Edwaldo Bianchini

MANUAL DO PROFESSOR

MATEMÁTICA BIANCHINI

6º ano

Componente curricular:
MATEMÁTICA

PNLD 2024 - Objeto 1
Código da coleção:
0022 P24 01 00 020 020

MODERNA

Edwaldo Bianchini

Licenciado em Ciências pela Faculdade de Educação de Ribeirão Preto,
da Associação de Ensino de Ribeirão Preto, com habilitação em Matemática pela
Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras do Sagrado Coração de Jesus, Bauru (SP).
Professor de Matemática da rede pública de ensino do estado de São Paulo,
no Ensino Fundamental e Médio, por 25 anos.

MANUAL DO PROFESSOR

MATEMÁTICA BIANCHINI

6º ano

Componente curricular: MATEMÁTICA

10ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

Coordenação geral: Maria do Carmo Fernandes Branco
Edição executiva: Maria Cecília da Silva Veridiano
Edição de texto: Dario Martins de Oliveira, Enrico Briese Casentini, João Alves de Souza Neto, Livia Santa Clara
Assistência editorial: Roberta Stoppe
Preparação de texto: Geuid Dib Jardim
Gerência de *design* e produção gráfica: Patricia Costa
Coordenação de produção: Denis Torquato
Gerência de planejamento editorial: Maria de Lourdes Rodrigues
Coordenação de *design* e projetos visuais: Marta Cerqueira Leite
Projeto gráfico: Tatiane Porusselli
Capa: Douglas Rodrigues José, Tatiane Porusselli, Apis Design, Fábio Luna
Imagem da capa: Diébédo Francis Kéré – Kéré Architecture. Serpentine Pavilion, 2017; Kensington Gardens, Londres, Inglaterra. Desde novembro de 2017 a obra integra o acervo da ILHAM Gallery em Kuala Lumpur, Malásia. © Diébédo Francis Kéré – Kéré Architecture. Foto: Iwan Baan.
Coordenação de arte: Aderson Oliveira
Edição de arte: Marcel Hideki Yonamine
Editoração eletrônica: Grapho Editoração, JSDesign
Coordenação de revisão: Camila Christi Gazzani
Revisão: Cesar G. Sacramento, Daniela Uemura, Lilian Xavier, Márcio Della Rosa, Maura Loria, Patricia Cordeiro, Roberta Otoni, Sirlene Prignolato
Coordenação de pesquisa iconográfica: Sônia Oddi
Pesquisa iconográfica: Vanessa Trindade
Suporte administrativo editorial: Flávia Bosqueiro
Coordenação de *bureau*: Rubens M. Rodrigues
Tratamento de imagens: Ademir Francisco Baptista, Ana Isabela Pithan Maraschin, Denise Feitoza Maciel, Marina M. Buzzinaro, Vânia Maia
Pré-impressão: Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
Coordenação de produção industrial: Wendell Monteiro
Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Bianchini, Edwaldo
Matemática Bianchini : 6º ano : manual do professor / Edwaldo Bianchini. -- 10. ed. -- São Paulo : Moderna, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-16-13564-5

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Título.

22-115275 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

O Pavilhão Serpentine, em Londres (Reino Unido), é um espaço dedicado à instalação de uma obra arquitetônica temporária. Em 2017, o arquiteto escolhido para a exposição foi Diébédo Francis Kéré. Sua obra, uma estrutura suspensa de aço coberta por um material transparente, foi inspirada em uma grande árvore de sua cidade natal, em Burkina Fasso, e no sentido de comunidade e de conexão com a natureza de seu povo.

SUMÁRIO

Apresentação

Professor(a),

Como material de apoio à prática pedagógica, este *Manual* traz, de maneira concisa, orientações e sugestões para o uso do livro do estudante como texto de referência, com o objetivo de subsidiar seu trabalho em sala de aula. Esperamos que este material o(a) auxilie a melhor aproveitar e a compreender as diretrizes pedagógicas que nortearam a elaboração dos quatro livros desta coleção.

Este *Manual* também discute a avaliação da aprendizagem sob a luz de pesquisas em Educação e Educação Matemática e em documentos oficiais. Além disso, oferece indicações de leituras complementares e *sites* de centros de formação continuada, na intenção de contribuir para a ampliação de seu conhecimento, sua experiência e atualização.

As características da coleção, as opções de abordagem e os objetivos educacionais a alcançar são também expostos e discutidos aqui.

Visão geral da proposta da coleção

Esta coleção tem como principais objetivos servir de apoio ao professor no desenrolar de sua prática didático-pedagógica e oferecer ao estudante um texto de referência auxiliar e complementar aos estudos.

Com base nos conteúdos indicados para a Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º anos) e suas especificidades de ensino, a obra procura possibilitar ao estudante a elaboração do conhecimento matemático, visando contribuir para a formação de cidadãos que reflitam e atuem no mundo, e subsidiar o trabalho docente, compartilhando possibilidades de encaminhamento e sugestões de intervenção. Nesse sentido, atribui especial importância ao desenvolvimento de conceitos de maneira precisa e por meio de linguagem clara e objetiva, com destaques pontuais para aqueles de maior importância.

As ideias matemáticas são apresentadas e desenvolvidas progressivamente, sem a preocupação de levar o estudante a assimilar a totalidade de cada conteúdo, isto é, sem a pretensão de esgotar o assunto na primeira apresentação. Ao longo da coleção, oferecemos constantes retomadas, não apenas visando à revisão, mas à complementação e ao aprofundamento de conteúdos. Acreditamos que, por meio de diversos contatos com as ideias e os objetos matemáticos, o estudante conseguirá apreender seus significados.

Em relação à abordagem, a apresentação de cada conteúdo se dá, principalmente, por meio de situações contextualizadas e problematizadoras que possibilitem ao estudante uma aprendizagem significativa, assim como estabelecer relações da Matemática com outras áreas do saber, com o cotidiano, com sua realidade social e entre os diversos campos conceituais da própria Matemática.

Essa contextualização abarcou situações comuns, vivenciadas pelos jovens em seu cotidiano, e informações mais elaboradas, que costumam aparecer nos grandes veículos de comunicação. Assim, a obra tem por objetivo contribuir para a formação integral do estudante, de modo que, enquanto assimila e organiza os conteúdos próprios da Matemática, coloque em prática, sempre que possível, suas capacidades reflexiva e crítica, inter-relacionando tanto os tópicos matemáticos entre si quanto estes com os de diferentes áreas do saber. O intento é colaborar de maneira eficaz para a solidificação do conhecimento matemático e com o preparo do exercício da cidadania e da participação positiva na sociedade.

Na perspectiva mundial da permanente busca por melhor qualidade de vida, a Matemática, sobretudo em seus aspectos essenciais, contribui de modo significativo para a formação do cidadão crítico e autoconfiante, com compreensão clara dos fenômenos sociais e de sua atuação na sociedade, com vistas a uma **formação integral** e **inclusiva**. Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) afirma, de maneira explícita, seu compromisso com a educação integral e reconhece que:

> [...] a Educação Básica deve visar à formação e ao desenvolvimento humano global, o que implica compreender a complexidade e a não linearidade desse desenvolvimento, rompendo com visões reducionistas que privilegiam ou a dimensão intelectual (cognitiva) ou a dimensão afetiva. Significa, ainda, assumir uma visão plural, singular e integral da criança, do adolescente, do jovem e do adulto – considerando-os como sujeitos de aprendizagem – e promover uma educação voltada ao seu acolhimento, reconhecimento e desenvolvimento pleno, nas suas singularidades e diversidades (BRASIL, 2018, p. 14).
>
> A ideia de educação inclusiva sustenta-se em um movimento mundial de reconhecimento da diversidade humana e da necessidade contemporânea de se constituir uma escola para todos, sem barreiras, na qual a matrícula, a permanência, a aprendizagem e a garantia do processo de escolarização sejam, realmente e sem distinções, para todos (SÃO PAULO, 2019, p. 25).

Na sequência, os conceitos teóricos são trabalhados entremeados por blocos de exercícios e, algumas vezes, por atividades de outra natureza em seções especiais. A distribuição das atividades em diferentes seções procura facilitar e flexibilizar o planejamento do trabalho docente, bem como possibilitar ao estudante desenvolver habilidades diversas.

As atividades também foram pensadas de acordo com o mesmo viés da exposição teórica, intercalando-se aos exercícios convencionais, importantes para formalizar e sistematizar conhecimentos, aqueles que associam os contextos matemáticos aos de outras áreas do conhecimento, que contemplam temas abrangendo informações de Biologia, Ecologia, Economia, História, Geografia, Política, Ciências e Tecnologia.

A constante recorrência a imagens, gráficos e tabelas, muitos deles publicados em mídias atuais, tem por objetivo estimular os estudantes a estabelecerem conexões com o mundo em que vivem.

A obra procura trazer atividades que possibilitam a sistematização dos procedimentos e a reflexão sobre os conceitos em construção. Elas procuram abordar diferentes aspectos do conceito em discussão por meio de variados formatos, apresentando, quando possível, questões abertas, que dão oportunidade a respostas pessoais, questões com mais de uma solução ou cuja solução não existe. Da mesma maneira, há exercícios que estimulam a ação mental, promovendo o desenvolvimento de argumentações, a abordagem de problemas de naturezas diversas e as discussões entre colegas e em grupos de trabalho. O professor tem, então, uma gama de questões a seu dispor para discutir e desenvolver os conceitos matemáticos em estudo.

É importante reafirmar que, ao longo de toda a coleção, houve preocupação com a precisão e a concisão da linguagem. A abordagem dos conteúdos procurou ser clara, objetiva e simples, a fim de contribuir adequadamente para o desenvolvimento da Matemática escolar no nível do Ensino Fundamental. Além do correto uso da língua materna e da linguagem propriamente matemática, procuramos o auxílio da linguagem gráfica, com ilustrações, esquemas, diagramas e fluxogramas que auxiliam a aprendizagem pelas mudanças dos registros de representação.

Objetivos gerais da coleção

- Apresentar a Matemática, em seus diversos usos, como uma das linguagens humanas, explorando suas estruturas e seus raciocínios.
- Introduzir informações que auxiliem a apreensão de conteúdos matemáticos, com vistas à sua inserção em um corpo maior de conhecimentos e à sua aplicação em estudos posteriores.
- Possibilitar ao estudante o domínio de conteúdos matemáticos que lhe deem condições de utilização dessa ciência no cotidiano e na realidade social, oportunizando o desenvolvimento do letramento matemático[1].
- Propiciar, com o auxílio do conhecimento matemático, o desenvolvimento das múltiplas competências e habilidades cognitivas do estudante, preparando-o como pessoa capaz de exercer conscientemente a cidadania e de progredir profissionalmente, garantindo uma formação integral e inclusiva.
- Desenvolver hábitos de leitura, de estudo e de organização.

Esses objetivos se justificam à medida que compreendemos que a Matemática desempenha um importante papel no desenvolvimento dos estudantes, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, com aplicações no mundo do trabalho, e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. Possibilita, ainda, o trabalho e o relacionamento com as diferentes linguagens, explorando suas estruturas e raciocínios, além de propiciar o desenvolvimento cognitivo dos estudantes e desenvolver hábitos relacionados ao cotidiano escolar.

Fundamentos teórico-metodológicos

Vamos apresentar alguns temas relativos ao ensino de Matemática que norteiam as escolhas curriculares da coleção e se alinham às proposições da BNCC, documento que foi elaborado após ampla consulta a especialistas e à população e que é a referência para a construção dos currículos de toda a rede de ensino, municipal, estadual e federal, em todo o país. Ela traz o conteúdo mínimo a ser desenvolvido em cada etapa da Educação Básica e, para preservar a autonomia das escolas e dos professores, deve ser complementada com a inclusão das especificidades regionais e locais.

A BNCC traz o conjunto das aprendizagens consideradas essenciais que todo estudante deve desenvolver ao longo de sua trajetória escolar no ensino básico. Essas aprendizagens estão apresentadas em forma de competências gerais, competências específicas e habilidades segundo os componentes curriculares ou as áreas do conhecimento para cada etapa do ensino.

A importância de aprender Matemática

Partimos da proposição de que uma característica da Matemática é ser uma linguagem capaz de decodificar, traduzir e expressar o pensamento humano, o que contribui para a formação integral do estudante.

> O conhecimento matemático é necessário para todos os estudantes da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais (BRASIL, 2018, p. 265).

> Atualmente, é indiscutível a importância da Matemática na formação humana, especialmente por vivermos em uma sociedade cada vez mais permeada pela ciência e pela tecnologia. Diversas profissões [...] exigem conhecimentos matemáticos e competências básicas para lidar com as mesmas. Além disso, exige-se do cidadão do século XXI habilidades matemáticas essenciais tais como compreensão de gráficos, capacidade de fazer estimativas, de organização do pensamento, tomada consciente de decisões, entre outras, de modo que ele seja capaz de fazer uma leitura de mundo, de encarar desafios e resolver problemas, levantando hipóteses e buscando soluções, além de emitir opinião sobre fatos e fenômenos que emergem da realidade na qual está inserido (PERNAMBUCO, 2019, p. 65).

A palavra **matemática** vem do grego *mathematike*. Em sua origem, estava ligada ao ato de aprender, pois significava "tudo o que se aprende", enquanto **matemático**, do grego *mathematikos*, era a palavra usada para designar alguém "disposto a aprender". O verbo **aprender** era originalmente, em grego, *manthanein*; mas hoje o radical *math*, antes presente nas palavras ligadas à aprendizagem, parece ter perdido essa conotação e daí talvez resulte a ideia geral de que a Matemática é uma disciplina que lida apenas com números, grandezas e medidas e que se aprende na escola de forma compulsória.

Na realidade, a Matemática fornece ao indivíduo, além de uma linguagem para expressar seu pensamento, ferramentas com as quais ele pode gerar novos pensamentos e desenvolver raciocínios, ou seja,

> [...] a Matemática não é simplesmente uma disciplina, mas também uma forma de pensar. É por isso que a Matemática, assim como a alfabetização, é algo que deveria ser tornado disponível para todos [...] (NUNES; BRYANT; 1997, p. 105).

A Matemática, portanto, é algo que deve estar disponível a todo ser humano, para que possa fazer uso dela como uma de suas ferramentas de sobrevivência e convívio social, promovendo uma formação inclusiva.

---

[1] Segundo a Matriz de Avaliação de Matemática do Pisa 2012 (disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf; acesso em: 2 maio 2022): Letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.

Um ponto crucial a considerar é que as formas de pensar características da Matemática podem expandir-se para outros raciocínios, impulsionando a capacidade global de aprendizado. Ao lidar com a Matemática, fundamentamos o pensamento em um conjunto de axiomas, na geração e na validação de hipóteses, no desenvolvimento de algoritmos e procedimentos de resolução de problemas — ferramentas aplicáveis a um conjunto de situações similares —, estabelecendo conexões e fazendo estimativas. Analisando situações particulares e inserindo-as na estrutura global, é possível construir estruturas de pensamento também úteis em situações não matemáticas da vida em sociedade.

> A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos (BRASIL, 2018, p. 265).

Ao construir sua história, o ser humano tem modificado e ampliado constantemente suas necessidades, individuais ou coletivas, de sobrevivência ou de cultura. O corpo de conhecimentos desenvolvido nesse longo trajeto ocupa lugar central no cenário humano. No que diz respeito aos **conhecimentos matemáticos**, muitos continuam atravessando os séculos, enquanto outros já caíram em desuso. Há, ainda, outros que estão sendo incorporados em razão das necessidades decorrentes das ações cotidianas, como é o caso da Educação Financeira. As novas práticas solicitam a ampliação e o aprofundamento desses conhecimentos.

Até algumas décadas atrás, "saber" Matemática implicava basicamente dominar e aplicar as operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Na atualidade, contudo, as pesquisas educacionais, as diretrizes pedagógicas oficiais e, em especial, a BNCC apontam para a necessidade de que em todos os anos da Educação Básica a escola trabalhe conteúdos organizados nas cinco Unidades Temáticas: **Números**, **Álgebra**, **Geometria**, **Grandezas e medidas** e **Probabilidade e estatística**, tendo como referência o desenvolvimento das competências e habilidades descritas pela BNCC.

> Na BNCC, **competência** é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 8).

Para entender a real importância da Matemática, basta pensar em nosso cotidiano. É fácil fazer uma longa lista de ações nas quais precisamos mobilizar os conhecimentos desse campo: calcular uma despesa para efetuar seu pagamento; examinar diferentes alternativas de crédito; estimar valores; calcular medidas e quantidades com alguma rapidez; compreender um anúncio ou uma notícia apresentados por meio de tabelas e gráficos; analisar criticamente a validade de um argumento lógico; avaliar a razoabilidade de um resultado numérico ou estatístico; decidir a sequência de passos necessários para resolver um problema; orientarmo-nos no espaço (para deslocamentos ou indicações de trajetórias), entre tantas outras situações.

Hoje sabemos da importância de o indivíduo aprender continuamente, durante toda a vida, para assimilar as incessantes inovações do mundo moderno e, desse modo, realimentar seu repertório cultural. Em um ambiente mundial cada vez mais competitivo e desenvolvido do ponto de vista tecnológico, é preciso tornar acessíveis a todas as pessoas as vantagens desses avanços. E é responsabilidade também da educação escolar levar o estudante a perceber criticamente a realidade, cuja interpretação depende da compreensão de sua estrutura lógica, do entendimento da simbologia adotada no contexto, da análise das informações veiculadas por dados numéricos, imagens, taxas, indexadores econômicos etc. Um indivíduo com poucos conhecimentos matemáticos pode estar privado de exercer seus direitos como cidadão, por não ter condições de opinar em situação de igualdade com os demais membros da sociedade, nem de definir seus atos políticos e sociais com base em uma avaliação acurada da situação.

No ensino da Matemática, assumem grande importância aspectos como o estímulo a relacionar os conceitos matemáticos com suas representações (esquemas, diagramas, tabelas, figuras); a motivação para identificar no mundo real o uso de tais representações; o desafio à interpretação, por meio da Matemática, da diversidade das informações advindas desse mundo.

Podemos afirmar que a maior parte das sociedades de hoje depende cada vez mais do conjunto de conhecimento produzido pela humanidade, incluindo de maneira notável as contribuições da ciência matemática. Ao mesmo tempo, esse arcabouço cultural revigora-se incessantemente, com grande diversidade e sofisticação. Os apelos de um mundo que se transforma em incrível velocidade, em uma crescente variedade de domínios, constituem uma das razões mais significativas para o maior desafio dos educadores: preparar os jovens para uma atuação ética e responsável, balizada por uma formação múltipla e consistente.

Matemática acadêmica × Matemática escolar

No âmbito específico da Matemática, há muito mais conhecimento já estabelecido do que o que chega à sala de aula. A seleção desses conhecimentos-conteúdos e a maneira de apresentá-los aos estudantes exigem bom preparo didático e pedagógico e uma série de estudos e adaptações.

Em sua formação inicial, na universidade, o futuro professor de Matemática tem contato simultâneo com a **Matemática acadêmica** e a **Matemática escolar**. No entanto, em seu exercício profissional, o destaque será para a Matemática escolar; daí a relevância de procurarmos entender a distinção entre ambas.

De acordo com Moreira e David (2003), a Matemática acadêmica, ou científica, é o corpo de conhecimentos produzido por matemáticos profissionais. Nesse caso, as demonstrações, definições e provas de um fato e o rigor na linguagem utilizada ocupam papel relevante, visto que é por meio deles que determinado conhecimento é aceito como verdadeiro pela comunidade científica.

No caso da Matemática escolar, há dois aspectos fundamentais que modificam significativamente o papel do rigor nas demonstrações. O primeiro refere-se ao fato de a "validade" dos resultados matemáticos, que serão apresentados aos estudantes no processo de ensino-aprendizagem, não ser colocada em dúvida; ao contrário, já está garantida pela própria Matemática acadêmica. O segundo aspecto diz respeito à aprendizagem; nesse caso, o mais importante é o desenvolvimento de uma prática pedagógica que assegure a compreensão dos conteúdos matemáticos essenciais, assim como a construção de justificativas que permitam ao jovem estudante utilizá-los de maneira coerente e conveniente, tanto na vida escolar quanto na cotidiana, propiciando o desenvolvimento das competências e habilidades para ele exercer a cidadania plena e atuar no mundo.

O pensador Henri Jules Poincaré também discute a diferença entre o rigor necessário e conveniente à Matemática científica e o rigor adequado a um processo educativo. Para ele, uma boa definição é aquela que pode ser entendida pelo estudante.

Diante disso, a coleção procura harmonizar o uso da língua materna com a linguagem matemática, promovendo uma leitura acessível e adequada aos estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental.

A Matemática como componente curricular do Ensino Fundamental

A importância de ensinar Matemática no Ensino Fundamental, conforme indica a BNCC, decorre também da contribuição que a área representa na formação do cidadão.

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do **letramento matemático**, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos estudantes reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição).
>
> O desenvolvimento dessas habilidades está intrinsecamente relacionado a algumas formas de organização da aprendizagem matemática, com base na análise de situações da vida cotidiana, de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática (BRASIL, 2018, p. 266).

Diversos pesquisadores e profissionais ligados à Educação Matemática têm procurado sintetizar o papel social do ensino dessa área do conhecimento. Na literatura, segundo Ponte (2002), cabem ao ensino da Matemática quatro diferentes papéis:

- instrumento da cultura científica e tecnológica, fundamental para profissionais como cientistas, engenheiros e técnicos, que utilizam a Matemática em suas atividades;
- filtro social para a continuação dos estudos e a seleção para as universidades;
- instrumento político, como símbolo de desenvolvimento e arma de diversas forças sociais que utilizam as estatísticas do ensino da Matemática para seus propósitos;
- promotora do desenvolvimento dos modos de pensar a serem aplicados na vida cotidiana e no exercício da cidadania.

É evidente que cada um desses papéis serve a diferentes interesses e finalidades. Contudo, considerando os indivíduos seres sociais, é o último desses papéis o mais importante e o que mais nos interessa. Como explica Ponte:

> Incluem-se aqui os aspectos mais diretamente utilitários da Matemática (como ser capaz de fazer trocos e de calcular a área da sala), mas não são esses aspectos que justificam a importância do ensino da Matemática. São, isto sim, a capacidade de entender a linguagem matemática usada na vida social e a capacidade de usar um modo matemático de pensar em situações de interesse pessoal, recreativo, cultural, cívico e profissional. Em teoria, todos reconhecem que esta é a função fundamental do ensino da Matemática. Na prática, infelizmente, é muitas vezes a função que parece ter menos importância (PONTE, 2002).

O fato de a função de promover modos de pensar estar explicitada no currículo e nos programas não é suficiente, contudo, para concretizar essa função.

> O sistema de avaliação, os manuais escolares e a cultura profissional dos professores podem influenciar de tal modo as práticas de ensino que as finalidades visadas pelo currículo em ação, muitas vezes, pouco têm a ver com aquilo que é solenemente proclamado nos textos oficiais. (PONTE, 2002).

Ao discorrer sobre esses papéis, Ponte (2002) analisa em particular a função de filtro social e afirma que “a verdade é que este papel de instrumento fundamental de seleção tem pervertido a relação dos jovens com a Matemática”. Isso se dá porque os estudantes passam a enxergá-la como obstáculo a ser transposto para a conquista de objetivos, em vez de entendê-la como aliada nesse processo. O pesquisador enfatiza a importância de identificar os fatores que originam o insucesso dos estudantes em Matemática. Para ele, tais fatores estão relacionados com:

- a crise da escola como instituição, que se reflete na aprendizagem em geral e na Matemática em particular;
- aspectos de natureza curricular — tradição pobre de desenvolvimento curricular de Matemática;
- insuficiente concretização prática e caráter difuso das finalidades do aprendizado;
- o próprio fato de a Matemática constituir-se em instrumento de seleção, o que, de imediato, desencanta e amedronta o estudante;
- questões ligadas à formação dos professores.

Em contrapartida, de acordo com a BNCC, podemos destacar que:

> [...] Os **processos matemáticos** de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (BRASIL, 2018, p. 266).

As atuais e inúmeras discussões na área educacional têm nos alertado sobre mudanças na forma de conceber a Educação Básica no mundo. No que diz respeito à Educação Matemática, podemos dizer que ela tem atravessado um grato momento de revitalização:

> Novos métodos, propostas de novos conteúdos e uma ampla discussão dos seus objetivos fazem da Educação Matemática uma das áreas mais férteis nas reflexões sobre o futuro da sociedade (D'AMBROSIO, 2000).

A BNCC preconiza a inclusão e a discussão de temas contemporâneos, como é o caso dos "direitos da criança e do adolescente" e "educação em direitos humanos":

> Por fim, cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora (BRASIL, 2018, p. 19).

A orientação de introduzir e interligar no âmbito escolar temas dessa natureza traz efetivas possibilidades de expansão dos currículos, para além dos conteúdos das disciplinas tradicionais. Esses temas também podem ser abordados de acordo com a necessidade dos estudantes e da comunidade em que estão inseridos.

O importante é ter em vista que, por meio do trabalho com esses temas, é possível incluir as questões sociais nos currículos escolares. Dessa perspectiva, os conteúdos trabalhados ganham novo papel; o aprendizado da Matemática, entre outras abordagens, concorre para a formação da cidadania e, consequentemente, para um entendimento mais amplo da realidade social.

Por compreender a importância desse trabalho, esta coleção procura, na medida do possível, incorporar e discutir alguns conteúdos matemáticos em contextos diversificados.

Objetivos da formação básica para o Ensino Fundamental

Segundo o Parecer 11/2010 do Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Básica[2] sobre Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos, os objetivos para a formação básica relativos ao Ensino Infantil e Ensino Fundamental são:

- o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo;
- a compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, das artes, da tecnologia e dos valores em que se fundamenta a sociedade;
- a aquisição de conhecimentos e habilidades e a formação de atitudes e valores como instrumentos para uma visão crítica do mundo;
- o fortalecimento dos vínculos de família, dos laços de solidariedade humana e de tolerância recíproca em que se assenta a vida social.

O papel do livro didático

Entendemos que, em geral, os recursos presentes em salas de aula não são suficientes para fornecer todos os elementos necessários ao trabalho do professor e à aprendizagem do estudante. Nesse caso, o livro didático desempenha um papel importante, assessorando nesse processo, como organização e encaminhamento da teoria e propostas de atividades e exercícios. Assim, o livro didático contribui para o processo de ensino-aprendizagem e atua como mais um interlocutor na comunicação entre educador e educando.

Mas é preciso considerar que o livro didático, por mais completo que seja, deve ser utilizado intercalado com outros recursos que enriqueçam o trabalho do professor.

Concordamos com Romanatto (2004) quando diz que, partindo do princípio de que o verdadeiro aprendizado apoia-se na compreensão, e não na memória, e de que somente uma real interação com os estudantes pode estimular o raciocínio e o desenvolvimento de ideias próprias em busca de soluções, cabe ao professor aguçar seu espírito crítico perante o livro didático.

Na organização desta coleção, os conceitos e as atividades foram concebidos e dispostos em uma sequência que garanta a abordagem dos conhecimentos matemáticos relativos aos Anos Finais do Ensino Fundamental, visando à ampliação dos conhecimentos básicos tratados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, apresentando-os em capítulos específicos e, depois, retomando-os e ampliando-os em volumes posteriores. Assim, os estudantes podem resgatar os conhecimentos trabalhados anteriormente, ampliar os conceitos ao longo de seus estudos em Matemática do 6º ao 9º anos e preparar-se para a continuidade no Ensino Médio.

As orientações deste *Manual* pretendem esclarecer intenções, objetivos e concepções das atividades que podem auxiliar o trabalho pedagógico do professor em seus encaminhamentos, intervenções e na ampliação e no enriquecimento de seus conhecimentos matemáticos.

Competências socioemocionais

Nas últimas décadas, a Educação passou a enfatizar abordagens que incluíam outras dimensões do desenvolvimento humano, como a afetiva, a social para além da tradicional ênfase no cognitivo e na aquisição de conhecimento. A educação socioemocional sempre esteve presente no ambiente escolar de diferentes formas, seja na própria cultura escolar ou como suporte para projetos de comportamento positivo. A nova proposta é que essas competências sejam ensinadas propositadamente permitindo aos estudantes oportunidades para praticá-las.

Solidariedade, amizade, responsabilidade, colaboração, empatia, organização, ética, cidadania e honestidade são valores (ou características) que deverão ser ensinados, praticados ou estimulados nas escolas, segundo as diretrizes da BNCC. Esse documento valoriza os estudantes em sua singularidade e diversidade, afirmando que toda criança, jovem ou adolescente deve ter oportunidades para saber ser criativo, analítico-crítico, colaborativo, resiliente, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, entre outras características.

> Compreender o conceito de competências socioemocionais envolve o estudo das emoções. Ao longo da história, as emoções foram abordadas de diferentes perspectivas: da neuropsicologia, da biologia, dos padrões das espécies, da psicopedagogia, da cultura etc. Dentre todas essas abordagens, aquelas voltadas para as competências socioemocionais no contexto escolar são as de interesse nesse texto por abordarem diretamente as novas diretrizes propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a proposta de Educação para o século 21 (proposta pela Unesco) e o ensino integral.

[2] BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos**. Brasília: Parecer CNE/CEB nº11/2010. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb007_10.pdf. Acesso em: 27 maio 2022.

> Na BNCC, as competências socioemocionais estão presentes em todas as 10 competências gerais. Portanto, no Brasil, até 2020, todas as escolas deverão contemplar as competências socioemocionais em seus currículos (BASE, 2022).

Nesta coleção, trabalhamos com essas competências em diferentes momentos, na forma de atividades ou de orientações para o desenvolvimento do trabalho. Ao longo deste *Manual*, você encontrará diferentes orientações que colaboram para esse trabalho. Para ampliar o trabalho com as competências socioemocionais, temos como apropriado considerar os aspectos que caracterizam a adolescência, a diversidade e as culturas juvenis. Com base nesses aspectos, é importante compreender as situações que podem ser recorrentes na escola, como o *bullying*, e, assim, trabalhar temas e contextos que possibilitem promover a saúde mental dos estudantes e a cultura de paz. De maneira geral, discutiremos esses aspectos a seguir e, mais especificamente, retomaremos esses assuntos no decorrer do *Manual* de cada volume da coleção, quando o contexto apresentado for conveniente para se trabalharem esses temas.

Caracterização da adolescência

Segundo o Estatuto da Criança e do Adolescente – Lei nº 8.069/1990: "Considera-se criança, para os efeitos desta Lei, a pessoa até doze anos de idade incompletos, e adolescente aquela entre doze e dezoito anos de idade.".

De acordo com a BNCC:

> Os estudantes dessa fase inserem-se em uma faixa etária que corresponde à transição entre infância e adolescência, marcada por intensas mudanças decorrentes de transformações biológicas, psicológicas, sociais e emocionais. [...] ampliam-se os vínculos sociais e os laços afetivos, as possibilidades intelectuais e a capacidade de raciocínios mais abstratos. Os estudantes tornam-se mais capazes de ver e avaliar os fatos pelo ponto de vista do outro, exercendo a capacidade de descentração, "importante na construção da autonomia e na aquisição de valores morais e éticos" (BRASIL, 2010); (BRASIL, 2018, p. 60).

Esta coleção procura uma aproximação com os estudantes dessa fase, seja na linguagem utilizada, seja na escolha de assuntos que possam despertar seu interesse. Um desses momentos pode ser observado nas aberturas dos capítulos, nas quais são apresentadas situações que buscam aguçar a curiosidade dos estudantes para o tema a ser tratado. Além disso, a coleção busca também facilitar a passagem de um ano para outro no processo de ensino-aprendizagem em Matemática, retomando conceitos, revisitando conhecimentos – como as quatro operações fundamentais e o estudo das figuras geométricas –, ampliando e aprofundando conteúdos com novos aspectos, a fim de que os estudantes se apropriem dos conceitos com a compreensão dos processos neles envolvidos, caso da ampliação do campo numérico (dos números naturais aos números reais).

Diversidade e culturas juvenis

No mundo contemporâneo, um dos principais desafios é aprender a conviver em um ambiente de diversidade, já que muitas vezes as diferenças entre as pessoas não são vistas como algo positivo, dando lugar à discriminação, ao preconceito ou ao reforço de desigualdades.

É importante considerar que os jovens são diferentes em muitos aspectos, como origem social, gênero, território, modos de ser, sentir, agir, entre tantos outros.

Assim, a escola deve ser o espaço em que essas diversas culturas juvenis se manifestem, se relacionem e se organizem em busca de um objetivo comum. Segundo a BNCC,

> Considerar que há muitas juventudes implica organizar **uma escola que acolha as diversidades**, promovendo, de modo intencional e permanente, o respeito à pessoa humana e aos seus direitos. E mais, que garanta aos estudantes ser **protagonistas** de seu próprio processo de escolarização, reconhecendo-os como interlocutores legítimos sobre currículo, ensino e aprendizagem. Significa, nesse sentido, assegurar-lhes uma formação que, em sintonia com seus percursos e histórias, permita-lhes definir seu **projeto de vida** [...] (BRASIL, 2018, p. 463).

A diversidade não pode ser considerada um obstáculo para a convivência, mas o contrário: deve ser tratada como uma oportunidade ao indivíduo de ganhar novas perspectivas, expandir seus horizontes e aprender com as diferenças, valorizando a multiplicidade de culturas e grupos que formam a sociedade.

> Conforme afirmado na Declaração Universal dos Direitos Humanos, em seu artigo 1º, "Todos os seres humanos nascem livres e iguais em dignidade e em direitos. [...]" (ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS, 1948).

A escola é um espaço formado por uma diversidade de pessoas e deve promover a reflexão sobre diferentes temáticas de modo a desconstruir preconceitos.

Para trabalhar a diversidade, apresente ao estudante o trecho a seguir, da palestra **O perigo de uma história única**, do livro de mesmo nome, da escritora nigeriana Chimamanda Ngozi Adichie. A autora explica em detalhes os problemas causados quando contamos com apenas uma fonte de informações para conhecer a história e a identidade de um povo, enfatizando a necessidade de pesquisar diferentes fontes para compreender outras culturas.

> Anos depois, pensei nisso quando saí da Nigéria para fazer faculdade nos Estados Unidos. Eu tinha dezenove anos. Minha colega de quarto americana ficou chocada comigo. Ela perguntou onde eu tinha aprendido a falar inglês tão bem e ficou confusa quando respondi que a língua oficial da Nigéria era o inglês. Também perguntou se podia ouvir o que chamou de minha "música tribal", e ficou muito decepcionada quando mostrei minha fita da Mariah Carey. Ela também presumiu que eu não sabia como usar um fogão.
>
> O que me impressionou foi: ela já sentia pena de mim antes de me conhecer. Sua postura preestabelecida em relação a mim, como africana, era uma espécie de pena condescendente e bem-intencionada. Minha colega de quarto tinha uma história única da África: uma história única de catástrofe. Naquela história única não havia possibilidade de africanos serem parecidos com ela de nenhuma maneira; não havia possibilidade de qualquer sentimento mais complexo que pena; não havia possibilidade de uma conexão entre dois seres humanos iguais. (ADICHIE, 2009)

Após a apresentação, inicie uma conversa sobre a situação descrita e sobre os fatos serem analisados em uma perspectiva diversa, fundamentada em diversas fontes. Converse sobre o fato de a colega ter uma versão estereotipada da autora e como muitas vezes um grupo de pessoas é julgado como se fosse composto por uma única identidade.

Esse será um momento importante para conversarem sobre a diversidade do grupo e sobre a importância de se respeitarem sem julgamentos prévios. Se considerar adequado, apresente a palestra para os estudantes ou sugira a leitura do livro.

Nas interações com os colegas, os jovens compartilham ideias, experiências e saberes, expressam aspectos das culturas juvenis e possibilitam o convívio com o diferente. Observar os grupos com os quais eles se identificam, ou dos quais fazem parte, contribui para a compreensão de seus modos de agir e, ainda, de seu processo de formação.

Enfim, para construir uma escola inclusiva, em que os estudantes se sintam acolhidos e protegidos, é necessário estabelecer redes de cooperação em que as interações sociais estejam baseadas no respeito mútuo, no companheirismo, na solidariedade e no compartilhamento de experiências e de saberes. O papel do professor na organização dessa rede é fundamental, como mediador desse processo de construção do conhecimento, da identidade, da autonomia e dos projetos de vida, e deve ser desempenhado nas diferentes atividades propostas para serem realizadas em grupos. Ao longo da coleção, os estudantes são instigados a realizar tarefas em grupo ou trocar saberes, momento que pode ser oportuno para trabalhar a diversidade juvenil e propor reflexões sobre cooperação e respeito, promovendo a desconstrução de preconceitos.

Bullying

O termo *bullying* designa um tipo de violência física ou psicológica e tem sido amplamente utilizado em ambientes escolares, para se referir às atitudes hostis, agressivas e mesmo violentas que ocorrem persistentemente nas relações interpessoais de estudantes. A palavra *bullying* tem origem no inglês *bully*, que significa "valentão", "brigão" ou "tirano", e é usada para nomear ações de agressão, intimidação, maus-tratos e ataques ao outro, pautadas em uma relação desigual de poder, para que a vítima se sinta inferiorizada, além de ser muitas vezes excluída socialmente de ambientes aos quais pertence.

Como forma de prevenção, em primeiro lugar os professores devem observar com atenção mudanças apresentadas pelos estudantes, como retraimento excessivo, falta de interesse nas tarefas escolares, ausência frequente às aulas, demonstração de tristeza ou ansiedade, isolamento do grupo, impaciência, baixa autoestima. É importante que professores, assim como toda a comunidade escolar, possibilitem um ambiente acolhedor e estreitem vínculos com os jovens, para que eles possam sentir segurança e recorram a esses adultos quando algo não estiver bem.

Atividades propostas para serem realizadas em grupo podem ser um bom momento para desenvolver o conceito de **empatia** por meio da prática de uma escuta atenta e respeitosa, na qual os estudantes podem falar e ser escutados, e ideias são compartilhadas e podem ser validadas, possibilitando a eles considerar novas maneiras de atuação, fundamentadas na compreensão do ponto de vista do outro.

Sugerimos a seguir uma atividade inicial para trabalhar com o conceito de empatia.

Apresente aos estudantes a definição da palavra *empatia*, conforme consta em dois dicionários:

Empatia

1. PSICOL Habilidade de imaginar-se no lugar de outra pessoa.

2. PSICOL Compreensão dos sentimentos, desejos, ideias e ações de outrem.

3. Qualquer ato de envolvimento emocional em relação a uma pessoa, a um grupo e a uma cultura.

[...]

Fonte: EMPATIA. *In*: MICHAELIS Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa. São Paulo: Melhoramentos, 2015. Disponível em: https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/empatia/. Acesso em: 30 jun. 2022.

Empatia

1. Psi. Experiência pela qual uma pessoa se identifica com outra, tendendo a compreender o que ela pensa e a sentir o que ela sente, ainda que nenhum dos dois o expressem de modo explícito ou objetivo.

2. Capacidade de compreensão emocional e estética de um objeto, ger. de arte (um quadro, livro, filme, p. ex.).

3. Nas inter-relações pessoais e sociais, capacidade de alguém de se ver como os outros o veem, de ver outrem como os outros o veem e também como ele mesmo se vê.

Fonte: EMPATIA. *In*: AULETE Digital. Rio de Janeiro: Lexicon. Disponível em: https://www.aulete.com.br/empatia. Acesso em: 30 jun. 2022.

Em seguida, solicite aos estudantes que expressem, verbalmente ou por escrito, situações em que colocamos em prática a empatia. Se possível, peça que deem exemplos de situações em que alguém foi empático com eles ou em que eles aplicaram empatia. Dê oportunidades para que todos possam se manifestar e, do mesmo modo, respeite aqueles que não quiserem falar. Após a conversa, organize a sala em grupos e solicite que cada grupo escreva cinco atitudes que viabilizam a prática de empatia na escola. Depois, com a participação de todos, escolham dez atitudes que consideram mais importantes e confeccionem cartazes sobre o tema para serem anexados em alguns pontos da escola.

Saúde mental dos estudantes

É importante que professores, assim como toda a comunidade escolar, observem os diferentes sinais que os jovens em sofrimento emocional costumam dar, como isolamento e distanciamento dos amigos e dos grupos sociais, brigas constantes e agressividade, publicações com conteúdo negativo nas redes sociais ou participação em grupos virtuais que incentivam automutilação ou suicídio, entre outros.

Muitos desses sinais poderão se manifestar ao longo deste e dos próximos anos como decorrência do impacto da pandemia de Covid-19 na saúde emocional dos estudantes.

Um estudo publicado em 1º de abril de 2022, realizado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo e pelo Instituto Ayrton Senna[3], revelou que dois de cada três estudantes do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio da rede estadual relatam sintomas de depressão e ansiedade. De acordo com esse estudo:

[3] INSTITUTO Ayrton Senna. **Mapeamento aponta que 70% dos estudantes de SP relatam sintomas de depressão e ansiedade**. Disponível em: https://institutoayrtonsenna.org.br/pt-br/conteudos/mapeamento-aponta-que-70-por-cento-dos-estudantes-de-SP-relatam-sintomas-de-depressao.html. Acesso em: 11 maio 2022.

A avaliação mergulha nos danos severos à educação causados pela pandemia e reforça o desenvolvimento socioemocional como mola propulsora para a aprendizagem e outras conquistas ao longo da vida. A análise dos dados ainda revela a importância direta das competências socioemocionais para o aprendizado e o seu impacto em outros aspectos que afetam a aprendizagem indiretamente, como saúde mental, violência e estratégias de aprendizagem [...].

Prejuízos no desenvolvimento dessas competências podem impactar diversos resultados ao longo da vida dos estudantes. O estudo revelou que características como autogestão, que inclui foco, determinação, organização, persistência e responsabilidade, e amabilidade, que reúne empatia, respeito e confiança, foram afetadas durante a pandemia.

Desenvolver habilidades de autoconhecimento, como o reconhecimento das próprias emoções, para administrar metas e objetivos de maneira mais eficiente, pode ser um recurso valioso nestas situações. O autoconhecimento faz parte das competências socioemocionais e, quando desenvolvido, possibilita ao jovem criar estratégias eficazes para o manejo das emoções nos diferentes contextos sociais dos quais participa.

É possível trabalhar o autoconhecimento em diferentes situações do cotidiano escolar, trabalhando com os estudantes o reconhecimento das próprias emoções, pensamentos, desejos, medos, frustrações, dificuldades e assim por diante. Uma atividade que pode ser praticada em alguns momentos é sugerir aos estudantes que se perguntem "o porquê".

- Por que estou brigando com esse colega?
- Por que esta tarefa me incomoda?
- Por que não gosto deste professor ou deste colega?
- Por que tenho medo de responder oralmente a uma pergunta feita pelo professor?

Ao identificarem as causas de determinados sentimentos ou ações, poderão refletir sobre suas atitudes e, assim, administrar situações futuras que possam prejudicá-los em momentos diversos, na escola ou no convívio social fora dela.

Para ampliar o conhecimento sobre si mesmo, destacam-se as práticas meditativas, em especial o *mindfulness*, ou atenção plena. Trata-se de um exercício compreendido por Leahy como "estado mental particular e intencional que une atenção focada no presente, consciência aberta e memória de si mesmo". Praticado constantemente, auxilia na redução do estresse e da ansiedade, possibilitando maior criatividade, aumento do autocontrole e da resistência emocional, além de maior satisfação ao realizar as atividades do cotidiano.

Cultura de paz

A cultura de paz está relacionada à compreensão dos princípios de liberdade, justiça, democracia, igualdade e solidariedade, proposta em 1999 pela Organização das Nações Unidas (ONU). Envolve um modo de agir e de se posicionar, com base na prática da não violência, por meio da educação, do diálogo e da cooperação.

Mais do que teoria e prática, a não violência deve ser uma atitude que permeia toda a prática de ensino, envolvendo todos os profissionais de educação e os estudantes da escola, os pais e a comunidade, em um desafio comum e compartilhado. Assim, a não violência integrada confere ao professor outra visão do seu trabalho pedagógico. A escola deve dar lugar ao diálogo e ao compartilhamento, tornando-se um centro para a vida cívica na comunidade.

Para obter um impacto real, a educação sem violência deve ser um projeto de toda a escola, o qual deve ser planejado, integrado em todos os aspectos do currículo escolar, na pedagogia e nas atividades, envolvendo todos os professores e profissionais da escola, assim como toda a estrutura organizacional da equipe de tomada das decisões educacionais. As práticas de não violência devem ser coerentes e devem estar refletidas nas regras e na utilização das instalações da escola.

Vista pelo ângulo da não violência, a educação ajuda a:

- aprender sobre as nossas responsabilidades e obrigações, bem como os nossos direitos;
- aprender a viver juntos, respeitando as nossas diferenças e similaridades;
- desenvolver o aprendizado com base na cooperação, no diálogo e na compreensão intercultural;
- ajudar as crianças a encontrar soluções não violentas para resolverem seus conflitos, experimentarem conflitos utilizando maneiras construtivas de mediação e estratégias de resolução;
- promover valores e atitudes de não violência – autonomia, responsabilidade, cooperação, criatividade e solidariedade;
- capacitar estudantes a construírem juntos, com seus colegas, os seus próprios ideais de paz.

(UNESCO, [entre 2017 e 2022]).

Considerada um espaço privilegiado para a convivência com a diversidade e a promoção do diálogo, diante de tudo que foi apresentado, destacamos que a escola precisa oferecer um ambiente de confiança entre os estudantes, professores e gestores. Para tanto, é preciso formar crianças e jovens que atuem com base em princípios éticos e solidários, além de combater as violências que fazem parte de qualquer sociedade. Pautado em valores humanos, o trabalho com as competências socioemocionais precisa ser exercitado diariamente para que se transforme em uma ação concreta. Ao experimentar uma troca possibilitada por meio do diálogo legítimo, em que o estudante pode ouvir os pares e ser escutado, intercambiando pontos de vista e construindo argumentos consistentes e bem fundamentados, ele irá adquirir e vivenciar habilidades essenciais que farão a diferença em sua profissionalização e em sua vida futura.

BNCC e currículos

A BNCC e os currículos estão em concordância com os princípios e valores que norteiam a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) e as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN).

Com base nesses documentos, relacionam-se algumas ações que visam adequar suas proposições à realidade dos sistemas ou redes de ensino e das instituições escolares, considerando o contexto e as características dos estudantes:

- contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas;
- decidir sobre formas de organização interdisciplinar dos componentes curriculares e fortalecer a competência

pedagógica das equipes escolares para adotar estratégias mais dinâmicas, interativas e colaborativas em relação à gestão do ensino e da aprendizagem;

- selecionar e aplicar metodologias e estratégias didático-pedagógicas diversificadas, recorrendo a ritmos diferenciados e a conteúdos complementares, se necessário, para trabalhar com as necessidades de diferentes grupos de estudantes, suas famílias e cultura de origem, suas comunidades, seus grupos de socialização etc.;
- conceber e pôr em prática situações e procedimentos para motivar e engajar os estudantes nas aprendizagens;
- construir e aplicar procedimentos de avaliação formativa de processo ou de resultado que levem em conta os contextos e as condições de aprendizagem, tomando tais registros como referência para melhorar o desempenho da escola, dos professores e dos estudantes;
- selecionar, produzir, aplicar e avaliar recursos didáticos e tecnológicos para apoiar o processo de ensinar e aprender;
- criar e disponibilizar materiais de orientação para os professores, bem como manter processos permanentes de formação docente que possibilitem contínuo aperfeiçoamento dos processos de ensino e aprendizagem;
- manter processos contínuos de aprendizagem sobre gestão pedagógica e curricular para os demais educadores, no âmbito das escolas e sistemas de ensino.

(BRASIL, 2018, p. 16-7).

Competências na BNCC

Visando assegurar as aprendizagens essenciais a que todo estudante da Educação Básica tem direito, a BNCC propõe o desenvolvimento de competências que vão além dos conteúdos curriculares a serem ensinados, pois, como expusemos anteriormente, é preciso assumir a necessidade de os estudantes se tornarem capazes de mobilizar conteúdos, habilidades, atitudes e valores. Nesse sentido, propõe 10 **competências gerais** para a Educação Básica e 8 **competências específicas** para a área de Matemática, as quais listamos a seguir.

COMPETÊNCIAS GERAIS	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL
1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. **2.** Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. **3.** Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural. **4.** Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo. **5.** Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. **6.** Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade. **7.** Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. **8.** Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas. **9.** Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza. **10.** Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.	**1.** Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. **2.** Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo. **3.** Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. **4.** Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes. **5.** Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados. **6.** Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados). **7.** Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza. **8.** Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Ao longo dos conteúdos, são oferecidas diferentes oportunidades para o estudante interpretar, refletir, analisar, discutir, elaborar hipóteses, argumentar, concluir e expor resultados de diversas maneiras, contribuindo para o desenvolvimento das competências. Esse trabalho é realizado em vários momentos da coleção, como nas seções **Diversificando** e **Trabalhando a informação**.

Para garantir o desenvolvimento das competências específicas, **Unidades Temáticas** organizam diferentes **objetos de conhecimento** que, por sua vez, propõem um conjunto de **habilidades** a serem trabalhadas com os estudantes.

Unidades Temáticas

De acordo com a BNCC:

> Ao longo do **Ensino Fundamental – Anos Finais**, os estudantes se deparam com **desafios de maior complexidade**, sobretudo devido à necessidade de se apropriarem das diferentes lógicas de organização dos conhecimentos relacionados às áreas. Tendo em vista essa maior especialização, é importante, nos vários componentes curriculares, **retomar e ressignificar as aprendizagens do Ensino Fundamental – Anos Iniciais no contexto das diferentes áreas**, visando ao aprofundamento e à ampliação de repertórios dos estudantes. Nesse sentido, também é importante **fortalecer a autonomia** desses adolescentes, oferecendo-lhes condições e ferramentas para acessar e interagir criticamente com diferentes conhecimentos e fontes de informação (BRASIL, 2018, p. 60).

A BNCC propõe cinco Unidades Temáticas: **Números**, **Álgebra**, **Geometria**, **Grandezas e medidas** e **Probabilidade e estatística**. Dessa forma, procura garantir o trabalho com a variedade de conhecimentos matemáticos ao longo do ano e orientar a formulação de habilidades a serem desenvolvidas durante o Ensino Fundamental.

> Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de **ideias fundamentais** que produzem articulações entre eles: **equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação**. Essas ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento. A proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc. (BRASIL, 2018, p. 268).

A proposta presente nesta coleção, aliada ao trabalho do professor em sala de aula, propicia a articulação das diferentes Unidades Temáticas, estabelecendo conexões entre elas e as outras áreas do conhecimento. Faremos a indicação dessas articulações ao longo deste *Manual*.

Apresentamos, a seguir, as principais ideias relacionadas a cada Unidade Temática que nortearam a organização da coleção, destacando alguns pontos em que contribuímos para o desenvolvimento das competências específicas da Matemática. Ressaltamos que os pontos apresentados são exemplos de trabalho, mas, ao longo de toda a coleção, contemplamos as 8 competências específicas de modo a favorecer o desenvolvimento dos estudantes no estudo da Matemática.

Números

As noções matemáticas fundamentais vinculadas a essa Unidade Temática são as ideias de número, operações, aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem.

Nos anos finais do Ensino Fundamental são trabalhados diferentes campos numéricos, de modo que os estudantes resolvam problemas com números naturais, números inteiros e números racionais, envolvendo as operações e fazendo uso de estratégias diversas, reconheçam a necessidade dos números irracionais e tomem contato com os números reais, comparando, ordenando e relacionando esses números com pontos na reta numérica, envolvendo a valorização do raciocínio estruturado de modo a favorecer o desenvolvimento da **competência específica 2**.

Também recorremos à história da Matemática em diferentes momentos, como no trabalho com os diferentes sistemas de numeração ou com números irracionais, o que contribui para o desenvolvimento da **competência específica 1**, que está relacionada com o processo de reconhecer a Matemática como uma ciência viva, relacionada a diferentes culturas e a diferentes momentos históricos. Espera-se também que os estudantes dominem cálculos com porcentagens, juros, descontos e acréscimos, incluindo o uso de tecnologias digitais, favorecendo o desenvolvimento da **competência específica 5**, que propõe o uso de diferentes ferramentas, entre elas os recursos tecnológicos. O pensamento numérico se completa, é ampliado e aprofundado com a discussão de situações que envolvem conteúdos das demais Unidades Temáticas, contribuindo para o desenvolvimento da **competência específica 3**, que propõe aos estudantes a compreensão entre as relações dos conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática.

Outro aspecto que se quer desenvolver nessa Unidade Temática é o estudo de conceitos ligados à educação financeira dos estudantes, como conceitos básicos de economia e finanças, temáticas que estão diretamente ligadas à **competência específica 7**, pois permitem compreender diferentes questões relacionadas ao contexto social.

Álgebra

O foco dessa Unidade Temática é o desenvolvimento do pensamento algébrico, essencial na compreensão, na representação e na análise da variação de grandezas e também no estudo das estruturas matemáticas, o que favorece o trabalho com a **competência específica 2**, que propõe o desenvolvimento do raciocínio lógico, do espírito de investigação e da capacidade de produzir argumentos, habilidades que estão intimamente ligadas ao estudo da Álgebra. Nos anos finais do Ensino Fundamental, os estudos de Álgebra retomam, aprofundam e ampliam a identificação de regularidades e padrões em sequências (numéricas ou não) e o estabelecimento de leis matemáticas que expressem a interdependência entre grandezas e generalizações. Espera-se que os estudantes criem, interpretem e transitem entre as diversas representações gráficas e simbólicas para resolver equações e inequações, desenvolvidas para representar e solucionar algum tipo de problema, o que contribui para o desenvolvimento das **competências específicas 5 e 6**. É necessário que o estudante estabeleça conexões entre variável e função e entre incógnita e equação.

As ideias matemáticas fundamentais que os estudantes precisam desenvolver nessa Unidade Temática são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. O raciocínio proporcional envolve diferentes processos mentais, como analisar, estabelecer relações e comparação entre grandezas e quantidades, proporcionando uma melhor compreensão das relações multiplicativas, o que favorece o trabalho com a **competência específica 3**.

Além disso, a aprendizagem da Álgebra, assim como as de outros campos da Matemática, pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional. Destaca-se, assim, a importância da presença de algoritmos e fluxogramas como objetos de estudo nas aulas de Matemática nessa fase do aprendizado.

Geometria

O desenvolvimento do pensamento geométrico, necessário para avançar nas habilidades de investigação de propriedades, elaboração de conjecturas e produção de argumentos geométricos convincentes, está ligado ao estudo da posição e dos deslocamentos no espaço, das formas de figuras geométricas e relação entre seus elementos, temas dessa Unidade Temática, que contribuem para o desenvolvimento da **competência específica 2**. Além disso, o aspecto funcional também deve estar presente por meio do estudo das transformações geométricas, em especial a simetria, com ou sem o recurso de *softwares* de Geometria dinâmica, favorecendo o trabalho com a **competência específica 5**.

Estão associadas a essa Unidade Temática as seguintes ideias matemáticas fundamentais: construção, representação e interdependência.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, o ensino de Geometria deve consolidar e ampliar os conhecimentos construídos anteriormente – enfatizando-se a análise e a produção de transformações, ampliações e reduções de figuras geométricas – para o desenvolvimento dos conceitos de congruência e semelhança. O raciocínio hipotético-dedutivo é outro ponto importante a se destacar; a realização de demonstrações simples pode contribuir para a construção desse tipo de raciocínio. Além disso, contribuindo para o desenvolvimento da **competência específica 3**, a articulação da Geometria com a Álgebra também deve ser ampliada com propostas que envolvam o plano cartesiano, objeto de estudo da Geometria analítica.

Grandezas e medidas

O estudo das medidas e das relações entre elas é o foco dessa Unidade Temática. Os anos finais do Ensino Fundamental devem retomar, aprofundar e ampliar as aprendizagens já realizadas. O estudo das relações métricas favorece a integração da Matemática com diversas áreas do conhecimento, assim como a articulação com as demais Unidades Temáticas, consolidando e ampliando a noção de número e promovendo a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico, favorecendo o trabalho com a **competência específica 3**.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, espera-se que os estudantes reconheçam comprimento, área e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas, resolvam problemas com essas grandezas e obtenham grandezas derivadas, como densidade e velocidade. Além disso, deve-se introduzir medidas de capacidade de armazenamento de computadores ligadas a demandas da sociedade moderna, ressaltando-se o caráter não decimal das relações entre elas. Trabalhando com essas grandezas é possível trabalhar o uso da Matemática em diferentes contextos sociais, contribuindo para o desenvolvimento da **competência específica 7**.

Probabilidade e estatística

O intuito dessa Unidade Temática é desenvolver habilidades necessárias para o exercício pleno da cidadania: coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados; descrever, explicar e predizer fenômenos com base em conceitos e representações. Desse modo, esse trabalho favorece o desenvolvimento da **competência específica 7**.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, em Estatística espera-se que cada estudante seja capaz de planejar e elaborar relatórios com base em pesquisas estatísticas descritivas, incluindo medidas de tendência central, construir tabelas e tipos variados de gráfico, o que favorece o trabalho com a **competência específica 4**.

Quanto ao estudo de Probabilidade, deve ser ampliado e aprofundado. Espera-se que os estudantes façam experimentos aleatórios e simulações para aplicar ou comparar resultados obtidos com o cálculo de probabilidades.

Propostas didáticas

Os tópicos a seguir destinam-se a oferecer suporte à discussão sobre as atuais tendências de ensino – que priorizam a globalidade da formação educacional, no sentido de capacitar os jovens a atuar de forma positiva na sociedade – alinhadas à proposta da coleção e auxiliadoras do trabalho em sala de aula.

Conhecimentos prévios

Ao passar de um ano para outro de escolaridade, o estudante traz experiências pessoais, interpretações e conhecimentos acumulados sobre os conteúdos e temas tratados no ano anterior. Torna-se relevante considerar essa bagagem no processo de aprendizagem de modo a fazer com que o estudante seja protagonista no processo de aprendizagem. Há algum tempo, pesquisas na área da educação reforçam a importância de considerar os conhecimentos prévios como forma de tornar a aprendizagem mais significativa.

> Para o desenvolvimento das habilidades previstas para o Ensino Fundamental – Anos Finais, é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos estudantes, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. Essas situações precisam articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, visando ao desenvolvimento das ideias fundamentais da matemática, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência (BRASIL, 2018, p. 298).

Esses conhecimentos, embora pouco elaborados cientificamente, são construídos pelos estudantes a partir do nascimento, acompanhando-os na vida escolar, onde os conceitos científicos são inseridos sistematicamente em sala de aula. Ausubel (2003) refere-se aos conhecimentos prévios como sendo aquelas ideias, percepções ou explicações funcionais para os objetos e fenômenos, muitas vezes pouco elaborados, diferentemente dos saberes científicos apresentados pela escola. Freire (1996) evidencia os conhecimentos prévios como a base inicial para progressão, sendo as interpretações e representações do senso comum, motores da curiosidade ingênua que poderá vir a ser curiosidade gnosiológica e base de sustentação e progressão para o conhecimento apurado, científico.

Embora a ideia sobre identificar os conhecimentos prévios dos estudantes possa parecer simples, as suas implicações são complexas. O que um ser humano sabe pertence a sua estrutura cognitiva e é de natureza idiossincrática. Isso significa que não é um processo simples, o de descobrir as percepções do estudante e aproveitá-las. No entanto, é possível encontrar indícios. Para isso, faz-se necessário buscar o conhecimento prévio em forma de linguagem falada, escrita ou por meio de símbolos. O fato é que subestimar as experiências pessoais dos estudantes seria um erro por parte dos professores, uma vez que a educação ocorre a partir e através da sua própria experiência (UJIIE, 2017).

Em diferentes momentos desta coleção, é possível criar oportunidades para este levantamento, como nas aberturas de cada capítulo, em que, por meio da análise do texto e da imagem e da resolução das questões, é possível fazer com que os estudantes compartilhem suas experiências pessoais e conhecimentos relacionados ao conteúdo que será estudado, tornando a aprendizagem significativa.

Resolução de problemas e compreensão leitora

O trabalho com a resolução de problemas é um dos destaques do ensino matemático contemporâneo. Para atender aos pressupostos de uma educação globalmente formadora, o problema matemático deve, sempre que possível, ser apresentado em um contexto desafiador, que faça sentido ao estudante. Ele possibilita a mobilização dos conteúdos estudados em busca de soluções e, sobretudo, abre espaço para a criação de estratégias pessoais e para a produção de novos conhecimentos.

Um problema matemático é visto como uma situação desafiadora que tem significado para o estudante e se define como tal não por sua forma, mas sim por sua relação com os saberes e o nível de conhecimento do estudante que deve pensar sobre ele.

Na resolução de problemas, é importante que o estudante:

- elabore um ou vários procedimentos de resolução (por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);
- compare seus resultados com os de outros estudantes;
- valide seus procedimentos.

Nas aulas de Matemática, também é necessário fazer um trabalho voltado para a linguagem matemática e suas especificidades, muito além da aprendizagem de leitura dos enunciados dos problemas propostos. Para isso, deve-se estabelecer um diálogo entre a língua materna e a linguagem matemática, solicitando aos estudantes que, além de explicarem oralmente a resolução, escrevam sobre o percurso mental que realizaram para chegar a ela. Em seguida, em duplas, um estudante lê o texto do outro e ambos sugerem propostas para melhorá-los.

Para compreender uma situação-problema, por exemplo, há um caminho a ser percorrido: leitura do enunciado, elaboração de hipóteses, identificação dos dados que aparecem no texto e solução para o que foi proposto. Para esse trabalho caminhar, muitas vezes, é necessário retomar as estratégias de leitura e verbalizar com a turma todo esse percurso.

Nesta coleção, procuramos diversificar as atividades e propor problemas variados, distribuídos entre os capítulos e, em especial, nas seções **Pense mais um pouco...** e **Diversificando**.

Uso de tecnologias

Os estudantes estão inseridos na era digital e fazem uso frequente de tecnologia. Assim, a escola não pode ignorar esses importantes recursos e precisa trazê-los para a educação escolar. Para isso, o professor precisa se apropriar dessas ferramentas de modo que possa identificar tipos de *software* e formas de utilizá-los com os estudantes. Vamos destacar a calculadora e o uso de *softwares* e aplicativos, entre as diversas possibilidades.

É importante salientar que, como instrumento de apoio ao processo de ensino-aprendizagem, a calculadora é somente mais um recurso auxiliar, e não um substituto do exercício do raciocínio ou da capacidade analítica. O que propomos é o uso da calculadora de maneira consciente, de modo a contribuir para a reflexão dos conteúdos matemáticos.

O uso da calculadora é sugerido na coleção como auxiliar na resolução de problemas. Das tecnologias disponíveis na escola, a calculadora é, sem dúvida, uma das mais simples e de menor custo. Ela pode ser utilizada como instrumento motivador na realização de atividades exploratórias e investigativas e, assim, contribuir para a melhoria do ensino.

Podemos tomar como orientação para o uso da calculadora em atividades matemáticas os seguintes aspectos:

- é um instrumento que possibilita o desenvolvimento de conteúdos pela análise de regularidades e padrões e pela formulação de hipóteses;
- é um facilitador da verificação e da análise de resultados e procedimentos;
- sua manipulação e utilização são, em si, conteúdos a serem aprendidos.

Sugerimos que, inicialmente, o professor verifique o conhecimento que os estudantes têm sobre o funcionamento da calculadora. O ideal é que a escola disponha de calculadoras simples, que ofereçam as funções básicas. Caso não seja possível disponibilizar uma calculadora para cada estudante, pode-se trabalhar em duplas ou de outra forma a critério do professor.

As atividades sugeridas pressupõem um uso simples da calculadora, o que poderá ser ampliado de acordo com as necessidades e os interesses de cada turma.

Outra possibilidade de aprofundar os conhecimentos matemáticos com o auxílio de tecnologia é o uso de *softwares* e aplicativos, conforme a disponibilidade da escola. Por exemplo, no campo geométrico, *softwares* de geometria dinâmica permitem a construção de retas paralelas e de retas perpendiculares, a investigação e a verificação de propriedades geométricas, entre outras possibilidades.

O uso consciente da internet também deve fazer parte da educação escolar. É importante que os estudantes saibam fazer pesquisas em ambientes confiáveis como também se proteger de notícias falsas ou de outros perigos presentes nos ambientes virtuais. Cabe aos professores e à comunidade escolar fazer com que a inclusão digital desempenhe um papel significativo no processo de aprendizagem, pois ela procura formar cidadãos com capacidade de interagir com outros e compartilhar decisões/informações que propiciem a lógica da informação a serviço da interatividade.

Pensamento computacional

A BNCC propõe trabalhar o pensamento computacional por meio da Álgebra. Quando os estudantes interpretam e elaboram algoritmos, incluindo aqueles que podem ser representados por fluxogramas, eles podem desenvolvê-los, ao ser "capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos".

O pensamento computacional se apoia nos quatro pilares expostos a seguir:

- **Decomposição:** consiste em dividir um problema em partes menores (subproblemas) ou etapas, de maneira que a resolução de cada uma das partes ou etapas resulta na resolução do problema inicial. Dessa maneira, um problema complexo pode ser resolvido aos poucos, com estratégias e abordagens diversas.
- **Reconhecimento de padrões:** ocorre ao se perceber similaridade da situação enfrentada com outra previamente resolvida, o que permite o reaproveitamento de uma estratégia conhecida. Esse reconhecimento de padrões pode se dar entre instâncias distintas de um problema ou dentro dele mesmo, quando há repetições de etapas ou padrões em sua resolução.
- **Abstração:** no contexto do pensamento computacional, significa filtrar as informações e dados relevantes à resolução, eliminando dados desnecessários, permitindo uma modelagem do problema mais limpa e eficaz.
- **Algoritmo:** a aplicação dos pilares anteriores pode facilitar o surgimento de um algoritmo, que é uma generalização da resolução e permite resolver toda uma família de problemas similares. Um algoritmo pode ser definido como uma sequência finita de passos cuja finalidade é resolver um problema ou executar uma tarefa.

É importante destacar que nem todos os pilares precisam ser acionados para a resolução de todos os problemas. Além disso, há atividades desplugadas que podem ser realizadas para ensinar pensamento computacional sem fazer uso de um computador.

Trabalho em grupo e o convívio social

Quando orientado e praticado adequadamente, além de contribuir para o desenvolvimento de competências que visam à interação e à participação sociais, o trabalho em grupo auxilia no desenvolvimento de competências que dependem do confronto e da partilha de ideias, pois oferece a oportunidade de provar resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos de resolução e validar ou não o pensamento na busca de soluções.

Além de reforçar a aprendizagem conceitual, o trabalho em grupo contribui para o aprimoramento da evolução de procedimentos e atitudes, tanto em relação ao pensar matemático quanto em relação à dinâmica grupal.

Pesquisas acerca dos processos de aprendizagem indicam que, mesmo com o exercício em grupo, acaba prevalecendo o aprendizado individual, o qual apenas se enriquece com as múltiplas contribuições geradas pelo trabalho desenvolvido de maneira coletiva, pela interação entre diferentes formas de pensar.

> Alunos que estão preparados para a cooperação saberão comportar-se em situações de trabalho em grupo sem supervisão direta do professor. É necessário introduzir novos comportamentos cooperativos em um programa de preparação intencional. O objetivo de tal programa de preparação é a construção de novas regras, concepções coletivas sobre como deve ser a atuação produtiva em situações de grupo. Às vezes, as regras são explícitas e escritas, às vezes, elas são expectativas ou obrigações de comportamento não verbalizadas.
>
> Quando um indivíduo começa a sentir que deve se comportar de acordo com essa nova maneira, a regra se tornou internalizada. Regras internalizadas produzem não apenas o comportamento desejado, mas um desejo de reforçar as expectativas sobre o comportamento dos outros no interior do grupo. Em situações de aprendizagem cooperativa, mesmo estudantes muito jovens podem ser vistos aconselhando outros membros do grupo sobre como devem se comportar. Em função do seu papel na sala de aula, os professores têm um extenso poder para estabelecer regras conhecidas e para introduzir outras (COHEN; LOTAN, 2017).

De qualquer modo, reforçamos que o sucesso do trabalho em grupo depende notavelmente do planejamento e da supervisão pedagógica, respeitados os diferentes tipos de aprendiz. No intuito de colaborar com a atuação do professor em sala de aula, esta coleção preocupou-se em indicar, pontualmente, as atividades que mais possibilitam a exploração em grupo.

A organização da turma é parte essencial para o sucesso do desenvolvimento do trabalho com os estudantes. Para cada proposta pedagógica, haverá alguma escolha metodológica mais adequada e, junto a essa escolha, a necessidade de organização dos estudantes em sala de aula: trabalhos individuais, em duplas, em pequenos grupos ou em estações de trabalho, por exemplo. Consideramos apropriado descartar a ideia de que uma boa aula é aquela em que os estudantes devem permanecer sentados enfileirados, sem conversas entre os integrantes de uma mesma turma, com uma fala expositiva por parte do professor. Hoje, sabemos que esse tipo de organização constante acaba por dificultar a relação do estudante com os conceitos apresentados e não promove a interação, a busca por diálogo na aprendizagem, muito menos as trocas entre pares possíveis, tão essenciais para desenvolverem competências que visam à empatia e à cooperação, por exemplo.

É necessário considerarmos que a compreensão dos conceitos por parte da turma passa pela observação da dinâmica de aprendizagem em sala; alguns estudantes assimilam melhor em momentos em que escutam sobre determinado tema, outros em situações que proporcionem debates com os colegas sobre o que estão estudando ou, ainda, outros que precisam de uma boa visualização, em esquemas, dos conteúdos ou resoluções dos problemas apresentados. Tornar a sala de aula um ambiente plural e dinâmico, para que todos os estudantes de diferentes perfis possam vivenciar experiências diversas, torna-se crucial para o desenvolvimento da turma como um todo.

Outro fator importante para favorecer a aprendizagem é a promoção da autonomia do estudante no processo de aprendizagem. Essa é uma perspectiva que a BNCC salienta e que está destacada nas competências gerais, principalmente naquelas em que se preza pelo desenvolvimento da autonomia, empatia e cooperação. São elementos que, quando favorecidos no desenvolvimento, proporcionam ganhos na aprendizagem de toda a turma.

Sabendo que cada estudante desenvolve competências e habilidades com mais facilidade usando estratégias diferentes, uma proposta que favorece essa construção é o chamado **painel de soluções**, em que o professor promove um momento de socialização das estratégias de resolução utilizadas pela turma, para que todos possam discutir suas vantagens e desvantagens, verificando similaridades e diferenças, identificando possíveis erros e aprendendo com eles, já que esse é um movimento de grande auxílio para o desenvolvimento autônomo dos estudantes. Para que a turma seja encorajada a construir essa postura, é importante que as tarefas propostas sejam analisadas e discutidas constantemente, problematizando o que é relevante para a aprendizagem.

Para o desenvolvimento de atividades, o professor pode optar por trabalhar com a turma organizada em duplas predefinidas, por exemplo, para que os estudantes com diferentes graus de compreensão sobre determinado assunto possam se ajudar ao trabalharem juntos para resolver as atividades propostas. Quando há auxílio entre pares, a compreensão do que é estudado ganha uma conotação diferente do que quando o professor intervém no processo de aprendizagem. A proximidade de linguagem entre os colegas de turma favorece a construção da aprendizagem nesta faixa etária.

Seguindo a ideia da troca entre pares, o professor pode organizar a turma em grupos, criando dinâmicas de trabalho que favoreçam a autonomia dos estudantes, ao mesmo tempo que haja a necessidade de colaborar uns com os outros para resolver problemas, formular hipóteses, construir e trocar estratégias de resolução, pensando juntos sobre possibilidades de ação. Os grupos de trabalho podem ser organizados para a resolução de problemas, criando sistemas *gamificados* de pontuação, ranqueando a turma ou ainda pensando em trabalhos por estações, em que os grupos se revezam no desenvolvimento de diferentes atividades. Nessa última proposta, é importante promover um momento de discussão entre os estudantes sobre as dificuldades encontradas, as estratégias de resolução e as aprendizagens, que, quando compartilhadas, ampliam o leque de possibilidades de caminhos para a solução de problemas para toda a turma. Essas estratégias de trabalho em grupos podem favorecer, ainda, o desenvolvimento das atividades em turmas com um número grande de alunos.

Trabalhar em grupo demanda socialização, parte importante do desenvolvimento dos estudantes em relação à vida em sociedade. Conviver é um ato constante, principalmente no ambiente escolar, e, por mais que a individualidade seja respeitada, respeitar regras se torna uma ação que permite que a vida em sociedade possa se tornar mais organizada. Assim, o propósito das ações em grupo é o aprendizado, tornando o envolvimento e o papel de cada participante deste trabalho parte integrante e articulada com os demais para que as habilidades envolvidas sejam desenvolvidas por todos. Delegar funções para os estudantes nos seus respectivos grupos, deixando cada um responsável por uma ação (distribuidor de tarefas, controlador do tempo, redator etc.), revezando as funções de um momento para o outro. Quando os estudantes estão próximos uns dos outros, damos a oportunidade para que as trocas aconteçam.

A interdisciplinaridade e os Temas Contemporâneos Transversais

Para o desenvolvimento da **competência geral 2**, que propõe exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, com base nos conhecimentos das diferentes áreas, é necessário propor, em diferentes momentos da vida escolar, um trabalho interdisciplinar. A interdisciplinaridade propicia aos estudantes que realizem conexões entre as áreas do conhecimento e seus respectivos componentes curriculares, bem como demonstrem criatividade, ampliem a atenção a problemas do entorno e outros, despertando a atenção e levando a uma maior compreensão dos objetos de conhecimento.

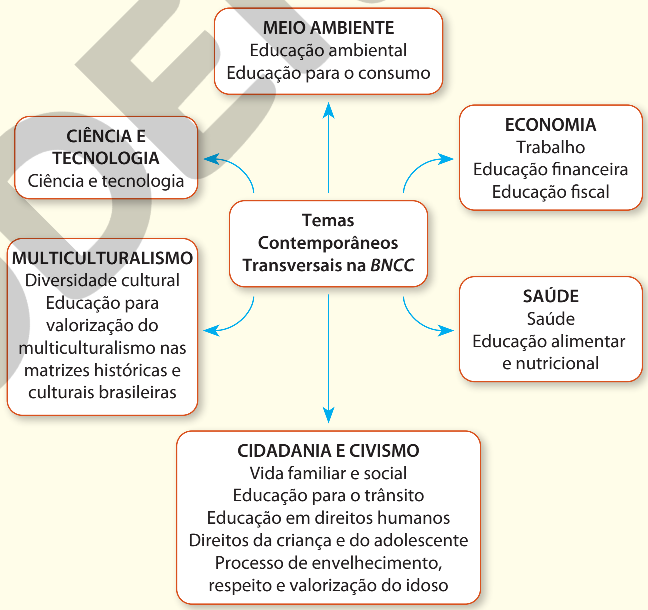
O trabalho interdisciplinar pode ser apoiado no desenvolvimento dos Temas Contemporâneos Transversais (TCTs). Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais,

> A interdisciplinaridade é uma abordagem que facilita o exercício da transversalidade, constituindo-se em caminhos facilitadores da integração do processo formativo dos estudantes, pois ainda permite a sua participação na escolha dos temas prioritários. A interdisciplinaridade e a transversalidade complementam-se [...] (BRASIL, 2013).

Os TCTs são aqueles conteúdos que não pertencem a apenas um componente curricular, uma vez que podem ser trabalhados por todos eles. Dizem respeito a temas relacionados ao mundo contemporâneo e à atualidade, o que favorece a integração dos componentes curriculares em um processo pedagógico com vistas à construção da cidadania e à formação de atitudes e valores éticos. A BNCC destaca a sua importância quando afirma que:

> [...] cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora (BRASIL, 2018, p. 19).

Publicado pelo Ministério da Educação em 2019, o documento *Temas contemporâneos transversais na BNCC: proposta de práticas de implementação* selecionou quinze temas e os distribuiu em seis macroáreas, conforme indicado a seguir.



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

BRASIL. Ministério da Educação. **Temas contemporâneos transversais na BNCC**: proposta de práticas de implementação. Brasília, DF: MEC, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 13 maio 2022.

Avaliação

A avaliação e as práticas avaliativas

O cenário de ampla discussão sobre metodologias e práticas pedagógicas que se estabeleceu nos últimos anos trouxe à tona pontos vitais para o surgimento de novas formas de pensar a educação: as concepções de **avaliação da aprendizagem**.

Quanto à importância da avaliação, tomamos emprestadas as palavras de Pavanello e Nogueira:

> Se há um ponto de convergência nos estudos sobre a avaliação escolar é o de que ela é essencial à prática educativa e indissociável desta, uma vez que é por meio dela que o professor pode acompanhar se o progresso de seus estudantes está ocorrendo de acordo com suas expectativas ou se há necessidade de repensar sua ação pedagógica. Quanto ao estudante, a avaliação permite que ele saiba como está seu desempenho do ponto de vista do professor, bem como se existem lacunas no seu aprendizado às quais ele precisa estar atento.
>
> [...] Acreditamos que poucos educadores e educandos têm consciência de que a avaliação é um processo contínuo e natural aos seres humanos, de que os homens se avaliam constantemente, nas mais diversas situações, diante da necessidade de tomar decisões, desde as mais simples até as mais complexas (PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006, p. 36-7).

As divergências, contudo, têm início quando se pretende redefinir a avaliação escolar e os modos e graus de exigência desse processo. Podemos dizer que, por longo tempo, na maior parte da história da Educação Matemática, o que vigorou foi a chamada avaliação informativa:

> Na prática pedagógica da Matemática, a avaliação tem, tradicionalmente, centrado-se nos conhecimentos específicos e na contagem de erros. É uma avaliação somativa, que não só seleciona os estudantes, mas os compara entre si e os destina a um determinado lugar numérico em função das notas obtidas. Porém, mesmo quando se trata da avaliação informativa, é possível ir além da resposta final, superando, de certa forma, a lógica estrita e cega do "certo ou errado" (PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006, p. 30, 36).

Alguns autores também concordam que, mesmo na avaliação tradicional, há algum espaço para uma busca mais consciente do processo formativo do estudante.

> De fato, estudos têm mostrado que uma tarefa de avaliação, assim como uma tarefa de aprendizagem, deve envolver conhecimento significativo de matemática; permitir ser resolvida por vários caminhos; incentivar a comunicação por parte dos estudantes; e solicitar alguma análise crítica. Além disso, o processo de avaliação em matemática deveria evidenciar, pelo menos:
>
> - as escolhas feitas pelo estudante, na busca em lidar com a situação;
> - a capacidade do estudante em se comunicar matematicamente, comprovando sua capacidade em expressar ideias matemáticas, oralmente ou por escrito, presentes no procedimento que utilizou para lidar com a situação proposta;
> - os conhecimentos matemáticos que utilizou;
> - o modo como interpretou sua resolução para dar resposta.
>
> Assim, a avaliação em matemática deixaria para trás a memorização e a repetição para ir em direção a problemas de investigação (BURIASCO, 2002, p. 262-263).

Uma concepção de avaliação que tem se configurado nos últimos anos é a que se refere à **avaliação formativa**.

Principalmente a partir da década de 1980, muitos estudiosos têm feito importantes contribuições ao entendimento que devemos ter sobre **avaliação como processo**, **ação contínua**. Entre esses pesquisadores, destacamos o trabalho de Luckesi (2001). Segundo o autor, a avaliação deve ser tomada como instrumento para a compreensão do estágio em que se encontra o estudante, tendo em vista a tomada de decisões, suficientes e satisfatórias, para avançar no processo de aprendizagem.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), divulgados desde fins dos anos 1990, colaboraram para a ampliação do olhar sobre as funções da avaliação. Destacam, por exemplo, a **dimensão social** e a **dimensão pedagógica** da avaliação.

No primeiro caso, a avaliação tem a função de, para os estudantes, informar acerca do desenvolvimento das potencialidades que serão exigidas no contexto social, garantindo sua participação no mercado de trabalho e na esfera sociocultural. Para os professores, a avaliação deve auxiliar na identificação dos objetivos alcançados, com a intenção de reconhecer as capacidades matemáticas dos educandos.

No segundo caso, a avaliação tem a função de informar os estudantes sobre o andamento da aprendizagem propriamente dita, isto é, dos conhecimentos adquiridos, do desenvolvimento de raciocínios, dos valores e hábitos incorporados e do domínio de estratégias essenciais.

A BNCC também preconiza uma avaliação formativa:

> [...] construir e aplicar procedimentos de avaliação formativa de processo ou de resultado que levem em conta os contextos e as condições de aprendizagem, tomando tais registros como referência para melhorar o desempenho da escola, dos professores e dos estudantes; [...] (BRASIL, 2018, p. 17).

Os instrumentos de avaliação (provas, trabalhos, registros de atitudes, entre outros) devem ser capazes de fornecer informações ao professor sobre as condições de cada estudante com relação à resolução de problemas, ao uso adequado da linguagem matemática, ao desenvolvimento de raciocínios e análises e à integração desses aspectos em seu conhecimento matemático. Devem também contemplar as explicações, justificativas e argumentações orais, uma vez que estas revelam aspectos do raciocínio que muitas vezes não se evidenciam em avaliações escritas.

Para Charles Hadji (2001), a avaliação formativa implica, por parte do professor, flexibilidade e vontade de adaptação e de ajuste. O autor ressalta que a avaliação que não é seguida da modificação das práticas pedagógicas tem pouca capacidade de ser formativa. Posição semelhante é defendida pelas educadoras Pavanello e Nogueira (2006):

> É preciso reconhecer [...] que o professor deve selecionar, dentre as informações captadas, apenas o que é realmente importante [...]. Para isso, existem indicadores que, segundo Vergani (1993, p. 155), podem nortear a observação pelo professor, entre os quais poderiam ser citados:
>
> - o interesse com que o estudante se entrega às atividades matemáticas;

- a confiança que tem em suas possibilidades;
- sua perseverança, apesar das dificuldades encontradas;
- se formula hipóteses, sugere ideias, explora novas pistas de pesquisa;
- se avalia criteriosamente a adequação do processo que adotou ou a solução que encontrou;
- se reflete sobre a maneira de planificar uma atividade e de organizar seu trabalho;
- se pede ajuda em caso de dúvida ou de falta de conhecimentos; e
- se comunica suas dificuldades e descobertas aos colegas, de maneira adequada.

> No entanto, para que essas atitudes possam ser cultivadas pelo estudante, a prática pedagógica não pode mais se centrar na exposição e reprodução de conteúdos que só privilegiam a memorização e não o desenvolvimento do pensamento (PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006, p. 38-9).

Afinal, o que deve ser avaliado: conteúdos, habilidades, atitudes?

Tudo deve ser avaliado. O fundamental, porém, é saber **como olhar**, **o que olhar** e **como analisar** as coletas. Para isso, o professor pode recorrer a diversificados instrumentos de coleta de informações, selecionando aqueles que permitam compor o melhor panorama da aprendizagem matemática de seus estudantes.

Desse modo, as avaliações precisam ser planejadas, assim como qualquer situação de ensino. É fundamental estar sempre atento ao processo de avaliação sem perder de vista os objetivos e as expectativas para cada ano escolar. Portanto, durante o uso de instrumentos avaliativos, é importante considerar as habilidades propostas nos documentos curriculares e nos planos de ensino e os trabalhados na coleção.

Diante das diferentes concepções sobre como avaliar e com base nas ideias que a coleção assume, entendemos que a avaliação deve ser um processo contínuo durante o ano letivo, e não apenas momentos estanques, como ao final de cada bimestre, de modo que o desenvolvimento dos estudantes seja acompanhado pelo professor e por ele próprio, e que intervenções possam ser feitas ao longo do caminho.

A organização da coleção em capítulos e o bloco de **Exercícios complementares**, a seção **Verificando** e a seção **Organizando** podem ser indicativos ou funcionar como ferramentas iniciais para a construção de momentos avaliativos.

Porém, ressalta-se a importância de complementar as atividades do livro com outros instrumentos para acompanhar os estudantes em seu processo de aprendizagem.

Desse modo, destacam-se a seguir elementos a se considerar no processo avaliativo:

- o caráter processual, formativo e participativo da avaliação e sua forma contínua, cumulativa e diagnóstica;
- a avaliação como oportunidade para professor e estudante refletirem e ajustarem o desempenho;
- as diferentes estratégias e oportunidades para avaliação, não deixando de considerá-las também situações de aprendizagem;
- a importância de registros constantes dos avanços e dificuldades de observação e acompanhamento diário;
- diferentes propostas de avaliação de aprendizagem coerentes com visões atuais de avaliação (mediadora e dialógica, diagnóstica e formativa);
- instrumentos para registros, como relatórios, portfólios, tabelas, fichas, entre outros com critérios para avaliação.

Instrumentos de avaliação nas aulas de Matemática

Ao diversificar os instrumentos de avaliação e autoavaliação, o professor pode produzir momentos de aprendizagem e atender o maior número de estudantes do grupo. Como sugestão, vamos apresentar aqui, resumidamente, um leque de modalidades de avaliação.

Autoavaliação: em primeiro lugar, o professor deve auxiliar os estudantes a compreenderem os objetivos da autoavaliação, fornecendo-lhes para isso um roteiro de orientação. Os estudantes devem ser motivados a detectar suas dificuldades e a questionar as razões delas.

Prova em grupo seguida de prova individual: nesta modalidade, as questões são resolvidas em grupo, e, em seguida, cada estudante resolve questões do mesmo tipo individualmente. O intuito é colaborar para a metacognição, para que o estudante tenha consciência do próprio conhecimento, de suas potencialidades e dificuldades.

Testes-relâmpago: os testes-relâmpago normalmente propõem poucas questões, uma ou duas apenas. Têm por objetivo não permitir que os estudantes mantenham-se sem estudo durante longos períodos, de modo que se acumule uma grande quantidade de conteúdos. Esse recurso, além de manter os estudantes atentos aos assuntos contemplados em aula, ajuda-os na familiarização com os processos avaliativos.

Testes e/ou provas cumulativas: este instrumento de avaliação traz à tona conteúdos trabalhados em momentos anteriores. Tal prática contribui para que os estudantes percebam as conexões entre os conteúdos e a importância de usar os conhecimentos matemáticos de forma contínua.

Testes em duas fases: este tipo de teste, ou prova, é realizado em duas etapas:

1ª) a prova é realizada em sala de aula, sem a interferência do professor;

2ª) os estudantes refazem a prova dispondo dos comentários feitos pelo professor.

O sucesso desse instrumento depende de alguns fatores, como:

- a escolha das questões deve ser norteada pelos objetivos do teste;
- o conteúdo dos comentários formulados pelo professor entre as duas fases;
- a consciência, por parte dos estudantes, de que a segunda fase não consiste em mera correção do que está errado, mas em uma oportunidade de aprendizagem.

As questões devem ser de dois tipos:

- as que requerem interpretação ou justificação, e problemas de resolução relativamente breve;
- as abertas, e problemas que exijam alguma investigação e respostas mais elaboradas.

Resolução de problemas: chamamos de "problema matemático" aquele que envolve um raciocínio matemático na busca por solução. Pode ser resolvido individualmente ou em grupo. A atividade de resolução de problemas deve envolver, entre outros fatores:

- a compreensão da situação-problema por meio de diferentes técnicas (leitura, interpretação, dramatização etc.);
- a promoção da criação de estratégias pessoais (não haver solução pronta);
- a identificação do problema e a seleção e a mobilização dos conhecimentos matemáticos necessários para sua resolução;
- a avaliação do processo para verificar se, de fato, os objetivos estão sendo atingidos;
- a interpretação e a verificação dos resultados, para que se avaliem sua razoabilidade e sua validade.

Mapa conceitual: durante a fase formal de avaliação, o professor pode solicitar aos estudantes que construam o mapa conceitual sobre um tema já discutido e trabalhado em aula. Este tipo de instrumento propicia a verificação da aprendizagem mais aberta e pode ser usado como autoavaliação.

Trabalho em grupo: para que os estudantes trabalhem de fato como grupo, são fundamentais a orientação e o auxílio do professor no sentido de estimular os estudantes a desempenharem novas funções em sala de aula, em colaboração com os colegas. Um incentivo para isso é o grupo receber uma única folha de papel com as atividades propostas, para que todos resolvam em conjunto. A questão a ser respondida deve ser desafiadora, despertando a curiosidade e a vontade de resolvê-la.

Diálogos criativos: a proposta é que os estudantes produzam diálogos matemáticos em que estejam inseridos conceitos e propriedades de determinado conteúdo.

Histórias em quadrinhos: nesta modalidade, os estudantes criam histórias em quadrinhos para abordar os assuntos estudados em sala de aula. Esse é um recurso que, além de intensificar o interesse pela Matemática, permite ao professor a avaliação do conhecimento assimilado pelos estudantes em contextos diversificados.

Seminários e exposições: são atividades que oferecem oportunidade para os estudantes organizarem seu conhecimento matemático e suas ideias sobre os assuntos trabalhados em aula, além de promover a desinibição e a autonomia dos estudantes.

Portfólios: são coletâneas dos melhores trabalhos, que podem ser escolhidos pelos próprios estudantes. O professor deve orientá-los e sugerir que selecionem, durante um período, as atividades de Matemática que preferirem e que justifiquem as suas escolhas.

É importante reforçar que um processo fecundo de avaliação deverá considerar, além dos instrumentos apropriados, o estabelecimento de critérios de correção alicerçado em objetivos claros e justos. Chamamos a atenção para o tratamento que devemos dar ao *"erro"* nas atividades de Matemática. Ele deve ser analisado criticamente, de modo que forneça indícios de sua natureza e da correção do percurso pedagógico, para o (re)planejamento e a execução das atividades em sala de aula.

> Encarados com naturalidade e racionalmente tratados, os erros passam a ter importância pedagógica, assumindo um papel profundamente construtivo, e servindo não para produzir no estudante um sentimento de fracasso, mas para possibilitar-lhe um instrumento de compreensão de si próprio, uma motivação para superar suas dificuldades e uma atitude positiva para seu futuro pessoal (PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006, p. 37).

Por fim, a observação atenta e a percepção aguçada do professor também são relevantes no processo de avaliação, no sentido de detectar as aprendizagens, que muitas vezes não são reveladas pelos instrumentos avaliativos escolhidos.

Sejam quais forem os instrumentos utilizados, é fundamental que o professor estabeleça critérios de avaliação da aprendizagem matemática dos estudantes para cada ano escolar, tomando como referência as habilidades de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental. Desse modo, os objetivos de aprendizagem destacados no planejamento do professor precisam ser explicitados para o estudante, para que ele compreenda aonde se quer chegar, tomando o cuidado de usar uma linguagem compatível com o seu entendimento.

Nas **Orientações específicas** de cada volume, indicamos materiais que podem subsidiar o trabalho docente. Para cada ano escolar, serão indicadas atividades comentadas relacionadas às habilidades do ano anterior e que podem compor avaliações diagnósticas. Essas atividades estão organizadas na seção **Avaliação diagnóstica**.

Além disso, sugerimos que os exercícios das seções **Verificando** de cada capítulo sejam utilizados com a finalidade de preparar os estudantes para avaliações e exames externos, de larga escala.

Uma prática de avaliação formativa também deve ser realizada com a participação dos estudantes em relação ao próprio desempenho. A autorreflexão leva ao compartilhamento, com os professores e demais envolvidos no processo educacional, da responsabilidade pela própria aprendizagem. Analisar rotineiramente aspectos como avanços e fragilidades no desempenho leva à superação de dificuldades e ao compromisso com decisões futuras para aprimoramentos. Todos os itens devem ser previamente combinados com os estudantes e, posteriormente, discutidos em entrevista pessoal. Dessa maneira, sugerimos que uma das utilizações das questões da seção **Organizando**, disponibilizada ao final de cada capítulo, seja utilizada como uma maneira de possibilitar a autoavaliação dos estudantes em relação aos conteúdos de cada capítulo. Também indicamos, a seguir, um modelo de autoavaliação que poderá ser adaptado pelo professor, de acordo com a necessidade de cada etapa do processo de ensino que pretende utilizar, seja no início ou no fim de cada bimestre ou ao final do trabalho com o conteúdo de um capítulo, por exemplo.

AUTOAVALIAÇÃO

Avalie seu desempenho educacional comentando aspectos positivos e negativos relacionados a cada item.

1. DESEMPENHO EM SALA DE AULA

- Em relação ao domínio do conteúdo:
- Interesse e participação:
- Realização das atividades individuais e em grupo:
- Autonomia:

a) Indique as principais dificuldades encontradas e o que foi importante para superá-las.

b) Outras observações:

2. RELACIONAMENTO

- Com os colegas:
- Com o professor:
- Com a equipe técnica e demais funcionários da instituição:

a) Indique as principais dificuldades encontradas e o que foi importante para superá-las.

b) Outras observações:

3. COMPROMISSO E RESPONSABILIDADE

- Assiduidade:
- Pontualidade nas aulas e na entrega dos trabalhos:
- Material didático:

a) Indique as principais dificuldades encontradas e o que foi importante para superá-las.

b) Outras observações:

Autonomia do professor e a prática docente

Como já exposto, entendemos o livro didático como apoio do trabalho pedagógico. Nessa perspectiva, o conhecimento, a experiência e a autonomia profissional fazem do docente um coautor do material publicado. Assim, a despeito das propostas explícitas da coleção, o professor sempre poderá ampliar, complementar e inovar no desenvolvimento e nas discussões dos temas e atividades sugeridos, aproveitando as novas questões que emergem em sala de aula no desenrolar do estudo. O modo como o professor usará os recursos que compõem esta coleção depende da teoria que embasa a sua prática pedagógica e de sua experiência em salas de aula diversas e heterogêneas.

É sempre bom lembrar que o estímulo à imaginação e ao interesse dos estudantes conta com uma gama de recursos didáticos, como: o trabalho com jogos ou com materiais manipulativos, vídeos e ferramentas da informática; a pesquisa em livros paradidáticos, dicionários, periódicos (jornais, boletins, revistas de informação geral e especializada) e internet; ou a realização de feiras, gincanas e exposições.

A gestão da sala de aula também faz parte da autonomia do professor e pode ser um meio de estimular os estudantes a desenvolver responsabilidade pessoal e autodisciplina, tornando o processo de ensino-aprendizagem mais significativo tanto para o professor como para os estudantes.

Ao planejar sua aula, o professor deve refletir sobre o espaço de que dispõe e sobre a melhor maneira de atingir seus objetivos nesse local, com vistas a uma aula o mais inclusiva possível e com a participação de todos os estudantes.

Além disso, o professor deve considerar os perfis variados dos estudantes e das turmas (que podem ser pequenas ou muito grandes). Para dar conta de atender às diferentes necessidades, é necessário que a equipe docente e a de gestão levem em conta tal diversidade, propondo situações diversificadas que respeitem cada indivíduo.

> Uma questão importante a ser considerada quando se resolve debater sobre a heterogeneidade na escola é reconhecer que há diferentes tipos de heterogeneidade e que o modo de tratar cada um deles é bastante específico. A literatura sobre esse tema remete a, pelo menos, três grandes blocos de heterogeneidades a serem abordadas no debate educacional. Um primeiro tipo diz respeito às diferenças socioeconômicas culturais, religiosas, étnico-raciais, de gênero, de orientação sexual, físicas existentes entre as crianças. Um segundo tipo remete às reflexões sobre a inclusão dos estudantes com deficiências físicas e transtornos de aprendizagem. O terceiro diz respeito à heterogeneidade quanto ao nível de escolaridade, idade, conhecimentos (LEAL; SILVA, 2016).

Já destacamos a importância de se respeitar a diversidade, que deve ser tratada como uma oportunidade ao indivíduo de ganhar novas perspectivas, expandir seus horizontes e aprender com as diferenças, valorizando a multiplicidade de culturas e os grupos que formam a sociedade.

Para a inclusão das crianças com deficiência, entendemos que as dificuldades são muitas. Nesses casos é preciso um investimento pedagógico, por parte da gestão escolar e do professor, em busca de subsídios teóricos sobre como abordar os conteúdos, atendendo às necessidades específicas de cada tipo de deficiência ou transtorno.

Em relação aos níveis de conhecimento, devemos considerar que diferentes fatores sociais ou individuais podem influenciar, demandando diferentes tipos de ações didáticas. Além disso,

> é preciso compreender que: (1) a heterogeneidade é constitutiva do processo pedagógico e, portanto, estará sempre presente, mas as turmas são constituídas por identidades sociais (homogeneidades), que precisam ser respeitadas, valorizadas e conhecidas; (2) o currículo escolar traz recortes não neutros do que se ensina e se aprende e, portanto, precisa ser objeto de debate com as próprias comunidades. Por outro lado, é preciso reconhecer que, em decorrência das trajetórias sociais e individuais, sempre haverá heterogeneidade quanto aos níveis de conhecimento, que precisam ser tratados na escola, possibilitando que, ao mesmo tempo, os diferentes saberes sejam valorizados, mas que conteúdos fundamentais sejam garantidos a todos, em condições favoráveis de aprendizagem (LEAL; SILVA, 2016).

Uma das ações para se trabalhar com a heterogeneidade em relação ao nível de conhecimento seria mapear os níveis de conhecimentos dos estudantes em relação aos diversos assuntos. Para isso, pode-se propor uma avaliação diagnóstica no início do ano ou no início de cada etapa. Ações desse tipo podem auxiliar a diagnosticar as facilidades e as fragilidades em relação a cada componente curricular ou ao conteúdo a ser trabalhado.

Uma outra proposta é rever o planejamento a cada etapa do ano, seja bimestral ou trimestralmente. Ao fazer essa revisão é possível fazer ajustes que atendam aos diferentes perfis dos estudantes. Planejar, executar, avaliar e replanejar devem ser ações constantes no trabalho escolar. Com as estratégias de planejamento adequadas, pode-se manter o grupo envolvido e organizado, propiciando um trabalho apropriado a todos.

• Formação continuada e desenvolvimento profissional docente

Assim como os estudantes precisam desenvolver habilidades e competências diversificadas, em sintonia com a época em que vivem, nós, professores, mais que outros profissionais, temos a máxima urgência e necessidade de cuidar da continuidade de nossa formação e do consequente desenvolvimento profissional.

O que aprendemos na universidade e a experiência que adquirimos com a prática pedagógica não são suficientes para nos manter longe de atividades de formação. Pesquisas e estudos no campo da Educação Matemática e áreas afins têm nos auxiliado a encontrar as respostas para as muitas dúvidas e angústias inerentes à profissão: “O que ensinar?”, “Por que ensinar?”, “Como ensinar?”…

O desenvolvimento profissional do professor deve ser entendido como um processo contínuo, que se dá ao longo de toda a vida profissional, não ocorre ao acaso, tampouco é espontâneo, mas resultado do processo de busca que parte das necessidades e dos interesses que surgem no percurso.

Na realidade, a formação profissional docente tem início na experiência como estudante e na formação acadêmica específica, do período de iniciação à docência, até edificar-se com a experiência profissional e os processos de formação continuada.

Lembramos que as ações de formação continuada podem ser desenvolvidas por múltiplas modalidades, como leituras atualizadas, cursos, palestras, oficinas, seminários, grupos de estudos, reuniões e encontros com colegas na própria escola.

Para ampliar essa proposta, indicamos algumas de suas publicações, livros e trabalhos científicos que possam contribuir para um aprofundamento do conhecimento do professor e auxiliá-lo na ampliação das atividades propostas no livro.

Algumas publicações de associações e centros de Educação Matemática

- **Bolema** (Boletim de Educação Matemática) – publicado pelo Departamento de Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (IGCE-Unesp), *campus* de Rio Claro. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/1050. Acesso em: 13 maio 2022.
- **Boletins do Gepem** – publicados pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ). Disponível em: http://costalima.ufrrj.br/index.php/gepem/issue/view/127. Acesso em: 13 maio 2022.
- **Educação Matemática em Revista** – publicada pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Disponível em: http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/emr. Acesso em: 14 maio 2022.
- **Revista Brasileira de História da Matemática** – publicada pela Sociedade Brasileira de História da Matemática. Disponível em: http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/emr. Acesso em: 14 maio 2022.
- **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática – publicada pelo Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (UFSC). Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat. Acesso em: 14 maio 2022.
- Revista **Educação e Matemática** e Revista **Quadrante** – publicadas pela Associação de Professores de Matemática de Portugal. Disponível em: https://quadrante.apm.pt/. Acesso em: 14 maio 2022.
- **Revista de História da Educação Matemática** – publicada pela Sociedade Brasileira de História da Matemática. Disponível em: https://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT. Acesso em: 14 maio 2022.
- **Revista do Professor de Matemática** (RPM) – publicada pela Sociedade Brasileira de Matemática. Disponível em: https://www.rpm.org.br/. Acesso em: 14 maio 2022.
- Revista **Zetetiké** – publicada pelo Centro de Estudos Memória e Pesquisa em Educação Matemática (Unicamp). Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike. Acesso em: 14 maio 2022.

Referências bibliográficas

ADICHIE, C. N. **O perigo de uma história única**, 2009. Disponível em: <https://www.ted.com/talks/chimamanda_ngozi_adichie_the_danger_of_a_single_story?language=pt-br>. Acesso em: 30 jun. 2022.

Inicialmente divulgada no TED Talk e depois publicada em livro, a palestra relata as experiências da autora nos Estados Unidos e alerta para os riscos de uma visão estreita e estereotipada de mundo.

AULETE Digital. Rio de Janeiro: Lexicon. Disponível em: https://www.aulete.com.br/empatia. Acesso em: 30 jun. 2022.

Dicionário eletrônico da Língua Portuguesa.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos**: Uma Perspectiva Cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

David Ausubel apresenta nesse livro uma visão atualizada da sua teoria da aprendizagem, conhecida como **Teoria da Assimilação**. Ausubel defende que o principal processo de aprendizagem significativa é por recepção, e não por descoberta. E, contrariamente a muitos outros autores, argumenta que a aprendizagem significativa por recepção não é um processo passivo. Pelo contrário, é, necessariamente, um processo ativo, que exige ação e reflexão do aprendiz e que é facilitada pela organização cuidadosa das matérias e das experiências de ensino.

BASE Nacional Comum Curricular: educação é a base. **Competências socioemocionais como fator de proteção à saúde mental e ao *bullying***. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/implementacao/praticas/caderno-de-praticas/aprofundamentos/195-competencias-socioemocionais-como-fator-de-protecao-a-saude-mental-e-ao-bullying. Acesso em: 11 maio 2022.

Artigo sobre como o trabalho com as competências socioemocionais pode servir como um fator de prevenção ao *bullying*, apresentando uma atividade como proposta de trabalho.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 2018. Brasília: MEC, 2018.

Documento oficial do Ministério da Educação que apresenta as competências e habilidades a serem desenvolvidas em cada área do conhecimento na Educação Infantil, no Ensino Fundamental e no Ensino Médio de todo o país.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.

Documento do Ministério da Educação que define as diretrizes curriculares da Educação Básica no país.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos**. Brasília: Parecer CNE/CBE nº 11/2010.

Documento do Ministério da Educação que define as diretrizes curriculares para o Ensino Fundamental de 9 anos em todo o país.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

Documento do Ministério da Educação, em 1998, com o objetivo principal de orientar os educadores por meio da normatização de alguns fatores fundamentais concernentes a cada disciplina. Esses parâmetros abrangiam tanto a rede pública, como a rede privada de ensino, conforme o nível de escolaridade dos estudantes.

BRASIL. Ministério da Educação. **Temas contemporâneos transversais na BNCC**: proposta de práticas de implementação, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 13 maio 2022.

Elaborado pelo Ministério da Educação, guia prático com explicações e orientações a respeito dos temas contemporâneos transversais.

BURIASCO, R. Sobre avaliação em Matemática: uma reflexão. **Educação em Revista** (UFMG), Belo Horizonte, n. 36, dez. 2002.

O artigo é dedicado à apresentação de considerações e reflexões quanto às práticas avaliativas usuais das escolas, às avaliações em larga escala, à avaliação na perspectiva da resolução de Problemas, às diferentes funções da avaliação, à linha de pesquisa da análise de erros e à diretriz para a avaliação, que possam contribuir de fato para uma educação matemática de melhor qualidade.

COHEN, E. G.; LOTAN, R. A. **Planejando o trabalho em grupo**: estratégias para salas de aula heterogêneas. 3. ed. Porto Alegre: Penso, 2017.

O livro explica como aplicar com sucesso a aprendizagem cooperativa com base em pesquisas sobre o que torna uma tarefa adequada para grupos, além de mostrar como o trabalho em equipe contribui para o crescimento e o desenvolvimento dos estudantes.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática**: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 2000.

A proposta dessa obra é a adoção de uma nova postura educacional. Após fazer considerações de caráter geral, abordando aspectos da cognição, da natureza da matemática e questões teóricas da educação, o autor discute inovações na prática docente, propondo reflexões sobre a matemática.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

O autor aprofunda sua teoria-ética de uma vida voltada para a liberdade, a verdade e a autenticidade dos sujeitos. Reflete sobre o que o ato de ensinar exige de educadores e educandos.

HADJI, C. **Avaliação desmistificada**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

Ao refletir sobre a possível formatividade da avaliação, o autor pretende permitir aos professores e a todos aqueles que estão envolvidos com a avaliação escolar que vejam o que significa colocar a avaliação a serviço das aprendizagens e como isso pode ser concretamente feito.

INSTITUTO Ayrton Senna. **Mapeamento aponta que 70% dos estudantes de SP relatam sintomas de depressão e ansiedade**. Disponível em: https://institutoayrtonsenna.org.br/pt-br/conteudos/mapeamento-aponta-que-70-por-cento-dos-estudantes-de-SP-relatam-sintomas-de-depressao.html. Acesso em: 11 maio 2022.

O artigo apresenta o resultado de uma pesquisa realizada em 2021 pela Secretaria da Educação e o Instituto Ayrton Senna que revelou os efeitos da pandemia de Covid-19 na saúde mental e socioemocional dos estudantes do estado de São Paulo.

LEAL, T. F.; SÁ, C. F.; SILVA, E. C. N. (org.). **Heterogeneidade, educação e linguagem em contextos do campo e da cidade**. Recife: Editora Universitária da UFPE, 2016.

As autoras fazem uma síntese de diferentes conceitos de heterogeneidade e seus impactos para a educação, com foco na reflexão sobre as escolas do campo e da zona urbana.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar**. São Paulo: Cortez, 2015.

O livro oferece subsídios para ampliar a compreensão sobre o ato de avaliar a aprendizagem dos estudantes e, dessa forma, orientar uma prática mais adequada às suas finalidades. No decorrer de suas páginas, há um movimento constante entre a denúncia de uma situação inadequada e o anúncio de novas possibilidades, uma dialética entre a desconstrução e a reconstrução de conceitos e modos de agir.

MICHAELIS Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa. São Paulo: Melhoramentos, 2015. Disponível em: https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/empatia/. Acesso em: 30 jun. 2022.

Dicionário eletrônico da Língua Portuguesa.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. Matemática escolar, Matemática científica, saber docente e formação de professores. **Zetetiké**, Campinas, v. 11, n. 19, 2003.

Nesse artigo, argumenta-se no sentido de mostrar que o processo de constituição da matemática escolar ultrapassa tanto a ideia de transposição didática, regulada pela matemática científica e pelas ciências da educação, quanto a de uma construção totalmente endógena à escola.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

Nesse livro os autores apresentam textos que contribuem para a compreensão a respeito do modo como as crianças trabalham com problemas matemáticos.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS. **Declaração Universal dos Direitos Humanos**, 10 dez. 1948.

Documento aprovado em 1948, na Assembleia Geral da Organização das Nações Unidas (ONU), é a base da luta universal contra a opressão e a discriminação, defendendo a igualdade e a dignidade das pessoas e reconhecendo que os direitos humanos e as liberdades fundamentais devem ser aplicados a cada cidadão do planeta.

PAVANELLO, R. M.; NOGUEIRA, C. M. I. Avaliação em Matemática: algumas considerações. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, v. 17, n. 33, jan./abr. 2006.

O objetivo desse texto é discutir a trajetória a ser considerada quando se pensa na avaliação em matemática. Assim, os autores partem da constatação de que há diferentes modos de conceber a matemática, paradigmas que se filiam a sistemas filosóficos existentes desde a Antiguidade. Esses paradigmas, por sua vez, influenciam o fazer matemática, o fazer pedagógico em matemática e, por conseguinte, a avaliação.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação e Esportes. **Currículo de Pernambuco**: ensino fundamental – área de matemática. Recife: Secretaria de Educação e Esportes, 2019. p. 65.

Documento oficial da Secretaria de Educação e Esportes do estado de Pernambuco que apresenta as competências e habilidades a serem desenvolvidas na área de Matemática, no Ensino Fundamental de todo o estado.

PONTE, J. P. **O ensino da Matemática em Portugal**: uma prioridade educativa? Conferência plenária apresentada no seminário "O Ensino da Matemática: situação e perspectivas". Lisboa: CNE, 2002.

O autor revê alguns dos marcos mais salientes do percurso do ensino da Matemática em Portugal, analisando os elementos fundamentais que caracterizam o ensino dessa disciplina como fenômeno social. Também identifica os fatores que, na sua perspectiva, contribuem para a crise no ensino da Matemática e indica caminhos para a sua resolução.

ROMANATTO, M. C. O livro didático: alcances e limites. **Anais**. VII Encontro Paulista de Educação Matemática, 2004, São Paulo.

O presente trabalho discute a utilização do livro didático de Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. **Currículo da cidade**: ensino fundamental – componente curricular matemática. 2. ed. São Paulo: SME/COPED, 2019. p. 25.

Documento oficial da Secretaria Municipal de Educação do município de São Paulo que apresenta as competências e habilidades a serem desenvolvidas na área de Matemática, no Ensino Fundamental de todo o município.

UJIIE. N. T. *et al*. Os Conhecimentos Prévios de Matemática de Estudantes do Ensino Fundamental: O que é Matemática? De Onde Ela Veio? Como Seria um Mundo sem Matemática? *In*: **ALEXANDRIA**: R. Educ. Ci. Tec., Florianópolis, v. 10, n. 1, p. 57-73, maio 2017.

Nesse artigo, os autores apresentam os resultados de uma investigação com abordagem quali-quantitativa, realizada com 22 estudantes de sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública de Tijucas, Santa Catarina, acerca do tema matemática.

UNESCO. **Cultura de paz no Brasil** [entre 2017 e 2022]. Disponível em: https://pt.unesco.org/fieldoffice/brasilia/expertise/culture-peace. Acesso em: 11 maio 2022.

Artigo sobre a cultura de paz no Brasil, destacando que é fundamental promover e disseminar valores, atitudes e comportamentos que conduzam ao diálogo, à não violência e à aproximação das culturas.

Referências bibliográficas complementares

- BELLEMAIN, P. M. B.; BIBIANO, M. F. A.; SOUZA, C. F. Estudar grandezas e medidas na educação básica. **EM TEIA** – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. vol. 9, n. 1, 2018.

  Esse texto problematiza o ensino de grandezas e medidas na matemática da educação básica e na interface entre matemática e física. Discutem-se o porquê de ensinar grandezas e medidas, as dificuldades enfrentadas por estudantes e professores no estudo desse campo e alguns caminhos que podem contribuir para a superação dessas dificuldades.

- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

  Nesse livro, os autores apresentam exemplos do uso de informática com estudantes e professores para, então, debaterem desde temas ligados às políticas governamentais para a informática educativa até questões epistemológicas e pedagógicas relacionadas à utilização de computadores e calculadoras gráficas em Educação Matemática.

- CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. S. **Tratamento da Informação para o Ensino Fundamental e Médio**. 2. ed. Itabuna/Ilhéus: Via Litterarum, 2009.

  Esse livro apresenta quatro sequências didáticas para trabalhar de forma objetiva e acessível os conceitos básicos de Estatística e Probabilidade, de acordo com as diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, da Educação Básica.

- KALEFF, A. M. M. R.; PEREIRA, P. C. (org.). **Educação Matemática**: diferentes olhares e práticas. Curitiba: Appris, 2020.

  Nessa obra os autores tratam de diferentes temáticas, como o ensino de geometria, laboratório de ensino, recursos virtuais, Educação Inclusiva, Etnomatemática, Educação Escolar Indígena, temas que permitem reconhecer ações e a diversidade dos estudantes na sala de aula.

- MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

  Os autores oferecem aos leitores reflexões sobre aspectos da Modelagem e suas relações com a Educação Matemática. Apresentam a trajetória histórica da Modelagem e provocam discussões sobre suas relações, possibilidades e perspectivas em sala de aula, sobre diversos paradigmas educacionais e sobre a formação de professores.

- MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na educação matemática**: propostas e desafios. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

  Nesse livro, os autores abordam temáticas da História da Matemática, História da Educação Matemática e como essas duas regiões de inquérito podem se relacionar com a Educação Matemática.

- NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (org.). **Escritas e leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

  Os autores apresentam diferentes discussões sobre o trabalho com leitura e escrita nas aulas de Matemática, tais como comunicação de ideias, interações, práticas discursivas, representações matemáticas, argumentações e negociação de significados.

- NACARATO, A. M.; GOMES, A. A. M.; GRANDO, R. C. (org.). **Experiências com Geometria na escola básica**: narrativas de professores em (trans)formação. São Carlos: Pedro & João Editores, 2008.

  O livro traz narrativas de professores da escola básica, participantes de um Grupo de Estudos e Pesquisas em Geometria, localizado institucionalmente na Universidade São Francisco. O livro traz as experiências de seus participantes, bem como discussões epistemológicas do pensamento geométrico.

- PEREIRA, C. A.; SANDMANN, A. Dificuldades do ensino da álgebra no ensino fundamental: algumas considerações. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**. Curitiba: UTFPR, v. 8, n. 17, 2017.

  Nesse artigo os autores apresentam referenciais teóricos que possibilitam uma reflexão acerca das dificuldades existentes no ensino-aprendizagem da Álgebra.

- RODRIGUES, R. S. **Um estudo sobre os efeitos do pensamento computacional na educação**. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, 2017. Campina Grande, 2017.

  O objetivo geral desse trabalho é analisar de forma quantitativa o efeito do Pensamento Computacional desenvolvido pela

programação de computadores na capacidade de resolução de problemas e no desempenho de estudantes no ensino básico.

- ROSA, M.; BAIRRAL, M. A.; AMARAL, R. B. **Educação Matemática, Tecnologias Digitais e Educação a Distância**: pesquisas contemporâneas. São Paulo: Livraria da Física, 2014.

  Nessa obra os autores apresentam investigações recentes no campo da Educação Matemática em relação às tecnologias digitais e Educação a Distância, de forma a contribuir com professores de matemática e pesquisadores em Educação Matemática.

- SANTOS, J. G.; MONDINI, F. Um estudo sobre o tratamento formal dos números racionais. **ACTIO**: Docência em Ciências. Curitiba: UTFPR, v. 5, n. 2, 2020.

  O artigo tem por objetivo apresentar um estudo sobre o tratamento formal para alguns conceitos referentes aos números racionais, discutidos a partir de demonstrações. A escolha do tema justifica-se também por sua importância, visto que são as demonstrações matemáticas que fundamentam as teorias desta ciência, garantindo sua validade ou não.

- SILVA, G. T. F.; DÍAZ-URDANETA, S. C. **Ensino da Matemática na Educação Especial**: discussões e propostas. Curitiba: Intersaberes, 2021. (Série Pressupostos da Educação Especial).

  Nessa obra, os autores focam no ensino da Matemática na educação especial, principalmente no que se refere à formação do professor, objetivando apresentar alternativas úteis em sala de aula, como estratégias pedagógicas para o ensino de números, álgebra, grandezas e medidas, geometria, probabilidade e estatística na educação especial.

- SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica**. Campinas: Papirus, 2014. (Perspectivas em Educação Matemática).

  Nesse livro, o autor aborda uma gama de conceitos cruciais no campo da educação matemática crítica, cenários para investigação e matemática em ação.

- SOUZA, F. C. **Números inteiros e suas operações**: uma proposta de estudo para estudantes do 6º ano com o auxílio de tecnologia. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

  Esse trabalho tem como objetivo verificar como os estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, que não tiveram contato formal com os números inteiros e suas operações, mobilizam seus conhecimentos prévios para resolver situações que envolvam esse objeto matemático e se eles poderiam se desenvolver de forma autônoma para a sua compreensão.

- VILLAS BOAS, B. M. F.; SOARES, E. R. M. (org.). **Avaliação das aprendizagens, para as aprendizagens e como aprendizagem**: obra pedagógica do professor. Campinas: Papirus, 2022.

  O livro discorre sobre as três funções da avaliação: formativa, diagnóstica e somativa, destacando a formativa, pelo fato de desenvolver-se ao longo do trabalho pedagógico. Esse processo exige a presença do *feedback*, da avaliação informal encorajadora, o envolvimento dos pais/responsáveis, além de recursos avaliativos variados, como o portfólio, a autoavaliação, a avaliação por colegas e outros.

- WING, J. Pensamento computacional. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**. Ponta Grossa, v. 9, n. 2, p. 1-10, maio/ago. 2016.

  Esse artigo, "*Computational Thinking*", de Jeannette Wing, foi publicado originalmente no número 3 da edição 49 do periódico ***Communications of the ACM***, em março de 2006. Nele, a autora define o pensamento computacional como uma habilidade fundamental, que todas as pessoas devem conhecer para atuar na sociedade moderna.

Apresentação da coleção

Estrutura da obra

A coleção é composta de quatro livros do estudante e respectivos manuais do professor. O *Manual do Professor* de cada ano reúne o livro do estudante, as Orientações Gerais, comum a cada um dos volumes da coleção, as Orientações específicas de cada volume e orientações do conteúdo, disponibilizadas página a página. Além disso, contém a resposta de todos os exercícios e atividades.

Cada livro do estudante é organizado em 12 capítulos. Cada capítulo enfatiza conteúdos que compõem os objetos de conhecimento descritos na BNCC.

Os capítulos de cada volume são compostos de:

- **Desenvolvimento teórico**

  O desenvolvimento dos conteúdos propostos é acompanhado de diversificação de estratégias. Apresenta-se intercalado com atividades e seções especiais que ampliam e enriquecem o tema estudado.

- **Blocos de exercícios**

  Os exercícios presentes na coleção – distribuídos entre Exercícios propostos, Exercícios complementares e atividades diferenciadas nas seções especiais – possibilitam o trabalho com as Unidades Temáticas e permitem integrações entre elas. Têm o intuito de estimular o raciocínio lógico, a argumentação e a resolução de problemas, além de propor temáticas atuais relevantes à faixa etária.

- **Seções especiais**

Distribuídas ao longo do capítulo, as seções de variados tipos complementam, ampliam e enriquecem o tema tratado e desafiam os estudantes por meio das atividades propostas. Há pelo menos um tipo dessas seções em cada capítulo.

A seguir, apresentamos os principais elementos que compõem os capítulos e descrevemos as seções especiais que aparecem ao longo de cada volume da coleção.

- **Abertura de capítulo**: compreendida por um conjunto de questões, uma imagem e pequeno texto motivadores do tema do capítulo.

- **Exercícios propostos**: aparecem ao longo do desenvolvimento teórico, trabalham aspectos importantes de cada conteúdo de maneira variada. Por exemplo, nos exercícios com indicação **Hora de criar**, os estudantes são convidados a usar criatividade, imaginação, capacidade de argumentação e colaboração trabalhando em duplas ou em grupos.

- **Exercícios complementares**: podem ser trabalhados de diversas maneiras pelo professor, de acordo com suas necessidades didáticas. Podem servir de base para uma discussão em duplas ou em grupos, sintetizar o tema abordado ou ainda ser aproveitados como tarefa extraclasse ou como fonte de exercícios para uma recuperação paralela, entre outras aplicações.
- **Verificando**: ao final de cada capítulo, apresenta um conjunto de testes que podem ser utilizados para autoavaliação ou como uma avaliação formativa relativa aos conteúdos trabalhados no capítulo. As questões apresentadas no tópico **Organizando** têm como objetivo fazer com que os estudantes retomem e reflitam sobre os conceitos estudados.
- Seção **Pense mais um pouco...**: atividades e desafios de aprofundamento dos conteúdos desenvolvidos no capítulo, que solicitam do estudante um pensamento mais elaborado, exigindo a criação de estratégias pessoais de resolução.
- Seção **Para saber mais**: conteúdos e atividades que, fundamentados em contextos diversos, integram a Matemática a outras áreas do saber ou aos diferentes campos dela própria, como a História da Matemática. Geralmente é finalizada por **Agora é com você!**, que traz uma proposta de questões relacionadas ao tema exposto.
- Seção **Trabalhando a informação**: são trabalhados conteúdos de Probabilidade e Estatística, como interpretação e construção de tabelas e gráficos e cálculo de probabilidades.
- Seção **Diversificando**: atividades que relacionam o conteúdo trabalhado no capítulo a outros contextos, como jogos, aplicações e desafios.

Essa estrutura pretende ser organizadora do trabalho docente sem, contudo, tornar-se um entrave para estudantes e professores. Por isso, os capítulos contemplam aspectos fundamentais a serem trabalhados com os estudantes, mas permitem maleabilidade e flexibilidade em sua abordagem, na tentativa de facilitar o trabalho do professor no momento em que ele precisar fazer as adaptações necessárias a cada turma.

Organização geral da obra

No quadro a seguir apresentamos a configuração dos 12 capítulos em cada volume desta coleção:

	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano
Capítulo 1	Números	Números inteiros	Potências e raízes	Números reais
Capítulo 2	Operações com números naturais	Números racionais	Construções geométricas e lugares geométricos	Operações com números reais
Capítulo 3	Estudando figuras geométricas	Operações com números racionais	Estatística e probabilidade	Grandezas proporcionais
Capítulo 4	Divisibilidade	Ângulos	Cálculo algébrico	Proporcionalidade em Geometria
Capítulo 5	Um pouco de Álgebra	Equações	Polinômios e frações algébricas	Semelhança
Capítulo 6	Um pouco de Geometria plana	Inequações	Produtos notáveis e fatoração	Um pouco mais sobre Estatística
Capítulo 7	Números racionais na forma de fração	Sistemas de equações	Estudo dos triângulos	Equações do 2º grau
Capítulo 8	Operações com números racionais na forma de fração	Simetria e ângulos	A Geometria demonstrativa	Triângulo retângulo
Capítulo 9	Números racionais na forma decimal e operações	Razões, proporções e porcentagem	Estudo dos quadriláteros	Razões trigonométricas nos triângulos retângulos
Capítulo 10	Polígonos e poliedros	Estudo dos polígonos	Sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas	Estudo das funções
Capítulo 11	Comprimentos e áreas	Sobre áreas e volumes	Área de regiões poligonais	Circunferência, arcos e relações métricas
Capítulo 12	Outras unidades de medida	Estudo da circunferência e do círculo	Geometria e grandezas	Polígonos regulares e áreas

ORIENTAÇÕES ESPECÍFICAS

O livro do 6º ano é composto de doze capítulos em que se desenvolvem as cinco Unidades Temáticas propostas pela BNCC: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística, intercaladas e, sempre que possível, integradas, exploradas no corpo do texto explicativo e nas atividades.

A seguir, apresentamos sugestões de cronogramas para trabalhar com esses conteúdos em bimestre, trimestre e semestre com base nas organizações dos capítulos.

			Capítulos	Conteúdos	Habilidades e competências da BNCC
1º semestre	1º trimestre	1º bimestre	Capítulo 1 – Números	• Emprego do número e suas diferentes funções; • Sistemas de numeração; • Sistema de numeração indo-arábico; • Leitura e escrita de números: ordem e classes; • Números naturais: sequência, antecessor e sucessor; • Comparação de números naturais e reta numérica; • Leitura de informações contidas em embalagens e seus rótulos.	Habilidades: (EF06MA01) (EF06MA02) Competências gerais: **1**, **2**, **4**, **7**, **9** e **10** Competências específicas: **1**, **4**, **6**, **7** e **8**
1º semestre	1º trimestre	1º bimestre	Capítulo 2 – Operações com números naturais	• Comparação de números naturais; • Situações de adição e suas propriedades; • Situações de subtração; • Arredondamento e estimativas; • Procedimentos de cálculo mental envolvendo adição e subtração; • Expressões numéricas com adições e subtrações; • Situações de multiplicação e suas propriedades; • Construção de árvore de possibilidades; • Situações de divisão, a propriedade fundamental e procedimentos de cálculo mental; • Expressões numéricas envolvendo as quatro operações fundamentais; • Potenciação e radiciação com números naturais; • Construção de algoritmo passo a passo apresentando o cálculo de multiplicação por método hindu; • Construção de tabelas; • Interpretação de gráficos de colunas.	Habilidades: (EF06MA03) (EF06MA31) (EF06MA32) (EF06MA33) Competências gerais: **1**, **2**, **4**, **7**, **8**, **9** e **10** Competências específicas: **1**, **2**, **4**, **6**, **7** e **8**
1º semestre	1º trimestre	1º bimestre	Capítulo 3 – Estudando figuras geométricas	• Origem da Geometria; • Figuras geométricas planas e figuras geométricas não planas; • Sólidos geométricos: corpos redondos e poliedros; • Elementos de um poliedro; • Prismas e pirâmides; • Ampliação e redução de figuras; • Interpretação de gráficos de barras.	Habilidades: (EF06MA03) (EF06MA17) (EF06MA21) (EF06MA24) (EF06MA31) (EF06MA32) Competências gerais: **1**, **3**, **4**, **9** e **10** Competências específicas: **1**, **2**, **5**, **6** e **8**
1º semestre	1º trimestre	2º bimestre	Capítulo 4 – Divisibilidade	• Resolução de problemas que envolvam cálculos mentais ou escritos com números naturais; • Múltiplo e divisor de um número natural; • Sequências numéricas; • Critérios de divisibilidade; • Números primos e números compostos; • Decomposição de um número natural em fatores primos; • mdc e mmc; • Construção de gráficos de barras.	Habilidades: (EF06MA03) (EF06MA04) (EF06MA05) (EF06MA06) (EF06MA31) (EF06MA32) (EF06MA33) Competências gerais: **2**, **4**, **5**, **9** e **10** Competências específicas: **2**, **3**, **5**, **6** e **8**

Semestre	Trimestre	Bimestre	Capítulos	Conteúdos	Habilidades e competências da BNCC
1º semestre	1º trimestre	2º bimestre	Capítulo 5 – Um pouco de Álgebra	• Resolução de problemas que envolvam cálculos com números naturais; • Variável e generalizações; • Demonstrações de alguns critérios de divisibilidade; • Propriedades da igualdade; • Construção de algoritmo para resolver situações de generalização do padrão de sequências geométricas; • Construção de gráficos de colunas.	Habilidades: (EF06MA03) (EF06MA04) (EF06MA14) (EF06MA23) (EF06MA31) (EF06MA32) (EF06MA34) Competências gerais: **1**, **2**, **4**, **9** e **10** Competências específicas: **1**, **2**, **3**, **4**, **6** e **8**
1º semestre	2º trimestre	2º bimestre	Capítulo 6 – Um pouco de Geometria plana	• Entes primitivos: ponto, reta e plano e suas relações; • Posições relativas de duas retas em um plano; • Semirreta e segmento de reta; • Ângulos, suas medidas e construção com o transferidor; • Tipos de ângulo; • Construção de retas perpendiculares e de retas paralelas.	Habilidades: (EF06MA21) (EF06MA22) (EF06MA23) (EF06MA24) (EF06MA25) (EF06MA26) (EF06MA27) Competências gerais: **2**, **3**, **4**, **5**, **9** e **10** Competências específicas: **2**, **5**, **6** e **8**
1º semestre	2º trimestre	2º bimestre	Capítulo 7 – Números racionais na forma de fração	• Noção de fração: parte/todo; • Número racional na forma de fração; • Leitura e registro de frações; • Forma porcentual; • Fração como quociente; • Forma mista; • Fração como razão; • Resolução de problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais; • Frações equivalentes; • Simplificação de frações; • Comparação de números escritos na forma de fração; • Cálculo de porcentagens; • Interpretação de gráficos de colunas e de setores; • Coleta de dados de pesquisa.	Habilidades: (EF06MA06) (EF06MA07) (EF06MA13) (EF06MA15) (EF06MA31) (EF06MA32) Competências gerais: **2**, **4**, **7**, **9** e **10** Competências específicas: **3**, **4**, **6**, **7** e **8**
2º semestre	2º trimestre	3º bimestre	Capítulo 8 – Operações com números racionais na forma de fração	• Resolução de problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor no contexto de frações equivalentes e simplificação de frações nas operações com frações; • Adição e subtração com frações de mesmo denominador e com denominadores diferentes; • Multiplicação e divisão envolvendo frações; • Potenciação envolvendo frações com expoente natural; • Expressões numéricas envolvendo frações; • Situações que envolvem operações na forma porcentual; • Cálculo de porcentagens; • Cálculo de probabilidades; • Interpretação e resolução de situações com informações apresentadas em gráficos de setores e de barras.	Habilidades: (EF06MA06) (EF06MA07) (EF06MA08) (EF06MA09) (EF06MA10) (EF06MA11) (EF06MA13) (EF06MA15) (EF06MA30) (EF06MA32) Competências gerais: **2**, **4**, **6**, **7**, **9** e **10** Competências específicas: **2**, **3**, **6**, **7** e **8**

			Capítulos	Conteúdos	Habilidades e competências da BNCC
2º semestre	3º trimestre	3º bimestre	Capítulo 9 – Números racionais na forma decimal e operações	• Frações decimais e a representação na forma decimal dos números racionais; • Números racionais na forma decimal: leitura e escrita; • Ampliação do sistema de numeração decimal para as ordens decimais; • Representações decimais equivalentes, comparação, ordenação e reta numérica; • Adição e subtração envolvendo números racionais na forma decimal; • Multiplicação e divisão envolvendo números racionais na forma decimal; • Potenciação envolvendo números racionais na forma decimal com expoente natural; • Expressões numéricas envolvendo números racionais na forma decimal; • Representação decimal de frações não decimais; • Cálculos aproximados e cálculos de media aritmética; • Cálculo de porcentagens envolvendo números racionais na forma decimal; • Interpretação e resolução de situações que envolvam dados de pesquisas apresentados em tabelas e gráficos.	Habilidades: (EF06MA01) (EF06MA02) (EF06MA07) (EF06MA08) (EF06MA10) (EF06MA11) (EF06MA12) (EF06MA13) (EF06MA32) Competências gerais: **2**, **3**, **4**, **6**, **7**, **9** e **10** Competências específicas: **3**, **4**, **6**, **7** e **8**
		4º bimestre	Capítulo 10 – Polígonos e Poliedros	• Conceito e reconhecimento de linhas poligonais e de polígonos; • Nomeação e comparação de polígonos considerando seus lados, vértices e ângulos internos; • Triângulos: conceito e elementos; • Classificação de triângulos quanto às medidas de seus lados e quanto às medidas de seus ângulos internos, soma das medidas dos ângulos internos; • Construção de triângulos com o uso de régua, compasso e transferidor e discussão de algumas propriedades; • Classificação de quadriláteros quanto ao paralelismo de seus lados; • Conceito de par ordenado e sua representação geométrica no plano cartesiano; • Localização de vértices de polígonos no plano cartesiano; • Classificação de poliedros e planificação de sua superfície; • Quantificação de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides; • Ladrilhamento de superfície poligonal explorando a noção de área; • Cálculo da probabilidade de um evento em um experimento aleatório; • Identificação de variáveis e suas frequências; • Prismas: conceito, classificação, paralelepípedo reto-retângulo; • Pirâmides: conceito, classificação.	Habilidades: (EF06MA16) (EF06MA17) (EF06MA18) (EF06MA19) (EF06MA20) (EF06MA21) (EF06MA22) (EF06MA23) (EF06MA24) (EF06MA30) Competências gerais: **2**, **3**, **4**, **5**, **9** e **10** Competências específicas: **2**, **3**, **5**, **6** e **8**
			Capítulo 11 – Comprimentos e áreas	• Medidas de comprimento: unidades não padronizadas; • Medidas de comprimento: metro, múltiplos e submúltiplos; • Análise e descrição da variação de perímetro e área em relação às medidas dos lados de um quadrado ou com base nele; • Estimativas de áreas; • Resolução de problemas envolvendo porcentagens e áreas; • Resolução e elaboração de problemas que envolvam medidas de comprimento e medidas de superfície; • Reconhecimento das relações entre unidades de medida de comprimento e de área, inclusive de medidas agrárias; • Interpretação, descrição e desenho de plantas baixas; • Interpretação e resolução de situações que envolvam dados de pesquisa expressos por tabelas e gráficos.	Habilidades: (EF06MA12) (EF06MA13) (EF06MA24) (EF06MA28) (EF06MA29) (EF06MA32) Competências gerais: **1**, **2**, **6**, **7**, **9** e **10** Competências específicas: **1**, **2**, **3**, **4**, **6**, **7** e **8**
			Capítulo 12 – Outras unidades de medida	• Resolução de situações que envolvem estimativas e medidas; • Resolução e elaboração de problemas que envolvam as grandezas tempo, volume, capacidade e massa; • Reconhecimento das relações entre unidades de medidas para cada grandeza estudada; • Fluxogramas como organizadores de tarefas; • Organização de dados coletados por meio de pesquisa em uma tabela.	Habilidades: (EF06MA04) (EF06MA12) (EF06MA24) (EF06MA33) (EF06MA34) Competências gerais: **2**, **4**, **6**, **7**, **8**, **9** e **10** Competências específicas: **3**, **4**, **6**, **7** e **8**

Considerações iniciais

Cada capítulo aborda objetos de conhecimento, entendidos como conteúdos, conceitos, processos, com a intenção de desenvolver as habilidades relacionadas a eles. Esses conhecimentos são articulados, retomados e ampliados a fim de proporcionar sua apropriação pelos estudantes, considerando a aprendizagem um processo contínuo e integrado.

Os conteúdos matemáticos são desenvolvidos de modo que as habilidades, as Unidades Temáticas, as competências e outras áreas do conhecimento se articulem e se relacionem, e são tratados na perspectiva das aprendizagens dos anos anteriores e posteriores. Assim, no livro do 6º ano do Ensino Fundamental, levamos em conta os objetivos de aprendizagem para o 5º ano, conforme proposto na BNCC, visando preparar os estudantes para se apropriar dos conhecimentos previstos para o 7º ano.

A seguir, são feitas orientações didáticas sobre cada capítulo e o que se pretende que os estudantes desenvolvam neles.

Capítulo 1 – Números

Objetivos do capítulo e justificativas

- Reconhecer os significados dos números naturais em diferentes contextos.
- Conhecer outros sistemas de numeração (egípcio e romano).
- Conhecer a origem do sistema de numeração indo-arábico.
- Compreender o sistema de numeração decimal, identificando o conjunto de regras e símbolos que o caracterizam.
- Praticar a leitura e a escrita dos números naturais.
- Comparar números naturais, assim como reconhecer sucessor e antecessor de qualquer um deles.
- Trabalhar com informações de embalagens.

Ao apresentar aos estudantes alguns dos sistemas de numeração desenvolvidos por diferentes civilizações, em diferentes períodos históricos, além das características desses sistemas, contribui-se para que os estudantes percebam a Matemática como uma ciência humana, fruto das necessidades de diferentes culturas, competência que deve ser trabalhada como explicitado na **competência geral 1** e na **competência específica 1**.

Ao explorar o sistema de numeração indo-arábico como um conjunto de regras que permitem a escrita de qualquer número e compreender sua escrita e leitura, contribui-se para o desenvolvimento do letramento matemático e para que os estudantes adquiram ferramentas que os auxiliem na compreensão de mundo, uma vez que o uso de números está presente em diferentes contextos. Desse modo, contribuímos para o desenvolvimento das **competências gerais 2** e **4** e da **competência específica 4**.

O trabalho proposto na seção *Trabalhando a Informação* proporciona aos estudantes um momento de reflexão sobre os tipos de informação contidos em embalagens e suas funções, o que propicia um trabalho com a **competência geral 7** e o Tema Contemporâneo Transversal **educação para o consumo**.

A **competência geral 7** e a **competência específica 7** são trabalhadas na *Abertura* do capítulo que apresenta o projeto Mangues e o explora com questões que propiciam uma discussão de urgência social (preservação do meio ambiente). Já o desenvolvimento das **competências gerais 9** e **10** é favorecido com as diferentes propostas de atividades a serem realizadas em grupos, pois permitem aos estudantes que exercitem diferentes habilidades socioemocionais ao trabalharem com colegas que podem ou não ter dificuldades ou facilidades em relação às atividades propostas.

As diferentes atividades propostas contribuem para o desenvolvimento da **competência específica 6**, assim como as atividades em grupo contribuem para o desenvolvimento da **competência específica 8**.

Habilidades trabalhadas no capítulo

(EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.

(EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.

Neste capítulo, são desenvolvidos objetos de conhecimento da Unidade Temática **Números**. Nos conteúdos e atividades propostos, foram consideradas as aprendizagens dos anos iniciais do Ensino Fundamental, especialmente as do 5º ano, como a habilidade (EF05MA01), relativa aos sistemas de numeração e aos números naturais.

Esse é o momento de ampliação dos conhecimentos desenvolvidos, na perspectiva de que a continuidade desse processo conduza o estudante a se apropriar das características do sistema de numeração decimal e da sequência dos números naturais, o que contribui para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA01) e (EF06MA02). Para isso, apresentam-se conceitos e atividades que conduzam os estudantes a reconhecer os principais aspectos dos números naturais: leitura, escrita e comparação.

Nessa exploração, espera-se que os estudantes mobilizem seus conhecimentos acerca das operações com números naturais, desenvolvidos nos anos anteriores, para a compreensão dos conteúdos estudados.

Além disso, ao ampliar os conhecimentos que os estudantes já têm sobre os números naturais, espera-se prepará-los para a apropriação de outros tipos de número e a ampliação dos conjuntos numéricos que serão estudados posteriormente, caso dos números inteiros, abordados no 7º ano do Ensino Fundamental, (EF07MA03).

Comentários e resoluções

Apresentaremos a seguir as resoluções de alguns exercícios e atividades propostos neste capítulo. As resoluções que não constam nesta parte específica estão nas *Orientações didáticas* que acompanham as reproduções das páginas do livro do estudante.

Exercícios propostos

5. **c)** Seguindo os comandos da cartela, obtemos:

0	1	2	3
7	6	5	4
8	9	*	

↓

0	1	2	3
7	6	5	
8	9	*	4

↓

0	1	2	
7	6	5	3
8	9	*	4

→

0	1		2
7	6	5	3
8	9	*	4

→

0		1	2
7	6	5	3
8	9	*	4

→

	0	1	2
7	6	5	3
8	9	*	4

↑

7	0	1	2
	6	5	3
8	9	*	4

↑

7	0	1	2
8	6	5	3
	9	*	4

RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

6. **a)** 1ª ordem corresponde às unidades, então o valor posicional é 7; 3ª ordem corresponde às centenas, então o valor posicional é 700.

6. **b)** 2ª ordem corresponde às dezenas, então o valor posicional é 50; 4ª ordem corresponde à unidade de milhar, então o valor posicional é 5 000

7. **a)** Em 3 765, o valor posicional do algarismo 3 é 3 000.

7. **b)** Em 32 000 000, o valor posicional do algarismo 3 é 30 000 000.

8. Para escrever o menor número, as maiores ordens são preenchidas com os algarismos de menor valor. Como 056 = 56 tem apenas dois algarismos, 506 é o menor número possível. O maior número deve ser formado pelos algarismos de maior valor nas maiores ordens, portanto 986.

9. Os algarismos de menor valor são 0, 1 e 2; então, 102 é o menor número formado por 3 algarismos distintos.

14. Informe aos estudantes que alguns recibos ou cheques podem apresentar, além do valor referente ao dinheiro, números como número do recibo, data, número do banco, número da conta, número do CPF etc.
O valor é de trinta e sete mil, trezentos e oitenta e cinco reais.

15. Aqui, usa-se a relação 1 milhão = 1 000 000; dessa maneira:

15. **a)** 48 milhões = 48 000 000

15. **b)** 110 milhões = 110 000 000

16. **a)** O primeiro ponteiro está entre os algarismos 4 e 5, o segundo entre os algarismos 1 e 2, o terceiro entre os algarismos 7 e 8 e o quarto entre os algarismos 5 e 6. Logo, o número indicado é: 4 175.

16. **b)** O primeiro ponteiro está entre os algarismos 8 e 9, o segundo entre os algarismos 9 e 0, o terceiro entre os algarismos 2 e 3 e o quarto entre os algarismos 1 e 2. Logo, o número indicado é: 8 921.

17. Oriente os estudantes na representação dos medidores. Verifique se todos os algarismos foram representados corretamente.

19. Como os temas dos textos pesquisados podem ser variados, sugira que escolham temas que possam trazer curiosidades a serem compartilhadas entre os colegas. Escolha alguns desses textos para serem lidos na classe. Aproveite para avaliar a leitura em relação ao texto e aos números representados.

22. **a)** Nesse caso, ao considerar a expressão "maior que 5", o estudante deve perceber que o número 5 não pode ser considerado. Assim, obtêm-se: 6, 7, 8, 9, 11 ...

22. **b)** Ao indicar "menores ou iguais", deve-se considerar o número 5: 0, 1, 2, 3, 4 e 5.

22. **c)** Como pede os números maiores que 5 e menores que 10, deve-se desconsiderar o 5 e o 10: 6, 7, 8 e 9.

22. **d)** Ao pedir números naturais entre 5 e 10, deve-se desconsiderar o 5 e o 10: 6, 7, 8 e 9.

22. **e)** Ao pedir os números de 5 a 10, devem-se considerar esses extremos; logo: 5, 6, 7, 8, 9 e 10.

24. O menor número natural de 3 algarismos é 100, e seu antecessor é 100 − 1 = 99. O maior número natural de 4 algarismos é 9 999, e seu sucessor é 9 999 + 1 = 10 000.

25. **a)** Na ilustração, Paulo está segurando placas com os algarismos 5, 7 e 9. Então, sua casa pode ter qualquer número formado por esses algarismos, ou seja: 579, 597, 759, 795, 957 ou 975.

25. **b)** Considerando que casas de menor numeração estão mais próximas do início da rua, a casa teria o número 579, que é o menor deles.

25. **c)** Considerando que casas de maior numeração estão mais próximas do fim da rua, a casa teria o número 975, que é o maior deles.

25. **d)** **e)** Para responder a essas questões, os estudantes deverão considerar o número de sua residência. Caso o local onde moram não tenha número de identificação, incentive-os a escolher outro número que tenha significado para eles, como o ano de nascimento ou de algum acontecimento que recordem.

26. Oriente os estudantes a definir uma escala adequada para a representação desses números.

27. Oriente os estudantes na elaboração das dicas e na troca de problemas para responder aos **itens a** e **b**. Esse tipo de atividade contribui para que eles possam trocar ideias e dúvidas sobre o conteúdo estudado.

Pense mais um pouco

Página 22

1. O capítulo vai da página 38 até 53, então são $53 - 38 + 1 = 16$ (16 páginas).

2. De 1 a 150, incluindo os extremos, obtemos:
   - Números de 1 algarismo: de 1 a 9 → são 9 números → → 9 algarismos
   - Números de 2 algarismos: de 10 a 99 → são 90 números → 180 algarismos
   - Números de 3 algarismos: de 100 a 150 → são 51 números → 153 algarismos

   No total: $9 + 180 + 153 = 342$ (342 algarismos).

3. **a)** Ao efetuar a subtração e, depois, não levar em conta a página inicial, Juliana cometeu um erro.

3. **b)** Da mesma maneira que Juliana, Alberto errou ao desconsiderar os números iniciais 10 e 100 dos dois últimos intervalos.

4. Ela imprimirá as páginas de 37 a 75, ou seja $75 - 37 + 1 =$ $= 39$ (39 páginas). Como são todos números de 2 algarismos, são necessários 78 algarismos para numerá-las ($39 \times 2 = 78$).

Exercícios complementares

1. **a)** Seis mil, novecentos e trinta e sete: 6 937

1. **b)** Dois milhões, quinhentos e trinta mil, setecentos e um: 2 530 701

2. **a)** Os números são 167, 176, 617, 671, 716 e 761; portanto, o maior deles é 761.

2. **b)** O menor deles é 167.

2. **c)** O menor iniciando com 7 é 716.

2. **d)** O maior iniciando com 6 é 671.

3. **a)** Os números possíveis com essas restrições são 21, 42, 63 e 84. Logo, o número que é menor que 40 é o 21.

3. **b)** O número que é maior que 70 é o 84.

4. **a)** Para usar todos os algarismos, o número não pode iniciar com 0; dessa maneira, o menor número formado é 1 000 223.

4. **b)** O maior número formado é 3 221 000.

5. **a)** Arlete numerou com todos os números de 1 a 256. Nesse intervalo, existem:
   - Números de 1 algarismo: 1 a 9 → 9 números → → 9 algarismos
   - Números de 2 algarismos: 10 a 99 → 90 números → 180 algarismos
   - Números de 3 algarismos: 100 a 256 → 157 números → 471 algarismos

   No total: 660 algarismos ($9 + 180 + 471 = 660$).

5. **b)** Nesse intervalo, os números com algarismo 2 são:
   - Números de 1 algarismo: 2 → 1 vez
   - Números de 2 algarismos:
     Na unidade: 12, 22, 32, 42, ..., 92 → 9 vezes
     Na dezena: 20 a 29 → 10 vezes
   - Números de 3 algarismos:
     Na unidade: 102, 112, 122, 132, ..., 212, 222, 232, 242, 252 → 16 vezes
     Na dezena: 120 a 129, 220 a 229 → 20 vezes
     Na centena: 200 a 256 → 57 vezes

   No total: 113 vezes ($1 + 9 + 10 + 16 + 20 + 57 = 113$).

6. Lúcia – números de 2 algarismos: de 10 a 99 → 90 números.
   Paula – números de 2 algarismos distintos: os 90 números anteriores, menos 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88 e 99, equivale à 81 números ($90 - 9 = 81$).
   Rogério – pares de dois algarismos são metade dos números de Lúcia → $90 : 2 = 45$ (45 números).
   Renato – pares de dois algarismos distintos são os 45 de Rogério, menos 22, 44, 66 e 88 → $45 - 4 = 41$ (41 números).

7. **a)** No texto, há o trecho "Um salário de 4 750 000 cruzeiros [...] passou para 4 750 cruzeiros reais". Dessa maneira, o valor posicional do 7 era 700 000 e passa a ser 700.

7. **b)** O valor posicional do 4 passa a ser 4 000 e era 4 000 000.

Verificando

1. Para representar o número 1 493 no sistema de numeração romano, fazemos:
   1 000 = M 90 = XC
   400 = CD 3 = III
   1 493 = MCDXCIII
   No sistema de numeração egípcio, a flor de lótus representa 1 000, uma corda enrolada representa 100, um calcanhar representa 10 e uma haste equivale a 1 unidade, de forma que a representação final será:
   
   Alternativa **d**.

2. No número 1 085 750, o valor posicional do algarismo 8 é 80 000.
   Alternativa **c**.

3. No número 95 796, o algarismo 7 vale 700, ou seja, setecentas unidades.
   Alternativa **c**.

4. Para escrever 1 050 650 001 por extenso, deve-se separar os números por classes: um bilhão, cinquenta milhões, seiscentos e cinquenta mil e um.
   Alternativa **c**.

5. Vamos analisar cada uma das alternativas:
   a) Falso, pois os algarismos de 0 a 9 são os 10 símbolos que compõem o sistema de numeração indo-arábico.
   b) Falso, pois é um sistema de base 10.
   c) Falso, pois o valor do número depende da posição dos algarismos, em um número.
   d) Verdadeiro, há um símbolo para representar o zero: 0.
   Alternativa **d**.

6. O sucessor será: $1\,099\,099 + 1 = 1\,099\,100$.
   Alternativa **b**.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

7. O menor número formado terá os maiores algarismos nas primeiras ordens, e não pode iniciar por 0; portanto, será 2 059.
Alternativa **b**.

8. Os valores maiores que 10 não incluem o próprio 10, mas a partir de seu sucessor:
{11, 12, 13, 14, 15, ...}
Alternativa **d**.

9. O ponto A pode ser indicado como o ponto médio entre 20 e 100; logo, $A = 60$. Já a medida da distância de B a 100 corresponde a aproximadamente um terço da medida da distância de 100 a 130. Logo, $B = 110$.
Alternativa **c**.

Capítulo 2 – Operações com números naturais

Objetivos do capítulo e justificativas

- Resolver situações-problema compreendendo diferentes significados das operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação que envolvem números naturais.
- Realizar cálculos relativos a operações com números naturais por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos.
- Reconhecer e usar as propriedades das operações de adição e multiplicação com números naturais.
- Resolver expressões numéricas que contenham operações com números naturais.
- Relacionar a potência com expoente natural a um produto reiterado de fatores iguais.
- Compreender e calcular a raiz quadrada exata, a raiz cúbica exata (e de outros índices) de um número natural.
- Arredondar números naturais para diferentes ordens.
- Perceber a utilidade dos arredondamentos para fazer estimativas.
- Iniciar a construção de tabelas como maneira de organizar, representar e interpretar dados.
- Ler, identificar e interpretar dados expressos em gráficos de colunas.

O trabalho com as quatro operações fundamentais, além da potenciação e da radiciação, por meio do estudo de suas propriedades, pelo uso de diferentes estratégias e por meio da resolução de problemas, favorece o desenvolvimento do letramento matemático. Desse modo, os objetivos explicitados contribuem para que os estudantes desenvolvam diferentes habilidades, como o uso de linguagem simbólica (formal e técnica), a compreensão leitora, a interpretação de informações e o desenvolvimento de um repertório para a resolução de diferentes situações-problema. Desse modo, contribuímos para o desenvolvimento das **competências gerais 2** e **4** e da **competência específica 2**.

Os arredondamentos e as estimativas são ferramentas que favorecem o trabalho com a **competência específica 2**, que trata do desenvolvimento do raciocínio lógico, do espírito de investigação e da capacidade de produzir argumentos convincentes.

Na seção *Para saber mais*, ao trabalhar a multiplicação hindu, favorecemos o desenvolvimento da **competência específica 1**, da **competência geral 1** e do Tema Contemporâneo Transversal **diversidade cultural**.

Situações-problema como a que trabalha a ideia retangular da multiplicação por meio da apresentação coreográfica com pessoas em cadeiras de roda na festa de recepção aos Jogos Paralímpicos de 2024, em Paris, despertam nos estudantes a reflexão sobre a importância da inclusão social e favorecem o desenvolvimento da **competência específica 7**.

Nas duas seções *Trabalhando a informação*, ao tratar de tabelas e gráficos, contribui-se para o desenvolvimento das **competências específicas 4** e **6**.

Ao contextualizar uma situação-problema com uma temática, que relata a queda da população de onças-pintadas em um parque nacional, orientamos a discussão sobre o Tema Transversal Contemporâneo **educação ambiental** e propiciamos o desenvolvimento da **competência geral 7**. Em outro momento, abordamos, por meio de matéria especializada do Conselho Federal de Medicina, a evolução do número de médicos no Brasil nos últimos cem anos, contribuindo para o trabalho com o Tema Contemporâneo Transversal **saúde**. Além dessa situação com a temática saúde, no exercício 52, da seção *Exercícios propostos*, solicitamos aos estudantes que pesquisem as informações contidas nas embalagens de produtos que consomem, fazendo-os refletir sobre essas informações e contribuir para o desenvolvimento da **competência geral 8**. Esse tema também é focado no exercício 21 com tabela de dados da FAO sobre a população mundial mal-nutrida. O desenvolvimento das **competências gerais 9** e **10** é favorecido com as diferentes propostas de atividades a serem realizadas em grupos, pois permitem aos estudantes que exercitem diferentes habilidades socioemocionais ao trabalharem com colegas que podem ou não ter dificuldades ou facilidades em relação às atividades propostas.

As diferentes atividades propostas contribuem para o desenvolvimento da **competência específica 6**, assim como as atividades em grupo contribuem para o desenvolvimento da **competência específica 8**. Já a proposta de *Abertura* propicia uma discussão de urgência social (preservação do meio ambiente), o que contribui para o desenvolvimento da **competência específica 6**.

Habilidades trabalhadas no capítulo

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

(EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico.

(EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.

(EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.

Neste capítulo serão aprofundados os conhecimentos acerca dos números naturais. Serão exploradas as operações entre eles, considerando a Unidade Temática **Números**, ampliando o que foi abordado no capítulo anterior e contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF07MA03).

O estudo das quatro operações fundamentais toma por base os conhecimentos consolidados até o 5º ano do Ensino Fundamental e tem como foco aqueles que serão explorados no 7º ano, entre eles a resolução de problemas envolvendo operações com números inteiros (EF07MA04).

Ainda nessa Unidade Temática, são apresentadas as operações potenciação e radiciação com números naturais, conhecimentos que se articulam com aqueles a serem desenvolvidos no ano seguinte com relação aos números inteiros.

A Unidade Temática **Álgebra** articula-se com a Unidade Temática **Números** na seção *Diversificando*, na qual se aplica a propriedade aditiva da igualdade, considerando o cenário das aprendizagens do 5º ano (EF05MA10).

A Unidade Temática **Geometria** é abordada na construção de algoritmo para resolver situações passo a passo, o que ocorre na seção *Para saber mais*, ao apresentar o procedimento da multiplicação hindu.

Interpretar gráficos de colunas e de barras e a abordagem proposta neste capítulo para a Unidade Temática **Probabilidade e estatística** contribuem para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA31) e (EF06MA32). Cabe observar que tais conhecimentos foram tratados no 5º ano (EF05MA24), sendo agora ampliados e aprofundados na perspectiva de preparar os estudantes para, no ano seguinte, utilizarem gráficos para comunicar informações obtidas na realização de pesquisa (EF07MA36). A atividade proposta para que os estudantes realizem uma pesquisa contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA33).

Comentários e resoluções

Apresentaremos a seguir as resoluções de alguns exercícios e atividades propostos neste capítulo. As resoluções que não constam nesta parte específica estão nas *Orientações didáticas* que acompanham as reproduções das páginas do livro do estudante.

Exercícios propostos

1. A capacidade é dada pela adição do seu conteúdo com o que ainda se pode colocar até ficar cheia:
35 750 + 12 250 = 48 000. Na piscina cabem 48 000 litros.

2. Os maiores números naturais menores que 3 e 5 são, respectivamente, 2 e 4, e como 2 + 4 = 6, encontramos o exemplo pedido.

3. A população do estado fora da capital é de 6 052 794, e a população da capital é de 1 115 932; portanto, a população total do estado é de 7 168 726, pois 6 052 794 + 1 115 932 = = 7 168 726.

4. Pela ilustração, observamos as seguintes distâncias (em quilômetro): A até B: 90; B até C: 153; C até D: 121; D até E: 239; E até A: 117, então:

4. a) 90 + 153 + 121 = 364; portanto, 364 km.

4. b) 117 + 239 = 356; portanto, 356 km.

4. c) 364 + 121 = 485; portanto, 485 km.

4. d) 153 + 121 + 239 = 513; portanto, 513 km.

5. O menor número natural maior do que 3 é o 4. Como 4 + 4 = 8 e 8 > 7, não é possível.

6. Ela pega o ônibus às 7 h 10 min, demora 25 minutos no transporte e 11 minutos a pé, chegando à escola 7 h 46 min (10 + 25 + 11 = 46).

7. Do texto: "Na primeira, o público pagante foi de 54 321 pessoas, e o público não pagante foi de 3 895 pessoas. Na segunda partida, a quantidade de pessoas aumentou: os pagantes foram 63 247 pessoas, e os não pagantes, 5 894 pessoas".

7. a) Desse modo, na primeira partida compareceram 58 216 torcedores (54 321 + 3 895 = 58 216) e, na segunda, 69 141 espectadores (63 247 + 5 894 = 69 141).

7. b) O total de pessoas que assistiram aos jogos é de 127 357 (69 141 + 58 216 = 127 357).

8. Todos os números com algarismos 2, 5 e 7 distintos são: 257, 275, 527, 572, 725, 752, e sua soma é 3 108.

12. As propriedades mencionadas indicam que a ordem das parcelas não altera a soma (propriedade comutativa) e que podemos associar as parcelas de modos diferentes sem alterar a soma (propriedade associativa). Nos casos a seguir, a ideia é associar valores mais facilmente calculáveis, como os pares 5 + 5 = 6 + 4 = 7 + 3 = 10.

12. a) 73 + (15 + 5) = 73 + 20 = 93

12. b) 20 + (13 + 7) = 20 + 20 = 40

12. c) (18 + 12) + 61 = 30 + 61 = 91

12. d) 28 + 12 + 17 = (28 + 12) + 17 = 40 + 17 = 57

12. e) (15 + 5) + 9 = 20 + 9 = 29

12. f) (43 + 27) + 51 = 70 + 51 = 121

13. Mônica decompõe os números e depois os reagrupa para adicioná-los; observe:

13. a) (70 + 3) + (10 + 5) + 5 = (70 + 10) + (3 + 5 + 5) = = 80 + 13 = 93

13. b) 20 + (10 + 3) + 7 = (20 + 10) + (3 + 7) = 30 + 10 = 40

13. c) (10 + 8) + (10 + 2) + (60 + 1) =
= (10 + 10 + 60) + (8 + 2 + 1) = 80 + 11 = 91

13. d) (20 + 8) + (10 + 7) + (10 + 2) =
= (20 + 10 + 10) + (8 + 7 + 2) = 40 + 17 = 57

13. e) (10 + 5) + 5 + 9 = 10 + (5 + 5 + 9) = 10 + 19 = 29

13. f) (40 + 3) + (50 + 1) + (20 + 7) =
= (40 + 50 + 20) + (3 + 1 + 7) = 110 + 11 =
= (100 + 10) + (10 + 1) = 100 + (10 + 10) + 1 = 121

14. Dados têm valores de 1 a 6, por isso as opções com soma 9 são duas: 3 e 6, 4 e 5.

15. a) No início da viagem, o hodômetro marcava 18 540 km; depois de percorrer 1 837 km na viagem, passará a marcar 20 377 km (18 540 + 1 837 = 20 377).

15. b) Após percorrer 1 400 km, passará a marcar 21 777 km (20 377 + 1 400 = 21 777).

17. Cristina saiu de casa com 57 reais ($5 \times 10 + 3 \times 1 + 2 \times 2 = 50 + 3 + 4 = 57$).

17. a) Ao todo, Cristina tem 57 reais ($5 \times 10 + 3 \times 1 + 2 \times 2 =$ $= 57$). Pagando 35 reais no almoço, sobram 22 reais ($57 - 35 = 22$).

17. b) Ela precisa pagar exatamente 35 reais para não receber troco; pode fazer isso das seguintes maneiras: usando 3 cédulas de 10 reais, 1 cédula de 2 reais e 3 moedas de 1 real ou 3 cédulas de 10 reais, 2 cédulas de 2 reais e 1 moeda de 1 real.

18. Usando a calculadora, obtém-se 67 185 – 31 846 = 35 339; para conferir usando a operação inversa, deve-se efetuar 35 339 + 31 846 e observar que será igual a 67 185.

19. A adição correspondente é a operação inversa:

19. a) 5 812 – 4 815 = 997 ⇒ 997 + 4 815 = 5 812

19. b) 72 368 – 25 586 = 46 782 ⇒ 46 782 + 25 586 = 72 368

20. 416 + 209 = 625, e duas subtrações que se pode associar são as operações inversas, ou seja, 625 – 209 = = 416 e 625 – 416 = 209.

21. Podemos observar os valores na tabela, sempre em milhões.

- Ásia: em 2005, 554; em 2020, 418.
  A diferença é de 136 milhões (554 – 418 = 136) a menos.
- América Latina e Caribe: em 2005, 52; em 2020, 60.
  A diferença é de 8 milhões (60 – 52 = 8) a mais.

22. Não é possível efetuar a subtração nos números naturais se o minuendo for menor que o subtraendo. Assim:

22. a) 206 – 48 = 158

22. b) São valores iguais:
116 – 116 = 0

22. c) Impossível, pois $54 < 75$.

22. d) São valores iguais:
91 – 91 = 0

22. e) Impossível, pois $13 < 23$.

22. f) 67 – 49 = 18

23. Só é possível quando o minuendo for maior ou igual ao subtraendo.

24. Não podemos dizer isso. Observando o exemplo $10 - 5 \neq 5 - 10$ fica evidente que a subtração não é comutativa, pois a ordem da operação importa no resultado (e na possibilidade de efetuar a operação).

25. Resposta pessoal. Existem outras maneiras de fazer o cálculo proposto, por exemplo:
$173 + 27 = (170 + 3) + (20 + 7) = (170 + 20) + (3 + 7) =$
$= 190 + 10 = 200$

26. Temos uma subtração desconhecida $\blacktriangle - \blacksquare = 26$

- Aumentar em 10 o subtraendo: $\blacktriangle - (\blacksquare + 10) = 26 - 10 = 16$
- Aumentar em 4 o minuendo: $(\blacktriangle + 4) - \blacksquare = 26 + 4 = 30$
- Aumentar ambos em 9 unidades: $(\blacktriangle + 9) - (\blacksquare + 9) =$ $= 26 + 9 - 9 = 26$, não altera o resultado.

27. Deseja-se obter a diferença entre as quantidades de medalha, então a operação a ser efetuada é a subtração 30 – 20.

28. a) Do texto, "ao fazer uma jarra de limonada, coloquei 100 gramas de açúcar. Depois, coloquei mais 50 gramas. Experimentei e não estava boa. Resolvi acrescentar 250 gramas de açúcar". Portanto, a quantidade total de açúcar é de 400 g (100 + 50 + 250 = 400).

28. b) Do texto, "o último acréscimo de açúcar deveria ter sido de apenas 150 gramas". Como o acréscimo havia sido de 250 g, a quantidade a mais é de 100 g (250 – 150 = 100).

29. As operações são chamadas inversas quando indicam o processo contrário da operação de referência.

29. a) $\blacksquare - 12 = 20 \Rightarrow \blacksquare = 20 + 12 = 32$

29. b) $\blacksquare + 36 = 75 \Rightarrow \blacksquare = 75 - 36 = 39$

29. c) $\blacksquare - 15 = 25 \Rightarrow \blacksquare = 25 + 15 = 40$

29. d) $\blacksquare + 98 = 231 \Rightarrow \blacksquare = 231 - 98 = 133$

30. Posso utilizar a operação inversa para resolver, sabendo que o menor número de um algarismo é 1 e o maior é 9, o máximo e o mínimo valores para encontrar $\blacksquare$ são:

30. a) $100 - \blacksquare = 1 \Rightarrow \blacksquare = 100 - 1 = 99$ e $100 - \blacksquare = 9 \Rightarrow$
$\Rightarrow \blacksquare = 100 - 9 = 91$
Então, $\blacksquare$ pode ser 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98 e 99.

30. b) $108 - \blacksquare = 1 \Rightarrow \blacksquare = 108 - 1 = 107$ e $108 - \blacksquare = 9 \Rightarrow$
$\Rightarrow \blacksquare = 108 - 9 = 99$
Como $\blacksquare$ é um número de dois algarismos, pode ser 99.

30. c) $109 - \blacksquare = 1 \Rightarrow \blacksquare = 109 - 1 = 108$ e $109 - \blacksquare = 9 \Rightarrow$
$\Rightarrow \blacksquare = 109 - 9 = 100$
Como $\blacksquare$ é um número de dois algarismos, não há opção possível.

31. Resposta pessoal; elaboração de problema.

33. Como 2 + 8 = 10 e 5 + 5 = 10, pode ser mais fácil operar agrupando números cuja soma forme dezenas inteiras.
12 + 25 + 18 + 15 = 37 + 18 + 15 = 55 + 15 = 70
(12 + 18) + (25 + 15) = 30 + 40 = 70

34. A adição mental pode ser facilitada agrupando as ordens e procurando formar dezenas inteiras.

34. a) 11 + 37 + 9 = (11 + 9) + 37 = 20 + 37 = 57

34. b) (20 + 10) + (70 + 6) = (30 + 70) + 6 = 100 + 6 = 106

34. c) 54 + (20 + 3) + 7 = (54 + 20) + (3 + 7) = 74 + 10 = 84

34. d) $(40 + 3) + 21 + 7 + (50 + 6) + 4 =$
$= 40 + (3 + 7) + 50 + (6 + 4) + 21 =$
$= 40 + 10 + 50 + 10 + 21 = 100 + 31 = 131$

40. Nessa situação, receber um *e-mail* significa adicionar 1 à caixa de entrada, e apagar um *e-mail* significa subtrair 1.

40. a) Do texto, "acumulou 650 mensagens em um mês e deletou 288 delas. No mês seguinte, ele recebeu 740 novas mensagens e apagou 1000 mensagens". Então a expressão será:
$650 - 288 + 740 - 1\,000$

40. b) Resolvendo a expressão do **item a**:
$650 - 288 + 740 - 1\,000 = 362 + 740 - 1\,000 =$
$= 1\,102 - 1\,000 = 102$
Portanto, 102 mensagens.

41. Nessa situação, subir indica adição e descer indica subtração na formulação da expressão.

41. a) Do texto, "depois de subir 455 metros de uma montanha, subiu mais 325 metros, porém escorregou e desceu 18 metros. Depois, ele tornou a subir 406 metros.". Então a expressão será:
$455 + 325 - 18 + 406$

41. b) Resolvendo a expressão:
$455 + 325 - 18 + 406 = 780 - 18 + 406 =$
$= 762 + 406 = 1\,168$

41. c) A alpinista está a 1168 m da base da montanha.

42. Resposta pessoal.

43. a) A multiplicação nos permite descobrir o valor total de organizações retangulares, como é o caso da plantação de abacaxis enfileirados, efetuando $118 \cdot 84$.

43. b) Os números 118 e 84 são os fatores. O resultado se chama produto.

43. c) $118 \cdot 84 = 9\,912$; logo, 9912 pés de abacaxi.

44. Nesse caso, a multiplicação é a adição de parcelas iguais.

44. a) 4 parcelas 5 são equivalentes a $4 \cdot 5$.

44. b) 5 parcelas 2 são equivalentes a $5 \cdot 2$.

44. c) 3 parcelas 7 são equivalentes a $3 \cdot 7$.

44. d) 2 parcelas a são equivalentes a $2 \cdot a$.

45. A figura é formada por um retângulo de 4 por 7 quadradinhos.

45. a) Será a soma das 4 linhas de quadradinhos:
$7 + 7 + 7 + 7$

45. b) Será a soma das 7 colunas de quadradinhos:
$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$

45. c) A multiplicação equivalente ao **item a** é $4 \cdot 7$ e ao **item b** é $7 \cdot 4$.

46. Larissa mora no 13º andar e está vindo do 4º andar, então precisa subir 9 lances de escada $(13 - 4 = 9)$, cada um com 18 degraus; portanto, são 162 degraus $(9 \cdot 18 = 162)$.

47. Se qualquer um dos dois fatores de uma multiplicação for zero, o resultado (produto) também será zero.

48. Para efetuar uma multiplicação em que um dos fatores é potência de 10, pois basta acrescentar os "zeros" da potência em um dos outros fatores.

48. a) $5 \cdot 10 = 50$

48. b) $32 \cdot 100 = 3\,200$

48. c) $74 \cdot 1\,000 = 74\,000$

48. d) $42 \cdot 10\,000 = 420\,000$

49. a) $25 \cdot 2 = 50$

49. b) $25 \cdot 200 = 5\,000$

49. c) $5 \cdot 60 = 300$

49. d) $5 \cdot 600 = 3\,000$

49. e) $8 \cdot 9 = 72$

49. f) $80 \cdot 90 = 7\,200$

55. Um dado tem 6 opções de resultado, e uma moeda tem 2 opções; por isso, o total de modos possíveis será de 12, pois $6 \cdot 2 = 12$.

56. Para a primeira faixa há 3 opções de cores. Tendo escolhido uma, para a segunda faixa haverá 2 opções de cores e, escolhendo uma para essa faixa, para a terceira restará 1 opção de cor. Assim, o total de maneiras possíveis é 6, pois $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

RENAN ORACIC/ ARQUIVO DA EDITORA

57. Tendo 3 pares de tênis e 5 pares de meias, tenho 15 opções $(3 \cdot 5 = 15)$.

58. Primeira parte do trajeto tem 2 opções (trem e ônibus) e a segunda parte tem 3 opções (metrô, carona, ônibus), totalizando 6 opções $(2 \cdot 3 = 6)$ de trajetos de ida e a mesma quantidade e opções para a volta. As opções são: trem-metrô, trem-carona, trem-ônibus, ônibus-metrô, ônibus-carona, ônibus-ônibus.

59. a) Nesse restaurante, há 3 tipos de sanduíche, 2 tipos de suco e 2 tipos de sobremesa, totalizando 12 opções de refeição $(3 \cdot 2 \cdot 2 = 12)$.

59. b) Identificando as opções mais baratas em cada categoria, obtemos: cachorro-quente (R$ 5,00), suco de limão (R$ 5,00) e sorvete (R$ 5,00).

60. Cada moeda tem as faces cara e coroa, obtidas sem dependência entre si, de modo que as opções ao lançar duas moedas são: cara e cara, cara e coroa, coroa e cara, coroa e coroa.

61. Resposta pessoal; elaboração e resolução de problemas.

62. O modo mais fácil de resolução depende das habilidades individuais; uma opção seria:

62. a) $36 \cdot (25 \cdot 4) = 36 \cdot 100 = 3\,600$

62. b) $5 \cdot 45 \cdot 2 = (5 \cdot 2) \cdot 45 = 10 \cdot 45 = 450$

62. c) $9 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5 = 9 \cdot 4 \cdot (2 \cdot 5) = 36 \cdot 10 = 360$

63. As propriedades da multiplicação são a comutatividade (a ordem dos fatores não altera o produto), a associatividade (podemos associar os fatores de modos diferentes sem alterar o produto) e a existência do elemento neutro (o número 1 é o elemento neutro da multiplicação); dessa maneira:

63. a) $2 \cdot 17 \cdot 5 = (2 \cdot 5) \cdot 17 = 10 \cdot 17 = 170$

63. b) $2 \cdot 15 \cdot 36 = (2 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 36) = 10 \cdot 108 = 1\,080$

63. c) $18 \cdot 5 \cdot 4 = (18 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 2) = 36 \cdot 10 = 360$

63. d) $2 \cdot 38 \cdot 5 = 38 \cdot (2 \cdot 5) = 38 \cdot 10 = 380$

63. e) $25 \cdot 137 \cdot 4 = (25 \cdot 4) \cdot 137 = 100 \cdot 137 = 13\,700$

63. f) $12 \cdot 0 \cdot 1 = 0$

63. g) $14 \cdot 20 \cdot 10 = (14 \cdot 2) \cdot (10 \cdot 10) = 28 \cdot 100 = 2\,800$

63. h) $12 \cdot 1 \cdot 10 = 12 \cdot 10 = 120$

63. i) $8 \cdot 21 \cdot 5 = (4 \cdot 2) \cdot (7 \cdot 3) \cdot 5 =$
$= (4 \cdot 3 \cdot 7) \cdot (2 \cdot 5) = 12 \cdot 7 \cdot 10 = 84 \cdot 10 = 840$

63. j) $75 \cdot 1 \cdot 4 = (25 \cdot 3) \cdot 4 = (25 \cdot 4) \cdot 3 = 100 \cdot 3 = 300$

64. A primeira impressora faz 12 cópias por minuto, a segunda imprime o triplo, ou seja, 36 cópias/minuto ($12 \cdot 3 = 36$) e, portanto, 540 cópias em 15 minutos ($36 \cdot 15 = 540$).

65. As roupas vendidas na loja foram as seguintes: em outubro, 84; em novembro, 168, pois $84 \cdot 2 = 168$; em dezembro, 504, pois $168 \cdot 3 = 504$. Portanto, no total do trimestre foram 756 peças de roupa ($84 + 168 + 504 =$ $= 756$).

70. Analisando cada caso:

70. a) verdadeira; como 1 é o elemento neutro da multiplicação, $6 \cdot 1 = 6$.

70. b) verdadeira; pela propriedade comutativa, a ordem dos fatores não altera o resultado da multiplicação.

70. c) verdadeira; pela propriedade distributiva, $6 \cdot (7 + 4)$ é equivalente a $6 \cdot 4 + 6 \cdot 7$.

70. d) falsa; pela propriedade distributiva, $10 \cdot (x + 1) =$ $= 10 \cdot x + 10 \cdot 1 \neq 10 \cdot x$.

70. e) falsa; qualquer multiplicação em que zero seja um dos fatores resulta em zero, $5 \cdot 0 = 0$.

71. A decomposição de um dos fatores em suas ordens e a propriedade distributiva são necessárias nessa resolução.

71. a) $5 \cdot 15 = 5 \cdot (10 + 5) = 5 \cdot 10 + 5 \cdot 5 = 50 + 25 = 75$

71. b) $7 \cdot 42 = 7 \cdot (40 + 2) = 7 \cdot 40 + 7 \cdot 2 = 280 + 14 = 294$

71. c) $3 \cdot 25 = 3 \cdot (20 + 5) = 3 \cdot 20 + 3 \cdot 5 = 60 + 15 = 75$

71. d) $4 \cdot 13 = 4 \cdot (10 + 3) = 4 \cdot 10 + 4 \cdot 3 = 40 + 12 = 52$

71. e) $7 \cdot 93 = 7 \cdot (90 + 3) = 7 \cdot 90 + 7 \cdot 3 = 630 + 21 = 651$

71. f) $6 \cdot 58 = 6 \cdot (50 + 8) = 6 \cdot 50 + 6 \cdot 8 = 300 + 40 = 348$

72. Resposta pessoal; elaboração e resolução de problemas.

73. Nessa elaboração, ao substituir os números por adições ou subtrações, estas precisam estar entre parênteses para que a resolução seja corretamente efetuada pelo colega.

85. Analisando as informações do enunciado, utilizando a propriedade, pode-se escrever:
dividendo = quociente · divisor + resto
Então:
- $42 = 7 \cdot 6 + 0$
- $(42 + 1) = 7 \cdot 6 + 1$

O divisor é 6, e sabe-se que o resto de uma divisão entre dois números naturais sempre é menor que o divisor; portanto, o resto máximo será 5. Então, o valor máximo adicionado ao 42 é 5, pois: $(42 + 5) = 7 \cdot 6 + 5$

86. Como o divisor é 32, o maior resto possível será 31, pois $32 - 1 = 31$. Como:
dividendo = quociente · divisor + resto, concluímos que 703 é o número procurado, pois $21 \cdot 32 + 31 = 703$.

87. O resto 8 é o maior possível; portanto, o divisor será 9, pois $8 + 1 = 9$ e, assim, o quociente também é 9. Como dividendo = quociente · divisor + resto, $9 \cdot 9 + 8 = 89$.

88. Sem utilizar a tecla de divisão, pode-se efetuar a divisão com uma série de subtrações em que, inicialmente, o minuendo é o dividendo e o subtraendo é o divisor, que é então subtraído do resultado da operação anterior até não ser mais possível obter um número natural. Então, o quociente será a quantidade de subtrações efetuadas (a quantidade de vezes que apertou a tecla "igual"), e o resto será o último resultado parcial (que deve ser menor do que o divisor). Em uma sequência de operações iguais na calculadora, é possível apenas apertar a tecla "igual" para que se repita a última operação efetuada com o número que aparece no visor. Assim:

Teclas necessárias	Sequência de resultados parciais	Resultado da divisão
4 3 − 1 2 = = =	31; 19; 7	Quociente 3; resto 7
2 7 0 − 4 9 = = = = =	221; 172; 123; 74; 25	Quociente 5; resto 25
7 2 0 − 9 4 = = = = = = =	626; 532; 438; 344; 250; 156; 62	Quociente 7; resto 62
1 6 1 − 2 3 = = = = = = =	138; 115; 92; 69; 46; 23; 0	Quociente 7; resto 0

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

93. Considerando a hierarquia das operações, efetuam-se primeiro multiplicações e divisões, e depois adições e subtrações, sempre na ordem em que aparecem. Quando há sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves), resolvemos primeiro as operações neles contidas. Dessa maneira, obtemos:

93. a) $21 - (32 - 25) = 21 - 7 = 14$

93. b) $44 - (4 \cdot 9 - 25) - 12 = 44 - (36 - 25) - 12 =$
$= 44 - 11 - 12 = 33 - 12 = 21$

93. c) $61 - (54 - 24 : 4) = 61 - (54 - 6) = 61 - 48 = 13$

93. d) $25 - \{20 + [18 - (13 + 10 : 2)]\} =$
$= 25 - \{20 + [18 - (13 + 5)]\} = 25 - \{20 + [18 - 18]\} =$
$= 25 - \{20 + 0\} = 25 - 20 = 5$

93. e) $69 - [26 + (67 - 42)] = 69 - [26 + 25] = 69 - 51 = 18$

93. f) $4 + [(55 - 2 \cdot 9) - (40 : 2 + 6)] =$
$= 4 + [(55 - 18) - (20 + 6)] =$
$= 4 + [37 - 26] = 4 + 11 = 15$
Associando os valores 14, 21, 13, 5, 18, 15 às letras do quadro N, U, M, E, R, O, forma-se a palavra **número**.

96. Substituindo os valores solicitados, por exemplo, $36 = 6 \cdot 6$ e $15 = 12 + 3$ na expressão:
$2 \cdot 3 + 36 : 6 + 3 \cdot (15 - 13)$, obtemos:
$2 \cdot 3 + (6 \cdot 6) : 6 + 3 \cdot [(12 + 3) - 13]$
Resolvendo a expressão, obtemos:
$2 \cdot 3 + (6 \cdot 6) : 6 + 3 \cdot [(12 + 3) - 13] =$
$= 2 \cdot 3 + 36 : 6 + 3 \cdot [15 - 13] =$
$= 2 \cdot 3 + 36 : 6 + 3 \cdot 2 = 6 + 6 + 6 = 18$
18 é o número de Ana.

97. A potenciação é uma multiplicação de fatores iguais, em que a base é o fator que se repete, e o expoente é o número de vezes que ele se repete.

97. a) 2 repetições do 3 → 3^2

97. b) 3 repetições do 7 → 7^3

97. c) 4 repetições do 9 → 9^4

97. d) 6 repetições do 1 → 1^6

98. Análogo ao exercício anterior:

98. a) 10^3 são 3 fatores 10 → $10 \cdot 10 \cdot 10$

98. b) 9^2 são 2 fatores 9 → $9 \cdot 9$

98. c) 8^4 são 4 fatores 8 → $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$

98. d) 6^5 são 5 fatores 6 → $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$

99. As potências de expoente 2 (ao quadrado) e as de expoente 3 (ao cubo) recebem nomes especiais. As potências com expoentes de outros valores são lidas com o número ordinal: quarta potência, quinta potência etc. Dessa maneira:

99. a) quatro elevado à oitava potência.

99. b) treze elevado ao cubo.

99. c) duzentos e vinte elevado à sétima potência.

100. A potenciação é uma multiplicação de fatores iguais, em que a base é o fator que se repete, e o expoente é o número de vezes que ele se repete. Assim:

100. a) $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \cdot 5 = 125$

100. b) $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

100. c) $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 9 \cdot 3 = 81 \cdot 3 = 243$

100. d) $4^5 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 16 \cdot 16 \cdot 4 = 16 \cdot 64 = 1\,024$

100. e) $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$

100. f) $10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$
$= 100 \cdot 100 \cdot 100 = 10\,000 \cdot 100 = 1\,000\,000$

101. É possível identificar que a sequência 3, 9, 27, 81 é 3^1, 3^2, 3^3, 3^4; portanto, o sexto termo da sequência seria $3^6 = 729$.

102. Há sete caixas, cada caixa com sete compartimentos, e cada compartimento com sete embalagens. Então há 343 embalagens de ração, pois: $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$

107. São quadrados perfeitos $100 = 10^2$, $400 = 20^2$ e $900 = 30^2$.

108. Os números são: 169, 196, 619, 691, 916 e 961; desses, são quadrados perfeitos: $169 = 13^2$, $196 = 14^2$ e $961 = 31^2$.

109. Testar com o número 7. Seu quadrado é $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$ e o sucessor é $7 + 1 = 8$. Adicionando $49 + 7 + 8 = 64$. Como $64 = 8^2$, é quadrado perfeito. É quadrado do sucessor do número escolhido.

110. A operação inversa da potenciação é a radiciação, que tem seu símbolo específico. Abaixo do símbolo de raiz está o radicando, e acima do símbolo está o índice, que indica qual é a raiz naquele caso (quadrada, cúbica, quarta etc.). Raiz é o resultado da operação. Dessa maneira, em $\sqrt{64} = 8$ concluímos que:

110. a) O radicando é 64.

110. b) A raiz é 8.

110. c) O índice é 2 (na indicação da raiz quadrada, não é preciso escrever o índice 2).

111. O que justifica a igualdade na operação de raiz é a igualdade de potência inversa a ela; dessa maneira:

111. a) $\sqrt{100} = 10 \Leftrightarrow 10^2 = 100$

111. b) $\sqrt[3]{343} = 7 \Leftrightarrow 7^3 = 343$

111. c) $\sqrt[5]{32} = 2 \Leftrightarrow 2^5 = 32$

111. d) $\sqrt[4]{1} = 1 \Leftrightarrow 1^4 = 1$

112. a) Como $7^2 = 49 \Rightarrow \sqrt{49} = 7$

112. b) Como $9^2 = 81 \Rightarrow \sqrt{81} = 9$

112. c) Como $11^2 = 121 \Rightarrow \sqrt{121} = 11$

112. d) Como $15^2 = 225 \Rightarrow \sqrt{225} = 15$

113. Substituir o valor de a em cada expressão e calcular.

113. a) $a = 9 \Rightarrow 2 \cdot a = 2 \cdot 9 = 18$; $a^2 = 9^2 = 81$; $\sqrt{9} = 3$

113. b) $a = 25 \Rightarrow 2 \cdot a = 2 \cdot 25 = 50$; $a^2 = 25^2 = 625$; $\sqrt{25} = 5$

113. c) $a = 36 \Rightarrow 2 \cdot a = 2 \cdot 36 = 72$; $a^2 = 36^2 = 1\,296$; $\sqrt{36} = 6$

113. d) $a = 100 \Rightarrow 2 \cdot a = 2 \cdot 100 = 200$;
$a^2 = 100^2 = 10\,000$; $\sqrt{100} = 10$

114. a) $3^2 + 4^2 = 25$; $\sqrt{25} = 5$.

114. b) $6^2 + 8^2 = 100$; $\sqrt{100} = 10$.

114. c) $9^2 + 12^2 = 225$; $\sqrt{225} = 15$.

114. d) $12^2 + 16^2 = 400$; $\sqrt{400} = 20$.

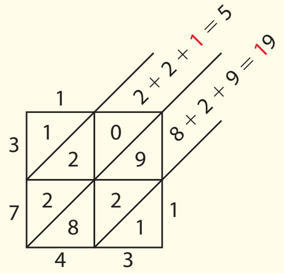
114. e) $5^2 + 12^2 = 169$; $\sqrt{169} = 13$.

114. f) $10^2 + 24^2 = 676$; $\sqrt{169} = 26$.

Para saber mais

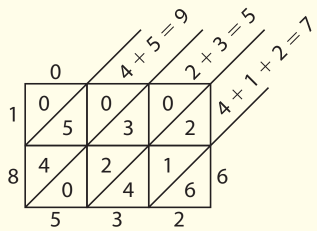
Página 49

1. a)



$37 \cdot 43 = 1\,591$

1. b)



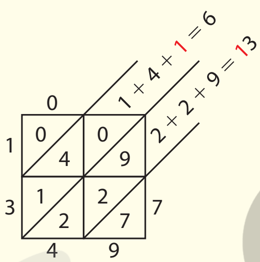
$18 \cdot 532 = 9\,576$

ILUSTRAÇÕES: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

2. Escolhendo como exemplo $49 \cdot 13$, é possível efetuar das seguintes maneiras:

$$\begin{array}{r} \cancel{2}49 \\ \times\ \ 13 \\ \hline \cancel{1}147 \\ +\ 490 \\ \hline 637 \end{array}$$

Método tradicional



Método hindu

As duas maneiras de operar têm suas vantagens, podendo ser qualquer uma das duas considerada mais fácil.

Pense mais um pouco

Página 53

1. Escolhendo números de dois algarismos (números quaisquer): 19, 48, 75. Multiplicando por 101, obtemos: $19 \cdot 101 = 1\,919$; $48 \cdot 101 = 4\,848$; $75 \cdot 101 = 7\,575$. Pode-se observar um padrão nas respostas, de repetição dos algarismos dos números escolhidos. Por isso:
1. a) $98 \cdot 101 = 9\,898$
1. b) $89 \cdot 101 = 8\,989$
2. Escolhendo números de três algarismos (números quaisquer): 197, 458, 765. Multiplicando por 1 001, obtemos:
   $197 \cdot 1\,001 = 197\,197$
   $458 \cdot 1\,001 = 458\,458$
   $765 \cdot 1\,001 = 765\,765$
   Pode-se observar um padrão nas respostas, de repetição dos algarismos dos números escolhidos. Por isso:
2. a) $356 \cdot 1\,001 = 356\,356$
2. b) $499 \cdot 1\,001 = 499\,499$
3. Usando as constatações feitas nos itens anteriores, é possível generalizar os resultados.
   O valor da multiplicação dos números de dois algarismos por 101 tem sempre uma repetição desses algarismos nas suas ordens 3 e 4, sendo possível concluir $ab \cdot 101 = abab$.
   O valor da multiplicação dos números de três algarismos por 1 001 tem sempre uma repetição desses algarismos nas suas ordens 4, 5 e 6 (2ª classe, dos milhares), sendo possível concluir $abc \cdot 1\,001 = abcabc$.

Exercícios complementares

1. Arredondando para a dezena mais próxima:
1. a) $20 + 40 + 20 = 80$
1. b) $30 + 40 + 80 = 150$
1. c) $50 + 40 - 20 + 20 = 90$
1. d) $40 + 90 - 60 - 50 = 20$
1. e) $60 - 20 + 100 - 30 = 110$
2. Para elaborar a expressão que resolve esse problema, observe que uma compra significa subtração no saldo, e o pagamento de valores significa adição; dessa maneira: $50 - 37 + 2 = 15$
   Logo, 15 reais.
3. A população total do estado é de 4 063 614 habitantes, dos quais 1 933 350 não moram na capital; então, a população da capital é de 2 130 264 habitantes ($4\,063\,614 - 1\,933\,350 = 2\,130\,264$).
4. Para descobrir a idade no fim de 2027, é necessário descobrir quantos anos faltam até lá, efetuando uma subtração 2027 – [ano], e adicionar essa diferença na idade que a pessoa terá no fim do ano atual. Para saber em qual ano terá 33 anos, basta adicionar 33 ao seu ano de nascimento.
5. Há dois números, de modo que $a - b = 53$; observar, por exemplo:
   $100 - 47 = 53 \Rightarrow (100 + 1) - (47 + 1) = 101 - 48 = 53$
   Testando alguns pares de valores, é possível concluir que a diferença entre os sucessores é a mesma diferença entre os números. Nos outros volumes desta coleção será abordada a linguagem algébrica, ferramenta com a qual será possível justificar que a diferença entre os sucessores quaisquer é:
   $(a + 1) - (b + 1) = a - b$
8. Observando o gráfico, concluímos:
8. a) O ano com mais matrículas é o com a barra mais alta, 2014.
8. b) Em 2015 havia 1 916 112 matrículas, e em 2016 foram 1 859 004, uma diminuição de 57 108, pois $1\,916\,112 - 1\,859\,004 = 57\,108$.
8. c) Arredondando os valores para a unidade de milhar mais próxima, em 2015 havia 1 916 000 e em 2016, 1 859 000, uma diferença de 57 000, pois $1\,916\,000 - 1\,859\,000 = 57\,000$.

9. O número natural é 21, pois $9 + (21 - 15) \cdot 2 =$ $= 9 + 6 \cdot 2 = 9 + 12 = 21$, e seu sucessor é 22, pois $21 + 1 = 22$.

11. As informações do enunciado são: preço à vista 1 590 reais, entrada 580 reais, parcela 360 reais, quantidade de parcelas 3. Portanto, o valor total do pagamento parcelado foi de 1 660, pois $580 + 360 \cdot 3 = 580 + 1080 =$ $= 1660$. Dessa maneira, a diferença entre os preços é de 70 reais, pois $1660 - 1590 = 70$.

12. Entre 200 e 500, os quadrados perfeitos são 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441 e 484, pois:
$15^2 = 225$
$16^2 = 256$
$17^2 = 289$
$18^2 = 324$
$19^2 = 361$
$20^2 = 400$
$21^2 = 441$
$22^2 = 484$

Verificando

1. Arredondando para a centena mais próxima,
$1758 + 2439 \Rightarrow 1800 + 2400 = 4200$
Alternativa **d**.

2. Reorganizando os valores do 1º termo da igualdade, obtemos: $1400 + 553 + 37 = 1400 + (550 + 3) + 37 =$ $= 1400 + 550 + 40 = 1400 + \blacksquare + 40 \Rightarrow \blacksquare = 550$.
Alternativa **c**.

3. Foram colocados 5 337 itens, totalizando 6 473 no estoque; então, a quantidade inicial em estoque era de 1 136, pois $6473 - 5337 = 1136$.
Alternativa **b**.

4. Iniciando a simplificação da expressão, obtemos:
$(980 - 75) + 36 = 905 + 36$.
Alternativa **a**.

5. Um conjunto de 510 latas precisará de 34 caixas, pois $510 : 15 = 34$.
Alternativa **c**.

6. Simplificando a expressão, obtemos: $10 - 10 +$ $+ (10 - 10 + 10) - 10 = 10 - 10 + 10 - 10 = 0$
Alternativa **a**.

7. Escolhendo um sabor de sorvete entre 36 e um sabor de cobertura entre 7, consigo fazer 252 combinações ($36 \cdot 7 =$ $= 252$) e $250 < 252 < 450$.
Alternativa **c**.

8. Como divisão e multiplicação são operações inversas, o número $\blacksquare$ é tal que:
$\blacksquare \cdot 14 = 518 \Rightarrow \blacksquare = 518 : 14 = 37$
Alternativa **d**.

9. Como potência e raiz são operações inversas, o número será 144, pois $\sqrt{144} = 12$ e $12^2 = 144$.
Alternativa **d**.

10. Simplificando a igualdade e usando a propriedade da operação inversa, obtemos:
$(27 + 14) \cdot \blacksquare = 369 \Rightarrow 41 \cdot \blacksquare = 369 \Rightarrow \blacksquare = 369 : 41 = 9$
Alternativa **d**.

