.

A seção favorece o desenvolvimento das competências gerais **2**, **3**, **4**, **7**, **9** e **10** e das competências específicas **2**, **4**, **5**, **6**, **7** e **8**, procurando mobilizar conteúdos estudados na unidade. Portanto, é recomendável trabalhar a seção depois de estudar os capítulos, mas, se preferir, à medida que os capítulos forem estudados, atente para os conhecimentos prévios necessários.

Se julgar oportuno, trabalhe esta seção em parceria com os professores de Ciências e de Geografia. Os estudantes podem aprofundar as pesquisas sobre o clima das regiões em que se localizam os parques e sobre a biodiversidade desses locais.

- Informações sobre a pesquisa citada na **atividade 1**:

Amostra: 1 198 pessoas entre 16 e 70 anos de 6 cidades: São Paulo (321), Rio de Janeiro (261), Porto Alegre (161), Salvador (196), Manaus (128) e Brasília (131).

95% dos entrevistados conheciam o nome de pelo menos um parque nacional; o Parque Estadual da Serra da Cantareira (SP) e o Parque Nacional da Chapada Diamantina foram os mais citados.

65% da população investigada declara já ter visitado um parque nacional.

É hora de extrapolar

Faça as atividades no caderno.

Você conhece algum parque nacional brasileiro?

O Brasil possui mais de 70 parques nacionais, que exibem deslumbrante natureza. Os parques nacionais, de acordo com a legislação brasileira, têm como objetivo a preservação de ecossistemas naturais de grande relevância ecológica e beleza cênica, possibilitando a realização de pesquisas científicas e o desenvolvimento de atividades de educação e interpretação ambiental, de recreação em contato com a natureza e de turismo ecológico.

MEIO AMBIENTE

Objetivo: Pesquisar e analisar dados sobre parques nacionais brasileiros, analisar a medida da área de um parque nacional e produzir maquetes de parques nacionais que serão exibidas para a comunidade escolar.

Etapa 1: Análise de dados de uma pesquisa sobre parques nacionais realizada em 2020.

1. Reúna-se em grupo. Leiam as informações sobre parques nacionais que constam na pesquisa **Parques do Brasil – Percepções da população**, realizada pelo Instituto Semeia, e depois respondam às questões propostas.

a) A pesquisa realizada é uma pesquisa censitária ou amostral? **1. a)** amostral

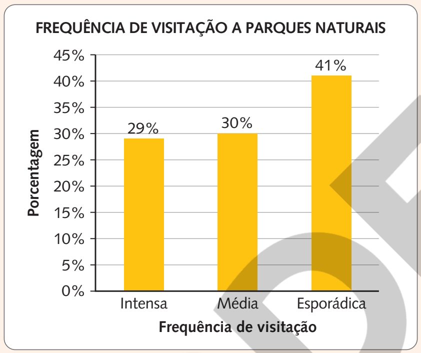
b) Os entrevistados que conhecem um parque natural representam que porcentagem da população investigada? **1. b)** 95%

c) Por que vocês acham que 35% das pessoas entrevistadas nunca visitaram um parque natural?

1. c) Resposta pessoal. Os estudantes podem responder que o custo da viagem é alto; a viagem é muito longa.

2. Nessa pesquisa, também se investigou a frequência de visitação aos parques naturais. O gráfico a seguir mostra a distribuição da frequência entre os 65% que declararam que já visitaram algum parque natural.

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA



Intensa: Várias vezes por ano
Média: 1 vez por ano / Mais de 1 vez a cada 2 anos
Esporádica: Algumas vezes por ano / Mais de 1 vez na vida

Dados obtidos em: https://www.semeia.org.br/arquivos/2020_PercepcoesdaPopulacao_V6.pdf
Acesso em: 3 jun. 2022.

2. Resposta em *Orientações*; intensa: 104,4°; média: 108°; esporádica: 147,6°

Construam um gráfico de setores considerando as seguintes categorias de visitação: intensa, média e esporádica. Quais são as medidas das aberturas dos ângulos que correspondem a cada um desses setores?

Etapa 2: Análise da medida da área do Parque Nacional do Jaú.

3. Leiam o texto a seguir, que traz algumas informações sobre o Parque Nacional do Jaú, localizado no estado do Amazonas.

> O Parque Nacional do Jaú foi criado em 1980 com uma área aproximada de 2 272 000 ha, sendo uma das unidades de conservação mais extensas do Brasil. Uma de suas peculiaridades é o fato de ser a única unidade de conservação do Brasil que protege totalmente a bacia de um rio extenso (aprox. 450 km) e volumoso — o rio Jaú, preservando o ecossistema de águas pretas [...].
>
> Disponível em: https://uc.socioambiental.org/arp/593 Acesso em: 21 jun. 2022.

Retome com os estudantes os conceitos de pesquisa censitária e amostral, abrindo uma discussão sobre a escolha da amostra na pesquisa citada na **atividade 1**. Algumas questões podem nortear essa conversa: “Por que escolheram pessoas de várias cidades e não de apenas uma? Por que não coletaram dados de pessoas de todas as capitais? Por que escolheram indivíduos de idades variadas?”. Discuta também sobre a pertinência da amostra para realização de pesquisas sobre outras temáticas, por exemplo: “Essa amostra serviria para realizar uma pesquisa de intenção de votos para a presidência do país? Por quê?”.

3. a) A unidade de medida indicada por “ha” é o hectare. O hectare equivale a 10 000 m².

a) A unidade de medida de área usada no texto é representada pelo “ha”. Que unidade é essa? Qual é a relação entre essa unidade de medida de área e o metro quadrado?

b) O Parque do Ibirapuera é um dos mais famosos do país. Está localizado na cidade de São Paulo (SP) e possui uma medida de área de 158 ha. Quantas vezes o Parque Nacional do Jaú é maior que o Parque do Ibirapuera, aproximadamente? **3. b)** 14 380 vezes

3. c) 357 vezes.

c) O Parque Nacional Cavernas do Peruaçu (MG) tem medida da área protegida igual a 56 400 ha. Quantas vezes a medida da área protegida desse parque é maior que a do Parque do Ibirapuera, aproximadamente?

d) A Federação Internacional de Futebol (FIFA), adota como padrão para os campos de futebol as medidas das dimensões de 105 metros por 68 metros. Quantos campos de futebol com essas medidas das dimensões caberiam no Parque Nacional do Jaú? **3. d)** 3 182 072 campos de futebol

Etapa 3: **Produção de uma maquete.**

4. O Instituto Chico Mendes de Conservação da Biodiversidade (ICMBio) administra as Unidades de Conservação brasileiras, que incluem os parques nacionais. Acessem a lista de parques que são abertos à visitação no *site* do Instituto e escolham um dos parques para ser a temática da pesquisa do grupo, que deve conter as seguintes informações:

- ano de criação da unidade de conservação;
- medida de área e mapa do parque;
- estado(s) em que o parque se localiza;
- principais atrações;
- exemplos de fauna e flora do parque;
- imagens do parque;
- importância na conservação da fauna e flora brasileira.

5. Agora, vamos produzir a maquete de um parque nacional.

- Cada maquete deverá representar o parque selecionado na atividade 4; para isso, analisem a área e o formato do parque e preservem a proporção entre as medidas.
- Selecionem os materiais e a quantidade necessária de acordo com as medidas das dimensões definidas para a maquete. Sejam criativos e reutilizem materiais.
- A maquete deverá ser acompanhada de uma ficha com informações sobre o parque, divulgando-o.
- Incluam pelo menos três das atrações do parque para serem exibidas na maquete.