11. Encontrar a tal que:
$a^2 + 5 + \sqrt{a} = 23$
Testando os valores das alternativas, obtemos:

11. a) $a = 9 \Rightarrow 9^2 + 5 + \sqrt{9} = 81 + 5 + 3 = 89 \neq 23$

11. b) $a = 8 \Rightarrow 8^2 + 5 + \sqrt{8} = 64 + 5 + \sqrt{8} = 69 + \sqrt{8} \neq 23$

11. c) $a = 4 \Rightarrow 4^2 + 5 + \sqrt{4} = 16 + 5 + 2 = 23$

11. d) $a = 3 \Rightarrow 3^2 + 5 + \sqrt{3} = 9 + 5 + \sqrt{3} = 14 + \sqrt{3} \neq 23$
Alternativa **c**.

Capítulo 3 – Estudando figuras geométricas

Objetivos do capítulo e justificativas

- Distinguir figuras planas de não planas, descrevendo algumas de suas características e estabelecendo relações entre elas.
- Classificar figuras não planas como corpos redondos e poliedros.
- Identificar e quantificar elementos de um poliedro: faces, vértices e arestas.
- Reconhecer prismas e pirâmides como poliedros e identificar suas bases.
- Associar o estudo de Geometria à Arquitetura e à História.
- Interpretar gráficos de barras.
- Explorar ampliação e redução de figuras com o uso de malhas quadriculadas.

Nós vivemos em um mundo tridimensional e, por esse motivo, nosso primeiro contato com a Geometria, ainda nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, acontece na análise de objetos tridimensionais, relacionando-os com representações planas de figuras observadas. Nesse sentido, nos Anos Finais vamos aprofundar esse estudo, verificando as características específicas dos corpos geométricos estudados.

Para classificar corpos geométricos em três dimensões como proposto, faz-se necessário construir uma argumentação plausível que distingua os objetos. Assim, este é um objeto muito próximo da **competência específica 2** de Matemática, privilegiando a capacidade de construir argumentos convincentes para tal distinção.

Definidos os objetos geométricos de estudo e suas características, é importante que os estudantes consigam diferenciar cada elemento para que, no cotidiano, quando identificados, tais elementos possam servir de recursos para resoluções de problemas.

Os poliedros podem ser identificados em situações cotidianas, bem como suas bases, auxiliando os estudantes na resolução de problemas, sejam eles necessariamente matemáticos, sejam de implicação social.

A contextualização da Geometria no campo da História e da Arquitetura proporciona aos estudantes relações que favorecem a compreensão dos elementos geométricos estudados, tornando o estudo mais interessante e significativo para a turma. A *Abertura* do capítulo apresenta o grafismo e o artesanato africano que, passados de geração em geração, preservam a cultura e os conhecimentos historicamente construídos contemplando as **competências gerais 1** e **3** e a **competência específica 1**.

As transformações geométricas fazem parte de estratégias de resolução de problemas pertinentes não só para a área de Matemática, mas onde se fizer necessária a ampliação ou a redução de figuras. Na Geografia, por exemplo, as escalas determinam o grau de ampliação/redução dos mapas a serem estudados. Assim, ao possibilitar o uso de processos e ferramentas matemáticas para modelar e resolver problemas em outras áreas de conhecimento, favorecemos o desenvolvimento da **competência específica 5**.

A seção *Trabalhando a informação*, que explora a evolução do acesso dos lares brasileiros à internet por meio da linguagem textual e gráfica, propicia o desenvolvimento da **competência geral 4**. Já o desenvolvimento das **competências gerais 9** e **10** é favorecido com as diferentes propostas de atividades a serem realizadas em grupos, pois permitem aos estudantes que exercitem diferentes habilidades socioemocionais ao trabalharem com colegas que podem ou não ter dificuldades ou facilidades em relação às atividades propostas.

As diferentes atividades propostas contribuem para o desenvolvimento da **competência específica 6**, assim como as atividades em grupo contribuem para o desenvolvimento da **competência específica 8**.

Habilidades trabalhadas no capítulo

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.

(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.

(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

(EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico.

(EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.

Os conceitos e as atividades relacionados ao estudo de figuras geométricas planas e figuras geométricas não planas são o foco neste capítulo, desenvolvendo a Unidade Temática **Geometria**, envolvendo também os tópicos de características de sólidos e elementos de um poliedro, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA17). Vale ressaltar que atividades relacionadas a figuras geométricas foram desenvolvidas no 5º ano com (EF05MA16) e (EF05MA17), e sua retomada e ampliação pretendem consolidar esse conhecimento. Ainda na Unidade Temática **Geometria**, este capítulo traz, na seção *Diversificando*, a construção de figuras planas semelhantes em situações de ampliação e redução, aprofundando os conhecimentos abordados sobre esse tema no 5º ano com (EF05MA18) e (EF05MA24), contribuindo para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA21) e (EF06MA24). Os conhecimentos desenvolvidos sobre leitura de dados expressos em tabela e gráficos, realizados no capítulo anterior, serão suporte para a articulação com a Unidade Temática **Probabilidade e estatística** neste capítulo, contribuindo para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA31) e (EF06MA32).

Comentários e resoluções

Apresentaremos a seguir as resoluções de alguns exercícios e atividades propostos neste capítulo. As resoluções que não constam nesta parte específica estão nas *Orientações didáticas* que acompanham as reproduções das páginas do livro do estudante.

Trabalhando a informação

Página 79

1. É necessário observar as informações do gráfico: o comprimento da barra e o valor associado a ele a cada ano, considerando a informação do título de que os valores estão “em milhões”.

1. **b)** As diferenças de um ano para o outro, em milhões, são:
i) 2017 a 2018: $47 - 42 = 5$;
ii) 2018 a 2019: $51 - 47 = 4$;
iii) 2019 a 2020: $62 - 51 = 11$. Portanto, a maior diferença ocorre de 2019 a 2020.

1. **c)** Conforme calculamos no **item b**, o crescimento de domicílios foi de 62 milhões – 51 milhões = 11 milhões.

1. **d)** Em 2020 havia 62 milhões de domicílios com acesso à internet; considerando 2,8 moradores por domicílio, podemos estimar o total de pessoas com acesso à internet em $2{,}8 \cdot 62$ milhões = 174 milhões.

2. Uma barra mais comprida e de mesma largura que as demais, pois é o comprimento que determina, no eixo horizontal, o total de número de domicílios com acesso à internet.

Exercícios complementares

7. Para realizar esse exercício, perceba que sempre há o mesmo número de faces laterais e de arestas e vértices da base do sólido. Além disso, um prisma apresenta 2 bases, e uma pirâmide sempre tem apenas 1 base.

7. **a)** As bases do prisma têm 7 vértices cada; portanto, 7 arestas cada, além das 7 arestas unindo as bases, totalizando 21 arestas ($7 + 7 + 7 = 21$). O prisma tem 1 face lateral apoiada em cada aresta da base; portanto, são 7 faces laterais ($7 \cdot 1 = 7$).

7. **b)** Uma pirâmide sempre tem 1 vértice fora da base, e os demais vértices na base; então, havendo 12 vértices, são 12 – 1 = 11 deles na base. Da mesma maneira, essa face tem 11 arestas, 11 faces laterais e 11 lados na figura plana que representa sua base. Além das arestas da base, há outras 11 unindo a base até o vértice fora dela, totalizando 22 arestas no sólido (11 + 11 = 22).

7. **c)** Uma pirâmide de 20 faces tem 1 base e 19 faces laterais (20 – 1 = 19), e, portanto, 19 vértices na base e 20 vértices no total (19 + 1 = 20). O prisma, então, tem os mesmos 20 vértices, sendo 20 : 2 = 10 em cada base. Dessa maneira, o prisma tem 10 faces laterais e as duas bases, totalizando 12 faces (10 + 2 = 12).

8. A base (figura verde) tem 6 lados; portanto, são necessárias 6 faces laterais (figura rosa) para formar a pirâmide de base hexagonal.

9. A base (figura azul) tem 5 lados; portanto, são necessárias 5 faces laterais (figura laranja) e mais uma base para formar o prisma de base pentagonal.

Verificando

5. Um prisma de base triangular tem 9 arestas (3 + 3 + 3 = = 9), 6 vértices (3 + 3 = 6) e 5 faces (3 + 2 = 5).
Alternativa **b**.

6. Uma pirâmide com 5 arestas na base tem 5 vértices na base e 1 fora dela, totalizando 6 vértices (5 + 1 = 6).
Alternativa **b**.

7. A base de um cone é um círculo e sua sombra também pode ter esse formato, mas não o formato de retângulo, pentágono ou hexágono.
Alternativa **c**.

8. O tambor de duas bases iguais pode ser associado a um corpo redondo chamado cilindro.
Alternativa **c**.

Capítulo 4 – Divisibilidade

Objetivos do capítulo e justificativas

- Estabelecer entre os números naturais relações como "ser múltiplo de" e "ser divisor de".
- Explorar sequências numéricas.
- Compreender e aplicar os critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 9 e 10.
- Compreender fluxogramas.
- Reconhecer e distinguir números primos de números compostos.
- Expressar números compostos por meio de sua decomposição de fatores primos.
- Interpretar e resolver problemas que envolvam as ideias de múltiplo e divisor.
- Desenvolver a noção de máximo divisor comum (mdc) e a de mínimo múltiplo comum (mmc).
- Construir gráficos de barras.

Além do processo operatório envolvido, estabelecer relações entre múltiplos e divisores está relacionado ao fato de que a multiplicação e a divisão são operações inversas. Esse é um importante aporte para que, a partir do 7º ano, sejam estabelecidas relações entre as operações ao resolver problemas envolvendo equações.

As sequências numéricas possibilitam o trabalho com cálculo mental para verificação destas e desenvolvem uma agilidade de raciocínio importante na busca de padrões e para a resolução de problemas. Fazendo a ponte entre a Aritmética e a Álgebra, a generalização de elementos de sequências, por meio de expressões algébricas, impõe para o estudante uma crescente habilidade de raciocínio e de uso da lógica, além de favorecer a aquisição da **competência específica 2**. Papel semelhante desempenham a construção com compreensão de algoritmos (entre outros, os critérios de divisibilidade) e de fluxogramas sobre relações matemáticas e destas sobre outras áreas. Esse rol de práticas e de conhecimentos subsidia o desenvolvimento da **competência específica 6** e da **competência geral 4**.

Identificar números primos usando um quadro de números naturais, assim como o trabalho com arredondamentos e o uso de estimativas, possibilitam aos estudantes estabelecer relações entre os números naturais compostos, despertando o espírito de investigação, fortalecendo o cálculo mental e favorecendo a construção de estratégias operatórias com maior agilidade ao resolver problemas, o que é bem próximo da **competência geral 2** e da **competência específica 3**.

As ideias operatórias devem ser exploradas tanto quanto os cálculos aritméticos, visto que a compreensão e a resolução de problemas que envolvam múltiplos e divisores podem ir além das operações inversas multiplicação e divisão, com os seus significados diversos.

O trabalho com frações equivalentes pode se tornar mais produtivo e ágil no uso das operações de adição e de subtração com frações ao calcularmos o mínimo múltiplo comum entre os denominadores das frações presentes na operação. Além disso, existem situações-problema que são resolvidas facilmente quando conceituamos máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum, ampliando o leque de estratégias de resoluções que o estudante carrega consigo ao longo da Educação Básica, como apontado na **competência geral 2**.

Conforme indica a **competência geral 4**, o uso de recursos matemáticos para expressar e sintetizar ideias de diferentes áreas do conhecimento, incluindo a própria Matemática, torna a construção de gráficos de barras um fator importante para a recepção e a transmissão de informações pesquisadas ou apresentadas pela mídia e por outros meios digitais de informação.

Enfim, o empenho para alcançar os objetivos explicitados contribui para que os estudantes desenvolvam diferentes habilidades, como o uso de linguagem simbólica (formal e técnica), a compreensão leitora, a interpretação de informações e o desenvolvimento de um repertório para a resolução de diferentes situações-problema. Desse modo, contribuímos para o desenvolvimento das **competências gerais 2** e **4** e da **competência específica 2**.

O trabalho proposto no exercício 14, da seção *Exercícios propostos*, que utiliza a calculadora como suporte para processo investigativo, contribui para o desenvolvimento da **competência geral 5** e da **competência específica 5**.

As atividades a serem realizadas em grupos permitem aos estudantes exercitar diferentes habilidades socioemocionais ao trabalhar com colegas que podem ou não ter dificuldades ou facilidades em relação às atividades propostas. Dessa maneira, favorece-se o desenvolvimento das **competências gerais 9** e **10** e da **competência específica 8.**

Habilidades trabalhadas no capítulo

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

(EF06MA04) Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).

(EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos "é múltiplo de", "é divisor de", "é fator de", e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.

(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.

(EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico.

(EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.

(EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.

Neste capítulo, articulam-se todos os conhecimentos trabalhados nos capítulos anteriores que dizem respeito a **Números**. Assim, retomam-se atividades que envolvem as operações com números naturais na resolução de problemas, que compreendem as noções de múltiplos, divisores e critérios de divisibilidade. Além desses conteúdos, são abordados números primos, números compostos e decomposição de um número natural em fatores primos. Todos esses conhecimentos articulados constituem subsídios para os estudos sobre a Unidade Temática **Números** a serem desenvolvidos no 7º ano do Ensino Fundamental, dentre os quais destacamos múltiplos e divisores de um número natural (EF07MA01), e contribuem para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA03), (EF06MA05) e (EF06MA06). As Unidades Temáticas **Números** e **Probabilidade e estatística** articulam-se nas atividades apresentadas na seção *Trabalhando a informação*, com o objetivo de reconhecer elementos e interpretar informações expressas em tabelas e em gráficos de barras. Esse trabalho foi iniciado nos capítulos anteriores e é ampliado agora com a construção de gráficos de barras, contribuindo para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA31) e (EF06MA32). Já a proposta de pesquisa da atividade 3 contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA33).

No capítulo apresentamos fluxogramas relacionados aos critérios de divisibilidade, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA04).

Comentários e resoluções

Apresentaremos a seguir as resoluções de alguns exercícios e atividades propostos neste capítulo. As resoluções que não constam nesta parte específica estão nas *Orientações didáticas* que acompanham as reproduções das páginas do livro do estudante.

Exercícios propostos

6. Os múltiplos de um número são os valores resultantes da multiplicação desse número por um número natural. Por exemplo, os múltiplos de 3 são $3 \cdot k$, com k um número natural.

6. d) Os primeiros múltiplos da idade são 0, a própria idade, e a sua multiplicação por 2, 3 e 4.

7. a) Os múltiplos de 9 menores que 50 são 0, 9, 18, 27, 36 e 45. O próximo seria $9 \cdot 6 = 54 > 50$, mas é maior do que o limite estipulado.

7. b) O primeiro múltiplo de 6 maior do que 20 é $6 \cdot 4 = 24$. Em sequência, são múltiplos também os valores 30, 36, 42 e 48. O próximo múltiplo seria $6 \cdot 9 = 54 > 50$, mas já ultrapassa o máximo estipulado.

7. c) Os múltiplos de 14 entre 40 e 90 são 42, 56, 70, 84. O múltiplo anterior ao 42 é $14 \cdot 2 = 28 < 40$, enquanto depois do 84 é o valor $14 \cdot 7 = 98 > 90$.

7. d) Os múltiplos de 10 que estão no intervalo solicitado são 20, 30, 40, pois o intervalo "entre 12 e 50" não inclui os valores das extremidades, como o 50.

7. e) Os múltiplos de 11 entre 66 e 111 são 77, 88, 99 e 110, pois o intervalo não inclui as extremidades.

10. Observando os múltiplos de 8 entre 30 e 40, só há uma opção, $8 \cdot 4 = 32$.

Logo, 32 estudantes.

11. Queremos esse número x de modo que $90 + x$ seja múltiplo de 35, ou seja, algum desses: 0, 35, 70, 105, 140,... Como x deve ser o menor possível, $90 + x = 105 \Rightarrow x = 105 - 90 = 15$.

12. Análogo ao **exercício 11**, como quero $90 - x$ múltiplo de 35, $90 - x = 70 \Rightarrow x = 20$.

13. Seguindo as informações do texto, o cometa passou em 1759, e isso se repete a cada 76 anos; portanto, ele passa nos anos $1759 + 76 = 1835$, $1835 + 76 = 1911$, $1911 + 76 = 1987$, $1987 + 76 = 2063$. Como o século XXI começa no ano 2001, a resposta é ano 2063.

14. É possível encontrar uma sequência de múltiplos de um número de pelo menos dois modos. Usando o número 3 como exemplo: sabendo que os múltiplos são resultados da multiplicação de 3 por diversos números naturais, bastaria efetuar 3 × 1 =, 3 × 2 = etc. para determinar os múltiplos de 3. Entre cada multiplicação, zerar o visor com a tecla AC. Outra maneira, mais rápida, de calcular os múltiplos é por meio da adição sucessiva, ou seja, iniciando com o visor da calculadora zerado, teclar + 3 = para observar o primeiro múltiplo, em sequência para cada = pressionado, a operação vai se repetir e aparecerão no visor múltiplos consecutivos de 3.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

14. a) Resposta possível: 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26 e 28; não; 0, 2, 4, 6 ou 8.

14. b) Justificando para um dos valores, análogo para os outros. Um número natural que termina em 4 (algarismo 4 na unidade e qualquer quantidade de dezenas) pode ser escrito como "a4" $= 10a + 4 = 2 \cdot (5a + 2)$, é múltiplo de 2 para qualquer a. Da mesma maneira é divisível por 2, pois sua divisão é exata. Isso é válido para qualquer número com algarismo par na unidade.

14. c) Resposta possível: 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 e 45; 0 ou 5.

14. d) Um número que termina em 5 e tem uma quantidade qualquer de dezenas é "b5" $= 10b + 5 = 5 \cdot (2b + 1)$, ou seja, é sempre múltiplo de 5, e é divisível pois $[5 \cdot (2b + 1)] : 5$ tem resto zero (e quociente $2b + 1$). Análogo para número terminado em zero, pois $5 \cdot 2b$ é múltiplo e divisível por 5 (com quociente $2b$).

14. e) Resposta possível: 10, 20, 30, 40, 50 e 60; 0.

14. f) Um número natural que termina em 0 é "c0" $= 10 \cdot c$, que é múltiplo de 10 pela definição e também é divisível pois $(10 \cdot c) : 10 = c$ tem resto zero.

15. Respostas pessoais. Verifique se as condições dos problemas elaborados contemplam os conceitos abordados, e, se possível, sugira como poderiam ser enriquecidos.

16. a) Como o 1 é elemento neutro da divisão, qualquer número dividido por 1 é igual ao próprio número, de forma que sempre há resto zero; o 1 é divisor de qualquer número natural.

16. b) Não é possível dividir nenhum número por zero; então, o zero nunca é divisor de um número.

17. a) Divisores de 11: 1, 11.

17. b) Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

17. c) Divisores de 25: 1, 5, 25.

17. d) Divisores de 90: 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 45, 90.

18. Os divisores de 36 são 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36. Os divisores de 42 são 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42. Em comum, eles têm os divisores 1, 2, 3 e 6, e o maior deles é 6.

Observe que esta atividade antecipa, sem exigir conhecimento prévio do estudante, o conceito de máximo divisor comum, a ser trabalhado ainda neste capítulo.

19. A facilidade é um fator importante para a adesão ao tratamento com remédios contínuos; um componente disso é a possibilidade de administrar o tratamento no mesmo horário todos os dias. Como um dia tem 24 horas, para que isso ocorra, é necessário que sua posologia seja um divisor de 24 (1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 ou 24), de modo que uma dose a cada 5 horas resultaria em dificuldade de acompanhamento do tratamento.

22. a) Como 42 é divisível por 7 (pois $42 = 6 \cdot 7$), então $42 : 7 = 6$ tem resto zero. Fazendo de forma análoga, como $28 = 7 \cdot 4$, então $28 : 7 = 4$ com resto zero; logo, 28 é divisível por 7.

22. b) Como $28 = 4 \cdot 7$ e $42 = 6 \cdot 7$, pode-se escrever $42 + 28 = 6 \cdot 7 + 4 \cdot 7 = (6 + 4) \cdot 7$, então $\blacksquare = 4$ nas duas ocorrências.

Do enunciado do **item b**, depreende-se que 7 é um fator de $(42 + 28)$; logo, $(42 + 28)$ é divisível por 7.

22. d) No **item b**, na última igualdade é utilizada a propriedade distributiva, que afirma que a expressão formada pela multiplicação, em que há um fator formado por uma soma ou diferença, como $(6 + 4) \cdot 7$, é igual à multiplicação de cada uma das parcelas dessa soma, ou seja, nesse caso, $6 \cdot 7 + 4 \cdot 7$.

22. e) Escolhendo os números 13 e 26 (pois $13 : 13 = 1$, resto zero, e $26 : 13 = 2$, resto zero), que são ambos divisíveis por 13. A soma $13 + 26 = 39$ também é divisível por 13, pois $39 : 13 = 3$, resto zero.

25. Como não é interessante efetuar a divisão inteira, vale procurar os divisores de 2, 5 e 10 mais próximos e menores do número 98 543. Analisando: um número natural é divisível por 2 somente quando é par; portanto, 98 542 é divisível por 2, então o resto da divisão $98\,543 : 2$ será $98\,543 - 98\,542 = 1$. Um número natural é divisível por 5 somente quando termina em zero ou em 5; portanto, 98 540 é divisível por 5, e o resto de $98\,543 : 5$ será $98\,543 - 98\,540 = 3$. Um número natural é divisível por 10 somente quando termina em zero; da mesma forma, 98 540 é divisível por 10, e o resto de $98\,543 : 10$ será $98\,543 - 98\,540 = 3$.

27. a) Como $130 = 65 \cdot 2 = 5 \cdot (13 \cdot 2)$; portanto, 130 é divisível por 5.

27. b) As igualdades de interesse são $130 = 13 \cdot (5 \cdot \blacksquare_1) = 13 \cdot (\blacksquare_2 \cdot 2) = 13 \cdot \blacksquare_3$. Podemos escrever $130 = 13 \cdot (5 \cdot 2) = 13 \cdot 10$; portanto, $\blacksquare_1 = 2$, $\blacksquare_2 = 5$ e $\blacksquare_3 = 10$.

27. c) Sim, é divisível, pois $130 = 13 \cdot (5 \cdot 2)$, ou seja, $(5 \cdot 2)$ é um dos fatores de 130.

27. d) Não, pois ter um fator 2 não implica ter um fator 5 na fatoração do valor.

27. e) O número 40 é divisível por 2 e por 5 ao mesmo tempo, pois $40 = 2 \cdot 20$ e $40 = 5 \cdot 8$. Ele também é divisível por 10, pois $40 = (2 \cdot 5) \cdot 4 = 10 \cdot 4$, isso acontece para qualquer número escolhido que seja divisível tanto por 2 como por 5.

28. O maior número de 3 algarismos é 999, porém para ser divisível por 5 deve ter os algarismos 0 ou 5 na ordem das unidades; portanto, o maior número de três algarismos que é divisível por 5 é 995. Já para ser divisível por 2, deve terminar em número par; portanto, o maior número de três algarismos divisível por 2 é 998. Para ser divisível por 10 deve terminar em 0; portanto, será 990.

29. a) Se um número é divisível por 10, então ele termina em 0. Assim, ele é par; portanto, divisível por 2. Além disso, pelo critério de divisibilidade por 5, podemos saber que ele também é divisível por 5.

29. b) Se um número natural termina em 2 zeros, ele é da forma $X00$, em que X representa uma sequência de algarismos quaisquer. Assim, é possível dividir $X00$ por 100 e obter o número natural definido pela sequência de algarismos dada por X. Analogamente, se ele termina em 3 zeros, ele é da forma $X000$; é possível dividi-lo por 1000 e obtemos um número natural dado por X.

30. Exemplo de resposta: Marcos anotou no caderno um número divisível por 2, Ana anotou outro número divisível por 5 e Emanuele anotou um terceiro número divisível por 10. Então, o produto entre os números que eles anotaram será divisível por 100? Resposta: Sim, será possível dividir o produto obtido por 2, depois por 5 e, ainda, por 10; assim, é possível dividi-lo por $2 \cdot 5 \cdot 10$, isto é, por 100.

31. a) Considerando o número $43\boxed{?}$.

Para ser divisível por 2 deve terminar em algarismo par; portanto, 0, 2, 4, 6 e 8.

31. b) Um número natural é divisível por 3 somente quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos é divisível por 3. Então, a soma $4 + 3 + \blacksquare = 7 + \blacksquare$ deve ser divisível por 3 (ser 3, 6, 9, 12, 15 etc). Como $7 > 3$ e $7 > 6$, a soma já é maior do que esses valores: $7 + \blacksquare = 9 \Rightarrow \blacksquare = 2$; $7 + \blacksquare = 12 \Rightarrow \blacksquare = 5$; $7 + \blacksquare = 15 \Rightarrow$ $\Rightarrow \blacksquare = 8$; $7 + \blacksquare = 18 \Rightarrow \blacksquare = 11$. Como $\blacksquare$ é formado apenas por um algarismo, $0 \leqslant \blacksquare \leqslant 9$, então o último valor não faz sentido. Assim, as opções para o último algarismo são 2, 5 e 8.

31. c) Um número natural é divisível por 6 somente quando é divisível por 2 e por 3. Dessa maneira, são opções as respostas em comum dos **itens a** e **b**, ou seja, 2 e 8.

31. d) São as respostas do **item a** que não são respostas do **item b**. Então, 0, 4 e 6.

31. e) Se é divisível por 3, mas não por 6, então não é por 2. São as respostas do **item b** que não são respostas do **item a**, ou seja, apenas o 5.

32. a) Não é possível, pois termina em 8, ou seja, não termina em 0 nem em 5.

32. b) Para $306\boxed{?}8$ ser divisível por 3, $3 + 0 + 6 + \boxed{?} + 8 =$ $= 17 + \boxed{?}$ também deve ser. Então $17 + \boxed{?} = 18 \Rightarrow$ $\Rightarrow \boxed{?} = 1$; $17 + \boxed{?} = 21 \Rightarrow \boxed{?} = 4$ e $17 + \boxed{?} = 24 \Rightarrow$ $\Rightarrow \boxed{?} = 7$. Então, as opções de algarismos são 1, 4 e 7.

33. Um número natural é divisível por 3 somente quando a soma dos seus algarismos é divisível por 3, e será divisível por 5 quando terminar em 0 ou 5; dessa maneira, são divisíveis por 15 os números 135, 510, 480 (**itens a**, **d**, **e**).

Item	Testando por 3	É divisível por 3?	Testando por 5	É divisível por 5?	É divisível por 15?
a) 135	$1 + 3 + 5 = 9$	Sim	Termina em 5	Sim	Sim
b) 320	$3 + 2 + 0 = 5$	Não	Termina em 0	Sim	Não
c) 363	$3 + 6 + 3 = 12$	Sim	Termina em 3	Não	Não
d) 510	$5 + 1 + 0 = 6$	Sim	Termina em 0	Sim	Sim
e) 480	$4 + 8 + 0 = 12$	Sim	Termina em 0	Sim	Sim

36. Um número natural é divisível por 9 somente quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos é divisível por 9. Dessa maneira, não importa a posição dos algarismos, de forma que, se 135 é divisível por 9, basta permutar (trocar de lugar) os algarismos para formar outros 5 números também divisíveis por 9: 153, 315, 351, 513 e 531. Sendo os últimos dois a resposta para esse problema, são os números que faltam.

37. O número 567 é divisível por 9, pois $5 + 6 + 7 = 18$, que é divisível por 9.

37. a) A propriedade comutativa da adição permite alterar a ordem das parcelas; assim: $5 + 6 + 7 = 5 + 7 + 6 =$ $= 6 + 5 + 7 = 6 + 7 + 5 = 7 + 5 + 6 = 7 + 6 + 5 = 18$. Há 6 maneiras de escrever alterando a ordem das parcelas, de modo que a soma será sempre 18.

37. b) São também 6 números diferentes: 567, 576, 657, 675, 756 e 765. Todos múltiplos de 9, como justificado no **item a** e múltiplos de 3, pois a soma dos algarismos é $18 = 3 \cdot 6$, um múltiplo de 3.

37. c) O número 3456 é múltiplo de 9 pois $3 + 4 + 5 + 6 = 18$, e 18 é múltiplo de 9. Da mesma maneira, é possível formar 24 números nessas condições. Como a soma dos algarismos de todos eles é 18, então também são divisíveis por 3.

37. d) Sim, pois se é divisível por 9, tem o fator 9 na sua composição, e por isso também terá o fator 3, uma vez que $9 = 3 \cdot 3$.

38. Um número é divisível por 4 somente quando termina em 00 ou quando o número formado por seus dois últimos algarismos à direita é divisível por 4. Testando os valores:

38. a) $32 : 4 = 8$, resto 0; então, 932 é divisível por 4.

38. b) $40 : 4 = 10$, resto 0; então, 1040 é divisível por 4.

38. c) $42 : 4 = 10$, resto 2; então, 842 não é divisível por 4.

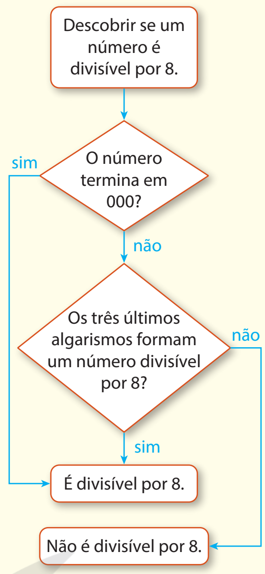
39. Como todas as mesas têm 4 cadeiras, a quantidade total de lugares deve ser divisível por 4. Testando: $314 \rightarrow 14 : 4 = 3$, resto 2, não é divisível. $308 \rightarrow$ $\rightarrow 8 : 4 = 2$, é divisível. Então é possível que sejam 308 lugares.

41. Primeiro procurando o menor número natural divisível por 3, 4 e 5. Deve ser um número com fatores 3, 4 e 5; então, o menor é $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$. Agora, como quero que tenha resto 1 na divisão por 3, 4 e 5, basta adicionar $60 + 1 = 61$, que é o número procurado.

42. Um número divisível por 8 será da forma $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot k = 8 \cdot k$; então, escolhendo 5 números conforme solicitado pelo enunciado (terminar em 000 ou ser divisível por 8): I) 1 000; II) 1 008; III) 4 016; IV) 2 456; V) 5 000.

42. a) Verificando: I) 1 000 : 8 = 125, é exata.
II) 1 008 : 8 = 126, é exata. III) 4 016 : 8 = 502, é exata.
IV) 2 456 : 8 = 307, é exata. V) 5 000 : 8 = 625, é exata.
São todas divisões exatas por 8; portanto, são todos valores divisíveis por 8.

42. b) Considerando os critérios apresentados, pode-se elaborar o fluxograma.



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

43. Exemplo de resposta: João anotou em uma folha um número e mostrou para Carina e para Ricardo. Ao ver o número, Carina disse que ele é divisível por 3 e Ricardo falou que é divisível por 5. João falou que ambos estão certos. Assim, é possível dizer que o número que João anotou é divisível por 15? Resposta: Sim, pois será possível dividir o número por 3 e, depois, por 5. Assim, é possível dividir por $3 \cdot 5$, isto é, por 15.

44. Número primo é todo número que tem apenas dois divisores naturais distintos: o número 1 e o próprio número. Todo número natural que tem mais de dois divisores distintos é chamado de número composto. Dessa maneira:

44. a) Divisores de 14: 1, 2, 7 e 14. É composto.

44. b) Divisores de 11: 1 e 11. É primo.

44. c) Divisores de 17: 1 e 17. É primo.

44. d) Divisores de 21: 1, 3, 7 e 21. É composto.

44. e) Divisores de 296: 1, 2, 4, 8, 37, 74, 148 e 296. É composto.

44. f) Divisores de 37: 1 e 37. É primo.

45. Os divisores de 2 são 1 e 2, portanto ele é primo, além de ser par. Qualquer outro número par tem 2 como divisor; então, ele é o único número nessa condição.

46. c) Contando os primos por dia da semana nesse mês: domingo – 1 (dia 11); segunda – 2 (dias 5 e 19); terça – 1 (dia 13); quarta – 1 (dia 7); quinta – 1 (dia 29); sexta – 2 (dias 2 e 23); sábado – 3 (dias 3, 17, 31). Dessa maneira, sábado é o dia da semana representado pela maior quantidade de números primos.

47. Sabemos que um número primo é todo número que tem apenas dois divisores naturais distintos: o número 1 e o próprio número. Então, o único múltiplo de 3 que é primo é o próprio 3.

48. Não existe nenhum múltiplo de 3, diferente de 3, que seja primo, pois todo múltiplo de 3, diferente de 3, é divisível por 3.

49. Como a soma dos algarismos é 27, o número é divisível tanto por 3 como por 9; portanto, ele certamente não é primo.

50. Observando cada caso, o menor número de dois algarismos é 10, mas não é primo pois 2 e 5 também são seus divisores (além de 1 e dele mesmo). O próximo, 11, é primo pois só tem 1 e 11 como divisores. Já o maior número de dois algarismos é 99, que não é primo pois é divisível por 3 e 9, por exemplo. O 98 é par, e por isso é divisível por 2. O número 97, portanto, é o maior primo com dois algarismos, pois seus únicos divisores são 1 e 97.

51. a) Divisores de 7: 1, 7; divisores de 10: 1, 2, 5, 10; divisores de 35: 1, 5, 7, 35; divisores de 41: 1, 41; divisores de 75: 1, 3, 5, 15, 25, 75; divisores de 77: 1, 7, 11, 77.

51. b) A quantidade de divisores desses números é: 7 tem 2 divisores; 10 tem 4 divisores; 35 tem 4 divisores; 41 tem 2 divisores; 75 tem 6 divisores; 77 tem 4 divisores. A tabela é:

Números	Quantidade de divisores
7	2
10	4
35	4
41	2
75	6
77	4

Dados obtidos pelo estudante.

51. c) Oriente os estudantes na construção do gráfico. Eles podem utilizar uma malha quadriculada para a construção e assim, cada quadradinho da malha poderá representar um divisor. Desse modo, a barra referente ao número 7 seria formada por uma barra de 2 quadradinhos.

51. d) Entre esses números, o 75 tem a maior quantidade de divisores, com 6.

51. e) Entre os números apresentados, o 7 e o 41 têm apenas dois divisores distintos; logo, eles são números primos.

54. Decompondo os números apresentados em fatores primos, obtemos:

54. a) $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

54. b) $144 = 2^4 \cdot 3^2$

54. c) $168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$

54. d) $225 = 3^2 \cdot 5^2$

54. e) $117 = 3^2 \cdot 13$

54. f) $125 = 5^3$

56. Calculando os valores de A, B e de $A + B$, obtemos:
$A = 2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$
$B = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$
$A + B = 66 + 180 = 246$

Para saber mais

Página 91

2. A sequência de números ímpares (que também é infinita) pode ser escrita como 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...; nessa sequência, o anterior ao 91 é 91 – 2 = 89, e o posterior a ele é 91 + 2 = 93.

4. Observando a sequência das imagens dadas em que a quantidade de linhas e de colunas na disposição das pedrinhas é a base da potência de expoente 2, podemos concluir que Pitágoras formaria 7^2 dispondo as pedrinhas em 7 linhas e 7 colunas.

Trabalhando a informação

1. Fazendo a leitura do gráfico de barras, concluímos:

1. a) No estado de São Paulo, em 2021, havia 300 bibliotecas públicas.

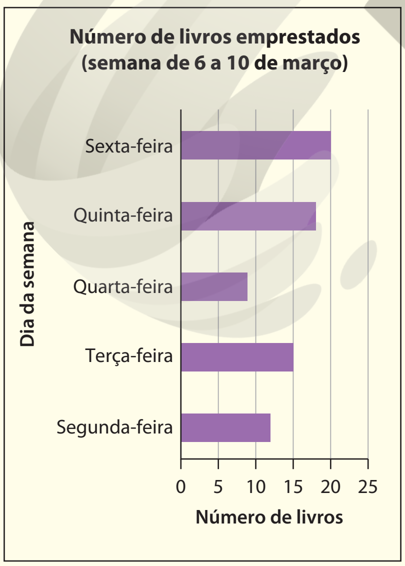
1. b) Nos estados de Santa Catarina e do Rio Grande do Sul, em 2021, havia 760 (230 + 530) bibliotecas públicas.

1. c) Resposta pessoal.

2. a) Em um gráfico de barras, o tamanho é proporcional à quantidade que a barra representa; por isso, a de maior comprimento é a que representa o dia com maior quantidade de empréstimos, ou seja, sexta-feira. A menor barra será do dia com menos empréstimos, que foi quarta-feira.

2. b) Na quarta-feira foram feitos 9 empréstimos, enquanto na quinta foram feitos 18, que é o dobro. Por isso, haverá uma barra com o dobro do comprimento da outra.

2. c)



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos das anotações do bibliotecário.

3. Resposta pessoal; deve ocorrer a elaboração de pesquisas e a organização de seus dados em gráficos e tabelas para compartilhamento de resultados. A pesquisa pode envolver quantidade de livros lidos, gêneros mais lidos, plataformas de leitura mais utilizadas, e o que mais suscitar interesse.

Exercícios complementares

2. A quantidade de livros de Ana é um a mais do que um número que seja múltiplo de 12, 15 e 20 ao mesmo tempo. De 100 a 150, os múltiplos de 12 são: 108, 120, 132, 144; os múltiplos de 15 são: 105, 120, 135, 150; os múltiplos de 20 são: 100, 120, 140. Entre esses valores, o único comum aos três é 120; portanto, Ana possui 120 + 1 = 121 livros.

3. Para um número ser divisível por 6, ele deve ser divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo. Como 34 524 termina em 4, que é par, é divisível por 2. Para testar a divisibilidade por 3, é necessário adicionar os algarismos, 3 + 4 + 5 + 2 + + 4 = 18. Como 18 é divisível por 3, 34 524 também é. Dessa maneira, ele também é divisível por 6.

4. O menor número de três algarismos distintos é 102.

4. a) 102 é divisível por 2, pois termina em algarismo par.

4. b) A soma dos algarismos 1 + 0 + 2 = 3 é divisível por 3; por isso, 102 também é.

4. c) Para ser divisível por 5, o número deve terminar em 0 ou 5. Vamos observar cada sequência dos números de três algarismos distintos: 102 (não), 103 (não), 104 (não), 105 (sim, termina em 5 ou 0). Portanto, 105 é divisível por 5.

4. d) Pelos **itens a** e **b**, 102 é divisível por 2 e por 3, por isso é também por 6.

5. a) O número 260 é divisível por 2, pois termina em algarismo par, e por 5, pois termina em 0. 260 não é divisível por 3, pois 2 + 6 + 0 = 8, que não é divisível por 3.

5. b) 2 040 é divisível por 2, pois termina em algarismo par, e também é divisível por 3, pois 2 + 0 + 4 + 0 = = 6, que é divisível por 3.

5. c) Verdadeira, pois 3 065 termina em 5, e a soma de seus algarismos é 3 + 0 + 6 + 5 = 14, que não é divisível por 3.

5. d) Verdadeira, pois 18 980 é divisível por 4 pois 80 é divisível por 4. E não é divisível por 9, pois 1 + 8 + + 9 + 8 + 0 = 26, e 26 não é divisível por 9.

6. Como $36 = 2^2 \cdot 3^2$, dividir por esse valor é o mesmo que dividir por alguns de seus fatores, e depois dividir pelos outros, nesse caso com exceção do 6.

7. Todo número divisível por 10 termina em 0; portanto, o número do enunciado termina em 0 + 5 = 5.

7. a) O número termina em 5; logo, não é divisível por 2.

7. b) O número termina em 5; logo, é divisível por 5.

8. a) São divisíveis por 1 000 os terminados em 000, ou seja, a 1ª.

8. b) São divisíveis por 100 os terminados em 00, ou seja, a 1ª e a 4ª.

8. c) São divisíveis por 10 os terminados em 0, ou seja, a 1ª, a 2ª e a 4ª.

9. **a)** É preciso encontrar o menor múltiplo comum entre 365 e 260.

365	260
730	520
1095	780
1460	1040
1825	1300
2190	1560
2555	1820
2920	2080
3285	2340
3650	2600
4015	2860
4380	3120
4745	3380
5110	3640
5475	3900
5840	4160
6205	4420
6570	4680
6935	4940
7300	5200
7665	5460
8030	5720
8395	5980
8760	6240
9125	6500
9490	6760
9855	7020
10220	7280
10585	7540
10950	7800
11315	8060
11680	8320
12045	8580
12410	8840
12775	9100
13140	9360
13505	9620
13870	9880
14235	10140
14600	10400
14965	10660
15330	10920
15695	11180
16060	11440
16425	11700
16790	11960
17155	12220
17520	12480
17885	12740
18250	13000
18615	13260
18980	13520
19345	13780
19710	14040
20075	14300
20440	14560
20805	14820
21170	15080
	15340
	15600
	15860
	16120
	16380
	16640
	16900
	17160
	17420
	17680
	17940
	18200
	18460
	18720
	18980

9. **b)** 18980 dias é o equivalente a 52 anos (18980 : 365 = 52) do calendário Tzolkin.

10. Multiplicar um número por 12 é o mesmo que multiplicá-lo por todos os fatores de 12: $12 = 2^2 \cdot 3$; portanto, pode ser efetuado $4 \cdot 3$, ou $6 \cdot 2$, por exemplo.

11. Como 2 + 8 + 3 = 13, para ser divisível por 9 é preciso que o algarismo complete $18 = 9 \cdot 2$ na soma, ou seja, será 18 – 13 = 5. Portanto, o número formado será 5283.

12. **a)** 297 é múltiplo de 9, pois $297 = 9 \cdot 33$.

12. **b)** Resposta pessoal. O resultado da subtração é um número divisível por 9.

13. Com 100 rosas brancas e 60 rosas vermelhas distribuídas em arranjos de quantidades iguais:

13. **a)** O maior número de ramalhetes será o maior divisor comum de 100 e 60. Os divisores de 100 são: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 e 100. Os divisores de 60 são: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 e 60. Então, o mdc é 20. A florista pode fazer no máximo 20 ramalhetes iguais.

13. **b)** Serão 20 grupos, então 100 : 20 = 5 rosas brancas e 60 : 20 = 3 rosas vermelhas em cada.

14. Um número que termina em 5 é divisível por 5, mas não necessariamente apenas por ele. Ele não será divisível por 2, pois 5 é ímpar, nem por 10, pois não termina em zero. Ele pode ser divisível por 3, se a soma de seus algarismos for divisível por 3; por exemplo, 15, cuja soma mencionada é 1 + 5 = 6.

Alternativa **c**.

15. Formando equipes de 9, sobram 3, então podem ser: 3, 12, 21, 30, 39 ou 48 estudantes. Formando equipes de 7 estudantes, sobram 6, então podem ser 6, 13, 20, 27, 34, 41 ou 48 estudantes. Em comum às duas sequências, há o 48. Então, formando equipes de 8, serão 48 : 8 = 6 equipes.

16. Para ser divisível por 5 e por 2 ao mesmo tempo, ele deve terminar em zero, eliminando as alternativas **b**, **c** e **e**. Se for divisível por 9, já será por 3, e precisa que a soma dos algarismos seja múltipla de 9: o **item a** tem soma

3 + 3 + 0 = 6, e o **item d** tem soma 9 + 9 + 0 = 18, que é divisível. Testando o **item d** na divisibilidade por 11, obtemos: 990 : 11 = 90, resto 0, então é divisível por 11. Como é divisível por 2 e por 3, também será por 6.
Alternativa **d**.

17. Um número primo é sempre divisível apenas por 1 e por ele mesmo; portanto, o mdc (maior divisor comum) entre eles será sempre 1.
Alternativa **c**.

18. Observando os primeiros múltiplos de 12, e os de 15 e os de 36, podemos perceber que o menor múltiplo comum entre eles é o 180. Então, o valor procurado será 180 + 2 = 182.

Verificando

1. Para resolver esse problema, é necessário encontrar o mínimo múltiplo comum entre os tempos dos ônibus, 84 e 165. Por isso, o mmc será 4620; então, após essa quantidade de minutos os ônibus partirão novamente.

1. **b)** Oriente os estudantes a usar uma calculadora adicionando pela repetição do sinal "=".

84	165
168	330
252	495
336	660
420	825
504	990
588	1155
672	1320
756	1485
840	1650
924	1815
1008	1980
1092	2145
1176	2310
1260	2475
1344	2640
1428	2805
1512	2970
1596	3135
1680	3300
1764	3465
1848	3630
1932	3795
2016	3960
2100	4125
2184	4290
2268	4455
2352	4620
2436	4785
2520	4950
2604	5115
2688	5280
2772	
2856	
2940	
3024	
3108	
3192	
3276	
3360	
3444	
3528	
3612	
3696	
3780	
3864	
3948	
4032	
4116	
4200	
4284	
4368	
4452	
4536	
4620	

2. Os divisores de 16 são: 1, 2, 4, 8 e 16, e os divisores de 36 são: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 e 36. Então, o conjunto dos divisores comuns é {1, 2, 4}.
Alternativa **b**.

3. Queremos que 110 + x seja múltiplo de 13. Os múltiplos de 13 próximos de 110 são 104 e 117. Como quero adicionar um valor x, quero que $110 + x = 117 \Rightarrow$
$\Rightarrow 110 + x - 100 = 117 - 110 \Rightarrow x = 7$.
Alternativa **a**.

4. Os divisores de 600 são 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 25, 30, 40, 50, 60, 75, 100, 120, 150, 200, 300 e 600. Portanto, pertencem à sequência todos esses valores, em particular 40 e 150.
Alternativa **d**.

5. Os primeiros múltiplos de 8 são 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, ... e os primeiros múltiplos de 12 são 0, 12, 24, 36, 48, ...; dessa maneira, os múltiplos comuns podem ser representados pelo conjunto {0, 24, 48, ...}.
Alternativa **a**.

6. Esse é o critério de divisibilidade por 5.
Alternativa **c**.

7. Há 16800 unidades para serem transportadas em caixas de 10 unidades, ou seja, são necessárias 1680 caixas (16800 : 10 = 1680). Elas são transportadas em grupos de 400 a 450 unidades, ou 40 a 45 caixas por caminhão. Como 1680 é divisível por 40 e por 42, podem ser colocadas essas quantidades de caixas em cada veículo. Como queremos obter a menor quantidade de caminhões, escolhemos 42, totalizando 40 veículos (1680 : 42 = 40).
Alternativa **b**.

8. Ao empilhar em montes de 16 moedas e sobrar 9, significa que Isa pode ter as seguintes quantidades de moedas: 25, 41, 57, 73, 89, 105, 121, 137, 153, 169 ou 185. No caso dos montes de 18 moedas com resto 9, significa que ela pode ter as seguintes quantidades: 27, 45, 63, 81, 99, 117, 135, 153, 171 ou 189. Em comum, as duas sequências têm o 153. Se Isa tem R$ 153,00, então ficará com R$ 153,00 – R$ 139,00 = R$ 14,00.
Alternativa **a**.

9. Os maiores múltiplos de 9 menores que 100 são 99, 90, 81 e 72. Os múltiplos de 6 nessas condições são 96, 90, 84 e 78. O maior valor em comum é 90.
Alternativa **b**.

Capítulo 5 – Um pouco de Álgebra

Objetivos do capítulo e justificativas

- Compreender o que é uma variável e saber reconhecê-la em expressões ou sentenças matemáticas.
- Reconhecer a linguagem algébrica.
- Justificar alguns critérios de divisibilidade de números naturais.
- Conhecer e aplicar as propriedades de uma igualdade: princípio aditivo e princípio multiplicativo.
- Explorar sequências numéricas e figurais e observar seus padrões.
- Ler um algoritmo representado por fluxograma.
- Interpretar e construir gráficos de colunas.

Ao apresentar a história de Al-Khwārizmī, a *Abertura* deste capítulo resgata o significado das palavras-chaves da Álgebra, incluindo o desta palavra. Ao explorar uma parte da História da Matemática e seu desenvolvimento por diferentes culturas, contribuímos para o desenvolvimento da **competência geral 1** e da **competência específica 1**.

Os pilares para uma abordagem elementar da Unidade Temática **Álgebra** encontram-se fundamentados na apresentação para a compreensão do conceito de variável e da leitura de expressões algébricas, na generalização de conclusões, na validação de afirmações e no tratamento dado às justificativas de alguns critérios de divisibilidade e ao estudo das propriedades da igualdade de maneira acessível aos estudantes do 6º ano, contemplando a habilidade (EF06MA14) e contribuindo para o desenvolvimento das **competências específicas 2** e **3** e das **competências gerais 2** e **4**.

A diversidade de linguagens também se faz presente ao longo deste capítulo incluindo sequências numéricas e figurais, gráficos de colunas e fluxograma, abrangendo conteúdos relacionados com as habilidades (EF06MA34) e (EF06MA23).

O trabalho com os gráficos na seção *Trabalhando a informação* contribui para o desenvolvimento das **competências específicas 4** e **6**.

O capítulo finaliza com a seção *Diversificando*, em que estimula o exercício da curiosidade intelectual, da investigação, da reflexão, da análise crítica, da criatividade e da formulação de hipóteses, com base nas informações de um desafio circulante nas redes sociais. Assim, a atividade contribui para o desenvolvimento das **competências gerais 2** e **4** e da **competência específica 6**.

O desenvolvimento das **competências gerais 9** e **10** e da **competência específica 8** é favorecido com as diferentes propostas de atividades a serem realizadas em grupos, pois permitem aos estudantes que exercitem diferentes habilidades socioemocionais ao trabalharem com colegas que podem ou não ter dificuldades ou facilidades em relação às atividades propostas.

Habilidades trabalhadas no capítulo

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.

(EF06MA04) Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).

(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.

(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

(EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico.

(EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.

(EF06MA34) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).

Situações que desenvolvem o pensamento algébrico são o foco deste capítulo, que trata da Unidade Temática **Álgebra**. Essas situações tomam por base tópicos tratados nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em especial no 5º ano, (EF05MA10 e EF05MA11), aprofundando o conceito de variável e as propriedades da igualdade, levando em conta os conhecimentos abordados no capítulo anterior sobre múltiplos e divisores. Assim, possibilitamos aos estudantes o desenvolvimento da habilidade (EF06MA14). As Unidades Temáticas **Álgebra** e **Números** articulam-se com a presença das operações com números naturais no processo de investigação de propriedades algébricas e em algumas demonstrações. Além disso, esses conteúdos se associam com a Unidade Temática **Geometria** na construção de algoritmos para resolver situações de generalização do padrão de sequências geométricas, contribuindo para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA03) e (EF06MA23).

Por fim, a Unidade Temática **Álgebra** articula-se com as Unidades Temáticas **Grandezas e medidas** e **Probabilidade e estatística** nas atividades das seções *Para saber mais* ("A temperatura e a Álgebra") e *Trabalhando a informação* ("Construindo um gráfico de colunas"), respectivamente, favorecendo o desenvolvimento das habilidades (EF06MA31) e (EF06MA32). Os conhecimentos tratados neste capítulo constituem-se como subsídios para a compreensão dos estudos sobre a Unidade Temática **Álgebra** a serem desenvolvidos no 7º ano do Ensino Fundamental com (EF07MA13) e (EF07MA15).

Ao explorar o fluxograma da divisibilidade por 6, contribuímos para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA04) e (EF06MA34).

Comentários e resoluções

Apresentaremos a seguir as resoluções de alguns exercícios e atividades propostos neste capítulo. As resoluções que não constam desta parte específica estão nas *Orientações didáticas* que acompanham as reproduções das páginas do livro do estudante.

Abertura

a) São duas palavras que, embora com sonoridades parecidas, têm significados bastante distintos. Algarismo é um símbolo usado para representar um número no sistema de numeração indo-arábico, e algoritmo é uma sequência de passos para execução de uma tarefa.

b) Espera-se que o estudante crie um símbolo para o número, por exemplo *, então a adição desse número com 2 pode ser representada por * + 2 ou por 2 + *.

c) Testar alguns valores por substituição de x e verificar a igualdade $x + 3 = 5$.
$x = 0 \Rightarrow 0 + 3 = 5$ (Falso)
$x = 1 \Rightarrow 1 + 3 = 5$ (Falso)
$x = 2 \Rightarrow 2 + 3 = 5$ (Verdadeiro)
O valor de x é 2.

d) Resposta pessoal; espera-se que o estudante responda afirmativamente.

Exercícios propostos

2. a) Observando as figuras dadas: 1, 3, 6, 10 e 15 bolinhas.

2. b) Considerando que cada figura, a partir da segunda, tem o número de bolinhas da figura anterior mais o número que a representa, a figura 6 tem 21 bolinhas (15 + 6); a figura 10 terá 55 bolinhas, pois: $21 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$

2. c) Calculando as somas das bolinhas das figuras, 1 e 2: $1 + 3 = 4$; 2 e 3: $3 + 6 = 9$; 3 e 4: $6 + 10 = 16$; 4 e 5: $10 + 15 = 25$. É a sequência dos números quadrados perfeitos.

2. d) A soma das bolinhas das figuras 9 e 10 é $10^2 = 100$; das bolinhas das figuras 19 e 20 é $20^2 = 400$.

4. A linguagem algébrica é aquela utilizada na Matematica, que emprega números, letras e símbolos para representar ideias e relações.

4. a) Seja a um número natural qualquer. Se 0 é o elemento neutro da adição, ele não altera o valor na adição: $a + 0 = 0 + a = a$.

4. b) Fatores são os elementos da multiplicação, e a associação entre eles pode ser feita pelo uso de parênteses, sendo a, b e c números naturais quaisquer, $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

4. c) Como a potência é igual à base elevada ao expoente, a propriedade citada pode ser escrita: sendo a um número natural qualquer, $a^1 = a$.

5. Escolhendo, por exemplo, $a = 5$ e $b = 2$, e efetuando os cálculos, obtemos:

5. a) $(a + b)^2 = (5 + 2)^2 = 7^2 = 49$
$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 = 5^2 + 2 \cdot 5 \cdot 2 + 2^2 = 25 + 20 + 4 = 49$
Expressões com o mesmo valor.

5. b) $(a - b)^2 = (5 - 2)^2 = 3^2 = 9$
$a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 2 + 2^2 = 25 - 20 + 4 = 9$
Expressões com o mesmo valor.

5. c) $(a + b) \cdot (a - b) = (5 + 2) \cdot (5 - 2) = 7 \cdot 3 = 21$
$a^2 - b^2 = 5^2 - 2^2 = 25 - 4 = 21$
Expressões com o mesmo valor.
Calculando corretamente, independentemente dos valores escolhidos para a e b, as expressões devem apresentar o mesmo valor.

6. Resposta pessoal; devem ser elaborados uma sentença algébrica e um problema relacionado com ela.

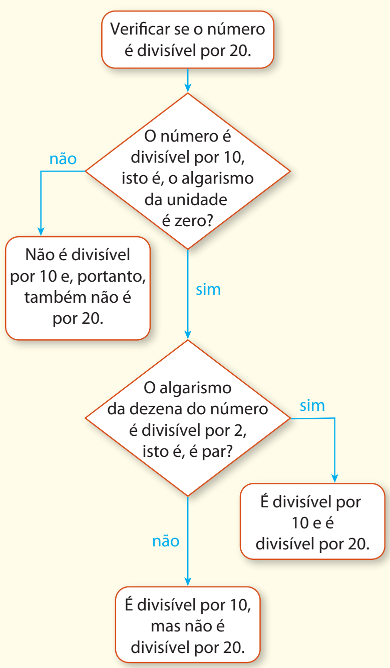
7. Dizer que um número x é divisível por outro significa dizer que esse outro número é um dos fatores de x e vice-versa.

7. a) Se x é divisível por 9, e $9 = 3 \cdot 3$, então x é divisível por $3 \cdot 3$, ou seja, x é divisível por 3.

7. b) Se x é divisível por 8, e $8 = 4 \cdot 2$, então x é divisível por $4 \cdot 2$, ou seja, x é divisível por 4 e por 2.

7. c) Um número x é divisível por 2 se for da forma $x = 2 \cdot y$
Por exemplo, $6 = 2 \cdot 3$; logo, 6 é divisível por 2. Porém, 4 não está na decomposição de fatores de 6; portanto, 6 não é divisível por 4.

10. Para verificar se um número é divisível por 20, é suficiente verificar se ele é divisível por 10 e se o resultado de sua divisão por 10 é divisível por 2, isso porque $20 = 10 \cdot 2$, então $x : 20 = (x : 10) : 2$. Dessa maneira, pode-se utilizar o seguinte fluxograma:



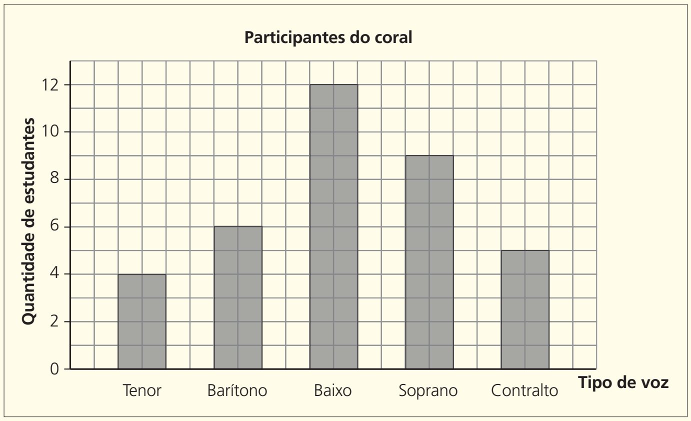
RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Trabalhando a informação

1. a) Os tipos de voz apresentados na tabela são classificações de altura de tom de voz, sendo elas tenor: voz masculina mais aguda; barítono: voz masculina mais grave que a do tenor; baixo: voz masculina mais grave que a do barítono; soprano: voz feminina mais aguda; contralto: voz feminina mais grave.

1. b)

REINALDO VIGNATI/ARQUIVO DA EDITORA



Dados obtidos pela professora Célia.

1. c) A voz masculina que mais aparece é o baixo, com 12 ocorrências. A voz feminina que aparece mais é a soprano, com 9 ocorrências.

1. d) Barítono tem 6 ocorrências enquanto baixo tem 12 ocorrências, sendo este então o dobro do primeiro.

1. e) São 4 tenores e 12 baixistas, então o número de baixos é o triplo do número de tenores.

Para saber mais

1. O intervalo ideal é de 38 °C a 39 °C, e considerando a relação $T_k = T_c + 273$, é o equivalente a $38 + 273 = 311$ (311 K) e $39 + 273 = 312$ (312 K).

2. Utilizando a relação $T_k = T_c + 273$, uma temperatura de 333 K é equivalente à T_c quando:
$333 = T_c + 273$
$333 - 273 = T_c + 273 - 273$
$60 = T_c$
O processador trabalha bem quando $T_c = 60$ °C.

3. Utilizando a relação $T_k = T_c + 273$, é possível concluir que o intervalo de 24 °C a 27 °C é equivalente ao intervalo $24 + 273 = 297$ K a $27 + 273 = 300$ (300 K).

Exercícios complementares

1. O número de bolinhas azuis em cada figura é o número triangular na posição correspondente, e o número de bolinhas amarelas é o número triangular da posição seguinte; dessa maneira:

1. b) Na figura 5, há 21 bolinhas amarelas $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21)$, e na figura 7 há 36 bolinhas amarelas $(21 + 7 + 8 = 36)$.

1. c) Considerando os itens anteriores, na figura 5 o número quadrado será $15 + 21 = 36$; na figura 7 o número será $28 + 36 = 64$; analogamente, a figura n terá o número quadrado $(n + 1)^2$.

1. d) Uma figura de número n tem no total $(n + 1)^2$ bolinhas; portanto, é preciso encontrar o valor da incógnita em $(n + 1)^2 = 100 = 10^2$.
$n + 1 = 10 \Rightarrow n = 9$, é a figura de número 9. Nessa posição, há 45 bolinhas azuis $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45)$ e 55 bolinhas amarelas $(45 + 10 = 55)$.

2. Cada sabiá tem medida de massa 90 g. Os valores desconhecidos do problema são as medidas de massa do vaso com flor, v, e da jarra, j. Na primeira imagem, 5 sabiás se equilibram com 2 vasos de planta, ou seja, é possível representar por $5 \cdot 90 = 2 \cdot v$. Resolvendo, temos: $5 \cdot 90 = 2 \cdot v = 450 \Rightarrow (2 \cdot v) : 2 = 450 : 2 \Rightarrow 225 = v$. Na segunda imagem, 1 jarro e 1 vaso se equilibram com 4 vasos; então, $j + v = 4 \cdot v \Rightarrow j + v - v = 4 \cdot v - v \Rightarrow j = 3v$, e como $v = 225 \Rightarrow j = 3 \cdot 225 = 675$. Então, o vaso com flor tem medida de massa 225 g, e a jarra tem medida de massa 675 g.

Verificando

3. Um número divisível por 15 deve ser divisível por todos os seus fatores. Como $15 = 3 \cdot 5$, significa ser divisível por 3 e por 5.
Alternativa **a**.

4. As propriedades que indicam ser possível manter os valores iguais ao efetuar a mesma operação nos dois membros da igualdade referem-se aos princípios da igualdade.
Alternativa **d**.

5. Operando como indicado:
$2x + 12 = 24 + x \Rightarrow 2x + 12 - 12 = 24 + x - 12 \Rightarrow 2x = 12 + x$
Alternativa **a**.

6. Operando como indicado:
$$x + \frac{1}{3} = 6 \Rightarrow 3 \cdot \left(x + \frac{1}{3}\right) = 6 \cdot 3 \Rightarrow 3 \cdot x + \frac{3 \cdot 1}{3} = 18 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 3x + 1 = 18$$
Alternativa **b**.

7. A diferença entre um número x e 7 é $x - 7$. O triplo dessa diferença é $3 \cdot (x - 7)$.
Alternativa **d**.

8. Chamando de y o valor desconhecido da medida da massa do cachorro de pelúcia. Do lado esquerdo da balança, há 4 caixas de 10 kg mais um cachorro. Do lado direito, há 3 caixas de 10 kg mais 3 cachorros. Como há o equilíbrio, pode-se escrever a equação:
$4 \cdot 10 + y = 3 \cdot 10 + 3 \cdot y \Rightarrow 40 + y = 30 + 3y$
Alternativa **b**.

9. Seguindo o esquema, $R = B : A$, enquanto $B = 48 + 32$ e $A = 13 + 3$. Dessa maneira:
$R = (48 + 32) : (13 + 3) = 80 : 16 = 5$
Alternativa **a**.

Organizando

a) Uma expressão algébrica é uma representação matemática com números, letras e símbolos, por exemplo $3 \cdot (x + 2)$. A variável é um valor indefinido, que varia, e geralmente é representado por uma letra. Nessa expressão, a variável é x. Quando atribuímos valores para a variável, é possível calcular o valor numérico da expressão, ou seja, o resultado da expressão numérica que aparece quando a variável é substituída por um valor numérico. Por exemplo, quando $x = 5 \Rightarrow 3 \cdot (x + 2) = 3 \cdot (5 + 2) = 3 \cdot 7 = 21$, que é o valor numérico da expressão.

b) Na linguagem verbal e na algébrica podem ser escritas expressões com o mesmo sentido; por exemplo, $2 \cdot x$ é a forma algébrica de dizer "o dobro de um número x".

c) Seguindo o princípio aditivo da igualdade, adicionando ou subtraindo o mesmo número nos dois membros de uma igualdade, obtemos uma nova igualdade. Por exemplo: $x + 3 = 5$ e $x + 3 + 2 = 5 + 2 \Rightarrow x + 5 = 7$ são equivalentes.

d) Seguindo o princípio multiplicativo da igualdade, multiplicando os dois membros de uma igualdade pelo mesmo número, ou dividindo-os pelo mesmo número diferente de zero, obtemos uma nova igualdade. Por exemplo, $x + 3 = 5$ e $2 \cdot (x + 3) = 5 \cdot 2 \Rightarrow 2x + 6 = 10$ são equivalentes.

Diversificando

1. Nilza observou o seguinte padrão:
$[a + b] = a + a \cdot b$
Então:
$[13 + 16] = 13 + 13 \cdot 16 = 13 + 208 = 221$

2. Considerando que, calculando pelo método de Carlos, apresentam-se em sequência:
$[8 + 11] = 96$
$[9 + 12] = 96 + 9 + 12 = 117$
$[10 + 16] = 117 + 10 + 16 = 140$

3. Resposta pessoal; elaboração e resolução de problemas.

Capítulo 6 – Um pouco de Geometria plana

Objetivos do capítulo e justificativas

- Reconhecer as noções primitivas da Geometria: ponto, reta e plano, e suas relações.
- Identificar posições relativas de duas retas em um plano (paralelas ou concorrentes).
- Distinguir, identificar e representar semirretas e segmentos de reta.
- Identificar segmentos de reta consecutivos, segmentos de reta colineares e segmentos de reta congruentes.
- Associar ângulo à ideia de mudança de direção e de giro.
- Reconhecer ângulos em figuras planas.
- Medir e construir ângulos usando transferidor.
- Classificar um ângulo de acordo com sua medida como reto, agudo ou obtuso.
- Identificar retas perpendiculares.
- Construir retas paralelas e retas perpendiculares usando régua e esquadro e com o uso de *softwares*.

O trabalho com as noções básicas de Geometria desenvolvido neste capítulo amplia e aprofunda o que foi estudado em anos anteriores e é pré-requisito para o que será estudado posteriormente.

O uso de ferramentas para as construções geométricas, como régua, transferidor e *software* geométrico, contribui para um estudo mais aprofundado dos elementos geométricos estudados e para o desenvolvimento das **competências específicas 2** e **5** e das **competências gerais 2**, **4** e **5**.

Entender o conceito de ângulo, seus elementos e reconhecer a abertura de ângulos como uma grandeza associada às figuras geométricas é fundamental para o estudo de polígonos que será desenvolvido no capítulo 10. O transferidor deve ser interpretado como uma ferramenta para obter medidas aproximadas de ângulos em grau, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada. Ao trabalhar com esses conceitos, contribuímos para o desenvolvimento das **competências específicas 2** e **6** e das **competências gerais 2**, **4** e **5**.

O trabalho desenvolvido na *Abertura* do capítulo, associando o conceito de pontos e segmentos de reta a elementos de uma obra de arte, contribui para o desenvolvimento da **competência geral 3** e da **competência específica 6**.

O desenvolvimento das **competências gerais 9** e **10** e **da competência específica 8** é favorecido com as diferentes atividades a serem realizadas em grupos, pois permitem que os estudantes exercitem diferentes habilidades socioemocionais ao trabalharem com a diversidade de aprendizagem entre os colegas, interagindo de forma cooperativa.

Habilidades trabalhadas no capítulo

(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.

(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.

(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.

(EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.

(EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

Este capítulo amplia e aprofunda os conhecimentos acerca das figuras geométricas planas explorados no 5º ano do Ensino Fundamental, (EF05MA17), integrantes da Unidade Temática **Geometria**, e auxilia na apropriação de conhecimentos que serão abordados no 7º ano, cujos conteúdos relacionam-se a transformações geométricas, (EF07MA19).

O trabalho desenvolvido com as posições relativas de duas retas em um plano permite aos estudantes compreender os conceitos de paralelismo e perpendicularismo e fazer diferentes construções com diferentes instrumentos, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA22). O fluxograma apresentado junto a um conjunto de passos, que constitui um algoritmo para tais construções, contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA23).

A noção de ângulos em diferentes contextos e o reconhecimento da abertura de ângulos como uma grandeza associada às figuras geométricas, com diferentes propostas de atividades para obtenção de diferentes medidas com o uso de transferidor, são elementos que contribuem para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA24), (EF06MA25), (EF06MA26) e (EF06MA27).

No exercício 23 da seção *Exercícios complementares* propomos um trabalho com a construção de figuras planas semelhantes, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA21).

O reconhecimento dessas ideias por meio de representações concretas dá o suporte necessário para definições elaboradas de segmento de reta (conceito, colinearidade, medida, representação no geoplano), de semirreta, das posições relativas entre duas retas e de ângulos (conceito da reunião de duas semirretas de origem comum e a ideia de giro, medida e classificação quanto à sua medida). Dessa maneira, a etapa seguinte é chegar às construções passo a passo de retas perpendiculares e de retas paralelas utilizando instrumentos como régua, esquadro, transferidor, além das tecnologias digitais com *softwares* de geometria dinâmica, o que favorece a assimilação da **competência geral 5** e da **competência específica 5**.

A apresentação de uma obra de arte, valorizando manifestações artísticas e culturais, para introduzir os conceitos elementares da Geometria plana, favorece o desenvolvimento da **competência geral 3** da BNCC.

Comentários e resoluções

Apresentaremos a seguir as resoluções de alguns exercícios e atividades propostos neste capítulo. As resoluções que não constam desta parte específica estão nas *Orientações didáticas* que acompanham as reproduções das páginas do livro do estudante.

Abertura

a) A obra de Kumi Yamashita é composta de pregos, que representam pontos, e de linhas esticadas entre dois pregos, que representam segmentos de reta.

b) A concentração das linhas é diferente nas diversas partes da imagem.

c) A concentração menor/maior das linhas determina, respectivamente, a relação claro/escuro e define a imagem.

Exercícios propostos

7. Dados 4 pontos A, B, C e D, três a três não colineares, por um deles, A, por exemplo, passam 3 retas distintas que contêm, B, C e D, respectivamente. Idem para cada um dos outros 3, totalizando 12 retas ($4 \cdot 3$). Porém, assim as retas foram contadas em dobro (reta por A e B, e reta por B e A, por exemplo). Logo, podemos traçar 6 retas.

8. Quando duas retas contidas no mesmo plano não têm pontos em comum, elas são denominadas retas paralelas. Quando duas retas têm um único ponto em comum, elas são denominadas retas concorrentes. Assim:

8. a) a rua Paraná é paralela à rua Maranhão.

8. b) a rua Sergipe tem ponto em comum com todas as ruas apresentadas na imagem (rua Amazonas, rua Maranhão e rua Paraná).

8. c) como as duas ruas mencionadas são paralelas, as pessoas não se encontrariam, visto que as ruas não têm ponto em comum.

9. Usando as mesmas definições do exercício anterior, concluímos:

9. a) as retas paralelas são r e u, pois não têm ponto em comum.

9. b) as retas concorrentes têm ponto em comum, são os pares possíveis: s e r, s e u, s e t, t e r, t e u.

18. A seguir, alguns exemplos de resposta. Pares de segmentos consecutivos (têm um extremo comum) na figura: $\overline{AF}$ e $\overline{EF}$, $\overline{EF}$ e $\overline{EG}$, $\overline{EF}$ e $\overline{BE}$, $\overline{CD}$ e $\overline{BC}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CG}$, $\overline{CD}$ e $\overline{CG}$; dois segmentos colineares (estão na mesma reta): não há nessa figura; dois segmentos que estão no mesmo plano (são coplanares, estão apoiados na mesma face do poliedro): $\overline{AB}$ e $\overline{EF}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CG}$.

19. O contorno da moeda traça uma circunferência.

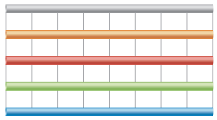
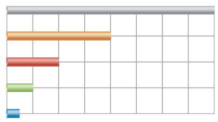
19. a) Com extremos em dois dos pontos A, B, C, D e E, é possível traçar 10 segmentos: $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$ e $\overline{DE}$.

19. b) São consecutivos os segmentos com extremo em comum; cinco exemplos do exercício: $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ e $\overline{BD}$, $\overline{AB}$ e $\overline{BE}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$.

19. c) Não há par de segmentos colineares nesse caso.

20. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes elaborem problemas sobre semirretas e segmentos de reta, permitindo avaliar como expressam suas ideias e seus conhecimentos.

24. Fazendo os recortes nos canudos conforme solicitado no enunciado, observa-se que cada novo recorte feito no canudo o deixa com metade do tamanho anterior.

Situação inicial dos canudos	Situação final dos canudos
	

RENAN ORACIC/ ARQUIVO DA EDITORA

24. a) Comparando a medida do canudo branco usando como unidade cada um dos pedaços, é possível observar que o branco mede 2 unidades amarelas, 4 vermelhas ou 8 verdes.

24. b) O canudo amarelo mede 2 unidades vermelhas ou 4 verdes.

24. c) É possível estimar que, como o verde tem o dobro de medida de tamanho do que o azul, e o branco mede 8 unidades verdes, ele também mede 16 unidades azuis ($8 \cdot 2 = 16$).

24. d) Confirmando o item anterior, espera-se encontrar a medida de 16 unidades azuis.

24. e) Não é possível obter o tamanho de uma cor juntando outras duas, pois um tamanho é sempre o dobro do seguinte; apenas juntando dois amarelos se obteria um branco, e assim por diante.

31. b) Considerando o cursor voltado para cima, para desenhar a letra "L", inicial de seu nome, Leonardo pode ter dado os seguintes comandos: pf 5 – pd 90 – pf 1 – pd 90 – pf 4 – pe 90 – pf 2 – pd 90 – pf 1 – pd 90 – pf 3.

33. O ângulo cuja medida é 90° é denominado ângulo reto. O ângulo cuja medida é menor que a de um ângulo reto (ou seja, está entre 0° e 90°) é chamado ângulo agudo. O ângulo cuja medida é maior que a de um ângulo reto e menor que 180° é chamado ângulo obtuso. Observando as figuras:

33. a) É menor que um ângulo reto, então é agudo.

33. b) É um ângulo reto, então mede 90°.

33. c) É um ângulo maior do que um ângulo reto, então é obtuso.

34. Os ângulos percorridos pelo ponteiro dos minutos são tais que na volta toda há 360° e 12 intervalos; portanto, 30° entre cada número (pois $360° : 12 = 30°$, e no caso do ponteiro dos minutos, cada número equivale a 5 minutos).

34. a) Passaram-se 20 minutos ($25 - 5 = 20$), ou seja, o ponteiro dos minutos percorreu 4 intervalos ($20 : 5 = 4$), o equivalente a 120° ($4 \cdot 30 = 120$); trata-se, portanto, de um ângulo obtuso.

34. b) Passaram-se 10 minutos ($15 - 5 = 10$), ou seja, o ponteiro dos minutos percorreu 60°, pois $(10 : 5) \cdot 30 = 60$; um ângulo agudo.

34. c) Como se passaram 15 minutos ($20 - 5 = 15$), o ponteiro percorreu 90°, pois $(15 : 5) \cdot 30 = 90$; um ângulo reto.

35. Usando transferidor, é possível medir o ângulo formado entre duas retas para verificar se têm medida de abertura 90°. É o caso das retas y e u, y e v.

Ajustando um lado do ângulo reto do esquadro na reta v, encostando a régua no outro lado do ângulo reto do esquadro, escorregando a régua no esquadro até a reta u, verificamos que esta é paralela à reta v.

37. b) 1º) Selecione a ferramenta "Reta" e clique em dois pontos quaisquer da tela para criar uma reta r e marcar os pontos A e B.

2º) Selecione a ferramenta "Ponto" e clique em qualquer lugar fora da reta para criar um ponto C.

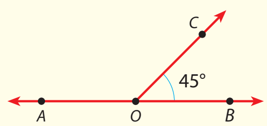
3º) Selecione a ferramenta "Reta perpendicular" e clique no ponto C criado por você no passo anterior e, em seguida, na reta r para criar uma reta s perpendicular a r.

4º) Selecione a ferramenta "Ponto" e clique em dois pontos de s, D e E, distantes 4 cm da reta r.

5º) Selecione a ferramenta "Reta perpendicular" e clique no ponto D criado por você no passo anterior e, em seguida, na reta s para criar uma reta t perpendicular a s. Repita o mesmo comando clicando no ponto E e na reta s.

Exercícios complementares

6. Desenhando as semirretas descritas, todas com origem O de forma que $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são opostas (ou seja, unindo as duas semirretas, formam a reta $\overleftrightarrow{AB}$) e $\overrightarrow{OC}$ forma ângulo de 45° com $\overrightarrow{OB}$.



RENAN ORACIC/ ARQUIVO DA EDITORA

6. a) O ângulo $A\hat{O}B$ é de "meia-volta" porque os pontos A, O e B estão alinhados (são colineares). Não há a formação de um ângulo reto. O ângulo $A\hat{O}C$ é obtuso, pois é a diferença entre 180° e 45°.

6. b) Como argumentado no **item a**, $m(A\hat{O}B) = 180°$ e $m(A\hat{O}C) = 180° - 45° = 135°$; e pelo enunciado $m(B\hat{O}C) = 45°$.

7. Medindo a ilustração do exercício, é possível obter:

med $(\overline{AB})$ = med $(\overline{CD})$ = 6 cm;

med $(\overline{BC})$ = med $(\overline{AD})$ = 3 cm;

med $(\overline{XY})$ = med $(\overline{YZ})$ = med $(\overline{ZV})$ = med $(\overline{VX})$ = 2,5 cm;

med $(\overline{VY})$ = 4,5 cm;

med $(\overline{XZ})$ = 2 cm.

São congruentes os segmentos de medida igual: $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$; $\overline{BC}$ e $\overline{AD}$; $\overline{XY}$, $\overline{YZ}$, $\overline{ZV}$ e $\overline{VX}$.

8. O ângulo verde é agudo, pois tem medida menor do que 90°. Os ângulos azul e laranja são obtusos pois são maiores do que o ângulo reto. E o ângulo lilás é reto pois mede 90°.

9. São quatro pontos no plano, de forma que três desses pontos nunca estão alinhados. Por dois pontos sempre passa uma reta; então, escolhendo um dos pontos desse plano como origem, é sempre possível traçar uma semirreta passando em cada um dos outros pontos; são, portanto, 3 semirretas com mesma origem e 12 semirretas no total ($3 \cdot 4 = 12$) que têm origem em algum dos pontos do plano e que passam por outro.

10. Analisando as sentenças:

10. a) Verdadeira: o ângulo que tem medida 90° é chamado de reto.

10. b) Falsa: os lados do ângulo são semirretas.

10. c) Verdadeira: é possível associar um número como medida a cada tamanho de abertura de ângulo.

10. d) Verdadeira: a abertura de um ângulo agudo é sempre menor do que a abertura de um ângulo reto, que por sua vez é sempre menor do que a abertura de um ângulo obtuso.

Verificando

1. Três ou mais pontos na mesma reta estão alinhados e são chamados colineares.
   Alternativa **b**.

2. Duas retas concorrentes são aquelas que se encontram em um ponto, formando quatro ângulos e dividindo o plano em quatro regiões.
   Alternativa **b**.

3. Dois segmentos de reta são congruentes quando têm a mesma medida de comprimento.
   Alternativa **c**.

4. Pela ilustração, é possível supor que as retas h e i são paralelas, pois, mesmo prolongando-as infinitamente, elas não se encontrariam em nenhum ponto.
   Alternativa **c**.

5. Um ângulo reto mede exatamente 90°.
   Alternativa **d**.

6. Uma volta completa é o equivalente a 360°; como $180° = 360° : 2$, 180° corresponde a $\frac{1}{2}$ de volta, ou meia volta.
   Alternativa **b**.

7. Duas retas perpendiculares se encontram formando ângulo de 90°, o ângulo reto.
   Alternativa **c**.

8. Entre as classificações por tamanho dos ângulos, os ângulos agudos são os que têm medida de abertura entre 0 e 90°.
   Alternativa **d**.

9. O ângulo entre os ponteiros que indicam 12 (dos minutos) e 4 (das horas) é um ângulo obtuso, pois tem medida de $(360° : 12) \cdot 4 = 120° > 90°$.
   Alternativa **c**.

10. Um giro de 360° é equivalente a dar uma volta completa. Como $720° = 360° \cdot 2$, na manobra *No Grab 720*, o skatista deve dar 2 voltas completas no ar.
    Alternativa **c**.

Capítulo 7 – Números racionais na forma de fração

Objetivos do capítulo e justificativas

- Reconhecer números racionais em diferentes contextos: cotidianos e históricos.
- Ler, escrever e representar números racionais na forma de fração.
- Resolver problemas envolvendo números racionais na forma de fração com seus diferentes significados: como operadores, relação entre parte e todo, quociente e razão.
- Identificar frações equivalentes.
- Simplificar e comparar números racionais escritos na forma de fração.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagem com base na ideia de proporcionalidade.
- Interpretar dados representados em tabelas, gráficos de colunas e gráficos de setores.

Ao longo deste capítulo são apresentadas situações diversas nas quais os números racionais, na forma de fração, são usados em diferentes contextos. Como exemplo, na página de *Abertura* em que apresentamos informações sobre a poluição ambiental. Dessa maneira, os estudantes têm oportunidade de desenvolver as **competências gerais 7** e **10** e as **competências específicas 6** e **7**.

O trabalho com números na forma de fração se justifica como ampliação dos conhecimentos relacionados ao estudo do campo numérico e por sua aplicação em relação à resolução de diferentes problemas dos campos numéricos da Matemática ou de situações práticas. Desse modo, ao saber ler, escrever, representar na reta numérica e compreender as relações entre frações equivalentes, contribui-se para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA07), das **competências gerais 2** e **4** e das **competências específicas 3** e **4**.

Na *Abertura* do capítulo, apresentamos alguns questionamentos aos estudantes com o objetivo de levá-los a reflexões sobre temáticas relacionadas aos Temas Contemporâneos Transversais **educação ambiental** e **educação para o consumo**, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 7** e da **competência específica 6**.

Ainda, não podemos omitir o papel que o conjunto dos números racionais cumpre na estrutura algébrica da Unidade Temática **Números** e na Unidade Temática **Probabilidade e estatística**. Essa relação é explorada na seção *Trabalhando a informação*, ao abordar a leitura e a interpretação de gráficos de setores.

O desenvolvimento das **competências gerais 9** e **10** e da **competência específica 8** é favorecido com as diferentes atividades a serem realizadas em grupos, pois permitem aos estudantes exercitar diferentes habilidades socioemocionais ao trabalharem com a diversidade de aprendizagem entre os colegas, interagindo de forma cooperativa.

Habilidades trabalhadas no capítulo

(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

(EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico.

(EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.

Este capítulo trata de objetos de conhecimento da Unidade Temática **Números** e amplifica e detalha os conhecimentos tratados no 5º ano do Ensino Fundamental sobre números racionais na forma de fração com (EF05MA03), (EF05MA04) e (EF05MA05), visando preparar o estudante para a continuidade desse estudo no 7º ano com (EF07MA08) e (EF07MA10).

Os conteúdos e as atividades propostos exploram, inicialmente, o conceito de número racional na forma de fração por meio da ideia de medida e abordam situações diversas que apresentam o uso de frações em variados contextos, de modo a consolidar e ampliar os conhecimentos construídos anteriormente e desenvolver as habilidades (EF06MA07) e (EF06MA15).

Nas situações que apresentam a fração como razão, retoma-se a forma porcentual, aprofundando o cálculo com porcentagens e estimativas em diferentes circunstâncias. Essas situações também abordam de forma mais aguda os conceitos de equivalência e comparação de frações. As Unidades Temáticas **Números** e **Probabilidade e estatística** articulam-se em situações que envolvem análise de informações e interpretação de gráficos de colunas simples e de setores, com dados expressos em porcentagens, contribuindo para o desenvolvimento das habilidades.

Comentários e resoluções

Apresentaremos a seguir as resoluções de alguns exercícios e atividades propostos neste capítulo. As resoluções que não constam desta parte específica estão nas *Orientações didáticas* que acompanham as reproduções das páginas do livro do estudante.

Abertura

a) Os números e o que indicam são: 2021; 2030 (anos); 70% (parcela da superfície do planeta coberta por água); 8 milhões (quantidade de lixo); $\frac{1}{3}$ (parcela da população prejudicada pelo lixo mundial); 1,6 milhão; 80 mil; 150 milhões (quantidades de lixo); $\frac{7}{10}$ (parcela da poluição que é causada pelo plástico); 80% (parcela do lixo que tem origem terrestre). De maneira geral, os números indicam contagens e medidas. Nem todos esses números são naturais, como as frações e as quantidades escritas em forma de porcentagem.

b) Resposta pessoal; depende dos hábitos e da percepção de si mesmo.

c) Resposta pessoal; argumentação e defesa de ideias.

d) Resposta pessoal; depende de conhecimentos e crenças. Espera-se que os estudantes citem ações pessoais e coletivas para o controle do consumo e para a reciclagem do que é produzido pela humanidade.

Exercícios propostos

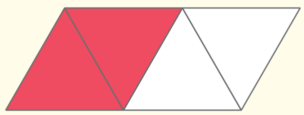
1. a) O inteiro dividido em 4 partes, com 3 delas pintadas de laranja: $\frac{3}{4}$.

1. b) O inteiro está dividido em 9 partes; 7 partes são laranja: $\frac{7}{9}$.

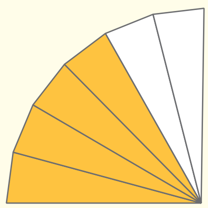
1. c) 8 partes no total; 2 partes são laranja: $\frac{2}{8}$.

1. d) 10 cubos no total; 3 deles são laranja: $\frac{3}{10}$.

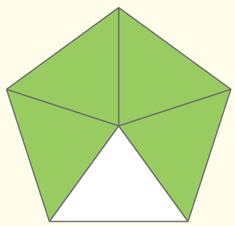
2. a)



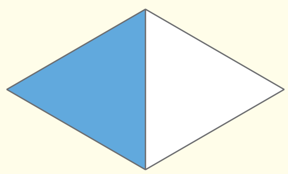
2. b)



2. c)

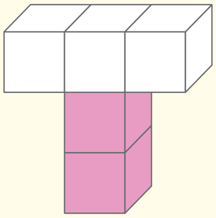


2. d)

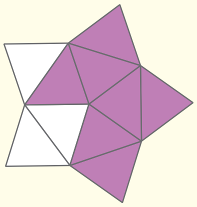


ILUSTRAÇÕES: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

2. e)



2. f)



ILUSTRAÇÕES: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

3. a) $\frac{1}{5}$ lê-se "um quinto".

3. b) $\frac{45}{100}$ lê-se "quarenta e cinco centésimos".

4. a) Indica que o inteiro foi dividido em 9 partes iguais.

4. b) Indica que, dessas partes iguais, foram consideradas 5.

5. A figura foi dividida em 6 partes iguais, sendo 3 partes para a chapa Cobra, 1 parte para a chapa Caracol e 2 partes para a chapa Jacaré.

5. a) A fração de votos de cada chapa é: Cobra $\frac{3}{6}$; Caracol $\frac{1}{6}$; Jacaré $\frac{2}{6}$.

5. b) A chapa que teve mais votos foi a chapa Cobra; por isso, ela ganhou a eleição.

5. c) Há 900 estudantes no total; então, cada parte do inteiro corresponde a 150 estudantes ($900 : 6 = 150$). Por isso a chapa Cobra recebeu 450 votos ($3 \cdot 150 = 450$), a chapa Caracol recebeu 150 votos ($1 \cdot 150 = 150$) e a chapa Jacaré recebeu 300 votos ($2 \cdot 150 = 300$).

11. a) A figura A está dividida em 10 partes iguais e 1 delas é colorida; portanto, $\frac{1}{10}$ da figura está pintado.

11. b) A figura B está dividida em 100 partes e 10 delas são coloridas; assim: $\frac{10}{100} = 10\%$.

12. Considerando a forma de escrever fração como parte pelo todo.

12. a) Como o todo é 100%, metade do círculo representa 50% (figura II), a metade de 50% é 25% (figura I) e 3 vezes essa parte de 25% são 75% (figura III). A figura IV representa uma parte entre 5, ou seja, 20% ($100 : 5 = 20$).

12. b) É preciso observar a quantidade total de pedaços em que a figura foi dividida (denominador) e a quantidade deles que está pintada de verde (numerador).

I) 1 pedaço verde dentre 4: $\frac{1}{4}$

II) 1 pedaço verde dentre 2: $\frac{1}{2}$

III) 3 pedaços verdes dentre 4: $\frac{3}{4}$

IV) 1 pedaço verde dentre 5: $\frac{1}{5}$

16. Um inteiro é composto de 4 quadrados; então, todas as frações terão denominador 4.

16. a) Na figura há 11 quadradinhos coloridos; portanto, a fração é $\frac{11}{4}$.

16. b) Na forma mista, observe que há 2 inteiros coloridos, e mais 3 pedaços de outro inteiro (3 pedaços dentre 4 no total); então, o número procurado é $2\frac{3}{4}$.

19. Considerando financiamentos de 30, 40 ou 50 meses.

19. a) Um ano corresponde a 12 meses; então, podemos reescrever as três opções de prazo da seguinte maneira:

30 meses = 12 meses + 12 meses + 6 meses = 2 anos e 6 meses = $2\frac{1}{2}$ anos

40 meses = 12 meses + 12 meses + 12 meses + + 4 meses = 3 anos e 4 meses = $3\frac{1}{3}$ anos

50 meses = 12 meses + 12 meses + 12 meses + + 12 meses + 2 meses = 4 anos e 2 meses = $4\frac{1}{6}$ anos

19. b) Em financiamentos em que são aplicados juros, o valor que ainda não foi pago aumenta em uma certa taxa, que no caso do problema é de 12%. Em financiamentos mais longos (maior quantidade de parcelas), como essa taxa é aplicada mais vezes sobre a dívida, o montante a pagar é maior. Então, o total a ser pago é menor no financiamento com prazo de 30 meses. Para decidir no lugar de Letícia, algumas questões devem ser levantadas, como a necessidade de usar o dinheiro das parcelas futuras em algo mais urgente, e o total do pagamento ser diferente para cada situação de financiamento.

20. Em cada copo de leite cabem 200 mL; portanto, em $\frac{1}{4}$ do copo cabem 50 mL ($200 : 4 = 50$). Então, o total de leite necessário será $\left(3 + \frac{3}{4}\right)$ de 200 mL, ou seja, 750 mL ($3 \cdot 200 + 3 \cdot 50 = 600 + 150 = 750$).

21. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes escrevam frações associadas a situações cotidianas, permitindo avaliar como expressam ideias e conhecimentos.

22. Na ilustração, o pacote sem desconto tem 200 g, enquanto o promocional tem 40 g a mais, indicados como gratuitos.

22. a) A razão pedida é:

$$\frac{\text{quantidade grátis}}{\text{quantidade do pacote sem desconto}} = \frac{40}{200}$$

Esse número representa uma relação entre as quantidades utilizadas nos dois pacotes.

22. b) $\dfrac{40}{200} = \dfrac{20}{100} = 20\%$

23. Procura-se distribuir 18 meninos e 24 meninas em grupos com a mesma quantidade de estudantes de cada gênero.

23. a) A quantidade de rodas que serão formadas deve ser um número divisível tanto por 18 como por 24. Os divisores de 18 são 1, 2, 3, 6, 9 e 18. Os divisores de 24 são 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24. Então, os divisores em comum desses dois números são 1, 2, 3 e 6, de modo que são as opções de formação:

I) 1 roda com 18 meninos (18 : 1 = 18) e 24 meninas (24 : 1 = 24);

II) 2 rodas com 9 meninos (18 : 2 = 9) e 12 meninas (24 : 2 = 12);

III) 3 rodas com 6 meninos (18 : 3 = 6) e 8 meninas (24 : 3 = 8);

IV) 6 rodas com 3 meninos (18 : 6 = 3) e 4 meninas (24 : 6 = 4).

23. b) A relação entre o total de meninos e o total de meninas é:

$$\frac{\text{quantidade de meninos}}{\text{quantidade de meninas}} = \frac{18}{24}$$

Essa fração também pode ser escrita como $\dfrac{9}{12}$, $\dfrac{6}{8}$ ou $\dfrac{3}{4}$, as quantidades de cada grupo presentes em cada uma das rodas iguais.

24. a) A cada 5 que estudam espanhol, 2 estudam italiano. Então, a fração pedida é:

$$\frac{\text{estudam italiano}}{\text{estudam espanhol}} = \frac{2}{5}$$

24. b) Caso 60 deles estudem italiano, haveria 150 estudantes [(60 : 2) · 5 = 30 · 5 = 150] dessa escola que estudam espanhol; portanto, não seria possível.

25. De acordo com as informações do enunciado, 82 correspondem a $\dfrac{3}{204}$ da altitude desejada; como $\dfrac{3}{204} = \dfrac{1}{68}$, então a altitude procurada é de 5 576 m (82 · 68 = 5 576).

30. As frações equivalentes a $\dfrac{5}{8}$ são as que podemos obter multiplicando seus dois termos por um mesmo número. Portanto,

$\dfrac{5 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \dfrac{10}{16}$ **(item a)**;

$\dfrac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \dfrac{15}{24}$ **(item b)**;

$\dfrac{5 \cdot 4}{8 \cdot 4} = \dfrac{20}{32}$;

$\dfrac{5 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \dfrac{25}{40}$ **(item d)**;

$\dfrac{5 \cdot 6}{8 \cdot 6} = \dfrac{30}{48}$.

31. Seguindo as instruções do enunciado:

31. a) Comparando cada dupla formada entre as frações equivalentes $\dfrac{4}{9}$, $\dfrac{12}{27}$, $\dfrac{16}{36}$ e $\dfrac{28}{63}$:

$\dfrac{4}{9}$ e $\dfrac{12}{27} \Rightarrow 4 \cdot 27 = 108$ e $9 \cdot 12 = 108 \Rightarrow 4 \cdot 27 = 9 \cdot 12$

$\dfrac{4}{9}$ e $\dfrac{16}{36} \Rightarrow 4 \cdot 36 = 144$ e $9 \cdot 16 = 144 \Rightarrow 4 \cdot 36 = 9 \cdot 16$

$\dfrac{4}{9}$ e $\dfrac{28}{63} \Rightarrow 4 \cdot 63 = 252$ e $9 \cdot 28 = 252 \Rightarrow 4 \cdot 63 = 9 \cdot 28$

$\dfrac{12}{27}$ e $\dfrac{16}{36} \Rightarrow 12 \cdot 36 = 432$ e $27 \cdot 16 = 432 \Rightarrow$

$\Rightarrow 12 \cdot 36 = 27 \cdot 16$

$\dfrac{12}{27}$ e $\dfrac{28}{63} \Rightarrow 12 \cdot 63 = 756$ e $27 \cdot 28 = 756 \Rightarrow$

$\Rightarrow 12 \cdot 63 = 27 \cdot 28$

$\dfrac{16}{36}$ e $\dfrac{28}{63} \Rightarrow 16 \cdot 63 = 1\,008$ e $36 \cdot 28 = 1\,008 \Rightarrow$

$\Rightarrow 16 \cdot 63 = 36 \cdot 28$

Em todos os casos, os produtos são iguais.

31. b) São equivalentes as frações $\dfrac{2}{5}$ e $\dfrac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \dfrac{4}{10}$.

Testando da mesma maneira que o item anterior, obtemos: 2 · 10 = 20 e 5 · 4 = 20; portanto, 2 · 10 = 5 · 4. Os produtos são iguais.

31. c) Observando o padrão testado nos itens anteriores, pode-se supor que o mesmo ocorra para qualquer par de frações equivalentes: a multiplicação do numerador de uma pelo denominador de outra é um valor constante para todo par de frações equivalentes.

31. d) Pela conclusão do **item c**, temos: o produto de 8 por $\boxed{?}$ é igual ao produto de 5 por 48, ou seja, 240. Queremos saber qual é o número que, multiplicado por 8, resulta 240. Como a divisão é a operação inversa da multiplicação, temos:

$\boxed{?} = 240 : 8 = 30$.

Outra maneira de resolver é procurar um fator que leve a fração $\dfrac{5}{8}$ à sua equivalente que tenha denominador 48. Esse fator é 6, dado pelo quociente de 48 : 8. Assim:

$\boxed{?} = 5 \cdot 6 = 30$.

34. Fazendo de forma semelhante à da **atividade 31**.

34. a) Nesse caso, o fator procurado para obter a fração equivalente é 5, dado por 15 : 3. Assim:

$\boxed{?} = 5 \cdot 4 = 20$.

34. b) Nesse caso, não há um valor inteiro que permita encontrar diretamente a equivalente da fração $\frac{6}{9}$ com denominador 15, pois 15 : 9 não é uma divisão exata. Porém, é possível encontrar uma fração intermediária que também seja equivalente, nesse caso $\frac{6}{9} = \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}$, e como 15 : 3 = 5 é exata, $\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$; portanto, $\boxed{?} = 10$.

34. c) Nesse item, como 35 : 5 = 7, então a fração equivalente será $\frac{35:7}{21:7} = \frac{5}{3}$; portanto, $\boxed{?} = 3$.

34. d) Nesse caso, como 18 : 2 = 9, a fração equivalente será $\frac{3 \cdot 9}{2 \cdot 9} = \frac{27}{18}$; portanto, $\boxed{?} = 27$.

35. Calculando a fração equivalente a $\frac{2}{3}$.

Como 12 : 3 = 4 , temos $\frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$.

Calculando a fração equivalente a $\frac{3}{4}$.

Como 12 : 4 = 3, temos $\frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$.

36. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes elaborem problemas sobre frações equivalentes, permitindo avaliar como expressam ideias e conhecimentos.

37. a) $\frac{4}{10} = \frac{4:2}{10:2} = \frac{2}{5}$

37. b) $\frac{18}{24} = \frac{18:2}{24:2} = \frac{9}{12} =$

$= \frac{9:3}{12:3} = \frac{3}{4}$

37. c) $\frac{25}{50} = \frac{25:5}{50:5} = \frac{5}{10} =$

$= \frac{5:5}{10:5} = \frac{1}{2}$

37. d) $\frac{14}{15}$ já é irredutível (14 e 15 não têm divisor comum).

38. a) Como 48 : 6 = 8, obtemos:

$\frac{72}{48} = \frac{72:8}{48:8} = \frac{9}{6}$

38. b) Como 42 : 6 = 7, obtemos:

$\frac{14}{42} = \frac{14:7}{42:7} = \frac{2}{6}$

38. c) Como a divisão 38 : 6 não é exata, não é possível obter.

38. d) Como 30 : 6 = 5, obtemos:

$\frac{20}{30} = \frac{20:5}{30:5} = \frac{4}{6}$

39. a) Como 5 : 1 = 5, obtemos:

$\frac{5}{20} = \frac{5:5}{20:5} = \frac{1}{4}$

39. b) Como 6 : 1 = 6, obtemos:

$\frac{6}{18} = \frac{6:6}{18:6} = \frac{1}{3}$

39. c) $\frac{3}{12} = \frac{3:3}{12:3} = \frac{1}{4}$

39. d) Como a divisão 30 : 4 não é exata, não é possível encontrar uma fração unitária que seja equivalente.

40. Depois de escrever como fração, simplificamos conforme atividades anteriores.

40. a) O símbolo de porcentagem indica que aquele número é uma fração com denominador 100:

$36\% = \frac{36}{100} = \frac{36:4}{100:4} = \frac{9}{25}$

40. b) Um número misto é formado pela adição de uma parte inteira a uma parte fracionária.

$3\frac{2}{8} = 3 + \frac{2}{8} = \frac{24}{8} + \frac{2}{8} =$

$= \frac{26}{8} = \frac{26:2}{8:2} = \frac{13}{4}$

40. c) $50\% = \frac{50}{100} = \frac{50:50}{100:50} = \frac{1}{2}$

40. d) $1\frac{3}{6} = 1 + \frac{3}{6} = \frac{6}{6} + \frac{3}{6} =$

$= \frac{9}{6} = \frac{9:3}{6:3} = \frac{3}{2}$

42. Para comparar frações de mesmo denominador, basta comparar os numeradores; então, como $4 < 5 \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{4}{9} < \frac{5}{9}$; logo, há mais meninas nessa classe.

43. Para comparar frações de denominadores diferentes, é preciso fazer a redução de ambas a um denominador comum, utilizando frações equivalentes. Esse denominador comum será um múltiplo dos denominadores das frações que se deseja comparar, sendo então a menor opção possível o mmc. Caso os denominadores já sejam iguais, basta comparar os numeradores.

43. a) Como $2 < 4 \Rightarrow \frac{2}{6} < \frac{4}{6}$

43. b) Como $1 < 5 \Rightarrow \frac{1}{7} < \frac{5}{7}$

43. c) Como $5 > 2 \Rightarrow \frac{5}{9} > \frac{2}{9}$

43. d) Encontrando a fração equivalente a $\frac{1}{2}$ com denominador 4, obtemos: $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4}$; como $2 < 3 \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{2}{4} < \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{3}{4}$.

43. e) Encontrando a fração equivalente a $\frac{3}{10}$ com denominador 30, obtemos: $\frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 3}{10 \cdot 3} = \frac{9}{30}$

Encontrando a fração equivalente a $\frac{4}{15}$ com denominador 30, obtemos: $\frac{4}{15} = \frac{4 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{8}{30}$; como $9 > 8 \Rightarrow \frac{9}{30} > \frac{8}{30} \Rightarrow \frac{3}{10} > \frac{4}{15}$.

43. f) Encontrando a fração equivalente a $\frac{7}{6}$ por denominador 18, obtemos: $\frac{7}{6} = \frac{7 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{21}{18}$; portanto, $\frac{7}{6} = \frac{21}{18}$

46. A metade da trilha pode ser representada com $\frac{1}{2}$.

Para comparar com o percorrido por Lúcia, encontrar uma fração equivalente de denominador 12, ou seja, $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} = \frac{6}{12}$. Como ela percorreu $\frac{7}{12}$, e $7 > 6$, obtemos $\frac{7}{12} > \frac{6}{12}$ ou $\frac{7}{12} > \frac{1}{2}$; então ela percorreu mais da metade da trilha.

47. Para comparar os valores de lajotas azuis, amarelas e vermelhas, é possível simplificar todas as frações para então reduzi-las ao denominador comum 6; assim, são azuis $\frac{2}{6}$ delas, as amarelas são $\frac{2}{4} = \frac{2 : 2}{4 : 2} = \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$ e as vermelhas são $\frac{2}{12} = \frac{2 : 2}{12 : 2} = \frac{1}{6}$ do total de lajotas.

47. a) Comparando os valores obtidos, como $3 > 2 > 1 \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{3}{6} > \frac{2}{6} > \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2}{4} > \frac{2}{6} > \frac{2}{12}$, então a lajota mais usada foi a amarela, com $\frac{2}{4}$ delas.

47. b) Considerando o resultado obtido no item anterior, como $\frac{2}{4} > \frac{2}{6} > \frac{2}{12}$, a lajota menos utilizada foi a vermelha, com $\frac{2}{12}$ delas.

48. Reduzindo, ou seja, escrevendo frações equivalentes com denominadores iguais, obtemos:

48. a) $\frac{3}{5}$ e $\frac{5}{4}$ → o denominador comum é mmc $(5, 4) = 5 \cdot 4 = 20$, então multiplicar os termos da primeira fração (I) por $20 : 5 = 4$ e os termos da segunda fração (II) por $20 : 4 = 5$.

I) $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20}$

II) $\frac{5}{4} = \frac{5 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{25}{20}$

48. b) $\frac{2}{6}$ e $\frac{7}{4}$ → o denominador comum é mmc $(6, 4) = 12$.

Em (I) multiplicam-se os termos por $12 : 6 = 2$ e em (II) por $12 : 4 = 3$.

I) $\frac{2}{6} = \frac{2 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{4}{12}$

II) $\frac{7}{4} = \frac{7 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{21}{12}$

48. c) $3 = \frac{3}{1}$, $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{3}$ → o denominador comum é mmc $(1, 5, 3) = 5 \cdot 3 = 15$. Em (I) multiplicam-se os termos por $15 : 1 = 15$, em (II) por $15 : 5 = 3$ e na terceira fração (III) por $15 : 3 = 5$.

I) $3 = \frac{3}{1} = \frac{3 \cdot 15}{1 \cdot 15} = \frac{45}{15}$

II) $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$

III) $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{5}{15}$

48. d) $3\frac{1}{2}$ e $1\frac{5}{6}$ → como 6 é múltiplo de 2, o denominador comum é 6. Assim, em (I) o fator é $6 : 2 = 3$ e em (II) basta transformar o número misto em fração.

I) $3\frac{1}{2} = 3\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = 3\frac{3}{6} =$ $= \frac{6 \cdot 3}{6} + \frac{3}{6} = \frac{21}{6}$

II) $1\frac{5}{6} = \frac{6 \cdot 1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{11}{6}$

48. e) $3\frac{1}{5}$, $2\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{2}$ → como 4 é múltiplo de 2, o denominador comum é mmc $(5, 4) = 5 \cdot 4 = 20$. Então, em (I), o fator é $20 : 5 = 4$, em (II) é $20 : 4 = 5$ e em (III) o fator é $20 : 2 = 10$.

I) $3\frac{1}{5} = 3\frac{1 \cdot 4}{5 \cdot 4} = 3\frac{4}{20} =$

$= \frac{3 \cdot 20 + 4}{20} = \frac{64}{20}$

II) $2\frac{3}{4} = 2\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = 2\frac{15}{20} =$

$= \frac{2 \cdot 20 + 15}{20} = \frac{55}{20}$

III) $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 10}{2 \cdot 10} = \frac{10}{20}$

48. f) $1 = \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8} \rightarrow$ nesse caso, ocorre que 8 é múltiplo de todos os outros denominadores (1, 2 e 4); portanto, mmc (1, 2, 4, 8) = 8 é o denominador buscado. Dessa maneira: (I) 8 : 1 = 8, (II) 8 : 2 = 4, (III) 8 : 4 = 2 e (IV) 8 : 8 = 1.

I) $1 = \frac{1}{1} = \frac{1 \cdot 8}{1 \cdot 8} = \frac{8}{8}$

II) $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8}$

III) $\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{2}{8}$

IV) $\frac{1}{8}$

49. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes elaborem problemas sobre comparação de frações, permitindo avaliar como expressam ideias e conhecimentos.

Trabalhando a informação

Páginas 160 e 161

2. Analisando as informações da tabela, obtemos:

2. a) Oriente os estudantes na construção do gráfico e na escolha da escala para sua representação. Eles podem considerar, por exemplo, que 1 cm de medida de altura de cada coluna represente 2%. Assim, a coluna que corresponde aos estudantes que ouvem rádio, em formato digital, em um único dia da semana terá 2 cm de medida de altura.

2. b) O maior dado da tabela é 41%, indicando a porcentagem de estudantes que ouve rádio digital 7 dias da semana, e o menor dado é 0%, que indica a quantidade de estudantes que não soube responder à pesquisa.

2. c) $4\% = \frac{4}{100}$; $5\% = \frac{5}{100}$; $6\% = \frac{6}{100}$; $9\% = \frac{9}{100}$;

$7\% = \frac{7}{100}$; $26\% = \frac{26}{100}$; $41\% = \frac{41}{100}$;

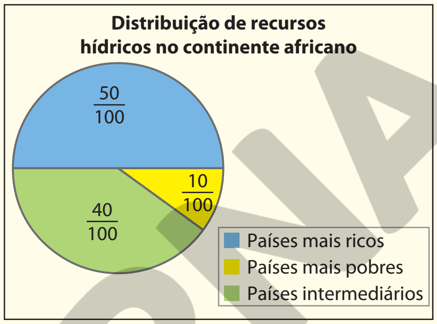
$2\% = \frac{2}{100}$; $0\% = \frac{0}{100} = 0$.

2. d) As porcentagens na pesquisa para essas categorias foram: nunca ouvem 2%; ouve todo dia 41%; então, a razão é $\frac{2\%}{41\%} = \frac{2}{41}$. Esse número indica que, para cada 2 pessoas que não ouvem rádio digital, existem 41 pessoas que ouvem todos os dias. Como $\frac{2}{41} \simeq \frac{2}{40} = \frac{1}{20}$, para cada 1 pessoa que não ouve rádio digital, existem aproximadamente 20 pessoas que ouvem todos os dias.

2. e) 5% indica a quantidade de estudantes que ouve rádio digital, 2 vezes por semana; isso significa que, a cada 100 pessoas entrevistadas pelo professor, 5 disseram ouvir rádio digital na frequência de 2 dias na semana. Como $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$, é o mesmo que dizer que 1 a cada 20 pessoas entrevistadas respondeu dessa maneira.

Páginas 167 e 168

d) Considerando os arredondamentos feitos no **item c**, podemos refazer o gráfico dado.



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: UNESCO; FAO; REDE Brasil do Pacto Global. **Relatório Mundial das Nações Unidas sobre o Desenvolvimento dos Recursos Hídricos 2021**: o valor da água. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000375751_por. Acesso em: 22 maio 2022.

Exercícios complementares

1. Considerando as informações do enunciado, obtemos:

1. a) A fração $\frac{4}{4}$ representa um inteiro; portanto, as 12 prestações.

1. b) A fração $\frac{1}{4}$ representa 3 prestações (12 : 4 = 3).

1. c) Foram pagos $\frac{3}{4}$ das prestações; portanto, foram pagas 9 delas ($3 \cdot 3 = 9$).

2. Considerando os valores da tabela, temos:

2. a) O total de estudantes é a soma do valor em cada linha, 30 + 10 + 10 = 50.

2. b) A fração desejada é:

$$\frac{\text{preferem vôlei}}{\text{total de estudantes}} = \frac{10}{50}$$

2. c) Preferem futebol 30 a cada 50 estudantes, ou:

$$\frac{30}{50} = \frac{60}{100} = 60\%$$

3. Na imagem há blocos divididos em quantidades iguais de cubos.

3. a) Há 3 blocos representados na imagem; portanto, 3 inteiros.

3. **b)** Em um inteiro, os pequenos cubos formam 3 linhas e 2 colunas; portanto, são $3 \cdot 2 = 6$ cubos em cada inteiro. Dessa maneira, cada cubo representa $\frac{1}{6}$ do inteiro $\left(\frac{1 \text{ cubo}}{\text{total de cubos}} = \frac{1}{6}\right)$.

3. **c)** Na figura toda há 18 sextos ($6 \cdot 3 = 18$).

4. Como a moto é parcelada em 5 vezes sem juros, então:

4. **a)** Cada parcela representa $\frac{1}{5}$ da compra $\left(\frac{1 \text{ parcela}}{\text{total de parcelas}} = \frac{1}{5}\right)$.

4. **b)** O valor total da moto é de 9 000 reais; portanto, cada prestação será de 1 800 reais ($9\,000 : 5 = 1\,800$).

4. **c)** $\frac{2}{5}$ da moto são o equivalente a 2 parcelas, ou seja, 3 600 reais ($1\,800 \cdot 2 = 3\,600$).

5. Como Renato pagou $\frac{3}{5}$ da dívida, falta pagar os outros $\frac{2}{5}$ $\left(\frac{5-3}{5} = \frac{2}{5}\right)$, que equivalem a 70 reais. Por isso, $\frac{1}{5}$ da dívida equivale a 35 reais ($70 : 2 = 35$), e o total são $\frac{5}{5}$ dela, ou seja, 175 reais ($35 \cdot 5 = 175$).

6. Em cada inteiro da figura há 6 pedaços, e no total há 9 pedaços pintados ($6 + 3 = 9$). Desse modo:

6. **a)** A fração procurada é dada por:

$$\frac{\text{pedaços pintados}}{\text{pedaços em um inteiro}} = \frac{9}{6}$$

6. **b)** Na forma mista, as quantidades inteiras são escritas separadamente; portanto, $1\frac{3}{6}$ é o número procurado $\left(\frac{9}{6} = \frac{6}{6} + \frac{3}{6} = 1 + \frac{3}{6} = 1\frac{3}{6}\right)$.

7. A divisão 7 : 3 representa a partilha feita pela professora. Na forma de fração, $7 : 3 = \frac{7}{3}$; como número misto, é dado por:

$$\frac{7}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$$

8. Considerando todas as bolas, a cada 7 delas há 2 verdes e 5 vermelhas. A primeira fração procurada é $\frac{\text{bolas verdes}}{\text{bolas vermelhas}} = \frac{2}{5}$, e a outra é

$$\frac{\text{bolas verdes}}{\text{todas as bolas de gude}} = \frac{10}{35}.$$

Outras frações equivalentes a cada uma também são respostas válidas.

9. Se uma empresa vai construir $\frac{2}{5}$ da estrada, a outra construirá $\frac{3}{5}$ da estrada $\left(\frac{5-2}{5} = \frac{3}{5}\right)$, o que corresponde a 81 km. Dessa maneira, $\frac{1}{5}$ corresponde a 81 km : 3 = 27 km e $\frac{5}{5}$ da estrada correspondem à sua extensão de 27 km $\cdot$ 5 = 135 km.
Alternativa **b**.

13. Uma maneira de resolver esse exercício é encontrar as primeiras frações equivalentes e ir testando a soma dos termos de cada uma delas, até encontrar uma cuja soma é 32. Outro modo de resolver, utilizando linguagem algébrica, é: a fração $\frac{3}{5}$ tem soma de seus termos $3 + 5 = 8$, e uma fração equivalente a ela será obtida ao multiplicar (ou dividir) os dois termos por algum número natural; por exemplo, se esse número natural for a, a fração equivalente será $\frac{3 \cdot a}{5 \cdot a}$. A soma dos termos da fração equivalente é $3 \cdot a + 5 \cdot a = 8 \cdot a$; portanto, $8 \cdot a = 32$. Perceba que $8 \cdot 4 = 32$; logo, $a = 4$, e a fração equivalente é $\frac{12}{20}$ $\left(\text{pois } \frac{3 \cdot a}{5 \cdot a} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20}\right)$.

14. Para comparar as frações do enunciado, é necessário reduzir todas à mesma base. O mmc (3, 9, 18) = 18, pois 18 é múltiplo de 3 e múltiplo de 9, então os fatores pelos quais serão multiplicados cada termo e as frações equivalentes em cada caso são:

$18 : 9 = 2 \rightarrow \frac{2}{9} = \frac{2 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{4}{18}$;

$18 : 3 = 6 \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{6}{18}$. Como $8 > 6 > 4$, temos:

$\frac{8}{18} > \frac{6}{18} > \frac{4}{18}$.

Portanto, nessa escola há mais estudantes no Ensino Fundamental, seguidos dos estudantes do Ensino Médio e, por último, com menos estudantes, está o Ensino Infantil; por isso, no gráfico o setor relativo ao Ensino Fundamental é o maior, da cor verde, e o do Ensino Médio é a fatia intermediária, a vermelha.

15. Algumas das frações equivalentes a $\frac{1}{2}$ são $\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4}$, $\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$, $\frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8}$, $\frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10}$, $\frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} = \frac{6}{12}$, e a única alternativa que apresenta apenas elementos que seguem esse padrão de formação é a alternativa **c**.

16. Então a fração é de fato irredutível, ou seja, não poderia ser simplificada, pois os seus termos não têm divisor comum. Dois números pares sempre têm pelo menos um divisor comum (o 2); por isso, Paulo está mentindo nessa situação. Como Mariana disse a verdade, a fração é equivalente a $\frac{3}{9}$; reduzindo essa fração, $\frac{3 : 3}{9 : 3} = \frac{1}{3}$ é uma possível resposta. Caso seja, Camila disse a verdade, o que é coerente com as hipóteses, pois o numerador é de fato 1. Portanto, a fração é $\frac{1}{3}$.

Verificando

1. Uma fração de denominador 5 representa "quintos", e com numerador 3 tem leitura três quintos.
Alternativa **d**.

2. Na figura, há 28 quadradinhos, e 7 deles são azuis; portanto, a fração procurada é dada por:
$$\frac{\text{quadrados azuis}}{\text{total de quadrados}} = \frac{7}{28} = \frac{7 : 7}{28 : 7} = \frac{1}{4}$$
Outra maneira de resolver é reorganizar os quadrados azuis e amarelos de modo que cada um deles forme uma linha completa, pois assim será 1 linha de azuis em 4 linhas no total, obtendo-se a fração:
$$\frac{\text{linhas azuis}}{\text{total de linhas}} = \frac{1}{4}$$
Alternativa **a**.

3. Um desconto de 20% corresponde a uma fração de:
$$\frac{20}{100} = \frac{20 : 10}{100 : 10} = \frac{2}{10} = \frac{2 : 2}{10 : 2} = \frac{1}{5}$$
Alternativa **a**.

4. No total, há 1 500 funcionários; então, $\frac{1}{3}$ deles são 500 funcionários (1 500 : 3 = 500); portanto, $\frac{2}{3}$ são 1 000 funcionários trabalhando no primeiro turno (500 · 2 = 1 000). Alternativa **c**.

5. Para comparar os valores $\frac{3}{4}$, $\frac{15}{20}$ e 75% é necessário transformar todos em frações de mesmo denominador:
$75\% = \frac{75 : 5}{100 : 5} = \frac{15}{20}$; portanto, Fábio e Olívia acertaram a mesma quantidade de questões.
$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$; da mesma maneira, César acertou a mesma parcela da prova.
Alternativa **d**.

6. São utilizados $\frac{3}{10}$ do salário de 3 500 reais para o pagamento das contas diversas. $\frac{1}{10}$ do salário equivale a 350 reais (3 500 : 10 = 350); então, $\frac{3}{10}$ são 1 050 reais (350 · 3 = 1 050).
Com cálculos semelhantes, para descobrir o total gasto com aluguel: $\frac{1}{7}$ de 3 500 é 3 500 : 7 = 500; portanto, $\frac{2}{7}$ são 500 · 2 = 1 000, uma diferença de 50 reais (1 050 − 1 000 = 50) do valor utilizado no pagamento das contas.
Alternativa **a**.

7. Para determinar a fração irredutível, simplifica-se a fração ao máximo:
$$\frac{48}{150} = \frac{48 : 2}{150 : 2} = \frac{24}{75} =$$
$$= \frac{24 : 3}{75 : 3} = \frac{8}{25}$$
Alternativa **c**.

8. Segundo as informações no gráfico, há 42,1% da população vivendo na região Sudeste, ou seja, 42,1 a cada 100, o mesmo que 421 a cada 1 000.
Alternativa **d**.

Capítulo 8 – Operações com números racionais na forma de fração

Objetivos do capítulo e justificativas

- Resolver problemas compreendendo os diferentes significados das operações que envolvem números racionais na forma de fração.
- Realizar cálculos que envolvam operações com números racionais na forma de fração por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos.
- Interpretar e resolver situações com informações apresentadas em gráficos de setores e de barras.
- Compreender e calcular probabilidade, usando números racionais na forma de fração e na forma percentual.

A resolução de problemas com números racionais na forma de fração se faz presente em situações variadas que envolvem contextos matemáticos e cotidianos, além de questões envolvendo os Temas Contemporâneos Transversais **educação ambiental, vida familiar e social, educação financeira** e **trabalho**, o que contribui para o desenvolvimento das **competências gerais 6** e **7** e das **competências específicas 6** e **7**.

Nas operações aqui estudadas, as abordagens se caracterizam pelo uso de linguagens diversas (texto, figuras geométricas, esquemas, gráficos estatísticos, deslocamentos na reta numérica), além da linguagem própria das operações, o que possibilita aos estudantes desenvolverem a **competência geral 4** e a **competência específica 6**.

Atividades como o exercício 32, página 192, que instigam a curiosidade intelectual, a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação para elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas, propiciam aos estudantes o desenvolvimento da **competência geral 2** e das **competências específicas 2** e **3**.

Na seção *Trabalhando a informação* exploramos o trabalho com a porcentagem e o cálculo de probabilidade, tendo como objetivo promover a compreensão de fenômenos aleatórios, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA30).

O desenvolvimento das **competências gerais 9** e **10** e **da competência específica 8** é favorecido com as diferentes atividades a serem realizadas em grupos, pois permitem aos estudantes exercitar diferentes habilidades socioemocionais ao trabalharem com a diversidade de aprendizagem entre os colegas, interagindo de forma cooperativa.

Habilidades trabalhadas no capítulo

(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

(EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.

Este capítulo dá continuidade ao estudo de frações, iniciado no capítulo anterior, ao abordar as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação, com base nas operações com números naturais e as noções de múltiplos e divisores, vinculadas à Unidade Temática **Números**. As Unidades Temáticas **Números** e **Geometria** articulam-se na apresentação da potenciação de frações, na qual se destaca o procedimento passo a passo para se obter a potência. Desse modo, contribui-se para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA06), (EF06MA07), (EF06MA08), (EF06MA09), (EF06MA10), (EF06MA15).

Vinculam-se, ainda, as Unidades Temáticas **Números** e **Probabilidade e estatística** por meio do cálculo de probabilidades expressas na forma de fração e na forma porcentual. Além disso, apresentam-se situações que envolvem dados de pesquisa com gráficos de setores e de barras para serem interpretadas e resolvidas, o que contribui para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA11), (EF06MA13), (EF06MA30) e (EF06MA32).

Comentários e resoluções

Apresentaremos a seguir as resoluções de alguns exercícios e atividades propostos neste capítulo. As resoluções que não constam desta parte específica estão nas *Orientações didáticas* que acompanham as reproduções das páginas do livro do estudante.

Abertura

a) Resposta pessoal. Caso seja necessário, leve para a sala de aula um mapa do Brasil com a divisão política para que os estudantes localizem a cidade em que vivem e comparem com o mapa da abertura.

b) Resposta pessoal. Verifique qual é o entendimento que os estudantes têm do que vem a ser um animal doméstico. Uma definição possível é: um animal é doméstico quando o ser humano o tem para o trabalho, ou como fonte de alimento, ou é um bicho de estimação. Assim, alguns animais domésticos são cabritos, bois, vacas, cavalos, ovelhas, cães, gatos, galinhas, patos, porcos, coelhos etc.

c) Resposta pessoal. Solicite uma pesquisa sobre espécies ameaçadas de extinção na região e promova uma discussão com a turma.

d) Uma estimativa razoável é $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$.

Exercícios propostos

1. a) A figura toda tem 8 pedaços, sendo 2 verdes e 4 amarelos.
A fração pintada de amarelo é $\frac{4}{8}$, a fração pintada de verde verde é $\frac{2}{8}$ e a figura toda pode ser representada por $\frac{8}{8}$.

1. b) A parte verde ou amarela será a soma das frações de cada cor: $\frac{2}{8} + \frac{4}{8} = \frac{6}{8}$

1. c) A parte que não está pintada de verde nem de amarelo é a diferença entre o total e as partes coloridas: $\frac{8}{8} - \frac{6}{8} = \frac{2}{8}$

4. O pensamento de Carlos envolve a divisão do inteiro na quantidade de vezes do denominador e depois contar os saltos a partir de quantas partes (numeradores) são necessárias em cada caso.

4. a) Com a unidade dividida em 7 partes, na 4ª divisão está localizado o $\frac{4}{7}$. Saltar duas partes para a direita corresponde a adicionar $\frac{2}{7}$ à quantidade inicial, resultando em $\frac{6}{7}$. Verificando o resultado com o procedimento já estudado:

$$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \left(\frac{4+2}{7}\right) = \frac{6}{7}$$

4. b) Com a unidade dividida em 5 partes, na 3ª divisão está localizado o $\frac{3}{5}$. Saltar uma parte para a direita corresponde a adicionar $\frac{1}{5}$ à quantidade inicial, resultando em $\frac{4}{5}$. Verificando o resultado com o procedimento já estudado:

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \left(\frac{3+1}{5}\right) = \frac{4}{5}$$

4. c) Com a unidade dividida em 8 partes, na 1ª divisão está localizado o $\frac{1}{8}$. Saltar cinco partes para a direita corresponde a adicionar $\frac{5}{8}$ à quantidade inicial, resultando em $\frac{6}{8}$. Verificando o resultado com o procedimento já estudado:

$$\frac{1}{8}+\frac{5}{8}=\left(\frac{1+5}{8}\right)=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$$

4. d) Com a unidade dividida em 6 partes, na 5ª divisão está localizado o $\frac{5}{6}$. Saltar duas partes para a esquerda corresponde a subtrair $\frac{2}{6}$ da quantidade inicial, resultando em $\frac{3}{6}$. Verificando o resultado com o procedimento já estudado:

$$\frac{5}{6}-\frac{2}{6}=\left(\frac{5-2}{6}\right)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

4. e) Com a unidade dividida em 7 partes, na 6ª divisão está localizado o $\frac{6}{7}$. Saltar quatro partes para a esquerda corresponde a subtrair $\frac{4}{7}$ da quantidade inicial, resultando em $\frac{2}{7}$. Verificando o resultado com o procedimento já estudado:

$$\frac{6}{7}-\frac{4}{7}=\left(\frac{6-4}{7}\right)=\frac{2}{7}$$

4. f) Com a unidade dividida em 9 partes, na 4ª divisão está localizado o $\frac{4}{9}$. Saltar uma parte para a esquerda corresponde a subtrair $\frac{1}{9}$ da quantidade inicial, resultando em $\frac{3}{9}$. Verificando o resultado com o procedimento já estudado:

$$\frac{4}{9}-\frac{1}{9}=\left(\frac{4-1}{9}\right)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

6. Cada pacote tinha 120 miçangas. Do pacote da primeira cor, do total de $\frac{4}{4}$ iniciais, sobraram:

$$\frac{4}{4}-\frac{3}{4}=\frac{4-3}{4}=\frac{1}{4}$$

Ou seja, 30 miçangas (120 : 4 = 30).

Do pacote da segunda cor, o todo pode ser representado por $\frac{5}{5}$, enquanto a sobra foi de $\frac{2}{5}$ das miçangas $\left(\frac{5}{5}-\frac{3}{5}=\frac{5-3}{5}=\frac{2}{5}\right)$. Assim, do pacote da segunda cor sobraram 48 miçangas (120 : 5 = 24 e 24 · 2 = 48).

7. A lista apresentada no enunciado é a quantidade de senadores de cada partido, em janeiro de 2022.

7. a) A fração do Senado que representava cada partido era: CIDADANIA: $\frac{3}{81}$; DEM: $\frac{5}{81}$; MDB: $\frac{15}{81}$; PDT: $\frac{3}{81}$; PL: $\frac{6}{81}$; PODEMOS: $\frac{9}{81}$; PP: $\frac{7}{81}$; PROS: $\frac{3}{81}$; PSC: $\frac{1}{81}$; PSD: $\frac{12}{81}$; PSDB: $\frac{6}{81}$; PSL: $\frac{2}{81}$; PT: $\frac{7}{81}$; REDE: $\frac{1}{81}$; REPUBLICANOS: $\frac{1}{81}$.

7. b) Resposta pessoal; depende de pesquisa sobre a formação do Senado.

7. c) Resposta pessoal; depende de pesquisa sobre a formação do Senado.

7. d) Resposta pessoal; depende de pesquisa sobre a formação do Senado.

8. Se juntarmos as respostas apresentadas para todas as categorias, obtemos:

$$\frac{12}{100}+\frac{34}{100}+\frac{38}{100}+\frac{26}{100}=$$
$$=\frac{12+34+38+26}{100}=\frac{110}{100}$$

Então, há algum erro nos dados, pois como $110 > 100 \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{110}{100} > \frac{100}{100}$, então, a soma é maior do que 100%, mais do que a quantidade de pessoas entrevistadas.

9. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes elaborem problemas sobre adição ou subtração de frações, permitindo avaliar como expressam suas ideias e seus conhecimentos.

12. Para calcular a diferença, vamos reduzir a denominadores comuns e então subtrair os numeradores.

12. c) $3-\frac{2}{5}=\frac{3\cdot 5}{1\cdot 5}-\frac{2}{5}=$

$$=\frac{15-2}{5}=\frac{13}{5}$$

12. d) Nessa operação com números mistos, eles são transformados em frações para depois ser efetuada a subtração. Como 4 é múltiplo de 2, o denominador comum será 4, sendo necessário multiplicar os termos da primeira fração por 2 (pois 4 : 2 = 2). Assim:

$$3\frac{1}{2}-2\frac{3}{4}=3\frac{1\cdot 2}{2\cdot 2}-2\frac{3}{4}=$$
$$=3\frac{2}{4}-2\frac{3}{4}=$$
$$=\left(3+\frac{2}{4}\right)-\left(2+\frac{3}{4}\right)=$$
$$=\left(\frac{3\cdot 4}{4}+\frac{2}{4}\right)-\left(\frac{2\cdot 4}{4}+\frac{3}{4}\right)=$$
$$=\left(\frac{12+2}{4}\right)-\left(\frac{8+3}{4}\right)=$$
$$=\frac{14}{4}-\frac{11}{4}=\frac{3}{4}$$

13. a) Como 6 é múltiplo de 3, e mmc (4, 6) = 12, então se reduz ao denominador comum 12, considerando que, quando o denominador inicial é 4, então 12 : 4 = 3 é o fator que permitirá encontrar uma fração equivalente de denominador 12; da mesma maneira, 12 : 3 = 4 e 12 : 6 = 2, então:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} =$$
$$= \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} =$$
$$= \frac{9}{12} + \frac{4}{12} - \frac{2}{12} =$$
$$= \frac{9 + 4 - 2}{12} = \frac{11}{12}$$

13. b) Transformam-se todos os valores em frações de denominador 4 (pois tanto 1 como 2 são divisores de 4, ou seja, 4 é múltiplo de ambos).

$$\frac{3}{1} - \left(2 + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4} =$$
$$= \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 4} - \left(\frac{2 \cdot 4}{1 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2}\right) + \frac{1}{4} =$$
$$= \frac{12}{4} - \left(\frac{8}{4} + \frac{2}{4}\right) + \frac{1}{4} =$$
$$= \frac{12}{4} - \frac{10}{4} + \frac{1}{4} = \frac{12 - 10 + 1}{4} = \frac{3}{4}$$

13. c) 4 é múltiplo de 2, e mmc (4, 6) = 12; então, reduzindo as frações a esse denominador e operando as partes inteiras entre si:

$$\frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} + 1\frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} - 1\frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} =$$
$$= \frac{6}{12} + 1\frac{4}{12} - 1\frac{3}{12} =$$
$$= \frac{6}{12} + \frac{16}{12} - \frac{15}{12} =$$
$$= \frac{6 + 16 - 15}{12} = \frac{7}{12}$$

13. d) O denominador comum nesse caso é mmc (12, 9) = 36. Os fatores para cada fração são: denominador 12, fator 36 : 12 = 3; denominador 6, fator 36 : 6 = 6; denominador 9, fator 36 : 9 = 4. Então, a expressão fica:

$$\frac{11 \cdot 3}{12 \cdot 3} - \frac{5 \cdot 6}{6 \cdot 6} + \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{33}{36} - \frac{30}{36} + \frac{8}{36} =$$
$$= \frac{33 - 30 + 8}{36} = \frac{11}{36}$$

14. a) Ele percorreu $\frac{1}{2}$ no primeiro dia, e $\frac{1}{3}$ no segundo dia. Então, nos dois dias de viagem, ele percorreu $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ da distância, ou seja, $\frac{5}{6}$ da distância $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}\right)$.

14. b) A fração da distância que ainda falta percorrer é $\frac{1}{6}$, pois:

$$1 - \frac{5}{6} = \frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{6 - 5}{6} = \frac{1}{6}$$

14. c) A distância de 60 km equivale a $\frac{1}{6}$ do trajeto; portanto, a distância entre as cidades $\left(\frac{6}{6}\right)$ é de 360 km $(60 \cdot 6 = 360)$.

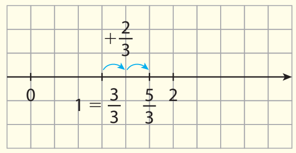
15. A fração arrendada corresponde ao que sobra além do milho e do carneiro. Portanto, efetuamos:

$$1 - \left(\frac{3}{8} + \frac{2}{5}\right) = 1 - \left(\frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 8}{5 \cdot 8}\right) = \frac{40}{40} - \left(\frac{15}{40} + \frac{16}{40}\right) =$$
$$= \frac{40}{40} - \frac{15 + 16}{40} = \frac{40}{40} - \frac{31}{40} = \frac{9}{40}$$

Assim, $\frac{9}{40}$ é a parte arrendada do sítio.

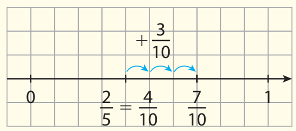
16. Fazendo como pede o enunciado:

16. a) Uma fração equivalente a 1 é $\frac{3}{3}$. Dividindo o inteiro em 3 partes, localizo o 1, ou seja, o $\frac{3}{3}$, e salto em sentido crescente 2 partes, ou seja, $\frac{2}{3}$, chegando a $\frac{5}{3}$. Assim: $1 + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$.



16. b) Uma fração equivalente a $\frac{2}{5}$ é $\frac{4}{10}$. Dividindo o inteiro em 10 partes, localizo o $\frac{4}{10}$ e salto em sentido crescente 3 partes, ou seja, $\frac{3}{10}$, chegando a $\frac{7}{10}$.

Assim: $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$.

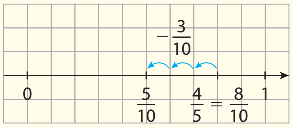


ILUSTRAÇÕES: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

16. c) Uma fração equivalente a $\frac{4}{5}$ é $\frac{8}{10}$. Dividindo o inteiro em 10 partes, localizo o $\frac{8}{10}$ e salto em sentido decrescente 3 partes, ou seja, $\frac{3}{10}$, chegando a $\frac{5}{10}$.

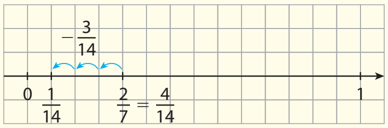
Assim: $\frac{4}{5} - \frac{3}{10} = \frac{8}{10} - \frac{3}{10} = \frac{5}{10}$. Simplificando, obtemos:

$$\frac{5:5}{10:5} = \frac{1}{2}$$



16. d) Uma fração equivalente a $\frac{2}{7}$ é $\frac{4}{14}$. Dividindo o inteiro em 14 partes, localizo o $\frac{4}{14}$ e salto em sentido decrescente 3 partes, ou seja, $\frac{3}{14}$, chegando a $\frac{1}{14}$.

Assim: $\frac{2}{7} - \frac{3}{14} = \frac{4}{14} - \frac{3}{14} = \frac{1}{14}$.



ILUSTRAÇÕES: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

18. O Estado arca com $\frac{3}{8}$ da obra, o município arca com $\frac{7}{12}$ e empresários com o restante, isto é:

$$1 - \frac{3}{8} - \frac{7}{12} = \frac{24}{24} - \frac{9}{24} - \frac{14}{24} = \frac{1}{24},$$

que corresponde a R$ 60 000,00.

18. a) $24 \cdot 60\,000 = 1\,440\,000$
Portanto, o custo total da obra foi de R$ 1 440 000,00.

18. b) Como a estrada tem 36 quilômetros, o custo por km é dado por $1\,440\,000 : 36 = 40\,000$.
A obra custou R$ 40 000,00.

19. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes elaborem problemas sobre adição ou subtração de frações, permitindo avaliar como expressam suas ideias e seus conhecimentos.

20. A multiplicação representa a soma de parcelas iguais; portanto, é possível escrever:

20. a) $\frac{3}{5} + \frac{3}{5} = 2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$

20. b) $\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = 3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$

20. c) $\frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} + \frac{4}{5} = 4 \cdot \frac{4}{5} =$
$= \frac{16}{5}$

21. O ponto entre o inteiro e a fração indica que se trata de uma multiplicação; então, efetuando a operação entre o inteiro e o numerador da fração, obtemos:

21. a) $3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 1}{4} = \frac{3}{4}$

21. b) $4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{4 \cdot 1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{4:4}{8:4} =$
$= \frac{1}{2}$
(O resultado pode ser simplificado.)

21. c) $5 \cdot \frac{1}{10} = \frac{5 \cdot 1}{10} = \frac{5}{10} =$
$\frac{5:5}{10:5} = \frac{1}{2}$
(O resultado pode ser simplificado.)

21. d) $8 \cdot \frac{1}{20} = \frac{8 \cdot 1}{20} = \frac{8}{20} =$
$= \frac{8:2}{20:2} = \frac{4}{10} = \frac{4:2}{10:2} = \frac{2}{5}$
(O resultado pode ser simplificado.)

22. Como uma semana tem 7 dias, o consumo total de suco em uma semana na forma de adição deve conter uma parcela para cada dia: $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$; na forma de fração, basta efetuar $7 \cdot \frac{1}{3}$.

24. Das 90 pessoas entrevistadas, $\frac{2}{3}$ disseram praticar a coleta seletiva, ou seja, 60 pessoas (pois $\frac{2}{3}$ de 90 é o mesmo que $\frac{2}{3} \cdot 90 = \frac{2 \cdot 90}{3} = \frac{180}{3} = \frac{60}{1} =$ $= 60$). Já $\frac{1}{10}$ das pessoas disse não conhecer a coleta seletiva, ou seja, 9 entrevistados (pois equivale a $\frac{1}{10}$ de $90 = \frac{1}{10} \cdot 90 = \frac{1 \cdot 90}{10} =$
$= \frac{90}{10} = \frac{90:10}{10:10} = \frac{9}{1} = 9$).

25. Analisando as informações do gráfico:

25. a) O gênero literário preferido dos adolescentes é o que tem a barra de maior comprimento, romance, com 35% dos adolescentes.

25. b) A peça teatral foi resposta de 23% dos adolescentes pesquisados, o que equivale à fração $\frac{23}{100}$ dos entrevistados.

25. c) Foram pesquisados 500 adolescentes, e 23% preferem peça teatral.

$$23\% \text{ de } 500 = \frac{23}{100} \text{ de } 500 =$$

$$= \left(\frac{23}{100}\right) \cdot 500 = \frac{(23 \cdot 500)}{100} = 115$$

Portanto, 115 adolescentes preferem peça teatral.

26.

Quantidade de dias por período do ano		
Períodos	**Frações do ano comercial**	**Quantidade de dias**
Bimestre	$\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$	60
Trimestre	$\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$	90
Quadrimestre	$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$	120
Semestre	$\frac{180}{360} = \frac{1}{2}$	180

Dados obtidos pelos estudantes.

27. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes elaborem problemas utilizando tabelas e frequências de dados, permitindo avaliar como expressam suas ideias e seus conhecimentos.

31. Como a regra é dividir igualmente entre 6 pessoas, cada um receberá $\frac{1}{6}$ de tudo.

31. a) Como os pais comeram suas partes completas, juntos eles comeram $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ do chocolate.

31. b) Como eu comi metade da minha parte, quero encontrar a fração que, quando multiplicada por 2, o resultado seja $\frac{1}{6}$. Perceba que $\frac{1}{6}$ é equivalente a $\frac{2}{12}$, e $\frac{2}{12} = 2 \cdot \frac{1}{12}$. Então, a fração do chocolate comida por mim é $\frac{1}{12}$.

31. c) Considerando que só essas pessoas comeram o chocolate, sobrou $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{12}\right)$.

Para calcular o valor dessa expressão é necessário reduzir as frações ao denominador comum 12 e efetuar a adição seguida da subtração.

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{12}\right) = 1 - \left(\frac{4}{12} + \frac{1}{12}\right) =$$

$$= 1 - \frac{5}{12} = \frac{12}{12} - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

Sobrou $\frac{7}{12}$ da barra de chocolate.

32. a) $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$

$\frac{2}{5}$ de $\frac{4}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$

Portanto, $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5} = \frac{2}{5}$ de $\frac{4}{3}$.

32. b) $\frac{3}{7}$ de $\frac{2}{11} = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{11} = \frac{3 \cdot 2}{7 \cdot 11} = \frac{6}{77}$

$\frac{2}{7}$ de $\frac{3}{11} = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{11} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 11} = \frac{6}{77}$

Portanto, $\frac{3}{7}$ de $\frac{2}{11} = \frac{2}{7}$ de $\frac{3}{11}$.

32. c) Escolhendo os números $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$.

$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{3}{8}$

$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 4} = \frac{3}{8}$

Os produtos são iguais.

32. d) $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$

Sim, os produtos são iguais.

32. e) É possível concluir que o padrão observado na multiplicação desses exemplos ocorre para outros pares de frações. Espera-se que os estudantes concluam que, na multiplicação de dois números racionais escritos na forma de fração, o produto se mantém quando trocamos entre si os numeradores ou os denominadores.

33. Resposta pessoal; elaboração e resolução de exercícios.

34. Quando o produto de dois números racionais é igual a 1, dizemos que um desses números é o inverso do outro. Esses números são chamados de números inversos. Quando o número está escrito em forma de fração, para encontrar o inverso basta inverter o numerador e o denominador.

34. a) O inverso de $\frac{3}{5}$ é $\frac{5}{3}$, pois $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = 1$.

34. b) O inverso de $\frac{1}{4}$ é 4, pois $\frac{1}{4} \cdot 4 = 1$.

34. c) O inverso de $\frac{6}{5}$ é $\frac{5}{6}$, pois $\frac{6}{5} \cdot \frac{5}{6} = 1$.

34. d) O inverso de 5 é $\frac{1}{5}$, pois $5 \cdot \frac{1}{5} = 1$.

34. e) $3\frac{1}{5} = \frac{16}{5}$, o inverso de $3\frac{1}{5}$ é $\frac{5}{16}$, pois $\frac{16}{5} \cdot \frac{5}{16} = 1$.

34. f) $5\frac{1}{3} = \frac{16}{3}$, o inverso de $5\frac{1}{3}$ é $\frac{3}{16}$, pois $\frac{16}{3} \cdot \frac{3}{16} = 1$.

35. a) Como $1 \cdot 1 = 1$, o inverso do 1 é o próprio 1.

35. b) O inverso do inverso de um número é ele próprio, pois os números inversos são duplas que se alternam, por exemplo, o inverso de $\frac{2}{3}$ é $\frac{3}{2}$, e o inverso dele é $\frac{2}{3}$, e assim por diante.

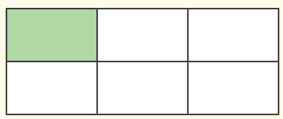
36. Na figura, é possível observar uma parte pintada de verde-claro, e dentro da parte clara, há uma parcela hachurada de verde-escuro, indicando que o pedaço de $\frac{2}{3}$ foi dividido por 4, indicando a divisão $\frac{2}{3} : 4$.

$\frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

38. Uma horta foi dividida em 3 canteiros de igual tamanho.

38. a) As verduras foram plantadas em um canteiro, que pode ser representado como $\frac{1}{3}$ do inteiro.

38. b) O espinafre foi plantado em metade de um canteiro, o que pode ser representado pela figura:



$\frac{1}{6}$

38. c) A parte onde foi plantada couve é metade de um canteiro, que é dada por: $\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

41. a) $\frac{5}{8} : \frac{7}{6} = \frac{5 \cdot 6}{8 \cdot 7} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$

41. b) $\frac{9}{5} : \frac{3}{2} = \frac{9 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}$

41. c) $\frac{1}{8} : \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{8 \cdot 1} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

41. d) $3\frac{1}{2} : 7 = \left(\frac{3 \cdot 2 + 1}{2}\right) : 7 =$

$= \frac{7}{2} : \frac{7}{1} = \frac{7 \cdot 1}{2 \cdot 7} =$

$= \frac{7}{14} = \frac{7 : 7}{14 : 7} = \frac{1}{2}$

41. e) $2 : 3\frac{1}{2} = \frac{2}{1} : \left(\frac{3 \cdot 2 + 1}{2}\right) =$

$= \frac{2}{1} : \frac{7}{2} = \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 7} = \frac{4}{7}$

41. f) Como nessa divisão o dividendo é zero e o divisor é diferente de zero, o quociente é zero: $0 : 3\frac{1}{9} = 0$

43. É possível descobrir o valor desconhecido em $\blacksquare \cdot \frac{7}{3} = \frac{2}{5}$ utilizando a operação inversa, a divisão, efetuando $\frac{2}{5} : \frac{7}{3} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$.

Assim, $\frac{6}{35}$ é o número procurado.

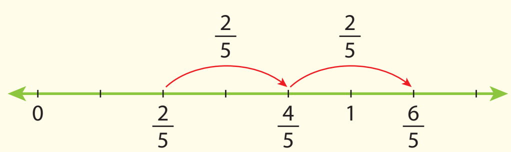
44. Osvaldo ficou com $\frac{1}{3}$ das terras e distribuiu o resto, isto é, $\frac{2}{3}$ delas foram distribuídas para quatro filhos: $\left(1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{3 - 1}{3} = \frac{2}{3}\right)$.

Dessa maneira, cada filho ficou com $\frac{1}{6}$ desse sítio: $\left(\frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{3 \cdot 4} = \frac{2}{12} = \frac{2 : 2}{12 : 2} = \frac{1}{6}\right)$.

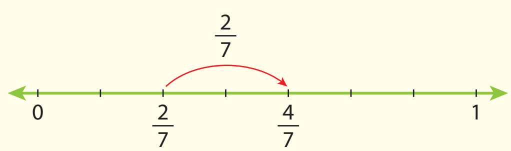
46. A receita serve 4 pessoas; para fazer a adaptação para 2 pessoas é necessário dividir todas as quantidades por 2, ou seja, usar apenas metade da quantidade original. Portanto, serão usados $\frac{3}{8}$ L de leite $\left(\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}\right)$, 1 colher de açúcar (2 : 2 = 1), $\frac{3}{4}$ de colher de amido de milho $\left(\frac{3}{2} : 2 = \frac{3}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}\right)$, 1 gema (2 : 2 = 1) e $\frac{1}{6}$ de colher de baunilha $\left(\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}\right)$.

47. A técnica de multiplicação mental de frações apresentada consiste em compreender essa operação como uma soma de parcelas (inteiras) iguais, e na divisão mental a ideia é procurar quantas "vezes" o divisor cabe no dividendo.

47. a) Para calcular $3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5}$, com o apoio de uma reta numérica, cada inteiro dividido em 5 partes iguais, encontrar $\frac{2}{5}$ e saltar 2 partes no sentido crescente, para chegar a $\frac{6}{5}$.



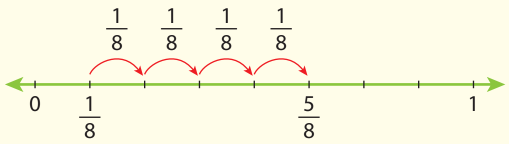
47. b) Para calcular $2 \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{7} + \frac{2}{7}$, com o apoio de uma reta numérica, cada inteiro dividido em 7 partes iguais, encontrar $\frac{2}{7}$ e saltar 1 parte no sentido crescente, para chegar a $\frac{4}{7}$.



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

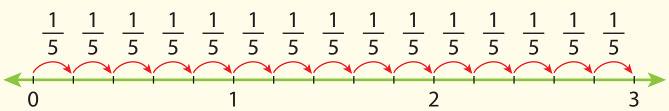
ILUSTRAÇÕES: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

47. c) Para calcular $5 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$, com o apoio de uma reta numérica, cada inteiro dividido em 8 partes iguais, encontrar $\frac{1}{8}$ e saltar 4 partes no sentido crescente, para chegar a $\frac{5}{8}$.



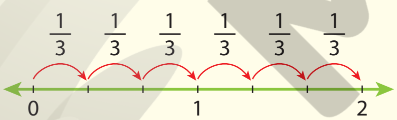
47. d) Para calcular $3 : \frac{1}{5}$, com o apoio de uma reta numérica, é necessário construir uma reta numérica cuja unidade esteja dividida em 5 partes iguais, e identificar na reta um intervalo de 3 unidades. Para encontrar quantas vezes $\frac{1}{5}$ cabe no 3, são feitos 15 saltos de $\frac{1}{5}$, então

$3 : \frac{1}{5} = 15$.

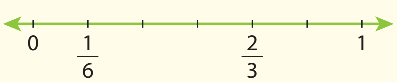


47. e) Para calcular $2 : \frac{1}{3}$, com o apoio de uma reta numérica, é necessário construir uma reta numérica cuja unidade esteja dividida em 3 partes iguais, e identificar na reta um intervalo de 2 unidades. Para encontrar quantas vezes $\frac{1}{3}$ cabe no 2, são feitos 6 saltos de $\frac{1}{3}$, então

$2 : \frac{1}{3} = 6$.



47. f) Para calcular $\frac{2}{3} : 4$, é necessário construir uma reta numérica cuja unidade esteja dividida em 3 partes iguais, e identificar na reta o local do $\frac{2}{3}$. A princípio, não é possível dividir essa quantidade por 4, então com a fração equivalente $\frac{4}{6}$ (e dividindo cada parte em 2, ou seja, a unidade em 6), fica mais evidente que $\frac{4}{6} : 4 = \frac{1}{6}$.



ILUSTRAÇÕES: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

48. Resposta pessoal; elaborar e resolver problemas.

52. Como os 3 copos são iguais, o total de suco despejado a mais será 3 vezes a quantidade de líquido que cabe em um copo, ou seja, $3 \cdot \frac{1}{4}$. Como já havia suco na jarra, o total acumulado será $3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$.

53. Perceba que o esquema é equivalente à expressão numérica:

$$\left[\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{4} + \left(\frac{2}{3}\right)^0\right]^3$$

Resolvendo:

$$\left[\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{4} + \left(\frac{2}{3}\right)^0\right]^3 = \left[\frac{5}{4} + 1\right]^3 = \left[\frac{9}{4}\right]^3 = \frac{729}{64}$$

56. Resposta pessoal; elaboração e resolução de exercícios.

Trabalhando a informação

Páginas 181 e 182

1. a) O vitral todo tem 100 quadradinhos; portanto, a parte vermelha, que tem 40 quadradinhos, é $\frac{40}{100} = 40\%$, e a azul é $\frac{60}{100} = 60\%$.

O vitral todo é $\frac{100}{100} = 100\%$.

1. c) Fazendo as representações:

Juntar significa adicionar; portanto, $\frac{40}{100} + \frac{60}{100} = \frac{100}{100}$, ou $40\% + 60\% = 100\%$.

Cortar o fundo pode ser entendido como a subtração da parte vermelha do todo, ou seja, $\frac{100}{100} - \frac{40}{100} = \frac{60}{100}$, ou $100\% - 40\% = 60\%$.

Página 203

1. A coleção com 100 bolinhas pula-pula de borracha tem 30 bolinhas amarelas, 25 azuis e 45 vermelhas; então, a probabilidade de sair bolinha amarela é $\frac{30}{100} = 30\%$, de sair azul é $\frac{25}{100} = 25\%$ e a probabilidade de sair vermelha é $\frac{45}{100} = 45\%$. Entre bolinhas na cor azul e bolinhas na cor amarela, a menor probabilidade é a de sair azul, pois $25\% < 30\%$.

2. A probabilidade procurada é $\frac{1}{100} = 1\%$.

3. Na caixa há 5 bolas, sendo 3 brancas e 2 verdes; a probabilidade de sortear uma bolinha verde é $\frac{2}{5} = 40\%$.

Pense mais um pouco...

Páginas 192 e 193

1. a) Simplificando o resultado da primeira multiplicação, conclui-se que os resultados são iguais a $\frac{5}{4}$, pois ocorreu multiplicação de frações equivalentes.

I) $\frac{3}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{15 : 3}{12 : 3} = \frac{5}{4}$

II) $\frac{1}{1} \cdot \frac{5}{4} = \frac{1 \cdot 5}{1 \cdot 4} = \frac{5}{4}$

III) $\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{1} = \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 1} = \frac{5}{4}$

1. b) Simplificando quando necessário, é possível observar que todos os produtos são iguais a $\frac{7}{3}$.

I) $\frac{5}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{2} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 7}{3 \cdot 5 \cdot 2} = \frac{7}{3}$

II) $\frac{5}{5} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{7}{3} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 7}{5 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{7}{3}$

III) $\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{7}{3} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 7}{1 \cdot 1 \cdot 3} = \frac{7}{3}$

IV) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{7}{1} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 7}{3 \cdot 1 \cdot 1} = \frac{7}{3}$

1. c) Simplificando quando necessário, é possível observar que todos os produtos são iguais a $\frac{10}{3}$.

I) $\frac{8}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{8 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{40}{12} =$

$= \frac{40 : 4}{12 : 4} = \frac{10}{3}$

II) $\frac{8}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{8 \cdot 5}{4 \cdot 3} = \frac{40}{12} =$

$= \frac{40 : 4}{12 : 4} = \frac{10}{3}$

III) $\frac{2}{1} \cdot \frac{5}{3} = \frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 3} = \frac{10}{3}$

IV) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{1} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 1} = \frac{10}{3}$

2. O procedimento efetuado por Débora simplifica os termos antes de multiplicar, dessa maneira ela está poupando operações. Ao simplificar apenas no final, Fábio efetuou multiplicações desnecessárias. Débora efetuou operações com números menores, tornando o procedimento mais rápido e diminuindo as chances de erros a partir das propriedades comutativa e associativa da multiplicação.

3. Para resolver pelo procedimento de Débora, deve-se encontrar pares de termos que estejam um no numerador e um no denominador e que tenham fator em comum. Em seguida, deve-se dividir esses termos pelo fator comum deles para evitar ter de dividir o resultado final.

$\frac{4}{9} \cdot \frac{21}{15} \cdot \frac{10}{16} = \frac{4 \cdot 21 \cdot 10}{9 \cdot 15 \cdot 16} =$

$= \frac{1 \cdot 7 \cdot 1}{3 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{7}{18}$

4. a) $\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{3} = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 1} = \frac{1}{1} = 1$

4. b) $\frac{1}{9} \cdot 9 = \frac{1 \cdot 1}{1} = 1$

4. c) $\frac{7}{6} \cdot \frac{6}{7} = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 1} = \frac{1}{1} = 1$

4. d) $12 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1 \cdot 1}{1} = \frac{1}{1} = 1$

Página 200

d) Falsa:

$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{4} = \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{2+3} = \frac{1^5}{2^5} = \frac{1}{32}$

e) Verdadeira:

$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{2 \cdot 3} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1^6}{2^6} = \frac{1}{64}$

Exercícios complementares

1. a) $\frac{7}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$

1. b) $\frac{3}{5} + \frac{6}{5} + \frac{16}{5} = \frac{3+6+16}{5} =$

$= \frac{25}{5} = \frac{5}{1} = 5$

1. c) $\frac{5}{3} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{5}{3} + \frac{2+3}{5} =$

$= \frac{5}{3} + \frac{5}{5} = \frac{5 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{5 \cdot 3}{5 \cdot 3} =$

$= \frac{25}{15} + \frac{15}{15} = \frac{40}{15} = \frac{8}{3}$

1. d) $\frac{2}{3} + 3 + \frac{1}{4} =$

$= \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{3 \cdot 12}{12} + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} =$

$= \frac{8}{12} + \frac{36}{12} + \frac{3}{12} =$

$= \frac{8 + 36 + 3}{12} = \frac{47}{12}$

1. **e)** $\frac{5}{3} - \frac{1}{3} = \frac{5-1}{3} = \frac{4}{3}$

1. **f)** $\frac{18}{5} - \frac{3}{5} = \frac{18-3}{5} =$

$= \frac{15}{5} = \frac{3}{1} = 3$

1. **g)** $\frac{2}{5} - \frac{1}{7} = \frac{2\cdot 7}{5\cdot 7} - \frac{1\cdot 5}{7\cdot 5} =$

$= \frac{14}{35} - \frac{5}{35} = \frac{9}{35}$

1. **h)** $12 - \frac{5}{9} = \frac{12\cdot 9}{9} - \frac{5}{9} =$

$= \frac{108}{9} - \frac{5}{9} = \frac{108-5}{9} =$

$= \frac{103}{9}$

2. **a)** $\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} = \frac{2\cdot 3\cdot 1}{1\cdot 4\cdot 2} = \frac{6}{8} =$

$= \frac{6:2}{8:2} = \frac{3}{4}$

2. **b)** $\frac{\cancel{5}}{\cancel{7}}\cdot 4\cdot\frac{\cancel{7}}{\cancel{5}} = 4$

2. **c)** $\frac{2}{\cancel{3}}\cdot\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\cancel{5}}\cdot\frac{\overset{7}{\cancel{35}}}{\underset{4}{\cancel{8}}}\cdot\frac{\cancel{2}}{7} =$

$= \frac{\cancel{2}}{1}\cdot\frac{\cancel{2}}{1}\cdot\frac{\cancel{7}}{\cancel{4}}\cdot\frac{1}{\cancel{7}} = \frac{1}{1} = 1$

2. **d)** $1\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{5} = \left(\frac{4}{4} + \frac{1}{4}\right)\cdot\frac{3}{5} =$

$= \frac{\cancel{5}}{4}\cdot\frac{3}{\cancel{5}} = \frac{3}{4}$

2. **e)** $\frac{2}{5} : \frac{4}{3} = \frac{\cancel{2}\cdot 3}{5\cdot\underset{2}{\cancel{4}}} = \frac{1\cdot 3}{5\cdot 2} = \frac{3}{10}$

2. **f)** $\frac{2}{9} : \frac{6}{5} = \frac{\cancel{2}\cdot 5}{9\cdot\underset{3}{\cancel{6}}} = \frac{5}{9\cdot 3} = \frac{5}{27}$

2. **g)** $5 : 4 = \frac{5}{4}$

2. **h)** $1\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{2} + \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{3} =$

$= \frac{3}{2} : \frac{2}{3} = \frac{3\cdot 3}{2\cdot 2} = \frac{9}{4}$

4. **a)** O inverso de 7 é $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{7} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{7} = \frac{1\cdot 1}{3\cdot 7} = \frac{1}{21}$

4. **b)** O inverso de $\frac{1}{2}$ é $\frac{2}{1} = 2$; $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{1} = \frac{1\cdot 2}{2\cdot 1} =$

$= \frac{2}{2} = 1$

4. **c)** $3\frac{1}{7} = 3 + \frac{1}{7} = \frac{3\cdot 7}{7} + \frac{1}{7} = \frac{21}{7} + \frac{1}{7} = \frac{22}{7}$; o inverso de $\frac{22}{7}$ é $\frac{7}{22}$

5. O triplo de um número é $\frac{18}{5}$; portanto, o número é

$\frac{18}{5} : 3 = \frac{18}{5} : \frac{3}{1} = \frac{\overset{6}{\cancel{18}}\cdot 1}{5\cdot\cancel{3}} = \frac{6}{5}$.

Portanto:

5. **a)** Sua terça parte é $\frac{6}{5} : 3 = \frac{6}{5} : \frac{3}{1} = \frac{\overset{2}{\cancel{6}}\cdot 1}{5\cdot\cancel{3}} = \frac{2}{5}$

5. **b)** Sua metade é $\frac{6}{5} : 2 = \frac{\overset{3}{\cancel{6}}\cdot 1}{5\cdot\cancel{2}} = \frac{3}{5}$.

5. **c)** Seu dobro é $\frac{6}{5}\cdot 2 = \frac{6\cdot 2}{5} = \frac{12}{5}$.

5. **d)** Seu quádruplo é $\frac{6}{5}\cdot 4 = \frac{6\cdot 4}{5} = \frac{24}{5}$.

5. **e)** Seu quíntuplo é 6, pois:

$\frac{6}{5}\cdot 5 = \frac{6\cdot\cancel{5}}{\cancel{5}} = \frac{6}{1} = 6$.

Alternativa **c**.

6. O resultado da divisão está representado pela parte hachurada em preto, $\frac{3}{8}$.

7. Para calcular mentalmente, além de notar que qualquer número natural pode ser escrito como uma fração de denominador 1, repare que dividir é o mesmo que multiplicar pelo inverso.

7. **a)** $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2\cdot 2} = \frac{1}{4}$

7. **b)** $2 : \frac{1}{2} = \frac{2\cdot 2}{1} = 4$

7. **c)** $4 : \frac{1}{3} = \frac{4\cdot 3}{1} = 12$

7. **d)** $\frac{1}{3} : 4 = \frac{1}{3\cdot 4} = \frac{1}{12}$

8. O total de estudantes é a quantidade total de suco distribuída dividida pela quantidade de suco recebida por estudante, ou seja, 90 estudantes

$\left(18 : \frac{1}{5} = \frac{18\cdot 5}{1} = \frac{90}{1} = 90\right)$.

9. Dos 30 L abastecidos, há $\frac{4}{5}$ de gasolina, ou seja, 24 L, pois $\frac{4}{5}$ de 30 é dado por:

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{30}{1} = \frac{4 \cdot \overset{6}{\cancel{30}}}{\cancel{5}} = \frac{24}{1} = 24$$

Devem ser colocados 24 litros de gasolina.

Verificando

1. Como $A = \frac{1}{5}$ e $B = \frac{4}{7}$, temos:

1. a) $A \cdot B = \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{35}$

1. b) $\frac{A}{B} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{4}{7}} = \frac{1 \cdot 7}{5 \cdot 4} = \frac{7}{20}$

1. c) $\frac{B}{A} = \frac{\frac{4}{7}}{\frac{1}{5}} = \frac{4 \cdot 5}{1 \cdot 7} = \frac{20}{7}$

1. d) $A + B = \frac{1}{5} + \frac{4}{7} = \frac{1 \cdot 7}{5 \cdot 7} + \frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 5} =$

$= \frac{7}{35} + \frac{20}{35} = \frac{27}{35}$

1. Para comparar os resultados, perceba que o único maior do que 1 inteiro é $\frac{B}{A} = \frac{20}{7}$, pois o denominador é menor do que o numerador; portanto, é o maior valor. Alternativa **c**.

2. A prova é composta de 4 km de natação, 180 km de bicicleta e 42 km de corrida, totalizando 226 km (4 + 180 + 42 = 226) de prova. Assim, posso escrever na forma de fração:

$\frac{\text{prova de natação}}{\text{total da prova}} = \frac{4}{226} =$

$= \frac{4 : 2}{226 : 2} = \frac{2}{113}$

$\frac{\text{prova de ciclismo}}{\text{total da prova}} = \frac{180}{226} =$

$= \frac{180 : 2}{226 : 2} = \frac{90}{113}$

$\frac{\text{prova de corrida}}{\text{total da prova}} = \frac{42}{226} =$

$= \frac{42 : 2}{226 : 2} = \frac{21}{113}$

Alternativa **b**.

3. Os outros times, juntos, fizeram $\frac{2}{3}$ dos gols $\left(1 - \frac{2}{6} = \frac{6}{6} - \frac{2}{6} = \frac{6 - 2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}\right)$, que correspondem a 60 gols. Então, $\frac{1}{3}$ dos gols são 60 : 2 = 30, e o total de gols marcados no campeonato é 30 · 3 = 90. Desses, a turma A marcou 30 gols (90 – 30 = 30). Alternativa **b**.

4. A metade de $\frac{1}{10}$ é dada por:

$\frac{1}{10} : 2 = \frac{1}{10} : \frac{2}{1} = \frac{1}{10 \cdot 2} = \frac{1}{20}$

Alternativa **b**.

5. Soma das vendas dos três vendedores:

$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{15}{60} + \frac{12}{60} + \frac{20}{60} =$

$= \frac{47}{60}$

Venda do quarto vendedor:

$1 - \frac{47}{60} = \frac{13}{60}$

Alternativa **a**.

6. Resolvendo a expressão, obtemos:

$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{4} + \frac{1 \cdot \cancel{2}}{\underset{3}{\cancel{6}} \cdot 3} =$

$= \frac{3}{4} + \frac{1}{9} = \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 9} + \frac{1 \cdot 4}{9 \cdot 4} =$

$= \frac{27}{36} + \frac{4}{36} = \frac{31}{36}$

Alternativa **d**.

7. A barra é dividida em 24 quadradinhos (3 · 8 = 24). Como $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}$, consumir 20 quadradinhos equivale a $\frac{5}{6}$ da barra.

Alternativa **c**.

8. O inverso de 7 é $\frac{1}{7}$ pois:

$7 \cdot \frac{1}{7} = \frac{7}{1} \cdot \frac{1}{7} = \frac{7 \cdot 1}{1 \cdot 7} = \frac{7}{7} = 1$

Alternativa **b**.

9. Pela operação inversa, a fração é:

$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{5}{15} - \frac{3}{15} =$

$= \frac{5 - 3}{15} = \frac{2}{15}$

Alternativa **c**.

Capítulo 9 – Números racionais na forma decimal e operações

Objetivos do capítulo e justificativas

- Ler, escrever e representar números racionais na forma decimal.
- Reconhecer números racionais em diferentes contextos.
- Localizar números racionais na forma decimal na reta numérica.
- Reconhecer que os números racionais podem ser expressos na forma de fração e na forma decimal, estabelecendo relações entre essas representações.
- Resolver e elaborar problemas que envolvam números racionais na forma decimal, compreendendo os diferentes significados das operações entre esses números.
- Realizar cálculos que envolvam operações com números racionais na forma decimal por meio de estratégias variadas.
- Resolver problemas que envolvam a ideia de porcentagem.
- Compreender o significado de média aritmética e aprender a calculá-la.

A representação decimal dos números racionais possibilita aos estudantes trabalhar com este campo numérico em diversos contextos, não só em distintas áreas do conhecimento como também em diferentes unidades temáticas da própria Matemática. No caso da representação de números racionais na forma decimal sobre a reta, os estudantes se aproximam de indicações em instrumentos de medida de comprimento (régua, trena etc.). Desse modo, os conteúdos trabalhados contribuem para o letramento matemático, favorecendo o desenvolvimento das **competências específicas 3** e **4** e das **competências gerais 2** e **4**.

Na seção de abertura também exploramos a importância da vírgula por meio de um poema concreto, o que contribui para o desenvolvimento da **competência geral 3** e da **competência específica 6**.

Os números racionais têm uma particularidade: o fato de poderem ser representados de diferentes maneiras, entre elas a representação fracionária e a decimal. Relacionar essas representações possibilita ao estudante compreender melhor o significado do número racional em questão no contexto em que ele está inserido. Assim, com múltiplas experiências, o conceito de número vai se consolidando.

Porcentagem é uma ideia que pode ser explorada em vários contextos, na própria Matemática e em outras áreas do conhecimento. Quando isso acontece, a compreensão sobre o conceito de porcentagem se amplia, dando significado ao que é estudado em sala de aula. É na resolução de problemas que a compreensão da porcentagem e a construção de estratégias de resolução de problemas ganham oportunidades.

O cálculo da média aritmética, explorado na seção *Trabalhando a informação*, foi relacionado a uma situação-problema sobre vendas, situação que contribui para o desenvolvimento da **competência geral 6**.

Outra temática explorada é o desperdício de alimentos, que contribui para o desenvolvimento da **competência geral 7** e da **competência específica 7**.

O desenvolvimento das **competências gerais 9** e **10** e da **competência específica 8** é favorecido com as diversas atividades a serem realizadas em grupos, pois possibilitam aos estudantes exercitar diferentes habilidades socioemocionais ao trabalhar com os colegas, interagindo de forma cooperativa.

Habilidades trabalhadas no capítulo

(EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.

(EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

(EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica.

(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA12) Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.

(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

(EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.

Os números racionais na forma decimal foram estudados no 4º e no 5º anos do Ensino Fundamental. Nesse momento, esses conhecimentos serão expandidos e aprofundados na perspectiva da construção de novos conhecimentos, o que favorece a sua apropriação pelos estudantes e os prepara para o detalhamento do estudo desse tema no 7º ano do Ensino Fundamental, no desenvolvimento das habilidades (EF07MA10), (EF07MA11) e (EF07MA012). Assim, as atividades abordam conhecimentos relativos à notação decimal dos números racionais positivos, à ampliação do sistema de numeração decimal para as ordens decimais, à ordenação de números racionais na forma decimal e à sua relação com pontos da reta numérica, às operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação com números racionais na forma decimal, ao cálculo de porcentagens na forma decimal e ao uso da calculadora. Desse modo, os conteúdos trabalhados contribuem para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA01), (EF06MA02), (EF06MA07) e (EF06MA08).

As atividades propostas aos estudantes foram elaboradas com estratégias diferenciadas e com o objetivo de favorecer os desenvolvimentos das habilidades (EF06MA10), (EF06MA11), (EF06MA12) e (EF06MA13).

Nesse caso, as Unidades Temáticas **Números** e **Probabilidade e estatística** associam-se em atividades de cálculo de média aritmética. A atividade de coletar informações sobre os colegas para o cálculo de média contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA32).

Comentários e resoluções

Apresentaremos a seguir as resoluções de alguns exercícios e atividades propostos neste capítulo. As resoluções que não constam nesta parte específica estão nas *Orientações Didáticas* que acompanham as reproduções das páginas do livro do estudante.

Exercícios propostos

8. A malha toda representa 1 inteiro.

8. a) É uma malha de 20×50; logo, há 1 000 quadradinhos, pois: $20 \cdot 50 = 1000$.

8. b) Em azul há 4 faixas de dimensões medindo 20×5, e um retângulo medindo 3×5; portanto, são $4 \cdot 20 \cdot 5 + 3 \cdot 5 = 400 + 15 = 415$; então, o número decimal que corresponde à parte pintada de azul é $\frac{415}{1000} = 0{,}415$.

8. c) A parte não pintada de azul são os outros 585 quadradinhos ($1000 - 415 = 585$), que representam $\frac{585}{1000} =$ $= 0{,}585$.

9. Relacionando as frações decimais com as representações gráficas, obtemos:

9. a) $\frac{7}{10} = 7 \cdot \frac{1}{10} = 7 \cdot 0{,}1 = 0{,}7$

9. b) $\frac{3}{10} = 3 \cdot 0{,}1 = 0{,}3$

9. c) $\frac{18}{100} = 18 \cdot \frac{1}{100} = 18 \cdot 0{,}01 = 0{,}18$

9. d) $\frac{4}{100} = 0{,}04$

9. e) $\frac{13}{1000} = 13 \cdot \frac{1}{1000} = 13 \cdot 0{,}001 = 0{,}013$

9. f) $\frac{325}{1000} = 0{,}325$

10. A leitura do número separa a parte inteira da parte decimal.

10. a) $30{,}06 \rightarrow$ Trinta inteiros e seis centésimos.

$$30 + \frac{6}{100} = \frac{3000}{100} + \frac{6}{100} = \frac{3006}{100}$$

10. b) $3{,}006 \rightarrow$ Três inteiros e seis milésimos.

$$3 + \frac{6}{1000} = \frac{3006}{1000}$$

10. c) $0{,}036 \rightarrow$ Trinta e seis milésimos.

$$\frac{36}{1000}$$

10. d) $0{,}306 \rightarrow$ Trezentos e seis milésimos.

$$\frac{306}{1000}$$

10. e) $300{,}6 \rightarrow$ Trezentos inteiros e seis décimos.

$$300 + \frac{6}{10} = \frac{3006}{10}$$

10. f) $0{,}36 \rightarrow$ Trinta e seis centésimos.

$$\frac{36}{100}$$

11. a) 6,947 pode ser lido como seis inteiros e novecentos e quarenta e sete milésimos, ou seis vírgula novecentos e quarenta e sete.

11. b) 57,298 pode ser lido como cinquenta e sete inteiros e duzentos e noventa e oito milésimos, ou cinquenta e sete vírgula duzentos e noventa e oito.

12. Para responder a essa questão precisamos nos lembrar das propriedades utilizadas até aqui.

12. a) A vírgula separa a parte inteira da parte decimal: 10,45.

12. b) Como um centésimo é 0,01, então 75 centésimos é 0,75.

12. c) Um milésimo é 0,001; então, 25 milésimos é 0,025. A resposta final é 2,025.

12. d) Décimo de milésimo é $\frac{1}{10}$ do milésimo, ou seja, 0,0001, então 72 décimos de milésimos é 0,0072.

13. A resposta dessa atividade é pessoal. Ela vai depender dos textos selecionados.

17. Na comparação de números decimais, quando as partes inteiras forem iguais, devemos comparar as partes decimais. Como $7 = 7$ e 5 décimos > 2 décimos, temos $7{,}5 > 7{,}2$. Logo, o caminhão B pode transportar uma medida maior de massa.

18. Comparando os valores 58,6 e 58,570, como a parte inteira é igual, comparam-se 0,6 e 0,570.

Como 6 décimos > 5 décimos, temos $0{,}6 > 0{,}570$; logo, $58{,}6 > 58{,}570$. Portanto, Maria tem a maior medida de massa.

19. Os números naturais são inteiros não negativos, são números que não têm parte decimal (ou cuja parte decimal é igual a zero), então entre 12,3 e 17,1 existem os naturais 13, 14, 15, 16 e 17.

23. Mário efetuou 600 : 1000 e Maísa efetuou 600 : 10000.

23. a) No visor da calculadora deles aparecerá a forma decimal do resultado da divisão; então, primeiro simplificando em forma de fração e depois escrevendo como decimal, no caso de Mário será:

$$\frac{600}{1000} = \frac{600:100}{1000:100} = \frac{6}{10} = 0{,}6.$$

No visor da calculadora de Maísa aparecerá:

$$\frac{600}{10000} = \frac{600:100}{10000:100} = \frac{6}{100} = 0{,}06$$

23. b) Tanto 0,6 como 0,06 têm zero unidades na parte inteira; então, comparam-se os décimos: 6 décimos > > 0 décimo; então, 0,6 > 0,06. Portanto, 0,6 é maior.

24. Resposta pessoal, elaboração e resolução de problema.

29. Alinham-se as vírgulas e acrescentam-se zeros quando for necessário preencher as casas.

29. a) 0,4 – 0,325 = 0,075

$$\begin{array}{r} 0{,}400 \\ -\ 0{,}325 \\ \hline 0{,}075 \end{array}$$

29. b) 1 – 0,275 = 0,725

$$\begin{array}{r} 1{,}000 \\ -\ 0{,}275 \\ \hline 0{,}725 \end{array}$$

29. c) 5,6 – 4 = 1,6

$$\begin{array}{r} 5{,}6 \\ -\ 4{,}0 \\ \hline 1{,}6 \end{array}$$

29. d) 12,36 – 8,634 = 3,726

$$\begin{array}{r} 12{,}360 \\ -\ 8{,}634 \\ \hline 3{,}726 \end{array}$$

30. a) 0,075 + 0,325 = 0,4

$$\begin{array}{r} 0{,}075 \\ +\ 0{,}325 \\ \hline 0{,}400 \end{array}$$

30. b) 0,725 + 0,275 = 1

$$\begin{array}{r} 0{,}725 \\ +\ 0{,}275 \\ \hline 1{,}000 \end{array}$$

30. c) 1,6 + 4 = 5,6

$$\begin{array}{r} 1{,}6 \\ +\ 4{,}0 \\ \hline 5{,}6 \end{array}$$

30. d) 3,726 + 8,634 = 12,36

$$\begin{array}{r} 3{,}726 \\ +\ 8{,}634 \\ \hline 12{,}360 \end{array}$$

30. e) 0,4 – 0,075 = 0,325

$$\begin{array}{r} 0{,}400 \\ -\ 0{,}075 \\ \hline 0{,}325 \end{array}$$

30. f) 1 – 0,725 = 0,275

$$\begin{array}{r} 1{,}000 \\ -\ 0{,}725 \\ \hline 0{,}275 \end{array}$$

30. g) 5,6 – 1,6 = 4

$$\begin{array}{r} 5{,}6 \\ -\ 1{,}6 \\ \hline 4{,}0 \end{array}$$

30. h) 12,36 – 3,726 = 8,634

$$\begin{array}{r} 12{,}360 \\ -\ 3{,}726 \\ \hline 8{,}634 \end{array}$$

32. a) 100,00 – 37,50 – 36,25 – 7,75 = 18,50
Logo, sobraram R$ 18,50 da quantia que a avó deu.

32. b) 100,00 – (37,50 + 36,25 + 7,75)

35. Calculando o valor de cada uma das expressões, obtemos:

35. a) 2,4 – (1,3 + 0,2) = 2,4 – 1,5 = 0,9

35. b) 2,4 – 1,3 + 0,2 = 1,1 + 0,2 = 1,3

35. c) 2,4 + (1,3 – 0,2) = 2,4 + 1,1 = 3,5

35. d) 2,4 + 1,3 + 0,2 = 3,7 + 0,2 = 3,9
Como 0,9 < 1,3 < 3,5 < 3,9, o **item d** tem o maior valor e o **item a** tem o menor valor.

36. Arredondam-se números com parte decimal menor do que 5 décimos para o inteiro anterior, e números com parte decimal igual ou maior do que 5 décimos são arredondados para o inteiro posterior. Dessa maneira:

36. a) 2,86 + 4,95 ≃ 3 + 5 = 8 e 2,86 + 4,95 = 7,81

36. b) 11,24 + 5,67 ≃ 11 + 6 = 17 e 11,24 + 5,67 = 16,91

36. c) 9,11 + 31,74 ≃ 9 + 32 = 41 e 9,11 + 31,74 = 40,85

36. d) 12,12 – 6,43 ≃ 12 – 6 = 6 e 12,12 – 6,43 = 5,69

36. e) 32,77 – 9,64 ≃ 33 – 10 = 23 e 32,77 – 9,64 = 23,13

36. f) 53,42 – 10,38 ≃ 53 – 10 = 43 e 53,42 – 10,38 = 43,04

37. Lendo os valores do gráfico, temos:

37. a) O número correspondente à barra desse ano é 257,8; portanto, em 2015 existiam 257,8 milhões de linhas ativas.

37. b) Em 2016 eram 244,1 milhões e em 2020 eram 234,1 milhões de linhas de telefone, uma diferença de 10 milhões (244,1 – 234,1 = 10).

37. c) Observar a maior e a menor barra, respectivamente 2015 e 2019.

47. Refazer as operações utilizando calculadora, lembrando de efetuar primeiro as multiplicações e depois as adições e subtrações.

47. a) $6{,}9 \cdot 8{,}7 - 0{,}03 = 60{,}03 - 0{,}03 = 60$

47. b) $14 - 15{,}6 \cdot 0{,}84 = 14 - 13{,}104 = 0{,}896$

47. c) $2{,}4 \cdot (5 - 3{,}75) = 2{,}4 \cdot 1{,}25 = 3$

47. d) $4{,}6 \cdot 5 - 12{,}36 = 23 - 12{,}36 = 10{,}64$

47. e) $3{,}4 \cdot 0{,}5 - 0{,}8 \cdot 1{,}6 = 1{,}7 - 1{,}28 = 0{,}42$

47. f) $12{,}78 - 4{,}3 \cdot 2{,}6 = 12{,}78 - 11{,}18 = 1{,}6$

48. Se 1 litro de etanol custa R$ 5,67, obtemos:

48. a) 45 litros custam 255,15 reais, pois $5{,}67 \cdot 45 = 255{,}15$.

48. b) Ele gastou R$ 5,67 · 10 = R$ 56,70, sendo possível efetuar cálculo mental simples pelo deslocamento da vírgula na representação decimal.

49. Na primeira loja, se cada metro custa R$ 0,85, 10 metros custarão R$ 8,50. Na segunda loja, da fita prateada, ela gastou $8 \cdot 0{,}9 = \dfrac{8 \cdot 9}{10} = 7{,}2$, ou seja, gastou R$ 7,20, menos de 8 reais.

50. a) Os centavos no preço de cada livro eram 10; portanto, $(10 \cdot 3 = 30)$ 30 centavos na compra, que poderiam ter sido entregues para facilitar o troco. Dessa maneira, seu troco pode ser calculado por $100 + 0{,}3 - (3 \cdot 20{,}1)$; portanto, $100{,}3 - 60{,}3 = 40$; logo, 40 reais de troco.

50. b) As 4 notas de Maria totalizam R$ 50,00 $(50 \cdot 4 = 200)$. Como o caixa só tem notas de 10 reais e de 5 reais, o troco deve ser inteiro e múltiplo de 5. O troco atual da compra seria R$ 200,00 – R$ 169,30 = = R$ 30,70. Como o próximo múltiplo de 5 é 35, esse é o troco facilitado, sendo necessário completar com R$ 35,00 – R$ 30,70 = R$ 4,30.

51. Um real tem 100 centavos; portanto:

51. a) São necessárias 20 moedas de R$ 0,05 (100 : 5 = 20) e 10 moedas de R$ 0,10 (100 : 10 = 10) para obter 1 real.

51. b) É possível obter R$ 1,50 com três moedas de dois modos: uma moeda de R$ 1,00 e duas moedas de 25 centavos (1,5 = 1,0 + 0,25 + 0,25) ou com três moedas de 50 centavos (1,5 = 0,5 + 0,5 + 0,5).

51. c) É possível obter 1 real de diferentes maneiras, por exemplo, reunindo: 20 moedas de 5 centavos; 10 moedas de 10 centavos; 4 moedas de 25 centavos; 2 moedas de 50 centavos; 1 moeda de 1 real; 10 moedas de 5 centavos e 5 moedas de 10 centavos; 2 moedas de 25 centavos e 1 moeda de 50 centavos; 5 moedas de 10 centavos e 1 moeda de 50 centavos; 10 moedas de 5 centavos e 2 moedas de 25 centavos etc.

Se julgar conveniente, discorra sobre a necessidade de todos os cidadãos contribuírem para a circulação de moedas e sobre quanto é prejudicial o hábito de deixar as moedas guardadas, atrapalhando a circulação do dinheiro e dificultando a devolução de troco pelos comerciantes. O estudo dos diferentes modos de compor 1 real utilizando moedas é uma ação bem interessante, pois leva os estudantes a registrar relações numéricas que já utilizavam em situações cotidianas sem ter consciência.

52. a) Jonas tem 4 moedas de 25 centavos, 12 moedas de 5 centavos, 9 moedas de 50 centavos, 22 moedas de 1 real e 11 moedas de 10 centavos. A expressão que representa essa quantia em reais é $4 \cdot 0{,}25 + 12 \cdot 0{,}05 + 9 \cdot 0{,}5 + 22 \cdot 1 + 11 \cdot 0{,}1$. Resolvendo essa expressão: $1 + 0{,}6 + 4{,}5 + 22 + 1{,}1 = 29{,}2$. Então, Jonas tinha R$ 29,20.

52. b) Jonas comprou o ingresso por R$ 22,00 e a pipoca por R$ 5,50, então ficou com R$ 1,70 (29,2 – 22 – 5,5 = = 7,2 – 5,5 = 1,70).

59. Instrua os estudantes no uso da calculadora e relembre-os, se necessário, sobre a ordem das operações em expressões numéricas.

Com a calculadora, resolvendo na ordem apropriada, obtemos:

59. a) $10 : 16 + 16 : 10 = 0{,}625 + 1{,}6 = 2{,}225$

59. b) $100 : 25 + 25 : 10 = 4 + 2{,}5 = 6{,}5$

59. c) $10 : 8 - 2 : 5 + 4 = 1{,}25 - 0{,}4 + 4 = 4{,}85$

61. No plano 1, o total pago pela TV não se altera, ele é dividido em 4 parcelas (1 entrada e as outras 3 a prazo). No plano 2, são 6 parcelas (1 entrada mais 5 a prazo), em que cada parcela tem o preço fixo de R$ 326,80.

61. a) No plano 1, o valor de cada prestação é: 1 774,40 : 4 = = R$ 443,60

61. b) No plano 2, o total pago é, em reais, $326{,}8 \cdot 6 = 1\,960{,}8$; portanto: R$ 1 960,80 – R$ 1 774,40 = R$ 186,40.

Verifique se os estudantes utilizam corretamente a calculadora para efetuar as operações 1 774,40 : 4 e 1 774,40 : 5.

64. Aqui, é preciso prosseguir com a divisão até ter certeza do quociente com o número de casas decimais indicadas (nesse caso, 1 casa). Na divisão com parte decimal, o resto dos inteiros é transformado em décimos (multiplicando a quantidade por 10) para que a divisão possa continuar. Para saber qual é a aproximação necessária, encontra-se uma casa a mais, se for um algarismo menor do que 4, arredonda-se para baixo; se for 5 ou maior, arredonda-se para cima.

64. a) $8 : 3 \simeq 2{,}7$

$$
\begin{array}{r|l}
8 & 3 \\ \cline{2-2}
-\,6 & 2{,}66 \\ \cline{1-1}
20 & \\
-\,18 & \\ \cline{1-1}
20 & \\
-\,18 & \\ \cline{1-1}
2 &
\end{array}
$$

64. b) 142 : 21 ≃ 6,8

```
   1 4 2  | 2 1
 - 1 2 6    6,76
   1 6 0
 - 1 4 7
     1 3 0
   - 1 2 6
         4
```

64. c) 158 : 6 ≃ 26,3

```
   1 5 8  | 6
 - 1 2      26,33
   3 8
 - 3 6
     2 0
   - 1 8
       2 0
     - 1 8
         2
```

64. d) 53 : 9 ≃ 5,9

```
   5 3  | 9
 - 4 5    5,88
     8 0
   - 7 2
       2 0
     - 7 2
         8
```

65. a) 76 : 3 ≃ 25,33

```
   7 6  | 3
 -   6    25,333
     1 6
   - 1 5
       1 0
     -   9
         1 0
       -   9
           1 0
         -   9
             1
```

65. b) 58 : 6 ≃ 9,67

```
   5 8  | 6
 - 5 4    9,666
     4 0
   - 3 6
       4 0
     - 3 6
         4 0
       - 3 6
           4
```

65. c) 45 : 8 ≃ 5,63

```
   4 5  | 8
 - 4 0    5,625
     5 0
   - 4 8
       2 0
     - 1 6
         4 0
       - 4 0
           0
```

65. d) 243 : 17 ≃ 14,29

```
   2 4 3  | 1 7
 - 1 7      14,294
     7 3
   - 6 8
       5 0
     - 3 4
       1 6 0
     - 1 5 3
           7 0
         - 6 8
             2
```

69. a) 25,46 : 6,7 = 2 546 : 670 = 3,8

```
   2 5 4 6  | 670
 - 2 0 1 0    3,8
     5 3 6 0
   - 5 3 6 0
           0
```

69. b) 1,6632 : 0,924 = 16 632 : 9 240 = 1,8

```
       5 13
   1 6 6 3 2  | 9240
 -   9 2 4 0    1,8
     7 3 9 2 0
   - 7 3 9 2 0
             0
```

69. c) 124,976 : 8,56 = 124 976 : 8,560 = 14,6

```
     1 14
   1 2 4 9 7 6  | 8560
 -   8 5 6 0      14,6
     3 9 3 7 6
   - 3 4 2 4 0
       5 1 3 6 0
     - 5 1 3 6 0
               0
```

69. d) 0,09 : 0,36 = 9 : 36 = 0,25

```
   8 10
   9 0  | 36
 - 7 2    0,25
   1 8 0
 - 1 8 0
       0
```

69. e) 203,82 : 15,8 = 20 382 : 1 580 = 12,9

```
  2 0 3 8 2     | 1580
- 1 5 8 0         12,9
  ---------
    4 5 8 2
  - 3 1 6 0
    ---------
    1 4 2 2 0
  - 1 4 2 2 0
    ---------
            0
```

69. f) 93,4656 : 9,736 = 934 656 : 97 360 = 9,6

```
  9 3 4 6 5 6     | 97360
- 8 7 6 2 4 0       9,6
  -----------
    5 8 4 1 6 0
  - 5 8 4 1 6 0
    -----------
              0
```

70. a) 7,4 : 6 = 74 : 60 ≃ 1,2

```
  7 4     | 60
- 6 0       1,23
  -----
    1 4 0
  - 1 2 0
  -------
      2 0 0
    - 1 8 0
      -----
        2 0
```

70. b) 2,5 : 0,3 = 125 : 3 ≃ 41,7

```
  1 2 5     | 3
- 1 2         41,66
  -----
    0 5
  -   3
    ---
      2 0
    - 1 8
      ---
        2 0
      - 1 8
        ---
          2
```

70. c) 9,4 : 2,1 = 94 : 21 ≃ 4,5

```
  9 4     | 21
- 8 4       4,47
  ---
  1 0 0
-   8 4
  -----
    1 6 0
  - 1 4 7
    -----
      1 3
```

70. d) 85,6 : 9,6 = 856 : 96 ≃ 8,9

```
  8 5 6     | 96
- 7 6 8       8,91
  -----
    8 8 0
  - 8 6 4
    -----
      1 6 0
    -   9 6
      -----
        6 4
```

71. Aqui, o objetivo é obter um quociente com duas casas decimais.

71. a) 0,58 : 7 = 58 : 700 ≃ 0,08

```
  5 8 0 0     | 700
- 5 6 0 0       0,082
  -------
    2 0 0 0
  - 1 4 0 0
    -------
      6 0 0
```

71. b) 10 : 0,9 = 100 : 9 ≃ 11,11

```
  1 0 0     | 9
-   9         11,111
  -----
    1 0
  -   9
    ---
      1 0
    -   9
      ---
        1 0
      -   9
        ---
          1 0
        -   9
          ---
            1
```

71. c) 0,25 : 0,7 = 25 : 70 ≃ 0,36

```
  2 5 0     | 70
- 2 1 0       0,357
  -----
    4 0 0
  - 3 5 0
    -----
    0 5 0 0
  -   4 9 0
    -------
        1 0
```

71. d) 45,6 : 9,2 = 456 : 92 ≃ 4,96

```
  4 5 6     | 92
- 3 6 8       4,956
  -----
    8 8 0
  - 8 2 8
    -----
    0 5 2 0
  -   4 6 0
    -------
      0 6 0 0
    -   5 5 2
      -------
        0 4 8
```

74. Como 43 : 8 = 5,375 e 25 : 4 = 6,25, obtemos:

74. a) 430 : 80 = (43 · 10) : (8 · 10) = 43 : 8 = 5,375

74. b) $4{,}3 : 0{,}8 = \frac{43}{10} : \frac{8}{10} = 43 : 8 = 5{,}375$

74. c) 4 300 : 800 = (43 · 100) : (8 · 100) = 43 : 8 = 5,375

74. d) $0{,}43 : 0{,}08 = \frac{43}{100} : \frac{8}{100} = 43 : 8 = 5{,}375$

74. e) 250 : 40 = (25 · 10) : (4 · 10) = 25 : 4 = 6,25

74. f) $2{,}5 : 0{,}4 = \frac{25}{10} : \frac{4}{10} = 25 : 4 = 6{,}25$

74. g) 2 500 : 400 = (25 · 100) : (4 · 100) = 25 : 4 = 6,25

74. h) $0{,}25 : 0{,}04 = \dfrac{25}{100} : \dfrac{4}{100} = 25 : 4 = 6{,}25$

75. Podem ser enchidas $\dfrac{30}{0{,}5}$ garrafas, ou seja, 60 garrafas, pois: $30 : 0{,}5 = 30 : \dfrac{5}{10} = \dfrac{30 \cdot 10}{5} = \dfrac{30 \cdot 2}{1} = 60$

76. a) Pagando a prazo, são gastos $346 \cdot 3 = 1\,038$; então, Renata pagou 17 reais a mais, pois: $1\,038 - 1\,021 = 17$

76. b) Ficando 7 dias, são gastos, em reais, cerca de 148,29.

$$\begin{array}{r|l} 1\,0\,3\,8 & 7 \\ \hline -\;7 & 148{,}285 \\ 3\,3 & \\ -\;2\,8 & \\ 5\,8 & \\ -\;5\,6 & \\ 2\,0 & \\ -\;1\,4 & \\ 6\,0 & \\ -\;5\,6 & \\ 4\,0 & \\ -\;3\,5 & \\ 5 & \end{array}$$

81.