6. Façam um planejamento contendo a distribuição das tarefas entre os membros do grupo e uma lista com os materiais necessários.

7. Com base no planejamento elaborado, confeccionem a maquete do parque escolhido cumprindo todos os itens da atividade 5.

Etapa 4: **Análise e exposição das maquetes confeccionadas.**

8. Mostrem a maquete, com a ficha elaborada pelo grupo, para que os demais colegas da turma analisem e façam comentários em relação à clareza das informações, tanto da ficha quanto da maquete, e à escolha das atrações para incentivar a visitação gerada pela maquete.

9. Anotem as dúvidas, as opiniões e as sugestões dos colegas.

10. Depois dos ajustes necessários, organizem uma exposição das maquetes para a comunidade escolar.

Etapa 5: **Síntese do trabalho realizado.**

11. b) Espera-se que os estudantes entendam que a demarcação de unidades de conservação garante a preservação dos ecossistemas e da biodiversidade da região.

11. Algumas questões que devem ser discutidas:

a) Para a produção da maquete, qual foi a etapa mais trabalhosa? Justifiquem. **11. a)** Resposta pessoal.

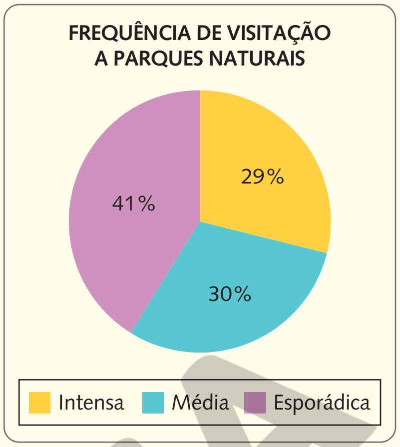
b) Por que é importante que o governo demarque unidades de conservação? **11. c)** Resposta pessoal.

c) Após ver as maquetes da exposição, vocês pretendem visitar algum dos parques exibidos?

12. Redijam um texto que descreva o processo realizado pelo grupo nas etapas **3** e **4**.

12. Comentários em *Orientações*.

- Este é um exemplo de gráfico de setores que representa a situação apresentada pelo gráfico dado na **atividade 2**:



FREQUÊNCIA DE VISITAÇÃO A PARQUES NATURAIS

ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: https://www.semeia.org.br/arquivos/2020_PercepcoesdaPopulacao_V6.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

- A **atividade 3** retoma as questões da abertura desta Unidade. Aproveite-a para comparar os conhecimentos da turma naquele momento e agora.

No **item a**, leve os estudantes a perceber que o símbolo “ha” representa hectare (1 ha = 1 hm^2 = 10 000 m^2).

Verifique se os estudantes percebem que a comparação pedida no **item c** ajuda a dimensionar a medida da área do parque. É provável que ao ler 2 272 000 ha eles entendam que se trata de uma grande medida de área, mas o valor de mais de 3 milhões de campos de futebol torna essa informação mais concreta.

- Na etapa **4**, faça um levantamento para verificar qual parque foi escolhido por cada grupo. Se houver repetições, converse com eles para solicitar que escolham outro parque a fim de que a pesquisa fique mais abrangente.

Auxilie os estudantes a determinar o tamanho do material da base da maquete respeitando as escalas.

Se julgar conveniente, peça a eles que elaborem panfletos ou cartazes para divulgar a exposição das maquetes.

- Para a produção do texto solicitado na **atividade 12**, sugira a eles que escrevam, por exemplo, sobre as principais dificuldades na elaboração da maquete, os materiais reutilizados e as informações e curiosidades que descobriram e o que mais gostaram da exposição.

TESTE SEUS CONHECIMENTOS

- Na **atividade 1**, partindo do andar 8, Henrique desceu até o −3, depois subiu 5 andares; portanto, parou no andar $-3 + 5 = 2$. Logo, há 6 andares de diferença entre o de Henrique e o do amigo. Ao optar por outros itens, os estudantes não compreenderam a situação apresentada ou realizaram operações com sinais trocados. Se necessário, retome situações-problema envolvendo números inteiros.
- Na **atividade 2**, os estudantes precisam perceber que as três pistas apresentam medidas de comprimentos distintas e é necessário encontrar uma mesma medida para ser aplicada às três. Com isso, precisam calcular o mdc entre 640, 800 e 1000. Após encontrar o mdc, basta dividir cada medida de comprimento pelo valor encontrado, descobrindo a quantidade de marcadores necessários. Se necessário, retome o conceito de máximo divisor comum.
- Na **atividade 3**, eles podem perceber que $85° - 3x$ e $155°$ são ângulos suplementares, portanto, a soma deles é igual a 180°. Se necessário, retome o conceito de ângulos formados por retas concorrentes.
- Na **atividade 4**, os estudantes precisam calcular uma fração de quantidade, considerando que 1 h 30 min é igual a 90 minutos. Assim, podem calcular $\frac{1}{9}$ de 90 minutos para determinar quanto tempo Elis leva para a separação dos ingredientes. Eles podem cometer equívocos ao não recordar quantos minutos há em 1 hora ou durante o cálculo da fração de quantidade.
- Na **atividade 5**, os estudantes precisam ficar atentos aos sinais dos números para poder escrevê-los em ordem crescente. Eles podem cometer equívocos ao analisar os sinais negativos ou ao converter a fração para a forma decimal. Se necessário, retome a comparação de números decimais, utilizando, inclusive, a reta numérica.
- Na **atividade 6**, eles precisam analisar que a situação apresenta o comprimento do rolo de fita em metro e Luísa vai cortar pedaços em centímetro. Uma possibilidade é considerar 5 cm igual a 0,05 m e calcular a divisão 36,5 : 0,05. Assim, vão obter a quantidade de pedaços. Os estudantes podem cometer equívocos ao realizar essa conversão ou durante a divisão. Se necessário, retome o cálculo de divisão com números racionais.
- A **atividade 7** pode ser resolvida utilizando uma equação do 1º grau. Sendo x a quantia inicial, eles podem resolver a equação $\frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x + 115{,}50 = x$ e determinar a quantia. Eles podem cometer equívocos ao interpretar o enunciado e realizar cálculos com sinais trocados.
- Na **atividade 8**, os estudantes precisam perceber que o museu vende ingressos de entrada inteira e meia-entrada, respectivamente, por R$ 18,00 e R$ 9,00. Logo, se foram x pessoas com entrada inteira e y com meia-entrada, basta multiplicar os respectivos valores por x e y. Depois, dividir por 4. Ao optar pelos itens errados, eles não compreenderam a ordem das operações ou não interpretaram corretamente a situação-problema. Se necessário, retome a utilização de expressões algébricas.
- Na **atividade 9**, é necessário analisar os elementos dados no enunciado para identificar a lei de formação da sequência. Eles podem substituir os valores de n e perceber se são os mesmos obtidos na sequência dada. Se necessário, retome a lei de formação de uma sequência numérica e identificação de padrões.