$a + b \cdot c$
$2{,}1 + 2 \cdot 1{,}3 = 2{,}1 + 2{,}6 = 4{,}7$
$3{,}5 + 3 \cdot 1{,}7 = 3{,}5 + 5{,}1 = 8{,}6$
$4 + 2{,}3 \cdot 0{,}2 = 4 + 0{,}46 = 4{,}46$
$(a + b) \cdot c$
$(2{,}1 + 2) \cdot 1{,}3 = 4{,}1 \cdot 1{,}3 = 5{,}33$
$(3{,}5 + 3) \cdot 1{,}7 = 6{,}5 \cdot 1{,}7 = 11{,}05$
$(4 + 2{,}3) \cdot 0{,}2 = 6{,}3 \cdot 0{,}2 = 1{,}26$
$a^2 \cdot (b - c)$
$2{,}1^2 \cdot (2 - 1{,}3) = 4{,}41 \cdot 0{,}7 = 3{,}087$
$3{,}5^2 \cdot (3 - 1{,}7) = 12{,}25 \cdot 1{,}3 = 15{,}925$
$4^2 \cdot (2{,}3 - 0{,}2) = 16 \cdot 2{,}1 = 33{,}6$

84. Bruno diz que vai comprar 7 refrigerantes, 4 sucos e 5 lanches de metro.

84. a) A expressão que representa o que Bruno gastará é a soma das parcelas de cada item da compra, e cada parcela será a multiplicação entre a quantidade comprada e o preço unitário; dessa maneira, a expressão é: $7 \cdot 6{,}25 + 4 \cdot 8{,}12 + 5 \cdot 47{,}75$.

84. b) Resolvendo a expressão, obtemos:

$7 \cdot 6{,}25 + 4 \cdot 8{,}12 + 5 \cdot 47{,}75 =$

$= 43{,}75 + 32{,}48 + 238{,}75 = 314{,}98$.

Logo, R$ 314,98.

87. Verifique se os estudantes compreendem que a forma abreviada troca a repetição dos algarismos e as reticências por um traço para indicar a dízima:

87. a) $0{,}222... = 0{,}\overline{2}$

87. b) $0{,}531531531... = 0{,}\overline{531}$

87. c) $2{,}353535... = 2{,}\overline{35}$

87. d) $0{,}0222... = 0{,}0\overline{2}$

87. e) $0{,}56444... = 0{,}56\overline{4}$

87. f) $2{,}7212121... = 2{,}7\overline{21}$

88. Avalie se os estudantes percebem que o período é formado pelos algarismos que se repetem na parte decimal de uma dízima periódica. Nessa notação, ele é indicado pela cópia antes das reticências.

88. a) 0,744... → o período é 4.

88. b) 2,45666... → o período é 6.

88. c) 0,2343434... → o período é 34.

88. d) 1,7525252... → o período é 52.

89. Simplificando a expressão:

$$\left\{\left[(1{,}25) \cdot \frac{4}{25}\right] : 0{,}08\right\} : \left(\frac{16}{25} - 0{,}04\right) =$$

$$= \left\{\left[\frac{\overbrace{\cancel{125}}^{5}}{\underbrace{\cancel{100}}_{25}} \cdot \frac{4}{25}\right] : 0{,}08\right\} : \left(\frac{16}{25}\,\frac{4}{100}\right) =$$

$$= \left\{\left[\frac{5}{\underbrace{25}_{5}} \cdot \frac{1}{1}\right] : \frac{\overbrace{\cancel{8}}^{2}}{\underbrace{\cancel{100}}_{25}}\right\} : \left(\frac{16 \cdot 4}{25 \cdot 4} - \frac{4}{100}\right) =$$

$$= \left\{\frac{1}{5} : \frac{2}{25}\right\} : \left(\frac{64}{100} - \frac{4}{100}\right) =$$

$$= \frac{1 \cdot 25}{5 \cdot 2} : \left(\frac{64 - 4}{100}\right) = \frac{1 \cdot 5}{2} : \left(\frac{\overbrace{\cancel{60}}^{6}}{\underbrace{\cancel{100}}_{10}}\right) =$$

$$= \frac{5}{2} : \frac{\overbrace{\cancel{6}}^{3}}{\underbrace{\cancel{10}}_{5}} = \frac{5}{2} : \frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 5}{2 \cdot 3} = \frac{25}{6}$$

Alternativa **a**.

91. O enunciado propõe "em 2010, o SEF recebeu 24 mil pedidos de cidadania, em 2020 houve aumento de 141%".

91. a) Então o valor procurado é a quantidade de pedidos em 2010 mais 141% dessa quantidade, ou seja, é 100% + 141% = 241% dos pedidos realizados em 2010. Calculamos 241% de 24 mil:

$\dfrac{241}{100} \cdot 24\,000 = \dfrac{241 \cdot 240}{1} =$

$= \dfrac{57\,840}{1} = 57\,840 = 57{,}84$

Logo, 57,84 mil brasileiros.

91. b) A diferença entre as quantidades de cidadanias solicitadas entre 2020 e 2010 é 57,84 mil – 24 mil = 33,84 mil. Outra maneira de calcular é obtendo 141% da quantidade de cidadanias solicitadas em 2010, ou seja, 141% de 24 mil, que é dado por: $1{,}41 \cdot 24\,000 = 33\,840 = 33{,}84$

Logo, 33,84 mil brasileiros.

91. c) Resposta pessoal.

92. Analisando as informações do gráfico, temos:

92. a) A quantidade da população brasileira com mais de 60 anos em 2020 é 30,2 e a projeção para 2023 é 42,1.

O aumento previsto, em porcentagem, é a relação $\dfrac{\text{aumento absoluto}}{\text{porcentagem em 2020}}$.

Portanto:

$$\frac{42{,}1 - 30{,}2}{30{,}2} = \frac{11{,}9}{30{,}2} \simeq 0{,}394 = 39{,}4\%$$

92. b) Observar se, em algum conjunto de barras que representa cada faixa etária, a barra amarela (que representa 2020) é maior do que a laranja (que representa a projeção para 2030). Dessa maneira, observa-se projeção de diminuição entre os brasileiros de 0 a 19 anos e de 20 a 39 anos. A diminuição percentual é calculada como $\dfrac{(\%\text{ em }2020) - (\%\text{ em }2030)}{\%\text{ em }2020}$.

Na primeira faixa etária, a diminuição foi de $\dfrac{60 - 57{,}2}{60} = \dfrac{2{,}8}{60} = 0{,}04\overline{6} \simeq 0{,}047 = 4{,}7\%$, e na segunda faixa etária foi de:

$$\frac{68{,}5 - 64}{68{,}5} = \frac{4{,}5}{68{,}5} \simeq 0{,}06569 \simeq 6{,}6\%$$

92. c) A população total pode ser obtida pela soma da quantidade de cada faixa etária.

Em 2010, a população era de:

$65{,}3 + 64{,}8 + 43{,}8 + 20{,}9 = 194{,}8$ milhões.

Em 2020, a população era de:

$60 + 68{,}5 + 53{,}1 + 30{,}2 = 211{,}8$ milhões.

Em 2030, a projeção é que a população seja de:

$57{,}2 + 64 + 61{,}5 + 42{,}1 = 224{,}8$ milhões.

O aumento percentual, calculando como

$$\frac{\begin{pmatrix}\text{quantidade}\\ \text{atual}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{quantidade}\\ \text{anterior}\end{pmatrix}}{\text{quantidade anterior}},$$ é:

- Entre 2010 e 2020:

$$\frac{211{,}8 - 194{,}8}{194{,}8} = \frac{17}{194{,}8} \simeq 0{,}08727 \simeq 8{,}7\%$$

- Entre 2020 e 2030:

$$\frac{224{,}8 - 211{,}8}{211{,}8} = \frac{13}{211{,}8} \simeq 0{,}061379 \simeq 6{,}1\%$$

92. d) Resposta pessoal.

Pense mais um pouco

Página 213

1. Os números digitados são: 4,1 (quatro inteiros e um décimo); 0,4 (quatro décimos); 0,032 (trinta e dois milésimos); 3,14 (três inteiros e catorze centésimos).

2. A maioria das calculadoras segue o padrão de numeração da língua inglesa, e por isso a vírgula é indicada por um ponto. Como o visor sempre começa zerado, quando o número é menor do que um inteiro (ou seja, começa com "0"), não é necessário apertar nenhuma tecla para indicar o primeiro zero, portanto é possível iniciar a digitação diretamente pela vírgula ([,]).

2. a) O número é $100 + 4 \cdot 0{,}01 = 100{,}04$. Portanto, a sequência de teclas será [1] [0] [0] [,] [0] [4].

2. b) O número é $21 \cdot 0{,}001 = 0{,}021$. Portanto, a sequência de teclas será [0] [,] [0] [2] [1].

2. c) O número é $101 \cdot 0{,}01 = 1{,}01$. Portanto, a sequência de teclas será [1] [,] [0] [1].

2. d) O número é $2033 \cdot 0{,}001 = 2{,}003$. Portanto, a sequência de teclas será [2] [,] [0] [0] [3].

3. a) Efetuar a divisão entre numerador e denominador:

$\dfrac{5}{10} = 5 : 10$

[5] [÷] [1] [0] [=] 0,5

$\dfrac{5}{100} = 5 : 100$

[5] [÷] [1] [0] [0] [=] 0,05

$\dfrac{23}{100} = 23 : 100$

[2] [3] [÷] [1] [0] [0] [=] 0,23

$\dfrac{4}{1000} = 4 : 1000$

[4] [÷] [1] [0] [0] [0] [=] 0,004

$\dfrac{48}{10} = 48 : 10$

[4] [8] [÷] [1] [0] [=] 4,8

$\dfrac{607}{10000} = 607 : 10000$

[6] [0] [7] [÷] [1] [0] [0] [0] [0] [=]

0,0607

$\dfrac{2901}{1000} = 2901 : 1000$

[2] [9] [0] [1] [÷] [1] [0] [0] [0] [=]

2,901

$\dfrac{5}{1000000} = 5 : 1000000$

[5] [÷] [1] [0] [0] [0] [0] [0] [0] [=]

0,000005

$\dfrac{23}{10} = 23 : 10$

[2] [3] [÷] [1] [0] [=] 2,3

$\dfrac{23}{10000} = 23 : 10000$

[2] [3] [÷] [1] [0] [0] [0] [0] [=]

0,0023

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

3\. b) Em todos os cálculos do **item a**, a quantidade de zeros no denominador é a mesma de casas decimais da resposta obtida na calculadora. Dessa maneira, é possível realizar o procedimento prático de copiar o número do numerador e deslocar a vírgula por uma quantidade de casas igual à quantidade de zeros do denominador.

4\. a) Aplicamos a quantidade de zeros do denominador como casas decimais do numerador:

$$\frac{127}{10} = 12{,}7$$

$$\frac{123}{100} = 1{,}23$$

$$\frac{254}{1000} = 0{,}254$$

$$\frac{3254}{1000} = 3{,}254$$

$$\frac{2045}{100} = 20{,}45$$

$$\frac{814}{10000} = 0{,}0814$$

4\. b) Fazendo o caminho contrário, no denominador será colocada a potência de 10 com a quantidade de zeros igual à quantidade de casas decimais.

$$0{,}5 = \frac{5}{10}$$

$$0{,}035 = \frac{35}{1000}$$

$$4{,}45 = \frac{445}{100}$$

$$0{,}04 = \frac{4}{100}$$

$$13{,}2 = \frac{132}{10}$$

$$0{,}5424 = \frac{5424}{10000}$$

Página 227

1\. Considerando os produtos $38{,}2 \cdot 4 = 152{,}8$ e $38{,}2 \cdot 7 = 267{,}4$, obtemos:

1\. a) $38{,}2 \cdot (4 \cdot 10) = (38{,}2 \cdot 4) \cdot 10 = 152{,}8 \cdot 10 = 1\,528$ e $38{,}2 \cdot 7 \cdot 10 = 267{,}4 \cdot 10 = 2\,674$

1\. b) $(38{,}2 \cdot 4) \cdot 100 = 152{,}8 \cdot 100 = 15\,280$ e $(38{,}2 \cdot 7) \cdot 10 = 267{,}4 \cdot 100 = 26\,740$

1\. c) $(38{,}2 \cdot 4) \cdot 1\,000 = 152{,}8 \cdot 1\,000 = 152\,800$ e $(38{,}2 \cdot 7) \cdot 1\,000 = 267{,}4 \cdot 1\,000 = 267\,400$

2\. Nesse caso, também se aplicam as propriedades da adição e da multiplicação.

2\. a) $38{,}2 \cdot 11 = 38{,}2 \cdot (4 + 7) = 38{,}2 \cdot 4 + 38{,}2 \cdot 7 = 152{,}8 + 267{,}4 = 420{,}2$

2\. b) $38{,}2 \cdot 3 = 38{,}2 \cdot (7 - 4) = 38{,}2 \cdot 7 - 38{,}2 \cdot 4 = 267{,}4 - 152{,}8 = 114{,}6$

2\. c) $38{,}2 \cdot 14 = 38{,}2 \cdot 7 \cdot 2 = 267{,}4 \cdot 2 = 534{,}8$

2\. d) $38{,}2 \cdot 8 = 38{,}2 \cdot 4 \cdot 2 = 152{,}8 \cdot 2 = 305{,}6$

2\. e) $38{,}2 \cdot 47 = 38{,}2 \cdot (40 + 7) = 38{,}2 \cdot 4 \cdot 10 + 38{,}2 \cdot 7 = 152{,}8 \cdot 10 + 267{,}4 = 1\,528 + 267{,}4 = 1\,795{,}4$

2\. f) $38{,}2 \cdot 74 = 38{,}2 \cdot 7 \cdot 10 + 38{,}2 \cdot 4 = 267{,}4 \cdot 10 + 152{,}8 = 2\,674 + 152{,}8 = 2\,826{,}5$

Página 232

1\. Efetuando na calculadora, em alguns itens é necessário utilizar as teclas de "adição à memória" $\boxed{M+}$ e "recuperar da memória" $\boxed{M^R_C}$:

1\. a) $\boxed{8}\boxed{5}\ \boxed{\div}\ \boxed{4}\ \boxed{=}$ 21,25

1\. b) $\boxed{8}\boxed{5}\boxed{0}\ \boxed{\div}\ \boxed{4}\boxed{0}\ \boxed{=}$ 21,25

1\. c) $\boxed{8}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{0}\ \boxed{\div}\ \boxed{4}\boxed{0}\boxed{0}\ \boxed{=}$ 21,25

1\. d) $\boxed{1}\boxed{7}\boxed{0}\ \boxed{\div}\ \boxed{8}\ \boxed{=}$ 21,25

1\. e) $\boxed{2}\boxed{5}\boxed{5}\ \boxed{\div}\ \boxed{1}\boxed{2}\ \boxed{=}$ 21,25

1\. f) $\boxed{3}\boxed{4}\boxed{0}\ \boxed{\div}\ \boxed{1}\boxed{6}\ \boxed{=}$ 21,25

1\. g) $\boxed{5}\ \boxed{\times}\ \boxed{4}\ \boxed{=}\ \boxed{M+}\ \boxed{5}\ \boxed{\times}\ \boxed{8}\boxed{5}\ \boxed{=}\boxed{\div}\boxed{M^R_C}\boxed{=}$ 21,25

1\. h) $\boxed{1}\boxed{1}\ \boxed{\times}\ \boxed{4}\ \boxed{=}\ \boxed{M+}\ \boxed{1}\boxed{1}\ \boxed{\times}\ \boxed{8}\boxed{5}\ \boxed{=}\boxed{\div}\boxed{M^R_C}\boxed{=}$ 21,25

1\. i) $\boxed{1}\boxed{9}\ \boxed{\times}\ \boxed{4}\ \boxed{=}\ \boxed{M+}\ \boxed{1}\boxed{9}\ \boxed{\times}\ \boxed{8}\boxed{5}\ \boxed{=}\boxed{\div}\boxed{M^R_C}\boxed{=}$ 21,25

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

2\. Efetuando na calculadora e escolhendo os números $a = 2{,}2$ e $b = 1{,}1$, ambos são não nulos e estão na forma decimal; então, $a : b = 2{,}2 : 1{,}1 = 2$.

2\. a) O dobro de a dividido pelo dobro de b é $2 \cdot a : 2 \cdot b = (2 \cdot 2{,}2) : (2 \cdot 1{,}1) = 4{,}4 : 2{,}2 = 2$.

2\. b) O triplo de a dividido pelo triplo de b é $3 \cdot a : 3 \cdot b = (3 \cdot 2{,}2) : (3 \cdot 1{,}1) = 6{,}6 : 3{,}3 = 2$.

2\. c) O quíntuplo de a dividido pelo quíntuplo de b é $5 \cdot a : 5 \cdot b = (5 \cdot 2{,}2) : (5 \cdot 1{,}1) = 11 : 5{,}5 = 2$.

2\. d) O sêxtuplo de a dividido pelo sêxtuplo de b é $6 \cdot a : 6 \cdot b = (6 \cdot 2{,}2) : (6 \cdot 1{,}1) = 13{,}2 : 6{,}6 = 2$.
Perceba que todas essas divisões são iguais a $a : b$.

3\. Quando se efetua uma divisão, ao multiplicar o divisor e o dividendo pelo mesmo fator diferente de zero não se altera o quociente (resultado) da divisão, ou seja, se $k \neq 0 \Rightarrow a : b = (k \cdot a) : (k \cdot b)$.

Página 235

Três triângulos △ somam 8,4; então, cada um deles vale:
△ $= 8{,}4 : 3 = 84 : 30 = 2{,}8$

$$\begin{array}{r|l} 8\,4 & 30 \\ \hline -\,6\,0 & 2{,}8 \\ \hline 2\,4\,0 & \\ -\,2\,4\,0 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Dois triângulos △ são equivalentes a um trapézio ⏢ (figura laranja); portanto, o trapézio é $2 \cdot$ △ $= 2 \cdot 2{,}8 = 5{,}6$. Como △ + □ $= 6{,}8$, temos □ $= 6{,}8 - 2{,}8 = 4$. Temos △ + ⬠ $= 9{,}7$; logo, ⬠ $= 9{,}7 - 2{,}8 = 6{,}9$. Por fim: ⬡ = △ + □ + ⬠ ⇒ ⬡ $= 2{,}8 + 4 + 6{,}9 = 13{,}7$. Então, os valores são: triângulo 2,8; trapézio 5,6; pentágono 6,9; hexágono 13,7.

Trabalhando a informação

1. Considerando os dados da tabela de faturamento por vendedor, se Carlos tivesse vendido R$ 23 040,00, a média do faturamento passaria a ser:

$$\frac{\text{soma dos faturamentos}}{\text{quantidade de vendedores}} =$$

$$= \frac{23040 + 33500 + 13500 +}{6}$$
$$\frac{+21000 + 18810 + 28400}{6} =$$

$$= \frac{138250}{6} = 23041{,}6\overline{6} \simeq 23\,041{,}67$$

Como $23\,040 < 23\,041{,}67$, Carlos estaria abaixo da média e não receberia o bônus.

2. A média de gastos de cada um pode ser calculada como $\frac{\text{total de gastos}}{\text{quantidade de meses}}$.

Então, para Tiago: $\frac{42 + 43 + 22 + 80}{4} = \frac{187}{4} = 46{,}75$

Para Clara: $\frac{53 + 52 + 50 + 40}{4} = \frac{195}{4} = 48{,}75$

Como $48{,}75 > 46{,}75$, de fato Tiago tinha razão.

3. a) A média de altura dos jogadores é calculada como $\frac{\text{soma das alturas}}{\text{quantidade de jogadores}}$.

Então:

$$M_A = \frac{2{,}04 + 2{,}01 + 2{,}08 + 1{,}90 + 1{,}82}{5} =$$
$$= \frac{9{,}85}{5} = 1{,}97$$

$$M_B = \frac{2{,}02 + 2{,}01 + 1{,}98 + 1{,}96 + 1{,}93}{5} =$$
$$= \frac{9{,}90}{5} = 1{,}98$$

3. b) Há 3 jogadores com altura acima de 1,97 na equipe A, pois: $2{,}04 > 1{,}97$; $2{,}01 > 1{,}97$; $2{,}08 > 1{,}97$; $1{,}90 < 1{,}97$ e $1{,}82 < 1{,}97$.

3. c) Há 2 jogadores com altura acima de 1,98 na equipe B, pois: $2{,}02 > 1{,}98$; $2{,}01 > 1{,}98$; $1{,}98 = 1{,}98$; $1{,}96 < 1{,}98$ e $1{,}93 < 1{,}98$.

4. Resposta pessoal. Uma opção de resposta com dados fictícios é o cálculo da média da medida da altura:

$$\frac{1{,}6 + 1{,}43 + 1{,}55 + 1{,}32}{4} = \frac{5{,}9}{4} =$$
$$= 1{,}475 \simeq 1{,}48$$

Cálculo da média da medida da massa:

$$\frac{50 + 32 + 47 + 46}{4} = \frac{175}{4} = 43{,}75$$

Cálculo da média de idade (meses):

$$\frac{158 + 139 + 150 + 147}{4} = \frac{594}{4} = 148{,}5$$

Medidas de altura, massa e idade dos estudantes

	Medida da altura (m)	Medida da massa (kg)	Idade (meses)
A	1,60	50	158
B	1,43	32	139
C	1,55	47	150
D	1,32	46	147
Média	1,48	43,75	148,5

Dados fictícios.

Exercícios complementares

1. Verifique se os estudantes associam os números apresentados no termômetro a um intervalo de números de 35 a 42. Se necessário, pode-se propor a eles que representem a reta numérica e os números apresentados nos itens dessa atividade.

Para ler o termômetro representado, observa-se até onde se expande a coluna de mercúrio (líquido vermelho). Na escala, cada grau está dividido em 10 partes iguais por tracinhos menores, sendo o tracinho central um pouco maior, para facilitar a indicação de metade.

1. a) Essa temperatura está exatamente na metade entre 37 °C e 38 °C, ou seja, 37,5 °C.

1. b) Aqui, a temperatura está entre 38 °C e 39 °C, mas antes da metade, mais próximo dos 38 °C. O fim da barra vermelha está 2 partes à direita dos 38 °C, ou seja, 38 °C + 0,2 °C = 38,2 °C.

1. c) Nessa ilustração, a marcação vermelha vai até um ponto que está entre 36 °C e 37 °C, mais próximo dos 37 °C. Contam-se duas partes entre a marcação e os 37 °C; portanto, a temperatura indicada é 37 °C – 0,2 °C = 36,8 °C.

2. Uma maneira de ler os números decimais é recitar a parte inteira e a parte decimal separadamente, citando as ordens como em "dois inteiros e cinco décimos"; outra maneira é ler os algarismos individualmente ou em pequenos grupos, fazendo a leitura explícita da vírgula, como em "dois vírgula cinco".

2. a) Uma resposta possível é 3,79 ("três vírgula setenta e nove"); 1,102 ("um vírgula cento e dois"); 0,003 ("zero vírgula zero zero três").

2. b) $\frac{1251}{100} = 1\,251 : 100 = 12{,}51$

Lê-se doze inteiros e cinquenta e um centésimos.

2. c) Há 3 algarismos que não se repetem no número desejado; portanto, é um número formado por 3 algarismos. Como é um número menor que 0, o zero deve ser a parte inteira, e então há duas casas decimais (0,▯▯). Colocando nessas casas decimais os algarismos 1 e 8, então as opções são 0,18 e 0,81, de modo que o maior número possível é 0,81. Lê-se zero vírgula oitenta e um.

2. **d)** Com os algarismos 5, 6 e 8 sem repetição posso formar um número de 3 algarismos. Como quero que esteja entre 6 e 7, será escrito como 6,□□. As opções são 6,85 e 6,58; então, o número procurado é o maior deles, 6,85.

Lê-se seis vírgula oitenta e cinco.

3. Lembrando algumas relações:

$1 \text{ décimo} = \frac{1}{10} = 0{,}1;\ 1 \text{ centésimo} = \frac{1}{100} = 0{,}01;$

$1 \text{ milésimo} = \frac{1}{1000} = 0{,}001;$

1 décimo de milésimo =

$= \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{1000} =$

$= \frac{1}{10000} = 0{,}0001.$

Item	Parte inteira	Parte decimal	Representação por algarismos
a	4	5 décimos $5 \cdot 0{,}1 = 0{,}5$	4,5
b	0	39 centésimos $39 \cdot 0{,}01 = 0{,}39$	0,39
c	4	82 centésimos $82 \cdot 0{,}01 = 0{,}82$	4,82
d	6	45 milésimos $45 \cdot 0{,}001 =$ $= 0{,}045$	6,045
e	2	2 milésimos $2 \cdot 0{,}001 =$ $= 0{,}002$	2,002
f	0	125 décimos de milésimos $125 \cdot 0{,}0001 =$ $= 0{,}0125$	0,0125

4. Para escrever uma fração na forma decimal, basta dividir o numerador pelo denominador.

4. **a)** $\frac{32}{10} = 32 : 10 = 3{,}2$

4. **b)** $\frac{475}{100} = 475 : 100 = 4{,}75$

4. **c)** $\frac{21}{1000} = 21 : 1000 = 0{,}021$

4. **d)** $\frac{135}{10} = 135 : 10 = 13{,}5$

4. **e)** $\frac{28}{100} = 28 : 100 = 0{,}28$

4. **f)** $\frac{5}{1000} = 5 : 1000 = 0{,}005$

5. Para fazer essa transformação, lembrar aos estudantes que uma fração com denominador 1 é igual ao seu numerador.

5. **a)** $2{,}5 = \frac{2{,}5}{1} = \frac{2{,}5 \cdot 10}{1 \cdot 10} = \frac{25}{10}$

5. **b)** $0{,}15 = \frac{0{,}15}{1} = \frac{0{,}15 \cdot 100}{1 \cdot 100} = \frac{15}{100}$

5. **c)** $2{,}37 = \frac{2{,}37 \cdot 100}{100} = \frac{237}{100}$

5. **d)** $4{,}125 = \frac{4{,}125 \cdot 1000}{1000} = \frac{4125}{1000}$

5. **e)** $27{,}5 = \frac{27{,}5 \cdot 10}{10} = \frac{275}{10}$

5. **f)** $0{,}3628 = \frac{0{,}3628 \cdot 10000}{10000} = \frac{3628}{10000}$

5. **g)** $31{,}2 = \frac{31{,}2 \cdot 10}{10} = \frac{312}{10}$

5. **h)** $0{,}02 = \frac{0{,}02 \cdot 100}{100} = \frac{2}{100}$

6. Zeros escritos à direita da parte decimal de um número não alteram o seu valor.

6. **a)** Sentença verdadeira: 2 décimos = 20 centésimos; então, 4,2 = 4,20.

6. **b)** Sentença verdadeira: 5,0 são cinco inteiros e zero décimo, o mesmo que 5.

6. **c)** Sentença verdadeira: 4 décimos = 40 centésimos = = 400 milésimos; então, 5,4 = 5,40 = 5,400.

6. **d)** Sentença falsa: 5 centésimos ≠ 5 décimos; então, 3,05 ≠ 3,50.

6. **e)** Sentença falsa: 4 décimos ≠ 4 inteiros; então, 0,4 ≠ 4,0.

6. **f)** Sentença verdadeira: 0 centésimo = 0 décimo; então, 10,00 = 10,0.

7. Como 11 < 11,7 < 12; o menor número natural maior que 11,7 é o 12. Como 9 < 9,02 < 10; o maior número natural menor que 9,02 é 9.

8. A ordem crescente é do menor para o maior. Buscando identificar os menores valores entre os números 0,61; 1,3; 1,45; 0,2; 3,0; 0,99; inicia-se a comparação pela parte inteira. Como 0 < 1 < 3, temos: $\frac{0{,}61}{099}\boxed{0{,}2} < \frac{1{,}3}{1{,}45} < \boxed{3{,}0}$

Entre os valores com a parte inteira igual a zero, comparam-se os décimos 2 < 6 < 9. Assim:

$\boxed{0{,}2} < \boxed{0{,}61} < \boxed{0{,}99}$

Nos valores cuja parte inteira é 1, comparam-se

$3 < 4 \Rightarrow \boxed{1{,}3} < \boxed{1{,}45}$

Portanto, todos os valores em ordem crescente são escritos como 0,2 < 0,61 < 0,99 < 1,3 < 1,45 < 3,0. A representação na reta numérica é dada dividindo-se os inteiros em partes iguais (nesse caso, dividi-los por 100, transformando-os em centésimos, é uma boa alternativa) e identificando-se os valores de maneira proporcional.

9. O tanque do problema, conforme as informações na figura, está com $\frac{3}{4}$ de combustível. Como é um tanque de 75 L, ele tem 56,25 L, pois: $3 \cdot \frac{75}{4} = \frac{225}{4} = 225 : 4 =$ $= 56,25$

10. a) $12,5 : 4,5 = 125 : 45 \simeq 2,8$

$$\begin{array}{rrl} & 125 & \underline{|\ 45\ \ } \\ - & 90 & \ 2,77 \\ \hline & 350 & \\ - & 315 & \\ \hline & 0350 & \\ - & 315 & \\ \hline & 35 & \end{array}$$

b) $15 : 7 \simeq 2,14$

$$\begin{array}{rrl} & 15 & \underline{|\ 7\ \ } \\ - & 14 & \ 2,142 \\ \hline & 10 & \\ - & 7 & \\ \hline & 30 & \\ - & 28 & \\ \hline & 20 & \\ - & 14 & \\ \hline & 6 & \end{array}$$

c) $45,6 : 13 = 456 : 130 \simeq 3,5$

$$\begin{array}{rrl} & 456 & \underline{|\ 130\ \ } \\ - & 390 & \ 3,50 \\ \hline & 660 & \\ - & 650 & \\ \hline & 100 & \\ - & 0 & \\ \hline & 100 & \end{array}$$

d) $18 : 2,3 = 180 : 23 \simeq 7,826$

$$\begin{array}{rrl} & 180 & \underline{|\ 23\ \ } \\ - & 161 & \ 7,8260 \\ \hline & 190 & \\ - & 184 & \\ \hline & 60 & \\ - & 46 & \\ \hline & 140 & \\ - & 138 & \\ \hline & 20 & \\ - & 0 & \\ \hline & 20 & \end{array}$$

11. A caixa com 30 unidades custa R$ 22,50; então, cada unidade sai por 75 centavos, pois:
22,5 : 30 = 225 : 300 = 0,75

12. Há 3 opções de pagamento para o fogão: à vista, em 6 parcelas (sem juros) ou em 16 parcelas (com juros).

12. a) Em 6 parcelas, o fogão custa o mesmo do pagamento à vista, R$ 609,90.

12. b) Na modalidade de pagamento em 16 parcelas de R$ 55,23, o total pago é R$ 55,23 · 16 = R$ 883,68.

12. c) A diferença entre os preços é de R$ 883,68 – R$ 609,90 = = R$ 273,78.

12. d) Como o preço à vista é igual ao preço do pagamento em 6 vezes, a diferença é o mesmo valor de R$ 273,78.

13. Acima de cada seta azul está escrita a operação que foi efetuada no primeiro número para resultar no segundo.

13. a) $5,6 \cdot 10 = X = 56$
$X \cdot 10 = Y = 56 \cdot 10 = 560$
$Y \cdot 10 = Z = 560 \cdot 10 = 5\,600$

13. b) $X = 0,075 \cdot 100 = 7,5$
$Y = 7,5 \cdot 10 = 75$
$Z = 75 \cdot 10 = 750$

13. c) $X = 538,5 : 10 = 53,85$
$Y = 53,85 : 10 = 5,385$
$Z = 5,385 \cdot 1\,000 = 5.385$

13. d) $X = 17\,289 : 1\,000 = 17,289$
$Y = 17,289 \cdot 100 = 1\,728,9$
$Z = 1\,728,9 \cdot 10 = 17.289$

14. Quando o número de casas decimais for diferente na soma e na subtração, efetua-se a operação completando com zeros para alinhar a vírgula de todos os números.

14. a) 3,91 + 6,03 + 0,58 = 9,94 + 0,58 = 10,52

14. b) 5,2 – 3,216 = 5,200 – 3,216 = 1,984

14. c) $6,3 \cdot 4,8 = 6,3 \cdot \frac{48}{100} = \frac{3024}{100} = 30,24$

14. d) 10 – 4,36 = 10,00 – 4,36 = 5,64

14. e) $0,025 \cdot 4 = \frac{25 \cdot 4}{1000} = \frac{\cancel{25 \cdot 4}}{\underbrace{\cancel{1000}}_{250}} = \frac{\cancel{25}}{\underbrace{\cancel{250}}_{10}} = \frac{1}{10} = 0,1$

14. f) 25,44 : 5,3 = 2 544 : 530 = 4,8

15. Resolvendo cada expressão, obtemos:

15. a) $3 \cdot 1,36 + 12,22 = 4,08 + 12,22 = 16,3$

15. b) $(12 - 9,2) \cdot (6 - 4,5 : 6) = 2,8 \cdot (6 - 0,75) =$
$= 2,8 \cdot 5,25 = 14,7$

15. c) $(3,1 - 2,8)^3 \cdot (4,5 - 2) : (4,25 - 3) =$
$= 0,3^3 \cdot 2,5 : 1,25 = 0,027 \cdot 2,5 : 1,25 =$
$= 0,0675 : 1,25 = 0,054$

16. Efetuando-se a divisão 23 : 9, obtém-se o quociente $2,\overline{5}$ que é uma dízima periódica.

17. Usando a calculadora, obtemos:

17. a) [2] [0] [÷] [9] [=] 2,2222222

$\frac{20}{9} = 20 : 9 = 2,\overline{2}$

17. b) [2] [÷] [3] [=] 0,6666666

$\frac{2}{3} = 2 : 3 = 0,\overline{6}$

17. c) [1] [÷] [6] [=] [+] [2] 2,1666666

$2\frac{1}{6} = 2 + (1 : 6) = 2,1\overline{6}$

17. d) [1] [÷] [4] [=] [+] [1] 1,25

$1\frac{1}{4} = 1 + (1 : 4) = 1,25$

17. e) [8] [2] [÷] [4] [5] [=] 1,8222222

$\frac{82}{45} = 82 : 45 = 1,8\overline{2}$

17. f) [1] [7] [÷] [8] [=] 2,125

$\frac{17}{8} = 17 : 8 = 2,125$

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Verificando

5. 10% de 8 589 = 0,1 · 8 589 = 858,9
   Logo, o valor da comissão foi de R$ 858,90.
   Alternativa **d**.

8. 5, 5 · 1,4142 = 7,7781
   Alternativa **a**.

10. $2{,}666... = 2 + 0{,}666... = 2 + \frac{6}{9} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$
   Alternativa **b**.

Organizando

a) Espera-se que os estudantes indiquem que a vírgula é usada para separar a parte inteira da parte decimal de um número.
b) Sim, algumas frações expressam um número decimal exato, e outras, dízimas periódicas.
c) Primeiro devemos ler a parte inteira, se houver, e depois a parte decimal acompanhada da palavra **milésimo(s)**.
d) Resposta possível: 2,1; 2,11; 2,111; 2,1111 e 2,11111.
e) Resposta possível: O zero na casa dos centésimos representa que não há centésimo nesse número; como esta seria a última casa, não é preciso representá-lo.
f) Deslocamos a vírgula para a direita, respectivamente, uma, duas, três, ..., casas decimais.
g) Não é possível, visto que com 49 moedas teríamos R$ 12,25, e com 50 moedas teríamos R$ 12,50.
h) Sim. O quociente não se altera. O resto fica multiplicado pelo número.

Capítulo 10 – Polígonos e poliedros

Objetivos do capítulo e justificativas

- Classificar figuras geométricas planas segundo critérios diversos, como: polígonos e não polígonos; paralelismo de lados; medidas de ângulos internos e de lados.
- Conceituar e classificar linhas poligonais e polígonos.
- Reconhecer e quantificar os elementos de um polígono: lados, vértices e ângulos internos.
- Classificar triângulos considerando a medida dos lados e a medida dos ângulos internos.
- Construir triângulos utilizando régua, transferidor e compasso.
- Classificar quadriláteros quanto ao paralelismo de seus lados.
- Classificar paralelogramos observando a presença de lados congruentes e ângulos internos retos.
- Conceituar par ordenado e representá-lo geometricamente.
- Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante.
- Localizar vértices de polígonos no plano cartesiano.
- Classificar poliedros de acordo com o número de faces.
- Identificar planificação da superfície de poliedros.
- Reconhecer semelhanças e diferenças entre prismas e pirâmides, identificando suas bases e faces laterais.
- Calcular probabilidade de um evento em experimento aleatório.
- Identificar variáveis e suas frequências quanto a dados organizados em tabela.

Neste capítulo, tratamos de polígonos e poliedros associando essas figuras geométricas abstratas a objetos do cotidiano. A ideia de classificação de polígonos parte do pressuposto de que estamos organizando elementos a partir de características comuns. O reconhecimento dessas características e dos elementos de um polígono possibilita a resolução de problemas relacionados ao estudo de polígonos. Para que esse objetivo seja alcançado é necessário explorar diversos tipos de polígono, com diferentes características, ampliando o repertório geométrico dos estudantes. Desse modo, contribuímos para o desenvolvimento das **competências gerais 2** e **4** e das **competências específicas 2** e **3**.

O uso de vários recursos para a construção de figuras geométricas possibilita a compreensão na prática de conceitos estudados muitas vezes apenas no âmbito teórico, sendo de suma importância que os estudantes tenham esse tipo de oportunidade. Este objetivo está relacionado à **competência específica 5** e à **competência geral 5**.

Depois de estudar os princípios do plano cartesiano ainda nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o estudante tem a oportunidade de definir o que é um par ordenado e sua representação geométrica. Quando trabalhamos pelo sistema de coordenadas, conseguimos explorar características específicas dos polígonos que, muitas vezes, só conseguiríamos fazer nos desenhos fora do plano cartesiano se usássemos instrumentos de medida e construção, como régua e compasso, por exemplo. Assim, este objetivo se relaciona com as **competências específicas 3**, **5** e **6**.

O trabalho com poliedros, neste capítulo, tem como objetivo ampliar os conceitos estudados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Ao relacionar os poliedros às planificações correspondentes e reconhecer suas características, desenvolve-se a capacidade de abstração e de resolução de problemas práticos do cotidiano, como o cálculo de volume.

Na seção *Trabalhando a informação* tratamos o conceito de probabilidade relacionado à forma do cubo, associando as Unidades Temáticas **Geometria** e **Probabilidade e estatística**. O trabalho com probabilidade se faz necessário para que os estudantes compreendam o conceito de aleatoriedade. Ao propor a eles que façam um experimento, organizando as informações em tabelas, para depois calcular a probabilidade, contribuímos para o desenvolvimento das **competências gerais 2** e **4** e das **competências específicas 2** e **3**.

Na seção de abertura apresentamos uma obra de arte para que os estudantes possam fazer uma análise de suas características, o que contribui para o trabalho com a **competência geral 3**.

O desenvolvimento das **competências gerais 9** e **10** e da **competência específica 8** é favorecido com as diferentes atividades a serem realizadas em grupos, pois possibilita aos estudantes exercitar diferentes habilidades socioemocionais ao trabalhar com os colegas, interagindo de forma cooperativa.

Habilidades trabalhadas no capítulo

(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.

(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.

(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.

(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.

(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.

(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.

(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

Os conhecimentos desenvolvidos ao longo do 5º ano do Ensino Fundamental acerca de polígonos, plano cartesiano e figuras geométricas não planas são, neste momento, retomados, ampliados e aprofundados. A perspectiva é de que o estudo das características de triângulos e quadriláteros e sua representação no plano cartesiano constituam embasamento necessário para que, durante o 7º ano, os estudantes investiguem e realizem transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano (EF07MA19), entre outros assuntos.

Os conceitos e as atividades ligados à Unidade Temática **Geometria**, foco deste capítulo, são abordados em dois momentos. A primeira abordagem trata de tópicos de Geometria Plana – situação na qual se desenvolve a ideia de linha poligonal, de modo que os estudantes possam ampliar e consolidar a noção de polígono e de seus elementos –, promove o reconhecimento, a nomeação, a comparação e a classificação de triângulos e quadriláteros e trata da representação de vértices de polígonos no plano cartesiano. Algumas atividades exploram também a construção de triângulos com o uso de régua, compasso e transferidor e a análise de algumas de suas propriedades. Desse modo, contribuímos para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA18), (EF06MA19), (EF06MA20) e (EF06MA22). No **exercício proposto 23**, os estudantes devem construir um fluxograma com os passos a serem seguidos para a construção de triângulos usando régua e compasso, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA23).

A segunda abordagem insere-se nos estudos de figuras geométricas não planas. Nesse momento, espera-se que os estudantes quantifiquem e relacionem o número de vértices, de faces e de arestas de prismas e pirâmides ao polígono que determina suas bases, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA17).

O trabalho com plano cartesiano foi elaborado de modo que os estudantes associem pares ordenados a pontos do primeiro quadrante e posteriormente à representação de vértices de polígonos, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA16). Nos **exercícios propostos 34** e **35**, os estudantes devem construir figuras planas semelhantes com o apoio do plano cartesiano, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA21).

Algumas das atividades vinculam-se também a outras Unidades Temáticas, caso da seção *Para saber mais*, que apresenta o tema "Ladrilhamento" e trabalha a noção de área, relativa à Unidade Temática **Grandezas e medidas**, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA24). Já a seção *Trabalhando a informação* explora o tema "A probabilidade das cores", situação na qual se trabalha o cálculo de probabilidades, relativo à Unidade Temática **Probabilidade e estatística**, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA30).

Comentários e resoluções

Apresentaremos a seguir as resoluções de alguns exercícios e atividades propostos neste capítulo. As resoluções que não constam nesta parte específica estão nas *Orientações Didáticas* que acompanham as reproduções das páginas do livro do estudante.

Exercícios propostos

1. Quando uma linha é formada apenas por segmentos de reta consecutivos e não colineares, ela é chamada de linha poligonal.

1. a) Não é, pois tem partes curvas.

1. b) É linha poligonal.

1. c) É linha poligonal.

1. d) Não é, pois tem partes curvas.

2. Linhas poligonais são abertas quando existem dois extremos que não estão conectados, e são fechadas quando não são abertas. Entre as fechadas, as linhas são simples quando não há cruzamentos entre segmentos, e são não simples quando há cruzamentos.

2. a) Todos os extremos estão conectados e não há cruzamento: linha fechada simples.

2. b) Todos os extremos estão conectados e há 2 cruzamentos: linha fechada não simples.

2. c) Há dois extremos na parte superior da figura que não estão conectados a outro segmento: linha aberta.

2. d) Há dois extremos na parte esquerda da figura que não estão conectados a outro segmento: linha aberta.

3. Uma região do plano é chamada de convexa quando o segmento com extremos em quaisquer dois pontos da região está contido nessa região, isto é, tem todos os pontos nessa região. Por outro lado, uma região do plano é chamada de não convexa se existem dois pontos pertencentes a ela que são extremos de um segmento que não está contido nessa região. Então:

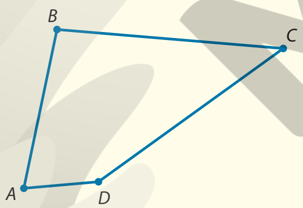
3. a) Escolhendo como extremos do segmento de teste pontos próximos de cada um dos vértices à direita da figura, é possível notar que a região é não convexa.

3. b) É convexa.

3. c) Escolhendo como extremos do segmento de teste pontos próximos de cada um dos vértices à esquerda da figura, é possível notar que a região é não convexa.

3. d) É convexa.

10. Resposta possível:

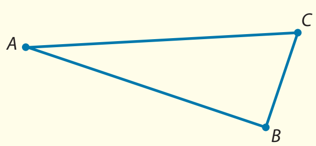


10. a) Esse polígono tem 4 vértices.

10. b) O polígono $ABCD$ tem como ângulos internos: $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$, $C\hat{D}E$, $E\hat{A}B$.

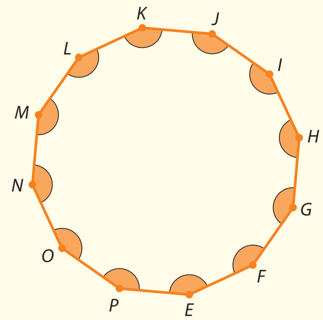
10. c) Esse polígono tem 4 lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$.

11. Um polígono de 3 vértices é um triângulo como ABC da imagem a seguir. Esse polígono não tem nenhuma diagonal.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

12. Um polígono de 12 lados tem 12 vértices e 12 ângulos internos.



14. Em um polígono, o número de lados é igual ao número de ângulos internos.

14. a) Um hexágono tem 6 ângulos internos.

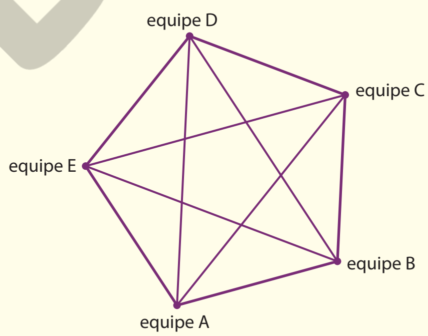
14. b) O polígono de 12 vértices e 12 lados é o dodecágono.

14. c) Um icoságono tem 20 lados; então, tem 20 vértices e 20 ângulos internos.

15. Há 5 equipes nesse torneio.

15. a) Foram disputadas 10 partidas ao todo. Se as equipes são A, B, C, D e E, as partidas disputadas foram A – B; A – C; A – D; A – E; B – C; B – D; B – E; C – D; C – E; D – E.

15. b) Como há 5 equipes, o polígono que representa essa situação é o pentágono.

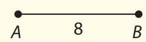


ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

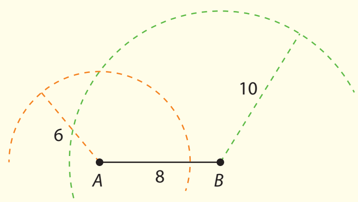
15. c) Em um pentágono em que os vértices representam as equipes, os lados e as diagonais, que ligam os vértices, representam as partidas.

15. d) Pelo desenho, basta contar a quantidade de diagonais e adicioná-la à quantidade de lados para obter o total de partidas.

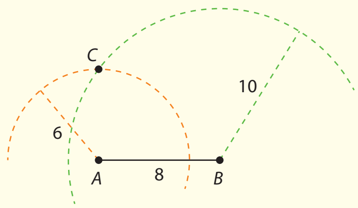
19. a)



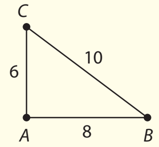
Passo 1



Passo 2

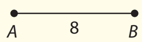


Passo 3

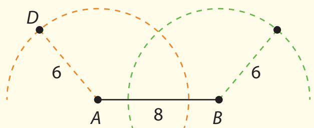


Passo 4

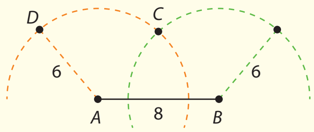
19. b)



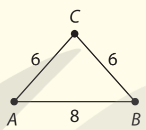
Passo 1



Passo 2



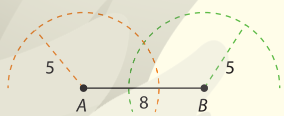
Passo 3



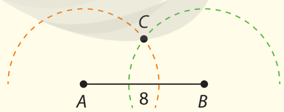
Passo 4

19. c)

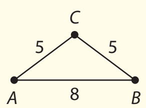
Passo 1



Passo 2

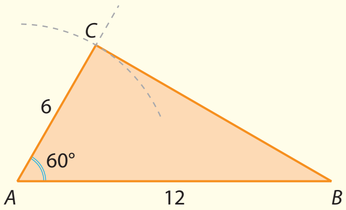


Passo 3

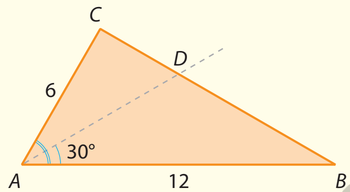


Passo 4

21. a)

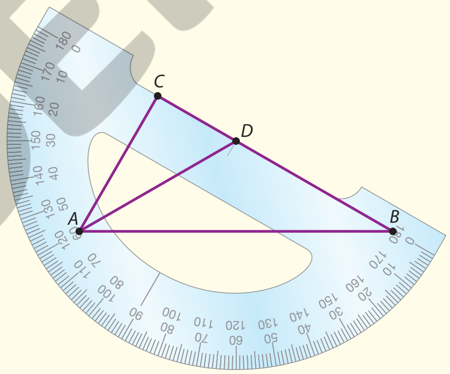


21. b)



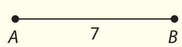
21. c) Medindo os segmentos nos triângulos construídos, é possível notar que sim, $m(\overline{CD}) = \dfrac{m(\overline{AD})}{2}$ e $m(\overline{AC}) = \dfrac{m(\overline{AB})}{2}$.

21. d) Certifique-se de que os estudantes conseguem utilizar corretamente o transferidor para medir os ângulos desenhados; no exemplo, tem-se um posicionamento possível para encontrar $m(A\hat{D}B) = 120°$.

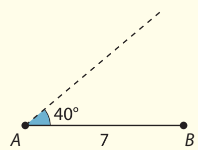


21. e) O triângulo *ABC* tem três lados com medidas de lado diferentes e um ângulo reto; é um escaleno retângulo. O triângulo *ACD* tem três lados com medidas de lado diferentes e um ângulo reto; é um escaleno retângulo. O triângulo *ABD* tem um ângulo obtuso e dois lados congruentes; é isósceles obtusângulo.

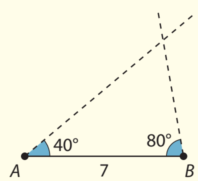
22. a)



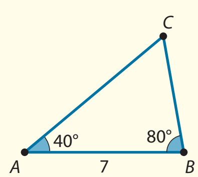
Passo 1



Passo 2

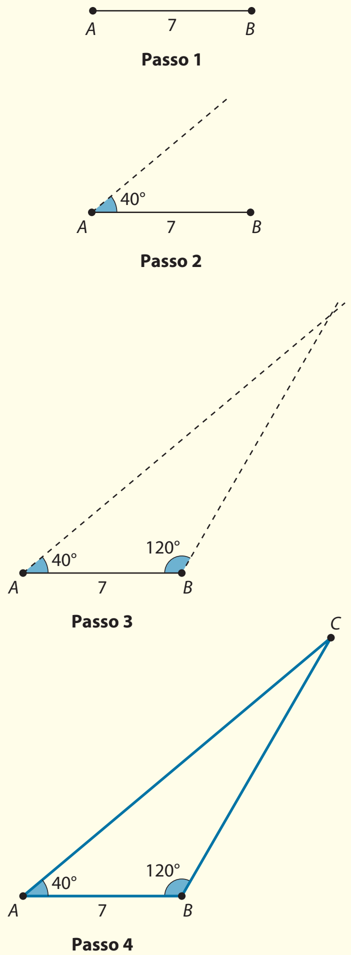


Passo 3



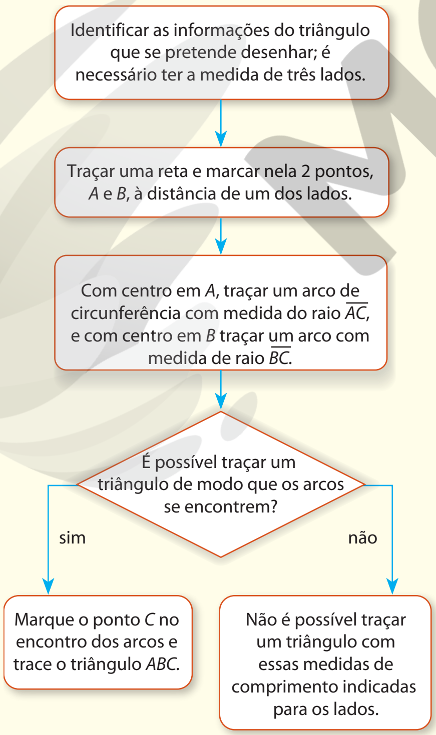
Passo 4

b)



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

23. Considerando a construção de um triângulo quando são conhecidas as medidas de seus lados, um fluxograma possível é:



24. Polígonos de 4 lados são chamados de quadriláteros. Quadriláteros que têm apenas um par de lados paralelos são chamados de trapézios. Quadriláteros que têm dois pares de lados paralelos são chamados de paralelogramos. Observando as figuras e, nelas, os pares de lados que mantêm distância constante entre si, concluímos que há:

24. a) dois pares de lados paralelos; então, é paralelogramo;

24. b) um par de lados paralelos; então, é trapézio;

24. c) dois pares de lados paralelos; então, é paralelogramo;

24. d) um par de lados paralelos; então, é trapézio.

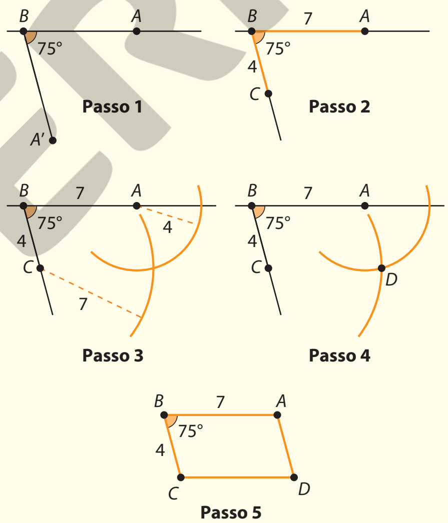
26. a) Falsa: nem todo losango tem quatro ângulos retos.

26. b) Falsa: apenas nos retângulos as diagonais são congruentes.

26. c) Verdadeira: todo quadrado tem quatro lados congruentes.

26. d) Verdadeira: um retângulo pode ser um exemplo de existência.

27.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

27. a) O polígono obtido é um paralelogramo.

27. b) Seria o mesmo que alterar a medida de comprimento de todos os lados para 6 cm; então, seria desenhado um losango.

27. c) Se a medida do ângulo interno fosse alterada para 90°, seria desenhado um retângulo.

27. d) Fazendo todas as substituições, seria desenhado um quadrado de lado medindo 6 cm.

28. Resposta possível: escolhendo o quadrado, ele tem quatro ângulos de mesma medida (verdadeira) e tem três lados (falso).

31. a) $a = 3$

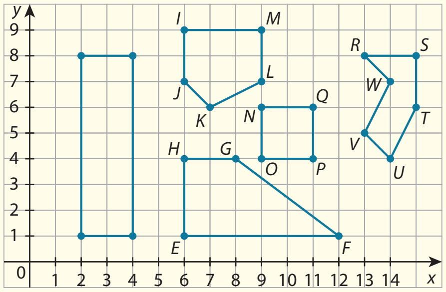
31. b) $a = 0$ e $b = 1$

31. c) $a = 3$ e $b = 2$

31. d) $a = 2$ e $b = 8$

31. e) $a = 3$ e $b = 2$

33. Respostas possíveis:



33. a) O retângulo *ABCD* é formado pelos pontos *A*(2,1); *B*(4,1); *C*(4,8) e *D*(2,8).

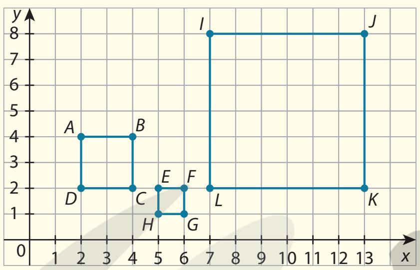
33. b) O trapézio *EFGH* é formado pelos pontos *E*(6,1); *F*(12,1); *G*(8,4) e *H*(6,4).

33. c) O losango *NOPQ* é formado pelos pontos *N*(9,6); *O*(9,4); *P*(11,4) e *Q*(11,6).

33. d) O pentágono *IJKLM* é formado pelos pontos *I*(6,9); *J*(6,7); *K*(7,6); *L*(9,7) e *M*(9,9).

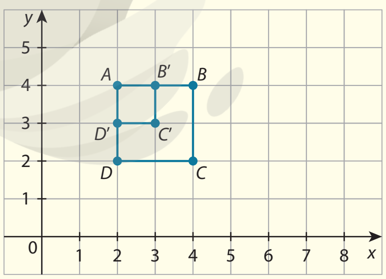
33. e) O hexágono *RSTUVW* é formado pelos pontos *R*(13,8); *S*(15,8); *T*(15,6); *U*(14,4); *V*(13,5) e *W*(14,7).

34. A representação do quadrilátero *ABCD* e as representações possíveis para os quadriláteros *EFGH* e *IJKL* são reproduzidas a seguir.



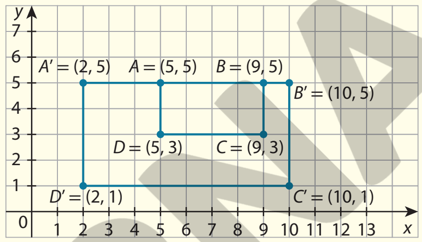
34. a) Nesse caso, as coordenadas dos vértices de *EFGH* são *E*(5,2); *F*(6,2); *G*(6,1) e *H*(5,1); e de *IJKL* são *I*(7,8); *J*(13,8); *K*(13,2) e *L*(7,2).

34. b) Como *AB'C'D'* tem todos os lados de medida de comprimento 1, é uma redução de *ABCD*.



34. c) Todos os quadriláteros apresentados têm os seus quatro lados congruentes entre si, e com o transferidor é possível constatar que também todos os ângulos são congruentes e retos; dessa maneira, são quadrados.

35. Como o lado $\overline{AB}$ do retângulo tem medida de comprimento 4 unidades, a ampliação *A'B'C'D'* deve ter medida de comprimento do lado $\overline{A'B'}$ 8 unidades, assim como $m(\overline{AD}) = 2$, então, $m(\overline{A'D'}) = 2 \cdot 2 = 4$. Como *B'* é (10, 5), então *C'* deve ser 4 unidades na vertical para baixo; então, a subtração de 4 unidades da ordenada resulta em *C'* = (10, 5 – 4) = (10, 1). O ponto *A'* deve estar na horizontal para a esquerda 8 unidades, ou seja, subtrair 8 unidades da abscissa; então, *A'* = (10 – 8, 5) = = (2, 5). O ponto *D'* tem a mesma abscissa de *A'* e a mesma ordenada de *C'*, então *D'* = (2, 1).



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

37. a) A quantidade de faces é a quantidade de polígonos que formam as planificações; já no caso das arestas e vértices, a planificação muitas vezes duplica suas representações.

A figura do **item a** tem base pentagonal, então 5 faces laterais mais 1 base são 6 faces; há 5 arestas na base e 5 laterais, totalizando 10 arestas; no caso dos vértices, há 5 na base e mais 1 vértice superior, um total de 6.

A figura do **item b** é um cubo, um tipo de prisma com base em formato de quadrado; então, ele tem 4 faces laterais mais as duas bases, totalizando 6 faces (4 + 2 = 6); 4 arestas em cada base mais 4 na parte lateral da figura, então 12 arestas (4 + 4 + 4 = = 12); e 4 vértices em cada face, então são 8 vértices (4 + 4 = 8).

Na figura do **item c** de base hexagonal, há 7 faces (6 + 1 = 7), 12 arestas (6 + 6 = 12) e 7 vértices (6 + 1 = 7).

A figura do **item d** pode ser compreendida como a união de um cubo (um tipo de pirâmide de base quadrada) e uma pirâmide de base quadrada por cima, de modo que 1 face de cada se exclui, e 4 arestas e 4 vértices dessas formas são comuns. Por isso, a quantidade de faces do sólido desse item será

$$\overbrace{(4+2)}^{\text{faces do cubo}} + \underbrace{(4+1)}_{\text{faces da pirâmide}} - \overbrace{2}^{\text{faces em comum}} =$$

= 6 + 5 – 2 = 9

A quantidade de arestas será:

$$\underbrace{(4+4+4)}_{\text{arestas do cubo}} + \underbrace{(4+4)}_{\text{arestas da pirâmide}} - \overbrace{4}^{\text{arestas em comum}} =$$

= 12 + 8 – 4 = 16

Além disso, a quantidade de vértices dessa figura é:

$$\underbrace{(4+4)}_{\text{vértices do cubo}} + \overbrace{(4+1)}^{\text{vértices da pirâmide}} - \underbrace{4}_{\text{vértices em comum}} =$$

$= 8 + 5 - 4 = 9$

A figura do **item e** é um prisma com a base em formato hexagonal, então são 8 faces $(6 + 2 = 8)$, 18 arestas $(6 + 6 + 6 = 18)$ e 12 vértices $(6 + 6 = 12)$.

37. b) Comparando, pode-se concluir que o número de arestas é sempre 2 a menos que a soma de vértices e faces, ou $V + F - 2 = A$:

Figura	Quantidade de vértices (*V*)	Quantidade de faces (*F*)	$V + F$	Quantidade de arestas (*A*)
a	6	6	$6 + 6 = 12$	10
b	8	6	$8 + 6 = 14$	12
c	7	7	$7 + 7 = 14$	12
d	9	9	$9 + 9 = 18$	16
e	12	8	$12 + 8 = 20$	18

40. O total de arestas de um prisma pode ser dado por $3x$, em que x é a quantidade de arestas relativas a cada base e, ainda, x é a quantidade de arestas relativas às faces laterais do prisma. Dessa maneira, como são 5 arestas na base $(15 : 3 = 5)$, é um prisma de base pentagonal. Então, são 5 faces laterais mais 2 bases, totalizando 7 faces $(5 + 2 = 7)$. De modo semelhante, um prisma de 21 arestas tem uma base com 7 arestas $(21 : 3 = 7)$, totalizando 9 faces $(7 + 2 = 9)$.

41. Sim, existe, pois 39 é divisível por 3, uma vez que $3 + 9 = 12$. Com 22 arestas não é possível, pois 22 não é divisível por 3.

44. a) Há 3 na primeira pilha, 2 na segunda e 1 na última, totalizando 6 coleções, pois: $3 + 2 + 1 = 6$.

44. b) Essa formação apresenta 3 pilhas de altura, 3 de comprimento e 3 de largura, totalizando 27 coleções, pois: $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.

45. a) O cubo com aresta de 2 cm é formado por 2 cubinhos de altura, 2 de comprimento e 2 de largura, totalizando 8 cubinhos, pois: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

45. b) Nesse caso, serão necessários 27 cubinhos, pois: $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.

46. É possível montar cubos com as planificações **a** e **c**; no caso do **item b** ocorreria a superposição de duas das faces (as primeiras das 2ª e 3ª linhas).

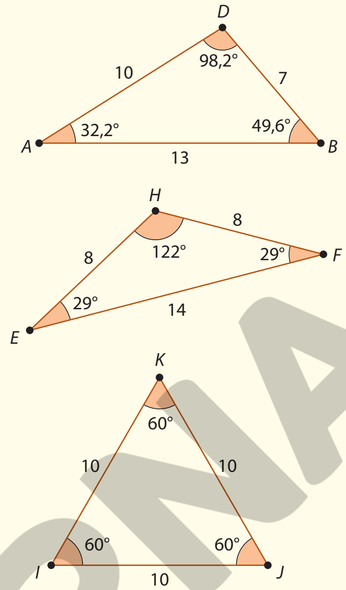
48. Uma pirâmide octogonal tem 8 vértices em sua base e um vértice onde ocorre o encontro de todas as faces laterais, totalizando 9 vértices, pois: $8 + 1 = 9$. Em relação ao número de arestas, há 8 delas na base e 8 delas unindo a base ao vértice fora dela, totalizando 16 arestas, pois: $8 + 8 = 16$.

49. Uma pirâmide que tem 10 vértices tem uma base com $10 - 1 = 9$ vértices (um eneágono); portanto, em relação ao número de arestas, há $9 + 9 = 18$ delas e as faces são a base mais as faces laterais, totalizando $9 + 1 = 10$.

Para saber mais

Página 258

1. a) Com um arame de 30 cm, é possível construir triângulos como estes:



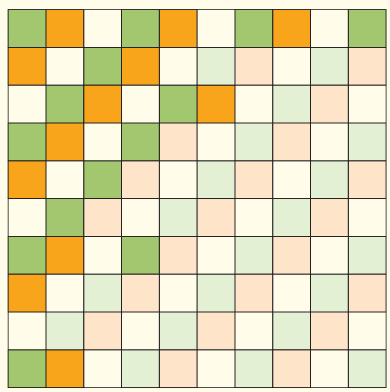
ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Adicionando as medidas de cada triângulo: $10 + 13 + 7 = 30$; $8 + 8 + 14 = 30$; $10 + 10 + 10 = 30$. A medida do perímetro de todos os triângulos é igual à medida do comprimento do arame.

1. b) As medidas dos ângulos somam: $32{,}2° + 98{,}2° + 49{,}6° = 180°$; $29° + 29° + 122° = 180°$; $60° + 60° + 60° = 180°$.

Página 268

3. Completando o padrão dos azulejos, ilustrando-os a seguir com tons mais claros, é possível contar quantos faltam. No total são 21 alaranjados: $2 + 1 + 2 + 3 + 3 + 2 + 3 + 3 + 2 = 21$; e 20 verdes: $2 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 = 20$.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

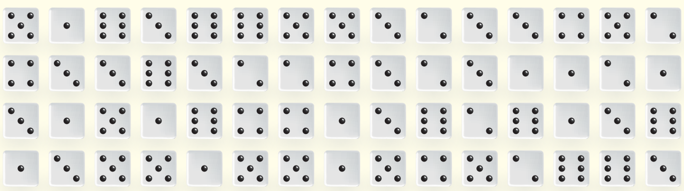
4. Para obter ladrilhamento utilizando apenas um mesmo tipo de região poligonal, deve ser possível unir cada um dos vértices da região poligonal a uma ou mais regiões poligonais e obter a soma das medidas dos ângulos internos relativos a esses vértices iguais a 360°. Isso só ocorrerá com os triângulos equiláteros, hexágonos e quadrados.

Trabalhando a informação

Página 270

1. Há 30 fichas no total, de modo que são 4 azuis, 6 laranja e 5 vermelhas. Como a probabilidade é calculada como $\dfrac{\text{fichas daquela cor}}{\text{total de fichas}}$, então serão azuis: $\dfrac{4}{30} = \dfrac{4 : 2}{30 : 2} = \dfrac{2}{15}$; laranja: $\dfrac{6}{30} = \dfrac{6 : 6}{30 : 6} = \dfrac{1}{5}$; e vermelhas: $\dfrac{5}{30} = \dfrac{5 : 5}{30 : 5} = \dfrac{1}{6}$.

2. A seguir, um exemplo de resultados para compor a tabela de frequência.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

Portanto, as frequências e probabilidades nesse caso são:

Face superior	Frequência	Probabilidade
1	11	$\frac{11}{60}$
2	8	$\frac{8}{60} = \frac{2}{15}$
3	14	$\frac{14}{60} = \frac{7}{30}$
4	6	$\frac{6}{60} = \frac{1}{10}$
5	11	$\frac{11}{60}$
6	10	$\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$

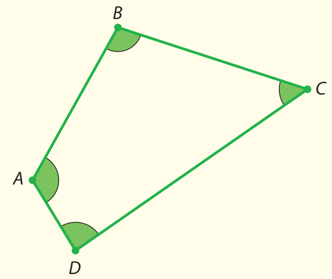
Exercícios complementares

1. A figura é composta de uma linha poligonal laranja-escura que delimita uma região no plano laranja-clara. A região externa ao polígono é representada em azul.

1. **a)** Os pontos que pertencem à linha são representados sobrepostos a ela; então, são *A*, *B*, *C* e *D*. Os pontos da região interior são *P* e *M*.

1. **b)** Traçando o segmento $\overline{PM}$ é possível notar que ele não está totalmente contido na (dentro da) região poligonal; então, ela é não convexa.

2. Desenhando:



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

2. **a)** Esse polígono tem 4 ângulos internos, são eles: $A\hat{B}C$, $B\hat{C}D$, $C\hat{D}A$, $D\hat{A}B$.

2. **b)** O nome do polígono é *ABCD*.

3. **a)** Quadriláteros que têm apenas um par de lados paralelos são chamados trapézios. Quadriláteros com dois pares de lados paralelos são chamados paralelogramos.

3. **b)** Um triângulo escaleno tem os três lados de medidas diferentes. Um triângulo equilátero tem os três lados de mesma medida.

4. Dobrando, é possível perceber que o ponto *B* e o ponto *C* se encontram.

4. **a)** Os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ são congruentes, pois coincidem quando sobrepostos.

4. **b)** Os ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$ são congruentes pela mesma razão.

4. **c)** Como o triângulo tem dois lados com a mesma medida, é isósceles.

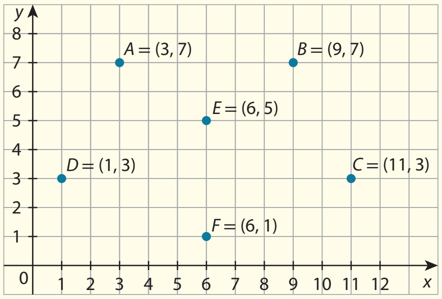
4. **d)** Os segmentos $\overline{BM}$ e $\overline{MC}$ coincidem quando dobrados, pois têm a mesma medida de comprimento.

4. **e)** Os ângulos $B\hat{M}A$ e $C\hat{M}A$ são congruentes e, juntos, formam um ângulo raso; portanto, ambos são retos.

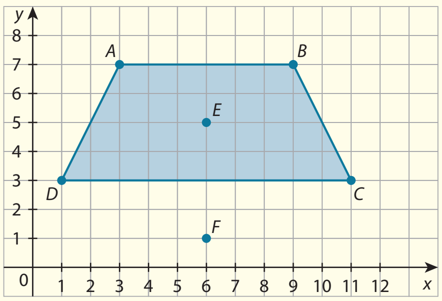
5. **a)** As arestas de um prisma podem ser agrupadas em três setores, um em cada base e um deles unindo os vértices correspondentes das duas bases. Então, um prisma tem o triplo de arestas dos lados de sua base, por isso tem 9 lados na base e, assim, 27 arestas no total ($9 + 9 + 9 = 27$). Se a base tiver 10 lados, serão 30 arestas ($3 \cdot 10 = 30$). Se a base tiver 11 lados, terá 33 arestas ($11 \cdot 3 = 33$). Se a base tiver *n* lados, serão $3n$ arestas.

5. **b)** Nas pirâmides, há dois grupos de arestas, um na base e o outro nas faces laterais, unindo cada vértice da base com o vértice de fora dela. Então, uma pirâmide tem o dobro de arestas dos lados de sua base; por isso tem uma base com 9 lados, e assim a pirâmide tem $9 + 9 = 18$ arestas. Se a base tiver 10 lados, a pirâmide tem $10 \cdot 2 = 20$. Se a base tiver 11 lados, a pirâmide tem $11 \cdot 2 = 22$, e se a base tiver *n* lados, a pirâmide terá $2 \cdot n = 2n$ arestas.

6. A primeira coordenada representa a posição horizontal, e a segunda, a posição vertical.



6. a) Traçando o quadrilátero *ABCD*, forma-se um trapézio, pois $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são paralelos entre si. A característica é ter pelo menos um par de lados paralelos.

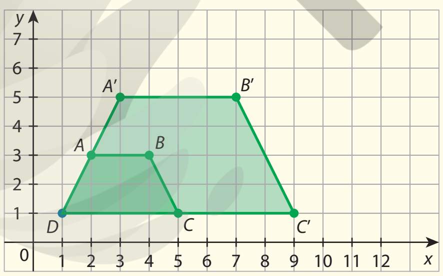


ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

6. b) Respostas possíveis: são isósceles os triângulos *ABE*, *ABF*, *DCE*, *DCF*, *EFC* e *EFD*.

6. c) Os pontos são *C*, *F*, *D* e *E*.

7. O trapézio original tem medidas $AB = 2$, $DC = 4$, e a distância vertical de *A* até o segmento $\overline{DC}$ é 2 unidades. Como se deseja dobrar as medidas, ou seja, multiplicá-las por 2, então o trapézio ampliado será $A'B' = 2 \cdot AB = 2 \cdot 2 = 4$; $D'C' = 2 \cdot DC = 2 \cdot 4 = 8$ e a distância vertical de *A'* até $\overline{D'C'}$ é 4 unidades pois $2 \cdot 2 = 4$.



Verificando

1. Ângulo é composto de diversos elementos, enquanto diagonal e lado são segmentos de reta; portanto, o único ponto é o vértice. De fato, o vértice é o ponto de encontro dos lados em um polígono.
Alternativa **a**.

2. *Héx* é uma palavra grega que significa 6. O polígono de 6 lados é o hexágono.
Alternativa **b**.

3. Entre as classificações pela medida dos lados, equilátero é o triângulo que tem os seus lados com a mesma medida.
Alternativa **b**.

4. Um trapézio tem pelo menos um par de lados paralelos. Não é possível dizer quais são os ângulos e medidas dos lados.
Alternativa **c**.

5. Provavelmente, a resposta para esse exercício foi observada empiricamente diversas vezes pelos estudantes durante o desenvolvimento das atividades do capítulo. Um quadrilátero tem 4 vértices; um deles pode ligar-se com cada um dos outros 3, de modo que uma ligação é diagonal e as outras duas são lados. Para não contar duas vezes o número de diagonais (pois, por exemplo, $\overline{AC}$ e $\overline{CA}$ são o mesmo segmento), dividir o resultado por 2; então são 2 diagonais:

$$\overbrace{4}^{\text{vértices}} \cdot \underbrace{1}_{\text{diagonal por vértice}} : \overbrace{2}^{\text{removendo duplicidade}} = 2$$

Alternativa **b**.

6. Em um par ordenado, a primeira coordenada representa a posição no eixo horizontal e a segunda representa a posição no eixo vertical. A posição das coordenadas importa, e a origem do plano cartesiano é o ponto (0,0).
Alternativa **b**.

7. *Deca* é um prefixo que significa 10; portanto, um decaedro é um sólido de 10 faces.
Alternativa **c**.

8. Um dodecaedro tem 12 faces; portanto, esse dado tem 12 opções de resultado, sendo a probabilidade de sair um deles $\frac{1}{12}$.
Alternativa **d**.

9. O prisma da imagem é reto, pois todas as suas faces laterais são retangulares, e tem a base em formato de hexágono, então é um prisma hexagonal reto.
Alternativa **c**.

10. Como a base é um quadrado, há 4 faces laterais triangulares, uma para cada lado da base.
Alternativa **b**.

Organizando

b) Toda linha poligonal fechada simples é denominada polígono.

c) Não. Um polígono é convexo quando a região interior determinada por ele é convexa.

d) Resposta pessoal.

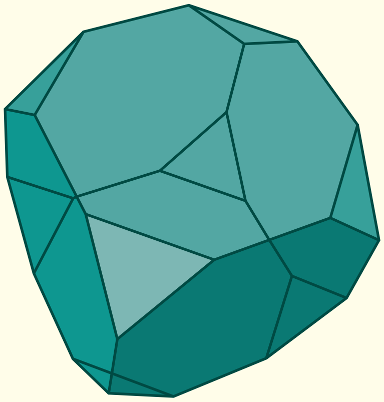
g) Sim. Resposta pessoal.

Diversificando

1. Nessa atividade, oriente os estudantes na construção, auxiliando-os no planejamento quanto à necessidade ou não de incluir abas na planificação.

2.

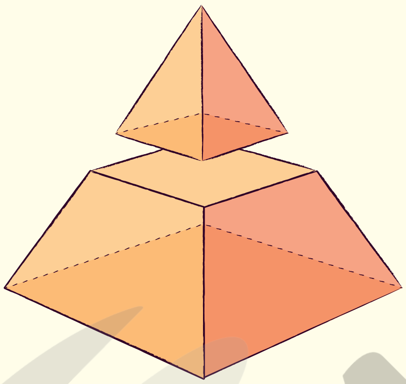
ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA



O cubo inicial tinha 6 faces e 6 vértices. As faces do cubo truncado serão octógonos no plano onde eram as faces do cubo original e triângulos onde eram os seus vértices. Então serão 6 faces octogonais e 8 faces triangulares.

3.

ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA



3. a) Nessa situação, o poliedro que contém o vértice é uma pirâmide de base quadrada.

3. b) O poliedro que contém o vértice tem 5 faces, sendo 1 face quadrangular e 4 faces triangulares. O outro poliedro tem 6 faces quadrangulares.

Capítulo 11 – Comprimentos e áreas

Objetivos do capítulo e justificativas

- Reconhecer as grandezas comprimento e área.
- Identificar unidades adequadas (padronizadas ou não) para expressar medidas de comprimento e de superfície e fazer uso da terminologia apropriada.
- Estabelecer conversões entre as unidades de medida mais usuais, para comprimento e área, em resolução de problemas.
- Obter medidas de comprimento por estimativas e aproximações.
- Calcular a medida do perímetro de polígonos.
- Calcular a medida de área de figuras planas pela decomposição e/ou composição de figuras com áreas conhecidas, ou por meio de estimativas.
- Interpretar e desenhar planta baixa.
- Trabalhar com cálculo de áreas associado a medidas agrárias.
- Analisar e descrever mudanças que ocorrem na medida do perímetro e na medida da área de um quadrado com base na mudança da medida de seu lado.
- Determinar a medida da área de uma superfície retangular e, em particular, de uma superfície quadrada por meio das medidas de seus lados.

Entre as Unidades Temáticas da Matemática, **Grandezas e medidas** é a que tem relação direta com as demais e com outras áreas de conhecimento. Desse modo, o trabalho desenvolvido neste capítulo contribui para que o estudante possa conhecer e utilizar diferentes unidades de medida em situações de seu cotidiano. Desse modo, os conteúdos trabalhados contribuem para o desenvolvimento da **competência geral 2** e das **competências específicas 2**, **3** e **6**.

Inicialmente, apresentamos aos estudantes algumas unidades de medida de comprimento utilizadas em diferentes épocas, até a padronização pelo Sistema Internacional de Unidades, com o objetivo de mostrar a eles que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diversas culturas e em distintos momentos históricos, contribuindo, assim, para o trabalho com a **competência geral 1** e a **competência específica 1**.

Compreender as relações entre as unidades de medida padronizadas, de comprimento e de área, com seus múltiplos e submúltiplos, é uma ferramenta essencial para a resolução de diferentes situações-problema aplicáveis ao cotidiano. As atividades propostas ao longo do capítulo levam os estudantes a aplicar essas relações, o que contribui para o desenvolvimento da **competência específica 6**.

A relação entre as Unidades Temáticas **Geometria** e **Grandezas e medidas** está presente no estudo de perímetro e área, pois, para que o entendimento dessas grandezas seja concretizado, é importante que os estudantes tenham compreendido as características de diferentes figuras planas. Desse modo, o trabalho com essas grandezas contribui para o desenvolvimento da **competência específica 3**.

A composição e a decomposição de figuras planas para o cálculo de áreas fazem parte do processo de criação de estratégias para a resolução de problemas envolvendo áreas. Nesse sentido, esse objetivo está relacionado com a **competência específica 2** e com a **competência geral 2**.

A leitura de plantas baixas é de aplicação social imediata para a compreensão de mapas de construções diversas, relacionando-se inclusive com o conceito de escala, ligado à ideia de proporcionalidade. Essa temática também se relaciona com o Tema Contemporâneo Transversal **trabalho**, o que contribui com o desenvolvimento da **competência geral 6**.

O **exercício proposto 35** explora a análise de informações, em um gráfico de barras, sobre o desmatamento na Amazônia Legal, contribuindo para o trabalho com a **competência geral 7** e com as **competências específicas 4** e **7**.

O desenvolvimento das **competências gerais 9** e **10** e **da competência específica 8** é favorecido com as diversas atividades a serem realizadas em grupos, pois permitem que os estudantes exercitem diferentes habilidades socioemocionais ao trabalhar com os colegas, interagindo de forma cooperativa.

Habilidades trabalhadas no capítulo

(EF06MA12) Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.

(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

(EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.

(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

(EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.

Neste capítulo, serão aprofundados os estudos relativos à Unidade Temática **Grandezas e medidas**, envolvendo as grandezas comprimento e área. Levam-se em conta os conhecimentos adquiridos no 5º ano do Ensino Fundamental (EF05MA19) e (EF05MA20), aportes para a compreensão dos temas aqui tratados, que, por sua vez, visam preparar o estudante para o estudo sobre equivalência de áreas de figuras planas e cálculo de áreas por decomposição (EF07MA31) e (EF07MA32), a ser desenvolvido no 7º ano.

Em relação aos conhecimentos que abrangem medidas de comprimento e de área, destacam-se o trabalho com situações-problema que envolvem unidades de medida padronizadas e não padronizadas, contribuindo para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA12) e (EF06MA24).

O cálculo de áreas de figuras em malhas quadriculadas, a noção de planta baixa, medidas agrárias, o cálculo da área de superfícies retangulares e, em particular, de superfícies quadradas por meio de uma relação envolvendo medidas de seus lados contribuem para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA24) e (EF06MA28). Faz-se ainda análise e descrição de mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao ampliar ou reduzir igualmente as medidas de seus lados, buscando o entendimento de que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área. Esse trabalho se relaciona com a habilidade (EF6MA29).

A Unidade Temática **Números** também é trabalhada neste capítulo, em atividades que abordam estimativas de áreas e cálculo de porcentagens, contribuindo para desenvolver a habilidade (EF06MA13).

A conexão com a Unidade Temática **Geometria** se concretiza em atividades que promovem o reconhecimento de que perímetro e área são grandezas associadas a figuras geométricas planas, em particular a polígonos.

A leitura e a interpretação de dados apresentados em tabela, em gráfico de colunas e em gráfico de setores são exercitadas nas atividades que enfocam a Unidade Temática **Probabilidade e estatística** e contribuem com o desenvolvimento da habilidade (EF06MA32). Ressaltamos que tais conhecimentos representam a ampliação daqueles abordados no 5º ano do Ensino Fundamental, relativos à análise de dados apresentados em tabela e gráfico, que serão necessários para a construção de futuros conhecimentos sobre o planejamento e a realização de pesquisa, interpretação de dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, além de interpretação e análise de dados apresentados em gráficos de setores, conhecimentos a serem adquiridos no 7º ano e que se relacionam com as habilidades (EF07MA36) e (EF07MA37).

Comentários e resoluções

Apresentaremos a seguir as resoluções de alguns exercícios e atividades propostos neste capítulo. As resoluções que não constam nesta parte específica estão nas *Orientações Didáticas* que acompanham as reproduções das páginas do livro do estudante.

Exercícios propostos

7. Para responder a essa questão, relembre aos estudantes o modo como é comum referir-se a essas distâncias no cotidiano. Acompanhe os exemplos:

7. a) A distância de Natal a Recife é 285 km.

7. b) Uma folha A4 mede 21 cm de comprimento.

7. c) O celular lançado semana passada mede 8,8 mm de espessura.

10. Como Luís caminha durante 20 minutos, são 1 200 segundos, pois: $20 \cdot 60 = 1\,200$. Como cada passo mede 70 cm, no total são: $1\,200 \cdot 70$ cm $= 84\,000$ cm $= (84\,000 : 100)$ m $=$ $= 840$ m.

11. A medida do palmo é 195 mm $= (195 : 1\,000)$ m $=$ $= 0{,}195$ m. Como a janela mede 9 palmos, é o equivalente a $9 \cdot 0{,}195$ m $= 1{,}755$ m.

14. A medida de altitude do Pico da Neblina é 2 995,3 m, e a do Pico dos Três Estados é 2,665 km $= (2{,}665 \cdot 1\,000)$ m $=$ $= 2\,665$ m. Portanto, a diferença entre elas é:
2 995,3 m − 2 665 m = 330,3 m

15. a)

× 2

1 m	2 m
100 cm	200 cm

× 2

b)

× 0, 45

1 cm	0,45 cm
10 mm	4,5 mm

× 0,45

c)

× 2,4

1 km	2,4 km
1 000 m	2 400 m

× 2,4

d)

: 10 × 3

10 dm	1 dm	3 dm
1 m	0,1 m	0,3 m

: 10 × 3

e)

: 10 × 4,5

10 cm	1 cm	4,5 cm
1 dm	0,1 dm	0,45 dm

: 10 × 4,5

f)

: 1000 × 38,2

1000 m	1 m	38,2 m
1 km	0,001 km	0,0382 km

: 1 000 × 38,2

16. Como 380 cm = 3,8 m, e o valor a pagar será a multiplicação do preço unitário pela quantidade comprada, será 2,5 · 3,8 = 9,5, ou seja, R$ 9,50.

17. Uma milha marítima equivale a 1 852 m = (1 852 : 1 000) km = = 1,852 km. Como o navio percorreu 930 milhas, é o equivalente a 930 · 1,852 km = 1 722,36 km.

18. Como 10 hm = 1 km e 1 000 m = 1 km, a prova de natação percorre 1 500 m = (1 500 : 1 000) km = 1,5 km e a prova de ciclismo percorre 400 hm = (400 : 10) km = 40 km; então, a prova toda tem um percurso que mede:

1,5 km + 40 km + 10 km = 51,5 km

21. A medida do perímetro de um triângulo equilátero (todos os lados de mesma medida) cujo lado mede 7 cm é 3 · 7 cm = 21 cm. O triângulo isósceles (dois lados de mesma medida) com essa mesma medida de perímetro tem um lado medindo 8 cm. Existem duas possibilidades que devem ser consideradas: (I) 8 cm é a medida igual dos dois lados, e o terceiro lado tem outra medida *m*, ou (II) um lado mede 8 cm e os outros dois medem um valor *n* igual entre eles. Como a medida do perímetro é a soma das medidas dos lados, é possível escrever:

(I) $8 + 8 + m = 21 \Rightarrow 16 + m = 21 \Rightarrow 16 + m - 16 =$
$= 21 - 16 \Rightarrow m = 5$

(II) $8 + n + n = 21 \Rightarrow 8 + 2n - 8 = 21 - 8 \Rightarrow 2n = 13 \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{2n}{2} = \dfrac{13}{2} \Rightarrow n = 13 : 2 = 6{,}5$

Então, as opções de triângulo isósceles nessas condições são: (I) dois lados medindo 8 cm e um lado medindo 5 cm e (II) dois lados medindo 6,5 cm e um lado medindo 8 cm.

28. Utilizando o SI, temos:

28. a) km^2

28. b) cm^2

28. c) m^2

28. d) m^2

33. a)

× 3

1 cm²	3 cm²
100 mm²	300 mm²

× 3

b)

: 0,45

1 dm²	0,45 dm²
100 cm²	45 cm²

: 0,45

c)

× 42,1

1 km²	42,1 km²
1000 000 m²	42 100 000 m²

× 42,1

d)

: 10 000 × 32

10 000 cm²	1 cm²	32 cm²
1 m²	0,0001 m²	0,0032 m²

: 10 000 × 32

e)

: 100 × 23,5

100 dm²	1 dm²	23,5 dm²
1 m²	0,01 m²	0,235 m²

: 100 × 23,5

f)

: 1 000 000 × 235

1 000 000 m²	1 m²	235 m²
1 km²	0,000001 km²	0,000235 km²

: 1 000 000 × 235

34. A área territorial do Brasil é de 8,5 milhões de km², com a distribuição por região indicada no gráfico de setor do enunciado. Então, calculando a área de cada região do país:

Norte

45,2% de 8,5 milhões = 45,2% · 8,5 milhões =

$= \dfrac{45{,}2 \cdot 8{,}5 \text{ milhões}}{100} = \dfrac{384{,}2 \text{ milhões}}{100} =$

= 3,842 milhões

Logo, aproximadamente 3,8 milhões de km².

Nordeste

18,2% de 8,5 milhões = 18,2% · 8,5 milhões =

$= \dfrac{18{,}2 \cdot 8{,}5 \text{ milhões}}{100} = \dfrac{154{,}7 \text{ milhões}}{100} = 1{,}547 \text{ milhão}$

Logo, aproximadamente 1,5 milhão de km².

Centro-Oeste

18,9% de 8,5 milhões = 18,9% · 8,5 milhões =

$= \dfrac{18{,}9 \cdot 8{,}5 \text{ milhões}}{100} = \dfrac{160{,}65 \text{ milhões}}{100} = 1{,}6065 \text{ milhão}$

Logo, aproximadamente 1,6 milhão de km².

Sudeste
10,9% de 8,5 milhões = 10,9% · 8,5 milhões =

$$= \frac{10{,}9 \cdot 8{,}5 \text{ milhões}}{100} = \frac{92{,}65 \text{ milhões}}{100} = 0{,}9265 \text{ milhão}$$

Logo, aproximadamente 0,9 milhão de km².

Sul
6,8% de 8,5 milhões = 6,8% · 8,5 milhões =

$$= \frac{6{,}8 \cdot 8{,}5 \text{ milhões}}{100} = \frac{57{,}8 \text{ milhões}}{100} = 0{,}578 \text{ milhão}$$

Logo, aproximadamente 0,6 milhão de km².

35. a) Observando o gráfico, temos que, em 2021, a Amazônia Legal teve a maior área desmatada e, em 2012, ela teve a menor área desmatada.

35. b) Calculando a diferença entre dois anos consecutivos: de 2009 a 2010 (diminuição), 7 464 – 7 000 = 464; de 2010 a 2011 (diminuição), 7 000 – 6 418 = 582; de 2011 a 2012 (diminuição), 6 418 – 4 571 = 1 847; de 2012 a 2013 (aumento), 5 891 – 4 571 = 1 320; de 2013 a 2014 (diminuição), 5 891 – 5 012 = 879; de 2014 a 2015 (aumento), 6 207 – 5 012 = 1 195; de 2015 a 2016 (aumento), 7 893 – 6 207 = 1 686; de 2016 a 2017 (diminuição), 7 893 – 6 947 = 946; de 2017 a 2018 (aumento), 7 536 – 6 947 = 589; de 2018 a 2019 (aumento), 10 129 – 7 536 = 2 593; de 2019 a 2020 (aumento), 10 129 – 10 851 = 722; de 2020 a 2021 (aumento), 13 235 – 10 851 = 2 384. Então, a maior diminuição ocorreu entre 2011 e 2012, e o maior aumento ocorreu entre 2020 e 2021.

35. c) Calcula-se a média para os dois períodos efetuando:

$$\frac{\text{soma das medidas de áreas desmatadas}}{\text{quantidade de anos}}$$

De 2009 a 2013 foi:

$$\frac{7464 + 7000 + 6418 + 4571 + 5891}{5} =$$

$$= \frac{31344}{5} = 6\,268{,}8$$

De 2017 a 2021 foi:

$$\frac{6947 + 7536 + 10129 + 10851 + 13235}{5} =$$

$$= \frac{48698}{5} = 9\,739{,}6$$

Então, em média, o desmatamento de 2009 a 2013 foi menor do que o de 2017 a 2021.

35. d) Depende do ano de nascimento do estudante. A soma das medidas das áreas desmatadas de 2016 a 2021 é 56 561 km > 52 000 km = 52 mil km; então, pessoas nesse ano ou antes responderiam que a medida da área desmatada é maior do que a medida da área do deserto.

35. e) Como a área do Atacama mede aproximadamente 105 000 km², e a soma de área desmatada de 2009 a 2021 é 99 154 km², o estudante teria de ter nascido antes de 2009 para responder sim a esse item, e seriam necessárias mais informações para responder com precisão; por isso, a resposta é pessoal, mas provavelmente será negativa.

38. A unidade de medida a refere-se ao are, que equivale a 100 m². Dessa maneira, 1 hectare equivale a 100 ares; por isso, se o sítio tem 300 a = (300 : 100) ha = 3 ha.

39. O alqueire tem sua medida equivalente em metros quadrados diferente em cada estado brasileiro. Na Bahia, 1 alqueire baiano equivale a 96 800 m².

100 alqueires baianos = (96 800 · 100) m² = 9 680 000 m² é a extensão da fazenda em Maracás.

Como 10 000 m² equivalem a 1 ha, temos: 9 680 000 m² = = 968 ha.

40. Como 10 000 m² = 1 ha, uma plantação de 35 000 m² é equivalente a 1 · 3,5 ha = 3,5 ha. Como a safra média foi de 2 760 kg/ha, o total produzido foi 2 760 · 3,5 kg = = 9 660 kg.

41. 1 alqueire paulista equivale a 24 200 m².

1 alqueire mineiro equivale a 48 400 m².

84 · 24 200 = 2 032 800

48 · 48 400 = 2 323 200

Logo, a maior parte é mineira.

42. a) A medida da área total plantada é a soma da medida da área plantada em todas as regiões. Logo:

3 924 343 + 9 458 502 + 12 864 432 + 21 550 516 +
+ 30 167 264 = 77 965 057 (77 965 057 ha)

42. b) O maior valor da coluna "medida de área" é 30 167 264, correspondente à região Centro-Oeste. O menor valor é 3 924 343, correspondente à região Norte.

42. c) Como 10 000 m² equivalem a 1 ha, temos 1 ha = = 0,01 km².

No Nordeste há 9 458 502 ha = 94 585,02 km².

42. d) Uma resposta possível é a de que o território está ocupado com algo que não seja lavoura permanente, como a Floresta Amazônica.

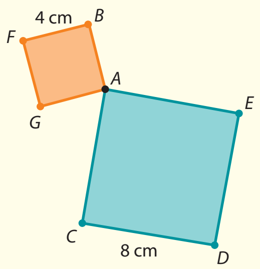
45. a) A medida da área de uma superfície retangular é calculada efetuando-se (medida da base) · (medida da altura). O terreno tem 12,6 m de frente (base) e 20 m de fundo (altura), então a medida da área, em metros quadrados, será:

12,6 · 20 = 252

45. b) Como cada metro quadrado vale R$ 320,00, o terreno todo vale:

R$ 320,00 · 252 = R$ 80 640,00

46. Desenho:



46. a) O quadrado *ACDE* tem lado de medida 8 cm, então a medida da área, calculada como (medida do lado)², é $A_{ACDE} = (8\text{ cm})^2 = 64\text{ cm}^2$; e o perímetro, que é a soma das medidas dos lados, é $P_{ACDE} = 4 \cdot 8\text{ cm} = 32\text{ cm}$. O quadrado *ABFG* tem medida de lado 4 cm; então, $A_{ABFG} = (4\text{ cm})^2 = 16\text{ cm}^2$ e $P_{ABFG} = 4 \cdot 4\text{ cm} = 16\text{ cm}$.

46. b) Como $P_{ACDE} = 64\text{ cm}^2$ e $A_{ABFG} = 16\text{ cm}^2$, então o quadrado menor cabe 4 vezes no maior, pois $16 \cdot 4 = 64$.

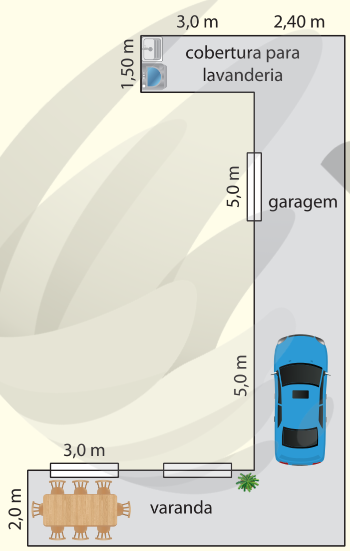
46. c) Como observado no caso testado, dobrar a medida do lado dobra a medida do perímetro, mas quadriplica a medida da área.

47. O caminho percorrido pela formiga é equivalente ao perímetro do tampo da mesa; então, se *L* é a medida do lado da mesa:

$$4 \cdot L = 5,2\text{ m} \Rightarrow \frac{4 \cdot L}{4} = \frac{5,2}{4}\text{ m} \Rightarrow L = 5,2 : 4\text{ m} = 1,3\text{ m}$$

Por isso, a medida da área do tampo da mesa é $(1,3\text{ m})^2 = 1,69\text{ m}^2$.

51. Resposta pessoal. Um exemplo de desenho da parte externa de uma casa como essa:



A medida da área total pode ser calculada pela expressão

$$\underbrace{2 \cdot (3+3)}_{\text{varanda}} + \underbrace{3 \cdot 1,5}_{\text{lavanderia}} + \underbrace{(1,5+5+5+2)}_{\text{varanda}} \cdot 2,4$$

e é 48,9 m, pois: $2 \cdot 6 + 4,5 + 13,5 \cdot 2,4 = 12 + 4,5 + 32,4 = 48,9$

A medida do perímetro será 49,8 m, pois: $2 + 3 + 3 + 5 + 5 + 3 + 1,5 + 3 + 2,4 + 1,5 + 5 + 5 + 2 + 2,4 + 3 + 3 = 49,8$

Se ocorrer de a medida dos perímetros ser a mesma, não necessariamente a medida das áreas também será.

Exercícios complementares

1. Ele nasce com 35 cm, e aumenta 2 cm por mês por 3 meses e depois 1 cm por mês por 3 meses. Então, após 5 meses será 43 cm, pois: $35 + 2 \cdot \underbrace{3}_{\text{3 primeiros meses}} + 1 \cdot \underbrace{(5-3)}_{\text{quantidade de meses além do 3º}} =$

$= 35 + 6 + 2 = 43$

2. Um triângulo equilátero tem 3 lados de medidas iguais; então, 10,5 cm de medida de perímetro corresponde a 10,5 cm : 5 cm = 3,5 cm de medida de lado.

3. A medida do perímetro indica a quantidade de metros necessários para cercar o terreno com 1 volta de arame. O perímetro do terreno da chácara de Luís mede, em metros:

$250 + 220 + 125 + 220 + 125 = 940$

Então, a medida de arame necessária para 10 voltas é:

$10 \cdot 940\text{ m} = 9\,400\text{ m}$.

4. Já foram asfaltados 30% de 1,2 km. Assim:

$$\frac{30}{100} \cdot 1,2\text{ km} = \frac{30 \cdot 1,2}{100}\text{ km} = \frac{36}{100}\text{ km} = 0,36\text{ km} = (0,36 \cdot 1\,000)\text{ m} = 360\text{ m}$$

5. O perímetro de um terreno quadrado de lado medindo 165 m é $4 \cdot 165\text{ m} = 660\text{ m}$, que é a medida para o perímetro de um terreno de ◆ de comprimento. É preciso que ◆ > 0 por se tratar de uma medida de comprimento.

6. O campo tem área medindo $110\text{ m} \cdot 75\text{ m} = 8\,250\text{ m}^2$, e cada saco pode gramar $50\text{ m}^2 : 10 = 5\text{ m}^2$. Então, são necessários 1 650 sacos para gramar o terreno (8 250 : 5 = 1 650).

Alternativa **b**.

7. O perímetro do retângulo tem medida 40 cm, e a medida de comprimento de um dos lados é 4 cm. Esse polígono tem dois pares de lados opostos de mesma medida de comprimento. Então, os outros lados desconhecidos serão: um medindo 4 cm (oposto ao que já era conhecido), o que significa que faltam 40 cm − 4 cm − 4 cm = = 40 cm − 8 cm = 32 cm do perímetro; como os dois lados que faltam são opostos entre si, têm a mesma medida, que será 32 cm : 2 = 16 cm.

Alternativa **d**.

8. Contando os quadradinhos completos e aproximando a fração dos pedaços incompletos conforme o tamanho aparente, é possível aproximar a medida da área dessa figura para 33*u*.

9. A largura da rua mede 14 m; como o vizinho da frente é responsável por metade, minha responsabilidade é 7m da largura em frente à minha casa. Como o terreno mede 11 m de frente, a medida da área asfaltada é $7 \cdot 11\text{ m}^2 = 77\text{ m}^2$. Como o custo do asfalto é R$ 12,60 por metro quadrado, o valor gasto é:

$77 \cdot$ R$ 12,60 = R$ 970,20

10. A lajota lisa custa R\$ 0,50 e mede 20 cm por 20 cm e cobre uma área medindo $20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 400 \text{ cm}^2$. Para cobrir a superfície de $48 \text{ m}^2 = 480\,000 \text{ cm}^2$, serão necessárias $480\,000 : 400 = 1\,200$ lajotas, gastando $1\,200 \cdot$ R\$ 0,50 = = R\$ 600,00. A lajota decorada mede 10 cm por 12 cm e cobre uma área medindo $10 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 120 \text{ cm}^2$, sendo necessárias $480\,000 : 120 = 4\,000$ lajotas, ou seja, gasto de $4\,000 \cdot$ R\$ 0,20 = R\$ 800,00. Então, a opção mais barata são as lajotas lisas, com um gasto de R\$ 600,00.

11. a) Se a área total mede 45 cm², sendo A_a a área, em cm², da figura azul, então:

$3 \cdot 3 + A_a = 45 \Rightarrow 9 + A_a = 45 \Rightarrow 9 + A_a - 9 = 45 - 9 \Rightarrow$
$\Rightarrow A_a = 36$

Como um dos lados mede 6 cm, então:

$6 \cdot x = 36 \text{ cm} \Rightarrow \dfrac{6x}{6} = \dfrac{36 \text{ cm}}{6} \Rightarrow x = 6 \text{ cm}$

11. b) O perímetro da figura lilás mede $P_l = 4 \cdot 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$ e o perímetro da figura azul mede $P_a = 4 \cdot 6 \text{ cm} =$ $= 24 \text{ cm}$; portanto, a primeira é, sim, o dobro da segunda.

11. c) Como já visto, $A_a = 36 \text{ cm}^2$ e calculando $A_l = (3 \text{ cm})^2 =$ $= 9 \text{ cm}^2$. Uma não é o dobro da outra.

Verificando

1. Como a medida padronizada de polegada (in) é tal que 1 in = 2,54 cm, então $5{,}5 \text{ in} = 2{,}54 \cdot 5{,}5 = 13{,}97 \text{ cm} \simeq 14 \text{ cm}$.
Alternativa **c**.

2. 1 metro é equivalente a 100 cm; então, a unidade centímetro é adequada para medir objetos pequenos do cotidiano, como o comprimento de um lápis.
Alternativa **d**.

3. Como $1 \text{ m} = 100 \text{ cm} = 1\,000 \text{ mm}$, então $1{,}5 \text{ m} = 150 \text{ cm} =$ $= 1\,500 \text{ mm}$. Alternativa **b**.

4. O consultório é uma das salas dessa clínica médica e tem o formato de um trapézio, que mede 18 quadradinhos inteiros e mais 2 metades de quadradinho, totalizando 19*u* de medida de área. Alternativa **a**.

5. O espelho tem formato de hexágono regular; então, tem 6 lados de mesma medida 25 cm. Assim, são necessários $6 \cdot 25 \text{ cm} = 150 \text{ cm}$ de madeira para fazer a moldura.
Alternativa **b**.

6. 1 km = 1 000 m; então, a unidade de medida quilômetro é usada na medição de dimensões extensas, como a área de um país.
Alternativa **a**.

7. Como $100 \text{ mm}^2 = 1 \text{ cm}^2$, a medida da área da folha de $62\,370 \text{ mm}^2$ é equivalente a $(62\,370 : 100) \text{ cm}^2 = 623{,}7 \text{ cm}^2$.
Alternativa **c**.

8. Um alqueire goiano (al) equivale a 48 400 m², e um hectare (ha) equivale a 10 000 m². Como a região tem área medindo 435,6 ha, é equivalente a $(435{,}6 \cdot 10\,000) \text{ m}^2 =$ $= 4\,356\,000 \text{ m}^2 = 90$ alqueires goianos.
Alternativa **d**.

9. A forma desenhada tem lados equivalentes a 5 espaços e 4 espaços. Como cada espaço tem medida 3,5 cm, o retângulo tem medidas de lado $5 \cdot 3{,}5 \text{ cm} = 17{,}5 \text{ cm}$ e $4 \cdot 3{,}5 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$; portanto, a área mede $17{,}5 \text{ cm} \cdot 14 \text{ cm} =$ $= 245 \text{ cm}^2$.
Alternativa **c**.

Capítulo 12 – Outras unidades de medida

Objetivos do capítulo e justificativas

- Reconhecer as grandezas tempo, volume, capacidade e massa.
- Identificar unidades adequadas (padronizadas ou não) para medir essas grandezas, fazendo uso de terminologia própria.
- Obter medidas por meio de estimativas e aproximações.
- Estabelecer conversões entre as unidades de medida mais usuais para essas grandezas em resolução de problemas.
- Verificar a equivalência entre a capacidade de uma caixa cúbica de 1 dm de aresta e a capacidade de uma caixa de leite de 1 litro.
- Interpretar fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados.
- Organizar dados coletados por meio de pesquisa em uma tabela.

O trabalho com as unidades de medida de tempo se faz necessário para que os estudantes compreendam as relações entre hora, minuto e segundo. Neste capítulo exploramos essas relações por meio de situações contextualizadas, favorecendo o trabalho com a **competência específica 6**.

Do mesmo modo, o estudo das unidades de medidas padrão das grandezas volume, capacidade e massa e as relações com os múltiplos e submúltiplos são ferramentas para a resolução de problemas aplicadas ao cotidiano. Nesses casos, o trabalho com estimativas e aproximações proporciona uma vivência de levantamento de hipóteses e de confirmações que podem ser aplicadas em diferentes contextos. As atividades propostas ao longo do capítulo e a proposta da seção *Para saber mais* levam os estudantes a estabelecer essas relações, o que contribui para o desenvolvimento da **competência geral 2** e das **competências específicas 3** e **6**.

A relação entre as Unidades Temáticas **Geometria** e **Grandezas e medidas** está presente no estudo da relação entre volume e capacidade. Dimensionar utensílios com capacidade de 1 litro se torna complexo pela variedade de formatos de produtos existentes no mercado com essa capacidade. Ter uma referência cúbica permite, inclusive, que as transformações de unidades de medida de capacidade e de volume se tornem mais compreensíveis.

A proposta da seção *Trabalhando a informação* "Fluxogramas como organizadores de tarefas" tem o objetivo de apresentar aos estudantes o fluxograma como um organizador de tarefas que pode ser aplicado em situações cotidianas, escolares ou relacionadas ao mundo do trabalho, contribuindo para o desenvolvimento das **competências gerais 4** e **6** e da **competência específica 6**.

Já na seção *Trabalhando a informação* "Um projeto de pesquisa" propõe-se uma atividade relacionada à pesquisa estatística. Vivenciar todas as etapas desse processo oportuniza ao estudante compreender a seriedade de uma pesquisa e como podemos comparar e discutir os dados quando organizados em tabelas ou gráficos. Desse modo, a proposta de atividade contribui para o trabalho com a **competência específica 4**.

O **exercício proposto 18** propõe uma reflexão ao uso consciente da água em situações do cotidiano, contribuindo para o trabalho com a **competência geral 7** e com a **competência específica 7**. Também é apresentada uma situação de reflexão sobre o volume e a massa da mochila, contribuindo para o trabalho com a **competência geral 8**.

O desenvolvimento das **competências gerais 9** e **10** e da **competência específica 8** é favorecido com as diversas atividades a serem realizadas em grupos, pois permitem que os estudantes exercitem diferentes habilidades socioemocionais ao trabalhar com os colegas, interagindo de forma cooperativa.

Habilidades trabalhadas no capítulo

(EF06MA04) Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).

(EF06MA12) Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.

(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

(EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.

(EF06MA34) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).

Os conhecimentos abordados neste capítulo também se referem à Unidade Temática **Grandezas e medidas**, oportunidade para desenvolver as ideias que envolvem medidas de tempo, de volume, de capacidade e de massa, contribuindo para o trabalho com a habilidade (EF06MA24). As conexões com outras Unidades Temáticas, no entanto, estão presentes nas diversas atividades propostas que compreendem medidas.

A relação com a Unidade Temática **Números** se estabelece na medida em que os conhecimentos construídos sobre números racionais (tanto na forma de fração como na forma decimal) possibilitam a resolução e a elaboração de problemas envolvendo grandezas e medidas como volume, capacidade e massa, com recurso a transformações entre unidades de medida. O trabalho com estimativas desenvolvido na seção *Para saber mais* favorece essa relação e contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA12).

A conexão com a Unidade Temática **Álgebra** aparece quando aplicamos as propriedades da igualdade em atividades que envolvem medidas de massa, por meio da análise de balança de dois pratos.

O vínculo com a Unidade Temática **Geometria** ocorre em atividades que promovem o reconhecimento do volume como grandeza associada a figuras geométricas não planas.

A conexão com a Unidade Temática **Probabilidade e estatística** se efetiva por meio de atividades de resolução de situações que apresentam dados de pesquisa e organização dos dados coletados em tabela e interpretação de gráfico de colunas, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA33).

Além disso, o trabalho com fluxogramas favorece a associação da Matemática com outras áreas de conhecimento e com situações cotidianas, favorecendo o desenvolvimento da habilidade (EF06MA34).

Além disso, conhecimentos apreendidos pelos estudantes ao longo do 5º ano do Ensino Fundamental relativos a grandezas e medidas favorecem a construção de novos conhecimentos, como os deste capítulo. Da mesma maneira, esses novos conhecimentos serão alicerces para outros, relativos à resolução e à elaboração de problemas envolvendo as mesmas grandezas, inseridos em variados contextos, a serem construídos durante o 7º ano.

Comentários e resoluções

Apresentaremos a seguir as resoluções de alguns exercícios e atividades propostos neste capítulo. As resoluções que não constam nesta parte específica estão nas *Orientações Didáticas* que acompanham as reproduções das páginas do livro do estudante.

Exercícios propostos

3. Resposta pessoal. Ela depende das respostas à pesquisa realizada. Simulando algumas respostas, montamos a seguinte tabela:

Distribuição do tempo de cada atividade no dia a dia

Nome	Cuidados pessoais	Trabalhos escolares	Lazer	Outras atividades
Gama	10	6	2	6
Delta	9	9	3	3

Dados fictícios.

6. É preciso determinar quantas pecinhas roxas compõem o sólido de cada item.

6. a) O sólido é formado por 6 pecinhas roxas; então, a medida de volume é $6u$.

6. b) Esse sólido é formado por 4 pilhas, 3 delas com 2 peças roxas e uma, ao fundo, com 4 peças, então $3 \cdot 2 + 4 = 6 + 4 = 10$, totalizando $10u$ de medida de volume.

7. a) No fundo da caixa estão dispostas 3 colunas de 5 dados, totalizando 15 dados por andar ($3 \cdot 5 = 15$). Na parte ao fundo da representação é possível observar a indicação de que ainda cabem mais 2 andares de dados dispostos, totalizando 30 dados ($15 \cdot 2 = 30$).

7. b) Observando as repartições nas duas faces graduadas da caixa, é possível concluir que as dimensões da caixa são $3 \times 6 \times 5$; então, no total cabem 90 dados $(3 \cdot 6 \cdot 5 = 90)$. Como na caixa já estão 5 dados, ainda cabem 85 dados $(90 - 5 = 85)$.

8. Um cubo com aresta medindo 1 dm tem 1 dm² de medida de volume.

8. a) É preciso dobrar a medida da aresta do cubo inicial; então, serão necessários 8 cubos.

8. b) Como se deseja multiplicar por 3 a medida da aresta, serão necessários 27 cubos.

8. c) Serão necessários 125 cubos $(5 \cdot 5 \cdot 5 = 125)$.

11. a) O litro é representado pela letra L: 8 L

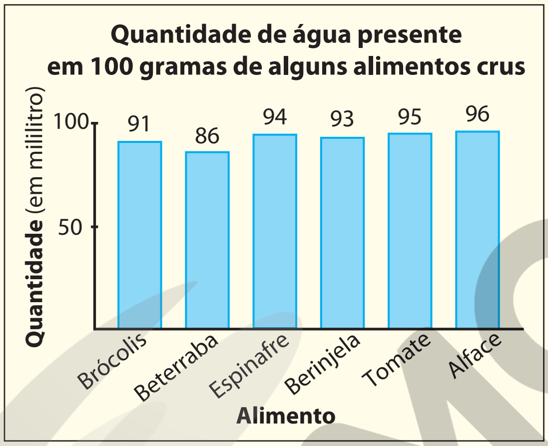
11. b) O quilolitro é kL, então: 5 kL.

11. c) O mililitro é mL, então: 80 mL.

16. a) O gráfico apresenta dados sobre a quantidade de água em 100 g de alguns alimentos. Entre os valores apresentados, a maior quantidade de água é relativa à alface.

16. b) 100 g de alface têm 0,096 L de água e 100 g de espinafre têm 0,094 L de água.
Então, a diferença é: $0{,}096\ \text{L} - 0{,}094\ \text{L} = 0{,}002\ \text{L}$

16. c)



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: TABELA Brasileira de Composição de Alimentos. 4. ed. Disponível em: http://www.tbca.net.br/base-dados/composicao_estatistica.php. Acesso em: 13 fev. 2022.

16. d) 1 kL = 1 000 L
A quantidade de água em 100 g desses alimentos é sempre menor do que 0,1 L = 1 dL. Portanto, o quilolitro (kL) não é a unidade adequada.

16. e) Em 100 g de brócolis, há 0,091 L de água. Como 1 L = = 1 000 mL, temos: $0{,}091\ \text{L} = (1\,000 \cdot 0{,}091)\ \text{mL} = 91\ \text{mL}$.

18. a) Do trecho, "Gotejando, uma torneira chega a desperdiçar 46 litros de água por dia."; portanto, em 30 dias são desperdiçados $46\ \text{L} \cdot 30 = 1\,380\ \text{L}$, e em 365 dias são desperdiçados $46\ \text{L} \cdot 365 = 16\,790\ \text{L}$.

18. b) As orientações sobre consumo de água no banho são de que "no banho com chuveiro elétrico, em 15 minutos com o registro meio aberto, são gastos 45 litros de água. Se fecharmos o registro ao nos ensaboar e reduzirmos o tempo para 5 minutos, o consumo cairá para 15 litros", então a economia com a mudança de atitude é $45\ \text{L} - 15\ \text{L} = 30\ \text{L}$ por banho. A economia em uma casa cujos moradores tomam 5 banhos por dia é $30\ \text{L} \cdot 5 = 150\ \text{L}$ em um dia, por mês será $150\ \text{L} \cdot 30 = 4\,500\ \text{L}$. A quantidade de água economizada em um ano pode ser calculada de maneira aproximada efetuando-se:

$\underbrace{4\,500\ \text{L}}_{\text{economia por mês}} \cdot \underbrace{12}_{\text{meses por ano}} = 54\,000\ \text{L}$ ou, com maior precisão, efetuando-se:

$\underbrace{150\ \text{L}}_{\text{economia por dia}} \cdot \underbrace{365}_{\text{dias por ano}} = 54\,750\ \text{L}$

18. c) Do trecho, "Se uma pessoa escova os dentes em 5 minutos com a torneira não muito aberta, gasta 12 litros de água. Mas se molhar a escova e fechar a torneira enquanto escova os dentes e, ainda, enxaguar a boca com um copo de água, conseguirá economizar mais de 11,5 litros de água". Então, a quantidade de água utilizada é:
$12\ \text{L} - 11{,}5\ \text{L} = 0{,}5\ \text{L} = (0{,}5 \cdot 1\,000)\ \text{mL} = 500\ \text{mL}$

18. d) Do trecho "Lavar calçada com a mangueira (a chamada 'vassoura hidráulica') traz grandes prejuízos. Em 15 minutos são perdidos 279 litros de água". Então, em vez de utilizar 279 L, são utilizados 60 L, deixando de consumir $279\ \text{L} - 60\ \text{L} = 219\ \text{L}$ em cada lavagem. Em 52 semanas, como é feita uma lavagem por semana, serão feitas 52 lavagens, economizando $219\ \text{L} \cdot 52 = 11\,388\ \text{L}$. Se cada caixa-d'água tem capacidade medindo 500 L, então são economizadas $11\,388 : 500 = 22{,}776$ caixas-d'água, aproximadamente 23 caixas-d'água.

18. e) Resposta pessoal.

18. f) Resposta pessoal.

19. a) Uma garrafa de 350 mL de suco concentrado deve ser preparada com 8 partes de água para cada parte de suco. Então, se é utilizada 1 garrafa de suco, são necessárias 8 garrafas de água, ou seja, são utilizados 350 mL de suco e são necessários $8 \cdot 350\ \text{mL} = 2\,800\ \text{mL}$ de água, totalizando $350\ \text{mL} + 2\,800\ \text{mL} = 3\,150\ \text{mL} = (3\,150 : 1\,000)\ \text{L} = 3{,}15\ \text{L}$.

19. b) A metade da garrafa de suco concentrado contém 0,175 L ($350 : 2 = 175$; portanto, 175 mL e $175 : 1\,000 = 0{,}175$, em L). O total de suco preparado é sempre a soma das partes de suco concentrado e água, ou seja, usando 1 parte de suco concentrado, o resultado é um suco preparado com 9 partes $(1 + 8 = 9)$. Então, para preparar 1,5 L é necessário $1{,}5\ \text{L} : 9 \simeq 0{,}167\ \text{L}$ de suco concentrado, e, como $0{,}175 > 0{,}167$, então é necessário menos do que a metade da garrafa. Para preparar 2 L é necessário $2\ \text{L} : 9 \simeq 0{,}222\ \text{L}$ de suco, e, como $0{,}222 > 0{,}175$, isso significa mais do que a metade da garrafa de suco concentrado.

20. O doce de leite é vendido em uma embalagem que tem medida de massa 400 gramas, mas a informação na embalagem abrevia a unidade de medida para "gr", em vez de utilizar g, que é a forma padronizada pelo Sistema Internacional de Unidades.

21. Analisar os quadros considerando o número e a substância, escolhendo uma unidade de medida de massa plausível em cada caso, a partir da estimativa.

25. Como 1 t = 1 000 kg, temos:
1,5 t = 1 000 · 1,5 kg = 1 500 kg

26. a) Como 1 kg = 1 000 g, temos:

$$\frac{1}{4} \text{ de } 1 \text{ kg} = \frac{1}{4} \text{ de } 1000 \text{ g} = \frac{1 \cdot 1000}{4} \text{ g} = 250 \text{ g}$$

26. b) $\frac{3}{4}$ de 1 kg $= 3 \cdot \left(\frac{1}{4} \text{ de} 1 \text{ kg}\right) = 3 \cdot 250 \text{ g} = 750 \text{ g}$

27. 20 pastilhas de 250 mg equivalem, em pastilhas, a:
20 · 250 mg = 5 000 mg = (5 000 : 1 000) g = 5 g.

28. O caminhão pode transportar até 9,6 t = (9,6 ·1 000) kg = = 9 600 kg.

28. a) 240 sacos de 50 kg têm, juntos, medida de massa 240 · 50 kg = 12 000 kg, e, como 12 000 > 9 600, o caminhão não pode transportar essa carga completa.

28. b) Como a carga máxima é 9 600 kg, isso é equivalente a 9 600 : 50 = 192 (192 sacos).

29. O máximo é 3 mg por kg de medida de massa; então, um paciente de 60 kg pode consumir no máximo 3 · 60 mg = = 180 mg do analgésico. Como cada gota contém 5 mg, a dose máxima, em gotas, é 180 : 5 = 36.

30. A balança marcou a medida 0,875 kg = (0,875 · 1 000) g = = 875 g, indicando que a medida da massa da refeição é 875 g – 350 g = 525 g. Como 1 kg = 1 000 g custa R$ 44,00; então, 525 g custam (R$ 44,00 : 1 000) · 525 = = R$ 0,044 · 525 = R$ 23,10.

Exercícios complementares

3. a) Observando o gráfico, temos que, em 2010, a média era de 6 kg.

3. b) A média é calculada pela soma do consumo de café no período dividida pela quantidade de anos, ou seja,

$$\frac{5{,}8+6{,}0+6{,}1+6{,}2+6{,}4+6{,}4+6{,}2+6{,}2}{8} =$$

$$= \frac{49{,}3}{8} = 6{,}1625$$

Aproximadamente 6,16 kg.

3. c) Em 2011, a média era 6,1, e em 2012 passou a ser 6,2; como 6,1 < 6,2, a média aumentou. A diferença foi de 0,1 kg, pois 6,2 – 6,1 = 0,1.

3. d) Em 2015, o consumo foi de 6,2 kg por habitante; então, 72 000 habitantes consumiriam 72 000 · 6,2 kg = = 446 400 kg.

4. Um cubo tem 12 arestas de mesma medida; então, se a soma de suas medidas é 64,8 cm, cada aresta tem medida de comprimento igual a: 64,8 : 12 = 5,4 (5,4 cm). Sendo assim, o paralelepípedo formado tem duas arestas medindo 5,4 cm, e a terceira mede 5,4 cm · 3 = 16,2 cm.

4. a) A soma das medidas das arestas é: 4 · (5,4 + 5,4 + + 16,2) cm = 4 · 27 cm = 108 cm.

4. b) Em um cubo, há 6 faces com mesma medida de área $(5{,}4 \text{ cm})^2 = 29{,}16 \text{ cm}^2$; então, a soma das medidas das áreas das faces é: $29{,}16 \text{ cm}^2 \cdot 6 = 174{,}96 \text{ cm}^2$.

4. c) O paralelogramo tem 6 faces, sendo 4 delas retângulos medindo 5,4 cm × 16,2 cm e duas faces quadradas de lado medindo 5,4 cm. Então, a soma das medidas das áreas das faces, em cm^2, é: $4 \cdot 5{,}4 \cdot 16{,}2 + 2 \cdot 5{,}4^2 =$ $= 349{,}92 + 2 \cdot 29{,}16 = 349{,}92 + 58{,}32 = 408{,}24$

5. A proveta da imagem contém líquido com volume medindo 250 mL = (240 : 1 000) L = 0,24 L.

5. a) Como 10 decilitros (dL) é equivalente a 1 L, a quantidade de líquido é 0,24 · 10 dL = 2,4 dL.

5. b) Como 100 centilitros (cL) é equivalente a 1 L, a quantidade de líquido é 0,24 · 100 cL = 24 cL.

5. c) Como 1 000 mililitros (mL) é equivalente a 1 L, a quantidade de líquido é 0,24 · 1 000 mL = 240 mL.

6. Como 10 mL = 1 cL, então 2,5 cL = (2,5 · 10) mL = 25 mL.

7. Considerando que 1 t = 1 000 kg, 1 kg = 1 000 g e 1 g = 1 000 mg.

7. a) 54 756 g = (54 756 : 1 000) kg = 54,756 kg

7. b) 2,3 t = (2,3 · 1 000) kg = 2 300 kg

7. c) $\frac{1}{2}$ t = 0,5 t = (0,5 · 1 000) kg =
= 500 kg = (500 · 1 000) g = 500 000 g

7. d) 80 g = (80 · 1 000) mg = 80 000 mg

7. e) 15 g = (15 : 1 000) kg = 0,015 kg

7. f) $\frac{3}{5}$ kg = 0,6 kg = (0,6 · 1 000)g = 600 g

Verificando

1. Como 1 min = 60 s, temos:
565 s = (565 : 60) min ≃ 9,42 min
Alternativa **a**.

2. Trabalhando continuamente por esse período (das 8h às 21h45min) ela trabalhou por 21 h 45 min – 8 h = = 13 h 45 min = 13 h + $\frac{3}{4}$h . Recebendo R$ 25,90 por hora, ela recebeu, no total, em reais:

$$\left(13 + \frac{3}{4}\right) \cdot 25{,}9 + \frac{3}{4} \cdot 25{,}9 = 336{,}7 + \frac{77{,}7}{4} = 336{,}7 +$$

$$+ 19{,}425 = 356{,}125 \simeq 356{,}13$$

Alternativa **d**.

3. Contando a quantidade de cubos em cada sólido e multiplicando-a por v, obtém-se o volume do sólido. (I) 4 cubos na horizontal, mais 3 empilhados $\Rightarrow 4\,v + 3\,v = 7\,v$; (II) o sólido é composto de 3 andares, e há 9 cubos no primeiro, 4 cubos no segundo e 1 cubo no terceiro andar; portanto, $9\,v + 4\,v + 1\,v = 14\,v$; (III) nos 3 andares desse sólido há 5, 3 e 1 cubos; então, o volume é $5\,v + 3\,v + 1\,v = 9v$.
Alternativa **d**.

4. Dos 2,5 mil litros produzidos, metade é engarrafado em embalagens de 330 mL = (300 : 1000) L = 0,33 L, ou seja, são 2,5 mil L : 2 = 1,25 mil L nessas embalagens e 1250 : 0,33 ≃ 3787,9 garrafas; arredondando para o inteiro anterior, são 3787.
Alternativa **c**.

5. O modo de preparo indica 1 copo de suco concentrado com 8 copos de água para o preparo. Então, com 220 mL de concentrado serão utilizados 220 mL · 8 = 1760 mL de água, um total de 1760 mL + 220 mL = 1980 mL = = (1980 : 1000) L = 1,98 L.
Alternativa **b**.

6. Como 1 t = 1000 kg, temos: 14 t = (14 · 1000) kg = = 14000 kg, então podem ser transportadas até 280 embalagens, pois: 14000 : 50 = 1400 : 5 = 280.
Alternativa **c**.

7. Como 1000 mg = 1 g , temos: 360 g = (360 · 1000) mg = = 360000 mg. Como cada fármaco utiliza 3 mg, então podem ser produzidas 120000 unidades, pois:
360000 : 3 = 120000
Alternativa **d**.

8. Se 1,5 kg de ravióli usa 400 g de queijo, então 1 kg usa
$400\text{ g} : 1{,}5 = 4000\text{ g} : 15 = \dfrac{4000\text{ g}}{15} = \dfrac{800}{3}$ g de queijo.
Então, para produzir 7,5 kg de massa, são necessários:
$$\frac{800\text{g}}{3} \cdot 7{,}5 = \frac{800\text{g} \cdot 7{,}5}{3} = \frac{6000\text{g}}{3} =$$
$$= \frac{6000\text{ g} : 3}{3 : 3} = \frac{2000\text{g}}{1} = 2000\text{g} =$$
= (2000 : 1000) kg = 2 kg
Alternativa **b**.

Sugestão de avaliação diagnóstica

Atividade 1

(EF05MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal.

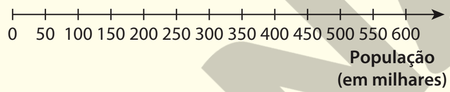
O quadro a seguir mostra a população estimada de cinco municípios brasileiros no ano de 2021, de acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

Estimativas da população residente em municípios brasileiros em 2021

Município (UF)	População estimada em 2021
Anápolis (GO)	396526
Barreirinhas (MA)	63891
Castanhal (PA)	205667
Maringá (PR)	436472
Vila Velha (ES)	508655

Dados obtidos em: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE): **Estimativas da População**. Disponível em: https://ftp.ibge.gov.br/Estimativas_de_Populacao/Estimativas_2021/estimativa_dou_2021.pdf. Acesso em: 31 maio 2022.

a) Reproduza o eixo ordenado a seguir e escreva sobre ele o nome de cada um dos municípios apresentados no quadro, ordenando-os de acordo com a sua população.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

b) Escreva por extenso a população de cada um desses municípios.

Respostas:

a) Barreirinhas – Castanhal – Anápolis – Maringá – Vila Velha

b) sessenta e três mil, oitocentos e noventa e um – duzentos e cinco mil, seiscentos e sessenta e sete – trezentos e noventa e seis mil, quinhentos e vinte e seis – quatrocentos e trinta e seis mil, quatrocentos e setenta e dois – quinhentos e oito mil, seiscentos e cinquenta e cinco

Resolução e comentários

Esta atividade avalia a leitura de números de até seis algarismos e sua ordenação na reta numérica. Observe quais estratégias os estudantes utilizam para ordená-los e peça-lhes que justifiquem seu raciocínio. Um estudante pode ter indicado a população de Barreirinhas, por exemplo, como a maior delas apenas por desatenção, ou por julgar que o maior algarismo inicial (6) indica o maior número.

O agrupamento dos algarismos de três em três deve-se ao fato de que, em geral, as pessoas são capazes de reconhecer três elementos agrupados em um simples relance, sem a necessidade de recorrer à contagem.

Observe também se os estudantes compreendem a escala utilizada para o eixo ordenado, na qual cada intervalo corresponde a 50 mil habitantes. É importante que eles reconheçam que essa escala possibilita a localização aproximada de um número. Como os dados para o número de habitantes apresentados no quadro encontram-se em intervalos diferentes, não há risco de confusão. Discuta com os estudantes como seria a ordenação de dois números que estão no mesmo intervalo, como 78754 e 78760. A proximidade desses números na escala apresentada torna mais difícil o reconhecimento de cada um deles no eixo ordenado. Nesse caso, para determinar qual desses números é o maior, é possível comparar algarismo a algarismo. Note que os três primeiros algarismos são os mesmos, mas que os algarismos das dezenas são diferentes para cada um dos números, o que possibilita concluir que 78760 é maior do que 78754, visto que 60 é maior do que 54.

Aproveite para perguntar aos estudantes sobre o valor posicional dos algarismos dos números apresentados. Por exemplo, qual é o valor posicional do algarismo 6 em cada um dos números? Ajude-os a identificar as diferentes ordens dos algarismos em um quadro e preencha esse quadro com eles. Depois, peça-lhes que expressem oralmente o valor posicional em cada caso. Por exemplo, no número 396 526, um dos algarismos 6 tem o valor posicional 6 000, enquanto o outro representa 6 unidades.

Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
3	9	6	5	2	6
-	6	3	8	9	1
2	0	5	6	6	7
4	3	6	4	7	2
5	0	8	6	5	5

Para escrever por extenso a população de cada um dos municípios, os estudantes devem reconhecer as diferentes ordens e identificar os valores correspondentes a elas. É possível que eles cometam erros. Ao analisar os números 508 655 e 205 667, por exemplo, pode ser que eles deixem ausente a ordem relacionada ao número zero.

Comente sobre as classes que formam cada grupo de três algarismos: classe das unidades simples e classe dos milhares.

É possível que estudantes com pouca compreensão dos princípios do sistema de numeração decimal escrevam respostas como "quinhentos e oito, seiscentos e cinquenta e cinco" e "duzentos e cinco, seiscentos e sessenta e sete", em que grupos de três algarismos são lidos cada um como um número. Se verificar algum caso como esse, discuta como é determinado o valor posicional no sistema de numeração decimal, recorrendo, se possível, a recursos visuais, como o material dourado ou o ábaco.

Atividade 2

(EF05MA02) Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica.

Associe cada número da coluna da esquerda com sua correspondente decomposição na coluna da direita.

a) 3,50 — I. 3 décimos e 5 milésimos
b) 0,35 — II. 35 milésimos
c) 0,035 — III. 3 décimos e 5 centésimos
d) 0,305 — IV. 3 inteiros e 5 décimos

Resposta: a) IV; b) III; c) II; d) I

Resolução e comentários

O objetivo desta atividade é avaliar a compreensão dos estudantes em relação a composição, decomposição e leitura dos números na forma decimal. É importante que eles compreendam que os algarismos à esquerda da vírgula representam a parte inteira e que aqueles à sua direita formam a parte fracionária: décimos, centésimos, milésimos etc. Assim, é esperado que o número 3,50 ofereça menor dificuldade de identificação, pois é o único que apresenta parte inteira diferente de zero. Entretanto, como 0,50 pode ser lido como "cinquenta centésimos", é importante que os estudantes reconheçam que 5 décimos (0,5) é o mesmo que 50 centésimos (0,50), para que associem o número 3,50 à decomposição "3 inteiros e 5 décimos".

$$0{,}5 = 0{,}50 \text{ ou } 0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{5 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{50}{100} = 0{,}50$$

Os outros três números podem trazer maior dificuldade, pois exigem a compreensão do valor das diferentes ordens decimais:

- o número 0,35 pode ser lido como "trinta e cinco centésimos" ou, na forma decomposta, como "três décimos e cinco centésimos";
- o número 0,035 pode ser lido como "trinta e cinco milésimos" ou, na forma decomposta, como "três centésimos e cinco milésimos";
- o número 0,305 pode ser lido como "trezentos e cinco milésimos" ou, na forma decomposta, como "três décimos e cinco milésimos".

Atividade 3

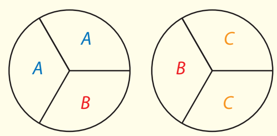
(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.

Três amigos compraram duas pizzas iguais. Que fração de uma pizza receberá cada um dos amigos?

Resposta: $\frac{2}{3}$

Resolução e comentários

Para resolver essa atividade, o estudante pode recorrer diretamente à ideia de fração como uma divisão, efetuando 2 : 3 ou $\frac{2}{3}$, ou utilizar uma representação gráfica para obter a resposta correta. As duas pizzas são representadas por dois círculos, cada um deles divididos em 3 partes iguais. Assim, para que cada amigo receba a mesma porção de uma pizza, eles devem receber 2 pedaços de uma pizza com 3 pedaços no total, ou seja, $\frac{2}{3}$ de uma pizza.



ERICSON GUILHERME LUCIANO/ ARQUIVO DA EDITORA

É possível que alguns estudantes, ao perceberem que a divisão de 2 pizzas em três partes iguais só será possível se a pizza for dividida em múltiplos de 3 partes, utilizem representações em que as pizzas sejam divididas em 6 partes iguais, 9 partes iguais etc. Nesses casos, cada amigo receberá, respectivamente, 4 partes e 6 partes, o que representa $\frac{4}{6}$ e $\frac{6}{9}$ de pizza; frações equivalentes à mesma fração irredutível $\frac{2}{3}$.

É importante ressaltar que, mesmo que alguns estudantes afirmem que um empecilho à resolução é a dificuldade em desenhar círculos e dividi-los em 3 partes iguais, mostre a eles que a forma da figura não afeta a resolução. A pizza pode ser representada por uma figura retangular, por exemplo, e a solução obtida será a mesma.

Atividade 4

(EF05MA04) Identificar frações equivalentes.

Lucas gastou $\frac{2}{5}$ de suas economias com a compra de um computador. Sua irmã Marina registrou a fração desse gasto de um modo diferente. Qual das alternativas a seguir mostra um possível registro feito por Marina?

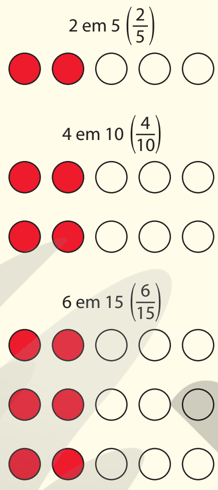
a) $\frac{3}{6}$ b) $\frac{6}{15}$ c) $\frac{4}{7}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{3}{10}$

Resposta: Alternativa **b**.

Resolução e comentários

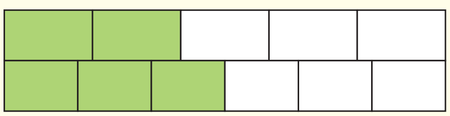
É possível que alguns estudantes reconheçam que duas frações são equivalentes quando seus termos são multiplicados por um mesmo número inteiro positivo. Assim, eles perceberão que a fração $\frac{2}{5}$ pode ter seus termos multiplicados por 3, obtendo a resposta $\frac{6}{15}$.

Entretanto, é comum que outros estudantes recorram a outras representações. Por exemplo, desenhar cinco bolinhas e pintar duas delas de vermelho (2 em 5 ou $\frac{2}{5}$ das bolinhas) e, depois, repetir a figura até que a fração obtida corresponda a uma das alternativas apresentadas.



ILUSTRAÇÕES: ERICSON GUILHERME LUCIANO/ARQUIVO DA EDITORA

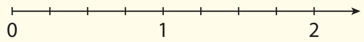
É importante observar se algum estudante escolheu uma das alternativas incorretas (**a**, **c** ou **d**), pois, nesse caso, é possível que, no lugar da multiplicação, o estudante tenha se equivocado e feito a adição de um número a cada um dos termos da fração. No **item a**, adicionou 1 a cada um dos termos de $\frac{2}{5}$; no **item c**, adicionou 2; e no **item d**, subtraiu 1 de cada um dos termos. Um modo de fazê-los perceber o erro é desenhar dois retângulos iguais, um abaixo do outro, e pintar $\frac{2}{5}$ de um deles e $\frac{3}{6}$ do outro, para que reconheçam visualmente o erro cometido.



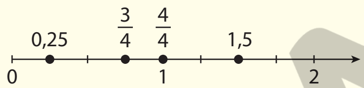
Atividade 5

(EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.

Copie a reta numérica a seguir no caderno e marque sobre a reta os pontos correspondentes a cada um dos números: 0,25; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{4}$; 1,5.

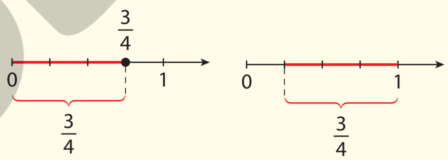


Resposta:



Resolução e comentários

A representação de uma fração na reta numérica exige a compreensão da ideia de parte de um todo e a convenção de que as partes correspondentes ao numerador da fração são contadas a partir do zero na reta numérica. Por exemplo, a fração $\frac{3}{4}$ poderia ser representada como qualquer uma das duas partes mostradas a seguir. Entretanto, apenas o ponto da extremidade do segmento da primeira figura representa o número $\frac{3}{4}$ na reta numérica.



As frações aparentes, como $\frac{4}{4}$, e as impróprias, como $\frac{6}{4}$, apresentam, em geral, maior dificuldade para os estudantes, talvez pelo fato de o termo "fração" estar associado, na linguagem cotidiana, a partes de um todo que são menores do que esse todo.

Se você reconhecer essa dificuldade ao discutir as resoluções com os estudantes, diga a eles que a reta numérica é considerada infinita; portanto, qualquer quantidade de "quartos" maior do que uma unidade, ou seja, qualquer fração maior do que $\frac{1}{4}$ também pode ser associada a um ponto dessa reta.

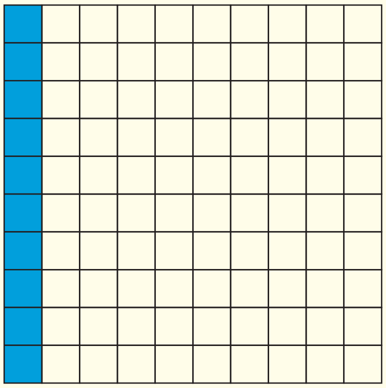
ILUSTRAÇÕES: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Atividade 6

(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

Ao analisar a figura a seguir, Veridiana percebeu que 10% da figura corresponde à fração $\frac{1}{10}$.

RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA



Assim, é correto afirmar que 75% correspondem a que fração?

a) $\frac{1}{5}$ **b)** $\frac{1}{8}$ **c)** $\frac{3}{4}$ **d)** $\frac{1}{25}$ **e)** $\frac{1}{2}$

Resposta: Alternativa **c**.

Resolução e comentários

A fração correspondente à porcentagem 75% pode ser obtida simplificando a fração $\frac{75}{100}$, dividindo os termos da fração pelo mesmo número inteiro positivo. Isso pode ser feito diretamente ou em etapas:

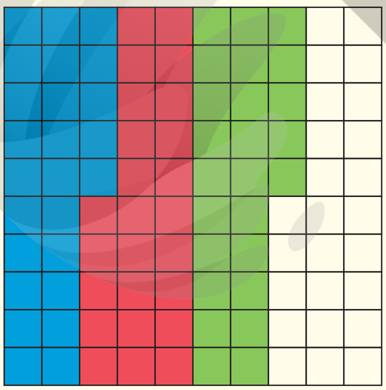
$$\frac{75 : 25}{100 : 25} = \frac{3}{4} \text{ ou:}$$

$$\frac{75 : 5}{100 : 5} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{15 : 5}{20 : 5} = \frac{3}{4}$$

Outro modo de obter rapidamente a fração correspondente é trabalhar com os estudantes a ideia de "metade da metade": a metade de 100 é igual a 50, e a metade de 50 é igual a 25, de modo que 25 corresponde a um quarto de 100. Como 75 é o triplo de 25, conclui-se que 75% é igual a três quartos de 100%.

RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA



Outra possibilidade é estabelecer a relação entre frações, porcentagens e valores monetários utilizando moedas do nosso sistema monetário. Lembre os estudantes de que quatro moedas de 25 centavos totalizam 1 real.

BANCO CENTRAL DO BRASIL

Nos últimos anos, com a intensificação do uso de cartões eletrônicos para pagamentos, a circulação de moedas e o contato dos estudantes com elas têm diminuído, de modo que seu uso como apoio para o estudo da porcentagem traz benefícios também para o desenvolvimento do cálculo mental envolvendo valores monetários e para a comparação de valores em dinheiro.

Atividade 7

(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

César comprou um boné de R$ 26,00 pagando ao vendedor com uma cédula de R$ 10,00, três cédulas de R$ 5,00 e uma de R$ 2,00. Ele recebeu de troco uma cédula de R$ 2,00 e uma moeda de R$ 1,00. Ao perceber o erro, ele devolveu ao vendedor um valor de modo que o troco fosse correto. Qual foi o valor devolvido por César?

Resposta: R$ 2,00

Resolução e comentários

Nesta atividade são avaliados a interpretação do enunciado, o reconhecimento da operação aritmética associada a cada etapa descrita e a realização correta dos cálculos. É esperado que os estudantes efetuem a seguinte operação: $10 + 5 + 5 + 5 + 2$, obtendo 27. Em seguida, para saber o troco correto, basta efetuar $27 - 26$, obtendo 1 como diferença. O troco recebido por César foi de R$ 3,00 ($2 + 1 = 3$), de modo que ele deve devolver ao vendedor R$ 2,00 ($3 - 1 = 2$).

Discuta com os estudantes sobre a estratégia empregada por eles para realizar o cálculo $10 + 5 + 5 + 5 + 2 = 27$, para saber se fazem o cálculo mental ou se recorrem à "conta armada". É possível que o estudante seja inseguro quanto às suas habilidades de cálculo mental com adições básicas do tipo $5 + 2 + 1$ e similares, mas, apesar de não haver problema quanto ao uso do algoritmo da adição para encontrar a soma, a dependência deste restringe o desenvolvimento das habilidades de cálculo mental e estimativa. No caso da subtração, observe se eles utilizam a ideia de "completar uma quantidade" ou a ideia de retirar. No primeiro caso, a subtração $27 - 26$ pode ser efetuada completando a sequência dos números: vinte e seis, seguido de vinte e sete (assim a resposta é um). No segundo caso, 27 é pensado como $26 + 1$, ou seja, ao subtrair 26 desse valor, subtrai-se 26 de 26, resultando em 0, e subtrai-se 1 de 0, resultando em 1.

Atividade 8

(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Para a construção de um trecho de 480 metros do sistema ferroviário de transporte público do Cariri, no Ceará, serão utilizados pares de peças de trilho de 6 metros de comprimento cada uma. Se cada peça custa R$ 150,00, quantos reais serão gastos com as peças para a construção desse trecho?

Resposta: R$ 24 000,00

Resolução e comentários

O objetivo desta atividade é avaliar as habilidades de interpretação de texto e a atenção a todos os aspectos que condicionam a resolução e a execução correta do cálculo da multiplicação. Para determinar o número de peças necessárias, os estudantes devem utilizar a ideia de divisão "quantas vezes cabe". Para saber quantas vezes 6 metros cabem em 480 metros, eles devem efetuar $480 : 6 = 80$. Como as peças são usadas em pares (uma para cada lado do trilho), eles devem calcular o dobro de 80, ou seja, $2 \cdot 80 = 160$. Se cada peça custa R$ 150,00, basta efetuar $160 \cdot 150 = 24\,000$.

Observe o método utilizado pelos estudantes para efetuar a divisão, se eles aplicam o algoritmo convencional ou se utilizam a ideia de calcular quocientes parciais por estimativa e, ao final, adicioná-los. Nesse tipo de cálculo é possível que alguns estudantes obtenham, por exemplo, $480 : 6 = 8$. Em casos como esse, pode-se conduzir a discussão por diversos caminhos. Considerando a operação inversa e a estimativa, comente com eles que, se $480 : 6 = 8$, então $8 \cdot 6$ seria igual a 480, o que não é correto, pois $8 \cdot 6 = 48$, um resultado muito abaixo do esperado. Retomando as etapas do algoritmo da divisão, como 4 centenas não podem ser divididas em 6 partes iguais, em que cada parte seja ao menos igual a 1, então trocam-se 4 centenas por 40 dezenas, as quais adicionadas às 8 dezenas já existentes formam 48 dezenas. Esse raciocínio justifica a ação de selecionar os algarismos com um arco acima deles e efetuar 48 : 6.

```
  4 8 0 | 6
– 4 8     8
    0 0
```

Como foram divididas 48 dezenas em 6 partes iguais, o resultado é 8 dezenas. Portanto, o primeiro algarismo do quociente representa a ordem das dezenas; assim, o número também terá um algarismo para as unidades. Registrando essas informações como indicado a seguir, o tipo de erro cometido no cálculo anterior tem menos possibilidade de ocorrer.

```
  4 8 0 | 6              4 8 0 | 6
– 4 8     8 _          – 4 8     8 0
    0                      0 0
  dezena  unidade        dezena  unidade
```

Ao dividir zero unidade por seis, o resultado é zero, completando o "espaço" destinado às unidades, portanto a resposta final é 80.

Atividade 9

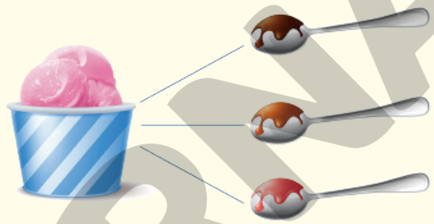
(EF05MA09) Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.

Em uma sorveteria os clientes podem montar os próprios sorvetes escolhendo um sabor e o tipo de cobertura. De quantos modos é possível montar um sorvete, sabendo que há 6 sabores diferentes e 3 tipos de coberturas disponíveis?

Resposta: 18 modos diferentes.

Resolução e comentários

Esta atividade avalia a compreensão dos estudantes da ideia de "um para muitos", que está associada ao raciocínio combinatório. Um erro comum pode ocorrer com a abordagem incorreta da natureza do problema, ao considerá-lo um problema do campo aditivo, fazendo $6 + 3 = 9$ modos diferentes. Para ajudar os estudantes a compreender o problema, mostre-lhes que, ao escolher 1 sabor, por exemplo, morango, eles devem relacioná-lo com cada um dos 3 tipos de cobertura, obtendo 3 combinações diferentes.


RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Repetindo esse processo para cada um dos 6 sabores, conclui-se que é possível montar um sorvete de 18 modos diferentes ($6 \cdot 3 = 18$).

Atividade 10

(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.

Vitória quer calcular mentalmente o resultado de $542 + 198$. Qual dos processos a seguir pode facilitar o cálculo mental para Vitória e ainda fornecer o resultado correto da operação?

a) Adicionar 8 a cada uma das parcelas, obtendo $550 + 206$. Depois, efetuar essa adição.

b) Adicionar 2 unidades a 198, obtendo 200. Dividir 542 por 2, obtendo 271. Depois, calcular $200 + 271$.

c) Adicionar 2 unidades a 198, obtendo 200. Subtrair 2 unidades de 542, obtendo 540. Em seguida, calcular $200 + 540$.

d) Subtrair 2 unidades de cada parcela. Depois, calcular $540 + 196$.

Resposta: Alternativa **c**.

Resolução e comentários

Com esta atividade é possível avaliar se os estudantes compreendem a relação de igualdade entre dois membros e a noção de equivalência. Primeiro, proponha a eles que calculem o resultado da operação $542 + 198$, mentalmente ou com o auxílio de uma calculadora. Em seguida, eles devem escrever a igualdade relacionada a essa operação ($542 + 198 = 740$). Analisando cada uma das alternativas e efetuando as operações descritas em cada uma delas, é possível verificar se os estudantes compreendem que, para essa relação de igualdade ser mantida, é necessário que cada um dos membros da igualdade seja adicionado, subtraído, multiplicado ou dividido por um mesmo número.

Ao adicionar 2 unidades a 198, obtendo 200, e subtrair 2 unidades de 542, obtendo 540, a igualdade é mantida.

$542 + 198 = 740$

$542 - 2 + 198 + 2 = 540 + 200 = 740$

$542 + 198 + 2 - 2 = 740 + 2 - 2$

$542 + 198 + 2 = 240 + 2$

Atividade 11

(EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.

Renata passou o dia em uma feira de artes e artesanato expondo e vendendo aquarelas. Ela tinha certa quantia de dinheiro em sua carteira e, durante a manhã, comprou uma tapioca, pagando R$ 6,00. Nesse período ela também vendeu uma aquarela no valor de R$ 35,00, e ficou com um total de R$ 50,00 na carteira.

Representando a quantia inicial de dinheiro na carteira de Renata por um quadradinho "$\square$", a igualdade que representa a situação descrita no texto é:

a) $\square + 6 = 50 - 35$

b) $\square - 6 + 35 = 50$

c) $\square - 6 - 35 = 50$

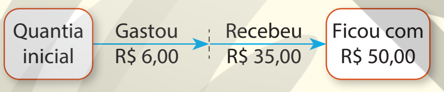
d) $\square + 6 - 35 = 50$

Resposta: Alternativa **b**.

Resolução e comentários

Esta atividade tem por objetivo avaliar o desenvolvimento das habilidades relacionadas ao pensamento algébrico dos estudantes. Para isso, eles devem interpretar a situação, relacionando as ações às operações aritméticas, e representá-la por meio de uma igualdade. Verifique se eles compreendem que a venda de um produto deve ser associada à adição e que a compra deve ser associada à subtração.

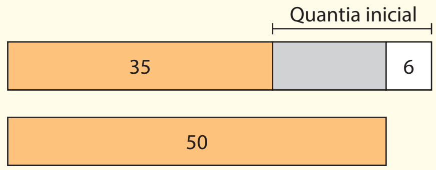
Um modo de facilitar a transcrição das ações descritas para a linguagem algébrica é utilizar esquemas com setas. As setas podem ser associadas com ações, facilitando a compreensão.



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Em seguida, percorra cada etapa do diagrama anterior associando-a à linguagem matemática. A quantia inicial pode ser substituída pelo quadradinho "$\square$". Gastou R$ 6,00: significa que a quantia inicial foi diminuída de R$ 6,00; então, a expressão passou a ser $\square - 6$. Considerando que Renata recebeu R$ 35,00 pela venda da aquarela, a expressão agora pode ser escrita como $\square - 6 + 35$. Ao final das ações descritas, Renata ficou com R$ 50,00 na carteira; então, obtém-se a igualdade $\square - 6 + 35 = 50$.

Para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, pode ser interessante utilizar recursos visuais que favoreçam a atribuição de significado aos conceitos e procedimentos. Uma possibilidade é utilizar o método de Singapura, em que as grandezas envolvidas são representadas por retângulos.



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Observando que a quantia que sobrou após o pagamento de R$ 6,00 adicionada a R$ 35,00 é um retângulo de mesma medida de comprimento do retângulo correspondente a R$ 50,00, os estudantes podem perceber que (Quantia inicial) $- 6 + 35 = 50$.

Atividade 12

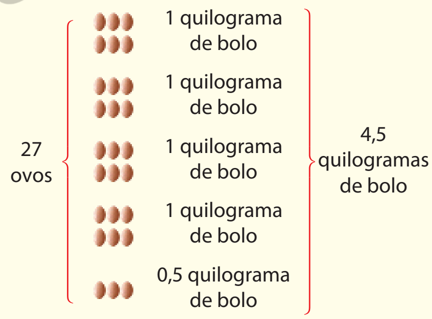
(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.

Para uma receita de bolo de abacaxi, Jorge precisa de 6 ovos para fazer um bolo de 1 quilograma. Para fazer um bolo de 4,5 quilogramas para uma festa, Jorge deve aumentar a quantidade de todos os ingredientes da receita, incluindo os ovos. De quantos ovos ele precisa para fazer o bolo de 4,5 quilogramas?

Resposta: 27 ovos.

Resolução e comentários

A resolução desta atividade pode ser feita aplicando-se o conceito de proporcionalidade direta. Avalie se os estudantes compreendem que, ao aumentar a medida da massa do bolo, o número de ovos da receita também aumenta, assim como a quantidade de todos os outros ingredientes; ou seja, a receita inteira aumenta em 4,5 vezes. O aumento no número de ovos é proporcional ao aumento na quantidade de bolo. Caso algum estudante tenha mostrado dificuldade em entender a situação descrita no enunciado, a apresentação de um esquema pode ajudar.



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Assim como a medida da massa do bolo é multiplicada por 4,5 ($4{,}5 \cdot 1 = 4{,}5$), o número de ovos também será multiplicado por 4,5; obtendo-se a quantidade 27 ovos ($4{,}5 \cdot 6 = 27$).

Atividade 13

(EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

Uma loja de canetas monta embalagens com duas canetas azuis e uma caneta preta. Se foram separadas 120 canetas para a montagem de embalagens para vender, quantas delas devem ser azuis e quantas devem ser pretas?

Resposta: 80 canetas azuis e 40 canetas pretas.

Resolução e comentários

Esta atividade permite uma grande variedade de estratégias de resolução, como tentativa e erro com o uso de quadros para a obtenção de aproximações sucessivas, ou a aplicação do conceito de proporcionalidade, entre outras. No primeiro caso, os estudantes podem escolher um valor inicial para o número de canetas pretas: 10, por exemplo. Determinam o número de canetas azuis, que deve ser o dobro do número de canetas pretas, e depois calculam o total de canetas, a fim de controlar os valores utilizados.

Canetas pretas	Canetas azuis	Total
10	20	$10 + 20 = 30$
20	40	$20 + 40 = 60$
30	60	$30 + 60 = 90$
40	**80**	$\mathbf{40 + 80 = 120}$

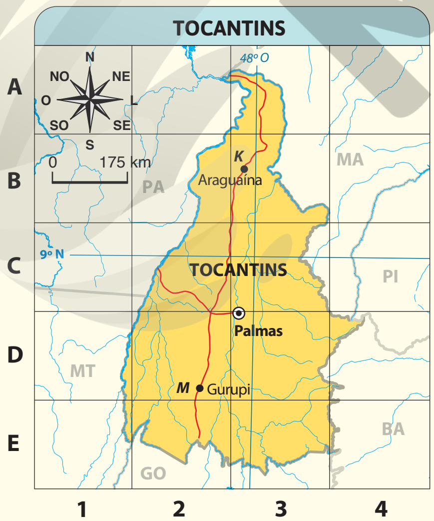
Dependendo do estudante, o número de tentativas necessárias para chegar à resposta pode ser menor; se ele perceber, por exemplo, que na 1ª tentativa a soma é 30, e que, como $120 = 4 \cdot 30$, multiplicar cada parcela por 4 resulta em 40 canetas pretas ($4 \cdot 10 = 40$) e 80 canetas azuis ($4 \cdot 20 = 80$).

Uma solução que não exige tentativas pode ser obtida percebendo-se que, ao comprar uma embalagem com 2 canetas azuis e 1 caneta preta, são adquiridas 3 canetas. Assim, com 120 canetas podem ser montadas 40 embalagens para venda ($120 : 3 = 40$), nas quais haverá 1 caneta preta em cada uma e 40 canetas pretas no total ($40 \cdot 1 = 40$); 2 canetas azuis em cada uma e 80 canetas azuis no total ($40 \cdot 2 = 80$).

Atividade 14

(EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas.

Karen mora em Araguaína (Tocantins), no ponto indicado pela letra *K* no mapa, e seu amigo Murilo mora em Gurupi (Tocantins), no ponto indicado pela letra *M* no mapa.



SONIA VAZ/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte: IBGE, **Atlas Geográfico Escolar**. Disponível em: https://atlasescolar.ibge.gov.br/images/atlas/mapas_brasil/brasil_politico.pdf. Acesso em: 27 jul. 2022.

As localizações das residências de Karen e de Murilo podem ser dadas, respectivamente, por:

a) A2 e C3.

b) B3 e E2.

c) A3 e D3.

d) B2 e D2.

Resposta: Alternativa **d**.

Resolução e comentários

Para esta atividade não é esperado que os estudantes tenham muitas dificuldades, visto que são utilizadas letras para identificar uma das coordenadas, o que facilita a tarefa de obter a nomenclatura das células onde estão localizadas as cidades e residências dos amigos Karen e Murilo.

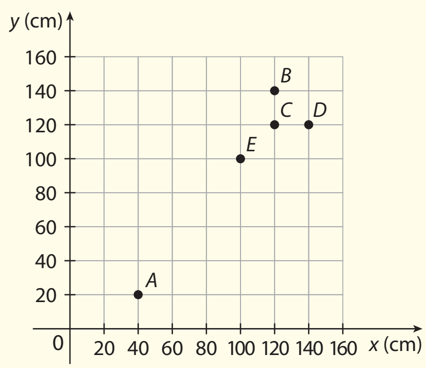
Assim, o objetivo é avaliar apenas a ideia que sustenta o uso de coordenadas cartesianas, ou seja, o cruzamento, ou intersecção, delas de modo a determinar a localização de um ponto em uma das células do mapa.

Note que, posteriormente, ao transpor a ideia para coordenadas cartesianas, o uso de duas coordenadas numéricas poderá trazer algumas dificuldades. É importante lembrar aos estudantes a convenção de que o primeiro número corresponde às coordenadas do eixo horizontal (coordenada *x*), e o segundo número corresponde às coordenadas do eixo vertical (coordenada *y*).

Atividade 15

(EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.

Um pequeno carrinho de controle remoto realiza um movimento que pode ser descrito com base no plano cartesiano a seguir.



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

O carrinho sai do ponto *A*, anda 80 cm para cima, 20 cm para a direita, 20 cm para baixo, 80 cm para a direita, 40 cm para cima e 20 cm para a esquerda. Ao final do trajeto, o carrinho estará no ponto:

a) *B*. **b)** *C*. **c)** *E*. **d)** *D*.

Resposta: Alternativa **b**.

Resolução e comentários

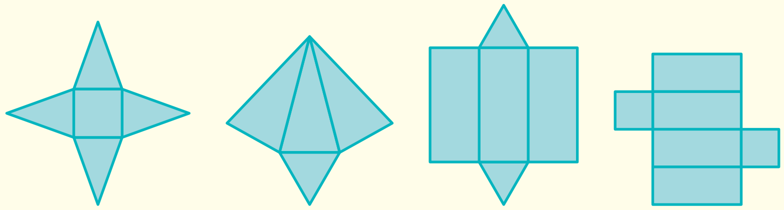
Com esta atividade é possível avaliar se os estudantes são capazes de identificar a representação da localização e da movimentação do carrinho no plano cartesiano. Verifique se eles reconhecem que as mudanças de direção e de sentido do movimento estão relacionadas às instruções para cima, para baixo, para a direita e para a esquerda.

O fato de o deslocamento do carrinho ser realizado ao longo da malha formada por linhas horizontais e verticais facilita a compreensão da atividade.

Atividade 16

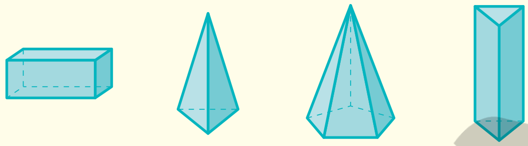
(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

Observe a seguir a representação das planificações de quatro diferentes sólidos geométricos.



ILUSTRAÇÕES: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Qual dos sólidos a seguir não tem a sua planificação representada na figura anterior?



Resposta: A pirâmide de base pentagonal.

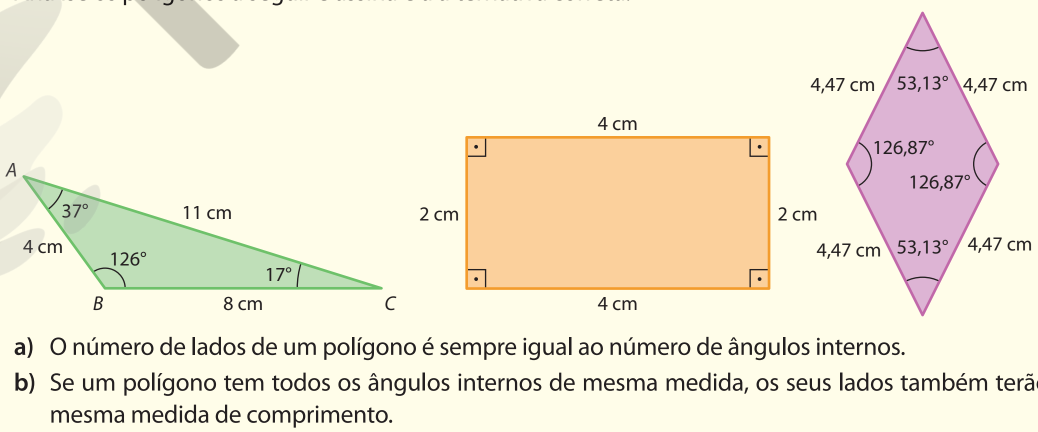
Resolução e comentários

Nesta atividade, os estudantes são avaliados em relação às suas habilidades de reconhecimento das características das figuras não planas e de identificação das representações de figuras não planas como figuras planas. Em situações como essa, eles podem ter dificuldades em compreender as convenções adotadas na representação de figuras não planas, como o recobrimento parcial de suas faces e a deformação causada pela representação em perspectiva. Assim, é possível que alguns estudantes tenham dificuldade em associar a figura do prisma de base triangular com a representação de sua planificação, pois as faces que são retangulares na planificação são retratadas como paralelogramos na representação em perspectiva. A pirâmide de base pentagonal pode ser erroneamente associada à planificação da pirâmide de base quadrada, pelo fato de ter muitos triângulos como faces laterais. Por esse motivo, se muitos dos estudantes apresentarem dificuldade em responder corretamente à atividade, pode ser interessante apresentar a eles modelos tridimensionais dos sólidos geométricos para que eles tenham a oportunidade de manipulá-los. Ao abrir, planificar e interagir com esses modelos, os estudantes podem observar as similaridades entre seus formatos, suas representações em perspectiva e suas planificações.

Atividade 17

(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

Analise os polígonos a seguir e assinale a alternativa correta.



ILUSTRAÇÕES: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

a) O número de lados de um polígono é sempre igual ao número de ângulos internos.

b) Se um polígono tem todos os ângulos internos de mesma medida, os seus lados também terão a mesma medida de comprimento.

c) O polígono cujos lados têm a mesma medida de comprimento também tem todos os seus ângulos internos de mesma medida.

d) O número de vértices de um polígono é igual ao dobro do seu número de lados.

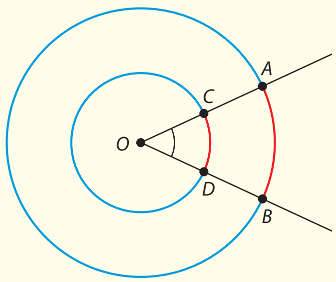
Resposta: Alternativa **a**.

Resolução e comentários

Nesta atividade, os estudantes devem reconhecer os elementos dos polígonos e, com base neles, realizar as comparações indicadas nas alternativas apresentadas.

No caso do **item b**, se os estudantes tiverem a imagem mental apenas de um quadrado ou de um triângulo equilátero, por exemplo, a afirmação pode fazer sentido para eles. No entanto, ela está incorreta, considerando que se refere a polígonos de modo geral. Um contraexemplo à afirmação pode ser dado considerando a figura do retângulo: nela os ângulos são congruentes, mas os lados têm medidas de comprimento diferentes. No **item c**, o caso é similar ao anterior, mas eles podem recorrer à imagem do losango como contraexemplo da afirmação.

Apesar de as alternativas apresentadas não abordarem as medidas dos ângulos, pode-se aproveitar a discussão sobre as respostas dadas para sondar os conhecimentos dos estudantes sobre o assunto e discutir possíveis erros de compreensão. Por exemplo, uma interpretação equivocada é acreditar que, quanto mais distante do vértice estiver o "arco" que indica um ângulo, maior é a medida do ângulo, visto que a "abertura" é maior. Na figura a seguir, por exemplo, pode ser que eles identifiquem o ângulo $A\hat{O}B$ como sendo maior do que o ângulo $C\hat{O}D$, pois o arco $\overset{\frown}{AB}$ é mais comprido do que o arco $\overset{\frown}{CD}$.

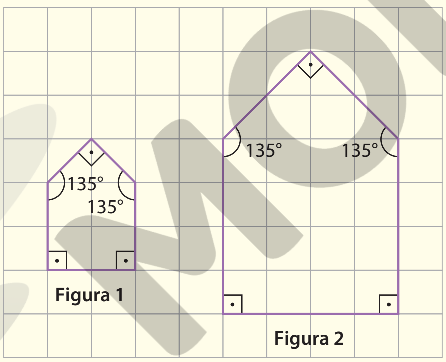


ILUSTRAÇÕES: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Atividade 18

(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Sabendo que a figura 2 é uma ampliação da figura 1, assinale a alternativa correta.



a) Ao ampliar uma figura, as medidas dos lados são multiplicadas por um mesmo valor, e as medidas dos ângulos também.

b) Em uma ampliação, as medidas dos ângulos não se alteram, e as medidas dos lados são multiplicadas por um mesmo valor.

c) Em uma ampliação, as medidas de cada lado são multiplicadas por valores diferentes.

d) Ao ampliar uma figura, as medidas dos lados não se alteram, e as medidas dos ângulos são multiplicadas por um mesmo valor.

Resposta: Alternativa **b**.

Resolução e comentários

Ao analisar a atividade, é provável que os estudantes tenham mais facilidade em reconhecer a relação entre as medidas dos lados da figura 1 e da figura 2 ampliada devido à possibilidade de efetuar a contagem do número de segmentos unitários (os lados dos quadradinhos da malha). Entretanto, a identificação de que os ângulos são congruentes exige a compreensão adequada do significado de ângulo, como comentado na atividade anterior, pois é possível que alguns estudantes considerem que a abertura de cada um dos ângulos na figura 1 é menor do que a abertura dos ângulos correspondentes na figura 2. Um modo de contornar essa dificuldade é pedir-lhes que peguem uma folha de papel sulfite e sobreponham o ângulo reto de qualquer um de seus cantos nos ângulos retos da figura 1 e da figura 2, para que façam uma comparação visual e reconheçam a congruência dos ângulos.

Atividade 19

(EF05MA19) Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.

O Monte Everest, no Nepal, é conhecido como a montanha mais alta do planeta Terra, medindo 8849 metros de altitude. O Pico da Neblina, no norte do Amazonas, é o pico mais alto Brasil, medindo 2995 metros de altitude. Qual é a diferença entre a medida da altitude do Monte Everest e a medida da altitude do Pico da Neblina, em quilômetros?

Resposta: 5,854 quilômetros.

Resolução e comentários

Esta atividade avalia a habilidade dos estudantes de compreender o significado de diferentes unidades de medida, seu contexto de aplicação e as transformações entre as unidades de medida de comprimento mais usuais, o metro e o quilômetro. Para isso, eles devem lembrar que 1 quilômetro corresponde a 1000 metros, identificando, assim, que 5854 metros ($8849 - 2995 = 5854$) corresponde a 5,854 quilômetros $\left(\frac{5854}{1000} = 5,854\right)$.

Discuta com eles a importância de compreender a relação entre o metro e o quilômetro, duas das unidades de medida de comprimento mais utilizadas no dia a dia. Conhecer essas relações pode auxiliar, por exemplo, na leitura de mapas de cidades e de estradas.

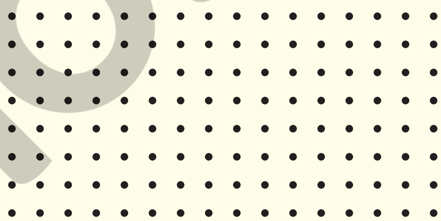
Atividade 20

(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.

Reproduza no caderno a malha a seguir e desenhe:

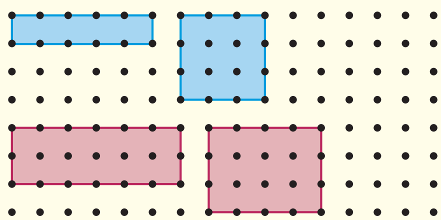
a) dois polígonos com áreas de medidas iguais e perímetros de medidas diferentes;

b) dois polígonos com perímetros de medidas iguais e áreas de medidas diferentes.



ILUSTRAÇÕES: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Resposta possível:



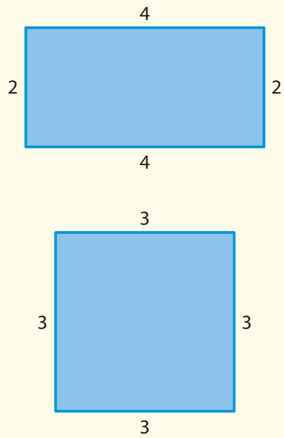
Resolução e comentários

Ao trabalhar com malhas pontilhadas, fique atento a um erro comum entre os estudantes ao calcular a medida do perímetro: para indicar a medida de comprimento do lado de um polígono, eles podem contar o número de pontos que formam esse lado, não o número de segmentos unitários contidos nele. Esse tipo de dificuldade pode, em muitos casos, revelar uma incompreensão do significado de medir um comprimento: a medida resulta da comparação do comprimento em análise com uma unidade de medida adotada como referência, como um segmento unitário medindo 1 centímetro ou 1 metro, por exemplo, e da determinação de quantas vezes o comprimento a ser medido contém esse segmento unitário de referência.

Os estudantes podem desenhar polígonos diversos, mas os retângulos oferecem a vantagem de servir como exemplo para as duas situações apresentadas. Para construir dois retângulos com perímetros de medidas iguais e com áreas de medidas diferentes, basta definir um valor, por exemplo, 12, e encontrar dois números cuja soma seja 6 (o semiperímetro). A partir dessa soma, alteram-se as parcelas da adição, adicionando 1 ou 2 unidades a uma delas e subtraindo o mesmo valor da outra:

$2 + 4 = 6$

$3 + 3 = 6$



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

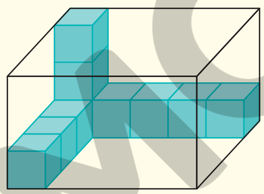
Assim, um dos retângulos tem área medindo $2 \cdot 4 = 8$, e o outro tem área medindo $3 \cdot 3 = 9$.

Para obter dois retângulos com áreas de medidas iguais e com perímetros de medidas diferentes, basta definir um número para a área que seja o resultado de pelo menos duas multiplicações distintas de dois números. Por exemplo, ao definir uma área de medida 18, pode-se efetuar $2 \cdot 9 = 18$ e $3 \cdot 6 = 18$. Ou seja, os lados de um dos retângulos medem 2 e 9, resultando em um perímetro de medida igual a 22. O outro retângulo tem lados medindo 3 e 6, resultando em um perímetro de medida igual a 18.

Atividade 21

(EF05MA21) Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.

Considerando um cubinho como unidade de medida de volume, qual é o volume total da caixa ilustrada a seguir?



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Resposta: 72 unidades.

Resolução e comentários

Nesta atividade são avaliadas a percepção espacial dos estudantes e a compreensão deles de que as propriedades da multiplicação podem ser aplicadas para a obtenção do número de cubinhos correspondente ao volume da caixa. Um aspecto que pode levá-los a responder de maneira incorreta é o fato de o cubinho no cruzamento das fileiras estar oculto; assim, pode ser que os estudantes não o considerem no cálculo. É possível que eles calculem o total de cubinhos na primeira camada da base como $3 \cdot 5 = 15$, e não o valor correto $4 \cdot 6 = 24$. Como é possível formar 3 camadas como essa para preencher toda a caixa, o total de cubinhos correspondente ao volume total da caixa é $3 \cdot 24 = 72$.

Outra possibilidade de resolução que pode levar ao erro consiste na contagem equivocada dos cubinhos que preencheriam o espaço vazio da caixa. Nesse caso, pode ser difícil desenhar os novos cubinhos para preencher a figura ou mesmo controlar a contagem dos cubinhos mentalmente, lembrando o posicionamento de cada um deles.

Atividade 22

(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.

Uma moeda é lançada duas vezes seguidas e, em cada lançamento, a face voltada para cima é registrada, como no exemplo a seguir, no qual ambos os lançamentos resultaram em "cara".

1º lançamento	2º lançamento
CARA	CARA

Registre todos os possíveis resultados que podem ser obtidos no lançamento de duas moedas. Qual é o resultado mais provável: sair duas caras, duas coroas ou duas faces diferentes?

Resposta: Duas faces diferentes; uma face cara e outra face coroa (2 chances em 4).

CARA-CARA

CARA-COROA

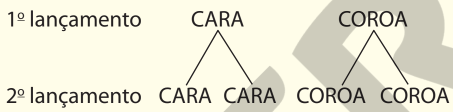
COROA-CARA

COROA-COROA

Resolução e comentários

É comum que, para resolver esta atividade, os estudantes considerem que há somente 3 resultados possíveis: duas caras, duas coroas e uma cara com uma coroa. Nesse caso, eles concluirão que os eventos são igualmente prováveis. O erro resulta do fato de não considerarem a ordem em que as faces podem aparecer: cara seguida de coroa ou coroa seguida de cara.

É possível que alguns estudantes recorram a uma árvore de possibilidades, que apresenta a vantagem de representar visualmente a sequência possível de eventos.



Apesar de ambas as abordagens anteriores para mapear todos os resultados possíveis no lançamento de uma moeda duas vezes seguidas possibilitarem a comparação entre os diferentes resultados, é importante considerar a possibilidade de ocorrência de outro tipo de erro comum relacionado a concepções intuitivas sobre a probabilidade de eventos sequenciais. A ideia de que o resultado do lançamento anterior da moeda influencia o resultado do lançamento seguinte. Nesse caso, é possível que os estudantes pensem que, se sair CARA no primeiro lançamento, no seguinte deve sair a outra face, COROA, porque CARA já saiu antes.

Isso ocorre frequentemente em outras situações. Por exemplo, em noticiários esportivos recorre-se frequentemente ao histórico dos resultados dos confrontos entre duas equipes para se projetar o favoritismo de uma delas, ignorando, por vezes, que tal comparação não faz sentido, se for considerado que muitas vezes os jogadores que participaram dos jogos anteriores não são mais os mesmos e que a partida não é um evento regido apenas pelas leis da aleatoriedade. Outro exemplo é a existência de *sites* na internet que mostram os números sorteados nas últimas edições de loterias. Novamente, o equívoco está em considerar que um número que não foi sorteado nos últimos 20 sorteios, por exemplo, tem maior probabilidade de ser sorteado em um novo sorteio, em relação a outros números, como se os sorteios tivessem memória.

Atividade 23

(EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

No lançamento de um dado, qual é a probabilidade de sair o número 5?

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{6}$ **c)** $\frac{5}{6}$ **d)** $\frac{1}{5}$

Resposta: Alternativa **b**.

Resolução e comentários

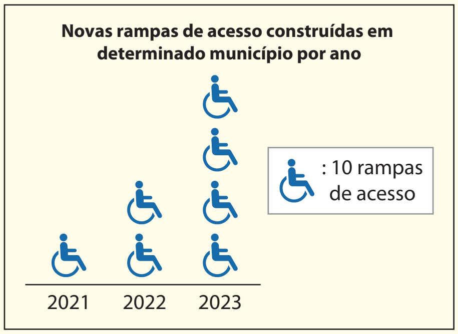
A atividade tem por objetivo avaliar a aplicação da definição de probabilidade como uma comparação entre o número de casos favoráveis e o total de casos possíveis em um evento equiprovável. No caso de um dado, há apenas um número 5 entre os seis números possíveis; logo, a probabilidade é de 1 em 6, ou $\frac{1}{6}$. Entretanto, não é incomum, em situações como essa, envolvendo valores numéricos (os números de 1 a 6 do dado), os estudantes considerarem que a probabilidade é de 5 em 6. É possível que, durante a discussão sobre as respostas, algum estudante discorde da solução dizendo que, se ele jogar um dado 6 vezes, nem sempre o número 5 sairá 1 vez; então, a probabilidade não é igual a 1 em 6. Caso isso ocorra, explique-lhe que, à medida que jogamos o dado muitas vezes (centenas ou milhares de vezes), a probabilidade de sair o número 5 se aproxima de 1 em 6 $\left(\frac{1}{6}\right)$. Assim, se julgar oportuno, combine com os estudantes que tragam um dado comum na aula seguinte, ou em uma data previamente combinada, para que cada um deles lance o dado cerca de 30 vezes e registrem os resultados obtidos. Depois, compilem juntos os resultados na lousa e verifiquem se o número cinco saiu aproximadamente em um sexto dos lançamentos.

Atividade 24

(EF05MA24) Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões.

As rampas de acesso são importantes para garantir o direito de pessoas em cadeiras de rodas de se locomoverem livremente pelos espaços públicos. O gráfico a seguir, chamado pictograma, mostra o número de rampas de acesso construídas ao longo de três anos em determinado município.

RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA



Dados fictícios.

Qual das alternativas a seguir apresenta um título possível para uma reportagem sobre o tema?

a) Nos três últimos anos foram construídas 7 rampas de acesso no município.

b) A cada ano são construídas 40 novas rampas de acesso no município.

c) Há 70 rampas de acesso no município.

d) Nos últimos três anos foram construídas 70 novas rampas de acesso no município.

Resposta: Alternativa **d**.

Resolução e comentários

Nesta atividade, o objetivo é avaliar como os estudantes interpretam os dados representados em um gráfico, nesse caso, um pictograma. Além disso, é possível avaliar como os estudantes interpretam o texto para o título da notícia em cada alternativa. Caso algum estudante tenha assinalado a alternativa **a**, é provável que ele tenha considerado o total de 7 ícones, sem ter considerado a legenda do gráfico, que indica que cada ícone representa 10 rampas de acesso. A escolha da alternativa **b** pode indicar dificuldade de interpretação de texto ou do significado da variável indicada no eixo horizontal, o ano de construção da rampa. Nesse caso, seria importante discutir com o estudante os motivos de sua escolha, para que seja possível planejar uma intervenção adequada ao caso. Entre as alternativas incorretas, é possível que a alternativa **c** seja escolhida com maior frequência, devido ao fato de apresentar a quantidade correta de rampas indicadas no pictograma, 70. Entretanto, o gráfico não permite concluir que existem apenas 70 rampas de acesso na cidade, pois não se sabe quantas rampas já existiam antes do período mostrado no gráfico.

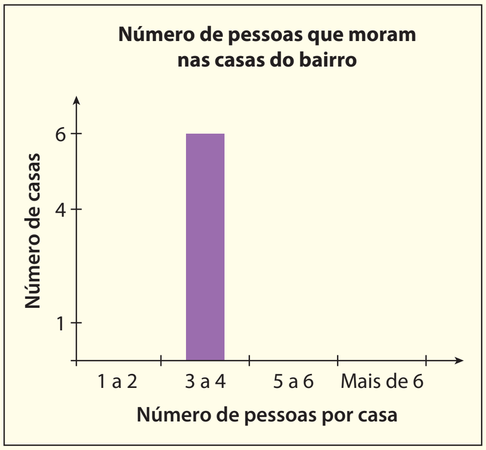
Atividade 25

(EF05MA25) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas, gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.

Márcio entrevistou os moradores de 15 casas de seu bairro para saber quantas pessoas moram em cada uma delas. Ele registrou o resultado da maneira mostrada a seguir.

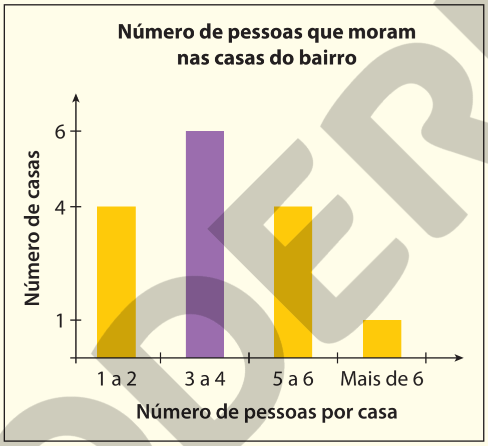
3 – 4 – 1 – 2 – 2 – 4 – 5 – 4 – 4 – 5 – 2 – 4 – 6 – 7 – 5

Reproduza o gráfico de colunas a seguir no caderno e complete-o de acordo com os dados obtidos por Márcio.



Anotações de Márcio.

Resposta:



Anotações de Márcio.

<u>Resolução e comentários</u>

Com esta atividade, espera-se que os estudantes compreendam que os dados devem ser agrupados de acordo com as indicações dadas no eixo horizontal. Eles devem realizar a contagem do número de casas para cada um dos intervalos apresentados no eixo horizontal, relacionados ao número de pessoas por casa. Em seguida, de acordo com os números obtidos, as colunas do gráfico podem ser construídas. Lembre-os de que as medidas das alturas das colunas devem ser proporcionais ao número de casas. Por exemplo, para o intervalo de 1 a 2 (número de pessoas por casa), existem 4 casas registradas por Márcio; então, podemos considerar que a medida da altura da coluna correspondente é 4 unidades. Para o intervalo de 3 a 4 existem 6 casas registradas; então, podemos considerar que a medida da altura da coluna correspondente é 6 unidades.

Se ocorrerem erros na contagem do número de casas para cada um dos intervalos, comente com os estudantes que, ao final da construção do gráfico, eles podem realizar a contagem de todos os valores correspondentes ao número de casas no eixo vertical, verificando, assim, se o resultado corresponde ao número total de casas pesquisadas, 15 $(4 + 6 + 4 + 1 = 15)$. Dessa maneira, é possível minimizar os erros de contagem.

Edwaldo Bianchini

Licenciado em Ciências pela Faculdade de Educação de Ribeirão Preto,
da Associação de Ensino de Ribeirão Preto, com habilitação em Matemática pela
Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras do Sagrado Coração de Jesus, Bauru (SP).
Professor de Matemática da rede pública de ensino do estado de São Paulo,
no Ensino Fundamental e Médio, por 25 anos.

MATEMÁTICA BIANCHINI 6º ano

Componente curricular: MATEMÁTICA

10ª edição

São Paulo, 2022

MODERNA

Coordenação geral: Maria do Carmo Fernandes Branco
Edição executiva: Maria Cecília da Silva Veridiano
Edição de texto: Dario Martins de Oliveira, Enrico Briese Casentini, João Alves de Souza Neto, Livia Santa Clara
Assistência editorial: Daniel Pontes, Mayra Marum, Roberta Stoppe
Preparação de texto: Adriana Bairrada, Geuid Dib Jardim
Gerência de *design* e produção gráfica: Patricia Costa
Coordenação de produção: Denis Torquato
Gerência de planejamento editorial: Maria de Lourdes Rodrigues
Coordenação de *design* e projetos visuais: Marta Cerqueira Leite
Projeto gráfico: Tatiane Porusselli
Capa: Douglas Rodrigues José, Tatiane Porusselli, Apis Design, Fábio Luna
Imagem da capa: Diébédo Francis Kéré – Kéré Architecture. Serpentine Pavilion, 2017; Kensington Gardens, Londres, Inglaterra. Desde novembro de 2017 a obra integra o acervo da ILHAM Gallery em Kuala Lumpur, Malásia. © Diébédo Francis Kéré – Kéré Architecture. Foto: Iwan Baan.
Coordenação de arte: Aderson Oliveira
Edição de arte: Marcel Hideki Yonamine
Editoração eletrônica: Grapho Editoração
Coordenação de revisão: Camila Christi Gazzani
Revisão: Cesar G. Sacramento, Daniela Uemura, Lilian Xavier, Márcio Della Rosa, Maura Loria, Sirlene Prignolato
Coordenação de pesquisa iconográfica: Sônia Oddi
Pesquisa iconográfica: Vanessa Trindade, Junior Rozzo
Suporte administrativo editorial: Flávia Bosqueiro
Coordenação de *bureau*: Rubens M. Rodrigues
Tratamento de imagens: Ademir Francisco Baptista, Ana Isabela Pithan Maraschin, Denise Feitoza Maciel, Marina M. Buzzinaro, Vânia Maia
Pré-impressão: Alexandre Petreca, Fabio Roldan, José Wagner Lima Braga, Marcio H. Kamoto, Selma Brisolla de Campos
Coordenação de produção industrial: Wendell Monteiro
Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Bianchini, Edwaldo
Matemática Bianchini : 6º ano / Edwaldo Bianchini. -- 10. ed. -- São Paulo : Moderna, 2022.

Componente curricular: Matemática.
ISBN 978-85-16-13562-1

1. Matemática (Ensino fundamental) I. Título.

22-115265 CDD-372.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Ensino fundamental 372.7

Cibele Maria Dias - Bibliotecária - CRB-8/9427

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Atendimento: Tel. (11) 3240-6966
www.moderna.com.br
2022
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

O Pavilhão Serpentine, em Londres (Reino Unido), é um espaço dedicado à instalação de uma obra arquitetônica temporária. Em 2017, o arquiteto escolhido para a exposição foi Diébédo Francis Kéré. Sua obra, uma estrutura suspensa de aço coberta por um material transparente, foi inspirada em uma grande árvore de sua cidade natal, em Burkina Fasso, e no sentido de comunidade e de conexão com a natureza de seu povo.

APRESENTAÇÃO

Caro estudante,

Este livro foi pensado, escrito e organizado com o objetivo de facilitar sua aprendizagem.

Para tornar mais simples o entendimento, a teoria é apresentada por meio de situações cotidianas. Assim, você vai notar quanto a Matemática faz parte do nosso dia a dia e nos possibilita compreender melhor o mundo que nos rodeia.

Por isso, aproveite ao máximo todo o conhecimento que este livro pode lhe oferecer. Afinal, ele foi feito especialmente para você!

Faça dele um parceiro em sua vida escolar!

O autor

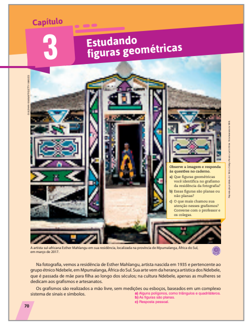

ANTONIODIAZ/SHUTTERSTOCK

CONHEÇA SEU LIVRO

Seu livro está organizado em 12 capítulos. A estrutura de cada capítulo é muito simples e possibilita localizar com facilidade os assuntos estudados, os exercícios e as seções enriquecedoras. Acompanhe.

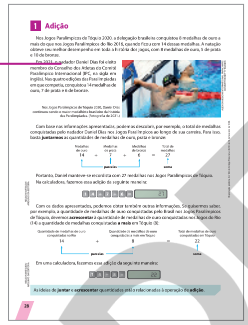
Página de abertura

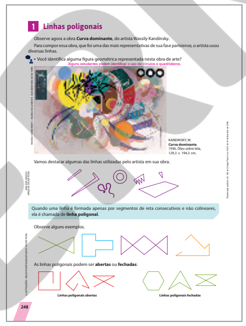
O tema do capítulo é introduzido por meio de uma imagem motivadora e um breve texto.



Apresentação dos conteúdos

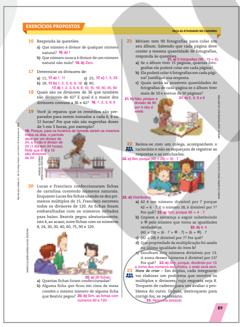
Os conteúdos são apresentados em linguagem clara e objetiva e acompanhados de exemplos e ilustrações cuidadosamente elaborados.

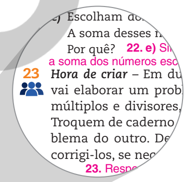




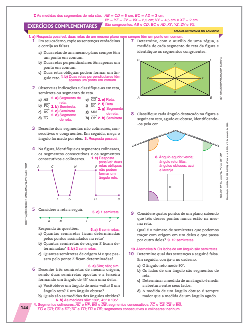
Exercícios

O livro traz exercícios variados, organizados após os conteúdos na seção **Exercícios Propostos** e, ao final de cada capítulo, na seção **Exercícios Complementares**.



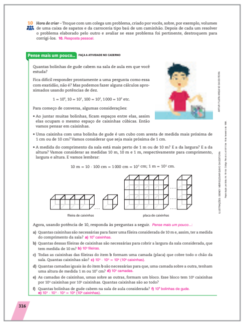


Hora de criar – Atividades em que você elabora um problema com base no assunto estudado.



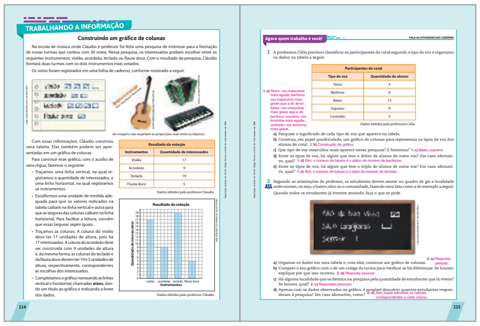
Pense mais um pouco...

Propõe atividades desafiadoras que possibilitam aprofundar conteúdos ao longo do capítulo.



Trabalhando a informação

Esta seção possibilita que você trabalhe com informações apresentadas em diferentes linguagens.

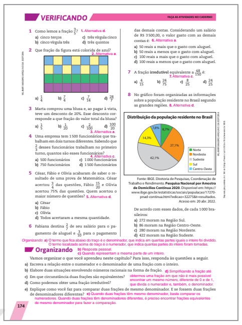


Para saber mais

É uma seção que traz textos sobre Geometria e História da Matemática para enriquecer e explorar diversos conteúdos matemáticos estudados.

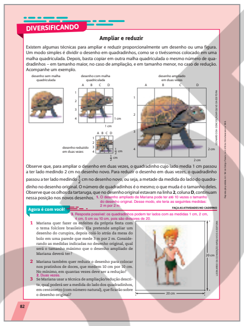
Verificando

Nesta seção, você poderá avaliar seu aprendizado e organizar seu conhecimento sobre o que foi estudado em cada capítulo.



Diversificando

Esta seção oferece a você a oportunidade de entrar em contato com temas variados, em diferentes contextos e áreas do saber.



Macroáreas temáticas dos Temas Contemporâneos Transversais na BNCC

Meio ambiente

Economia

Saúde

Cidadania e civismo

Multiculturalismo

Ciência e Tecnologia

Ícones da coleção

Atividade oral

Atividade em dupla ou em grupo

Cálculo mental

Calculadora

5

SUMÁRIO

Capítulo 1 Números

SAN MARCELO/PROJETO MANGUES DA AMAZÔNIA

Observe, leia e responda no caderno.

a) Você sabia que o mangue é tão importante para a natureza e para as comunidades próximas?

b) Por que projetos como o Mangues da Amazônia é importante para pequenas comunidades?

c) No total, a quantos hectares corresponde a atuação desse projeto no Pará?

d) Que números você identifica no texto? O que esses números indicam?

Mudas, do projeto Mangues, para replante da vegetação nos manguezais do estado do Pará. (Fotografia de 2021.)

a) Resposta pessoal.

b) Além de ter participado ativamente na preservação ambiental da região, o projeto contribuiu para a manutenção da renda e segurança alimentar das famílias que viviam em regiões próximas aos mangues.

Os manguezais são fundamentais para a reprodução das espécies, para a subsistência das populações costeiras e para suavizar mudanças do clima.

Além da importância ambiental, os manguezais são fonte de renda para milhares de famílias na zona costeira brasileira, que dependem deles também para sua segurança alimentar. Um dos exemplos é a extração do caranguejo uçá (*Ucides cordatus*), feita de forma artesanal em praticamente toda a costa brasileira.

Um projeto que atuou na conservação de manguezais é o Mangues da Amazônia, no Pará, na maior área de manguezal do país. Por 2 anos, o Mangues trabalhou para a conservação de 30 hectares de mangues e para a recuperação de outros 12 hectares com o plantio de 60 mil mudas. O trabalho incluiu assistência técnica e participação das comunidades dos municípios de Bragança Augusto Corrêa e Tracuateua. Mais de 7 600 pessoas foram beneficiadas direta e indiretamente.

c) 42 hectares, sendo 30 hectares de conservação e 12 hectares de recuperação.

d) 2: medida de tempo; 30 e 12: medida de área; 60 000 e 7 600: quantidade.

Capítulo 1 - Números

Os objetivos deste capítulo e suas justificativas, as indicações das habilidades e competências específicas da Matemática (BNCC), além de outras informações, estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas.

Nesse momento, é importante trabalhar com os estudantes a presença e importância dos números em situações cotidianas.

Os estudantes deverão ter uma noção clara dos diferentes empregos da numeração, nas situações de quantificação (contagem), medição, codificação e ordenação.

O texto da abertura sugere alguns elementos para iniciar uma discussão sobre esse conteúdo. Destaque com os estudantes os números do texto, registrando-os na lousa, e converse com eles sobre o uso desses números. Por exemplo:

- 60 mil e 7600 indicam a **quantidade** (**contagem**) de mudas e a quantidade de pessoas beneficiadas pelo projeto, respectivamente.
- 30 hectares e 12 hectares referem-se a **medidas** de área.

Converse com os estudantes sobre a importância de projetos como este, que foi apresentado no texto de abertura. Chame a atenção para o fato de este projeto auxiliar a recuperação dos manguezais que são fonte de renda e alimentação para a população ribeirinha da região atendida.

Pergunte aos estudantes se conhecem outros projetos que atuam no município e que tipo de trabalho é desenvolvido. Peça a eles que compartilhem as informações e que conversem com os colegas sobre essas ações.

Ao trabalhar com a importância da preservação ambiental e seu impacto na sociedade, contribui-se para o desenvolvimento da **competência geral 7** e para uma reflexão sobre os Temas Contemporâneos Transversais **educação ambiental** e **vida familiar e social**.

1. Para que servem os números?

Habilidade da BNCC: **EF06MA02**.

Neste tópico iniciamos o trabalho com a habilidade (EF06MA02) ao apresentar que a ideia de número esteve presente desde a Antiguidade.

É importante recorrer ao máximo às situações cotidianas em que os números estejam presentes. Uma maneira simples e eficiente de discutir isso é sugerir aos estudantes que relatem a rotina de um dia comum, tentando detectar todas as ações em que os números, de maneira direta ou indireta, são relevantes: o horário de acordar; a quantidade de creme dental que se coloca na escova de dentes ou a quantidade de água que se usa na higiene pessoal; o tempo de que dispomos para nos vestir, tomar café da manhã e nos preparar para as ações fora de casa etc.

Outro recurso de fácil acesso é a pesquisa de números em mídias diversas, como livros, jornais, revistas, televisão ou internet.

1 Para que servem os números?

Ao observar o mundo que nos cerca, percebemos que é difícil encontrar uma situação que não esteja direta ou indiretamente relacionada com números.

Na situação apresentada na página anterior, você identificou alguns números e refletiu sobre a sua utilização. Perceba se conseguiu identificar as diferentes funções dos números apresentados:

- **contar**, por exemplo, quantas mudas serão plantadas ou quantas pessoas receberão apoio;
- **medir**, por exemplo, o tamanho da área a ser protegida ou o tempo total de duração do projeto;

Há outras situações em que usamos números com outras funções:

- **codificar**, por exemplo, o número de um telefone;
- **ordenar**, por exemplo, indicar uma equipe que ficou em primeiro, em segundo ou em nono lugar.

Hoje, contamos e registramos quaisquer quantidades com símbolos e regras estabelecidos; mas isso nem sempre foi assim. Na Antiguidade, os seres humanos utilizavam diferentes formas para contar e registrar quantidades.

Com a ajuda da Arqueologia, ciência que estuda os costumes e a cultura de povos antigos por meio de vestígios (artefatos, monumentos, fósseis), foram encontradas, em muitas escavações, marcas em paredes de cavernas, em ossos de animais e em gravetos que sugerem formas primitivas de contagem.

Podemos dizer, com base nesses achados arqueológicos, que a ideia de número acompanha os seres humanos desde a Antiguidade.

HISTORICAL VIEWS/AGEFOTOSTOCK/ALAMY/ FOTOARENA - MUSEU DE CIÊNCIAS NATURAIS DA BÉLGICA, BRUXELAS

O osso de Ishango é uma ferramenta que data do Paleolítico Superior, aproximadamente entre 20000 e 18000 a.C. Esse objeto consiste em um longo osso castanho (a fíbula de um babuíno) que tem um pedaço pontiagudo de quartzo incrustado em uma de suas extremidades, possivelmente utilizado para gravar ou escrever.

2 Sistemas de numeração

Demorou muito para chegarmos à escrita numérica empregada atualmente. Os povos substituíram as antigas formas de registro por símbolos e regras que pudessem representar os números. Esse conjunto de símbolos e regras é chamado **sistema de numeração**.

Algumas civilizações antigas criaram seus próprios sistemas de numeração. No quadro a seguir, é apresentada a escrita de 1 a 10 em diferentes sistemas de numeração.

Sugestões de leitura

Para ampliar seu trabalho com esse tema, sugerimos:

PAIVA, A. B. A história da Matemática no ensino e na aprendizagem do sistema de numeração decimal. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [*S. l.*], v. 5, n. 14, p. 85-97, 2018. DOI: 10.30938/bocehm.v5i14.224. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/224. Acesso em: 6 abr. 2022.

A partir de uma pesquisa de natureza bibliográfica, a autora do artigo destaca alguns aspectos de diferentes sistemas de numeração, visando estruturar e planejar ações educativas que, fazendo uso da História da Matemática, possibilitem a compreensão dos conteúdos matemáticos por parte dos estudantes.

STEWART, Ian. **O fantástico mundo dos números**: a matemática do zero ao infinito. Tradução de George Schlesinger. Revisão técnica Samuel Jurkiewicz. Rio de Janeiro: Zahar, 2016.

Cada capítulo deste livro explora um número, seguindo a ordem cronológica de sua aparição na história da humanidade, e destaca suas principais características e aplicações.

Sistema egípcio	|	||	|||	||||	||| ||	||| |||	|||| |||	|||| ||||	||| ||| |||	∩
Sistema babilônico	𒁹	𒁹𒁹	𒁹𒁹𒁹	𒁹𒁹𒁹𒁹	𒁹𒁹𒁹 𒁹𒁹	𒁹𒁹𒁹 𒁹𒁹𒁹	𒁹𒁹𒁹𒁹 𒁹𒁹𒁹	𒁹𒁹𒁹𒁹 𒁹𒁹𒁹𒁹	𒁹𒁹𒁹𒁹𒁹 𒁹𒁹𒁹𒁹	𒌋
Sistema romano	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Sistema chinês	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
Sistema maia	•	••	•••	••••	—	• —	•• —	••• —	•••• —	— —
Nosso sistema	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Vamos conhecer um pouco mais alguns desses sistemas de numeração.

Sistema de numeração egípcio

Observe mais alguns símbolos do **sistema egípcio** e os valores que eles representam.

haste	calcanhar	corda enrolada	flor de lótus	dedo indicador	peixe ou girino	homem ajoelhado
𓏺	𓎆	𓍢	𓆼	𓂭	𓆐	𓁨
1	**10**	**100**	**1 000**	**10 000**	**100 000**	**1 000 000**

Segundo esse sistema, deviam ser obedecidas as seguintes regras:

- cada símbolo podia ser repetido até nove vezes;
- a ordem de escrita dos símbolos não era importante, pois seus valores eram somados.

Observe alguns exemplos.

∩∩|||	𓍢∩	𓍢𓍢𓍢𓍢 ∩∩∩∩||	𓆼𓍢𓍢𓍢∩∩∩||| 𓍢𓍢𓍢∩∩∩|||	𓆼𓆼𓆼 𓍢𓍢∩
23	**110**	**432**	**1 666**	**3 210**

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Sistema de numeração romano

A representação de números adotada pelos romanos foi, durante muitos séculos, a mais utilizada na Europa. Essa representação era feita por meio de letras maiúsculas do próprio alfabeto romano.

O quadro a seguir mostra os símbolos empregados no **sistema romano** e seus respectivos valores no nosso sistema de numeração.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1 000

2. Sistemas de numeração

Habilidades da BNCC:
EF06MA01 e **EF06MA02**.

Ampliando o trabalho da ideia de número ao apresentar o desenvolvimento de sistemas de numeração por diferentes civilizações, desenvolve-se a habilidade (EF06MA02). Ao trabalhar com o sistema de numeração indo-arábico e suas características contribui-se para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA01).

Na apresentação desses sistemas de numeração, pode-se aproveitar a oportunidade para discutir a importância do conhecimento dos fatos históricos essenciais que nortearam o desenvolvimento das ciências e das civilizações, introduzindo reflexões sobre os percursos que conduziram ao atual estágio do conhecimento e incentivando os estudantes a fazer comparações significativas.

Ao trabalhar com o desenvolvimento histórico dos sistemas de numeração apresentando que esse movimento ocorreu com diferentes civilizações, contribui-se para o desenvolvimento da **competência geral 1**.

Sistema de numeração romano

Inicialmente, explore o sistema romano de numeração com indagações para verificar o que os estudantes já conhecem dele, por exemplo:

- Vocês sabem quais são os símbolos usados no sistema de numeração romano?
- Há símbolos que podem se repetir? Quais?
- Vocês sabem como escrever os números 4, 6, 9, 40, 60, 90, 400, 600 e 900 no sistema de numeração romano?

Reúna os estudantes em trios e peça a eles que destaquem as principais diferenças entre os sistemas de numeração egípcio e romano. Depois, os grupos podem apresentar suas conclusões uns para os outros. Pode-se fazer um fechamento registrando na lousa a conclusão da turma.

Exercícios propostos

No **exercício 1**, a leitura dos símbolos egípcios permite retomar as ideias básicas do sistema de numeração decimal. Pode-se, por exemplo, solicitar aos estudantes que, em grupo, elaborem uma situação de adição ou de subtração usando os símbolos da numeração egípcia e troquem-na com os colegas. Será possível observar como os grupos efetuaram as operações.

Se perceber que há na turma a necessidade de discutir os fatos fundamentais da adição para retomar as "trocas" de unidades, dezenas e centenas, proponha situações de jogos que envolvam trocas para os estudantes superarem tais dificuldades.

Para representar um número, uma letra é escrita ao lado da outra, obedecendo às regras:

- Quando uma letra é escrita à direita de outra, de valor igual ou maior, os valores são adicionados. Acompanhe os exemplos a seguir.

  a) VII = 5 + 2 = 7
  b) XV = 10 + 5 = 15
  c) XX = 10 + 10 = 20
  d) CLXXI = 100 + 50 + 10 + 10 + 1 = 171

- Somente as letras I, X, C e M podem ser repetidas, seguidamente, até três vezes. Observe.

  a) III = 3
  b) XXX = 30
  c) XXI = 21
  d) CC = 200
  e) CCCXXIII = 323
  f) MM = 2 000

  A repetição das letras V, L e D não ocorre, pois VV, LL, DD e VVV, por exemplo, têm como representação X, C, M e XV, respectivamente.

- Quando uma das letras I, X ou C é escrita à esquerda de outra letra de maior valor, subtrai-se o respectivo valor (de I, X ou C) nas seguintes condições:
  - I só pode aparecer antes de V ou de X;
  - X só pode aparecer antes de L ou de C;
  - C só pode aparecer antes de D ou de M.

  Observe alguns exemplos.

  a) IV = 5 − 1 = 4
  b) IX = 10 − 1 = 9
  c) XL = 50 − 10 = 40
  d) XC = 100 − 10 = 90
  e) CD = 500 − 100 = 400
  f) CM = 1 000 − 100 = 900

- Um traço colocado sobre uma letra significa que o valor dessa letra deve ser multiplicado por 1 000; dois traços indicam que o valor dela deve ser multiplicado por 1 000 000. Exemplos:

  a) $\overline{\text{V}}$ = 5 × 1 000 = 5 000
  b) $\overline{\text{IX}}$ = 9 × 1 000 = 9 000
  c) $\overline{\text{LX}}$ = 60 × 1 000 = 60 000
  d) $\overline{\overline{\text{XXI}}}$ = 21 × 1 000 000 = 21 000 000

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Escreva no caderno os números das frases a seguir no nosso sistema de numeração.

a) A altura do Coliseu é de, aproximadamente, metros. **1. a)** 50

F8 STUDIO/SHUTTERSTOCK

Localizado no centro arqueológico da cidade de Roma, o Coliseu é um dos maiores anfiteatros do mundo. (Fotografia de 2021.)

b) Na construção da pirâmide de Quéops, foram utilizados blocos de pedra. **1. b)** 2 311 000

JESS KRAFT/SHUTTERSTOCK

A grande pirâmide de Quéops é a maior e a mais antiga das pirâmides de Gizé, no Egito. (Fotografia de 2021.)

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

2 Escreva no sistema de numeração romano:

a) a data de seu nascimento (dia/mês/ano);
b) a data de hoje (dia/mês/ano);
c) a data da proclamação da República no Brasil (dia/mês/ano).

2. a) A resposta depende da data de aniversário dos estudantes. **2. c)** XV/XI/MDCCCLXXXIX
2. b) A resposta depende do dia em que o exercício for realizado.

Ao resolver o **item a**, devem perceber que, como um calcanhar ( ) equivale a 10 unidades, então o número equivale a vale 50 unidades (5 × 10).

No **item b**, os símbolos utilizados para compor o número são: 1 flor de lótus, que equivale a 1 000; 1 dedo indicador, que equivale a 10 000; 3 girinos, que representam 100 000 cada; e 2 homens ajoelhados, que representam 1 000 000 cada. Dessa maneira, esse número equivale a:
2 311 000 (1 × 1 000 + 1 × 10 000 + 3 × 100 000 + 2 × 1 000 000).

No **exercício 2**, caso os estudantes não se lembrem da data da proclamação da República, devem ser orientados a fazer uma pesquisa e concluir que a data solicitada é 15/11/1889. Assim, deverão escrever: 15 = XV; 11 = XI; 1889 = MDCCCLXXXIX.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

4. Resposta pessoal. Ao final da apresentação de todos os grupos, oriente os estudantes a fazer uma comparação sobre as características comuns e diferenças que encontraram em cada sistema de numeração pesquisado.

3 No texto a seguir, o jornalista faz uma brincadeira. Escrevendo como se a faixa do presidente da República pudesse falar, ele cita o decreto que a instituiu, com a escrita da época. Leia o texto e escreva os números que aparecem nele usando o sistema de numeração romano. **3.** C, MMCCXCIX, XXI, MCMX, I, XV, X, LXXXVIII, XXI, XVIII, XXI.

Com a palavra, a Faixa

[...] Antes que alguém cometa a deselegância de perguntar, vou logo dizendo: tenho 100 anos, recém-completados essa semana. Qual o problema? Sou mais jovem que o Niemeyer. Está na minha certidão de nascimento: Decreto nº 2.299, de 21 de dezembro de 1910. Faço saber que o Congresso Nacional decretou e eu sancciono a resolução seguinte: Art. 1º. Como distinctivo de seu cargo o Presidente da Republica usará, a tiracollo, da direita para a esquerda, uma faixa de seda com as cores nacionaes, ostentando o escudo da Republica bordado a ouro. A faixa, cuja largura será de 15 centimetros, terminará em franjas de ouro de 10 centimetros de largo e supportará, pendente do porto de cruzamento das suas extremidades, uma medalha, de ouro, mostrando no verso o mesmo escudo de que falla o artigo anterior e no **anverso** o **dístico** – Presidencia da Republica do Brazil.

Assina o marechal Hermes Rodrigues da Fonseca, na data do 88º ano da Independência e 21º da proclamação da República. Já que esticamos a prosa, vou falar um pouco mais de mim. A medalha que eu tenho é de ouro 18 quilates, cravejada com 21 brilhantes – o número de toques de canhão disparados em honra aos chefes de Estado. [...]

Fonte: MARSIGLIA, Ivan. Com a palavra, a faixa. **O Estado de S. Paulo**, São Paulo, ano 131, n. 42803, 26 dez. 2010. Aliás, p. J12.

Agora, responda:

a) Que números usados no texto expressam medidas? E que números indicam ordem?

b) No texto, você deve ter percebido que algumas palavras foram escritas de modo diferente do que escrevemos hoje, isso porque elas fazem parte de uma lei que foi escrita em 1910. Com o auxílio do professor e dos colegas, identifique as palavras e reescreva-as utilizando a escrita atual.

Anverso: parte frontal de um objeto.
Dístico: estrofe composta de dois versos.

4 ***Hora de criar*** – Reúna-se com outros três colegas e façam uma pesquisa sobre um dos sistemas de numeração que aparece no quadro da página 11. Pesquisem algumas das características desse sistema e elaborem um texto para apresentar aos colegas.

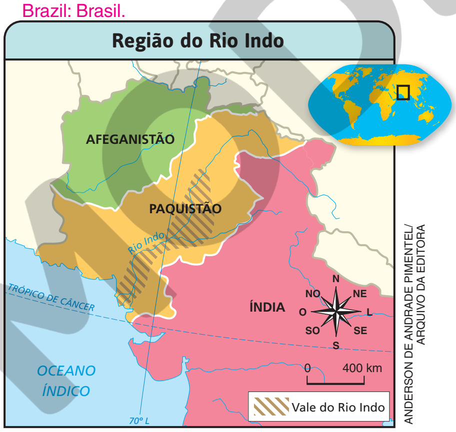
3. a) Medidas: 100; 21; 1910; 15; 10 e 18; ordem: 1º; 88º e 21º.
3. b) sancciono: sanciono; distinctivo: distintivo; Republica: República; tiracollo: tiracolo; nacionaes: nacionais; centimetros: centímetros; largo: largura; supportará: suportará; falla: fala; Presidencia: Presidência; e Brazil: Brasil.

Sistema de numeração indo-arábico

Na região ocupada hoje pelo Paquistão, onde se encontra o vale do Rio Indo, vive, há milhares de anos, o povo indiano. Foi esse povo que criou o sistema de numeração que adotamos atualmente.

Esse sistema passou a ser conhecido como **sistema de numeração indo-arábico** (**indo**, em reconhecimento ao povo que criou o sistema, e **arábico**, em homenagem ao povo árabe, que o aperfeiçoou e o expandiu pela Europa).

Com o passar do tempo, os símbolos criados pelos indianos para a escrita de números sofreram várias modificações até chegar à representação atual – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 –, composta de dez símbolos denominados **algarismos indo-arábicos**.



ANDERSON DE ANDRADE PIMENTEL/ARQUIVO DA EDITORA

Elaborado a partir de: FERREIRA, Graça Maria Lemos. **Atlas geográfico**: espaço mundial. 5. ed. rev. e atual. São Paulo: Moderna, 2019. p. 100.

Orientações: Faça a leitura das informações do mapa com os estudantes. Pergunte se conhecem os países destacados e se conseguem identificar a localização desses países e do Brasil no globo terrestre presente no mapa. Comente que os países identificados no mapa são os países atuais dessa região e que a parte hachurada representa o vale do Rio Indo, onde esse povo habitava.

Exercícios propostos

Na época em que o texto de Ivan Marsiglia, apresentado no **exercício 3**, foi elaborado, Oscar Niemeyer era vivo e tinha 103 anos. Esse famoso arquiteto faleceu em 15 de dezembro de 2012.

Esse exercício pode ser feito em grupos, como uma tarefa colaborativa na qual um colega ajuda o outro na escrita da numeração romana e com o uso de dicionário ou pesquisa na internet para a escrita correta das palavras destacadas no texto.

No texto **Com a palavra, a Faixa** aparecem os seguintes números: 100 = C; 2 299 = MMCCXCIX; 21 = XXI; 1910 = MCMX; 1 = I; 15 = XV; 10 = X; 88 = LXXXVIII; 21 = XXI; 18 = XVIII; 21 = XXI.

Para responder ao **item a**, devem indicar os números que expressam medidas e ordem. Medidas: 10, 21 e 1910 que indicam medidas de tempo; 15 e 10 medidas de comprimento; e 18 medida de massa. Ordem: 1º, 88º e 21º.

No **item b**, oriente os estudantes na identificação das palavras no texto e na grafia correta. Pode-se aproveitar esse momento e propor um trabalho com o professor de Língua Portuguesa explorando as mudanças na língua falada e escrita ao longo do tempo. É importante que os estudantes saibam que a língua é viva, mudando e reinventando-se com as pessoas ao longo do tempo e do espaço geográfico.

No **exercício 4** foi proposto aos estudantes que façam uma pesquisa sobre um dos sistemas de numeração: egípcio, babilônico, romano, chinês, maia ou o sistema usado atualmente, que é o indo-arábico. Oriente-os nesta pesquisa; uma opção é organizar os estudantes em grupos de modo que cada um pesquise um desses sistemas. Assim, poderão comparar as características comuns e diferenças de cada sistema. Neste momento, o objetivo é de que os estudantes iniciem o processo de coleta e organização das informações. Aproveite para comentar sobre fontes confiáveis em que os dados devem ser obtidos, evitando informações incorretas que podem estar disponíveis em diferentes meios, mas principalmente na *internet*.

Sistema de numeração indo-arábico

Ao explorar o sistema de numeração indo-arábico, proponha novos questionamentos para averiguar o que os estudantes já conhecem sobre este sistema de numeração.

Retome com os estudantes a noção de “ordem numérica”. Proponha novos números para que eles possam identificar a ordem de cada algarismo que os compõe e determinar o valor posicional desses algarismos.

Observe, no quadro a seguir, como alguns sinais, que já foram usados para escrever os algarismos indo-arábicos, foram se modificando.

ILUSTRAÇÃO: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Elaborado a partir de: IFRAH, G. **Os números**: a história de uma grande invenção. 10. ed. São Paulo: Globo, 2001. p. 310.

Essas modificações podem ser explicadas pelo fato de, naquela época, os livros serem escritos manualmente e, portanto, dependerem da caligrafia de quem os copiava. Com a invenção da imprensa moderna na Europa, por volta de 1450, os algarismos começaram a ser finalmente padronizados. Vamos estudar algumas características do sistema indo-arábico de numeração.

É um **sistema posicional**, pois um mesmo algarismo tem valores diferentes para cada posição que ocupa no número.

Considere, por exemplo, os números 52 e 25.

- No número 52, o algarismo 5 vale 5 dezenas ou 50 unidades (5×10); no número 25, ele vale 5 unidades (5×1).
- No número 25, o algarismo 2 vale 2 dezenas ou 20 unidades (2×10); no número 52, ele vale 2 unidades (2×1).

No número 2378:

- o valor posicional do algarismo 8 é 8;
- o valor posicional do algarismo 7 é 70;
- o valor posicional do algarismo 3 é 300;
- o valor posicional do algarismo 2 é 2000.

Lendo da direita para a esquerda, o primeiro algarismo de um número é chamado algarismo de **1ª ordem**; o segundo, algarismo de **2ª ordem**; o terceiro, algarismo de **3ª ordem**; e assim por diante. Isso ocorre porque:

- cada unidade de 2ª ordem vale **dez vezes** uma unidade de 1ª ordem;
- cada unidade de 3ª ordem vale **dez vezes** uma unidade de 2ª ordem;
- cada unidade de 4ª ordem vale **dez vezes** uma unidade de 3ª ordem; e assim por diante.

No número 4527, por exemplo, temos:

4527

→ algarismo de 1ª ordem → 7

→ algarismo de 2ª ordem → $2 \times 10 = 20$

→ algarismo de 3ª ordem → $5 \times 10 \times 10 = 500$

→ algarismo de 4ª ordem → $4 \times 10 \times 10 \times 10 = 4000$

ou seja: $4527 = 7 + 20 + 500 + 4000$

Como cada dez unidades de uma ordem forma uma unidade da ordem imediatamente superior, o sistema de numeração indo-arábico tem **base dez**. Por isso, esse sistema também é chamado **sistema de numeração decimal**.

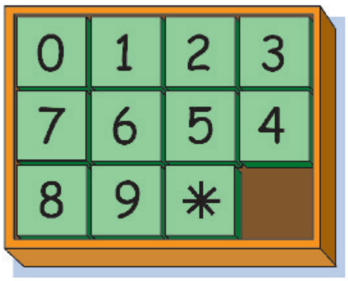
Assim, o sistema de numeração usado em quase todo o mundo atual é uma combinação de quatro características fundamentais:

- Tem **base dez**, ou seja, cada dez unidades de uma ordem forma uma unidade da ordem imediatamente superior.
- Utiliza apenas **dez símbolos**, chamados **algarismos**: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.
- É um **sistema posicional**, isto é, um mesmo símbolo representa quantidades diferentes, dependendo da posição em que se encontra no número.
- Possui um símbolo para representar o **zero**, ou seja, para representar a ausência de valores.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

5 Reúna-se com um colega e observem o brinquedo que Débora ganhou.



ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

- Que número vocês leem em cada linha?

5. 123; 7 654; 89

Nesse brinquedo, as dez fichas numeradas e a ficha ✳ só podem ser deslocadas para ocupar a casa que estiver vazia, sem pular ficha, e andar só uma posição por vez, de acordo com os comandos:

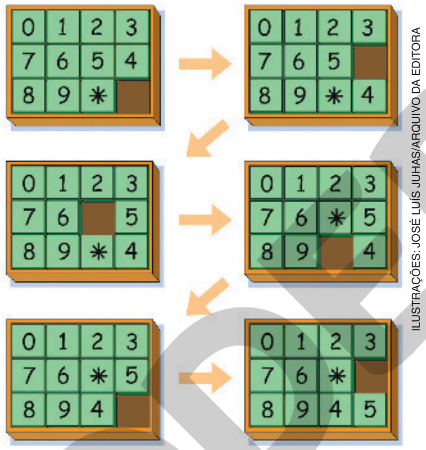
direita (→), esquerda (←), baixo (↓) e cima (↑).

Além do tabuleiro, o brinquedo tem cartelas com diferentes sequências de comandos.

Débora escolheu a cartela

↓	→	↑	←	↓

e aplicou esses comandos a partir da disposição inicial, fazendo o tabuleiro ficar assim:



ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

5. a) 50, 4; 5, 40

Após essas mudanças no tabuleiro, temos a representação dos números 123, 76 e 8 945.

a) Considerando os números das linhas do tabuleiro, qual é o valor posicional do 5 e do 4 na disposição inicial? E na final?

b) Qual é o valor posicional do 7, do 6, do 8, do 9 e do 1 na disposição inicial? E na final?

c) Partindo da disposição inicial, apliquem os comandos da cartela

5. b) 7 000, 600, 80, 9, 100; 70, 6, 8 000, 900, 100

↓	↓	→	→	→	↑	↑

e descubram quais são os números representados em cada linha.

5. c) 7 012; 8 653; 9* 4

Exercícios propostos

Este bloco de exercícios explora as principais características do sistema de numeração indo-arábico. Espera-se que também seja um norteador das dificuldades que os estudantes ainda possam ter sobre a identificação das ordens de um número nesse sistema de numeração e sobre o valor posicional dos algarismos.

No **exercício 5**, é importante notar que o brinquedo apresentado não tem por finalidade fazer o jogador observar ou compreender o valor posicional dos algarismos em um número. Entretanto, com as intervenções e os questionamentos propostos, o estudante poderá analisar o que acontece com um mesmo algarismo conforme a posição que ele ocupa em um número. Para resolver o **item a**, os estudantes precisam considerar que, inicialmente, estavam registrados os números 123, 7654 e 89. Assim, em 7654 o 4 representa 4 unidades e o 5, 5 dezenas, ou seja, têm 4 e 50 como valor posicional, respectivamente. Na posição final, esses algarismos compõem o número 8 945; logo, o valor posicional deles é 40 e 5, respectivamente.

No **item b**, inicialmente, os algarismos 7 e 6 são utilizados no número 7654, portanto o valor posicional deles é 7000 e 600, respectivamente. Os algarismos 8 e 9 compõem o número 89, portanto valem 80 e 9, respectivamente. O algarismo 1 aparece em 123 e, portanto, equivale a 1 centena, 100. Analogamente, obtêm-se os seguintes números na posição final: 123, 76 e 8 945; portanto, 7 tem valor posicional 70, 6 equivale a 6 unidades, 8 equivale a 8 000, 9 equivale a 900 e 1 equivale a 100.

A resolução do **item c** está disponível no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 1.

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 6** a **9** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 1.

Aproveite o contexto do **exercício 10** e promova uma atividade em que os estudantes brinquem com os algarismos para compor novos números de acordo com as regras indicadas anteriormente, no **exercício 5**. Incentive-os a compor o maior número possível, o menor, um número cujo valor posicional do algarismo 3 seja 300 etc.

Leitura e escrita de um número no sistema de numeração indo-arábico

Explore a leitura e a escrita de números grandes tendo como suporte as ordens e as classes no sistema de numeração indo-arábico. Espera-se que os estudantes percebam a relação entre a decomposição do número e sua leitura.

Para enriquecer, leve notícias ou imagens que contenham "números grandes" e discuta com os estudantes as diferentes maneiras de escritas que aparecem em notícias. Nestes casos, é comum aparecerem números acompanhados dos nomes das classes, como 8 milhões, 10 mil, 6,5 bilhões etc.

Após ler as notícias, proponha que escrevam os números que aparecem em cada notícia utilizando apenas algarismos. Por exemplo, se na notícia apareceu escrito 8 milhões, os estudantes registram 8 000 000 no caderno.

Ressalte que essa forma de escrita, no contexto de notícias veiculadas em mídias, torna a leitura prática.

Situações desse tipo, que ampliam o trabalho com as ordens e classes no sistema decimal, extrapolam o simples contato com dados numéricos, pois introduzem informações sobre a realidade. Se considerar adequado, solicite aos estudantes pesquisas adicionais nas quais os números naturais estejam relacionados a situações cotidianas.

6 Considere o número 5 757 e determine:

a) o valor posicional do algarismo 7 de 1ª ordem e o valor posicional do algarismo 7 de 3ª ordem; **6. a)** 7; 700

b) o valor posicional do algarismo 5 de 2ª ordem e o valor posicional do algarismo 5 de 4ª ordem. **6. b)** 50; 5 000

7 Identifique o valor posicional do algarismo 3 nos seguintes números:

a) 3 765 **7. a)** 3 000

b) 32 000 000 **7. b)** 30 000 000

8 Determine o menor e o maior número de três algarismos diferentes que se pode escrever com os algarismos 0, 5, 6, 8 e 9. **8.** 506 e 986

9 Escreva o menor número formado por 3 algarismos distintos. **9.** 102

10 ***Hora de criar*** – Desenhe um tabuleiro igual ao do **exercício 5** e invente uma disposição para as fichas. Depois, elabore uma cartela com seis comandos e passe para um colega descobrir que números ficaram nas linhas após aplicar os comandos da sua cartela. **10.** Resposta pessoal.

Leitura e escrita de um número no sistema de numeração indo-arábico

Na escrita de um número no sistema indo-arábico, os algarismos são separados em classes e cada classe é dividida em três ordens. Com isso, facilitam-se a leitura e a escrita do número.

Observe as quatro primeiras classes e suas ordens.

4ª classe (bilhões)			**3ª classe (milhões)**			**2ª classe (milhares)**			**1ª classe (unidades simples)**		
12ª ordem	**11ª ordem**	**10ª ordem**	**9ª ordem**	**8ª ordem**	**7ª ordem**	**6ª ordem**	**5ª ordem**	**4ª ordem**	**3ª ordem**	**2ª ordem**	**1ª ordem**
centenas de bilhão	**dezenas** de bilhão	**unidades** de bilhão	**centenas** de milhão	**dezenas** de milhão	**unidades** de milhão	**centenas** de milhar	**dezenas** de milhar	**unidades** de milhar	**centenas**	**dezenas**	**unidades**

Acompanhe, nos exemplos, como são lidos os números destacados. Observe também como é a decomposição (a separação em classes e ordens) de cada um deles.

a) Segundo o **Censo Escolar 2020**, o número de estudantes matriculados na Educação Básica foi de 47 295 294.

Milhões			**Milhares**			**Unidades simples**		
C	**D**	**U**	**C**	**D**	**U**	**C**	**D**	**U**
	4	7	2	9	5	2	9	4

47 295 294 (Lemos: "quarenta e sete milhões, duzentos e noventa e cinco mil, duzentos e noventa e quatro".)

$47\,295\,294 = 4 \times 10\,000\,000 + 7 \times 1\,000\,000 + 2 \times 100\,000 + 9 \times 10\,000 + 5 \times 1\,000 +$
$+ 2 \times 100 + 9 \times 10 + 4$

b) Segundo um estudo publicado em 2020 na revista científica *The Lancet*, a população mundial pode chegar a **8 800 000 000** de pessoas em 2100.

Bilhões			**Milhões**			**Milhares**			**Unidades simples**		
C	**D**	**U**	**C**	**D**	**U**	**C**	**D**	**U**	**C**	**D**	**U**
		8	8	0	0	0	0	0	0	0	0

8 800 000 000 (Lemos: "oito bilhões e oitocentos milhões".)

$8\,800\,000\,000 = 8 \times 1\,000\,000\,000 + 8 \times 100\,000\,000$

PARA SABER MAIS

Utilizando outros agrupamentos

Tique-taque, tique-taque. Relógios de parede, de pulso, de bolso, de pilha etc. Nos dias de hoje, somando os modelos novos e os antigos, caros e baratos, simples e complexos, são produzidos cerca de um bilhão de relógios por ano, em todo o mundo! [...] Olhando para um modelo tradicional, vemos que o movimento dos ponteiros tem uma **direção** (sempre para direita) e que esse movimento obedece a **ritmos** bem definidos (os segundos, os minutos e as horas). Você já deve ter estudado que precisamos de 60 segundos para formar um minuto (o ritmo do ponteiro maior), da mesma forma como precisamos de 60 minutos para formar uma hora (o ritmo do ponteiro menor). Para completar um dia inteiro, isto é, 24 horas, é preciso que o ponteiro menor percorra duas vezes (12 + 12) a sequência das horas.

Como os ponteiros de um relógio, todos os fenômenos que começam num ponto e a eles retornam, repetindo o seu movimento, formam o que chamamos **ciclos**: a sucessão do dia e da noite, as fases da Lua (crescente, cheia, minguante, nova), as estações do ano (primavera, verão, outono, inverno). [...] esses ciclos, observados na natureza, ajudaram os homens a contar a **duração** do tempo, criando medidas como o dia de 24 horas, o mês de 30 dias e o ano de 365 dias. Eles também fizeram com que muitas pessoas, em diferentes épocas e lugares, acreditassem que os acontecimentos de suas vidas e os acontecimentos da história dos povos também pudessem se repetir, exatamente como os fenômenos observados na natureza.

Fonte: TURAZZI, M. I.; GABRIEL, C. T. **Tempo e história**. São Paulo: Moderna, 2000.

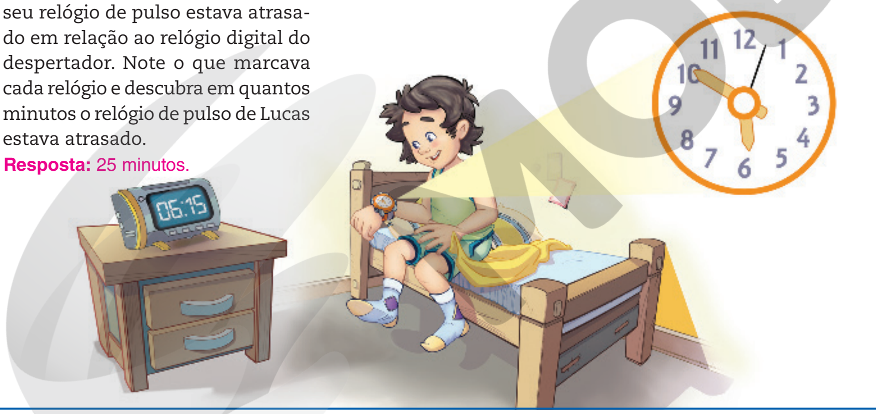
Enquanto no sistema de numeração decimal os agrupamentos são feitos sempre de 10 em 10, existem certas medidas, como as de tempo, em que são usados outros agrupamentos, como é o caso dos minutos e dos segundos.

Agora é com você! FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Em um relógio analógico (de ponteiros), cada vez que o ponteiro dos segundos dá uma volta completa, 60 segundos se passaram; o ponteiro dos minutos se movimenta de um risquinho para outro. Cada vez que o ponteiro dos minutos dá uma volta completa, 60 minutos se passaram; o ponteiro das horas se movimenta de um número para outro, indicando que mais uma hora se passou.

Ao acordar, Lucas lembrou que seu relógio de pulso estava atrasado em relação ao relógio digital do despertador. Note o que marcava cada relógio e descubra em quantos minutos o relógio de pulso de Lucas estava atrasado.

Resposta: 25 minutos.



ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

17

Para saber mais

Esta seção mostra que podemos fazer agrupamentos de outras maneiras, além dos agrupamentos de 10 em 10 característicos do sistema de numeração decimal, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA02).

Na atividade do **Agora é com você!**, os estudantes podem perceber que, enquanto o relógio de pulso de Lucas está marcando 5 h 50 min, o relógio digital do despertador marca 6 h 15 min. Assim, o relógio de pulso está atrasado em 25 min. Para chegar a esta conclusão, os estudantes devem transformar 1 h de 6 h 15 min em minutos, obtendo: 5 h 75 min. Subtraindo deste valor 5 h 50 min, obtêm-se os 25 minutos.

Para enriquecer a discussão, podem-se fazer outras perguntas aos estudantes, como: “Quando o ponteiro dos minutos se desloca 10 risquinhos, isso equivale a quantos segundos?”. (Resposta: 600 segundos.)

Exercícios propostos

Neste bloco de exercícios, os estudantes perceberão a leitura, a escrita e a representação com algarismos de números em variados contextos.

O **exercício 11**, contribui para a ampliação do conhecimento sobre os números.

Esse exercício também pode se relacionar com Geografia, oferecendo a oportunidade para discutirem, por exemplo, noções de: estimativas populacionais; diferenças regionais no Brasil quanto à ocupação do espaço, assim como o fenômeno da urbanização e sua contraposição ao mundo rural; ou ainda as diferentes esferas administrativas (municipal, estadual, federal).

No **exercício 12**, deve-se considerar o valor posicional dos algarismos para decompor os números. Assim:

a) $8 \times 100\,000\,000 + 5 \times 10\,000\,000 + 9 \times 1\,000\,000 + 5 \times 100\,000 + 6 \times 10\,000 + 4 \times 1000 + 1 \times 100 + 2 \times 1$

b) $9 \times 100\,000 + 6 \times 10\,000 + 3 \times 1000 + 8 \times 10$

c) $7 \times 1\,000\,000\,000 + 8 \times 100\,000 + 5 \times 10\,000 + 2 \times 1000 + 4 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1$

d) $2 \times 10\,000\,000\,000 + 5 \times 1\,000\,000\,000 + 9 \times 100\,000\,000$

e) $5 \times 10\,000\,000\,000 + 7 \times 100\,000\,000 + 8 \times 10\,000\,000 + 9 \times 1\,000\,000 + 5 \times 10\,000 + 2 \times 10$

f) $6 \times 10\,000\,000 + 9 \times 100\,000 + 8 \times 10\,000 + 7 \times 1000 + 6 \times 100 + 3 \times 10$

11. a) Duzentos e treze milhões, novecentos e treze mil, seiscentos e cinquenta e cinco.
11. b) Seiscentos e quarenta e nove mil, duzentos e vinte e nove.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

11 Observe algumas estimativas sobre a população brasileira segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) publicadas no dia 29 de novembro de 2021. Leia as informações e escreva por extenso os números destacados.

a) A estimativa da população brasileira era de **213 913 655** habitantes.

b) O estado menos populoso do Brasil era Roraima, com estimativa de **649 229** habitantes.

c) O número de municípios brasileiros era de **5 570**. **11. c)** Cinco mil, quinhentos e setenta.

12. As respostas deste exercício estão neste *Manual*.

12 Decomponha os números:

a) 859 564 102
b) 963 080
c) 7 000 852 456
d) 25 900 000 000
e) 50 789 050 020
f) 60 987 630

13 Utilize uma calculadora para resolver as atividades propostas.

a) Indique a sequência de teclas que devem ser apertadas para que o número 589 741 apareça no visor da calculadora.

b) Supondo que as teclas 7, 8 e 9 estejam quebradas, como você faria para obter o número 589 741 no visor?

14 Quantias em documentos (cheques, recibos de compra e venda etc.) também devem ser escritas por extenso, pois assim não podem ser alteradas. Escreva por extenso a quantia indicada no recibo a seguir.

14. Trinta e sete mil, trezentos e oitenta e cinco reais.

ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

15. a) 48 000 000

15 Represente os números em destaque escrevendo-os apenas com algarismos.

a) Em 2015, o diamante chamado "Blue Moon" foi leiloado para um comprador de Hong Kong por aproximadamente US$ **48 milhões**.

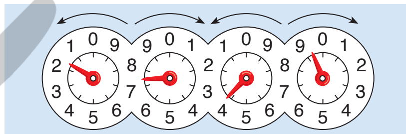
b) Na chapada do Araripe, Ceará, foram encontrados fósseis de répteis voadores que viveram cerca de **110 milhões** de anos atrás.

15. b) 110 000 000

ZULMAIR ROCHA/FOLHAPRESS

Fóssil do réptil voador *Thalassodromeus sethi*, com 4,5 m de envergadura, encontrado em 1983 na região do Araripe (Ceará).

16 A figura a seguir representa um medidor de consumo de energia elétrica. Quando o ponteiro está entre 0 e 9 (ou entre 9 e 0), ele indica o 9. Entre outros dois algarismos, sempre indica o de menor valor.

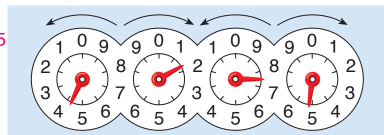


Esse medidor mostra o número 1 739.

Determine o número indicado em cada medidor.

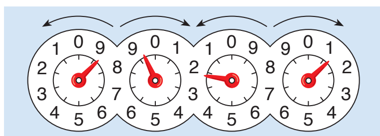
a)

16. a) 4 175



b)

16. b) 8 921



ILUSTRAÇÕES: PAULO MANZI/ARQUIVO DA EDITORA

13. a) 5 8 9 7 4 1 **13. b)** Resposta possível: Digitando, nesta sequência, as teclas 5 6 6 6 4 1 e, depois, adicionando o número 23 100.

WLAMIR MIASIRO/ARQUIVO DA EDITORA

O **exercício 13** faz o estudante ter compreensão de um dos processos que envolvem o uso da calculadora: como digitar corretamente o número solicitado e elaborar uma estratégia para resolver o **item b**. Caso os estudantes tenham dificuldades, sugerimos a resolução em duplas.

O **item b** admite mais de uma resposta, por exemplo:

- digitar, nesta sequência, as teclas 5 5 6 6 4 1 e depois adicionar o número 23 100;
- digitar as teclas 6 0 0 0 4 1 e subtrair o número 10 300.

As resoluções dos **exercícios 14** a **16** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 1.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

17 Reproduza no caderno o registro de um medidor de energia elétrica e escreva esse número por extenso. **17.** Resposta pessoal.

18 Você já conhece as quatro primeiras classes numéricas (unidades simples, milhares, milhões e bilhões) e suas ordens. A 5ª, a 6ª, a 7ª classe, e assim por diante, também recebem nomes, que são, respectivamente, trilhões, quatrilhões, quintilhões etc.

Escreva no caderno como se leem os números destacados no texto a seguir.

As distâncias entre as estrelas, os planetas etc. são muito grandes. Para medir essas distâncias astronômicas, foi criada a medida **ano-luz** (distância que a luz percorre, no vácuo, em um ano). A luz percorre, no vácuo, **300 000** quilômetros em um segundo e, em um ano, aproximadamente **9 500 000 000 000** de quilômetros. A Via Láctea é uma galáxia espiral, em cuja periferia está localizado o sistema solar em que vivemos. A distância de uma ponta a outra dessa galáxia é de **100 000** anos-luz, ou seja, aproximadamente **950 000 000 000 000 000** de quilômetros.

19 *Hora de criar* – Pesquise um texto que tenha números. Troque-o com o texto de um colega para escreverem por extenso os números que estejam escritos com algarismos e escreverem com algarismos aqueles que estejam escritos por extenso. Depois destroquem para corrigir. **19.** Resposta pessoal.

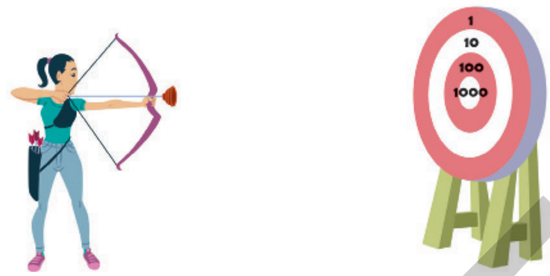
18. Trezentos mil; nove trilhões e quinhentos bilhões; cem mil; novecentos e cinquenta quatrilhões.

Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Qual é o menor número de flechas que devem ser atiradas no alvo ilustrado para marcar 2 523 pontos? E para marcar 5 223 pontos?

Pense mais um pouco...: 12 flechas; 12 flechas.



ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

3 Números naturais

Quando desejamos saber quantos objetos ou pessoas há em um grupo, estamos diante de uma situação de contagem.

ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA/ ARQUIVO DA EDITORA

Orientações: Sugira aos estudantes que respondam oralmente às questões. Para a primeira pergunta, devem considerar que cada time de futebol de campo tem 11 jogadoras titulares, mas nem todas aparecem na imagem. Também não é possível identificar torcedores na imagem, o que nos remete à necessidade de um símbolo para representar a ausência de quantidades; no caso, o zero.

- Quantas jogadoras formam um time titular de futebol de campo? Quantas torcedoras você identifica na imagem?

Exercícios propostos

No **exercício 18**, destacamos que os "números astronômicos" não fazem parte do cotidiano dos estudantes, mas aparecem como curiosidade para aqueles dispostos a buscar informações em jornais, revistas ou livros. É possível ainda aprofundar o assunto com os professores de Geografia e Ciências, que podem sugerir exemplos de "números grandes" e como são usados em suas áreas de conhecimento.

As resoluções dos **exercícios 17** e **19** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 1.

Pense mais um pouco...

Espera-se que os estudantes percebam que o número de flechas é 12 nos dois casos, assim distribuídas:

- duas flechas no 1 000, cinco no 100, duas no 10 e três no 1, para o 2 523;
- cinco flechas no 1 000, duas no 100, duas no 10 e três no 1, para o 5 223.

Após a resolução, vale solicitar aos estudantes que expliquem como chegaram às respostas, refletindo sobre:

- a necessidade da palavra "menor" no enunciado. Caso contrário, existiriam diversas possibilidades de respostas, sendo 2 523 a maior delas, no caso de todas as flechas acertarem a faixa do alvo correspondente ao número "1";
- por que existem duas respostas "12". Eles devem observar que não foi coincidência ser necessário um mínimo de 12 flechas para marcar 2 523 ou 5 223 pontos. O mesmo resultado seria válido para qualquer número de quatro algarismos cuja soma dos algarismos fosse igual a 12.

3. Números naturais

Habilidade da BNCC: **EF06MA01**.

Os estudantes têm trabalhado com os números naturais ao longo de todos os anos iniciais do Ensino Fundamental, mas aqui se apresenta uma sistematização do tema, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA01). O intuito não é tratar de conjuntos, apenas apresentar a sequência dos números naturais, já conhecida deles, nesse novo formato.

Nessa etapa, esperamos resgatar os conhecimentos que os estudantes trazem acerca da sequência dos números naturais – como saber que eles servem para indicar uma contagem – e ampliar esses conceitos – como observar que o sucessor de um número natural tem 1 unidade a mais do que o número considerado, assim como o antecessor de um número natural não nulo tem 1 unidade a menos que esse número.

Para representar as quantidades solicitadas, você deve ter utilizado alguns números. No caso, são **11** jogadoras titulares em um time de futebol de campo e **0** torcedoras na imagem.

Números como esses, que expressam o resultado de uma contagem, são chamados **números naturais**. Em ordem crescente, os números naturais formam esta sequência:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...

Essa sequência constitui o **conjunto dos números naturais**, cuja indicação é:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...\}$$

Em relação à sequência dos números naturais, podemos dizer que:

- Todo número natural tem um **sucessor**. O sucessor de um número natural é obtido somando-se 1 a esse número. Observe alguns exemplos.

  a) O sucessor de 4 é 5, pois $4 + 1 = 5$. **b)** O sucessor de 10 é 11, pois $10 + 1 = 11$.

- A sequência dos números naturais é **infinita**. Portanto, não existe o maior número natural, pois, qualquer que seja ele, sempre haverá um número sucessor.

- Todo número natural, com exceção do zero, tem um **antecessor**. O antecessor de um número natural é obtido subtraindo-se 1 desse número. Acompanhe alguns exemplos.

  a) O antecessor de 8 é 7, pois $8 - 1 = 7$. **b)** O antecessor de 1 é zero, pois $1 - 1 = 0$.

- O zero é o menor número natural.

- Dois ou mais números naturais em que um é sucessor ou antecessor do outro são chamados **números consecutivos**. Observe alguns exemplos.

  a) 5 e 6 **b)** 2, 3 e 4 **c)** 20, 21 e 22 **d)** 59, 60, 61 e 62

Comparando números naturais

O quadro a seguir mostra o número de estudantes das quatro turmas do 6º ano da Escola Jotabê.

Turma	A	B	C	D
Número de estudantes	42	38	40	38

Em que turma há mais estudantes? E em que turma há menos estudantes?

Para responder a essas perguntas, vamos estabelecer algumas relações entre o número de estudantes de cada turma.

- O número de estudantes da turma A é maior que o número de estudantes da B.
  Escreve-se: $42 > 38$.
- O número de estudantes da turma D é menor que o número de estudantes da C.
  Escreve-se: $38 < 40$.
- O número de estudantes da turma A é diferente do número de estudantes da D.
  Escreve-se: $42 \neq 38$.
- O número de estudantes da turma B é igual ao número de estudantes da D.
  Escreve-se: $38 = 38$.

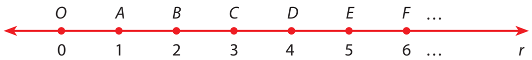
Reta numérica

Podemos representar a sequência dos números naturais associando-os a pontos de uma reta.

Para isso, tomamos a reta *r* e, sobre ela, marcamos um ponto que chamamos de *O*, fazendo-o corresponder ao número 0 (zero).

A partir de *O* e à sua direita, marcamos pontos que se distanciam um do outro sempre com a mesma medida, por exemplo, 1 centímetro.

Ao ponto *A* fazemos corresponder o número 1; ao ponto *B*, o número 2; ao ponto *C*, o número 3; e assim por diante.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Para cada número natural podemos associar um ponto da reta *r*. Essa reta é chamada **reta numérica**.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

20 Converse em grupo e responda às questões.

a) Que número natural não é sucessor de nenhum outro número natural? **20. a)** Zero.

b) O sucessor de um número natural é maior ou menor que esse número? E o antecessor de um número natural? **20. b)** Maior; menor.

c) Na sequência dos números naturais 0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., o sucessor de um número fica à esquerda ou à direita desse número? E onde fica o antecessor de um número?
20. c) À direita; à esquerda.

21 Determine:

a) o antecessor e o sucessor de 49; **21. a)** 48, 50

b) o sucessor do sucessor de 100; **21. b)** 102

c) o antecessor do antecessor de 1 201. **21. c)** 1 199

22 Determine a sequência de números indicada em cada caso.

a) Números naturais maiores que 5. **22. a)** 6, 7, 8, ...

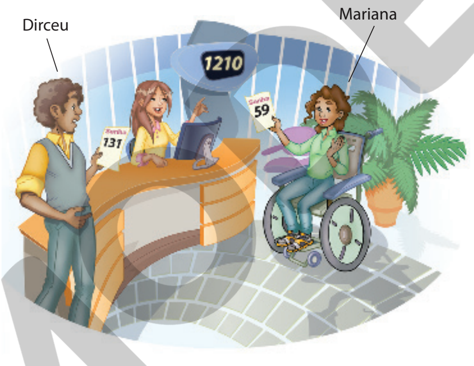
b) Números naturais menores ou iguais a 5. **22. b)** 0, 1, 2, 3, 4, 5

c) Números naturais maiores que 5 e menores que 10. **22. c)** 6, 7, 8, 9

d) Números naturais entre 5 e 10. **22. d)** 6, 7, 8, 9

e) Números naturais de 5 a 10. **22. e)** 5, 6, 7, 8, 9, 10

23 Na recepção de um laboratório, os pacientes preferenciais recebem senha com dois algarismos; os pacientes agendados recebem senha com três algarismos; e os demais recebem senha com quatro algarismos.



ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Mariana acabou de pegar a senha. Qual será a senha do próximo paciente preferencial? Qual foi a senha anterior? **23. a)** 60; 58

b) Dirceu agendou seu exame. Qual foi a senha do agendamento que o antecedeu? E a senha que o sucedeu? **23. b)** 130; 132

c) Que senha de quatro algarismos sucederá a do painel? Que senha a antecedeu?
23. c) 1 211; 1 209

Reta numérica

Retome com os estudantes o conceito de reta numérica para averiguar o que eles já conhecem. Se necessário, comente com eles sobre essa representação. Peça-lhes que registrem os elementos de algumas sequências numéricas crescentes em uma reta numérica. Eles podem trocar ideias com os colegas para fazer essas representações. Depois, valide cada uma delas com os estudantes.

Exercícios propostos

Esse bloco de exercícios explora a sequência dos números naturais e a representação na reta numérica.

Ao responder ao **item a** do **exercício 20**, os estudantes devem ter compreendido que: sucessor é o número que vem depois de outro. Como o zero é o menor de todos os números naturais, então não é sucessor de nenhum número natural.

No **item b** devem considerar que o sucessor de um número natural é sempre maior que esse número e o antecessor, é sempre menor.

Considerando o mesmo raciocínio do item anterior, no **item c**, deverão concluir que, na sequência dos números naturais o antecessor está sempre à esquerda do número, e o sucessor à direita.

Para responder ao **exercício 21** o conceito de sucessor e antecessor deve ser aplicado.

a) O antecessor de 49 é: $49 - 1 = 48$; e o sucessor de 49 é: $49 + 1 = 50$

b) O sucessor de 100 é 101. Logo, o sucessor do sucessor de 100 é o sucessor de 101, ou seja, 102. Assim, obtém-se: $(100 + 1) + 1 = 102$

c) O antecessor de 1 201 é 1 200. Logo, o antecessor do antecessor de 1 201 é o antecessor de 1 200, ou seja, 1 199. Assim, obtém-se: $(1\,201 - 1) - 1 = 1\,199$

A resolução do **exercício 22** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 1.

No **exercício 23**, pode-se conversar com os estudantes sobre cidadania, como o respeito às filas e aos processos que procuram agilizar o atendimento ao público, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 9**.

Para responder às questões propostas, os estudantes deverão analisar a ilustração. Mariana recebeu a senha preferencial 59. Dirceu é um paciente agendado pois sua senha é 131, com três algarismos. No painel, observa-se indicado 1 210, última senha chamada.

a) O próximo paciente preferencial terá senha dada por $59 + 1 = 60$, enquanto o anterior à Mariana foi o $59 - 1 = 58$.

b) A senha dada por $131 - 1 = 130$ antecedeu Dirceu, enquanto a senha que o sucedeu é dada por $131 + 1 = 132$.

c) A senha sucessora àquela no painel é dada por $1\,210 + 1 = 1\,211$, enquanto a senha que a antecedeu foi $1\,210 - 1 = 1\,209$.

Exercícios propostos

Para enriquecer o trabalho, a partir do **exercício 25**, pode-se perguntar por que os estudantes acham que as placas de numeração de casas são vendidas em algarismos separados, não em números já compostos.

Espera-se que concluam que as placas com algarismos isolados possibilitam diferentes combinações, em relação tanto à quantidade de algarismos quanto à posição que eles ocupam no número.

Outro ponto a destacar é que, quando a numeração das casas de uma rua não é aleatória, está relacionada com a distância da casa em relação ao início da rua, o que justifica o fato de casas vizinhas não terem números necessariamente sucessores ou antecessores.

As resoluções dos **exercícios 24** a **27** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 1.

Pense mais um pouco...

As resoluções das **atividades 1** a **4** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 1.

A **atividade 3** da seção solicita a reflexão sobre os procedimentos de resolução das atividades anteriores. No item **a**, os estudantes são instigados a encontrar o erro de resolução na situação apresentada. No item **b**, devem justificar os procedimentos empregados para a resolução. Essa é uma maneira significativa de conhecer e compreender processos de resolução, trocar ideias com os colegas e refinar estratégias.

Caso alguns estudantes ainda estejam registrando todas as possibilidades para então contá-las, é preciso incentivá-los a observar regularidades e a fazer generalizações.

24 Qual é o número natural que antecede o menor número de três algarismos? E qual número sucede o maior número natural de quatro algarismos? **24.** 99; 10 000

25 Paulo comprou as três plaquinhas que formam o número da casa onde ele mora.

ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Que número pode ter a casa de Paulo?

b) Para qual desses números a casa onde Paulo mora estaria mais próxima do início da rua?

25. a) 579, 597, 759, 795, 957, 975

25. b) 579

25. c) 975 **25. d)** Respostas pessoais.

25. e) Resposta pessoal.

c) Para qual número a casa onde Paulo mora estaria mais próxima do final da rua?

d) Qual é o sucessor do número do local onde você mora? Esse número coincide com o da residência de seu vizinho?

e) O número da sua residência é sucessor ou antecessor do número da residência de algum colega de sua classe?

26 Em uma folha de papel à parte, desenhe uma reta numérica e represente os números correspondentes ao dia e ao mês de seu aniversário. Depois, explique como você pensou para representar esses números.

26. A resposta depende da data de aniversário do estudante.

27 ***Hora de criar*** – Pense em um número e elabore três dicas para que um colega descubra o número em que pensou. Depois, conversem sobre as indicações elaboradas e respondam:

a) De quantas dicas o colega precisou para adivinhar o número? **27. a)** Resposta pessoal.

b) Se ele precisou de apenas uma dica para adivinhar o número pensado, modifique as dicas para que seja necessário mais de uma. **27. b)** Resposta pessoal.

Pense mais um pouco...

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Reúna-se com um colega e considerem os problemas. *Pense mais um pouco...:*

1 Em um livro de História, o capítulo sobre expansões marítimas começa na página 38 e termina na página 53. Quantas páginas tem esse capítulo? **1.** 16 páginas.

2 Quantos algarismos são usados para escrever os números naturais de 1 a 150? **2.** 342 algarismos.

3 Analisem as resoluções de Juliana e Alberto para os problemas 1 e 2.

a) Para resolver o problema 1, Juliana subtraiu 38 de 53, encontrando 15 como resposta. A resposta de Juliana está correta? Expliquem. **3. a)** Não. Ao fazer esse cálculo, Juliana desconsiderou a página 38.

b) Alberto resolveu o problema 2 da seguinte maneira:

$$\underbrace{1, 2, 3, ..., 9}_{\text{números de um algarismo}} \qquad \underbrace{10, 11, 12, ..., 99}_{\text{números de dois algarismos}} \qquad \underbrace{100, 101, 102, ..., 150}_{\text{números de três algarismos}}$$

De 1 a 9 são 9 números de um algarismo → $9 \cdot 1 = 9$

De 10 a 99 são 89 números de dois algarismos → $89 \cdot 2 = 178$ +

De 100 a 150 são 50 números de três algarismos → $50 \cdot 3 = 150$

337

Logo, para escrever os números de 1 a 150, utilizam-se 337 algarismos.

Ao resolver o problema dessa maneira, Alberto cometeu alguns erros. Que erros foram esses?

3. b) São 90 números de dois algarismos, e não 89. São 51 números de três algarismos, e não 50.

4 Agora, resolvam o problema a seguir explicando os procedimentos empregados.

Ao fazer uma pesquisa na internet, Ana precisa imprimir algumas páginas de um documento. Sabendo que o assunto de interesse de Ana começa na página 37 e termina na página 75, descubram quantas páginas ela precisa imprimir. Em seguida, calculem quantos algarismos são necessários para numerar essas páginas. **4.** 39 páginas; 78 algarismos.

Aproveite a **atividade 4** para orientar os estudantes quanto à utilização da internet para pesquisas, enfatizando a necessidade de consultarem *sites* que contenham informações fidedignas (como aquelas que pertençam a universidades, órgãos governamentais, bibliotecas, museus etc.).

Explique-lhes que os materiais selecionados por eles vão auxiliá-los na elaboração de seus trabalhos. Ressalte, porém, que qualquer material de consulta (enciclopédias, *sites*, revistas etc.) não deve ser simplesmente reproduzido, pois é importante produzirem textos com suas próprias palavras, com base nas informações obtidas na pesquisa. Além disso, esclareça que o uso desses materiais geralmente é regulamentado por leis de direitos autorais, que protegem a propriedade intelectual.

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

Lendo embalagens

Você já reparou que quase todos os produtos industrializados que usamos no dia a dia estão em uma embalagem que contém informações ou um rótulo?

Na embalagem, você pode identificar o produto e o código de barras dele. Pode saber a data de validade, o lote, o tipo de embalagem, a medida da massa etc.

Pode também ter orientações de uso ou de preparo e informações sobre o destino a ser dado à embalagem, quando ela é reciclável.

4. b) Depende da data em que o exercício for realizado.
4. c) Não. Significa a medida da massa apenas do produto, sem a embalagem.
4. d) 7894098123463
4. f) Significa que a caixinha pode ser reciclada.

ALEX ARGOZINO/ARQUIVO DA EDITORA

Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Nome: Café Confete; Café torrado e moído; embalado a vácuo; medida da massa 500 g; Lote 43 7H; Validade 20/10/27; código de barras 7891234567895; Modo de preparo: 4 colheres (sopa) com o pó de café para 1 litro de água quente; a embalagem é reciclável.

1 Que informações é possível identificar nessa embalagem?

2 Além das informações que você identificou, que outras podem estar nas faces não visíveis na imagem da embalagem? **2.** Resposta pessoal.

3 Você costuma prestar atenção nas informações contidas em embalagens? Entre as informações apresentadas, a falta de alguma pode impedir a aquisição de um produto? Em caso afirmativo, qual? **3.** Respostas pessoais. Espera-se que os estudantes indiquem que a ausência da informação relacionada à validade de um produto alimentício deve ser um impeditivo para a aquisição dele.

4 Camila gosta de chá de camomila. Observe o rótulo da caixinha deste chá.

Nos rótulos dos produtos há muitas informações dadas por números. **4. a)** 10 saquinhos.

a) Quantos saquinhos há na caixa de chá?
b) Esse produto já está vencido? Por quê?
c) “Peso líquido” quer dizer o peso do líquido?
d) Qual é o número do código de barras?
e) SAC significa Serviço de Atendimento ao Consumidor. Se alguém precisar falar com o fabricante, para qual número de telefone deve ligar? **4. e)** 080017270079
f) O que significa o desenho ao lado do código de barras? Reproduza-o no caderno.

ALEX ARGOZINO/ARQUIVO DA EDITORA

23

Trabalhando a informação

Nesta seção, o estudante deve ser instruído a ler e assimilar o conteúdo de rótulos de embalagens de produtos do seu cotidiano. Pode-se pedir aos estudantes que tragam embalagens de sua casa, que não possibilitem algum risco no transporte tais como vidro ou objetos cortantes, para uma primeira explanação. Essa explanação permitirá que desenvolvam com confiança as próximas atividades.

Inicialmente sugerimos conhecer os dados disponíveis. Os estudantes poderão citar quais informações estão disponíveis na sua embalagem, e a que se referem: quantidade de produto, informações nutricionais, dosagens de preparo, código de barras etc.

Posteriormente, podem-se levantar questões como: para que servem essas informações? Por que essas informações são disponibilizadas na embalagem e qual é a importância delas?

Espera-se que os estudantes deem como respostas que, se a embalagem é reciclável, eles podem destiná-la para o local de reciclagem, ou que as informações nutricionais podem influenciar os estudantes à compra desse produto.

Agora quem trabalha é você!

As sugestões dadas ao professor para trabalhar com embalagens trazidas pelos estudantes darão embasamento ao estudante para responder à **atividade 2**.

Ao trabalhar com a **atividade 3** e refletir sobre as informações que devem estar contidas em embalagens, em especial o prazo de validade, contribui-se para o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **educação para o consumo**.

Na **atividade 4**, alguns estudantes podem ter dificuldades em responder ao **item c**. Neste caso, solicite-lhes que façam uma pesquisa sobre o termo na internet ou com algum familiar para que compreendam o significado de “Peso líquido”.

Ao identificarem o significado do símbolo de reciclagem pedido no **item f**, pergunte a eles se já tinham reparado neste símbolo em embalagens de produtos que costumam comprar e sobre qual o benefício de embalagens recicláveis para o meio ambiente.

Exercícios complementares

Nesta seção, são oferecidas novas oportunidades para os estudantes retomarem e aplicarem os principais conceitos tratados no capítulo.

O **exercício 3** pode ser enriquecido solicitando aos estudantes que formulem novas perguntas, com mais de uma solução ou sem solução, com base no mesmo enunciado, por exemplo:

- Qual será o número se ele for par? (Poderá ser 42 ou 84.)
- Qual será o número se ele for maior que 10? (Poderá ser 21, 42, 63 ou 84.)
- Qual será o número se ele terminar em 5? (Impossível, porque, nesse caso, o algarismo das dezenas seria “10”.)
- Qual será o número se ele for maior que 90? (Impossível, já que o algarismo das dezenas será necessariamente o 9, e a metade de 9 não é um número natural.)

Como os estudantes já foram desafiados com problemas sobre numeração de páginas, o **exercício 5** é um momento oportuno para verificar se ainda há dificuldades na generalização de regularidades, isto é, se alguns deles ainda precisam registrar cada um dos números e contá-los para chegar à resposta final. Uma possibilidade de trabalho, nesse caso, é formar grupos misturando os que apresentaram facilidade nas generalizações com aqueles que ainda têm dificuldade nesse raciocínio.

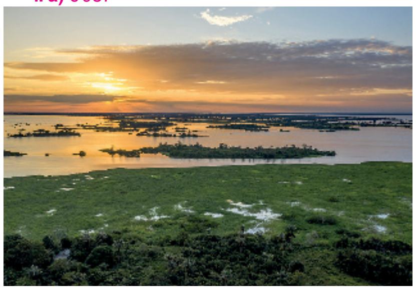
EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Usando os algarismos indo-arábicos, escreva os números que aparecem por extenso nas informações.

a) O rio Amazonas mede seis mil, novecentos e trinta e sete quilômetros de comprimento.
1. a) 6 937

MARCOS AMEND/PULSAR IMAGENS



Vista aérea do rio Amazonas, em Parintins (Amazonas). (Fotografia de 2019.)

b) Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a população estimada da cidade de Belo Horizonte (MG), em 2021, era de dois milhões, quinhentos e trinta mil, setecentos e um habitantes.
1. b) 2 530 701

2 Considere os seguintes cartões:

1	6	7

Colocando os três cartões um ao lado do outro, de todos os modos possíveis, obtemos a representação de seis números naturais. Determine:

a) o maior número encontrado; **2. a)** 761
b) o menor número encontrado; **2. b)** 167
c) o menor número que começa com o algarismo 7; **2. c)** 716
d) o maior número que começa com o algarismo 6. **2. d)** 671

3 Um número tem dois algarismos. O algarismo das dezenas é o dobro do algarismo das unidades.
3. a) 21
a) Qual será o número se ele for menor que 40?
b) Qual será o número se ele for maior que 70?
3. b) 84

4 Considerando os algarismos 0, 0, 0, 1, 2, 2, 3, responda:

a) Qual é o menor número que pode ser formado? **4. a)** 1 000 223
b) Qual é o maior número que pode ser formado? **4. b)** 3 221 000

5. a) 660 algarismos.

5 Arlete fez um trabalho com 256 páginas. Numerou as páginas começando pelo 1.

a) Quantos algarismos ela escreveu?
b) Quantas vezes ela escreveu o algarismo 2?
5. b) 113 vezes.

6 Lúcia escreveu todos os números de dois algarismos; Paula escreveu todos os números de dois algarismos distintos (diferentes); Rogério escreveu todos os números pares de dois algarismos; e Renato escreveu todos os números pares de dois algarismos distintos. Nos cartões coloridos a seguir, aparecem as quantidades de números que cada um escreveu.

41	45	81	85	90	95

Descubra qual é o cartão de cada um.
6. Lúcia – 90; Paula – 81; Rogério – 45; Renato – 41.

7 No Brasil, o dinheiro já teve vários nomes. Em julho de 1993, chamava-se cruzeiro. Nesse mês, o presidente Itamar Franco editou uma medida provisória criando o cruzeiro real: a quantia de 1 000 cruzeiros passou a valer 1 cruzeiro real. Assim, um salário de 4 750 000 cruzeiros, que era pouco mais de um salário mínimo, passou para 4 750 cruzeiros reais, ou seja, foram tirados três zeros do número anterior.

BANCO CENTRAL DO BRASIL

Nota de 500 000 cruzeiros.

a) Nesse salário, qual é o valor posicional do algarismo 7 antes da medida provisória? E depois? **7. a)** 700 000; 700
b) Nesse salário, qual é o valor posicional do algarismo 4 depois da medida provisória? E antes? **7. b)** 4 000; 4 000 000
c) Pesquise, com algum adulto da família que tenha vivido nessa época (pais, tios, avós ou vizinhos), essas mudanças. Pergunte que estratégias usavam para fazer cálculos cotidianos com números grandes, como o representado na cédula, e se essa mudança, a diminuição de três zeros, trouxe benefícios para as pessoas.
7. c) Resposta pessoal.

24

Ao trabalhar com o **item c** do **exercício 7**, você poderá discutir com a classe a razão pela qual, em 1993, houve corte de três zeros na moeda nacional, destacando aspectos como a dificuldade na comunicação pelo uso de números muito grandes até para representar preços de produtos básicos, como café e feijão. Outras informações devem ser coletadas pelos estudantes ao fazerem a pesquisa com um adulto conhecido. Solicite a eles que compartilhem com a classe o resultado coletado promovendo reflexões sobre a mudança ocorrida. Assim, ao fazerem essa pesquisa e compartilhar com os colegas, contribui-se para o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **vida familiar e social**.

As resoluções dos **exercícios 1** a **7** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 1.

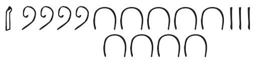
VERIFICANDO

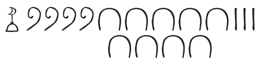
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 O número 1 493 pode ser representado nos sistemas de numeração romano e egípcio, respectivamente, por: 1. Alternativa **d**.

a) MCCCCXCIII e 

b) MDCXCIII e 

c) MCDCXIII e 

d) MCDXCIII e 

2 O valor posicional do algarismo 8 no número 1 085 750 é: 2. Alternativa **c**.

a) 800.
b) 8 000.
c) 80 000.
d) 800 000.

3 No número 95 796, o algarismo 7 vale 3. Alternativa **c**.

a) sete unidades.
b) setenta unidades.
c) setecentas unidades.
d) sete mil unidades.

4 A escrita por extenso do número 1 050 650 001 é: 4. Alternativa **c**.

a) um milhão, cinquenta mil, seiscentos e cinquenta e um.
b) um bilhão, cinquenta milhões, seiscentos e cinquenta e um.
c) um bilhão, cinquenta milhões, seiscentos e cinquenta mil e um.
d) cento e cinquenta milhões, seiscentos e cinquenta e um.

5 Identifique uma das características do sistema de numeração indo-arábico. 5. Alternativa **d**.

a) É composto de mais de 10 símbolos.
b) É um sistema de base um.
c) Não é um sistema posicional.
d) Possui um símbolo para representar o zero.

6 O sucessor de 1 099 099 é: 6. Alternativa **b**.

a) 1 099 010.
b) 1 099 100.
c) 1 100 000.
d) 1 100 100.

7 O menor número formado com todos os algarismos das fichas, sem repeti-los, é: 7. Alternativa **b**.

0 2 9 5

a) 295.
b) 2 059.
c) 2 095.
d) 2 590.

8 A sequência dos números naturais maiores que 10 pode ser indicada por: 8. Alternativa **d**.

a) {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
b) {10, 11, 12, 13, 14, ...}
c) {10, 20, 30, 40, 50, ...}
d) {11, 12, 13, 14, 15, ...}

9 Considere a reta numérica representada a seguir.

Podemos associar aos pontos A e B, respectivamente, os números: 9. Alternativa **c**.

a) 40 e 110.
b) 50 e 120.
c) 60 e 110.
d) 70 e 120.

Organizando

Vamos organizar o que você aprendeu neste capítulo? Para isso, responda às questões.
Organizando: as respostas a estas questões estão neste *Manual*.

a) Que características você pode destacar de cada sistema de numeração estudado?
b) O sistema de numeração que usamos atualmente é denominado sistema de numeração decimal. Essa nomenclatura foi atribuída a ele devido a uma de suas características. Que característica é essa? Que outras características você aprendeu sobre esse sistema de numeração?
c) Em que situações você usa os números naturais? Cite dois exemplos.
d) Como você explicaria a um colega o significado de sucessor e antecessor de um número natural?
e) Que símbolos você usa para comparar números?
f) Ao representar números em uma reta numérica, eles precisam obedecer a alguma regra em relação à medida da distância?
g) Você aprendeu que as embalagens dos produtos processados trazem informações sobre ele. Justifique a necessidade de haver essas informações.

Verificando

Esses exercícios são mais uma oportunidade para o estudante validar o entendimento do conteúdo estudado neste capítulo.

As resoluções dos **testes 1** a **9** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 1.

Organizando

Incentive os estudantes a organizarem seu aprendizado no caderno, fazendo resumos, mapas conceituais ou aplicando destaques em conceitos importantes.

As questões propostas têm como objetivo fazer com que os estudantes retomem os conteúdos aprendidos no capítulo e que reflitam sobre algumas temáticas.

a) Resposta pessoal. Sugestões: egípcio: cada símbolo pode ser repetido até nove vezes e não é posicional; romano: é posicional, pois a ordem de representação dos símbolos deve ser respeitada; indo-arábico: sistema de base 10, é posicional, há um símbolo para representar o zero.

b) O sistema de numeração indo-arábico tem base dez. É, também, um sistema posicional e tem símbolo para representar o zero.

c) Resposta pessoal. Exemplos de resposta: para identificar o dia do mês, para saber a pontuação em um jogo, para contar o total de acertos em uma prova, para identificar o número do telefone de um colega etc.

d) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes tenham compreendido que o antecessor de um número natural é o número natural que vem imediatamente antes, e o sucessor, o que vem imediatamente depois.

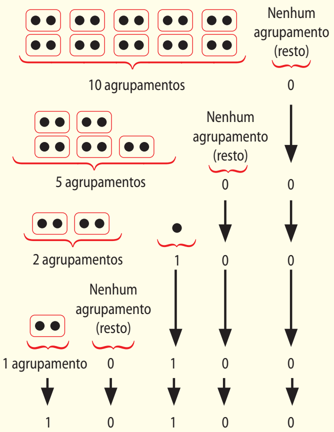
e) $>$, $<$ e $=$.

f) A partir do 0, a medida da distância entre um número **x** e seu sucessor deve ser igual à medida da distância entre esse número **x** e seu antecessor.

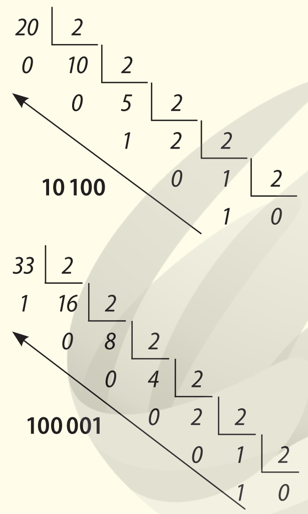
g) Espera-se que os estudantes comentem que é um direito do consumidor conhecer os ingredientes e nutrientes presentes nos produtos processados.

Diversificando

A seção apresenta o sistema binário. Uma das maneiras de fazer a atividade do **Agora é com você!** é por meio de figuras, distribuindo os agrupamentos. Observe como isso pode ser feito para o caso do número 20:



Outra maneira de fazer a atividade é por meio de divisões sucessivas por 2, o que consiste em: dividir o número escrito na base decimal e os seus quocientes por 2, até que o quociente em uma das divisões seja zero. O número binário procurado é o obtido pelos restos na ordem inversa dessas divisões. Veja esse procedimento para os números 20 e 33:



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Ao explorar o conceito de sistema binário, que é utilizado por computadores, contribui-se para o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **ciência e tecnologia** e da habilidade (EF06MA02).

DIVERSIFICANDO

Quando a base é outra

Você já aprendeu que o sistema de numeração que usamos atualmente tem base decimal, ou seja, tem base dez.

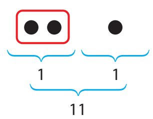
Vamos ver agora como funciona um sistema de numeração um pouco diferente do nosso, um sistema de base dois – o **sistema binário**. Em vez de usar dez símbolos diferentes, esse sistema usa apenas dois símbolos: 0 e 1.

O sistema binário de numeração é amplamente utilizado por *hardware* de computadores, pois opera em níveis lógicos de tensão, associados aos números zero e 1.

Observe no quadro e nas ilustrações a seguir como escrevemos alguns números nesse sistema.

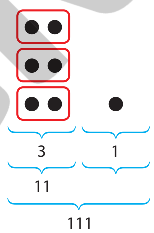
Números na base 10	Números na base 2
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
⋮	⋮

- Número 3:



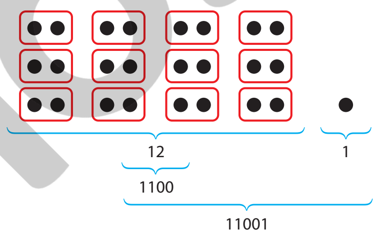
O número 3, na base dez, é escrito como 11 na base dois.

- Número 7:



O número 7, na base dez, é escrito como 111 na base dois.

- Número 25:



O número 25, na base dez, é escrito como 11001 na base dois.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Agora é com você! FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Escreva os números 20 e 33, que estão na base dez, na base binária. **Resposta:** 20 → 10100; 33 → 100001

Capítulo 2 Operações com números naturais

a) 72 medalhas.

b) O atletismo conquistou 28 medalhas (8 + 9 + 11 = 28). E a natação conquistou 23 medalhas (8 + 5 + 10 = 23).

Observe, leia e responda no caderno.

a) No total, quantas medalhas foram conquistadas pela delegação brasileira em 2020?

b) E quantas foram as medalhas conquistadas pelo atletismo? E pela natação?

c) Você conhece algum atleta medalhista dessa competição? Faça uma pesquisa e apresente o resultado aos colegas e professor. **c)** Resposta pessoal.

CARMEN MANDATO/GETTY IMAGES

Silvania Costa de Oliveira recebendo sua medalha de ouro no salto em distância feminino (categoria T1) nos Jogos Paralímpicos de Tóquio de 2020, no dia 27 de agosto de 2021 em Tóquio, Japão.

Os Jogos Paralímpicos de Tóquio 2020, que ocorreram no período de 24 de agosto de 2021 a 5 de setembro de 2021, apresentaram exemplos de superação e humanismo. A delegação do Brasil, além de bater seu recorde de medalhas de ouro, igualou seu melhor desempenho histórico conquistado nos Jogos Paralímpicos do Rio 2016. No total, a delegação brasileira conquistou 22 medalhas de ouro, 20 de prata e 30 de bronze. As medalhas foram obtidas em 14 modalidades das 20 em que o Brasil teve atletas inscritos.

O atletismo foi a modalidade que mais garantiu medalhas ao Brasil em Tóquio. Foram 8 de ouro, 9 de prata e 11 de bronze.

Capítulo 2 - Operações com números naturais

Os objetivos deste capítulo e suas justificativas, as indicações das habilidades e competências específicas da Matemática (BNCC), além de outras informações, estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas.

Este capítulo amplia os conhecimentos sobre números naturais do capítulo anterior e aprofunda o estudo das operações feito nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Associamos as operações a situações cotidianas e mostramos seus diferentes significados. Também damos sentido às expressões numéricas vinculando-as a situações-problema. Iniciamos ainda o trabalho mais formal com a leitura e a interpretação de gráficos de colunas e de barras.

Ao explorar a situação presente na abertura aproveite para conversar com os estudantes sobre a inclusão e o papel de cada pessoa na sociedade. É importante que compreendam que a inclusão social é um processo que depende de uma sociedade livre de estereótipos e preconceitos, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 9** e do Tema Contemporâneo Transversal **educação em direitos humanos**. Comente que os Jogos Paralímpicos são o maior evento esportivo mundial envolvendo pessoas com deficiência, que ocorre há pelo menos cem anos. Mais informações sobre a história desses jogos podem ser obtidas em: REDE do esporte. Disponível em: http://rededoesporte.gov.br/pt-br/megaeventos/paraolimpiadas/historia. Acesso em: 21 abr. 2022.

No texto que acompanha a imagem, apresentamos informações sobre a delegação brasileira na disputa por medalhas em Tóquio. Com base nas informações, os estudantes devem responder às questões propostas para verificar a compreensão deles em relação à resolução de problemas de adição com números naturais.

Mais informações sobre a quantidade de medalhas obtidas nos Jogos Paralímpicos podem ser obtidas em: COMITÊ Olímpico Brasileiro. Disponível em: https://www.cpb.org.br/competicoes/jogosparalimpicos?onmouseover=closeSubMenu%28%29&onfocus=closeSubMenu%28%29. Acesso em: 21 abr. 2022.

Sugestão de leitura

Sugerimos a leitura do artigo:

MARQUES, RENATO F. R. A contribuição dos Jogos Paralímpicos para a promoção da inclusão social: o discurso midiático como um obstáculo. **Revista USP**, [*S. l.*], n. 107, p. 87-96, 2015. DOI: 10.11606/issn.2316-9036.v0i107p87-96. Disponível em: https://www.revistas.usp.br/revusp/article/view/118243. Acesso em: 21 abr. 2022.

Neste artigo o autor propõe uma reflexão a respeito da maneira como atletas paralímpicos são retratados pela mídia durante os Jogos Paralímpicos e o produto dessa forma de interação com os espectadores. Conclui-se que os atletas querem ser reconhecidos como pessoas produtivas e eficientes assim como qualquer outro cidadão.

1. Adição

Habilidade da BNCC:
EF06MA03.

Neste tópico ampliamos o trabalho com a habilidade (EF06MA03) ao retomar as ideias de adição com números naturais, conceito estudado ao longo dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Para retomar e ampliar a operação de adição, mantivemos o contexto da abertura apresentando um texto sobre o nadador brasileiro Daniel Dias, que se consagrou nos Jogos Paralímpicos do Rio, em 2016, o maior medalhista da natação paralímpica da história da competição e manteve esse título nos Jogos Paralímpicos de Tóquio, 2020. Na adição que resulta o total de medalhas desse nadador, os estudantes retomam o significado de **juntar** associado a essa operação.

Se possível, peça aos estudantes que levem para a sala de aula calculadoras simples a fim de explorarem um pouco esse recurso em situações de adição.

Proponha aos estudantes novas situações que envolvam os significados de acrescentar ou juntar da adição para identificarem e resolverem, com ou sem o uso de calculadora. Em cada uma das adições efetuadas, retome com eles o significado de parcelas e soma em uma adição.

Sugestão de leitura

Para enriquecer o trabalho com números naturais e suas operações, sugerimos o livro:

PIRES, C. M. C. **Números naturais e operações**. São Paulo: Melhoramentos, 2013.

Neste livro a autora propõe uma reflexão sobre os caminhos percorridos no ensino de números e operações, retomando aspectos históricos e diferentes abordagens didáticas.

1 Adição

Nos Jogos Paralímpicos de Tóquio 2020, a delegação brasileira conquistou 8 medalhas de ouro a mais do que nos Jogos Paralímpicos do Rio 2016, quando ficou com 14 dessas medalhas. A natação obteve seu melhor desempenho em toda a história dos jogos, com 8 medalhas de ouro, 5 de prata e 10 de bronze.

Em 2021, o nadador Daniel Dias foi eleito membro do Conselho dos Atletas do Comitê Paralímpico Internacional (IPC, na sigla em inglês). Nas quatro edições das Paralimpíadas em que competiu, conquistou 14 medalhas de ouro, 7 de prata e 6 de bronze.

ALEX DAVIDSON/INTERNATIONAL PARALYMPIC COMMITTEE/GETTY IMAGES

Nos Jogos Paralímpicos de Tóquio 2020, Daniel Dias continuou sendo o maior medalhista brasileiro da história das Paralimpíadas. (Fotografia de 2021.)

Com base nas informações apresentadas, podemos descobrir, por exemplo, o total de medalhas conquistadas pelo nadador Daniel Dias nos Jogos Paralímpicos ao longo de sua carreira. Para isso, basta **juntarmos** as quantidades de medalhas de ouro, prata e bronze:

$$\underbrace{\underset{\text{de ouro}}{\overset{\text{Medalhas}}{14}} + \underset{\text{de prata}}{\overset{\text{Medalhas}}{7}} + \underset{\text{de bronze}}{\overset{\text{Medalhas}}{6}}}_{\textbf{parcelas}} = \underbrace{\overset{\text{Total de medalhas}}{27}}_{\textbf{soma}}$$

Portanto, Daniel manteve-se recordista com 27 medalhas nos Jogos Paralímpicos de Tóquio.

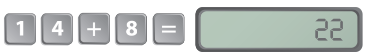
Na calculadora, fazemos essa adição da seguinte maneira:

NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Com os dados apresentados, podemos obter também outras informações. Se quisermos saber, por exemplo, a quantidade de medalhas de ouro conquistadas pelo Brasil nos Jogos Paralímpicos de Tóquio, devemos **acrescentar** à quantidade de medalhas de ouro conquistadas nos Jogos do Rio (14) a quantidade de medalhas conquistadas **a mais** em Tóquio (8):

$$\underbrace{\overset{\text{Quantidade de medalhas de ouro conquistadas no Rio}}{14} + \overset{\text{Quantidade de medalhas de ouro conquistadas a mais em Tóquio}}{8}}_{\textbf{parcelas}} = \underbrace{\overset{\text{Total de medalhas de ouro conquistadas em Tóquio}}{22}}_{\textbf{soma}}$$

Em uma calculadora, fazemos essa adição da seguinte maneira:



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

As ideias de **juntar** e **acrescentar** quantidades estão relacionadas à operação de **adição**.

5. Não, pois o menor número natural maior que 3 é 4, e, como 4 + 4 = 8, a soma é maior que 7.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Uma piscina está com 35 750 litros de água. Colocando-se outros 12 250 litros, ela ficará cheia. Quantos litros de água cabem nessa piscina? **1.** 48 000 litros.

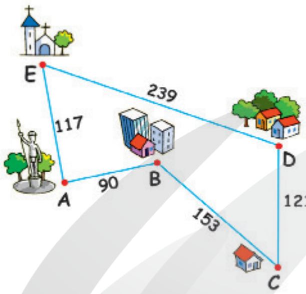
2 Dados dois números naturais, em que um é menor que 3 e o outro é menor que 5, é possível a soma deles ser 6? Justifique sua resposta com um exemplo.
2. Sim, pois: 2 + 4 = 6, em que 2 < 3 e 4 < 5.

3 Segundo estimativa do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), estimada em 2021, o estado do Maranhão, sem considerar a capital, São Luís, tinha 6 052 794 habitantes. Quantos habitantes tinha todo o estado do Maranhão, se São Luís tinha 1 115 932 habitantes? **3.** 7 168 726 habitantes.


ALEX TAUBER/PULSAR IMAGENS

Vista de drone do centro histórico de São Luís, Maranhão. (Fotografia de 2020.)

4 Na ilustração a seguir, está representada a distância rodoviária, em quilômetro, entre as cidades A, B, C, D e E.



JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

(Representação esquemática sem proporção.)

Quantos quilômetros percorre um automóvel que vai de: **4. a)** 364 quilômetros.

a) A até D passando por B e C?
b) A até D passando por E? **4. b)** 356 quilômetros.
c) A até D passando por B e voltando até C? **4. c)** 485 quilômetros.
d) B até E passando por D?
4. d) 513 quilômetros.

5 É possível que a soma de dois números naturais maiores que 3 seja 7? Justifique.

6 Patrícia vai de ônibus para a escola. A viagem de ônibus dura cerca de 25 minutos e ela ainda caminha mais 11 minutos a pé. Se ela pegar o ônibus às 7 horas e 10 minutos, a que horas ela deve chegar à escola? **6.** Patrícia deve chegar à escola às 7 horas e 46 minutos.

TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

7. a) 58 216 pessoas; 69 141 pessoas.

7 Durante a decisão de um campeonato de futebol, foram realizadas duas partidas. Na primeira, o público pagante foi de 54 321 pessoas, e o público não pagante foi de 3 895 pessoas. Na segunda partida, a quantidade de pessoas aumentou: os pagantes foram 63 247 pessoas, e os não pagantes, 5 894 pessoas. Use uma calculadora para responder às questões a seguir.

a) Quantas pessoas compareceram à primeira partida? E à segunda?
b) Qual é o total de pessoas que assistiram a esses jogos? **7. b)** 127 357 pessoas.

8 Escreva no caderno todos os números com três algarismos distintos usando os algarismos 2, 5 e 7. Use uma calculadora para determinar a soma desses números.
8. 257, 275, 527, 572, 725 e 752; 3 108

9 Quero adicionar um número de um algarismo a um número de dois algarismos.

a) Para obter a soma 100, que pares de números posso escolher?
b) E para obter a soma 108? E para obter a soma 109?

10 Descubra uma maneira de determinar a soma 1 893 + 5 794 usando a calculadora, sabendo que a tecla 8 está quebrada.
10. Resposta possível: 1 493 + 400 + 5 794

11 *Hora de criar* – Em duplas, cada integrante vai elaborar um problema sobre adição com números naturais. Troquem de caderno para um resolver o problema do outro. Depois, destroquem para corrigi-los. **11.** Resposta pessoal.

9. a) 1 e 99; 2 e 98; 3 e 97; 4 e 96; 5 e 95; 6 e 94; 7 e 93; 8 e 92; 9 e 91
9. b) Para obter 108, é possível escolher apenas o par 9 e 99. Para obter 109, nenhum par é possível.

situação-problema que apresente dados suficientes para responder a uma pergunta. Pode-se fazer um compilado dos problemas elaborados e propor aos estudantes que os resolvam em grupos, de modo a auxiliar os estudantes que tiverem dificuldades com o conteúdo estudado.

Esse exercício permite propor aos estudantes comparações entre os aspectos comuns e os divergentes do cotidiano deles, valorizando a contextualização. A escrita na aula de Matemática exerce papel importante na aprendizagem, pois os faz repensar e aprofundar os textos que produziram, registrar suas reflexões, percepções e o que descobriram sobre um conceito ou mesmo sobre uma situação vivida.

Para o professor, a produção escrita dá não apenas uma boa noção do que a turma aprendeu sobre o que foi desenvolvido nas aulas, mas também permite avaliar como os estudantes expressam suas ideias.

Exercícios propostos

Os exercícios propostos têm o objetivo de explorar as ideias da adição, juntar e acrescentar, em diferentes contextos.

As resoluções dos **exercícios 1** a **8** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

Nos **exercícios 7** e **8** propomos o uso da calculadora para alguns cálculos. Aproveite esse momento para verificar se os estudantes fazem o uso correto desse instrumento reconhecendo a funcionalidade das diferentes teclas. Se considerar adequado, proponha que o cálculo seja realizado por meio do algoritmo usual e que a calculadora seja usada para conferência.

No **exercício 9**, o estudante precisará compreender que o enunciado restringe os números que podem ser parcelas da adição, já que um deles deverá ter um algarismo e o outro, dois algarismos. Como existem apenas dez números de um algarismo (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9), para o **item a**, uma das possibilidades é testar cada um desses números para, então, encontrar seu par, observando que apenas o número zero não pode ser usado, pois teríamos 0 + 100, ou seja, uma das parcelas teria três algarismos. No **item b**, a única possibilidade de obter soma 108 é usar o maior número de um algarismo, ou seja, o número 9, para obter a seguinte adição: 99 + 9 = 108. No entanto, mesmo usando o maior número de um algarismo, não é possível obter a soma 109.

No **exercício 10**, para determinar 1893 + 5794, é preciso encontrar uma maneira de incluir a parcela 800 sem utilizar o algarismo 8. Essa parcela pode ser obtida, por exemplo, pela adição 400 + 400; logo, é possível escrever: 1493 + 400 + 5794. Incentive os estudantes a encontrarem outras decomposições para obter o número 800, chame alguns para ir até a lousa e escrever uma opção de resposta, desse modo, os estudantes perceberão que o exercício admite mais de uma resposta e ampliarão o repertório de estratégias de resolução do problema.

O **exercício 11** tem como objetivo fazer com que os estudantes reflitam sobre o que aprenderam e que consigam elaborar uma

Para saber mais

A seção constitui uma oportunidade para conversar com os estudantes sobre o uso de estimativas em diferentes situações cotidianas. Pergunte a eles se já fizeram uso deste recurso em alguma situação, por exemplo, para saber se o dinheiro disponível permitiria a compra de determinado produto ou para saber se acertou o resultado de uma operação proposta em uma atividade escolar.

É importante reforçar aos estudantes que, apesar do grande uso cotidiano de cálculos exatos, muitos deles com o uso de calculadora, diversas situações do dia a dia podem ser resolvidas por cálculos aproximados. Solicite a eles que deem exemplos de situações nas quais é comum fazer uso de estimativas.

Na resolução das atividades do **Agora é com você!**, perceba se ao fazerem o arredondamento, os estudantes fazem uso do cálculo mental como estratégia, uma vez que o arredondamento facilita os cálculos solicitados.

Na primeira atividade, a enfermeira do posto de saúde tinha a intenção de obter um número aproximado do total de vacinas. Para isso, fez arredondamento dos números para 600, 1600 e 700, chegando ao total de 2900. Com os arredondamentos, o resultado é suficiente para atender a algumas situações, por exemplo:

- saber se o total de vacinas é aproximadamente suficiente para atender aos usuários esperados naquele posto, tomando como base a quantidade média diária de atendimentos;
- conferir o custo aproximado de todas as vacinas, conhecendo seu preço unitário.

Aproveite a temática da atividade para conversar com os estudantes sobre a importância da vacinação para a saúde individual e como estratégia de saúde pública. Comente que a vacinação funciona como controle e prevenção de muitas doenças, que ao optarem por não se vacinar, os indivíduos colocam em risco sua saúde e a da comunidade. Conversas como essas contribuem para o trabalho com os Temas Contemporâneos Transversais **saúde** e **vida familiar e social**.

PARA SABER MAIS

Arredondar para fazer estimativas

Conhecer o valor exato de uma contagem nem sempre é tão importante. Em relação à população de um país, por exemplo, se dissermos que ela é de 169 799 170 ou de 170 milhões, não estaremos mudando a ideia da quantidade de habitantes que queremos passar.

Nesse caso, dizemos que o número 169 799 170 foi **arredondado** para 170 milhões.

É importante saber arredondar números, pois, em muitas situações do dia a dia, isso nos ajuda a fazer uma estimativa do resultado que queremos.

Arredondar um número significa trocá-lo por outro mais próximo de uma ordem escolhida. Por exemplo, ao comprar três produtos que custam 41, 28 e 19 reais, podemos arredondar esses números para 40, 30 e 20. Assim, é possível saber mais facilmente que o total a pagar é um valor próximo de 90 reais.

A fim de arredondar um número para determinada ordem, deve-se observar o primeiro algarismo que está à direita do algarismo da ordem escolhida: se for 0, 1, 2, 3 ou 4, mantém-se a ordem; se for 5, 6, 7, 8 ou 9, soma-se 1 ao algarismo da ordem escolhida.

Acompanhe exemplos de arredondamentos.

a) Para a dezena mais próxima:
36 → 40　　183 → 180
75 → 80　　552 → 550

b) Para a centena mais próxima:
236 → 200　　5 418 → 5 400
657 → 700　　7 873 → 7 900

c) Para o milhar mais próximo:
5 982 → 6 000
24 157 → 24 000
37 539 → 38 000
44 499 → 44 000

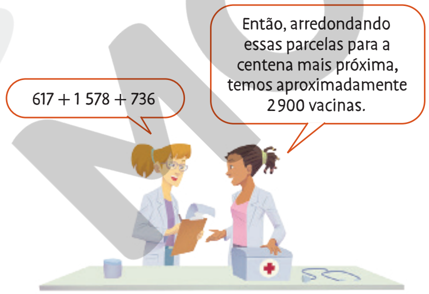
Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Em um posto de saúde, a enfermeira pediu a uma auxiliar que contasse quantas vacinas contra a gripe ainda havia nas três caixas. A auxiliar contou as vacinas de cada caixa e anotou em um papel:

617 + 1 578 + 736

Para ter uma ideia do total de vacinas, a enfermeira fez um cálculo mental, arredondando as parcelas para a centena mais próxima. Observe como ela fez isso.



ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

Verifique se o cálculo dela está correto.
1. 600 + 1 600 + 700 = 2 900; O cálculo dela está correto.

2 Em uma loja, Lúcio fez uma estimativa para saber quanto pagaria por suas compras.

JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

a) O que Lúcio fez para perceber o engano do vendedor?
b) Qual foi o valor da compra dele?
c) Quando você precisa comprar mais de um item, costuma fazer estimativa do valor total antes de pagar? Os adultos com quem você mora costumam fazer isso? Na sua opinião, esse procedimento é importante? Por quê?

2. b) 121 reais.
2. c) Respostas pessoais.
2. a) Estimou o total arredondando os números e fazendo um cálculo mental.

No **item a** da **atividade 2** os estudantes devem perceber que ao fazer uma estimativa por arredondamentos, Lúcio conseguiu perceber que o vendedor se enganou em seus cálculos.

No **item b**, devem determinar o cálculo exato efetuando a adição: 19 + 38 + 64 = 121.

No **item c** devem refletir sobre o uso de estimativas em situações cotidianas, como a de compra de produtos. Espera-se que eles compreendam que tal procedimento é uma importante ferramenta para que o gasto fique dentro do esperado, contribuindo para o controle do orçamento familiar. Ao propor essa reflexão aos estudantes, contribuímos para o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **educação financeira**.

Propriedades da adição

Para ir à escola, Carlos gasta, em média, 20 minutos andando e 25 minutos no ônibus. Para voltar da escola, ele gasta, em média, 25 minutos no ônibus e 20 minutos andando. Carlos leva mais tempo na ida ou na volta da escola?

Para saber, devemos adicionar os tempos gastos:

- Tempo gasto na ida: $20 + 25 = 45$
- Tempo gasto na volta: $25 + 20 = 45$

Em média, o tempo gasto é o mesmo, 45 minutos.

A ordem das parcelas não alterou a soma. Isso sempre ocorre quando adicionamos dois números naturais quaisquer. Trata-se da **propriedade comutativa da adição**, enunciada a seguir.

> Em uma adição de dois números naturais, a ordem das parcelas não altera a soma.

Observe mais alguns exemplos.

a) $20 + 400 = 400 + 20$

b) $130 + 500 = 500 + 130$

Agora, observe dois modos de efetuar a adição $5 + 3 + 7$.

1º) Efetua-se a adição das duas primeiras parcelas e adiciona-se ao resultado obtido a terceira parcela.

$$\underbrace{5 + 3} + 7 = 8 + 7 = 15$$

2º) Efetua-se a adição das duas últimas parcelas e adiciona-se ao resultado obtido a primeira parcela.

$$5 + \underbrace{3 + 7} = 5 + 10 = 15$$

Ao associar as parcelas de modos diferentes, não houve alteração na soma. Isso sempre ocorre quando adicionamos três ou mais números naturais quaisquer. Trata-se da **propriedade associativa da adição**, enunciada a seguir.

> Em uma adição de três ou mais números naturais quaisquer, podemos associar as parcelas de modos diferentes sem alterar a soma.

Observe mais alguns exemplos.

a) $2 + 37 + 8 =$

$= 37 + \underbrace{8 + 2} = 37 + 10 = 47$

b) $9 + 26 + 21 + 34 =$

$= \underbrace{9 + 21} + \underbrace{26 + 34} = 30 + 60 = 90$

Agora, considere as seguintes adições:

- $5 + 0 = 0 + 5 = 5$
- $0 + 7 = 7 + 0 = 7$
- $53 + 0 = 0 + 53 = 53$

Note que em todas essas adições há um número (o zero) que, em qualquer posição, não influi no resultado. Esse número é o **elemento neutro** da adição. A adição de um número natural qualquer com zero (ou vice-versa) é o próprio número. Trata-se de mais uma propriedade da adição: a **existência do elemento neutro**, enunciada a seguir.

> O zero é o elemento neutro da adição.

Propriedades da adição

Iniciamos o estudo das propriedades da adição ampliando as noções que os estudantes já trazem dos anos anteriores.

A propriedade do fechamento não foi considerada aqui porque não estamos realizando um estudo axiomático da teoria dos conjuntos.

Durante o trabalho com as propriedades, mostre na lousa situações em que os estudantes podem verificar quanto as propriedades da adição auxiliam no cálculo mental. Por exemplo, peça a eles que obtenham a soma da seguinte adição:

$$345 + 0 + 99 + 5 + 21$$

Discuta cada passagem a seguir com eles, de modo que percebam o que foi feito.

- Pela propriedade comutativa, podemos trocar a ordem das parcelas, convenientemente, já que a soma não é alterada:
  $345 + 0 + 99 + 5 + 21 =$
  $= 345 + 5 + 0 + 99 + 21$
- Pela propriedade associativa, podemos associar as parcelas de maneira conveniente, pois a soma também não se altera:
  $345 + 0 + 99 + 5 + 21 =$
  $= 345 + 5 + 0 + 99 + 21 =$
  $= (345 + 5) + 0 + (99 + 21) =$
  $= 350 + 0 + 120$
- Como o zero é o elemento neutro da adição, sabemos que $350 + 0 = 350$, ou seja:
  $345 + 0 + 99 + 5 + 21 =$
  $= 345 + 5 + 0 + 99 + 21 =$
  $= (345 + 5) + 0 + (99 + 21) =$
  $= 350 + 0 + 120 =$
  $= 350 + 120 = 470$

Exercícios propostos

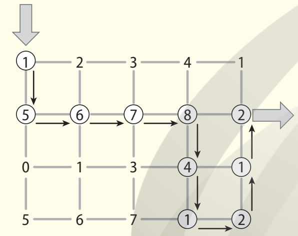
Este bloco de exercícios explora a aplicação das propriedades da adição. Observe se os estudantes aplicam as propriedades estudadas de maneira conveniente, de modo a facilitar os cálculos. Compartilhe os diferentes procedimentos utilizados a fim de que eles possam comparar o que fizeram com o modo utilizado por outro colega e, assim, refletir sobre suas escolhas.

As resoluções dos **exercícios 12** a **15** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

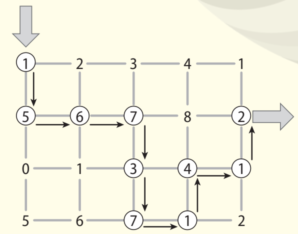
No **exercício 16**, os estudantes devem perceber que a soma de Patrícia está certa, pois 9 + 14 + 21 + 6 = 50 e com mais 3 reais, o total seria de 53 reais. Para fazer o cálculo, Patrícia utilizou a propriedade associativa da adição, que diz que podemos associar as parcelas de modos diferentes sem alterar a soma. Espera-se que os estudantes percebam que a estratégia de Patrícia facilitou o cálculo.

Pense mais um pouco...

Na situação proposta nesta seção, o caminho pode ser descoberto por tentativa e erro. Um possível caminho deve passar pelos números 1, 5, 6, 7, 8, 4, 1, 2, 1 e 2, conforme indicado na figura a seguir.



Outro caminho possível seria passar pelos números: 1, 5, 6, 7, 3, 7, 1, 4, 1 e 2.



Incentive os estudantes a compartilhar as diferentes resoluções que encontrarem.

ILUSTRAÇÕES: FERNANDO JOSÉ FERREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

12 Efetue mentalmente estas adições. Para facilitar o cálculo, utilize as propriedades comutativa e associativa da adição. Registre no caderno como calculou.

a) 73 + 15 + 5 **12. a)** 93
b) 20 + 13 + 7 **12. b)** 40
c) 18 + 12 + 61 **12. c)** 91
d) 28 + 17 + 12 **12. d)** 57
e) 15 + 0 + 5 + 9 **12. e)** 29
f) 43 + 51 + 27 **12. f)** 121

13 Para calcular mentalmente, Mônica usa a decomposição dos números. Observe como ela faz:

32 + 25 + 41 =
= (30 + 20 + 40) + (2 + 5 + 1) =
= 90 + 8 =
= 98

JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

Refaça os cálculos da atividade anterior aplicando a estratégia usada por Mônica.

13. a) 73 + 15 + 5 = (70 + 10) + (3 + 5 + 5) = 80 + 13 = 93
13. b) 20 + 13 + 7 = (20 + 10) + (3 + 7) = 30 + 10 = 40
13. c) 18 + 12 + 61 = (10 + 10 + 60) + (8 + 2 + 1) = 80 + 11 = 91
13. d) 28 + 17 + 12 = (20 + 10 + 10) + (8 + 7 + 2) = = 40 + 17 = 57
13. e) 15 + 0 + 5 + 9 = 10 + (5 + 5 + 9) = 10 + 19 = 29
13. f) 43 + 51 + 27 = (40 + 50 + 20) + 3 + 1 + 7 = = 110 + 11 = 121

14 Tatiana jogou dois dados, obtendo uma soma de 9 pontos. Quais são os possíveis pares de números para que ocorra essa soma?
14. 3 e 6, 4 e 5

15 Bruno mora em Uberlândia e vai viajar para Aracaju. Ele terá de percorrer 1837 quilômetros de carro. No painel do carro há um instrumento chamado hodômetro, que marca quantos quilômetros o veículo já percorreu. No início da viagem, o hodômetro marcava 18540 quilômetros.

a) Que número marcará o hodômetro quando Bruno chegar a Aracaju? **15. a)** 20377
b) Durante a estadia em Aracaju, Bruno supõe que vai percorrer cerca de 1400 quilômetros. Quanto deverá marcar o hodômetro quando ele iniciar a volta para casa? **15. b)** 21777

16 Patrícia foi com seu pai comprar material escolar. Durante as compras, ela foi conferindo e anotando os preços dos produtos. Observe a lista de Patrícia:

ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

O pai de Patrícia disse que não podia gastar mais de 60 reais. Ao ouvir isso, ela fez as contas mentalmente e disse que poderia comprar o apontador, que custava 3 reais, pois ainda restariam 7 reais.

9 + 14 + 21 + 6 60 − 50 = 10

30 + 20 = 50

O cálculo que Patrícia fez está correto? Explique por que ela pode fazer o cálculo dessa maneira.
16. Sim; ela usou a propriedade associativa da adição.

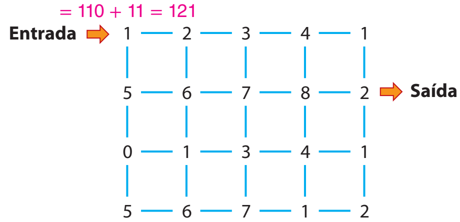
Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Estude os vários caminhos possíveis para que, ao entrar pelo lugar indicado, você consiga chegar até a saída.

Você deve seguir pelas linhas azuis e pode andar em todas as direções, exceto voltar por onde veio. Ao passar por um número, você deve adicioná-lo ao total que já tem. Você só pode sair pelo lugar indicado quando a soma obtida for 37.

Descubra um caminho possível e indique-o pelos números que serão colocados na ordem de percurso. *Pense mais um pouco...*: 1, 5, 6, 7, 8, 4, 1, 2, 1 e 2



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

32

PARA SABER MAIS

Quadrado mágico

Quadrado mágico é um quadrado dividido em 4, 9, 16, 25 etc. quadradinhos ocupados por números diferentes cuja soma dos números de qualquer linha, coluna ou diagonal tem um mesmo valor, que se chama **soma mágica**.

Os chineses chamavam o quadrado de ***lo-shu***; na Figura 1, temos a representação de um quadrado mágico datado de 2850 a.C. Na Figura 2, você encontra a transcrição para algarismos indo-arábicos.

Esse é um quadrado mágico de ordem 3 (três linhas e três colunas), em que aparecem os números naturais de 1 a 9, cuja soma mágica é 15.

Com o passar do tempo, os quadrados mágicos ficaram conhecidos no Ocidente, tornando-se muito populares no século XVI. A presença do quadrado mágico nesse período mostrou-se tão significativa que o pintor alemão Albrecht Dürer (1471-1528) o relatou em **Melancolia I**, gravura de 1514.

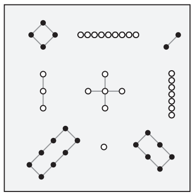


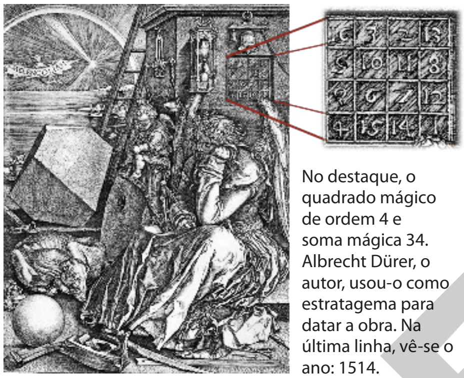
Figura 1.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Figura 2.

NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Figura 1: quadrado mágico de origem chinesa. Nele, as bolinhas brancas representam os números ímpares, e as bolinhas pretas, os números pares.



No destaque, o quadrado mágico de ordem 4 e soma mágica 34. Albrecht Dürer, o autor, usou-o como estratagema para datar a obra. Na última linha, vê-se o ano: 1514.

ALBRECHT DÜRER - MUSEU BRITÂNICO, LONDRES

DÜRER, A. **Melancolia I**, 1514. Gravura, 240 × 189 mm.

71	64	69	8	1	6	53	46	51
66	68	70	3	5	7	48	50	52
67	72	65	4	9	2	49	54	47
26	19	24	44	37	42	62	55	60
21	23	25	39	41	43	57	59	61
22	27	20	40	45	38	58	63	56
35	28	33	80	73	78	17	10	15
30	32	34	75	77	79	12	14	16
31	36	29	76	81	74	13	18	11

Alguns quadrados mágicos apresentam propriedades diferenciadas.

O quadrado **hipermágico** é aquele que pode ser decomposto em vários quadrados mágicos.

O quadrado ilustrado é hipermágico de ordem 9 e soma mágica 369. Ele pode ser decomposto em 9 quadrados mágicos de ordem 3.

Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

2. É. A soma mágica aumentou 36 unidades.

1 Determine a soma mágica de cada um dos quadrados mágicos de ordem 3 obtidos a partir do quadrado hipermágico citado. **1.** 204; 15; 150; 69; 123; 177; 96; 231; 42

2 Escolha um dos quadrados cuja soma você calculou no exercício 1. Adicione 12 a cada número dele e verifique se o quadrado obtido ainda é mágico. Quanto aumentou a soma mágica?

3 Sabendo que, ao adicionar um mesmo número x a cada número de um quadrado mágico, fazemos a soma mágica aumentar 3 unidades, qual é o número x adicionado? **3.** $x = 1$

4 Usando os números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10, construa um quadrado mágico de soma 18.

4. Resposta possível:

5	4	9
10	6	2
3	8	7

Para saber mais

O tema desta seção é um clássico dos jogos matemáticos: o quadrado mágico e o quadrado hipermágico. Além da aplicação do conhecimento matemático e da agilidade de raciocínio, os estudantes experimentam aqui o desafio de uma atividade lúdica que costuma ser muito proveitosa.

A seção pode ser trabalhada em duplas, desde a leitura do texto, que explora um pouco da história do quadrado mágico, até a realização das atividades propostas.

Ao explorar a gravura **Melancolia I**, apresentamos aos estudantes um exemplo de como a Matemática se relaciona com diferentes áreas do conhecimento, neste caso, com a Arte, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 3**. O artista Albrecht Dürer desenvolveu máquinas para desenhar em perspectiva. Para saber mais sobre essas máquinas, sugerimos a leitura do seguinte trabalho:

MENEGUZZI, T. **Os perspectógrafos de Dürer na Educação Matemática**: história, geometria e visualização. 2009. Dissertação (mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.

Antes das atividades propostas no **Agora é com você!**, peça a cada dupla que exponha os pontos do texto que acharam mais interessantes. Em seguida, os estudantes resolvem as questões e comparam os resultados com outra dupla, promovendo uma autocorreção entre eles. Fique atento para fazer as intervenções que achar necessárias no sentido de auxiliá-los nessa tarefa.

Na **atividade 1**, os estudantes devem encontrar 9 quadrados mágicos, com as seguintes somas:

I) $71 + 64 + 69 = 204$;
II) $8 + 1 + 6 = 15$;
III) $53 + 46 + 51 = 150$;
IV) $26 + 19 + 24 = 69$;
V) $44 + 37 + 42 = 123$;
VI) $62 + 55 + 60 = 177$;
VII) $35 + 28 + 33 = 96$;
VIII) $80 + 73 + 78 = 231$;
IX) $17 + 10 + 15 = 42$.

Na **atividade 2**, considerando o quadrado mágico de soma 15, obtém-se:

$8 + 12 = 20$; $1 + 12 = 13$; $6 + 12 = 18$; $3 + 12 = 15$; $5 + 12 = 17$; $7 + 12 = 19$; $4 + 12 = 16$; $9 + 12 = 21$ e $2 + 12 = 14$.

Para verificar se o novo quadrado será mágico, devem obter a soma das linhas, colunas e diagonais e verificar se são iguais:

$20 + 13 + 18 = 51$; $15 + 17 + 19 = 51$;
$16 + 21 + 14 = 51$; $20 + 15 + 16 = 51$;
$13 + 17 + 21 = 51$; $18 + 19 + 14 = 51$;
$20 + 17 + 14 = 51$; $18 + 17 + 16 = 51$.

Antes a soma mágica era 15 e passou a ser 51, aumentando em 36 unidades ($51 - 15 = 36$).

A resolução das **atividades 3** e **4** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

2. Subtração

Habilidade da BNCC: **EF06MA03**.

Neste tópico ampliamos o trabalho com a habilidade (EF06MA03) ao retomar as ideias de subtração com números naturais, conceito estudado ao longo dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Na **situação 1**, que inicia o estudo da operação subtração, apresentamos um texto sobre a queda da população de onças-pintadas em um parque nacional. Faça a leitura do texto com os estudantes destacando as causas para essa queda, que são a caça predatória e a devastação da mata nativa. Aproveite para chamar a atenção dos estudantes para a necessidade de preservação do meio ambiente, tanto da fauna quanto da flora. Muitos animais foram extintos, ou estão em processo de extinção, como é o caso da onça-pintada. É uma oportunidade para discutir as causas da extinção dos animais, principalmente em função da destruição dos seus hábitats.

Deste modo, amplia-se o trabalho com o Tema Contemporâneo Transversal **educação ambiental** e com a **competência geral 7**.

2 Subtração

Acompanhe estas situações.

Situação 1

Em apenas 20 anos, a população de onças-pintadas [diminuiu] no Parque Nacional do Iguaçu (PARNA Iguaçu), em Foz do Iguaçu, no Paraná, área que protege uma riquíssima biodiversidade da fauna e flora brasileiras. Segundo o Instituto para a Conservação dos Carnívoros Neotropicais (Pró-carnívoros), que trabalha com o monitoramento da espécie no Parque, as onças-pintadas foram reduzidas de 100 indivíduos para 20 indivíduos. [...]

Entre as ameaças para garantir a espécie viva na reserva, o Instituto aponta a falta de investimentos em estrutura e fiscalização, a caça predatória e de retaliação e a possibilidade de reabertura da Estrada do Colono.


ZIG KOCH/NATUREZA BRASILEIRA

Onça-pintada, no Refúgio Biológico Bela Vista – Foz do Iguaçu (Paraná). (Fotografia de 2016.)

Na Mata Atlântica, a estimativa é de que existam apenas 250 onças-pintadas, maior felino do continente americano e maior predador terrestre do Brasil. A perda do hábitat [...] da espécie em razão do desmatamento para dar lugar a atividades agropecuárias ou pastagens nativas é crítica para o animal.

Fonte: WWF-BRASIL apoia monitoramento de onças-pintadas no Parque Nacional de Iguaçu. **WWF-Brasil**. 6 jan. 2015. Disponível em: http://www.wwf.org.br/wwf_brasil/?43042/wwf-brasil-apoia-monitoramento-de-onas-pintadas-no-parque-nacional-de-iguau. Acesso em: 23 jan. 2022.

Com os dados obtidos nesse texto, é possível descobrir quanto diminuiu a população de onças-pintadas do Parque Nacional do Iguaçu em 20 anos. Para isso, devemos **tirar** do total de indivíduos que existiam há 20 anos o total de indivíduos que existem hoje.

Total de indivíduos há 20 anos		Total de indivíduos atualmente		Redução do total de indivíduos
100	−	20	=	80
↑		↑		↑
minuendo		**subtraendo**		**diferença ou resto**

Logo, foram reduzidas 80 onças-pintadas.

Em uma calculadora, fazemos essa subtração da seguinte maneira:

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Situação 2

Os oceanos abrigam a maior biodiversidade da Terra. O Registro Mundial de Espécies Marinhas é um banco de dados com a listagem dos seres conhecidos nos oceanos. Por enquanto, a lista soma 232 588 espécies catalogadas, de um total de 239 782 conhecidas.


DAMSEA/SHUTTERSTOCK

Colônia de corais em um recife de Aruba (Caribe). (Fotografia de 2012.)

Com as informações extraídas do texto, é possível descobrir quantas espécies o Registro Mundial de Espécies Marinhas ainda tem de catalogar para **completar** seu banco de dados. Para isso, devemos subtrair do total de espécies conhecidas o número de espécies já catalogadas:

Total de espécies conhecidas		Número de espécies catalogadas		Espécies que falta catalogar
239782	–	232588	=	7194
↑		↑		↑
minuendo		**subtraendo**		**diferença ou resto**

Portanto, o Registro Mundial de Espécies Marinhas ainda tem de catalogar 7194 espécies.

Em uma calculadora, fazemos essa subtração da seguinte maneira:

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Situação 3

Quantos médicos tem no Brasil?

De acordo com o estudo Demografia Médica Brasileira 2020, são 500 mil médicos no país [...].

Trata-se do maior quantitativo de médicos já registrado. Os dados apurados em 2020 são revelados em meio à maior crise da saúde mundial com a pandemia do novo coronavírus, [na qual] o médico e os demais profissionais da saúde estão na linha de frente.

Há 100 anos, em 1920 o número de médicos registrados era 14031.

Fonte: REVISAMED. **Brasil tem 500 mil médicos, revela demografia 2020**. 26 jan. 2021. Disponível em: https://revisamed.com.br/residencia-medica/quantos-medicos-tem-no-brasil/. Acesso em: 22 dez. 2021.


LORDN/SHUTTERSTOCK

Médica pediatra atendendo uma paciente.

Para calcular quanto aumentou o número de médicos registrados no Brasil em um século, devemos **comparar** a quantidade relativa a 2020 com a quantidade relativa a 1920.

Médicos registrados em 2020		Médicos registrados em 1920		Aumento do número de médicos
500000	–	14031	=	485969
↑		↑		↑
minuendo		**subtraendo**		**diferença ou resto**

Portanto, o número de médicos registrados no Brasil aumentou, em um século, 485969.

Em uma calculadora, fazemos essa subtração da seguinte maneira:

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

As ideias de **tirar**, **completar** ou **comparar** estão relacionadas à subtração.

Subtração

A retomada e a ampliação da subtração são feitas de modo similar ao da adição, com situações de contextos variados que destacam os significados associados a essa operação: **tirar** uma quantidade de outra, **completar** uma quantidade para atingir outra e **comparar** duas quantidades para obter a diferença entre elas.

Sugerimos que explore a subtração também com o uso de uma calculadora simples, pedindo aos estudantes que registrem no caderno o que fazem, nomeando os termos de cada subtração realizada: minuendo, subtraendo e resto (ou diferença).

Ao trabalhar com a **situação 3**, comente com os estudantes que, apesar do número de 500 mil médicos registrados, ainda faltam médicos em muitas unidades do Sistema Único de Saúde (SUS), é o que aponta a **Demografia Médica do Brasil**, realizada em 2020 pelo Conselho Federal de Medicina (CFM) em parceria com a Faculdade de Medicina da USP. Segundo esse estudo, a falta de médicos em determinados contextos envolve fatores distintos, desde aspectos demográficos e epidemiológicos da população, passando pelo financiamento e pelas relações entre público e privado no sistema de saúde, até a remuneração, carreira e condições de trabalho dos profissionais.

Ao conversar sobre essa realidade, contribui-se para o trabalho com o Tema Contemporâneo Transversal **saúde**.

Sugestão de leitura

Para ampliar a conversa sobre o tema da demografia médica, pode-se utilizar o seguinte material:

SCHEFFER, M. *et al*. **Demografia Médica no Brasil 2020**. São Paulo: FMUSP, CFM, 2020. 312 p. Disponível em: https://www.fm.usp.br/fmusp/conteudo/DemografiaMedica2020_9DEZ.pdf. Acesso em: 12 maio 2022.

Levantamento sobre as características e evolução da população de médicos no Brasil.

3. Adição e subtração

Habilidade da BNCC: **EF06MA03**.

Neste tópico, tratamos da relação entre a adição e a subtração como operações inversas, ampliando o trabalho com a habilidade (EF06MA03).

Antes de apresentar a adição e a subtração como operações inversas, proponha aos estudantes, que em grupos, respondam à pergunta apresentada pela personagem. Peça a eles que pensem em diferentes números antes de apresentarem uma conclusão. Depois, peça-lhes que compartilhem com os demais colegas de turma.

Exercícios propostos

O bloco de exercícios que se inicia nesta página explora a subtração e suas relações com a adição.

As resoluções dos **exercícios 17** a **20** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

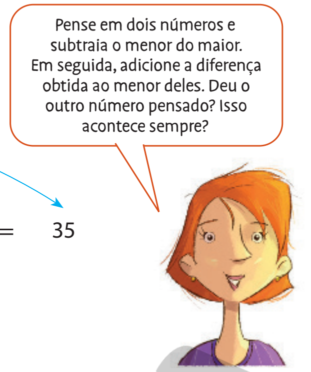
Aproveite o **exercício 21**, que apresenta alguns dados sobre a fome no mundo, para discutir com os estudantes a questão do desperdício de alimentos, por meio de uma discussão sobre o direito à alimentação, que, no caso do Brasil, é um direito constitucional. Incentive-os a pesquisar sobre o tema e mostre a eles o artigo correspondente da Constituição: "São direitos sociais [individuais e coletivos] a educação, a saúde, a alimentação, o trabalho, a moradia, o lazer, a segurança, a previdência social, a proteção à maternidade e à infância, a assistência aos desamparados, na forma desta Constituição". Assim, contribuímos para o desenvolvimento da **competência geral 9** e ampliamos o trabalho com os Temas Contemporâneos Transversais **educação em direitos humanos** e **direitos da criança e do adolescente**.

Amplie este exercício explorando a interpretação dos dados da tabela questionando, por exemplo:

- Em que regiões houve aumento da população malnutrida de 2005 para 2020? (África, América Latina e Caribe, Oceania.)
- Em que regiões houve diminuição da população malnutrida de 2005 para 2020? (Ásia.)

3 Adição e subtração

Observe as operações a seguir.



35 – 10 = 25   25 + 10 = 35

minuendo (35), subtraendo (10), diferença (25)

Acompanhe mais alguns exemplos.

a) $60 - 20 = 40$ porque $40 + 20 = 60$,
e $40 + 20 = 60$ porque $60 - 20 = 40$ ou porque $60 - 40 = 20$.

b) $125 - 32 = 93$ porque $93 + 32 = 125$,
e $93 + 32 = 125$ porque $125 - 32 = 93$ ou porque $125 - 93 = 32$.

Portanto, as sentenças $60 - 20 = 40$ e $40 + 20 = 60$ são equivalentes, assim como as sentenças $125 - 32 = 93$ e $93 + 32 = 125$.

Considerando os termos de uma subtração, percebemos que, ao adicionar a diferença com o subtraendo, obtemos o minuendo. Podemos verificar se uma dessas operações está correta por meio da outra. Dizemos, então, que a adição e a subtração são **operações inversas**.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

17 Cristina saiu de casa com 5 cédulas de 10 reais, 3 moedas de 1 real e 2 cédulas de 2 reais. Gastou 35 reais para pagar seu almoço.

a) Quanto dinheiro sobrou? **17. a)** 22 reais.

b) De que maneira Cristina pôde pagar a conta sem receber troco?

17. b) 3 notas de 10, 1 nota de 2 e 3 moedas de 1 ou 3 notas de 10, 2 notas de 2 e 1 moeda de 1.

18 Use uma calculadora para determinar a diferença entre 67 185 e 31 846. Em seguida, verifique se você acertou, efetuando a operação inversa. **18.** 35 339

19 Efetue as subtrações e associe a cada uma delas a adição correspondente.

a) 5 812 – 4 815 **19. a)** 997; 997 + 4 815 = 5 812

b) 72 368 – 25 586
19. b) 46 782; 46 782 + 25 586 = 72 368

20 Efetue a adição 416 + 209 e associe a ela as duas subtrações correspondentes.
20. 625; 625 – 209 = 416 e 625 – 416 = 209

21 Considere a tabela a seguir.

População malnutrida (em milhões)		
Regiões em desenvolvimento / Ano	2005	2020
África	195	282
Ásia	554	418
América Latina e Caribe	52	60
Oceania	2	3

Dados obtidos em: THE STATE of Food Security and Nutrition in the World. **FAO**, Roma, 2021. Disponível em: https://www.fao.org/3/cb4474en/cb4474en.pdf. Acesso em: 18 mar. 2022.

Com o auxílio de uma calculadora, descubra a diferença, em milhões, entre as populações malnutridas, de 2005 e 2020, na Ásia e na América Latina e Caribe. **21.** Ásia: 136 milhões de pessoas; América Latina e Caribe: 8 milhões de pessoas.

36

Ainda é possível discutir com os estudantes fatores que expliquem o problema da fome na África. Eles podem fazer uma pesquisa prévia e trazer elementos para essa discussão, como os do texto a seguir.

É de conhecimento de todos que a África convive com o problema da fome, agora basta saber quais fatores desencadearam as diversas mazelas sociais que essa parte do mundo se sujeita.

Uma das causas da fome está ligada à forma de ocupação do território e a extrema dependência econômica externa, herdada do período do colonialismo. Isso é agravado ainda mais com o acelerado crescimento populacional. [...]

FREITAS, E. As principais causas da fome na África. **UOL Mundo Educação**. Disponível em: https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/geografia/as-principais-causas-fome-na-africa.htm. Acesso em: 15 fev. 2022.

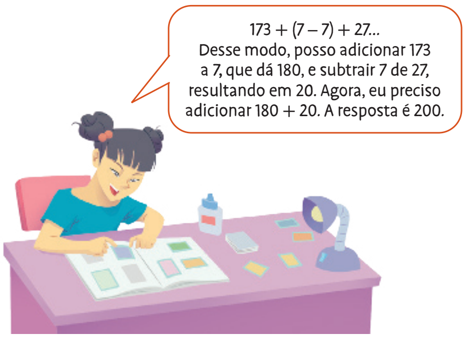
22 Nem sempre é possível efetuar uma subtração de dois números naturais. Nas subtrações indicadas a seguir, anote no caderno o resultado daquelas que podem ser realizadas.

a) 206 – 48 **22. a)** 158
b) 116 – 116 **22. b)** 0
c) 54 – 75 **22. c)** Impossível.
d) 91 – 91 **22. d)** 0
e) 13 – 23 **22. e)** Impossível.
f) 67 – 49 **22. f)** 18

23 Quando é possível efetuar uma subtração de dois números naturais? **23.** Só é possível quando o minuendo for maior ou igual ao subtraendo.

24 Podemos dizer que para a subtração vale a propriedade comutativa? Dê um exemplo que justifique sua resposta.
24. Não, pois $10 - 5 \neq 5 - 10$.

25 Bruna conseguiu 27 figurinhas com um amigo. Ela já tinha 173 figurinhas em seu álbum e queria saber com quantas ficou. Para isso, ela fez a seguinte adição:



ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

Converse com um colega sobre como Bruna resolveu o problema. Você conhece outra maneira de calcular o número de figurinhas? Explique como você resolveria. **25.** Resposta pessoal.

26 Em uma subtração, a diferença é 26. Qual será o valor da nova diferença se aumentarmos 10 unidades no subtraendo? E se o minuendo aumentar em 4 unidades? E se o minuendo e o subtraendo aumentarem em 9 unidades?
26. 16; 30; a diferença não se altera.

27 Considere o texto de abertura deste capítulo. Se, nos Jogos Paralímpicos de Tóquio, em 2020, o Brasil conquistou 30 medalhas de bronze e 20 medalhas de prata, que operação matemática devemos fazer para obter o número de medalhas de bronze a mais que de prata que a delegação brasileira ganhou?
27. Subtração.

28 Ao fazer uma jarra de limonada, coloquei 100 gramas de açúcar. Depois, coloquei mais 50 gramas. Experimentei e não estava boa. Resolvi acrescentar 250 gramas de açúcar. A limonada ficou gostosa, mas muito doce. Cheguei à conclusão de que o último acréscimo de açúcar deveria ter sido de apenas 150 gramas.

a) Quantos gramas de açúcar coloquei no total? **28. a)** 400 gramas.
b) Quantos gramas coloquei a mais que o ideal para meu paladar? **28. b)** 100 gramas.

29 Lembrando que a adição e a subtração são operações inversas, descubra que número natural cada etiqueta (▭) esconde.

a) ▭ – 12 = 20 **29. a)** 32
b) ▭ + 36 = 75 **29. b)** 39
c) ▭ – 15 = 25 **29. c)** 40
d) ▭ + 98 = 231 **29. d)** 133

30 De um número natural x de três algarismos, quero subtrair um número de dois algarismos e obter outro número natural de um algarismo.

a) Se x for 100, que números posso escolher? **30. a)** 99, 98, 97, 96, 95, 94, 93, 92, 91
b) E se x for 108? **30. b)** Apenas 99.
c) E se x for 109? **30. c)** Não é possível.

31 *Hora de criar* – Em duplas, cada integrante vai elaborar um problema que deve ser resolvido por meio da adição e da subtração com números naturais e que deve ter resultado final igual a 83. Depois, conversem sobre os problemas elaborados e verifiquem se atendem à proposta apresentada.
31. Resposta pessoal.

Pense mais um pouco... FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Pense mais um pouco...:

Descubra, em cada item, o valor de ◇, ▭ e △, sabendo que representam, nessa ordem, números consecutivos formados por um algarismo.

a)
```
  ◇ ▭
+ ▭ ◇
-----
  △ △
```
a) ◇ = 1, ▭ = 2, △ = 3

b)
```
  ▭ ◇
- ◇ ▭
-----
    △
```
b) ◇ = 7, ▭ = 8, △ = 9

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

de nenhum outro par de números consecutivos de um só algarismo resulta no consecutivo do maior número desse par: 2 + 3 = 5, 3 + 4 = 7, 4 + 5 = 9.

Ao resolver o **item b** por tentativa e erro, podem depreender da 1ª linha que os símbolos ◇ e ▭ representam números consecutivos, com ▭ = ◇ + 1. Logo, as únicas possibilidades para a escrita de ▭ e ◇ são: 10, 21, 32, 43, 54, 65, 76, 87 e 89. Efetuando todas as subtrações correspondentes, a única que satisfaz a condição é ◇ = 7, ▭ = 8 e △ = 9.

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 22** a **31** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

No **exercício 25**, espera-se que os estudantes percebam que, ao adicionar (7 – 7), Bruna usou a propriedade do elemento neutro.

No **exercício 26**, a compreensão de certas propriedades das operações (no caso, da subtração) é um grande auxílio à ampliação do repertório para o cálculo e ao desenvolvimento da habilidade de resolver problemas. Após alguns testes, em que se aumentam o minuendo e o subtraendo da mesma maneira, os estudantes devem concluir que o resultado da subtração "original" vai permanecer. Essa ideia poderá ser empregada na realização de cálculos mentais quando modificamos/manipulamos os números dados no intuito de obter valores mais simples para a execução desses cálculos.

No **exercício 28**, como no **item a** os estudantes encontraram o total de açúcar utilizado, talvez alguns pensem em utilizar esse resultado (400 gramas) para chegar à resposta do **item b**:

- 100 + 50 + 150 = 300 (total de açúcar, em grama, caso tivesse colocado a quantidade correta)
- 400 – 300 = 100 (diferença entre a quantidade de açúcar colocada e a quantidade ideal, em grama)

É interessante discutir que esses cálculos poderiam ser reduzidos, com alteração apenas na terceira vez em que o açúcar foi colocado, ou seja, só seria calculada a diferença nessa vez: 250 – 150 = 100 (100 gramas).

Essa é uma boa oportunidade para integrar a Matemática com o cotidiano e fazer relações entre conhecimentos relativos tanto aos números e às operações quanto associados a grandezas e medidas.

Pense mais um pouco...

Este é um bom momento para trabalhar a habilidade de lidar com sistemas simbólicos. No **item a**, observando a primeira coluna da adição, é possível perceber que o único caso em que ◇ + ▭ = △ é ◇ = 1, ▭ = 2 e △ = 3, pois a soma

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Trabalhando a informação

Habilidades da BNCC: **EF06MA32** e **EF06MA33**.

Nesta seção, a compilação em tabela dos dados levantados por uma contagem da nacionalidade dos ganhadores de Medalhas Fields dá início aos processos de construção de tabelas, destacando as alternativas para sua organização e desafiando os estudantes, nas atividades subsequentes, a construir e interpretar novas tabelas, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA32).

É sempre bom lembrar quanto a vida moderna exige em relação à correta leitura de tabelas, que dão suporte a muitas das informações veiculadas pelos meios de comunicação. Nessa seção, pode-se chamar a atenção para a participação dos brasileiros e das mulheres no desenvolvimento da Matemática, contribuindo para o trabalho com o Tema Contemporâneo Transversal **ciência e tecnologia**.

No caso de Artur Ávila, ele foi condecorado com a medalha por seu trabalho em sistemas dinâmicos. Já a iraniana Maryam Mirzakhani recebeu a medalha por descobrir como calcular o volume em espaços de superfícies hiperbólicas.

Caso julgue necessário, explique aos estudantes que o Reino Unido é constituído por Inglaterra, País de Gales, Escócia e Irlanda do Norte.

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

Construindo tabelas

A Medalha Internacional de Descobrimentos Proeminentes em Matemática, conhecida popularmente como Medalha Fields, é concedida a dois, três ou quatro matemáticos com idade máxima de 40 anos. É o prêmio mais importante dessa área, frequentemente comparado ao Prêmio Nobel.

Frente e verso da Medalha Fields.

STEFAN ZACHOW - INTERNATIONAL MATHEMATICAL UNION, BERLIN

ANDRE VALENTIM/ABRIL COMUNICAÇÕES S/A

Artur Ávila, primeiro brasileiro a ser condecorado com a Medalha Fields. (Fotografia de 2011.)

Desde que foi instituída pelo matemático canadense John Charles Fields, em 1936, essa medalha tem sido entregue a cada quatro anos a jovens matemáticos que tenham grandes destaques em suas pesquisas.

LEE YOUNG HO/POOL/SIPA USA/ AP PHOTO/IMAGEPLUS

A iraniana Maryam Mirzakhani foi a primeira mulher a ganhar uma Medalha Fields. (Fotografia de 2014.)

Em 2018, os medalhistas foram Alessio Figalli (italiano), Ashkay Venkatesh (australiano de origem indiana), Caucher Birkar (britânico de origem curda) e Peter Scholze (alemão).

De maneira aleatória, as Medalhas Fields distribuídas até 2018 estão listadas a seguir, de acordo com os países de naturalidade dos condecorados.

EUA	Reino Unido	EUA	EUA	Reino Unido	Irã
Ucrânia	França	Japão	Rússia	França	Nova Zelândia
Japão	Rússia	Brasil	EUA	Reino Unido	EUA
Rússia	EUA	França	Itália	Alemanha	Israel
França	França	França	EUA	Austrália	China
Canadá	Vietnã	Rússia	França	França	França
EUA	Noruega	Japão	Áustria	Bélgica	Itália
Reino Unido	EUA	EUA	Rússia	Rússia	Índia
Bélgica	Suécia	França	EUA	EUA	Irã
Finlândia	Rússia	África do Sul	Reino Unido	Rússia	Alemanha

Observe que essa lista, com dados dispostos aleatoriamente, não oferece uma leitura prática para sabermos quantas Medalhas Fields foram concedidas a cada país. Organizando as informações em uma **tabela**, a análise dos dados será mais fácil. Para isso, inicialmente, podemos percorrer a lista e atribuir um traço para cada vez que determinado país aparece.

LIGIA DUQUE/ ARQUIVO DA EDITORA

Distribuição de Medalhas Fields por país de naturalidade dos matemáticos premiados até 2018	
País de naturalidade	**Quantidade de Medalhas Fields conquistadas**
EUA	12
Bélgica	2
França	10
Japão	3
Reino Unido	5
Rússia	8
Outros (17 países)	22

Dados obtidos em: INTERNATIONAL Mathematical Union. Disponível em: https://www.mathunion.org/imu-awards/fields-medal. Acesso em: 21 fev. 2022.

ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

Essa tabela tem o título **Distribuição de Medalhas Fields por país de naturalidade dos matemáticos premiados até 2018**, além de duas colunas (divisões na vertical) e oito linhas (divisões na horizontal).

Na 1ª linha, são apresentados:

- na coluna da esquerda, o assunto pesquisado (no caso, o **país de naturalidade** dos ganhadores das Medalhas Fields);
- na coluna da direita, o tipo de dado que se relaciona ao assunto (no caso, a **quantidade de Medalhas Fields conquistadas** por país).

Da 2ª à 8ª linha são especificados:

- na coluna da esquerda, alguns países de naturalidade dos ganhadores e a categoria "Outros";
- na coluna da direita, a quantidade de medalhas correspondentes a cada país e à categoria "Outros".

Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Cada estudante da turma de Enrico escreveu na lousa o nome de sua fruta preferida.

LIGIA DUQUE/ARQUIVO DA EDITORA

Com base nas informações na lousa, construa uma tabela. Dê um título à tabela e identifique a categoria dos dados e os dados obtidos. Depois, responda: **1.** Construção de tabela.

a) Quantos estudantes têm seriguela como fruta preferida? **1. a)** 2 estudantes.
b) Que fruta é apontada como a preferida dos estudantes da turma de Enrico? **1. b)** Maçã.
c) Quantos estudantes preferem caju a outras frutas? **1. c)** 5 estudantes.
d) Que fruta tem a maior preferência: jabuticaba ou morango? **1. d)** Jabuticaba.

2 Faça uma pesquisa com os colegas da turma sobre o animal de estimação preferido e organize os dados obtidos em uma tabela. Compare a tabela construída por você com a de outros colegas. Há diferenças entre as tabelas construídas? Justifique. **2.** Respostas pessoais.

Agora quem trabalha é você!

Ao construir a tabela proposta na **atividade 1**, podem-se discutir as diversas formas de apresentação dos dados. É importante ressaltar também que, nessa construção, a tabela pode aparecer na horizontal ou na vertical.

Uma possível tabela para essa atividade é:

Frutas preferidas dos estudantes	
Fruta preferida	**Quantidade de estudantes**
kiwi	2
manga	2
maçã	9
caju	5
morango	4
banana	2
uva	3
jabuticaba	5
laranja	3
pera	2
goiaba	1
seriguela	2

Dados obtidos na turma de Enrico.

Ao analisar os dados da tabela, os estudantes podem responder às questões propostas, determinando:

a) 2 estudantes, pois a fruta foi citada somente 2 vezes.
b) Maçã, que foi citada 9 vezes.
c) 5 estudantes escolheram caju.
d) Jabuticaba, que teve 5 votos. Já morango, teve 4 votos.

Aproveite para perguntar aos estudantes se conhecem ou se já experimentaram as frutas citadas. Comente sobre a importância do consumo de alimentos saudáveis como frutas, contribuindo para o trabalho com o Tema Contemporâneo Transversal **educação alimentar e nutricional**. Se tiver oportunidade, promova um dia da fruta, para que os estudantes possam levar para a escola e dividir com os colegas em um lanche comunitário.

Oriente os estudantes sobre as coletas das informações da pesquisa proposta na **atividade 2**. Sugira que os dados sejam coletados com todos os colegas da turma, deste modo, todos coletarão as mesmas informações e as tabelas só se diferenciarão pela disposição dos dados (vertical e horizontal). Por apresentar uma proposta de coletar dados em uma pesquisa, essa atividade contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA33).

Adicionando e subtraindo mentalmente

Apresentamos algumas estratégias de cálculo mental. Aproveite este momento para perguntar aos estudantes se fariam essas operações de modo diferente do que foi apresentado. É possível que alguns estudantes utilizem os passos dos algoritmos estudados como estratégia de cálculo mental. Neste caso, é importante que compreendam que essas estratégias não se diferenciam somente pelo fato de um ser escrito e o outro não. Também deve ser considerado que as estratégias para o cálculo numérico devem variar conforme a operação e os valores envolvidos.

Exercícios propostos

Para a resolução do **exercício 32**, vale destacar que o “registro do pensamento” nem sempre é algo simples, especialmente para essa faixa etária. É provável que muitos estudantes argumentem que “não sabem explicar como fizeram”. Isso acontece pelo fato de os mecanismos de cálculo usados no registro escrito e no cálculo mental não serem necessariamente coincidentes. Espera-se aqui que os estudantes troquem opiniões e discutam modos de cálculos mentais sem, no entanto, a intenção de padronizar os registros, uma vez que podem adotar diferentes estratégias de desenvolvimento.

Usar “saltos” na reta numérica pode se tornar um bom recurso para o cálculo mental na medida em que o estudante precisa escolher o valor do “salto” que o conduza à solução, tanto na adição quanto na subtração, sendo esse valor de escolha individual. Assim, nos **exercícios 35** e **36** (da página seguinte), os estudantes poderão apresentar diferentes procedimentos para solução, de acordo com os “saltos” escolhidos. Pode-se pedir a eles que apresentem seus procedimentos na lousa para os colegas perceberem outros caminhos para solução e, assim, ampliarem seu repertório.

Adicionando e subtraindo mentalmente

Considere o número 25. Ele pode ser decomposto em parcelas de várias maneiras. Observe:

$25 = 12 + 13$ $25 = 10 + 15$ $25 = 8 + 7 + 10$

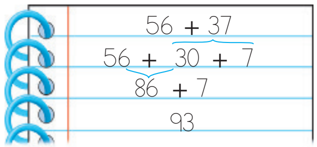
Outra maneira de decompor o número 25 é separando o maior número de dezenas das unidades. Observe.

25 = 2 dezenas + 5 unidades = 20 + 5

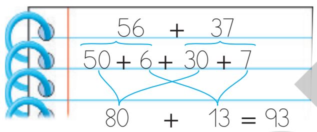
Essa maneira de decompor um número ajuda no cálculo mental de algumas operações.

Acompanhe algumas estratégias para fazer o cálculo mentalmente.

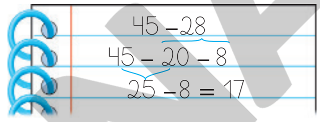
a) Cálculo de 56 + 37, decompondo 37 em dezenas e unidades.



b) Para calcular 56 + 37, podemos também decompor os dois números em dezenas e unidades.



c) Cálculo de 45 − 28, fazendo
45 − 20 = 25 e 25 − 8 = 17.



d) Para calcular 45 − 28, também podemos usar a ideia de completar quantidades.

- 28 para 30 faltam 2.
- 30 para 45 faltam 15.
- 2 + 15 = 17

Assim, 45 − 28 = 17.

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

32 Calcule mentalmente as operações e, depois, registre como você fez o cálculo. Em seguida, junte-se a um colega e comparem os procedimentos usados.

a) 14 + 67 **32. a) 81**
b) 74 + 28 **32. b) 102**
c) 39 + 42 **32. c) 81**
d) 77 + 23 **32. d) 100**
e) 42 − 14 **32. e) 28**
f) 72 − 56 **32. f) 16**
g) 85 − 26 **32. g) 59**
h) 95 − 36 **32. h) 59**

33 Calcule: 12 + 25 + 18 + 15.

Agora, calcule: (12 + 18) + (25 + 15).

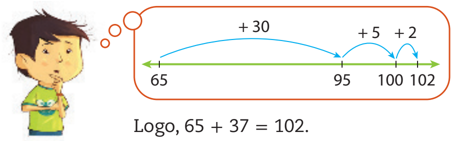
Para você, qual das duas formas utilizadas é a mais simples? Por quê? **33.** 70; Respostas pessoais.

34 Resolva mentalmente as adições a seguir da maneira mais simples.

a) 11 + 37 + 9 **34. a) 57**
b) 20 + 10 + 76 **34. b) 106**
c) 54 + 23 + 7 **34. c) 84**
d) 43 + 21 + 7 + 56 + 4 **34. d) 131**

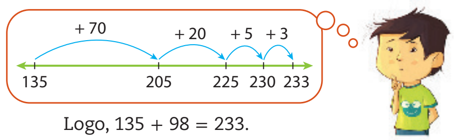
35 Podemos imaginar “saltos” em uma reta numérica para calcular mentalmente o resultado de adições. Observe.

- Para calcular 65 + 37:



Logo, 65 + 37 = 102.

- Para calcular 135 + 98:



Logo, 135 + 98 = 233.

(Representações esquemáticas sem proporção.)

ILUSTRAÇÕES: SIDNEY MEIRELES/ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

Nesses exercícios, diga aos estudantes que as ilustrações dos “saltos” imaginados na reta numérica não estão em escala. Na primeira reta, por exemplo, os saltos mostram que 30 é maior que 5 e que 5 é maior que 2, mas sem escala.

As resoluções dos **exercícios 33** e **34** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

Agora, calcule mentalmente o resultado das adições imaginando "saltos" em uma reta numérica.

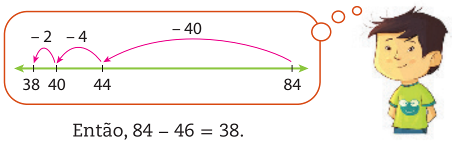
Os "saltos" podem ser de 10 em 10, de 20 em 20, de 100 em 100 etc., e apenas com as unidades.

Em seguida, registre no caderno e verifique o resultado.

a) 49 + 27 **35. a)** 76
b) 86 + 76 **35. b)** 162
c) 125 + 148 **35. c)** 273
d) 225 + 143 **35. d)** 368

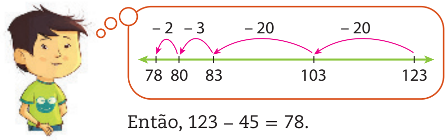
36 Também podemos subtrair mentalmente imaginando "saltos" em uma reta numérica. Observe.

• Para calcular 84 – 46:



Então, 84 – 46 = 38.

• Para calcular 123 – 45



Então, 123 – 45 = 78.

(Representações esquemáticas sem proporção.)

Agora, calcule mentalmente o resultado das subtrações imaginando "saltos" em uma reta numérica. Em seguida, faça o registro no caderno e verifique o resultado.

a) 57 – 18 **36. a)** 39
b) 65 – 37 **36. b)** 28
c) 74 – 68 **36. c)** 6
d) 196 – 103 **36. d)** 93
e) 346 – 150 **36. e)** 196
f) 550 – 206 **36. f)** 344

37 Escreva um texto explicando como você faria para calcular mentalmente a adição 158 + 372 e a subtração 878 – 269. Compartilhe sua resposta com o professor e os colegas de turma. **37.** Resposta pessoal.

ILUSTRAÇÕES: SIDNEY MEIRELES/ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

Pense mais um pouco... FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Pense mais um pouco...:

Para adicionar dois números usando este quadro, basta fixar um número na primeira linha e outro na primeira coluna: na intersecção da linha com a coluna, obtemos a soma desses números.

Como exemplo, se adicionarmos o número 4, que está na primeira linha (horizontal), e o número 5, que está na primeira coluna (vertical), obteremos soma 9, que está no cruzamento das duas.

0	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	10

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, faça o que se pede.

1 Com base no quadro apresentado, construa um quadro em que seja possível calcular 9 + 8. No mínimo, quantas linhas e quantas colunas o novo quadro terá? **1.** Construção de quadro; 9 linhas e 10 colunas ou 10 linhas e 9 colunas.

2 Se colocarmos mais 5 linhas e 5 colunas no quadro construído na atividade anterior, continuando a sequência, será possível encontrar o número 23 como resultado da soma de dois números? Explique. **2.** Não, pois a soma dos dois maiores números do novo quadro será 20.

Expressões numéricas com adições e subtrações

Enquanto serve os últimos fregueses, Alberto pensa em como administrar o estoque de pães de hambúrguer da lanchonete.

BRUNO MOTA/ARQUIVO DA EDITORA

Exercícios propostos

No **exercício 37**, os estudantes devem elaborar um texto explicando seus procedimentos de cálculos, assim como fizeram no **exercício 32**. Se tiverem dificuldades, oriente-os nesta escrita.

Pense mais um pouco...

Nesta seção, espera-se que os estudantes percebam que o quadro numérico para calcular 9 + 8 (na **atividade 1**) pode ser assim:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Ou seja, o quadro deve ter pelo menos 9 linhas e 10 colunas. Como a adição é comutativa, sabemos que 9 + 8 = 8 + 9, e assim o quadro também pode ter pelo menos 10 linhas e 9 colunas, obtendo-se 8 + 9.

Ao aumentar 5 linhas e 5 colunas no quadro apresentado (**atividade 2**), espera-se que os estudantes percebam que o maior número da primeira linha e da primeira coluna será o 10, ou seja, a maior soma será 20. Logo, não é possível aparecer soma 23.

Expressões numéricas com adições e subtrações

No estudo das expressões numéricas, é importante os estudantes perceberem que expressões numéricas como 12 – (5 + 3) e 12 – 5 + 3 produzem resultados diferentes. Pode ser que alguns confundam essa situação com a propriedade associativa da adição. Esclareça a eles que, no caso de expressões numéricas, deve-se considerar a ordem das operações de acordo com os sinais de associação.

Deve-se ressaltar a importância do sinal de associação na primeira expressão, indicando que a primeira operação a ser efetuada é a adição. Já na segunda expressão, as operações de adição e subtração devem ser feitas na ordem em que aparecem:

- 12 – (5 + 3) = 12 – 8 = 4
- 12 – 5 + 3 = 7 + 3 = 10

Pode ser discutido com os estudantes também o uso de calculadora simples e de calculadora científica (que podem ser encontradas no computador). É importante perceberem que uma calculadora simples sempre efetuará as operações na ordem em que forem digitadas.

Alberto resolve o problema da seguinte maneira:

$$200 - 85 - 98 + 120$$

Essa sequência de operações é um exemplo de **expressão numérica**. Ela pode ser representada por um único número, obtido quando efetuamos as operações.

Vamos calcular o valor da expressão numérica da situação apresentada:

$$200 - 85 - 98 + 120 =$$
$$= 115 - 98 + 120 =$$
$$= 17 + 120 = 137$$

Portanto, Alberto iniciará o trabalho na quarta-feira com 137 pães.

Note que, para determinar o valor de uma expressão numérica que envolve adições e subtrações, efetuamos essas operações na ordem em que aparecem.

Em uma calculadora, fazemos esse cálculo da seguinte maneira:

NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Os sinais de associação em uma expressão numérica

Existem expressões numéricas que apresentam sinais de associação:

( ) parênteses **[ ]** colchetes **{ }** chaves

Para exemplificar, observe estas expressões:

a) (12 – 5) + 3 **b)** 12 – (5 + 3)

Note que a posição dos parênteses é diferente nas duas expressões. Vamos calculá-las.

a) $(12 - 5) + 3 =$
$= 7 + 3 = 10$

b) $12 - (5 + 3) =$
$= 12 - 8 = 4$

Repare que, por causa da posição dos parênteses, os valores das duas expressões são diferentes. Por isso, a posição dos parênteses e dos outros sinais de associação é muito importante. A presença desses sinais indica que devemos resolver as operações neles contidas seguindo uma ordem: primeiro, efetuam-se as operações entre **parênteses**; depois, as operações entre **colchetes**; finalmente, aquelas que estão entre **chaves**.

Observe mais alguns exemplos.

a) $2 + 5 + [7 - (3 - 1)] =$
$= 2 + 5 + [7 - 2] =$
$= 2 + 5 + 5 =$
$= 7 + 5 = 12$

b) $[2 + (5 + 7) - 3] - 1 =$
$= [2 + 12 - 3] - 1 =$
$= [14 - 3] - 1 =$
$= 11 - 1 = 10$

c) $2 + [5 + (7 - 3) - 1] =$
$= 2 + [5 + 4 - 1] =$
$= 2 + [9 - 1] =$
$= 2 + 8 = 10$

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

38 Calcule o valor das expressões numéricas.

a) 36 − 5 + 12 + 10 **38. a)** 53
b) 36 − (5 + 12) − 10 **38. b)** 9
c) 36 − (12 + 10 − 15) **38. c)** 29
d) (36 − 5) − (12 + 10) **38. d)** 9

39 Se Carlos tivesse mais 8 reais, poderia comprar um sorvete por 1 real, um sanduíche por 8 reais e ainda lhe sobraria 1 real. Quantos reais Carlos tem? **39.** 2 reais.

40 Na caixa de entrada de seu *e-mail*, Pedro acumulou 650 mensagens em um mês e deletou 288 delas. No mês seguinte, ele recebeu 740 novas mensagens e apagou 1 000 mensagens.

a) Determine a expressão que corresponde a essa situação. **40. a)** 650 − 288 + 740 − 1 000
b) Quantas mensagens ficaram na caixa de entrada de Pedro? **40. b)** 102 mensagens.

41 Um alpinista, depois de subir 455 metros de uma montanha, subiu mais 325 metros, porém escorregou e desceu 18 metros. Depois, ele tornou a subir 406 metros.

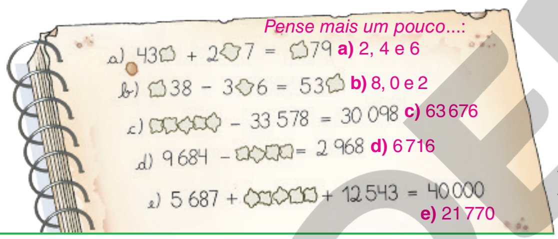
a) Determine a expressão correspondente a essa situação. **41. a)** 455 + 325 − 18 + 406
b) Qual é o valor dessa expressão? **41. b)** 1 168
c) A que altura da base da montanha se encontra esse alpinista? **41. c)** 1 168 metros.

42 *Hora de criar* – Pense em um número de três algarismos e escreva esse número como a soma de quatro números. Substitua dois desses quatro números pela diferença de outros dois números. Troque com um colega essas expressões numéricas criadas por vocês. Depois de cada um calcular o valor da expressão do outro, destroquem para corrigi-las. **42.** Resposta pessoal.

Pense mais um pouco... FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Giovana achou um velho caderno com exercícios em uma caixa guardada por seu pai. Mas repare no que as traças fizeram!

Descubra as contas que havia no caderno do pai de Giovana e escreva-as no caderno.



JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

4 Multiplicação

Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

Bruna comprou um sofá, que pretende pagar em 10 parcelas de 230 reais cada uma. Qual será o valor total que Bruna pagará pelo sofá?

Podemos resolver esse problema usando uma adição de 10 **parcelas iguais**. Observe:

$$\underbrace{230 + 230 + 230 + 230 + 230 + 230 + 230 + 230 + 230 + 230}_{\textbf{10 parcelas}} = 2\,300$$

Exercícios propostos

No **exercício 38**, incentive os estudantes a usarem o cálculo mental para descobrir o valor dessas expressões.

Lembre-os de priorizar as operações dentro dos parênteses, nos **itens b, c** e **d**.

a) 36 − 5 + 12 + 10 =
= 31 + 12 + 10 =
= 43 + 10 = 53

b) 36 − (5 + 12) − 10 =
= 36 − 17 − 10 =
= 19 − 10 = 9

c) 36 − (12 + 10 − 15) =
= 36 − (22 − 15) =
= 36 − 7 = 29

d) (36 − 5) − (12 + 10) =
= 31 − 22 = 9

O **exercício 39** apresenta uma situação interessante para os estudantes validarem as respostas após a resolução, ou seja, para conferirem se a solução encontrada está de acordo com o enunciado do problema.

Lembramos que a omissão ou má interpretação da informação inicial, "Se Carlos tivesse mais 8 reais", pode levar a resultados errados, o que o próprio estudante tem a oportunidade de corrigir ao fazer a conferência da resposta.

Considerando o que Carlos gostaria de comprar, o valor de sua compra seria: 8 + 1 = 9, com 1 real de sobra, seriam 10 reais. Como ele tem 8 reais a menos, ele tem 1 − 8 = 2 (2 reais).

As resoluções dos **exercícios 40** a **42** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

Pense mais um pouco...

Para resolver essa atividade, nos **itens a** e **b**, os estudantes devem decompor os números para analisar as ordens separadamente.

a) 43□ + 2□7 = □79
Unidades: □ + 7 = 9 →
→ □ = 9 − 7 = 2
Dezenas: 30 + □0 = 70 →
→ □ = 7 − 3 = 4
Centenas: 400 + 200 = □00 →
→ □ = 4 + 2 = 6
Resposta: 2, 4 e 6, respectivamente.

b) □38 − 3□6 = 53□
Centenas: □00 − 300 = 500 → □ = 5 + 3 = 8
Dezenas: 30 − □0 = 30 → □ = 3 − 3 = 0
Unidades: 8 − 6 = □ → 8 − 6 = 2
Resposta: 8, 0 e 2 respectivamente

Para os demais itens, obtemos:

c) □□□□ − 33 578 = 30 098
30 098 + 33 578 = 63 676
Resposta: 63 676

d) 9684 − □□□□ = 2 968.
9684 − 2 968 = 6 716
Resposta: 6 716

e) 5 687 + □□□□□ + 12 543 = 40 000
5 687 + 12 543 + □□□□□ = 40 000
18 230 + □□□□□ = 40 000
40 000 − 18 230 = 21 770
Resposta: 21 770

4. Multiplicação

Habilidade da BNCC:
EF06MA03.

Neste tópico, ao trabalhar com a multiplicação entre números naturais, retomando o conceito estudado nos anos iniciais do Ensino Fundamental, ampliamos o trabalho com a habilidade (EF06MA03).

No estudo da operação da multiplicação, apresentamos três situações desenvolvendo o significado de **adição de parcelas iguais**, com destaque para a **organização retangular** e a **noção de proporcionalidade**, ampliando e aprofundando o que já viram nos anos anteriores.

Proponha aos estudantes novas situações que envolvam multiplicação com essas ideias, para resolverem com ou sem o uso de calculadora. Em cada uma das multiplicações efetuadas, retome com eles os elementos de uma multiplicação: fatores e produto.

Na **situação 2** apresentamos a imagem da coreografia realizada durante a apresentação de Paris como a cidade que iria receber os Jogos Paralímpicos de 2024. Comente com os estudantes que o grupo de pessoas vestiam preto e com o movimento dos braços formavam diferentes imagens, incluindo a palavra **Paris** representada na imagem. O coreógrafo francês Sadeck Waff foi o responsável por essa apresentação de "balé com as mãos" com 126 participantes, com e sem deficiência. O vídeo com essa apresentação está disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=XCdsIkQqAmE&t=164s. Acesso em: 22 abr. 2022.

Se considerar adequado, proponha um trabalho com o professor de Arte, reproduzindo para os estudantes o vídeo com essa apresentação, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 3**.

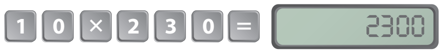
Na **situação 3**, lembre os estudantes de que ao conjunto de 12 elementos damos o nome **dúzia**.

Podemos usar também a multiplicação de 10 por 230.

$$\underbrace{10 \times 230}_{\text{fatores}} = \underbrace{2\,300}_{\text{produto}}$$

Logo, Bruna pagará 2 300 reais pelo sofá.

Em uma calculadora, fazemos esse cálculo da seguinte maneira:



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Situação 2

Em 2021, com a cidade de Paris em festa por receber os Jogos Paralímpicos de 2024, ao som da orquestra da França, houve uma apresentação coreográfica de um grupo de pessoas em cadeiras de rodas. Observe a imagem.

© COMITÊ PARALÍMPICO INTERNACIONAL

Na coreografia de Sadeck Waff, durante a apresentação, formou-se a palavra PARIS. *Frame* do filme da coreografia original, realizada em 2021.

Para saber quantas pessoas sentadas participaram da coreografia não é necessário contar uma a uma. Como elas estão dispostas em uma formação retangular de 7 fileiras com 18 pessoas cada uma, basta efetuar a seguinte operação:

$$\underbrace{7 \times 18}_{\text{fatores}} = \underbrace{126}_{\text{produto}}$$

Logo, há 126 pessoas sentadas participando da coreografia.

Em uma calculadora, fazemos esse cálculo da seguinte maneira:

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Situação 3

Ana e suas amigas estavam estudando juntas e resolveram preparar lanches naturais e suco de laranja. Sabendo que para fazer 1 copo de suco são necessárias 3 laranjas, quantas laranjas serão usadas para fazer 4 copos de suco?

TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Se, para 1 copo, são necessárias 3 laranjas, para 4 copos temos:

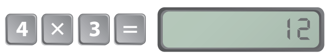
Quantidade de copos	Quantidade de laranjas
1	3
4	12

$1 \xrightarrow{\times 4} 4$ e $3 \xrightarrow{\times 4} 12$

Portanto, para fazer 4 copos de suco de laranja, serão usadas 12 laranjas.

Nesse exemplo, está presente a ideia de **proporção**.

Em uma calculadora, fazemos esse cálculo da seguinte maneira:



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

As ideias de **adição de parcelas iguais**, **formação retangular** e **proporção** estão relacionadas à multiplicação.

Observações

- Podemos indicar uma multiplicação substituindo o sinal de vezes (×) por um ponto (·).
  Observe alguns exemplos.
  a) 13 × 5 ou 13 · 5 **b)** 4 × 5 ou 4 · 5
- O resultado de 2 vezes um número é chamado **dobro**.
- O resultado de 3 vezes um número é chamado **triplo**.
- O resultado de 4 vezes um número é chamado **quádruplo**.
  Assim:
  - O dobro de 9 é 2 · 9, isto é, 18.
  - O triplo de 14 é 3 · 14, isto é, 42.
  - O quádruplo de 18 é 4 · 18, isto é 72.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

43. b) Fatores; produto.

43 Em uma plantação, existem 118 fileiras com 84 pés de abacaxi em cada uma.

a) Para obter o número de pés de abacaxi, podemos fazer uma operação. Que operação é essa? 43. a) Multiplicação.

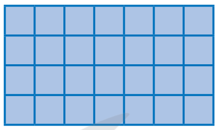
b) Que nome damos aos números 118 e 84 nessa operação? E ao resultado?

c) Quantos pés de abacaxi há nessa plantação? 43. c) 9 912 pés de abacaxi.

44 Represente cada adição com uma multiplicação.

a) 5 + 5 + 5 + 5 44. a) 4 · 5
b) 2 + 2 + 2 + 2 + 2 44. b) 5 · 2
c) 7 + 7 + 7 44. c) 3 · 7
d) $a + a$ 44. d) 2 · a

45 Observe a figura a seguir.



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

45. a) 7 + 7 + 7 + 7

Considerando essa figura, escreva:

a) a adição de 4 parcelas iguais que fornece o número de quadradinhos;

b) a adição de 7 parcelas iguais que fornece o número de quadradinhos;

c) a multiplicação de dois fatores que também fornece o número de quadradinhos.

45. b) 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 45. c) 4 · 7 ou 7 · 4

46 Larissa mora no 13º andar, e os dois elevadores do prédio quebraram. De um pavimento a outro, são 18 degraus de escada. Quantos degraus Larissa terá de subir para chegar em casa, vindo do apartamento de sua amiga, que mora no 4º andar do mesmo prédio? 46. 162 degraus.

47 Em uma multiplicação, um dos fatores é zero. Qual é o produto? 47. Zero.

48 Calcule mentalmente:

a) 5 · 10 48. a) 50
b) 32 · 100 48. b) 3 200
c) 74 · 1 000 48. c) 74 000
d) 42 · 10 000 48. d) 420 000

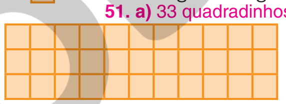
49 Continue calculando mentalmente:

a) 25 · 2 49. a) 50
b) 25 · 200 49. b) 5 000
c) 5 · 60 49. c) 300
d) 5 · 600 49. d) 3 000
e) 8 · 9 49. e) 72
f) 80 · 90 49. f) 7 200

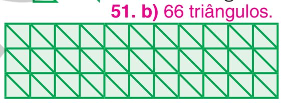
50 Nosso coração bate, em média, 70 vezes por minuto. Quantas batidas nosso coração dá em 1 dia? Lembre-se de que 1 hora é o mesmo que 60 minutos. 50. 100 800 batidas.

51 Responda às questões.

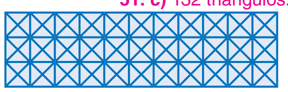
a) Quantos existem na figura a seguir? 51. a) 33 quadradinhos.



b) Quantos e existem na figura? 51. b) 66 triângulos.



c) Quantos , , , existem? 51. c) 132 triângulos.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Exercícios propostos

Neste bloco de exercícios, exploram-se a multiplicação associada à adição de parcelas iguais, à disposição retangular e à noção de proporcionalidade.

As resoluções dos **exercícios 43** a **49** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

No **exercício 50**, os estudantes devem considerar que o coração bate, em média, 70 vezes por minuto. Sabe-se que em 1 hora há 60 minutos; logo, em um dia há: 1 440 minutos (24 · 60 = 1 440). Portanto, a quantidade de batidas do coração é dada por:

1 440 · 70 = 100 800

Logo, o coração bate 100 800 vezes por dia.

O **exercício 51** oferece um momento para os estudantes buscarem relações entre as unidades de medida de área, ainda que apareçam de maneira apenas implícita no exercício. Para começar, no **item a**, eles devem relacionar a quantidade total de quadrinhos com a quantidade de quadrinhos em cada linha e em cada coluna do retângulo apresentado. Na resolução do **item b**, é importante observar se há estudantes fazendo a contagem dos triângulos; uma estratégia para lidar com o problema é pedir a outro estudante que tente explicar como resolver sem contar todos os triângulos. É fundamental destacar a ideia de que, cabendo dois triângulos em cada quadrinho, haverá o dobro de triângulos em relação ao número original de quadrinhos. De maneira similar, no **item c**, espera-se que os estudantes utilizem as relações:

- em cada quadrinho cabem dois "triângulos dos tipos do **item b**", ou quatro "triângulos dos tipos do **item c**";
- em cada "triângulo dos tipos do **item b**" cabem dois "triângulos dos tipos do **item c**".

Discutindo essas relações, os estudantes observarão que não é mera coincidência ter encontrado os números 33, 66 e 132, ou seja, sempre o dobro do encontrado no item anterior. Ficará então mais natural verificar que, quando diminuímos a unidade de medida, mais vezes essa unidade de medida caberá em uma mesma superfície.

Exercícios propostos

No **exercício 52**, além da ideia de proporcionalidade em debate, à medida que os estudantes encontram as respostas, podem ser explorados os aspectos relacionados com alimentação e nutrição. Para isso, é possível promover um trabalho interdisciplinar com Ciências. As embalagens que os estudantes pesquisarem serão um importante objeto de estudo e discussão a esse respeito.

Uma ampliação interessante desse exercício é solicitar que coletem dados dos alimentos que mais consomem, para uma autoavaliação da alimentação. Mesmo não sendo especialistas em nutrição, é fundamental que todos tenham noções de alimentação e saúde, pois uma dieta desequilibrada é prejudicial à saúde.

Apresentamos a seguir o quadro solicitado no **item a**. A terceira coluna a ser acrescentada é equivalente a 4 vezes a quantidade presente na segunda coluna:

Suco de uva enlatado ou engarrafado		
Quantidade	**1 copo**	**4 copos**
Água (mL)	168	672
Quilocalorias	155	620
Proteína (g)	1	4
Gordura (g)	–	–
Carboidrato (g)	38	152
Cálcio (mg)	23	92
Potássio (mg)	334	1 336
Vitamina A (UI)	20	80

No **item b**, os estudantes devem considerar as informações apresentadas no enunciado e as do quadro. A embalagem contém o equivalente a 4 copos de suco e segundo o modo de preparo, para cada copo devem ser acrescentados 3 copos de água. Logo, para preparar o total de suco possível com uma garrafa seriam necessários 12 copos de água ($3 \cdot 4 = 12$). A quantidade de açúcar é a gosto, e independe da quantidade de suco a ser preparado. Já para calcular a quantidade de suco preparado, os estudantes devem adicionar a quantidade de suco concentrado à quantidade de água, assim, serão 16 copos de suco preparado ($4 + 12 = 16$).

No **item c**, converse com os estudantes sobre a importância de lermos os rótulos de produtos que consumimos, pois neles constam informações sobre a validade e alertas a componentes alergênicos. Fale sobre o risco do consumo de produtos fora da validade e da não identificação dos componentes para pessoas alérgicas, contribuindo para o trabalho com o Tema Contemporâneo Transversal **educação alimentar e nutricional**.

No **exercício 53** apresentamos uma proposta de elaboração de problemas. Oriente os estudantes para que os problemas elaborados tenham os dados necessários para sua resolução. Pode-se organizá-los em uma lista para que sejam resolvidos como tarefa de casa ou como uma lista de estudo para os estudantes que ainda tiverem dificuldades com a operação de multiplicação.

52 Leia as especificações que há no rótulo de uma embalagem de suco de uva. Depois, faça o que se pede.

Suco de uva enlatado ou engarrafado	
Quantidade	**1 copo**
Água (mL)	168
Quilocalorias	155
Proteína (g)	1
Gordura (g)	Traços*
Carboidrato (g)	38
Cálcio (mg)	23
Potássio (mg)	334
Vitamina A (UI)	20

* Nesse contexto, o termo *traços* significa quantidade mínima, algo que não se consegue quantificar.

a) Sabendo que essa embalagem contém 4 copos, copie o quadro acrescentando, à direita, uma coluna com os valores referentes ao total do conteúdo do recipiente.

52. a) 672; 620; 4; traços; 152; 92; 1 336; 80

52. b) 12 copos de água; a gosto; 16 copos de suco.

b) Consta também no rótulo a informação de que, para cada porção de suco, devem ser acrescentadas 3 porções de água e açúcar a gosto. Quantos copos de água devo usar para preparar todo o suco de uma embalagem? Quantas colheres de açúcar? Quantos copos de suco é possível preparar?

c) Você já parou para observar as informações contidas nas embalagens de produtos que consome? Pesquise embalagens de produtos alimentícios e verifique se há informações que possibilitem identificar seus componentes, se há alertas para algum componente alergênico, entre outras informações. Reflita sobre a importância dessas informações e converse com o professor e os colegas.

52. c) Resposta pessoal.

53 ***Hora de criar*** – Em duplas, cada integrante vai elaborar um problema sobre multiplicação com números naturais. Troquem de caderno para um resolver o problema do outro. Depois, destroquem para corrigi-los.

53. Resposta pessoal.

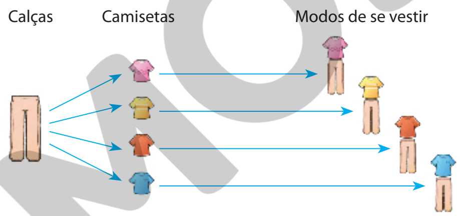
Outra ideia associada à multiplicação

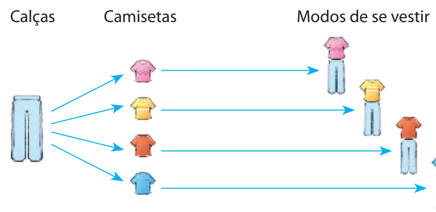
Considere as situações a seguir.

Situação 1

Bia tem duas calças de agasalho e quatro camisetas para treinar atletismo. De quantos modos diferentes ela pode se vestir para ir aos treinos?

Acompanhe como podemos **combinar** essas peças:





ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

Observe que basta multiplicar 2 por 4 para encontrar o número de opções de vestimenta ($2 \cdot 4 = 8$). O número 2 representa as duas possíveis escolhas de calças, e o número 4, as quatro possíveis escolhas de camisetas. Logo, existem 8 possibilidades diferentes para Bia se vestir.

Esse tipo de esquema, que leva à resposta de problemas envolvendo um raciocínio multiplicativo **combinatório**, é chamado **árvore das possibilidades**.

Situação 2

ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

Na lanchonete da escola de Manoela são oferecidas três opções de sanduíche (natural, frango e queijo), duas opções de suco (laranja e uva) e três opções de doce (brigadeiro, cajuzinho e bicho de pé).

Quantas são as possibilidades de Manoela escolher seu lanche, sabendo que ela vai comprar um sanduíche, um suco e um doce?

Vamos representar as opções no esquema a seguir.

Opções de sanduíche	Opções de suco	Opções de doce	Possibilidades
Sanduíche natural (**SN**)	Suco de laranja (**SL**)	Brigadeiro (**B**)	**SN**, **SL** e **B**
		Cajuzinho (**C**)	**SN**, **SL** e **C**
		Bicho de pé (**BP**)	**SN**, **SL** e **BP**
	Suco de uva (**SU**)	Brigadeiro (**B**)	**SN**, **SU** e **B**
		Cajuzinho (**C**)	**SN**, **SU** e **C**
		Bicho de pé (**BP**)	**SN**, **SU** e **BP**
Sanduíche de frango (**SF**)	Suco de laranja (**SL**)	Brigadeiro (**B**)	**SF**, **SL** e **B**
		Cajuzinho (**C**)	**SF**, **SL** e **C**
		Bicho de pé (**BP**)	**SF**, **SL** e **BP**
	Suco de uva (**SU**)	Brigadeiro (**B**)	**SF**, **SU** e **B**
		Cajuzinho (**C**)	**SF**, **SU** e **C**
		Bicho de pé (**BP**)	**SF**, **SU** e **BP**
Sanduíche de queijo (**SQ**)	Suco de laranja (**SL**)	Brigadeiro (**B**)	**SQ**, **SL** e **B**
		Cajuzinho (**C**)	**SQ**, **SL** e **C**
		Bicho de pé (**BP**)	**SQ**, **SL** e **BP**
	Suco de uva (**SU**)	Brigadeiro (**B**)	**SQ**, **SU** e **B**
		Cajuzinho (**C**)	**SQ**, **SU** e **C**
		Bicho de pé (**BP**)	**SQ**, **SU** e **BP**

$$3 \cdot 2 \cdot 3 = 18$$

Outra ideia associada à multiplicação

Apresentamos uma situação que trata do significado de combinatória associado à multiplicação, outro raciocínio a ser desenvolvido pelos estudantes. No cálculo de possibilidades, é importante eles desenvolverem estratégias de organização, como a árvore das possibilidades tratada nesse momento.

Converse com os estudantes sobre as duas situações e a organização das árvores das possibilidades que mostram a multiplicação associada à contagem. Proponha aos estudantes outras situações para fazerem a organização das possibilidades dessa maneira. Em seguida, alguns deles podem mostrar o que fizeram, discutindo cada esquema com a turma.

Ressalte o fato de que a representação das possibilidades, por esse tipo de esquema, para obter o total de possibilidades torna-se inviável para uma grande quantidade de opções. No entanto, o cálculo da multiplicação da quantidade de cada item sempre é possível.

Exercícios propostos

Neste bloco de exercícios, que explora a ideia combinatória da multiplicação, a interpretação das situações envolvidas na resolução dos problemas é fundamental, já que o uso automático da multiplicação pode levar a um resultado correto, porém sem significado. Incentive os estudantes a exporem a um colega como entenderam cada problema e a procurarem juntos procedimentos para a resolução.

No **exercício 54**, solicite aos estudantes que façam cartões indicando o tipo de pipoca (doce ou salgada) e outros indicando separadamente o tamanho do pacote (pequeno, médio ou grande). Esses cartões podem ser usados para fazer as possíveis combinações. Com eles, os estudantes podem efetivamente verificar todas as possibilidades e representar no caderno a árvore das possibilidades.

Não é apropriado que os estudantes dessa faixa etária dependam da manipulação de materiais para solucionar problemas desse tipo, mas algumas simulações podem ser necessárias para que todos compreendam as generalizações esperadas.

Outra alternativa é a construção de um quadro, nesse caso de dupla entrada, que permita visualizar as combinações possíveis. Por exemplo:

Tamanho / Tipo	Pequeno	Médio	Grande
Doce			
Salgada			

Note que a construção do quadro permite verificar facilmente as 6 possibilidades de compra da pipoca, que também pode ser dada pela multiplicação: $2 \cdot 3 = 6$, em que 2 corresponde à quantidade de sabores, e 3, à quantidade de embalagens disponíveis.

No **exercício 58**, solicite aos estudantes que refaçam a proposta com base nos meios de transporte que eles costumam usar no lugar onde moram.

O **exercício 60**, de maneira sutil, desperta as ideias de possibilidades e de aleatoriedade. Caso tenham chegado às respostas com facilidade, desafie-os a encontrar a resposta para um lançamento de três moedas.

Nesse caso, basta fazer uma multiplicação para encontrar quantas possibilidades Manoela tem de escolher seu lanche. Observe.

$$\underbrace{3}_{\text{Opções de sanduíche}} \cdot \underbrace{2}_{\text{Opções de suco}} \cdot \underbrace{3}_{\text{Opções de doce}} = \underbrace{18}_{\text{Número de possibilidades}}$$

Logo, Manoela tem 18 possibilidades de escolher seu lanche.

Um esquema como esse é um instrumento útil para descrever todas as possibilidades de um evento, porém é inadequado quando a quantidade de opções e de itens é grande.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

54 Em um cinema, é possível comprar pipoca doce ou salgada em pacote pequeno, médio ou grande. Quantas são as possibilidades para a compra de um pacote de pipoca nesse cinema? **54.** 6 possibilidades.

EXCITING FILMS PRODUCTIONS/ WIREIMAGE/GETTY IMAGES

55 Rafael lança um dado e uma moeda ao mesmo tempo e observa as faces voltadas para cima. De quantos modos diferentes essas faces podem aparecer? **55.** 12 modos diferentes.

56 Tenho três lápis de cor nas cores azul, amarela e verde. Desejo pintar três faixas em uma figura com essas três cores, usando uma cor para cada faixa, conforme mostra a figura a seguir.

NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

De quantas maneiras poderei fazê-lo? Desenhe todas as possibilidades. **56.** 6 possibilidades.

57 De quantas maneiras posso calçar meus pés tendo três pares de tênis e cinco pares de meias diferentes? **57.** 15 maneiras diferentes.

58 Para fazer o trajeto de sua casa até a escola, Luciana tem de tomar duas conduções. Nem sempre ela usa os mesmos meios de transporte. Na primeira parte do percurso, Luciana toma trem ou ônibus; na segunda parte, metrô, carona no carro de uma amiga ou ônibus. De quantos modos diferentes Luciana pode fazer o trajeto de sua casa até a escola? E, supondo dispor dos mesmos meios para a volta da escola, de quantos modos diferentes poderá fazê-la?
58. 6 modos diferentes: trem e ônibus, trem e metrô, trem e carona, ônibus e metrô, ônibus e carona, ônibus e ônibus. O mesmo vale para o trajeto de volta.

59 Em uma lanchonete há 3 tipos de sanduíche, 2 tipos de suco e 2 tipos de sobremesa.

ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

59. a) 12 maneiras diferentes.

a) De quantas maneiras diferentes pode-se fazer uma refeição nessa lanchonete escolhendo 1 sanduíche, 1 suco e 1 doce?

b) Qual é a possibilidade de refeição mais barata que tenha um item de cada categoria?
59. b) Cachorro-quente, suco de limão e sorvete.

60 Lucas está brincando com duas moedas. Ele lança as moedas e observa a face que fica virada para cima: cara ou coroa. Ao lançar duas moedas ao mesmo tempo, que faces poderá obter?

60. Cara e cara, cara e coroa, coroa e cara, coroa e coroa.

BANCO CENTRAL DO BRASIL

61 *Hora de criar* – Em duplas, cada integrante vai elaborar um problema sobre multiplicação com raciocínio combinatório. Troquem de caderno para um resolver o problema do outro. Depois, destroquem para corrigi-los.
61. Resposta pessoal.

As resoluções dos **exercícios 55** a **61** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO *Pense mais um pouco...:*

De quantas maneiras diferentes posso pintar as faixas de uma bandeira de 4 listras, usando as cores verde, azul, vermelha e amarela, sem repeti-las? Observe uma das possibilidades na bandeira ilustrada. 24 maneiras diferentes.

JOSÉ LUÍS JUHAS/ ARQUIVO DA EDITORA

PARA SABER MAIS

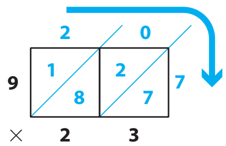
Multiplicação hindu

Os hindus desenvolveram vários métodos práticos para resolver problemas.

Para multiplicar dois números, criaram um método conhecido por vários nomes: "multiplicação em gelosia", "em célula", "em grade" ou "quadrilateral".

Vamos efetuar algumas multiplicações aplicando esse método.

- 9 · 23



Produtos parciais:
$9 \cdot 3 = 27$
$9 \cdot 2 = 18$

Observe que o fator 9 está localizado à esquerda e o fator 23, abaixo, com os produtos parciais 27 e 18 ocupando as células interiores.

Os dígitos das fileiras diagonais são adicionados da direita para a esquerda:

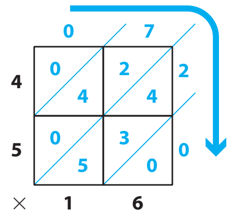
$(7 + 0 = 7;\ 8 + 2 = 10;\ 1 + 1 = 2)$

O produto 207, acima, deve ser lido da esquerda para a direita.

Assim: $9 \cdot 23 = 207$

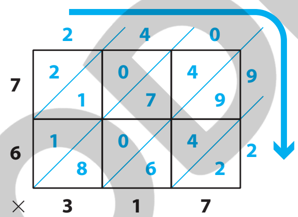
- 45 · 16

Procedendo da mesma maneira que no exemplo anterior, obtemos:



Assim: $45 \cdot 16 = 720$

O método utilizado pelos hindus funciona com multiplicações entre números com qualquer quantidade de algarismos. Observe:



$76 \cdot 317 = 24\,092$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Para saber mais:

1 Aplicando o método hindu de multiplicação, calcule:

a) $37 \cdot 43$ **1. a)** 1 591 b) $18 \cdot 532$ **1. b)** 9 576 c) $125 \cdot 9\,046$ **1. c)** 1 130 750

2 Escreva dois números e faça a multiplicação entre eles usando o método hindu e o algoritmo tradicional. Depois, responda: qual deles você acha mais fácil? Explique. **2.** Resposta pessoal.

As resoluções das demais atividades da seção **Para saber mais** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

Pense mais um pouco...

Apresentamos uma resolução possível para o desafio proposto nesta seção.

Usando a cor verde na primeira faixa, podemos combinar as outras cores de seis modos diferentes, como mostra o quadro a seguir.

1ª faixa	2ª faixa	3ª faixa	4ª faixa
Verde	Azul	Vermelho	Amarelo
Verde	Azul	Amarelo	Vermelho
Verde	Vermelho	Azul	Amarelo
Verde	Vermelho	Amarelo	Azul
Verde	Amarelo	Vermelho	Azul
Verde	Amarelo	Azul	Vermelho

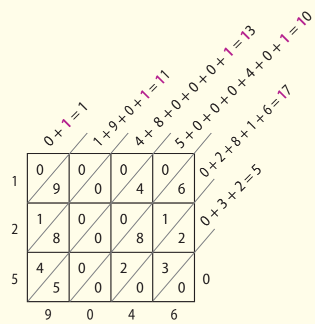
O mesmo raciocínio pode ser usado com as outras cores na primeira faixa. Como são 4 cores, podemos pintar de 24 modos diferentes ($6 \cdot 4$).

Para saber mais

Conhecer um pouco da história da Matemática é um dos meios mais convincentes para sua assimilação no corpo geral de conhecimentos. Mesmo que os estudantes já saibam fazer essas multiplicações, eles podem conhecer e aplicar algumas ideias surgidas ao longo da história. Ao trabalhar com essa temática, contribuímos para o desenvolvimento da **competência geral 1**. Comente com os estudantes a importância de estudarmos os conhecimentos históricos desenvolvidos por diferentes culturas, contribuindo para o trabalho com o Tema Contemporâneo Transversal **diversidade cultural**. Nesta seção, eles têm a oportunidade de aprender a multiplicação em gelosia.

Nos dois últimos exemplos, observe que as somas nas diagonais podem ocasionar o acréscimo de valores na casa decimal superior seguinte.

No caso do produto entre 125 e 9 046 proposto no **item c** da **atividade 1** do **Agora é com você!**, a configuração fica assim:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Propriedades da multiplicação

Nesta página, trabalhamos as propriedades da multiplicação ampliando as noções que os estudantes já trazem de anos anteriores.

Proponha aos estudantes na lousa situações em que eles podem verificar como as propriedades da multiplicação, assim como as da adição, auxiliam no cálculo mental. Por exemplo, peça-lhes que obtenham o produto da seguinte multiplicação, identificando em cada passagem a propriedade utilizada.

$15 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 =$

$= (15 \cdot 1) \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 =$ ①

$= 15 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 =$ ②

$= 15 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 5 =$ ③

$= (15 \cdot 2) \cdot (7 \cdot 5) =$ ④

$= 30 \cdot 35 =$

$= 1050$

① (propriedade associativa da multiplicação)

② (existência do elemento neutro da multiplicação)

③ (propriedade comutativa da multiplicação)

④ (propriedade associativa da multiplicação)

A propriedade do fechamento não foi considerada aqui porque não estamos realizando um estudo axiomático da teoria dos conjuntos.

Propriedades da multiplicação

TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Ana e Lúcio compraram o mesmo tipo de chocolate. Ela comprou 2 caixas com 18 bombons em cada caixa, ele comprou 18 caixinhas com 2 bombons em cada uma. Quem comprou mais bombons?

Para saber, devemos multiplicar o número de caixas e o número de bombons em cada caixa:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Ana: } 2 \cdot 18 = 36 \\ \text{Lúcio: } 18 \cdot 2 = 36\end{array}\right\} 2 \cdot 18 = 18 \cdot 2 \rightarrow \text{Eles compraram a mesma quantidade de bombons.}$$

A ordem dos fatores não alterou o produto. Isso sempre ocorre quando multiplicamos dois números naturais quaisquer. Trata-se da **propriedade comutativa da multiplicação**.

Em uma multiplicação de dois números naturais, a ordem dos fatores não altera o produto.

Observe outros exemplos.

a) $24 \cdot 2 = 2 \cdot 24 = 48$

b) $20 \cdot 98 = 98 \cdot 20 = 1\,960$

Agora, observe dois modos de efetuar o produto $2 \cdot 5 \cdot 3$.

1º modo

Efetua-se a multiplicação dos dois primeiros fatores e, depois, multiplica-se esse resultado pelo terceiro fator.

$(2 \cdot 5) \cdot 3 =$

$= 10 \cdot 3 =$

$= 30$

2º modo

Efetua-se a multiplicação dos dois últimos fatores e multiplica-se o primeiro fator pelo resultado obtido.

$2 \cdot (5 \cdot 3) =$

$= 2 \cdot 15 =$

$= 30$

Ao associar os fatores de modos diferentes, o produto não se alterou. Esse fato sempre ocorre quando multiplicamos três ou mais números naturais quaisquer. Trata-se da **propriedade associativa da multiplicação**.

Em uma multiplicação de três ou mais números naturais quaisquer, podemos associar os fatores de modos diferentes sem alterar o produto.

Observe mais alguns exemplos.

a) $2 \cdot 18 \cdot 5 =$

$= 2 \cdot 5 \cdot 18 =$

$= 10 \cdot 18 =$

$= 180$

b) $25 \cdot 34 \cdot 4 =$

$= 25 \cdot 4 \cdot 34 =$

$= 100 \cdot 34 =$

$= 3\,400$

Agora, considere as seguintes multiplicações:

- $1 \cdot 18 = 18 \cdot 1 = 18$
- $22 \cdot 1 = 1 \cdot 22 = 22$
- $1 \cdot 327 = 327 \cdot 1 = 327$

Note que em todas essas multiplicações há um número (**1**) que, em qualquer posição, não influi no resultado. Esse número é o **elemento neutro** da multiplicação. A multiplicação de um número natural qualquer por 1 (ou vice-versa) é o próprio número. Trata-se de mais uma propriedade da multiplicação: a **existência do elemento neutro**.

O número 1 é o elemento neutro da multiplicação.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

66. Fábio: 32 bolinhas de gude; Fernanda: 64 bolinhas de gude; Ivone: 192 bolinhas de gude; Francisco: 768 bolinhas de gude.

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

62 O produto 12 · 15 · 2 fica mais fácil de ser resolvido assim:

$$12 \cdot (15 \cdot 2) = 12 \cdot 30 = 360$$

No caderno, mostre o modo mais fácil de calcular os seguintes produtos e determine-os. 62. Resposta pessoal.

a) 36 · 25 · 4 **62. a)** 3 600

b) 5 · 45 · 2 **62. b)** 450

c) 9 · 8 · 5 **62. c)** 360

63 Efetue os produtos aplicando as propriedades da multiplicação.

a) 2 · 17 · 5 **63. a)** 170

b) 2 · 15 · 36 **63. b)** 1 080

c) 18 · 5 · 4 **63. c)** 360

d) 2 · 38 · 5 **63. d)** 380

e) 25 · 137 · 4 **63. e)** 13 700

f) 12 · 0 · 1 **63. f)** 0

g) 14 · 20 · 10

h) 12 · 1 · 10

i) 8 · 21 · 5

j) 75 · 1 · 4

63. g) 2 800 **63. h)** 120 **63. i)** 840 **63. j)** 300

64 Uma impressora faz 12 cópias por minuto. Outra imprime o triplo de cópias dos mesmos impressos em um minuto. Quantas cópias a segunda impressora faz em 15 minutos?