Teste seus conhecimentos

1. No prédio em que Henrique mora, há andares abaixo do térreo. Certo dia, Henrique, morador do 8º andar, desceu até o andar −3, abaixo do térreo, para deixar o lixo reciclável. Depois, subiu 5 andares até a casa de um amigo. Quantos andares há de diferença entre o que Henrique mora e o do amigo? **1. alternativa b**

a) 0 andares.
b) 6 andares.
c) 8 andares.
d) 10 andares.

2. Em uma competição de atletismo, há 3 pistas retilíneas com medidas de comprimento diferentes: 640 m na pista A, 800 m na pista B e 1 km na pista C. Para colocar marcadores igualmente distantes uns dos outros nas três pistas, de modo a ter a maior medida da distância entre cada marcador, serão usados: **2. alternativa c**

a) 9 marcadores.
b) 40 marcadores.
c) 61 marcadores.
d) 160 marcadores.

3. Júlia desenhou duas retas concorrentes em um ponto, de modo que a abertura de um dos ângulos mede $85° - 3x$ e a abertura do ângulo suplementar a ele mede 155°. Qual é a medida da abertura do menor ângulo formado pelo cruzamento dessas retas? **3. alternativa b**

a) 20°
b) 25°
c) 100°
d) 155°

4. Elis leva 1 h 30 min para preparar uma receita, desde o momento de separação dos ingredientes até a retirada da comida do forno. Dessa medida de tempo, ela leva $\frac{1}{9}$ apenas com a separação dos ingredientes, o que equivale a:

a) 9 minutos.
b) 10 minutos.
c) 13 minutos.
d) 14 minutos.

4. alternativa b

5. Considere os seguintes números racionais:

$$6{,}324 \quad -5{,}12 \quad -8{,}06 \quad \frac{6}{15}$$

Ao colocá-los em ordem crescente, tem-se: **5. alternativa d**

a) $-5{,}12; -8{,}06; 6{,}324; \frac{6}{15}$.
b) $-8{,}06; -5{,}12; 6{,}324; \frac{6}{15}$.
c) $\frac{6}{15}; 6{,}324; -5{,}12; -8{,}06$.
d) $-8{,}06; -5{,}12; \frac{6}{15}; 6{,}324$.

6. Luísa comprou um rolo de fita que mede 36,5 m de comprimento. Ela precisa cortá-lo em 5 pedaços. Qual será a medida de comprimento de cada pedaço? **6. alternativa c**

a) 7,3 cm
b) 73 cm
c) 730 cm
d) 7 300 cm

7. Isabel foi fazer compras em uma loja perto da casa dela. Ela tinha certa quantia, gastou $\frac{1}{4}$ comprando certo produto e $\frac{1}{5}$ na compra de outro. Ao final, ficou com R$ 115,50. A quantia inicial que ela tinha era: **7. alternativa b.**

a) R$ 200,00
b) R$ 210,00
c) R$ 231,00
d) R$ 256,00

8. Um museu decidiu doar um quarto do valor arrecado com a compra dos ingressos de ontem para uma instituição de caridade. Considerando que x pessoas pagaram entrada inteira, que custa R$ 18,00, e y pessoas pagaram meia-entrada, a expressão algébrica que representa o valor doado pelo museu é: **8. alternativa a**

a) $\frac{1}{4} \cdot (18x + 9y)$
b) $\frac{1}{4} \cdot 18x + 9y$
c) $4 \cdot (18x + 9y)$
d) $18x + 9y : \frac{1}{4}$

9. A lei de formação da sequência (2, 5, 10, 17, ...) é: **9. alternativa c**

a) $a_n = 2n - 1$
b) $a_n = n^2 - 1$
c) $a_n = n^2 + 1$
d) $a_n = 2n + 1$

10. Um produto custava R$ 156,00. Em certa semana, ele teve um acréscimo de 5%. Após algumas semanas, teve um desconto de 5% sobre o valor das últimas semanas. Atualmente, esse produto custa: **10. alternativa b**

a) R$ 140,79
b) R$ 155,61
c) R$ 156,00
d) R$ 171,99

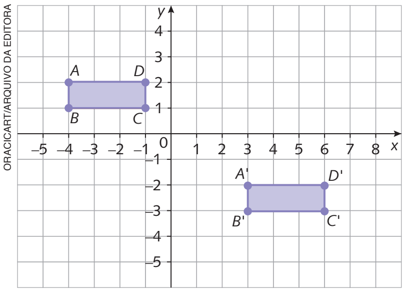
11. Fernando aplicou R$ 18 500,00 em um investimento a juro simples a uma taxa de 0,3% ao mês. Isso rende R$ 999,00 durante uma aplicação de quanto tempo? **11. alternativa c**

a) 10 meses.
b) 1 ano.
c) 1 ano e meio.
d) 15 anos.

12. Rute comprou quatro revistas de mesmo valor para dar de presente a algumas amigas e pagou R$ 61,00. Se comprasse mais duas revistas de mesmo valor, Rute pagaria: **12.** alternativa **c**

a) R$ 70,00.
b) R$ 76,25.
c) R$ 91,50.
d) R$ 106,75.

13. Observe o retângulo *ABCD* e o simétrico dele no plano cartesiano a seguir.



ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

O retângulo *A'B'C'D'* foi obtido por:

a) rotação com centro na origem do plano cartesiano. **13.** alternativa **b**
b) translação por um vetor diagonal que translada 4 unidades para baixo e 7 unidades para a direita
c) reflexão em relação à origem do plano cartesiano.
d) reflexão em relação ao eixo *y*.

14. Um triângulo cujo comprimento da base mede 4,2 cm e o comprimento da altura mede 6 cm tem medida de área equivalente a:

a) um retângulo cujo comprimento da base mede 4,2 cm e o comprimento da altura mede 6 cm.
b) um losango cujo comprimento da diagonal menor mede 3,15 cm e o comprimento da diagonal maior mede 4 cm.
c) um trapézio cujo comprimento da base maior mede 6 cm, o comprimento da base menor mede 4,2 cm e o comprimento da altura mede 2 cm.
d) um paralelogramo cujo comprimento da base mede 4,2 cm e o comprimento da altura mede 3 cm. **14.** alternativa **d**

15. Reginaldo precisa comprar um recipiente de medida de capacidade de 2,5 L. Na loja em que ele foi, todos os recipientes têm formato de paralelepípedo reto-retângulo cuja base é um quadrado de lado medindo 10 cm de comprimento. Para ter exatamente a medida de capacidade desejada, Reginaldo precisa de um recipiente cujo comprimento da altura meça:

a) 1 cm. **15.** alternativa **c**
b) 10 cm.
c) 25 cm.
d) 40 cm.

16. Paola vai construir um enfeite em formato de círculo cujo comprimento do raio mede 8 cm. Em volta do enfeite, ela vai colar uma fita rente à circunferência. Utilizando $\pi = 3{,}14$, o comprimento dessa fita medirá: **16.** alternativa **c**

a) 12,56 cm.
b) 25,12 cm.
c) 50,24 cm.
d) 100,48 cm.

17. Elaine recortou um pentágono regular e um triângulo equilátero de uma folha de papel de modo que todos os lados dessas figuras têm mesma medida de comprimento. Depois, ela uniu um lado do triângulo a um lado do pentágono, obtendo uma nova figura. A soma das medidas das aberturas dos ângulos internos dessa figura é: **17.** alternativa **c**

a) 180°
b) 360°
c) 720°
d) 1 080°

18. Tiago anotou números de 203 a 217 em um papel e recortou-os. Ao sortear os papéis, a probabilidade de ele tirar um número ímpar é aproximadamente: **18.** alternativa **d**

a) 43%
b) 47%
c) 50%
d) 53%

19. O gráfico de setores é recomendado quando se pretende: **19.** alternativa **c**

a) mostrar a evolução dos dados ao longo do tempo.
b) comparar dados com valores muito grandes.
c) comparar as partes de um todo.
d) mostrar os dados de maneira simplificada.

20. Luís anotou quantos milímetros de chuva deveriam cair, segundo a previsão, em cada dia de uma semana. **20.** alternativa **b**

0 mm 5 mm 8 mm 0 mm
0 mm 10 mm 6 mm

Segundo a previsão, a média de chuva diária seria aproximadamente:

a) 0 mm.
b) 4,14 mm.
c) 5 mm.
d) 7,25 mm.

- Na **atividade 10**, os estudantes precisam perceber que receber um acréscimo de 5% significa multiplicar o valor inicial por 1,05. Ao encontrar o novo valor e aplicar um desconto de 5%, devem multiplicar o valor por 0,95. Eles podem cometer equívocos ao considerar que houve dois descontos ou dois acréscimos.
- A **atividade 11** pode ser resolvida utilizando uma equação do 1º grau. Eles precisam calcular o juro simples de uma aplicação, considerando o tempo, a taxa e o capital investido. Eles podem cometer equívocos durante os cálculos desenvolvidos, por exemplo, envolvendo a taxa percentual na forma decimal. Se necessário, retome o cálculo de juro simples.
- A **atividade 12** pode ser resolvida utilizando regra de três e analisando a proporcionalidade entre as grandezas. Os estudantes precisam perceber que ao comprar quatro revistas, Rute gastou R$ 61,00. Logo, ao dividir esse valor por 4, encontram o preço de cada revista. Depois, basta multiplicar por 6. Se necessário, retome a análise de situações envolvendo proporcionalidade.
- Na **atividade 13**, os estudantes precisam perceber que o retângulo *A'B'C'D'* foi obtido por translação, já que ele não apresenta nenhuma rotação em relação ao retângulo *ABCD*, além de não ter a mesma distância em relação à origem do plano cartesiano. Eles podem cometer equívocos ao não analisar com detalhe os vértices das figuras e a origem do plano cartesiano.
- Na **atividade 14**, os estudantes analisam a área de cada uma delas e identificam aquela que tem mesma área de um triângulo cuja base mede 4,2 cm e a altura mede 6 cm, ou seja, cuja área é 12,6 cm^2. Eles podem cometer equívocos ao calcular a medida da área de cada figura e não lembrar como é realizado esse cálculo. Se necessário, retome o cálculo da área das figuras geométricas planas estudadas.
- Na **atividade 15**, os estudantes precisam recordar que 1 dm^3 = 1 L e realizar as conversões necessárias para determinar a medida da altura do recipiente. Eles podem cometer equívocos ao realizar as conversões e o cálculo do volume.
- Na **atividade 16**, eles podem cometer equívocos ao relacionar diâmetro e raio, realizando o cálculo errado do comprimento. Se necessário, retome a relação entre diâmetro, raio e comprimento de circunferência.
- Na **atividade 17**, os estudantes precisam perceber que Elaine uniu um triângulo equilátero e um pentágono regular por um lado de cada figura, obtendo uma figura de 6 lados. Essa figura pode ser decomposta em 4 triângulos. Como a soma das medidas das aberturas dos ângulos internos de um triângulo é 180°, então basta multiplicar por 4 para descobrir a soma das medidas dos ângulos internos da nova figura.
- Na **atividade 18**, de 203 a 217 há 15 números, sendo 8 ímpares, portanto, a probabilidade é dada pelo quociente de 8 : 15. Os estudantes podem cometer equívocos ao contar os números ímpares e calcular a probabilidade de maneira errada.
- Na **atividade 19**, eles precisam refletir a respeito da utilização do gráfico de setores e avaliar qual item melhor se adapta a essa utilização.
- Na **atividade 20**, os estudantes precisam calcular a soma das medidas apresentadas e dividir pelo total de medições. Eles podem cometer equívocos ao não considerar os 7 dias da semana e dividir por 4 já que 3 dias tiveram marcação de 0 mm.

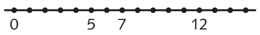
Respostas

Revisão dos conteúdos de anos anteriores

Para o capítulo 1: Números inteiros

Páginas 10 e 11

1



2 **a)** *A*: 28; *B*: 29
b) *C*: 11; *D*: 21
c) E: 25; F: 30; G: 35

3 alternativa **b**

4 *M*: 50 e *N*: 70

5 **a)** elemento neutro
b) comutativa
c) associativa
d) elemento neutro e comutativa

6 **a)** 52
b) 150
c) $100 + 98 = 98 + 100$
d) $89 + 52 = 52 + 89$

7 sentença do item **c**

8 **a)** um
b) comutativa
c) associativa

9 **a)** $2 \cdot 91 + 2 \cdot 12 = 182 + 24 = 206$
b) $15 \cdot 9 + 15 \cdot 10 = 135 + 150 = 285$
c) $10 \cdot 20 + 10 \cdot 180 = 200 + 1\,800 = 2\,000$

10 **a)** $7 \cdot (50 \cdot 12) = (7 \cdot 50) \cdot 12$
b) $(14 \cdot 10) \cdot 5 = 14 \cdot (10 \cdot 5)$
c) $120 \cdot (3 \cdot 5) = (120 \cdot 3) \cdot 5$

11 **a)** 51^4 **b)** 10^3

12 **a)** expoente **c)** potência
b) base

13 A – IV; B – V; C – III; D – II; E – I; F – VI

Para o capítulo 2: Múltiplos e divisores

Páginas 12 e 13

14 **a)** 0, 6, 12, 18, 24
b) 0, 10, 20, 30, 40
c) 0, 9, 18, 27, 36
d) 0, 15, 30, 45, 60

15 **a)** 1, 10. **c)** 3, 12.
b) 1, 2, 3, 6. **d)** 2, 4, 8.

16 itens **a**, **d**, **e**

17 **a)** Possibilidades: 1, 3 ou 5
b) Possibilidades: 1, 2, 3 ou 4
c) Possibilidades: 1 ou 3
d) Possibilidades: 1 ou 3

18 **a)** 1, 2, 5, 10 **c)** 1, 17
b) 1, 2, 4, 8, 16 **d)** 1, 3, 11, 33

19 **a)** 12, 14, 16, 18, 20
b) 12, 15, 18
c) 12, 16, 20
d) 15, 20
e) 12, 18
f) 18

20 102, 204, 312

21 afirmações dos itens **a**, **c**, **e**

22 **a)** 80, 90, 150, 200, 300, 650, 1 500, 2 000
b) 200, 300, 1 500, 2 000
c) 2 000

23 afirmações dos itens **c** e **d**

24 **a)** 1, 2, 3, 6, 7, 21, 42
b) 1, 41
c) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 18, 36
d) 1, 5, 7, 35
e) 1, 53

25 **a)** 41, 53 **b)** 42, 36, 35

Para o capítulo 3: Retas e ângulos

Páginas 13 a 15

26 afirmações dos itens **b** e **d**

27 **a)** Exemplo de resposta:

b) Exemplo de resposta:

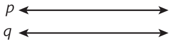
c) Exemplo de resposta:

d) Exemplo de resposta:

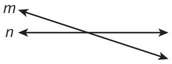
28 item **b**

29 afirmações dos itens **b**, **c**

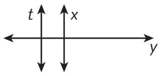
30 **a)** Exemplo de resposta:



b) Exemplo de resposta:



c) Exemplo de resposta:



31 Exemplo de resposta: porque se as duas retas são perpendiculares, elas necessariamente se encontram em um ponto; logo, serão concorrentes também.