64. 540 cópias.

65 Uma loja vendeu 84 peças de roupas em outubro. Em novembro, vendeu o dobro de peças e, em dezembro, o triplo das peças vendidas em novembro. Quantas peças de roupa foram vendidas nesse trimestre?

65. 756 peças de roupa.

66 Fábio tem 32 bolinhas de gude, Fernanda tem o dobro das bolinhas de gude de Fábio, Ivone tem o triplo das bolinhas de gude de Fernanda e Francisco tem o quádruplo das bolinhas de gude de Ivone. Quantas bolinhas de gude tem cada um?

ARTUR FUJITA/ ARQUIVO DA EDITORA

67 A calculadora de Fernando está com as teclas 6 e 8 quebradas. Para calcular o resultado da operação 16 · 4 802, ele apertou a seguinte sequência de teclas:

2 × 2 × 4 × 2 × 2 4 0 1 =

NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

67. a) Sim.

a) O cálculo de Fernando está correto?

b) Redija uma explicação de como Fernando pensou para resolver esse problema.

c) Existe uma forma de calcular o resultado dessa operação apertando-se um número menor de teclas? Justifique sua resposta.

d) Há uma maneira de fazer esse cálculo trocando-se uma operação de multiplicação por uma adição? Dê um exemplo.

67. b) Resposta possível: Ele substituiu 16 por 2 · 2 · 4 e 4 802 por 2 · 2 401.

67. c) Sim, por exemplo:

4 × 4 × 2 × 2 4 0 1 =

A propriedade distributiva

Para entender a propriedade distributiva da multiplicação, vamos considerar as situações a seguir.

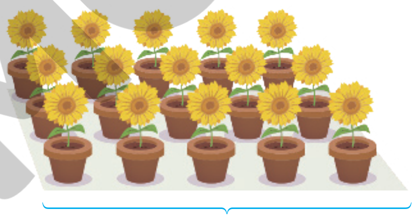
67. d) Sim; resposta possível:

1 5 + 1 = × 2 × 2 4 0 1 =

Situação 1

Mário é florista. Ele prepara suas mudas de girassol em pequenos vasos. Para atender a uma encomenda, Mário organizou os vasos sobre duas placas retangulares, conforme mostra a figura.

3 · 4 = 12



3 · 5 = 15

ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

Quantos vasos de girassol foram vendidos nessa encomenda?

Exercícios propostos

Este bloco de exercícios explora a aplicação das propriedades já estudadas da multiplicação. Observe se os estudantes associam de maneira conveniente, de modo que o cálculo seja facilitado. Compartilhe os diferentes procedimentos utilizados para que eles possam comparar o modo como fizeram com o de outro colega e, assim, reflitam sobre suas escolhas.

As resoluções dos **exercícios 62** a **65** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

Ao resolver o **exercício 66**, os estudantes podem se confundir, se não fizerem os registros das informações do enunciado. Para evitar equívocos, é importante que passem para o caderno as informações principais e que, chegando às respostas, voltem ao enunciado para conferi-las. Apresentamos a seguir uma sugestão para esse registro.

- Fábio tem 32 bolinhas de gude → → 32
- Fernanda tem o dobro de bolinhas de gude de Fábio → 2 · 32 = 64
- Ivone tem o triplo de bolinhas de gude de Fernanda → 3 · 64 = 192
- Francisco tem o quádruplo de bolinhas de gude de Ivone → → 4 · 192 = 768

No **exercício 67**, os estudantes devem pensar em estratégias para calcular a multiplicação entre 16 e 4 802, considerando que as teclas 6 e 8 não funcionam.

No **item a**, ao avaliar o cálculo eles podem efetuar as operações indicadas e concluir que o resultado obtido corresponde a 76 832, que é o resultado de 16 · 4 802.

Após responderem aos demais itens, peça aos estudantes que compartilhem as respostas dadas, pois esses itens admitem mais de uma resposta possível. O compartilhamento das diferentes estratégias contribui para o desenvolvimento dos estudantes em relação aos conteúdos estudados.

A propriedade distributiva

Analise com os estudantes as situações propostas no livro, que possibilitam atribuir significado à propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. É fundamental que eles distingam a propriedade associativa.

Ressalte que a propriedade associativa envolve sempre a mesma operação (adição ou multiplicação), enquanto a propriedade distributiva envolve duas operações: multiplicação e adição (ou multiplicação e subtração).

Calculando o número de vasos sobre cada placa e adicionando os resultados, temos:

$$3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 12 + 15 = 27$$

Contando como se fosse uma placa única, podemos escrever:

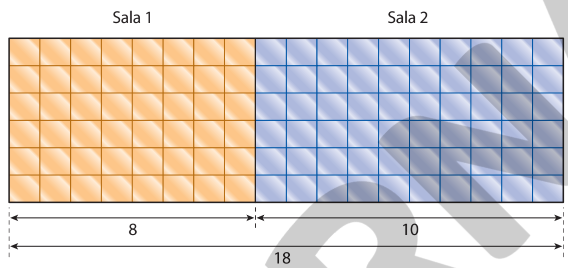
$$3 \cdot (4 + 5) = 3 \cdot 9 = 27$$

Observamos que $3 \cdot (4 + 5)$ é o mesmo que $3 \cdot 4 + 3 \cdot 5$.

Portanto, foram vendidos 27 vasos de girassol.

Situação 2

A figura a seguir representa o piso de duas salas. Quantas lajotas foram usadas nesses pisos?



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

O número de lajotas da sala 1 é obtido calculando-se $6 \cdot 8$. O número de lajotas da sala 2, calculando-se $6 \cdot 10$.

Como o número total de lajotas é igual ao número de lajotas da sala 1 mais o número de lajotas da sala 2, temos:

$$6 \cdot 18 = 6 \cdot (8 + 10) = 6 \cdot 8 + 6 \cdot 10 = 48 + 60 = 108$$

Logo, foram usadas 108 lajotas.

Assim, a multiplicação foi distribuída pelas parcelas de uma adição e, depois, os resultados foram adicionados, isto é, foi aplicada a **propriedade distributiva da multiplicação** em relação à adição.

Essa propriedade também pode ser aplicada em relação à subtração, como nos exemplos a seguir.

a) $5 \cdot (8 - 6) = 5 \cdot 8 - 5 \cdot 6$

b) $3 \cdot (5 - 3) = 3 \cdot 5 - 3 \cdot 3$

c) $(8 - 6) \cdot 3 = 8 \cdot 3 - 6 \cdot 3$

d) $(25 - 13) \cdot 19 = 25 \cdot 19 - 13 \cdot 19$

Observe nos exemplos a seguir como a propriedade distributiva pode ajudar a realizar cálculos mais rápidos ou mentalmente.

a) $5 \cdot 154 = 5 \cdot (100 + 50 + 4) = 500 + 250 + 20 = 770$

b) $998 \cdot 8 = (1000 - 2) \cdot 8 = 8000 - 16 = 7984$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

68 Calcule aplicando em cada caso a propriedade distributiva da multiplicação.

a) $8 \cdot (9 + 4)$ **68. a)** 104
b) $10 \cdot (7 - 2)$ **68. b)** 50
c) $(4 + 6) \cdot 3$ **68. c)** 30
d) $4 \cdot (6 - 2)$ **68. d)** 16
e) $(8 - 3) \cdot 8$ **68. e)** 40
f) $(10 - 4) \cdot 8$ **68. f)** 48

69 Uma baleia-azul adulta pode pesar tanto quanto 26 elefantes africanos adultos, que têm aproximadamente 5 000 quilogramas cada um. Calcule quantos quilogramas tem uma baleia-azul, aproximadamente. **69.** 130 000 quilogramas.

70 Descubra e corrija as sentenças falsas, tornando-as verdadeiras.

a) $6 \cdot 1 = 6$ **70. a)** Verdadeira.
b) Se a é um número natural, então $5 \cdot a = a \cdot 5$. **70. b)** Verdadeira.
c) $6 \cdot (7 + 4) = 6 \cdot 4 + 6 \cdot 7$ **70. c)** Verdadeira.
d) $10 \cdot (x + 1) = 10 \cdot x$ **70. d)** Falsa: $10 \cdot (x + 1) = 10 \cdot x + 10 \cdot 1$
e) $5 \cdot 0 = 5$ **70. e)** Falsa: $5 \cdot 0 = 0$

71 Maria usa a decomposição para calcular mentalmente o resultado da multiplicação $6 \cdot 35$. Observe.

ALAN CARVALHO/ ARQUIVO DA EDITORA

$6 \cdot 35$

$30 + 5$

$6 \cdot 30 = 180$
$6 \cdot 5 = 30$ +
$6 \cdot 35 = 210$

Calcule mentalmente o resultado das multiplicações a seguir, imaginando que um dos fatores é decomposto em dezenas e unidades.

a) $5 \cdot 15$ **71. a)** 75
b) $7 \cdot 42$ **71. b)** 294
c) $3 \cdot 25$ **71. c)** 75
d) $4 \cdot 13$ **71. d)** 52
e) $7 \cdot 93$ **71. e)** 651
f) $6 \cdot 58$ **71. f)** 348

72 *Hora de criar* – Em duplas, cada integrante vai elaborar um problema em que se empregue(m) propriedade(s) de multiplicação. Troquem de caderno para um resolver o problema do outro. Depois, destroquem para corrigi-los. **72.** Resposta pessoal.

73 *Hora de criar* – Escreva um número que seja o produto de três outros números naturais. Escreva esses três números multiplicados. Escreva-os novamente, agora substituindo-os por somas ou diferenças de três outros números. Troque com um colega essa última expressão numérica. Depois de cada um resolver a expressão elaborada pelo outro, destroquem para verificar se o colega chegou ao número inicialmente pensado. **73.** O estudante deve obter o número pensado pelo colega.

Pense mais um pouco...

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Junte-se a um colega e façam o que se pede. *Pense mais um pouco...*:

1 Pensem em números de dois algarismos. Usando uma calculadora, multipliquem esses números por 101. Registrem cada multiplicação com o resultado obtido.

Agora, observando o que aconteceu com os produtos, calculem mentalmente:

a) $98 \cdot 101$ **1. a)** 9 898
b) $89 \cdot 101$ **1. b)** 8 989

2 Pensem em números de três algarismos. Usando uma calculadora, multipliquem esses números por 1 001. Registrem cada multiplicação com o resultado obtido.

Agora, observando o que aconteceu com os produtos, calculem mentalmente:

a) $356 \cdot 1001$ **2. a)** 356 356
b) $499 \cdot 1001$ **2. b)** 499 499

3 Escrevam o produto de:

a) um número *ab* por 101; **3. a)** *abab*
b) um número *abc* por 1 001. **3. b)** *abcabc*

53

Exercícios propostos

Neste bloco de **exercícios**, os estudantes podem aplicar os conhecimentos construídos sobre a propriedade distributiva.

Ao resolverem o **exercício 68**, os estudantes devem aplicar a propriedade distributiva da multiplicação. Deste modo, obtemos:

a) $8 \cdot (9 + 4) =$
$= 8 \cdot 9 + 8 \cdot 4 =$
$= 72 + 32 = 104$

b) $10 \cdot (7 - 2) =$
$= 10 \cdot 7 - 10 \cdot 2 =$
$= 70 - 20 = 50$

c) $(4 + 6) \cdot 3 =$
$= 4 \cdot 3 + 6 \cdot 3 =$
$= 12 + 18 = 30$

d) $4 \cdot (6 - 2) =$
$= 4 \cdot 6 - 4 \cdot 2 =$
$= 24 - 8 = 16$

e) $(8 - 3) \cdot 8 =$
$= 8 \cdot 8 - 3 \cdot 8 =$
$= 64 - 24 = 40$

f) $(10 - 4) \cdot 8 =$
$= 10 \cdot 8 - 4 \cdot 8 =$
$= 80 - 32 = 48$

As comparações entre as medidas de massas, similares às propostas no **exercício 69**, são comuns no cotidiano e significativas para a compreensão de ordem de grandeza. Espera-se que os estudantes façam algumas estimativas, tendo em vista que a medida da massa dessa baleia equivale à medida da massa de 26 elefantes e que 1 elefante tem 5 000 quilogramas. Logo, $26 \cdot 5\,000 = 130\,000$ (130 000 quilogramas).

O recurso à decomposição para o cálculo mental é muito comum. Assim, na resolução do **exercício 71**, incentive os estudantes a fazerem de acordo com o modo de Maria ou usando as suas estratégias pessoais.

No **exercício 73**, espera-se que os estudantes percebam que o quociente é o outro número dado.

As resoluções dos **exercícios 70** a **73** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

Pense mais um pouco...

Esta seção explora alguns padrões numéricos presentes em algumas multiplicações. Como se deseja que os estudantes observem os produtos obtidos e os relacionem, essa é uma situação propícia para efetuarem os cálculos usando uma calculadora. As atividades podem ser discutidas em duplas, o que enriquecerá o aprendizado.

As resoluções das atividades da seção **Pense mais um pouco...** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

5. Divisão

Habilidade da BNCC: **EF06MA03**.

No estudo da operação divisão, ampliamos e aprofundamos o que os estudantes já viram nos anos anteriores, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA03). As duas situações desenvolvem os significados da divisão: distribuição equitativa e medida (quantas vezes cabe). Analise cada situação com os estudantes. Se julgar necessário, retome alguns procedimentos de cálculo de divisão com os quais eles já devem ter tido contato (decomposição, algoritmo usual, por exemplo) e incentive-os a utilizarem estratégias pessoais também.

Proponha aos estudantes novas situações que envolvam divisão, para serem resolvidas com ou sem o uso de calculadora. É importante destacar que o uso da calculadora para efetuar divisões entre números naturais pode gerar dificuldade nas divisões não exatas.

Nesse caso, discuta o significado do número que aparece no visor e a necessidade de se usar outros meios para descobrir todos os elementos de tais divisões. Nessas situações, a relação fundamental da divisão, apresentada mais adiante, poderá ser um recurso útil.

Na **situação 1** apresentamos uma situação de uma gincana para arrecadação de alimentos para instituições assistenciais. Converse com os estudantes sobre o papel de instituições assistenciais e sua contribuição para a sociedade. As entidades e organizações de assistência social podem ser parceiras da administração pública no atendimento às famílias, indivíduos e grupos em situação de vulnerabilidade ou risco social. Pergunte se conhecem instituições desse tipo e caso conheçam, qual é o papel que exercem. Essa discussão contribui para o trabalho com o Tema Contemporâneo Transversal **vida familiar e social**.

5 Divisão

Acompanhe as situações a seguir.

Situação 1

Em uma gincana promovida pelo Colégio Aprender, os estudantes arrecadaram 840 latas de leite em pó, que foram doadas a instituições assistenciais. Para a doação, as latas de leite foram embaladas em caixas contendo 30 latas cada uma.

Para saber quantas caixas foram necessárias para embalar todas as latas, devemos procurar o número que, multiplicado por 30, resulte em 840.

Ao fazer isso, estamos realizando uma operação chamada **divisão**.

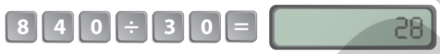
O número procurado é 28, pois: $28 \cdot 30 = 840$.

Vamos montar a divisão que nos dá esse resultado:

$$840 : 30 = 28$$

Logo, foram necessárias 28 caixas.

Em uma calculadora, fazemos essa divisão da seguinte maneira:



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Nesse problema, ao dividir o total de latas de leite pela quantidade que cabe em cada caixa, fazemos uma repartição em partes iguais, uma **distribuição equitativa** do total dessas latas.

Situação 2

Os grilos são grandes saltadores. Um grilo chega a saltar uma distância de 90 centímetros, o que corresponde a 30 vezes o seu tamanho.

JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com as informações apresentadas, qual é o comprimento do grilo?

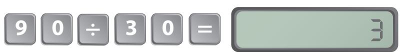
Para saber o comprimento do grilo, devemos fazer a seguinte divisão:

$$90 : 30 = 3$$

Ao efetuar essa divisão, estamos calculando **quantas vezes** o número 30 cabe em 90. Essa é a ideia de **medida**, também associada a uma divisão.

Logo, de acordo com as informações apresentadas, o comprimento do grilo é 3 cm.

Em uma calculadora, fazemos essa divisão da seguinte maneira:



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

As ideias de **distribuição equitativa** (repartição em partes iguais) ou de **medida** (quantas vezes uma quantidade cabe em outra) estão relacionadas à divisão.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

74 Uma granja tem 1 944 ovos de codorna que devem ser acondicionados em caixas contendo 36 ovos cada uma. Quantas caixas serão necessárias para acondicionar todos os ovos? **74.** 54 caixas.

75 Qual é o valor de: **75. a)** 273; 39; 7 **75. b)** 312; 12; 26

a) $7 \cdot 39$? E de $273 : 7$? E de $273 : 39$?

b) $12 \cdot 26$? E de $312 : 26$? E de $312 : 12$?

c) $22 \cdot 31$? E de $682 : 22$? E de $682 : 31$?

d) $15 \cdot 123$? E de $1\,845 : 15$? E de $1\,845 : 123$?

75. c) 682; 31; 22 **75. d)** 1 845; 123; 15

76 Na produção de 800 carros iguais, foram usados 1 003 200 parafusos. Quantos parafusos tem cada carro desse modelo? **76.** 1 254 parafusos.

77 Um atleta percorreu 10 000 metros dando voltas em uma pista circular de 400 metros de comprimento. Quantas voltas o atleta deu nessa pista? **77.** 25 voltas.

78 Ao entrar em um elevador, Pedro leu uma placa que informava a capacidade do elevador.

ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

Quantos quilogramas, em média, o engenheiro que projetou esse elevador estimou para cada uma das 13 pessoas? **78.** 70 quilogramas.

79 Para percorrer 352 quilômetros, um carro consumiu 32 litros de gasolina. Viajando nas mesmas condições, quantos litros esse carro vai gastar para percorrer 451 quilômetros? **79.** 41 litros.

80 Em uma festa de aniversário, foram preparados 3 saquinhos de doce para cada uma das 45 crianças convidadas. Entretanto, 5 delas não compareceram.

ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quantos saquinhos de doce haviam sido preparados? **80. a)** 135 saquinhos.

b) Tendo em vista que 5 crianças não compareceram, quantos saquinhos de doce sobraram? **80. b)** 15 saquinhos.

c) É possível dar um saquinho de doce a mais para cada uma das crianças presentes? Se não, quantos saquinhos a mais deveriam ter sido preparados para que fosse possível dar 4 saquinhos para cada criança? **80. c)** Não; 25 saquinhos.

81 *Hora de criar* – Em duplas, cada integrante vai elaborar um problema sobre divisão com números naturais. Troquem de caderno para um resolver o problema do outro. Depois, destroquem para corrigi-los. **81.** Resposta pessoal.

Propriedade fundamental da divisão

Considere as seguintes situações.

Situação 1

Um centro esportivo municipal tinha 225 bolas de basquete para distribuir igualmente entre as 27 escolas de basquete mantidas pela prefeitura. Feita a distribuição, o responsável percebeu que foram dadas 8 bolas a cada escola e ainda sobraram 9 bolas:

$$\begin{array}{rr|l} \text{dividendo} \rightarrow & 225 & 27 \leftarrow \text{divisor} \\ \text{resto} \rightarrow & 9 & 8 \leftarrow \text{quociente} \end{array}$$

Observe a igualdade que podemos escrever com os termos da divisão.

$$\underset{\text{dividendo}}{225} = \underset{\text{quociente}}{8} \cdot \underset{\text{divisor}}{27} + \underset{\text{resto}}{9}$$

No **exercício 81** cada estudante deverá elaborar um problema relacionado à divisão. Aproveite este momento para verificar se compreenderam o conceito de divisão e se conseguem elaborar um problema com dados suficientes para resolução.

Exercícios propostos

No **exercício 74** deve-se considerar que, como cada caixa contém 36 ovos, são necessárias 54 caixas ($1\,944 : 36 = 54$).

Os estudantes podem se reunir em trios para responder ao **exercício 75**. Eles devem ser desafiados a resolver fazendo o menor número possível de cálculos. Espera-se que, pela troca de ideias, os estudantes concluam que apenas a primeira operação de cada item precisa ser efetuada, pois as demais podem ser concluídas com base nela, uma vez que existem relações entre as operações de multiplicação e divisão.

No **exercício 76** devem considerar que os carros são iguais; logo, têm o mesmo número de parafusos que são 1 254 parafusos, pois

$1\,003\,200 : 800 = 1\,254$

O atleta, do **exercício 77**, deu 25 voltas na pista. Essa informação deve ser obtida ao efetuarem a divisão:

$10\,000 : 400 = 25$

A placa do elevador do **exercício 78** indica capacidade: 13 pessoas ou 910 kg. Com base na medida de massa máxima permitida é possível estimar a massa por pessoa fazendo $910 : 13 = 70$. O que corresponde a 70 quilogramas por pessoa.

O enunciado do **exercício 79** apresenta a informação de que o carro consumiu 32 litros para percorrer 352 km, então o carro consumiu 1 litro para cada 11 km percorridos ($352 : 32 = 11$). Isso significa que, para percorrer 451 km, ele deve consumir 41 litros ($451 : 11 = 41$).

No **exercício 80** deve-se considerar que foram convidadas 45 crianças, e preparados 3 saquinhos para cada uma. Assim, para cada item temos:

a) Foram preparados um total de 135 saquinhos ($45 \cdot 3 = 135$).

b) Com o não comparecimento de 5 crianças, sobraram 15 saquinhos ($3 \cdot 5 = 15$).

c) Foram convidadas 45 crianças e 5 faltaram, portanto compareceram $45 - 5 = 40$ (40 convidados). Como 15 é menor que 40, não é possível entregar um saquinho de doces a mais para cada criança, faltando 25 saquinhos ($40 - 15 = 25$).

Propriedade fundamental da divisão

Nas situações apresentadas, os estudantes podem verificar a relação fundamental da divisão, que relaciona todos os elementos envolvidos nessa operação.

Proponha a eles na lousa outras divisões para que indiquem a relação fundamental associada. Em cada uma das divisões efetuadas, incentive-os a identificar os elementos de uma divisão: dividendo, divisor, quociente e resto. Retome as noções de divisão exata e divisão não exata estudadas anteriormente. Ressalte que o resto sempre é menor que o divisor. A relação fundamental da divisão é um recurso para os estudantes comprovarem se efetuaram a operação corretamente.

Ressalte as observações, acerca da divisão, apresentadas nesta página. Ao longo do estudo da divisão, retome tais conclusões sempre que possível para que sejam assimiladas pelos estudantes.

Situação 2

Entre outros alimentos, uma creche recebeu 13 dúzias de maçãs para distribuir na merenda das 35 crianças matriculadas. É possível oferecer 1 maçã para cada criança nos 5 dias da semana em que a creche funciona? Se não for possível, quantas maçãs faltarão?

Para responder a essa dúvida, devemos dividir o total de maçãs recebidas pelo total de crianças e verificar se dá 5, o número de dias úteis da semana.

Total de maçãs recebidas, 13 dúzias: $13 \cdot 12 = 156$ a serem divididas entre 35 crianças.

$$\begin{array}{r|l} 156 & 35 \\ \hline 16 & 4 \end{array}$$

É possível dar uma maçã para cada estudante em apenas 4 dias e sobram 16 maçãs.

Observe que a relação entre esses números é: $156 = 4 \cdot 35 + 16$.

Isso significa que temos 4 grupos de 35 maçãs e 1 grupo de 16 maçãs, que é o que restou da divisão. Porém deveríamos ter 5 grupos de 35 maçãs, isto é, $5 \cdot 35 = 175$.

Para as 35 crianças receberem maçã no quinto dia, será necessário completar o que falta para o grupo de 16 chegar a 35, ou seja, $19 = 35 - 16$.

A divisão ficaria:

$$\begin{array}{r|l} 175 & 35 \\ \hline 0 & 5 \end{array} \quad \text{ou} \quad 175 : 35 = 5$$

A relação entre esses números é $175 = 5 \cdot 35 + 0$, o que significa 5 grupos de 35 e resto 0.

Observe outros exemplos.

a) $\begin{array}{r|l} 457 & 12 \\ \hline 97 & 38 \\ 1 & \end{array} \longrightarrow 457 = 38 \cdot 12 + 1$

b) $\begin{array}{r|l} 126 & 3 \\ \hline 06 & 42 \\ 0 & \end{array} \longrightarrow 126 = 42 \cdot 3 + 0$

Essa é a **propriedade fundamental da divisão**, que podemos escrever assim:

dividendo = quociente · divisor + resto

Observações

- **Não existe divisão por zero**. Por exemplo, é impossível dividir 3 por zero, pois não existe um número que multiplicado por zero dê 3.
- Dizemos que uma divisão entre dois números naturais é **exata** quando o resto é zero.

  Exemplo: $\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ \hline 08 & 14 \\ \mathbf{0} & \end{array}$
- Dizemos que uma divisão é **não exata** quando o resto é diferente de zero.

  Exemplo: $\begin{array}{r|l} 247 & 4 \\ \hline 07 & 61 \\ \mathbf{3} & \end{array}$
- O **resto de uma divisão** entre dois números naturais **sempre é menor que o divisor**. Observe.

  $\begin{array}{r|l} 29 & 3 \\ \hline 2 & 9 \end{array}$ $\quad 2 < 3 \leftarrow 2$

  $\begin{array}{r|l} 70 & 14 \\ \hline 0 & 5 \end{array}$ $\quad 0 < 14 \leftarrow 0$

  $\begin{array}{r|l} 13 & 15 \\ \hline 13 & 0 \end{array}$ $\quad 13 < 15 \leftarrow 13$
- Em uma divisão exata, como há resto zero, temos: dividendo = quociente · divisor.

  Assim, dizemos que a divisão exata e a multiplicação são operações inversas.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

82 Multiplique 34 por 56. Depois, divida o produto obtido por 34. O que aconteceu?
82. O quociente é 56.

83 Pense em um número natural diferente de zero. Dê, se existir, o quociente e o resto na divisão: **83. c)** O número pensado; 0.

a) de 0 por esse número; **83. a)** 0; 0
b) desse número por zero; **83. b)** Não existe.
c) desse número por 1;
d) desse número por ele mesmo. **83. d)** 1; 0

84 Determine o número que falta em cada sentença a seguir.

a) $52 \cdot 43 + ● = 2\,257$ **84. a)** 21
b) $● \cdot 32 + 4 = 580$ **84. b)** 18
c) $75 \cdot 28 + 15 = ●$ **84. c)** 2 115
d) $26 \cdot ● + 3 = 341$ **84. d)** 13

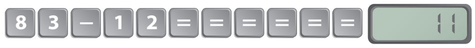
85. 5

85 Dividindo 42 por 6, o quociente é 7 e o resto é zero. Adicionando 1 ao dividendo e tornando a dividir por 6, o quociente continua sendo 7 e o resto passa a ser 1. Qual é o maior número que podemos adicionar a 42 para que a divisão por 6 continue tendo quociente 7?

86 Qual é o número que, dividido por 32, tem por quociente 21 e o resto é o maior possível?
86. 703

87 O resto de uma divisão é 8 e é o maior resto possível; o quociente é igual ao divisor. Determine o dividendo. **87.** 89

88 A tecla $\boxed{:}$ da calculadora de Ivo quebrou. Para saber quantas dúzias há em uma caixa com 83 laranjas, ele teclou:



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Ele contou 6 toques na tecla $\boxed{=}$ até aparecer no visor um número menor que 12. Concluiu que na caixa havia 6 dúzias e ainda restavam 11 laranjas. Com o auxílio de uma calculadora, faça o mesmo para efetuar as divisões e registre os resultados parciais (após cada toque da tecla $\boxed{=}$), o quociente e o resto.

a) 43 : 12
b) 270 : 49
c) 720 : 94
d) 161 : 23

88. a) 31; 19; 7; quociente 3; resto 7.
88. b) 221; 172; 123; 74; 25; quociente 5; resto 25.
88. c) 626; 532; 438; 344; 250; 156; 62; quociente 7; resto 62.
88. d) 138; 115; 92; 69; 46; 23; 0; quociente 7; resto 0.

Dividindo mentalmente

Decompor um número separando no dividendo as centenas das dezenas ajuda no cálculo mental de divisões. Como exemplo, vamos efetuar 236 : 4.

- Para facilitar, separamos 236 em duas parcelas:

$$236 = 200 + 36$$

- Dividimos as parcelas por 4 e adicionamos os resultados:

$$200 : 4 = 50 \quad \text{e} \quad 36 : 4 = 9 \rightarrow 50 + 9 = 59$$

- Portanto: 236 : 4 = 59

Podemos indicar esses cálculos da seguinte maneira:

$$236 : 4 = (200 + 36) : 4 = (200 : 4) + (36 : 4) = 50 + 9 = 59$$

Outro modo de calcular mentalmente o quociente é decompondo o divisor em fatores.

Por exemplo, para efetuar a divisão de 90 por 6, o número 6 pode ser decomposto da seguinte maneira: $6 = 2 \cdot 3$.

Para dividir 90 por 6, dividimos 90 por um desses fatores e, depois, dividimos o resultado obtido pelo outro fator: 90 : 2 = 45 e 45 : 3 = 15

Então: $90 : 6 = 90 : (2 \cdot 3) = (90 : 2) : 3 = 45 : 3 = 15$

Exercícios propostos

No **exercício 82**, espera-se que os estudantes percebam que o quociente é o outro número dado.

Para cada item do **exercício 83** os estudantes devem perceber que:

a) Zero dividido por qualquer número natural diferente de zero é igual a 0 e tem resto 0.

b) Não é possível dividir nenhum número natural por 0.

c) Qualquer número natural dividido por 1 é igual ao próprio número e tem resto 0.

d) Qualquer número natural dividido por ele mesmo é igual a 1 e tem resto 0.

Ao resolver o **exercício 84**, devem relembrar a propriedade fundamental da divisão, que afirma: dividendo = quociente · divisor + + resto.

a) $52 \cdot 43 + ● = 2\,257$; logo, ● é o resto da divisão de 2 257 por 52, que é 21.

b) $● \cdot 32 + 4 = 580$; logo, ● é o quociente da divisão de 580 por 32, que é 18.

c) ● é o resultado da expressão: $75 \cdot 28 + 15 = 2\,100 + 15 = 2\,115$

d) $26 \cdot ● + 3 = 341$; logo, ● é o quociente da divisão de 341 por 26, que é 13.

É provável que resolvam o **exercício 85** efetuando as divisões por 6 (de 43 até 48), o que não representa problema. Entretanto, após chegar à solução, eles podem experimentar o mesmo com outros números (como 35 dividido por 7) e verificar quanto podem adicionar a 35 para encontrar o mesmo quociente. É desejável que concluam que o máximo a adicionar é 1 unidade a menos que o divisor.

As resoluções dos **exercícios 86** a **88** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

Dividindo mentalmente

Neste tópico, destacamos estratégias de cálculo mental para uma divisão. Acompanhe os estudantes no desenvolvimento de suas estratégias de cálculo mental. Verifique se utilizam estratégias variadas ou se somente reproduzem o algoritmo mentalmente. Explique-lhes que as propriedades das operações e cálculos por aproximações são recursos que auxiliam as técnicas para cálculo mental.

Exercícios propostos

Após resolverem as operações propostas no **exercício 89**, peça aos estudantes que compartilhem as estratégias utilizadas; desse modo contribuem para a ampliação do repertório de cálculos mentais.

No **exercício 90**, espera-se que os estudantes concluam que, para dividir esses números por 10, basta excluir do dividendo o zero da casa das unidades.

Para a resolução do **exercício 91**, é interessante reunir os estudantes em duplas, circular entre eles e ouvir suas interpretações. A técnica de "multiplicar por 2 e dividir por 10" pode ser prática quando precisamos fazer uma divisão por 5; entretanto, é importante que os estudantes a compreendam, não a decorem simplesmente. Por isso, eles devem ficar livres para testar números e comparar resultados. A escrita da regra pode ser compartilhada e, no final, toda a turma escolhe a regra (ou formula mais uma) que ficou mais clara e fácil de compreender.

No **item c**, espera-se que os estudantes concluam que a divisão de números naturais, múltiplos de 5, por 5 é equivalente à multiplicação desses números por 2, seguida da divisão do resultado por 10.

Proponha aos estudantes que escrevam na lousa as diferentes operações elaboradas para o **exercício 92**, de modo a contribuir para a percepção de que diferentes cálculos possam ter o mesmo resultado.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

89 Calcule mentalmente estas divisões e registre como você fez os cálculos.

a) 108 : 4 **89. a)** 27
b) 309 : 3 **89. b)** 103
c) 312 : 6 **89. c)** 52
d) 448 : 8 **89. d)** 56
e) 530 : 5 **89. e)** 106
f) 981 : 9 **89. f)** 109
g) 350 : 10 **89. g)** 35
h) 350 : 5 **89. h)** 70

90 Reúna-se com um colega e escolham ao acaso seis números naturais que terminem em 0, 00 ou 000. Depois, dividam esses números por 10 e escrevam uma regra para efetuar mentalmente a divisão de números naturais, que terminem em zero, por 10. **90.** Resposta pessoal.

91 Reúna-se com um colega e escolham ao acaso seis números naturais que terminem em 0 ou 5. **91.** Respostas pessoais.

a) Dividam esses números por 5.
b) Multipliquem os números escolhidos por 2 e dividam os resultados por 10.
c) Comparem as respostas do item **a** com as do item **b** e escrevam uma regra para efetuar mentalmente a divisão por 5 de um número natural terminado em 0 ou 5.

92 ***Hora de criar*** – Elabore as operações solicitadas a seguir e registre o que você pensou. Depois, junte-se a um colega e, com uma calculadora, cada um confere o que o outro fez. **92.** Respostas pessoais.

a) Uma adição cujo resultado seja 3 240.
b) Uma multiplicação cujo resultado seja 5 730.
c) Uma subtração cujo resultado seja 14 270.
d) Uma divisão exata cujo resultado seja 450.

6 Expressões numéricas envolvendo as quatro operações

Em expressões numéricas que envolvem as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), devemos efetuar essas operações na seguinte ordem:

- primeiro, efetuamos as **multiplicações** e as **divisões** na ordem em que aparecem;
- depois, efetuamos as **adições** e as **subtrações**, também na ordem em que aparecem.

Nas expressões numéricas com sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves), resolvemos primeiro as operações neles contidas. Acompanhe alguns exemplos.

a) $12 + 15 : 3 =$

$= 12 + 5 = 17$

b) $20 : 4 + 3 \cdot 2 - 15 : 5 =$

$= 5 + 6 - 3 =$

$= 11 - 3 = 8$

c) $48 - \{28 - 4 \cdot [3 \cdot (40 : 5 - 3) : (17 - 3 \cdot 4)]\} =$

$= 48 - \{28 - 4 \cdot [3 \cdot (8 - 3) : (17 - 12)]\} =$

$= 48 - \{28 - 4 \cdot [3 \cdot 5 : 5]\} =$

$= 48 - \{28 - 4 \cdot [15 : 5]\} =$

$= 48 - \{28 - 4 \cdot 3\} =$

$= 48 - \{28 - 12\} =$

$= 48 - 16 = 32$

58

6. Expressões numéricas envolvendo as quatro operações

■ Habilidade da BNCC: **EF06MA03**.

Neste tópico, apresentamos expressões numéricas que envolvem as quatro operações estudadas até o momento: adição, subtração, multiplicação e divisão, e retomamos o uso de sinais de associação, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA03). É importante que os estudantes acompanhem passo a passo as operações efetuadas, identificando a ordem em que foram executadas.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

93 O quadro mostra uma correspondência entre letras e números.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Associando o valor de cada expressão a seguir à letra correspondente no quadro, você vai descobrir uma palavra. Que palavra é essa? **93.** Número.

a) 21 – (32 – 25) **93. a)** 14 (N)
b) 44 – (4 · 9 – 25) – 12 **93. b)** 21 (U)
c) 61 – (54 – 24 : 4) **93. c)** 13 (M)
d) 25 – {20 + [18 – (13 + 10 : 2)]} **93. d)** 5 (E)
e) 69 – [26 + (67 – 42)] **93. e)** 18 (R)
f) 4 + [(55 – 2 · 9) – (40 : 2 + 6)] **93. e)** 15 (O)

94 A expressão 64 : 8 : 4 : 2 pode ter diferentes resultados, dependendo do lugar onde forem colocados os sinais de agrupamento. Coloque os sinais de agrupamento para que a expressão tenha estes resultados:

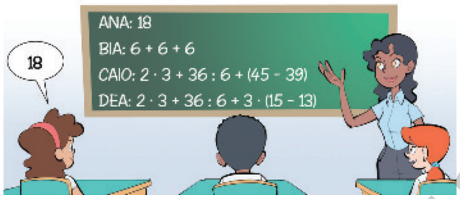
a) 4 **94. a)** 64 : 8 : (4 : 2)
b) 16 **94. b)** [64 : (8 : 4)] : 2

95 Daniel deseja comprar uma *van* para transporte escolar que custa, à vista, 120 000 reais. No pagamento a prazo, o preço dela passa a ser 145 200 reais, sendo 24 000 reais de entrada mais 50 prestações mensais iguais.

Sabendo que Daniel vai comprar a prazo, determine:

a) uma expressão numérica que dê o valor de cada prestação; **95. a)** (145 200 – 24 000) : 50
b) o valor de cada prestação; **95. b)** 2 424 reais.
c) a diferença entre o preço à vista e o total a prazo. Na sua opinião, essa diferença é pequena ou é grande? Se Daniel tivesse dinheiro para o pagamento à vista, essa opção seria a mais adequada? Justifique.
95. c) 25 200 reais. Resposta pessoal.

96 ***Hora de criar*** – A professora foi anotando na lousa o que cada estudante da fileira da janela falava. Todos falavam o mesmo número, mas, à medida que cada um o substituía por uma expressão, aumentavam as operações.



CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

Copie a expressão de Dea, substituindo os números 36 e 15 por expressões numéricas com valores 36 e 15, respectivamente. Depois, troque sua nova expressão com um colega para que cada um efetue todas as operações indicadas e chegue ao número que Ana falou.
96. Resposta pessoal.

7 Potenciação

Acompanhe a situação a seguir.

Um grupo de amigos participará de um passeio ecológico. Cada um deverá usar um crachá no qual consta seu nome. Caio se encarregou de preparar os crachás. Para isso, elaborou estas etapas: cortou, com um tesoura sem pontas, uma folha de papel reciclado ao meio; cortou cada uma das duas partes ao meio; cortou novamente cada uma das partes ao meio; e, mais uma vez, cortou cada uma das partes ao meio. Com isso, obteve exatamente o número necessário de crachás.

ALAN CARVALHO/ ARQUIVO DA EDITORA

Quantos crachás Caio fez?

Para calcular o número de crachás, podemos efetuar a multiplicação 2 · 2 · 2 · 2, na qual os quatro fatores são iguais a 2. Logo, são 16 crachás.

Ao efetuar uma multiplicação de fatores iguais, estamos realizando uma operação chamada **potenciação**.

Exercícios propostos

Observe se, ao resolver os exercícios, os estudantes empregam corretamente as propriedades, se utilizam parênteses desnecessários e se estão conseguindo se expressar matematicamente. A construção da linguagem matemática inicia-se por situações simples como as de construir expressões numéricas, uma vez que elas oferecem oportunidade aos estudantes de mostrar a interpretação que estão dando aos símbolos e às propriedades.

O **exercício 94** representa mais uma oportunidade para a realização de estimativas, pois, a cada teste com o lugar dos parênteses, os estudantes podem observar se o resultado é maior ou menor que o esperado. A ideia é notarem que, quando queremos um resultado maior, devemos fazer o dividendo ser o maior possível e o divisor, o menor possível, e vice-versa quando desejamos um resultado menor.

Para o **exercício 95**, devem considerar as seguintes informações do enunciado: preço à vista 120 000 reais; preço a prazo 145 200 reais; entrada 24 000 reais; quantidade de prestações 50.

a) O valor de cada prestação é a quantidade que falta pagar além da entrada, dividido pela quantidade de prestações, ou seja, (145 200 – 24 000) : 50

b) o valor de cada prestação será a resolução da expressão do **item a**, ou seja:
(145 200 – 24 000) : 50 =
= 25 200 : 50 = 2 424
(2 420 reais)
A diferença é de 145 200 – – 120 000 = 25 200

c) Após a resolução do **item b**, pode-se dar início a um debate sobre as vantagens e consequências de realizar compras a prazo, proposto no **item c**. É interessante lembrar aos estudantes que, na maioria das vezes, as taxas adicionais cobradas a prazo são tão altas que tornam mais vantajosa a compra à vista.

Citar casos de produtos de maior custo, que, parcelados em muitas vezes, acabam tendo o custo final equivalente a dois desses produtos. Entretanto, nessa discussão devem ser consideradas também a situação do comprador e as circunstâncias da compra, que muitas vezes precisa ser realizada a prazo, ainda que matematicamente seja desfavorável para o comprador. Deste modo, contribui-se para o trabalho com o Tema Contemporâneo Transversal **educação financeira**.

As resoluções dos **exercícios 93** e **96** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

7. Potenciação

Habilidade da BNCC: **EF06MA03**.

Neste tópico ampliamos o trabalho com a habilidade (EF06MA03) ao trabalhar com a potenciação com números naturais.

Explore com os estudantes a situação proposta para introduzir a potenciação. Se possível, leve calculadoras simples para a sala de aula, oferecendo aos estudantes a oportunidade de explorar procedimentos de uso de calculadora no cálculo de potências.

Ressalte que, para evitar equívocos no cálculo, eles devem interpretar corretamente cada potência. Por exemplo:

- 3^4 não deve ser interpretado como "4 vezes o número 3", que acarretaria obter 12. A interpretação correta é "4 fatores 3", o que demonstra que o cálculo é $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, resultando 81. Enfatize também a leitura das potências, como "três elevado à quarta".
- 7^3 não deve ser interpretado como "3 vezes o número 7", que acarretaria obter 21. A interpretação correta é "3 fatores 7", o que demonstra que o cálculo é $7 \cdot 7 \cdot 7$, resultando 343. Enfatize também a leitura, como "sete à terceira" ou, como será visto na página seguinte, "sete ao cubo".

Destaque também os termos que compõem uma potenciação, para os estudantes se acostumarem com seus nomes e significados: base, expoente e potência.

Proponha aos estudantes que determinem os quadrados e os cubos de todos os números naturais de 0 a 10. Eles podem fazer quadros com tais potências para consultar em outros momentos.

Observe.

número de vezes que o fator se repete

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$$

fator que se repete

Considerando o exemplo dado, temos:

expoente

$$2^4 = 16$$

base **potência**

(Lemos **2^4** assim: "dois elevado à quarta potência" ou "dois elevado à quarta".)

Em uma calculadora, efetuamos essa potência da seguinte maneira:

Observe outros exemplos.

a) $3^4 = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{\text{4 fatores}} = 81$

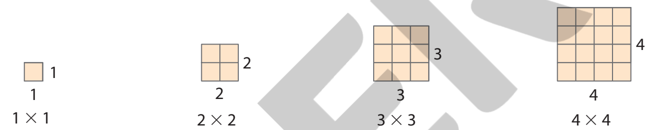
b) $10^3 = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10}_{\text{3 fatores}} = 1\,000$

c) $0^5 = \underbrace{0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0}_{\text{5 fatores}} = 0$

d) $1^6 = \underbrace{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}_{\text{6 fatores}} = 1$

Quadrado de um número

As potências de expoente 2 podem ser representadas geometricamente. Observe.

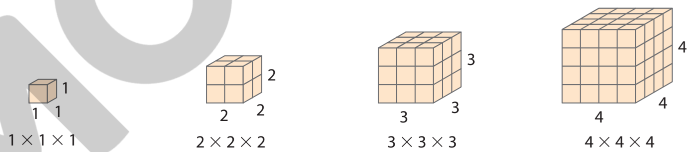


Pela associação com essas figuras, as potências de expoente 2 recebem nomes especiais:

- **1^2**: "um ao quadrado".
- **2^2**: "dois ao quadrado".
- **3^2**: "três ao quadrado".
- **4^2**: "quatro ao quadrado".

Cubo de um número

As potências de expoente 3 também podem ser representadas geometricamente. Observe.



Da mesma maneira, essas potências recebem nomes especiais:

- **1^3**: "um ao cubo".
- **2^3**: "dois ao cubo".
- **3^3**: "três ao cubo".
- **4^3**: "quatro ao cubo".

Quando o expoente é 4, 5, 6, ..., lemos: "quarta potência", "quinta potência", "sexta potência", e assim por diante. Por exemplo:

- **9^4**: "nove elevado à quarta potência".
- **6^5**: "seis elevado à quinta potência".

Potências de expoente zero, de expoente 1 e de base 10

Observe os esquemas a seguir.

$$2^5 \xrightarrow{-1} 2^4 \xrightarrow{-1} 2^3 \xrightarrow{-1} 2^2 \xrightarrow{-1} 2^1 \xrightarrow{-1} 2^0$$
$$32 \xrightarrow{:2} 16 \xrightarrow{:2} 8 \xrightarrow{:2} 4 \xrightarrow{:2} 2 \xrightarrow{:2} 1$$

Nas potências de base 2, quando o expoente diminui uma unidade, a potência fica dividida por 2. Note que: $2^1 = 2$ e $2^0 = 1$.

$$3^5 \xrightarrow{-1} 3^4 \xrightarrow{-1} 3^3 \xrightarrow{-1} 3^2 \xrightarrow{-1} 3^1 \xrightarrow{-1} 3^0$$
$$243 \xrightarrow{:3} 81 \xrightarrow{:3} 27 \xrightarrow{:3} 9 \xrightarrow{:3} 3 \xrightarrow{:3} 1$$

Nas potências de base 3, quando o expoente diminui uma unidade, a potência fica dividida por 3. Note que: $3^1 = 3$ e $3^0 = 1$.

Isso acontece sempre que a base for diferente de zero.

De modo geral, convencionamos que:

- Toda potência de expoente 1 é igual à base.
- Toda potência de expoente zero e base diferente de zero é igual a 1.

Agora, observe estas potências de base 10.

- $10^1 = 10$ ⟶ **um zero**
- $10^2 = 100$ ⟶ **dois zeros**
- $10^3 = 1\,000$ ⟶ **três zeros**

Toda potência de base 10 é igual ao número 1 seguido de tantos zeros quantas forem as unidades do expoente.

99. a) Quatro elevado à oitava potência.
99. b) Treze elevado ao cubo.
99. c) Duzentos e vinte elevado à sétima potência.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

97 Escreva no caderno as sentenças a seguir na forma de potência.

a) $3 \cdot 3$ **97. a)** 3^2
b) $7 \cdot 7 \cdot 7$ **97. b)** 7^3
c) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$ **97. c)** 9^4
d) $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$ **97. d)** 1^6

98 Indique as potências na forma de produto.

a) 10^3 **98. a)** $10 \cdot 10 \cdot 10$
b) 9^2 **98. b)** $9 \cdot 9$
c) 8^4 **98. c)** $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$
d) 6^5 **98. d)** $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$

99 Como se lê cada potência?

a) 4^8 b) 13^3 c) 220^7

100 Calcule o valor das potências a seguir.

a) 5^3 **100. a)** 125
b) 2^5 **100. b)** 32
c) 3^5 **100. c)** 243
d) 4^5 **100. d)** 1 024
e) 10^2 **100. e)** 100
f) 10^6 **100. f)** 1 000 000

101 Identifique a regularidade presente e escreva o sexto termo da sequência: 3, 9, 27, 81, ...
101. 729

102 Por uma estrada, viajava a *van* de uma veterinária com sete caixas; em cada caixa havia sete compartimentos; e cada compartimento tinha sete embalagens de ração. Quantas embalagens de ração havia nas caixas?
102. 343 embalagens.

103 Calcule cada uma das potências a seguir.

a) 1^4 **103. a)** 1
b) 12^1 **103. b)** 12
c) 20^1 **103. c)** 20
d) $1\,996^0$
e) 15^0 **103. e)** 1
f) 100^1
g) 100^0
h) 1^{10}
i) 0^9

103. d) 1 **103. f)** 100 **103. g)** 1 **103. h)** 1 **103. i)** 0

104 Calcule o valor do número natural x.

a) $6^x = 36$ **104. a)** 2
b) $6^x = 6$ **104. b)** 1
c) $6^x = 1$ **104. c)** 0

105 Qual é o número maior:

a) 2^3 ou 3^2? **105. a)** 3^2
b) 10^0 ou 1^{10}? **105. b)** São iguais.
c) 5^2 ou 2^5? **105. c)** 2^5
d) 1^6 ou 1^8? **105. d)** Iguais.
e) 3^4 ou 4^3? **105. e)** 3^4
f) 10^2 ou 2^{10}? **105. f)** 2^{10}

Potências de expoente zero, de expoente 1 e de base 10

Verifique se os estudantes entenderam o cálculo de potências de expoentes 1 e de expoente zero (para bases naturais diferentes de zero).

Proponha a eles algumas potências oralmente para responderem o valor também oralmente.

Como forma de ampliação, pode-se fazer um ditado com resultados de potências de base 10 para os estudantes registrarem no caderno a potência de base 10 que originou tal resultado. Certifique-se de que todos entenderam o formato desse ditado. Por exemplo, podem ser ditados os seguintes números: 100 000, 1, 10, 1 000 000, 1 000, 10 000 e 100. Desse modo, espera-se que eles registrem, respectivamente, as seguintes potências: 10^5, 10^0, 10^1, 10^6, 10^3, 10^4 e 10^2.

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 97** a **102** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

Para responder ao **exercício 103** os estudantes devem considerar que:

- O número 1 elevado a qualquer potência é 1.
- Qualquer número elevado a 1 é igual ao próprio número.
- Qualquer número elevado a 0 é igual a 1.

No **exercício 104** devem analisar a igualdade para determinar o valor de x:

a) Deve-se considerar a que potência deve-se elevar o número 6 para obter 36:
$6^x = 36 = 6^2 \Rightarrow x = 2$

b) Deve-se considerar a que potência deve-se elevar o número 6 para obter 6:
$6^x = 6 = 6^1 \Rightarrow x = 1$

c) Neste caso, para que se obtenha 1, x deve ser igual a 0:
$6^x = 1 = 6^0 \Rightarrow x = 0$

Para resolver o **exercício 105**, podem-se fazer alguns cálculos:

a) $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ e $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$. Como $9 > 8 \Rightarrow 3^2 > 2^3$.

b) $10^0 = 1$ e $1^{10} = 1$, então $10^0 = 1^{10}$.

c) $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ e $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$. Como $32 > 25 \Rightarrow 2^5 > 5^2$.

d) $1^6 = 1$ e $1^8 = 1$, então $1^6 = 1^8$

e) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 9 = 81$ e $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 16 \cdot 4 = 64$. Como $81 > 64 \Rightarrow 3^4 > 4^3$.

f) $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$ e $2^{10} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 16 \cdot 16 \cdot 4 = 256 \cdot 4 = 1024$.
Como $1024 > 100 \Rightarrow 2^{10} > 10^2$

Pense mais um pouco...

Esta seção pode ser realizada em duplas, propondo aos estudantes que discutam os padrões numéricos associados a cálculos de potências. Circule pela sala de aula e verifique se eles conseguem explicar o padrão observado. Utilizando uma calculadora, percebe-se que: $99^2 = 9801$, $999^2 = 998\,001$ e $9999^2 = 99\,980\,001$.

Então: $99\,999^2 = 9\,999\,800\,001$, pois:

$99^2 = 9801$

1 zero

$\underbrace{999}^2 = \underbrace{998}\,\underbrace{001}$

2 zeros

$\underbrace{9999}^2 = \underbrace{9998}\,\underbrace{0001}$

3 zeros

Seguindo o mesmo padrão, temos:

$\underbrace{99\,999}^2 = \underbrace{99\,998}\,\underbrace{00\,001}$

4 zeros

Números quadrados perfeitos

Tratamos aqui do conceito de quadrado perfeito, preparando os estudantes para o cálculo de raízes quadradas, que verão mais adiante.

Se julgar conveniente, apresente-lhes os cubos perfeitos e desenvolva de maneira similar à que foi usada com os quadrados perfeitos.

Pense mais um pouco... FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Pense mais um pouco...:

Com o auxílio de uma calculadora, determine as potências a seguir.

a) 99^2 **a)** 9 801

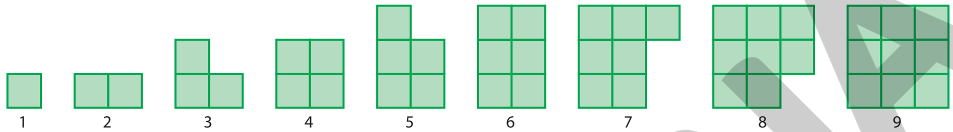
b) 999^2 **b)** 998 001

c) $9\,999^2$ **c)** 99 980 001

Observando esses resultados, calcule mentalmente $99\,999^2$. **Resposta:** 9 999 800 001

Números quadrados perfeitos

Observe esta sequência de figuras.



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Note que, conforme o número de quadradinhos, é possível construir quadrados, como no caso das figuras que têm 1, 4 e 9 quadradinhos. Nos demais casos, isso não é possível. Quando a quantidade de quadradinhos possibilita formar um quadrado, o número associado a ele é chamado **número quadrado perfeito**.

Um número natural é **quadrado perfeito** quando ele é quadrado de outro número natural.

Observe os números naturais que são quadrados perfeitos de 0 a 100:

0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
0^2	1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2

EXERCÍCIOS PROPOSTOS FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

106 Descubra os números naturais quadrados perfeitos de 100 a 200. **106.** 100, 121, 144, 169 e 196.

107 Considere as centenas: 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800 e 900. Quais dessas centenas são quadrados perfeitos? **107.** 100, 400 e 900.

108 Escreva todos os números de três algarismos distintos formados por 1, 6 e 9. Em seguida, descubra quais desses números são quadrados perfeitos.
108. 169, 196, 619, 691, 916, 961; números quadrados perfeitos: 169, 196 e 961.

109 *Hora de criar* – Pense em um número natural e calcule o seu quadrado. A esse quadrado adicione o número pensado e mais o sucessor dele. Verifique se o número obtido é um quadrado perfeito. Em caso afirmativo, esse número obtido é quadrado de qual número? Verifique se um colega chegou à mesma conclusão. **109.** Sim, é quadrado do sucessor do número pensado.

62

Exercícios propostos

No **exercício 106**, caso tenham dificuldade para encontrar os números que são quadrados perfeitos (e não estamos falando em extrair a raiz quadrada), pode-se sugerir que façam um quadro de quadrados perfeitos, usando a potenciação de base com um número natural qualquer e expoente sempre 2. O mesmo quadro será importante em estudos posteriores, especialmente no trabalho com radiciação. Assim, fazendo 10^2, 11^2, 12^2, 13^2 e 14^2, obtém-se a resposta deste exercício.

As resoluções dos **exercícios 107** a **109** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

8 Radiciação

Considere as questões propostas por Carla e Rodrigo.

ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

Para responder a essas questões, usamos a operação inversa da potenciação, chamada **radiciação**, que indicamos pelo símbolo $\sqrt{}$.

Na questão proposta por Carla, devemos encontrar a **raiz quadrada** de 25, ou seja, encontrar o número natural que elevado ao quadrado resulte em 25.

A resposta para essa questão é o número 5, porque $5^2 = 25$.

Indicamos que a raiz quadrada de 25 é 5 escrevendo:

índice (indica que a raiz é quadrada) **raiz** (resultado da operação)

$$\sqrt[2]{5} = 5$$

radicando

(Lemos: "a raiz quadrada de vinte e cinco é igual a cinco".)

Em uma calculadora, podemos calcular essa raiz quadrada da seguinte maneira:

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Observações

- Na indicação da raiz quadrada, não é preciso escrever o índice 2. Assim:
  - $\sqrt[2]{25} = 5$ pode ser indicada por $\sqrt{25} = 5$;
  - $\sqrt[2]{36} = 6$ pode ser indicada por $\sqrt{36} = 6$.
- Apenas os números quadrados perfeitos têm como raiz quadrada um número natural.

Na questão proposta por Rodrigo, devemos encontrar a **raiz cúbica** de 216, ou seja, encontrar o número que elevado ao cubo resulte em 216.

A resposta para essa questão é o número 6, porque $6^3 = 216$.

Indicamos a raiz cúbica de 216 por:

índice **raiz**

$$\sqrt[3]{216} = 6$$

radicando

(Lemos: "a raiz cúbica de duzentos e dezesseis é igual a seis".)

8. Radiciação

Habilidade da BNCC: **EF06MA03**.

Neste tópico ampliamos o trabalho com a habilidade (EF06MA03) ao trabalhar com o cálculo radiciação de números naturais.

Explore com os estudantes a situação proposta para introduzir a radiciação. Se possível, leve calculadoras simples para a sala de aula, oferecendo aos estudantes a oportunidade de explorar procedimentos de uso desse instrumento para efetuar os cálculos solicitados, em especial o da raiz quadrada em que geralmente há uma tecla associada a essa operação.

Antes da introdução da operação radiciação, proponha aos estudantes que respondam às questões propostas pelos personagens e que depois, determinem, em duplas, os seguintes números:

- Qual é o número natural cujo quadrado é 400? (20)
- Qual é o número natural cuja quarta potência é 1? (1)
- Qual é o número natural cujo cubo é 27? (3)

Espera-se que eles percebam que na primeira situação devem buscar um número natural que multiplicado por ele mesmo resulte como produto o 400 e que se trata de um quadrado perfeito. Assim, podem verificar no quadro que fizeram (ou por tentativas) e obter o número 20. No entanto, para o cálculo por tentativas, é interessante terem uma pista para iniciar o processo, alguma estratégia para reduzir um pouco as opções. Por exemplo, no caso do 400, pode-se tomar algum quadrado perfeito conhecido, como o $100 = 10^2$ e, assim, iniciar as tentativas com potências de bases maiores do que 10.

De maneira similar, é possível resolver as demais questões. Desse modo, os estudantes podem dar mais significado ao cálculo de raízes.

Ressalte os termos que compõem uma radiciação: índice, radicando e raiz.

Radiciação

Antes dos **Exercícios propostos**, que exploram a radiciação, discuta com os estudantes o cálculo de raízes quadradas com uma calculadora simples. Peça a eles que efetuem na calculadora algumas raízes quadradas (exatas ou não). Converse com eles sobre o significado dos resultados que aparecem no visor que não são números naturais, como o caso da $\sqrt{2}$, na qual aparece 1,4142135. Espera-se que percebam que 2 não é um quadrado perfeito, isto é, não existe número natural que, elevado ao quadrado, dê 2; por isso, a raiz quadrada de 2 não é exata. Comente que neste momento estudaremos apenas os cálculos de radiciações que sejam exatas.

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 110** a **113** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

Como a intenção não é que os estudantes utilizem uma calculadora científica para resolver os itens do **exercício 114**, é importante verificar se não estão fazendo todos os cálculos de uma vez, o que os levará a resultados errados. Em uma calculadora comum, primeiro devem fazer registros parciais de cada potência, depois adicionar seus resultados e, só então, encontrar a raiz quadrada.

Os estudantes devem observar que, nesse exercício, a adição de dois números quadrados perfeitos resulta em um quadrado perfeito. Entretanto, também de forma experimental, devem perceber que nem sempre isso ocorre, ou seja, há adições de dois números quadrados perfeitos que não resultam em um quadrado perfeito. Para mostrar-lhes isso, sugira a eles pelo menos uma adição, como $2^2 + 3^2$.

Se julgar conveniente, aborde expressões numéricas envolvendo potenciação e radiciação, além das demais operações. Para isso, esclareça aos estudantes que devem primeiro calcular as potências e as raízes (na ordem em que aparecem) e, depois, seguir a ordem das demais operações (obedecendo aos sinais de associações, se houver).

Observe outros exemplos.

a) $\sqrt[4]{625} = 5$, porque $5^4 = 625$ (Lemos: "a raiz quarta de seiscentos e vinte e cinco é igual a cinco".)

b) $\sqrt[5]{243} = 3$, porque $3^5 = 243$ (Lemos: "a raiz quinta de duzentos e quarenta e três é igual a três".)

c) $\sqrt[6]{64} = 2$, porque $2^6 = 64$ (Lemos: "a raiz sexta de sessenta e quatro é igual a dois".)

Observação

- Nas calculadoras simples, não há teclas que possibilitem calcular raízes cúbicas, quartas, quintas, e assim por diante.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

110 Na operação $\sqrt{64} = 8$, pede-se:

a) o radicando; **110. a)** 64
b) a raiz; **110. b)** 8
c) o índice. **110. c)** 2

111 Justifique as igualdades.

a) $\sqrt{100} = 10$
b) $\sqrt[3]{343} = 7$
c) $\sqrt[5]{32} = 2$
d) $\sqrt[4]{1} = 1$

112 Encontre a raiz quadrada dos seguintes números quadrados perfeitos:

a) 49 **112. a)** 7
b) 81 **112. b)** 9
c) 121 **112. c)** 11
d) 225 **112. d)** 15

113 Para cada valor atribuído à letra a, calcule $2 \cdot a$, a^2 e $\sqrt{a}$.

a) $a = 9$
b) $a = 25$
c) $a = 36$
d) $a = 100$

111. a) $\sqrt{100} = 10$, porque $10^2 = 100$. **111. c)** $\sqrt[5]{32} = 2$, porque $2^5 = 32$.
111. b) $\sqrt[3]{343} = 7$, porque $7^3 = 343$. **111. d)** $\sqrt[4]{1} = 1$, porque $1^4 = 1$.

114 Reúna-se com um colega e, com o auxílio de uma calculadora, descubram, primeiro, a soma dos quadrados e, depois, a raiz quadrada da soma de cada item a seguir.

114. a) 25; 5
114. b) 100; 10
114. c) 225; 15
114. d) 400; 20
114. e) 169; 13
114. f) 676; 26

JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

a) $3^2 + 4^2$
b) $6^2 + 8^2$
c) $9^2 + 12^2$
d) $12^2 + 16^2$
e) $5^2 + 12^2$
f) $10^2 + 24^2$

113. a) 18, 81 e 3, respectivamente.
113. b) 50, 625 e 5, respectivamente.
113. c) 72, 1 296 e 6, respectivamente.
113. d) 200, 10 000 e 10, respectivamente.

Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Observe o que acontece:

Pense mais um pouco...:

$\sqrt{1} = 1$

$\sqrt{1 + 2 + 1} = 2$

$\sqrt{1 + 2 + 3 + 2 + 1} = 3$

$\sqrt{1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1} = 4$

Agora, sem efetuar a operação, determine qual é a raiz quadrada de:

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$ **Resposta:** 6

Depois, confira sua resposta com uma calculadora.

64

Pense mais um pouco...

A seção pode ser feita em duplas. Incentive os estudantes a compararem com outras duplas o que fizeram. A regularidade a ser observada está na parcela central de cada expressão numérica que determina o radicando. Assim, a parcela central da expressão indicada é o 6.

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

Interpretando um gráfico de colunas

Os planetas e suas luas

Luas ou **satélites naturais** são corpos celestes que giram em torno de um planeta. A trajetória descrita pelos satélites, assim como a trajetória do planeta Terra em torno do Sol, é chamada **órbita**.

NASA, ESA AND E. KARKOSCHKA - UNIVERSIDADE DO ARIZONA

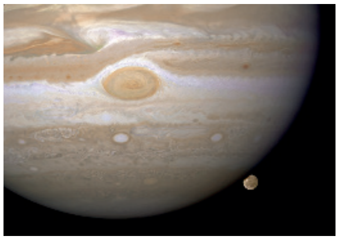


Imagem obtida por meio do telescópio *Hubble* em que é possível observar parte do planeta Júpiter com a lua Ganimedes. (Fotografia de 2007).

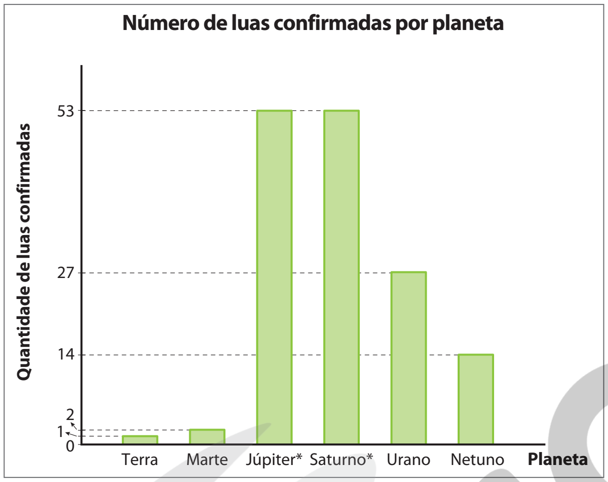
BENJAMIN OLRY/SHUTTERSTOCK

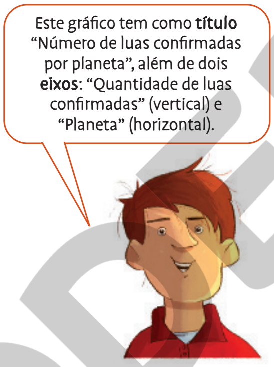
A Lua é o único satélite natural da Terra. (Fotografia de 2016.)

Dos planetas do Sistema Solar, apenas dois não possuem satélites naturais: Vênus e Mercúrio.

Note no gráfico a seguir a quantidade de satélites naturais, conhecida atualmente, dos demais planetas do Sistema Solar.

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA





SIDNEY MEIRELES/ARQUIVO DA EDITORA

* Número mínimo de luas.
Dados obtidos em: NASA. Disponível em: https://solarsystem.nasa.gov/moons/in-depth/. Acesso em: 14 mar. 2022.

Essa figura é um exemplo de **gráfico de colunas**.

A primeira coluna, da esquerda para a direita, de altura 1, representa a quantidade de luas do planeta Terra: 1 lua. A segunda coluna, de altura 2, representa a quantidade de luas do planeta Marte: 2 luas. E assim por diante.

Observe que as colunas referentes a Júpiter e Saturno têm alturas iguais, pois esses planetas têm o mesmo número de luas confirmadas, 53. Os asteriscos (*) chamam a atenção para uma informação. Nesse caso, assinalam que a quantidade de luas desses planetas ainda não é totalmente conhecida, uma vez que esses números representam o mínimo de luas confirmadas – é possível que haja mais. Além das 53 luas confirmadas, Saturno tem mais 29 luas provisórias, ainda não confirmadas, e Júpiter tem mais 26 luas provisórias que precisam de mais observações.

Trabalhando a informação

Habilidades da BNCC: **EF06MA31** e **EF06MA32**.

Esta seção introduz um conteúdo matemático muito importante para a compreensão do mundo atual: a interpretação de gráficos. A proposta aqui é estudar gráficos de colunas, recurso notadamente usual nas mídias contemporâneas, contribuindo para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA31) e (EF06MA32).

A interpretação de dados representados em forma de gráfico (de colunas ou de qualquer outro tipo) envolve compreender cada elemento de tal gráfico. Nesse caso, uma questão simples, mas de extrema importância, é os estudantes compreenderem que a altura de cada coluna está relacionada ao número (no caso, o número de luas confirmadas por planeta) que queremos representar.

Aproveite esse momento para promover um trabalho com o professor de Ciências da Natureza sobre o estudo dos corpos celestes. Comente com os estudantes que muitos conceitos da Matemática foram importantes para esse estudo, seja para determinação de distâncias ou para o estudo das formas. Desse modo, contribui-se para o desenvolvimento das **competências gerais 1** e **2**.

Sugestão de leitura

Para apoiar essa proposta de trabalho, sugerimos a seguinte dissertação:

RODAS, H. F. **A importância da Matemática no desenvolvimento da Astronomia**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2016.

Este trabalho trata da forma como a Astronomia se desenvolveu e a importância da Matemática nessa evolução.

Trabalhando a informação

Esta seção oferece uma oportunidade de discutir com os estudantes que interpretar dados não é simplesmente transcrever o que está no gráfico, mas comparar as informações, efetuar cálculos, enfim, dar tratamento aos dados.

Os temas escolhidos para este estudo abrem caminho para discussões relacionadas ao Sistema Solar e à preservação florestal, o que pode resultar em um trabalho interdisciplinar envolvendo professores de áreas como Geografia e Ciências e contribuir para o desenvolvimento dos Temas Contemporâneos Transversais **ciência e tecnologia** e **educação ambiental**.

Agora quem trabalha é você!

Os estudantes devem responder à **atividade 1** com base no gráfico apresentado na página anterior.

a) Quantidade de luas confirmadas em Netuno: 14 luas; Quantidade de luas confirmadas em Marte: 2 luas. Assim, a diferença pedida é dada por: $14 - 2 = 12$ (12 luas).

b) Para este item, devem considerar as quantidades de luas representadas no gráfico e adicionar: $1 + 2 + 53 + 53 + 27 + 14 = 150$ (150 luas).

Na **atividade 2**, considerando o gráfico apresentado, verificamos:

a) É o ano com a barra de maior altura, que é 2020, com 222 797 focos de incêndio.

b) Em 2013, com a barra de menor altura, representando 128 145 focos.

c) A diferença entre esses anos é de $222\,797 - 128\,145 = 94\,652$

d) Arredondando os valores do gráfico para o milhar mais próximo, anualmente, de 2012 até 2020, respectivamente, obtêm-se os seguintes totais de focos de queimadas: 217 mil; 128 mil; 176 mil; 217 mil; 184 mil; 208 mil; 133 mil; 198 mil; 223 mil.

Em relação ao ano anterior, houve aumento do total de focos de queimada em 2014, 2015, 2017, 2019 e 2020. O aumento nesses anos é dado, respectivamente, por: $176 - 128 = 48$; $217 - 176 = 41$; $208 - 184 = 24$; $198 - 133 = 65$; $223 - 198 = 25$. Portanto o maior aumento ocorreu em 2019, e foi de 65 mil focos.

Então, em um gráfico desse tipo, a altura de cada coluna corresponde à quantidade de vezes que a informação pesquisada foi observada naquele evento (acontecimento).

Em um gráfico de colunas, pode-se perceber rapidamente as colunas mais altas e as mais baixas, ou seja, as que representam maior ou menor número de observações segundo os dados em estudo.

Para fazer uma interpretação adequada de um gráfico, precisamos estabelecer comparações entre os dados apresentados e, às vezes, realizar alguns cálculos.

Agora quem trabalha é você!

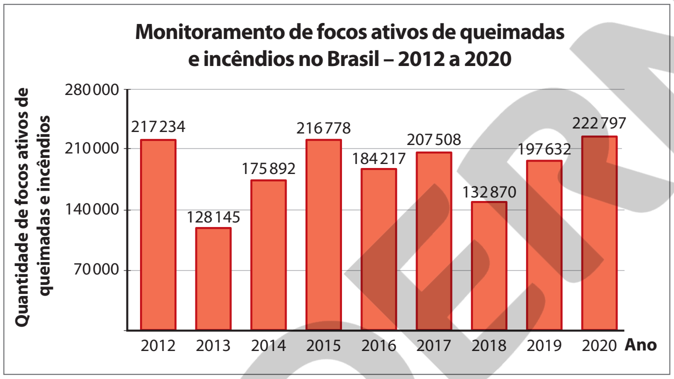
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Com base no gráfico de colunas da página anterior, faça mais algumas interpretações.

a) Quantas luas confirmadas o planeta Netuno tem a mais que Marte? **1. a)** 12 luas.

b) Quantas luas confirmadas os planetas do Sistema Solar, excluindo Vênus e Mercúrio, têm no total? **1. b)** 150 luas.

2 Observe o gráfico a seguir e responda às questões.



Dados obtidos em: INSTITUTO Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE). Disponível em: https://queimadas.dgi.inpe.br/queimadas/portal-static/estatisticas_paises/. Acesso em: 2 dez. 2021.

2. a) 2020; 222 797 focos ativos.
2. b) 2013; 128 145 focos ativos.

O gráfico apresenta a quantidade de focos ativos detectados por um satélite de referência, ou seja, os dados coletados diariamente por um mesmo satélite ao longo dos anos.

a) Em qual desses anos o número de focos ativos foi maior? Quantos focos?

b) Em que ano o número de focos ativos de queimadas foi menor? Quantos focos?

c) Qual foi a redução na quantidade de focos ativos de queimadas entre os anos 2013 e 2020? **2. c)** 94 652 de focos ativos.

d) Em que ano ocorreu o maior aumento na quantidade de focos ativos de queimada em relação ao ano anterior? Arredonde para o milhar mais próximo e calcule mentalmente esse aumento.

Vista aérea de uma queimada ocorrida na Floresta Amazônica. (Fotografia de 2021.)

2. d) 2019; houve aumento de 65 mil focos ativos em relação a 2018.

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Arredonde mentalmente os números e estime o valor das expressões a seguir.

a) 19 + 36 + 21 **1. a)** 80
b) 26 + 38 + 84 **1. b)** 150
c) 45 + 38 − 15 + 22 **1. c)** 90
d) 37 + 91 − 63 − 49 **1. d)** 20
e) 55 − 17 + 95 − 33 **1. e)** 110

2 No caixa do supermercado, dei uma nota de 50 reais para pagar uma compra de 37 reais. O caixa pediu 2 reais para facilitar o troco. Dando a ele os 2 reais, quanto recebo de troco?
2. 15 reais.

3 De acordo com a estimativa do IBGE, em 2017 o estado do Amazonas tinha 4 063 614 habitantes, dos quais 1 933 350 não moravam na capital, Manaus. Com o auxílio de uma calculadora, descubra qual era a população de Manaus.
3. 2 130 264 habitantes.

MARCOS AMEND/PULSAR IMAGENS

O Teatro Amazonas foi inaugurado em 1896 e está localizado no centro de Manaus (AM). (Fotografia de 2019.)

4 Que idade você terá no final de 2027? Em que ano você terá 33 anos? **4.** Respostas pessoais.

5 A diferença entre dois números é 53. Determine a diferença entre seus sucessores. Justifique.

6 Substitua as figuras pelos algarismos 2, 3, 5 e 7 e encontre a diferença. (Dica: figuras iguais correspondem a algarismos iguais.)

	♣	♦
−	♥	♠
	♦	♥

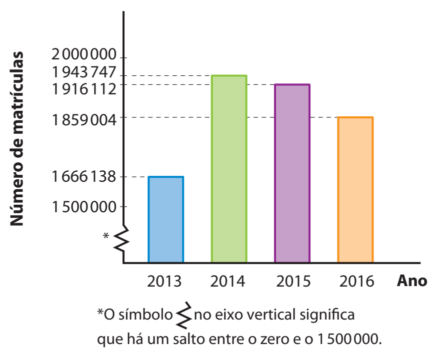
NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

6. ♣ = 7; ♦ = 5; ♥ = 2; ♠ = 3; A diferença é 52.

7 Para pagar um livro de 32 reais e 50 centavos, Paulo usou uma nota de 50 reais. A atendente, porém, só tinha notas de 10 reais. Não tendo troco, ela pediu a Paulo que facilitasse o troco com moedas. Como ele pode ter feito isso?
7. Paulo pode ter dado a ela 2 reais e 50 centavos para que devolvesse 20 reais de troco.

8 O gráfico a seguir mostra a quantidade de matrículas feitas na Educação Profissional no Brasil.

Matrículas na Educação Profissional no Brasil



*O símbolo ≷ no eixo vertical significa que há um salto entre o zero e o 1 500 000.

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: BRASIL. Ministério da Educação. Censo Escolar da Educação Básica 2016. Brasília: INEP/MEC, 2016. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/censo_escolar/notas_estatisticas/2017/notas_estatisticas_censo_escolar_da_educacao_basica_2016.pdf. Acesso em: 2 fev. 2022.

Com base no gráfico, use uma calculadora para responder a estas questões.

a) Em que ano houve mais estudantes matriculados? **8. a)** 2014 **8. b)** 57 108 de matrículas.
b) De quanto foi a diminuição no número de matrículas de 2015 para 2016?
c) Arredonde o número de matrículas para unidade de milhar e calcule a diminuição pedida no item **b**. **8. c)** 57 milhares.

9 Um número natural é expresso por:

$$9 + (21 - 15) \cdot 2$$

Qual é o valor do sucessor desse número?
9. 22

10 Em um restaurante, são gastos mensalmente 43 litros de óleo. Sabendo que o dono do restaurante quer comprar esse óleo em latas de 6 litros, quantas dessas latas ele deve comprar por mês? Considerando as compras mensais, quantas latas ele deve comprar em um ano?
10. 8 latas; 86 latas.

11 Isabel adquiriu um televisor, pagando uma entrada de 580 reais e mais três parcelas de 360 reais. À vista, ela teria pago 1 590 reais. Qual é a diferença entre o preço a prazo e o preço à vista?
11. 70 reais.

12 Quais números naturais compreendidos entre 200 e 500 são quadrados perfeitos?
12. 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441 e 484

No **exercício 12**, é interessante discutir qual a maneira mais fácil de chegar aos números. Os estudantes podem consultar exercícios anteriores ou construir quadros como este:

$12^2 = 144$	$13^2 = 169$	$14^2 = 196$	...	$22^2 = 484$

Exercícios complementares

O bloco de exercícios é mais uma oportunidade de os estudantes revisitarem os principais conceitos tratados no capítulo e mobilizarem os conhecimentos construídos, identificando possíveis dúvidas.

As resoluções dos **exercícios 1** a **5** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

Uma estratégia comum para obter a solução do **exercício 6** é a de tentativa e erro, destacando-se que, a cada tentativa malsucedida, os estudantes reflitam antes de fazer outra, pois o erro sempre dá uma pista em direção à solução. Converse com os estudantes e, considerando apenas os números naturais, verifique se compreendem que, para a subtração ser possível, o minuendo deverá ser maior do que o subtraendo.

Na resolução do **exercício 7**, pode-se conversar com a turma sobre a questão, comum em situações cotidianas, de facilitar o troco em compras que envolvam dinheiro em espécie. Explique aos estudantes que esse procedimento precisa ser compreendido tanto pelo responsável pelo caixa quanto pelo comprador. Sem essa compreensão, o comprador pode ficar intrigado por entregar mais dinheiro, embora já tenha dado o suficiente para pagar a compra. Pode-se também conversar sobre a vantagem de haver cédulas de 2 reais para facilitar trocos. Por exemplo, uma compra de 27 reais pode ser paga com três cédulas de 10 reais e uma cédula de 2 reais; nesse caso, apenas as três cédulas de 10 reais seriam suficientes, mas o caixa pode solicitar 2 reais para devolver uma só cédula de 5 reais como troco.

As resoluções dos **exercícios 8** e **9** e dos **exercícios 11** e **12** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

No **exercício 10**, espera-se que os estudantes percebam que a compra de 8 latas em cada um dos 11 meses é suficiente para o gasto do ano, que é de 86 latas.

Verificando

Nesta seção apresentamos questões que abrangem todo o capítulo sendo uma oportunidade para os estudantes validarem o entendimento do conteúdo estudado. Caso apresentem dúvidas em relação a alguma das atividades propostas, oriente-os a rever os conceitos apresentados no capítulo, assim também desenvolverão a autonomia no estudo.

As resoluções dos **testes 1** a **11** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 2.

Organizando

a) Adição: ideias de juntar e de acrescentar.
Subtração: ideias de tirar, de comparar e de completar.
Multiplicação: ideias de adição de parcelas iguais, de disposição retangular e de proporção.
Divisão: ideias de distribuição equitativa (repartição em partes iguais) e de medida (quantas vezes uma quantidade cabe em outra).

b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes comentem sobre a propriedade associativa e a comutativa da adição.

c) Resposta pessoal. Os estudantes podem considerar que $200 - 98$ equivale a $200 - 100 + 2$, por exemplo.

d) Não, pois, em uma expressão numérica, deve-se efetuar primeiro as operações entre parênteses.
Assim: $(2 + 3) \cdot 10 = 5 \cdot 10$ e $2 + (3 \cdot 10) = 2 + 30$.

e) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes comentem que, em adição de muitas parcelas, a multiplicação simplifica a escrita ou agiliza o cálculo. Exemplo: $73 + 73 + 73 + 73 + 73 + 73 + 73 + 73 = 8 \cdot 73$.

f) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes expliquem a propriedade fundamental da divisão, relacionando o dividendo à multiplicação do quociente pelo divisor adicionada ao resto da divisão. Exemplo: $19 : 5 = 3$ e resto 4, então $3 \cdot 5 + 4 = 19$.

VERIFICANDO

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Ao calcular o total de $1758 + 2439$, considerando o arredondamento das parcelas para a centena mais próxima, obtêm-se **1. Alternativa d.**

a) 4 000.
b) 4 100.
c) 4 190.
d) 4 200.

2 Considere a igualdade a seguir. **2. Alternativa c.**

$$1400 + 553 + 37 = 1400 + \blacksquare + 40$$

Nessa igualdade, ■ representa o número

a) 556.
b) 553.
c) 550.
d) 537.

3 Em determinado dia, o estoque do setor de informática de uma loja foi reposto com 5 337 itens. Após a reposição, esse setor passou a ter 6 473 itens. Quantos eram os itens do setor de informática dessa loja antes da reposição?

a) 136 itens.
b) 1 136 itens.
c) 1 144 itens.
d) 11 810 itens.

3. Alternativa b.

4 A expressão $980 - 75 + 36$ equivale a **4. Alternativa a.**

a) $905 + 36$.
b) $980 + 39$.
c) $980 + 111$.
d) $905 + 111$.

5 Um grupo de estudantes coletou 510 latas de leite em pó para doar a uma instituição de caridade.

ALAN CARVALHO/ ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que eles estão embalando essas latas em caixas com 15 unidades, a quantidade de caixas necessárias para embalar todas as latas será de: **5. Alternativa c.**

a) 30 caixas.
b) 32 caixas.
c) 34 caixas.
d) 36 caixas.

6 Considere a expressão numérica a seguir.

$$10 - 10 + (10 - 10 + 10) - 10$$

O valor numérico dessa expressão é **6. Alternativa a.**

a) 0.
b) 10.
c) 20.
d) 30.

7 Uma sorveteria oferece 36 sabores de sorvete de massa e 7 sabores para cobertura. Ao escolher apenas um sabor de sorvete e apenas um sabor de cobertura, é possível fazer **7. Alternativa c.**

a) mais que 40 e menos que 45 combinações.
b) mais que 45 e menos que 250 combinações.
c) mais que 250 e menos que 450 combinações.
d) mais que 450 e menos que 500 combinações.

8 O número que deve ser multiplicado por 14 para obter 518 é **8. Alternativa d.**

a) 27.
b) 32.
c) 36.
d) 37.

9 O número que elevado ao quadrado é igual a 144 é **9. Alternativa d.**

a) 288.
b) 72.
c) 24.
d) 12.

10 Analise a igualdade a seguir. **10. Alternativa d.**

$$(27 + 14) \cdot \blacksquare = 369$$

Nessa igualdade, o valor de ■ é

a) 328.
b) 24.
c) 18.
d) 9.

11 Considere a seguinte expressão numérica.

$$a^2 + 5 + \sqrt{a} = x$$

Para que x seja igual a 23, o valor de a deve ser: **11. Alternativa c.**

a) 9.
b) 8.
c) 4.
d) 3.

Organizando

Organizando: As respostas a estas questões estão neste *Manual*.

Vamos organizar o que você aprendeu neste capítulo? Para isso, responda às questões a seguir.

a) Você estudou diferentes operações com números naturais. Que ideias podemos associar à adição, à subtração, à multiplicação e à divisão?
b) Como você explicaria as duas propriedades da adição estudadas?
c) Que estratégia você utilizaria para subtrair mentalmente 98 de 200?
d) O resultado da expressão numérica $(2 + 3) \cdot 10$ é o mesmo que o de $2 + (3 \cdot 10)$? Por quê?
e) Como você explicaria a vantagem de escrever uma adição de parcelas iguais como uma multiplicação? Dê um exemplo.
f) Explique, com exemplos, como é possível relacionar a divisão com a multiplicação.

DIVERSIFICANDO

Relações algébricas no quadrado mágico

Vamos considerar o quadrado mágico que vimos no início deste capítulo.

3. Sim;

4	9	2
3	5	7
8	1	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

4	9	2
3	5	7
8	1	6

De acordo com o Princípio Aditivo da Igualdade (P.A.I.): Se adicionarmos ou subtrairmos um mesmo número aos dois membros de uma igualdade, os novos membros continuarão sendo iguais.

ALAN CARVALHO/ ARQUIVO DA EDITORA

Podemos observar que:

- 4 é uma parcela comum às adições da 1ª linha e da 1ª coluna.

  $4 + 9 + 2 = 4 + 3 + 8$

  Cancelando a parcela comum, isto é, aplicando o P.A.I., temos:

  $9 + 2 = 3 + 8$

  Vamos pintar de amarelo as quadrículas dos números do 1º membro da igualdade e de vermelho as do 2º membro.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

- 7 é uma parcela comum às adições da 2ª linha e da 3ª coluna.

  $3 + 5 + 7 = 2 + 7 + 6$

  Aplicando o P.A.I., cancelamos a parcela comum:

  $3 + 5 = 2 + 6$

  Vamos pintar de amarelo as quadrículas dos números do 1º membro da igualdade e de vermelho as do 2º membro.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

1. 5;

4	9	2
3	5	7
8	1	6

2. Sim; $9 + 5 + 1 = 3 + 5 + 7$

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Qual é a parcela comum às adições das diagonais desse quadrado mágico? Usando o mesmo critério das cores, reproduza o quadrado mágico do exemplo e pinte as quadrículas das diagonais.

2 A parcela comum às adições das diagonais também é comum a outras duas adições? Em caso afirmativo, quais? Usando o mesmo critério das cores, reproduza novamente o quadrado mágico e pinte as quadrículas referentes a essas adições.

3 Cada quadrícula tem um número que é parcela comum a duas adições que têm a mesma soma? Aplicando o mesmo critério das cores, reproduza o quadrado mágico apresentado seis vezes em seu caderno. Para cada um, pinte as quadrículas referentes a duas adições que têm a mesma soma; excluindo a parcela comum. Cada um dos seis quadrados deve apresentar adições com somas diferentes um do outro.

4 Considere que o quadrado 4×4, a seguir, seja um quadrado mágico com números representados por letras. Qual das igualdades é verdadeira? **4.** Alternativa **b**.

a) $E + F + G = C + K + O$
b) $A + F + P = I + J + L$
c) $N + O + P = M + I + E$
d) $A + F + K = H + K + N$

A	B	C	D
E	F	G	H
I	J	K	L
M	N	O	P

NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

69

Diversificando

A seção traz outros desafios envolvendo o quadrado mágico e padrões numéricos, com base no princípio aditivo da igualdade. Discuta o texto com os estudantes, antes de propor-lhes as questões, certificando-se de que entenderam todos os passos.

Agora é com você!

Sugerimos que as questões propostas sejam feitas em grupos. Ao final, cada grupo pode apresentar a solução de pelo menos uma atividade.

1. As adições das diagonais são $4 + 5 + 6$ e $2 + 5 + 8$, que têm a parcela comum 5. As cores iguais indicam as parcelas da adição que compõem um membro da igualdade $4 + 6 = 8 + 2$.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

2. Sim, 5 é comum à coluna e à linha central desse quadrado, $9 + 5 + 1$ e $3 + 5 + 7$, respectivamente, que podemos representar com as cores da segunda tabela.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

3. Sim, essa propriedade sempre é válida, pois a linha e a coluna daquela parcela comum sempre têm a mesma soma em um quadrado mágico.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

4. A diagonal da esquerda para a direita desse quadrado tem a soma $A + F + K + P$, e a terceira linha tem a soma $I + J + K + L$, igualando e anulando a parcela comum, tem-se $A + F + P = I + J + L$.

Alternativa **b**.

Capítulo 3 - Estudando figuras geométricas

Os objetivos deste capítulo e suas justificativas, as indicações das habilidades e competências específicas da Matemática (BNCC), além de outras informações, estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas.

Ao abordar o assunto deste capítulo, é importante trabalhar com a manipulação de objetos, modelos dos sólidos tratados, para que as características das figuras geométricas não planas estudadas sejam percebidas e verificadas. Também se faz necessário promover discussões sobre os modelos de figuras geométricas utilizados.

Essa abordagem leva em conta que a Geometria é um dos campos da Matemática com aplicações que podem ser observadas em objetos do dia a dia e experimentadas em situações diversas.

Além disso, artesanatos, obras de arte, de engenharia e de arquitetura podem ser bons pontos de partida para o estudo da Geometria.

Na engenharia, por exemplo, a Geometria é aplicada nos estudos da estabilidade das edificações.

Em diversas formas de expressão artística e cultural, como as pinturas das fachadas tradicionais da cultura Ndebele, conceitos de Geometria podem ser identificados.

Os grafismos nas paredes da casa da artista Esther Mahlangu podem ser utilizados para uma investigação dos conhecimentos prévios dos estudantes. Converse com eles sobre as figuras geométricas que eles identificam nos grafismos (triângulos, quadriláteros), para saber se identificam essas figuras como polígonos. Para explorar o conceito de figuras planas e não planas, pode ser interessante comparar as figuras pintadas nas paredes (figuras planas) com a própria parede (que dá ideia de figura não plana), com um pilar do pórtico de entrada, ou com um bloco de concreto.

Capítulo

3 Estudando figuras geométricas

GULSHAN KHAN/AFP/GETTY IMAGES

Observe a imagem e responda às questões no caderno.

a) Que figuras geométricas você identifica no grafismo da residência da fotografia?

b) Essas figuras são planas ou não planas?

c) O que mais chamou sua atenção nesses grafismos? Converse com o professor e os colegas.

A artista sul-africana Esther Mahlangu em sua residência, localizada na província de Mpumalanga, África do Sul, em março de 2017.

Na fotografia, vemos a residência de Esther Mahlangu, artista nascida em 1935 e pertencente ao grupo étnico Ndebele, em Mpumalanga, África do Sul. Sua arte vem da herança artística dos Ndebele, que é passada de mãe para filha ao longo dos séculos; na cultura Ndebele, apenas as mulheres se dedicam aos grafismos e artesanatos.

Os grafismos são realizados a mão livre, sem medições ou esboços, baseados em um complexo sistema de sinais e símbolos.

a) Alguns polígonos, como triângulos e quadriláteros.
b) As figuras são planas.
c) Resposta pessoal.

Converse com os estudantes também sobre suas impressões a respeito dos grafismos, sobre o que chamou sua atenção (as cores, a técnica, as formas). Converse sobre a importância de manter as tradições artísticas e culturais de um povo, sobre como essas tradições estão conectadas com a identidade desse povo, com seus costumes e com a forma com que ele se integra à sociedade. Pergunte a eles se em suas famílias ou comunidades existe alguma tradição que é passada de geração em geração e pergunte se eles conhecem outros povos com tradições e culturas diferentes das deles. Essas discussões sobre a importância de diversas manifestações artísticas e culturais contribuem para o desenvolvimento da **competência geral 3** e do Tema Contemporâneo Transversal **diversidade cultural**.

1 Um pouco de história

Originalmente, **Geometria** foi o nome que os gregos deram à parte da Matemática que estudava a medida (*metria*) da terra (*geo*). Trata-se do ramo da Matemática em que são estudadas as figuras e suas características.

A origem da Geometria não é precisa porque não há registros escritos de épocas anteriores a 6000 anos antes de Cristo.

O historiador grego Heródoto (século V a.C.) atribuiu aos egípcios a origem da Geometria, pois acreditava que ela tinha sido desenvolvida com a necessidade de fazer novas medições de terras depois de cada inundação provocada pelas cheias do rio Nilo.

DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

Quando o rio Nilo transbordava, as demarcações de algumas propriedades desapareciam; assim que o rio voltava a seu leito normal, era preciso demarcar novamente os limites dessas terras. Esse trabalho era realizado pelos "estiradores de cordas" (agrimensores), que utilizavam os registros feitos antes das inundações e os conhecimentos que tinham de Geometria.

Alguns historiadores, porém, acreditam ser mais provável que os estudos geométricos tenham sido desenvolvidos pela classe sacerdotal egípcia, que, por ser privilegiada, dispunha de tempo para reflexões como essas.

A ideia mais aceita atualmente é a de que a Geometria tenha nascido tanto da necessidade de resolver problemas práticos como da observação e da reflexão sobre números, grandezas e formas.

Por volta de 300 a.C., o estudioso grego Euclides organizou todo o conhecimento geométrico desenvolvido até então em um texto didático chamado *Os elementos*. Por mais de dois milênios, foi o fundamento que orientou o ensino desse importante campo de estudo.

BIBLIOTECA BRITÂNICA, LONDRES

Folha de rosto da primeira tradução inglesa da obra **Os elementos**, de Euclides, de 1570.

1. Um pouco de história

Neste início de capítulo, o tratamento da história da Matemática pode promover uma reflexão entre os estudantes para que percebam que os conhecimentos matemáticos não estão desvinculados da realidade e que eles foram desenvolvidos, e continuam sendo desenvolvidos, ao longo dos anos, por diferentes pessoas, em diferentes lugares.

Essa reflexão abre espaço para o desenvolvimento da **competência geral 1**; para isso, comente com os estudantes que muitos conceitos matemáticos foram desenvolvidos para nos ajudar a entender o mundo que nos cerca e que são importantes para o desenvolvimento da sociedade, com aplicações nas mais diversas áreas, da Agricultura à Medicina.

Sugestões de leitura

Para ampliar seu trabalho com esse tema, sugerimos:

BICUDO, I. A história da geometria euclidiana do antigo Egito às salas de aula. [Entrevista cedida ao] Globo Ciência. **Rede globo**, dez. 2011. Disponível em: http://redeglobo.globo.com/globociencia/noticia/2011/12/historia-da-geometria-euclidiana-do-antigo-egito-salas-de-aula.html. Acesso em: 12 maio 2022.

O professor de Matemática da Universidade de São Paulo (USP), Irineu Bicudo, autor da primeira tradução completa do grego para o português da obra **Os elementos**, de Euclides (Editora Unesp), conta sobre o desenvolvimento da Geometria do antigo Egito ao século XIX.

LAUNAY, M. **A fascinante história da Matemática**. Tradução de Clóvis Marques. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2019.

Esse livro conta um pouco da história da Matemática e discute sua utilidade da Pré-história até os dias de hoje. No capítulo 4 é apresentada a primeira descrição completa dos poliedros regulares, do século IV a.C. na Grécia antiga, atribuída a Teeteto de Atenas. O autor também discute uma aplicação dos poliedros na arquitetura, a cúpula geodésica, e mostra como a estrutura de uma bola de futebol se relaciona com poliedros.

2. Figuras planas e não planas

A planicidade é um dos atributos de figuras geométricas que nos permitem classificá-las em dois grandes grupos: figuras geométricas planas e figuras geométricas não planas.

Fundamentando-se nos conhecimentos que os estudantes trazem de seu estudo nos anos iniciais do Ensino Fundamental acerca de figuras geométricas, é possível ampliar e consolidar esses conhecimentos neste capítulo.

Sugerimos que sejam apresentados modelos de figuras de cada um desses dois grupos, de modo que os estudantes possam manipular tais modelos e verificar esse atributo (planicidade) concretamente, por exemplo colocando os modelos sobre o tampo da mesa do professor. Peça aos estudantes que classifiquem os modelos de figuras apresentados em cada um desses dois grupos, contribuindo para que eles desenvolvam a habilidade de identificar padrões em diferentes contextos.

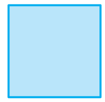
2 Figuras planas e não planas

Ao observar os objetos à nossa volta, percebemos que eles apresentam os mais variados formatos. Que formatos você reconhece nos brinquedos mostrados a seguir?

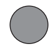
Os brinquedos mostrados são exemplos de objetos que têm características distintas. A cada um desses objetos, podemos associar diferentes figuras geométricas.

GMATSUNO/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

À superfície do tabuleiro do jogo de damas podemos associar esta figura:



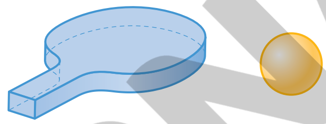
Às superfícies das peças do jogo podemos associar esta figura:



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

HEINZ WAHA/SHUTTERSTOCK

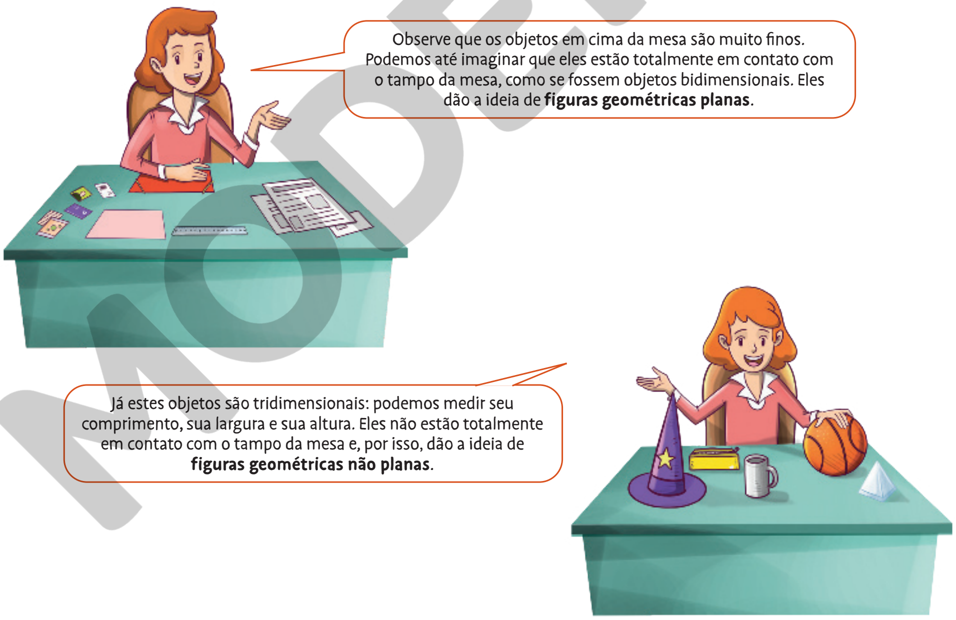
À raquete e à bola de tênis de mesa podemos associar as seguintes figuras:



RENAN ORACIC/ ARQUIVO DA EDITORA

(As imagens não respeitam as proporções reais entre os objetos.)

Nos objetos representados, as superfícies do tabuleiro e das peças do jogo de damas dão a ideia de figuras geométricas **planas**, enquanto a raquete e a bola de tênis de mesa lembram figuras geométricas **não planas**. Acompanhe a explicação a seguir sobre figuras geométricas planas e não planas.



ILUSTRAÇÕES: IZAAC BRITO/ARQUIVO DA EDITORA

3 Os sólidos geométricos

Algumas figuras geométricas não planas são chamadas **sólidos geométricos**.

Observe, nas fotografias a seguir, como as diferentes formas presentes nas obras de arte dão a ideia de sólidos geométricos.

ADVJMNETO/SHUTTERSTOCK

Catedral de Maringá, Paraná. (Fotografia de 2019.)

KSENIYA RAGOZINA/ALAMY/FOTOARENA © YAYOI KUSAMA

KUSAMA, Yayoi. **Narcissus Garden Inhotim**, 1966/2009. Aço inoxidável, dimensões variadas, 1966/2009. Instalação de 2009. Detalhe da obra com 750 esferas sobre um espelho d'água, no Instituto Inhotim, Museu de Arte Contemporânea e Jardim Botânico, um dos maiores museus a céu aberto do mundo, localizado em Brumadinho, Minas Gerais. (Fotografia de 2016.)

LARYSA ALEKSIEIEVA/SHUTTERSTOCK

Edifício **O Cubo**, que abriga o Centro Pompidou Málaga, em Málaga, na Espanha. (Fotografia de 2019.)

ERICH SACCO/SHUTTERSTOCK

Parte do conjunto arquitetônico do Centro Cultural Oscar Niemeyer, em Goiânia, Goiás. (Fotografia de 2021.)

(As imagens não respeitam as proporções reais entre os objetos.)

3. Os sólidos geométricos

A associação entre elementos geométricos e projetos arquitetônicos é uma das maneiras de os estudantes verificarem a presença da Geometria ao seu redor.

Antes desta aula, pode-se propor a eles uma atividade em que devem observar e anotar as figuras que eles reconhecem nas construções por onde passam no caminho de casa para a escola. Essa atividade pode ser a base para uma discussão em sala sobre os sólidos geométricos e serve também para um levantamento dos conhecimentos prévios dos estudantes acerca deles: que sólidos já conhecem, quais nomearam, como fizeram o registro etc.

Discuta com os estudantes cada estrutura apresentada nas fotografias e os sólidos que elas lembram. Peça a eles que citem outras edificações de que tenham conhecimento que lembram sólidos geométricos, por exemplo, as pirâmides do Egito, a torre de Pisa, um edifício ou uma obra de arte conhecidos na cidade ou no bairro em que moram.

Se considerar adequado, em parceria com o professor de Arte, proponha aos estudantes uma pesquisa sobre o uso de formas geométricas em esculturas e em outras obras de arte. Depois, podem-se solicitar aos estudantes alguns trabalhos manuais. Para isso, sugerimos o seguinte texto como apoio:

NUNES, K. R. A. Tecendo Matemática com Arte. **ANPMat**. [*S.l*]. Disponível em: https://anpmat.org.br/deu-certo/tecendo-matematica-com-arte. Acesso em: 3 jun. 2022.

Corpos redondos e poliedros

Se possível, traga modelos que representem os dois grupos de sólidos (corpos redondos e poliedros) para os estudantes vivenciarem essa classificação, de modo que consigam compor esses dois grupos com tais modelos. Pode ser uma atividade coletiva na sala de aula. Nesse momento é importante ressaltar a característica principal que diferencia os sólidos de cada grupo: ter ou não a forma arredondada.

Espera-se que os estudantes percebam que sólidos que não têm partes arredondadas em sua superfície são os chamados **poliedros**, enquanto os que apresentam pelo menos uma parte com forma arredondada são os **corpos redondos**. Peça a eles que exemplifiquem com objetos de seu cotidiano: por exemplo, podem identificar e associar um dado, uma caixa de suco de fruta, um monitor de computador, entre outros, com poliedros; uma bola, um chapéu de aniversário, uma laranja, entre outros, com corpos redondos.

Se julgar necessário, antes de propor o **exercício 1**, peça aos estudantes que escolham alguns dos modelos de poliedros que têm em mãos e apoiem esses objetos sobre o tampo da carteira (ou mesa) para desenhar a figura plana que observam quando olham de cima para cada modelo.

Corpos redondos e poliedros

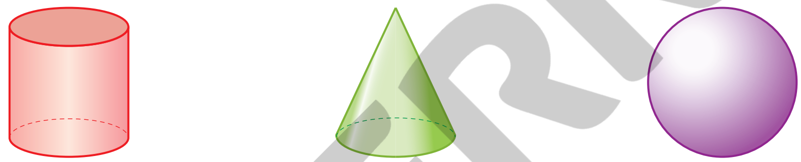
Os sólidos podem ser organizados em grupos, como corpos redondos e poliedros. Essa organização considera a presença ou não de formas arredondadas.

Objetos com a forma de corpos redondos	Objetos com a forma de poliedros
	

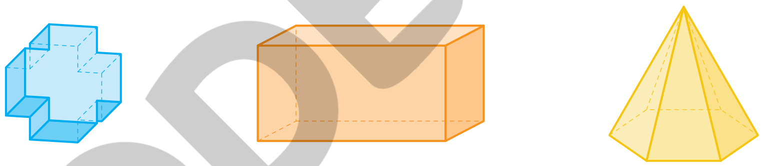
RUSGRI/SHUTTERSTOCK S-TS/SHUTTERSTOCK RANGIZZZ/SHUTTERSTOCK BALONCICI/ ISTOCK PHOTO/ GETTY IMAGES STUDIOMODE/ALAMY/ FOTOARENA YURIY BOYKO/SHUTTERSTOCK

(As imagens não respeitam as proporções reais entre os objetos.)

Os **corpos redondos** são sólidos geométricos que têm pelo menos uma parte com forma arredondada. Observe alguns exemplos.



Os **poliedros** são sólidos geométricos que não têm forma arredondada. Observe alguns exemplos.

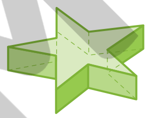


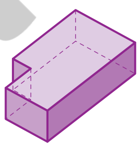
ILUSTRAÇÕES: RICARDO YORIO /ARQUIVO DA EDITORA

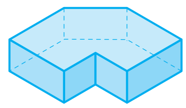
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

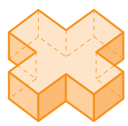
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Para cada poliedro, desenhe uma figura plana que represente a parte da sua superfície vista de cima. 1. Construção de figuras.

a) 

b) 

c) 

d) 

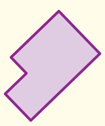
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA /ARQUIVO DA EDITORA

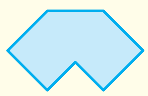
Exercícios propostos

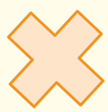
Com a análise das figuras apresentadas no **exercício 1**, são retomados os conceitos de figura plana, figura não plana e poliedro. Essa análise também ajuda no desenvolvimento da percepção espacial dos estudantes.

As figuras desenhadas devem ser:

a) 

b) 

c) 

d) 

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

2. Objetos que dão ideia de sólido: vela, dado, bolas de gude e caixa de presente.
Objetos que dão ideia de poliedro: dado e caixa de presente.

2 Quais dos objetos a seguir dão ideia de um sólido? Quais dão ideia de um poliedro?


Vela


Dado


Bandeirinha de festa junina

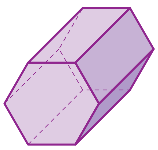
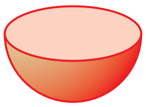
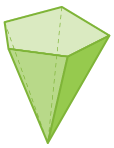
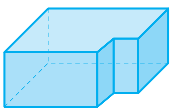
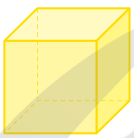
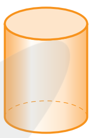
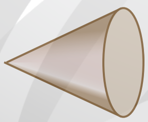
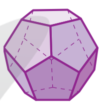

Caixa de presente


Bolas de gude

(As imagens não respeitam as proporções reais entre os objetos.)

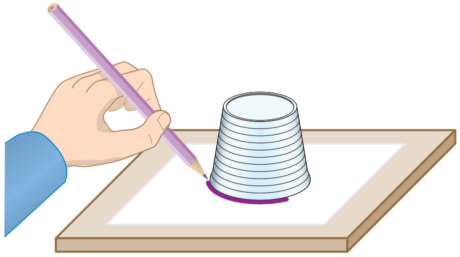
FOTOGRAFIAS: VELA: IGNATIUS 63/SHUTTERSTOCK; DADO: UNGTAMAN/SHUTTERSTOCK; BANDEIRINHA: X.MARYNKA/SHUTTERSTOCK; CAIXA: MAMA_MIA/SHUTTERSTOCK; BOLAS DE GUDE: GJERMUND/SHUTTERSTOCK

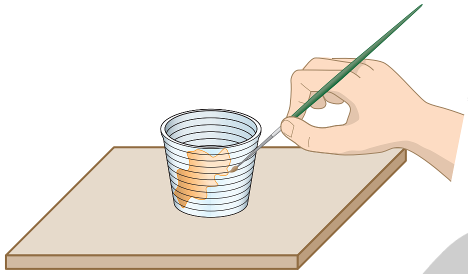
3 Cada sólido representado a seguir é identificado por um número. Use essa identificação para classificar esses sólidos como corpo redondo ou poliedro. No caderno, construa um quadro para organizar as informações.
3. Construção de quadro.

 (1)	 (2)
 (3)	 (4)
 (5)	 (6)
 (7)	 (8)

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA /ARQUIVO DA EDITORA

4 Observe o que Paulo e Pedro fizeram com copos descartáveis:





ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA /ARQUIVO DA EDITORA

Paulo contornou com lápis a boca do copo sobre uma folha de papel. Pedro pintou toda a parte externa do copo com tinta guache. 4. a) Paulo.

a) Qual deles representou uma figura plana?

b) Pedro pintou a superfície de um poliedro?

4. b) Não, pois o copo tem a forma de um corpo redondo.

5 Observe as imagens de um caranguejo e de sua sombra. Qual delas representa uma figura plana? 5. A sombra.


NINJAUDOM/SHUTTERSTOCK

Exercícios propostos

No **exercício 2**, peça aos estudantes que justifiquem por que cada objeto lembra ou não um sólido e, depois, por que ele lembra ou não um poliedro. Observe se eles percebem que, para ser um poliedro, o objeto já deve ter sido classificado como sólido, ou seja, se eles já descartam os objetos que não consideraram modelos de sólidos, como a bandeirinha, ao procurar modelos de poliedros. Ressalte esse aspecto durante a correção do exercício, antes de confirmar que a vela, o dado, as bolas de gude e a caixa de presente são objetos que dão ideia de sólido, e que o dado e a caixa de presente são objetos que dão ideia de poliedro.

No **exercício 3**, pergunte aos estudantes se eles se lembram da principal característica que distingue os corpos redondos dos poliedros; sua forma arredondada. Relembrando que os corpos redondos são sólidos geométricos que têm pelo menos uma parte com forma arredondada e os poliedros são sólidos geométricos que não têm forma arredondada.

As informações sobre a classificação dos sólidos podem ser organizadas em um quadro como o seguinte.

Classificação	Sólidos
corpos redondos	2, 6, 7
poliedros	1, 3, 4, 5, 8

O **exercício 4** incentiva o estudo prático. Com o uso de materiais muito comuns no cotidiano (papel, lápis e copo descartável) os estudantes podem perceber, de imediato, relações importantes entre o que estão estudando e situações do dia a dia. Ao contornar a boca do copo descartável, Paulo desenhou uma circunferência. Seu desenho lembra uma figura plana (**item a**). Ao pintar a parte externa do copo, Pedro pintou a superfície de um corpo redondo. O copo dá ideia de um sólido, mas não de um poliedro, pois ele tem a forma arredondada (**item b**).

Se julgar conveniente, aproveite o **exercício 5** para introduzir noções de projeção ortogonal de uma figura e comentar com os estudantes que a sombra de um objeto quando o Sol está no seu ponto mais alto no céu pode ser comparada à projeção ortogonal de uma figura geométrica sobre o plano.

A sombra dá a ideia de figura geométrica plana, bidimensional.

4. Conhecendo um pouco mais os poliedros

Habilidade da BNCC:
EF06MA17.

Neste tópico iniciamos o trabalho com a habilidade (EF06MA17), ao apresentar os principais elementos de um poliedro (faces, arestas e vértices) e como ele pode ser nomeado de acordo com o número de faces.

Nesse momento também é importante o manuseio de modelos de poliedros pelos estudantes, para que percebam cada um dos seus elementos com as próprias mãos, identificando assim as faces (que formam sua superfície), os vértices (“bicos”) e as arestas (“quinas”).

Também na contagem desses elementos é preferível que eles iniciem por meio da manipulação de modelos. Manuseando um dado cúbico, por exemplo, é possível verificar que ele é um poliedro (pois é um sólido que não tem partes arredondadas) com 6 faces (hexaedro), 8 vértices e 12 arestas; já uma pirâmide com uma das faces quadradas (que é a sua base) tem 5 faces, 5 vértices e 8 arestas (como pode ser verificado também pela figura representada no livro do estudante).

Considerando os poliedros apresentados ao final da página, peça aos estudantes que comprovem a quantidade de faces indicada e determinem o número de vértices e de arestas que cada um deles tem: o tetraedro tem 4 vértices e 6 arestas; o pentaedro, 6 vértices e 9 arestas; o hexaedro, 6 vértices e 10 arestas; o heptaedro, 10 vértices e 15 arestas; e o octaedro, 6 vértices e 12 arestas.

4 Conhecendo um pouco mais os poliedros

A palavra **poliedro** é uma composição de **poli** (muitas) com **edro** (faces). Portanto, poliedro significa “muitas faces”.

Elementos de um poliedro

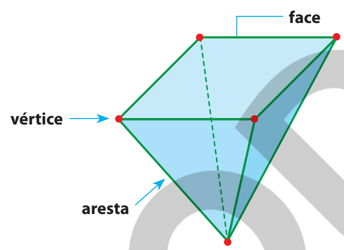
Mariana usou um objeto com a forma de um poliedro e carimbou todos os lados desse objeto em uma folha de papel esticada sobre a mesa, como representado na figura a seguir. Nessa folha, ficaram impressas figuras planas que representam as cinco **faces** do poliedro.

ILUSTRAÇÕES: DANIEL ZEPPO /ARQUIVO DA EDITORA

No objeto é possível observar uma linha comum entre duas faces. Essa linha é denominada **aresta**. O ponto de encontro de três ou mais arestas chama-se **vértice**.

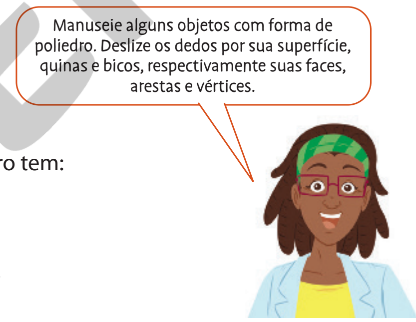
No poliedro representado a seguir, as faces estão destacadas em azul; as arestas, em verde; e os vértices, em vermelho.

NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA



Esse poliedro tem:

- 5 faces;
- 8 arestas;
- 5 vértices.

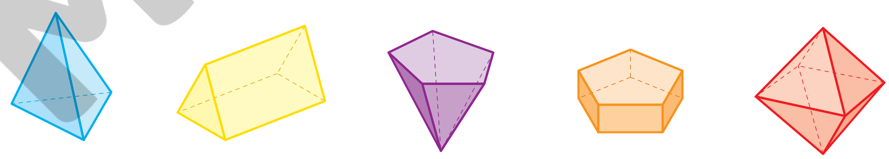


ARTUR FUJITA/ ARQUIVO DA EDITORA

Nomeando poliedros

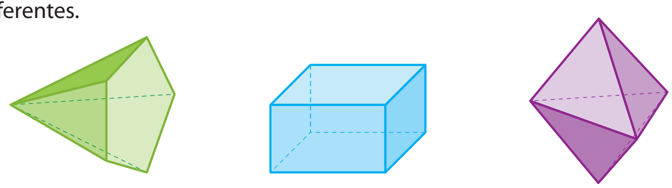
Os poliedros podem ser nomeados de acordo com o número de suas faces. Observe alguns exemplos.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA



Tetraedro	Pentaedro	Hexaedro	Heptaedro	Octaedro
4 faces	5 faces	6 faces	7 faces	8 faces

Muitos poliedros apresentam o mesmo número de faces, mas não possuem a mesma forma. Os poliedros representados a seguir, por exemplo, apresentam o mesmo número de faces, porém têm formas diferentes.



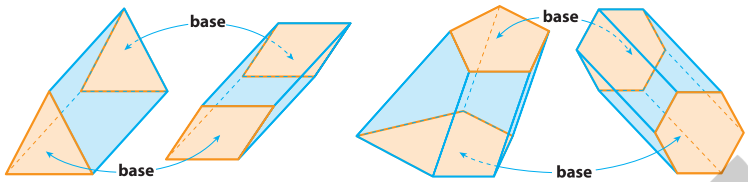
(I) (II) (III)

Observe que todos eles têm 6 faces, portanto são hexaedros, mas cada um possui uma forma diferente. Alguns deles recebem nomes especiais:

- o poliedro I é uma **pirâmide**;
- o poliedro II é um **prisma**;
- o poliedro III não é pirâmide nem prisma.

Prismas

Os poliedros representados a seguir são denominados **prismas**.



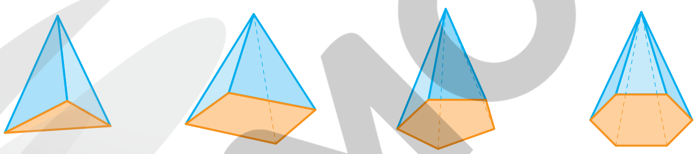
Nesses prismas, estão destacadas as faces chamadas de base; as demais são as faces laterais (que sempre são paralelogramos).

Observação

- No segundo prisma da esquerda para a direita, quaisquer duas faces opostas podem ser consideradas bases, e as demais são as faces laterais.

Pirâmides

Considere os poliedros a seguir, denominados **pirâmides**.



Nessas pirâmides, as faces coloridas de laranja são chamadas base; note que elas podem ter formas variadas. As faces coloridas de azul são as faces laterais, que são sempre triangulares.

Observação

- Na primeira pirâmide à esquerda, como todas as faces são triangulares, qualquer face pode ser considerada base, e as demais são as faces laterais.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Prismas e pirâmides

Dentre os poliedros, dois grupos são definidos por suas características e propriedades: os prismas e as pirâmides. Também é importante os estudantes identificarem poliedros que não são nem prismas nem pirâmides, o que contribui na aprendizagem das características próprias de um prisma e de uma pirâmide, consolidando o conhecimento acerca dessas figuras.

Utilizando alguns modelos de prismas e pirâmides, mostre para os estudantes que eles também podem identificar como prismas os poliedros que, ao serem apoiados por uma de suas faces sobre uma superfície plana, como o tampo de uma mesa, têm exatamente metade dos vértices contida no tampo da mesa (e metade fique fora dele) e que têm a face apoiada paralela a outra face congruente. Nesse caso, essa face de apoio é uma de suas bases. Mostre-lhes também que as pirâmides são aqueles poliedros que, ao ficarem apoiados sobre uma de suas faces (a base da pirâmide) em uma mesa, ficam com apenas um de seus vértices fora do tampo da mesa.

Outra comparação que pode ser feita entre os prismas e as pirâmides é que as faces laterais de uma pirâmide são triangulares, enquanto as faces laterais de um prisma são retangulares, ou ainda, que as pirâmides têm uma base enquanto os prismas têm duas bases paralelas.

Se possível, leve para a sala de aula diferentes modelos de poliedros (entre eles diferentes prismas e pirâmides), possibilitando que os estudantes façam essas experimentações, o que contribuirá para seu aprendizado.

Exercícios propostos

O **exercício 6** poderá ser realizado em duplas ou trios. Pode-se sugerir aos estudantes que recortem, em cartolina ou em outro papel de maior gramatura, figuras iguais às que correspondem às faces desenhadas e, usando fita adesiva, tentem montar um poliedro com essas faces. (Oriente-os a usar tesoura com ponta arredondada e a manuseá-la com cuidado.) Assim, para as faces desenhadas na primeira e na segunda linha do quadro, os estudantes podem identificar os poliedros correspondentes, indicados, respectivamente por (2) e (6). Essa construção pode ajudar os estudantes a associarem as faces do poliedro a figuras planas, além de possibilitar que eles desenvolvam a visão espacial, pois terão de orientar sua montagem pelos sólidos dados, buscando identificar suas faces. Na primeira linha, o poliedro montado com as faces desenhadas tem 3 faces retangulares, que podem ser identificadas como as faces laterais do poliedro (2), um prisma. Na segunda linha, o poliedro montado com as faces desenhadas tem 4 faces triangulares iguais, que podem ser identificadas como as faces do poliedro (6), uma pirâmide.

No **exercício 7**, os estudantes devem ser capazes de reconhecer que face é uma figura plana que representa parte da superfície de um poliedro, que uma linha comum entre duas faces representa uma aresta, e que o ponto de encontro de três ou mais arestas é o vértice de um poliedro. Para a resolução desse exercício, vale destacar que a organização das respostas em um quadro facilita a observação da regularidade (ou relação) verificada entre os números ali registrados. Certamente os estudantes não conseguirão, apenas com essa atividade, desenvolver todo um raciocínio de generalizações, porque há dados de prismas e pirâmides no mesmo quadro. Porém, eles poderão recorrer ao quadro em um momento futuro, quando for necessário levantar hipóteses do tipo:

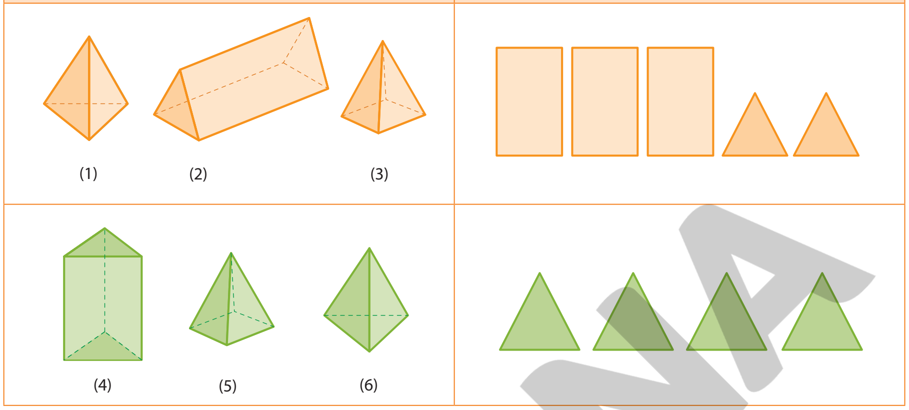
- há poliedros em que o número de faces coincide com o número de vértices (caso das pirâmides);
- há poliedros em que o número de vértices é maior que o número de faces (caso dos prismas).

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

6 Em cada linha do quadro a seguir, descubra qual dos poliedros teve suas faces desenhadas.
6. Na primeira linha: o poliedro 2; na segunda linha: o poliedro 6.

Poliedros	Faces

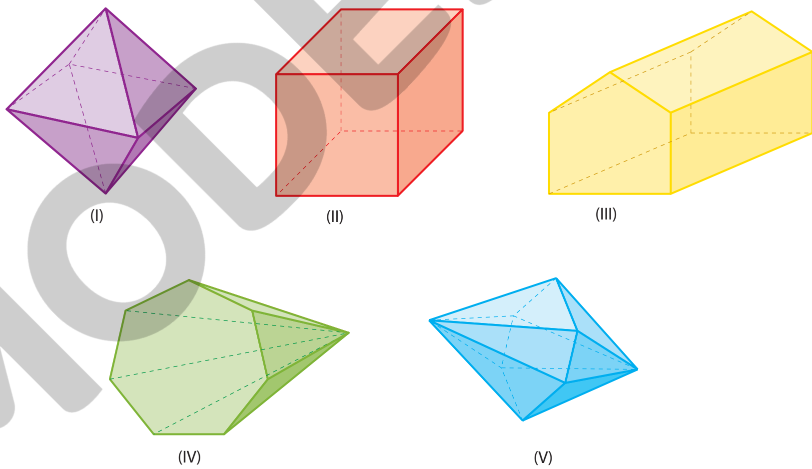


ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

7 Construa no caderno um quadro como o modelo a seguir e complete-o contando o número de faces, de vértices e de arestas dos poliedros I, II, III, IV e V. **7.** Construção de quadro.

MODELO

Poliedro	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

8 *Hora de criar* – Pesquise e recolha embalagens de diferentes produtos (caixinhas poliédricas ou piramidais, tubos, cones, esferas etc.). Com elas, construa uma maquete (prédio, trem, escada, pirâmide etc.). Para cada embalagem usada, identifique o sólido geométrico que ela lembra. Para os poliedros usados, registre em um quadro quantos vértices, arestas e faces eles têm.
8. Resposta pessoal. Construção de maquete.

78

Poliedro	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas
I	8	6	12
II	6	8	12
III	7	10	15
IV	8	8	14
V	12	8	18

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

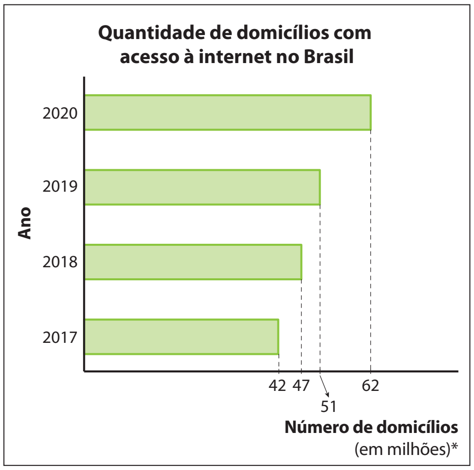
Interpretando um gráfico de barras

Para saber o número de domicílios com acesso à internet no Brasil, são feitos estudos anuais. O Centro Regional de Estudos para o Desenvolvimento da Sociedade da Informação (Cetic.br) realiza pesquisas anuais desde 2005, mapeando o acesso às tecnologias de informação e comunicação (internet, computadores, telefones celulares, televisão, entre outras) nos domicílios urbanos e rurais do país.

O **gráfico de barras** da imagem mostra os resultados obtidos em pesquisas como essa.

Observe que, nesse gráfico, o comprimento das barras corresponde à quantidade aproximada, em milhões, de domicílios com acesso à internet em cada ano.

A primeira barra, de baixo para cima, representa o número de domicílios em 2017 e registra o valor 42. Isso significa que, em 2017, 42 milhões de domicílios no Brasil tinham acesso à internet. As demais barras correspondem a dados de outros anos. Desse modo, fazemos a leitura de um gráfico de barras. O comprimento da barra representa a quantidade de vezes que cada informação foi observada na pesquisa.



* Valores aproximados.

Dados obtidos em: CENTRO Regional de Estudos para o Desenvolvimento da Sociedade da Informação. **TIC Domicílios - 2020**. Disponível em: https://cetic.br/pt/pesquisa/domicilios/indicadores/. Acesso em: 13 abr. 2022.

Podemos fazer algumas interpretações analisando os dados desse gráfico. Por exemplo:

- 2017 foi o ano que apresentou o menor número de domicílios com acesso à internet.
- O período de 2018 a 2019 apresentou um aumento de 4 milhões de novos domicílios com acesso à internet (51 milhões − 47 milhões = 4 milhões).

Pesquisas como essa são importantes para entender melhor algumas características da sociedade brasileira e ajudam os governos a desenvolver políticas públicas para atender às necessidades da população.

Assim, é possível identificar, por exemplo, se os domicílios rurais de determinado município não têm acesso à internet, ou em que regiões do país o acesso à internet precisa ser ampliado.

Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Com base no gráfico apresentado anteriormente, responda às questões a seguir.

a) Quantos domicílios tinham acesso à internet em 2020? **1. a)** 62 milhões de domicílios.

b) Considerando o aumento de domicílios com acesso à internet que ocorreu de um ano para o ano seguinte, qual é o período que apresenta o maior crescimento absoluto? **1. b)** De 2019 a 2020.

c) De quanto foi esse crescimento? **1. c)** 11 milhões de domicílios.

d) Considerando uma média de 2,8 moradores por domicílio, que estimativa se poderia fazer para a quantidade de pessoas com acesso à internet, no domicílio, em 2020? **1. d)** Aproximadamente 174 milhões de pessoas.

2 Suponha que, em 2021, o número de domicílios com acesso à internet no Brasil tenha chegado a 71 milhões. Para representar essa informação no gráfico dado, devemos construir uma barra mais larga ou mais comprida do que as outras? **2.** Uma barra mais comprida.

79

Para o **item b**, de acordo com o gráfico, o período de 2019 a 2020 apresentou o maior crescimento absoluto no número de domicílios com acesso à internet. Esse crescimento foi de 11 milhões de domicílios (62 milhões − 51 milhões = 11 milhões) (**item c**). De 2017 a 2018 o crescimento foi de 5 milhões (47 milhões − 42 milhões = 5 milhões). De 2018 a 2019 o crescimento foi de 4 milhões (51 milhões − 47 milhões = 4 milhões).

As resoluções dos **itens b**, **c** e **d** e da **atividade 2** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 3.

Trabalhando a informação

Habilidades da BNCC: **EF06MA03**, **EF06MA31** e **EF06MA32**.

A interpretação de dados representados em forma de gráfico (de barras ou de qualquer outro tipo) envolve compreender cada elemento de tal gráfico, como eixos, títulos, legendas e fontes de dados.

É importante destacar para os estudantes que é preciso ter uma atenção especial às informações e grandezas que estão sendo apresentadas nos eixos do gráfico – no nosso exemplo, o gráfico informa o número de domicílios (eixo horizontal), em milhões, e o ano (eixo vertical) – assim o estudante fará a leitura e interpretação correta das informações.

Aproveite o contexto da pesquisa apresentada para conversar a respeito do uso da internet no Brasil e no mundo, desenvolvendo o Tema Contemporâneo Transversal **ciência e tecnologia** e a **competência geral 5**. Pergunte aos estudantes se eles acessam a internet com frequência e como eles e seus familiares utilizam a internet no dia a dia (para diversão, para estudar, para se informar, para fazer compras, para trabalhar). Converse também sobre os cuidados que devem ser tomados com as informações obtidas e compartilhadas na internet, sobre a importância de procurar sempre fontes confiáveis e de não postar ou compartilhar informações pessoais, evitando expor sua privacidade.

As atividades do **Agora quem trabalha é você!** possibilitam o desenvolvimento das habilidades (EF06MA03) e (EF06MA32). Para a resolução da **atividade 1** é necessário observar as informações apresentadas no gráfico, o comprimento da barra e o valor associado a ele a cada ano, lembrando que o número de domicílios (no eixo horizontal) é dado em milhões. Para o **item a**, o gráfico indica que 62 milhões de domicílios tinham acesso à internet em 2020.

Exercícios complementares

Nesta seção, são oferecidas novas oportunidades para os estudantes retomarem e aplicarem os principais conceitos tratados no capítulo.

Ao propor aos estudantes o trabalho em grupo e conversas com os colegas para que confrontem suas respostas e cheguem a conclusões comuns, os **exercícios 1**, **2**, **5** e **7** são uma ótima oportunidade para o desenvolvimento da **competência geral 9**.

No **exercício 1**, relembre os estudantes das características de figuras planas. Estimule a cooperação e o diálogo entre os estudantes, e ajude-os a resolverem possíveis conflitos que possam surgir quando estiverem confrontando suas respostas, destacando a importância do respeito mútuo.

No **exercício 2**, relembre os estudantes de que corpos redondos e poliedros são exemplos de figuras não planas. Mostre a eles que registrar em um quadro as informações sobre as figuras geométricas não planas e suas características pode ajudar na organização dessas informações e na distinção de um corpo redondo de um poliedro.

A resposta ao **exercício 3** pode ser verificada pelos estudantes com uma simples folha retangular de papel. Peça a eles que repitam o procedimento descrito no enunciado com uma folha de papel para verificarem que o recipiente tem a forma que lembra um corpo redondo. Eles não precisam colocar tampa ou fundo; apenas a ação de curvar a folha, unindo duas das extremidades, pode ajudar na visualização.

No **exercício 4**, lembre os estudantes de que os poliedros não podem ter partes com forma arredondada e que há poliedros que não são classificados como prisma ou como pirâmide. Incentive-os a descrever as características de prismas e de pirâmides.

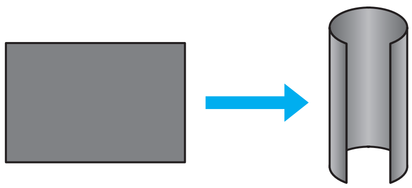
EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Desenhe diferentes figuras geométricas planas e escreva os nomes das que você souber. Converse com um colega para confrontar as respostas. Juntos, completem os nomes que faltarem. Se for necessário, peçam ajuda ao professor.
1. Resposta pessoal.

2 Com massa de modelar, construa algumas figuras geométricas não planas. Junte-se a um colega e conversem sobre as características dessas figuras. Registrem suas conclusões.
2. Resposta pessoal.

3 A figura a seguir mostra uma folha de zinco que, depois de ser curvada, soldada e fechada com tampa e fundo, deu origem a um recipiente.



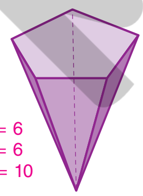
Esse recipiente tem a forma de um corpo redondo ou de um poliedro? **3.** Corpo redondo.

4 Com massa de modelar, construa alguns modelos de poliedros, separando-os em três grupos: só prismas, só pirâmides e nem prismas nem pirâmides. Caso algum grupo fique sem elementos, construa o que faltar.
4. Resposta pessoal.

5 É possível uma pirâmide ter apenas 3 vértices? Por quê? Converse com um colega e comparem suas respostas.

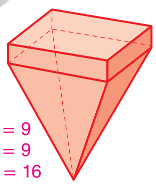
6 Determine o número de faces (F), de vértices (V) e de arestas (A) destes poliedros:

a)



6. a) $F = 6$
$V = 6$
$A = 10$

b)



6. b) $F = 9$
$V = 9$
$A = 16$

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA /ARQUIVO DA EDITORA

7. a) 21 arestas; 7 faces laterais. **7. b)** 11 lados; 11 faces laterais; 22 arestas.

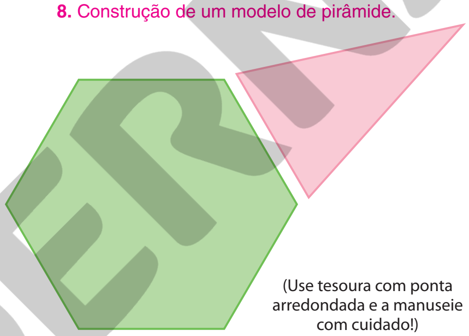
7 Junte-se a um colega e respondam às seguintes questões:

a) Se as bases de um prisma têm 7 vértices cada uma, quantas arestas tem esse prisma? E quantas faces laterais?

b) Se uma pirâmide tem 12 vértices, quantos lados tem sua base? Quantas faces laterais tem essa pirâmide? E quantas arestas?

c) Se uma pirâmide de 20 faces e um prisma têm o mesmo número de vértices, quantas faces tem o prisma? **7. c)** 12 faces.

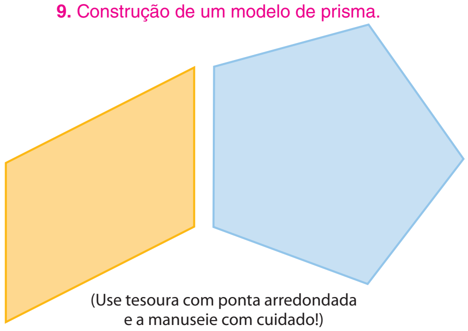
8 Utilizando papelão ou outro papel de maior gramatura, copie e recorte a figura verde a seguir e tantas figuras rosa quantas forem necessárias para montar um modelo de pirâmide. Usando fita adesiva para colar as partes, construa esse modelo.
8. Construção de um modelo de pirâmide.



(Use tesoura com ponta arredondada e a manuseie com cuidado!)

NELSON MATSUDA /ARQUIVO DA EDITORA

9 Do mesmo modo, utilizando papelão ou outro papel de maior gramatura, copie e recorte tantas figuras azuis e amarelas quantas forem necessárias para montar o modelo de um prisma. Usando fita adesiva para colar as partes, faça a construção solicitada.
9. Construção de um modelo de prisma.



(Use tesoura com ponta arredondada e a manuseie com cuidado!)

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

5. Não. Como um dos vértices fica fora da face considerada base, sobram 2 vértices para o polígono da base. Isso é impossível, pois não existe polígono com 2 vértices.

No **exercício 5**, pergunte aos estudantes se eles se lembram qual é a figura plana com menor número de vértices (o triângulo, com 3 vértices). Como uma pirâmide tem faces laterais sempre triangulares, a pirâmide com menor número de vértices será a pirâmide com base também triangular. Assim, se construirmos essa pirâmide, ela terá 4 vértices, que é a menor quantidade de vértices possível para uma pirâmide.

Para o **exercício 6**, relembre os estudantes dos conceitos de face, vértice e aresta de um poliedro; assim, eles poderão identificar esses elementos nos poliedros apresentados e contá-los. O poliedro do **item a** tem 6 faces, 6 vértices e 10 arestas, e o poliedro do **item b** tem 9 faces, 9 vértices e 16 arestas.

As resoluções dos **exercícios 7**, **8** e **9** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 3.

VERIFICANDO

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

FOTOGRAFIAS: BOLA DE GUDE: SANDEEP GORE/ SHUTTERSTOCK; CAIXA: VIKTORIYA KUZMENKOVA/ ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES; CARTÃO: MINII HO/ SHUTTERSTOCK; COPO: BLUNDRBUSS/SHUTTERSTOCK

1 Que objeto dá ideia de uma figura geométrica plana? **1.** Alternativa **c**.

a) Bola de gude.
b) Caixa de sapato.
c) Cartão de visita.
d) Copo de plástico.

(As imagens não respeitam as proporções reais entre os objetos.)

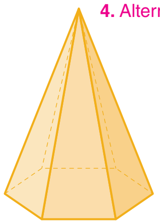
2 Que objeto tem a forma de corpo redondo? **2.** Alternativa **c**.

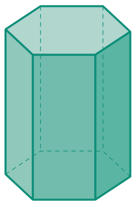
a) Dado de 6 faces.
b) Livro com 200 páginas.
c) Pilha.
d) Folha de papel sulfite.

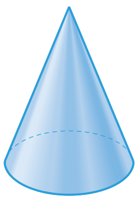
3 Um tetraedro tem: **3.** Alternativa **b**.

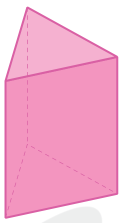
a) 5 faces.
b) 6 arestas.
c) 8 vértices.
d) 5 arestas.

4 Qual das figuras é uma pirâmide? **4.** Alternativa **a**.

a)


c)


b)


d)


ILUSTRAÇÕES: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

5 Um prisma de base triangular tem: **5.** Alternativa **b**.

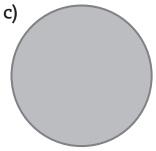
a) 3 faces.
b) 5 faces.
c) 6 faces.
d) 10 faces.

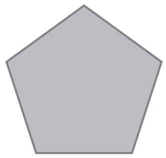
6 Se uma pirâmide possui 5 arestas na base, o número de vértices dela será: **6.** Alternativa **b**.

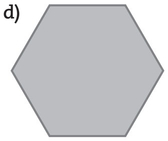
a) 5.
b) 6.
c) 7.
d) 8.

7 Qual figura pode ser relacionada à sombra de um cone? **7.** Alternativa **c**.

a)


c)


b)


d)


ILUSTRAÇÕES: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

8 Analise a imagem do tambor a seguir.

8. Alternativa **c**.

Pode-se associar a forma desse tambor a um:

a) poliedro.
b) prisma.
c) cilindro.
d) cone.

Organizando

Organizando: **a)** Espera-se que os estudantes expliquem que figuras planas são bidimensionais e que figuras não planas são tridimensionais. Deve-se considerar adequado caso eles expliquem apenas citando exemplos.
b) Figuras não planas.

Vamos organizar o que você aprendeu neste capítulo? Para isso, responda às questões.

a) Você estudou diferentes figuras geométricas. Como explicaria o que são figuras planas e não planas?
b) Que tipo de figura são os sólidos geométricos?
c) Dê exemplos de sólidos geométricos que têm pelo menos uma parte arredondada.
d) Que objetos do dia a dia têm a forma de um poliedro? Cite três exemplos.
e) Quais são os elementos de um poliedro?
f) Dois poliedros que possuam 6 faces terão a mesma forma? Justifique com dois exemplos.
g) Cite uma diferença entre um prisma de base quadrada e uma pirâmide de base quadrada.

c) Esfera, cone e cilindro.
d) Resposta pessoal.
e) Vértices, faces e arestas.
f) Não, pois eles podem ser, por exemplo, uma pirâmide de base pentagonal e um prisma de base retangular.
g) Resposta possível: a pirâmide tem uma única face quadrada, e o prisma tem pelo menos duas faces quadradas.

Verificando

Esses exercícios são mais uma oportunidade para o estudante validar o entendimento do conteúdo estudado neste capítulo.

Instrua-os a retornarem às páginas anteriores caso alguma dúvida persista.

No **teste 1**, os estudantes devem identificar o cartão de visita como o objeto que dá ideia de figura plana; logo, a alternativa correta é a **c**. Caso algum estudante escolha outra alternativa, provavelmente não compreendeu o conceito de figuras geométricas planas e não planas.

Para o **teste 2**, os estudantes deverão utilizar conhecimentos que têm em relação aos objetos citados. No caso, o dado tem a forma de um cubo; o livro de um paralelepípedo e a folha sulfite dá ideia de uma figura plana. Logo, a pilha, que dá ideia de um cilindro, tem a forma de um corpo redondo; portanto, alternativa **c**.

Ao resolver o **teste 3** deverão saber a forma de um tetraedro, conceito que foi apresentado ao longo deste capítulo. Como o tetraedro é o poliedro que tem 4 faces, 6 arestas e 4 vértices, a alternativa correta é a **b**.

A compreensão das características de uma pirâmide deve ser mobilizada para responder ao **teste 4**. Entre as alternativas, a figura que tem faces triangulares com exceção da base é a figura da alternativa **a**. Na alternativa **b** há um cone, e nas alternativas **c** e **d**, prismas.

As resoluções dos **testes 5** a **8** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 3.

Organizando

Incentive os estudantes a organizarem seus aprendizados no caderno, fazendo resumos, mapas conceituais ou aplicando destaques em conceitos importantes.

As questões propostas têm como objetivo fazer com que os estudantes retomem os conteúdos estudados no capítulo e que reflitam sobre algumas temáticas. Após sua correção é importante pedir-lhes que compartilhem suas respostas. Essa estratégia permitirá o compartilhamento de dúvidas e percepções sobre o conteúdo, contribuindo para o aprendizado de todos.

Diversificando

Habilidades da BNCC: **EF06MA21** e **EF06MA24**.

Esta seção propõe uma atividade envolvendo ampliação e redução de figuras com o auxílio de malhas quadriculadas, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA21). Espera-se que os estudantes compreendam que, por meio de ampliação ou de redução, a figura obtida não pode ficar deformada; deve ser uma réplica da figura original ampliada ou reduzida, ou seja, mantendo as proporções. Com isso pode ser desenvolvida a noção de figuras semelhantes.

Apresentam-se a figura original desenhada em uma malha quadriculada e as figuras ampliada e reduzida, que são reproduzidas aumentando ou diminuindo, respectivamente, a medida do comprimento do lado do quadradinho da malha, mantendo-se a quantidade de quadradinhos. Desse modo, os elementos das duas figuras (original e ampliação ou original e redução) encontram-se na mesma posição da malha, como é exemplificado com os olhos da tartaruga.

Antes de os estudantes fazerem as atividades do **Agora é com você!**, pode ser interessante providenciar malhas quadriculadas convenientes para que eles possam desenhar uma figura qualquer (simples) e, depois, reproduzi-la por meio de uma redução e de uma ampliação. Verifique se eles percebem quais malhas devem utilizar em cada caso. Isso pode auxiliar os estudantes a perceberem que, na **atividade 1**, como o desenho do Curupira é um quadrado medindo 20 cm de lado, o desenho ampliado pode medir no máximo 2 m por 2 m, já que a parede mede 3 m por 2 m; portanto, a ampliação, nesse caso, é de no máximo 10 vezes $\left(\frac{200 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = 10\right)$. Na **atividade 2**, como os pratinhos de doces medem 10 cm por 10 cm e o desenho original mede 20 cm de lado, o desenho deve ser reduzido em no mínimo 2 vezes, já que o desenho reduzido pode medir no máximo 10 cm de lado $\left(\frac{20 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 2\right)$.

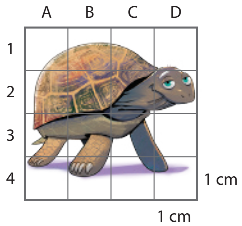
DIVERSIFICANDO

Ampliar e reduzir

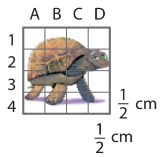
Existem algumas técnicas para ampliar e reduzir proporcionalmente um desenho ou uma figura. Um modo simples é dividir o desenho em quadradinhos, como se o tivéssemos colocado em uma malha quadriculada. Depois, basta copiar em outra malha quadriculada o mesmo número de quadradinhos – em tamanho maior, no caso de ampliação, e em tamanho menor, no caso de redução. Acompanhe um exemplo.

desenho sem malha quadriculada

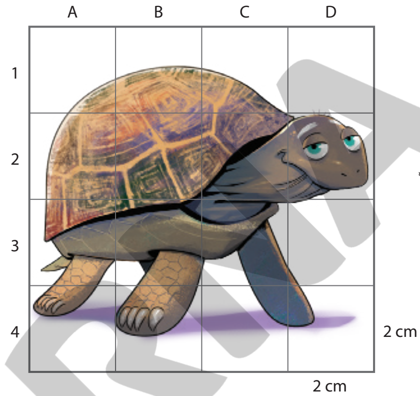
desenho com malha quadriculada



desenho reduzido em duas vezes



desenho ampliado em duas vezes



Observe que, para ampliar o desenho em duas vezes, o quadradinho cujo lado media 1 cm passou a ter lado medindo 2 cm no desenho novo. Para reduzir o desenho em duas vezes, o quadradinho passou a ter lado medindo $\frac{1}{2}$ cm no desenho novo, ou seja, a metade da medida do lado do quadradinho no desenho original. O número de quadradinhos é o mesmo; o que muda é o tamanho deles. Observe que os olhos da tartaruga, que no desenho original estavam na linha **2**, coluna **D**, continuam nessa posição nos novos desenhos.

1. O desenho ampliado de Mariana pode ter até 10 vezes o tamanho do desenho original. Desse modo, ele teria as seguintes medidas: 2 m por 2 m.

Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

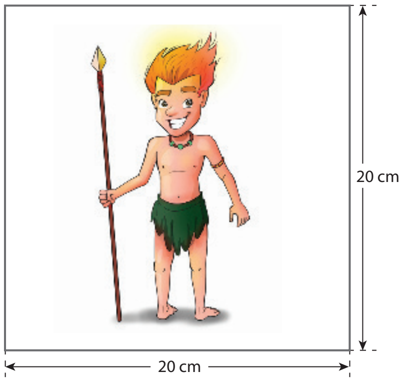
3. Resposta possível: os quadradinhos podem ter lados com as medidas 1 cm, 2 cm, 4 cm, 5 cm ou 10 cm, pois são divisores de 20.

1 Mariana quer fazer os enfeites da própria festa com o tema folclore brasileiro. Ela pretende ampliar um desenho do curupira, depois colá-lo atrás da mesa do bolo em uma parede que mede 3 m por 2 m. Considerando as medidas indicadas no desenho original, qual será o tamanho máximo que o desenho ampliado de Mariana deverá ter?

2 Mariana também quer reduzir o desenho para colocar nos pratinhos de doces, que medem 10 cm por 10 cm. No mínimo, em quantas vezes deve ser a redução?

2. Duas vezes.

3 Se Mariana usar a técnica de ampliação/redução descrita, qual poderá ser a medida do lado dos quadradinhos, em centímetro (com número natural), que ficarão sobre o desenho original?



Para resolver a **atividade 3**, espera-se que os estudantes percebam que as medidas dos lados dos quadradinhos devem ser divisores das medidas dos lados do desenho original (20 cm), para garantir que caiba um número inteiro de quadradinhos sobre o desenho original. Assim, os lados dos quadradinhos podem ter as seguintes medidas: 1 cm, 2 cm, 4 cm, 5 cm ou 10 cm.

Ao determinar as medidas do comprimento dos lados do desenho ampliado que será colado atrás da mesa do bolo, e ao determinar as medidas do comprimento dos lados dos quadradinhos na ampliação e na redução do desenho original, pode ser desenvolvido o trabalho com a habilidade (EF06MA24).

Capítulo 4 Divisibilidade

ZIMMYTWS/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

Representação do Haab, calendário civil maia, desenvolvido por volta do século IV a. C.

Observe, leia e responda no caderno.

a) Qual operação devemos efetuar para verificar que o calendário Tzolkin compreende 260 dias?

b) No calendário Haab, de quantos dias era composto o Tun? E o Haab?

c) O total de dias do Haab é próximo do total anual de dias do calendário (gregoriano) que usamos?

d) Diferentes civilizações da Antiguidade desenvolveram meios para a contagem do tempo. Que necessidades cotidianas podem ter influenciado esse desenvolvimento? Converse com os professores e os colegas.

a) $13 \cdot 20 = 260$
b) 360 ($18 \cdot 20$); 365 ($360 + 5$)
c) Sim (365 dias).
d) Resposta pessoal.

A mesoamericana civilização maia possuía conhecimentos avançados em astronomia e matemática. Os maias usavam um sistema matemático de base vigesimal (a contagem numérica era feita por múltiplos da sequência de zero a dezenove), no qual os números eram representados por símbolos.

Essa civilização também desenvolveu, por volta do século IV a.C., seus medidores de tempo considerando a contagem vigesimal. Entre os vários calendários definidos estava o calendário Tzolkin, baseado no movimento de Vênus e na religiosidade maia e composto de 260 dias, sendo 13 períodos de 20 dias cada um.

Outro calendário, chamado Haab, era composto de um Tun e um Wayeb. O Tun continha 18 períodos (winal) de 20 dias (dia = k'in), e o Wayeb era um período de 5 dias de sacrifício em preparação para o novo Haab.

O uso simultâneo dos calendários Tzolkin e Haab contabilizava um ciclo completo, de 52 anos.

Capítulo 4 - Divisibilidade

Os objetivos deste capítulo e suas justificativas, as indicações das habilidades e competências específicas da Matemática (BNCC), além de outras informações, estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas.

Neste capítulo, trabalhamos múltiplos e divisores de um número natural utilizando sequências numéricas.

Os conceitos sobre divisibilidade desenvolvidos servem de ferramenta para a resolução de uma grande variedade de problemas. Apresentamos ainda exemplos de fluxogramas representativos de alguns critérios de divisibilidade, visando propiciar aos estudantes mais um tipo de linguagem.

Além disso, ampliamos o trabalho com a construção e a interpretação de gráficos de barras, iniciado no capítulo anterior.

Na abertura, apresentam-se curiosidades do calendário maia, exemplificando ciclos com a noção de **múltiplos**, e referência ao ano bissexto, de modo que os estudantes percebam a articulação desse conceito com o mundo real.

Sugestão de leitura

Para ampliar seu trabalho com esse tema, sugerimos:

BERGAMINI, C. Para conseguir contar o tempo, foi uma questão de tempo, **ComCiência**. [s. *l.*]: SBPC, 6 set. 2018. Disponível em: https://www.comciencia.br/para-conseguir-contar-o-tempo-foi-uma-questao-de-tempo/#:~:text=Medir%20a%20passagem%20de%20cada,o%20uso%20de%20in%C3%BAmeras%20tecnologias. Acesso em: 12 maio 2022.

Um breve artigo sobre a contagem do tempo, os recursos utilizados e seu desenvolvimento.

Ao propor aos estudantes a resolução do **item d**, converse com eles sobre a importância da contagem do tempo para as diferentes civilizações antigas. Comente que a percepção da passagem de tempo era importante para a caça, agricultura, religiosidade e vida social. A movimentação dos astros, o ciclo lunar e as mudanças climáticas serviam como referência para essa contagem. Se considerar adequado, proponha um trabalho de pesquisa, com o professor de História, sobre a contagem do tempo de diferentes civilizações em diferentes períodos históricos.

Pergunte aos estudantes como a contagem do tempo tem influência sobre suas atividades cotidianas. Peça a eles que conversem com os colegas sobre esse tema.

Ao trabalhar com a construção histórica do conhecimento em uma civilização antiga, contribui-se para o desenvolvimento da **competência geral 1**.

1. Múltiplos e divisores

Habilidades da BNCC:
EF06MA05 e **EF06MA06**.

Neste tópico iniciamos o trabalho com as habilidades (EF06MA05) e (EF06MA06) ao apresentar o conceito de múltiplos e divisores.

Analise com os estudantes a situação apresentada. Eles devem perceber a relação da noção de múltiplo com a multiplicação (associada ao significado de adição de parcelas iguais). Verifique se eles percebem que o resultado da multiplicação é **múltiplo** de todos os fatores envolvidos nessa multiplicação. Por exemplo, 50 é múltiplo de 5, pois $10 \cdot 5 = 50$. No entanto, 50 também é múltiplo de 10, já que $5 \cdot 10 = 50$.

Outra relação importante a ser evidenciada na noção de múltiplo está ligada à divisão exata, isto é, se 50 é múltiplo de 5, então 50 dividido por 5 é uma divisão exata (tem resto zero). É importante que notem que a divisão de 50 por 10 também é exata, já que 50 também é múltiplo de 10. Essa relação associa a noção de **múltiplo** aos conceitos de **ser divisível por** e de **divisor** de um número natural.

1 Múltiplos e divisores

Ana é artesã e o que mais gosta de fazer são pulseiras. Duas vezes por semana, Roberta vai ao ateliê da mãe para organizar as pulseiras em embalagens e colocá-las no mostruário.

TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Orientações: Antes de apresentar a resolução do livro, solicite aos estudantes que respondam oralmente a esta questão, refletindo sobre as estratégias usadas para a resolução.

- Se Ana produzir 25 pulseiras, Roberta conseguiria organizá-las em embalagens com 5 unidades, sem sobrar nenhuma pulseira?

Para fazer essa organização, Roberta pode colocar 5 pulseiras em cada embalagem. Observe a notação que relaciona a quantidade de pulseiras e a quantidade de embalagens.

Número de embalagens	1	2	3	4	5
Número de pulseiras	5	10	15	20	25

LIGIA DUQUE/ARQUIVO DA EDITORA

O número de pulseiras que Roberta anotou no caderno é o resultado da multiplicação do número de embalagens que ela já arrumou por 5 (quantidade de pulseiras em cada embalagem). Observe.

1 embalagem → $1 \cdot 5 =$ **5**
2 embalagens → $2 \cdot 5 =$ **10**
3 embalagens → $3 \cdot 5 =$ **15**
4 embalagens → $4 \cdot 5 =$ **20**
5 embalagens → $5 \cdot 5 =$ **25**
e assim por diante.

Ao fazer essas multiplicações, Roberta verificou a quantidade de pulseiras que já colocou no mostruário.

Os números obtidos — 5, 10, 15, 20, 25, … — são denominados **múltiplos** de 5.

Um número natural é **múltiplo** de outro se for o resultado da multiplicação desse número por algum número natural.

Quando dividimos esses múltiplos por 5, obtemos resto zero, ou seja, a divisão é exata. Observe.

$\begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ \cline{2-2} 0 & 1 \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 10 & 5 \\ \cline{2-2} 0 & 2 \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 15 & 5 \\ \cline{2-2} 0 & 3 \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 20 & 5 \\ \cline{2-2} 0 & 4 \end{array}$ $\begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ \cline{2-2} 0 & 5 \end{array}$ etc.

Considerando, por exemplo, a divisão 15 : 5 = 3, dizemos que 15 é **divisível** por 5. Também podemos dizer que 5 é **divisor** ou **fator** de 15, pois a divisão de 15 por 5 é exata (tem resto zero).

Um número natural é **divisível** por outro quando a divisão do primeiro número pelo segundo é exata.

Em determinado dia, depois de organizar todo o material, Ana perguntou a Roberta quantas pulseiras havia no mostruário.

TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Ana tinha razão. Observe:

$$\begin{array}{r|l} 34 & \underline{\ 5\ } \\ 4 & 6 \end{array}$$

De fato, a divisão não é exata, pois tem resto 4. Nesse caso, dizemos que 34 **não é divisível** por 5 ou, ainda, que 5 **não é divisor** de 34. Por isso, 34 não é múltiplo de 5.

1. b) Falsa, pois a divisão de 180 por 40 é igual a 4, com resto 20.
1. d) Falsa, pois não há um número inteiro que multiplique 144 e obtenha 24.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Identifique as sentenças verdadeiras, justificando sua resposta. **1.** Respostas com justificativas possíveis:

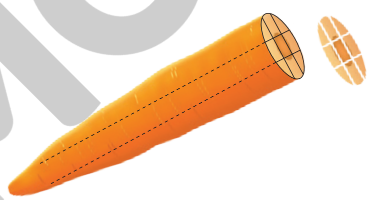
a) 35 é múltiplo de 7. **1. a)** Verdadeira, pois 5 · 7 = 35.
b) 180 é divisível por 40.
c) 7 é divisor de 42. **1. c)** Verdadeira, pois 42 : 7 = 6.
d) 24 é múltiplo de 144.
e) 252 é divisível por 12. **1. e)** Verdadeira, pois 252 : 12 = 21.
f) 10 é divisor de 5.
g) 69 é múltiplo de 31.
h) 510 é divisível por 34. **1. h)** Verdadeira, pois 510 : 34 = 15.
i) 17 é divisor de 34. **1. i)** Verdadeira, pois 34 : 17 = 2.

2 Dê pelo menos quatro exemplos de um número natural em cada item. **2.** Respostas possíveis:

a) Múltiplo de 18. **2. a)** 18, 36, 54 e 72
b) Divisor de 18. **2. b)** 1, 2, 3, 6 e 18

3 O número 724 é divisível por 8? Por quê?
3. 724 não é divisível por 8, pois a divisão de 724 por 8 não é exata.

4 O pai de Cauê cortou uma cenoura para dar a seu cãozinho. Começou com cortes do talo, desconsiderando a ponta, e finalizou cortando várias fatias, obtendo sempre a mesma quantidade de pedacinhos. Observe quantos pedacinhos ele obteve no primeiro corte.


RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

a) O número de pedacinhos de cada fatia é múltiplo de quais números? **4. a)** 1, 3, 9
b) Quantos pedacinhos serão obtidos em 12 fatias? **4. b)** 108 pedacinhos.

1. f) Falsa, pois 5 é divisor de 10, logo 10 é múltiplo de 5.
1. g) Falsa, pois 2 · 31 = 62 e 3 · 31 = 93; logo, não há um número natural que multiplique 31 e resulte em 69.

Pode-se ampliar o **exercício 3** solicitando aos estudantes que modifiquem os números da pergunta e avaliem as possíveis respostas dadas aos novos exercícios elaborados.

No **exercício 4**, espera-se que os estudantes percebam que a fatia inicial foi cortada em 9 pedacinhos. Como 9 é múltiplo de 9 e de seus fatores, que são 3 e 1 (pois 9 = 3 · 3 e 9 = 9 · 1), responde ao **item a**. Para o **item b**, os estudantes devem considerar que as 12 fatias foram cortadas em 9 pedacinhos cada uma, ou seja, estão buscando um múltiplo de 9 dado por 12 grupos de 9, que são 108 pedaços (12 · 9 = 108).

Exercícios propostos

No bloco de exercícios desta página, exploram-se os três conceitos apresentados: **múltiplo**, **divisor** e **ser divisível por**. Incentive os estudantes a, sempre que possível, utilizarem o cálculo mental, por meio de multiplicações já assimiladas por eles, o que contribuirá para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA03).

Tão importante quanto responder se os números envolvidos são ou não múltiplos ou divisores de certo número considerado é justificar as respostas obtidas. Vale lembrar que efetuar a divisão proposta não é a única estratégia válida, uma vez que os estudantes também podem, entre outras possibilidades, fazer multiplicações e depois algumas adições (ou subtrações, se for o caso). Por exemplo, no **exercício 1**, para verificar se 510 é divisível por 34, os estudantes podem fazer:

- 2 · 34 = 68
- 4 · 34 = 68 + 68 = 136
- 8 · 34 = 136 + 136 = 272
- 16 · 34 = 272 + 272 = 544 (já ultrapassou 510, então devemos ter menos de 16 parcelas)
- 15 · 34 = 544 – 34 = 510

Logo, pode-se concluir que 510 é múltiplo de 34 e, portanto, 510 é divisível por 34.

As justificativas apresentadas para cada item são exemplos, logo os estudantes poderão apresentar justificativas diferentes. Estimule-os a compartilhar as justificativas e promova uma análise sobre as que forem apresentadas, solicitando uma validação para elas. Em atividades como essas é importante que os estudantes percebam a possibilidade de apresentar justificativas diferentes, desde que sejam válidas.

O **exercício 2** admite infinitas respostas para o **item a**, uma vez que há infinitos números que são múltiplos de 18. Caso os estudantes apresentem somente os 4 primeiros múltiplos de 18, incentive-os a apresentarem outros de modo a perceberem que podem ser infinitos. Já a resposta do **item b** é finita, pois há somente 5 divisores de 18.

Os múltiplos de um número

Abordamos agora a sequência dos múltiplos de um número natural, destacando propriedades importantes que devem ser ressaltadas para que os estudantes ampliem seu conhecimento acerca da sequência dos números naturais:

- O zero é múltiplo de qualquer número natural, já que $0 \cdot 0 = 0$, $0 \cdot 1 = 0$, $0 \cdot 2 = 0$, $0 \cdot 3 = 0$, e assim por diante.
- Todo número natural diferente de zero tem infinitos múltiplos, pois a sequência dos números naturais é infinita.
- Todo número natural é múltiplo de si mesmo, pois $1 \cdot 0 = 0$, $1 \cdot 1 = 1$, $1 \cdot 2 = 2$, $1 \cdot 3 = 3$, e assim por diante.

Desse modo, esses conceitos são explorados no bloco de **Exercícios propostos**.

Exercícios propostos

No **exercício 5**, os estudantes deverão refletir sobre os múltiplos de 1. Para isso, é importante que percebam que qualquer número da sequência dos números naturais, ao ser multiplicado por 1, terá como resultado o próprio número. Logo, todos os números naturais são múltiplos de 1.

O raciocínio para responder aos **exercícios 6** e **7** é de avaliar as restrições para a determinação dos números pedidos. Pode-se ampliar essa atividade apresentando uma sequência de números e solicitar aos estudantes que escrevam uma regra para os números apresentados.

Na resolução do **exercício 8**, se alguns estudantes encontrarem as respostas 40 e 80 no lugar de 36 e 76, é importante perceberem que o primeiro estudante não disse 4 (que corresponderia a $1 \cdot 4 = 4$), mas zero. Portanto, para encontrar o número dito pelo décimo estudante, não se deve fazer $10 \cdot 4$, mas $9 \cdot 4$ (ou fazer $10 \cdot 4 - 4$); de maneira similar, para encontrar o número dito pelo vigésimo estudante, deve-se fazer $19 \cdot 4$, e não $20 \cdot 4$.

Os múltiplos de um número

Para encontrar um múltiplo de um número, basta multiplicá-lo por um número natural qualquer. Por exemplo, calculando 5 vezes 7, obtemos 35, que é múltiplo de 7. Com a sequência dos números naturais, podemos obter tantos múltiplos de 7 quantos quisermos:

$0 \cdot 7 = 0$

$1 \cdot 7 = 7$

$2 \cdot 7 = 14$

$3 \cdot 7 = 21$

$4 \cdot 7 = 28$

$5 \cdot 7 = 35$

e assim por diante.

TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Observe mais alguns exemplos.

a) Múltiplos de 8: 0, 8, 16, 24, 32, ...

b) Múltiplos de 15: 0, 15, 30, 45, 60, ...

c) Múltiplos de 22: 0, 22, 44, 66, 88, ...

Observações

- Se n é um número natural diferente de zero, então:
  - esse número tem infinitos múltiplos;
  - zero é múltiplo desse número;
  - esse número é múltiplo de si mesmo.
- O número zero constitui um caso especial. O zero é o único múltiplo de zero, pois qualquer número natural multiplicado por zero resulta em zero. No entanto, não podemos dizer que um número é divisível por zero, porque não existe divisão por zero.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

5 Quais são os números naturais múltiplos do número 1? **5.** Todos os números naturais.

6 Determine os cinco primeiros múltiplos de:

a) 3; **6. a)** 0, 3, 6, 9, 12

b) 6; **6. b)** 0, 6, 12, 18, 24

c) 21; **6. c)** 0, 21, 42, 63, 84

d) sua idade. **6. d)** Resposta pessoal.

7 Determine:

a) os múltiplos de 9 menores que 50; **7. a)** 0, 9, 18, 27, 36, 45

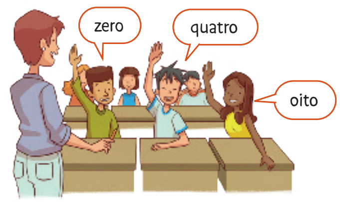
b) os múltiplos de 6 maiores que 20 e menores que 50; **7. b)** 24, 30, 36, 42, 48

c) os múltiplos de 14 entre 40 e 90; **7. c)** 42, 56, 70, 84

d) os múltiplos de 10 entre 12 e 50; **7. d)** 20, 30, 40

e) os múltiplos de 11 maiores que 66 e menores que 111. **7. e)** 77, 88, 99, 110

8 A professora Mara pediu a um estudante que dissesse o menor múltiplo de 4 e que cada estudante seguinte dissesse um múltiplo de 4 em ordem crescente.



MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

Assim, sem pular nenhum número, cada um dos 35 estudantes da turma teve sua vez de falar. Qual foi a resposta do décimo estudante? E a do vigésimo? E a do último? **8.** 36; 76; 136

14. a) Resposta possível: 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26 e 28; não; 0, 2, 4, 6 ou 8.
14. c) Resposta possível: 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 e 45; 0 ou 5.

9 Duas amigas estão disputando um jogo de desafios matemáticos. Para avançar as casas, é necessário acertar o enigma que está na carta sorteada.

Observe como Beatriz foi desafiada por Sofia.

ILUSTRAÇÕES: MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

Descubra você também quantas são as bolinhas da urna. 9. 21 bolinhas.

10 Em uma sala de aula, o número de estudantes presentes é múltiplo de 8. Esse número é maior que 30 e menor que 40. Quantos estudantes estão na sala? 10. 32 estudantes.

11 Descubra o menor número que devemos adicionar a 90 para obter um múltiplo de 35. 11. 15

12 Qual é o menor número que devemos subtrair de 90 para obter um múltiplo de 35? 12. 20

13 Em 1705, Edmond Halley (1656-1742) previu que o cometa visto em 1531, 1607 e 1683 poderia ser visto novamente em 1759. Esse fato se comprovou e, anos depois, o cometa ganhou o nome do cientista. Admitindo que o período da órbita do cometa Halley é de 76 anos, qual será o primeiro ano do século XXI em que esse cometa voltará a ser visto? 13. 2063

ISAAC WOOD - GALERIA NACIONAL, LONDRES

WOOD, Isaac. **Edmond Halley**. [ca. 1720]. Óleo em Canvas. 933 × 787 mm.

JERRY LODRIGUSS/SCIENCE SOURCE/FOTOARENA

Cometa Halley. (Fotografia de 2002)

14 Para obter múltiplos consecutivos de um número natural, precisamos multiplicar esse número por números naturais consecutivos.

Reúna-se com um colega e, usando uma calculadora, respondam às questões a seguir. Não se esqueçam de registrar os cálculos e as conclusões no caderno.

a) Obtenham dez múltiplos consecutivos de 2. Algum desses múltiplos termina em 1, 3, 5, 7 ou 9? Com quais algarismos esses múltiplos terminam?

b) Qualquer número natural que termina em 0, 2, 4, 6 ou 8 é múltiplo de 2? É divisível por 2? 14. b) Sim; sim.

c) Obtenham oito múltiplos consecutivos de 5. Com quais algarismos eles terminam?

d) Qualquer número natural que termina em 0 ou 5 é múltiplo de 5? É divisível por 5?

e) Obtenham seis múltiplos consecutivos de 10. Com que algarismo eles terminam?

f) Qualquer número natural que termina em 0 é múltiplo de 10? É divisível por 10? 14. f) Sim; sim.

15 *Hora de criar* – Em duplas, cada integrante vai elaborar um problema sobre múltiplos e divisores. Troquem de caderno para um resolver o problema do outro. Depois, destroquem para corrigi-los. 15. Resposta pessoal.

14. d) Sim; sim.
14. e) Resposta possível: 10, 20, 30, 40, 50 e 60; 0.

Exercícios propostos

O **exercício 9** estimula os estudantes a levantarem hipóteses com base nas afirmações e chegarem ao resultado final:

- A afirmação do primeiro balão revela que se trata de um número da sequência: 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56 (pois $56 + 7 = 63 > 60$).
- A afirmação do segundo balão revela que o número **não** é múltiplo de 6, mas é de 3.

Considerando as duas afirmações, deve-se encontrar na sequência montada o número que é múltiplo de 3 (temos 21 e 42), mas não é de 6 (42 é múltiplo de 6). O único número que reúne as duas características é 21. Após encontrar um valor, estimule os estudantes a conferirem a resposta retomando o enunciado e, se necessário, fazerem correções.

As resoluções dos **exercícios 10** a **13** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 4.

O **exercício 14** permite falar sobre maneiras de usar a calculadora, especialmente em cálculos que podem aproveitar resultados anteriores. Na maioria das calculadoras, digitamos a tecla = para repetir a última operação. Na busca por múltiplos consecutivos de um número natural, talvez alguns estudantes tentem fazer (para os múltiplos de 2):

$2 \times 2 = = = =$ (o que resultará em 4, 8, 16, 32, …)

É importante perceberem que, nesse caso, o que se repete é a multiplicação por 2 do número anterior, ou seja, do resultado anterior, o que não representa a sequência de múltiplos consecutivos de 2.

De outro modo, pode-se usar a adição pressionando repetidamente a tecla = para obter os múltiplos consecutivos de um número:

$0 + 2 = = = = = =$ (obtemos 2, 4, 6, 8, 10, 12, …)

Espera-se ainda que os estudantes por meio de experimentações, observações e busca de regularidades, concluam algumas regras de divisibilidade. No entanto, é preciso que organizem os resultados obtidos com o auxílio da calculadora para estabelecerem as comparações necessárias às conclusões.

Ao responderem aos itens, espera-se que percebam as regularidades presentes em cada caso: que os múltiplos de 2 terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8; que os múltiplos de 5 terminam em 0 ou 5 e que os múltiplos de 10 terminam em 0. Caso tenham dificuldades em perceberem tais regularidades, incentive-os a determinarem outros múltiplos, além da quantidade solicitada e que depois, compartilhem as respostas e conclusões a que chegaram.

As resoluções dos **exercícios 14** e **15** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 4.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Os divisores de um número

Antes de iniciar a apresentação do conceito de divisores de um número, proponha aos estudantes o problema apresentado pelo personagem. Deixe que compartilhem os números pensados e as conclusões a que chegaram para depois formalizar o conceito apresentando o conteúdo proposto.

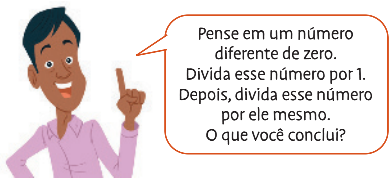
Nesta página abordamos a sequência dos divisores de um número natural, destacando propriedades importantes que também devem ser ressaltadas, como no caso dos múltiplos, ampliando ainda mais o aprendizado dos estudantes sobre a sequência dos números naturais:

- O zero não é divisor de nenhum número natural não nulo.
- O 1 é divisor de qualquer número natural.
- Todo número natural diferente de zero tem o 1 e ele próprio como divisores.
- O maior divisor de um número natural não nulo é ele próprio, ou seja, a sequência dos divisores de um número natural diferente de zero é finita.

Desse modo, destaque que a sequência dos divisores naturais de um número natural não nulo sempre inicia no 1 e termina no próprio número, e os demais divisores é que devem ser determinados, caso existam. Por exemplo: os divisores de 4 são 1, 2 e 4; os divisores de 10 são 1, 2, 5 e 10; os divisores de 11 são 1 e 11 apenas (nesse caso, não há outros números naturais entre 1 e 11 que sejam divisores de 11).

Os divisores de um número

ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA



Se você pensou no 12, por exemplo, já sabe que 12 é múltiplo de 12, porque $1 \cdot 12 = 12$. E deve ter obtido as divisões:

12	1			12	12
0	12			0	1

Como as divisões de 12 por 1 e de 12 por 12 são exatas, você deve ter concluído que 1 e 12 são divisores de 12. Isso ocorre com todos os números naturais diferentes de zero, ou seja:

> Todo número natural diferente de zero tem como divisores o número 1 e ele mesmo.

Observe agora como Ivan e Natália fizeram para encontrar os outros divisores de 12.

Resolução de Ivan:

Já sei que 1 e 12 são divisores de 12. Para encontrar os outros divisores, faço as seguintes operações:

12	2	12	3	12	4	12	5	12	6
0	6	0	4	0	3	2	2	0	2
12	7	12	8	12	9	12	10	12	11
5	1	4	1	3	1	2	1	1	1

Logo, os divisores de 12 são: 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

Resolução de Natália:

Como os divisores de um número também são chamados de fatores, vou escrever todas as multiplicações entre números naturais que resultam em 12:

$1 \cdot 12 = 12$ $\quad 2 \cdot 6 = 12$ $\quad 3 \cdot 4 = 12$

Como não há mais nenhuma multiplicação entre números naturais que resulta em 12, os divisores de 12 são: 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

De acordo com as duas resoluções, concluímos que os divisores de 12 são: 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

Observações

- O zero não é divisor de nenhum número natural *n*, não nulo, pois não há número natural que multiplicado por zero resulte em *n*.
- O maior divisor de um número natural diferente de zero é o próprio número.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

16 Responda às questões.

a) Que número é divisor de qualquer número natural? **16. a)** 1

b) Que número nunca é divisor de um número natural não nulo? **16. b)** Zero.

17 Determine os divisores de:

a) 11; **17. a)** 1, 11

b) 18; **17. b)** 1, 2, 3, 6, 9, 18

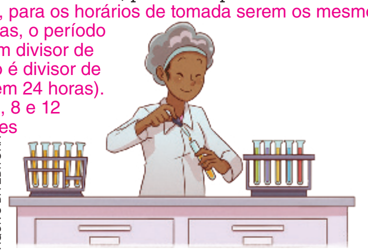
c) 25; **17. c)** 1, 5, 25

d) 90. **17. d)** 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90

18 Quais são os divisores de 36 que também são divisores de 42? E qual é o maior dos divisores comuns a 36 e 42? **18.** 1, 2, 3, 6; 6

19 Você já reparou que os remédios são preparados para serem tomados a cada 6, 8 ou 12 horas? Por que não são sugeridas doses de 5 em 5 horas, por exemplo?

19. Porque, para os horários de tomada serem os mesmos todos os dias, o período deve ser um divisor de 24, e 5 não é divisor de 24 (1 dia tem 24 horas). Note que 6, 8 e 12 são divisores de 24.



MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

20 Lucas e Francisco confeccionaram fichas de cartolina contendo números naturais. Enquanto Lucas fez fichas usando os dez primeiros múltiplos de 15, Francisco escreveu todos os divisores de 120. As fichas foram embaralhadas com os números voltados para baixo. Beatriz pegou aleatoriamente, isto é, ao acaso, nove fichas com os números 8, 24, 30, 30, 40, 60, 75, 90 e 120.

MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

20. a) 26 fichas.

a) Quantas fichas foram confeccionadas?

b) Alguma ficha que ficou em cima da mesa contém o mesmo número de alguma ficha que Beatriz pegou? **20. b)** Sim, as fichas com números 60 e 120.

21 Míriam tem 90 fotografias para colar em seu álbum. Sabendo que cada página deve conter a mesma quantidade de fotografias, responda às questões.

21. a) 6 fotografias (90 : 15 = 6).

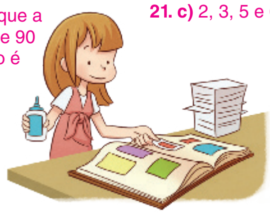
a) Se o álbum tiver 15 páginas, quantas fotografias ela poderá colar em cada página?

b) Ela poderá colar 4 fotografias em cada página? Justifique sua resposta.

c) Quais serão as possíveis quantidades de fotografias de cada página se o álbum tiver mais de 10 e menos de 50 páginas?

21. b) Não, porque a divisão de 90 por 4 não é exata.

21. c) 2, 3, 5 e 6



MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

22 Reúna-se com um colega, acompanhem o raciocínio e não se esqueçam de registrar as respostas e as conclusões.

22. c) Sim, porque (42 + 28) = 10 · 7.

MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

22. d) Distributiva.

a) 42 é um número divisível por 7 porque 42 = 6 · 7. E o número 28, é divisível por 7? Por quê? **22. a)** Sim, porque 28 = 4 · 7.

b) Copiem a sentença a seguir substituindo o ■ pelo número que torna as igualdades verdadeiras. **22. b)** 4; 4

(42 + 28) = (6 · 7 + ■ · 7) = (6 + ■) · 7

c) (42 + 28) é divisível por 7? Por quê?

d) Que propriedade da multiplicação foi usada na última igualdade do item **b**?

e) Escolham dois números divisíveis por 13. A soma desses números é divisível por 13? Por quê? **22. e)** Sim, porque, dividindo por 13 a soma dos números escolhidos, o resto será zero.

23 *Hora de criar* – Em duplas, cada integrante vai elaborar um problema que envolva os múltiplos e divisores, cuja resposta seja 8. Troquem de caderno para um avaliar o problema do outro. Depois, destroquem para corrigi-los, se necessário.

23. Resposta pessoal.

Exercícios propostos

Este bloco de exercícios explora as propriedades estudadas sobre os divisores de um número natural.

As resoluções dos **exercícios 16** a **19** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 4.

Para a resolução do **exercício 20**, com base nas informações do enunciado é preciso que os estudantes organizem os possíveis números:

- dez primeiros múltiplos de 15: 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135;
- todos os divisores de 120: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120.

Portanto, no **item a** foram confeccionadas, ao todo, 26 fichas (10 + 16 = 26). No **item b**, como os números 15, 30, 60 e 120 são, simultaneamente, múltiplos de 15 e divisores de 120, há duas fichas de cada um deles. Como entre as fichas que Beatriz pegou estão as fichas com os números 30, 30, 60 e 120, entre as fichas que sobraram na mesa há uma ficha com número 60 e uma ficha com número 120.

Para responder ao **item c** do **exercício 21**, os estudantes devem considerar os divisores de 90 que estão entre 10 e 50, que são: 15, 18, 30 e 45. Assim, ao calcularem as divisões de 90 por 45, 30, 18 e 15, encontrarão a quantidade de páginas, que são, respectivamente: 2, 3, 5 e 6.

No **exercício 22** chame a atenção dos estudantes para o fato de que os números 42 e 28 podem ser escritos como um produto em que um dos fatores é 7 e, por esse motivo, são divisíveis por 7. Do mesmo modo, a adição entre esses números, pode ser escrita como um produto em que um dos fatores seja 7, logo também será divisível por 7. O **item e** tem o objetivo de fazer com que os estudantes percebam que essa regularidade permanecerá para números divisíveis por 13. Pode-se ampliar essa percepção propondo a eles que trabalhem com outros números além do 13.

O **exercício 23** apresenta uma proposta de elaboração de problemas, oportunidade para valorizar a expressão escrita. A escrita na aula de Matemática tem um papel importante na aprendizagem, pois dá aos estudantes a oportunidade de repensar e aprofundar os textos que produziram, registrar suas reflexões, percepções e o que descobriram sobre um conceito ou mesmo sobre uma situação vivida. Para o professor, a produção escrita dá não apenas uma boa noção do que o grupo aprendeu sobre o que foi desenvolvido nas aulas, mas também permite avaliar como os estudantes expressam suas ideias.

Pense mais um pouco...

Nesta seção, apresentamos o conceito de **número perfeito**, que designa os números obtidos pela soma de seus divisores, exceto o próprio número.

Os divisores de 28 são: 1, 2, 4, 7, 14 e 28. A soma desses divisores, exceto o próprio 28, é:

$1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$

Logo, 28 é um número perfeito.

Para saber mais

Nesta seção, os estudantes entrarão em contato com algumas sequências numéricas recursivas.

Este estudo é importante para que desenvolvam o raciocínio recursivo, presente em diferentes atividades, que contribui para o desenvolvimento do pensamento computacional.

Devem perceber que cada sequência recursiva tem regra própria que permite calcular um de seus termos em função do termo imediatamente anterior.

Pense mais um pouco... FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Agora é sua vez!

Verifique se o número 28 também é perfeito. Justifique sua resposta. *Pense mais um pouco...*: Sim, pois 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28.

PARA SABER MAIS

Sequências numéricas

Mateus organizou sua coleção de latas de alumínio. Observe como ele fez.

Contando de cima para baixo, obtemos, por meio da quantidade de latas de cada fileira, a seguinte **sequência numérica**:

1, 3, 5, 7, 9, 11

Cada termo (número) dessa sequência, a partir do segundo, é **o anterior mais 2**, ou seja:

$3 = 1 + \mathbf{2}$, $5 = 3 + \mathbf{2}$, $7 = 5 + \mathbf{2}$, $9 = 7 + \mathbf{2}$, $11 = 9 + \mathbf{2}$

Quando podemos obter os termos de uma sequência usando os termos anteriores, temos uma **sequência numérica recursiva**.

Acompanhe mais alguns exemplos de sequências numéricas.

- 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

  Essa é a **sequência dos números pares**. Ela é infinita.

  Como $0 = 0 \cdot \mathbf{2}$, $2 = 1 \cdot \mathbf{2}$, $4 = 2 \cdot \mathbf{2}$, $6 = 3 \cdot \mathbf{2}$, e assim por diante, dizemos que cada termo dessa sequência é múltiplo de 2.

  Portanto, essa sequência também é conhecida como **sequência dos múltiplos de 2**.

  Ela é uma sequência crescente, pois cada número, a partir do segundo, é maior que o anterior.

  Note que, do segundo número em diante, cada termo pode ser obtido do anterior acrescentando 2. Essa é também uma sequência recursiva.

- Contando as latas de Matheus, das fileiras de baixo para cima, temos 11, 9, 7, 5, 3, 1.

  Essa sequência é decrescente e finita.

Note que, do segundo número em diante, cada termo pode ser obtido do anterior decrescendo 2. Essa é também uma sequência recursiva.

- 1, 24, 2, 12, 3, 8, 4, 6

Essa é a **sequência dos divisores de 24**. Ela é finita e, nessa ordem, não é crescente, nem decrescente, nem recursiva.

Então, podemos notar que:

- Ao escrever números colocando-os em certa ordem, temos uma sequência numérica.
- Cada número de uma sequência numérica é um termo dessa sequência.
- Sequências numéricas podem ser finitas ou infinitas, crescentes ou decrescentes.

JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Determine a sequência:

a) dos números pares menores que 10;

b) dos divisores de 36;

c) dos múltiplos de 4.

1. a) 0, 2, 4, 6, 8

1. b) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

1. c) 0, 4, 8, 12, 16, 20, ...

2 Qual é a sequência dos números ímpares? Nessa sequência, qual é o termo anterior ao 91? E o posterior?

2. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...; o 89; o 93

3 Os termos de cada uma das sequências a seguir obedecem a certa ordem. Considerando essa ordem, determine o próximo termo. **3.** Respostas possíveis:

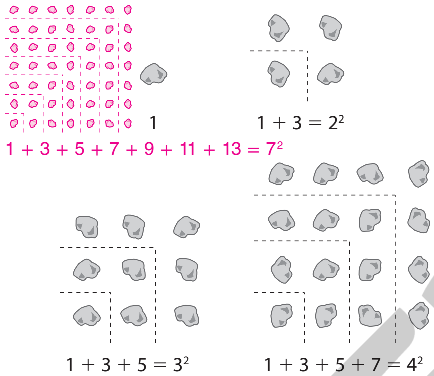
a) 6, 11, 16, 21 **3. a)** 26

b) 26, 22, 18, 14, 10 **3. b)** 6

c) 3, 6, 12, 24, 48 **3. c)** 96

4 Uma das atividades do famoso matemático Pitágoras era fazer cálculos usando pedrinhas. Um deles consistia em formar sequências numéricas como estas:

4.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Como ele formava o 7^2 com as pedrinhas? E com a adição de números naturais?

5 Como você relaciona a sequência das latinhas de Mateus com a sequência das pedrinhas de Pitágoras para formar o 6^2?

5. Cada enésima linha de latinhas de Mateus contém o mesmo número de pedrinhas da soma das enésimas linha e coluna.

2 Critérios de divisibilidade

Para saber se um número natural é divisível por outro, basta efetuar a divisão entre eles e verificar se ela é exata. Essa é a regra geral, como vimos.

Mas, em alguns casos, podemos descobrir se um número é divisível por outro sem ter de efetuar a divisão. Vamos ver como isso é possível estudando os **critérios de divisibilidade**.

Podemos descobrir alguns desses critérios pesquisando casos particulares, dando asas à intuição, elaborando hipóteses e, depois, demonstrando-as.

ILUSTRAÇÕES: SIDNEY MEIRELES/ARQUIVO DA EDITORA

Agora é com você!

Nas **atividades 1** e **2** os estudantes devem determinar algumas sequências a partir de uma regra estabelecida. Pode-se ampliar essas atividades solicitando que os estudantes apresentem outras regras para que a turma, em comum acordo, determine os termos das sequências.

Para a **atividade 3**, alguns estudantes podem apresentar respostas diferentes da sugerida. Desde que fundamentadas, as respostas apresentadas devem ser validadas.

No **item a**, se os estudantes considerarem a sequência como recursiva e que cada termo seguinte corresponde ao anterior adicionado de 5, o próximo termo será 26.

Nos **itens b** e **c**:

b) subtrair 4 do termo anterior: $10 - 4 = 6$

c) multiplicar o termo anterior por 2: $48 \cdot 2 = 96$

Para trabalhar com a **atividade 3**, solicite aos estudantes a complementação das respostas com a "regra" de cada uma das sequências, inclusive por se tratar de uma questão em que eles podem apresentar diversas possibilidades de sequências.

Essa descrição é interessante para os estudantes desenvolverem a linguagem matemática, além de esclarecerem as possíveis dúvidas ou hipóteses incorretas.

Na **atividade 4**, incentive a observação de regularidades, a análise dos resultados obtidos, a verificação das conclusões. Isso pode ser feito também com os critérios de divisibilidade, permitindo aos estudantes investigarem antes de concluir cada critério.

Na **atividade 5**, espera-se que os estudantes percebam que as duas sequências são iguais.

2. Critérios de divisibilidade

Habilidades da BNCC: **EF06MA04** e **EF06MA05**.

Na abordagem dos critérios de divisibilidade, os estudantes entram em contato com a construção de algoritmos expressos em linguagem natural.

Esse é um bom momento para conversar com os estudantes, apresentando a eles a representação de alguns algoritmos por meio de fluxogramas que indiquem a resolução de problemas simples, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA04). Dê alguns minutos para os estudantes tentarem ler e entender a lógica dos fluxogramas, depois explique a eles como fazer essa leitura adequadamente.

Iniciamos com os critérios de divisibilidade por 2 e por 5, que são os mais simples e depois, ampliaremos o trabalho apresentando os critérios de divisibilidade por 10, 3, 6, 9 e 4, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA05). Esse assunto será retomado no **capítulo 5** deste livro, no qual discutimos a demonstração de alguns dos critérios de divisibilidade tratados neste capítulo.

Comente com os estudantes que a verificação de alguns exemplos não é suficiente para provar o critério de divisibilidade. Esclareça que para cada um desses critérios há uma demonstração. Se considerar conveniente, peça a eles que revejam a resolução do **exercício 14** deste capítulo.

Divisibilidade por 2

Considere as divisões.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ \cline{2-2} 0 & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ \cline{2-2} 10 & 15 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 45 & 2 \\ \cline{2-2} 05 & 22 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 79 & 2 \\ \cline{2-2} 19 & 39 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 86 & 2 \\ \cline{2-2} 06 & 43 \\ 0 & \end{array}$$

Observe que, quando dividimos números pares por 2, o resto é zero; quando dividimos números ímpares por 2, o resto é 1. Apresentamos apenas alguns exemplos, mas isso acontece sempre que dividimos um número natural por 2.

Observe outros exemplos.

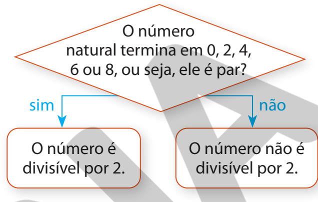
a) 1 798 é divisível por 2 e, portanto, é par.

b) 2 005 não é divisível por 2 e, portanto, não é par.

c) 147 não é divisível por 2 e, portanto, não é par.

Uma maneira prática de representar um procedimento que apresenta etapas bem definidas é por meio de um esquema chamado **fluxograma**. O fluxograma ilustrado representa a divisibilidade por 2.

Fluxograma da divisibilidade por 2



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Um número natural é divisível por 2 somente quando é par.

Divisibilidade por 5

Considere as divisões.

$$\begin{array}{r|l} 13\mathbf{0} & 5 \\ \cline{2-2} 30 & 26 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 7\mathbf{5} & 5 \\ \cline{2-2} 25 & 15 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 134 & 5 \\ \cline{2-2} 34 & 26 \\ 4 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 56\mathbf{0} & 5 \\ \cline{2-2} 06 & 112 \\ 10 & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 401\mathbf{5} & 5 \\ \cline{2-2} 01 & 803 \\ 15 & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 5\,107 & 5 \\ \cline{2-2} 01 & 1\,021 \\ 10 & \\ 07 & \\ 2 & \end{array}$$

Observe que 130, 75, 560 e 4 015, que terminam em 5 ou em zero, são divisíveis por 5, enquanto os números 134 e 5 107 não são. Esses são apenas alguns exemplos, mas isso acontece sempre.

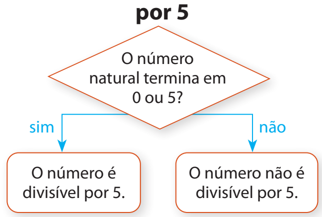
Observe mais exemplos.

a) 110 é divisível por 5, pois termina em 0.

b) 1 345 é divisível por 5, pois termina em 5.

c) 111 não é divisível por 5, pois não termina em 0 nem em 5.

Fluxograma da divisibilidade por 5



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Um número natural é divisível por 5 somente quando termina em zero ou em 5.

24. Sim, quando ele termina em zero. Não, pois um número ímpar nunca termina em zero.
27. a) Sim, porque 130 = 26 · 5.
27. c) Sim, porque 130 = 13 · 10.
27. d) Não; isso só ocorre com os números divisíveis por 2 que terminam em zero.
27. e) Sim, porque, se um número é divisível por 2, ele termina em 0, 2, 4, 6 ou 8; se é divisível por 5, termina em 0 ou 5. Logo, esse número termina em 0, ou seja, é divisível por 10.

Divisibilidade por 10

Considere as divisões.

504	10	82**0**	10	480**0**	10	145	10	123**0**	10
004	50	020	82	080	480	045	14	023	123
4		00		000		05		030	
								00	

Observe que 820, 4800 e 1230 são divisíveis por 10, mas os números 504 e 145 não são. Nessas divisões, somente os números que terminam em zero são divisíveis por 10. Apresentamos apenas alguns exemplos, mas isso acontece sempre.

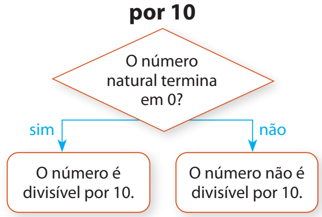
Observe mais alguns exemplos.

a) 250 é divisível por 10, pois termina em zero.

b) 1370 é divisível por 10, pois termina em zero.

c) 827 não é divisível por 10, pois não termina em zero.

Fluxograma da divisibilidade por 10



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Um número natural é divisível por 10 somente quando termina em zero.

29. a) Sim, pois como esse número é divisível por 10, termina em zero; então, ele é par (divisível por 2) e é divisível por 5.
29. b) Sim, pois números que terminam em 00 são múltiplos de 100. E os que terminam em 000 são múltiplos de 1000.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

24 Um número par pode ser divisível por 5? E um número ímpar pode ser divisível por 10? Justifique sua resposta.

25 Qual é o resto da divisão do número 98543 por 2? E por 5? E por 10? **25.** 1; 3; 3

26 Um edifício de 20 andares tem dois elevadores com defeito. Um deles só para nos andares pares; outro, só para nos andares cujo número é múltiplo de 5. Considerando o térreo o andar zero, em quais andares se pode pegar qualquer um desses dois elevadores? **26.** No térreo, no 10º e no 20º andar.

27 Reúna-se com um colega, acompanhem o raciocínio e registrem as resoluções e as respostas no caderno.

a) 130 é divisível por 2 porque 130 = 65 · 2. E 130 é divisível por 5? Por quê?

b) Substituam os ■ pelos números que tornam as igualdades verdadeiras. **27. b)** 2; 5; 10
130 = 13 · (5 · ■) = 13 · (■ · 2) = 13 · ■

c) 130 é divisível por (5 · 2)? Por quê?

d) Todo número divisível por 2 também é divisível por 5? Explique.

e) Escolham um número que seja divisível por 2 e por 5. Ele é divisível por 10? Por quê?

28 Qual é o maior número de três algarismos que é divisível por 5? E qual é o maior deles divisível por 2? E por 10? **28.** 995; 998; 990

29 A escola de Elis realizou uma feira cultural.

a) Em um estande de Matemática, Elis propunha aos visitantes o seguinte desafio:

Sabemos que certo número é divisível por 10. Podemos afirmar que esse número também é divisível por 2 e por 5? Por quê?

b) Em outro estande, um colega de Elis fazia outro desafio:

Sabemos que números que terminam com um zero são divisíveis por 10. E os números que terminam com dois zeros, são divisíveis por 100? E os números que terminam com três zeros, são divisíveis por 1000?

MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

Junte-se a um colega e respondam a essas questões.

30 *Hora de criar* – Em duplas, cada integrante vai elaborar um problema sobre divisibilidade por 2, 5 ou 10. Troquem de caderno para um resolver o problema do outro. Depois, destroquem para corrigi-los. **30.** Resposta pessoal.

Desse modo, aproveite para ampliar o exercício perguntando aos estudantes: Se esses elevadores fossem programados com o propósito de atender andares diferentes, como a programação deveria ser feita de modo que todos os andares fossem atendidos por pelo menos um elevador?

As resoluções e comentários sobre os **exercícios 27** a **30** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 4.

Divisibilidade por 10

Nesta página, tratamos do critério de divisibilidade por 10. É importante incentivar os estudantes a observarem que todo número divisível por 10 também é divisível por 5, já que, nesse caso, o número termina em zero e, por ser par, também é divisível por 2.

Exercícios propostos

O bloco de exercícios que se inicia nesta página explora os três critérios de divisibilidade vistos até agora: por 2, por 5 e por 10.

No **exercício 24**, os estudantes podem concluir que os números pares divisíveis por 5 (ou os números divisíveis por 5 que são pares) são, necessariamente, divisíveis por 10, pois são aqueles que têm o zero como algarismo das unidades. Também devem perceber que nenhum número ímpar pode ser divisível por 10, pois nenhum número ímpar termina em zero.

Após resolver o **exercício 25**, pergunte aos estudantes que procedimentos utilizaram para resolvê-lo. Alguns estudantes podem ter realizado operações de divisão e outros já podem ter percebido que o número não é divisível por 2, 5 e 10 e que o menor número mais próximo de 98543, divisível por 2 é 98542, portanto o resto da divisão será 1. Do mesmo modo, para 5 e 10 o número divisível seria 98540, resultando em resto 3 para ambos os casos.

No **exercício 26**, os estudantes deverão perceber que o elevador que para nos andares pares, para em: térreo, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 e 20. Já o outro elevador para em: térreo, 5, 10, 15 e 20. Portanto, os andares comuns seriam o térreo, o 10º e o 20º andar.

Após a resolução desse exercício, comente com os estudantes que o enunciado esclarece que os elevadores estão com defeito, mas que em alguns edifícios, sobretudo nos grandes edifícios comerciais, há elevadores que atendem somente a determinados andares, facilitando a organização do acesso e evitando o desperdício de energia. Essa pode ser a ponte para uma discussão sobre maneiras de evitar o uso desnecessário de eletricidade, preocupação cada vez mais premente no mundo atual.

Divisibilidade por 3

Após a explicação do critério de divisibilidade, peça para um estudante ler em voz alta o fluxograma para que todos se familiarizem com a linguagem lógica. Exemplo: A soma dos valores absolutos dos algarismos é divisível por 3?

SE for, ENTÃO o número é divisível por 3.

SE não for, ENTÃO o número não é divisível por 3.

Divisibilidade por 6

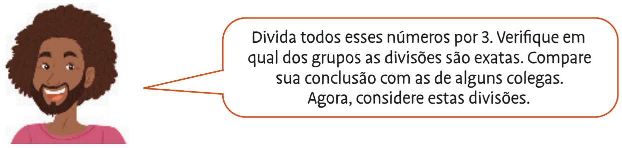
Após a explicação, convide outro estudante para fazer a leitura em voz alta do fluxograma.

Analise com os estudantes o fluxograma apresentado sobre o critério de divisibilidade por 3. Depois, se necessário, relembre o critério de divisibilidade por 2. Em seguida, apresente-lhes o critério de divisibilidade por 6 e analise o fluxograma que o representa. Eles devem perceber que, nesse caso, o fluxograma tem uma etapa a mais do que os anteriores. Incentive-os a dizer por que isso ocorre. Espera-se que eles percebam que há a necessidade de verificar dois critérios: o da divisibilidade por 2 e o da divisibilidade por 3.

A divisibilidade por 6 será retomada no **capítulo 5**.

Divisibilidade por 3

Vamos pesquisar. Na calculadora, escreva alguns números cuja soma dos valores absolutos dos algarismos é divisível por 3. Depois, escreva outros números cuja soma dos valores absolutos dos algarismos não é divisível por 3.



258 | 3
18   86
0

- 258 é divisível por 3;
- a soma dos valores absolutos dos algarismos do número 258 é $2 + 5 + 8 = 15$, que é divisível por 3.

531 | 3
23   177
21
0

- 531 é divisível por 3;
- a soma dos valores absolutos dos algarismos do número 531 é $5 + 3 + 1 = 9$, que é divisível por 3.

625 | 3
02   208
25
1

- 625 não é divisível por 3;
- a soma dos valores absolutos dos algarismos do número 625 é $6 + 2 + 5 = 13$, que não é divisível por 3.

Observe outros exemplos.

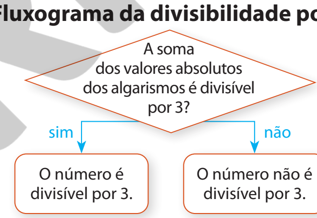
a) 156 é divisível por 3
($1 + 5 + 6 = 12$, que é divisível por 3).

b) 1 370 não é divisível por 3
($1 + 3 + 7 + 0 = 11$, que não é divisível por 3).

Além desses exemplos, sempre é verdade que:

Um número natural é divisível por 3 somente quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos é divisível por 3.

Fluxograma da divisibilidade por 3



Divisibilidade por 6

Observe os exemplos a seguir.

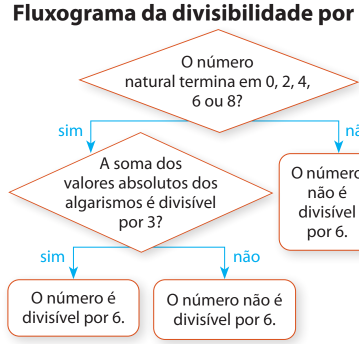
a) Já sabemos que o número 42 é divisível por 2 e por 3. Ele também é divisível por 6, pois $7 \cdot 6 = 42$.

b) O número 64 é divisível por 2, mas não é divisível por 3. Além disso, ele também não é divisível por 6, pois a divisão de 64 por 6 não é exata.

c) O número 75 é divisível por 3, mas não é divisível por 2. Ele também não é divisível por 6.

Além desses exemplos, sempre é verdade que:

Fluxograma da divisibilidade por 6



Um número natural é divisível por 6 somente quando é divisível por 2 e por 3.

32. a) Para nenhum, pois o número não termina em zero nem em 5.
32. b) 1, 4 e 7, pois a soma dos valores absolutos dos algarismos é divisível por 3.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

31. a) 0, 2, 4, 6 e 8 31. b) 2, 5 e 8

31 Dado o número 43[?], determine quais algarismos podem ser colocados no lugar de [?] para que o número formado seja divisível:

a) por 2;
b) por 3;
c) por 6; 31. c) 2 e 8
d) por 2 e não por 3; 31. d) 0, 4 e 6
e) por 3 e não por 6. 31. e) 5

32 Determine para que valores de [?] o número 30.6[?]8 é:

a) divisível por 5;
b) divisível por 3.

Justifique suas respostas.

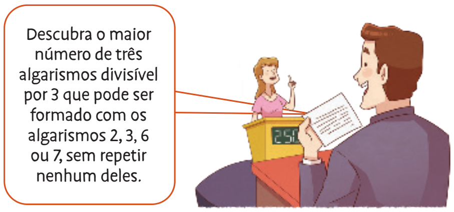
33 Um número é divisível por 15 quando ele é divisível por 3 e por 5. Quais dos números a seguir são divisíveis por 15? 33. 135, 510 e 480

- 135
- 320
- 363
- 510
- 480

34 Responda e justifique.

a) Se um número é múltiplo de 2, então ele é múltiplo de 6?
b) Se um número é múltiplo de 6, então ele é múltiplo de 2?

35 Em um *show* de prêmios foi apresentado a um dos candidatos o seguinte desafio:



MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

35. 762

Que resposta dá o prêmio à candidata?

34. a) Não, pois um múltiplo de 2 não necessariamente possui o 3 como fator. O próprio número 2 é um exempo disso.
34. b) Sim, pois todo múltiplo de 6 tem o fator 2 e, portanto, também é múltiplo de 2.

Divisibilidade por 9

Considere as divisões.

```
846 |9
 36  94
  0
```

- 846 é divisível por 9;
- a soma dos valores absolutos dos algarismos do número 846 é 8 + 4 + 6 = 18, que é divisível por 9.

```
2511 |9
  71  279
   81
    0
```

- 2511 é divisível por 9;
- a soma dos valores absolutos dos algarismos do número 2511 é 2 + 5 + 1 + 1 = 9, que é divisível por 9.

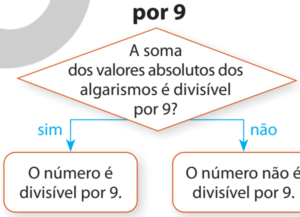
```
83625 |9
  26   9291
   82
    15
     6
```

- 83625 não é divisível por 9;
- a soma dos valores absolutos dos algarismos do número 83625 é 8 + 3 + 6 + 2 + 5 = 24, que não é divisível por 9.

Observe outros exemplos.

a) 1566 é divisível por 9 (1 + 5 + 6 + 6 = 18, que é divisível por 9).
b) 2002 não é divisível por 9 (2 + 0 + 0 + 2 = 4, que não é divisível por 9).

Fluxograma da divisibilidade por 9



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Apresentamos apenas alguns exemplos, mas sempre é verdade que:

> Um número natural é divisível por 9 somente quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos é divisível por 9.

95

Exercícios propostos

O bloco de exercícios explora todos os critérios de divisibilidade estudados até o momento.

As resoluções e comentários sobre os **exercícios 31** a **33** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 4.

Antes de propor aos estudantes a resolução do **exercício 34**, explique-lhes o papel de um contraexemplo, que é um exemplo que pode ser usado para justificar a falsidade de uma afirmação. No caso de uma afirmação verdadeira, mostrar um exemplo não comprova esse fato (nesse caso, não há contraexemplos).

Assim, para responder à pergunta do **item a**, os estudantes poderão apresentar o contraexemplo: 4 é múltiplo de 2, mas não é múltiplo de 6, o que justifica a resposta "não". Já na pergunta do **item b**, como ela é verdadeira, não basta mostrar um exemplo (como 12 é múltiplo de 6 e também é de 2) para justificar sua veracidade. A justificativa deve conter uma argumentação válida para todos os números nessa condição, por exemplo: todo número natural que é múltiplo de 6 tem o fator 2 (pois 6 = 2 · 3); portanto, é também múltiplo de 2.

No **exercício 35**, os estudantes deverão considerar duas premissas:

1ª) Maior número de três algarismos formados por 2, 3, 6 ou 7, sem repeti-los.
2ª) Ser divisível por 3.

Assim, podem considerar de início os números 763 e 762. Depois, devem avaliar se a soma desses algarismos é ou não divisível de 3:

- 7 + 6 + 3 = 16 (não é divisível por 3)
- 7 + 6 + 2 = 15 (é divisível por 3)

Logo, a resposta é o número 762.

Aproveite para ampliar o exercício perguntando aos estudantes se a resposta seria diferente ao considerar que os algarismos poderiam ser repetidos. Nesse caso, encontrariam o número 777 como resposta, pois:

7 + 7 + 7 = 21 (divisível por 3)

Divisibilidade por 9

Para tratar do critério de divisibilidade por 9, pode-se apresentar o critério na lousa, que é similar ao da divisibilidade por 3, e propor aos estudantes que façam um fluxograma para representá-lo. Essa proposta exigirá que mobilizem os conhecimentos construídos até agora e pode revelar possíveis dificuldades que ainda tenham. A divisibilidade por 9 será retomada no **capítulo 5**.

Exercícios propostos

A divisibilidade por 9 será explorada neste bloco de **exercícios**, articulando-se com os conhecimentos que os estudantes construíram sobre os números naturais e as propriedades da adição.

Para ampliar o **exercício 36**, reúna os estudantes em grupos e proponha a eles situações similares à questão, variando a quantidade de algarismos dos números ou variando o critério de divisibilidade, usando as divisibilidades por 2, 3, 5, 6 e 10.

A resolução do **exercício 37** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 4.

Pense mais um pouco...

Esta seção apresenta curiosidades acerca da divisibilidade por 9 e pode ser resolvida com os estudantes reunidos em duplas. Dê um tempo para as duplas discutirem a situação proposta na **atividade 1**. Depois, peça a uma dupla que explique aos colegas o que entendeu e para que um estudante vá escrever um exemplo na lousa. Converse com a turma sobre a proposta, garantindo que todas as duplas tenham entendido. Então, peça a cada estudante que registre suas conclusões e, em seguida, compare-as com as anotações do colega da dupla.

Na **atividade 1**, considerando o exemplo dado, os estudantes devem efetuar:

$(72 - 27) : 9 = 5$

$7 - 2 = 5$

Com base em outros exemplos, devem concluir que:

$(xy - yx) : 9 = x - y$

Neste momento, os estudantes ainda não têm familiaridade com a Álgebra, mas essa igualdade pode ser demonstrada da seguinte maneira.

Considerando o valor posicional dos algarismos x e y, no primeiro número temos $10x + y$ e no segundo número, $10y + x$. Então, podemos escrever:

$(10x + y - 10y - x) : 99 = x - y$

$(9x - 9y) : 9 = x - y$

$9(x - y) : 9 = x - y$

$x - y = x - y$

37. c) sim; 24; 3 456, 3 465, 3 546, 3 564, 3 645, 3 654, 4 356, 4 365, 4 536, 4 563, 4 635, 4 653, 5 346, 5 364, 5 436, 5 463, 5 634, 5 643, 6 345, 6.354, 6 456, 6 465, 6 534, 6 543; sim

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

36 Em uma gincana, a equipe vencedora seria aquela que apresentasse primeiro cinco números de três algarismos divisíveis por 9. A equipe amarela saiu na frente com o número 135, mas foi a azul que ganhou. Observe como a equipe azul aproveitou a pista da equipe amarela.

MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

Descubra a estratégia da equipe azul e escreva os dois números que faltam.

36. O número 1, o 3 e o 5 somam 9; logo, formam números divisíveis por 9. Assim, a equipe azul apenas alterou a ordem dos algarismos para obter os outros números divisíveis por 9; 513 e 531.

37 Discuta as questões com um colega e respondam às perguntas a seguir. O número 567 é divisível por 9, pois 5 + 6 + 7 = 18, que é divisível por 9. **37. b)** 6; 567, 576, 657, 675, 756 e 765; sim.

a) De quantas maneiras podemos escrever (5 + 6 + 7) apenas mudando a ordem dos algarismos? A soma continua sendo 18? Que propriedade da adição garante que a soma seja a mesma? **37. a)** 6; sim; comutativa.

b) Quantos e quais números naturais de três algarismos diferentes, múltiplos de 9, podemos escrever com os algarismos 5, 6 e 7? Eles também são múltiplos de 3?

c) O número 3 456 é divisível por 9? Quantos e quais são os números naturais de quatro algarismos diferentes, múltiplos de 9, formados por 3, 4, 5 e 6? Eles também são múltiplos de 3?

d) Se um número natural é divisível por 9, então também é divisível por 3? **37. d)** Sim.

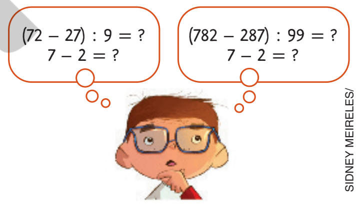
Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Pense mais um pouco...:
1. O estudante deve concluir que $(xy - yx) : 9 = x - y$.
2. $(xyz - zyx) : 99$ é igual a $(x - z)$.

Vamos pesquisar curiosidades sobre a divisibilidade por 9.

1 Atribua a x e a y três pares de números com um algarismo, sendo $x > y$. Por exemplo, $x = 7$ e $y = 2$.
Para cada par de números, calcule a diferença dos números formados por xy e yx (exemplo: 72 e 27). A seguir, divida essa diferença por 9 e compare o resultado com $x - y$. O que você pode concluir?
Compare a sua conclusão com a de um colega.



SIDNEY MEIRELES/ ARQUIVO DA EDITORA

2 Atribua a x, a y e a z três ternos de números com um algarismo, sendo $x > z$ (exemplo: $x = 7$, $y = 8$ e $z = 2$).
Para cada terno de números, calcule a diferença dos números formados por *xyz* e *zyx*. A seguir, divida essa diferença por 99 e compare o resultado com o número formado por algarismos dados por $(x - z)$. O que você pode concluir? Compare a sua conclusão com a de um colega.

Divisibilidade por 4

Considere as divisões.

$$\begin{array}{r|l} 7\,4\mathbf{16} & 4 \\ \hline 34 & 1\,854 \\ 21 & \\ 16 & \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 7\,6\mathbf{89} & 4 \\ \hline 36 & 1\,922 \\ 08 & \\ 09 & \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4\,5\mathbf{24} & 4 \\ \hline 05 & 1\,131 \\ 12 & \\ 04 & \\ 0 & \end{array}$$

Na **atividade 2**, os estudantes devem concluir que: $(xyz - zyx) : 99 = x - z$

Essa igualdade pode ser demonstrada da seguinte maneira.

Considerando o valor posicional dos algarismos x, y e z, no primeiro número temos $100x + 10y + z$ e no segundo número, $100z + 10y + x$. Então, podemos escrever:

$(100x + 10y + z - 100z - 10y - x) : 99 = x - z$

$(99x - 99z) : 99 = x - z$

$99(x - z) : 99 = x - z$

$x - z = x - z$

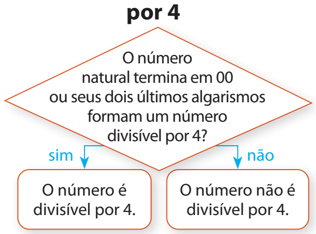
216 | 4 16 54 0	**200** | 4 00 50	45 **200** | 4 05 11 300 12 000

As divisões anteriores nos levam a concluir que:

- 7 4**16**, 4 5**24** e **216** são divisíveis por 4. Verifique que 16 e 24 também são.
- 7 6**89** não é divisível por 4. Verifique que 89 também não é.
- **200** e 45 **200** são divisíveis por 4 e terminam em **00**.

Apresentamos apenas alguns exemplos, mas sempre é verdade que:

Fluxograma da divisibilidade por 4



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

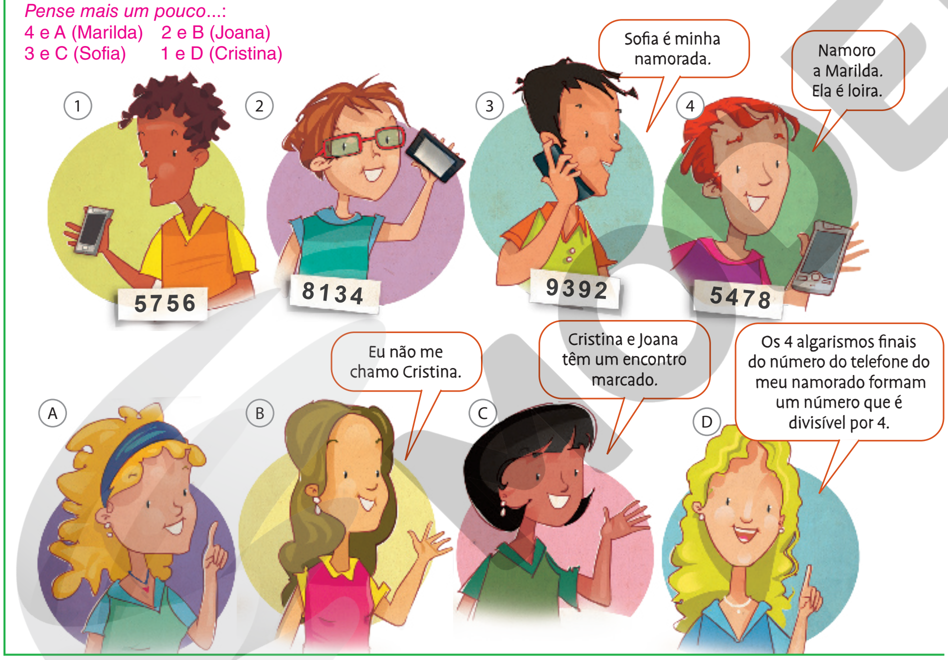
> Um número natural é divisível por 4 somente quando termina em 00 ou quando o número formado por seus dois últimos algarismos à direita é divisível por 4.

Pense mais um pouco... FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Os rapazes 1, 2, 3 e 4 namoram uma das garotas A, B, C e D.

Observe atentamente os textos e as placas com o final dos números dos telefones e diga qual é o nome das quatro garotas e quem são seus respectivos namorados.

Pense mais um pouco...:
4 e A (Marilda) 2 e B (Joana)
3 e C (Sofia) 1 e D (Cristina)



ILUSTRAÇÕES: FABIO EUGÊNIO/ARQUIVO DA EDITORA

Divisibilidade por 4

No estudo do critério de divisibilidade por 4, se julgar conveniente, apresente aos estudantes esta outra forma de enunciar esse critério: Se um número pode ser decomposto em múltiplos de 4, então o número inicial é divisível por 4.

Veja os exemplos.

- Considere o número 536.

$536 = 500 + 36$

36: É múltiplo de 4

500: É múltiplo de 4

Logo, como 536 é a soma de dois múltiplos de 4, então 536 é múltiplo de 4.

- Considere agora o número 7622. Observe a seguinte decomposição:

$7622 = 7000 + 600 + 22$

Como 22 não é múltiplo de 4, então 7622 não é múltiplo de 4.

Pense mais um pouco...

Esta seção desafia os estudantes a organizarem as conclusões extraídas de cada informação e, principalmente, as conclusões estabelecidas pela combinação dessas informações. Eles podem se reunir em duplas a fim de buscar uma maneira mais adequada de organizar os dados para levantar hipóteses e tirar conclusões. É de extrema importância que eles retomem as informações iniciais para verificar se as respostas obtidas estão realmente de acordo, uma vez que conclusões erradas levarão a respostas erradas.

Para determinar os casais, os estudantes devem considerar, inicialmente a pista do rapaz 4 e da garota D.

O rapaz 4 afirma namorar uma garota loira, logo poderia ser A ou D. Como a garota D afirma que o número formado pelos 4 últimos dígitos do celular de seu namorado deve ser divisível por 4, seu namorado só pode ser 1 ou 3. Portanto, 4 só pode fazer par com A. Assim, a primeira dupla é 4 e A (Marilda).

A próxima dica a ser considerada é a da garota C, que fala em Cristina e Joana em terceira pessoa. Desse modo, C é a Sofia, pois a Marilda é A. Logo, a próxima dupla é 3 e C (Sofia).

Como a garota D só poderia fazer par com 1 e 3 (que já tem par) e a garota B não é a Cristina, os demais casais seriam: 1 e D (Cristina) e 2 e B (Joana).

Exercícios propostos

As atividades propostas nesta página exploram a divisibilidade por 4 e retomam as demais.

As resoluções e comentários dos **exercícios 38**, **39**, **41**, **42** e **43** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 4.

Para expandir o trabalho com o **exercício 40**, solicite aos estudantes a explicação da resolução de cada item. Vejamos algumas possibilidades.

a) Como o número 5 314 é par, basta adicioná-lo a zero.

b) A soma dos algarismos do número 5 314 é igual a 13. Como depois do 13 o próximo múltiplo de 3 é o número 15, essa deve ser a soma dos algarismos do número divisível por 3, o que significa adicionar 2 ao número original.

c) 14 não é divisível por 4, mas o múltiplo seguinte mais próximo é 16, ou seja, basta adicionar 2 a 5 314.

d) 5 314 termina em 4, então basta adicionar 1 para que termine em 5.

e) Considerando as respostas de **a** e **b**, concluímos que basta adicionar 2 a 5 314.

f) Já vimos que a soma dos algarismos do número 5 314 é igual a 13, ou seja, o próximo múltiplo de 9 é 18, o que significa adicionar 5 ao número original.

3. Números primos

Depois de apresentar os conceitos de números primos e números compostos, peça aos estudantes que descubram todos os números primos de 1 a 50. Isso pode ser feito em uma roda de conversa na qual todos, organizadamente, expressam suas opiniões e justificativas. Quando algum estudante indicar um desses números como composto, peça a ele que mostre na lousa uma maneira de registrar tal número por meio de uma multiplicação não envolvendo o número 1 como fator. Isso contribuirá para a apreensão do conceito de número composto pelos estudantes.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

38 Verifique mentalmente quais dos números a seguir são divisíveis por 4. **38.** 932, 1 040

a) 932 b) 1 040 c) 842

39 Em um restaurante, todas as mesas têm 4 lugares. É possível que a capacidade desse restaurante seja de 314 lugares? E de 308?

Justifique suas respostas.

40 Determine o menor número que somado a 5 314 resulta em um número:

a) divisível por 2;
b) divisível por 3;
c) divisível por 4;
d) divisível por 5;
e) divisível por 6;
f) divisível por 9.

41 Qual é o menor número natural diferente de 1 que dividido por 3, 4 ou 5 dá resto 1? **41.** 61

42 Vimos que um número natural é divisível por 2 quando termina em 0 ou quando o número formado pelo último algarismo é divisível por 2. Também vimos que um número natural é divisível por 4, que é $2 \cdot 2$, quando termina em 00 ou quando o número formado pelos dois últimos algarismos é divisível por 4. Com um colega, escrevam vários números que terminam em 000 ou que o número formado pelos três últimos algarismos seja divisível por 8, que é $2 \cdot 2 \cdot 2$.

42. A resolução desta atividade está neste *Manual*.

a) Verifiquem que esses números são divisíveis por 8.
b) Elaborem o fluxograma da divisibilidade de um número natural por 8.

43 *Hora de criar* – Em duplas, cada integrante vai elaborar um problema sobre divisibilidade. Troquem de caderno para um resolver o problema do outro. Depois, destroquem para corrigi-los. **43.** Resposta pessoal.

39. Não, pois 314 não é divisível por 4; sim, pois 308 é divisível por 4.

40. a) Zero. **40. b)** 2 **40. c)** 2 **40. d)** 1 **40. e)** 2 **40. f)** 5

3 Números primos

Existem números que têm somente dois divisores distintos (diferentes). O número 5 é um deles. Seus divisores são apenas o 1 e o 5.

> **Número primo** é todo número que tem apenas dois divisores naturais distintos: o número 1 e o próprio número.

Por exemplo, os números 2, 3, 5, 7, 11, 13, … são números primos.

Existem também números naturais que têm mais de dois divisores distintos. O número 12 é um deles. Seus divisores são 1, 2, 3, 4, 6 e 12.

> Todo número natural que tem mais de dois divisores distintos é chamado de **número composto**.

Por exemplo, os números 4, 9, 10, 15, 94 e 105 são números compostos.

O número 1 não é primo nem composto, pois tem **um único** divisor natural, que é ele mesmo.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

44 Classifique os números a seguir em primo ou composto.

a) 14 b) 11 c) 17 d) 21 e) 296 f) 37

44. a) Composto. **44. b)** Primo. **44. c)** Primo. **44. d)** Composto. **44. e)** Composto. **44. f)** Primo.

45 Existe um número que é par e é primo ao mesmo tempo. Que número é esse? Existem outros números nessas condições? **45.** 2; não.

Exercícios propostos

No **exercício 44** pode-se pedir aos estudantes que apresentem uma justificativa para os números identificados como compostos, como por exemplo:

14 é divisível por 2, pois $14 : 2 = 7$

21 é divisível por 7, pois $21 : 7 = 3$

296 é divisível por 2, pois $296 : 2 = 148$

No **exercício 45** devem perceber que o único número primo que é par é o 2, que só é divisível por 1 e por ele mesmo; já os demais não seriam, pois todos os números pares são divisíveis por 2.

51. a) Divisores de 7: 1, 7; divisores de 10: 1, 2, 5, 10; divisores de 35: 1, 5, 7, 35; Divisores de 41: 1, 41; divisores de 75: 1, 3, 5, 15, 25, 75; Divisores de 77: 1, 7, 11, 77.

46 Observe o calendário do mês de março de determinado ano.

46. b) Nenhum, pois um dos dois dias sempre será um número par maior que 2.

MARÇO

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

46. a) Sim; dia 11.

a) Há algum domingo representado por um número primo? Em caso afirmativo, qual?

b) Quantos fins de semana (sábado e domingo, simultaneamente) existem nesse mês cujos dois dias são representados por números primos?

c) Qual dia da semana desse mês é representado por uma quantidade maior de números primos? 46. c) Sábado (dias 3, 17 e 31).

47 Existe algum múltiplo de 3 que seja primo? Em caso afirmativo, qual? 47. Sim; o 3.

48 Existe algum múltiplo de 3, diferente de 3, que seja primo? Justifique sua resposta.

49 A soma dos algarismos de um número é 27. Esse número é primo? Por quê?

50 Qual é o menor número de dois algarismos que é primo? E qual é o maior? 50. 11; 97

51 Considere os números 7, 10, 35, 41, 75 e 77.

a) Determine todos os divisores de cada um desses números. 48. Não, pois todo múltiplo de 3, diferente de 3, é divisível por 3.

49. Não, pois ele tem mais de dois divisores (por exemplo, o 3).

51. b) Construção da tabela. 51. c) Construção do gráfico.

b) Construa uma tabela com duas colunas e sete linhas, registrando os números e as suas quantidades de divisores.

c) Construa um gráfico de colunas correspondente a essa tabela.

d) Qual desses números apresenta maior quantidade de divisores? 51. d) 75

e) Entre os números apresentados, existem números primos? Em caso afirmativo, quais? Justifique. 51. e) Sim; o 7 e o 41; ambos têm apenas dois divisores distintos.

52 Reúna-se com um colega, leiam o texto a seguir e façam, no caderno, o que se pede.

FABIO EUGÊNIO/ARQUIVO DA EDITORA

Em 1742, da troca de cartas entre dois matemáticos, Christian Goldbach e Leonard Euler, surgiu a conjectura de Goldbach: "Todo número par, maior que dois, é a soma de dois primos". Observem alguns exemplos:

138 = 37 + 101; 974 = 313 + 661

a) Pesquisem em um dicionário e escrevam o significado da palavra conjectura.

b) Essa conjectura vale para os dez primeiros números pares maiores do que 2?

c) Mostrem que essa conjectura vale para o número 200. Agora respondam: Há mais de uma maneira de escrever o número 200 como soma de dois números primos?

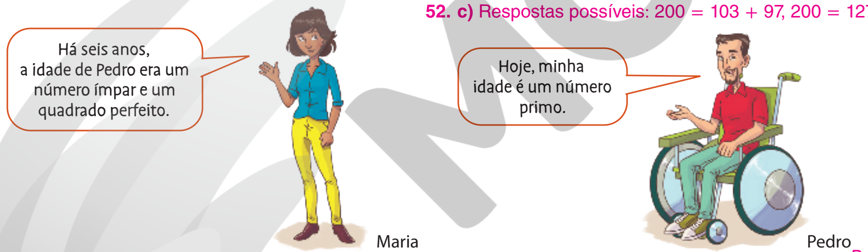
d) Agora, cada um deve escolher um número par de três algarismos para o outro verificar essa conjectura. 52. d) Resposta pessoal.

52. a) Resposta possível: afirmação provavelmente verdadeira.

52. b) Respostas possíveis: sim; 4 = 2 + 2, 6 = 3 + 3, 8 = 3 + 5, 10 = 3 + 7, 12 = 5 + 7, 14 = 3 + 11, 16 = 5 + 11, 18 = 7 + 11, 20 = 3 + 17, 22 = 3 + 19

52. c) Respostas possíveis: 200 = 103 + 97, 200 = 127 + 73; sim.

Pense mais um pouco... FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO



ILUSTRAÇÕES: DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

Sabendo que Pedro tem mais de 20 anos e menos de 50 anos, descubra a idade dele hoje. *Pense mais um pouco...: 31 anos.*

Exercícios propostos

Usando o mesmo contexto do **exercício 46**, é possível fazer outras perguntas aos estudantes e solicitar-lhes que relatem situações cotidianas em que o uso do calendário é significativo. É comum, por exemplo, sem ter todos os meses no calendário, desejar saber em que dia de uma semana posterior será determinada data.

As resoluções e comentários dos **exercícios 47** a **51** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 4.

Introduzindo um fato da história da Matemática, o **exercício 52** oferece uma oportunidade prática para a compreensão do termo "conjectura", sem exigir demonstrações formais. Isso não diminui o mérito das experimentações solicitadas, que, ao contrário, incitam a curiosidade dos estudantes em comprovar a validade da conjectura. Caso questionem a eficácia do método experimental, pode-se argumentar que não é possível fazer experimentações com todos os números naturais, pois são infinitos. Vale lembrar que algumas demonstrações exigem apenas encontrar um contraexemplo – recurso mais natural para a faixa etária.

Pense mais um pouco...

Nesta seção, os estudantes podem trabalhar em duplas ou trios para testarem diferentes hipóteses e refinarem suas estratégias. Tão importante quanto chegar à resposta é explicar o caminho da resolução. Assim, sorteie algumas duplas para expor suas resoluções aos colegas.

Ao resolver a atividade proposta, os estudantes devem considerar que os números ímpares que são quadrados perfeitos, maiores que 20 e menores que 50, são: 25 e 49

Considerando que essa idade seria de 6 anos atrás, a idade atual seria: 31 ou 55

Pedro afirma que a idade atual é primo, logo 55 deve ser descartado, pois 55 é divisível por 5.

Portanto, Pedro tem 31 anos.

Decomposição em fatores primos

Antes de iniciar o estudo da decomposição em fatores primos, apresente alguns números naturais na lousa para os estudantes representá-los por meio de multiplicações, registrando-as no caderno. Espera-se que percebam que, se o número é composto, há maneiras diferentes de decompô-lo usando multiplicação; se o número for primo, haverá só uma maneira: o produto de 1 pelo próprio número. Em seguida, proponha a decomposição dos números compostos apresentados na lousa usando apenas fatores que são números primos e proceda do mesmo modo. Nesse caso, espera-se que percebam que todos encontraram a mesma decomposição. Essa discussão inicial promoverá uma compreensão maior do assunto.

A apresentação do processo da decomposição em fatores primos pode ser feita em um trabalho em duplas, em que cada dupla acompanhará o procedimento mostrado no livro e analisará os exemplos da página. Depois, proponha um novo número para a dupla decompor em fatores primos, aplicando o processo que estudaram. Percorra a sala para perceber as dificuldades e fazer intervenções que auxiliem os estudantes a resolvê-las. Em seguida, um estudante de alguma dupla vai à lousa mostrar a decomposição que fizeram, explicando aos demais colegas como pensaram.

Se julgar conveniente, proponha aos estudantes novos números para serem decompostos e proceda de maneira similar com cada um deles. Ao final, discuta com eles as dúvidas que surgiram para perceberem se há ainda alguma dificuldade na compreensão do processo.

Decomposição em fatores primos

Todo número natural composto pode ser decomposto em um produto de dois ou mais fatores diferentes de 1. Observe, por exemplo, algumas decomposições do número 36:

$$\overbrace{2 \cdot 18}^{36} \quad \text{ou} \quad \overbrace{4 \cdot 9}^{36} \quad \text{ou} \quad \overbrace{6 \cdot 6}^{36}$$

Vamos prosseguir, decompondo os fatores que são números compostos também em um produto de dois fatores, até que fiquem somente fatores primos:

$$\begin{array}{c} 36 \\ 2 \cdot 18 \\ 2 \cdot 2 \cdot 9 \\ 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \\ 2^2 \cdot 3^2 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{c} 36 \\ 4 \cdot 9 \\ 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \\ 2^2 \cdot 3^2 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{c} 36 \\ 6 \cdot 6 \\ 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \\ 2^2 \cdot 3^2 \end{array}$$

Quando um número está decomposto em um produto em que todos os fatores são números primos, dizemos que esse número está **decomposto em fatores primos**.

Portanto, o produto $2^2 \cdot 3^2$ é a decomposição em fatores primos do número 36.

Observe que pode haver diferentes maneiras de decompor um número natural em um produto de dois ou mais fatores, mas a decomposição em fatores primos é **única**.

Para efetuar a decomposição, pode-se dividir o número dado pelo seu menor divisor primo. Depois, procede-se da mesma maneira com o quociente obtido, até encontrar o quociente 1.

Acompanhe alguns exemplos de como decompor o número 60 em fatores primos:

60	2	← O menor divisor primo de 60 é 2; divide-se 60 por 2.
30	2	← O menor divisor primo de 30 é 2; divide-se 30 por 2.
15	3	← O menor divisor primo de 15 é 3; divide-se 15 por 3.
5	5	← O menor divisor primo de 5 é 5; divide-se 5 por 5.
1		← Encontramos o quociente 1.

DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos escrever: $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ ou $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

Também podemos efetuar a decomposição do número 60 dos seguintes modos.

60	3
20	2
10	5
2	2
1	

60	5
12	2
6	2
3	3
1	

60	2
30	3
10	2
5	5
1	

Agora, observe a decomposição em fatores primos dos números 180, 98 e 297.

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ \hline 1 & 2 \cdot 7 \cdot 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 297 & 3 \\ 99 & 3 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ \hline 1 & 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 \end{array}$$

$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ $\qquad$ $98 = 2 \cdot 7^2$ $\qquad$ $297 = 3^3 \cdot 11$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

53 Determine o menor divisor primo de:

a) 64; b) 75; c) 85; d) 49.

53. a) 2 **53. b)** 3 **53. c)** 5 **53. d)** 7

54 Decomponha os números a seguir em fatores primos.

a) 120 c) 168 e) 117
b) 144 d) 225 f) 125

54. a) $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ **54. c)** $168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$ **54. e)** $117 = 3^2 \cdot 13$
54. b) $144 = 2^4 \cdot 3^2$ **54. d)** $225 = 3^2 \cdot 5^2$ **54. f)** $125 = 5^3$

55 Um número natural decomposto em fatores primos é representado assim: $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$.
Que número é esse? **55.** 504

56 $A = 2 \cdot 3 \cdot 11$ e $B = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ são as decomposições de dois números naturais. Calcule $A + B$. **56.** 246

PARA SABER MAIS

mdc e mmc

Em uma escola, as turmas de 6º ano planejaram um evento que contou com a participação de todos os estudantes. O 6º ano A tem 42 estudantes, o 6º ano B, 36, e o 6º ano C tem 30. Cada turma formou suas equipes com o seguinte critério: todas as equipes tinham o mesmo número de estudantes e o maior número possível deles.

Para descobrir o número *n* de estudantes de cada equipe, os organizadores pensaram assim:

n tem de ser um divisor de 42, de 36 e de 30.

- divisores de 42: **1**, **2**, **3**, **6**, 7, 14, 21 e 42;
- divisores de 36: **1**, **2**, **3**, 4, **6**, 9, 12, 18 e 36;
- divisores de 30: **1**, **2**, **3**, 5, **6**, 10, 15 e 30.

Os divisores comuns a 42, 36 e 30 são 1, 2, 3 e 6. Assim, para terem o mesmo número de participantes, as equipes deveriam ter 1, 2, 3 ou 6 estudantes. Como o critério era o maior número possível, cada equipe deveria ter 6 estudantes, que é o **maior divisor comum (mdc)** de 42, de 36 e de 30.

IZAAC BRITO/ARQUIVO DA EDITORA

Exercícios propostos

Para responder ao **exercício 53**, os estudantes devem perceber que:

a) 64 é um número par; logo, o menor divisor primo é o 2.

b) A soma dos algarismos de 75 é $7 + 5 = 12$; portanto, o menor divisor primo de 75 é o 3.

c) Como 85 termina em 5 e não é divisível por 3, seu menor divisor é o 5.

d) Como 49 é divisível por 7, mas não é por 2, 3 ou 5, o menor divisor desse número é o 7.

Verifique se algum estudante apresentou dificuldades para responder ao **exercício 54** e retome com eles o significado de fatoração e de números primos.

No **exercício 55** alguns estudantes podem ter dificuldades em trabalhar com potências. Neste momento é importante retomar o conceito de potência como um produto entre fatores de mesma base.

Assim, deverão perceber que:

$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

Logo, $8 \cdot 9 \cdot 7 = 504$

Para ampliar o trabalho com o **exercício 56**, proponha aos estudantes questões como:

- Que base e que expoente você precisa mudar em B para que $A + B$ resulte em 291? (É preciso mudar a base 2 para 1 e o expoente do fator 5 deve mudar de 1 para 2, ou seja, $B = 1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$.)
- Qual expoente você deve mudar em A para que $A + B$ resulte em 378? (É preciso mudar o expoente do fator 3 de 1 para 2, ou seja, $A = 2 \cdot 3^2 \cdot 11$.)

Para saber mais

A seção introduz os conceitos de máximo divisor comum (mdc) e mínimo múltiplo comum (mmc), que serão tratados também no próximo ano mais profundamente. Se julgar conveniente, proponha aos estudantes alguns problemas que envolvam esses conceitos.

Agora é com você!

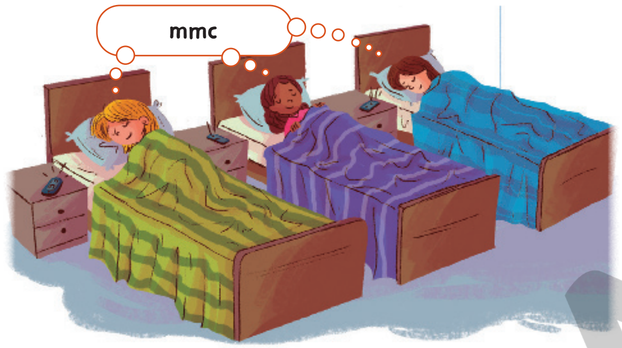
Discuta cada questão com os estudantes para se certificar de que compreenderam os enunciados.

Na **atividade 1**, espera-se que eles percebam que a medida do ângulo procurado deve ser expressa por um número que é o maior divisor de 60° e 90°, simultaneamente (o mdc entre eles), neste caso, 30°.

Já na **atividade 2**, os estudantes deverão perceber que a distância procurada, que determina o próximo "ploc" juntos, é dada pelo menor múltiplo comum não nulo das distâncias a que cada roda faz "ploc" (o mmc entre essas distâncias), logo, 30 cm.

Compartilhe com a turma os diferentes procedimentos que surgirem, validando-os com os estudantes.

As irmãs Edi, Eni e Eti programaram os seus celulares para despertar às 7 horas, com repetição a cada 4, 6 e 8 minutos, respectivamente. Depois das 7 horas, quanto tempo se passou para os celulares voltarem a tocar juntos novamente?



TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Resolvemos essa questão considerando os múltiplos das repetições de cada uma delas.

- Edi: **0**, 4, 8, 12, 16, 20, **24**, 28, 32, 36, 40, 44, **48**, 52, 56, 60, 64, 68, **72**, ...
- Eni: **0**, 6, 12, 18, **24**, 30, 36, 42, **48**, 54, 60, 66, **72**, 78, ...
- Eti: **0**, 8, 16, **24**, 32, 40, **48**, 56, 64, **72**, 80, ...

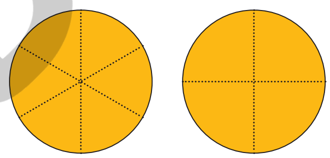
Os tempos de repetição comuns aos três celulares são: 24, 48, 72, ...

Depois das 7 horas, os três celulares despertarão primeiro após 24 minutos, o **menor múltiplo comum (mmc)** com exceção do zero.

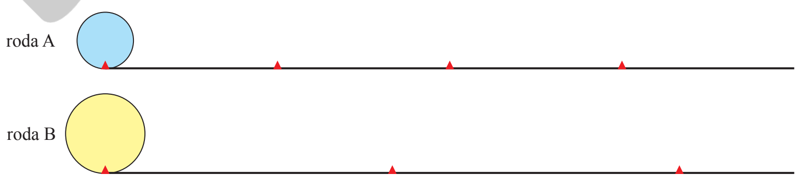
Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Liz comprou duas *pizzas*, uma cortada em seis pedaços iguais que lembram ângulos de 60°, a outra em pedaços iguais que lembram ângulos de 90°. Liz quer repartir as duas *pizzas* em pedaços de igual tamanho, o maior possível. Quantos graus deverá ter o ângulo que cada novo pedaço de *pizza* lembra? **1.** 30°



2 As rodas A e B fazem um "ploc" e partem em trilhos paralelos. A roda A faz um "ploc" a cada 6 cm, e a roda B, a cada 10 cm. Depois da partida, quantos centímetros elas andam até fazerem um "ploc" juntas novamente? **2.** 30 cm



ILUSTRAÇÕES: MÁRIO MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

102

Construindo um gráfico de barras

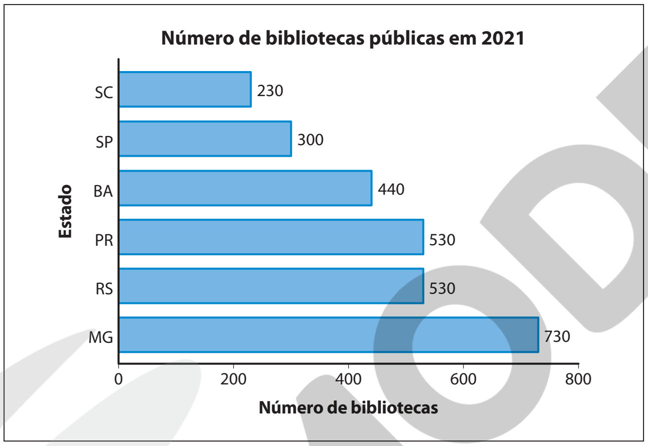
O Sistema Nacional de Bibliotecas Públicas (SNBP) divulgou, em 2021, que em todo o Brasil havia 6 057 bibliotecas. Note na tabela a seguir os seis estados que possuem o maior número de bibliotecas públicas com cadastro atualizado no sistema.

Número de bibliotecas públicas em 2021

Estado	Bibliotecas
Minas Gerais	727
Rio Grande do Sul	534
Paraná	527
Bahia	443
São Paulo	300
Santa Catarina	233

Dados obtidos em: SISTEMA Nacional de Bibliotecas Públicas (SNBP). Disponível em: http://snbp.cultura.gov.br/bibliotecaspublicas/. Acesso em: 9 maio 2022.

Também é possível organizar e apresentar essas informações em um gráfico de barras. Para facilitar a construção do gráfico, vamos arredondar a quantidade de bibliotecas públicas de cada estado para a dezena mais próxima.



Dados obtidos em: SISTEMA Nacional de Bibliotecas Públicas (SNBP). Disponível em: http://snbp.cultura.gov.br/bibliotecaspublicas/. Acesso em: 9 maio 2022.

Para construir esse gráfico, com o auxílio de uma régua, adotamos os seguintes procedimentos:

- Traçamos uma linha horizontal, em que será registrada a quantidade de bibliotecas, e uma linha vertical, na qual serão indicados os estados.
- Escolhemos uma unidade de medida adequada de modo que caibam, na linha horizontal, os valores indicados na tabela, e outra unidade de medida de modo que caibam, na linha vertical, as larguras das barras. Para facilitar a leitura, convém que essas larguras sejam iguais.

Trabalhando a informação

Habilidades da BNCC: **EF06MA31**, **EF06MA32** e **EF06MA33**.

Se sua escola tem uma biblioteca, leve os estudantes até lá para trabalhar o conteúdo desta seção. A mudança de cenário desperta mais interesse pelo conteúdo e essa pode ser uma forma de incentivar os estudantes a frequentar a biblioteca.

O objetivo principal desta seção é a construção de gráficos de barras a partir de uma tabela. Essa atividade permite explorar:

- duas formas de representação: tabela e gráfico de barras;
- o conceito de escala, pois podem ser construídos gráficos em diferentes escalas e discutir a escolha da escala;
- a construção das barras do gráfico – podem-se apresentar alguns gráficos de barras nos quais a distância entre as barras varie e promover uma discussão a fim de que os estudantes percebam que, para garantir a clareza na interpretação das informações, é conveniente que a distância entre as barras seja igual;
- a leitura e a interpretação de tabelas e gráficos de barras;
- a realização de uma pesquisa com coleta e organização dos dados.

Desse modo, as atividades propostas nesta seção contribuem para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA31), (EF06MA32) e (EF06MA33).

Agora quem trabalha é você!

Para responder à **atividade 1**, os estudantes podem consultar o Sistema Nacional de Bibliotecas Públicas ou os *sites* das secretarias de educação do estado e do município. Caso não tenha uma biblioteca pública no município, mas exista na escola, leve-os para conhecerem, deixe que escolham um livro e que levem para casa para fazerem uma leitura e depois compartilhar a história com os demais colegas. Outra proposta sugerida para os estudantes é de que façam uma campanha de arrecadação de livros e compartilhem os livros arrecadados com outros colegas da escola ou da comunidade.

A resolução e comentários sobre a **atividade 2** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 4.

Ao propor aos estudantes a **atividade 3** oriente-os na seleção de sua amostra, que pode ser entre os colegas de classe ou entre colegas da região em que moram. Oriente-os também na elaboração do questionário para coletarem os dados da pesquisa.

Comente com os estudantes que a coleta pode ser realizada de diferentes maneiras, seja perguntando pessoalmente aos colegas ou utilizando meios eletrônicos, como *e-mails*, redes sociais, mensagens de aplicativos ou formulários eletrônicos.

Neste momento, é importante que o gráfico de barras seja construído com o apoio de uma régua para que os estudantes exercitem o conceito de escala.

Incentive os estudantes a apresentar seus resultados, pois a comunicação será uma importante habilidade a ser desenvolvida.

- Traçamos as barras. A barra relativa a Minas Gerais deve ter comprimento de medida igual a 73 mm, pois esse estado possuía, aproximadamente, 730 bibliotecas com cadastro atualizado em 2021. Da mesma forma, a barra relativa ao estado de São Paulo deve ter comprimento medindo 30 mm, pois em 2021 havia 300 bibliotecas em São Paulo. Assim, as barras relativas aos estados do Rio Grande do Sul, Paraná, Bahia e Santa Catarina devem ser construídas com 54 mm, 53 mm, 44 mm e 23 mm de medida de comprimento, respectivamente.
- Completamos o gráfico nomeando as linhas vertical e horizontal, chamadas de **eixos**, dando um título ao gráfico e indicando a fonte dos dados. Há gráficos de barras em que o eixo horizontal é omitido. Nesses casos, necessariamente, os valores são colocados à direita ou acima das respectivas barras.

Algumas interpretações podem ser feitas pela análise do gráfico:

- Em 2021, a Bahia tinha quase o dobro da quantidade de bibliotecas de Santa Catarina. Podemos afirmar isso porque o comprimento da barra referente ao estado da Bahia (44 mm) tem quase o dobro do comprimento da barra de Santa Catarina (23 mm).
- Entre os estados apresentados, o que tinha a menor quantidade de bibliotecas em 2021 era Santa Catarina.

Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

2. b) Sim; a barra da quinta-feira deve ter o dobro do comprimento da barra da quarta-feira, pois na quinta-feira houve o dobro de empréstimos da quarta-feira.

1 Faça mais algumas interpretações do gráfico de barras apresentado anteriormente.

a) Quantas bibliotecas existiam no estado de São Paulo em 2021? **1. a)** 300 bibliotecas.

b) Em 2021, aproximadamente, quantas bibliotecas os estados de Santa Catarina e do Rio Grande do Sul tinham juntos? **1. b)** 760 bibliotecas (230 + 530 = 760).

c) E hoje, quantas bibliotecas existem no estado e no município em que você vive? Faça uma pesquisa na internet para responder. **1. c)** A resposta depende do local pesquisado.

2 O bibliotecário é o profissional que mantém organizados os dados relativos a empréstimos de livros. Observe na tabela quantos livros foram emprestados em uma biblioteca ao longo da semana.

a) Em um gráfico de barras que represente os dados dessa tabela, qual dia da semana deve ter a barra de maior comprimento? E qual dia deve ter a barra de menor comprimento? **2. a)** Sexta-feira; quarta-feira.

b) Há alguma barra desse gráfico que deva ter o dobro do comprimento de outra barra? Em caso afirmativo, quais barras? Por quê?

c) Construa um gráfico de barras para representar os dados dessa tabela. **2. c)** Construção do gráfico.

Número de livros emprestados (semana de 6 a 10 de março)

Dia da semana	Quantidade
Segunda-feira	12
Terça-feira	15
Quarta-feira	9
Quinta-feira	18
Sexta-feira	20

Dados obtidos das anotações do bibliotecário.

3. Respostas pessoais.

3 Você tem o hábito de ler livros? E seus colegas? Faça uma pesquisa para obter essa informação.

a) Pergunte aos colegas quantos livros eles leram no ano passado e organize as informações coletadas em uma tabela.

b) Construa um gráfico de barras com os dados por quantidade de colegas e quantidade de livros lidos.

c) Compartilhe o resultado de sua pesquisa com o professor e os colegas da turma.

3. O número 34 524 é divisível por 6, pois é divisível por 2 e por 3.

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

6. Dividiria por 2 e, depois, por 18; ou por 3 e, depois, por 12; ou por 4 e, depois, por 9.

1 Na fila da bilheteria de um teatro, há menos de 50 pessoas. Contando essas pessoas de 6 em 6, sobram 3. Contando-as de 7 em 7, também sobram 3. Quantas pessoas estão na fila? **1.** 45 pessoas.

2 Ana tem de 100 a 150 livros. Organizando-os de 12 em 12, de 15 em 15 ou de 20 em 20, sempre resta um. Quantos livros Ana tem? **2.** 121 livros.

3 Verifique mentalmente se o número 34 524 é divisível por 6. Justifique sua resposta.

4. a) 102 **4. b)** 102 **4. c)** 105 **4. d)** 102

4 Dê o menor número de três algarismos distintos:

a) divisível por 2;
b) divisível por 3;
c) divisível por 5;
d) divisível por 6.

5. a) O número 260 é divisível por 2 e por 5, mas não por 3.

5 Corrija as sentenças que são falsas.

a) O número 260 é divisível por 2, por 3 e por 5.
b) 2 040 é divisível por 2, mas não é por 3.
c) 3 065 é divisível por 5, mas não é por 3.
d) 18 980 é divisível por 4, mas não é por 9.

5. b) O número 2 040 é divisível por 2 e por 3.

6 Uma pessoa deseja efetuar, com o auxílio de uma calculadora, a divisão de um número por 36, mas a tecla 6 está com defeito. Como ela poderia fazer essa divisão?

7. a) Não, pois ele não é par.

7 Dividindo-se um número por 10, restou 5.

a) Esse número é divisível por 2? Por quê?
b) Esse número é divisível por 5? Por quê?

7. b) Sim, pois ele termina em 5.

8 Ari lê o número das placas antigas de automóveis: **RIA-8000**, **IRA-5670**, **AIR-4004** e **RAI-2600**. Em qual dessas placas o número é divisível por:

a) 1 000 b) 100 c) 10

8. a) 1ª **8. b)** 1ª e 4ª **8. c)** 1ª, 2ª e 4ª

9 Na abertura deste capítulo, falamos um pouco sobre os calendários maias. Para cada um dos 365 dias do Tzolkin, os maias contavam um período de 260 dias do Haab.

a) Após quantos dias haveria um Haab e um Tzolkin iniciando juntos? **9. a)** 18 980 dias
b) Você consegue explicar por que o uso simultâneo dos calendários Tzolkin e Haab contabilizava um ciclo de 52 anos?


ZIMMYTWS/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

9. b) O acompanhamento dos dias pelos dois calendários reflete uma combinação única, pois, quando acaba o primeiro Haab e começa o próximo, não zera a contagem no Tzolkin. mmc (260; 365) = 18 980. 18 980 : 365 = 52. Esse número de 18 980 dias equivale a 52 anos de 365 cada um.

10 Usando uma calculadora em que a tecla 1 não funciona, como é possível efetuar a multiplicação de um número por 12? **10.** Multiplicando o número por 3 e, depois, por 4; ou por 2 e, depois, por 6.

11 Que algarismo deve ser colocado à esquerda de 283 para que se obtenha um número divisível por 9? **11.** 5

12. a) Sim, 297 é múltiplo de 9.

12 Alfredo pensou no número 518, trocou a ordem dos algarismos e obteve 815. Subtraindo o menor do maior, obteve 297.

a) Esse número é múltiplo de 9?
b) Agora, pense em um número e realize os mesmos passos do cálculo de Alfredo. O resultado da subtração em seu cálculo é divisível por 9? **12. b)** Sim.

13 Uma florista tem 100 rosas brancas e 60 rosas vermelhas. Ela pretende montar o maior número de ramalhetes que contenha, cada um, o mesmo número de rosas brancas e o mesmo número de rosas vermelhas. **13. a)** 20 ramalhetes.

a) Dessa forma, qual é o maior número de ramalhetes que a florista poderá montar?
b) Quantas rosas brancas e quantas rosas vermelhas terá cada um desses ramalhetes? **13. b)** 5 rosas brancas e 3 rosas vermelhas.

14 Quando um número termina em 5, ele: **14.** Alternativa **c**.

a) é divisível apenas por 5.
b) pode ser divisível por 2.
c) pode ser divisível por 3.
d) pode ser divisível por 10.

15 Para participar do campeonato estudantil de basquete foram inscritos menos de 50 estudantes. Formando-se equipes de 7 estudantes, sobram 6. Formando-se equipes de 9 estudantes, sobram 3. Nessas condições, se forem formadas equipes de 8 estudantes, quantas equipes seriam formadas? **15.** 6 equipes.

16 (UFMG) O número de três algarismos divisível ao mesmo tempo por 2, 3, 5, 6, 9, 11 é:

a) 330.
b) 66.
c) 676.
d) 990.
e) 996.

16. Alternativa **d**.

17 O mdc de três números primos é:

a) o menor deles.
b) o maior deles.
c) o número 1.
d) o produto deles.

17. Alternativa **c**.

18 Determine o menor número que dividido por 12, por 15 e por 36 tem sempre resto igual a 2. **18.** 182

Exercícios complementares

Este bloco de exercícios amplia as oportunidades de retomada e aplicação dos conceitos do capítulo. Após a resolução do **exercício 1**, pode-se apresentar aos estudantes esta resolução. Primeiro, faça um quadro com os números possíveis (considerando a informação "há menos de 50 pessoas").

Depois, marque os números de acordo com as informações do enunciado:

- de 6 em 6 sobram 3 → 1º: eliminam-se todos os múltiplos de 6 (risque esses múltiplos); 2º: marcam-se os números que têm 3 unidades a mais que cada múltiplo de 6 (com **negrito**);
- de 7 em 7 sobram 3 → 1º: eliminam-se todos os múltiplos de 7 (risque esses múltiplos); 2º: marcam-se os números que têm 3 unidades a mais que cada múltiplo de 7 (<u>sublinhado</u>).

1	2	3	4	5	~~6~~	~~7~~	8	**9**	<u>10</u>
11	~~12~~	13	~~14~~	**15**	16	<u>17</u>	~~18~~	19	20
~~**21**~~	22	23	~~<u>24</u>~~	25	26	**27**	~~28~~	29	~~30~~
<u>31</u>	32	**33**	34	~~35~~	~~36~~	37	<u>38</u>	**39**	40
41	~~42~~	43	44	<u>**45**</u>	46	47	~~48~~	~~49~~	

Como resposta, só são válidos os números marcados em **negrito** e <u>sublinhados</u> (simultaneamente), mas que não foram eliminados. Nessas condições, apenas o número 45: é menor que 50; quando a contagem se dá de 6 em 6, sobram 3 (45 dividido por 6 resulta 7 com resto 3); quando a contagem se dá de 7 em 7, sobram 3 (45 dividido por 7 resulta 6 com resto 3).

É interessante que os estudantes comparem essa resolução com a deles, buscando semelhanças e diferenças.

No **exercício 15**, é importante que organizem os números possíveis para eliminarem com confiança os que não têm as características descritas. Fique atento aos estudantes que fazem tentativas aleatórias, pois as dicas dadas são fundamentais para levantar hipóteses e elaborar conjecturas.

As resoluções dos **exercícios 2** a **18** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 4.

Verificando

Esses exercícios são mais uma oportunidade para os estudantes validarem o entendimento do conteúdo estudado neste capítulo. Oriente-os a reverem os conteúdos estudados caso alguma dúvida persista.

As resoluções dos **testes 1** a **9** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 4.

Organizando

Ao retomarem os estudos para responder às questões propostas, incentive os estudantes a organizarem o aprendizado, fazendo resumos, quadros de destaque ou mapas conceituais para os conceitos que considerarem importantes.

As respostas esperadas são:

a) Sim, pois o número zero é múltiplo de todos os números naturais, incluindo ele mesmo.

b) O menor número seria 2: o número 1 e o próprio número. Isso acontece quando o número é primo.

c) Resposta possível: Isso acontece porque, ao multiplicar um número por 9, a soma dos algarismos é divisível por 9. Evidencie que para números maiores que 10, a soma ainda seria um múltiplo de 9, mas com um valor maior que 9.

d) Resposta possível: Um número natural é divisível por 2 somente quando é par. Um número natural é divisível por 3 somente quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos é divisível por 3. Um número natural é divisível por 4 somente quando termina em 00 ou quando o número formado por seus dois últimos algarismos à direita é divisível por 4. Um número natural é divisível por 5 somente quando termina em zero ou em 5. Um número natural é divisível por 6 somente quando é divisível por 2 e por 3. Um número natural é divisível por 9 somente quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos é divisível por 9. Um número natural é divisível por 10 somente quando termina em zero.

VERIFICANDO

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Em uma rodoviária há 2 linhas de ônibus que se encaminham para destinos diferentes. Em uma dessas linhas, os veículos partem a cada 84 minutos e, na outra, a cada 165 minutos. Supondo que a primeira viagem dos veículos dessas linhas ocorra ao mesmo tempo, após quantos minutos haverá uma nova partida juntos? **1.** Alternativa **b**.

a) 3350 minutos. **b)** 4620 minutos. **c)** 9900 minutos. **d)** 13300 minutos.

2 O conjunto dos divisores comuns de 16 e 36 é representado por: **2.** Alternativa **b**.

a) {0; 2; 4}. **b)** {1; 2; 4}. **c)** {2; 4; 8}. **d)** {0; 2; 4; 8; 16}.

3 Qual é o menor número natural que devemos adicionar a 110 para obter um número que seja múltiplo de 13? **3.** Alternativa **a**.

a) 7 **b)** 8 **c)** 9 **d)** 10

4 Uma sequência numérica é formada pelos divisores de 600. Pertencem a essa sequência os números:

a) 6 e 66. **b)** 12 e 1200. **c)** 25 e 125. **d)** 40 e 150.

4. Alternativa **d**.

5 O conjunto dos múltiplos comuns de 8 e 12 pode ser representado por: **5.** Alternativa **a**.

a) {0; 24; 48; 60; ...}
b) {1; 2; 4; 8}
c) {0; 12; 24; 36; 48; ...}
d) {8; 16; 24; 32; 40; ...}

6 Todo número que termina em 0 ou em 5 é divisível por: **6.** Alternativa **c**.

a) 2. **b)** 4. **c)** 5. **d)** 10.

7 Uma fábrica precisa distribuir 16800 unidades de um produto. Para facilitar o transporte, elas são armazenadas em caixas com 10 unidades, que são transportadas em grupos de 400 a 450 unidades. Para fazer esse transporte, pretende-se usar a menor quantidade possível de veículos. Quantos veículos deverão ser usados? **7.** Alternativa **b**.

a) 38 veículos. **b)** 40 veículos. **c)** 42 veículos. **d)** 44 veículos.

8 Isa quebrou seu cofre de moedas de 1 real para comprar um presente de R$ 139,00. Ao empilhá-las em montes de 16 ou 18 moedas, sobram sempre 9 moedas. Sabendo que Isa tem menos de R$ 200,00, podemos dizer que ela: **8.** Alternativa **a**.

a) comprará o presente e ficará com 14 reais.
b) comprará o presente e ficará com 9 reais.
c) não comprará o presente, pois faltam 9 reais.
d) não comprará o presente, pois faltam 14 reais.

9 Qual é o maior número múltiplo dos números 6 e 9 que seja menor que 100? **9.** Alternativa **b**.

a) 99 **b)** 90 **c)** 81 **d)** 72

Organizando

Organizando: As respostas a estas questões estão neste *Manual*.

Vamos organizar o que você aprendeu neste capítulo? Para isso, responda às questões a seguir.

a) Existe algum número que é múltiplo de todos os números naturais? Justifique sua resposta.

b) Um número natural pode ter infinitos múltiplos; porém não podemos dizer o mesmo sobre seu número de divisores. Qual é o menor número de elementos que o conjunto de divisores de um número natural diferente de 1 pode ter?

c) Pense em um número entre 1 e 10. Multiplique o resultado por 9. Some os algarismos desse número. O resultado final foi 9, correto? Como você explica esse resultado? Funcionaria com números maiores que 10?

d) Quais são os critérios de divisibilidade que você aprendeu? Escreva um texto organizando essas informações.

e) Explique, com suas palavras, por que o algarismo 2 é o único número primo par.

e) Resposta pessoal. Sugestão de resposta: porque todos os outros números pares têm o 2 como divisor, além do 1 e do próprio número.

Capítulo

5 Um pouco de Álgebra

RAIMUND FRANKEN/ULLSTEIN BILD/GETTY IMAGES

Observe, leia e responda no caderno.

a) Como você definiria algarismo? E algoritmo?

b) Supondo que você tenha de representar a adição de 2 com um número desconhecido, como você faria essa representação?

c) Uma professora de Matemática escreveu a seguinte expressão na lousa: $x + 3 = 5$. É possível encontrar um valor para x de modo que essa igualdade seja verdadeira. Que valor é esse?

d) Após a leitura do texto a seguir, você percebe que a Matemática é uma ciência construída em diferentes épocas, continuamente, e que atende às necessidades de diversas culturas?

Estátua de Al-Khwārizmī na cidade de Khiva, Uzbequistão, na Ásia. (Fotografia de 2014.)

a) Algarismos: símbolos usados para a representação de qualquer número no sistema de numeração indo-arábico. Algoritmo: conjunto de passos definidos e organizados para a execução de uma tarefa.

As palavras **algarismo** e **algoritmo**, comuns nos livros de Matemática, têm origem no nome de Al-Khwārizmī, o maior matemático da época de ouro do islamismo, no século IX, em Bagdá (capital do atual Iraque, na Ásia).

Um dos mais importantes livros árabes da Idade Média, escrito por Al-Khwārizmī, cujo título é **Hisab al-jabr al-muqabala** ("Pequena obra sobre o cálculo da redução e da confrontação"), deu origem à palavra **álgebra**.

Trata-se de um livro sobre a resolução de equações (a ser estudada no próximo ano) com o auxílio de duas operações: *al-jabr*, que seria a "restauração" ou a "transposição de termos", e *al-muqabala*, que seria a "redução de termos semelhantes".

b) Exemplos de respostas: $2 + a$; $2 + \blacksquare$

c) $x = 2$

d) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes reconheçam essa característica da Matemática.

Capítulo 5 - Um pouco de Álgebra

Os objetivos deste capítulo e suas justificativas, as indicações das habilidades e competências específicas da Matemática (BNCC), além de outras informações, estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas.

Neste capítulo, cujo foco é a Unidade Temática **Álgebra**, tratamos do conceito de variável, da utilização de letras para representar números naturais quaisquer e da notação algébrica em diversas situações, como na demonstração de algoritmos de alguns critérios de divisibilidade de números naturais. Além disso, amplia-se o trabalho com gráficos, abordando a construção de um gráfico de colunas.

A abertura apresenta a origem das palavras **algarismo**, **algoritmo** e **álgebra**, destacando o matemático Al-Khwārizmī. Cabe, nesse momento, salientar a importância dos árabes no desenvolvimento da Matemática e na sua divulgação.

Converse com os estudantes sobre a percepção de que o desenvolvimento científico sempre dependeu da contribuição de diferentes povos e pessoas, deste modo se contribui para o desenvolvimento da **competência geral 1**.

Sugestão de leitura

Para enriquecer os assuntos abordados nesta página de abertura, sugerimos o artigo:

- Conheça a obra de Al-Khwārizmī, o Pai da Álgebra, **Iqara Islam**. Disponível em: http://iqaraislam.com/conheca-a-obra-de-al-khwarizmi-o-pai-da-algebra/. Acesso em: 13 maio 2022.

  Neste artigo apresentam-se diferentes contribuições de Al-Khwārizmī para o desenvolvimento da Matemática e da informática.

1. Apresentando a variável

Habilidade da BNCC: **EF06MA23**.

Ao apresentar duas propostas de resolução de um exercício por meio de diferentes estratégias, este tópico contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA23).

Analise com os estudantes a situação apresentada na questão do Enem e proponha a eles a construção da sequência de figuras, ampliando com etapas além das apresentadas. Os estudantes devem perceber que existe uma relação entre a quantidade de canudos e a de quadrados que compõem cada figura da sequência. Para isso, eles podem montar um quadro como o mostrado a seguir (uma coluna com a quantidade de canudos e a outra com a quantidade de quadrados construídos).

Quantidade de canudos	Quantidade de quadrados
4	1
7	2
10	3
13	4
16	5

Após a observação do quadro, os estudantes podem procurar o padrão entre essas duas quantidades (das duas colunas) ou testar as alternativas que são apresentadas no problema.

1 Apresentando a variável

Para começar a entender o que é a Álgebra, vamos considerar e resolver um problema do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem - 2010).

Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade (C) de canudos depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir.

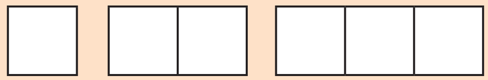


Figura I Figura II Figura III

Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados?

a) $C = 4Q$ **b)** $C = 3Q + 1$ **c)** $C = 4Q - 1$ **d)** $C = Q + 3$

- **Compreendendo o problema**

Descobrir qual das igualdades relaciona *C* (quantidade de canudos) com *Q* (quantidade de quadrados) corretamente em todas as figuras.

- **Estabelecendo um plano de resolução**

Uma maneira de resolver é testar as alternativas.

- **Executando o plano**

Na figura I, temos $Q = 1$ e $C = 4$. Substituindo esses valores nas alternativas, observamos que:

a) $4 = 4 \cdot 1$ (verdadeira);
b) $4 = 3 \cdot 1 + 1$ (verdadeira);
c) $4 = 4 \cdot 1 - 1$ (falsa);
d) $4 = 1 + 3$ (verdadeira).

Descartamos a alternativa **c**, pois ela é falsa para a figura I.

Na figura II, temos $Q = 2$ e $C = 7$. Substituindo esses valores nas alternativas, observamos que:

a) $7 = 4 \cdot 2$ (falsa);
b) $7 = 3 \cdot 2 + 1$ (verdadeira);
d) $7 = 2 + 3$ (falsa).

Descartamos as alternativas **a** e **d**. Basta testar a alternativa **b** na figura III, com $Q = 3$ e $C = 10$:

b) $10 = 3 \cdot 3 + 1$ (verdadeira).

- **Refletindo sobre o que foi feito**

Verificamos que a expressão da alternativa **b** satisfaz todas as figuras.
Portanto, $C = 3Q + 1$.

Outra maneira de resolver esse problema é observar, nas figuras, que variação tem a quantidade *C* quando modificamos a quantidade *Q*. Para facilitar, vamos montar um quadro.

Figura	Quadrado (Q)	Canudo (C)	Observação
I	1	4	$4 = 3 \cdot 1 + 1$
II	2	7	$7 = 3 \cdot 2 + 1$
III	3	10	$10 = 3 \cdot 3 + 1$

Comparando as expressões numéricas da última coluna com as expressões algébricas das alternativas, percebemos que a alternativa **b** responde à questão.

Observe que, nesse problema, temos duas grandezas (quantidade de Quadrados e quantidade de Canudos) e que usamos símbolos (respectivamente, *Q* e *C*) para representá-las. Note que os valores de *Q* e de *C* variam, por isso chamamos cada uma das grandezas de **variável**.

Os números 4, 7 e 10 são os **valores numéricos** da expressão algébrica $C = 3Q + 1$ quando *Q* assume os valores 1, 2 e 3, respectivamente.

A Álgebra é a parte da Matemática que trabalha com grandezas cujos valores variam ou que são desconhecidos e, portanto, representados por símbolos (em geral, por letras).

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Observe o padrão que existe na variação das figuras I a III da questão do Enem apresentada na página anterior e desenhe no caderno como seriam as figuras IV e V. Depois, verifique se a expressão algébrica da alternativa **b** continua verdadeira para essas novas figuras.
1. Construção de figuras. A alternativa **b** continua verdadeira.

2 As figuras a seguir representam o início de uma sequência infinita do que chamamos números triangulares. Observe.

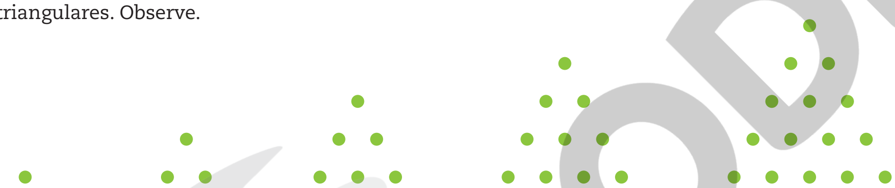


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5

ILUSTRAÇÕES: MÁRIO MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quantas bolinhas tem cada uma das figuras? **2. a)** 1, 3, 6, 10 e 15 bolinhas.

2. b) 21 bolinhas; 55 bolinhas.

b) Seguindo o padrão de formação das figuras, quantas bolinhas deve ter a figura 6? E a figura 10?

c) Calcule a soma das bolinhas das figuras: 1 e 2; 2 e 3; 3 e 4; 4 e 5. A sequência dessas somas apresenta um padrão? O que você pode dizer dessas somas?

2. d) 100 bolinhas; 400 bolinhas.

d) Qual é a soma das bolinhas das figuras 9 e 10 da sequência? E das figuras 19 e 20?

e) Representando por n o número de uma figura qualquer de número triangular, o número da figura seguinte é $(n + 1)$. Escreva a soma das bolinhas das figuras n e $(n + 1)$. **2. e)** $(n + 1)^2$

2. c) 4, 9, 16 e 25; Sim; São quadrados perfeitos.

3 ***Hora de criar*** – Em duplas, cada integrante vai elaborar um problema sobre sequência de números. Troquem de caderno para um resolver o problema do outro. Depois, destroquem para corrigi-los.
3. Resposta pessoal.

109

Apresentando a variável

O quadro apresentado mostra a relação entre as quantidades de quadrados e de canudos utilizados em cada figura da sequência. Essa relação será dada por uma expressão algébrica em que as grandezas envolvidas são representadas por letras.

Exercícios propostos

No **exercício 1**, os estudantes deverão considerar que a quantidade de quadrados corresponde à posição que a figura ocupa na sequência. Assim, a figura IV terá 4 quadrados e a figura V, 5 quadrados. Apresentamos a seguir as figuras IV e V:

Figura IV Figura V

Para essas figuras, a alternativa **b** continua válida, pois:

$13 = 3 \cdot 4 + 1$

$16 = 3 \cdot 5 + 1$

Para ampliar o **exercício 2**, que apresenta a sequência de números triangulares, pode-se explorar a sequência de números quadrados.

Figura 1

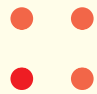


Figura 2

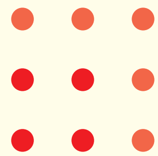


Figura 3

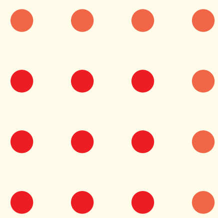


Figura 4

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Na sequência de quadrados, os estudantes podem observar que o número de bolinhas que cada figura tem é: 1, 4, 9, ... (que são os números naturais quadrados perfeitos, com exceção do zero). Proponha a eles alguns questionamentos acerca dessa sequência, por exemplo:

- Quantas bolinhas terá a figura 6? (36 bolinhas.)
- Que figura é formada por 100 bolinhas? (A figura 10.)

A resolução do **exercício 2** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 5.

O **exercício 3** apresenta uma proposta de elaboração de problemas sobre sequência numérica, permitindo avaliar como os estudantes expressam suas ideias e conhecimentos.

2. Generalizando conclusões

Neste item, desenvolve-se a noção de generalização. Analise com os estudantes a situação apresentada e retome a propriedade comutativa da adição, já estudada no **capítulo 2**.

Ressalte aos estudantes que, assim como foram usados a e b para indicar os dois números naturais quaisquer, poderia ter sido usado qualquer outro par de letras, ou seja, todas as sentenças a seguir expressam a propriedade comutativa da adição:

- $a + b = b + a$
- $x + y = y + x$
- $a + z = z + a$

2 Generalizando conclusões

Em uma viagem, a família de Lizandra pagou duas tarifas de pedágio na ida: a primeira, de 23 reais, e a outra, de 19 reais. Na volta, o primeiro pedágio custou 19 reais e o segundo, 23 reais. Eles gastaram mais no pedágio na ida ou na volta?

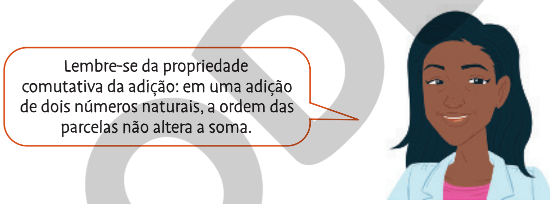
ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Para responder à pergunta, adicionamos os valores:

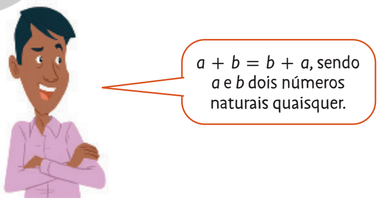
- na ida: $23 + 19 = 42$.
- na volta: $19 + 23 = 42$.

Concluímos que o gasto foi igual, na ida e na volta, pois apenas a ordem dos valores mudou. Há infinitos pares de números naturais que verificam essa propriedade. Acompanhe as falas dos professores que **generalizam** essa situação.

Generalizar: estender determinada propriedade ou relação para mais casos.



Outra maneira de dizer o mesmo é com o uso da linguagem algébrica.



ILUSTRAÇÕES: ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

- Sendo x e y dois números naturais quaisquer, as sentenças $x + y = y + x$ também seriam verdadeiras? **Orientações:** Espera-se que os estudantes indiquem que sim e que percebam que a mudança das letras a e b para x e y não invalida a igualdade.

Orientações: Organize a turma em dois grupos e promova um jogo entre eles. Peça a um deles que escreva na lousa sentenças em uma das linguagens verbal, como as do quadro a seguir, a fim de que o outro grupo "traduza" para a outra linguagem. Depois, invertem-se os papéis e os grupos.

Observe mais algumas sentenças com números naturais escritas na linguagem corrente e na linguagem algébrica.

Linguagem verbal	Linguagem algébrica
Em uma adição de três ou mais números, podemos associar as parcelas de modos diferentes sem alterar a soma.	$(a + b) + c = a + (b + c)$
Em uma multiplicação de dois números, a ordem dos fatores não altera o produto.	$a \cdot b = b \cdot a$
O número 1 é o elemento neutro da multiplicação.	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
Na multiplicação de um número pela soma de dois outros, podemos distribuir a multiplicação pelas parcelas.	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
Toda potência de expoente zero e base diferente de zero é igual a 1.	$a^0 = 1$, sendo $a \neq 0$
O dobro de um número, mais 4.	$2 \cdot a + 4$ ou $2a + 4$
O dobro da soma de um número com 4.	$2 \cdot (a + 4)$ ou $2(a + 4)$
A diferença dos quadrados de dois números.	$a^2 - b^2$
O quadrado da diferença de dois números.	$(a - b)^2$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

4 Escreva cada sentença dada a seguir em linguagem algébrica, para números naturais quaisquer.

a) O número zero é o elemento neutro da adição. **4. a)** $a + 0 = 0 + a = a$, sendo a um número natural.

b) Em uma multiplicação de três ou mais números, podemos associar os fatores de modos diferentes sem alterar o produto. **4. b)** $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, sendo a, b e c números naturais.

c) Toda potência de expoente 1 é igual à base. **4. c)** $a^1 = a$, sendo a um número natural qualquer.

5 Nas expressões algébricas a seguir, substitua as letras por números naturais quaisquer e, após efetuar as operações indicadas, compare os valores obtidos. O que você conclui?

a) $(a + b)^2$ e $a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

b) $(a - b)^2$ e $a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

c) $(a + b) \cdot (a - b)$ e $a^2 - b^2$

Agora, verifique com um colega se a conclusão dele é a mesma que a sua. **5.** As expressões são equivalentes para os valores testados.

6 *Hora de criar* – Escreva uma sentença algébrica e elabore um problema sobre essa sentença. Proponha a um colega que o resolva e, depois, conversem sobre a solução apresentada. **6.** Resposta pessoal.

3 Validando afirmações

Situação 1

Além de generalizar sentenças matemáticas, usamos a Álgebra para **demonstrar** se as afirmações são verdadeiras ou não.

Demonstrar: ato de validar, com argumentação precisa, determinadas afirmações.

ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

O critério diz que, quando a soma dos valores absolutos dos algarismos de um número é divisível por 9, esse número é divisível por 9. Por quê?

Vamos demonstrar esse critério de divisibilidade para um número de quatro algarismos, representando-o por *abcd* e escrevendo-o como a soma de dois números múltiplos de 9. Convém lembrar que 3 762, por exemplo, pode ser escrito como $1000 \cdot 3 + 100 \cdot 7 + 10 \cdot 6 + 2$. Acompanhe a seguir.

SIDNEY MEIRELES/ARQUIVO DA EDITORA

Generalizando conclusões

Ao explorar o quadro, se necessário, recorde as propriedades da adição e da multiplicação de números naturais. Ressalte a diferenciação entre expressões do tipo:

- o dobro de um número menos 5 → $2 \cdot x - 5$; o dobro da diferença entre um número e 5 → $2 \cdot (x - 5)$;
- o triplo do quadrado de um número → $3 \cdot x^2$; o quadrado do triplo de um número → $(3 \cdot x)^2$.

Exercícios propostos

Nestes exercícios, alguns estudantes podem escrever suas respostas na lousa e comparar o que há de diferente e de similar entre elas.

As resoluções dos **exercícios 4** a **6** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 5.

3. Validando afirmações

Habilidade da BNCC: **EF06MA14**.

Ainda nesta página, promova investigações antes de cada demonstração. É importante os estudantes constatarem que "se as duas parcelas de uma adição forem divisíveis por um número natural, então essa soma também será divisível por esse número", o que contribuirá para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA14). Proponha a eles adições como: $99 = 9 + 90$ e $108 = 81 + 27$, de modo que reconheçam que 9, 90, 81 e 27 são divisíveis por 9, pois são múltiplos de 9. Caso haja dúvidas, sugira aos estudantes que escrevam cada um desses números como produto de dois fatores, sendo um deles o 9:

$9 = 1 \cdot 9$; $90 = 10 \cdot 9$;
$81 = 9 \cdot 9$; $27 = 3 \cdot 9$

As parcelas dessas adições são múltiplos de 9 e, portanto, divisíveis por 9.

Em seguida, devem verificar se 99 e 108 também são divisíveis por 9. São estratégias: efetuar a divisão desses números por 9, decompor cada número em um produto com fator 9 ou outro. Para qualquer estratégia, eles devem concluir que 99 e 108 são divisíveis por 9. Ressalte que 99 é a soma de dois números naturais divisíveis por 9 e ele próprio é divisível por 9; o mesmo ocorre com 108.

Comente que isso é sempre válido para qualquer adição desse tipo.

Validando afirmações

Para discutir a divisibilidade por 9, tomando um número de quatro algarismos, relembre também:

- a decomposição desse número segundo suas ordens:

  $abcd = a \cdot 1000 + b \cdot 100 + {}$ $+ c \cdot 10 + d$;

- a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e sua aplicação em alguns exemplos:

  a) $5 \cdot (40 + 2) = 5 \cdot 40 + 5 \cdot 2$

  b) $10 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 15 \cdot 7 =$
  $= (\mathbf{5} \cdot 2) \cdot 2 + \mathbf{5} \cdot 3 +$
  $+ (\mathbf{5} \cdot 3) \cdot 7 =$
  $= \mathbf{5} \cdot (2 \cdot 2) + \mathbf{5} \cdot 3 +$
  $+ \mathbf{5} \cdot (3 \cdot 7) =$
  $= \mathbf{5} \cdot 4 + \mathbf{5} \cdot 3 + \mathbf{5} \cdot 21 =$
  $= \mathbf{5} \cdot (4 + 3 + 21)$

Converse com a turma sobre os passos da demonstração referente à divisibilidade por 9 apresentada no livro do estudante. Comente que esse procedimento é válido para qualquer número natural (não só para os que têm quatro algarismos), já que essa decomposição é possível para todo número natural.

Antes da justificativa do critério de divisibilidade por 6, sugerimos retomar os critérios de divisibilidade por 2 e por 3.

- Um número é divisível por 2 quando ele é par, ou seja, termina em 0, 2, 4, 6 ou 8. São divisíveis por 2, por exemplo: 126, 392, 798, 1 354 (todos os números pares).
- Um número é divisível por 3 quando a soma de seus algarismos for divisível por 3. São divisíveis por 3, por exemplo: 396 ($3 + 9 + 6 = 18$; 18 é divisível por 3), 5 349 ($5 + 3 + 4 + 9 = 21$; 21 é divisível por 3).

Ressalte que há números naturais divisíveis por 2 e por 3, como é o caso do 396. Em seguida, discuta o processo apresentado que justifica o critério de divisibilidade por 6.

$$abcd = 1000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d$$
$$abcd = (999 + 1) \cdot a + (99 + 1) \cdot b + (9 + 1) \cdot c + d$$
$$abcd = 999 \cdot a + 1 \cdot a + 99 \cdot b + 1 \cdot b + 9 \cdot c + 1 \cdot c + d$$
$$abcd = 999 \cdot a + 99 \cdot b + 9 \cdot c + (a + b + c + d)$$
$$abcd = \underbrace{9 \cdot (111 \cdot a + 11 \cdot b + c)}_{\text{parcela divisível por 9}} + \underbrace{(a + b + c + d)}_{\text{outra parcela}}$$

Para quaisquer valores de *a*, *b*, *c* e *d*, a primeira parcela é divisível por 9 porque ela é um número múltiplo de 9. Se a outra parcela $(a + b + c + d)$, que é a soma dos valores absolutos dos algarismos, também for, então a soma delas, isto é, o número *abcd*, será divisível por 9.

Assim, fica demonstrado que:

> Quando a soma dos valores absolutos dos algarismos de um número de quatro algarismos é divisível por 9, esse número é divisível por 9.

Para um número com mais ou com menos algarismos, o procedimento é o mesmo.

Por exemplo, 42 507 é divisível por 9 porque $4 + 2 + 5 + 0 + 7 = 18$, que é divisível por 9. Verifique efetuando a divisão de 42 507 por 9.

Situação 2

O critério diz que um número natural qualquer é divisível por 6 somente quando ele é divisível por 2 e por 3. Vamos demonstrar a razão disso.

Antes de pensar em um número natural genérico representado por uma letra, vamos pensar, por exemplo, no número 114.

Verificamos que 114 é divisível por 2 porque termina em 4.

Então, existe um número (57) que, multiplicado por 2, dá 114, isto é, $114 = 2 \cdot 57$.

Por sua vez, 57 é divisível por 3 porque $5 + 7 = 12$ e 12 é divisível por 3.

Então, existe um número (19) que, multiplicado por 3, dá 57, isto é, $57 = 3 \cdot 19$.

Na igualdade $114 = 2 \cdot 57$, podemos substituir 57 por $3 \cdot 19$ e ficamos com $114 = 2 \cdot 57 = 2 \cdot (3 \cdot 19) = (2 \cdot 3) \cdot 19 = 6 \cdot 19$.

Como $114 = 6 \cdot 19$, concluímos que 114 é divisível por 6.

Agora, considerando um número natural qualquer, vamos generalizar. Para isso, representamos esse número por uma letra, por exemplo, *x*. Vamos supor que o número *x* seja divisível por 2 e por 3 e vamos proceder como fizemos com o número 114 para provar que *x* é divisível por 6.

Se *x* é divisível por 2, então existe um número natural *y* de modo que $x = 2 \cdot y$.

Se o número *x*, ou seja, $(2 \cdot y)$ é divisível por 3, então o número *y* também é divisível por 3; logo, existe um número natural *z* de modo que $y = 3 \cdot z$.

Na igualdade $x = 2 \cdot y$, podemos substituir *y* por $(3 \cdot z)$.

Assim, temos $x = 2 \cdot y = 2 \cdot (3 \cdot z)$ ou $(2 \cdot 3) \cdot z$ ou, ainda, $x = 6 \cdot z$.

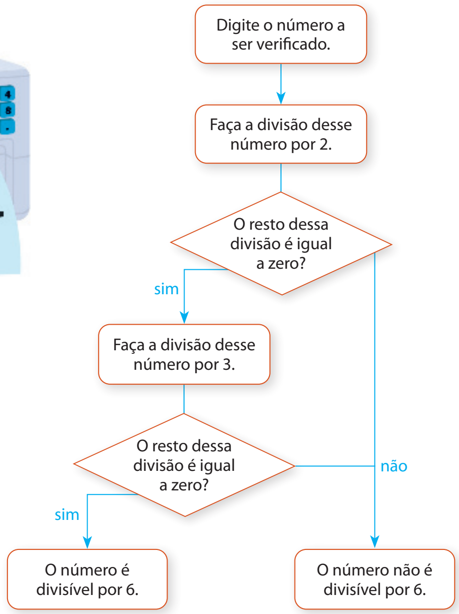
Como o número *x* é igual a $6 \cdot z$, ou seja, é múltiplo de 6, concluímos que *x* é divisível por 6.

ILUSTRAÇÕES: SIDNEY MEIRELES/ARQUIVO DA EDITORA

Com base na validação sobre a divisibilidade por 6, podemos montar um fluxograma. Vamos considerar que esse fluxograma serviria de base para programar uma máquina que verificaria se um número natural qualquer é ou não divisível por 6.

Fluxograma da divisibilidade por 6

ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

7 Responda às questões no caderno.

a) Todo número x divisível por 9 também é divisível por 3? Por quê? **7. a)** Sim, porque $x = 9 \cdot y = 3 \cdot (3 \cdot y)$.

b) Todo número x divisível por 8 também é divisível por 4? Por quê? **7. b)** Sim, porque $x = 8 \cdot y = 4 \cdot (2 \cdot y)$.

c) Todo número x divisível por 2 também é divisível por 4? Por quê? **7. c)** Não; por exemplo, 6 é divisível por 2 e não é divisível por 4.

8 Junte-se a um colega e demonstrem que um número de três algarismos *abc* é divisível por 3 quando a soma $(a + b + c)$ é divisível por 3. **8.** Demonstração.

9 Junte-se a um colega e demonstrem que um número do tipo *abc*6 é divisível por 2. **9.** Demonstração.

10 Construa um fluxograma que possa ser usado para verificar se um número natural é divisível por 20. Depois, compare seu fluxograma com os de outros colegas da turma e verifique se há mais de uma possibilidade de realizar essa construção. **10.** Construção de figura. Resposta pessoal.

11 *Hora de criar* – Em duplas, cada integrante vai elaborar um problema sobre divisibilidade. Troquem de caderno para um resolver o problema do outro. Depois, destroquem para corrigi-los. **11.** Resposta pessoal.

Validando afirmações

Peça a cada estudante que leia uma etapa do fluxograma, e esclareça possíveis dúvidas, de modo a contribuir para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA34).

Exercícios propostos

No **exercício 7**, converse com os estudantes sobre o fato de que, para justificar a falsidade de uma afirmação, basta mostrar um contraexemplo (como para o item **c**), mas, para mostrar a veracidade, é necessário um argumento geral (como para os itens **a** e **b**).

No **exercício 8** é solicitado aos estudantes uma demonstração relacionada à divisibilidade por 3. Acompanhe: Um número natural qualquer *abc* de três algarismos pode ser escrito como:

$$abc = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c =$$
$$= (1 + 99) \cdot a + (1 + 9) \cdot b + c =$$
$$= a + 99 \cdot a + b + 9 \cdot b + c =$$
$$= 99 \cdot a + 9 \cdot b + (a + b + c) =$$
$$= 3 \cdot 33 \cdot a + 3 \cdot 3 \cdot b + (a + b + c) =$$
$$= 3 \cdot (33 \cdot a + 3 \cdot b) + (a + b + c)$$

Para quaisquer valores de *a*, *b* e *c*, a primeira parcela é divisível por 3, pois é um número múltiplo de 3. Se a outra parcela $(a + b + c)$, que é a soma dos algarismos do número *abc*, também for divisível por 3, ou seja, se a soma dos algarismos do número *abc* for divisível por 3, então o número *abc* será divisível por 3.

Para o **exercício 9**, um exemplo de resposta é que um número da forma *abc*6 termina em 6; logo, ele é par, garantindo que esse número é divisível por 2, para quaisquer valores de *a*, *b* e *c*.

A resolução do **exercício 10** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 5.

Oriente os estudantes na elaboração proposta no **exercício 11**. Se considerar adequado, organize-os em diferentes grupos para que cada grupo construa um fluxograma com base em determinado critério. Após as construções, solicite que compartilhem com os demais colegas de turma.

Trabalhando a informação

Habilidades da BNCC: **EF06MA31** e **EF06MA32**.

Esta seção amplia a abordagem da Unidade Temática **Probabilidade e estatística** neste volume, aprofundando os conhecimentos que os estudantes já construíram acerca desse tipo de gráfico. O objetivo é levá-los a construir um gráfico de colunas com base em dados já tabulados em uma lista ou que eles mesmos possam tabular, contribuindo para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA31) e (EF06MA32). Essa atividade permite explorar:

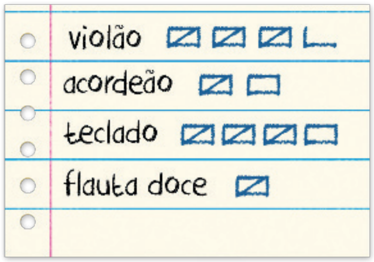
- Duas formas de representação: tabela e gráfico de colunas.
- O conceito de escala – podem-se construir gráficos em diferentes escalas e discutir a escolha da escala.
- A construção das colunas – podem-se apresentar alguns gráficos de colunas nos quais a distância entre as colunas varie e promover uma discussão a fim de que os estudantes percebam que, para garantir a clareza na interpretação das informações, é conveniente que a distância entre as colunas e as barras seja sempre a mesma.
- A leitura e a interpretação de tabelas e gráficos de colunas.
- A identificação dos elementos constitutivos de um gráfico.

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

Construindo um gráfico de colunas

Na escola de música onde Cláudio é professor foi feita uma pesquisa de interesse para a formação de novas turmas que contou com 50 votos. Nessa pesquisa, os interessados podiam escolher entre os seguintes instrumentos: violão, acordeão, teclado ou flauta doce. Com o resultado da pesquisa, Cláudio formará duas turmas com os dois instrumentos mais votados.

Os votos foram registrados em uma folha de caderno, conforme mostrado a seguir.



LIGIA DUQUE/ARQUIVO DA EDITORA

(As imagens não respeitam as proporções reais entre os objetos.)

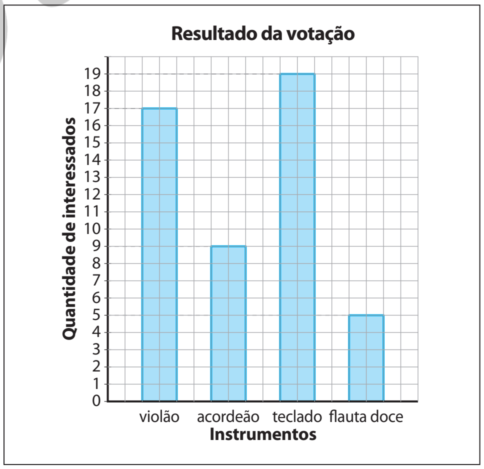
Com essas informações, Cláudio construiu uma tabela. Elas também podem ser apresentadas em um gráfico de colunas.

Resultado da votação	
Instrumentos	**Quantidade de interessados**
Violão	17
Acordeão	9
Teclado	19
Flauta doce	5

Dados obtidos pelo professor Cláudio.

Para construir esse gráfico, com o auxílio de uma régua, fazemos o seguinte:

- Traçamos uma linha vertical, na qual registramos a quantidade de interessados, e uma linha horizontal, na qual registramos os instrumentos.
- Escolhemos uma unidade de medida adequada para que os valores indicados na tabela caibam na linha vertical e outra para que as larguras das colunas caibam na linha horizontal. Para facilitar a leitura, convém que essas larguras sejam iguais.
- Traçamos as colunas. A coluna do violão deve ter 17 unidades de altura, pois há 17 interessados. A coluna do acordeão deve ser construída com 9 unidades de altura e, da mesma forma, as colunas do teclado e da flauta doce devem ter 19 e 5 unidades de altura, respectivamente, correspondentes às escolhas dos interessados.
- Completamos o gráfico nomeando as linhas vertical e horizontal, chamadas **eixos**, dando um título ao gráfico e indicando a fonte dos dados.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pelo professor Cláudio.

Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 A professora Célia precisou classificar os participantes do coral segundo o tipo de voz e organizou os dados na tabela a seguir.

Participantes do coral	
Tipo de voz	**Quantidade de alunos**
Tenor	4
Barítono	6
Baixo	12
Soprano	9
Contralto	5

Dados obtidos pela professora Célia.

1. a) Tenor: voz masculina mais aguda; barítono: voz masculina mais grave que a do tenor; baixo: voz masculina mais grave que a do barítono; soprano: voz feminina mais aguda; contralto: voz feminina mais grave.

a) Pesquise o significado de cada tipo de voz que aparece na tabela.

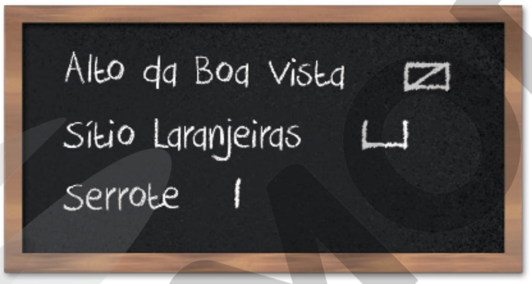
b) Construa, em papel quadriculado, um gráfico de colunas para representar os tipos de voz dos alunos do coral. **1. b)** Construção de gráfico.

c) Que tipo de voz masculina mais aparece nessa pesquisa? E feminina? **1. c)** Baixo; soprano.

d) Entre os tipos de voz, há algum que tem o dobro de alunos de outra voz? Em caso afirmativo, qual? **1. d)** Sim, o número de baixos é o dobro do número de barítonos.

e) Entre os tipos de voz, há algum que tem o triplo de alunos de outra voz? Em caso afirmativo, qual? **1. e)** Sim, o número de baixos é o triplo do número de tenores.

2 Seguindo as orientações do professor, os estudantes devem anotar no quadro de giz a localidade onde moram, ou seja, o bairro, sítio ou a comunidade, fazendo uma lista como a do exemplo a seguir. Quando todos os estudantes já tiverem anotado, faça o que se pede.



LIGIA DUQUE/ARQUIVO DA EDITORA

a) Organize os dados em uma tabela e, com eles, construa um gráfico de colunas. **2. a)** Resposta pessoal.

b) Compare o seu gráfico com o de um colega da turma para verificar se há diferenças. Se houver, explique por que isso ocorreu. **2. b)** Resposta pessoal.

c) Há alguma localidade que se destaca na pesquisa pela quantidade de estudantes que lá vivem? Se houver, qual? **2. c)** Respostas pessoais.

d) Apenas com os dados observados no gráfico, é possível descobrir quantos estudantes responderam à pesquisa? Em caso afirmativo, como? **2. d)** Sim; basta adicionar os valores correspondentes a cada coluna.

115

Agora quem trabalha é você!

Na **atividade 1**, inicialmente proponha alguns questionamentos acerca da tabela apresentada:

- Quais são as variáveis envolvidas na tabela organizada pela professora Célia? (Resposta esperada: Tipo de voz e quantidade de alunos.)
- O que indica a quantidade de alunos nessa situação? (Resposta esperada: Determina a frequência (número de vezes) com que cada tipo de voz aparece nos participantes do coral.)
- Qual é a frequência dos sopranos? (Resposta esperada: 9.)
- Que tipo de voz teve frequência 6? O que isso significa? (Respostas esperadas: Barítono; isso significa que há 6 barítonos no grupo de participantes desse coral.)
- Ao adicionar todas as frequências, o que se obtém? (Resposta esperada: O total de participantes do coral.)
- Quantos alunos participam desse coral? (Resposta esperada: 36 alunos.)

Para o **item b**, questione:

- Que título você dará para seu gráfico? Por quê? (Espera-se que os estudantes coloquem o mesmo título da tabela, já que o gráfico será feito com base nela, mas isso não é obrigatório. O importante é analisar as justificativas para verificar como eles pensaram.)
- Qual é a fonte das informações que você colocará no seu gráfico? Por quê? (Espera-se que os estudantes considerem também a fonte da tabela.)

A resolução da **atividade 1** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 5.

Na **atividade 2**, é importante os estudantes terem a oportunidade de realizar uma pesquisa simples, como a sugerida, relativa à localidade onde moram. Também pode ter outra temática, como time de futebol para o qual torcem, lanche ou merenda favorita, desenho animado favorito ou uma pesquisa de interesse da turma.

4. Propriedades da igualdade

Habilidade da BNCC: **EF06MA14**.

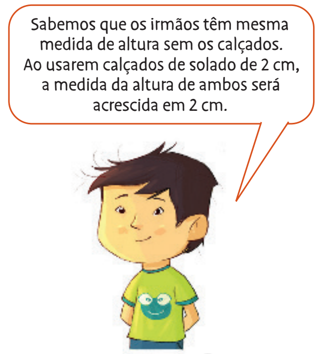
Nesta página trabalhamos o princípio aditivo de uma igualdade, que está relacionado à habilidade (EF06MA14). Espera-se que os estudantes compreendam que a aplicação desse princípio garante a obtenção de novas igualdades equivalentes à original, adicionando ou subtraindo um mesmo número nos dois membros da igualdade. Discuta a situação apresentada com os estudantes e amplie com outras.

Também apresentamos o princípio multiplicativo de uma igualdade, em que multiplicam-se ou dividem-se os dois membros de uma igualdade por um número diferente de zero para obter novas igualdades equivalentes entre si.

Discuta a situação apresentada com os estudantes e amplie com outras. Retome a notação simplificada da multiplicação, por exemplo: $2 \cdot x$ pode ser indicado apenas por $2x$, $x \cdot 2$ por $2x$ também, $a \cdot b$ por ab, $2 \cdot (5 + x)$ por $2(5 + x)$.

4 Propriedades da igualdade

Letícia e Adriano são gêmeos e têm a mesma medida de altura. Em um parque de diversões, ao tentar entrar em um brinquedo, foram barrados pela altura. Não tiveram dúvida, tiraram os calçados e puderam entrar.



TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Representando a medida da altura de Letícia por x e a de Adriano por y, ambos calçados, e supondo que os tênis de cada um têm solado de 2 cm, podemos escrever:

Se $x = y$, então $x - 2 = y - 2$.

E vice-versa: se $x - 2 = y - 2$, então $x = y$.

Usamos aqui uma propriedade da igualdade que os matemáticos chamam **princípio aditivo**.

> Adicionando ou subtraindo um mesmo número nos dois membros de uma igualdade, obtemos uma nova igualdade.

Observe alguns exemplos.

a) $3x - 15 = x + 4 - 15$ equivale a $3x - 15 + 15 = x + 4 - 15 + 15$, ou seja, a $3x = x + 4$.

b) $8 + 2y = y + 13$ equivale a $8 + 2y - y = y + 13 - y$, ou seja, a $8 + y = 13$.

Acompanhe agora esta outra situação.

Orientações: Peça a um grupo de estudantes que faça uma breve dramatização dessa situação. A seguir, proponha uma discussão sobre procedimentos de sociabilidade, empatia e acolhimento.

TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Se, para um grupo x de pessoas, havia quantidades adequadas de pratos, de talheres, de cadeiras, ao duplicar o número de pessoas deve-se duplicar também o número de pratos, de talheres, de cadeiras.

Na situação anterior, temos outra propriedade da igualdade, chamada **princípio multiplicativo**.

> Multiplicando os dois membros de uma igualdade por um mesmo número, ou dividindo-os por um mesmo número diferente de zero, obtemos uma nova igualdade.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

12 A garagem da casa de meu vizinho tem 492 centímetros de medida de comprimento. Quando estaciona seu carro, ele sabe que sobram 77 centímetros. Qual é a medida do comprimento desse carro? **12.** 415 centímetros.

13 O total pago por Norma na compra de uma mesa e quatro cadeiras foi de 1 220 reais. Ela lembra que o preço da mesa foi 580 reais, mas esqueceu quanto custou cada cadeira. Ajude Norma a calcular o preço de uma cadeira. **13.** 160 reais.

14 Para pagar a conta do supermercado, Marcela deu uma cédula de cinquenta reais. A funcionária do caixa pediu mais sete reais e disse que assim lhe devolveria vinte reais de troco. Quanto Marcela gastou nessa compra?

BANCO CENTRAL DO BRASIL

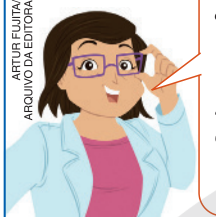
14. 37 reais.

PARA SABER MAIS

A temperatura e a Álgebra

Você já imaginou viver em um lugar onde o trabalho dos bombeiros é incendiar, e não apagar? Viver em um mundo onde todo livro é considerado prejudicial ao ser humano e, por isso, deve ser queimado?

Esse mundo acontece no romance *Fahrenheit 451*, de Ray Bradbury, de 1953, que depois foi transformado em filme. O nome faz referência à temperatura 451, na escala Fahrenheit, em que os livros são queimados.



ARTUR FUJITA/ ARQUIVO DA EDITORA

Temperatura é a grandeza que caracteriza o estado térmico de um corpo, que indica o quanto as suas moléculas estão mais ou estão menos agitadas, isto é, quanto ele está mais "quente" ou mais "frio". Quando dois corpos em contato atingem a mesma temperatura, dizemos que esses corpos estão em **equilíbrio térmico**.

Há outras escalas de medida de temperatura, como a Celsius e a Kelvin.

Quando imaginamos estar com febre, medimos a temperatura de nosso corpo com um termômetro que, no Brasil e na maioria dos países, é graduado na escala Celsius. Colocamos o termômetro em contato com o corpo durante cerca de dois minutos até que corpo e termômetro entrem em equilíbrio térmico e, então, lemos a medida da temperatura no termômetro.

EVERETT COLLECTION/FOTOARENA

Cena do filme *Fahrenheit 451*, de 1966.

A escala Celsius lembra uma régua em que 0 °C (lemos: "zero grau Celsius") corresponde à medida da temperatura em que a água congela (ponto de fusão da água) e 100 °C (lemos: "cem graus Celsius") correspondem à medida da temperatura em que a água ferve (ponto de ebulição da água).

Na escala Kelvin, a água congela a 273 K (lemos: "duzentos e setenta e três kelvin") e ferve a 373 K (lemos: "trezentos e setenta e três kelvin").

Observe que, nas duas escalas, a diferença entre o ponto de ebulição e o ponto de fusão é igual a 100.

Podemos escrever uma expressão algébrica que relaciona as temperaturas medidas nessas duas escalas. Adotando T_K e T_C como as variáveis de temperatura, respectivamente, em kelvin e Celsius, temos:

$$T_K = T_C + 273 \text{ (I)}$$

Exercícios propostos

No bloco de exercícios, proponha aos estudantes que realizem as atividades em duplas e discuta as situações com cada dupla, sempre que perceber a necessidade de sua intervenção.

Na resolução dos exercícios propostos oriente os estudantes a representar as situações por meio de uma expressão algébrica, mas outros caminhos de resolução devem ser validados.

No **exercício 12**, para determinar a medida x do comprimento do carro, pode-se fazer:

$x + 77 = 492$

$x + 77 - 77 = 492 - 77$

$x = 415$

Logo, a medida do comprimento do carro é de 415 centímetros.

Ao resolver o **exercício 13**, os estudantes podem considerar o preço de cada cadeira igual a x:

$4x + 580 = 1\,220$

$4x + 580 - 580 = 1\,220 - 580$

$4x = 640$

$4x : 4 = 640 : 4$

$x = 160$

Logo, o preço de cada cadeira é 160 reais.

Para o **exercício 14**, pode-se considerar o valor da compra de Marcela como x. Assim, obtemos:

$x + 20 = 50 + 7$

$x + 20 = 57$

$x + 20 - 20 = 57 - 20$

$x = 37$

Logo, Marcela gastou 37 reais.

Para saber mais

Nesta seção, explore a situação apresentada e verifique os conhecimentos que os estudantes já construíram acerca dessa nova grandeza – a temperatura –, se sabem como medi-la e qual instrumento é adequado para essa medição. Pode-se propor um trabalho interdisciplinar com Ciências da Natureza.

Agora é com você!

Discuta as questões propostas, ressaltando a importância da linguagem algébrica para estabelecer relações e fórmulas que são usadas em muitas outras áreas do conhecimento, como Física, Química, Biologia, entre outras.

As resoluções e comentários sobre as **atividades 1** a **3** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 5.

Exercícios complementares

Neste bloco de exercícios, os estudantes têm a oportunidade de retomar os principais conceitos tratados no capítulo e verificar possíveis dificuldades que ainda restem.

Sugerimos que os exercícios sejam desenvolvidos em duplas, o que ampliará e enriquecerá o repertório de estratégias que os estudantes já têm e consolidará os conhecimentos construídos.

Para responderem ao **item a** do **exercício 1**, eles devem identificar a regularidade presente na sequência apresentada. Eles devem perceber que a quantidade de bolinhas azuis é dada por:

$n + (n - 1) + (n - 2) + ... + (n - n)$, em que n é maior que 1 e é o número da posição da figura na sequência.

Assim, o número de bolinhas azuis das figuras 5, 7 e 9 podem ser dadas por:

Figura 5: $5 + (5 - 1) + (5 - 2) + (5 - 3) + (5 - 4) + (5 - 5) = 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 15$

Figura 7: $7 + (7 - 1) + (7 - 2) + (7 - 3) + (7 - 4) + (7 - 5) + (7 - 6) + (7 - 7) = 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 28$

Figura 9: $9 + (9 - 1) + (9 - 2) + (9 - 3) + (9 - 4) + (9 - 5) + (9 - 6) + (9 - 7) + (9 - 8) + (9 - 9) = 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 45$

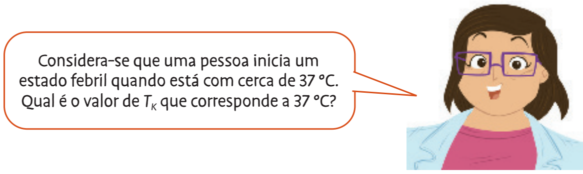
Para este caso, os estudantes também podem considerar que a partir da figura 4, a figura 5 terá uma fileira de 5 bolinhas azuis a mais, e assim sucessivamente; logo:

Figura 5 = 10 + 5 = 15

Figura 7 = 15 + 6 + 7 = 28

Figura 9 = 28 + 8 + 9 = 45

As resoluções dos demais itens do **exercício 1** e do **exercício 2** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 5.



ARTUR FUJITA/ ARQUIVO DA EDITORA

Para fazer esse cálculo, basta substituir na expressão (I) T_C por 37 °C. Assim, temos:

$$T_K = T_C + 273$$

$T_K = 37 + 273 = 310$ (valor numérico da expressão $T_C + 273$ quando T_C é 37.)

Portanto, uma pessoa com 310 K já está em estado febril.

Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Para saber mais:

1 Um cão pequeno sente-se bem a uma temperatura de medida de 38 a 39 graus Celsius. E na escala Kelvin, qual seria o intervalo saudável para esse cão? **1.** De 311 K a 312 K.

2 O manual de determinado computador informa que o processador trabalha bem a uma temperatura de medida igual a 333 k. Isso corresponde a quantos graus Celsius? **2.** 60 °C.

3 Sabe-se que o peixe acará-bandeira (*Pterophyllum scalare*) vive em águas com temperatura medindo 24 e 27 graus Celsius.

Cauê mora em um local muito frio e precisa controlar a temperatura da água do aquário de seus peixinhos acarás-bandeiras. Para isso, ele comprou um termômetro importado que usa a escala Kelvin. Que medida de temperatura esse termômetro deve registrar para os peixes ficarem bem? **3.** De 297 K a 300 K.

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Exercícios complementares:

1 As figuras a seguir representam o início de uma sequência infinita do que chamamos números quadrados. Cada um deles é igual à soma de dois números triangulares.

NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

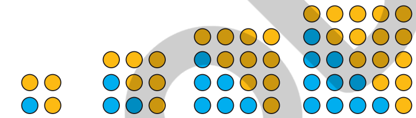


Figura 1: 4 = 1 + 3 | Figura 2: 9 = 3 + 6 | Figura 3: 16 = 6 + 10 | Figura 4: 25 = 10 + 15

1. a) 15, 28 e 45 bolinhas azuis.

a) Mantendo o mesmo padrão de formação, qual será o número de bolinhas azuis da figura 5? E da figura 7? E da figura 9?

b) E qual será o número de bolinhas amarelas da figura 5? E da figura 7?

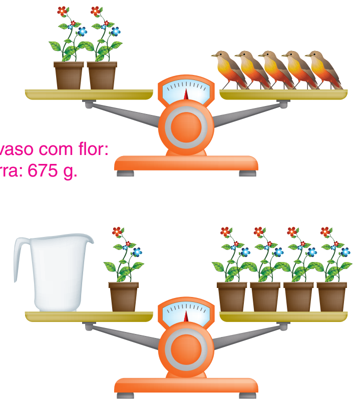
c) Seguindo o mesmo padrão, qual será o número quadrado da figura 5? E da figura 7? E da figura n? **1. c)** 36; 64; $(n + 1)^2$.

d) Qual é o número da figura que terá, no total, 100 bolinhas? Quantas bolinhas azuis ela terá? E quantas bolinhas amarelas?

1. d) Figura 9, 45 bolinhas azuis e 55 bolinhas amarelas.

1. b) 21 e 36 bolinhas, respectivamente.

2 Nas figuras a seguir, as balanças estão equilibradas. Sabendo que a medida da massa de cada sabiá é igual a 90 gramas e que os vasos têm massas de mesma medida, qual é a medida da massa, em grama, de cada vaso com flor? E qual é a medida da massa da jarra?



ALEX ARGOZINO/ARQUIVO DA EDITORA

2. Cada vaso com flor: 225 g; jarra: 675 g.

VERIFICANDO

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Na linguagem algébrica, como podemos representar o triplo de um número mais a sua metade? **1.** Alternativa **c**.

a) $3x + \frac{1}{2}$ c) $3x + \frac{x}{2}$

b) $x^3 + \frac{x}{2}$ d) $x^3 + \frac{1}{2}$

2 Observe a seguinte expressão:

A propriedade que está relacionada a essa expressão é: **2.** Alternativa **c**.

a) propriedade comutativa da multiplicação.
b) propriedade distributiva da adição.
c) propriedade comutativa da adição.
d) propriedade distributiva da multiplicação.

3 Um número que é divisível por 15 precisa ser divisível por: **3.** Alternativa **a**.

a) 3 e 5. c) 5 e 10.
b) 3 e 10. d) 10 e 15.

4 Adicionar ou subtrair um mesmo número nos dois membros de uma igualdade refere-se a qual propriedade? **4.** Alternativa **d**.

a) Comutativa. c) Elemento neutro.
b) Distributiva. d) Princípio aditivo.

5 Ao subtrairmos 12 dos dois membros da igualdade $2x + 12 = 24 + x$, obtemos: **5.** Alternativa **a**.

a) $2x = 12 + x$. c) $2x + 24 = 36 + x$.
b) $2x = 24 + 12x$. d) $2x - 12 = 12 + x$.

6 Ao multiplicarmos por 3 os dois membros da igualdade $x + \frac{1}{3} = 6$, obtemos: **6.** Alternativa **b**.

a) $3x + \frac{1}{9} = 18$ c) $3x + 3 = 18$

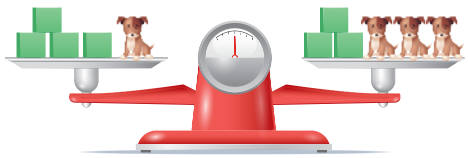
b) $3x + 1 = 18$ d) $3x + 9 = 18$

7 A expressão que representa o triplo da diferença de um número com 7 é: **7.** Alternativa **d**.

a) $3x - 7$ c) $\frac{1}{3}x - 7$

b) $x^3 - 7$ d) $3 \cdot (x - 7)$

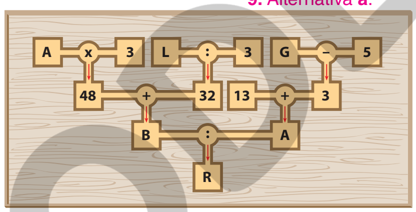
8 Observe a imagem.



Sabendo que a medida da massa de cada caixa é igual a 10 quilogramas e que os cachorros de pelúcia têm massas de mesma medida, que expressão representa essa situação? **8.** Alternativa **b**.

a) $10 + 4y = 30 + 3y$.
b) $40 + y = 30 + 3y$.
c) $30 + y = 40 + 3y$.
d) $40 + 4y = 30 + y$.

9 No esquema a seguir, qual é o valor de R? **9.** Alternativa **a**.



a) 5 b) 10 c) 16 d) 26

Organizando

Vamos organizar o que você aprendeu neste capítulo? Para isso, responda às questões à seguir.

a) Escreva uma expressão algébrica e identifique as variáveis. Atribua números naturais às variáveis e calcule o valor numérico da expressão. *Organizando*: **a)** Resposta pessoal.

b) Escreva uma sentença com números naturais na linguagem verbal e na linguagem algébrica. **b)** Resposta pessoal.

c) O que ocorre quando, em uma igualdade, adicionamos ou subtraímos um mesmo número em ambos os membros? Dê um exemplo. **c)** A igualdade se mantém. Resposta pessoal.

d) E o que ocorre quando, em uma igualdade, multiplicamos ou dividimos ambos os membros por um mesmo número diferente de 0? Dê um exemplo. **d)** A igualdade se mantém. Resposta pessoal.

Verificando

Esses exercícios são mais uma oportunidade para os estudantes validarem o entendimento do conteúdo estudado neste capítulo. Oriente-os a reverem os conteúdos estudados caso alguma dúvida persista.

No **teste 1** devem ler atentamente o comando da atividade e interpretar corretamente o significado de “o triplo de um número mais a sua metade”, deste modo, devem considerar que o triplo de um número deve ser representado por $3x$ e não por x^3, desconsiderando, as alternativas **b** e **d**. A expressão “sua metade” deve ser entendida como a metade do número, ou seja, $\frac{x}{2}$ e não o número $\frac{1}{2}$. Logo, a alternativa correta é a **c**. Para os estudantes que tiverem dificuldades com este teste, retome outros exemplos relacionando a linguagem escrita e falada com a linguagem algébrica, para que possam compreender e representar corretamente tais situações.

O **teste 2** tem o objetivo de avaliar a compreensão dos estudantes em relação às propriedades das operações estudadas, no caso, a expressão ilustrada representa a propriedade comutativa da adição: em uma adição de dois números naturais, a ordem das parcelas não altera a soma. Logo, a alternativa correta é a **c**. Para os estudantes que não identificarem corretamente a propriedade, retome os exemplos estudados no capítulo 2 deste livro.

As resoluções dos **testes 3** a **9** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 5.

Organizando

Ao retomarem os estudos para responder às questões propostas, incentive os estudantes a organizarem o aprendizado, fazendo resumos, quadros de destaque ou mapas conceituais para os conceitos que considerarem importantes.

As resoluções dos **itens a** a **d** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 5.

Diversificando

Nesta seção, os estudantes podem ter dificuldade para entender o uso dos colchetes. Comente que continuaremos a chamar de “parcelas” os elementos que estão sendo operados e de “soma” o resultado. Note que:

- $[1 + 4] = 5$
- $[2 + 5] = 12$
  12 corresponde a $5 + 2 + 5$.
- $[3 + 6] = 21$
  21 corresponde a $12 + 3 + 6$.
- $[8 + 11] = ?$

Não se pode obter diretamente esse resultado, pois houve um “pulo” na sequência das operações, cujas parcelas aumentavam de 1 em 1, ou seja, é preciso obter antes os valores de $[4 + 7]$, $[5 + 8]$, $[6 + 9]$ e $[7 + 10]$, cujos valores, seguindo esse padrão, devem ser, respectivamente, 32 $(21 + 4 + 7)$, 45 $(32 + 5 + 8)$, 60 $(45 + 6 + 9)$ e 77 $(60 + 7 + 10)$. Assim, o valor de $[8 + 11]$ deve ser $77 + 8 + 11$, ou seja, 96.

No raciocínio de Nilza não se depende da soma anterior, uma relação que pode ser aplicada em cada operação independentemente das demais, o que é vantajoso. Sugira aos estudantes que obtenham a próxima soma, depois de $[8 + 11]$, pelo processo de Nilza.

A próxima soma é $[9 + 12]$, que pelo processo dela é dada por: $9 + 9 \cdot 12 = 9 + 108 = 117$.

Agora é com você!

O exemplo apresentado anteriormente auxiliará na compreensão da **questão 1**. Neste caso, os estudantes deverão efetuar:

$13 + 13 \cdot 16 = 13 + 208 = 221$

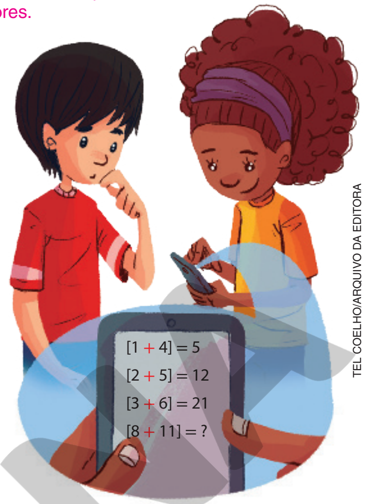
Na **questão 2**, sugira aos estudantes que observem as sequências das primeiras parcelas (1, 2, ...) e das segundas parcelas (4, 5, ...). O primeiro elemento da sequência das segundas parcelas (4) é 3 unidades maior do que o primeiro elemento das primeiras parcelas (1). Assim, se indicarmos por x um elemento da sequência das primeiras parcelas, deveremos indicar por $x + 3$ o elemento na posição correspondente na sequência das segundas parcelas.

DIVERSIFICANDO

Orientações: Observe aos estudantes que o sinal “+”, escrito em vermelho no celular, não corresponde, de fato, ao sinal da adição de números naturais, mas a alguma operação hipotética com esses números. Esse tipo de desafio utiliza artifícios para criar uma dificuldade extra aos seguidores.

Desafiando a sua inteligência

Nas redes sociais, circula um desafio que pede às pessoas, com base em três igualdades consideradas válidas, que completem a quarta igualdade.



TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Nilza e Carlos enfrentaram o desafio.

Carlos respondeu: $8 + 11 = 40$

Na sua opinião, ele acertou? Antes de prosseguir, tente resolver o desafio.

Qual é o padrão dessa sequência de igualdades, a **lei de formação** dela?

Vamos descobrir como Carlos chegou ao número 40.

Carlos observou cada linha isoladamente e percebeu que o resultado da 2ª linha (12) só seria obtido se ele fizesse uma adição entre o resultado da 1ª linha (5) aos números da esquerda da 2ª igualdade: $[2 + 5] + 5 = 12$.

Mas será que esse raciocínio também funcionava ao analisar a 3ª linha? Vejamos $[3 + 6]$ + resultado anterior = 21? Sim, pois $3 + 6 + 12 = 21$.

Então, Carlos repetiu o raciocínio para a linha seguinte, adicionando o resultado anterior para encontrar o próximo resultado: $(8 + 11) + 21 = 40$.

Observamos que Carlos usou um raciocínio por recorrência, pois para cada igualdade ele recorre à igualdade imediatamente anterior.

Já Nilza percebeu outro padrão de cálculo:

$[1 + 4] = 1 + 1 \cdot 4 = 5$ $\quad$ $[2 + 5] = 2 + 2 \cdot 5 = 12$ $\quad$ $[3 + 6] = 3 + 3 \cdot 6 = 21$

Pensando assim, ela calculou: $[8 + 11] = 8 + 8 \cdot 11 = 8 + 88 = 96$.

Como os dois conseguiram justificar o raciocínio que seguiram para obter sua resposta, podemos considerar que Carlos e Nilza estão corretos. Na Matemática, alguns problemas podem ter mais de uma resposta correta, e, quando isso ocorre, é importante justificar a resposta com argumentos válidos.

Note que Carlos teria chegado ao mesmo resultado de Nilza se tivesse seguido as etapas:

$[4 + 7] = 4 + 7 + 21 = 32$; $[5 + 8] = 5 + 8 + 32 = 45$; $[6 + 9] = 6 + 9 + 45 = 60$;
$[7 + 10] = 7 + 10 + 60 = 77$; e $[8 + 11] = 8 + 11 + 77 = 96$.

Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

2. A partir de $[8 + 11] = 96$, teria de obter $[9 + 12] = 117$; $[10 + 13] = 140$; $[11 + 14] = 165$; $[12 + 15] = 192$; e $[13 + 16] = 221$.

1 Considerando a sequência dada nesse texto, calcule o valor de $[13 + 16]$ utilizando o raciocínio de Nilza. **1.** 221

2 Explique como você faria para determinar o valor de $[13 + 16]$ utilizando o raciocínio de Carlos.

3 Com alguns colegas, criem desafios parecidos com o de Nilza e Carlos e tentem resolvê-los. Depois, apresentem aos demais colegas da turma para que eles os resolvam. **3.** Resposta pessoal.

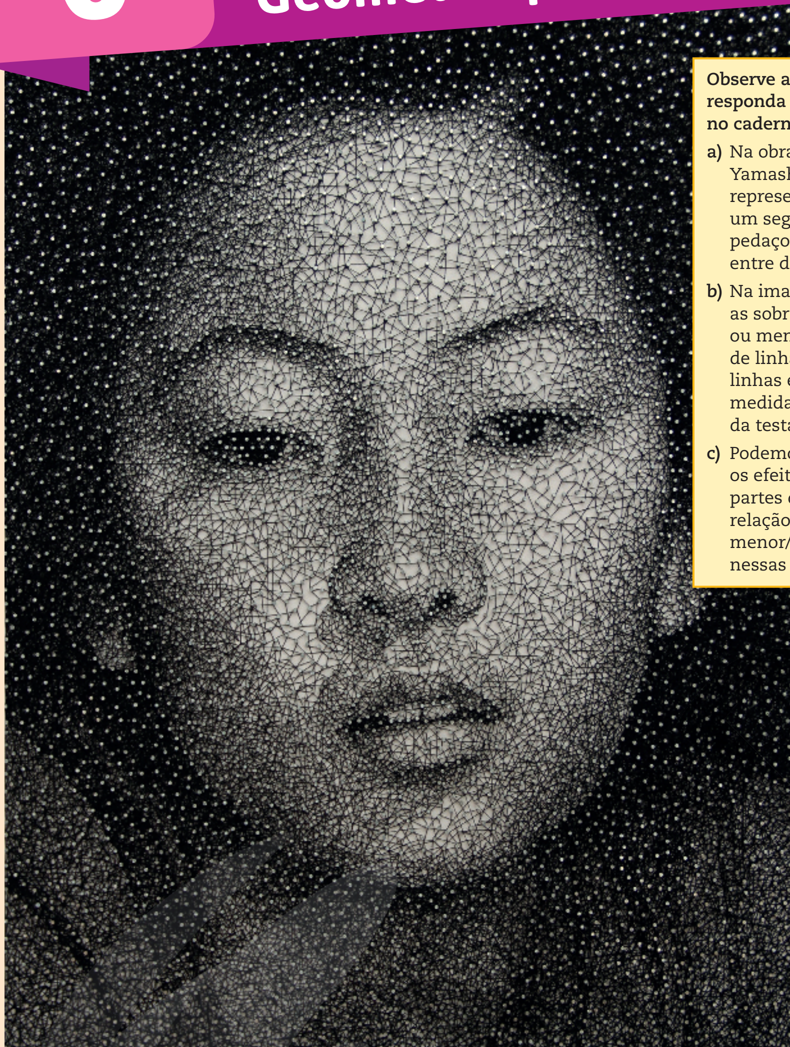
Desse modo, eles podem concluir a relação: $[x + (x + 3)] = x + x \cdot (x + 3)$.

Oriente os estudantes na elaboração dos desafios propostos na **questão 3**. Aproveite para avaliar a capacidade de escrita e o conhecimento dos conceitos matemáticos envolvidos nos desafios elaborados. Se considerar adequado, monte uma lista com os desafios elaborados e proponha uma dinâmica em grupo para as resoluções.

Capítulo 6

Um pouco de Geometria plana

ACERVO DA ARTISTA – NOVA YORK



YAMASHITA, K. **Constellation**. 2011. Painel de madeira, tachinhas e linha, 40 × 30 cm.

Observe a imagem e responda às questões no caderno.

a) Na obra de Kumi Yamashita, cada prego representa um ponto ou um segmento? E cada pedaço de linha esticada entre dois pregos?

b) Na imagem, partes como as sobrancelhas têm maior ou menor concentração de linhas (quantidade de linhas em áreas de mesma medida) do que o centro da testa?

c) Podemos considerar que os efeitos claro/escuro em partes da imagem têm relação com a quantidade menor/maior de linhas nessas áreas?

a) Cada prego representa um ponto e cada pedaço de linha esticada entre dois pregos representa um segmento.
b) Maior concentração de linhas.
c) Sim.

Uma obra de arte que surge de pregos e de linhas – pontos e segmentos de reta – sobre a madeira – plano.

A Geometria está no mundo e na imaginação, basta saber olhar para fora e... para dentro de si.

Capítulo 6 - Um pouco de Geometria plana

Os objetivos deste capítulo e suas justificativas, as indicações das habilidades e competências específicas da Matemática (BNCC), além de outras informações, estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas.

Ao introduzir elementos da Geometria plana e tratar de retas e ângulos, este capítulo ajuda no desenvolvimentos das capacidades de abstração e generalização dos estudantes.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), é importante a permanente associação entre o conhecimento sistematizado teoricamente e os fatos da realidade. No caso da Geometria, essa abordagem é quase natural, pois, desde cedo, a criança tem em seu convívio inúmeros exemplos das aplicações desse conhecimento.

Aproveitando a imagem e o texto da abertura, discuta com os estudantes sobre a presença de elementos geométricos nas mais diversas formas de expressão artística, como pintura, escultura, cinema, dança. Na obra de Kumi Yamashita, por exemplo, cada prego pode ser associado a um ponto, e cada pedaço de linha esticada entre dois pregos pode ser associado a um segmento de reta. O painel de madeira em que a obra é criada pode ser associado a um plano. Comente como a concentração de linhas em determinadas regiões é o que determinada a composição da figura, criando efeitos de claro e escuro, ou de luz e sombra.

Proponha aos estudantes uma pesquisa sobre artistas, em especial brasileiros, que utilizam representações de figuras planas em suas obras e converse com eles sobre a importância de manifestações artísticas na comunicação de diferentes pontos de vista e sentimentos, e para retratar diferentes realidades sociais, estimulando o desenvolvimento da **competência geral 3**.

Sugestão de leitura

Para enriquecer essa discussão, sugerimos a leitura da dissertação:

ALBUQUERQUE, E. S. C. **Geometria e arte**: uma proposta metodológica para o ensino de geometria no sexto ano. 2017. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2017.

A dissertação discute a presença da Matemática na arte, na arquitetura e no artesanato de diferentes culturas, com destaque para a Geometria. Com o objetivo de favorecer e facilitar o aprendizado da Geometria, é apresentada uma sequência didática desenvolvida em uma escola do estado de Alagoas, com foco na relação entre a Geometria e as artes plásticas.

1. Ponto, reta e plano

As noções primitivas da Geometria plana são os elementos que não têm definição (ponto, reta, plano), mas que dão base para a definição de outros entes geométricos. Espera-se aqui que os estudantes compreendam a noção de ponto, reta e plano. Pedir a eles que associem elementos de seu cotidiano às noções primitivas pode auxiliá-los nessa compreensão.

Como enriquecimento, sugerimos apresentar aos estudantes algumas obras de arte com traços retos que possam sugerir a noção de retas, como a obra **Composição VIII**, de Wassily Kandinsky, que foi reproduzida no capítulo 3.

1 Ponto, reta e plano

O ponto, a reta e o plano são noções aceitas sem definição na Geometria, por isso são chamadas **noções primitivas**. Elas podem ser associadas, de maneira intuitiva, a diferentes elementos que nos rodeiam. Você consegue associar o ponto, a reta ou o plano a algum dos elementos das fotografias a seguir?

PROCY/SHUTTERSTOCK

Aglomerado de estrelas conhecido como Presépio, na constelação de Câncer.

ZHYKOVA/SHUTTERSTOCK

Show de luzes.

CEDRO IMAGENS/SHUTTERSTOCK

Espelho de água no parque Farroupilha, em Porto Alegre, Rio Grande do Sul. (Fotografia de 2019.)

Dizemos que a estrela, o raio de luz e o espelho de água do lago dão a ideia das noções primitivas da Geometria: **ponto**, **reta** e **plano**, respectivamente.

O ponto e a reta

Graficamente, um **ponto** pode ser representado como • e é indicado por letras maiúsculas do nosso alfabeto:

Ponto *A* Ponto *D* Ponto *L*

Quando há um ou mais pontos, temos uma **figura**. Por exemplo:

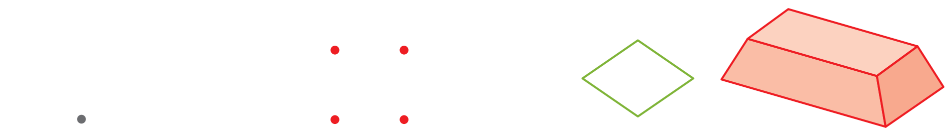


Figura com 1 ponto Figura com 4 pontos Figuras com infinitos pontos

Uma **reta** também é uma figura com infinitos pontos. Graficamente, uma reta pode ser representada da seguinte maneira:

A reta é indicada por letras minúsculas do nosso alfabeto:

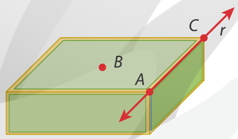
Reta *u* Reta *s*

Uma reta não tem começo, nem fim, nem espessura. Observe uma reta e alguns de seus pontos.

Os pontos *E*, *G*, *C*, *M*, *Z* e *H* pertencem à reta *t*. Nesse caso, dizemos que esses pontos são **colineares**.

Três ou mais pontos são colineares quando pertencem a uma mesma reta.

Agora, observe os pontos *A*, *B* e *C* representados na figura a seguir.



Esses pontos não são colineares, pois não existe uma reta que contenha todos eles.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

O ponto e a reta

Nesta página são apresentadas as relações entre ponto e reta e a noção de pontos colineares. O recurso de apresentar representações de pontos e retas em conjunto com alguns sólidos pode ajudar os estudantes a correlacionar essas figuras e ampliar os conceitos estudados.

Além disso, verificar as relações entre elementos geométricos (como pontos e retas), a partir de um sólido (figura não plana), pode facilitar a compreensão dessas relações pelos estudantes. Pode ser interessante apresentar-lhes modelos manipuláveis de sólidos para que identifiquem essas representações concretamente.

O plano

Peça aos estudantes que elenquem elementos da sala de aula que dão a ideia de um plano e, portanto, podem representá-lo. Possíveis respostas são: a superfície da lousa ou da parede, o tampo da mesa do professor ou da carteira, a capa do caderno.

Pode-se propor também aos estudantes que colem uma folha de papel sulfite em faces opostas de uma caixa (ou considerem as duas capas de um caderno). Em seguida, eles devem marcar com canetinhas coloridas pontos em cada uma dessas folhas (usando uma mesma cor para cada folha). Considerando cada folha como um plano, pergunte aos estudantes que pontos pertencem a cada plano. Depois, peça a eles que tracem retas passando por alguns desses pontos e pergunte se há alguma reta que passa por um ponto de cada plano. Espera-se que eles percebam que tal reta existe, mas ela deverá furar a caixa e passar de um lado para o outro.

Exercícios propostos

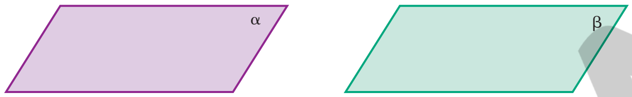
O bloco de exercícios que se inicia nesta página explora as noções de ponto, reta e plano, com o objetivo de solidificar o conhecimento dos estudantes.

A análise dos itens apresentados no **exercício 1** retoma as noções de ponto, reta e plano, com a associação de objetos reais a essas noções primitivas da geometria. Um fio de linha bem esticado dá a ideia de uma reta (**item a**). A marca deixada por uma ponta de lápis num papel dá a ideia de um ponto (**item b**). O tampo de uma mesa dá a ideia de um plano (**item c**). Uma corda de violão esticada dá a ideia de uma reta (**item d**). Uma folha de papel sulfite grudada na parede dá a ideia de um plano (**item e**).

O plano

O plano também tem infinitos pontos e não tem começo, nem fim. Graficamente, um **plano** pode ser representado da seguinte maneira:

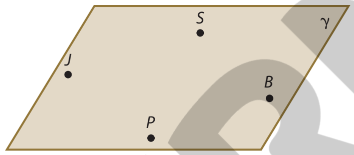
Um plano é indicado por letras minúsculas do alfabeto grego: α (alfa), β (beta), γ (gama), δ (delta), entre outras.



Plano α   Plano β

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

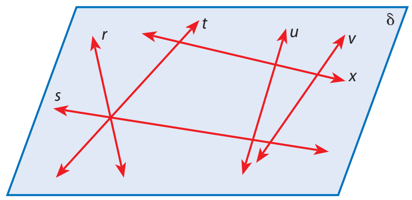
Observe um plano e alguns de seus pontos.



Os pontos *J*, *S*, *P* e *B* pertencem ao plano γ. Por pertencerem ao mesmo plano, dizemos que esses pontos são **coplanares**.

Três ou mais pontos são coplanares quando pertencem a um mesmo plano.

Em um plano existem infinitas retas. Na figura, representamos um plano e algumas das retas que estão nele. Por estarem no mesmo plano, essas retas também são chamadas **coplanares**.



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Que noção primitiva da Geometria poderia ser associada a cada item?

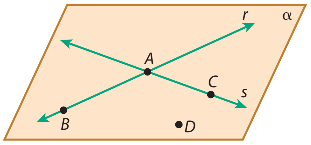
a) Um fio de linha bem esticado. **1. a)** A noção de reta.
b) A marca deixada por uma ponta de lápis em um papel. **1. b)** A noção de ponto.
c) O tampo de uma mesa. **1. c)** A noção de plano.
d) Uma corda de violão esticada. **1. d)** A noção de reta.
e) Uma folha de papel sulfite grudada na parede. **1. e)** A noção de plano.

2 Observe a seu redor e anote o que pode dar a ideia de um ponto, de uma reta e de um plano.
2. Resposta pessoal.

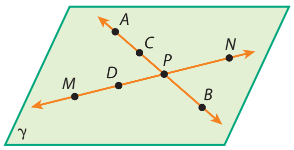
No **exercício 2**, propõe-se que os estudantes façam a associação de objetos reais com as noções primitivas ponto, reta e plano. Eles podem responder, por exemplo, que um grão de poeira, um farelo de biscoito ou uma mancha bem pequena na parede dão a ideia de ponto. Um fio de cabelo esticado, um risco feito com lápis e régua em uma folha de papel e uma corda de varal esticada dão a ideia de reta. Uma toalha esticada no varal, a superfície do chão de uma quadra de futebol e uma porta dão a ideia de plano. Pergunte aos estudantes o porquê da escolha desses objetos para as associações, certificando-se de que essas noções primitivas estão evidentes para eles.

3 Considerando as retas e os pontos assinalados na figura a seguir, identifique os pontos que:

a) pertencem à reta *r*; **3. a)** Os pontos *A* e *B*.
b) não pertencem à reta *r*; **3. b)** Os pontos *C* e *D*.
c) pertencem à reta *s*; **3. c)** Os pontos *A* e *C*.
d) não pertencem à reta *s*; **3. d)** Os pontos *B* e *D*.
e) pertencem às duas retas, *r* e *s*.
3. e) Apenas o ponto *A*.



4 Considere as retas e os pontos assinalados na figura.

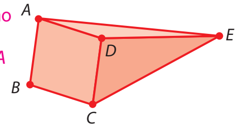


Quais pontos são colineares com:

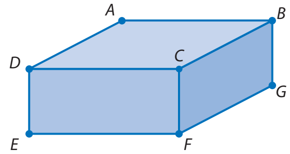
a) *A* e *B*? **4. a)** Os pontos *C* e *P*.
b) *M* e *N*? **4. b)** Os pontos *D* e *P*.

5 Observe a pirâmide e responda: o ponto *E* está no mesmo plano de *A*, *B* e *C*? E o ponto *A* está no mesmo plano de *D*, *C* e *E*?

5. O ponto *E* não está no mesmo plano de *A*, *B* e *C*. O ponto *A* não está no mesmo plano de *D*, *C* e *E*.



6 Considerando a figura, copie no caderno as afirmações verdadeiras.



a) Os pontos *A*, *B*, *C* e *D* são coplanares.
b) Os pontos *A*, *B*, *C* e *F* não são coplanares.
c) Os pontos *D*, *C*, *F* e *G* são coplanares.
d) Os pontos *B*, *C*, *F* e *G* são coplanares.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

7 Desenhe no caderno quatro pontos distintos e três a três não colineares. Quantas retas podemos traçar de forma que cada uma passe por dois desses pontos? **7.** 6 retas.

6. a) Os pontos *A*, *B*, *C* e *D* são coplanares.
6. b) Os pontos *A*, *B*, *C* e *F* não são coplanares.
6. c) Falsa. Os pontos *D*, *C*, *F* e *G* não são coplanares.
6. d) Os pontos *B*, *C*, *F* e *G* são coplanares.

2 Posições relativas de duas retas em um plano

Observe as fotografias a seguir. Como estão dispostas as retas que passam pelas cordas da harpa? E as retas que passam pelos cabos que sustentam a ponte? Elas se cruzam em algum ponto?


MELNIKOF/SHUTTERSTOCK

Harpa, um instrumento musical muito antigo.


GUSTAVO FARINACIO/ SHUTTERSTOCK

Ponte Sérgio Motta, que liga Cuiabá a Várzea Grande, em Mato Grosso. (Fotografia de 2020.)

(As imagens não respeitam as proporções reais entre os objetos.)

Na fotografia à direita, observe que as retas que passam pelas cordas da harpa não se cruzam. Já na fotografia da esquerda, é possível perceber que as retas que passam pelos cabos que sustentam a ponte, se prolongadas, se cruzariam em um único ponto.

No primeiro caso, dizemos que as cordas lembram linhas **paralelas**; no segundo caso, os cabos lembram linhas **concorrentes**.

Agora, vamos ver como essas ideias das posições relativas de duas retas são estudadas em Geometria.

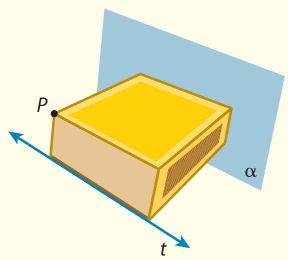
Exercícios propostos

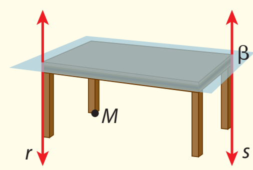
No **exercício 3**, os pontos *A* e *B* pertencem à reta *r* (**item a**), e os pontos *C* e *D* não pertencem a essa reta (**item b**). À reta *s* pertencem os pontos *A* e *C* (**item c**); os pontos *B* e *D* não pertencem a essa reta (**item d**). O ponto que pertence às retas *r* e *s* é aquele que está no encontro das duas, o ponto *A* (**item e**).

No **exercício 4**, lembre os estudantes de que por dois pontos sempre é possível traçar uma única reta e de que três ou mais pontos são colineares quando pertencem a uma mesma reta. Assim, é possível concluir que os pontos *C* e *P* são colineares com os pontos *A* e *B* pois todos pertencem à mesma reta (**item a**). Os pontos *M* e *N* são colineares com os pontos *D* e *P* pois pertencem à mesma reta (**item b**).

Antes de propor aos estudantes os **exercícios 5** e **6**, peça-lhes que manuseiem modelos de poliedros, coletados previamente, e que reconheçam neles pontos, retas e planos, respectivamente, associados a vértices, arestas e faces dos poliedros.

Ressalte que cada aresta está contida em uma reta (que passa por ela) e cada face está contida em um plano, que passa por ela. Esse trabalho facilitará a análise das figuras apresentadas nos exercícios. Amplie essas relações reproduzindo figuras como estas ou construindo seus modelos:





ILUSTRAÇÕES: CLAUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

No **exercício 5**, o ponto *E* não está no mesmo plano de *A*, *B* e *C*. O ponto *A* não está no mesmo plano de *D*, *C* e *E*. Já no **exercício 6**, com exceção da afirmação do **item c**, todas as outras são verdadeiras. Os pontos *D*, *C*, *F* e *G* não são coplanares. Mostre aos estudantes que nenhuma das faces do poliedro contém todos esses pontos (*D*, *C*, *F* e *G*).

A resolução do **exercício 7** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 6.

2. Posições relativas de duas retas em um plano

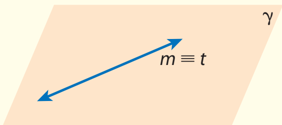
Ainda nesta página iniciamos o estudo de retas paralelas e de retas concorrentes, posições relativas de duas retas em um plano. Proponha aos estudantes que sugiram outros exemplos de situações que dão a ideia ou usam a noção de retas paralelas ou de retas concorrentes. Eles podem lembrar das faixas de segurança, do cruzamento de duas ruas, entre outros.

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 8** e **9** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 6.

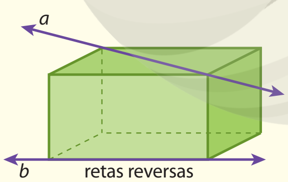
Na resolução do **exercício 10**, é de extrema importância que, após identificar os pares de retas paralelas e os pares de retas concorrentes, os estudantes façam a verificação dos conceitos matemáticos por meio da manipulação do material sugerido (caixa de sapatos vazia e canudinhos de refresco). Essa é uma maneira prática de relacionar o estudo com o mundo real.

Se julgar oportuno, amplie o assunto tratando de retas coincidentes. Quando duas retas contidas em um mesmo plano têm todos os pontos em comum, elas são denominadas **retas coincidentes**. Por exemplo, as retas *m* e *t* da figura a seguir são retas coincidentes ($m \equiv t$).



Outro conceito interessante que auxilia os estudantes na construção de seus conhecimentos sobre retas paralelas é o de retas reversas. Conhecer duas retas que não têm pontos em comum e não são paralelas reforçará a importância da coplanaridade no caso das retas paralelas.

Assim, discuta com eles o fato de que duas retas podem não estar em um mesmo plano. Comente que, nesse caso, elas são chamadas de **retas reversas**. Exemplifique com figuras como a ilustrada a seguir ou construindo modelos desse tipo. Nesta figura, as retas *a* e *b* são reversas, pois estão em planos diferentes, não são paralelas.

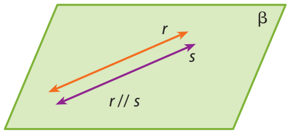


ILUSTRAÇÕES: FERNANDO JOSÉ FERREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

É importante reforçar que só faz sentido falar de retas paralelas e de retas concorrentes quando as retas estão contidas em um mesmo plano.

Quando duas retas contidas em um mesmo plano não têm pontos em comum, elas são denominadas **retas paralelas**.

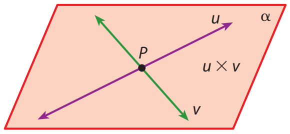
Observe o exemplo.



As retas *r* e *s* representadas na figura, contidas no plano β, são paralelas, pois elas não têm pontos em comum. Indicamos: $r \parallel s$.

Quando duas retas têm um único ponto em comum, elas são denominadas **retas concorrentes**.

Observe o exemplo.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

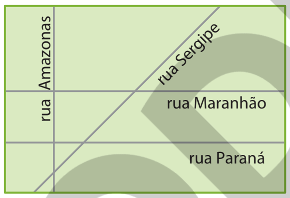
As retas *u* e *v* representadas na figura, contidas no plano α, são concorrentes, pois o ponto *P* é o único ponto em comum entre elas. Indicamos: $u \times v$.

10. Resposta possível: os pares de retas paralelas podem ser *r* e *u*, *r* e *v*, *u* e *v*; os pares de retas concorrentes podem ser *r* e *s*, *u* e *t*, *s* e *v*, *v* e *t*.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

8 Na figura a seguir, as ruas estão representadas por linhas que nos dão a ideia de retas.



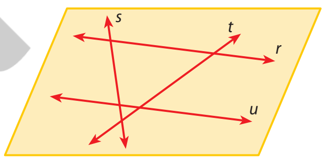
8. b) Rua Amazonas, rua Maranhão e rua Paraná.

a) Das ruas indicadas nessa figura, qual é paralela à rua Maranhão? **8. a)** A rua Paraná.

b) E quais são concorrentes com a rua Sergipe?

c) Se você seguisse pela rua Maranhão e um colega fosse pela rua Paraná, vocês se encontrariam? Por quê?
8. c) Não, porque essas ruas são paralelas.

9 Observe a figura.

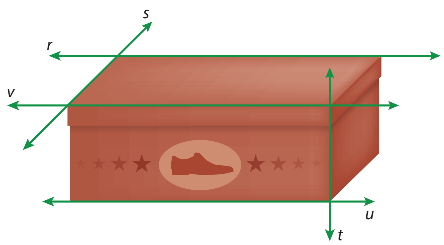


ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quais retas são paralelas? **9. a)** As retas *r* e *u*.

b) Dê dois pares de retas concorrentes.
9. b) Resposta possível: *s* e *t*, *u* e *t*.

10 Identifique dois pares de retas paralelas e dois pares de retas concorrentes na figura a seguir. Para verificar sua resposta, pegue uma caixa de sapatos vazia e alguns canudinhos de refresco para representar as retas.



ALEX ARGOZINO/ARQUIVO DA EDITORA

11 Converse com um colega e registrem no caderno suas conclusões sobre as questões a seguir.

a) Se as cordas de uma harpa se cruzassem, o instrumento funcionaria? **11. a)** Não.

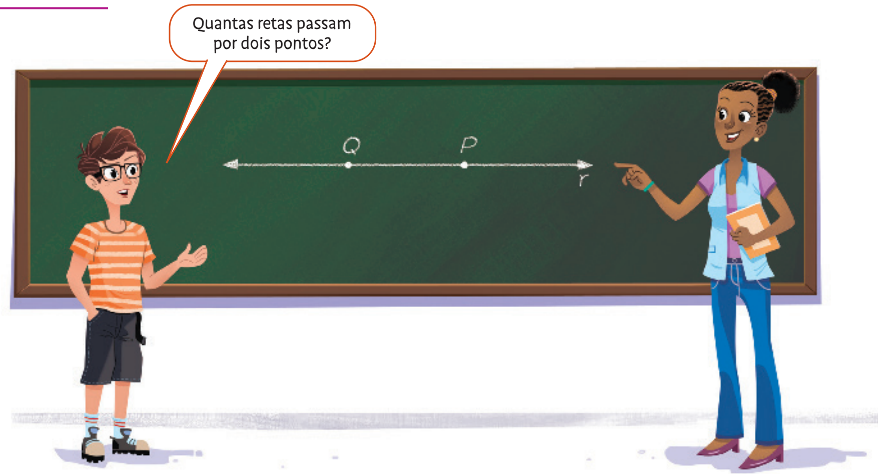
b) Se os fios de uma raquete de tênis não se cruzassem, a raquete funcionaria? **11. b)** Não.

126

No **exercício 11**, se as cordas da harpa se cruzassem (**item a**), ao serem tocadas, elas não vibrariam como deveriam, pois encostariam umas nas outras, por isso o instrumento não funcionaria como o esperado. No caso da raquete de tênis (**item b**), se os fios não se cruzassem, a trama que serve de apoio e impulsiona a bola não seria formada, a superfície de contato com a bola não teria rigidez suficiente para impulsioná-la, portanto a raquete não funcionaria como o esperado. A bola poderia até atravessar a raquete, por entre os fios.

3 Semirreta e segmento de reta

Semirreta



LEONARDO DA CONCEIÇÃO/ARQUIVO DA EDITORA

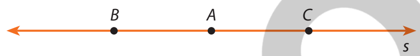
Na Matemática, consideramos, sem demonstrar, que por dois pontos distintos passa uma única reta. Essa explicação pode ser examinada na reta que a professora desenhou na lousa. Observe a figura.

A reta *r* desenhada também pode ser indicada por $\overleftrightarrow{QP}$ ou $\overleftrightarrow{PQ}$ (lemos: "reta *QP*" ou "reta *PQ*").

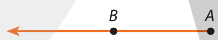
Agora, considere uma reta *s* e um ponto *A* pertencente a ela.

Em relação ao ponto *A*, a reta *s* fica dividida em duas partes que têm o ponto *A* em comum. Cada uma dessas partes da reta (incluindo o ponto *A*) é chamada **semirreta**, e o ponto *A* é chamado **origem** de cada semirreta.

Observe a reta *s*. Nela estão assinalados os pontos *A*, *B* e *C*.



Vamos destacar a semirreta de origem *A* que passa pelo ponto *B*:



Essa semirreta é indicada por $\overrightarrow{AB}$.

Vamos destacar agora a semirreta de origem *A* que passa pelo ponto *C*:

Essa semirreta é indicada por $\overrightarrow{AC}$.

As semirretas $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$ são chamadas **semirretas opostas**.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

3. Semirreta e segmento de reta

Se julgar conveniente, comente com os estudantes que, na Matemática, há algumas proposições que são aceitas sem demonstrações, chamadas de **axiomas**. Esse é o caso da proposição: dados dois pontos distintos, existe uma única reta que os contém. Por isso dizemos que dois pontos distintos são sempre colineares.

Com base nessa ideia, apresentamos a noção de semirreta como cada uma das partes de uma reta determinada por um ponto dessa reta, que será chamado de **origem** de cada uma dessas partes. Cada parte obtida dessa maneira é uma semirreta.

Verifique se os estudantes compreendem que, mesmo sendo uma parte da reta e tendo um ponto de origem, toda semirreta tem infinitos pontos e é ilimitada a partir de sua origem.

Segmento de reta

Ao apresentar o conceito de segmento de reta, compare-o com o de semirreta para que os estudantes possam ampliar a construção do conceito dessas duas figuras geométricas: tanto a semirreta quanto o segmento de reta são partes de uma reta e têm infinitos pontos. No entanto, o segmento de reta é limitado por suas extremidades ("tem começo e fim"), o que não ocorre na semirreta, pois ela é ilimitada a partir de sua origem ("tem começo e não tem fim").

Enfatize o fato de que dois segmentos consecutivos devem ter um extremo comum, o que não é necessário para o caso de dois segmentos colineares.

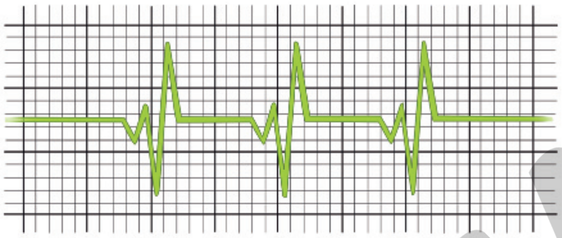
Se julgar conveniente, para contribuir com o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **saúde**, comente com os estudantes que o Eletrocardiograma (ECG) é um exame simples, não invasivo, feito para avaliar a saúde cardiovascular e pode detectar algumas anormalidades cardíacas em estágios iniciais, o que é importante para evitar problemas mais graves em longo prazo e para garantir melhor qualidade de vida.

Segmento de reta

Você já viu um eletrocardiograma?

Eletrocardiograma (ECG) é um exame, feito por um médico cardiologista, capaz de registrar a atividade elétrica do coração com a pessoa em repouso.

Observe a figura que lembra o registro de um eletrocardiograma.



TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

A linha verde dessa figura é formada por vários segmentos de reta.

Considere uma reta *t* e dois pontos distintos pertencentes a ela: *M* e *H*.

Destacamos em azul a parte da reta que contém os pontos *M*, *H* e todos os pontos entre eles.

Chamamos segmento de reta a parte destacada. Esse segmento é indicado por $\overline{MH}$ ou $\overline{HM}$. (Lemos: "segmento *MH*" ou "segmento *HM*".)

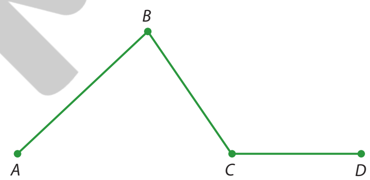
Um **segmento de reta** é uma parte da reta limitada por dois pontos distintos, chamados **extremos**.

Na reta *t* dada, os pontos *M* e *H* são os extremos do segmento $\overline{MH}$.

Vamos conhecer agora o que são segmentos de reta consecutivos e segmentos de reta colineares.

Dois segmentos de reta são **consecutivos** quando têm um extremo comum.

Observe o exemplo.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

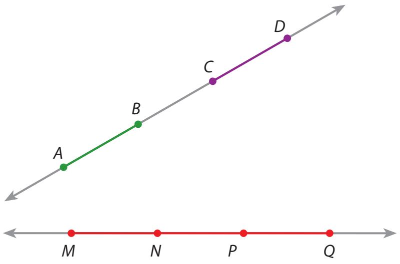
Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ têm um extremo comum, que é o ponto *B*; logo, são segmentos consecutivos.

Os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$ têm um extremo comum, o ponto *C*. Eles também são segmentos consecutivos.

Note que os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ não são consecutivos, pois não têm extremo comum.

Dois segmentos de reta são **colineares** quando estão sobre a mesma reta.

Observe os exemplos.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ estão sobre a mesma reta; logo, são segmentos colineares.

Os segmentos $\overline{MN}$ e $\overline{MP}$ também são colineares, porque estão sobre a mesma reta.

Já os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{PQ}$ não são colineares, pois não estão sobre a mesma reta.

Observação

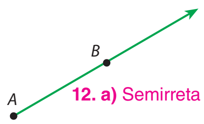
- Os segmentos $\overline{MP}$ e $\overline{PN}$ são segmentos consecutivos e colineares.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

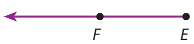
12 Identifique as semirretas a seguir e indique sua origem.

a)



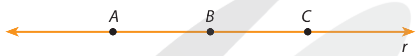
12. a) Semirreta $\overrightarrow{AB}$ com origem em *A*.

b)



12. b) Semirreta $\overrightarrow{EF}$ com origem em *E*.

13 Considere a reta *r* a seguir.



a) Quais são as semirretas de origem no ponto *B*? **13. a)** Elas são $\overrightarrow{BC}$ e $\overrightarrow{BA}$.

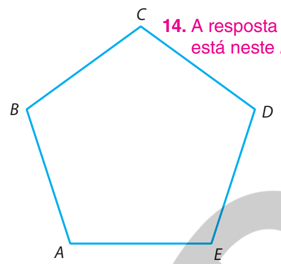
b) Quantas semirretas com origem em *A*, *B* ou *C* podemos obter? **13. b)** 6 semirretas.

14 Quais são os segmentos mostrados em cada uma das figuras a seguir? Identifique, se houver, três pares de segmentos consecutivos e três pares de segmentos colineares.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

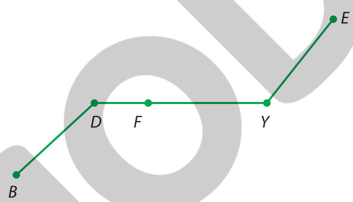
a)

14. A resposta desta atividade está neste *Manual*.



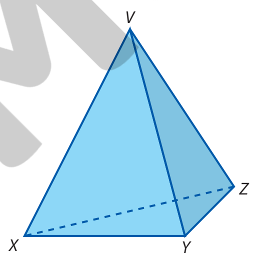
ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

b)



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

c)



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Exercícios propostos

No **exercício 12**, relembre os estudantes de que uma semirreta é uma das duas partes em que uma reta pode ser dividida ao se identificar um ponto nela, a origem das semirretas. Lembre também que para indicar uma semirreta são utilizados dois pontos (um deles a origem). No **item a**, a semirreta tem origem em *A* e passa pelo ponto *B*; ela é indicada por $\overrightarrow{AB}$. No **item b**, a semirreta tem origem em *E* e passa pelo ponto *F*; ela é indicada por $\overrightarrow{EF}$.

No **exercício 13**, o ponto *B* divide a reta *r* em duas semirretas de origem em *B*, $\overrightarrow{BC}$ e $\overrightarrow{BA}$ (**item a**). Como cada ponto da reta a divide em duas semirretas, é possível obter seis semirretas com origem em *A*, *B* ou *C* (**item b**).

O **exercício 14** pode ser complementado com a discussão sobre outros segmentos que poderiam ser traçados em cada item se considerássemos os pontos existentes. Espera-se que os estudantes concluam que:

a) Além dos segmentos já mostrados ($\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EA}$), podem-se traçar $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$ e $\overline{CE}$, que correspondem às diagonais do pentágono. $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$; $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$; $\overline{EA}$ e $\overline{AB}$ são alguns dos pares de segmentos consecutivos. Não há segmentos colineares.

b) Além dos segmentos $\overline{BD}$, $\overline{DF}$, $\overline{FY}$, $\overline{DY}$, $\overline{YE}$, ainda podem ser traçados os seguintes segmentos com os pontos existentes: $\overline{BF}$, $\overline{BY}$, $\overline{BE}$, $\overline{DE}$ e $\overline{FE}$. Alguns dos pares de segmentos consecutivos são: $\overline{BD}$ e $\overline{DF}$; $\overline{DY}$ e $\overline{FY}$; $\overline{EY}$ e $\overline{FY}$. Alguns dos pares de segmentos colineares são: $\overline{DF}$ e $\overline{FY}$; $\overline{DY}$ e $\overline{FY}$; $\overline{DY}$ e $\overline{DF}$.

c) Com os pontos *V*, *X*, *Y* e *Z*, todos os segmentos possíveis já foram traçados ($\overline{VX}$, $\overline{VY}$, $\overline{VZ}$, $\overline{XY}$, $\overline{YZ}$, $\overline{XZ}$). $\overline{VX}$ e $\overline{VY}$; $\overline{VY}$ e $\overline{VZ}$; $\overline{XZ}$ e $\overline{VZ}$ são alguns dos pares de segmentos consecutivos. Não há segmentos colineares.

Exercícios propostos

No **exercício 15**:

a) Os segmentos são consecutivos pois têm o extremo B em comum; eles não são colineares pois $\overline{AB}$ está sobre a reta horizontal e $\overline{EB}$ está sobre uma das retas diagonais da figura.

b) Os segmentos não são consecutivos pois não têm um extremo em comum. São colineares pois ambos estão sobre a reta horizontal.

c) Os segmentos são consecutivos pois têm o extremo B em comum. Não são colineares pois $\overline{BC}$ está sobre a reta horizontal e $\overline{EB}$ está sobre uma das retas diagonais da figura.

d) Os segmentos são consecutivos pois têm o extremo F em comum. Não são colineares pois cada um deles está sobre uma das retas diagonais diferentes da figura.

e) Os segmentos são consecutivos pois têm o extremo F em comum. Não são colineares pois cada um deles está sobre uma das retas diagonais diferentes da figura.

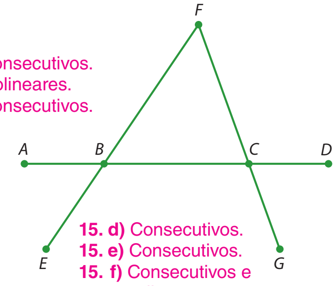
f) Os segmentos são consecutivos pois têm o extremo F em comum. São colineares pois ambos estão sobre a mesma reta diagonal da figura.

Após a resolução do **exercício 15**, solicite aos estudantes que, em duplas, tracem outros exemplos de pares de segmentos de reta que sejam simultaneamente consecutivos e colineares. Em seguida, eles podem elaborar, por escrito, uma explicação de como devem ser os segmentos para formarem um par com essa característica.

A elaboração da explicação faz os estudantes desenvolverem a habilidade da comunicação matemática, buscando generalizar observações e experiências. É possível explorar aqui a relação da linguagem matemática com a língua materna.

19. b) Marcando os pontos A, B, C, D e E em seguida, temos esta resposta possível: $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$; $\overline{AB}$ e $\overline{BD}$; $\overline{AB}$ e $\overline{BE}$; $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$; $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$.

15 Observe a figura.



15. a) Consecutivos.
15. b) Colineares.
15. c) Consecutivos.
15. d) Consecutivos.
15. e) Consecutivos.
15. f) Consecutivos e colineares.

Classifique em consecutivos, colineares ou consecutivos e colineares os pares de segmentos indicados nos itens a seguir.

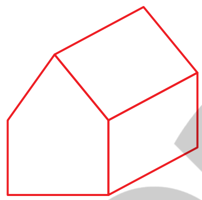
a) $\overline{AB}$ e $\overline{EB}$
b) $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$
c) $\overline{EB}$ e $\overline{BC}$
d) $\overline{BF}$ e $\overline{FG}$
e) $\overline{EF}$ e $\overline{FG}$
f) $\overline{FC}$ e $\overline{FG}$

16 Indique, com base na figura do exercício **15**, outros dois pares de segmentos que sejam consecutivos e colineares.

16. Resposta possível: $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, $\overline{EB}$ e $\overline{BF}$.

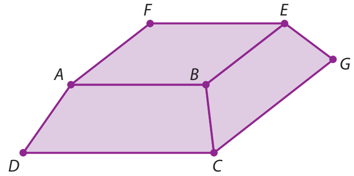
17 Mariana fez o esboço de uma casa. Quantos segmentos de reta ela utilizou?

17. 10 segmentos de reta.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

18 Considere a figura geométrica não plana a seguir e identifique três pares de segmentos consecutivos, dois segmentos colineares e dois segmentos que estejam em um mesmo plano.



19 Reúna-se com um colega e façam o que se pede. Desenhem no caderno o contorno de uma moeda e marquem nesse contorno cinco pontos: A, B, C, D e E.

19. a) 10 segmentos: $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{DE}$.

BANCO CENTRAL DO BRASIL

a) Quantos segmentos com extremos nesses pontos vocês podem traçar? Quais são esses segmentos?
b) Desses segmentos, indiquem cinco pares que sejam consecutivos.
c) Quais pares desses segmentos são colineares? **19. c)** Não há pares de segmentos colineares.

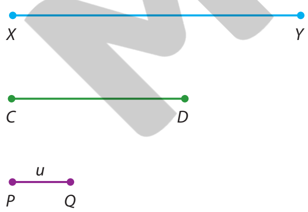
20 ***Hora de criar*** – Em duplas, cada integrante vai elaborar um problema sobre semirretas e segmentos de reta que satisfaça a condição de haver pelo menos dois segmentos consecutivos com uma extremidade na origem comum de duas semirretas distintas. Troquem de caderno para um resolver o problema do outro. Depois, destroquem para corrigi-los.

20. Resposta pessoal.

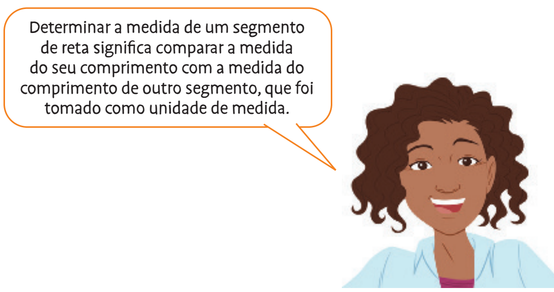
18. Resposta possível: os pares de segmentos consecutivos podem ser $\overline{AF}$ e $\overline{FE}$; $\overline{DC}$ e $\overline{CG}$; $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$; não há segmentos colineares; os segmentos $\overline{FE}$ e $\overline{AB}$ estão no mesmo plano, os segmentos $\overline{BE}$ e $\overline{CG}$ estão no mesmo plano.

Medida de um segmento de reta

Considere os segmentos:



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA



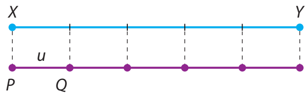
ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

No **exercício 16**, os pares de segmentos que são consecutivos e colineares na figura do exercício anterior são: $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ e $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$, $\overline{CD}$ e $\overline{BD}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$, $\overline{AC}$ e $\overline{CD}$, $\overline{AB}$ e $\overline{BD}$, $\overline{EB}$ e $\overline{BF}$, $\overline{EF}$ e $\overline{EB}$, $\overline{EF}$ e $\overline{BF}$, $\overline{FC}$ e $\overline{CG}$, $\overline{CG}$ e $\overline{FG}$.

Para a resolução do **exercício 17**, proponha que os estudantes tentem imaginar como Mariana poderia ter feito o desenho. Por exemplo, ela desenhou a parte da frente da casa desenhando um pentágono, com 5 segmentos de reta, depois terminou de desenhar o telhado com mais 3 segmentos, e finalizou as paredes da casa com mais 2 segmentos. No total foram $5 + 3 + 2 = 10$ segmentos de reta utilizados no desenho. Comente com os estudantes que o total de segmentos será sempre o mesmo, não importa a ordem em que eles sejam desenhados.

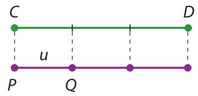
As resoluções dos **exercícios 18** a **20** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 6.

Tomando como unidade de medida a medida do comprimento do segmento $\overline{PQ}$, vamos determinar a medida dos segmentos $\overline{XY}$ e $\overline{CD}$. Chamamos u a unidade de medida utilizada.



Observe que o segmento $\overline{PQ}$ "cabe" 5 vezes no segmento $\overline{XY}$. Por isso, a medida de $\overline{XY}$ na unidade u é 5 ou $5u$.

Indicamos a medida desse segmento por $m(\overline{XY}) = 5u$ ou, simplesmente, $XY = 5u$.



A medida do segmento $\overline{CD}$ é $3u$, pois o segmento $\overline{PQ}$ "cabe" 3 vezes no segmento $\overline{CD}$.

Indicamos a medida desse segmento por $m(\overline{CD}) = 3u$ ou $CD = 3u$.

Considere agora os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$. Vamos tomar como unidade de medida u o segmento $\overline{EF}$.

Vamos calcular as medidas dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$.

Observe que os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ têm medidas iguais a $2u$; por esse motivo, chamamos os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ **segmentos congruentes**.

Dois segmentos são **congruentes** quando têm medidas iguais segundo uma mesma unidade de medida.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

21 Vamos tomar como unidade de medida o segmento  e, depois, o segmento . Determine a medida do segmento $\overline{AB}$, nas unidades de medida u e v.

a) 

21. a) $m(\overline{AB}) = 3u$; $m(\overline{AB}) = 2v$.

b) 

21. b) $m(\overline{AB}) = 6u$; $m(\overline{AB}) = 4v$.

Medida de um segmento de reta

Ressalte para os estudantes que o fato de um segmento de reta ser limitado é o que possibilita determinar a medida do seu comprimento. No caso de reta ou de semirreta, não há sentido em falar de suas medidas, pois são ilimitadas.

Converse com eles sobre cada etapa do desenvolvimento exposto no livro. Peça-lhes que desenhem no caderno segmentos de reta com determinadas medidas de comprimento e verifique como procederam.

Após a apresentação do conceito de segmentos congruentes, proponha aos estudantes que desenhem no caderno pares de segmentos congruentes em diferentes posições.

Exercícios propostos

Esse bloco de exercícios faz com que os estudantes mobilizem os conhecimentos construídos sobre medida de um segmento de reta.

Para resolver o **exercício 21**, pode ser interessante fazer uma cópia móvel das unidades de medida v e u, facilitando a resolução. Para isso podem ser utilizados barbante ou papel. Os estudantes podem cortar um pedaço de barbante ou uma tira de papel com medida de comprimento igual à do segmento u, e outro pedaço com medida de comprimento igual à do segmento v. Oriente-os no uso da tesoura para fazer os recortes. Com essas cópias móveis (ou um compasso) é possível determinar a medida do comprimento do segmento $\overline{AB}$ nas unidades de medida u e v.

a) Como é necessário utilizar 3 vezes o segmento u para obter a medida equivalente à de $\overline{AB}$, $m(\overline{AB}) = 3u$. Como é necessário utilizar 2 vezes o segmento v, $m(\overline{AB}) = 2v$.

b) Analogamente, $m(\overline{AB}) = 6u$ e $m(\overline{AB}) = 4v$.

Exercícios propostos

Antes de os estudantes usarem a régua para estabelecer os pares entre os segmentos apresentados no **exercício 22**, sugira-lhes que procurem identificar as congruências sem o uso da régua e que, em seguida, confiram essas medidas com a régua. A estimativa e a comparação de medidas de comprimento são procedimentos muito usuais em situações nas quais não dispomos de instrumentos de medida adequados.

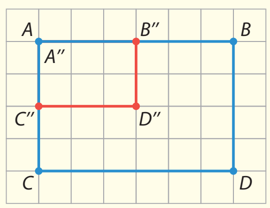
Lembre os estudantes de que dois segmentos de reta são congruentes quando têm medidas iguais segundo uma mesma unidade de medida. No geoplano, o espaçamento horizontal e vertical entre cada ponto (pino ou prego) é sempre o mesmo, enquanto na diagonal o espaçamento é diferente desses outros, mas também é sempre o mesmo entre si (é a medida da diagonal do quadrado formado). Então, por exemplo, tanto os pontos *B* e *C* como os pontos *D* e *K* estão a 4 quadrados de distância um do outro, os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{DK}$ têm a mesma medida, portanto são congruentes. Dessa forma, podemos determinar todos os pares de segmentos congruentes e suas medidas, seja considerando como unidade de medida a diagonal ou o lado dos quadrados formados no geoplano. Eles são: $\overline{AJ}$ e $\overline{JD}$ (4 diagonais); $\overline{BC}$ e $\overline{DK}$ (4 lados); $\overline{EI}$ e $\overline{HL}$ (2 diagonais); $\overline{FG}$ e $\overline{LM}$ (diagonal de um retângulo com 3 lados de um quadrado na horizontal e 1 na vertical).

No **exercício 23**, o retângulo original tem lados medindo 6*u* e 4*u*.

a) Ao triplicar os lados, obtemos:
$m(\overline{AB'}) = 3 \cdot 6 = 18u$;
$m(\overline{AC'}) = 3 \cdot 4 = 12u$

b) A figura desenhada é semelhante ao retângulo inicial, ele foi apenas ampliado. Como as medidas dos lados foram triplicadas, isto é, multiplicadas por 3, a figura desenhada é um retângulo ampliado em relação ao retângulo *ABCD*. Ao propor a análise da figura desenhada com relação à sua possível ampliação ou redução, este exercício possibilita o desenvolvimento da habilidade (EF06MA21).

c) Como as medidas dos lados do novo retângulo devem ter a metade das medidas dos lados do retângulo original, elas serão $6 : 2 = 3u$ e $4 : 2 = 2u$.

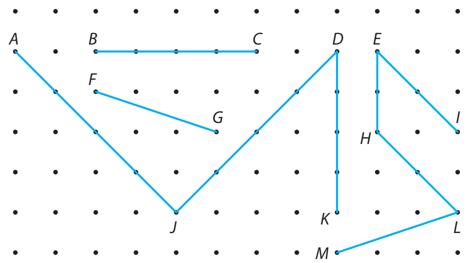


RENAN ORACIC/ ARQUIVO DA EDITORA

Durante a execução do **exercício 23**, pergunte aos estudantes se percebem alguma relação entre os pontos; por exemplo, que os pontos *B*, *B′* e *B″* são colineares, assim como *C*, *C′* e *C″*.

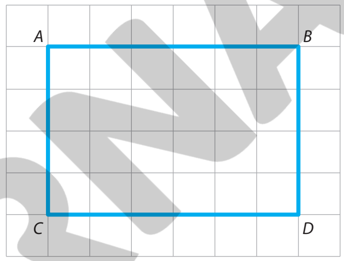
Oriente os estudantes no uso da tesoura para os recortes solicitado no **exercício 24**. A resolução deste exercício está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 6.

22 A fotografia da abertura deste capítulo lembra um geoplano, que é um modelo usado para representar e estudar figuras geométricas, composto de uma placa retangular com pinos ou pregos igualmente espaçados. Observe a representação de um geoplano e descubra quais são os pares de segmentos congruentes. **22.** Os pares de segmentos congruentes são: $\overline{AJ}$ e $\overline{JD}$, $\overline{BC}$ e $\overline{DK}$, $\overline{EI}$ e $\overline{HL}$, $\overline{FG}$ e $\overline{LM}$.



ILUSTRAÇÕES: WLAMIR MIASIRO/ARQUIVO DA EDITORA

23 Em uma folha quadriculada, que pode funcionar como um geoplano, reproduza o retângulo *ABDC*, com lados de medidas 6*u* e 4*u*, e siga estes passos:



- Com uma régua, prolongue os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ triplicando as respectivas medidas e obtendo $\overline{AB'}$ e $\overline{AC'}$.
- Obtenha o ponto *D′* traçando os segmentos $\overline{C'D'}$ e $\overline{B'D'}$, respectivamente paralelos a $\overline{AB'}$ e $\overline{AC'}$.

a) Que medidas têm os lados $\overline{AB'}$ e $\overline{AC'}$? **23. a)** 18*u* e 12*u*.
b) Você desenhou uma figura semelhante ao retângulo inicial? Ela é uma figura ampliada ou reduzida em relação ao retângulo *ABDC*? **23. b)** Sim; ampliada.
c) Na mesma folha, obtenha os pontos *C″*, *B″* e *D″* de modo que desenhe outro retângulo com lados reduzidos à metade dos lados do retângulo dado. **23. c)** Construção de figura.

24 Para esta atividade, junte-se a um colega.
Vocês vão precisar do seguinte material:
- tesoura com pontas arredondadas;
- cinco canudinhos feitos de papel reciclável, de mesmo tamanho, que deverão ser pintados nas cores branca, amarela, vermelha, verde e azul.

24. a) Com o pedaço amarelo como unidade de medida: 2 unidades; com o pedaço vermelho: 4 unidades; com o pedaço verde: 8 unidades.
24. b) Com o pedaço vermelho como unidade de medida: 2 unidades; com o pedaço verde: 4 unidades.

Sigam estes passos.
- Dobrem ao meio e cortem os canudinhos, exceto o branco.
- Separem uma metade de cada cor e descartem a outra metade.
- Peguem a metade do canudinho vermelho, dobrem-na pela metade, cortem e descartem a outra parte.
- Repitam esse procedimento com a metade restante: duas vezes para o verde e três vezes para o azul.

(Use tesoura com ponta arredondada e a manuseie com cuidado!)

Considerando o pedaço que sobrou de cada cor, registrem no caderno:
a) as medidas do canudinho branco, usando como unidade de medida o pedaço amarelo, depois usando o pedaço vermelho como unidade de medida, depois usando o pedaço verde;
b) as medidas do canudinho amarelo, usando como unidade de medida o pedaço vermelho, depois o verde;
c) a medida estimada do canudinho branco na unidade de medida azul, sem manipular (pegar com a mão) o pedaço azul; **24. c)** 16 unidades.
d) a medida estimada do canudinho branco na unidade azul, agora manipulando o pedaço azul. **24. d)** 16 unidades.
e) Juntando dois pedaços de cores diferentes, é possível obter um pedaço do tamanho de outro de outra cor? **24. e)** Não.

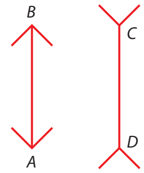
PARA SABER MAIS

Ilusão de óptica

A mera observação de uma figura pode levar a conclusões erradas, pois muitas vezes as aparências enganam.

Note, por exemplo, os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ apresentados. Eles têm o mesmo tamanho?

Ao observá-los, tem-se a impressão de que o segmento $\overline{AB}$ é menor que o segmento $\overline{CD}$, mas, com o auxílio de uma régua, verifica-se que os dois têm a mesma medida.



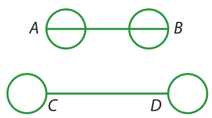
NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Por meio de observação, procure estabelecer em cada figura uma comparação entre os segmentos indicados. Depois, usando uma régua, verifique se sua comparação se comprova.

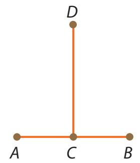
a)



$\overline{AB}$ e $\overline{CD}$

1. a) m($\overline{AB}$) = m($\overline{CD}$)

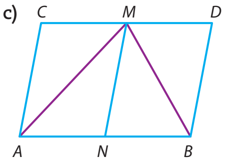
b)



$\overline{AB}$ e $\overline{CD}$

1. b) m($\overline{AB}$) = m($\overline{CD}$)

c)



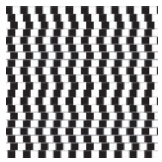
$\overline{AM}$ e $\overline{MB}$

1. c) m($\overline{AM}$) ≠ m($\overline{MB}$)

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

2 Observe as linhas de cada figura e converse com um colega se elas são ou não paralelas.

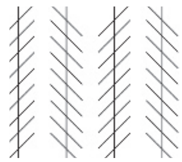
a) linhas horizontais



ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

2. a) As linhas são paralelas.

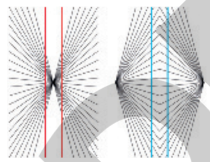
b) linhas inclinadas



SCIENCE PHOTO LIBRARY/FOTOARENA

2. b) As linhas são paralelas; as linhas verticais são paralelas entre si, e as pequenas linhas inclinadas em cada linha vertical também são paralelas entre si.

c) linhas verticais



PETER HERMES FURIAN/ALAMY/FOTOARENA

2. c) As linhas são paralelas.

4 Ângulos

Observe um relógio analógico. Ao meio-dia, o ponteiro dos minutos e o das horas estão sobrepostos. Conforme o tempo passa, esses ponteiros se movimentam, formando-se certa abertura entre eles. Observe os exemplos.

FOTOGRAFIAS: SERDAR BAYRAKTAR/SHUTTERSTOCK

A figura formada pelos dois ponteiros do relógio sugere a ideia de **ângulo**.

Para saber mais

Incentive os estudantes a decidirem, sem medir, se os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ representados são congruentes ou não. Depois, usando uma régua e com base na abertura de um compasso, oriente-os a medir o comprimento dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ para verificar que ambos têm a mesma medida de comprimento. Oriente-os a usar o compasso com cuidado para não se machucarem com a ponta-seca.

Agora é com você!

Na **atividade 1**, incentive os estudantes a compartilharem o que acham sobre a medida de comprimento dos segmentos destacados em cada item. Depois, eles podem utilizar estratégias para comparar essas medidas de comprimento e verificar as respostas.

Na **atividade 2**, proporcione a eles um momento para compartilharem as respostas e justificativas.

4. Ângulos

Habilidade da BNCC: **EF06MA25**.

Os estudantes já trazem dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a noção de ângulo, que será ampliada e aprofundada neste capítulo e em outros momentos ao longo deste ciclo. Pergunte a eles se conhecem algum dos ângulos formados pelos ponteiros dos relógios. Espera-se que eles reconheçam pelo menos o ângulo reto.

Ângulos

Converse com os estudantes sobre a presença e a utilização de ângulos em diversas situações do cotidiano, em objetos feitos pelo ser humano, na natureza, entre outras.

Se possível, proponha a eles uma atividade de exploração pela escola em que devem observar diferentes espaços à procura de “ângulos”. Conforme fizerem as observações, os estudantes devem registrar no caderno onde e como verificaram a presença de ângulos, com textos descritivos ou com desenhos, reproduzindo o que viram. Ao voltar para a sala de aula, promova uma roda de conversa de modo que eles possam expor o que viram e registraram.

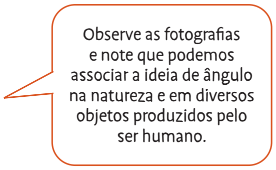
Amplie a discussão apresentando à turma o conceito de abertura e perguntando aos estudantes como se comparam as aberturas dos ângulos que observaram, favorecendo o desenvolvimento da habilidade (EF06MA25).

Ângulo é a figura geométrica formada por duas semirretas de mesma origem.

Os ângulos a seguir são representações de alguns dos ângulos formados pelos ponteiros do relógio das fotografias anteriores. A cada ponteiro foi associada uma semirreta.

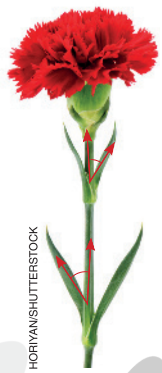
NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

SIDNEY MEIRELES/ARQUIVO DA EDITORA



FREUDENTHAL VERHAGEN/GETTY IMAGES

HORIYAN/SHUTTERSTOCK



DARRENMOWER/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

BYAKKAYA/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

(As imagens não respeitam as proporções reais entre os objetos.)

No ângulo representado a seguir:

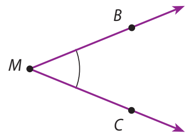
NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

- o ponto O é chamado **vértice** do ângulo;
- as semirretas $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são chamadas **lados** do ângulo;
- indicamos o ângulo por $A\hat{O}B$ ou $B\hat{O}A$ (lemos: “ângulo AOB ou ângulo BOA”);
- o arco que liga os lados indica qual é a abertura do ângulo que estamos considerando.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

25 Observe o ângulo e responda às questões.



25. a) Vértice M.

a) Qual é o vértice desse ângulo?

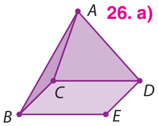
b) Quais são seus lados? 25. b) Lados $\overrightarrow{MB}$ e $\overrightarrow{MC}$.

c) Como indicamos esse ângulo?

25. c) Indicamos por $B\hat{M}C$ ou $C\hat{M}B$.

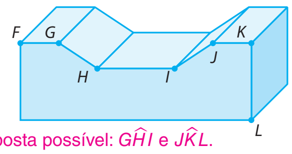
26 Em cada figura a seguir, imagine dois ângulos e os pares de semirretas correspondentes a eles. Dê a indicação desses ângulos.

a)



26. a) Resposta possível: $B\hat{E}D$ e $A\hat{D}C$.

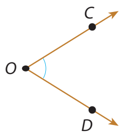
b)



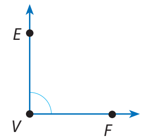
26. b) Resposta possível: $G\hat{H}I$ e $J\hat{K}L$.

27 Dê a indicação de cada ângulo e dos lados que o formam.

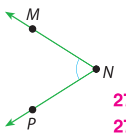
a)



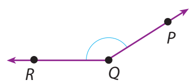
c)



b)



d)



27. a) Ângulo $C\hat{O}D$; lados $\overrightarrow{OC}$ e $\overrightarrow{OD}$.
27. b) Ângulo $M\hat{N}P$; lados $\overrightarrow{NM}$ e $\overrightarrow{NP}$.
27. c) Ângulo $E\hat{V}F$; lados $\overrightarrow{VE}$ e $\overrightarrow{VF}$.
27. d) Ângulo $R\hat{Q}P$; lados $\overrightarrow{QR}$ e $\overrightarrow{QP}$.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

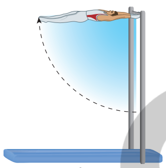
Ângulo e giro

Em algumas modalidades do atletismo, o giro é um movimento fundamental. O giro dá ideia de ângulo.

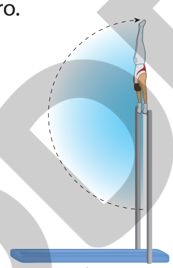
Note nas ilustrações algumas posições que o atleta ocupa durante o giro.

GUSTOIMAGES/SCIENCE PHOTO LIBRARY/FOTOARENA

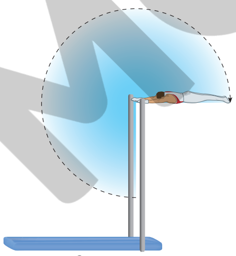
Visão estroboscópica, feita com a sobreposição de uma sequência de fotografias de um atleta na barra horizontal, tiradas do mesmo ponto.