Para o capítulo 4: Frações

Páginas 15 e 16

32 **a)** $\frac{5}{8}$ **c)** $\frac{1}{5}$
b) $\frac{10}{1\,000}$ **d)** $\frac{3}{12}$

33 A – II; B – V; C – IV; D – III; E – I

34 **a)** $1\frac{1}{2}$ **c)** $2\frac{1}{3}$
b) $2\frac{1}{5}$ **d)** $5\frac{2}{3}$

35 A – II; B – V; C – I; D – IV; E – III

36 **a)** $\frac{2}{5}$ **c)** $\frac{25}{24}$
b) $\frac{3}{11}$ **d)** $\frac{1}{5}$

Para o capítulo 5: Números racionais

Páginas 16 a 18

37 **a)** > **c)** < **e)** > **g)** <
b) > **d)** < **f)** < **h)** >

38 **a)** $\frac{6}{13}, \frac{6}{10}, \frac{6}{5}$
b) $\frac{1}{10}, \frac{5}{10}, \frac{7}{10}$
c) 0,025; 0,205; 0,25
d) 0,168; 1,68; 16,8

39 **a)** $\frac{5}{3}$ **c)** $\frac{5}{8}$
b) $\frac{2}{13}$ **d)** $\frac{1}{5}$

40 **a)** 11,23 **c)** 123,99
b) 32,58 **d)** 44,85

41 **a)** $\frac{3}{35}$ **c)** $\frac{2}{14} = \frac{1}{7}$
b) $\frac{4}{81}$ **d)** $\frac{9}{10}$

42 A – III; B – IV; C – II; D – I

43 **a)** $\frac{5}{14}$ **c)** $\frac{5}{3}$
b) $\frac{5}{3}$ **d)** $\frac{5}{24}$

44 **a)** 3,12 **c)** 8,192
b) 6,1 **d)** 115

Para o capítulo 6: Linguagem algébrica e regularidades

Página 18

45 Sentenças dos itens **a** e **d.**

46 **a)** < **b)** > **c)** =

47 **a)** $23 + 9 = 4 \cdot 8$
b) Exemplo de resposta:
$8 + 1 + 3 = 10 + 2$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

c) Exemplo de resposta:
$2 \cdot 30 = 80 - 20$

48 **a)** 42 = 42 **c)** 90 = 90
b) 25 = 25 **d)** 10 = 10

Para o capítulo 7: Porcentagem e juro simples

Páginas 19 e 20

49 A – II, B – III, C – IV, D – I

50 **a)** 30% **c)** 25%
b) 27% **d)** 30%

51 **a)** 0,66 **c)** 0,0125
b) 1,66 **d)** 1

52 item **c**

53 **a)** 33 **c)** 90
b) 2,8 **d)** 13,5

54 Afirmações dos itens **a** e **b.**

55 **a)** 25% **c)** 50%
b) 75% **d)** 25%

56 itens **c** e **d**

Para o capítulo 8: Proporcionalidade

Página 20

57 750 g; 2 250 g

58

Número de cadernos	Valor a pagar
1	R$ 12,00
2	R$ 24,00
5	R$ 60,00
10	R$ 120,00
15	R$ 180,00
100	R$ 1 200,00

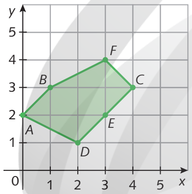
Para o capítulo 9: Transformações geométricas

Páginas 20 e 21

59 **a)** *A*(0,2); *B*(1,3) e *C*(4,3)
b) *E* e *F*
c) *A* e *E*; *B* e *C*
d) *F*

60 triângulo

61 Exemplo de resposta:

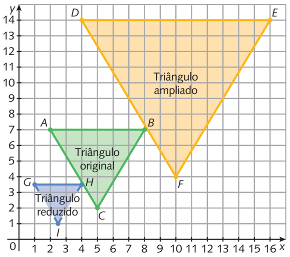


62 **a)** (4, 14), (16, 14) e (10, 4)
b) $\left(1, \frac{7}{2}\right), \left(4, \frac{7}{2}\right)$ e $\left(\frac{5}{2}, 1\right)$

Para o capítulo 10: Grandezas e medidas

Páginas 21 a 23

63



64 **a)** 5

b) 10


65 **a)** 25 cm²
b) 24 cm²

66 **a)** 12

b) 16


67 **a)** 140 m³
b) 15,625 cm³

Para o capítulo 11: Figuras geométricas planas

Páginas 23 e 24

68 **a)** vértices
b) lados
c) ângulo interno
d) diagonais

69 **a)** eneágono
b) dodecágono
c) pentágono
d) hexágono

70 Afirmações dos itens **c** e **d.**

71 **a)** acutângulo
b) escaleno
c) retângulo e isósceles

Para o capítulo 12: Probabilidade e estatística

Página 24

72 **a)** $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** $\frac{1}{3}$

73 **a)** A resposta depende do(s) gráfico(s) escolhido(s).
b) A resposta depende do(s) gráfico(s) escolhido(s).
c) A resposta depende do(s) gráfico(s) escolhido(s).

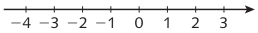
Capítulo 1

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Páginas 52 a 54

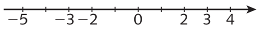
1 **a)** +27, +91, +15
b) –12, –4, –8, –59, –18

2 **a)** –4 **c)** 1 **e)** 5
b) *B* **d)** *D*

3


4 **a)** +8 **c)** 2 **e)** –15
b) –85 **d)** 1 **f)** +75

5 **a)** 19 **d)** 120
b) 36 **e)** 0
c) 16 **f)** 212

6


$-5 < -3 < -2 < 0 < 2 < 3 < 4$

7 **a)** < **c)** > **e)** <
b) < **d)** > **f)** >

8 **a)** –16 **c)** –98
b) +10 **d)** –35

9 **a)** +23 **c)** +18 **e)** 0
b) –35 **d)** –3 **f)** –24

10 **a)** elemento neutro e comutativa
b) elemento oposto
c) associativa
d) comutativa

11 +R$ 12,00 **12** 18 pontos

13 **a)** –3 **c)** –118 **e)** –67
b) +51 **d)** –7 **f)** +102

14 **a)** 91 **b)** –81

15 6 °C

16 **a)** +44 **c)** –280 **e)** –225
b) +60 **d)** –150 **f)** –72

17 **a)** comutativa
b) elemento neutro
c) distributiva
d) associativa

18 **a)** +8 **c)** –28
b) –60 **d)** +60

19 **a)** –131
b) +12 600
c) –824

20 –2 736

21 **a)** +6 **c)** –1 **e)** –2
b) +4 **d)** 0 **f)** +123

22 **a)** –54 **c)** +192
b) –15 **d)** –120

23 **a)** +64 **c)** +625 **e)** 1
b) –343 **d)** –12 **f)** –144

24 **a)** 4 **c)** 20 **e)** –9
b) –12 **d)** –11 **f)** 22

25 220 **26** 12 m

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

Capítulo 2

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Página 65

1 **a)** Exemplo de resposta: –30, –25, –20, –15, –10
b) Exemplo de resposta: –15, –10, –5, 5, 10.

2 **a)** –12, –9, –6, –3, 3, 6 e 9.
b) –14, –7, 7, 14, 21 e 28.

3 **a)** 1, 2, 3, 4, 6 e 12
b) 1, 2, 3, 6, 9 e 18
c) 1, 2, 3 e 6
d) 6

4 **a)** 0, 25, 50, 75, 100, ...
b) 0, 50, 100, 150, 200, ...
c) 0, 50, 100, ...
d) 50

5 **a)** 3 **c)** 5 **e)** 10
b) 30 **d)** 4 **f)** 36

6 **a)** 200 **c)** 2 520 **e)** 1 125
b) 456 **d)** 1 116 **f)** 4 956

7 É possível que 3 pessoas joguem, pois 21 e 18 são divisíveis por 3, mas 6 pessoas não, pois 21 não é divisível por 6.

8 3 metros **9** 38 pessoas

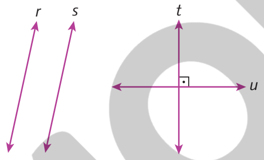
Capítulo 3

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Páginas 98 a 101

1 **a)** r e s
b) Exemplo de resposta: u e r; u e s
c) t e r; t e s

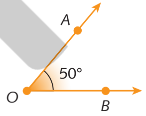
2 Exemplo de resposta:



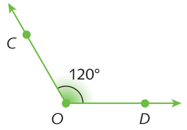
3 **a)** ângulo: $A\hat{O}B$ ou $B\hat{O}A$, vértice: O, lados: $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$
b) ângulo: $G\hat{O}D$ ou $D\hat{O}G$, vértice: O, lados: $\overrightarrow{OG}$ e $\overrightarrow{OD}$

4 **a)** 48° **b)** 115°

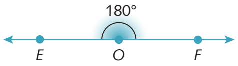
5 **a)** agudo; exemplo de resposta:



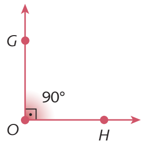
b) obtuso; exemplo de resposta:



c) raso; exemplo de resposta:



d) reto; exemplo de resposta:



6 **a)** 1 920′ **d)** 91 080″
b) 55 800″
c) 3° 12′ **e)** 50° 5′ 18″

7 **a)** 77° 33′ **e)** 113°
b) 131° 1′ 16″ **f)** 89° 16′ 59″
c) 17° 7′ **g)** 24° 15′ 5″
d) 12° 23′ 48″ **h)** 6° 5′ 40″

8 $B\hat{O}C \cong C\hat{O}D$, $A\hat{O}C \cong D\hat{O}E$ e $A\hat{O}D \cong C\hat{O}E$

9 Exemplos de resposta: $A\hat{O}B$ e $B\hat{O}C$, $C\hat{O}C$ e $C\hat{O}D$, $A\hat{O}C$ e $C\hat{O}D$.

10 **a)** 44° **d)** 27° 42′
b) 25° **e)** 14° 38′
c) 54° 42′ **f)** 71° 10′

11 43° 41′ 21″

12 **a)** 118° **d)** 150° 42′
b) 100° **e)** 54° 11′ 18″
c) 61° 10′ **f)** 89° 29′ 48″

13 $A\hat{O}B$ e $D\hat{O}E$, $B\hat{O}C$ e $E\hat{O}F$, $C\hat{O}D$ e $A\hat{O}F$

14 **a)** 35° **b)** 75°

15 $a = 50°$, $b = 130°$, $c = 80°$ e $d = 50°$

16 **a)** $x = 26°$ e $y = 154°$
b) $x = 36°$ e $y = 36°$

Capítulo 4

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Página 116

1 **a)** O inteiro seria um hexágono.
b) O inteiro seriam 2 hexágonos.

2 16 pessoas

3 $\frac{288}{16}$; 18 pessoas por fileira.

4 **a)** $\frac{416}{4}$
b) 104 figurinhas

5 66 km/h **6** $\frac{4}{5}$

7 **a)** $\frac{12}{100} \cdot 90$ **b)** R$ 22,80

8 24 colegas **9** $\frac{5}{4}$

10 R$ 1 840,00 **11** 3 horas

Capítulo 5

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Páginas 139 e 140

1 **a)** –1,25 **d)** –0,16
b) +0,08 **e)** –0,04
c) +0,3 **f)** +0,35

2 **a)** $+\frac{81}{100}$ **d)** $+\frac{105}{10}$
b) $-\frac{358}{100}$ **e)** $-\frac{97}{100}$
c) $-\frac{12}{100}$ **f)** $+\frac{165}{100}$

3 **a)** C **c)** 1,5
b) –2,5 **d)** D

4

5 $-\frac{5}{2} < -\frac{6}{5} < -0,3 < +\frac{4}{10} < +\frac{3}{2}$

6 $+\frac{12}{5} > +2 > +\frac{8}{5} > -\frac{7}{10} > -\frac{9}{5}$

7 **a)** > **c)** < **e)** >
b) > **d)** > **f)** <

8 **a)** $+\frac{7}{20}$ **c)** –3,6
b) $-\frac{13}{35}$ **d)** –2,49

9 **a)** $\frac{37}{40}$ **b)** 1,6

10 desceu; 6,9 m

11 $\frac{3}{56}$

12 **a)** $-\frac{7}{10}$ **c)** $-\frac{100}{99}$
b) 1 **d)** $-\frac{3}{7}$

13 R$ 113,85

14 36,72 m²

15 **a)** –100 **c)** –10,24
b) $+\frac{4}{35}$ **d)** $+\frac{15}{16}$

16 Mário, 75%

17 sim; considerando que ■ representa um número racional, temos:

$$■ : \frac{125}{1000} = ■ \cdot \frac{1000}{125} = ■ \cdot 8$$

18 **a)** $\frac{118}{25}$ **c)** $\frac{-11}{20}$
b) –7

19 **a)** $\frac{1}{256}$ **c)** 1
b) 0,125 **d)** $\frac{1}{10000}$

20 **a)** $\frac{9}{25}$ **c)** –0,008
b) $\frac{256}{625}$ **d)** 0,000001

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

21 **a)** $\frac{5}{9}$

b) 1,8

c) Essa raiz quadrada não está definida no conjunto dos números racionais.

d) –0,2

22 113,6 m

Capítulo 6

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Páginas 166 e 167

1 **a)** $2x + 7$

b) $\frac{x}{6}$

c) $x \cdot \frac{x}{7}$

2 $32 - x$

3 **a)** 7

b) 24

c) –11

4 **a)** $13x$

b) $12y$

c) $34x + 6y - z$

d) $-x + 9y - 6z$

5 **a)** 36x

b) $-3xy^3$

c) $-\frac{2x^3y^2}{9}$

d) $24x^4y^2$

6 medida do perímetro: $4x + 2a + 2b$; medida da área: $x^2 + a \cdot (x + b)$

7 itens: **c** e **d**

8 **a)** sim **b)** não **c)** sim

9 **a)** $S = \{15\}$

b) $S = \{25\}$

c) $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

d) $S = \left\{\frac{7}{9}\right\}$

10 **a)** $S = \left\{\frac{5}{4}\right\}$

b) $S = \{1\}$

c) $S = \{0\}$

d) $S = \{3\}$

e) $S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$

f) $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$

11 **a)** $S = \varnothing$

b) $S = \left\{\frac{10}{27}\right\}$

12 $m = \frac{10}{3}$

13 R$ 300,00

14 50 mulheres e 30 homens

15 48 bananas, 12 laranjas e 36 peras

16 **a)** (7, 9, 11, 13, 15, 17, ...)