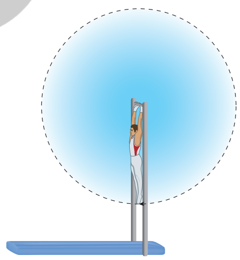
giro de $\frac{1}{4}$ de volta



giro de $\frac{1}{2}$ de volta



giro de $\frac{3}{4}$ de volta



giro de uma volta completa

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Exercícios propostos

Ao propor a resolução de problemas que envolvem a noção de ângulo em diferentes contextos, os exercícios desta página contribuem para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA26).

Para a resolução do **exercício 25**, relembre os estudantes de que ângulo é a figura geométrica formada por duas semirretas de mesma origem. Essas duas semirretas são chamadas de lado do ângulo, e a origem comum delas é o vértice desse ângulo. Para nomear um ângulo, usam-se, em geral, três pontos, dois pertencentes a cada um dos lados e o ponto que determina o vértice. No ângulo representado na imagem, o vértice é o ponto M (**item a**). Os lados do ângulo são as semirretas $\overrightarrow{MC}$ e $\overrightarrow{MB}$ (**item b**). O ângulo pode ser indicado como $B\hat{M}C$ ou $C\hat{M}B$ (**item c**).

O **exercício 26** pode ser resolvido em duplas, o que aumentará o repertório dos estudantes na busca dos ângulos presentes nas figuras.

Com as mesmas considerações do exercício anterior, em todos os ângulos o vértice é a origem comum das semirretas que o formam.

a) Dois dos ângulos dessa figura podem ser $A\hat{D}C$ (semirretas $\overrightarrow{DA}$ e $\overrightarrow{DC}$) e $B\hat{E}D$ (semirretas $\overrightarrow{ED}$ e $\overrightarrow{EB}$).

b) Dois dos ângulos dessa figura podem ser $G\hat{H}I$ (semirretas $\overrightarrow{HG}$ e $\overrightarrow{HI}$) e $J\hat{K}L$ (semirretas $\overrightarrow{KJ}$ e $\overrightarrow{KL}$).

No **exercício 27**, de modo semelhante aos exercícios anteriores, cada ângulo e os lados que o formam podem ser indicados por:

a) $C\hat{O}D$; formado pelas semirretas $\overrightarrow{OD}$ e $\overrightarrow{OC}$.

b) $M\hat{N}P$; formado pelas semirretas $\overrightarrow{NM}$ e $\overrightarrow{NP}$.

c) $E\hat{V}F$; formado pelas semirretas $\overrightarrow{VF}$ e $\overrightarrow{VE}$.

d) $R\hat{Q}P$; formado pelas semirretas $\overrightarrow{QR}$ e $\overrightarrow{QP}$.

Ângulo e giro

A associação da noção de ângulo a giros amplia a construção dos conhecimentos acerca desse importante conceito. Relacionar o giro com a ideia de ângulo é um modo de apresentar esse conceito de forma dinâmica, relacionando a ideia de ângulo com mudança de direção.

Proponha aos estudantes que trabalhem em duplas: enquanto um deles realiza alguns giros, o outro representa esses giros no caderno. Desse modo, eles têm a oportunidade de representar, interpretar, descrever e verbalizar o que pensaram e fizeram, habilidades importantes para o desenvolvimento de ideias e a assimilação de conceitos.

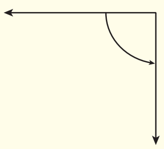
Informe-os, nesse momento, de que o giro de um quarto de volta é associado a um ângulo denominado **ângulo reto**. Eles podem representar em papel quadriculado esse giro em diferentes posições.

Exercícios propostos

Para resolver o **exercício 28**, faça em sala de aula uma simulação com a turma. Escolha um estudante para assumir o papel de Júlia, dê os comandos e vá questionando sobre o ângulo de giro. Escolha outro estudante e indique outros ângulos de giro, usando como referência pontos marcados na sala de aula. Por exemplo, com o estudante de frente para a lousa, oriente-o a girar para a esquerda na direção do colega que estiver a aproximadamente 45°. Repita a atividade algumas vezes, usando ângulos de 45°, 90°, 180°, 360°.

Depois, proponha aos estudantes que desenhem no caderno esses ângulos de giro. Se possível, entregue a eles folhas de papel quadriculado. Questione-os sobre a possibilidade de girar seguindo outras medidas, por exemplo, 30° ou 60°. Caso se interessem pela tarefa, procure fazê-la desenhando um "transferidor" no chão. Essa atividade contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA26).

Ângulo associado ao giro de Júlia:



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

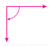
Para resolver o **exercício 29**, os estudantes precisam observar que, embora o ponto *O* possa ser marcado em qualquer local do papel quadriculado, é mais conveniente que ele seja um ponto de intersecção de dois segmentos do quadriculado, pois, pela orientação do quadriculado, será mais simples realizar o movimento.

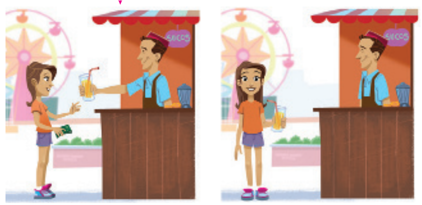
Os caminhos percorridos nos **itens a** e **b** permitem traçar quadrados de lados medindo 6 unidades.

Caso perceba que os estudantes estão com dificuldade para resolver o **item c**, no qual cada estudante cria um roteiro para o colega, sugira que façam um desenho e depois tentem explicar o processo de construção, é como se fizessem de trás para a frente o que foi pedido, a fim de descrever como se faz para chegar ao desenho.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

28 Observe o giro que Júlia fez da 1ª para a 2ª posição. Ela fez um giro para a direita dela. Represente o ângulo associado ao giro de Júlia. **28.** 



ILUSTRAÇÕES: LEONARDO DA CONCEIÇÃO/ARQUIVO DA EDITORA

29 ***Hora de criar*** – Junte-se a um colega e usem papel quadriculado para desenhar um percurso. A medida do lado do quadradinho deve ser considerada a unidade de medida de comprimento.

a) Sigam este algoritmo:

I) Marquem no encontro de duas linhas um ponto *O*.

II) A partir de O, sobre qualquer linha do quadriculado, tracem um segmento com 6 unidades.

III) Repitam três vezes os comandos:

- gire $\frac{1}{4}$ de volta para a direita;
- trace um segmento com 6 unidades.

Que figura vocês desenharam? **29. a)** Um quadrado.

b) Repitam a atividade do item **a**, mudando apenas o giro para a esquerda. E agora, que figura foi representada? **29. b)** Um quadrado.

c) Cada um de vocês vai criar um roteiro parecido, mas não igual ao do item **a**. Troquem o roteiro com o colega e tracem o roteiro um do outro.
29. c) Resposta pessoal.

LEONARDO DA CONCEIÇÃO/ARQUIVO DA EDITORA

Medida de um ângulo

Para determinar a medida de um ângulo, devemos verificar a abertura que está sendo considerada entre seus lados. Observe a abertura do ângulo indicado na figura da porta.

TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

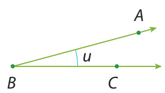
NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Observação

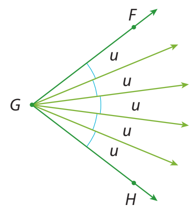
- Dado um ângulo, sempre podemos assinalar duas aberturas. Quando não houver indicação, consideraremos sempre a menor delas.

Para obter a medida de um ângulo, escolhemos um ângulo cuja abertura será a unidade de medida e verificamos quantas vezes ela "cabe" na abertura do ângulo que se deseja medir.

Observe o exemplo.



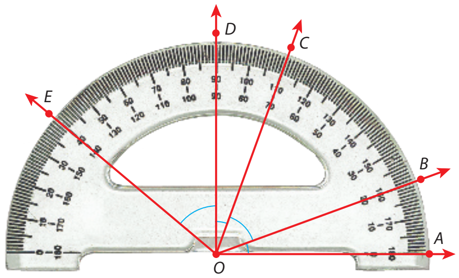
unidade de medida *u*



A medida de $F\hat{G}H$ é 5*u*.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Uma das unidades de medida de ângulo é o **grau** (°). O transferidor é o instrumento usado para medir ângulos em grau. O transferidor da fotografia imediatamente a seguir é dividido em 180 partes iguais. Cada uma dessas partes determina um ângulo de 1 grau, representado por 1°.



De acordo com a figura, temos:

- Medida de $A\hat{O}B$: 20°
  Indicamos: $m(A\hat{O}B) = 20°$
- Medida de $A\hat{O}C$: 70°
  Indicamos: $m(A\hat{O}C) = 70°$
- Medida de $A\hat{O}D$: 90°
  Indicamos: $m(A\hat{O}D) = 90°$
- Medida de $A\hat{O}E$: 140°
  Indicamos: $m(A\hat{O}E) = 140°$

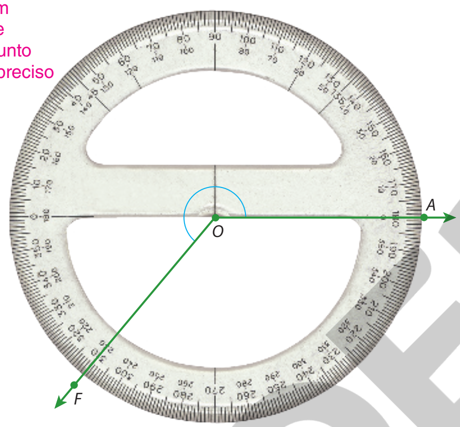
Orientações: se julgar conveniente, mostre aos estudantes as duas escalas do transferidor, que possibilitam que os ângulos sejam medidos no sentido horário ou no sentido anti-horário, sempre partindo do 0. É importante destacar que, ao realizar um conjunto de medições, deve ser utilizada sempre a mesma escala e é preciso escolher a escala mais conveniente para a situação.

FOTOGRAFIAS: EDUARDO SANTALIESTRA
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/
ARQUIVO DA EDITORA

Para ângulos com medida maior que 180°, usamos um transferidor de 360°, como o da fotografia. Observe a medida do ângulo assinalado.

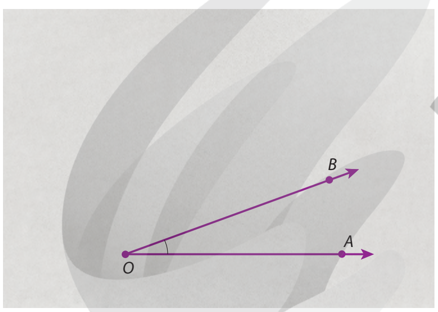
Medida de $A\hat{O}F$: 230°

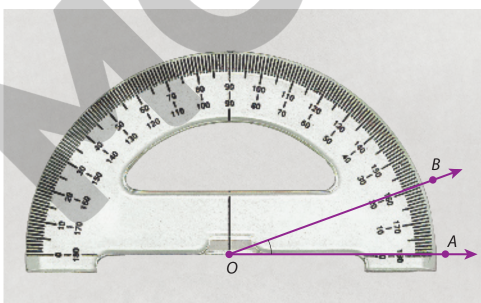
Indicamos: $m(A\hat{O}F) = 230°$



Acompanhe agora como devemos proceder para medir um ângulo usando o transferidor.

Considere como exemplo o ângulo $A\hat{O}B$ representado a seguir. Colocamos o centro do transferidor sobre o vértice O do ângulo, de modo que o 0 (zero) fique situado em um dos lados do ângulo (por exemplo: $\overrightarrow{OA}$). O outro lado ($\overrightarrow{OB}$) passa pela marcação 20 do transferidor. Então, o ângulo $A\hat{O}B$ mede 20 graus, isto é, $m(A\hat{O}B) = 20°$.





FOTOGRAFIAS: EDUARDO SANTALIESTRA
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/
ARQUIVO DA EDITORA

Medida de um ângulo

É importante os estudantes perceberem que medir um ângulo é medir a sua abertura (a que está sendo considerada). Com base no que já viram com a medida de um segmento de reta, eles podem compreender a comparação com a abertura de um ângulo tomado como unidade de medida.

O uso do transferidor é mais complexo do que o da régua. Por isso, proponha aos estudantes que meçam alguns ângulos com o transferidor e acompanhe-os no uso do instrumento, fazendo as intervenções necessárias para auxiliá-los. Faça construções na lousa, mostrando-lhes que não importa quanto prolongamos os lados de um ângulo, sua medida não se modifica.

A medição, com o transferidor, de um ângulo dado pode ser uma tarefa desafiadora. Apresente aos estudantes alguns ângulos em uma folha de papel para determinarem a medida de cada um deles usando o transferidor, desenvolvendo a habilidade (EF06MA27). Ao final, eles podem comparar com a medida encontrada por um colega e discutir como fizeram caso surjam medidas diferentes.

Para desenvolver essa tarefa, incentive os estudantes a usarem o ângulo reto (o giro de um quarto de volta que já desenharam) como referência (apenas mental, sem necessariamente manipular algum material). Eles podem, antes de usar o transferidor, estimar quais dos ângulos dados têm medidas menores que um ângulo reto. Depois, com o transferidor, devem fazer as medições necessárias e conferir as estimativas iniciais. Esse movimento é interessante, pois, além de desenvolver a habilidade de estimar medidas de ângulos, diminui os erros no momento de fazer a leitura da medida no transferidor.

Muitas vezes, os estudantes ficam em dúvida entre duas medidas (dois números) que aparecem no transferidor; a comparação inicial com o ângulo reto permite a eles selecionar a medida com mais segurança.

Exercícios propostos

O **exercício 30** propõe aos estudantes que determinem a medida de alguns ângulos com um transferidor. Essas medidas são:

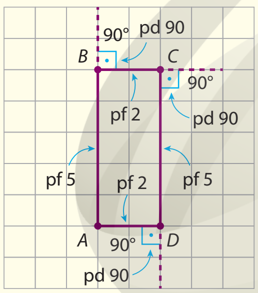
a) 30°; **b)** 120°; **c)** 75°; **d)** 90°

No **exercício 31**, dê um tempo para os estudantes lerem as informações do enunciado. Em seguida, antes que façam as tarefas propostas, discuta com a turma sobre o que entenderam da leitura que fizeram.

Expor esse entendimento propicia revisitarem as ideias principais do texto e fazerem a releitura, caso percebam que há alguma parte ainda não assimilada. Durante a realização das tarefas propostas, percorra a sala e verifique a necessidade de fazer intervenções para auxiliar as duplas. Comente com os estudantes que o Logo, uma linguagem de programação, utiliza comandos para descrever uma sequência de passos (um algoritmo) que resultarão em um desenho na tela do computador. Comente com os estudantes que a ordem dessa sequência é importante para que a tarefa seja realizada corretamente, chegando ao resultado final esperado.

A apresentação da linguagem de programação Logo e as atividades relacionadas também contribuem para o desenvolvimento do Tema Contemporâneo Transversal **ciência e tecnologia** e da **competência geral 5**.

a) Cristina obteve a seguinte figura:



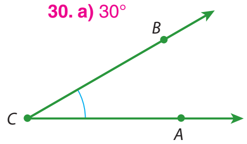
RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

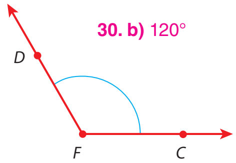
30 Usando um transferidor, determine a medida de cada um dos ângulos a seguir.

a)



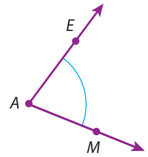
30. a) 30°

b)



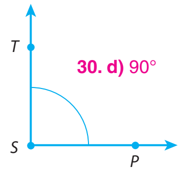
30. b) 120°

c)



30. c) 75°

d)



30. d) 90°

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

31 ***Hora de criar*** – Com um colega, leiam o texto e façam o que se pede, reproduzindo os desenhos em um papel quadriculado. Cada passo corresponde ao lado de um quadradinho.

O Logo é uma linguagem antiga de programação que possibilita fazer desenhos na tela do computador. O cursor aparece em forma de tartaruga, que realiza movimentos conforme o comando. Por exemplo:

- pf 5 (para a frente 5 passos)
- pd 90 (para a direita 90°)
- pe 45 (para a esquerda 45°)

LEONARDO DA CONCEIÇÃO/ARQUIVO DA EDITORA

Vamos considerar que a tartaruga está posicionada para cima no início do movimento.

a) Cristina executou os seguintes comandos:
pf 5 — pd 90 — pf 2 — pd 90 — pf 5 — pd 90 — pf 2
Desenhem no papel quadriculado a figura que ela obteve. **31. a)** Construção de figura.

b) Leonardo quis desenhar a letra L, inicial de seu nome, com um quadradinho de espessura. Descreva os comandos que ele pode ter dado.

c) Cada um de vocês deve criar um conjunto de comandos e trocar com o colega para que um desenhe a figura do outro. **31. c)** Resposta pessoal.

31. b) Resposta possível: pf 5 — pd 90 — pf 1 — pd 90 — pf 4 — pe 90 — pf 2 — pd 90 — pf 1 — pd 90 — pf 3

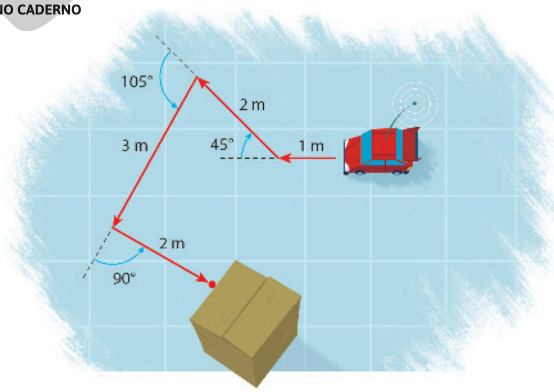
Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Descreva o trajeto feito pelo carrinho para chegar até a garagem.

Pense mais um pouco...: O carrinho andou 1 m para a frente, girou 45° para a direita, andou 2 m para a frente, girou 105° para a esquerda, andou 3 m para a frente, girou 90° para a esquerda e andou 2 m para a frente.

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA



ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

138

Pense mais um pouco...

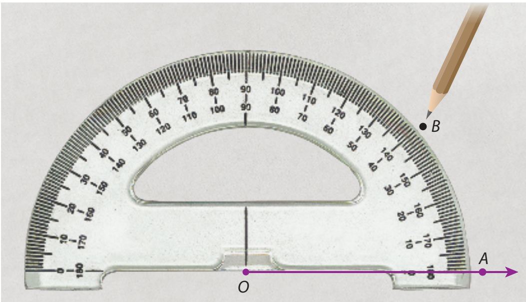
Pode-se reproduzir na lousa o desenho do trajeto do carrinho para discutir a situação com a turma. Após os estudantes (de preferência em duplas ou trios) descreverem o trajeto, peça a um de cada vez que vá à lousa e explique um "pedaço" do trajeto, primeiro oralmente, mostrando a movimentação sobre a ilustração e, depois, escrevendo na lousa a descrição. Em seguida, peça a outro estudante que faça o mesmo com o próximo trecho do trajeto. Quando o trajeto estiver finalizado, solicite aos estudantes que não foram à lousa que comparem as respostas obtidas por eles com as expostas na lousa e identifiquem se há diferenças.

Construção de um ângulo com o transferidor

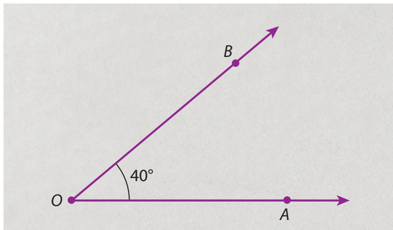
Para construir um ângulo de 40°, por exemplo, traçamos uma semirreta ($\overrightarrow{OA}$) qualquer:

NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Em seguida, colocamos o centro do transferidor sobre a origem *O* da semirreta e colocamos o número 0 (zero) do transferidor sobre $\overrightarrow{OA}$. Verificamos, então, onde o transferidor indica a marca 40 e assinalamos o ponto *B*.



Traçando a semirreta $\overrightarrow{OB}$, construímos um ângulo de 40°.



FOTOGRAFIA: EDUARDO SANTALIESTRA ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

EXERCÍCIO PROPOSTO

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

32 Construa no caderno um ângulo de: **32.** Construção de figuras.

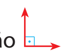
a) 35°; **b)** 90°; **c)** 45°; **d)** 72°; **e)** 150°; **f)** 139°; **g)** 220°; **h)** 310°.

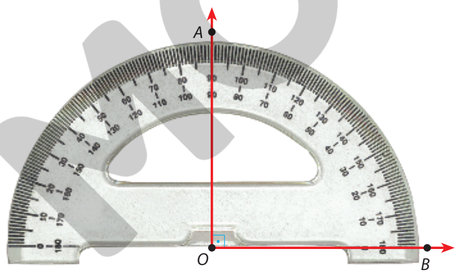
Tipos de ângulo

Ângulo reto

Observe na fotografia a posição dos ponteiros do relógio quando ele marca exatamente 3 horas. A figura formada pelos ponteiros sugere a ideia de um **ângulo reto**.

LUIS CARLOS TORRES/SHUTTERSTOCK

Na representação de um ângulo reto, usamos a notação . O ângulo $A\hat{O}B$ a seguir é reto.



FOTOGRAFIA: EDUARDO SANTALIESTRA ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

O ângulo cuja medida é 90° é denominado **ângulo reto**.

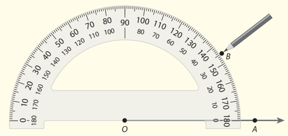
Construção de um ângulo com o transferidor

Mostre cada passo dessa construção na lousa, mais de uma vez, mudando a medida do ângulo a ser construído. Na primeira vez, peça aos estudantes que observem com atenção. Nas outras vezes, peça-lhes que reproduzam no caderno cada passo.

Exercício proposto

No **exercício 32**, os estudantes devem usar régua e transferidor, seguindo as orientações apresentadas na página. Essas construções contribuem para o desenvolvimento de habilidades referentes ao desenho geométrico. Promova uma discussão sobre acuidade visual e uso dos artefatos para medida e construção, o que leva à reflexão sobre estimativas e aproximações, auxiliando nas leituras de ângulos e utilização de régua e transferidor.

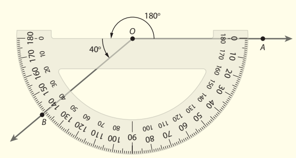
No **item a**, traçamos uma semirreta $\overrightarrow{OA}$ qualquer. Colocamos o centro do transferidor sobre a origem *O* da semirreta, com o número 0 (zero) sobre $\overrightarrow{OA}$. No local onde o transferidor indica 35 assinalamos o ponto *B*.



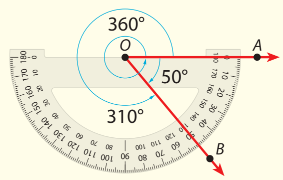
Traçando a semirreta $\overrightarrow{OB}$, construímos um ângulo de 35°. O mesmo procedimento pode ser seguido para a construção dos ângulos indicados nos **itens b**, **c**, **d**, **e**, **f**.

No **item g**, os estudantes podem utilizar um transferidor de 360° ou, caso tenham somente o transferidor de 180°, devem traçar uma reta e, nela, marcar os pontos *O* e *A*.

No sentido anti-horário a partir da semirreta $\overrightarrow{OA}$, com o transferidor alinhado nela e centro em *O*, marcamos o ângulo correspondente à diferença entre a medida do ângulo pedido e 180° (220° – 180° = 40°).



O mesmo procedimento pode ser seguido para a construção do ângulo indicado no **item h**. Posicionando o transferidor como no **item g**, mas agora considerando sua escala externa no sentido horário, assinalamos o ponto *B* na indicação do transferidor correspondente à diferença entre a medida do ângulo pedido e 360° (360° – 310° = 50°). Então traçamos a semirreta $\overrightarrow{OB}$ e construímos um ângulo de 310° no sentido anti-horário a partir da semirreta $\overrightarrow{OA}$.



ILUSTRAÇÕES: REINALDO VIGNATI/ARQUIVO DA EDITORA

Tipos de ângulo

Aqui iniciamos o estudo dos tipos de ângulo. Ressalte a importância do ângulo reto, cuja medida é 90°, e retome o giro de um quarto de volta, que corresponde a esse tipo de ângulo.

Com o estudo do ângulo reto, é possível definir retas perpendiculares. Retome a situação de retas concorrentes na lousa e demarque os quatro ângulos formados por essas retas, destacando o ponto em que elas se interceptam, o vértice comum desses quatro ângulos.

Para ilustrar a diferença entre retas perpendiculares e retas oblíquas, a seguinte atividade pode ser interessante. Entregue a cada estudante uma folha com representações de retas concorrentes em posições variadas, colocando entre elas retas que formam entre si ângulos de 90°. Peça a eles que meçam os ângulos entre as retas, identificando suas medidas. Verifique se eles percebem que, dois a dois, nesse caso, os ângulos opostos têm mesma medida. Em seguida, comente que as retas concorrentes que se interceptam formando quatro ângulos de 90° (ângulos retos) são denominadas **retas perpendiculares**. As demais retas concorrentes (que não formam ângulos retos entre si) são **retas oblíquas**. Com essas atividades os estudantes são estimulados a reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas e a realizar medições com o uso do transferidor, para determinar medidas da abertura de ângulos.

Na sequência, apresente o conceito de ângulos agudos e de ângulos obtusos, tomando como base a comparação com o ângulo reto.

Na figura 1, as retas *r* e *s* são concorrentes e formam entre si quatro ângulos retos.

Nesse caso, dizemos que *r* e *s* são **retas perpendiculares**.

Indicamos: $r \perp s$ (lemos: "*r* é perpendicular a *s*").

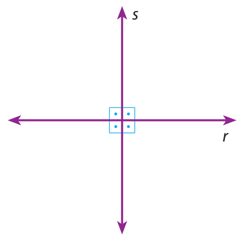


Figura 1

> Duas retas são **perpendiculares** quando se interceptam formando ângulos retos.

Na figura 2, as retas *u* e *v* também são concorrentes, porém não formam ângulos retos entre si. Nesse caso, dizemos que *u* e *v* são **retas oblíquas**.

Indicamos: $u \not\perp v$ (lemos: "*u* é oblíqua a *v*").

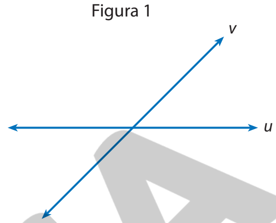
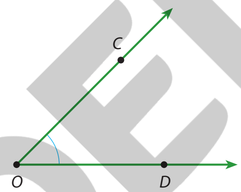


Figura 2

Ângulos agudo e obtuso

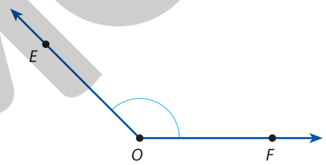
> O ângulo cuja medida é menor que a de um ângulo reto (ou seja, está entre 0° e 90°) é chamado **ângulo agudo**.

O ângulo $C\hat{O}D$ é um exemplo de ângulo agudo.

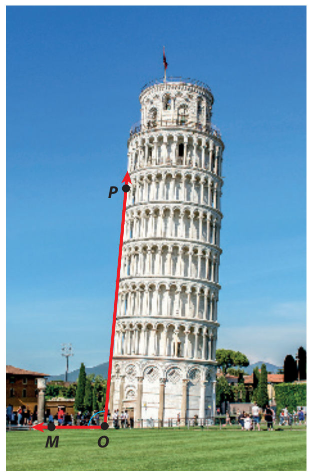


> O ângulo cuja medida é maior que a de um ângulo reto e menor que 180° é chamado **ângulo obtuso**.

Os ângulos $E\hat{O}F$, a seguir, e $M\hat{O}P$, desenhado na fotografia da torre de Pisa, são exemplos de ângulos obtusos.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA



BARBARAJO/SHUTTERSTOCK

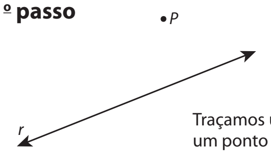
A torre de Pisa, na cidade de mesmo nome, na Itália, é famosa por sua inclinação. (Fotografia de 2021.)

Construção de retas perpendiculares e de retas paralelas

Por um ponto fora de uma reta *r*, podemos traçar uma reta *s*, perpendicular a *r*. E podemos traçar uma reta *s* paralela a *r*. Acompanhe.

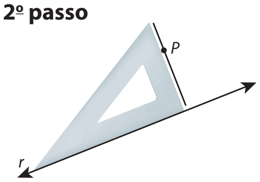
Retas perpendiculares traçadas com régua e esquadro

1º passo



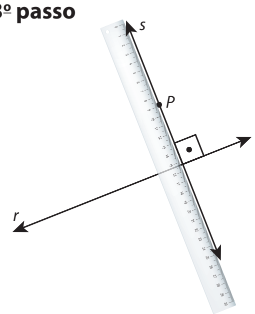
Traçamos uma reta *r* e um ponto *P* fora dela.

2º passo



Posicionamos o esquadro na reta *r* e no ponto *P* e iniciamos o traçado da reta *s* junto ao esquadro.

3º passo



Com a régua, terminamos de traçar a reta *s*, perpendicular à reta *r*, passando pelo ponto *P*. Verifique usando um transferidor.

Fluxograma do traçado de retas perpendiculares

Traçar uma reta *r* e um ponto *P* fora dela.

↓

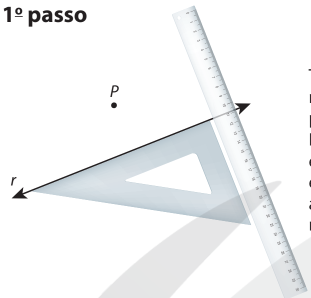
Posicionar o esquadro (na reta *r* e no ponto *P*) e iniciar o traçado de *s*.

↓

Com a régua, terminar o traçado de *s*, perpendicular à reta *r*, passando pelo ponto *P*.

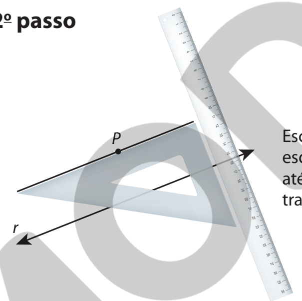
Retas paralelas traçadas com régua e esquadro

1º passo



Traçamos uma reta *r* e um ponto *P* fora dela. Posicionamos o esquadro na reta *r* e encostamos a régua no esquadro.

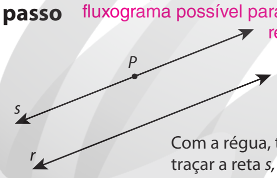
2º passo



Escorregamos o esquadro na régua até o ponto *P* e traçamos a reta *s*.

3º passo

Orientação: Se julgar conveniente, mostre aos estudantes um fluxograma possível para o traçado das retas paralelas *s* e *r*.



Com a régua, terminamos de traçar a reta *s*, paralela à reta *r*, passando pelo ponto *P*.

Fluxograma do traçado de retas paralelas

Após traçar uma reta *r* e um ponto *P* fora dela, posicionar o esquadro na reta e encostar a régua no esquadro. → Escorregar o esquadro na régua até o ponto *P* e traçar a reta *s*. → Com a régua, terminar de traçar a reta *s*, paralela à reta *r*, passando pelo ponto *P*.

Construção de retas perpendiculares e de retas paralelas

Avise previamente os estudantes que eles deverão trazer o material necessário para as construções de retas perpendiculares e de retas paralelas propostas nesta página: lápis, régua e esquadro. É importante que cada estudante tenha o seu próprio material para que participe efetivamente e realize cada construção. Se possível, traga algumas réguas e esquadros para distribuir a estudantes que porventura não tenham o material, recolhendo ao final da aula, para usar em outros momentos.

Proceda de maneira similar ao que foi feito na construção de ângulos com o transferidor. Mostre-lhes na lousa os passos de cada construção, mais de uma vez, mudando a posição da reta com que se inicia. Na primeira vez, peça aos estudantes que apenas observem com atenção o que é feito. Nas outras vezes, peça a eles que reproduzam no caderno cada passo que for feito na lousa.

Para a construção de retas perpendiculares e de retas paralelas, a construção de algoritmos representados por fluxogramas pode ser útil, descrevendo o passo a passo de cada uma das construções e servindo de referência para construções e análises futuras. Desse modo, os conceitos estudados neste tópico contribuem para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA22) e (EF06MA23).

Para saber mais

Nas construções de retas perpendiculares e de retas paralelas com o uso do *software* gratuito Geogebra (disponível em: https://www.geogebra.org/classic; acesso em: 14 maio 2022), se possível, leve os estudantes à sala de informática para eles observarem a utilização do *software* e efetivamente construírem por meio dele retas perpendiculares e retas paralelas, seguindo o procedimento mostrado nesta página, contribuindo assim para o letramento tecnológico dos estudantes e para o desenvolvimento da **competência geral 5** e do Tema Contemporâneo Transversal **ciência e tecnologia**.

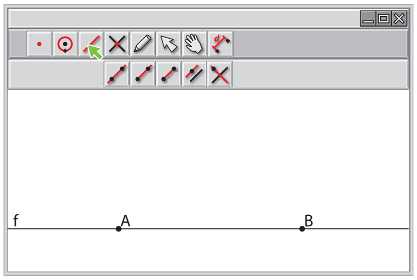
Outra possibilidade é montar uma apresentação a que os estudantes assistam e observem o uso desse *software* nessas construções.

PARA SABER MAIS

Retas perpendiculares e retas paralelas traçadas com o uso de *software*

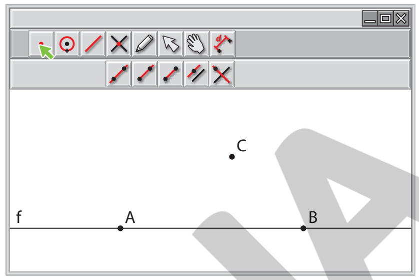
Podemos utilizar *softwares* matemáticos em uma série de situações. Acompanhe como é possível criar retas perpendiculares com o uso de um *software*.

1º passo



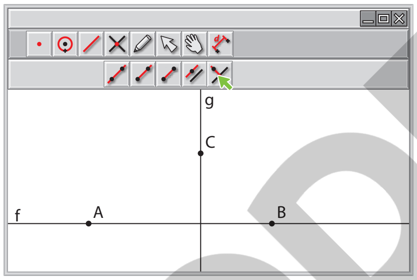
- Geralmente, as ferramentas ficam na parte superior da tela. Selecione a ferramenta "Reta" e clique em dois pontos quaisquer da tela para criar uma reta $\overleftrightarrow{AB}$.

2º passo



- Selecione a ferramenta "Ponto" e clique em qualquer lugar fora da reta para criar um novo ponto *C*.

3º passo



- Selecione a ferramenta "Reta perpendicular" e clique no ponto *C* criado por você no passo anterior e, em seguida, na reta $\overleftrightarrow{AB}$.
  Selecionando a ferramenta "Mover", é possível movimentar os pontos *A*, *B* e *C* e manter as retas criadas perpendiculares entre si.

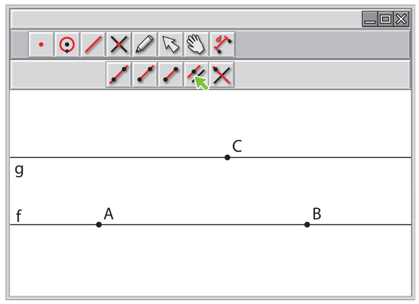
Agora, acompanhe como utilizar o *software* novamente para a construção de retas paralelas.

1º e 2º passos

- Repita os procedimentos feitos nos dois primeiros passos da primeira construção, criando uma reta $\overleftrightarrow{AB}$ e um ponto *C*, fora da reta.

3º passo

- Selecione a ferramenta "Reta paralela" e clique no ponto *C* criado por você e, em seguida, na reta $\overleftrightarrow{AB}$.
  Selecionando a ferramenta "Mover", é possível movimentar os pontos *A*, *B* e *C* e manter as retas criadas paralelas entre si.



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

33 Observando as figuras, classifique cada ângulo assinalado como reto, agudo ou obtuso.

a)

Ângulo formado entre duas cartas de baralho.

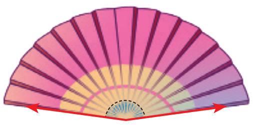
33. a) Ângulo agudo.

b)

Ângulo formado pelas laterais do porta-retrato.

33. b) Ângulo reto.

c)



Ângulo formado pelas hastes do leque.

33. c) Ângulo obtuso.

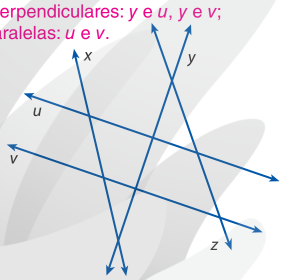
ILUSTRAÇÕES: LEONARDO DA CONCEIÇÃO/ARQUIVO DA EDITORA

34 Classifique como reto, agudo ou obtuso o ângulo descrito pelo ponteiro dos minutos de um relógio quando ele passa das 9 h 5 min para as:

a) 9 h 25 min **34. a)** Ângulo obtuso.
b) 9 h 15 min **34. b)** Ângulo agudo.
c) 9 h 20 min **34. c)** Ângulo reto.

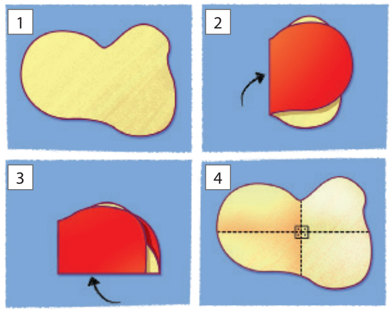
35 Usando um transferidor, descubra retas perpendiculares e, usando régua e esquadro, descubra retas paralelas na figura a seguir.

35. Retas perpendiculares: *y* e *u*, *y* e *v*; retas paralelas: *u* e *v*.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

36 Utilizando os passos a seguir, construa um molde de ângulo reto sem utilizar transferidor. Pegue um pedaço de papel de qualquer formato e faça uma dobra. Dobre novamente, unindo as duas pontas da primeira dobra. Ao abrir a folha, você perceberá que as dobras formam 4 ângulos retos.



ILUSTRAÇÕES: LEONARDO DA CONCEIÇÃO/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, faça as duas dobras novamente e utilize seu molde de ângulo reto para identificar os ângulos assinalados na ilustração a seguir como reto, agudo ou obtuso.

36. Ângulo assinalado no canto do tampo da mesa: reto; ângulo assinalado no livro: agudo; ângulo assinalado na haste da luminária: obtuso.

IZAAC BRITO/ARQUIVO DA EDITORA

37 Com régua e esquadro, faça o que se pede:

- trace uma reta *r* e, nela, um ponto *A*;
- trace por *A* uma reta *s*, perpendicular a *r*;
- marque em *s* dois pontos, *B* e *C*, distantes 4 cm de *A*;
- trace duas retas *t* e *u* perpendiculares a *s*, uma por *B* e outra por *C*.

a) Responda: qual é a posição relativa das retas *r*, *t* e *u*?
b) Quais seriam os passos para realizar essa construção com um *software*, como o apresentado no *Para saber mais*?

37. a) As retas *r*, *t* e *u* são paralelas.
37. b) A resposta desta atividade está neste *Manual do Professor*.

143

Exercícios propostos

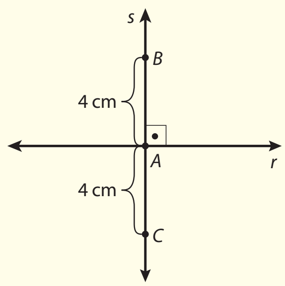
As resoluções dos **exercícios 33** a **35** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 6.

Aproveite o **exercício 36** para mostrar aos estudantes que não importa o tamanho do papel, mas a maneira como ele foi dobrado. Não há indicação da medida do papel, pois, desde que todos façam a dobradura corretamente, chegarão ao ângulo reto. É interessante que cada estudante conserve seu "ângulo reto" para ser usado em outros exercícios como auxiliar tanto de construção como de medição de ângulos. O ângulo assinalado no canto do tampo da mesa é um ângulo reto; o ângulo assinalado no livro é um ângulo agudo e o ângulo assinalado na haste da luminária é um ângulo obtuso.

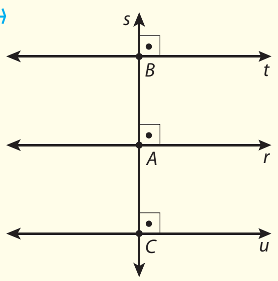
No **exercício 37** é preciso que todos tenham lápis, régua e compasso. É fundamental ter em sala de aula os materiais apropriados para desenhar na lousa, pois são ferramentas indispensáveis para os estudantes acompanharem e compreenderem os passos das construções geométricas solicitadas.

Para essa construção, eles devem seguir as orientações apresentadas na página 141.

A distância do ponto *A* ao ponto *B* é igual à distância do ponto *A* ao ponto *C*, que é 4 cm.



ILUSTRAÇÕES: REINALDO VIGNATI/ARQUIVO DA EDITORA



Observando o desenho e seu processo de construção, os estudantes devem concluir que as retas *r*, *t* e *u* são paralelas (**item a**). Se for possível, essa construção também pode ser feita no computador com o uso de um *software*.

A resolução do **item b** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 6.

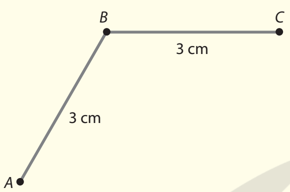
Exercícios complementares

Nesta seção, são oferecidas novas oportunidades para os estudantes retomarem e aplicarem os principais conceitos tratados no capítulo.

No **exercício 1**, relembre os estudantes do conteúdo sobre retas paralelas, perpendiculares e oblíquas. Duas retas de um mesmo plano nem sempre têm um ponto em comum, como é o caso de retas paralelas; portanto a sentença do **item a** é falsa. Duas retas oblíquas não podem formar um ângulo reto. Retas oblíquas são concorrentes, mas não são perpendiculares; portanto a sentença do **item c** é falsa.

No **exercício 2**, lembre-os de que uma reta não tem início nem fim, por isso é representada com uma seta dupla acima das letras, como nos **itens e** e **f**. Uma semirreta tem início (sua origem), mas não tem fim, sendo representada com uma seta simples que aponta apenas para um lado, como nos **itens b**, **c** e **h**. Um segmento de reta tem início e fim, por isso é representado com um traço sobre as letras, como nos **itens a**, **d** e **g**.

A seguir, apresentamos um exemplo de resposta para o **exercício 3**:



Utilizando um transferidor é possível constatar que a medida do ângulo formado por esses segmentos é de 120°.

É importante os estudantes justificarem seus desenhos. Neste caso, por exemplo, os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ não estão em uma mesma reta, por isso não são colineares. Eles têm um extremo em comum, o ponto *B*; logo, são consecutivos. Também têm a mesma medida; portanto, são congruentes. Esse exercício é uma ótima oportunidade para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA25), (EF06MA26) e (EF06MA27).

Após a resolução do **exercício 4**, peça aos estudantes que retomem o **exercício 15**, da página 130, e comparem o que concluíram anteriormente com o desenho deste exercício, para entenderem por que, no último, não encontraram nenhum par de segmentos consecutivos e colineares.

7. As medidas dos segmentos de reta são: $AB = CD = 6$ cm; $BC = AD = 3$ cm; $XY = YZ = ZV = VX = 2{,}5$ cm; $VY = 4{,}5$ cm e $XZ = 2$ cm. São congruentes: $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$; $\overline{BC}$ e $\overline{AD}$; $\overline{XY}$, $\overline{YZ}$, $\overline{ZV}$ e $\overline{VX}$.

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. a) Resposta possível: duas retas de um mesmo plano nem sempre têm um ponto em comum.

1 Em seu caderno, copie as sentenças verdadeiras e corrija as falsas.

a) Duas retas de um mesmo plano sempre têm um ponto em comum.
b) Duas retas perpendiculares têm apenas um ponto em comum.
c) Duas retas oblíquas podem formar um ângulo reto. **1. b)** Duas retas perpendiculares têm apenas um ponto em comum.

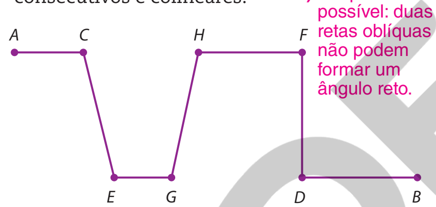
2 Observe as indicações e classifique-as em reta, semirreta ou segmento de reta.

a) $\overline{AB}$ **2. a)** Segmento de reta.
b) $\overrightarrow{PQ}$ **2. b)** Semirreta.
c) $\overrightarrow{RS}$ **2. c)** Semirreta.
d) $\overline{FG}$ **2. d)** Segmento de reta.
e) $\overleftrightarrow{CD}$ **2. e)** Reta.
f) $\overleftrightarrow{JK}$ **2. f)** Reta.
g) $\overline{MN}$ **2. g)** Segmento de reta.
h) $\overrightarrow{OP}$ **2. h)** Semirreta.

3 Desenhe dois segmentos não colineares, consecutivos e congruentes. Em seguida, meça o ângulo formado por eles. **3.** Resposta pessoal.

4 Na figura, identifique os segmentos colineares, os segmentos consecutivos e os segmentos consecutivos e colineares.

1. c) Resposta possível: duas retas oblíquas não podem formar um ângulo reto.



5 Considere a reta a seguir. **5. c)** 1 semirreta.

Responda às questões. **5. a)** 8 semirretas.

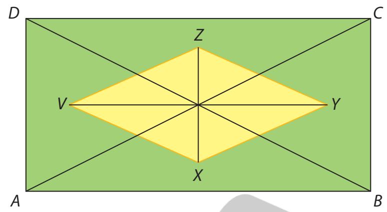
a) Quantas semirretas ficam determinadas pelos pontos assinalados na reta?
b) Quantas semirretas de origem *E* ficam determinadas? **5. b)** 2 semirretas.
c) Quantas semirretas de origem *M* e que passam pelo ponto *Z* ficam determinadas?

6. a) Sim; não; sim.

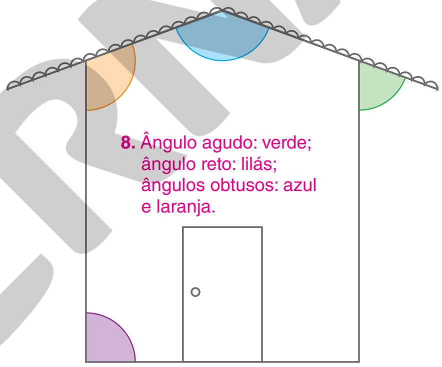
6 Desenhe três semirretas de mesma origem, sendo duas semirretas opostas e a terceira formando um ângulo de 45° com uma delas.

a) Você obteve um ângulo de meia-volta? E um ângulo reto? E um ângulo obtuso?
b) Quais são as medidas dos ângulos obtidos? **6. b)** As medidas são: 180°, 45° e 135°.

7 Determine, com o auxílio de uma régua, a medida de cada segmento de reta da figura e identifique os segmentos congruentes.



8 Classifique cada ângulo destacado na figura a seguir em reto, agudo ou obtuso, identificando-os pela cor.



8. Ângulo agudo: verde; ângulo reto: lilás; ângulos obtusos: azul e laranja.

9 Considere quatro pontos de um plano, sabendo que três desses pontos nunca estão na mesma reta.

Qual é o número de semirretas que podemos traçar com origem em um deles e que passa por outro deles? **9.** 12 semirretas.

10. Alternativa **b**. Os lados de um ângulo são semirretas.

10 Determine qual das sentenças a seguir é falsa. Em seguida, corrija-a no caderno.

a) O ângulo reto mede 90°.
b) Os lados de um ângulo são segmentos de reta.
c) Determinar a medida de um ângulo é medir a abertura entre seus lados.
d) A medida de um ângulo obtuso é sempre maior que a medida de um ângulo agudo.

4. Segmentos colineares: $\overline{AC}$ e $\overline{HF}$; $\overline{EG}$ e $\overline{DB}$; segmentos consecutivos: $\overline{AC}$ e $\overline{CE}$; $\overline{CE}$ e $\overline{EG}$; $\overline{EG}$ e $\overline{GH}$; $\overline{GH}$ e $\overline{HF}$; $\overline{HF}$ e $\overline{FD}$; $\overline{FD}$ e $\overline{DB}$; segmentos consecutivos e colineares: nenhum.

Os segmentos colineares são: $\overline{AC}$ e $\overline{HF}$; $\overline{EG}$ e $\overline{DB}$. Os segmentos consecutivos são: $\overline{AC}$ e $\overline{CE}$; $\overline{CE}$ e $\overline{EG}$; $\overline{EG}$ e $\overline{GH}$; $\overline{GH}$ e $\overline{HF}$; $\overline{HF}$ e $\overline{FD}$; $\overline{FD}$ e $\overline{DB}$.

No **exercício 5**, como a reta contém quatro pontos, *A*, *M*, *E* e *Z*, e cada ponto divide a reta em duas semirretas, então estão determinadas 8 semirretas (**item a**).

O ponto *E* determina 2 semirretas com origem nele, na reta original (**item b**).

Entre as semirretas com origem em *M*, uma delas passa por *A* e outra passa por *E* e por *Z*, portanto apenas uma semirreta de origem *M* e que passa pelo ponto *Z* fica determinada (**item c**).

As resoluções e comentários dos **exercícios 6** a **10** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 6.

VERIFICANDO

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Quando três ou mais pontos pertencem a uma mesma reta, eles são chamados: **1.** Alternativa **b**.

a) coplanares.
b) colineares.
c) congruentes.
d) consecutivos.

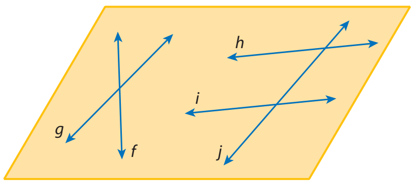
2 Quando duas retas são denominadas concorrentes, elas: **2.** Alternativa **b**.

a) têm dois pontos em comum.
b) têm um único ponto em comum.
c) têm três pontos em comum.
d) não têm pontos em comum.

3 Dois segmentos de reta são congruentes quando: **3.** Alternativa **c**.

a) estão sobre a mesma reta.
b) têm um extremo comum.
c) têm medidas iguais.
d) se cruzam em um único ponto.

4 Na figura a seguir, qual é o par de retas paralelas? **4.** Alternativa **c**.



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

a) *g* e *f*.
b) *h* e *j*.
c) *h* e *i*.
d) *j* e *g*.

5 Qual é a medida em grau do ângulo reto? **5.** Alternativa **d**.

a) 100°
b) 180°
c) 45°
d) 90°

6 Um ângulo de medida igual a 180° corresponde a um ângulo de: **6.** Alternativa **b**.

a) $\frac{1}{4}$ de volta.
b) $\frac{1}{2}$ volta.
c) $\frac{3}{4}$ de volta.
d) uma volta completa.

7 Quando duas retas são perpendiculares, elas se interceptam formando ângulos: **7.** Alternativa **c**.

a) obtusos.
b) agudos.
c) retos.
d) rasos.

8 Um ângulo que tem medida entre 0° e 90° recebe o nome de: **8.** Alternativa **d**.

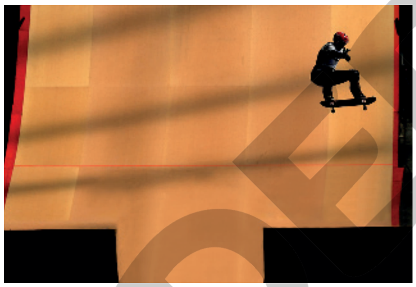
a) ângulo reto.
b) ângulo raso.
c) ângulo obtuso.
d) ângulo agudo.

9 O ângulo destacado no relógio a seguir é classificado como um ângulo: **9.** Alternativa **c**.

a) reto.
b) agudo.
c) obtuso.
d) raso.

RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

10 Imagine um giro de 720° no ar sem as mãos no *skate*. Essa é uma manobra chamada *No Grab 720*.



SEAN M. HAFFEY/GETTY IMAGES

Quantas voltas o skatista deve dar no ar para completar essa manobra? **10.** Alternativa **c**.

a) 1 volta completa.
b) 1 volta e meia.
c) 2 voltas completas.
d) 2 voltas e meia.

Organizando

Organizando: **a)** Reta: não tem começo nem fim; semirreta: tem uma origem, mas não tem fim; segmento de reta: tem dois extremos.

Vamos organizar o que você aprendeu neste capítulo? Para isso, responda às questões.

a) Qual é a diferença entre reta, semirreta e segmento de reta?
b) Como duas retas podem ser classificadas em relação às suas posições no plano?
c) Duas retas, em qualquer posição no plano, sempre formarão um par de ângulos? Justifique sua resposta.
d) Como os ângulos podem ser classificados em relação às suas medidas?
e) Você aprendeu que o transferidor é um dos instrumentos utilizados para medir ângulos. Desenhe um ângulo e identifique a sua medida utilizando o transferidor. **e)** Resposta pessoal.

b) Retas paralelas: não têm pontos em comum; retas concorrentes: têm um único ponto em comum.

c) Não, elas só formarão pares de ângulos quando forem concorrentes.

d) Agudo: quando tem medida entre 0° e 90°; obtuso: quando tem medida entre 90° e 180°; reto: quando tem medida igual a 90°.

Verificando

Esses exercícios são mais uma oportunidade para o estudante validar o entendimento do conteúdo estudado neste capítulo.

Instrua-os a retornarem às páginas anteriores caso alguma dúvida persista.

As resoluções dos **testes 1** a **10** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 6.

Organizando

Incentive os estudantes a organizarem seus aprendizados no caderno, fazendo resumos, mapas conceituais, fluxogramas ou aplicando destaques em conceitos importantes.

As questões propostas têm como objetivo fazer com que os estudantes retomem os conteúdos estudados no capítulo e reflitam sobre algumas temáticas. Após sua correção é importante pedir aos estudantes que compartilhem suas respostas. Essa estratégia permitirá o compartilhamento de dúvidas e percepções sobre o conteúdo, contribuindo para o aprendizado de todos.

Capítulo 7 - Números racionais na forma de fração

Os objetivos deste capítulo e suas justificativas, as indicações das habilidades e competências específicas da Matemática (BNCC), além de outras informações, estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas.

Este capítulo trata dos números racionais não negativos em forma de fração, seus significados, equivalência, simplificação, comparação de frações e a forma percentual. Trata também da interpretação e organização de informações por meio de tabelas e gráficos de colunas e de setores.

A abertura do capítulo proporciona uma ótima oportunidade de trabalhar com uma abordagem interdisciplinar, associando Matemática a Ciências da Natureza e Geografia. Os números em foco, números racionais, são apresentados ao estudante em um conjunto de informações sobre lixo plástico nos oceanos, possibilitando variadas comparações de medidas e proporcionalidade. É interessante discutir com os estudantes que, a exemplo desse contexto, a compreensão geral dos números, em suas múltiplas representações e aplicações, é fundamental para conhecer e melhor entender o mundo em que vivemos. Os números na forma de fração representam a comparação de partes com o todo.

Ao apresentar aos estudantes informações sobre o acúmulo de lixo plástico nos oceanos e suas consequências para a vida humana e para o meio ambiente, a abertura deste capítulo abre espaço para o desenvolvimento dos Temas Contemporâneos Transversais **educação ambiental** e **educação para o consumo** e para o desenvolvimento da **competência geral 7**, estimulando discussões sobre o consumo consciente de embalagens plásticas e sobre o papel de todo cidadão na conservação do meio ambiente. Durante a discussão sobre a quantidade de embalagens plásticas utilizadas pelos estudantes em um dia, pode ser interessante questionar sobre a possibilidade de reduzir a utilização dessas embalagens. Peça a eles que pensem em possíveis formas para essa redução e que citem alternativas para as embalagens plásticas.

Com base nos dados apresentados no texto, discuta com eles como a redução no consumo de embalagens plásticas pode ajudar significativamente na solução do problema da poluição dos oceanos.

Capítulo 7 Números racionais na forma de fração

ZUMA PRESS/EASYPIX BRASIL

THE OCEAN CLEANUP

Dispositivo desenvolvido pelo projeto *Ocean Cleanup* (Limpeza do Oceano) para a coleta de lixo plástico dos oceanos, sendo testado no Oceano Pacífico. (Fotografias de 2019.) **a)** 2021; 2030; 70%; 8 milhões; $\frac{1}{3}$; 1,6 milhão; 80 mil; 150 milhões; $\frac{7}{10}$; 80%. Os números indicam contagens e medidas. Não, $\frac{1}{3}$; 1,6; $\frac{7}{10}$; 70% e 80% não são números naturais.

Observe, leia e responda no caderno.

a) Identifique os diferentes números que apresentam os dados do texto e suas diferentes representações. O que esses números indicam? Todos eles são números naturais?

b) Você consegue estimar quantos produtos em embalagens plásticas você consome em um dia? **b)** Resposta pessoal.

c) Como o consumo consciente pode ajudar na solução do problema da poluição dos oceanos? **c)** Resposta pessoal.

d) Qual é a importância da preservação dos oceanos? O que você poderia fazer para contribuir para a preservação dos oceanos?

O período de 2021 a 2030 foi declarado pela Organização das Nações Unidas (ONU) como a Década do Oceano, um movimento global para a preservação dos oceanos, que cobrem cerca de 70% da superfície do planeta Terra. A cada ano, aproximadamente 8 milhões de toneladas de lixo plástico chegam aos oceanos, prejudicando diretamente a vida marinha e pelo menos $\frac{1}{3}$ da população mundial, que busca neles sua fonte de alimento e sustento. Gigantescas aglomerações de material descartado já formam ilhas de lixo flutuante em todos os oceanos. Esses aglomerados podem chegar a 1,6 milhão de metros quadrados e podem conter aproximadamente 80 mil toneladas de plástico. Nos últimos anos, diversas iniciativas empreendedoras foram desenvolvidas para solucionar o problema da poluição dos oceanos em pequena escala, como o projeto holandês *Ocean Cleanup*.

Você sabia que existem cerca de 150 milhões de toneladas de lixo nos oceanos e que o plástico é responsável por cerca de $\frac{7}{10}$ de toda essa poluição? Estima-se que 80% do lixo dos oceanos tenha origem terrestre. **d)** Espera-se que os estudantes respondam que a preservação dos oceanos é importante para a nossa sobrevivência no planeta, como fonte de alimento e renda, na manutenção do clima e da biodiversidade, entre outros. Resposta pessoal.

Sugestão de leitura

Para ampliar seu trabalho com esse tema, sugerimos:

UNITED NATIONS ENVIRONMENT PROGRAMME (UNEP). **Da poluição à solução**: uma análise global sobre lixo marinho e poluição plástica. Nairobi, 2021. Disponível em: https://www.unep.org/interactive/pollution-to-solution/?lang=PT. Acesso em: 10 maio 2022.

A página interativa do relatório sobre poluição plástica e o lixo marinho, publicado pelo programa para o meio ambiente da Organização das Nações Unidas (ONU), mostra o impacto do lixo plástico na saúde humana, nos ecossistemas e na vida selvagem, além de apresentar atitudes que podem ser tomadas para a redução do lixo plástico e para a preservação do meio ambiente.

1 Os números com os quais convivemos

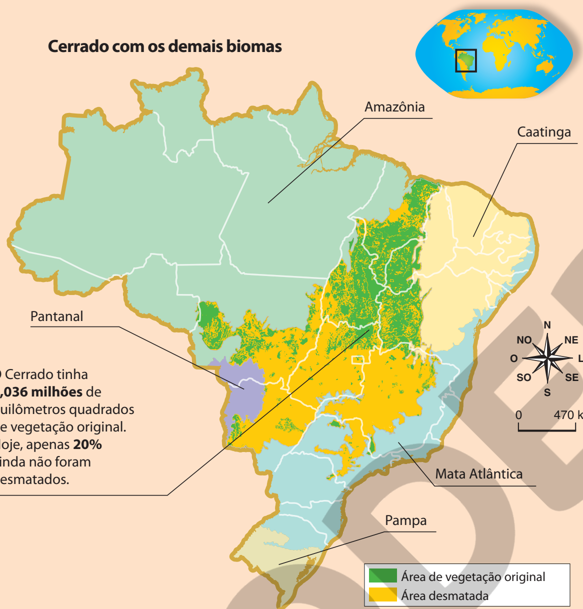
Até aqui, estudamos os números naturais. Contudo, repare que no cotidiano costumamos encontrar outros números que não são naturais para expressar o resultado de uma medida. Para exemplificar, observe o texto a seguir, que trata do desmatamento de um importante bioma brasileiro, o Cerrado.

O CERRADO PODE DESAPARECER EM POUCAS DÉCADAS

O Cerrado é um dos biomas mais ricos em biodiversidade do mundo e o segundo maior bioma natural do Brasil, depois da Amazônia, ocupando quase $\frac{1}{4}$ da área territorial do país. No entanto, assim como vem ocorrendo com os demais biomas brasileiros, as queimadas e a agropecuária, principalmente as atividades relacionadas ao cultivo da soja, do milho e do algodão e à criação de gado bovino, reduzem ano a ano a vegetação nativa, comprometendo bacias hidrográficas, a vida animal e a vida humana. O mapa a seguir ilustra a situação atual do Cerrado e mostra que apenas cerca de **20%** da cobertura original ainda não foram desmatados.

São conhecidas nesse bioma aproximadamente **200** espécies de mamíferos, **800** espécies de aves, **180** de répteis, **150** de anfíbios e **1 200** espécies de peixes, além de **90 000** espécies de insetos. O desmatamento coloca muitos desses seres vivos em risco de extinção. Para a manutenção da biodiversidade, além da qualidade e da quantidade de água do bioma, que alimenta $\frac{8}{12}$ das principais bacias hidrográficas do Brasil, é importante a recuperação da vegetação nativa.

Cerrado com os demais biomas



Dados obtidos em: TERRABRASILIS – Prodes (Desmatamento). Disponível em: http://terrabrasilis.dpi.inpe.br/app/map/deforestation?hl=pt-br e http://terrabrasilis.dpi.inpe.br/app/dashboard/deforestation/biomes/cerrado/increments. INSTITUTO Chico Mendes de Conservação da Biodiversidade: Cerrado. Disponível em: https://www.gov.br/icmbio/pt-br/assuntos/biodiversidade/unidade-de-conservacao/unidades-de-biomas/cerrado. Acessos em: 6 fev. 2022.

Mapa elaborado com base em: FERREIRA, Graça Maria Lemos. **Atlas geográfico**: espaço mundial. 5. ed. rev. e atual. São Paulo: Moderna, 2019.

Note que, além dos números naturais, como 800, 180 e 1 200, por exemplo, o texto traz números não naturais, como: $\frac{1}{4}$; $\frac{8}{12}$; 8,21%; e 20%. Todos esses números, incluindo os números naturais, são chamados de **números racionais**. Como podemos notar, eles podem ser representados de formas diferentes.

Neste capítulo, vamos estudar os números racionais representados na forma de fração, como $\frac{8}{12}$ e $\frac{1}{4}$.

1. Os números com os quais convivemos

Analise as informações apresentadas com os estudantes, destacando os números racionais em forma de fração que aparecem. Verifique quais registros os estudantes já conhecem. Podem ser exploradas a forma de fração, a forma percentual e a forma decimal, o que propicia um levantamento dos conhecimentos que eles já têm construídos acerca dos números racionais.

Aproveite para explorar o conhecimento dos estudantes em relação às palavras mais usadas em Ciências da Natureza ou Geografia, como bioma, Cerrado, bacia hidrográfica, biodiversidade, vegetação nativa e outras em que eles apresentem dúvida.

Essa também é uma ótima oportunidade para o trabalho com o Tema Contemporâneo Transversal **educação ambiental**. Converse com os estudantes sobre o desmatamento, seu impacto na vida humana e na biodiversidade, e sobre a importância da conservação do meio ambiente, ampliando o trabalho com a **competência geral 7**. Pergunte a eles se já ouviram falar em desmatamento na região ou na comunidade em que vivem.

2. Número racional e a fração que o representa

Habilidade da BNCC: **EF06MA07**.

Situações que tratam da noção de medida são muito interessantes para desenvolver a noção de números racionais na forma de fração, pois existe uma articulação natural entre esses dois temas das Unidades Temáticas **Números** e **Grandezas e medidas**.

O intuito aqui é ampliar, aprofundar e consolidar os conhecimentos dos estudantes sobre os números racionais na forma de fração para que possam aplicá-los na resolução de problemas.

Ao comparar, ordenar frações e associá-las às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, este tópico possibilita o início do trabalho com a habilidade (EF06MA07).

Se julgar conveniente, proponha aos estudantes atividades nas quais eles vivenciem situações similares à apresentada, envolvendo medidas de comprimento e frações, na sala de aula ou na quadra esportiva da escola.

2 Número racional e a fração que o representa

Em muitas situações é comum utilizarmos partes do corpo, como os pés e as mãos, para fazer uma medição.

Observe como Renata usou a medida de seu passo para determinar o comprimento aproximado de uma calçada (figura 1).

Ao perceber que não obteve um número exato de passos, ela usou o comprimento do pé para medir o pedaço que faltava (figura 2).

Figura 1

Figura 2

Note que Renata obteve 63 passos e 2 pés como medida aproximada para o comprimento da calçada.

Acompanhe a relação que podemos estabelecer entre as medidas do comprimento do passo e do comprimento do pé de Renata.

Isso significa que a medida do comprimento do pé de Renata é a terça parte da medida do comprimento de seu passo, ou seja, se dividirmos a medida do comprimento do passo dela em 3 partes iguais, a medida do comprimento do pé representará uma dessas partes.

Cada uma dessas partes pode ser representada pela **fração** $\frac{1}{3}$.

Nesse exemplo, o passo de Renata representa o **todo** ou 1 **inteiro**, e cada pé representa uma **parte do inteiro**: cada pé mede $\frac{1}{3}$ do passo; 2 pés equivalem a $\frac{2}{3}$ do passo; 3 pés equivalem a $\frac{3}{3}$ do passo, ou seja, 1 passo inteiro.

Conhecendo essa relação entre as medidas do comprimento do pé e do comprimento do passo de Renata, podemos dizer, então, que a medida do comprimento da calçada é de 63 passos e $\frac{2}{3}$ do passo de Renata. A medida do pedaço que faltava não é um número natural, mas é um exemplo de número racional.

> Todo número que pode ser representado na forma de fração $\frac{a}{b}$, em que a e b são números naturais, com $b \neq 0$, é um **número racional**.

Observe como indicamos uma fração:

$\frac{2}{3}$

numerador → Indica o número de partes consideradas do inteiro.

denominador → Indica o número de partes iguais em que o inteiro foi dividido.

O termo que fica abaixo do traço é o **denominador**. Ele indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido.

O termo acima do traço é o **numerador**. Ele indica quantas partes do inteiro foram tomadas.

Como se leem as frações

A leitura das frações é feita assim: primeiro, lemos o numerador; depois, o denominador. Para o denominador, são adotados alguns nomes especiais. Observe.

Se o denominador for:	2	3	4	5	6	7	8	9
Lemos:	meio	terço	quarto	quinto	sexto	sétimo	oitavo	nono

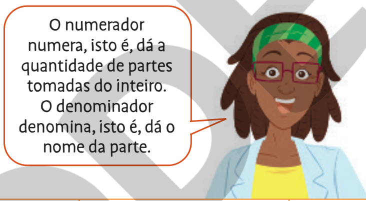
Observe alguns exemplos.

a) $\frac{1}{2}$ → um meio

b) $\frac{2}{3}$ → dois terços

c) $\frac{3}{4}$ → três quartos

d) $\frac{4}{9}$ → quatro nonos



ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Se o denominador for:	10	100	1 000	...
Lemos:	décimo	centésimo	milésimo	...

Observe alguns exemplos.

a) $\frac{3}{10}$ → três décimos

b) $\frac{8}{100}$ → oito centésimos

Quando o denominador não for nenhum dos números indicados aqui, lemos o denominador acompanhado da palavra **avos**. Observe alguns exemplos.

a) $\frac{1}{12}$ → um doze avos

b) $\frac{3}{20}$ → três vinte avos

Como se leem as frações

Para ampliar o trabalho com a identificação e a leitura das frações, monte um jogo da memória em que os pares de cartas sejam formados por uma fração e seu modo de leitura. Os estudantes podem ajudar na elaboração das cartas.

Esse jogo pode ser utilizado em momentos variados durante o estudo deste capítulo.

Algumas situações que envolvem números racionais na forma de fração

Analise as situações propostas nesta página, que tratam da noção de fração envolvendo inteiros contínuos (**situação 1**) e inteiros discretos (**situação 2**). Esse tipo de nomenclatura não precisa ser tratada com os estudantes; o importante é terem contato com esses dois tipos de situações para que o significado de fração seja completo.

Desenhe na lousa outras figuras planas, tomadas como inteiro, e peça aos estudantes que as representem no caderno, pintando as partes correspondentes a frações, como metade da figura, dois quartos, cinco oitavos, entre outras. É importante verificar se eles percebem em quantas partes precisam repartir cada inteiro para pintar a parte solicitada. Por exemplo, para representar metade, devem perceber que o inteiro está repartido em duas partes iguais; para representar dois quartos, o inteiro deve estar repartido em quatro partes iguais, e no caso de cinco oitavos, em oito partes iguais.

Outra atividade interessante pode ser reunir os estudantes em grupos e entregar a cada grupo certa quantidade de botões coloridos, de modo que possam identificar que parte do total de botões corresponde a cada cor. Entregue quantidades diferentes e convenientes a cada grupo para que possam expor suas conclusões aos demais grupos. Proponha aos estudantes ainda outras questões:

- Quantos botões correspondem à metade de botões que vocês têm?
- Um terço do total de botões corresponde a quantos botões?
- Dez botões correspondem a que fração do total de botões?

Atividades como essas são uma ótima oportunidade para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA07), ao propor aos estudantes a comparação de frações e a associação dessas frações às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão.

Algumas situações que envolvem números racionais na forma de fração

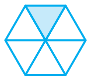
A medição de Renata mostra que os números naturais não são suficientes para resolver o problema de determinar o comprimento da calçada em passos, por isso são empregados os números racionais na forma de fração.

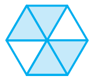
Acompanhe algumas situações em que usamos frações.

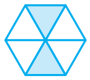
Situação 1

Cada figura geométrica representada foi dividida em 6 partes iguais. Para cada uma das figuras, as partes pintadas de azul podem ser associadas a uma fração. Observe.

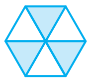
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA


$\frac{1}{6}$ (lemos: "um sexto")


$\frac{4}{6}$ (lemos: "quatro sextos")


$\frac{2}{6}$ (lemos: "dois sextos")


$\frac{5}{6}$ (lemos: "cinco sextos")


$\frac{3}{6}$ (lemos: "três sextos")


$\frac{6}{6}$ (lemos: "seis sextos")

Cada figura foi associada a uma fração na qual o denominador indica a quantidade de partes iguais em que a figura foi dividida, e o numerador indica a quantidade de partes pintadas de azul.

Situação 2

Vítor tem uma coleção de 24 carrinhos. Desses 24, uma parte é vermelha, e os demais são de outras cores.

ILUSTRAÇÕES: IZAAC BRITO/ ARQUIVO DA EDITORA

Considere a coleção de Vítor um inteiro.

Observe que é possível separar os carrinhos da coleção em quatro grupos com cores diferentes, cada um com 6 carrinhos. Os carrinhos vermelhos formam um desses quatro grupos. Por isso, eles representam $\frac{1}{4}$ (lemos: "um quarto") de todos os carrinhos dessa coleção.

Situação 3

Amanda queria fazer uma vitamina de morango e encontrou na internet esta receita:

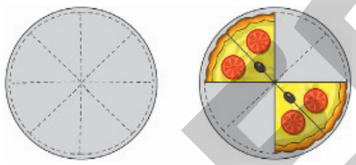
IZAAC BRITO/ARQUIVO DA EDITORA

Observe que a receita pede $\frac{3}{4}$ (lemos: "três quartos") de uma xícara de chá de leite. Isso significa que, ao fazer a vitamina, Amanda deverá dividir a quantidade de leite que cabe em uma xícara em 4 partes iguais e usar 3 dessas partes.

Situação 4

Dalva encomendou 2 *pizzas* para sua família, que vêm divididas em 8 pedaços iguais cada uma. Das 6 pessoas da família, cada uma comeu 2 pedaços.

As figuras representam as *pizzas* que Dalva pediu, e as partes pintadas de cinza representam a quantidade de *pizza* que as pessoas comeram.


ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS/ ARQUIVO DA EDITORA

Nesse caso, cada *pizza* é 1 inteiro, e cada pedaço representa $\frac{1}{8}$ de *pizza*.

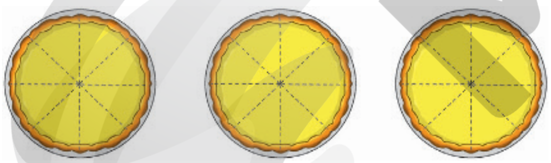
Assim, as partes pintadas de cinza nas figuras correspondem a $\frac{12}{8}$ de *pizza*.

A fração $\frac{12}{8}$ representa uma quantidade **maior** que 1 inteiro, ou $\frac{8}{8}$, isto é, o número $\frac{12}{8}$ é maior do que o número 1.

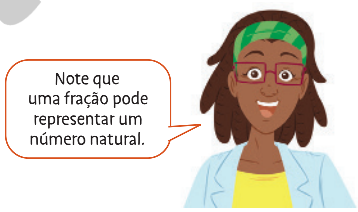
Considere agora, uma nova situação: se cada uma das 6 pessoas da família de Dalva quiser comer 4 pedaços de *pizza*, ela precisará encomendar 3 *pizzas*, pois precisará de 24 pedaços de *pizza* (4 · 6), e cada *pizza* tem 8 pedaços.

As figuras a seguir representam as 3 *pizzas*. As partes pintadas de amarelo representam a quantidade de *pizza* que eles comeriam.

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS/ ARQUIVO DA EDITORA



$\frac{24}{8} = 3$ inteiros



ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Algumas situações que envolvem números racionais na forma de fração

Na **situação 3**, você pode comentar com os estudantes que existem copos medidores com as marcações de $\frac{1}{4}$ de xícara, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ e 1 xícara. Comente também que, com uma xícara, é possível fazer uma estimativa visual para determinar a medida dos $\frac{3}{4}$ de xícara de leite pedidos na receita.

A **situação 4** apresenta a necessidade de ter mais de um inteiro para representar a fração pedida (sempre tomada em relação ao mesmo tipo de inteiro).

Proceda de maneira similar ao trabalho com as situações anteriores. Se possível, forneça aos estudantes círculos idênticos feitos de papel, previamente preparados, para vivenciarem essas representações concretamente, o que os levará a perceber, por exemplo, que a representação de $\frac{3}{2}$ de um círculo corresponde a 1 círculo e meio; a representação de $\frac{6}{2}$ de um círculo corresponde a 3 círculos (inteiros).

Exercícios propostos

Este bloco de exercícios explora a noção de fração e sua representação em variadas situações.

As resoluções dos **exercícios 1** a **5** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

O **exercício 6** requer que os estudantes primeiro interpretem corretamente a afirmação de que 180 mililitros correspondem a $\frac{3}{5}$ do recipiente, pois ela será a base para a resolução. Para estimular a turma, questione:

- No recipiente cabe mais ou menos de 180 mililitros? (Espera-se que eles respondam, sem cálculos, que cabe mais, já que 180 mililitros ocuparam $\frac{3}{5}$ do recipiente.)
- Após ocupar 180 mililitros desse recipiente, é possível adicionar 180 mililitros? (Espera-se que eles respondam, sem cálculos, que não, pois $\frac{3}{5}$ correspondem a mais da metade do recipiente.)

Esse exercício articula conteúdos das Unidades Temáticas **Números** e **Grandezas e medida** e é interessante para mostrar o uso dos números racionais em contextos de medição.

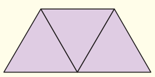
a) Em $\frac{1}{5}$ do recipiente cabem 60 mililitros ($180 : 3 = 60$).

b) O recipiente inteiro pode ser representado pela fração $\frac{5}{5}$; portanto, nele cabem 300 mililitros ($5 \cdot 60 = 300$).

No **exercício 7**, discuta com os estudantes por que a parte colorida nesse caso não corresponde a um quarto da figura. Espera-se que eles reconheçam que a figura não foi repartida em partes iguais, o que contribui para consolidar o significado de fração como relação parte/todo.

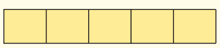
Para o **exercício 8**, são exemplos de desenhos das figuras inteiras:

a)



A figura inteira pode ser representada pela fração $\frac{3}{3}$.

b)



A figura inteira pode ser representada pela fração $\frac{5}{5}$.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

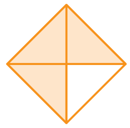
5. a) Cobra: $\frac{3}{6}$, Jacaré: $\frac{2}{6}$ e Caracol: $\frac{1}{6}$.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

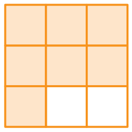
1 Determine a fração que representa a parte colorida de laranja de cada figura.

a)



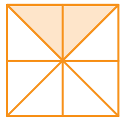
1. a) $\frac{3}{4}$

b)



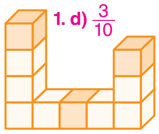
1. b) $\frac{7}{9}$

c)



1. c) $\frac{2}{8}$

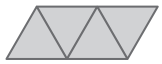
d)



1. d) $\frac{3}{10}$

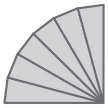
2 Reproduza as figuras em seu caderno, sem o fundo cinza, e pinte a parte que se pede em cada uma delas. 2. Construção de figura.

a)



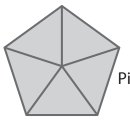
Pinte $\frac{2}{4}$.

b)



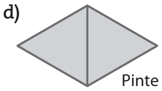
Pinte $\frac{4}{6}$.

c)



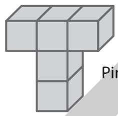
Pinte $\frac{4}{5}$.

d)



Pinte $\frac{1}{2}$.

e)



Pinte $\frac{2}{5}$.

f)

Pinte $\frac{7}{10}$.

3 Escreva como se leem as frações que aparecem nas informações a seguir.

Seca provoca racionamento de água.
O racionamento é necessário porque a represa que abastece a cidade está com apenas $\frac{1}{5}$ de sua capacidade normal.

O índice de analfabetismo de uma região é $\frac{45}{100}$.

3. Um quinto; quarenta e cinco centésimos.

4. a) Indica que o inteiro foi dividido em 9 partes iguais.

4 Em relação à fração $\frac{5}{9}$, responda:

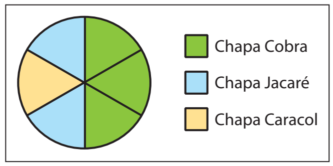
a) O que indica o denominador 9?

b) O que indica o numerador 5?

4. b) Indica que foram consideradas 5 partes do inteiro.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

5 Uma escola tem 900 estudantes no total. O resultado das eleições do grêmio estudantil dessa escola foi apresentado conforme a figura a seguir.

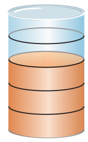


a) Qual é a fração que corresponde aos votos de cada chapa?

b) Quem ganhou a eleição? 5. b) A chapa Cobra.

c) Supondo que todos os estudantes votaram, quantos votos obteve a chapa Caracol? E a chapa Jacaré? E a chapa Cobra?
5. c) Caracol: 150; Jacaré: 300; Cobra: 450.

6 A figura representa um recipiente no qual foram colocados 180 mililitros de líquido. Essa quantidade de líquido ocupou $\frac{3}{5}$ do recipiente.

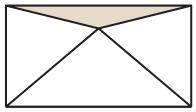


ADILSON SECCO/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Quantos mililitros de líquido cabem em $\frac{1}{5}$ desse recipiente? 6. a) 60 mililitros.

b) Quantos mililitros cabem nesse recipiente? 6. b) 300 mililitros.

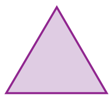
7 A figura está dividida em 4 partes. A parte colorida representa $\frac{1}{4}$ da figura? Por quê?



7. Não, pois a figura **não** está dividida em partes iguais.

8 Em cada item, você vê apenas uma parte da figura. Conforme a fração indicada, desenhe a figura inteira em seu caderno.

a)



$\frac{1}{3}$ da figura

b)

$\frac{3}{5}$ da figura

8. Construção de figuras.

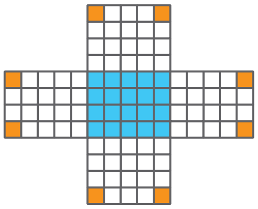
9 ***Hora de criar*** – Em duplas, cada integrante vai elaborar um problema sobre fração. Vocês podem analisar, por exemplo, o número de estudantes da turma que vão a pé para a escola, de ônibus, de bicicleta, e depois tentar determinar a fração dos estudantes que utilizam cada um dos meios de locomoção. Troquem de caderno para um resolver o problema do outro. Depois, destroquem para corrigi-los.
9. Resposta pessoal.

O **exercício 9** é uma ótima oportunidade para o desenvolvimento da **competência geral 9**. Para isso, é importante estimular o diálogo e a cooperação durante o trabalho em grupo.

Se julgar conveniente, organize uma pesquisa com os estudantes para que eles determinem a fração de colegas da turma que utilizam diferentes meios de locomoção para se deslocar de casa para a escola.

A forma percentual

As frações de denominador 100 podem ser representadas somente pelo numerador acompanhado do símbolo % (lemos: "por cento"), que representa o denominador 100. Por exemplo:



- $\frac{8}{100}$ ou 8% da figura foi pintada de laranja.
- $\frac{20}{100}$ ou 20% da figura foi pintada de azul.

Os números **8%** e **20%** estão registrados na **forma percentual**.

Os números racionais que, na forma de fração, têm denominador 100 podem ser representados na **forma percentual**: grafamos o numerador da fração acompanhado do símbolo **%**, que representa o denominador 100.

Do mesmo modo, os números racionais representados na forma percentual também podem ser representados na forma de fração.

Observe alguns exemplos.

a) 86% ou $\frac{86}{100}$

b) 54% ou $\frac{54}{100}$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

10 Represente cada número na forma de fração.

a) 31% **10. a)** $\frac{31}{100}$

b) 78% **10. b)** $\frac{78}{100}$

c) 95% **10. c)** $\frac{95}{100}$

11 Duas figuras geométricas iguais são divididas de dois modos diferentes; porém partes iguais das duas figuras são pintadas.

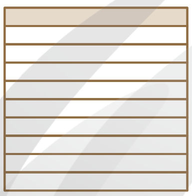


Figura A

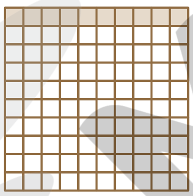


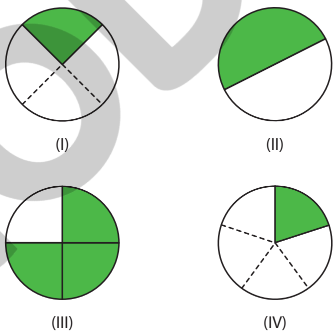
Figura B

a) Represente a parte pintada na figura A em forma de fração.

b) Represente a parte pintada na figura B em forma de fração e em forma percentual.

11. a) $\frac{1}{10}$ **11. b)** $\frac{10}{100}$ e 10%

12 Observe as figuras e responda às perguntas.



Em cada figura:

a) Que porcentagem do círculo está pintada de verde? **12. a)** (I) 25%, (II) 50%, (III) 75%, (IV) 20%.

b) Que fração do círculo está pintada de verde?

12. b) (I) $\frac{1}{4}$, (II) $\frac{1}{2}$, (III) $\frac{3}{4}$, (IV) $\frac{1}{5}$.

As resoluções dos **exercícios 11** e **12** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

A forma percentual

Números registrados na forma percentual são comuns em nosso dia a dia, nas mais variadas situações: relações comerciais, parcelamento de compras, cálculo do valor líquido do salário, pagamento de impostos, partilha de bens e em diferentes dados de pesquisas apresentadas nas mais variadas mídias, como o censo demográfico, pesquisas eleitorais, pesquisas de satisfação e pesquisas epidemiológicas. Por isso, é importante que os estudantes se familiarizem com a forma percentual e compreendam o significado de sua representação, o que pode contribuir para a sua formação cidadã, para uma análise mais crítica das informações que recebem das diferentes mídias e uma atuação mais consciente na sociedade.

Ao apresentar a forma percentual é possível aprofundar os conhecimentos que os estudantes já construíram em estudos anteriores sobre porcentagem, para que eles apliquem na própria vida e na continuidade de seus estudos.

Exercícios propostos

Nesta sequência de exercícios, explora-se a resolução de problemas envolvendo porcentagem, o que contribui para o trabalho com a habilidade (EF06MA13).

Para enriquecer o trabalho com esse bloco de exercícios, utilize materiais manipuláveis, como as peças do material dourado, malhas quadriculadas a serem pintadas ou já pintadas, círculos de papel, entre outros, de modo que os estudantes vivenciem situações similares às propostas nos exercícios.

No **exercício 10**, lembre os estudantes de que os números 31%, 78% e 95% estão registrados na forma percentual. Para representar cada número na forma de fração, é importante lembrar que o símbolo % representa o número 100, o denominador da fração. O numerador da fração é o número que acompanha o símbolo %.

Então:

a) $31\% = \frac{31}{100}$

b) $78\% = \frac{78}{100}$

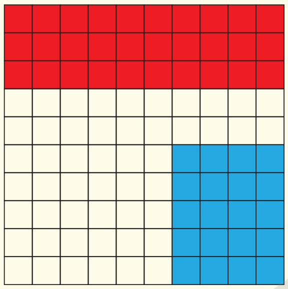
c) $95\% = \frac{95}{100}$

Pense mais um pouco...

Nesta atividade, os estudantes devem mobilizar seus conhecimentos sobre porcentagem considerando o fato de que ela está associada a uma fração de denominador 100. É importante destacar que o uso dessas diferentes representações e que a compreensão de suas relações são essenciais para a interpretação e a resolução de inúmeros problemas que envolvem porcentagens e cálculos afins. Nesse caso, o papel quadriculado é um valioso aliado para tornar essa relação mais concreta e significativa.

Deve ficar evidente para os estudantes que nem todos precisam pintar da mesma maneira os quadradinhos para resolver as atividades, mas que todos devem pintar 30 quadradinhos de vermelho e 20 quadradinhos de azul.

a) A parte azul deve ter a mesma quantidade de quadradinhos, 20, nas figuras de todos; a parte vermelha deve ter a mesma quantidade de quadradinhos, 30, nas figuras de todos.



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Como a figura 1 tem 100 quadradinhos, 30% da figura equivalem a 30 quadradinhos (pintados de vermelho) e 20% da figura equivalem a 20 quadradinhos (pintados de azul).

b) As partes pintadas de vermelho e de azul não têm, necessariamente, a mesma forma nas figuras de todos. Como a figura 1 tem 100 quadradinhos, os estudantes podem pintar quaisquer 30 desses quadradinhos de vermelho e quaisquer outros 20 desses quadradinhos de azul. Como a disposição dos quadradinhos pintados pode variar, a forma de cada parte pintada não será a mesma para todos os estudantes.

c) Como 30% da figura são pintados de vermelho e 20% da figura são pintados de azul, é possível concluir que 20% + 30% = 50% da figura inicial foram pintados, isso significa que 100% − 50% = 50% da figura inicial não foram pintados.

Pense mais um pouco...: **a)** Tanto a parte azul quanto a parte vermelha devem apresentar a mesma quantidade de quadradinhos em todas as figuras: 20 quadradinhos azuis e 30 vermelhos, determinados pelos percentuais 20% e 30%, que são os mesmos para todos.

Pense mais um pouco... FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

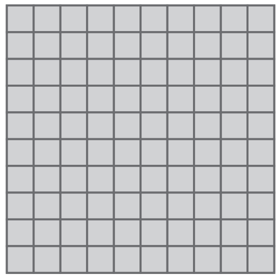
Reúna-se com alguns colegas, e façam o que se pede.

Cada um de vocês vai reproduzir a figura 1 em uma folha de papel quadriculado sem o fundo cinza. Em seguida, pintem de vermelho 30% dessa figura e, de azul, 20%. Comparem as figuras obtidas e respondam:

a) A parte azul tem a mesma quantidade de quadradinhos nas figuras de todos? E a parte vermelha? Por quê?

b) A parte pintada de vermelho tem, necessariamente, a mesma forma nas figuras de todos? E a parte azul? Por quê?

c) Quantos por cento da figura inicial não foram pintados? Por quê?



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Figura 1

b) As partes vermelha e azul não terão necessariamente a mesma forma, uma vez que cada um escolhe a posição de cada quadradinho a ser pintado de acordo com sua preferência.

c) Não foram pintados 50% da figura inicial, visto que, dos 100 quadradinhos, 50 ficaram em branco (100 − 30 − 20 = 50).

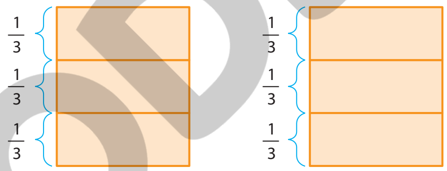
3 A fração também pode representar um quociente

Acompanhe as situações a seguir.

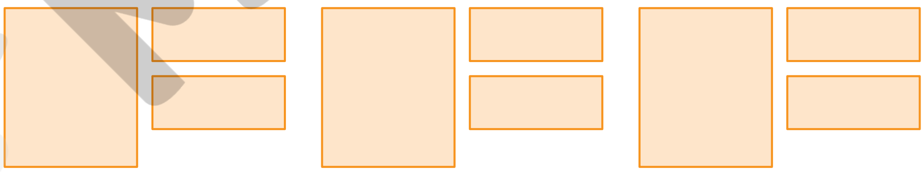
Situação 1

Uma professora deu 5 folhas de papel sulfite a um grupo de 3 estudantes para que construíssem pequenos blocos de anotações. Qual foi a quantidade de papel que cada estudante recebeu, sabendo que o papel foi distribuído igualmente entre eles?

Para resolver esse problema, primeiro distribuiremos uma folha inteira para cada estudante. Entretanto, sobrarão 2 folhas, que poderão ser distribuídas para os 3 estudantes, dividindo cada uma delas em 3 partes iguais, como mostram as figuras.



Cada estudante ficará, então, com 1 folha inteira e mais $\frac{2}{3}$ de folha, que pode ser escrito como $1\frac{2}{3}$ de folha (lemos: "um inteiro e dois terços de folha").

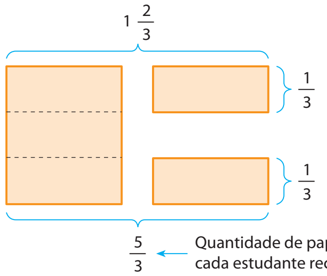


ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

O resultado $1\frac{2}{3}$ representa a quantidade de papel que cada estudante recebeu. Dizemos que esse número está escrito na **forma mista**, pois é composto de um número natural (1) e de um número na forma de fração $\left(\frac{2}{3}\right)$.

Essa ação de dividir 5 folhas de papel sulfite com 3 estudantes também pode ser indicada pela divisão 5 : 3.

Agora, observe a figura abaixo. Ela nos mostra que $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$.

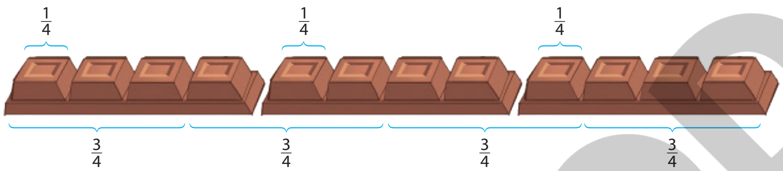


Portanto, podemos escrever $5 : 3 = 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$, isto é, $5 : 3 = \frac{5}{3}$.

Observe que $\frac{5}{3}$ é um número maior que 1.

Situação 2

Se distribuirmos 3 barras de chocolate igualmente para 4 pessoas, cada pessoa receberá $\frac{3}{4}$ de uma barra.



Então, podemos escrever:

Quantidade de barras de chocolate por pessoa

$$3 : 4 = \frac{3}{4}$$

Total de barras de chocolate

Número de pessoas

Caso fossem distribuídas 20 dessas barras de chocolate igualmente para 4 pessoas, cada uma receberia 5 barras:

$$20 : 4 = \frac{20}{4} = 5$$

Observando as situações 1 e 2, podemos concluir que:

Uma fração pode representar o quociente de seu numerador pelo seu denominador.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

3. A fração também pode representar um quociente

Habilidade da BNCC: **EF06MA07**.

Neste tópico, iniciamos o estudo da fração como um quociente, ampliando e aprofundando os conhecimentos relacionados à habilidade (EF06MA07).

Analise com os estudantes as **situações 1** e **2** apresentadas. Reproduza na lousa os passos na montagem das figuras e a distribuição equitativa que foi feita, de modo que os estudantes compreendam quanto cada um recebeu.

Se julgar adequado, reúna-os em trios e reproduza a repartição das 5 folhas de papel sulfite, como introdução do tema ou como verificação do que foi feito.

Nas duas situações, destaque as representações na forma mista. Dê outras frações maiores que 1 inteiro para os estudantes representarem na forma mista. Se julgar conveniente, sugira-lhes que inicialmente representem essas frações por meio de figuras.

Exercícios propostos

No **exercício 13**, relembre os estudantes de que uma fração pode representar o quociente de seu numerador pelo seu denominador, desenvolvendo assim a habilidade (EF06MA07).

a) $12 : 3 = \frac{12}{3}$

b) $20 : 4 = \frac{20}{4}$

c) $5 : 2 = \frac{5}{2}$

d) $7 : 3 = \frac{7}{3}$

e) $35 : 10 = \frac{35}{10}$

No **exercício 14**, o valor de cada prestação da compra feita por João pode ser determinado pela divisão 18 000 : 12.

Portanto, no **item a**, a fração que representa o valor de cada prestação é $\frac{18\,000}{12}$.

Para a resolução do **item b**, é necessário efetuar a divisão 18 000 : 12 = 1 500. Portanto, o valor de cada prestação é 1 500 reais.

Uma maneira interessante de ampliar a reflexão proposta com o **exercício 14** é solicitar aos estudantes, após a resolução e a correção, que formem duplas e respondam às questões seguintes, sem fazer cálculos escritos, mas escrevendo (ou descrevendo oralmente) uma justificativa:

- Se João tivesse comprado um automóvel de 17000 reais, o valor de cada prestação seria maior ou menor que 1 500 reais? (Espera-se que eles percebam que seria menor, porque o valor a ser repartido nas mesmas 12 prestações é menor.)
- Se ele tivesse comprado um automóvel de 18 000 reais, mas pagasse em 10 prestações, cada prestação seria maior ou menor que 1 500 reais? (Espera-se que eles reconheçam que o valor das prestações seria maior, já que estão dividindo a mesma quantia em menos partes.)
- Como usar os dados desse problema para explicar que $\frac{18\,000}{12}$ é menor que $\frac{17\,000}{10}$? E que $\frac{18\,000}{12}$ é menor que $\frac{18\,000}{10}$? (As justificativas anteriores podem mostrar esses fatos.)

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

13 Determine, em seu caderno, a fração que representa cada divisão.

a) 12 : 3 **13. a)** $\frac{12}{3}$

b) 20 : 4 **13. b)** $\frac{20}{4}$

c) 5 : 2 **13. c)** $\frac{5}{2}$

d) 7 : 3 **13. d)** $\frac{7}{3}$

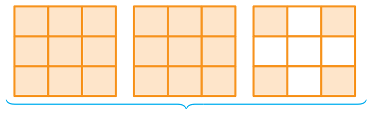
e) 35 : 10 **13. e)** $\frac{35}{10}$

14 João comprou uma motocicleta por 18 000 reais e pagou em 12 prestações iguais.

a) Escreva a fração que representa o valor de cada prestação. **14. a)** $\frac{18\,000}{12}$

b) Qual é o valor de cada prestação? **14. b)** 1 500 reais.

15 Expresse na forma mista o número que representa a parte da figura pintada de laranja. **15. a)** $2\frac{4}{9}$



Figura

16 Na figura, cada inteiro é composto de 4 quadradinhos. Represente a parte pintada de verde:

a) como uma fração; **16. a)** $\frac{11}{4}$

b) na forma mista. **16. b)** $2\frac{3}{4}$

Figura

Como trabalhar com a divisão e a forma mista

Dada uma fração, nem sempre é conveniente empregar figuras para obter um número escrito na forma mista. Imagine quantos inteiros teríamos de desenhar para obter a forma mista de $\frac{43}{5}$!

Na prática, dividimos o numerador pelo denominador. Por exemplo, vimos que $\frac{43}{5}$ representa 43 : 5; por isso, aplicamos o seguinte procedimento:

$$\begin{array}{r|l} 43 & 5 \\ \hline 3 & 8 \end{array}$$

O quociente (8) corresponde à parte inteira, pois 5 cabe 8 "vezes inteiras" no 43. O resto (3) deve ser dividido em 5 partes iguais, ou seja, 3 : 5, que pode ser representado pela fração $\frac{3}{5}$.

Então, podemos escrever: $\frac{43}{5} = 8\frac{3}{5}$.

Observe como identificar nesse procedimento os termos do número expresso na forma mista:

$$\begin{array}{r|l} 43 & 5 \leftarrow \textbf{denominador} \\ \hline 3 & 8 \leftarrow \textbf{parte inteira} \end{array}$$

3 ← **numerador**

No **exercício 15**, relembre os estudantes de que um número misto é composto de um número natural e de um número na forma de fração. O número que representa a parte da figura pintada de laranja, na forma mista, é $2\frac{4}{9}$. O número natural 2 representa as duas partes inteiras pintadas de laranja, e a fração $\frac{4}{9}$ representa a parte restante pintada (4 quadradinhos pintados de um total de 9 quadradinhos).

A resolução do **exercício 16** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

Também podemos fazer o caminho inverso: passar da forma mista para a forma de fração. Acompanhe dois exemplos.

a) Para representar $3\frac{2}{4}$ na forma de fração, verificamos quantos quartos temos em $3\frac{2}{4}$.

$$3 \qquad \frac{2}{4}$$

$$3 \text{ inteiros} + 2 \text{ quartos}$$

$$\underbrace{3 \cdot 4 \text{ quartos}} + 2 \text{ quartos}$$

$$\underbrace{12 \text{ quartos} + 2 \text{ quartos}}$$

$$14 \text{ quartos} = \frac{14}{4}$$

Assim, $3\frac{2}{4} = \frac{14}{4}$.

b) Para representar $5\frac{2}{3}$ na forma de fração, verificamos quantos terços temos em $5\frac{2}{3}$.

$$5 \qquad \frac{2}{3}$$

$$5 \text{ inteiros} + 2 \text{ terços}$$

$$\underbrace{5 \cdot 3 \text{ terços}} + 2 \text{ terços}$$

$$\underbrace{15 \text{ terços} + 2 \text{ terços}}$$

$$17 \text{ terços} = \frac{17}{3}$$

Assim, $5\frac{2}{3} = \frac{17}{3}$.

19. b) O total a ser pago pelo financiamento de 30 meses seria menor. Sim, o valor total é a soma do preço do carro (fixo) com o acréscimo refente à taxa (variável); quanto maior é o prazo, maior é o valor desse acréscimo, maior é essa soma. Resposta pessoal.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

17 Represente os números na forma de fração.

a) $4\frac{3}{5}$ **17. a)** $\frac{23}{5}$
b) $2\frac{3}{7}$ **17. b)** $\frac{17}{7}$
c) $1\frac{1}{2}$ **17. c)** $\frac{3}{2}$
d) $3\frac{1}{4}$ **17. d)** $\frac{13}{4}$
e) $8\frac{2}{3}$ **17. e)** $\frac{26}{3}$

18 Represente os números na forma mista.

a) $\frac{10}{3}$ **18. a)** $3\frac{1}{3}$
b) $\frac{18}{7}$ **18. b)** $2\frac{4}{7}$
c) $\frac{3}{2}$ **18. c)** $1\frac{1}{2}$
d) $\frac{10}{9}$ **18. d)** $1\frac{1}{9}$
e) $\frac{16}{5}$ **18. e)** $3\frac{1}{5}$

19 Uma revendedora de carros oferece financiamentos com até três opções de prazos para pagamento: 30 meses, 40 meses ou 50 meses. Letícia quer saber a quantos anos cada um desses prazos equivale.

a) Ajude-a a escrever esses prazos na forma mista, considerando o ano como unidade de medida de tempo.
b) Se a revendedora de carros cobra uma taxa anual que faz o preço do carro aumentar 12% ao ano, em qual dos prazos o valor total a ser pago seria menor? Financiamentos mais longos fazem com que o preço final dos produtos aumente? O que você faria no lugar de Letícia?

19. Orientações: Comente com os estudantes que financiar a compra de um objeto significa fazer duas compras: a do objeto e a do prazo para o pagamento.

20 Em uma receita de vitamina de morango são necessários $3\frac{3}{4}$ copos de leite. Sabendo que em um copo cabem 200 mililitros, determine quantos mililitros de leite serão necessários para essa receita. **20.** 750 mililitros.

ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

21 ***Hora de criar*** – Com um colega, pense em alguns números do dia a dia de vocês que podem ser representados na forma de fração. Escrevam essas frações em seus cadernos e representem-nas na forma mista. Depois, troque o seu caderno com o do colega e verifiquem se os dois chegaram aos mesmos resultados. Toda fração pode ser representada na forma mista? **21.** Resposta pessoal.

19. a) $2\frac{6}{12}$ anos, $3\frac{4}{12}$ anos, $4\frac{2}{12}$ anos.

a) $\frac{10}{3} = \frac{9}{3} + \frac{1}{3} = 3 + \frac{1}{3} = 3\frac{1}{3}$

b) $\frac{18}{7} = \frac{14}{7} + \frac{4}{7} = 2 + \frac{4}{7} = 2\frac{4}{7}$

c) $\frac{3}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$

d) $\frac{10}{9} = \frac{9}{9} + \frac{1}{9} = 1 + \frac{1}{9} = 1\frac{1}{9}$

e) $\frac{16}{5} = \frac{15}{5} + \frac{1}{5} = 3 + \frac{1}{5} = 3\frac{1}{5}$

As resoluções dos **exercícios 19** a **21** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

Como trabalhar com a divisão e a forma mista

Entender a fração como um quociente, ou seja, como o resultado de uma divisão entre o numerador e o denominador, relaciona o algoritmo usual da divisão com a forma mista. Verifique se os estudantes identificam os elementos da forma mista (parte inteira e parte fracionária) na situação de divisão.

Essa é uma ótima oportunidade para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA07), ao propor à turma a comparação de frações e a associação dessas frações às ideias de partes de inteiros e resultado da divisão.

Exercícios propostos

Para a resolução do **exercício 17**, relembre os estudantes de que para representar um número misto na forma de fração é necessário escrever a parte inteira desse número como uma fração com mesmo denominador da parte fracionária. Assim:

a) $4\frac{3}{5} = 4 + \frac{3}{5} =$
$= \frac{20}{5} + \frac{3}{5} = \frac{23}{5}$

b) $2\frac{3}{7} = 2 + \frac{3}{7} =$
$= \frac{14}{7} + \frac{3}{7} = \frac{17}{7}$

c) $1\frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} =$
$= \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

d) $3\frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{4} =$
$= \frac{12}{4} + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$

e) $8\frac{2}{3} = 8 + \frac{2}{3} =$
$= \frac{24}{3} + \frac{2}{3} = \frac{26}{3}$

No **exercício 18**, é feito o caminho inverso para passar da forma de fração para a forma mista. Lembre os estudantes de que o numerador da fração inicial é dividido pelo denominador. O quociente dessa operação corresponde à parte inteira do número que deve ser expresso na forma mista, e o resto deve ser dividido pelo denominador da fração original.

4. A fração como razão

Habilidade da BNCC: **EF06MA15**.

O tratamento da fração como razão possibilita o entendimento de situações de partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA15). A noção de razão não se esgota neste ano; ela será ampliada e aprofundada nos anos seguintes do Ensino Fundamental.

Analise a **situação 1** com os estudantes.

Pergunte a eles o que quer dizer a afirmação "15 em 65 desodorantes têm embalagem azul". É esperado que eles exponham que se trata de uma razão de parte pelo todo.

A seguir, peça a eles que expliquem o significado de "para cada 3 desodorantes de embalagem azul encontramos 10 desodorantes de embalagem vermelha". Essa relação é mais elaborada que as demais relações estudadas até agora, mas, acompanhando a ilustração e observando cada prateleira, os estudantes podem verificar o que ocorre: 3 para 10 equivale a 6 para 20 ou 9 para 30 ou ainda 12 para 40 ou 15 para 50. Nesse caso, há uma comparação entre as partes (desodorantes de embalagem azul e de embalagem vermelha) do todo, dada pela fração $\frac{3}{10}$, ou qualquer uma das outras frações descritas $\left(\frac{6}{20}, \frac{9}{30}, \frac{12}{40}, \frac{15}{50}\right)$. Desse modo, os estudantes podem compreender a conclusão na qual a quantidade de desodorantes de embalagem azul é $\frac{3}{10}$ da quantidade de desodorantes de embalagem vermelha.

4 A fração como razão

Até agora estudamos frações que representam o resultado de uma comparação entre o inteiro e suas partes e frações que podem representar o resultado de uma divisão.

Além disso, podemos empregar frações para descrever o resultado de comparações entre diferentes elementos. Nesses casos, a fração representa a **razão** entre as quantidades desses elementos.

Vamos considerar duas situações.

Situação 1

Na perfumaria de Paula, há vários expositores com produtos de higiene.

Em um dos expositores, figura 1, há desodorantes de embalagem azul e de embalagem vermelha.

Nesse expositor, existem 65 desodorantes, 15 de embalagem azul e 50 de embalagem vermelha. Então, podemos dizer que 15 em 65 desodorantes têm embalagem azul, ou seja, $\frac{15}{65}$. A fração $\frac{15}{65}$ representa a comparação ou a relação do número de desodorantes azuis com o número total de desodorantes no expositor, ou seja, a razão dessas duas quantidades.

$$\frac{15}{65}$$

15 ← Número de desodorantes azuis
65 ← Número total de desodorantes

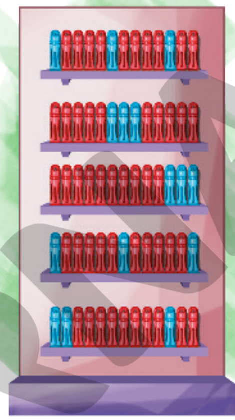


Figura 1

Da mesma forma, podemos comparar o número de desodorantes azuis com o número de desodorantes vermelhos no expositor e representar a relação entre essas duas quantidades na forma de fração.

$$\frac{15}{50}$$

15 ← Número de desodorantes azuis
50 ← Número de desodorantes vermelhos

Agora, considere que, nas prateleiras desse expositor, para cada 3 desodorantes de embalagem azul, encontramos 10 desodorantes de embalagem vermelha; isto é, a quantidade de desodorantes de embalagem azul representa $\frac{3}{10}$ da quantidade de desodorantes de embalagem vermelha.

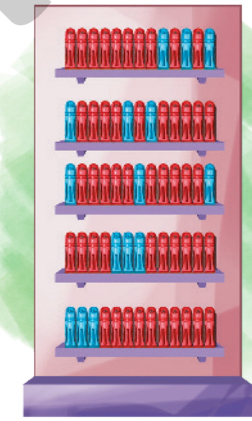


Figura 2

ILUSTRAÇÕES: IZAAC BRITO/ ARQUIVO DA EDITORA

Considerando outro expositor igual a esse, figura 2, $\frac{3}{10}$ ou $\frac{15}{50}$ são razões que ainda representam o resultado da comparação entre a quantidade de desodorantes de embalagem azul e a quantidade de desodorantes de embalagem vermelha, pois no novo expositor ainda temos 3 desodorantes de embalagem azul para cada 10 desodorantes de embalagem vermelha (ou 15 para 50), não importa sua organização.

Note também que é possível comparar o total de 30 desodorantes de embalagem azul com os 100 desodorantes de embalagem vermelha dos dois expositores e registrar o resultado dessa comparação como a razão $\frac{30}{100}$.

Sabemos que $\frac{30}{100}$ também pode ser registrado como 30% (lemos: "trinta por cento"). O número 30 é o numerador da fração, e **%** é o símbolo que representa o denominador 100.

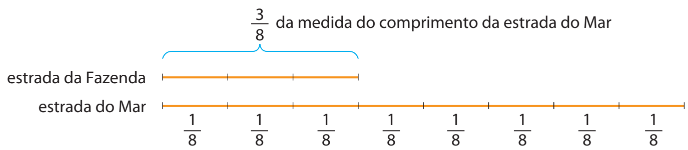
Assim, nessa situação, podemos dizer que a quantidade de desodorantes de embalagem azul nos dois expositores é 30% da quantidade de desodorantes de embalagem vermelha.

Se tivéssemos 4 expositores iguais, teríamos 60 desodorantes de embalagem azul e 200 desodorantes de embalagem vermelha, ou seja, para cada grupo de 100 desodorantes de embalagem vermelha, ainda teríamos 30 desodorantes de embalagem azul, isto é, a quantidade de desodorantes de embalagem azul permaneceria 30% da quantidade de desodorantes de embalagem vermelha.

Situação 2

A medida do comprimento da estrada da Fazenda é $\frac{3}{8}$ da medida do comprimento da estrada do Mar. Sabendo que a estrada da Fazenda tem 72 quilômetros, qual é a medida do comprimento da estrada do Mar?

Você pode fazer esquemas e operações para resolver esse problema.



Nesse caso, a estrada do Mar é 1 inteiro $= \frac{8}{8}$, e cada pedaço representa $\frac{1}{8}$ dessa estrada.

A fração $\frac{3}{8}$ é a razão entre as medidas dos comprimentos da estrada da Fazenda e da estrada do Mar.

Assim, para saber quantos quilômetros equivalem a $\frac{1}{8}$ da medida do comprimento da estrada do Mar, basta dividir o valor em quilômetro que representa $\frac{3}{8}$ dessa medida por 3. E, depois, para obter a medida do comprimento total da estrada do Mar, basta multiplicar o valor em quilômetro que representa $\frac{1}{8}$ por 8.

Acompanhe:

$\frac{3}{8}$ da medida do comprimento da estrada do Mar → 72 quilômetros

: 3   : 3

$\frac{1}{8}$ da medida do comprimento da estrada do Mar → 24 quilômetros

× 8   × 8

$\frac{8}{8}$ da medida do comprimento da estrada do Mar → 192 quilômetros

Na calculadora, fazemos:

Portanto, a estrada do Mar tem 192 quilômetros de medida de comprimento.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

A fração como razão

Na **situação 2**, os estudantes podem verificar que a relação estabelecida entre duas partes de um todo, ou cada parte e o todo, possibilita obter dados de um desses elementos, conhecendo-se valores ligados ao outro elemento.

Nessa situação, como as medidas dos comprimentos das duas estradas estão relacionadas, sabendo-se a medida do comprimento de uma dessas estradas, por meio da relação estabelecida, determina-se a medida do comprimento da outra estrada.

A montagem de esquemas e a noção de proporcionalidade formam uma boa estratégia de resolução de problemas em situações desse tipo.

159

Trabalhando a informação

Habilidades da BNCC: **EF06MA13**, **EF06MA31** e **EF06MA32**.

Ao explorar a interpretação e a construção de gráficos de barras com os dados e de colunas com porcentagens, esta seção contribui para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA13), (EF06MA31) e (EF06MA32).

No gráfico, são destacadas algumas informações relacionadas aos novos formatos do rádio digital e seus significados de acordo com os números apresentados na forma percentual. Peça aos estudantes que descrevam mais algumas informações que podem ser obtidas por meio da análise desse gráfico, por exemplo, respondendo quantas das pessoas pesquisadas costumam ouvir *podcasts*.

O uso de plataformas digitais para acesso a informações e lazer faz parte da cultura juvenil. Aproveite esse momento para conversar com os estudantes se utilizam desses meios, com que frequência e com qual finalidade. Comente os cuidados que devem ter ao navegar nesses ambientes e os cuidados que devem ter com notícias falsas que costumam circular em plataformas digitais, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 5**.

Como ampliação dessa temática, pode-se propor um trabalho com o professor de Língua Portuguesa para a produção de um *podcast* a partir de uma temática escolhida pelos estudantes. Oriente-os para que o trabalho seja desenvolvido em grupo respeitando a diversidade entre os integrantes, contribuindo para o desenvolvimento das **competências gerais 4**, **5**, **9** e **10**.

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

Porcentagem nas ondas do rádio

O rádio continua conquistando e inovando! Leia o texto.

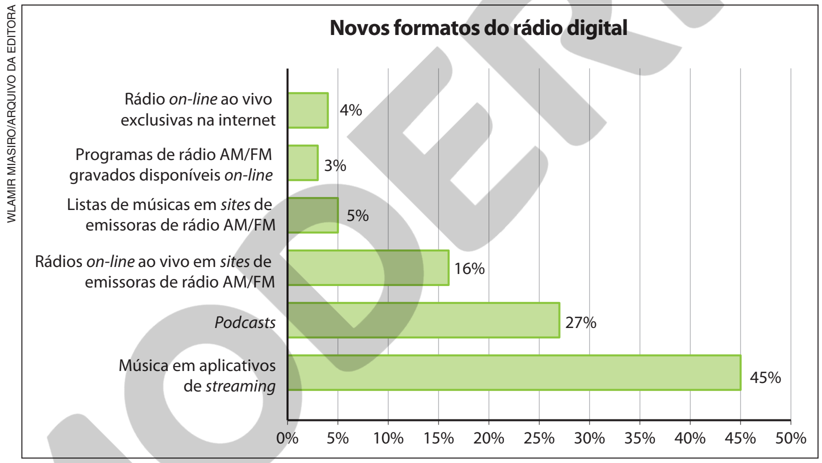
[...] Ao contrário do que muitos imaginam, o consumo de conteúdo via rádio aumentou no último ano, mesmo com tantas opções. É o que aponta o estudo Inside Radio 2021, [...] realizado em treze regiões metropolitanas do Brasil.

O levantamento mostra que 80% da população dessas regiões ouvem rádio. E que, mesmo aumentando a audiência das rádios pelo celular, as pessoas preferem é escutar no aparelho de rádio tradicional. Além disso, os dados revelam ainda que 71% escutam em casa. [...]

Fonte: 80% da população ainda ouve rádio, diz pesquisa. **RadioagênciaNacional**, Brasília, DF, 25 set. 2021. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/radioagencia-nacional/cultura/audio/2021-09/80-da-populacao-ainda-ouve-radio-diz-pesquisa. Acesso em: 6 fev. 2022.

Como estamos cada vez mais conectados, o rádio vem inovando e utilizando novos formatos digitais para manter seu público entretido, como emissoras *on-line*, *podcasts* e serviços de *streaming*.

Para saber o formato que mais agrada seus ouvintes, o proprietário de uma rádio fez uma pesquisa para saber quais são os formatos digitais mais consumidos pelo público. Para a coleta de dados, os pesquisadores definiram sua amostra, composta de 15 000 pessoas de diferentes regiões, sexo e classe social, com idades entre 15 e 65 anos. Depois, eles fizeram a seguinte pergunta: "Quais dos novos formatos digitais você mais ouve?". Observe os dados coletados nessa pesquisa no gráfico a seguir.



Dados obtidos pela Agência de Pesquisa.

Esse gráfico apresenta alguns dados na forma percentual. Por exemplo:

- 5% dos entrevistados declararam ouvir listas de músicas *on-line* selecionadas por rádios AM ou FM. Isso equivale a $\frac{5}{100}$, o que significa que 5 de cada 100 pessoas entrevistadas ouvem esse novo formato;
- a barra referente às pessoas que responderam preferir ouvir música em aplicativos de *streaming* registra 45%, que equivalem a $\frac{45}{100}$, o que significa que a cada 100 pessoas entrevistadas, 45 preferem o formato de aplicativos de *streaming*.

Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

2. b) Maior dado: 41% dos estudantes ouvem rádio todos os dias da semana; menor dado: 0% não sabe.

1 Com base no gráfico da página anterior, responda:

a) Que percentual dos entrevistados disse ouvir programas de rádio AM/FM gravados disponíveis *on-line*? **1. a)** 3%

b) Qual é a fração das pessoas entrevistadas que prefere ouvir rádios *on-line* ao vivo? **1. b)** $\frac{1}{5}$

c) E você, costuma ouvir rádio? Qual dos novos formatos citados na pesquisa você mais ouve?
1. c) Respostas pessoais.

2 Uma professora de Matemática apurou a frequência com que os estudantes da sua classe ouvem rádio em qualquer um dos novos formatos digitais. Para a coleta de dados, perguntou: "Quantos dias da semana, de segunda a domingo, você ouve rádio em qualquer um dos novos formatos digitais?". Após a coleta dos dados, ela os registrou em uma tabela. Observe.

Estudantes que ouvem rádio em novos formatos digitais em número de dias da semana									
Número de dias	1	2	3	4	5	6	7	Nunca	Não sabe
Porcentagem	4%	5%	6%	9%	7%	26%	41%	2%	0%

2. c) $\frac{4}{100}, \frac{5}{100}, \frac{6}{100}, \frac{9}{100}, \frac{7}{100}, \frac{26}{100}, \frac{41}{100}, \frac{2}{100}, \frac{0}{100}$

Dados obtidos pela professora de Matemática.

Com base nessa tabela, faça o que se pede.

a) Construa um gráfico de colunas para representar a situação. **2. a)** Construção de gráfico.

b) Qual é o significado do maior e do menor dado registrados na tabela?

c) Expresse em forma de fração cada dado registrado na tabela.

d) Determine a razão, em forma de fração, do número de pessoas que nunca ouvem rádio digital para o número de pessoas que ouvem todos os dias da semana. O que esse número indica?

e) Dê o significado de 5% registrado na tabela. **2. e)** De cada 100 pessoas entrevistadas, 5 ouvem rádio em novos formatos digitais 2 dias por semana.

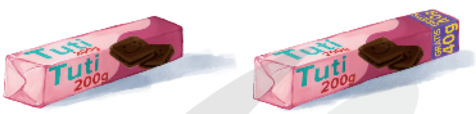
2. d) $\frac{2}{41}$. Esse número indica que, para cada 2 pessoas que não ouvem rádio digital, existem 41 pessoas que ouvem todos os dias, ou seja, para cada 1 pessoa que não ouve rádio digital, existem aproximadamente 20 pessoas que ouvem todos os dias.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

22. a) $\frac{40}{200}$; representa a comparação da quantidade grátis do produto com a quantidade do pacote sem a oferta.

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

22 Algumas vezes encontramos no supermercado embalagens que indicam que uma parte do produto é gratuita.



IZAAC BRITO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é a razão da parte grátis do produto para o pacote sem a oferta? O que essa razão representa?

b) Represente, na forma percentual, a resposta do item a. **22. b)** 20%

23 Uma classe tem 18 meninos e 24 meninas: todos vão ensaiar uma dança folclórica. Para isso, esses estudantes devem formar rodas mistas de modo que todas tenham a mesma quantidade de meninos e a mesma quantidade de meninas.

ACERVO FLOR RIBEIRINHA

Grupo de dança de Siriri. Associação Cultural Flor Ribeirinha, em Museu do Rio Bairro Porto, Cuiabá. (Fotografia de 2008.)

a) De quantos modos essas rodas podem ser formadas?

b) Determine quatro frações que podem representar o resultado da comparação entre o número de meninos e o de meninas dessa classe, ou seja, a razão do número de meninos para o número de meninas.

23. a) 4 modos: 6 rodas com 3 meninos e 4 meninas, ou 3 rodas com 6 meninos e 8 meninas, ou 2 rodas com 9 meninos e 12 meninas, ou 1 roda com 18 meninos e 24 meninas

23. b) $\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}$ e $\frac{18}{24}$

Agora quem trabalha é você!

Na **atividade 1**, serão analisadas as informações do gráfico de barras.

a) 3% dos entrevistados disseram ouvir programas de rádio AM/FM gravados disponíveis *on-line*.

b) Considerando as categorias rádio *on-line* ao vivo exclusivas na internet e rádios *on-line* ao vivo em *sites* de emissoras de rádio AM/FM, é possível concluir que 20% das pessoas entrevistadas (4% + 16% = 20%) preferem ouvir rádios *on-line* ao vivo. Na forma de fração, esse número pode ser representado por $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$.

c) Converse com os estudantes sobre os novos formatos citados na pesquisa e se eles conhecem e têm acesso a todos esses formatos. Essa é uma ótima oportunidade para conhecer e explorar os diferentes interesses deles e trocar informações sobre suas diferentes vivências.

As resoluções e comentários dos itens da **atividade 2** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

Exercícios propostos

Esse bloco de exercícios explora a fração como razão e a forma percentual.

Sugerimos que os exercícios sejam feitos em duplas, o que permite aos estudantes perceberem possíveis equívocos nas interpretações das situações ao expor o que pensaram para o colega.

As resoluções dos **exercícios 22** e **23** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 24** e **25** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

O **exercício 26** permite avaliar como os estudantes identificam e interpretam dados representados em um gráfico, possibilitando o desenvolvimento das habilidades (EF06MA31) e (EF06MA32). Se julgar conveniente, agrupe os estudantes em duplas e peça a eles que discutam suas respostas e escrevam justificativas para elas.

a) O erro está em não considerar que a quantidade de parafusos é indicada em milhares. Sem fazer cálculos, a alteração para “200 mil parafusos” corrige a afirmação.

b) A produção da segunda-feira foi de 10 000 parafusos, e a da sexta-feira foi de 100 000, portanto: $\frac{10\,000}{100\,000} = \frac{1}{10}$.

c) Na terça-feira, a produção foi de 20 000 parafusos, e na sexta-feira, de 100 000. Como 20% de 100 é igual a 20 (usando o conceito de porcentagem), 20% de 100 000 é igual a 20 000.

d) A produção foi de 30 000 parafusos, e $\frac{3}{4}$ de 30 000 é igual a 22 500. Corrigimos a afirmação trocando $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{3}$, já que $\frac{2}{3}$ de 30 000 é igual a 20 000.

e) A produção dos quatro primeiros dias da semana foi de 100 000 parafusos, o que corresponde à produção da sexta-feira.

f) Se a produção total nessa semana foi de 200 000 parafusos (**item a**), que corresponde a 100%, e a produção dos quatro primeiros dias da semana foi de 100 000 parafusos (**item e**), que corresponde à metade da produção total, é possível concluir que a produção dos quatro primeiros dias da semana foi 50% da produção de toda a semana.

g) A produção total da semana foi de 200 000 parafusos, e 20% de 200 000 é igual a 40 000, o que corresponde à produção da quinta-feira.

24. b) Não, pois, separando os 200 em 5 partes iguais, cada parte terá 40 estudantes. Assim, tomando duas dessas partes, obtêm-se 80, que não é a quantidade proposta de estudantes que estudam italiano: 60.

24 Uma pesquisa mostrou que, a cada 5 estudantes da escola Cata-vento que estudam espanhol, apenas 2 estudantes estudam italiano.

a) Que fração pode representar o resultado da comparação entre a quantidade de estudantes que estudam italiano e a quantidade dos que estudam espanhol? **24. a)** $\frac{2}{5}$

b) É possível que nessa escola 60 estudantes estudem italiano enquanto 200 estudam espanhol? Por quê?

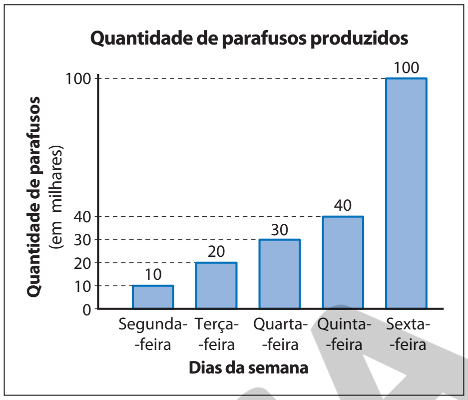
25 A medida da altitude do rio Amazonas em terras brasileiras é igual a 82 m, que corresponde a cerca de $\frac{3}{204}$ da altitude de sua nascente em terras peruanas.

MARCOS AMEND/PULSAR IMAGENS

Vista de drone da orla do Rio Amazonas e do porto, no município de Parintins, Amazonas. (Fotografia de 2019.)

Aproximadamente, a quantos metros do nível do mar se encontra a nascente do rio Amazonas? **25.** 5 576 m

26 Acompanhe no gráfico a produção da empresa Só Parafusos em uma semana.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela Só Parafusos.

26. a) A produção total nessa semana foi de 200 000 parafusos.

Leia as afirmações abaixo e corrija as falsas.

a) A produção total nessa semana foi de 200 parafusos.

b) A produção de segunda-feira foi de $\frac{1}{10}$ da produção de sexta-feira.

c) Na terça-feira, a produção foi 20% da produção de sexta-feira.

d) A produção de terça-feira foi $\frac{3}{4}$ da produção de quarta-feira.

e) A produção dos quatro primeiros dias da semana foi menor do que a metade da produção de sexta-feira.

f) A produção dos quatro primeiros dias da semana foi 50% da produção de toda a semana.

g) Na quinta-feira, a Só Parafusos produziu 20% da produção total da semana.

26. d) A produção de terça-feira foi $\frac{2}{3}$ da produção de quarta-feira.

26. e) A produção dos quatro primeiros dias da semana foi igual à produção de sexta-feira.

Pense mais um pouco... FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Mara comprou um *skate* para Marcos com as seguintes condições de pagamento: entrada de 84 reais, correspondente a 40%, ou seja, $\frac{2}{5}$ do preço total do *skate*, e mais 3 prestações mensais iguais.

Quanto Mara pagará em cada prestação?

BRUNO MOTA/ARQUIVO DA EDITORA

A loja oferece um desconto de 20% no preço total do *skate*, ou seja, de $\frac{1}{5}$ do preço total, se o pagamento for feito à vista, isto é, em apenas 1 prestação. Quanto Mara poderia economizar se ela comprasse o *skate* à vista? Nessas condições, você compraria o *skate* à vista ou em prestações? Registre em seu caderno todos os procedimentos que você usou para chegar aos resultados.

Pense mais um pouco...: 42 reais; Respostas pessoais.

162

Pense mais um pouco...

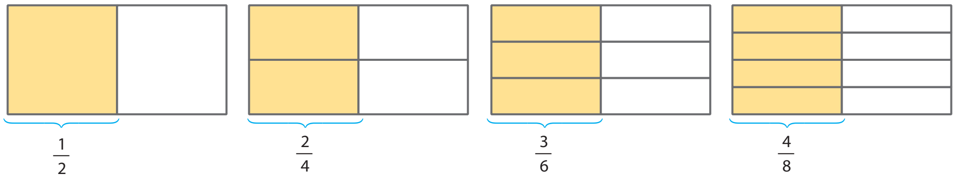
Devemos considerar que: $\frac{2}{5}$ do preço total corresponde a 84 reais (entrada). O preço do *skate* é dado pela adição do valor da entrada com os valores das 3 prestações iguais. Se a entrada de 84 reais corresponde a $\frac{2}{5}$ do preço total, $\frac{1}{5}$ do preço total corresponde a 42 reais. Assim, o preço total, representado pela fração $\frac{5}{5}$, corresponde a 210 reais ($5 \cdot 42 = 210$). Como a entrada foi de 84 reais, o valor das 3 prestações juntas é 126 reais ($210 - 84 = 126$). Logo, cada prestação é de 42 reais ($126 : 3 = 42$).

5 Frações equivalentes

Considere esta figura.

ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Vamos construir quatro figuras iguais a ela e pintar a parte correspondente às frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$. Para isso, a primeira figura será dividida igualmente em 2 partes; a segunda figura, em 4 partes; a terceira figura, em 6; e a última, em 8.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

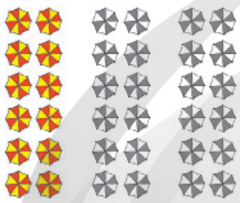
As frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$, embora escritas de modo diferente, representam a mesma parte da figura. Elas são chamadas de **frações equivalentes**.

Acompanhe a situação a seguir.

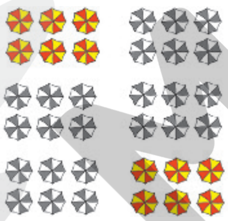
A coreografia da abertura dos jogos esportivos da escola onde Vítor estuda é feita por um grupo com 36 estudantes, dos quais 12 utilizam uma sombrinha vermelha e amarela.

Em determinados momentos dessa coreografia, os estudantes com sombrinha vermelha e amarela se movimentam, formando grupos diferentes em cada caso. Observe os grupos formados:

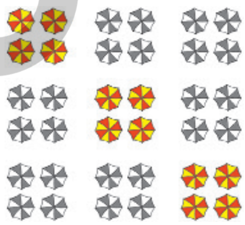
- **1º grupo:** $\frac{1}{3}$ dos 36 estudantes está com sombrinha vermelha e amarela.



- **2º grupo:** $\frac{2}{6}$ dos 36 estudantes estão com sombrinha vermelha e amarela.



- **3º grupo:** $\frac{3}{9}$ dos 36 estudantes estão com sombrinha vermelha e amarela.



ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS/ ARQUIVO DA EDITORA

As frações $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$ e $\frac{3}{9}$ são frações equivalentes, pois representam a mesma parte (12 estudantes) do inteiro (36 estudantes).

5. Frações equivalentes

Habilidade da BNCC: **EF06MA07**.

O conceito de equivalência de frações já deve ser conhecido dos estudantes. Neste momento, buscamos ampliar e aprofundar os conhecimentos que eles já construíram sobre esse assunto, contribuindo para o trabalho com a habilidade (EF06MA07).

O primeiro exemplo apresentado trata de inteiros contínuos, nos quais a equivalência se revela ao comparar as regiões pintadas na figura às frações correspondentes consideradas e verificar que representam a mesma parte de um mesmo inteiro.

No segundo exemplo, exploramos o conceito de frações equivalentes considerando inteiros discretos, como é o caso da quantidade de estudantes com sombrinhas usadas na coreografia. De acordo com a disposição das sombrinhas, é possível verificar que, no 1º grupo, o inteiro (36 estudantes) foi repartido em 3 partes iguais (cada uma com 12 estudantes), em que apenas 1 dessas partes é composta de estudantes com sombrinha vermelha e amarela. Desse modo, $\frac{1}{3}$ do total corresponde a 12 estudantes.

No 2º grupo, pela disposição mostrada, verifica-se que o inteiro (36 estudantes) foi repartido em 6 partes iguais (cada uma com 6 estudantes), em que 2 dessas partes ($2 \cdot 6 = 12$) correspondem aos estudantes com sombrinha vermelha e amarela, ou seja, $\frac{2}{6}$ do total correspondem a 12 estudantes.

Como o inteiro é o mesmo (36 estudantes), essas frações são equivalentes, pois representam a mesma parte (12 estudantes) do inteiro. De modo análogo, analisamos o 3º grupo, repartido em 9 partes iguais, com 4 estudantes cada uma, sendo que 3 dessas partes correspondem aos estudantes com sombrinha vermelha e amarela. Ou seja, $\frac{3}{9}$ do total correspondem a 12 estudantes.

Como obter frações equivalentes

Se julgar conveniente, providencie material manipulável para que os estudantes concretizem os exemplos do livro e comprovem a equivalência dessas frações.

Exercícios propostos

Para os **exercícios 27** e **29**, se possível, entregue folhas de papel para os estudantes recortarem, com tesoura de pontas arredondadas e sob a sua supervisão, as figuras e cada uma de suas partes. Esse manuseio auxilia no entendimento da fração como parte do todo e de frações equivalentes.

Para a resolução do **exercício 27**, lembre os estudantes de que duas frações são equivalentes quando representam a mesma parte do inteiro. As duas figuras apresentadas no exercício, apesar de serem repartidas de maneiras diferentes, têm a mesma parte do todo pintada de laranja. Outra forma de verificar que as partes pintadas nas duas figuras são representadas por frações equivalentes é multiplicar os termos da fração da primeira figura por um mesmo número natural diferente de zero.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$$

No **exercício 28**, analisando as frações dadas, é possível observar que $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$. Como as frações do rolo de barbante são equivalentes, elas representam a mesma quantidade; portanto, o fio obtido terá a mesma medida de comprimento para qualquer uma das duas frações consideradas.

No **exercício 29**, mostre aos estudantes que, na figura A, cada pedaço tem a mesma área, apesar de terem formatos diferentes, por isso representam a mesma fração do inteiro. Os quatro quadrados maiores estão divididos em partes iguais; note que cada um dos quatro quadradinhos menores foi dividido em duas partes iguais para formar cada um dos quatro triângulos.

Como obter frações equivalentes

Para indicar que duas ou mais frações são equivalentes, colocamos entre elas o sinal de igualdade (=).

Como as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$ são equivalentes, podemos escrever:

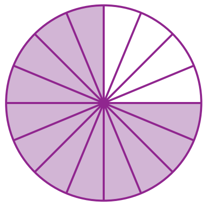
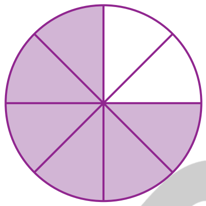
$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

Para obter frações equivalentes a determinada fração, podemos **multiplicar** seus dois termos por um mesmo número natural diferente de zero.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8}$$

Observe, agora, algumas frações que representam uma mesma parte pintada de um mesmo inteiro.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

$\frac{12}{16}$  $\frac{6}{8}$  $\frac{3}{4}$ 

As frações $\frac{12}{16}$, $\frac{6}{8}$ e $\frac{3}{4}$ são equivalentes. Então, podemos escrever:

$\frac{12}{16} = \frac{6}{8}$, pois $\begin{cases} 6 = 12 : 2 \\ 8 = 16 : 2 \end{cases}$ $\quad$ $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$, pois $\begin{cases} 3 = 12 : 4 \\ 4 = 16 : 4 \end{cases}$ $\quad$ $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$, pois $\begin{cases} 3 = 6 : 2 \\ 4 = 8 : 2 \end{cases}$

Isso significa que também podemos obter frações equivalentes a determinada fração **dividindo** seus termos por um mesmo número natural diferente de zero.

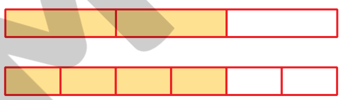
$$\frac{6}{8} = \frac{6 : 2}{8 : 2} = \frac{3}{4}$$

27. As frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{6}$ são equivalentes, pois representam a mesma parte do inteiro.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

27 Observe as figuras, que representam o mesmo inteiro, e verifique se as frações são equivalentes. Justifique sua resposta.



$\frac{2}{3}$

$\frac{4}{6}$

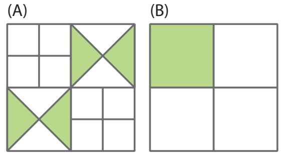
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

28 Se de um rolo de barbante com 45 metros de fio eu cortar $\frac{2}{5}$ ou $\frac{6}{15}$ desse barbante, obterei um fio de mesmo comprimento? Por quê?

28. Sim, pois $\frac{2}{5}$ e $\frac{6}{15}$ são frações equivalentes.

29 Nas duas figuras (A e B), considere o "quadradão" como um mesmo inteiro.

(A) (B)



29. a) A: $\frac{4}{16}$ e B: $\frac{1}{4}$

a) Que fração representa a parte pintada de verde em cada figura?

b) As frações obtidas para A e B são equivalentes? Por quê? **29. b)** Sim, pois representam a mesma parte do inteiro, embora com formas diferentes.

164

a) A fração que representa a parte pintada de verde é dada pela relação entre a quantidade de partes pintadas e a quantidade total de partes da figura $\left(\frac{\text{quantidade de partes pintadas}}{\text{quantidade total de partes}}\right)$. Na figura A, essa fração é $\frac{4}{16}$. Na figura B, essa fração é $\frac{1}{4}$.

b) As frações obtidas são equivalentes, pois $\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{4}{16}$.

31. a) $4 \cdot 27 = 9 \cdot 12$; $4 \cdot 36 = 9 \cdot 16$; $4 \cdot 63 = 9 \cdot 28$; $12 \cdot 36 = 27 \cdot 16$; $12 \cdot 63 = 27 \cdot 28$; $16 \cdot 63 = 36 \cdot 28$

30 Quais das seguintes frações são equivalentes à fração $\frac{5}{8}$? **30.** $\frac{10}{16}$, $\frac{15}{24}$, $\frac{25}{40}$

a) $\frac{10}{16}$
b) $\frac{15}{24}$
c) $\frac{20}{16}$
d) $\frac{25}{40}$
e) $\frac{30}{56}$

31 Reúna-se com um colega e façam o que se pede.

a) Dadas as frações equivalentes $\frac{4}{9}$, $\frac{12}{27}$, $\frac{16}{36}$ e $\frac{28}{63}$, para cada par calculem os produtos do numerador de uma com o denominador da outra. Em seguida, comparem esses dois produtos.

b) Escrevam duas frações equivalentes, diferentes das do item **a**. Calculem os produtos do numerador de uma com o denominador da outra e, em seguida, comparem esses produtos. **31. b)** Os produtos são iguais.

c) Dadas duas frações equivalentes, o que se pode concluir sobre os produtos do numerador de uma com o denominador da outra? **31. c)** Esses produtos são iguais.

d) Sabendo que as frações $\frac{5}{8}$ e $\frac{?}{48}$ são frações equivalentes, calculem o produto de 8 por "?" e, em seguida, o valor de "?". **31. d)** 240; 30

32 Encontre uma fração equivalente a $\frac{2}{5}$ que tenha denominador 15. Você pode encontrar essa fração multiplicando os dois termos da fração dada por um mesmo número. **32.** $\frac{6}{15}$

33 Determine uma fração de numerador 42 equivalente à fração $\frac{7}{10}$. **33.** $\frac{42}{60}$

34 Nas seguintes equivalências falta um termo de uma das frações, representado por "?". Calcule quanto vale "?" em cada caso.

a) $\frac{3}{4} = \frac{15}{?}$ **34. a)** 20
b) $\frac{6}{9} = \frac{?}{15}$ **34. b)** 10
c) $\frac{5}{?} = \frac{35}{21}$ **34. c)** 3
d) $\frac{?}{18} = \frac{3}{2}$ **34. d)** 27

35 Determine as frações equivalentes a $\frac{2}{3}$ e a $\frac{3}{4}$ com denominador 12. **35.** $\frac{8}{12}$ e $\frac{9}{12}$

36 *Hora de criar* – Elabore um problema em que o resultado possa ser representado por 3 frações equivalentes. Peça para um colega que resolva o seu problema e desenhe 3 figuras que representam o mesmo inteiro e com partes pintadas de acordo com as frações equivalentes obtidas. Depois, conversem e confiram as respostas um do outro.
36. Resposta pessoal.

6 Simplificação de frações

Quando a divisão dos termos de uma fração por um número natural diferente de 0 e de 1 é exata, obtemos uma fração equivalente cujos termos são números menores que os da outra fração. Chamamos isso de **simplificação de fração**.

Acompanhe, por exemplo, como podemos simplificar a fração $\frac{24}{36}$.

Se dividimos 24 e 36 por 4, obtemos uma fração equivalente: $\frac{24}{36} = \frac{24 : 4}{36 : 4} = \frac{6}{9}$

Como 6 e 9 são números menores que 24 e 36, respectivamente, dizemos que simplificamos a fração $\frac{24}{36}$.

Se quisermos, podemos continuar a simplificar a fração até obtermos uma fração em que não é mais possível encontrar um mesmo número, diferente de 0 e de 1, que divida o numerador e, também, o denominador. Dizemos, nesse caso, que a fração é **irredutível**. Observe.

$$\frac{24}{36} = \frac{24 : 4}{36 : 4} = \frac{6 : 3}{9 : 3} = \frac{2}{3}$$

Note que a fração $\frac{2}{3}$ é irredutível e é equivalente a $\frac{24}{36}$. Podemos escrever, então, que:

$$\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 30** e **31** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

Discuta com os estudantes o procedimento indicado no **exercício 32**. Eles devem perceber que podem obter diferentes frações equivalentes à fração dada, mas apenas uma com denominador 15:

- $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10}$

  $\frac{2}{5}$ e $\frac{4}{10}$ são equivalentes, mas o denominador não é 15.

- $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$

  $\frac{2}{5}$ e $\frac{6}{15}$ são equivalentes e a segunda fração tem denominador 15. Logo, a fração $\frac{6}{15}$ é a fração procurada.

Incentive os estudantes a analisarem a fração dada para perceberem que o número pelo qual se devem multiplicar ambos os termos para obter denominador 15 é o número 3.

No **exercício 33**, a fração dada é $\frac{7}{10}$, com numerador 7. Como a fração equivalente deve ter numerador 42, é preciso descobrir por que número se deve multiplicar 7 para obter 42. Para isso é possível efetuar a operação inversa, $42 : 7 = 6$. Assim, multiplicando os dois termos da fração dada por 6, encontramos a fração equivalente desejada.

$$\frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 6}{10 \cdot 6} = \frac{42}{60}$$

As resoluções dos **exercícios 34** a **36** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

6. Simplificação de frações

Para a simplificação de frações faremos a determinação de frações equivalentes mais simples ao dividir numerador e denominador por um mesmo número natural não nulo e diferente de 1. Comente com os estudantes que, se esse número não existir, ou seja, se a fração não puder ser simplificada, diz-se que ela é uma **fração irredutível**.

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 37** a **40** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

Aproveite o contexto do **exercício 41** para discutir com os estudantes as relações entre duas unidades de medida de comprimento muito úteis no dia a dia: o metro e o centímetro.

Sabemos que apenas memorizar procedimentos operacionais, como "multiplicamos por 100 para converter de metro para centímetro" ou "dividimos por 100 para converter de centímetro para metro", não dá aos estudantes a noção real das relações entre essas unidades de medida de comprimento, ou seja, a noção de como elas se comparam, o que certamente prejudica a compreensão e a resolução de muitos outros problemas e de situações cotidianas.

No **exercício 41**, se 1 centímetro corresponde à centésima parte de 1 metro, na forma de fração podemos escrever:

1 centímetro $= \frac{1}{100}$ metro

a) Portanto 50 centímetros correspondem a $\frac{50}{100}$ metro. Simplificando:

$$\frac{50}{100} = \frac{50 : 50}{100 : 50} = \frac{1}{2}$$

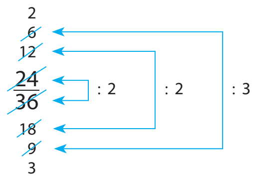
b) 25 centímetros correspondem a $\frac{25}{100}$ metro. Simplificando:

$$\frac{25}{100} = \frac{25 : 25}{100 : 25} = \frac{1}{4}$$

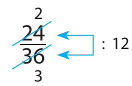
125 centímetros correspondem a $\frac{125}{100}$ metro. Simplificando:

$$\frac{125}{100} = \frac{125 : 5}{100 : 5} = \frac{25}{20} = \frac{25 : 5}{20 : 5} = \frac{5}{4}$$

Também é possível simplificar a fração $\frac{24}{36}$ escolhendo outros números para dividir. Observe o exemplo.



Perceba que, quanto maior for o número escolhido para dividir o numerador e o denominador, mais curto será o processo de simplificação. Observe.



Nesse caso, com apenas uma simplificação calculamos a fração irredutível, pois 12 é o maior divisor comum de 24 e 36.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

37 Simplifique as frações, tornando-as irredutíveis.

a) $\frac{4}{10}$ **37. a)** $\frac{2}{5}$ b) $\frac{18}{24}$ **37. b)** $\frac{3}{4}$ c) $\frac{25}{50}$ **37. c)** $\frac{1}{2}$ d) $\frac{14}{15}$ **37. d)** Já é irredutível.

38 Simplifique as frações, quando possível, para obter denominadores iguais a 6.

a) $\frac{72}{48}$ **38. a)** $\frac{9}{6}$ b) $\frac{14}{42}$ **38. b)** $\frac{2}{6}$ c) $\frac{12}{38}$ **38. c)** Impossível. d) $\frac{20}{30}$ **38. d)** $\frac{4}{6}$

39 As frações de numeradores iguais a 1 são chamadas de **frações unitárias**. Determine, quando possível, as frações unitárias equivalentes às seguintes frações.

a) $\frac{5}{20}$ **39. a)** $\frac{1}{4}$ b) $\frac{6}{18}$ **39. b)** $\frac{1}{3}$ c) $\frac{3}{12}$ **39. c)** $\frac{1}{4}$ d) $\frac{4}{30}$ **39. d)** Impossível.

40 Represente cada número por uma fração e, depois, encontre a fração equivalente irredutível.

a) 36% **40. a)** $\frac{36}{100}, \frac{9}{25}$ b) $3\frac{2}{8}$ **40. b)** $\frac{26}{8}, \frac{13}{4}$ c) 50% **40. c)** $\frac{50}{100}, \frac{1}{2}$ d) $1\frac{3}{6}$ **40. d)** $\frac{9}{6}, \frac{3}{2}$

41 Sabendo que 1 centímetro corresponde à centésima parte de 1 metro, faça o que se pede.

a) Qual parte do metro 50 centímetros representam? Expresse essa parte como fração irredutível. **41. a)** $\frac{50}{100}, \frac{1}{2}$

b) Faça o mesmo para 25 centímetros e para 125 centímetros. **41. b)** $\frac{25}{100}, \frac{1}{4}$ e $\frac{125}{100}, 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

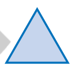
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Observe a figura 1 e responda às questões em seu caderno.

a) Quantos triângulos há na figura? *Pense mais um pouco...*: **a)** 9 triângulos.

b) Quantos  preciso ter para cobrir o triângulo grande? **b)** 16 triângulos.

c) O menor triângulo corresponde a que fração do maior triângulo? **c)** $\frac{1}{16}$

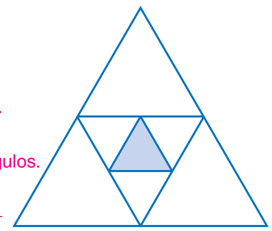


Figura 1

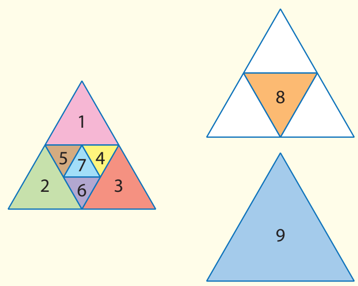
Pense mais um pouco...

Essa atividade auxilia no desenvolvimento de habilidades de percepção espacial.

a) Considerando os triângulos maiores e menores, há 9 triângulos no total na figura.

b) Para cobrir cada um dos 4 triângulos médios que compõem o triângulo grande são necessários 4 triângulos pequenos como o triângulo pintado de azul. Assim, para cobrir o triângulo grande são necessários 16 dos triângulos pintados de azul ($4 \cdot 4 = 16$).

c) Dessa forma, o menor triângulo corresponde à fração $\frac{1}{16}$ do maior triângulo.



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

Interpretando um gráfico de setores

Leia o texto sobre o uso global de água doce.

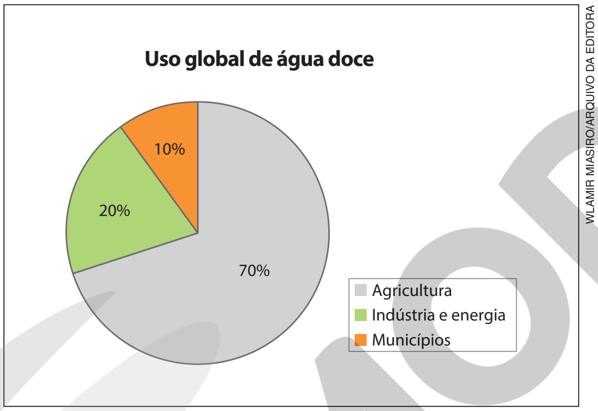
[...] O uso global de água doce aumentou seis vezes nos últimos cem anos e, desde a década de 1980, continua a crescer. [...] Muito desse crescimento pode ser atribuído a uma combinação de crescimento populacional, desenvolvimento econômico e mudanças nos padrões de consumo.

Atualmente, a agricultura é responsável por 69% das retiradas de água em âmbito mundial. [...] A indústria – incluindo o uso e a geração de energia – é responsável por 19% do uso, enquanto os municípios são responsáveis pelos 12% restantes. [...]

A Organização das Nações Unidas para Agricultura e Alimentação (FAO) estima [...] que o mundo vai precisar de cerca de 60% mais alimentos até 2050. [...] A quantidade de água necessária para esses empreendimentos não está disponível. [...] Mudanças em direção a dietas mais sustentáveis também podem reduzir o uso de água para a produção de alimentos em cerca de 20%, em comparação com as dietas atuais. [...]

Fonte: UNESCO; FAO; REDE Brasil do Pacto Global. **Relatório Mundial das Nações Unidas sobre o Desenvolvimento dos Recursos Hídricos 2021**: o valor da água. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000375751_por. Acesso em: 22 maio 2022.

O gráfico a seguir, feito com base no Relatório Mundial das Nações Unidas sobre o Desenvolvimento dos Recursos Hídricos 2021, representa uma aproximação do uso de água doce no planeta Terra.



Dados obtidos em: UNESCO; FAO; REDE Brasil do Pacto Global. **Relatório Mundial das Nações Unidas sobre o Desenvolvimento dos Recursos Hídricos 2021**: o valor da água. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000375751_por. Acesso em: 22 maio 2022.

Esse é um exemplo de **gráfico de setores**. Nesse tipo de gráfico, a divisão da figura é feita de acordo com a fração do todo correspondente a cada um dos dados representados. Note, por exemplo, que a parte laranja do gráfico é a menor, por isso corresponde à menor porcentagem (10%), e que a parte cinza é a maior porque corresponde à maior porcentagem (70%).

Trabalhando a informação

Habilidades da BNCC: **EF06MA31**, **EF06MA32**.

Esta seção apresenta ao estudante o gráfico de setores em um contexto muito relevante: o uso global de água doce. Essa temática propicia a discussão de questões importantes relacionadas ao consumo de água na produção agrícola, industrial e o quanto sobra para o consumo direto da população, nos dias atuais. As informações apresentadas também servem de alerta e podem levar os estudantes a refletir sobre a distribuição de recursos naturais como a água e a repensar o uso desse recurso cada vez mais escasso. Essa é uma ótima oportunidade para o desenvolvimento dos Temas Contemporâneos Transversais **educação para o consumo** e **educação ambiental**, destacando a importância do consumo consciente e da conservação dos recursos naturais.

Outro aspecto importante que pode ser discutido com os estudantes é a distribuição da água e de outros recursos naturais entre populações ricas e pobres. Abra espaço para os estudantes dizerem como acham que ocorre essa distribuição e por que ela ocorre dessa forma.

Ao explorar a leitura e interpretação de gráficos de setores, contribui-se para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA31) e (EF06MA32).

Agora quem trabalha é você!

Uma alternativa de encaminhamento para o **item c** é solicitar aos estudantes que, em um primeiro momento, não façam cálculos escritos para chegar às soluções e procurem estimar as respostas. Em seguida, devem realizar os cálculos necessários e testar os valores encontrados mentalmente. O processo de estimativa permite estabelecer relações e cultivar a habilidade com outras maneiras de calcular.

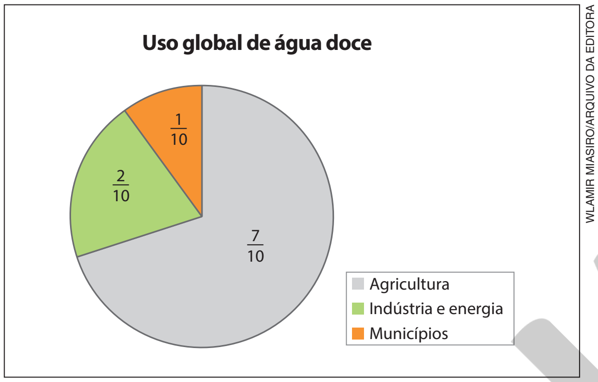
É importante ressaltar para os estudantes que, em um gráfico de setores, cuja base é um círculo, a soma de todos os valores associados a cada setor deve corresponder a 100%, se os dados forem apresentados em porcentagem, ou 1, se os dados forem apresentados na forma de fração.

a) Observando o gráfico é possível concluir que a maior parte dos recursos hídricos está distribuída nos países mais ricos do continente africano. Os dados mostram que a distribuição não é proporcional, pois 54% dos recursos hídricos são destinados aos 6 países mais ricos, enquanto apenas 7% são destinados aos 27 países mais pobres. Isso é evidência de uma possível má distribuição de recursos, já que um número pequeno de países mais ricos concentra a maioria dos recursos, enquanto a maioria dos países, mais pobres, recebe poucos recursos.

b) A resposta para essa pergunta depende da população da cidade. Comente com os estudantes que a quantidade de habitantes de sua cidade de origem ou residência pode ser encontrada por meio de uma pesquisa na biblioteca da escola ou do município, ou por meio de uma pesquisa *on-line*. O *site* do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) apresenta dados confiáveis e atualizados sobre a população das cidades brasileiras. Uma busca no *site* da prefeitura do município também pode ser interessante.

Se a média de consumo diário por pessoa é de 110 litros, o consumo diário da população inteira pode ser calculado pela multiplicação de 110 pelo número de pessoas daquela cidade.

Os dados apresentados em um gráfico de setores também podem ser escritos na forma de fração. Observe.



Dados obtidos em: UNESCO; FAO; REDE Brasil do Pacto Global. **Relatório Mundial das Nações Unidas sobre o Desenvolvimento dos Recursos Hídricos 2021**: o valor da água. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000375751_por. Acesso em: 22 maio 2022.

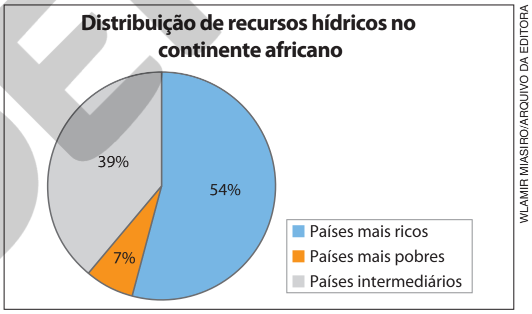
Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

a) Nos 6 países mais ricos do continente. A distribuição é desproporcional.

Leia e responda às questões.

O consumo de água em cada região do planeta depende da infraestrutura hídrica. O continente africano, por exemplo, dispõe de 9% dos recursos hídricos do total mundial; entretanto, cerca de 54% desses recursos atendem aos 6 países mais ricos do continente, enquanto somente cerca de 7% atendem aos 27 países mais pobres.



Dados obtidos em: UNESCO; FAO; REDE Brasil do Pacto Global. **Relatório Mundial das Nações Unidas sobre o Desenvolvimento dos Recursos Hídricos 2021**: o valor da água. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000375751_por. Acesso em: 22 maio 2022.

a) Com relação aos países do continente africano, em qual setor a distribuição dos recursos hídricos foi maior? Analisando o gráfico, você considera a distribuição de água entre esses países proporcional?

b) Pesquise qual é a população de sua cidade. Supondo que a média de consumo diário doméstico de água por pessoa, em sua cidade, seja igual a 110 litros por dia, calcule quantos litros são consumidos por essa população diariamente. **b)** A resposta depende da população da cidade.

c) Já estudamos que um giro de uma volta completa corresponde a 360°. Arredondando os percentuais do gráfico para 10%, 40% e 50%, calcule a quantos graus corresponde cada setor.

d) Com o auxílio de um transferidor, copie o gráfico em seu caderno, aplicando as respostas ao item **c** e indicando os recursos hídricos correspondentes a cada grupo de países na forma de frações.

d) Construção de gráfico.

c) Setor dos países mais ricos: 180º, setor dos países mais pobres: 36º, setor dos países intermediários: 144º.

c) Uma volta completa corresponde a 360°, ou 100% dos recursos hídricos. Como 100% : 10 = 10% e 360° : 10 = 36°, 10% dos recursos hídricos correspondem a um setor de 36°. Portanto 40% correspondem a um setor de 144° (4 · 36° = 144°) e 50% correspondem a um setor de 180° (5 · 36° = 180°).

A resolução do **item d** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

7 Comparação de números escritos na forma de fração

Considere as situações a seguir.

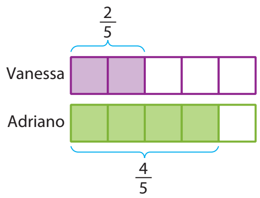
IZAAC BRITO/ARQUIVO DA EDITORA

Situação 1

Vanessa e Adriano compraram duas bicicletas de mesmo preço no mesmo dia. Vanessa financiou $\frac{2}{5}$ do valor total a ser pago, e Adriano financiou $\frac{4}{5}$. Quem financiou o maior valor?

Vamos utilizar algumas figuras para representar a situação.

Cada figura a seguir representa o valor total de cada bicicleta, e as partes pintadas representam o valor que cada comprador financiou.



Note que $\frac{4}{5}$ do preço total é maior do que $\frac{2}{5}$ do preço total.

Logo, Adriano financiou mais do que Vanessa.

Situação 2

Paulo pintou de azul $\frac{3}{8}$ de um painel, e Carla pintou de laranja $\frac{5}{16}$ de outro painel igual ao de Paulo. Quem pintou mais?

A parte azul equivale a $\frac{3}{8}$ da figura toda.

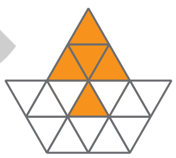
A parte laranja equivale a $\frac{5}{16}$ da figura toda.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Observe que os painéis foram divididos e pintados (azul e laranja) de modos diferentes.

Para comparar $\frac{3}{8}$ com $\frac{5}{16}$ utilizando os painéis, é preciso dividi-los em uma mesma quantidade de partes iguais. Vamos dividir o painel de Paulo como o de Carla, usando os triângulos menores:

A parte azul equivale a $\frac{3}{8}$ ou $\frac{6}{16}$ da figura toda.



A parte laranja equivale a $\frac{5}{16}$ da figura toda.

7. Comparação de números escritos na forma de fração

Habilidade da BNCC: **EF06MA07**.

Aqui se inicia o estudo da comparação de números racionais na forma de fração, ampliando e aprofundando os conhecimentos que os estudantes já construíram sobre esse assunto e sobre a habilidade (EF06MA07).

As duas situações apresentadas inicialmente exploram a comparação por meio de figuras, o que facilita a compreensão.

Comparação de números escritos na forma de fração

Discuta com os estudantes os procedimentos indicados para comparar duas (ou mais) frações de denominadores diferentes. Eles devem perceber que a equivalência é a base do processo.

Cada triângulo pequeno representa $\frac{1}{16}$ de um painel inteiro. Note que a parte azul tem $\frac{1}{16}$ a mais do que a parte laranja. Assim:

$$\frac{6}{16} > \frac{5}{16} \quad \text{ou} \quad \frac{3}{8} > \frac{5}{16}$$

Portanto, Paulo pintou mais do que Carla.

Podemos perceber também que, na situação 1, foi muito simples comparar os números $\frac{2}{5}$ e $\frac{4}{5}$, porque, como as frações que representam os valores financiados por Vanessa e Adriano têm o mesmo denominador, bastou comparar os numeradores.

Como $4 > 2$, temos $\frac{4}{5} > \frac{2}{5}$.

Já na situação 2, inicialmente foi necessário dividir o painel em 16 triângulos menores e iguais para encontrar uma fração equivalente a $\frac{3}{8}$ com o mesmo denominador de $\frac{5}{16}$ e só depois comparar os numeradores.

Como $\frac{3}{8} = \frac{6}{16}$ e $\frac{6}{16} > \frac{5}{16}$, podemos concluir que $\frac{3}{8} > \frac{5}{16}$.

Entretanto, podemos comparar números escritos na forma de fração usando uma propriedade das frações e a noção de equivalência. Por exemplo:

Qual destes números é menor: $\frac{4}{6}$ ou $\frac{3}{5}$?

Vamos encontrar frações equivalentes a $\frac{4}{6}$ e $\frac{3}{5}$ usando a propriedade que possibilita multiplicar (ou dividir) o numerador e o denominador das frações por um mesmo número até encontrarmos frações com mesmo denominador.

$$\frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \frac{12}{18} = \frac{16}{24} = \boxed{\frac{20}{30}} \quad (\times 2,\ \times 3,\ \times 4,\ \times 5)$$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25} = \boxed{\frac{18}{30}} \quad (\times 2,\ \times 3,\ \times 4,\ \times 5,\ \times 6)$$

Como $18 < 20$, temos:

$\frac{18}{30} < \frac{20}{30}$

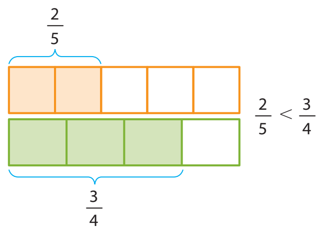
Então: $\frac{3}{5} < \frac{4}{6}$

ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Acompanhe mais um exemplo.

Qual destes números é maior: $\frac{2}{5}$ ou $\frac{3}{4}$?

Nesse caso, podemos utilizar as figuras a seguir para obter a resposta.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Ou, então, podemos escrever frações equivalentes a $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$ e procurar entre elas as que têm mesmo denominador.

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} \quad \text{e} \quad \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20}$$

Observe que o denominador 20 das frações $\frac{8}{20}$ e $\frac{15}{20}$ é múltiplo dos denominadores 5 e 4 das frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$. Ele pode ser obtido pela multiplicação dos denominadores: $4 \cdot 5 = 20$

$$\frac{2}{5} \xrightarrow{\times 4} \frac{?}{20} \qquad \frac{3}{4} \xrightarrow{\times 5} \frac{?}{20}$$

Para obter os novos numeradores, multiplicamos os numeradores pelos mesmos números que multiplicamos os denominadores.

$$\frac{2}{5} \xrightarrow{\times 4} \frac{8}{20} \qquad \frac{3}{4} \xrightarrow{\times 5} \frac{15}{20}$$

Assim, encontramos $\frac{8}{20}$ e $\frac{15}{20}$, frações de mesmo denominador e equivalentes a $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{4}$, respectivamente.

Esse processo é chamado de **redução de frações a um mesmo denominador** (ou **a um denominador comum**).

Como $\frac{8}{20} < \frac{15}{20}$, obtemos: $\frac{2}{5} < \frac{3}{4}$

Observações

- Podemos encontrar um denominador comum entre duas ou mais frações, considerando um múltiplo qualquer não nulo de todos os denominadores. Por exemplo:

$$\frac{3}{10} \xrightarrow{\times 30} \frac{90}{300} \qquad \frac{4}{15} \xrightarrow{\times 20} \frac{80}{300} \qquad \frac{5}{6} \xrightarrow{\times 50} \frac{250}{300}$$

- Para obter frações equivalentes mais simples, podemos utilizar o mínimo múltiplo comum (mmc) entre os denominadores das frações dadas.
  Assim, temos: $\text{mmc}(10, 15, 6) = 30$

$$\frac{3}{10} \xrightarrow{\times 3} \frac{9}{30} \qquad \frac{4}{15} \xrightarrow{\times 2} \frac{8}{30} \qquad \frac{5}{6} \xrightarrow{\times 5} \frac{25}{30}$$

Comparação de números escritos na forma de fração

Se julgar necessário, retome com os estudantes os conceitos de múltiplo e de mínimo múltiplo comum (mmc).

A redução ao mesmo denominador pode ser feita independentemente do mmc, apenas com a noção de equivalência.

Promova atividades nas quais os estudantes utilizem variados procedimentos.

Exercícios propostos

Neste bloco de exercícios, incentive os estudantes a utilizarem estratégias diversas para as resoluções, revisitando os conhecimentos já construídos.

As resoluções dos **exercícios 42** e **43** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

No **exercício 44**, peça aos estudantes que justifiquem suas respostas. Com o confronto das diversas explicações, eles podem chegar à conclusão de que $\frac{3}{5}$ é menor que $\frac{5}{8}$; portanto, a tinta de cor branca foi a mais usada na mistura.

Para comparar as frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{5}{8}$ é preciso reduzi-las a um denominador comum, que será o múltiplo $5 \cdot 8 = 40$. Dessa forma, $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 8}{5 \cdot 8} = \frac{24}{40}$ e $\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{25}{40}$ são as frações equivalentes. Como $24 < 25$, $\frac{24}{40} < \frac{25}{40}$ e $\frac{3}{5} < \frac{5}{8}$.

Apresentamos, a seguir, uma possível resolução para o **exercício 45**. Na prova de Matemática, a fração de acertos de Felipe foi $\frac{12}{20}$, na prova de História, foi $\frac{6}{10}$, e na prova de Inglês, $\frac{4}{7}$. Como $\frac{12}{20} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, podemos concluir que Felipe teve o mesmo número de acertos nas provas de Matemática e de História. Para comparar com o número de acertos da prova de Inglês, vamos tomar frações equivalentes que tenham o mesmo denominador.

As frações $\frac{4}{7}$ e $\frac{3}{5}$ são, respectivamente, equivalentes a $\frac{20}{35}$ e $\frac{21}{35}$. Como $\frac{20}{35} < \frac{21}{35}$, concluímos que $\frac{4}{7} < \frac{3}{5}$, ou seja, Felipe saiu-se melhor nas provas de Matemática e de História.

As resoluções dos **exercícios 46** a **49** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

45. Felipe se saiu melhor nas provas de Matemática e História, porque $\frac{12}{20} = \frac{6}{10}$, $\frac{12}{20} > \frac{4}{7}$ e $\frac{6}{10} > \frac{4}{7}$.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

42 Em uma classe, $\frac{4}{9}$ dos estudantes são meninos e $\frac{5}{9}$ são meninas. Nessa classe há mais meninos ou meninas? **42.** Meninas.

43 Compare os números e escreva, em seu caderno, sentenças usando os sinais >, = ou <.

a) $\frac{2}{6}$ e $\frac{4}{6}$ **43. a)** $\frac{2}{6} < \frac{4}{6}$

b) $\frac{1}{7}$ e $\frac{5}{7}$ **43. b)** $\frac{1}{7} < \frac{5}{7}$

c) $\frac{5}{9}$ e $\frac{2}{9}$ **43. c)** $\frac{5}{9} > \frac{2}{9}$

d) $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ **43. d)** $\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$

e) $\frac{3}{10}$ e $\frac{4}{15}$ **43. e)** $\frac{3}{10} > \frac{4}{15}$

f) $\frac{7}{6}$ e $\frac{21}{18}$ **43. f)** $\frac{7}{16} = \frac{21}{18}$

44 Na pintura de uma parede foram misturados $\frac{3}{5}$ de um galão de tinta azul com $\frac{5}{8}$ de um galão de tinta branca. Qual foi a cor da tinta mais usada nessa mistura? **44.** Branca.

45 Em uma mesma semana, Felipe fez provas de Matemática, História e Inglês. Ele acertou 12 das 20 questões de Matemática, 6 das 10 questões de História e 4 das 7 questões de Inglês. Em qual das provas ele se saiu melhor?

46 Se Lúcia caminhou $\frac{7}{12}$ de uma trilha para pedestres, ela percorreu mais ou menos da metade dessa trilha? **46.** Mais da metade.

47 Um painel decorativo foi montado com lajotas de mesmo tamanho. Do total de lajotas, $\frac{2}{6}$ têm cor azul, $\frac{2}{4}$ têm cor amarela e $\frac{2}{12}$ têm cor vermelha.

a) Qual é a cor de lajota mais usada nesse painel? **47. a)** Amarela.

b) Qual é a cor de lajota menos usada nesse painel? **47. b)** Vermelha.

48 Reduza as frações a um mesmo denominador.

a) $\frac{3}{5}, \frac{5}{4}$ **48. a)** $\frac{12}{20}, \frac{25}{20}$

b) $\frac{2}{6}, \frac{7}{4}$ **48. b)** $\frac{4}{12}, \frac{21}{12}$

c) $3, \frac{2}{5}, \frac{1}{3}$ **48. c)** $\frac{45}{15}, \frac{6}{15}, \frac{5}{15}$

d) $3\frac{1}{2}, 1\frac{5}{6}$

e) $3\frac{1}{5}, 2\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$

f) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$

49 *Hora de criar* – Em duplas, cada integrante vai elaborar um problema para a comparação de frações. Troquem de caderno para um resolver o problema do outro. Depois, destroquem para corrigi-los. **49.** Resposta pessoal.

48. d) $\frac{21}{6}, \frac{11}{6}$ **48. e)** $\frac{64}{20}, \frac{55}{20}, \frac{10}{20}$ **48. f)** $\frac{8}{8}, \frac{4}{8}, \frac{2}{8}, \frac{1}{8}$

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Uma agência de turismo vende pacotes de viagens em 12 prestações iguais. Janaína comprou um desses pacotes. Ela já pagou $\frac{3}{4}$ das prestações.

a) A fração $\frac{4}{4}$ representa quantas prestações? **1. a)** 12 prestações.

b) A fração $\frac{1}{4}$ representa quantas prestações? **1. b)** 3 prestações.

c) Quantas prestações foram pagas? **1. c)** 9 prestações.

2 A tabela a seguir mostra o resultado de uma pesquisa realizada com os estudantes do 6º ano.

Esportes preferidos pelos estudantes do 6º ano	
Esporte	**Quantidade de estudantes**
Futebol	30
Vôlei	10
Basquete	10

Dados obtidos pela escola Cata-vento.

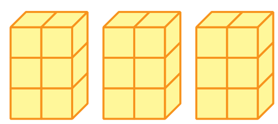
2. a) 50 estudantes.

a) Qual é o total de estudantes pesquisados?

b) Qual é a fração que representa o número de estudantes que preferem vôlei em relação ao total de estudantes pesquisados? **2. b)** $\frac{10}{50}$

c) Na forma percentual, quantos estudantes preferem futebol? **2. c)** 60%

3 Na figura a seguir, cada bloco representa um inteiro e é formado por pequenos cubos iguais.



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Quantos inteiros há na figura? **3. a)** 3 inteiros.

b) Que parte de um inteiro (bloco) cada cubinho representa? **3. b)** $\frac{1}{6}$

c) Quantos sextos de bloco há na figura? **3. c)** 18 sextos.

172

Exercícios complementares

Com esses exercícios os estudantes revisitarão os principais conceitos estudados no capítulo. Esse é um bom momento para verificar se eles ainda têm alguma dificuldade em fazer as intervenções necessárias.

As resoluções dos **exercícios 1** a **3** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

4 Ao passar por uma loja de motos, Cristiano aproveitou a promoção e comprou uma moto igual à representada na ilustração.

IZAAC BRITO/ARQUIVO DA EDITORA
CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é a fração que representa o valor de cada prestação em relação ao preço da moto? **4. a)** $\frac{1}{5}$

b) Qual é o valor de cada prestação? **4. b)** 1 800 reais.

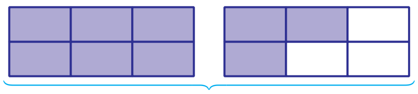
c) Qual é o valor de $\frac{2}{5}$ do preço da moto? **4. c)** 3 600 reais.

5 Renato pagou $\frac{3}{5}$ de uma dívida e ainda ficou devendo 70 reais. Qual era o valor da dívida? **5.** 175 reais.

6 Na figura há 2 inteiros. Represente a parte pintada com um número escrito:

a) na forma de fração; **6. a)** $\frac{9}{6}$

b) na forma mista. **6. b)** $1\frac{3}{6}$



Figura

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

7. $\frac{7}{3}$, $2\frac{1}{3}$

7 A professora de Arte distribuiu igualmente 7 cartolinas para 3 grupos de estudantes. Determine a quantidade de cartolina que cada grupo recebeu na forma de fração e na forma mista.

8 Diana tem 35 bolas de gude. Dessas 35, para cada 2 bolas verdes há 5 vermelhas. Determine um número na forma de fração que represente a razão da quantidade de bolas verdes para a quantidade de bolas vermelhas e um número na forma de fração que represente a razão da quantidade de bolas verdes para o número total de bolas de gude. **8.** $\frac{2}{5}$; $\frac{10}{35}$

9 (Vunesp) Duas empreiteiras farão conjuntamente a pavimentação de uma estrada, cada uma trabalhando a partir de uma das extremidades. Se uma delas pavimentar $\frac{2}{5}$ da estrada e a outra os 81 quilômetros restantes, a extensão dessa estrada será de: **9.** Alternativa **b**.

a) 125 quilômetros.
b) 135 quilômetros.
c) 142 quilômetros.
d) 145 quilômetros.
e) 160 quilômetros.

10 (Uece) Uma peça de tecido, após a lavagem, perdeu $\frac{1}{10}$ de seu comprimento e este ficou medindo 36 metros. Nestas condições, o comprimento, em metros, da peça antes da lavagem era igual a: **10.** Alternativa **c**.

a) 44. b) 42. c) 40. d) 38.

11 Quando multiplicamos ou dividimos os dois termos de uma fração por um número natural diferente de zero, obtemos uma fração equivalente ou não equivalente à fração dada?

11. Obtemos uma fração equivalente à fração dada.

12 Represente duas barras de chocolate: uma branca e outra escura, de mesmo tamanho. Divida a barra branca em 4 pedaços iguais e a barra escura em 8. Se você pegar um dos pedaços da barra branca, quantos pedaços da barra escura serão necessários para obter a mesma quantidade? E se você pegar dois pedaços da barra branca? Indique duas frações equivalentes que representam um pedaço de chocolate da barra branca. **12.** 2 pedaços; 4 pedaços; $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$.

13 Uma fração equivalente a $\frac{3}{5}$ tem 32 como soma de seus termos. Determine essa fração. **13.** $\frac{12}{20}$

14 Os estudantes de uma escola estão distribuídos da seguinte maneira:

- Educação Infantil → $\frac{2}{9}$
- Ensino Fundamental → $\frac{8}{18}$
- Ensino Médio → $\frac{1}{3}$

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Representando essa distribuição em um gráfico de setores (como na figura), qual é a cor que corresponde ao Ensino Fundamental? E ao Ensino Médio? **14.** Verde; vermelho.

15 (Saresp) Quais são as três frações equivalentes a $\frac{1}{2}$? **15.** Alternativa **c**.

a) $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{6}$

b) $\frac{2}{4}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{8}{12}$

c) $\frac{3}{6}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{12}$

d) $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{4}$

16 Acompanhe as afirmações feitas por quatro amigos.

Paulo: O numerador e o denominador da fração são números pares.
Mariana: A fração é equivalente à fração $\frac{3}{9}$.
Ricardo: A fração é irredutível.
Camila: O numerador da fração é 1.
Sabendo que Ricardo disse a verdade e que um deles mentiu, descubra qual é a fração. **16.** $\frac{1}{3}$

173

Exercícios complementares

As resoluções dos **exercícios 4** a **9** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

No **exercício 10**, a interpretação incorreta do enunciado pode levar o estudante a pensar que $\frac{1}{10}$ do comprimento do tecido é igual à medida de 36 metros, induzindo-o a concluir que a peça original media 360 metros de comprimento. Entretanto, ao observar cada uma das alternativas, é possível verificar que esse valor é absurdo, o que deverá levar os estudantes a retomarem a leitura e a reavaliarem a interpretação do enunciado.

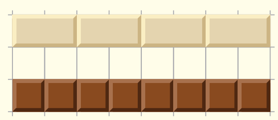
Após perder $\frac{1}{10}$ do comprimento, a peça de tecido ficou com $\frac{9}{10}$ do comprimento inicial, o que corresponde à medida de 36 metros. Assim, $\frac{1}{10}$ do comprimento inicial corresponde à medida de 4 metros $(36 : 9 = 4)$ e o comprimento total corresponde a $\frac{10}{10}$ ou 40 metros $(4 \cdot 10 = 40)$.

Para a resolução do **exercício 11**, lembre os estudantes de que o procedimento descrito gera frações equivalentes à fração dada.

No **exercício 12**, cada pedaço da barra de chocolate branco corresponde a $\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{2}{8}$. Cada pedaço da barra de chocolate escuro corresponde a $\frac{1}{8}$.

Portanto, 2 pedaços da barra de chocolate escuro equivalem a 1 pedaço da barra de chocolate branco.

2 pedaços da barra de chocolate branco equivalem a 4 pedaços da barra de chocolate escuro.



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

As resoluções dos **exercícios 13** a **16** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

Verificando

Esses exercícios são mais uma oportunidade para o estudante validar o entendimento do conteúdo estudado neste capítulo.

Instrua-os a retornarem às páginas anteriores, caso alguma dúvida persista.

As resoluções dos **testes 1** a **8** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 7.

Organizando

Incentive os estudantes a organizarem seus aprendizados no caderno, fazendo resumos, mapas conceituais ou aplicando destaques em conceitos importantes.

As questões propostas têm como objetivo fazer com que eles retomem os conteúdos estudados no capítulo e que reflitam sobre algumas temáticas. Após sua correção é importante pedir aos estudantes que compartilhem suas respostas. Essa estratégia permitirá o compartilhamento de dúvidas e percepções sobre o conteúdo, contribuindo para o aprendizado de todos.

a) Espera-se que os estudantes compreendam que, em uma fração, o termo que fica abaixo do traço é o denominador, que indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido, e o termo localizado acima do traço é o numerador, que indica quantas partes do inteiro foram tomadas.

b) Espera-se que os estudantes dominem a representação de números racionais na forma de fração e que usem situações cotidianas como referência.

c) Os estudantes podem citar que duas frações são equivalentes quando representam a mesma parte de um inteiro.

d) Espera-se que os estudantes compreendam que uma fração irredutível pode ser obtida com a simplificação de uma fração até obter uma fração em que não seja mais possível encontrar um mesmo número, diferente de 0 e de 1, que divida o numerador e também o denominador.

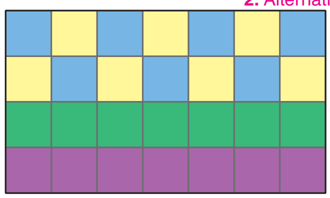
VERIFICANDO

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Como lemos a fração $\frac{3}{5}$? **1.** Alternativa **d.**

a) cinco terços
b) cinco vírgula três
c) três vírgula cinco
d) três quintos

2 Que fração da figura está colorida de azul? **2.** Alternativa **a.**



WLAMIR MIASIRO/ARQUIVO DA EDITORA

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{7}{4}$ c) $\frac{7}{14}$ d) $\frac{28}{7}$

3 Marta comprou uma blusa e, ao pagar à vista, teve um desconto de 20%. Esse desconto corresponde a que fração do valor total da blusa?

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{20}$ c) $\frac{2}{100}$ d) $\frac{100}{20}$

3. Alternativa **a.**

4 Uma empresa tem 1 500 funcionários que trabalham em dois turnos diferentes. Sabendo que $\frac{2}{3}$ desses funcionários trabalham no primeiro turno, quantos são esses funcionários? **4.** Alternativa **c.**

a) 500 funcionários
b) 750 funcionários
c) 1 000 funcionários
d) 1 500 funcionários

5 César, Fábio e Olívia acabaram de saber o resultado de uma prova de Matemática. César acertou $\frac{3}{4}$ das questões, Fábio $\frac{15}{20}$ e Olívia acertou 75% das questões. Quem acertou o maior número de questões? **5.** Alternativa **d.**

a) César
b) Fábio
c) Olívia
d) Todos acertaram a mesma quantidade.

6 Fabiana destina $\frac{2}{7}$ de seu salário para o pagamento de aluguel e $\frac{3}{10}$ para o pagamento das demais contas. Considerando um salário de R$ 3 500,00, o valor gasto com as demais contas é: **6.** Alternativa **a.**

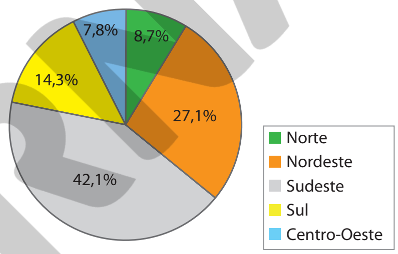
a) 50 reais a mais que o gasto com aluguel.
b) 50 reais a menos que o gasto com aluguel.
c) 100 reais a mais que o gasto com aluguel.
d) 100 reais a menos que o gasto com aluguel.

7 A fração **irredutível** equivalente a $\frac{48}{150}$ é: **7.** Alternativa **c.**

a) $\frac{4}{15}$ b) $\frac{24}{75}$ c) $\frac{8}{25}$ d) $\frac{24}{25}$

8 No gráfico foram organizadas as informações sobre a população residente no Brasil segundo as grandes regiões. **8.** Alternativa **d.**

Distribuição da população residente no Brasil



WLAMIR MIASIRO/ARQUIVO DA EDITORA

Fonte: IBGE. Diretoria de Pesquisas, Coordenação de Trabalho e Rendimento. **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2020**. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/17270-pnad-continua.html?edicao=32275&t=resultados. Acesso em: 20 abr. 2022.

De acordo com esses dados, de cada 1 000 brasileiros:

a) 272 moram na Região Sul.
b) 86 moram na Região Centro-Oeste.
c) 280 moram na Região Nordeste.
d) 422 moram na Região Sudeste.

Organizando: **a)** O termo que fica abaixo do traço é o denominador, que indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido. O termo localizado acima do traço é o numerador, que indica quantas partes do inteiro foram tomadas.
b) Resposta pessoal.
c) Quando representam a mesma parte de um inteiro.

Organizando

Vamos organizar o que você aprendeu neste capítulo? Para isso, responda às questões a seguir.

a) Escreva a relação entre o numerador e o denominador de uma fração com o inteiro.
b) Elabore duas situações envolvendo números racionais na forma de fração.
c) Em que circunstância duas frações são equivalentes?
d) Como podemos obter uma fração irredutível?
e) Explique como você faz para comparar duas frações de mesmo denominador. E se fossem duas frações de denominadores diferentes?

d) Simplificando a fração até obtermos uma fração em que não é mais possível encontrar um mesmo número, diferente de 0 e de 1, que divida o numerador e, também, o denominador.

e) Quando duas frações têm mesmo denominador, basta comparar os numeradores. Quando duas frações têm denominadores diferentes, é preciso encontrar frações equivalentes de mesmo denominador para fazer a comparação.

e) Os estudantes devem explicar com suas próprias palavras o processo usado em cada caso. Avalie as respostas apresentadas, reorientando-os se necessário.

Capítulo

8 Operações com números racionais na forma de fração

Observe, leia e responda no caderno.

a) A cidade e a região em que você vive fazem parte de qual bioma?

b) Além dos animais domésticos, que outros animais estão mais presentes na região onde você mora?

c) Na região onde você vive há espécies de animais ameaçadas de extinção?

d) Que fração da área ocupada pelo bioma Caatinga corresponde à área ocupada pelo bioma Pampa? Faça uma estimativa.

Elaborado a partir de: IBGE. **Atlas Geográfico Escolar**. 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. p. 103.

Nos estudos sobre o meio ambiente, chama-se **bioma** o conjunto de sistemas que formam uma **comunidade** (todos os organismos – animais e vegetais – que habitam um mesmo ambiente) estável e desenvolvida, adaptada às condições naturais de uma região, e geralmente caracterizada por um tipo principal de vegetação.

O mapa desta página representa os biomas brasileiros de modo simplificado, reunindo-os em sete grandes biomas.

a) Resposta pessoal. **b)** Resposta pessoal. **c)** Resposta pessoal. **d)** Aproximadamente $\frac{1}{4}$.

Sugestões de leitura

Para ampliar o assunto sobre biomas brasileiros terrestres, sugerimos os materiais:

REDE brasileira de reservas da biosfera. **Biomas do Brasil**. Disponível em: https://reservasdabiosfera.org.br/biomas-do-brasil/. Acesso em: 6 jun. 2022.

É possível encontrar textos com as principais características dos biomas brasileiros.

IBGE Educa. **Biomas brasileiros**. Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/territorio/18307-biomas-brasileiros.html. Acesso em: 28 maio 2022.

Neste *site*, disponibilizam-se informações textuais e gráficas sobre os biomas brasileiros.

Capítulo 8 - Operações com números racionais na forma de fração

Os objetivos deste capítulo e suas justificativas, as indicações das habilidades e competências específicas da Matemática (BNCC), além de outras informações, estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas.

Este capítulo trata das operações com números racionais na forma de fração, complementando, ampliando e aprofundando estudos anteriores dos estudantes.

Apresenta-se o mapa do Brasil dividido por biomas, oferecendo um contexto para possível interdisciplinaridade com Geografia. Pode-se aproveitar para explorar a conscientização acerca de questões ambientais, comparar modificações de paisagens nos lugares de vivências e os usos desses lugares em diferentes tempos, verificando e, se for o caso, associando com o fato de algumas espécies animais estarem ameaçadas de extinção, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 7** e do Tema Contemporâneo Transversal **educação ambiental**. Para este trabalho interdisciplinar, sugerimos que os estudantes sejam organizados em grupos e que cada grupo pesquise um dos biomas presentes no Brasil. O trabalho em grupo favorece o desenvolvimento da **competência geral 9**, pois os estudantes podem exercitar a cooperação e o diálogo, a fim de organizarem as tarefas para realizar a pesquisa.

Explore o mapa propondo aos estudantes a leitura das informações contidas e solicitando a eles que localizem a região aproximada, de seu município ou estado, identificando assim, o bioma correspondente.

As resoluções das atividades propostas nesta abertura dependem da região onde cada estudante reside. Elas podem ter como base a análise do mapa e os conhecimentos prévios sobre o bioma. Se necessário, os estudantes podem pesquisar sobre as características da região, em relação ao bioma, e listá-las no caderno, indicando alguns animais da fauna local e pesquisando quais espécies de animais estão ameaçadas de extinção.

1. Adição e subtração com frações de mesmo denominador

Habilidades da BNCC: **EF06MA07**, **EF06MA08**, **EF06MA10** e **EF06MA32**.

Neste tópico ampliamos o trabalho com números racionais na forma de fração explorando as operações de adição e subtração, o que contribui para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA07), (EF06MA08) e (EF06MA10). Ampliando o tema da abertura do capítulo – biomas brasileiros –, analise com os estudantes o gráfico de setores relativo à distribuição por bioma e o relativo à distribuição por grupos biológicos das espécies da fauna ameaçadas de extinção.

Para retomar alguns conceitos, proponha à turma questionamentos com base nos dados apresentados nos gráficos:

- Há mais espécies da fauna ameaçadas de extinção na Caatinga ou na Amazônia?

  Resposta: na Amazônia, pois $\frac{3}{25} > \frac{3}{34}$.
- Há menos espécies da fauna ameaçadas de extinção no Cerrado ou em Ambientes marinhos?

  Resposta: em Ambientes marinhos, pois $\frac{1}{9} < \frac{7}{34}$.
- Em qual grupo biológico há mais espécies da fauna ameaçadas de extinção?

  Resposta: Peixes.
- Quais são os grupos com menor número de espécies da fauna ameaçadas de extinção?

  Resposta: Répteis e Mamíferos.

1 Adição e subtração com frações de mesmo denominador

Para preservar o patrimônio biológico existente no território brasileiro, foi criado, pela Lei n. 9 985, de 18 de julho de 2000, o Sistema Nacional das Unidades de Conservação da Natureza.

Unidade de Conservação (ou UC) é a denominação dada a espaços territoriais que passam a ter seus recursos ambientais protegidos por lei.

Leia as informações a seguir.

Distribuição por bioma das espécies da fauna ameaçadas de extinção* (2018)

FOTOGRAFIAS TARTARUGA-DE-PENTE: ANDRE DIB/PULSAR IMAGENS; ARIRANHA: INÁCIO TEIXEIRA/PULSAR IMAGENS; TONINHA: PROJETO TONINHAS DO BRASIL/UNIVILLE; PAPAGAIO-DA-CARA-ROXA: FABIO COLOMBINI; PEIXE-BOI-DA-AMAZÔNIA: FABIO COLOMBINI; TAMANDUÁ-BANDEIRA: ARTUR KEUNECKE/PULSAR IMAGENS; ONÇA-PARDA: RICARDO TELES/PULSAR IMAGENS

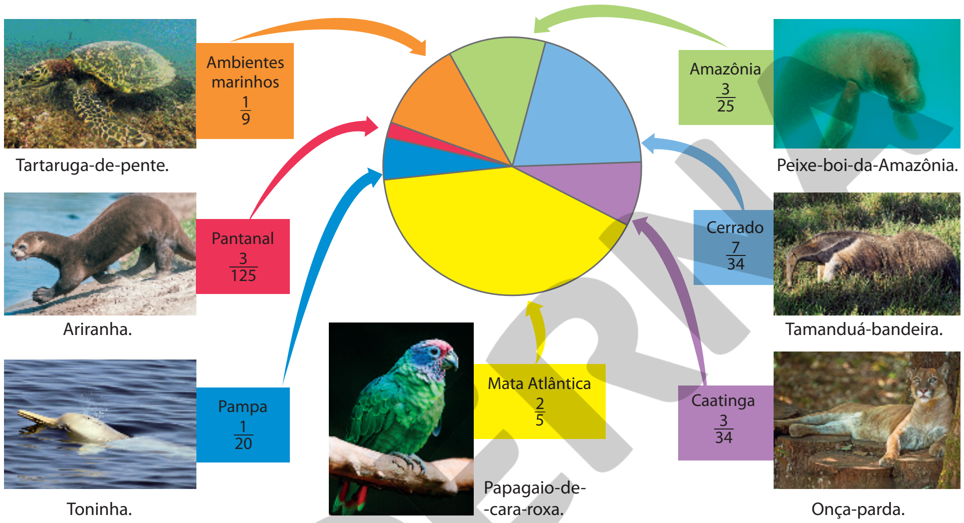


ILUSTRAÇÃO: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

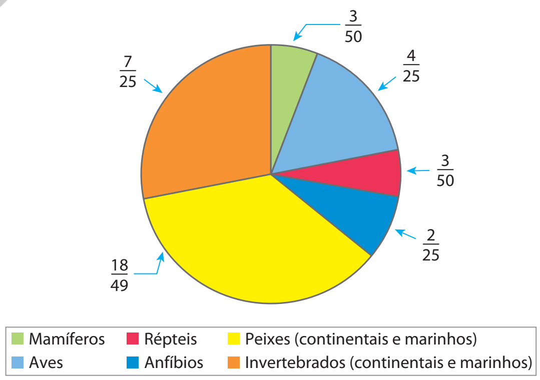
Dados obtidos em: INSTITUTO Chico Mendes de conservação da biodiversidade. **Livro Vermelho da Fauna Brasileira Ameaçada de Extinção**: Volume I. Brasília, DF: ICMBio/MMA, 2018. p. 66-67

(As imagens não respeitam as proporções reais entre os animais.)

*Registros em UCs Federais: 1 460 espécies, arredondadas para 1 500, e frações aproximadas para facilitar os cálculos.

Depois de conhecer as espécies ameaçadas de extinção em UCs, note neste outro gráfico como elas se dividem em grupos.

Distribuição por grupos biológicos das espécies da fauna ameaçada de extinção* (2018)



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

* Registros em UCs Federais. Frações aproximadas para facilitar os cálculos. Dados obtidos em: INSTITUTO Chico Mendes de conservação da biodiversidade. **Livro Vermelho da Fauna Brasileira Ameaçada de Extinção**: Volume I. Brasília, DF: ICMBio/MMA, 2018. p. 55.