b) (2, 6, 12, 20, 30, 42, ...)

c) $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, ...\right)$

17 a – iii; b – iv; c – i; d – ii

Capítulo 7

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Página 183

1 **a)** 120 figurinhas

b) 240 bolinhas de gude

c) 412,50 reais

2 **a)** 70%

b) 10%

c) 5%

d) 8,5%

3 30 partidas

4 R$ 80,00

5 65%

6 60%

7 R$ 500,00

8 R$ 427,00

9 R$ 480,00

10 0,7%

Capítulo 8

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Página 201

1 **a)** 32

b) $\frac{1}{5}$

c) $\frac{1}{25}$

d) $\frac{1}{4}$

2 $\frac{7}{5}$

3 126 000 habitantes

4 **a)** 12

b) 7

5 alternativas **a**, **c**

6 15 pacotes

7 19,6 min

8 A: R$ 8 400,00; B: R$ 14 700,00; C: R$ 18 900,00

9 24 dias

10 8 marujos

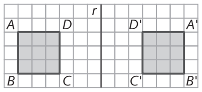
Capítulo 9

Revisão dos conteúdos deste capítulo

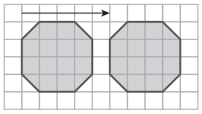
Páginas 222 e 223

1 Não, pois as medidas das distâncias entre os pontos correspondentes não são iguais.

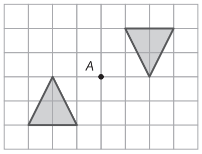
2 Exemplo de resposta



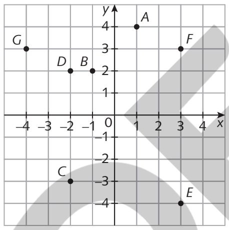
3



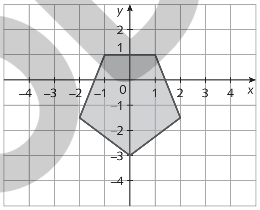
4



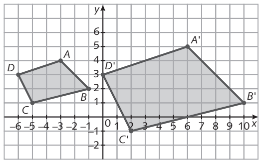
5



6 Exemplo de resposta:



7

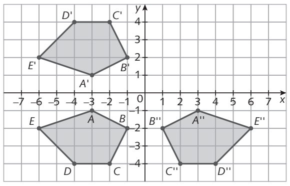


ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

8 $A'(-3, -3)$, $B'(-2, -3)$, $C'(0, -2)$, $D'(-2, -1)$, $E'(-3, -1)$ e $F'(-5, -2)$.

9 $A'(3, 0)$, $B'(1, -1)$, $C'(0, -3)$ e $D'(0, 0)$

10



Capítulo 10

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Páginas 248 a 250

1 **a)** 24 u² **b)** 20 u² **c)** 17 u²

2 Exemplo de resposta: 10 cm e 5 cm

3 alternativas **a**, **c**, **e**

4 50 cerâmicas

5 50 u. a.

6 2 100 mm²

7 735 cm²

8 13 cm²

9 **a)** 2 000 m²
b) 1 350 m²

10 787,5 cm²

11 10 m e 20 m

12 14 400 cm²

13 100 cm²

14 **a)** 54 cm³
b) 15,625 cm³

15 64 000 cm³

16 4 000 L

17 **a)** 0,0125 m³
b) 160 blocos menores
c) 6,25 kg

Capítulo 11

Revisão dos conteúdos deste capítulo

Página 269

1 **a)** circunferência
b) círculo

2 alternativa **a**

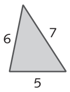
3 4 voltas

4 **a)** $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$
b) A, B, C, D
c) $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$
d) $\widehat{a_1}$, $\widehat{b_1}$, $\widehat{c_1}$, $\widehat{d_1}$
e) $\overline{AC}$, $\overline{BD}$

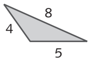
5 triângulo

6 Não, pois: 5,5 m > 3 m + 1,5 m

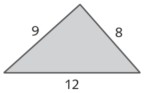
7 **a)**



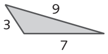
b)



c)



d)



Capítulo 12

Revisão dos conteúdos deste capítulo

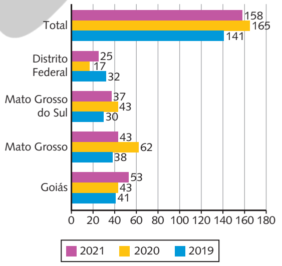
Páginas 292 e 293

1 **a)** ímpar
b) $\frac{12}{25}$

2 **a)** $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{2}$
c) $\frac{1}{6}$
d) $\frac{1}{3}$

4 **a)** Exemplo de resposta:

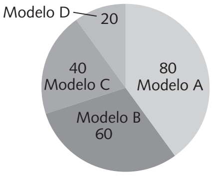
FEMINICÍDIOS OCORRIDOS NA REGIÃO CENTRO-OESTE DE 2019 A 2021



Dados obtidos em: https://forumseguranca.org.br/wp-content/uploads/2022/03/violencia-contra-mulher-2021-v5.pdf. Acesso em: 24 maio 2022.

5 Exemplo de resposta:

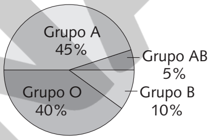
UNIDADES DE CARRO VENDIDOS NO MÊS DE JANEIRO, POR MODELO



Dados obtidos pela concessionária em janeiro deste ano.

6 **a)** A maioria respondeu "bom" ou "muito bom".
b) Exemplo de resposta:

GRUPO SANGUÍNEO DOS ALUNOS DE UMA UNIVERSIDADE



Dados obtidos pelo funcionário da prefeitura de Vem Visitar em 2023.

7 12 500 automóveis

8 6,5

Teste seus conhecimentos

1. alternativa **b**
2. alternativa **c**
3. alternativa **b**
4. alternativa **b**
5. alternativa **d**
6. alternativa **c**
7. alternativa **b**
8. alter nativa **a**
9. alternativa **c**
10. alternativa **b**
11. alternativa **c**
12. alternativa **c**
13. alternativa **b**
14. alternativa **d**
15. alternativa **c**
16. alternativa **c**
17. alternativa **c**
18. alternativa **d**
19. alternativa **c**
20. alternativa **b**

ILUSTRAÇÕES: ORACICART/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA

Referências bibliográficas comentadas

AABOE, Asger. **Episódios da história antiga da Matemática**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

Este livro, organizado em quatro capítulos, permite que o leitor tenha contato com os primórdios da Matemática por meio de episódios históricos.

BERLONQUIN, Pierre. **100 jogos geométricos**. Lisboa: Gradiva, 2005.

Este livro apresenta 100 jogos geométricos ordenados criteriosamente pelo autor, do mais fácil para o mais difícil, para que, enquanto o leitor se diverte, adquira maior rapidez de raciocínio e uma notável flexibilidade intelectual.

BOLT, Brian. **Actividades matemáticas**. Lisboa: Gradiva, 1991.

Este livro contém atividades matemáticas destinadas a estimular o pensamento criativo e incentivar o leitor a desenvolver a compressão de números, conceitos espaciais e pensamento matemático em geral.

BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher; Edusp, 2010.

Este livro apresenta um estudo aprofundado da história da Matemática desde o Egito antigo até as tendências mais recentes. Mostra também a fascinante relação entre o desenvolvimento dos conhecimentos sobre números, formas e padrões e a evolução da humanidade.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC; SEB, 2018.

Documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

BROCARD, Joana; SERRAZINA, Lurdes; ROCHA, Isabel. **O sentido do número**: reflexões que entrecruzam teoria e prática. Lisboa: Escolar, 2008.

Neste livro reúne-se um conjunto de textos produzidos no âmbito do projeto "Desenvolvendo o sentido do número: perspectivas e exigências curriculares", cujo trabalho se centrou em torno do desenvolvimento do sentido do número para as crianças, concebeu materiais para aulas e refletiu sobre características do currículo que favorecem o sentido do número.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do ensino da Matemática**. São Paulo: Cortez, 2009.

Este livro subsidia o futuro professor no domínio dos conteúdos básicos e da metodologia da Matemática e sugere uma transformação no modo de perceber e compreender o papel dessa disciplina no currículo escolar.

CENTURIÓN, Marília. **Conteúdo e metodologia da Matemática**: números e operações. São Paulo: Scipione, 2001.

Este livro baseia-se na ideia de que o estudante constrói seu próprio conhecimento com base em suas ações e problematizações. Aborda as principais dúvidas tanto do estudante de Pedagogia quanto do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de Matemática**. São Paulo: Ática, 2002.

Este livro propõe a discussão dos fatores que atuam negativamente no aprendizado de Matemática, classifica os vários tipos de problema que se apresentam e mostra as etapas envolvidas na sua resolução.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. Campinas: Unicamp, 2011.

Este livro busca introduzir a história da Matemática aos estudantes de graduação dos cursos superiores dessa disciplina. Assim sendo, além da narrativa histórica, há muitos expedientes pedagógicos visando assistir, motivar e envolver o estudante.

GRANDO, Regina Célia. **O jogo e a Matemática no contexto da sala de aula**. São Paulo: Paulus, 2004.

Este livro mostra a riqueza pedagógica que existe na utilização correta de jogos, para ensinar Matemática, para desenvolver o pensamento criativo e até mesmo para transformar o erro em aprendizado.

IFRAH, Georges. **História universal dos algarismos**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

Este livro oferece, em linguagem acessível, uma visão completa e inovadora da epopeia do cálculo entre as civilizações. Um convite para uma viagem impressionante às origens da representação simbólica dos números.

IFRAH, Georges. **Os números**: a história de uma grande invenção. Rio de Janeiro: Globo, 1998.

Este livro traça uma resumida, mas completa, história da Matemática, acompanhando a evolução do raciocínio de nossos ancestrais desde a Pré-História, passando por civilizações como a dos egípcios, babilônios, fenícios, gregos, romanos, hebreus, maias, chineses, hindus e árabes.

IMENES, Luiz Márcio. **A numeração indo-arábica**. São Paulo: Scipione, 1990. (Vivendo a Matemática).

Este livro discorre sobre os sistemas de numeração, em uma proposta integrada com História, explorando a Matemática de uma maneira divertida, mas comprometida com o conteúdo.

KAMII, Constance. **Reinventando a Aritmética**: implicações da teoria de Piaget. Campinas: Papirus, 1995.

Este livro faz uma análise crítica do ensino da Aritmética para as crianças dos primeiros anos do Ensino Fundamental. Com toda sua sensibilidade e seu conhecimento da teoria piagetiana, a autora aborda temas como importância da interação social, autonomia como finalidade da educação, numerais, adição e subtração.

KARLSON, Paul. **A magia dos números**. Rio de Janeiro: Globo, 1961.

Este livro usa a história da Matemática como bússola em uma jornada desde a Aritmética até o cálculo diferencial e integral. O que destaca essa obra não é apenas a linguagem informal e muitas vezes mordaz do autor, mas principalmente o grau de detalhismo que ele concedeu aos inúmeros assuntos que compõem o livro.

LIMA, Elon lages. **Meu professor de Matemática e outras histórias**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.

Este livro é composto de pequenos ensaios sobre Matemática elementar. Em uma coleção de capítulos independentes, aborda tópicos de Matemática que constam dos programas escolares dos diferentes níveis de ensino.

MARANHÃO, Maria Cristina S. **Matemática**. São Paulo: Cortez, 1994. (Magistério).

Este livro reflete sobre a problemática do ensino da Matemática com base na experiência da autora, bem como nos estudos e nas pesquisas na área. Dessa maneira, a autora sugere o desenvolvimento de alguns temas que considera indispensáveis para preparar um estudante para o Ensino Médio.

PÓLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

Este livro aborda a resolução de problemas como um recurso para desafiar a curiosidade dos leitores. O autor destaca a importância de situações que apresentam indagações aos estudantes e contribuem para que desenvolvam o interesse pelo raciocínio independente.

ROSA NETO, Ernesto. **Didática da Matemática**. São Paulo: Ática, 2010.

Este livro é destinado a educadores interessados em educação matemática. Levando em consideração o interacionismo e a psicogenética, discute os principais tópicos da Matemática de Pré-escola e Ensino Fundamental, viabilizando sua aplicação em sala de aula.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

Este livro contribui para a discussão sobre o lugar e o significado das competências e das habilidades no Ensino Fundamental, enfatizando as habilidades de ler, escrever e resolver problemas de Matemática.

TAHAN, Malba. **Matemática divertida e curiosa**. Rio de Janeiro: Record, 2012.

Este livro traz recreações e curiosidades da Matemática que transformam a aridez dos números e a exigência de raciocínio em brincadeira, ao mesmo tempo útil e prazerosa. O autor consegue fazer a união da ciência com o lúdico, transformando a leitura em um agradável passatempo.

TAHAN, Malba. **O homem que calculava**. Rio de Janeiro: Record, 2001.

O livro narra a história de Beremiz Samir, um viajante com o dom intuitivo da Matemática, manejando os números com a facilidade de um ilusionista. Problemas aparentemente sem solução tornam-se de uma transparente simplicidade quando expostos a ele.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Teoria e prática de Matemática**. São Paulo: FTD, 2009.

O livro constitui uma valiosa ferramenta para os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A obra trabalha o desenvolvimento das habilidades matemáticas básicas fundamentado em problemas ligados à experiência prática do estudante, em jogos e em situações que estimulam sua participação na construção de conceitos e o ajudam a compreender a relevância da Matemática como instrumento de transformação da realidade.

ZABALA, Antoni (org.). **Como trabalhar os conteúdos procedimentais em aula**. Trad. Ernani Rosa. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 1999.

Este livro, por meio de uma abordagem prática, mostra como trabalhar 42 conteúdos procedimentais que pertencem a diferentes áreas do Ensino Fundamental.

ZARO, Milton. **Matemática experimental**. São Paulo: Ática, 1996.

O objetivo deste livro é estimular a criatividade do professor no desenvolvimento de atividades com os estudantes, aplicando o método científico na Matemática por meio da técnica da redescoberta, exercitando a redação de textos e experimentos.

MODERNA

ISBN 978-85-16-13552-2

9 788516 135522