176

Ao trabalhar com a leitura e interpretação dos dados apresentados nos gráficos, contribui-se para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA32). Além disso, os estudantes poderão utilizar as informações apresentadas nesta página e as que obtiveram na pesquisa proposta na abertura deste capítulo, a fim de discutir e de argumentar sobre os impactos das mudanças da paisagem sobre as espécies animais da fauna. Para desenvolverem a capacidade de argumentar e analisar criticamente a situação, podem-se formar dois grupos de estudantes para que debatam sobre as mudanças da paisagem, de maneira que um deles defenda tais mudanças e o outro, as critique. Ao final, podem compor um texto coletivo apresentando os aspectos positivos e negativos de tais mudanças e os impactos sociais e no meio ambiente que elas ocasionam, contribuindo para o desenvolvimento das **competências gerais 4** e **7** e do Tema Contemporâneo Transversal **educação ambiental**.

No primeiro gráfico, para cada bioma há um setor com a indicação das respectivas espécies animais ameaçadas de extinção. Podemos obter muitas informações por meio da leitura do texto e dos gráficos. Por exemplo:

- No Pantanal, havia $\frac{3}{125}$ de 1 500 espécies animais ameaçadas de extinção.
- Mais de $\frac{1}{7}$ das espécies animais ameaçadas de extinção eram constituídas de aves.
- Somente no Pantanal havia menos de 3% de espécies de animais ameaçadas de extinção.
- $\frac{1}{9}$ é a fração que representa a quantidade de espécies de animais ameaçadas de extinção em ambientes marinhos, em 2018.

No entanto, para obter outras informações, é necessário fazer uma análise mais aprofundada dos gráficos; por exemplo:

- Que fração representa a quantidade de espécies de animais ameaçadas de extinção no Cerrado e na Caatinga em 2018?


ERIC PASQUALLI/ALAMY/FOTOARENA

Mico-leão-dourado (*Leontopithecus rosalia*) nativo da Mata Atlântica. (Fotografia de 2017.)

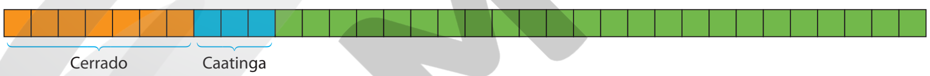

ADRIANO GAMBARINI

Espécimes da ararinha-azul (*Cyanopsitta spixii*) originárias da Caatinga. (Fotografia de 2015.)

(As imagens não respeitam as proporções reais entre os animais.)

- Do total de espécies animais ameaçadas de extinção em 2018, que fração representa os répteis e os mamíferos nessa situação?

Sabemos que as espécies de animais ameaçadas de extinção no Cerrado representam $\frac{7}{34}$, e na Caatinga, $\frac{3}{34}$ do total nacional. Observe como podemos representar essa situação por meio de uma figura:



RENAN ORACIC/ ARQUIVO DA EDITORA

Note que, de acordo com a figura, a fração procurada é $\frac{10}{34}$.

Nesse caso, podemos também fazer a seguinte adição:

$$\frac{7}{34} + \frac{3}{34} = \frac{10}{34}$$

Adição e subtração com frações de mesmo denominador

Ainda com base nas informações dos gráficos, analise com os estudantes as comparações apresentadas nesta página. Verifique se eles compreendem a representação feita por meio da figura, na qual é possível verificar qual é a fração de espécies animais ameaçadas de extinção na Caatinga e no Cerrado. Explore com eles a ideia de adição de frações efetuando a adição das duas frações indicadas.

Neste contexto, pode-se trabalhar também a ideia de diferença entre duas frações. Incentive os estudantes a determinarem a diferença entre a fração de espécies animais ameaçadas de extinção do Cerrado e da Caatinga em relação ao total de espécies animais ameaças de extinção no Brasil.

Nos dois casos, precisamos obter frações com um mesmo denominador para efetuar as operações.

Adição e subtração com frações de mesmo denominador

Analise com os estudantes a situação de venda de pedaços de bolo. Ressalte que, neste exemplo, considera-se que cada pedaço de bolo tem o mesmo formato e tamanho, a fim de que associem a divisão do bolo em partes iguais. Se julgar adequado, prepare previamente círculos de papel para os estudantes manipularem e representarem essa situação e outras similares, representando adições e subtrações de frações de mesmo denominador. Para efetuarem a divisão do círculo de papel em partes iguais, os estudantes podem fazer dobras no papel, a partir do diâmetro do círculo: primeiro para determinar 2 partes iguais, depois 4 partes e, por fim, 8 partes iguais.

Para auxiliá-los, caso apresentem dificuldades, podem-se utilizar tiras de papel em formato retangular, divididas em partes iguais, por exemplo, em 34 partes iguais. Em seguida, proponha aos estudantes que efetuem diferentes adições e subtrações representando e efetuando essas operações utilizando as tiras de papel.

Observe na figura a seguir que $\frac{24}{34}$ é a fração que representa a quantidade de espécies de animais ameaçadas de extinção nos demais biomas.

Para obter esse dado, podemos efetuar uma subtração.

$$\frac{34}{34} - \frac{10}{34} = \frac{24}{34}$$

Retomaremos a segunda pergunta mais adiante.

Acompanhe outro exemplo.

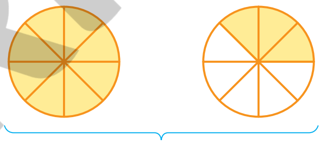
Na cantina em que Marina trabalha, um mesmo tipo e formato de bolo é vendido a cada semana (de segunda a sexta-feira). Marina anotou, no quadro a seguir, a quantidade de bolo vendida em determinada semana.

Dia da semana	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
Parte de bolo vendida	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{4}{8}$

Quantas partes desse tipo de bolo foram vendidas nessa semana? Quantas partes sobraram?

- Juntando todas as partes de bolo vendidas em cada dia, podemos calcular a quantidade de bolo que foi vendida nessa semana. Isso pode ser registrado por meio de uma adição.

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{4}{8} = \frac{11}{8}$$



A parte pintada de amarelo representa a quantidade de bolo vendida nessa semana.

Nessa semana, a cantina vendeu $\frac{11}{8}$ de bolo, o que significa mais de uma unidade de bolo.

$\frac{11}{8} = \frac{8}{8} + \frac{3}{8}$, o que representa 1 bolo e $\frac{3}{8}$ de bolo, ou seja, $1\frac{3}{8}$ de bolo.

- Subtraindo o total vendido do total fabricado desse tipo de bolo na semana (2 unidades), temos a quantidade que sobrou:

$$2 - \frac{11}{8} = \frac{16}{8} - \frac{11}{8} = \frac{5}{8}$$

Para adicionar ou subtrair números representados por frações de mesmo denominador, adicionamos ou subtraímos os numeradores e conservamos o denominador comum.

Verifique os cálculos a seguir.

a) $\frac{1}{16} + \frac{11}{16} = \frac{\overset{1 + 11}{12}}{16}$

b) $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{4}{8} = \frac{\overset{1 + 3 + 1 + 2 + 4}{11}}{8}$

c) $\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{\overset{4 - 3}{1}}{4}$

d) $\frac{16}{8} - \frac{11}{8} = \frac{\overset{16 - 11}{5}}{8}$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

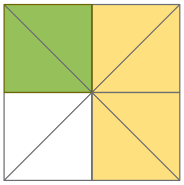
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Considere a figura e faça o que se pede.

1\. a) $\frac{4}{8}$, $\frac{2}{8}$ e $\frac{8}{8}$, respectivamente

1\. b) $\frac{2}{8} + \frac{4}{8} = \frac{6}{8}$

1\. c) $\frac{8}{8} - \frac{6}{8} = \frac{2}{8}$



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Determine as frações de denominador 8 que representam a parte pintada de amarelo, a parte pintada de verde e a figura toda.

b) Represente por meio de uma adição de frações a parte da figura pintada de verde ou de amarelo.

c) Represente por meio de uma subtração a parte da figura que não está pintada nem de verde nem de amarelo.

2 Efetue, no caderno, simplificando o resultado quando possível.

a) $\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$ 2. a) $\frac{7}{9}$

b) $\frac{4}{10} + \frac{2}{10}$ 2. b) $\frac{3}{5}$

c) $\frac{2}{15} + \frac{3}{15}$ 2. c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{5}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12}$ 2. d) $\frac{3}{4}$

e) $\frac{5}{4} + \frac{3}{4}$ 2. e) 2

f) $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6}$ 2. f) 1

3 Efetue, simplificando o resultado quando possível.

a) $\frac{8}{9} - \frac{2}{9}$ 3. a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{7}{5} - \frac{1}{5}$ 3. b) $\frac{6}{5}$

c) $\frac{15}{8} - \frac{9}{8}$ 3. c) $\frac{3}{4}$

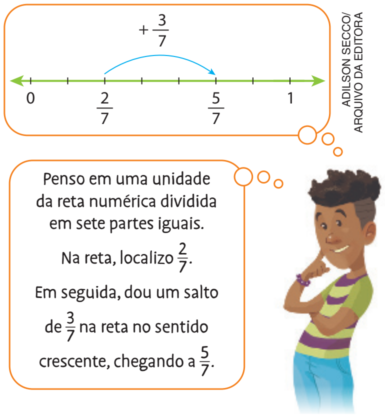
d) $\frac{9}{5} - \frac{4}{5}$ 3. d) 1

e) $\frac{3}{7} - \frac{3}{7}$ 3. e) 0

f) $\frac{11}{12} - \frac{3}{12}$ 3. f) $\frac{2}{3}$

4 Carlos imagina "saltos" em uma reta numérica para calcular mentalmente o resultado de adições e de subtrações de frações.

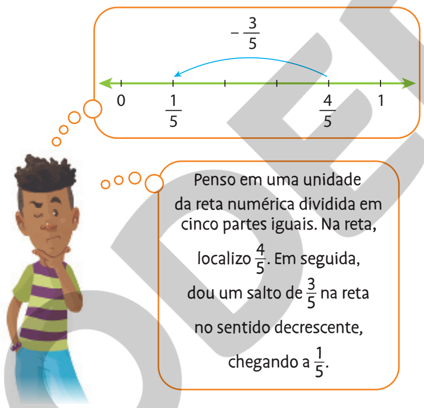
- Para calcular $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Então, $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$.

- Para calcular $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

Então, $\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$.

Efetue mentalmente as operações com as frações a seguir, imaginando saltos crescentes e decrescentes em uma reta numérica. Depois, registre por escrito e verifique o resultado.

a) $\frac{4}{7} + \frac{2}{7}$ 4. a) $\frac{6}{7}$

b) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$ 4. b) $\frac{4}{5}$

c) $\frac{1}{8} + \frac{5}{8}$ 4. c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{5}{6} - \frac{2}{6}$ 4. d) $\frac{1}{2}$

e) $\frac{6}{7} - \frac{4}{7}$ 4. e) $\frac{2}{7}$

f) $\frac{4}{9} - \frac{1}{9}$ 4. f) $\frac{1}{3}$

Exercícios propostos

Neste bloco de exercícios, exploramos procedimentos de adição e de subtração de frações de mesmo denominador.

A resolução do **exercício 1** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 8.

No **exercício 2**, para adicionar frações de mesmo denominador, adicionamos os numeradores e conservamos o denominador comum. Então:

a) $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9}$

b) $\frac{4}{10} + \frac{2}{10} = \frac{4+2}{10} = \frac{6}{10} = \frac{6:2}{10:2} = \frac{3}{5}$

c) $\frac{2}{15} + \frac{3}{15} = \frac{2+3}{15} = \frac{5}{15} = \frac{5:5}{15:5} = \frac{1}{3}$

d) $\frac{5}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5+3+1}{12} = \frac{9}{12} = \frac{9:3}{12:3} = \frac{3}{4}$

e) $\frac{5}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5+3}{4} = \frac{8}{4} = \frac{8:4}{4:4} = \frac{2}{1} = 2$

f) $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{1+2+3}{6} = \frac{6}{6} = 1$

Analogamente, no **exercício 3**, para efetuar as subtrações envolvendo frações de mesmo denominador, subtraem-se os numeradores mantendo-se o denominador.

a) $\frac{8}{9} - \frac{2}{9} = \frac{8-2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{7}{5} - \frac{1}{5} = \frac{7-1}{5} = \frac{6}{5}$

c) $\frac{15}{8} - \frac{9}{8} = \frac{15-9}{8} = \frac{6}{8} = \frac{6:2}{8:2} = \frac{3}{4}$

d) $\frac{9}{5} - \frac{4}{5} = \frac{9-4}{5} = \frac{5}{5} = 1$

e) $\frac{3}{7} - \frac{3}{7} = \frac{3-3}{7} = \frac{0}{7} = 0$

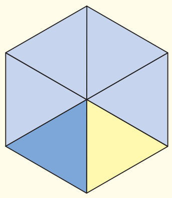
f) $\frac{11}{12} - \frac{3}{12} = \frac{11-3}{12} = \frac{8}{12} = \frac{8:4}{12:4} = \frac{2}{3}$

Aproveite o **exercício 4** e retome a adição e a subtração com o recurso da reta numérica, envolvendo agora números racionais na forma de fração. Após os estudantes resolverem esse exercício mentalmente, se necessário, proponha a eles que efetuem as operações para conferir as respostas. Como em cada operação as frações consideradas têm o mesmo denominador, eles devem considerar que o resultado será uma fração em que se mantém esse denominador, e o numerador é dado pela adição (ou subtração) dos numeradores dados.

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 6** a **9** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 8.

Uma possível figura para o **item a** do **exercício 5** está indicada a seguir. Nela, o hexágono representa a praça, o triângulo azul escuro representa a parte destinada às margaridas, os 4 triângulos em tom mais claro de azul representam a parte destinada às gérberas, e o triângulo amarelo, a parte destinada às acácias. Observando essa figura, pode-se verificar a resposta do **item b**.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Depois que os estudantes resolverem esse exercício, pergunte a eles como poderiam proceder sem o recurso da figura. Espera-se que identifiquem a sequência de operações:

- $\frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{5}{6}$
- $\frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

No **exercício 7**, podem-se trabalhar noções acerca das esferas de poder no Brasil. Saliente a importância de conhecer os aspectos administrativos e políticos do país para garantir uma participação como cidadão ativo e consciente de direitos e deveres, contribuindo para o trabalho com o Tema Contemporâneo Transversal **vida familiar e social**. Depois de uma breve discussão sobre o tema, em grupos, os estudantes podem determinar as frações correspondentes a cada item.

Uma ampliação possível do **exercício 8** é pedir a eles que expressem os dados na forma percentual.

Pense mais um pouco...

Esta seção pode ser realizada com os estudantes organizados em duplas. Ao final, solicite a cada dupla que exponha a estratégia utilizada, que deve ser validada com os estudantes. Ressalte que a resposta do avô equivale a dizer "as horas que faltam para a meia-noite equivalem ao triplo das horas que passaram do meio-dia".

7. a) $\frac{3}{81}; \frac{5}{81}; \frac{15}{81}; \frac{3}{81}; \frac{6}{81}; \frac{9}{81}; \frac{7}{81}; \frac{3}{81}; \frac{1}{81}; \frac{12}{81}; \frac{6}{81}; \frac{2}{81}; \frac{7}{81}; \frac{1}{81}; \frac{1}{81}$.

5 O senhor Roberto é muito querido no bairro onde mora. Por ter conhecimentos de paisagismo, ele coordenou os moradores na plantação de flores na maior praça do bairro. A praça foi dividida e em $\frac{1}{6}$ dela foram plantadas margaridas, em $\frac{4}{6}$ foram plantadas gérberas e o restante foi ocupado com acácias.

a) Represente essa situação por meio de uma figura. **5. a)** Construção de figura.

b) Determine a fração da praça florida de acácias. **5. b)** $\frac{1}{6}$

6 Fernanda gosta de criar suas próprias bijuterias. Para fazer um colar, ela comprou 2 pacotes de miçangas, um de cada cor. Cada pacote tinha 120 miçangas. Ela usou $\frac{3}{4}$ das miçangas de um dos pacotes e $\frac{3}{5}$ das miçangas do outro. Quantas miçangas sobraram de cada cor?

6. Sobraram 30 miçangas de uma cor e 48 da outra.

7 O Brasil é uma República Federativa presidencialista. A federação brasileira é composta de 26 estados e do Distrito Federal. O sistema político – atuando nas esferas federal, estadual e municipal – é dividido em três poderes: Executivo, Legislativo e Judiciário.

Partidos são grupos de pessoas com as mesmas propostas políticas. Observe a seguir o número de senadores de cada partido (em janeiro de 2022) que fazem parte do Poder Legislativo em sua esfera federal. No total, são 81 senadores.

CIDADANIA: 3
DEM (Democratas): 5
MDB (Movimento Democrático Brasileiro): 15
PDT (Partido Democrático Trabalhista): 3
PL (Partido Liberal): 6
PODEMOS: 9
PP (Partido Progressista): 7
PROS (Partido Republicano da Ordem Social): 3
PSC (Partido Social Cristão): 1
PSD (Partido Social Democrático): 12
PSDB (Partido da Social Democracia Brasileira): 6
PSL (Partido Social Liberal): 2
PT (Partido dos Trabalhadores): 7
REDE (Rede Sustentabilidade): 1
REPUBLICANOS: 1

Dados obtidos em: SENADO Federal. Disponível em: https://www25.senado.leg.br/web/senadores/em-exercicio/-/e/por-partido. Acesso em: 22 jan. 2022.

Agora, responda às questões a seguir.

a) Escreva a fração do Senado que representava cada um desses partidos em janeiro de 2022.

b) Sabendo que cada estado tem três senadores, descubra qual é o partido de cada um deles em seu estado natal.

c) Qual era o partido majoritário na região geográfica onde você mora?

d) Qual é a fração do Senado que representava os estados da região geográfica onde você vive? **7. d)** A resposta depende da região onde o estudante mora.

7. b) A resposta depende do estado natal do estudante.
7. c) A resposta depende da região onde o estudante mora.

8 Analise com um colega a situação seguinte:

Uma pesquisa feita com 100 pessoas a respeito da atividade preferida de lazer cultural trouxe estes dados:

- museu: $\frac{12}{100}$
- *show* de música: $\frac{38}{100}$
- cinema: $\frac{34}{100}$
- teatro: $\frac{26}{100}$

Agora, respondam: há algum erro nos dados dessa pesquisa? Justifiquem a resposta.

8. Sim, há erro, pois $\frac{12}{100} + \frac{38}{100} + \frac{34}{100} + \frac{26}{100} = \frac{110}{100}$ e $\frac{110}{100} > 1$.

9 ***Hora de criar*** – Elabore um problema com adição ou subtração de frações. Troque com um colega e, depois, destroquem para corrigi-los.

9. Resposta pessoal.

Pense mais um pouco... FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Bernardo perguntou a seu avô:

— Que horas são?

O avô respondeu:

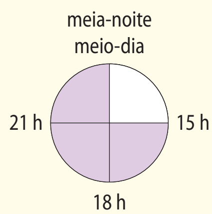
— As horas que passaram do meio-dia correspondem a $\frac{1}{3}$ das que faltam para a meia-noite.

Determine que horas são.

Pense mais um pouco...: São 3 horas da tarde ou 15 horas.

DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

Se necessário, oriente os estudantes a representar a situação por meio de uma figura, como no exemplo a seguir.

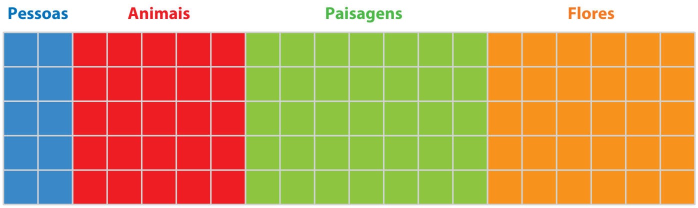


NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

Operando com porcentagens

O fotógrafo Luciano vai fazer uma exposição de suas 100 melhores fotografias. Para isso, organizou as fotografias por temas e marcou em uma malha quadriculada quantas há em cada categoria.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Luciano pintou:

- 10 quadradinhos de azul, que representam as fotografias de pessoas.

  Essas fotografias representam $\frac{10}{100}$ do total.

- 25 quadradinhos de vermelho, que representam as fotografias de animais.

  Elas representam $\frac{25}{100}$ do total.

- 35 quadradinhos de verde, que representam as fotografias de paisagens.

  Elas representam $\frac{35}{100}$ do total.

- 30 quadradinhos de laranja, que representam as fotografias de flores.

  Elas representam $\frac{30}{100}$ do total.

A malha toda representa $\frac{100}{100}$ ou 1 inteiro.

Já vimos que uma fração de denominador 100 pode ser escrita na forma percentual. Então, podemos montar um quadro com essas informações. Observe.

Malha	Fração	Porcentagem
Parte azul	$\frac{10}{100}$	10%
Parte vermelha	$\frac{25}{100}$	25%
Parte verde	$\frac{35}{100}$	35%
Parte laranja	$\frac{30}{100}$	30%
Inteiro	$\frac{100}{100}$	100%

Trabalhando a informação

Habilidades da BNCC:
EF06MA10.

Esta seção permite trabalhar porcentagens relacionando-as com frações de denominador 100, discutir o significado de porcentagem e explorá-la na malha quadriculada, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA10).

Sugerimos a atividade a seguir para ampliar o trabalho desenvolvido. Ela pode ser feita em grupos de quatro estudantes e tem como objetivo explorar a construção e a interpretação de tabelas e gráficos com base em dados significativos para os estudantes.

- Entrevistar 20 pessoas quanto ao esporte preferido, entre futebol, basquete, vôlei e natação.
- Organizar os dados em uma tabela, representando a quantidade de pessoas que preferem cada um dos esportes citados.
- Construir um gráfico de barras para representar a situação pesquisada.

Após a construção da tabela e do gráfico, incentive os grupos a compartilharem os dados obtidos e se expressarem por meio de frações. Para isso, pode-se orientá-los com base em comparações como as apresentadas a seguir.

- Representar com uma fração o total de pessoas que preferem futebol em relação ao total de entrevistados.
- Representar com uma fração o total de pessoas que preferem basquete em relação ao total de pessoas que preferem basquete ou futebol.
- Representar com uma fração o total de pessoas que preferem outros esportes que não sejam o futebol, em relação ao total de entrevistados.

O tema da pesquisa que sugerimos como ampliação pode ser alterado ou ajustado, a fim de se adequar mais às culturas juvenis que possam ser identificadas em cada turma. Além disso, alternativamente, para valorizar a diversidade dessas culturas, os estudantes podem ser organizados em grupos e cada grupo pesquisar um tema que achar mais relevante. Desta maneira, valoriza-se também a autonomia dos estudantes no processo de aprendizagem e contribui-se para o desenvolvimento das **competências gerais 9** e **10**.

Agora quem trabalha é você!

Incentive os estudantes a reproduzirem em uma folha de papel quadriculado a letra M, como indicado na figura da **atividade 1**. Em seguida, proponha a eles que façam a representação de outras letras utilizando, para cada letra, uma malha quadriculada de 10 quadrinhos por 10 quadrinhos. Possibilite a eles que compartilhem as representações e comparem, por meio de frações, o total de quadrinhos que utilizaram para representar determinada letra.

Apresentamos a seguir um exemplo de quadro para o **item b** da **atividade 1.**

Parte do inteiro	Fração do vitral	Forma percentual
parte vermelha	$\frac{40}{100}$	40%
parte azul	$\frac{60}{100}$	60%
vitral todo	$\frac{100}{100}$	100%

A resolução da **atividade 2** depende da letra que os estudantes considerarem na confecção do vitral. Oriente os estudantes no manuseio da tesoura de ponta arredondada para obtenção dos recortes.

2. Adição e subtração com frações de denominadores diferentes

Habilidades da BNCC: **EF06MA06**, **EF06MA10** e **EF06MA15**.

Este tópico possibilita ampliar a compreensão dos estudantes quanto às operações de adição e subtração com números racionais na forma de fração desenvolvendo, assim, as habilidades (EF06MA06), (EF06MA10) e (EF06MA15).

Para incentivar a autonomia dos estudantes, proponha a eles que façam a leitura da **situação 1** antes de explorá-la coletivamente. Incentive-os também, por meio de situações similares, a explicarem a resolução aos colegas, de maneira que possam argumentar e justificar o procedimento utilizado para resolvê-las e, assim, possam desenvolver a **competência geral 9**.

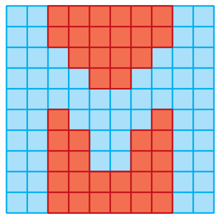
1. a) Parte vermelha: $\frac{40}{100}$, 40%; parte azul: $\frac{60}{100}$, 60%; vitral todo: $\frac{100}{100}$, 100%.

1. c) Resposta possível: $\frac{100}{100} - \frac{40}{100} = \frac{60}{100}$ ou 100% − 40% = 60%.

Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Marília desenhou um vitral quadrado com 100 quadradinhos. Em seguida, pintou de azul a letra inicial do nome dela e de vermelho os quadradinhos restantes.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Represente na forma de fração e na forma percentual a parte vermelha, a parte azul e o vitral todo. **1. b)** Construção do quadro.

b) Construa um quadro com os resultados obtidos no item anterior.

c) Represente na forma de fração e na forma percentual, com a operação que considerar conveniente, as afirmações:

- Juntando a parte vermelha do vitral com a parte azul, temos o vitral todo. **1. c)** Resposta possível: $\frac{40}{100} + \frac{60}{100} = \frac{100}{100}$ ou 40% + 60% = 100%.
- Se recortarmos o fundo do vitral, ficaremos apenas com a letra M.

2 Recorte de uma folha quadriculada uma região com 100 quadradinhos para fazer um vitral com três cores: amarelo, vermelho e azul. Use a sua criatividade para dar a forma que quiser ao seu vitral.

a) Represente na forma de fração e na forma percentual as partes de cada cor e o vitral todo.

b) Construa um quadro com os resultados obtidos no item anterior.

2. a) Resposta pessoal. **2. b)** Construção do quadro.
(Use tesoura com ponta arredondada e a manuseie com cuidado!)

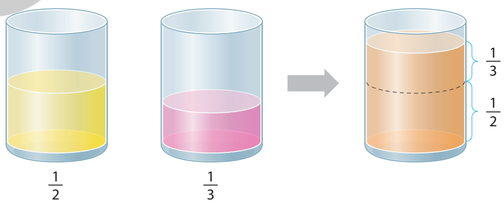
2 Adição e subtração com frações de denominadores diferentes

Considere as situações a seguir.

Situação 1

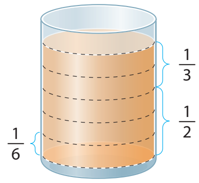
Para fazer uma vitamina, Hugo encheu $\frac{1}{2}$ copo com suco e $\frac{1}{3}$ de outro copo, igual ao primeiro, com iogurte. Em um terceiro copo, igual aos demais, ele despejou o suco e o iogurte dos outros dois copos. Qual é a fração que representa o total de mistura que coube no terceiro copo?

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



A parte do terceiro copo que foi preenchida com a mistura pode ser representada por $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

Observe o que acontece se dividirmos o copo em 6 partes iguais, em que cada uma delas representará $\frac{1}{6}$ do copo:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

- $\frac{1}{6}$ cabe 3 vezes em $\frac{1}{2}$; então, $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$;
- $\frac{1}{6}$ cabe 2 vezes em $\frac{1}{3}$; então, $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

Repare que $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{6}$ são frações equivalentes, assim como $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$.

Já sabemos que $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$. Logo:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Assim, $\frac{5}{6}$ do terceiro copo foram preenchidos com a mistura.

Situação 2

Mônica resolveu não usar os 4 000 reais de sua poupança, mas sim seu 13º salário para comprar alguns presentes de Natal. Com $\frac{2}{5}$ do 13º salário ela comprou uma televisão, com $\frac{1}{4}$ dele comprou um celular e com $\frac{1}{5}$ comprou roupas. Verificou, então, que ainda lhe restavam 450 reais. Nessas condições, qual é o valor do 13º salário de Mônica?


TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Fazendo uso do pensamento computacional, simplificamos a resolução do problema ao decompor em etapas menores.

Podemos calcular:

- quanto Mônica gastou;
- quanto sobrou do 13º salário.

Assim, identificamos o padrão de resolução:

- adicionando os números fracionários referentes às compras;
- subtraindo essa soma de 1 para obter a fração restante;

Para isso abstraímos, ou seja, selecionamos os dados que interessam na situação, que são as frações $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ e o valor restante de 450 reais. Os 4 000 reais da poupança não importam.

Finalmente, definimos o algoritmo a seguir, isto é, a sequência de cálculos necessária à resolução.

Vamos, então, calcular a fração do 13º salário que representa o total gasto por Mônica.

$$\underbrace{\frac{2}{5}}_{\text{gasto com a televisão}} + \underbrace{\frac{1}{4}}_{\text{gasto com o celular}} + \underbrace{\frac{1}{5}}_{\text{gasto com roupas}} = \frac{8}{20} + \frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \underbrace{\frac{17}{20}}_{\text{gasto total}}$$

Adição e subtração com frações de denominadores diferentes

Na **situação 1**, podem-se utilizar retângulos de papel idênticos divididos em partes, sendo 1 retângulo dividido em 6 partes iguais, 1 retângulo dividido em 3 partes iguais e 1 retângulo dividido em 2 partes iguais. Comparando pedaços que representam um sexto, por sobreposição, os estudantes podem verificar que 3 pedaços de um sexto cobrem uma metade, ou seja, $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Do mesmo modo, podem verificar que 2 pedaços de um sexto cobrem um terço, ou seja, $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Já na **situação 2**, os estudantes devem mobilizar conhecimentos construídos anteriormente e determinar frações de mesmo denominador equivalentes às frações do 13º salário de Mônica.

Converse com os estudantes sobre os termos: poupança e 13º salário. Explique que poupança se refere a um tipo de aplicação financeira de renda fixa, disponível em instituições financeiras para todas as pessoas. Destaque que a rentabilidade da poupança é a mesma em qualquer instituição. Já o 13º salário é um direito trabalhista, instituído em 1962. Devido a empregados com carteira assinada, aposentados, pensionistas e servidores, o benefício, também conhecido como gratificação natalina, deve ser pago pelo empregador em duas parcelas: a primeira entre 1º de fevereiro e 30 de novembro; e a segunda até 20 de dezembro. Explique que o cálculo do 13º salário se dá pela divisão da remuneração integral por 12 e a multiplicação do resultado pelo número de meses trabalhados. Outras parcelas de natureza salarial, como horas extras, adicionais (noturno, de insalubridade e de periculosidade) e comissões também entram nesse cálculo.

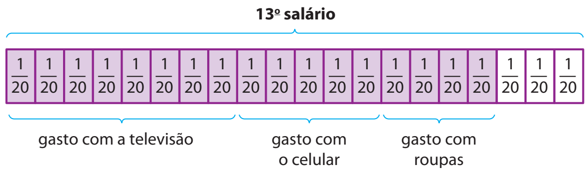
Desse modo, contribui-se para o desenvolvimento dos Temas Contemporâneos Transversais **educação financeira** e **trabalho**.

Adição e subtração com frações de denominadores diferentes

Para ampliar a atividade, pode-se propor aos estudantes que construam o gráfico de setores utilizando recursos digitais, como planilhas eletrônicas.

É importante retomar os dados apresentados nos gráficos do início deste capítulo, referentes às espécies animais ameaçadas de extinção. Para contribuir com o desenvolvimento da habilidade (EF06MA32), proponha aos estudantes que escrevam um pequeno texto explicando as informações apresentadas em tais gráficos e, ainda, que os representem utilizando, por exemplo, gráficos de barras ou de colunas. Se possível, eles podem apresentar oralmente aos colegas as conclusões. Dessa maneira, poderão mobilizar o desenvolvimento da **competência geral 4**, ao explorar diferentes linguagens (escrita, oral, gráfica) para comunicar determinada informação.

Agora, observe esta figura, que representa o 13º salário de Mônica.



Os 450 reais correspondem à fração $\frac{3}{20}$, que foi obtida pela subtração $\frac{20}{20} - \frac{17}{20}$. Então:

- $\frac{3}{20}$ do 13º salário ⟶ 450 reais
- $\frac{1}{20}$ do 13º salário ⟶ 150 reais (450 : 3)
- $\frac{20}{20}$ do 13º salário ⟶ 3 000 reais (150 · 20)

Portanto, Mônica recebeu 3 000 reais de 13º salário.

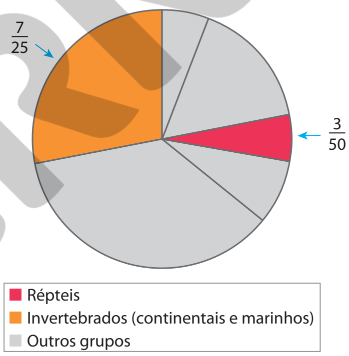
Agora que já compreendemos como efetuar a adição com frações de denominadores diferentes, vamos voltar à segunda pergunta proposta na situação do início deste capítulo.

- Do total de espécies animais ameaçadas de extinção em 2018, que fração representa os répteis e os invertebrados nessa situação?

Ao analisar novamente o gráfico, obtemos as seguintes informações:

- As espécies de répteis representam $\frac{3}{50}$ do total.
- As espécies de invertebrados representam $\frac{7}{25}$ do total.

Distribuição por grupos biológicos das espécies da fauna ameaçada de extinção* (2018)



* Registros em UCs Federais.

Dados obtidos em: INSTITUTO Chico Mendes de conservação da biodiversidade. **Livro Vermelho da Fauna Brasileira Ameaçada de Extinção:** Volume I. Brasília, DF: ICMBio/MMA, 2018. p. 55.

Então, para responder à questão, efetuamos a adição:

$$\frac{3}{50} + \frac{7}{25} = \frac{3}{50} + \frac{14}{50} = \frac{17}{50}$$

Portanto, as espécies de répteis e de invertebrados ameaçadas de extinção representam $\frac{17}{50}$ do total de espécies ameaçadas de extinção em 2018.

Para adicionar ou subtrair números representados por frações de denominadores diferentes, primeiro devemos substituí-las por frações equivalentes com denominadores iguais (múltiplo dos denominadores das frações dadas). Em seguida, adicionamos ou subtraímos essas frações equivalentes.

Observe outros exemplos.

a) $\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2}{10} + \frac{5}{10} = \frac{7}{10}$

b) $\frac{1}{8} + \frac{3}{2} = \frac{2}{16} + \frac{24}{16} = \frac{26}{16} = \frac{26 : 2}{16 : 2} = \frac{13}{8}$

c) $2 - \frac{4}{5} = \frac{2}{1} - \frac{4}{5} = \frac{10}{5} - \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$

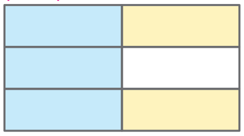
d) $1\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{3} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{40}{24} - \frac{12}{24} + \frac{18}{24} = \frac{46}{24} = \frac{46 : 2}{24 : 2} = \frac{23}{12}$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

10 Considere a figura a seguir e faça o que se pede.

10. e) Sim; resposta possível: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}, \frac{6}{6} - \frac{5}{6}$



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Determine a fração de denominador 2 que representa a parte pintada de azul.
b) Determine a fração de denominador 3 que representa a parte pintada de amarelo.
c) Qual é a fração que representa a parte colorida de azul ou amarelo da figura?
d) Determine a fração que representa a parte branca da figura.
e) É possível responder aos itens **c** e **d** por meio de operações com frações? Justifique.

10. a) $\frac{1}{2}$ 10. b) $\frac{1}{3}$ 10. c) $\frac{5}{6}$ 10. d) $\frac{1}{6}$

11 Reduza as frações ao mesmo denominador, faça os cálculos e dê o resultado com a fração mais simples.

a) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$ 11. a) $\frac{7}{10}$
b) $\frac{2}{3} + \frac{7}{6}$ 11. b) $\frac{11}{6}$
c) $\frac{2}{9} + \frac{3}{4}$ 11. c) $\frac{35}{36}$
d) $3\frac{1}{2} + \frac{4}{5}$ 11. d) $\frac{43}{10}$

12 Determine as diferenças.

a) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$ 12. a) $\frac{2}{15}$
b) $\frac{5}{4} - \frac{4}{5}$ 12. b) $\frac{9}{20}$
c) $3 - \frac{2}{5}$ 12. c) $\frac{13}{5}$
d) $3\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4}$ 12. d) $\frac{3}{4}$

13 Calcule o valor das expressões.

a) $\frac{3}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$ 13. a) $\frac{11}{12}$
b) $3 - 2\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ 13. b) $\frac{3}{4}$
c) $\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}$ 13. c) $\frac{7}{12}$
d) $\frac{11}{12} - \frac{5}{6} + \frac{2}{9}$ 13. b) $\frac{11}{36}$

14 Um ciclista saiu da cidade A em direção à cidade B, transitando pelo acostamento da estrada no mesmo sentido dos carros, conforme preceitua o Código de Trânsito para ciclistas. No primeiro dia, percorreu $\frac{1}{2}$ da distância que separa as duas cidades e, no segundo dia, $\frac{1}{3}$ dessa mesma distância.

TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, responda: 14. a) $\frac{5}{6}$
a) Qual é a fração que representa a distância percorrida após os dois dias de viagem?
b) Qual é a fração que representa a distância que falta para chegar à cidade B? 14. b) $\frac{1}{6}$
c) Sabendo que a distância que falta para chegar à cidade B é de 60 quilômetros, qual é a distância entre essas duas cidades?
14. c) 360 quilômetros.

15 Em um sítio, $\frac{3}{8}$ das terras são destinados ao plantio de milho, um alimento rico em nutrientes como fósforo, potássio, magnésio e vitaminas. Para a criação de carneiros são destinados $\frac{2}{5}$ das terras, e a parte restante é arrendada para o plantio de cana-de-açúcar. Qual é a fração que corresponde à parte arrendada desse sítio? 15. $\frac{9}{40}$

185

Exercícios propostos

No bloco de exercícios que se inicia nesta página, são trabalhadas situações variadas envolvendo adição e subtração de frações com denominadores diferentes. Tais situações possibilitam desenvolver as habilidades (EF06MA09) e (EF06MA10).

No **exercício 10**, a figura representa um inteiro que está dividido em 6 partes iguais, sendo 3 delas azuis, 2 amarelas e 1 branca.

a) Como 3 partes estão coloridas em azul, a fração da figura colorida em azul é dada por $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

b) Como são 2 partes coloridas em amarelo, a fração da figura nesta cor é dada por $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

c) No total, são 5 partes coloridas em azul ou amarelo; logo, a fração da figura colorida nessas cores é $\frac{5}{6}$.

d) Há apenas 1 parte da figura em branco, que corresponde, portanto, a $\frac{1}{6}$ da figura.

e) Sim, pois para responder ao **item c**, basta efetuar $\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$ e, para responder ao **item d**, pode-se efetuar $1 - \frac{5}{6}$.

Para resolver o **exercício 11**, é necessário considerar um denominador comum aos denominadores de cada operação. Assim, temos:

a) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4+3}{10} = \frac{7}{10}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{7}{6} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} + \frac{7}{6} = \frac{4}{6} + \frac{7}{6} = \frac{4+7}{6} = \frac{11}{6}$

c) $\frac{2}{9} + \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} + \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{8}{36} + \frac{27}{36} = \frac{35}{36}$

d) $3\frac{1}{2} + \frac{4}{5} = 3\frac{1 \cdot 5}{1 \cdot 5} + \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2} = 3\frac{5}{10} + \frac{8}{10} = 3\frac{5+8}{10} = 3\frac{13}{10} = \frac{3 \cdot 10}{10} + \frac{13}{10} = \frac{30+13}{10} = \frac{43}{10}$

Analogamente ao exercício anterior, no **exercício 12** é necessário reduzir os denominadores a um denominador comum antes de efetuar a subtração.

a) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} - \frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{5}{15} - \frac{3}{15} = \frac{5-3}{15} = \frac{2}{15}$

b) $\frac{5}{4} - \frac{4}{5} = \frac{5 \cdot 5}{4 \cdot 5} - \frac{4 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{25}{20} - \frac{16}{20} = \frac{25-16}{20} = \frac{9}{20}$

As resoluções dos **itens c** e **d** do **exercício 12** e dos **exercícios 13** a **15** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 8.

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 16, 18** e **19** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 8.

No **exercício 17**, incentive os estudantes a utilizar o mesmo procedimento que Daniel fez com os números mistos. Assim,

a) $1\frac{1}{3}$ e $1\frac{2}{6}$ são equivalentes, então:

$1\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = 1\frac{2+1}{6} =$

$= 1\frac{3}{6} = 1\frac{1}{2}$

b) $2\frac{1}{2}$ e $2\frac{3}{6}$ são equivalentes, então: $2\frac{1}{2} + \frac{2}{6} = 2\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = 2\frac{5}{6}$

c) Como $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, então:

$3\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = 3\frac{3}{4} - \frac{2}{4} =$

$= 3\frac{3-2}{4} = 3\frac{1}{4}$

d) Como $3\frac{3}{5} = 3\frac{6}{10}$, então:

$3\frac{3}{5} - 2\frac{1}{10} =$

$= (3-2) + \left(\frac{6}{10} - \frac{1}{10}\right) =$

$= 1 + \frac{6-1}{10} = 1\frac{5}{10} = 1\frac{1}{2}$

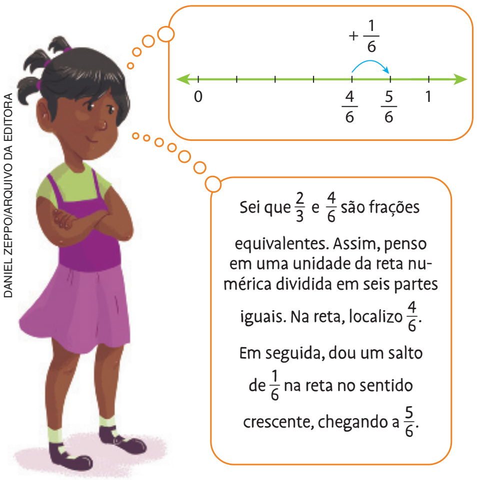
O **exercício 18** aborda o tema das esferas governamentais no Brasil, tendo como foco a divisão de responsabilidades financeiras sobre investimentos públicos.

Antes de efetuar os cálculos necessários à resolução, os estudantes devem ser incentivados a estimar as respostas para as seguintes questões:

- Quem participou com o maior financiamento da obra:
  - ✓ o estado ou o município?
    Resposta: o município, pois $\frac{7}{12} > \frac{3}{8}$.
  - ✓ o estado ou os empresários?
    Resposta: o estado, pois a fração correspondente ao investimento arcado por empresários é $\frac{1}{24}$, e $\frac{3}{8} > \frac{1}{24}$
  - ✓ o município ou os empresários?
    Resposta: o município, pois $\frac{7}{12} > \frac{3}{8} > \frac{1}{24}$.
- Faça os cálculos que considerar adequados para conferir suas estimativas.

16 Para calcular mentalmente $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$ e $1 - \frac{2}{3}$, Paula imagina "saltos" em uma reta numérica.

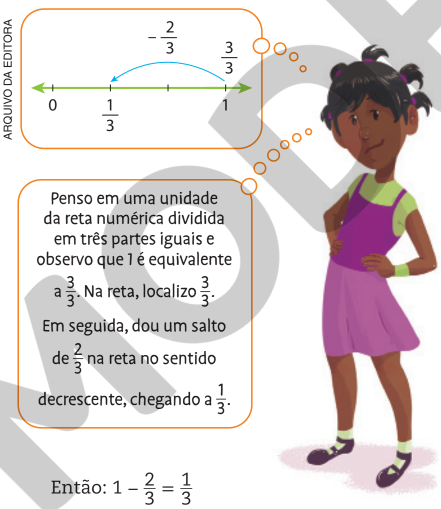
- Para calcular $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$:



DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA
ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Então: $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

- Para calcular $1 - \frac{2}{3}$:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA
DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

Então: $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

Calcule mentalmente as operações com as frações a seguir. Primeiro, pense em uma fração equivalente para a fração que você considerar mais conveniente. Em seguida, faça o cálculo como Paula fez.

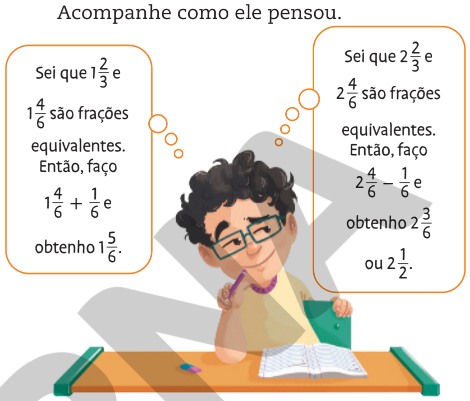
a) $1 + \frac{2}{3}$ **16. a)** $\frac{5}{3}$

b) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$ **16. b)** $\frac{7}{10}$

c) $\frac{4}{5} - \frac{3}{10}$ **16. c)** $\frac{1}{2}$

d) $\frac{2}{7} - \frac{3}{14}$ **16. d)** $\frac{1}{14}$

17 Daniel pensou em frações equivalentes para calcular mentalmente $1\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$ e $2\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$. Acompanhe como ele pensou.



DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

Calcule mentalmente as operações com as frações a seguir. Primeiro, pense em uma fração equivalente para a fração que você considerar mais conveniente. Em seguida, faça o cálculo como Daniel fez.

a) $1\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ **17. a)** $1\frac{1}{2}$

b) $2\frac{1}{2} + \frac{2}{6}$ **17. b)** $2\frac{5}{6}$

c) $3\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ **17. c)** $3\frac{1}{4}$

d) $3\frac{3}{5} - 2\frac{1}{10}$ **17. d)** $1\frac{1}{2}$

18 Leia esta notícia de jornal.

Acordo entre governos e empresários

Com o acordo, estrada de 36 quilômetros é asfaltada.

Os governos do estado e do município arcam, respectivamente, com $\frac{3}{8}$ e $\frac{7}{12}$ do valor da obra, enquanto empresários arcam com o restante, 60 mil reais.

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, responda: **18. a)** 1 440 000 reais.

a) Quanto custou toda a obra?

b) Qual é o preço do quilômetro asfaltado? **18. b)** 40 000 reais.

19 ***Hora de criar*** – Crie um problema de adição ou subtração considerando *pizzas* cortadas em fatias iguais. Você pode definir o número de fatias das suas *pizzas*. Troque com um colega para que ele resolva e, depois, destroquem para corrigi-los. **19.** Resposta pessoal.

186

Com essa discussão inicial, os estudantes terão mais condições de responder às questões propostas. É também um momento interessante para terem conhecimento de que muitas obras no país – concluídas, em andamento ou em planejamento – são realizadas graças às parcerias estabelecidas entre o setor público e o setor privado. Em muitos casos, a comunidade também constitui um parceiro, tendo como responsabilidade o monitoramento da obra e sua posterior manutenção e preservação.

Nesse sentido, pode-se propor aos estudantes uma pesquisa a respeito de obras que já foram (ou poderiam ser) realizadas na comunidade local e sobre quais parceiros estiveram (ou estariam) comprometidos com o projeto, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 6**.

3 Multiplicação

Vamos estudar a multiplicação que envolve números racionais na forma de fração analisando situações distintas.

Quando um dos fatores é um número natural

Situação 1

Denise faz brigadeiros para vender.

CARLA NICHIATA/SHUTTERSTOCK

Ela anotou, em uma tabela, a produção de brigadeiros encomendados na última semana. Observe como ficou.

	Produção					
	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Total
Número de brigadeiros	150	150	150	150	150	750
Fração da produção	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{5}{5}$

Dados obtidos por Denise.

De acordo com a tabela, em cada dia, Denise produziu $\frac{1}{5}$ do total de brigadeiros.

Vamos representar a produção dos três primeiros dias da semana de dois modos:

- pelo número de brigadeiros: $150 + 150 + 150$ ou $3 \cdot 150$ ou 450
- pela fração que representa a parte do total de brigadeiros:

$$\frac{1}{5} \text{ de } 750 + \frac{1}{5} \text{ de } 750 + \frac{1}{5} \text{ de } 750 \text{ ou } 3 \cdot \frac{1}{5} \text{ de } 750 \text{ ou } \frac{3}{5} \text{ de } 750$$

Como podemos representar 3 pela fração $\frac{3}{1}$, então:

$$3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{5} = \frac{\overset{3 \cdot 1}{3}}{\underset{1 \cdot 5}{5}}$$

3. Multiplicação

Habilidades da BNCC: **EF06MA06**, **EF06MA09** e **EF06MA10**.

Neste tópico, são desenvolvidas as habilidades (EF06MA06), (EF06MA09) e (EF06MA10) dando início ao estudo da multiplicação envolvendo frações, que será feito em dois casos:

- quando um dos fatores é um número natural;
- quando os dois fatores são escritos na forma de fração.

Analise com os estudantes a **situação 1,** em que aparece a multiplicação de um número natural por uma fração. Incentive os estudantes a associarem essa multiplicação à adição de parcelas iguais. Por exemplo:

$$3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

Assim, é possível verificar que:

$$3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{1 \cdot 5} = \frac{3}{5}$$

Sugerimos propor aos estudantes diferentes adições de parcelas iguais, que sejam dadas na forma de fração, de maneira a incentivá-los a observarem como multiplicar um número natural por fração. Primeiro, eles podem efetuar a adição para, em seguida, analisar as somas e observar o fato de, nestas adições, a soma ter o mesmo denominador das parcelas e de o numerador ser o produto do numerador das parcelas pela quantidade de parcelas. Ao explorar atividades investigativas, em que os estudantes chegam aos resultados e propriedades, observando regularidades, além de incentivar a autonomia deles, também se desenvolve a **competência geral 2**, pois eles podem exercitar a curiosidade intelectual e elaborar e testar hipóteses a fim de resolver problemas.

Quando um dos fatores é um número natural

Agora, analise com os estudantes a **situação 2**. Ressalte que o cálculo de $\frac{2}{5}$ de 4 envolve a mesma ideia de o dobro de 4, que é dado por $2 \cdot 4$, ou o triplo de 4, que é $3 \cdot 4$. Assim, $\frac{2}{5}$ de 4 é igual a $\frac{2}{5} \cdot 4$. Considerando que $4 = \frac{4}{1}$, efetuamos:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{1} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 1} = \frac{8}{5}$$

Nesse caso, verificamos que essa fração corresponde a um número racional maior do que 1, ou seja, pode-se expressá-la na forma mista:

$$\frac{8}{5} = \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = 1 + \frac{3}{5} = 1\frac{3}{5}$$

Assim, obtemos: $\frac{2}{5}$ de $4 = \frac{2}{5} \cdot 4 = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$. Explore com os estudantes o significado deste número no contexto da **situação 2**, ou seja, que o total de beijinhos equivale ao total de doces disponibilizados em 1 bandeja com o de doces dispostos em $\frac{3}{5}$ de bandeja.

Da mesma maneira, podemos calcular a fração da produção total obtida por Denise na quinta-feira e na sexta-feira:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{5} = \overset{2 \cdot 1}{\underset{1 \cdot 5}{\frac{2}{5}}}$$

Usamos os sinais de multiplicação (× ou ·), por exemplo, para representar expressões como o dobro de cinco $(2 \cdot 5)$ ou o triplo de um quinto $\left(3 \cdot \frac{1}{5}\right)$.

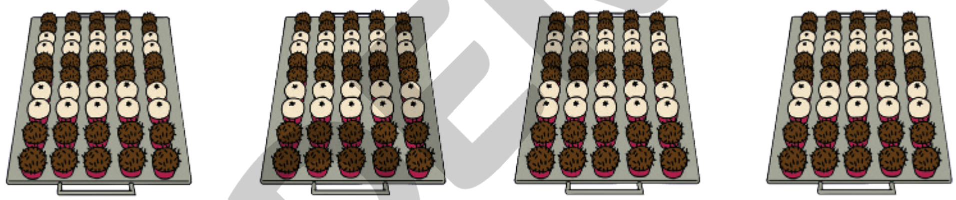
Da mesma maneira, podemos representar por uma multiplicação uma expressão como esta:

dois quintos de quatro: $\frac{2}{5} \cdot 4$

Observe como efetuar esse cálculo, acompanhando a situação a seguir.

Situação 2

Para sua festa de aniversário, Paula encomendou 4 bandejas de doces. Ela arrumou os doces de modo que $\frac{2}{5}$ dos doces de cada bandeja fossem beijinhos e o restante, brigadeiros.



DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

$\frac{2}{5}$ dos doces de cada bandeja são beijinhos.

Observe que, de acordo com a ilustração, apenas $\frac{2}{5}$ dos doces de uma bandeja são beijinhos.

Assim, $\frac{2}{5}$ de 4 bandejas de doces equivalem a $\frac{8}{5}$ de uma bandeja.

Como 4 pode ser representado pela fração $\frac{4}{1}$, então:

$$\frac{2}{5} \cdot 4 = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{1} = \overset{2 \cdot 4}{\underset{5 \cdot 1}{\frac{8}{5}}}$$

Se Paula resolvesse agrupar todos os beijinhos, ela usaria mais de uma bandeja, pois $\frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$.

22. resposta possível: $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$; $7\cdot\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$ (ou $2\frac{1}{3}$)

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

20 Escreva as adições na forma de multiplicação e, em seguida, dê o resultado.

a) $\frac{3}{5}+\frac{3}{5}$ **20. a)** $2\cdot\frac{3}{5}$; $\frac{6}{5}$

b) $\frac{2}{7}+\frac{2}{7}+\frac{2}{7}$ **20. b)** $3\cdot\frac{2}{7}$; $\frac{6}{7}$

c) $\frac{4}{5}+\frac{4}{5}+\frac{4}{5}+\frac{4}{5}$ **20. c)** $4\cdot\frac{4}{5}$; $\frac{16}{5}$

21 Efetue, no caderno.

a) $3\cdot\frac{1}{4}$ **21. a)** $\frac{3}{4}$

b) $4\cdot\frac{1}{8}$ **21. b)** $\frac{4}{8}$ (ou $\frac{1}{2}$)

c) $5\cdot\frac{1}{10}$ **21. c)** $\frac{5}{10}$ (ou $\frac{1}{2}$)

d) $8\cdot\frac{1}{20}$ **21. d)** $\frac{8}{20}$ (ou $\frac{2}{5}$)

22 Diariamente Mariana consome $\frac{1}{3}$ de suco contido em uma garrafa de 1 litro. Represente por meio de uma adição e de uma multiplicação a quantidade de suco que Mariana consome em uma semana.

23 Calcule.

a) $\frac{1}{3}$ de 5 **23. a)** $\frac{5}{3}$

b) $\frac{2}{5}$ de 9 **23. b)** $\frac{18}{5}$

c) $\frac{4}{7}$ de 8 **23. c)** $\frac{32}{7}$

d) $\frac{6}{8}$ de 4 **23. d)** $\frac{24}{8}$ (ou 3)

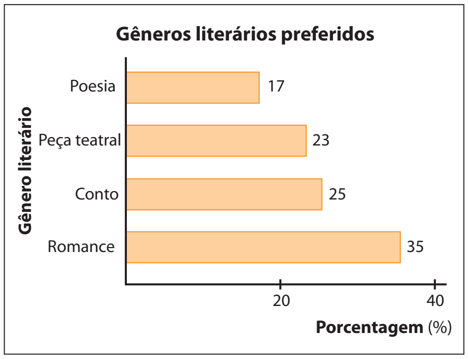
e) $\frac{1}{2}$ de 90 **23. e)** 45

f) $\frac{1}{4}$ de 100 **23. f)** 25

24 Paulo fez uma pesquisa com 90 pessoas do bairro onde mora sobre a prática da coleta seletiva de lixo. Ele constatou que $\frac{2}{3}$ dos entrevistados praticam esse tipo de coleta e $\frac{1}{10}$ dos entrevistados não sabe o que isso significa. Calcule quantas dessas pessoas praticam a coleta seletiva de lixo e quantas a desconhecem. **24.** 60 pessoas praticam e 9 a desconhecem.

DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

25 A biblioteca municipal realizou uma pesquisa com 500 adolescentes sobre a preferência por alguns gêneros literários. A opinião dos adolescentes foi registrada no gráfico.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos pela biblioteca municipal.

a) De qual gênero literário os adolescentes mais gostam? **25. a)** Romance.

b) Qual é a fração que indica a preferência dos adolescentes por peça teatral? **25. b)** $\frac{23}{100}$

c) Quantos adolescentes preferem peça teatral? **25. c)** 115 adolescentes.

d) Construa uma tabela para indicar a preferência de gênero literário e a quantidade de adolescentes correspondente. **25. d)** Construção de tabela.

26 Ano terrestre, em Astronomia, é o intervalo de tempo que corresponde a uma revolução completa da Terra em torno do Sol. O ano corresponde aproximadamente a 365 dias e seis horas. No comércio, para facilitar cálculos contábeis, considera-se que o ano tenha 360 dias, ou 12 meses de 30 dias cada um.

Construa uma tabela com três colunas. Na primeira, escreva os períodos: bimestre, trimestre, quadrimestre e semestre; na segunda coluna, as respectivas frações do ano comercial, em meses, relativas a esses períodos; e, na terceira, as respectivas quantidades de dias. **26.** Construção de tabela.

27 *Hora de criar* – Junte-se a um colega e elaborem uma tabela com 5 atividades realizadas frequentemente por vocês, identificadas durante uma semana, e marquem a frequência com que elas ocorrem. Depois, respondam: Qual fração representa cada atividade realizada na semana? **27.** Resposta pessoal.

Exercícios propostos

Esta seção de exercícios possibilita mobilizar as habilidades (EF06MA06), (EF06MA09), (EF06MA10) e (EF06MA32).

As resoluções dos **exercícios 20** a **27** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 8.

No **exercício 23**, os estudantes podem, em duplas ou trios, comparar suas respostas. A ideia é identificarem os erros, fazendo comparações com o referencial $\frac{1}{2}$ (ou metade).

Supondo que, no **item a**, surjam as respostas $\frac{1}{15}$ ou $\frac{5}{3}$, os questionamentos podem ser:

- $\frac{1}{3}$ de 5 deve ser maior ou menor que $\frac{1}{2}$ de 5? (Espera-se que recordem que $\frac{1}{3}$ é menor que $\frac{1}{2}$; portanto, $\frac{1}{3}$ de 5 é menor que $\frac{1}{2}$ de 5.)
- Quanto é a metade de 5? (Espera-se que respondam ser um número entre 2 e 3.)
- Diante dessas relações, qual resposta é mais adequada: $\frac{1}{15}$ ou $\frac{5}{3}$? (Espera-se que percebam que a fração $\frac{1}{15}$ é um número menor que 1, quando o previsto é encontrar um valor entre 2 e 3.)

No **exercício 25**, incentive os estudantes a interpretarem todos os dados do gráfico para responder às atividades.

A seguir, apresentamos um exemplo de tabela que pode ser dada como resposta para o **item d**. Comente que, adicionando os números referentes a cada gênero literário, devemos obter o total de adolescentes entrevistados (500), e adicionando as porcentagens referentes a cada barra devemos obter 100%.

Gêneros literários preferidos	
Gênero literário	**Quantidade de adolescentes**
Poesia	85
Peça teatral	115
Conto	125
Romance	175

Dados obtidos pela biblioteca municipal.

Quando os dois fatores são escritos na forma de fração

Neste tópico, as habilidades (EF06MA06), (EF06MA09) e (EF06MA10), continuarão a ser exploradas. Analise a **situação 1** com os estudantes, reproduzindo na lousa a construção da figura, passo a passo. Espera-se que eles percebam que neste caso também multiplicamos os numeradores entre si para obter o numerador da fração que representa o produto, assim como multiplicamos os denominadores entre si para obter o denominador dessa fração.

Para consolidar, proponha a eles que determinem a fração correspondente a $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}$. Espera-se que obtenham $\frac{6}{15}$ e observem que é o mesmo produto obtido antes (a multiplicação proposta apenas inverteu a ordem dos fatores).

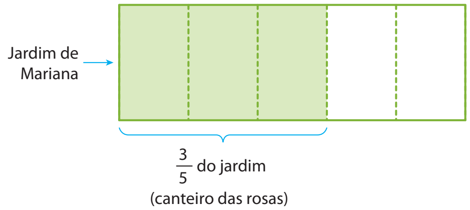
Incentive-os a utilizar uma folha de papel retangular para realizar dobraduras que representem outras multiplicações de frações. Oriente-os a registrar no caderno as multiplicações e os retângulos que as representam bem como a efetuar a multiplicação. Depois, eles devem comparar a representação geométrica com a aritmética, a fim de aprofundar a compreensão entre a relação dessas representações.

Quando os dois fatores são escritos na forma de fração

Situação 1

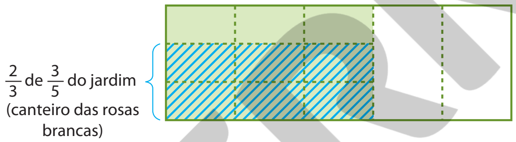
Nesta situação, vamos aprender o que significa, por exemplo, $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$ e como efetuar essa multiplicação.

Mariana reservou $\frac{3}{5}$ do jardim para plantar rosas.

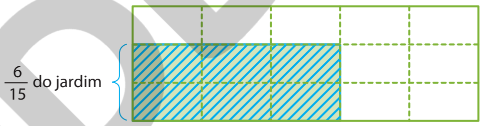


ROBERT BIRD/ALAMY/FOTOARENA

Ela resolveu que em $\frac{2}{3}$ desse canteiro as rosas plantadas seriam brancas.



Observe que a parte do jardim ocupada pelo canteiro de rosas brancas $\left(\frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{5}\right)$ corresponde a $\frac{6}{15}$ do jardim.

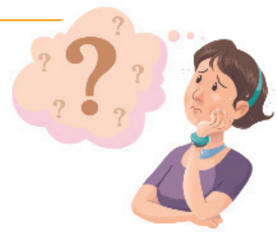


ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA /ARQUIVO DA EDITORA

Então:

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{\overset{2\,\cdot\,3}{6}}{\underset{3\,\cdot\,5}{15}}$$

Situação 2



DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

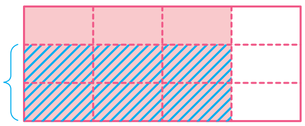
Rita gastou $\frac{1}{4}$ do dinheiro que tinha e, em seguida, $\frac{2}{3}$ do que lhe restou, ficando com 350 reais. Quanto Rita tinha inicialmente?

Como ela gastou $\frac{1}{4}$ do que tinha, restaram-lhe $\frac{4}{4} - \frac{1}{4}$, ou seja, $\frac{3}{4}$.

Em seguida, Rita gastou $\frac{2}{3}$ do que lhe restou, ou seja, $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$, que podemos calcular da seguinte maneira:

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$



MÁRIO MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Agora, observe os gastos de Rita:

$\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$ do que tinha no início

Então, ela gastou $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)$ do que tinha inicialmente, ou seja, $\frac{3}{4}$ do que tinha.

Dessa maneira, podemos concluir que os 350 reais que sobraram correspondem a $\frac{1}{4}$ do dinheiro que Rita tinha inicialmente $\left(\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}\right)$. Assim:

- $\frac{1}{4}$ do que tinha $\longrightarrow$ 350 reais
- $\frac{4}{4}$ do que tinha $\longrightarrow$ 1 400 reais (350 · 4)

Portanto, Rita tinha inicialmente 1 400 reais.

O produto de números racionais escritos na forma de fração pode ser representado por uma fração em que o numerador é o produto dos numeradores, e o denominador é o produto dos denominadores.

Observe mais alguns exemplos.

produto dos numeradores

a) $6 \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{12}{3} = 4$ **b)** $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ **c)** $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{105} = \frac{2}{35}$

produto dos denominadores

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

28 No caderno, calcule cada produto, simplificando quando possível.

a) $\frac{9}{20} \cdot \frac{5}{6}$ **28. a)** $\frac{3}{8}$

b) $\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{3}$ **28. b)** $\frac{5}{8}$

c) $3 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3}$ **28. c)** $\frac{2}{5}$

d) $2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{2}{5}$ **28. d)** $\frac{119}{15}$

e) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{11} \cdot \frac{3}{7}$ **28. e)** $\frac{3}{77}$

f) $\frac{4}{5} \cdot 0 \cdot \frac{5}{4}$ **28. f)** 0

g) $\frac{6}{15} \cdot \frac{5}{2}$ **28. g)** 1

h) $\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{7}$ **28. h)** 1

Quando os dois fatores são escritos na forma de fração

Na **situação 2**, além de efetuar a multiplicação, percebe-se que estão envolvidas outras operações de frações, no caso adição, subtração, e o cálculo de fração de um valor.

Se julgar necessário, proponha aos estudantes outras situações que envolvam esse tipo de multiplicação para eles representarem o cálculo por meio de figuras.

Ao trabalhar os outros exemplos apresentados nesta página, verifique se os estudantes compreendem que o processo é o mesmo para multiplicações de mais de dois fatores.

Exercícios propostos

Neste bloco de exercícios, são desenvolvidas as habilidades (EF06MA06), (EF06MA09) e (EF06MA10), pois os estudantes podem aplicar e ampliar seus conhecimentos sobre multiplicação de números racionais na forma de fração.

No **exercício 28**, verifique como os estudantes procedem, em especial no **item d**, que envolve números na forma mista. Espera-se que eles percebam que podem expressar cada número na forma de fração para depois efetuarem o produto. Se necessário, intervenha com questionamentos que os levem a refletir sobre suas escolhas e possam modificá-las, optando por estratégias mais adequadas. Assim:

a) $\frac{9}{20} \cdot \frac{5}{6} = \frac{9 \cdot 5}{20 \cdot 6} = \frac{45}{120} = \frac{45 : 15}{120 : 15} = \frac{3}{8}$

b) $\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{3} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 3} = \frac{15}{24} = \frac{15 : 3}{24 : 3} = \frac{5}{8}$

c) $3 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15} = \frac{6 : 3}{15 : 3} = \frac{2}{5}$

d) $2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{2}{5} = \left(2 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(3 + \frac{2}{5}\right) = \left(\frac{6}{3} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{15}{5} + \frac{2}{5}\right) = \frac{7}{3} \cdot \frac{17}{5} = \frac{7 \cdot 17}{3 \cdot 5} = \frac{119}{15}$

e) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{11} \cdot \frac{3}{7} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 11 \cdot 7} = \frac{6}{154} = \frac{6 : 2}{154 : 2} = \frac{3}{77}$

f) $\frac{4}{5} \cdot 0 \cdot \frac{5}{4} = 0$

g) $\frac{6}{15} \cdot \frac{5}{2} = \frac{6 \cdot 5}{15 \cdot 2} = \frac{30}{30} = 1$

h) $\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{7 \cdot 3}{3 \cdot 7} = \frac{21}{21} = 1$

Exercícios propostos

No **exercício 29**, deve-se considerar que serão utilizados 60 copos de $\frac{1}{5}$ L cada, ou seja:

$$60 \cdot \frac{1}{5} = \frac{60 \cdot 1}{5} = \frac{60}{5} =$$

$$= \frac{60 : 5}{5 : 5} = \frac{12}{1} = 12$$

Assim, devem ser comprados 12 L de refrigerante.

No **exercício 30**, se necessário, explique aos estudantes o que é arar um terreno. Considerando que, em cada dia, Lúcio ara $\frac{3}{20}$ do terreno, tem-se:

a) De segunda-feira a sábado há 6 dias; portanto, serão arados $\frac{9}{10}$ do terreno, pois

$$\frac{3}{20} \cdot 6 = \frac{3 \cdot 6}{20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

b) Arando $\frac{9}{10}$ em uma semana de trabalho, faltará $\frac{1}{10}$, pois

$$1 - \frac{9}{10} = \frac{10}{10} - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

c) Para terminar na segunda-feira, $\frac{1}{10}$ deve ser menor do que o máximo arado em um dia, que é $\frac{3}{20}$. Para comparar, pode-se reduzir ao mesmo denominador: $\frac{1}{10} = \frac{2}{20}$, e como $3 > 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{3}{20} > \frac{2}{20} \Rightarrow \frac{3}{20} > \frac{1}{10}$$

Por isso, ele conseguirá terminar na segunda-feira.

No **exercício 31**, espera-se que os estudantes percebam que, como a regra é dividir igualmente entre 6 pessoas, cada um receberá $\frac{1}{6}$ de tudo.

As resoluções dos **exercícios 31** a **33** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 8.

29 Para a festa de aniversário de seu filho, Cauê estimou que 60 copos de refrigerante seriam suficientes. Ele sabe que em cada copo cabe $\frac{1}{5}$ do refrigerante de um litro. Quantos litros Cauê deve comprar? **29.** 12 litros.

30 Sabendo que, com um trator, Lúcio ara $\frac{3}{20}$ de um terreno em um dia, responda:

a) De segunda-feira a sábado, que parte do terreno Lúcio consegue arar?

b) Considerando que no domingo ele descanse, quanto faltará arar na semana seguinte?

c) Ele conseguirá terminar na segunda-feira? Justifique sua resposta. **30. a)** $\frac{9}{10}$ **30. b)** $\frac{1}{10}$

31 Em casa, a regra é dividir tudo em partes iguais para as 6 pessoas da família. De uma barra de chocolate, comi metade do que cabia a mim, e meus pais comeram cada um a sua parte.

Responda às perguntas com uma fração.

a) Quanto meus pais comeram juntos? **31. a)** $\frac{1}{3}$

b) Quanto eu comi? **31. b)** $\frac{1}{12}$

c) Quanto sobrou? **31. c)** $\frac{7}{12}$

32 Reúna-se com um colega e façam o que se pede.

a) Calculem $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ e $\frac{2}{5}$ de $\frac{4}{3}$. Entre os dois produtos, qual é o maior? **32. a)** $\frac{8}{15}$; $\frac{8}{15}$. São iguais.

30. c) Sim, pois: $\frac{1}{10} = \frac{2}{20}$ e $\frac{2}{20} < \frac{3}{20}$.

32. b) $\frac{6}{77}$; $\frac{6}{77}$. São iguais. **32. c)** São iguais.

b) Calculem $\frac{3}{7}$ de $\frac{2}{11}$ e $\frac{2}{7}$ de $\frac{3}{11}$. Entre os dois produtos, qual é o menor?

c) Escolham dois números racionais escritos na forma de fração e multipliquem esses números. Em seguida, troquem entre si apenas os numeradores dessas frações e multipliquem os novos números racionais. Qual dos produtos obtidos é maior?

d) Dos números escolhidos no item **c**, troquem entre si apenas os denominadores das frações e multipliquem os novos números racionais. O produto destes é igual ao produto daqueles? **32. d)** Sim.

e) Escrevam uma conclusão a respeito dos resultados obtidos nos itens anteriores.

JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

33 ***Hora de criar*** – Elabore um exercício de divisão envolvendo frações. Troque o exercício com um colega, resolva o exercício elaborado por ele e depois destroquem para corrigir. **33.** Resposta pessoal.

32. e) Espera-se que os estudantes concluam que, na multiplicação de dois números racionais escritos na forma de fração, o produto se mantém quando trocamos entre esses números os numeradores ou os denominadores.

Pense mais um pouco... FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Junte-se a um colega e façam o que se pede.

1 Efetuem as multiplicações das fichas e comparem os resultados.

Pense mais um pouco...:

a) $\frac{3}{3} \cdot \frac{5}{4}$ $\quad \frac{1}{1} \cdot \frac{5}{4}$ $\quad \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{1}$ **1. a)** São iguais a $\frac{5}{4}$.

b) $\frac{5}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{2}$ $\quad \frac{5}{5} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{7}{3}$ $\quad \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{7}{3}$ $\quad \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{7}{1}$ **1. b)** São iguais a $\frac{7}{3}$.

c) $\frac{8}{3} \cdot \frac{5}{4}$ $\quad \frac{8}{4} \cdot \frac{5}{3}$ $\quad \frac{2}{1} \cdot \frac{5}{3}$ $\quad \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{1}$ **1. c)** São iguais a $\frac{10}{3}$.

2 A professora pediu aos estudantes que calculassem o valor da expressão $\frac{55}{3} \cdot \frac{13}{5} \cdot \frac{7}{26}$.

- Fábio multiplicou todos os numeradores e, depois, todos os denominadores. Em seguida, simplificou o resultado dividindo o numerador e o denominador por 5 e então por 13.

$$\frac{55}{3} \cdot \frac{13}{5} \cdot \frac{7}{26} = \frac{55 \cdot 13 \cdot 7}{3 \cdot 5 \cdot 26} = \frac{5\,005}{390} = \frac{1\,001}{78} = \frac{77}{6}$$

Pense mais um pouco...

Nesta seção, é adequado recomendar aos estudantes que usem uma calculadora. Dessa maneira, eles poderão investigar outras possibilidades de simplificação das frações.

Proponha a eles que, em duplas, criem outras expressões envolvendo frações que possam ser simplificadas, troquem as expressões entre si e, usando a calculadora, efetuem a simplificação.

Esse tipo de tarefa é importante, pois, ao criar uma expressão passível de simplificação, os estudantes demonstram ter compreendido a ideia. As resoluções das **atividades 1** e **4** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 8.

- Débora, antes de multiplicar, dividiu por 5 o numerador 55 e o denominador 5, dividiu por 13 o numerador 13 e o denominador 26 (ela registrou esse procedimento com traços sobre os números divididos). Em seguida, multiplicou todos os novos numeradores e todos os novos denominadores:

$$\frac{55}{3} \cdot \frac{13}{5} \cdot \frac{7}{26} = \frac{^{11}\cancel{55}}{3} \cdot \frac{^{1}\cancel{13}}{\cancel{5}_1} \cdot \frac{7}{\cancel{26}_2} = \frac{11}{3} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{7}{2} = \frac{77}{6}$$

Discutam e respondam: qual é o procedimento mais prático, o de Fábio ou o de Débora?
2. Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que o mais prático é o procedimento de Débora.

3 Calculem, pelo procedimento de Débora, o valor da expressão:

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{21}{15} \cdot \frac{10}{16}$$ **3.** $\frac{7}{18}$

4 Calculem, da maneira que acharem mais prática, os produtos a seguir.

a) $\frac{3}{8} \cdot \frac{8}{3}$ **4. a)** 1
b) $\frac{1}{9} \cdot 9$ **4. b)** 1
c) $\frac{7}{6} \cdot \frac{6}{7}$ **4. c)** 1
d) $12 \cdot \frac{1}{12}$ **4. d)** 1

Quando os números racionais são inversos

Observe as frações a seguir.

- $\frac{2}{5}$ e $\frac{5}{2}$
- $\frac{1}{3}$ e 3
- $\frac{4}{7}$ e $\frac{7}{4}$
- 8 e $\frac{1}{8}$

O numerador de uma fração é igual ao denominador da outra, e vice-versa.

Quando o produto de dois números racionais é igual a 1, eles são chamados de **números inversos**.

Acompanhe nos exemplos a seguir que o produto dos inversos é igual a 1.

- o inverso de $\frac{2}{5}$ é $\frac{5}{2}$;
- o inverso de $\frac{4}{7}$ é $\frac{7}{4}$;
- o inverso de $\frac{1}{3}$ é 3;
- o inverso de 8 é $\frac{1}{8}$.

Observe mais um exemplo.

Para encontrar o inverso de $2\frac{1}{3}$, representaremos esse número na forma de fração:

$$2\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

Como $2\frac{1}{3}$ e $\frac{7}{3}$ são representações do mesmo número, o inverso de $2\frac{1}{3}$ é igual ao inverso de $\frac{7}{3}$, que é $\frac{3}{7}$. Portanto, o número $\frac{3}{7}$ é o inverso de $2\frac{1}{3}$. Note que o produto entre eles é 1.

$$2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{21}{21} = 1$$

Observação

- O número zero não tem inverso.

Quando os números racionais são inversos

O trabalho com números racionais inversos prepara os estudantes para compreenderem as operações de divisão envolvendo números racionais na forma de fração.

Para favorecer o desenvolvimento da **competência geral 2** e da **competência geral 9**, organize os estudantes em duplas e proponha-lhes alguns pares de números racionais inversos. Oriente as duplas a realizar a multiplicação entre os números de cada par indicado e a observar o resultado. Após perceberem que os produtos obtidos são sempre 1, peça-lhes que compartilhem a regularidade observada e que argumentem ou justifiquem por que isso ocorre. Eles podem justificar, por exemplo, dizendo que o produto entre dois números racionais inversos resulta sempre em uma fração cujo numerador é igual ao denominador, que equivale a frações que representam o número racional 1.

Proponha aos estudantes um ditado de inversos, no qual devem registrar o inverso do número falado, ou um jogo da memória, em que os pares de cartas são feitos com números inversos.

Exercícios propostos

No **exercício 34**, nos **itens a** a **d** é suficiente considerar que, para determinar o inverso das frações dadas, basta inverter o numerador com o denominador, pois, para quaisquer números naturais *x* e *y*, diferentes de 0 (zero), temos:

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x} = 1$$

Os números racionais indicados nos **itens e** e **f**, são, respectivamente, $\frac{16}{5}$ e $\frac{16}{3}$; assim, pode-se determinar o inverso desses números pela mesma regra dos demais itens.

No **exercício 35**, incentive os estudantes a justificarem as respostas. No **item a**, espera-se que eles percebam que como $1 \cdot 1 = 1$, o inverso de 1 é 1. Já no **item b**, oriente-os que façam alguns exemplos numéricos, por exemplo, para determinar o inverso do inverso de $\frac{2}{3}$, poderão considerar que $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$, portanto, o inverso de $\frac{2}{3}$ é $\frac{3}{2}$ e, como $\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1$, o inverso de $\frac{3}{2}$ é $\frac{2}{3}$.

4. Divisão

Habilidade da BNCC:
EF06MA11.

Este tópico desenvolve a habilidade (EF06MA11). O estudo da divisão envolvendo números expressos na forma de fração será organizado em três casos:

- quando o divisor é um número natural (não nulo);
- quando o dividendo é um número natural;
- quando a divisão envolve números racionais na forma de fração.

Analise com os estudantes a situação do doce de goiaba. Espera-se que compreendam o significado de "obter uma parte de outra" e o uso do número inverso.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

34 Determine o inverso de:

a) $\frac{3}{5}$ **34. a)** $\frac{5}{3}$

b) $\frac{1}{4}$ **34. b)** 4

c) $\frac{6}{5}$ **34. c)** $\frac{5}{6}$

d) 5 **34. d)** $\frac{1}{5}$

e) $3\frac{1}{5}$ **34. e)** $\frac{5}{16}$

f) $5\frac{1}{3}$ **34. f)** $\frac{3}{16}$

35 Responda às questões.

a) Qual é o inverso do número 1? **35. a)** 1

b) Que número se obtém quando se escreve o inverso do inverso de um número racional não nulo? **35. b)** Obtém-se o próprio número.

4 Divisão

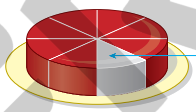
Assim como na multiplicação, vamos estudar a divisão envolvendo números racionais na forma de fração e analisar diferentes situações.

Quando o divisor é um número natural

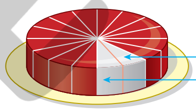
Pedro preparou uma forma de doce de goiaba caseiro e o dividiu em 8 partes iguais.

Ele deu a seu filho Artur uma dessas partes, isto é, $\frac{1}{8}$ do doce. Artur, por sua vez, dividiu o que recebeu em 2 pedaços iguais e os embrulhou em papel-alumínio. Vamos determinar a fração que representa cada pedaço do doce embrulhado por Artur.

A parte clara da figura indica a quantidade do doce que Artur recebeu, isto é, $\frac{1}{8}$.



Esta outra figura mostra cada uma das oito partes do doce de Pedro divididas em 2 pedaços iguais.



Cada novo pedaço representa $\frac{1}{16}$ do doce e foi obtido pela operação $\frac{1}{8} : 2 = \frac{1}{16}$.

Vamos considerar válidas as igualdades a seguir. Nelas, a expressão $\frac{\frac{1}{8}}{2}$ é considerada uma fração:

$$\frac{\frac{1}{8}}{2} = \frac{\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{2}{2}} = \frac{1}{16} : \frac{2}{2} = \frac{1}{16} : 1 = \frac{1}{16}$$

Na divisão de uma fração por um número natural, obtemos uma parte de outra parte:

$$\frac{1}{8} : 2 = \frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$$

Note que esse quociente também pode ser obtido multiplicando-se $\frac{1}{8}$ pelo inverso de 2:

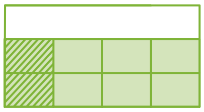
$$\frac{1}{8} : 2 = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

36. $\frac{2}{3}:4;\ \frac{2}{12}\ \left(\text{ou } \frac{1}{6}\right)$

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

36 Qual divisão poderia representar a parte hachurada do retângulo? E como representá-la com um número racional na forma de fração?



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

37 Efetue cada divisão, fazendo uma figura correspondente. **37.** Construção de figura.

a) $\frac{1}{4}:3$ **37. a)** $\frac{1}{12}$

b) $\frac{2}{5}:5$ **37. b)** $\frac{2}{25}$

c) $\frac{1}{2}:4$ **37. c)** $\frac{1}{8}$

d) $\frac{3}{8}:2$ **37. d)** $\frac{3}{16}$

38 Isabel dividiu sua horta retangular em 3 canteiros iguais. Em um desses canteiros, plantou couve em uma metade e, na outra, espinafre.

Agora, responda: **38. a)** $\frac{1}{3}$

a) Que fração pode representar a parte da horta onde foram plantadas as verduras?

b) Represente por meio de uma figura e com uma fração a parte da horta onde foi plantado espinafre. **38. b)**  $\frac{1}{6}$

c) Represente por meio de uma divisão a parte da horta onde foi plantada couve.

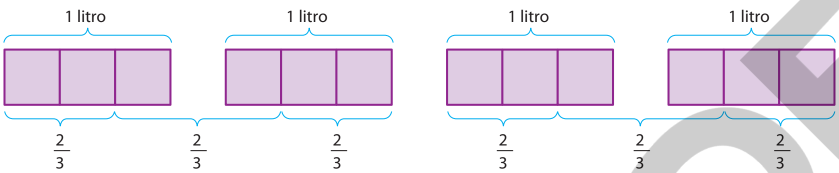
38. c) $\frac{1}{3}:2=\frac{1}{6}$

Quando o dividendo é um número natural

DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

André precisa encher com suco 4 vasilhames, de 1 litro cada um, usando garrafas em que cabem $\frac{2}{3}$ de litro. Para isso, quantas garrafas ele usará?

Nesta situação vamos calcular quantas vezes uma parte cabe em mais de um inteiro. Para resolver o problema, vamos representar cada recipiente por uma figura retangular.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Cada $\frac{2}{3}$ de litro representa o conteúdo de uma garrafa de suco, e cada  representa o conteúdo de $\frac{1}{3}$ de garrafa. Logo, 4 litros equivalem a $\frac{12}{2}$ de garrafa, isto é, a 6 garrafas.

Vemos nas figuras que $\frac{2}{3}$ de litro cabem 6 vezes em 4 recipientes, ou seja, $4:\frac{2}{3}=6$.

Logo, André precisa despejar 6 garrafas cheias de suco para encher 4 recipientes vazios.

Esse quociente pode ser obtido multiplicando 4 pelo inverso de $\frac{2}{3}$.

$$4:\frac{2}{3}=4\cdot\frac{3}{2}=\frac{4}{1}\cdot\frac{3}{2}=\frac{12}{2}=6$$

Em 3 litros cabem $\frac{9}{2}$ de garrafa, isto é, $3:\frac{2}{3}=\frac{9}{2}$. Esse quociente pode ser obtido por:

$$3:\frac{2}{3}=3\cdot\frac{3}{2}=\frac{3}{1}\cdot\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$$

Exercícios propostos

Essas atividades podem ser realizadas em duplas para que os estudantes exponham como pensam e comparem procedimentos.

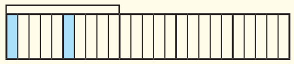
No **exercício 36**, pode-se perceber que um retângulo foi dividido em 3 partes iguais (idênticas à parte em branco da figura). Dessas partes, foram consideradas 2 (indicadas em verde na figura), que foram divididas em 4 partes (idênticas à região hachurada da figura). Assim, concluímos que $\frac{2}{3}$ do retângulo foram divididos em 4 partes.

Para o **exercício 37**, apresentamos uma possível resolução.

a) $\frac{1}{4}$

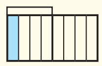
$\frac{1}{4}:3=\frac{1}{12}$

b) $\frac{2}{5}$



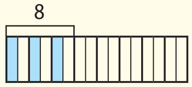
$\frac{2}{5}:5=\frac{2}{25}$

c) $\frac{1}{2}$



$\frac{1}{2}:4=\frac{1}{8}$

d) $\frac{3}{8}$



$\frac{3}{8}:2=\frac{3}{16}$

ILUSTRAÇÕES: FERNANDO JOSÉ FERREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

Aproveite o **exercício 38** para avaliar se os estudantes compreendem a ideia de divisão envolvendo números racionais na forma de fração.

A resolução do **exercício 38** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 8.

Quando o dividendo é um número natural

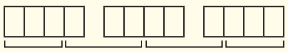
A situação proposta envolve a divisão de um número natural por um número racional (não nulo) na forma de fração. A ideia trabalhada é determinar quantas vezes o divisor cabe no dividendo (significado de medida da divisão).

Exercícios propostos

No **exercício 39**, há 3 retângulos idênticos, cada um dividido em 4 partes. Considerando os 3 retângulos o inteiro, cada parte corresponde a $\frac{1}{12}$ do inteiro. Assim, a divisão é dada por $3 : \frac{1}{4} = 12$.

No **exercício 40**, explore com os estudantes diferentes estratégias de resolução, por exemplo, também por meio de representações utilizando figuras retangulares. Uma possível resolução para o **exercício 40** é apresentada a seguir.

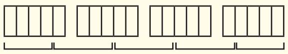
a)



$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$

$3 : \frac{3}{4} = 4$

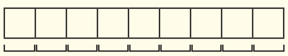
b)



$\frac{4}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{4}{5}$

$4 : \frac{4}{5} = 5$

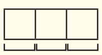
c)



$\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$

$1 : \frac{1}{9} = 9$

d)



$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$

$1 : \frac{1}{3} = 3$

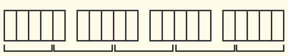
e)

$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$

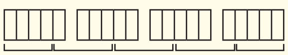
$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$

$6 : \frac{3}{4} = 8$

f)



$\frac{4}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{4}{5}$



$\frac{4}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{4}{5}$

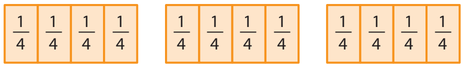
$8 : \frac{4}{5} = 10$

ILUSTRAÇÕES: FERNANDO JOSÉ FERREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

39 A figura a seguir sugere uma divisão.



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual das seguintes divisões a figura pode representar: $3 : 4$, $4 : \frac{1}{3}$ ou $3 : \frac{1}{4}$? **39. a)** $3 : \frac{1}{4}$

b) Qual é o resultado dessa divisão? **39. b)** 12

40 Efetue cada divisão, fazendo uma figura correspondente. **40.** Construção de figura.

a) $3 : \frac{3}{4}$ **40. a)** 4

b) $4 : \frac{4}{5}$ **40. b)** 5

c) $1 : \frac{1}{9}$ **40. c)** 9

d) $1 : \frac{1}{3}$ **40. d)** 3

e) $6 : \frac{3}{4}$ **40. e)** 8

f) $8 : \frac{4}{5}$ **40. f)** 10

Quando a divisão envolve números racionais na forma de fração

Agora, vamos estudar a divisão entre dois números escritos na forma de fração.

Vamos dividir $\frac{2}{3}$ por $\frac{1}{6}$ com o auxílio de figuras. Vejamos quantas vezes $\frac{1}{6}$ cabe em $\frac{2}{3}$.

Representa a fração $\frac{2}{3}$. Representa a fração $\frac{1}{6}$.

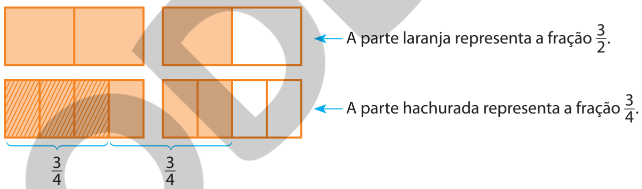
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

As figuras mostram que $\frac{1}{6}$ cabe 4 vezes em $\frac{2}{3}$, ou seja, $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = 4$.

Obtemos esse quociente multiplicando $\frac{2}{3}$ pelo inverso de $\frac{1}{6}$:

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{1} = \frac{12}{3} = 4$$

Agora, vamos dividir $\frac{3}{2}$ por $\frac{3}{4}$, isto é, vamos calcular quantas vezes $\frac{3}{4}$ cabem em $\frac{3}{2}$.



As figuras mostram que $\frac{3}{4}$ cabem 2 vezes em $\frac{3}{2}$, ou seja, $\frac{3}{2} : \frac{3}{4} = 2$.

Multiplicando $\frac{3}{2}$ pelo inverso de $\frac{3}{4}$, obtemos $\frac{3}{2} : \frac{3}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{12}{6} = 2$

O quociente de um número escrito na forma de fração por outro diferente de zero é obtido multiplicando-se o primeiro pelo inverso do segundo.

Observe mais alguns exemplos.

a) $\frac{4}{3} : \frac{2}{1} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$

c) $1\frac{2}{3} : \frac{5}{3} = \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5} = 1$

Quando a divisão envolve números racionais na forma de fração

Analise com os estudantes a divisão envolvendo dois números racionais na forma de fração.

O uso de figuras representando o processo favorece a atribuição de significado para a operação que é efetuada. Reproduza os desenhos na lousa, mostrando a eles as frações envolvidas em cada etapa. A ideia é que eles concluam que esse cálculo equivale a descobrir quantas vezes uma fração “cabe” na outra.

Se julgar necessário, proponha aos estudantes outros exemplos na lousa para eles representarem com figuras ou efetuarem diretamente a divisão.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

41 Efetue as divisões indicadas, simplificando quando possível.

a) $\frac{5}{8} : \frac{7}{6}$ **41. a)** $\frac{15}{28}$

b) $\frac{9}{5} : \frac{3}{2}$ **41. b)** $\frac{6}{5}$

c) $\frac{1}{8} : \frac{1}{2}$ **41. c)** $\frac{1}{4}$

d) $3\frac{1}{2} : 7$ **41. d)** $\frac{1}{2}$

e) $2 : 3\frac{1}{2}$ **41. e)** $\frac{4}{7}$

f) $0 : 3\frac{1}{9}$ **41. f)** 0

42 Para fazer um trabalho, dividiu-se um fio de cobre em 3 partes iguais. Cada uma dessas partes foi dividida ao meio e, depois, cada uma dessas partes foi dividida em 4 partes iguais. Qual é a fração do fio que cada uma das partes menores representa? **42.** $\frac{1}{24}$

43 Qual é o número que multiplicado por $\frac{7}{3}$ dá $\frac{2}{5}$? **43.** $\frac{6}{35}$

44 Osvaldo resolveu repartir um sítio. Ele ficou com $\frac{1}{3}$ das terras e dividiu igualmente a outra parte entre seus quatro filhos. Represente com uma fração a parte do sítio que cada filho de Osvaldo recebeu. **44.** $\frac{1}{6}$

45 Para comprar um *tablet*, dei de entrada $\frac{2}{5}$ do valor e dividi o restante em 6 prestações iguais. Represente com uma fração a parte do valor do *tablet* que deverei pagar em cada prestação. **45.** $\frac{1}{10}$

46 No preparo de um creme de baunilha para 4 pessoas, são necessários os seguintes ingredientes:

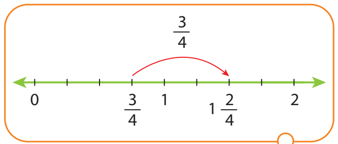
- $\frac{3}{4}$ de litro de leite;
- 2 colheres de sopa de açúcar;
- $\frac{3}{2}$ colheres de sopa de amido de milho;
- 2 gemas;
- $\frac{1}{3}$ de colher de sopa de baunilha.

Faça a adaptação dessa receita para 2 pessoas e indique a quantidade calculada no caderno.

47 Para calcular mentalmente $2 \cdot \frac{3}{4}$ e $2 : \frac{1}{4}$, Tom imagina "saltos" em uma reta numérica.

46. $\frac{3}{8}$ de litro de leite; 1 colher de sopa de açúcar; $\frac{3}{4}$ de colher de sopa de amido de milho; 1 gema; $\frac{1}{6}$ de colher de sopa de baunilha

- Para calcular $2 \cdot \frac{3}{4}$.

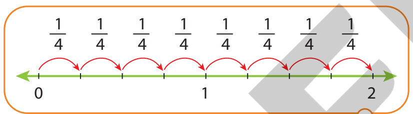


ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Sei que $2 \cdot \frac{3}{4}$ é o mesmo que $\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$. Então, penso em duas unidades da reta numérica dividida em oito partes iguais. Na reta, localizo $\frac{3}{4}$ e dou um salto de $\frac{3}{4}$ no sentido crescente, chegando a $\frac{6}{4}$, que também pode ser escrito como $1\frac{2}{4}$.

DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

- Para $2 : \frac{1}{4}$.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Penso em duas unidades da reta numérica dividida em quartos. Na reta, dou saltos de $\frac{1}{4}$ no sentido crescente, até chegar ao 2. Verifico que $\frac{1}{4}$ cabe 8 vezes em 2. Portanto, $2 : \frac{1}{4} = 8$

DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

Calcule mentalmente as operações.

a) $3 \cdot \frac{2}{5}$ **47. a)** $\frac{6}{5}$

b) $2 \cdot \frac{2}{7}$ **47. b)** $\frac{4}{7}$

c) $5 \cdot \frac{1}{8}$ **47. c)** $\frac{5}{8}$

d) $3 : \frac{1}{5}$ **47. d)** 15

e) $2 : \frac{1}{3}$ **47. e)** 6

f) $\frac{2}{3} : 4$ **47. f)** $\frac{1}{6}$

48 ***Hora de criar*** – Elabore um problema considerando a compra parcelada de um *videogame*. Você pode dar o valor total e perguntar quanto é uma fração desse valor, por exemplo. Troque o problema com um colega e, depois, destroquem para corrigi-los. **48.** Resposta pessoal.

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 41**, **43**, **44** e **46** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 8.

No **exercício 42**, verifique se os estudantes associam corretamente as divisões, considerando que o fio foi dividido em 3 partes iguais, cada $\frac{1}{3}$ do fio foi dividido em 2 partes iguais, resultando em partes que representam $\frac{1}{6}$ do fio original, e cada $\frac{1}{6}$ do fio foi dividido em 4 partes iguais; portanto, o fio original foi dividido em 24 partes iguais, ou seja, cada parte equivale a $\frac{1}{24}$ do fio original. Se necessário, solicite a eles que utilizem figuras de retângulos para representar a situação e que compartilhem com os colegas as produções.

No **exercício 45**, segue uma possível resolução.

Como a entrada foi de $\frac{2}{5}$ do valor do *tablet*, falta pagar $\frac{3}{5}$ desse valor, que será parcelado em 6 prestações iguais. Desse modo, o valor de cada prestação é dado por:

$$\frac{3}{5} : 6 = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$$

Logo, cada prestação equivale a $\frac{1}{10}$ do valor do *tablet*.

O **exercício 47** pode ser feito em duplas, de modo que os estudantes discutam os procedimentos apresentados para efetuar as operações com o uso da reta numérica. Acompanhe as discussões das duplas e faça as intervenções necessárias para facilitar a compreensão do procedimento. Antes de os estudantes efetuarem os itens propostos nessa questão, peça a alguns deles, de duplas diferentes, que expliquem cada procedimento mostrado por Tom, certificando-se de que houve compreensão pela turma.

Segue um exemplo de resposta para o **exercício 48**: Paulo comprou um *videogame* que custou R$ 762,00. Ele deu de entrada $\frac{1}{3}$ do valor e parcelou o restante em 4 prestações. Qual foi o valor que Paulo deu de entrada? E o valor de cada prestação? (Respostas: $\frac{1}{3}$ de 762 = 254, portanto, deu de entrada R$ 254,00; como 762 – 254 = 508 e 508 : 4 = 127, R$ 127,00 é o valor de cada prestação.)

5. Potenciação

Habilidade da BNCC: **EF06MA11**.

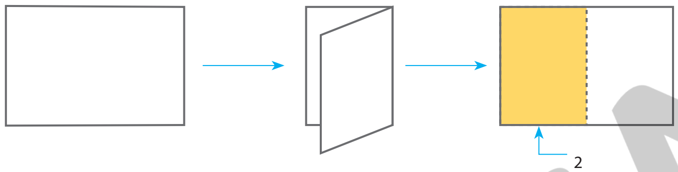
Este tópico desenvolve a habilidade (EF06MA11). Para o desenvolvimento do trabalho, providencie antecipadamente o material necessário para os estudantes realizarem o experimento proposto neste estudo da potenciação, em que a base é um número racional na forma de fração e o expoente é um número natural. A cada etapa desse experimento, reproduza na lousa a figura representativa.

5 Potenciação

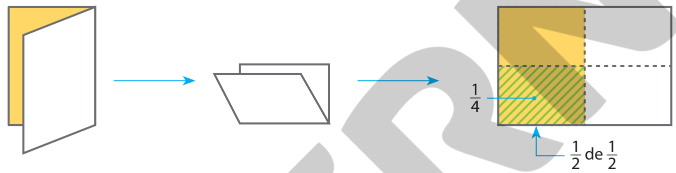
Já aprendemos a calcular potências de números naturais. Agora, vamos calcular potências de números racionais escritos na forma de fração.

Acompanhe a experiência a seguir.

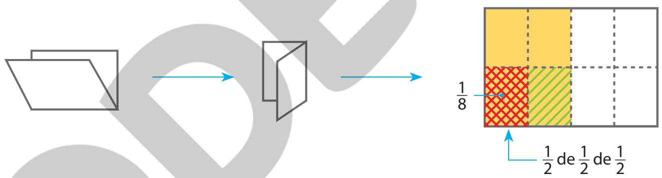
- Dobramos uma folha de papel sulfite, como mostra a sequência de figuras. Desdobramos e pintamos de amarelo a metade da folha $\left(\frac{1}{2}\right)$.



- Dobramos novamente e, sobre a 1ª dobra, dobramos outra vez, na metade do maior comprimento. Desdobramos toda a folha e hachuramos de verde metade da metade da folha.



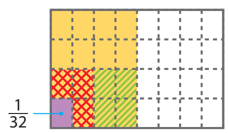
- Dobramos tudo novamente e, sobre a 2ª dobra, dobramos outra vez, na metade. Desdobramos e hachuramos de vermelho a metade da metade da metade da folha.



Sabemos que:

- $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ da folha é $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right)$ da folha, que corresponde a $\frac{1}{4}$ da folha (hachurado de verde).
- $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ da folha é $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right)$ da folha, que corresponde a $\frac{1}{8}$ da folha (hachurado de vermelho).

Quando dobramos a folha 5 vezes, a parte pintada de roxo é $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right)$ da folha, que corresponde a $\frac{1}{32}$ da folha.



Potenciação

Procedendo de maneira similar à que foi feita para as potências de base natural, identifique os termos envolvidos na potenciação. Solicite aos estudantes que leiam as potências de acordo com a multiplicação que elas representam, por exemplo:

- $\left(\frac{1}{10}\right)^2$ indica 2 fatores iguais a $\frac{1}{10}$;
- $\left(\frac{1}{10}\right)^5$ indica 5 fatores iguais a $\frac{1}{10}$.

Podemos abreviar a escrita dessas multiplicações indicando o número de fatores por meio de um expoente (de modo semelhante ao que estudamos com números naturais).

- $\underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}_{\text{2 fatores}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\overset{\text{indica o número de fatores}}{2}} = \frac{1}{4}$

- $\underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}_{\text{3 fatores}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\overset{\text{indica o número de fatores}}{3}} = \frac{1}{8}$

- $\underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}_{\text{5 fatores}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\overset{\text{indica o número de fatores}}{5}} = \frac{1}{32}$

Ao efetuar uma multiplicação de fatores iguais, estamos realizando uma **potenciação**.

$$\left(\underbrace{\boxed{\frac{1}{2}}}_{\textbf{base}}\right)^{\overset{\textbf{expoente}}{5}} = \underbrace{\boxed{\frac{1}{32}}}_{\textbf{potência}}$$

Na prática, para obter o resultado de $\left(\frac{1}{2}\right)^5$, elevamos os dois termos da fração ao expoente 5.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1^5}{2^5} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{32}$$

Observe outros exemplos.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$

b) $\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{4^3}{5^3} = \frac{64}{125}$

Observação

- As definições adotadas para as potências de números naturais com expoente 1 e expoente 0 são válidas também para os números racionais representados na forma de fração, ou seja:
  - toda potência de expoente 1 é igual à própria base;
  - toda potência de expoente 0 e base diferente de 0 é igual a 1.

  Exemplos:

  a) $\left(\frac{2}{9}\right)^1 = \frac{2}{9}$ **b)** $\left(\frac{3}{7}\right)^1 = \frac{3}{7}$ **c)** $\left(\frac{2}{9}\right)^0 = 1$ **d)** $\left(\frac{3}{7}\right)^0 = 1$

Exercícios propostos

Para facilitar as resoluções dos **exercícios 49** e **50**, sugira aos estudantes a construção de um quadro com os vinte primeiros quadrados perfeitos, escritos em forma de potência e com o respectivo resultado, para consultarem sempre que necessário. O quadro seria similar a este:

$2^2 = 4$	$5^2 = 25$	...	$15^2 = 225$
$3^2 = 9$	$6^2 = 36$	...	$16^2 = 256$

Assim, no **exercício 49**, obtemos:

a) $\left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}$

b) $\left(\frac{7}{5}\right)^3 = \frac{7^3}{5^3} = \frac{343}{125}$

c) $\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1^2}{5^2} = \frac{1}{25}$

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64}$

e) Toda potência de expoente 0 e base diferente de 0 é igual a 1, $\left(\frac{5}{2}\right)^0 = 1$

f) Toda potência de expoente 1 é igual à própria base; $\left(3\frac{1}{2}\right)^1 = 3\frac{1}{2}$

E, ao resolver o **exercício 50**, obtemos:

a) $\frac{4}{9} = \frac{2^2}{3^2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$

b) $\frac{1}{25} = \frac{1^2}{5^2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$

c) $\frac{25}{36} = \frac{5^2}{6^2} = \left(\frac{5}{6}\right)^2$

d) $\frac{49}{100} = \frac{7^2}{10^2} = \left(\frac{7}{10}\right)^2$

e) $\frac{81}{16} = \frac{9^2}{4^2} = \left(\frac{9}{4}\right)^2$

f) $\frac{64}{121} = \frac{8^2}{11^2} = \left(\frac{8}{11}\right)^2$

Pense mais um pouco...

Nesta seção, verifique se, para avaliar o **item c**, os estudantes utilizam os resultados anteriores ou se efetuam o cálculo novamente. Ressalte esse fato na correção.

Discuta com eles a afirmação do **item d**, incentivando-os a explicarem por que ela é falsa. Proponha aos estudantes que efetuem as operações de ambos os membros da igualdade e comparem os resultados.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

50. e) $\left(\frac{9}{4}\right)^2$ ou $\left(\frac{3}{2}\right)^4$

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

49 Calcule no caderno.

a) $\left(\frac{5}{3}\right)^2$ 49. a) $\frac{25}{9}$

b) $\left(\frac{7}{5}\right)^3$ 49. b) $\frac{343}{125}$

c) $\left(\frac{1}{5}\right)^2$ 49. c) $\frac{1}{25}$

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ 49. d) $\frac{27}{64}$

e) $\left(\frac{5}{2}\right)^0$ 49. e) 1

f) $\left(3\frac{1}{2}\right)^1$ 49. f) $3\frac{1}{2}$

50 Escreva os números racionais como potência de número na forma de fração.

a) $\frac{4}{9}$ 50. a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

b) $\frac{1}{25}$ 50. b) $\left(\frac{1}{5}\right)^2$

c) $\frac{25}{36}$ 50. c) $\left(\frac{5}{6}\right)^2$

d) $\frac{49}{100}$ 50. d) $\left(\frac{7}{10}\right)^2$

e) $\frac{81}{16}$

f) $\frac{64}{121}$ 50. f) $\left(\frac{8}{11}\right)^2$

Pense mais um pouco... FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Efetue os cálculos indicados e classifique cada sentença em verdadeira ou falsa.

Pense mais um pouco...:

a) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$ a) Verdadeira.

b) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{64}$ b) Verdadeira.

c) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3$ c) Verdadeira.

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+3}$ d) Falsa.

e) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2 \cdot 3}$ e) Verdadeira.

ENAGIO COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

6 Expressões numéricas

Acompanhe a situação a seguir.

Márcia é costureira e fará 3 vestidos iguais para uma apresentação. Em cada traje, Márcia utiliza $\frac{1}{4}$ de um corte de seda para fazer a saia e $\frac{1}{8}$ de um corte de veludo para fazer o corpete. Esses cortes têm todos o mesmo comprimento e o mesmo preço. Para saber quantos cortes de tecido vai usar para fazer os 3 trajes, Márcia escreveu:

JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

quantos cortes vou gastar → $3 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)$ cortes

a) Verdadeira:

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left[\frac{1^2}{2^2}\right]^3 = \left[\frac{1}{4}\right]^3 = \frac{1^3}{4^3} = \frac{1}{64}$$

b) Verdadeira:

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 = \left[\frac{1^2}{2^2}\right]^3 = \left[\frac{1}{4}\right]^3 = \frac{1^3}{4^3} = \frac{1}{64}$$

c) Verdadeira: conforme verificado nos itens anteriores,

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \frac{1}{2^6} = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2$$

A resolução dos **itens d** e **e** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 8.

Observe quantos cortes Márcia vai gastar.

$$3 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = 3 \cdot \left(\frac{2}{8} + \frac{1}{8}\right) = 3 \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$$

Ou seja, 1 corte e mais $\frac{1}{8}$ de corte entre veludo e seda.

A expressão $3 \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)$ serve para descrever a quantidade de cortes, entre os de veludo e os de seda, que Márcia utilizará em seu trabalho. Cada termo dessa expressão tem um significado. Acompanhe.

número de trajes

$$3 \cdot \left(\boxed{\frac{1}{4}} + \boxed{\frac{1}{8}}\right)$$

Os parênteses indicam que, inicialmente, Márcia vai adicionar as partes dos cortes de tecido.

parte de um corte de seda utilizada na saia de um traje

parte de um corte de veludo utilizada no corpete de um traje

Já vimos que as operações em uma expressão numérica são resolvidas na seguinte ordem:

- as potenciações e as radiciações na ordem em que aparecem;
- as multiplicações e as divisões na ordem em que aparecem;
- as adições e as subtrações, também na ordem em que aparecem.

Quando a expressão numérica tiver sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves), eles devem ser eliminados na seguinte ordem: resolvem-se primeiro as operações entre parênteses, depois as operações entre colchetes e, finalmente, as operações entre chaves.

Acompanhe o cálculo de algumas expressões.

a) $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} : \frac{4}{3} = \frac{5}{6} - \frac{\cancel{2}^{1}}{3} \cdot \frac{1}{\cancel{2}_{1}} + \frac{1}{\cancel{3}_{1}} \cdot \frac{\cancel{3}^{1}}{4} =$

$= \frac{5}{6} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{10}{12} - \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

b) $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(2 - \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{4}\right) : \left(\frac{8}{4} - \frac{1}{4}\right) = \frac{5}{4} : \frac{7}{4} = \frac{5}{\cancel{4}_{1}} \cdot \frac{\cancel{4}^{1}}{7} = \frac{5}{7}$

c) $\left[\frac{2}{5} \cdot \left(2 - \frac{3}{4}\right)\right] : \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left[\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{8}{4} - \frac{3}{4}\right)\right] : \left(\frac{1}{4}\right) =$

$= \left[\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{5}_{1}} \cdot \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{4}_{2}}\right] : \frac{1}{4} = \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{1}{\cancel{2}_{1}} \cdot \frac{\cancel{4}^{2}}{1} = \frac{2}{1} = 2$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

51 Calcule o valor de cada expressão.

a) $\left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right)$ **51. a)** $\frac{27}{20}$

b) $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)$ **51. b)** $\frac{5}{3}$

c) $\left(1 + \frac{3}{7}\right)^2 \cdot \frac{49}{80}$ **51. c)** $\frac{5}{4}$

d) $\left[\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{9} + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right] : \frac{7}{5}$ **51. d)** $\frac{2}{9}$

201

d) $\left[\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{9} + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right] : \frac{7}{5} = \left[\left(\frac{4}{10} + \frac{5}{10}\right) \cdot \frac{2}{9} + \frac{1}{9}\right] : \frac{7}{5} = \left[\frac{\cancel{9}}{\cancel{10}_{5}} \cdot \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{9}} + \frac{1}{9}\right] : \frac{7}{5} = \left[\frac{1}{5} + \frac{1}{9}\right] : \frac{7}{5} =$

$= \left[\frac{9}{45} + \frac{5}{45}\right] : \frac{7}{5} = \frac{14}{45} : \frac{7}{5} = \frac{\cancel{14}^{2} \cdot \cancel{5}^{1}}{\cancel{45}_{9} \cdot \cancel{7}_{1}} = \frac{2}{9}$

6. Expressões numéricas

Habilidade da BNCC: **EF06MA11**.

Este tópico desenvolve a habilidade (EF06MA11), pois a ampliação de expressões numéricas envolvendo números racionais na forma de fração possibilita que os estudantes revisitem os conhecimentos já construídos com as operações de números racionais na forma de fração.

Este é um bom momento para verificar se eles compreendem a ordem na qual as operações devem ser realizadas e o uso dos sinais de associação. Analise com eles a situação proposta e os exemplos de cálculo de expressões numéricas. Proponha a eles que expliquem os procedimentos adotados em cada exemplo e que falem sobre a ordem das operações em expressões numéricas. Relembre-os sobre a simplificação de frações, se necessário.

Exercícios propostos

No **exercício 51**, possibilite aos estudantes calcular as expressões numéricas em duplas e, depois, incentive-os a justificarem as etapas de cálculo utilizadas, explicando-as aos demais colegas da tuma.

a) $\left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right) =$

$= \left(\frac{4}{2} - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{5} - \frac{2}{5}\right) =$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right) =$

$= \frac{9}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{27}{20}$

b) $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : \left(1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) =$

$= \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{4}\right) : \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4}\right) =$

$= \left(\frac{5}{4}\right) : \left(\frac{6 - 3}{4}\right) =$

$= \frac{5}{4} : \frac{3}{4} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$

c) $\left(1 + \frac{3}{7}\right)^2 \cdot \frac{49}{80} =$

$= \left(\frac{10}{7}\right)^2 \cdot \frac{49}{80} = \frac{100}{49} \cdot \frac{49}{80} =$

$= \frac{100}{80} = \frac{5}{4}$

Exercícios propostos

No **exercício 52**, os estudantes deverão empregar as operações aritméticas e as propriedades já estudadas ao longo do capítulo. Dessa maneira, perceberão quais operações e em que ordem resolverão o problema.

No **exercício 53**, verifique se os estudantes compreendem o esquema e o que precisam fazer em cada etapa. Pode-se propor a eles que representem o esquema por meio de uma expressão numérica e compartilhem-na com os colegas, a fim de validar as respostas. Caso observe que alguns estudantes estão encontrando resultados incorretos, peça a eles que se juntem a um colega e troquem ideias para identificar o ponto de divergência. A resolução do **exercício 53** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 8.

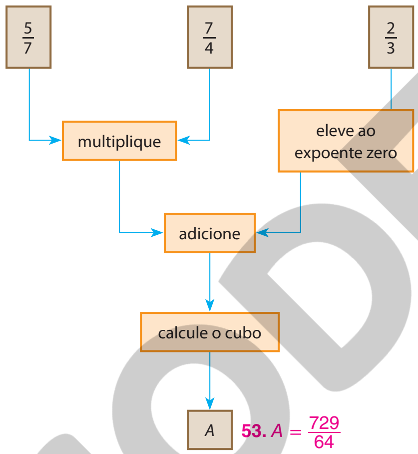
No **exercício 54**, retome com os estudantes as propriedades de potências já estudadas para os números naturais e explique-lhes que elas também valem para potências envolvendo números racionais. No **item a**, pode-se perceber que a base equivale à potência; logo, x deve valer 1. O **item b** pode ser resolvido por tentativa e erro, estimando um valor inicial para calcular o cubo desse valor e comparar com o denominador do resultado da potenciação, que deve ser 216. Assim, ao estimar 4 para o valor de x, por exemplo, obterão $4^3 = 64$ e, portanto, $x > 4$. Se estimarem 7 para o valor de x, obterão $7^3 = 343$; logo, $x > 7$. Fazendo estimativas como essa, pode-se obter $x = 6$. Caso necessário, oriente os estudantes a utilizarem a calculadora para verificar os resultados das estimativas.

No **item c**, pode ser aplicada a propriedade de potências de expoente 0 para obter a resposta. O **item d** pode ser resolvido de maneira análoga à resolução do **item b** indicada anteriormente.

52 Escreva uma expressão numérica que represente o número de litros procurado na situação a seguir.

Quantos litros de laranjada posso obter se despejar 3 copos cheios de suco de laranja, com $\frac{1}{4}$ de litro de cada copo, em uma jarra que já contém $\frac{1}{2}$ litro de água? **52.** $3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$

53 Determine o valor de A no esquema.



53. $A = \frac{729}{64}$

54 Determine quanto vale x em cada caso.

a) $\left(\frac{1}{6}\right)^x = \frac{1}{6}$ **54. a)** 1

b) $\left(\frac{3}{x}\right)^3 = \frac{27}{216}$ **54. b)** 6

c) $\left(\frac{7}{5}\right)^x = 1$ **54. c)** 0

d) $\left(\frac{x}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$ **54. d)** 3

55 A professora de Matemática distribuiu a cada estudante de sua classe uma ficha contendo uma expressão ou um problema com números racionais representados na forma de fração. Depois de resolver a questão, cada estudante deveria procurar seu par, ou seja, encontrar um colega que tivesse uma resposta idêntica à dele.

Observe a seguir alguns modelos de ficha que a professora distribuiu. Resolva as questões e descubra quais fichas poderiam formar pares.
55. Formaram um par as fichas 2 e 4.

Ficha 1
Resolva a expressão $\frac{5}{8} - 1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}$.
Ficha 1: $\frac{13}{40}$

Ficha 2
Calcule $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$.
Ficha 2: $\frac{5}{12}$

Ficha 3
Adriana depositou metade dos $\frac{4}{5}$ de seu salário em uma caderneta de poupança. Que fração de seu salário ela depositou?
Ficha 3: $\frac{2}{5}$

Ficha 4
Se a parte pintada da figura for dividida por 2, que fração representará o resultado dessa divisão?

Ficha 4: $\frac{5}{12}$

56 *Hora de criar* – Desenvolva um problema semelhante ao exercício 53, com 4 operações, e troque com um colega. Depois, destroquem para corrigi-los. **56.** Resposta pessoal.

202

Para responder ao **exercício 55**, é necessário resolver as situações apresentadas em cada uma das fichas:

Ficha 1

$$\frac{5}{8} - 1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{5}{8} - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{5}{8} - \frac{3}{10} = \frac{25}{40} - \frac{12}{40} = \frac{13}{40}$$

Ficha 2

$$\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \cdot \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{4}_{2}} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{12}$$

Ficha 3

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Ficha 4

$$\frac{5}{6} : 2 = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$$

Assim, as fichas 2 e 4 podem formar um par.
A resolução do **exercício 56** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 8.

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

Calculando probabilidades

Gabriela colocou em uma caixa toda a sua coleção com 100 bolinhas pula-pula de borracha: 30 amarelas, 25 azuis e 45 vermelhas.

Ela vai retirar dessa caixa uma única bolinha por vez, sem olhar as que estão dentro da caixa.

Sabendo que todas as bolinhas têm a mesma **probabilidade** de serem retiradas, qual cor tem maior probabilidade de sair na primeira retirada: amarela, azul ou vermelha?

Observe como podemos proceder para responder a essa questão.

Se a caixa contém 100 bolinhas, então há 100 **possibilidades** de uma bolinha de qualquer cor sair na primeira retirada.

Desse modo, dizemos que a **probabilidade** de cada bolinha ser retirada é de 1 em 100, ou seja, de $\frac{1}{100}$ ou de 1%. Assim, todas as bolinhas têm a mesma probabilidade de serem retiradas.

- Como há 30 bolinhas amarelas entre as 100 na caixa, a probabilidade de sair uma amarela é de $\frac{30}{100}$ ou de 30%.
- Como há 25 bolinhas azuis entre as 100 na caixa, a probabilidade de sair uma azul é de $\frac{25}{100}$ ou de 25%.
- Da mesma maneira, a probabilidade de sair uma bolinha vermelha é de $\frac{45}{100}$ ou de 45%, pois há 45 bolinhas vermelhas entre as 100 na caixa.

Probabilidade é a medida da chance de ocorrer determinado resultado.

ILUSTRAÇÕES: DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

Desse modo, dizemos que há maior probabilidade de sair uma bolinha vermelha do que uma amarela, uma vez que $\frac{45}{100} > \frac{30}{100}$.

A probabilidade geralmente é indicada por uma fração irredutível ou por um número na forma percentual.

Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Com base nos dados apresentados sobre a retirada de bolinhas, responda: a bolinha de qual cor tem menor probabilidade de ser sorteada: azul ou amarela? Por quê? Represente isso na forma de fração e na forma percentual. **1.** Azul, pois: $\frac{25}{100} < \frac{30}{100}$; 25% < 30%.

2 A direção da escola Felicidade vai sortear um estudante entre os cem que têm as melhores avaliações em História para representar a escola em um evento estadual. Sabendo que Hugo é um desses estudantes e que todos os outros têm a mesma probabilidade de serem sorteados, qual é a probabilidade de ele ser o escolhido? **2.** $\frac{1}{100}$ ou 1%

3 Em uma caixa há três bolas brancas e duas bolas verdes. Qual é a probabilidade de tirarmos, sem olhar, uma bola verde dessa caixa? **3.** $\frac{2}{5}$ ou 40%

203

Trabalhando a informação

Habilidades da BNCC: **EF06MA07**, **EF06MA13** e **EF06MA30**.

O contexto desta seção favorece o desenvolvimento das habilidades (EF06MA07), (EF06MA13) e (EF06MA30). Para tanto, pode-se explorar a situação propondo aos estudantes a realização de sorteios na sala de aula. Por exemplo, providencie objetos que se distingam apenas pela cor (como tampinhas, recortes de papel de mesmo tamanho e formato etc.). Disponibilize os objetos sobre uma mesa, organizados por cor, de maneira que todos os estudantes possam observá-los. Coloque os objetos em uma caixa de papelão e proponha a eles que decidam qual cor tem a maior chance (probabilidade) de ser sorteada. Realize alguns sorteios, com reposição, a fim de explorar a ideia de probabilidade.

Agora quem trabalha é você!

Nessas atividades, é importante verificar se os estudantes compreenderam como associar a probabilidade a um número racional escrito na forma de fração, isto é, ao número de eventos favoráveis em relação ao número de eventos possíveis.

A **atividade 1** possibilita verificar se os estudantes comparam números racionais de maneira correta, pois, para resolvê-la é necessário perceber que $\frac{25}{100}$ é menor que $\frac{30}{100}$. Além disso, é preciso compreender que esses números na forma percentual são respectivamente 25% e 30%. Se necessário, retome o significado do símbolo % e o fato de ele indicar uma divisão por 100. Assim, 47% corresponde ao número racional $\frac{47}{100}$, por exemplo.

Na **atividade 2**, como são 100 estudantes e Hugo está entre eles, e como todos os estudantes têm a mesma probabilidade de ser sorteados, então essa probabilidade é dada por 1 em 100, isto é, $\frac{1}{100}$ que, na forma percentual, é 1%.

A **atividade 3** permite avaliar a compreensão dos estudantes em relação ao tema, solicitando a eles que, antes de efetuar o cálculo, respondam:

- Essa probabilidade está mais próxima de qual das seguintes porcentagens: 30%, 40%, 50% ou 60%?

Espera-se que eles excluam as porcentagens 50% e 60%, pois é possível saber, pelo enunciado, que menos da metade do total das bolinhas é verde.

É possível associar o conteúdo dessa seção a temas do interesse dos estudantes e que valorizem as culturas juvenis. Pode-se, por exemplo, incentivá-los a relacionar a probabilidade nos contextos de jogos e brincadeiras do dia a dia deles.

Exercícios complementares

O bloco de exercícios propicia aos estudantes mobilizar os conhecimentos e aplicar as habilidades trabalhadas neste capítulo.

As resoluções dos **exercícios 1**, **2** e **4** a **10** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 8.

No **exercício 3**, uma possível resolução:

a) **1ª parada:** significa o consumo de *metade da metade* do combustível total. Assim, restaram no tanque *metade* e mais *metade da metade* do combustível total, o que pode ser representado por: $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

b) **2ª parada:** gastou *metade* de $\frac{3}{4}$. Assim, $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$.

c) O gasto entre a saída e a 2ª parada foi de $\frac{1}{4}+\frac{3}{8}=\frac{2}{8}+\frac{3}{8}==\frac{5}{8}$.

d) Se o gasto foi de $\frac{5}{8}$, o que restou após a 2ª parada pode ser calculado por: $1-\frac{5}{8}=\frac{8}{8}-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$.

e) Com apenas $\frac{3}{8}$ da capacidade do tanque, Cássio colocou 30 litros de gasolina, e o tanque ficou cheio: $\frac{5}{8}$ do tanque correspondem a 30 litros. Esquematizando, verificamos que todas as partes de cor cinza totalizam 30 litros. Como todas elas são iguais, basta dividir 30 por 5, deduzindo que cada uma corresponde a 6 litros:

6	6	6	6	6			

Então, o tanque completo é equivalente a 8 partes dessas; logo, a capacidade do tanque é dada por $8 \cdot 6$, isto é, 48 litros.

NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Efetue as expressões, simplificando o resultado quando possível.

a) $\frac{7}{2}+\frac{1}{2}$ **1. a)** 4

b) $\frac{3}{5}+\frac{6}{5}+\frac{16}{5}$ **1. b)** 5

c) $\frac{5}{3}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}$ **1. c)** $\frac{8}{3}$

d) $\frac{2}{3}+3+\frac{1}{4}$ **1. d)** $\frac{47}{12}$

e) $\frac{5}{3}-\frac{1}{3}$ **1. e)** $\frac{4}{3}$

f) $\frac{18}{5}-\frac{3}{5}$ **1. f)** 3

g) $\frac{2}{5}-\frac{1}{7}$ **1. g)** $\frac{9}{35}$

h) $12-\frac{5}{9}$ **1. h)** $\frac{103}{9}$

2 Efetue as expressões indicadas, simplificando o resultado quando possível.

a) $2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$ **2. a)** $\frac{3}{4}$

b) $\frac{5}{7} \cdot 4 \cdot \frac{7}{5}$ **2. b)** 4

c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{35}{8} \cdot \frac{2}{7}$ **2. c)** 1

d) $1\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}$ **2. d)** $\frac{3}{4}$

e) $\frac{2}{5} : \frac{4}{3}$ **2. e)** $\frac{3}{10}$

f) $\frac{2}{9} : \frac{6}{5}$ **2. f)** $\frac{5}{27}$

g) $5 : 4$ **2. g)** $\frac{5}{4}$

h) $1\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$ **2. h)** $\frac{9}{4}$

3 Cássio iniciou uma viagem com o tanque do carro cheio. Na 1ª parada, havia gastado $\frac{1}{4}$ do combustível. Ao parar pela segunda vez, verificou que, entre a 1ª e a 2ª parada, o carro havia gastado metade do combustível que tinha sobrado na 1ª parada. Colocou, então, 30 litros de combustível, e o tanque ficou cheio novamente.

DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

a) Qual é a fração que corresponde à quantidade de litros que restou no tanque na 1ª parada? Represente por meio de um desenho.

b) Qual fração corresponde ao combustível gasto no percurso da 1ª até a 2ª parada? Represente por meio de um desenho.

c) Qual fração corresponde ao combustível gasto da saída até a 2ª parada? Represente por meio de um desenho.

d) Qual fração corresponde ao combustível que havia no tanque na 2ª parada?

e) Quantos litros cabem no tanque do carro de Cássio? **3. e)** 48 litros.

3. a) $\frac{3}{4}$ **3. b)** $\frac{3}{8}$ **3. c)** $\frac{5}{8}$ **3. d)** $\frac{3}{8}$

4 Determine:

a) $\frac{1}{3}$ do inverso de 7; **4. a)** $\frac{1}{21}$

b) $\frac{1}{2}$ do inverso de $\frac{1}{2}$; **4. b)** 1

c) o inverso de $3\frac{1}{7}$. **4. c)** $\frac{7}{22}$

5 (Unifor-CE) Se o triplo de um número é $\frac{18}{5}$, então: **5.** Alternativa **c**.

a) sua terça parte é $\frac{1}{5}$.

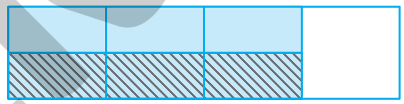
b) sua metade é $\frac{2}{5}$.

c) seu dobro é $\frac{12}{5}$.

d) seu quádruplo é 4.

e) seu quíntuplo é 18.

6 A figura a seguir nos mostra a divisão de $\frac{3}{4}$ por 2. Qual é o resultado dessa divisão? **6.** $\frac{3}{8}$



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

7 Calcule mentalmente.

a) $\frac{1}{2} : 2$ **7. a)** $\frac{1}{4}$

b) $2 : \frac{1}{2}$ **7. b)** 4

c) $4 : \frac{1}{3}$ **7. c)** 12

d) $\frac{1}{3} : 4$ **7. d)** $\frac{1}{12}$

8 Uma merendeira serviu 18 litros de suco aos estudantes da escola. Cada estudante recebeu $\frac{1}{5}$ de litro. Quantos estudantes foram servidos? **8.** 90 estudantes.

9 A capacidade do tanque do meu carro é de 50 litros. O combustível que uso é composto de $\frac{4}{5}$ de gasolina e $\frac{1}{5}$ de álcool. Vou abastecer o carro com 30 litros de combustível. Quantos litros de gasolina colocarei? **9.** 24 litros.

10 Quanto é preciso somar a $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2$ para obter $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)^2$? **10.** $\frac{1}{3}$

Para o **exercício 10**, uma possível resolução é calcular inicialmente o valor de cada expressão: $\frac{13}{36}$ e $\frac{25}{36}$.

Para encontrar a parcela que resulte em $\frac{25}{36}$, devemos efetuar: $\frac{25}{36}-\frac{13}{36}=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$. Logo, é preciso adicionar $\frac{1}{3}$ a $\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2$ para obter $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)^2$.

VERIFICANDO

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Seja $A = \frac{1}{5}$ e $B = \frac{4}{7}$. Após efetuadas as operações indicadas em cada alternativa a seguir, em qual caso o resultado obtido será o de maior valor? **1.** Alternativa **c**.

a) $A \cdot B$
b) $\frac{A}{B}$
c) $\frac{B}{A}$
d) $A + B$

2 Fabrício está treinando para uma competição de *triathlon*, na qual, em um mesmo dia de prova, precisa nadar 4 km, pedalar 180 km e correr 42 km. Qual é a fração irredutível que representa, respectivamente, a distância percorrida na natação, no ciclismo e na corrida, em relação ao percurso total a ser percorrido na prova? **2.** Alternativa **b**.

a) $\frac{2}{180}, \frac{90}{180}, \frac{21}{180}$
b) $\frac{2}{113}, \frac{90}{113}, \frac{21}{113}$
c) $\frac{4}{226}, \frac{180}{226}, \frac{42}{226}$
d) $\frac{4}{360}, \frac{180}{360}, \frac{42}{260}$

3 Em um campeonato de *handebol* o time da turma A foi responsável por $\frac{2}{6}$ dos gols do campeonato. Sabendo que os demais times, juntos, fizeram 60 gols, quantos gols fez a turma A? **3.** Alternativa **b**.

a) 20
b) 30
c) 40
d) 50

4 Qual é a metade de $\frac{1}{10}$? **4.** Alternativa **b**.

a) $\frac{2}{10}$
b) $\frac{1}{20}$
c) $\frac{2}{20}$
d) $\frac{1}{5}$

5 Em uma loja de roupas trabalham 4 vendedores. Em determinado mês, o primeiro realizou $\frac{1}{4}$ de todas as vendas, o segundo $\frac{1}{5}$ de todas as vendas e o terceiro $\frac{1}{3}$ de todas as vendas. Que fração de todas as vendas o quarto vendedor realizou nesse mês? **5.** Alternativa **a**.

a) $\frac{13}{60}$
b) $\frac{25}{60}$
c) $\frac{6}{12}$
d) $\frac{5}{12}$

6 Qual é o resultado de $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3}$? **6.** Alternativa **d**.

a) $\frac{35}{40}$
b) $\frac{5}{18}$
c) $\frac{11}{18}$
d) $\frac{31}{36}$

7 Uma barra de chocolate é dividia em 3 fileiras de oito quadradinhos. Quantos quadradinhos preciso comer para consumir $\frac{5}{6}$ da barra? **7.** Alternativa **c**.

a) 15 b) 18 c) 20 d) 21

8 Qual é o inverso de 7? **8.** Alternativa **b**.

a) $\frac{7}{1}$
b) $\frac{1}{7}$
c) $\frac{2}{14}$
d) 7 não possui inverso.

9 Que fração devemos somar a $\frac{1}{5}$ para obter $\frac{1}{3}$ como resultado? **9.** Alternativa **c**.

a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{2}{10}$
c) $\frac{2}{15}$
d) $\frac{3}{12}$

Organizando: **a)** Resposta possível: Para adicionar ou subtrair números representados por frações de denominadores diferentes, primeiro devemos substituí-las por frações equivalentes com denominadores iguais (múltiplo dos denominadores das frações dadas). Em seguida, adicionamos ou subtraímos essas frações equivalentes.

Organizando

b) O denominador da fração representa uma divisão e, por prioridade, devemos fazer a divisão antes da adição.

Vamos organizar o que você aprendeu neste capítulo? Para isso, responda às questões a seguir.

a) Explique os passos que você seguiria para calcular a adição de dois números racionais escritos na forma de fração que tenham denominadores diferentes.

b) Porque ao adicionarmos duas ou mais frações, não podemos adicionar os denominadores?

c) Explique os passos que você seguiria para calcular a multiplição entre dois números racionais escritos na forma de fração. **c)** Resposta possível: O produto de números racionais escritos na forma de fração pode ser representado por uma fração em que o numerador é o produto dos numeradores, e o denominador é o produto dos denominadores.

d) Por que invertemos a segunda fração ao dividir duas frações?

e) Qual resultado é maior: elevar uma fração ao quadrado ou elevar a mesma fração ao cubo? Justifique sua resposta.

d) Por definição, dividir significa multiplicar pelo inverso, ou seja, multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda.
e) Depende da fração: Uma fração própria elevada ao cubo é menor que ela mesma elevada ao quadrado. Nas frações impróprias o resultado é ao contrário.

Verificando

Nessa seção, os estudantes poderão verificar o seu grau de entendimento sobre os conteúdos trabalhados no capítulo.

As resoluções dos **testes 1** a **9** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 8.

Organizando

Nessa seção, os estudantes poderão retomar os principais conteúdos trabalhados neste capítulo e mobilizar os conhecimentos adquiridos. Se julgar oportuno, proponha a eles que se reúnam em duplas ou trios a fim de conversarem sobre as questões propostas.

Na **questão a**, verifique se os estudantes compreendem como efetuar a adição entre dois números racionais quaisquer, escritos na forma de fração. Para facilitar, pode-se propor a eles que elaborem alguns exemplos numéricos e expliquem os procedimentos adotados para resolvê-los e, depois, incentivá-los a descrever um procedimento genérico, válido para a adição de dois números racionais na forma de fração.

Na **questão b**, espera-se que os estudantes expliquem que os denominadores diferentes indicam que o inteiro foi dividido em partes distintas e, por isso, na adição, devem-se considerar partes iguais de um inteiro para poder adicioná-las. Para auxiliá-los, incentive os estudantes a representar algumas figuras divididas em partes iguais, como um retângulo dividido em 2 partes iguais e outro retângulo, congruente ao anterior, dividido em 5 partes iguais. Faça perguntas aos estudantes que os conduzam a perceber que não faz sentido dizer, por exemplo, que $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{1}{8}$, representando $\frac{1}{8}$ por um retângulo, congruente aos dois anteriores, divididos em 8 partes iguais.

Capítulo 9 - Números racionais na forma decimal e operações

Os objetivos deste capítulo e suas justificativas, as indicações das habilidades e competências específicas da Matemática (BNCC), além de outras informações, estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas.

Neste capítulo, os estudantes explorarão os números racionais com foco na representação decimal. É importante que eles compreendam o caráter de extensão e continuidade do assunto já em estudo, ou seja, o fato de não estarem vendo algo completamente novo e sem conexão com aquilo que já conhecem a respeito de números e operações.

Na abertura, chamamos a atenção para o sinal gráfico de pontuação – a vírgula – que é utilizado na escrita de textos e, ainda, nos números racionais. Proponha aos estudantes que comparem os números 23,4 e 2,34, associando-os aos valores em reais a fim de determinarem qual é o menor e qual é o maior, bem como obterem a diferença na representação decimal deles.

Para a **atividade 1** proposta nesta abertura, espera-se que os estudantes percebam que no **item a**, o significado da frase é "cantar espanta males" enquanto que no **item b** "espanta quem canta sobre males".

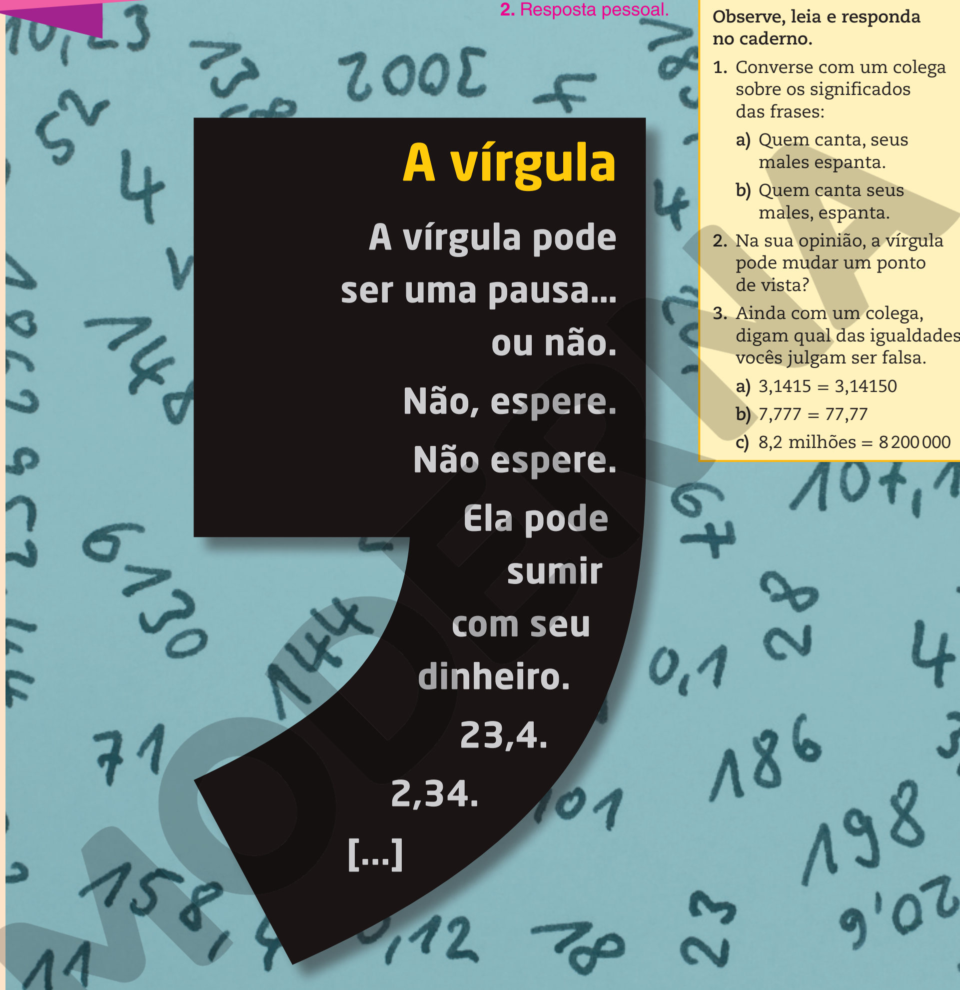
Na **atividade 2**, incentive-os a discutir com os colegas sobre o fato de, na linguagem escrita, a pontuação correta ser essencial para expressar um ideia ou ponto de vista.

Na **atividade 3**, a única igualdade falsa é a do **item b**, pois 7,777 < 77,77. Se necessário, pode-se utilizar o quadro de ordens e classes para comparar os números indicados no **item a** e, depois, os indicados no **item c**.

Capítulo

9 Números racionais na forma decimal e operações

1. Respostas pessoais.
2. Resposta pessoal.
3. Espera-se que indiquem **b**.



MARTIN KONOPKA/EYEEM/GETTY IMAGES

Observe, leia e responda no caderno.

1. Converse com um colega sobre os significados das frases:
   a) Quem canta, seus males espanta.
   b) Quem canta seus males, espanta.
2. Na sua opinião, a vírgula pode mudar um ponto de vista?
3. Ainda com um colega, digam qual das igualdades vocês julgam ser falsa.
   a) 3,1415 = 3,14150
   b) 7,777 = 77,77
   c) 8,2 milhões = 8 200 000

Fonte: 100 ANOS lutando para que ninguém mude uma vírgula da sua informação. **ABI**, [*s.l.*], 2016. Disponível em: http://www.abi.org.br/poeta-cria-cordel-inspirado-na-campanha-de-cem-anos-da-abi/. Acesso em: 27 jan. 2022.

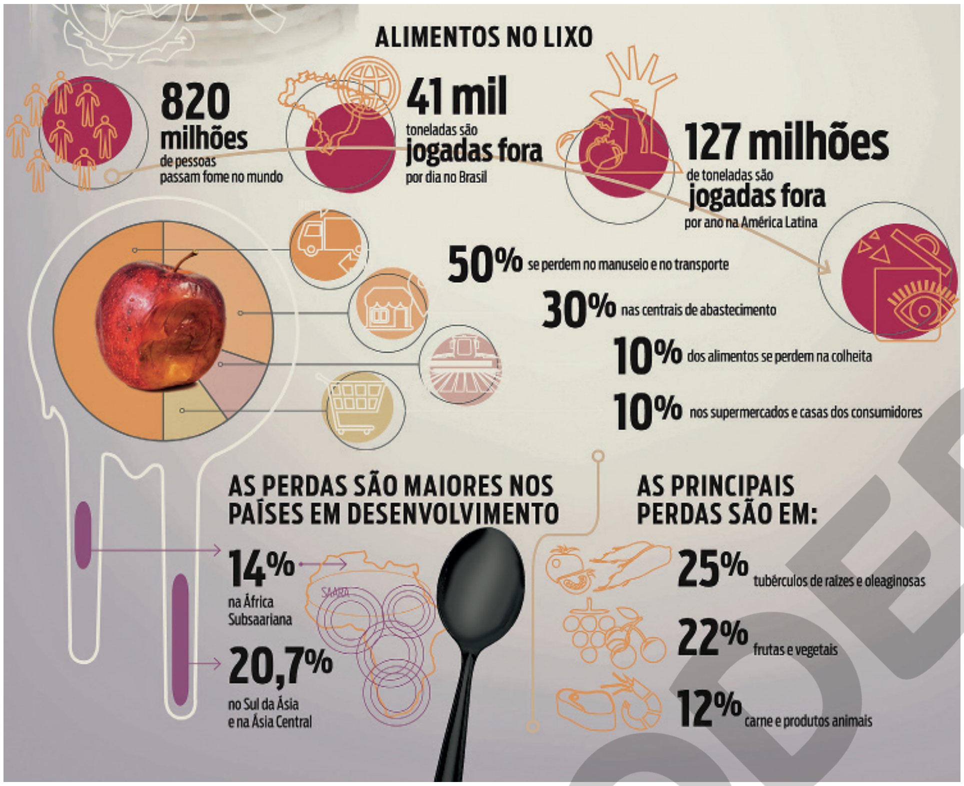
Trecho do texto da campanha publicitária da Academia Brasileira de Imprensa (ABI) em comemoração ao seu centenário.

Tão sutil, a vírgula, sinal gráfico de pontuação também usado na linguagem numérica, nem sempre tem a sua importância reconhecida.

1 Números com vírgula

Neste capítulo, continuaremos estudando os números racionais, mas agora representados com vírgula.

Você certamente já deve ter notado como os números escritos com vírgula são comuns no dia a dia. Observe o exemplo no infográfico sobre a quantidade de alimentos descartados no lixo.



EVANDRO RODRIGUES

Fonte: PINHEIRO, Lana. Fome no mundo e desperdício na mesa. **Isto é Dinheiro**, São Paulo, n. 1193, out. 2020.

Acompanhe outros exemplos em que usamos números escritos com vírgula.

- A skatista Rayssa Leal, apelidada de Fadinha, atingiu **14,64** pontos nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020 e conquistou a medalha de prata aos 13 anos!
- O Sistema Cantareira é responsável pelo abastecimento de água de **6,5** milhões de pessoas na Grande São Paulo. Em 16 de dezembro de 2021 o Sistema Cantareira atingiu o menor nível desde 2016, **24,30**% de sua capacidade. Em razão das chuvas intensas, o sistema finalizou o mês de janeiro de 2022 com nível de **33,59**% de capacidade útil.

- Você já escreveu algum número com vírgula para representar alguma medida ou valor monetário? Resposta pessoal.

Os números 20,7; 14,64; 24,30; 33,59 são exemplos de números racionais escritos na **forma decimal**.

1. Números com vírgula

Habilidades da BNCC: **EF06MA01** e **EF06MA02**.

Este tópico possibilita o desenvolvimento das habilidades (EF06MA01) e (EF06MA02) por meio da leitura de informações que envolvem números racionais escritos na forma decimal no contexto do desperdício de alimentos.

Converse com os estudantes e proponha a eles que pesquisem sobre o desperdício de alimentos e como evitá-lo. Eles podem citar, por exemplo aproveitar cascas de fruta, não colocar no prato mais do que se consegue comer, entre outros, contribuindo para o desenvolvimento dos Temas Contemporâneos Transversais **educação alimentar e nutricional** e **educação para o consumo**. Peça a eles que procurem receitas nas quais são utilizadas essas partes de frutas e legumes, que em geral são descartadas.

Os estudantes devem estar atentos às informações organizadas em um infográfico com diferentes recursos visuais.

Destaque no infográfico a notação com vírgula e seu significado. Incentive-os a perceber, por exemplo, que 20,7% indica que a perda está mais para 21% do que para 20%.

Explore os demais exemplos em que são utilizados números racionais na forma decimal, como no contexto do Sistema Cantareira, responsável pelo abastecimento de água de grande parte da população da Região Metropolitana de São Paulo. Esse é um momento propício para discutir o desperdício de água, a necessidade de acesso democrático a esse recurso natural e, ainda, a importância de políticas públicas e ações locais e/ou individuais para a preservação desse recurso, desenvolvendo, assim, o Tema Transversal Contemporâneo **educação ambiental**.

2. As frações decimais e a representação na forma decimal

Habilidade da BNCC: **EF06MA08**.

Este tópico possibilita o desenvolvimento da habilidade (EF06MA08) ao retomar os números racionais escritos na forma de fração e associar essa representação com a representação decimal.

Podem-se retomar as frações decimais e explorar as relações entre 1 inteiro, décimos, centésimos e milésimos. Se julgar necessário, retome também as potências de base 10 (com expoente natural).

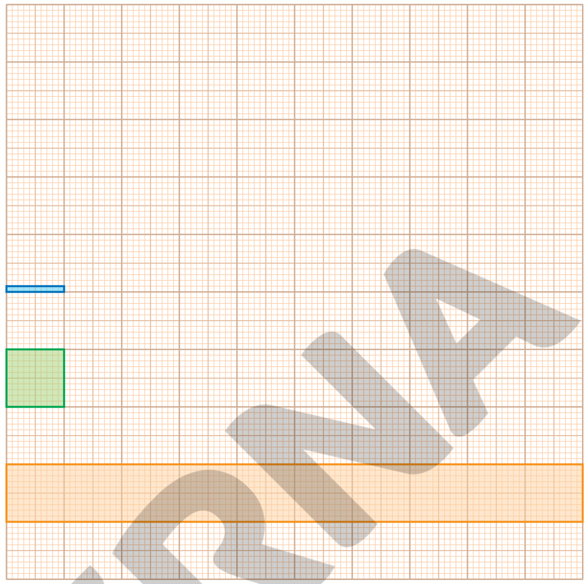
Analise com os estudantes a figura fornecida e destaque as frações decimais e sua relação com os números racionais na forma decimal.

2 As frações decimais e a representação na forma decimal

Observe a figura.

Note que:

- a parte pintada de laranja representa $\frac{1}{10}$ (1 décimo) dessa figura;
- a parte pintada de verde representa $\frac{1}{100}$ (1 centésimo) dessa figura;
- a parte pintada de azul representa $\frac{1}{1\,000}$ (1 milésimo) dessa figura.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Em cada uma dessas frações, o denominador é uma potência de 10:

$$\frac{1}{\underbrace{10}_{10^1}} \qquad \frac{1}{\underbrace{100}_{10^2}} \qquad \frac{1}{\underbrace{1\,000}_{10^3}}$$

Toda fração cujo denominador é uma potência de 10 é chamada de **fração decimal**.

Na figura, ainda podemos observar que:

- 10 partes lilases formam 1 inteiro; então: $10 \cdot \frac{1}{10} = 1$ (10 décimos = 1 inteiro);
- 10 partes verdes formam 1 parte lilás; então: $10 \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{10}$ (10 centésimos = 1 décimo);
- 10 partes azuis formam 1 parte verde; então: $10 \cdot \frac{1}{1\,000} = \frac{1}{100}$ (10 milésimos = 1 centésimo).

Esses números, representados por frações decimais, podem ser escritos na forma decimal:

- $\frac{1}{10}$ pode ser representado por 0,1 (lemos: "um décimo");
- $\frac{1}{100}$ pode ser representado por 0,01 (lemos: "um centésimo");
- $\frac{1}{1\,000}$ pode ser representado por 0,001 (lemos: "um milésimo");
- $\frac{1}{10\,000}$ pode ser representado por 0,0001 (lemos: "um décimo de milésimo");

e assim por diante.

Assim como fazemos com os números naturais, podemos dispor esses números em um quadro de ordens. Observe.

Parte inteira						Parte decimal				
...	Unidade de milhar UM	Centena C	Dezena D	Unidade U		Décimo d	Centésimo c	Milésimo m	Décimo de milésimo dm	...
	1	0	0	0						
		1	0	0						
			1	0						
				1						
				0	,	1				
				0	,	0	1			
				0	,	0	0	1		
				0	,	0	0	0	1	

Para separar a parte inteira da parte decimal, usamos a vírgula.

Nesse quadro, a relação entre as ordens estudadas para os números naturais continua valendo: **10 unidades de uma ordem formam 1 unidade de ordem imediatamente superior**.

- $10 \cdot 1$ centena $=$ 1 milhar
- $10 \cdot 1$ dezena $=$ 1 centena
- $10 \cdot 1$ unidade $=$ 1 dezena
- $10 \cdot 1$ décimo $=$ 1 unidade
- $10 \cdot 1$ centésimo $=$ 1 décimo
- $10 \cdot 1$ milésimo $=$ 1 centésimo

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

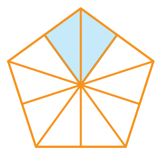
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Copie apenas as frações decimais.

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{35}{10}$ c) $\frac{8}{100}$ d) $\frac{3}{1\,000}$ e) $\frac{18}{10\,000}$ f) $\frac{1\,000}{3}$ g) $\frac{100}{9}$ h) $\frac{10\,000}{18}$ i) $\frac{104}{1\,000}$

1. Alternativas **b**, **c**, **d**, **e**, **i**.

2 Represente com uma fração decimal a parte pintada de azul da figura. **2.** $\frac{2}{10}$



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

3 Represente $\frac{1}{1\,000\,000}$ na forma decimal.

3. 0,000001

As frações decimais e a representação na forma decimal

É importante que os estudantes associem as diferentes representações de um mesmo número racional, tanto na forma de fração como na forma de número decimal.

Explore o quadro de ordens, que foi expandido para a parte decimal, ressaltando que a relação decimal permanece.

Exercícios propostos

Nas resoluções dos **exercícios 1** e **2**, verifique se os estudantes compreendem a definição de fração decimal e se identificam corretamente as potências de 10. No **exercício 1**, o denominador é potência de 10 no:

- **item b**, pois equivale a 10^1
- **item c**, pois equivale a 10^2
- **item d**, pois equivale a 10^3
- **item e**, pois equivale a 10^4
- **item i**, pois equivale a 10^3

Para o **exercício 2**, os estudantes devem considerar que a figura foi dividida em 10 partes iguais e 2 delas foram coloridas de azul. Desse modo, a fração correspondente é $\frac{2}{10}$.

No **exercício 3**, a relação estabelecida entre as representações de um número racional na forma de fração e na forma decimal pode ser ampliada, fornecendo outras frações decimais. Verifique se os estudantes conseguem ler a fração decimal apresentada nessa questão. Destaque a leitura da fração, ou seja, "um milionésimo", e a associe ao fato de ela representar a divisão de 1 por 1 milhão.

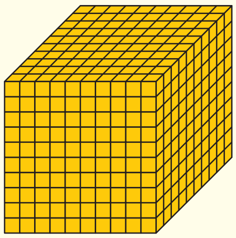
3. Números na forma decimal

Habilidades da BNCC: **EF06MA01**, **EF06MA02**, **EF06MA07** e **EF06MA08**.

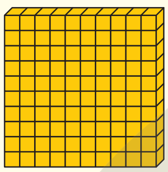
Este tópico possibilita o desenvolvimento das habilidades (EF06MA07) e (EF06MA08) ao associar a representação na forma de fração e na de número decimal de um mesmo número racional.

Para explorar e ampliar a representação de números racionais na forma decimal, pode-se utilizar o material dourado. Explique aos estudantes que o cubo maior pode representar 1 inteiro e, então, peça a eles que identifiquem o número racional na forma decimal que as demais peças representariam.

Espera-se que os estudantes relacionem 1 placa com 1 décimo (a décima parte do inteiro), 1 barra com 1 centésimo (a centésima parte do inteiro) e 1 cubinho com 1 milésimo (a milésima parte do inteiro). Assim:



1



0,1

0,01

0,001

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Em seguida, utilize as peças do material dourado para representar alguns números racionais e solicite aos estudantes que escrevam no caderno os números representados, utilizando números na forma decimal. Deixe-os conversar e validar as respostas com toda a turma. Depois, reúna-os em pequenos grupos, escreva na lousa alguns números racionais na forma decimal e peça que os representem com o material dourado.

3 Números na forma decimal

Já estudamos que:

$$\frac{1}{10} = 0{,}1 \qquad \frac{1}{100} = 0{,}01 \qquad \frac{1}{1\,000} = 0{,}001$$

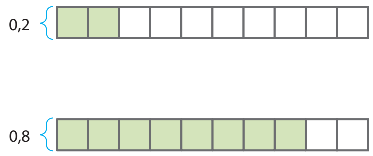
Observemos outros exemplos.

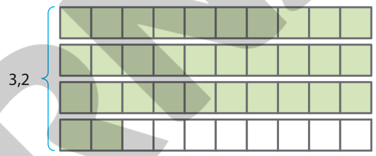
a) Denominador 10

- $\frac{2}{10} = 0{,}2$
- $\frac{8}{10} = 0{,}8$
- $\frac{32}{10} = \frac{30}{10} + \frac{2}{10} = 3 + \frac{2}{10} = 3{,}2$

Podemos representar graficamente esses números pela parte pintada de uma região retangular.

Considerando  como 1 inteiro, temos:

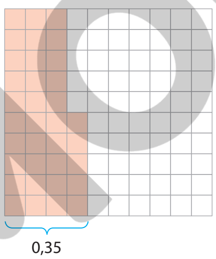


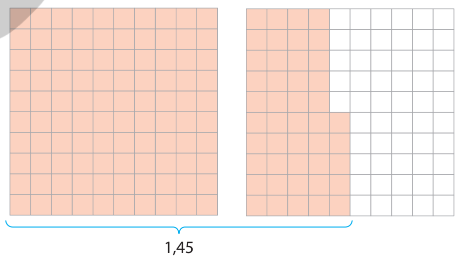


b) Denominador 100

- $\frac{35}{100} = 0{,}35$
- $\frac{145}{100} = \frac{100}{100} + \frac{45}{100} = 1 + 0{,}45 = 1{,}45$

Agora, para representar graficamente esses números, consideramos uma região quadrada como 1 inteiro:



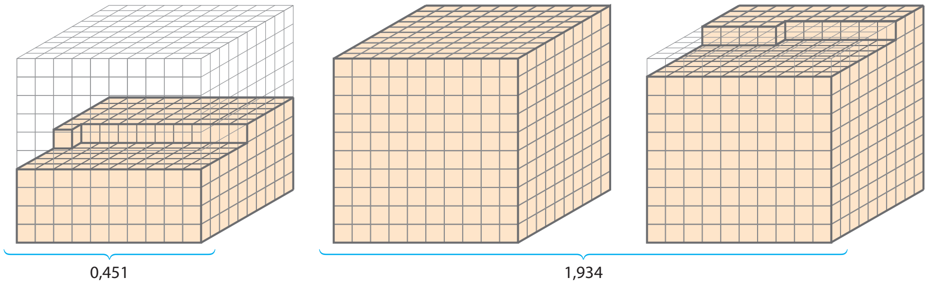


c) Denominador 1 000

- $\frac{451}{1\,000} = 0{,}451$
- $\frac{1\,934}{1\,000} = \frac{1\,000}{1\,000} + \frac{934}{1\,000} = 1 + 0{,}934 = 1{,}934$

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Observe uma representação gráfica desses números, considerando um cubo como 1 inteiro:



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Como se leem os números escritos na forma decimal

A leitura de um número na forma decimal é feita assim: primeiro, lemos a parte inteira; depois, a parte decimal acompanhada das palavras:
- décimo(s) – se houver uma casa decimal;
- centésimo(s) – se houver duas casas decimais;
- milésimo(s) – se houver três casas decimais; e assim por diante.

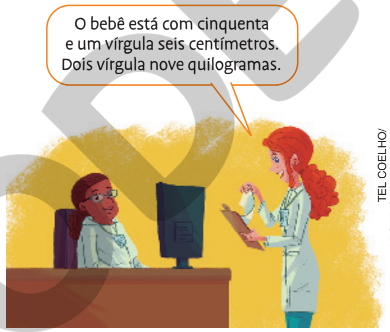
ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Observe alguns exemplos.

a) 2,3 → dois inteiros e três décimos
b) 3,20 → três inteiros e vinte centésimos
c) 20,001 → vinte inteiros e um milésimo
d) 1,003 → um inteiro e três milésimos

Quando a parte inteira é zero, podemos ler apenas a parte decimal. Observe.

a) 0,5 → cinco décimos
b) 0,15 → quinze centésimos
c) 0,008 → oito milésimos
d) 0,621 → seiscentos e vinte e um milésimos



TEL COELHO/ ARQUIVO DA EDITORA

Em várias situações, como a apresentada na ilustração, não lemos os números na forma decimal ressaltando suas ordens, mas simplesmente informamos onde fica a vírgula.

Observe.

a) 3,2 → três vírgula dois
b) 0,35 → zero vírgula trinta e cinco
c) 1,032 → um vírgula zero trinta e dois

Em geral, esse tipo de leitura é utilizado na linguagem oral e nos meios de comunicação.

Observação

▶ Como $0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ (um meio), é comum lermos 0,5 (cinco décimos) como **meio**. Dessa forma, também lemos 1,5 como **um e meio**, 2,5 como **dois e meio**, e assim por diante.

Como se leem os números escritos na forma decimal

Este tópico possibilita o desenvolvimento das habilidades (EF06MA01) e (EF06MA02) ao propor aos estudantes a leitura dos números escritos na forma decimal e trabalhar diferentes significados da representação.

Verifique se eles percebem que a leitura de números racionais na forma decimal pode ser relacionada à leitura das frações decimais associadas a esses números.

Se julgar necessário, retome como se leem as frações. Promova ditados de números racionais na forma decimal, explorando todas as maneiras apresentadas de fazer a leitura desses números, para que os estudantes se acostumem com elas. Em seguida, registre na lousa alguns números na forma decimal para que escrevam no caderno duas maneiras de ler tais números.

Sugestão de leitura

SOUSA JUCÁ, R.; FRANCO DE SÁ, P. Alguns aspectos históricos dos números decimais. **Revista História da Matemática para Professores**, [*S. l.*], v. 1, n. 1, p. 29-36, 2014. Disponível em: https://rhmp.com.br/index.php/RHMP/article/view/5. Acesso em: 14 jun. 2022.

Neste artigo, os autores procuraram mostrar como o uso das frações foi sendo substituído pelo uso dos números decimais; haja vista o cálculo trabalhoso com as frações sexagesimais, procurou-se então substituir estas pelas frações decimais, e depois essas, pelos números decimais.

Exercícios propostos

Este bloco de exercícios explora a representação, a escrita e a leitura de números racionais na forma decimal.

Verifique se os estudantes ainda têm dificuldades nos **exercícios** de **4** a **8**, que abordam representações com figuras, fazendo as intervenções necessárias para auxiliá-los. Se possível, mantenha o material dourado à disposição deles e sugira-lhes que façam a representação com as peças desse material.

No **exercício 4**, pode-se verificar que cada retângulo, que representa o inteiro, está divido em 10 partes iguais. Portanto, cada quadrinho laranja representa $\frac{1}{10} = 0{,}1$. Dessa maneira, no **item a**, como há 5 quadrinhos laranja, eles representam o número 0,5 e, no **item b**, como há 18 quadrinhos laranja, eles representam o número 1,8.

No **exercício 5**, como a barra está dividida em 10 partes iguais, 3 partes correspondem a $\frac{3}{10} = 0{,}3$.

No **exercício 6**, entre as figuras indicadas por uma chave, há 3 inteiramente pintadas de azul, e uma parcialmente pintada. A figura que está pintada de forma parcial está dividida em 100 quadrinhos, e 25 deles são azuis, portanto, o número que está representado é dado por $3 + \frac{25}{100}$, ou seja, 3,25.

No **exercício 7**, verifique se os estudantes associam o valor das moedas corretamente e se compreendem que, neste caso, a moeda de 1 real representa o inteiro. No **item a**, há 3 moedas de 1 real, 4 moedas de 10 centavos e 1 moeda de 5 centavos, ou seja, $3 + 4 \cdot 0{,}1 + 0{,}05 = 3{,}45$. No **item b**, há 5 moedas de 25 centavos; como 4 delas equivalem a 1 real, o total é dado por $1 + 0{,}25$, ou seja, 1,25.

As resoluções dos **exercícios 8** e **9** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

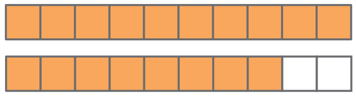
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

4 Registre, na forma decimal, o número que representa a parte colorida de laranja em cada uma das figuras.

a) 

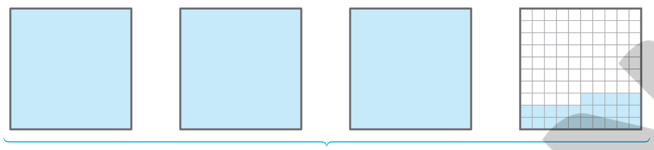
4. a) 0,5

b) 

4. b) 1,8

5 Imagine uma barra de chocolate dividida em 10 partes iguais. Registre, na forma decimal, o número que corresponde a 3 das 10 partes dessa barra. **5.** 0,3

6 Considerando a figura 1 como 1 inteiro, escreva, na forma decimal, o número que representa a parte pintada de azul do grupo de figuras a seguir.



6. 3,25

Figura 1: 1 inteiro

7 Qual é o valor numérico que representa as pilhas de moedas de cada item?

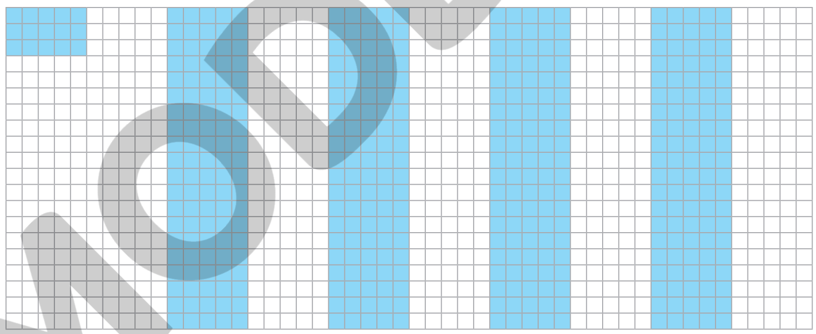
a) 

7. a) 3,45

b) 

7. b) 1,25

8 Responda às questões, considerando a malha como 1 inteiro.



a) Quantos quadradinhos há nessa malha? **8. a)** 1 000 quadradinhos.
b) Que número, na forma decimal, corresponde à parte pintada de azul? **8. b)** 0,415.
c) E à parte não pintada de azul? **8. c)** 0,585.

9 Registre cada fração na forma decimal.

a) $\frac{7}{10}$ **9. a)** 0,7 b) $\frac{3}{10}$ **9. b)** 0,3 c) $\frac{18}{100}$ **9. c)** 0,18 d) $\frac{4}{100}$ **9. d)** 0,04 e) $\frac{13}{1\,000}$ **9. e)** 0,013 f) $\frac{325}{1\,000}$ **9. f)** 0,325

212

10. Respostas possíveis: 10. a) trinta inteiros e seis centésimos, $\frac{3\,006}{100}$ 10. b) três inteiros e seis milésimos, $\frac{3\,006}{1\,000}$ 10. c) trinta e seis milésimos, $\frac{36}{1\,000}$

10 Escreva como lemos cada número e represente-o por uma fração decimal.

a) 30,06 b) 3,006 c) 0,036 d) 0,306 e) 300,6 f) 0,36

11 Escreva como lemos os números destacados nas informações.

11. b) Resposta possível: cinquenta e sete vírgula duzentos e noventa e oito.

a) Segundo a Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis, em janeiro de 2022, o preço médio da gasolina em Rio Branco, no Acre, era R$ **6,947**.

b) Rebeca Andrade conquistou medalha de prata na ginástica feminina das Olimpíadas de Tóquio em 2021 com **57,298** pontos.

ARTUR FUJITA/ ARQUIVO DA EDITORA

11. a) Resposta possível: seis vírgula novecentos e quarenta e sete.

12 Escreva cada um dos números utilizando algarismos.

a) Dez vírgula quarenta e cinco. 12. a) 10,45

b) Setenta e cinco centésimos. 12. b) 0,75

c) Dois inteiros e vinte e cinco milésimos. 12. c) 2,025

d) Setenta e dois décimos de milésimos. 12. d) 0,0072

13 *Hora de criar* – Pesquise um texto que tenha números racionais e troque-o com o de um colega. Escrevam como se leem os números que estiverem na forma de fração ou decimal. Escrevam na forma de fração ou na forma decimal os que estiverem por extenso. Depois, destroquem os textos para corrigi-los. 13. Resposta pessoal.

10. d) trezentos e seis milésimos, $\frac{306}{1\,000}$

10. e) trezentos inteiros e seis décimos, $\frac{3\,006}{10}$

10. f) trinta e seis centésimos, $\frac{36}{100}$

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Pense mais um pouco...

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Junte-se a um colega para fazer estas atividades.

(Nas calculadoras, a vírgula é indicada por um ponto.)

Pense mais um pouco...:

KAREN ROACH/SHUTTERSTOCK

1 Em uma calculadora, foram digitados os números:

• 4 . 1 • 0 . 4 • . 0 3 2 • 3 . 1 4

Escrevam como lemos cada um desses números.

2 Registrem as teclas a serem digitadas em uma calculadora para que apareça no visor cada número a seguir. 2. a) 1 0 0 . 0 4

a) cem inteiros e quatro centésimos

b) vinte e um milésimos

c) cento e um centésimos

d) dois mil e três milésimos

2. b) . 0 2 1 ou 0 . 0 2 1 2. c) 1 . 0 1 2. d) 2 . 0 0 3

3 Lembrando que uma das ideias de fração é representar o quociente entre o numerador e o denominador, façam o que se pede.

a) Usem a tecla ÷ de uma calculadora e obtenham a forma decimal de:

$\frac{5}{10}, \frac{5}{100}, \frac{23}{100}, \frac{4}{1.000}, \frac{48}{10}, \frac{607}{10\,000}, \frac{2\,901}{1\,000}, \frac{5}{1\,000\,000}, \frac{23}{10}, \frac{23}{10\,000}$ 3. a) 0,5; 0,05; 0,23; 0,004; 4,8; 0,0607; 2,901; 0,000005; 2,3; 0,0023

b) Comparem a quantidade de zeros dos denominadores das frações decimais do item **a** com a quantidade de casas decimais dos resultados escritos na forma decimal. Em seguida, descrevam um procedimento prático para representar uma fração decimal como um número na forma decimal. 3. b) Espera-se que os estudantes concluam que, para representar uma fração decimal como um número na forma decimal, escreve-se o numerador da fração com tantas casas decimais quantos forem os zeros do denominador.

4 Agora, sem usar a calculadora e sem efetuar a divisão ou a multiplicação, façam o que se pede.

a) Escrevam cada fração na forma decimal. 4. a) Respostas:

$\frac{127}{10}$ $\frac{127}{10} = 12,7$ $\frac{123}{100}$ $\frac{123}{100} = 1,23$ $\frac{254}{1\,000}$ $\frac{254}{1\,000} = 0,254$ $\frac{3\,254}{1\,000}$ $\frac{3\,254}{1\,000} = 3,254$ $\frac{2\,045}{100}$ $\frac{2\,045}{100} = 20,45$ $\frac{814}{10\,000}$ $\frac{814}{10\,000} = 0,0814$

b) Representem na forma de fração decimal. 4. b) Respostas:

0,5 $0,5 = \frac{5}{10}$ 0,035 $0,035 = \frac{35}{1\,000}$ 4,45 $4,45 = \frac{445}{100}$ 0,04 $0,04 = \frac{4}{100}$ 13,2 $13,2 = \frac{132}{10}$ 0,5424 $0,524 = \frac{5\,424}{10\,000}$

1. Respostas possíveis:
- Quatro inteiros e um décimo.
- Quatro décimos.
- Trinta e dois milésimos.
- Três inteiros e catorze centésimos.

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 10** a **13** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

Pense mais um pouco...

Nesta seção, caso nem todos os estudantes disponham de calculadora, é possível formar duplas. Nesse caso, instrua-os a compartilhar a calculadora de maneira que todos os estudantes a utilizem.

O contato com a calculadora em atividades cujo foco não seja simplesmente chegar a resultados de cálculos preestabelecidos é essencial para os estudantes lidarem com uma ferramenta tão presente no cotidiano e desenvolverem a habilidade de utilizá-la como recurso que agiliza os cálculos, mas sempre com a compreensão dos resultados obtidos.

Vale destacar que todos os cálculos necessários nessa atividade envolvem comparações, observações e busca de generalizações, ou seja, os estudantes precisam refletir sobre esses resultados, não bastando apertar as teclas mecanicamente. Explique a eles que algumas calculadoras podem adotar o ponto em lugar da vírgula para separar a parte inteira da parte decimal dos números. Também é comum que algumas calculadoras utilizem a vírgula como separador de ordens. Nesse caso, é conveniente explicar o significado dela aos estudantes.

Na **atividade 4**, os estudantes precisam aplicar o resultado explorado no **item b** da **atividade 3**. Se necessário, incentive-os a compartilhar as observações que fizeram no **item b** da **atividade 3** e, ainda, a utilizar a calculadora para conferir as respostas da **atividade 4**.

As resoluções das **atividades 1** a **4** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

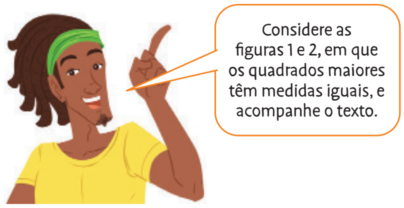
4. Representações decimais equivalentes

Habilidade da BNCC: **EF06MA07**.

Neste tópico, desenvolve-se a habilidade (EF06MA07), pois os estudantes exploram a ideia de frações equivalentes, a fim de relacionar representações decimais equivalentes. Verifique se eles apreenderam o conceito de frações equivalentes. Se houver necessidade, explore alguns exemplos utilizando figuras retangulares divididas em partes iguais para representar frações equivalentes.

Outro recurso que os estudantes podem utilizar, é a representação de números com o material dourado.

4 Representações decimais equivalentes



ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Figura 1

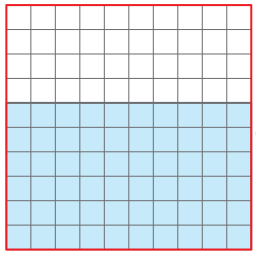


Figura 2

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Na figura 1, o interior do quadrado foi dividido em 10 partes iguais. A parte pintada de azul pode ser representada por $\frac{6}{10}$ ou 0,6.

Na figura 2, o interior do quadrado foi dividido em 100 partes iguais. A parte pintada de azul pode ser representada por $\frac{60}{100}$ ou 0,60.

As frações $\frac{6}{10}$ e $\frac{60}{100}$ são equivalentes, pois correspondem à mesma parte do inteiro.

Da mesma maneira, os registros 0,6 e 0,60 são **equivalentes**.

Quando dividimos cada quadradinho da figura 2 em 10 pedacinhos iguais, encontramos outra fração decimal, $\frac{600}{1\,000}$ ou o número 0,600, correspondente à mesma parte pintada de azul.

Continuando com esse processo, encontramos:

- frações decimais equivalentes:

$$\frac{6}{10} = \frac{60}{100} = \frac{600}{1\,000} = \frac{6\,000}{10\,000} = \ldots$$

- representações decimais equivalentes:

$$0{,}6 = 0{,}60 = 0{,}600 = 0{,}6000 = \ldots$$

Os zeros colocados à direita de 0,6 não alteraram o número. De modo geral, um número não se altera quando, em sua representação decimal, acrescentam-se ou suprimem-se um ou mais zeros à direita de sua parte decimal.

Observe outros exemplos.

a) $0{,}5 = 0{,}50 = 0{,}500$, pois: $\frac{5}{10} = \frac{50}{100} = \frac{500}{1\,000}$

b) $2{,}8 = 2{,}80 = 2{,}800$, pois: $\frac{28}{10} = \frac{280}{100} = \frac{2\,800}{1\,000}$

c) $0{,}6300 = 0{,}630 = 0{,}63$, pois: $\frac{6\,300}{10\,000} = \frac{630}{1\,000} = \frac{63}{100}$

Exercícios propostos

No **exercício 14**, explore o fato de que um número não se altera quando, em sua representação decimal, acrescentam-se ou suprimem-se um ou mais zeros à direita de sua parte decimal. Assim, 4,2 e 4,20 são equivalentes e correspondem a 4 inteiros e 2 décimos (ou 4 inteiros e 20 centésimos), 6,12 e 6,120 são equivalentes (6 inteiros e 12 décimos ou 6 inteiros e 120 centésimos) e 2,03 e 2,030 são equivalentes (2 inteiros e 3 centésimos ou 2 inteiros e 30 milésimos).

O **exercício 15** apresenta dois garrafões de formatos diferentes, porém de mesma capacidade. Aproveite e retome esse conceito com os estudantes, discutindo com a turma o significado dos números apresentados nos rótulos.

A comparação de números racionais na forma decimal também é usada em supermercados, por exemplo, ao verificar qual produto tem preço menor.

Para responder ao **exercício 16**, os estudantes precisam determinar as medidas cuja representação decimal seja equivalente. Como 1,80 m indica 1 m e 80 cm, e 1,8 m indica 1 m e 8 dm essas alturas são equivalentes, ou seja, Daniel e Marcos têm a mesma altura. Semelhantemente, determina-se que Carlos (1,080 m) e Laura (1,08 m) têm a mesma altura.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

14 Verifique em cada caso quais são as representações decimais equivalentes.

a) 4,2; 4,02; 4,20 **14. a)** 4,2 e 4,20

b) 6,12; 6,120; 6,012 **14. b)** 6,12 e 6,120

c) 2,03; 2,030; 2,003 **14. c)** 2,03 e 2,030

15 Observe os rótulos dos dois garrafões cheios de água. É correto afirmar que a quantidade de água é a mesma nos dois garrafões? Justifique sua resposta. **15.** Sim, pois: 2,5 = 2,50.

CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

16 O quadro contém a medida da altura, em metro, de algumas pessoas.

Nome	Daniel	Laura	Marcos	Carlos	Luana
Medida da altura	1,80	1,08	1,8	1,080	1,008

Quais dessas pessoas têm a mesma medida de altura? **16.** Daniel e Marcos; Laura e Carlos.

5 Comparação de números racionais na forma decimal

Uma vantagem dos números racionais representados na forma decimal sobre os representados na forma de fração é a facilidade com que podemos comparar esses números.

TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados dois números na forma decimal, será maior aquele que tiver a maior parte inteira; será menor o que tiver a menor parte inteira.

Observe os exemplos.

a) 5,2 > 2,75, pois: 5 > 2

b) 7,354 < 12,56, pois: 7 < 12

5. Comparação de números racionais na forma decimal

- Habilidade da BNCC: **EF06MA01**.

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade (EF06MA01), pois os estudantes precisam ler e comparar os números racionais na representação decimal. Proponha aos estudantes que façam a leitura da situação apresentada neste tópico e, se possível, que utilizem uma trena ou fita métrica para medir distâncias na sala de aula que sejam equivalentes às medidas apresentadas na situação. Depois, incentive-os a registrar no caderno uma reta numérica e indicar nela alguns números racionais na representação decimal.

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 17** a **19** e **23** e **24** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

No **exercício 20**, os estudantes deverão identificar os números naturais que estão de acordo com as comparações do enunciado. Pode-se propor que reescrevam os enunciados de maneira que as respostas continuem as mesmas, ou seja, 98 e 0. Por exemplo:

- Qual é o menor número natural maior que 97,1? E o menor número natural menor que 0,9?
- Qual é o menor número natural maior que 97,08? E o menor número natural menor que 0,00004?

Proponha a eles também que elaborem outras situações que lhes possibilitem comparar números racionais na forma decimal, por exemplo:

- Qual é o menor número natural maior que 100,1? E o menor número natural menor que 15,03? (101 e 15)
- Qual é o menor número natural maior que 0,7? E o menor número natural menor que 22,9? (1 e 22)

No **exercício 21**, incentive os estudantes a reconhecerem como as comparações entre números racionais na forma decimal são comuns em situações cotidianas. É importante perceberem que, na situação do exercício, não ocorre a comparação apenas da quantidade de suco de cada embalagem, mas também dos preços, uma vez que a informação "estão sendo vendidas pelo mesmo preço" já é uma comparação entre as diferentes embalagens e um dado fundamental para concluir qual é a embalagem mais vantajosa.

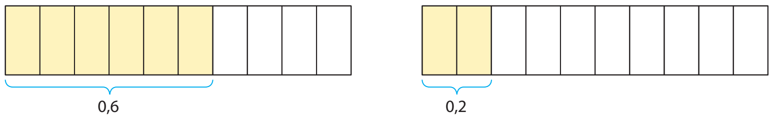
No **exercício 22**, deixe que os estudantes expliquem por que as alternativas **a**, **b** e **c** são falsas e que compartilhem as estratégias de resolução desta atividade. Na comparação das alternativas **a** e **b**, por exemplo, eles podem representar a fração em decimal ou vice-versa. Assim, verifica-se:

a) $0,4 > 0,4$ (falso, pois $0,4 = 0,4$)
b) $1 < 0,5$ (falso, pois $1 > 0,5$)
c) $0,40 < 0,31$ (falso, pois $0,40 > 0,31$)
d) $2 > 1,9$ (verdadeiro)

Se dois números tiverem a mesma parte inteira, para saber qual deles é maior, devemos observar as casas decimais.

Acompanhe um exemplo.

Vamos considerar os retângulos, de medidas iguais, representados a seguir. As regiões interiores estão divididas em 10 partes iguais.



As figuras mostram que $0,6 > 0,2$.

Sempre que as partes inteiras forem iguais, devemos comparar as partes decimais.

Observe alguns exemplos.

a) $3,5 > 3,4$, pois: 5 décimos > 4 décimos

b) $2,54 > 2,51$, pois: 54 centésimos > 51 centésimos

c) $45,764 > 45,762$, pois: 764 milésimos > 762 milésimos

d) $3,18 > 3,174$, pois: 180 milésimos > 174 milésimos

Igualamos as casas decimais.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

17 A caçamba do caminhão A leva em torno de 7,2 toneladas, e a caçamba do caminhão B leva 7,5 toneladas. Em qual dos dois caminhões a medida da massa transportada pode ser maior? **17.** No caminhão B.

18 Quem tem maior medida de massa: Maria, que tem 58,6 quilogramas, ou Isabela, que tem 58,570 quilogramas? **18.** Maria.

19 Escreva todos os números naturais compreendidos entre 12,3 e 17,1. **19.** 13, 14, 15, 16 e 17

20 Qual é o menor número natural maior que 97,25? E o maior número natural menor que 0,01? **20.** 98; 0

21 Os dois recipientes ilustrados estão com a medida de capacidade indicada.

Qual dessas embalagens é mais vantajosa para o comprador, sabendo que elas estão sendo vendidas pelo mesmo preço? Por quê?

21. A garrafa é mais vantajosa, pois contém mais suco pelo mesmo preço da outra embalagem.

22 (Saresp) Das comparações abaixo, qual é a verdadeira? **22.** Alternativa **d**.

a) $0,4 > \frac{4}{10}$ c) $0,40 < 0,31$

b) $1 < \frac{1}{2}$ d) $2 > 1,9$

23 Mário digitou em sua calculadora:

6 0 0 ÷ 1 0 0 0 · 0 =

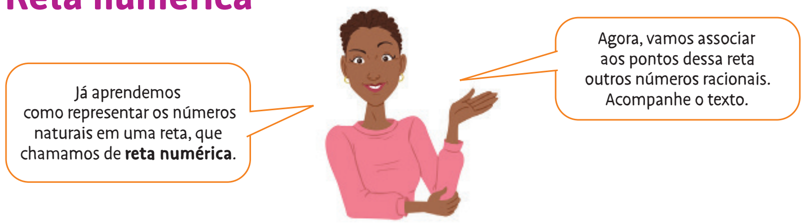
e Maísa apertou a sequência de teclas:

6 0 0 ÷ 1 0 0 0 0 =

a) Que número apareceu no visor de cada um?
b) Entre esses números, qual é o maior?
23. a) Mário: 0,6; Maísa: 0,06. **23. b)** 0,6

24 ***Hora de criar*** – Pesquise preços diferentes de um mesmo produto, com as mesmas condições (qualidade, quantidade, validade etc.), expressos com números racionais na forma decimal. Elabore um problema em que haja a comparação desses preços. Troque-o com o de um colega. Depois de cada um resolver o problema elaborado pelo outro, destroquem para corrigi-los. **24.** Resposta pessoal.

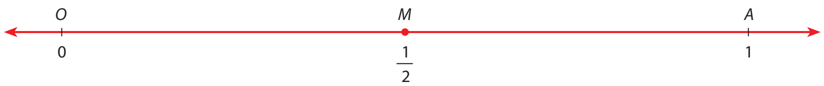
6 Reta numérica



ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

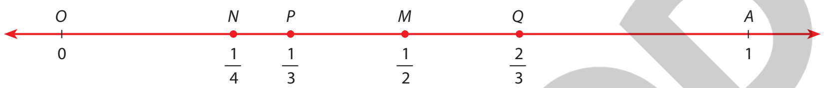
Observe como procedemos para representar $\frac{1}{2}$ na reta numérica.

Como $\frac{1}{2}$ é maior que zero e menor que 1, dizemos que ele está entre 0 e 1. Para localizar o ponto que o representa na reta numérica, marcamos sobre ela os pontos *O* e *A*, correspondentes aos números naturais 0 e 1, respectivamente. Em seguida, dividimos o segmento de reta $\overline{OA}$ em duas partes iguais, determinando o ponto *M*, que representa o número $\frac{1}{2}$.



De modo análogo, podemos representar os números $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$.

Para obter o ponto *N*, correspondente a $\frac{1}{4}$, dividimos o segmento $\overline{OA}$ em quatro partes iguais e, a partir de *O*, tomamos uma parte. Se quisermos, podemos utilizar a reta anterior, em que já determinamos o ponto *M*, e dividimos o segmento $\overline{OM}$ em duas partes iguais. Para obter os pontos *P* e *Q*, correspondentes a $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$, respectivamente, dividimos o segmento $\overline{OA}$ em três partes iguais e, a partir de *O*, tomamos uma parte para $\frac{1}{3}$ e duas partes para $\frac{2}{3}$.



Também podemos representar números racionais que estão na forma decimal na reta numérica. Por exemplo, vamos determinar os pontos *R* e *S*, correspondentes a 0,3 e 2,6, respectivamente. Como 0,3 está entre 0 e 1 e 2,6 está entre 2 e 3, marcamos sobre a reta os pontos *O*, *A*, *B* e *C* correspondentes aos números naturais 0, 1, 2 e 3, respectivamente. Dividimos o segmento $\overline{OA}$ em dez partes iguais. Cada uma dessas partes corresponde a 0,1. Assim, para representar o número 0,3, tomamos três dessas partes a partir do zero.

Para obter a representação de 2,6, dividimos o segmento $\overline{BC}$ em dez partes iguais e, a partir de 2, tomamos seis dessas partes.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

6. Reta numérica

Habilidades da BNCC: **EF06MA01** e **EF06MA08**.

Este tópico favorece o desenvolvimento das habilidades (EF06MA01) e (EF06MA08), pois os estudantes explorarão os números racionais na forma de fração e na forma decimal associando-os a pontos da reta numérica. Verifique quanto eles se recordam da representação dos números naturais na reta numérica.

Considerando que todo número natural é, também, um número racional, pode-se observar que os números racionais $\frac{2}{10}$ e $\frac{1}{2}$, por exemplo, devem ser associados a pontos da reta que se encontram entre 0 e 1, ou seja, 0,2 e 0,5 estão na reta numérica entre 0 e 1.

Reproduza na lousa os procedimentos descritos no livro do estudante, ressaltando cada passo.

217

Exercícios propostos

Nos **exercícios 25** e **26**, ressalte que cada reta está dividida em partes iguais, mas representando números racionais e intervalos distintos. No **item a**, por exemplo, o intervalo representado é o [0, 2], no **item b**, [0; 0,1] e no **exercício 26** o intervalo [10; 10,5].

Para determinar os números representados por Z e X, deve-se considerar que as marcações indicam que o inteiro está dividido em 10 partes iguais e, portanto, como Z ocupa a 5ª marcação e X a 12ª marcação a partir do 0, esses números são dados por $5 \cdot 0{,}1$ e $12 \cdot 0{,}1$, respectivamente. Logo, $Z = 0{,}5$ e $X = 1{,}2$.

Analogamente, obtêm-se:

$R = 1 \cdot (0{,}1 : 10) = 0{,}01$

$Q = 5 \cdot (0{,}1 : 10) = 0{,}05$

No **exercício 26**, como a distância entre G e H equivale a 0,05, os números representados pelas marcações indicadas pelos traços são: 10; 10,05; 10,1; 10,15; 10,2; 10,25; 10,30; 10,35; 10,4; 10,45 e 10,5. Assim, obtêm-se:

$10{,}1 < I < 10{,}15$

$10{,}3 < J < 10{,}35$

$10{,}45 < K < 10{,}5$

Além disso, pela posição de I, percebe-se que está mais próximo de 10,1 do que de 10,15. Também se observa que o número indicado por J está mais perto de 10,3 do que de 10,35 e quase na metade deste intervalo. De modo semelhante, K está aproximadamente na metade do intervalo entre 10,45 e 10,5.

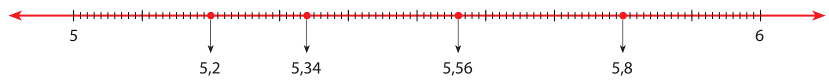
No **exercício 27** retome com os estudantes que entre dois números racionais é sempre possível encontrar outro número racional; por exemplo, a média entre dois números racionais será um número racional.

Para ampliar essa noção, forneça a eles intervalos para escreverem números racionais na forma decimal de cada intervalo, por exemplo:

- entre 0 e 1 (0,5 e 0,9);
- entre 0,5 e 0,6 (0,51 e 0,57);
- entre 0,51 e 0,52 (0,512 e 0,517).

Agora, observe a representação dos números 5,2; 5,34; 5,56 e 5,8. Note que todos estão entre 5 e 6. Como precisamos representar centésimos, dividimos o intervalo entre 5 e 6 em cem partes iguais, e cada uma corresponde a 0,01.

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA



- Se tivesse que representar o número 5,716, em uma reta numérica, entre os números 5,7 e 5,8, explique como faria essa representação. Resposta possível: Dividiria o intervalo entre 5,7 e 5,8 em cem partes iguais, e cada uma corresponde a 0,001. Assim, a representação do número 5,716 estaria na 16ª divisão, a partir de 5,7.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

25 Determine o número correspondente a cada um dos pontos indicados nas retas numéricas.

a)

b)

25. a) $Z = 0{,}5$; $X = 1{,}2$ 25. b) $R = 0{,}01$; $Q = 0{,}05$

26 Estime o número correspondente a cada um dos pontos indicados na reta numérica.
26. resposta possível: $I = 10{,}11$; $J = 10{,}32$; $K = 10{,}475$

27 Observe a sua régua de traçar segmentos de reta. Ela lembra uma reta numerada. A régua é graduada em centímetros (indicados pelos números) e em milímetros. Por exemplo, entre os números 11 e 16, pode-se ler as medidas 12, 13, 14 e 15 centímetros. Entre os números 13 e 14, pode-se ler as medidas 13,1; 13,2; 13,3; ... 13,9 centímetros.

GOIR/ISTOCK PHOTO/GETTY IMAGES

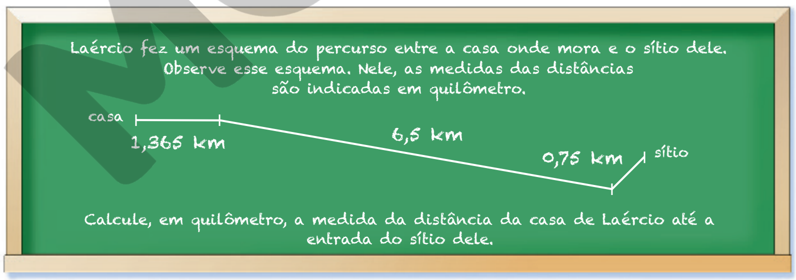
Usando uma régua, dê as medidas em centímetro: **27.** Respostas pessoais.

a) de seu palmo; b) do comprimento da sua caneta; c) da largura e da espessura do seu caderno.

7 Adição e subtração

O problema a seguir foi proposto a Ana, Luiz e Carlos.

JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA



ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Acompanhe a resolução de cada um.

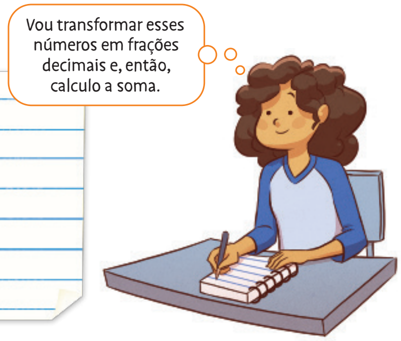
- Ana

$$1{,}365 + 6{,}5 + 0{,}75 = \frac{1\,365}{1\,000} + \frac{65}{10} + \frac{75}{100} =$$

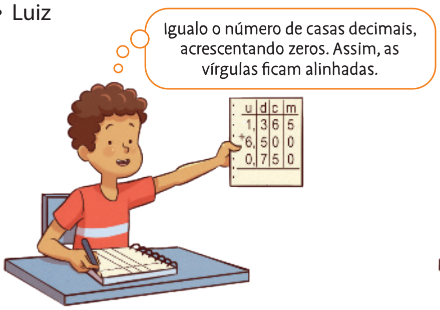
$$= \frac{1\,365}{1\,000} + \frac{6\,500}{1\,000} + \frac{750}{1\,000} = \frac{8\,615}{1\,000} = 8{,}615$$

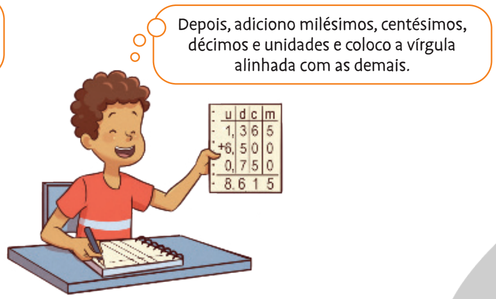
Logo, da casa de Laércio até a entrada do sítio dele há 8,615 quilômetros.

LIGIA DUQUE/ARQUIVO DA EDITORA



- Luiz



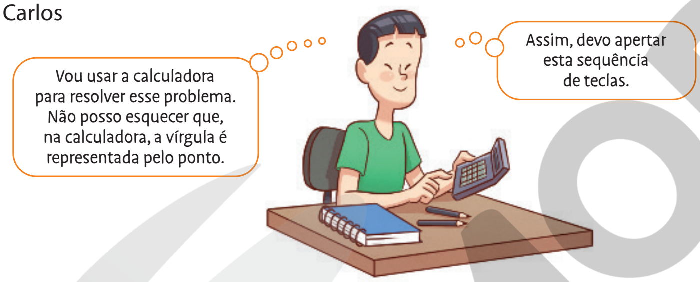


Então, a medida da distância da casa de Laércio até a entrada do sítio dele é de 8,615 quilômetros.

LIGIA DUQUE/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

- Carlos



1 . 3 6 5 + 6 . 5 + 0 . 7 5 = 8.615

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Logo, tenho 1,365 + 6,5 + 0,75 = 8,615.
Portanto, a medida da distância procurada é 8,615 quilômetros.

LIGIA DUQUE/ARQUIVO DA EDITORA

- Você faria esse cálculo de modo diferente? Explique como faria. Resposta pessoal.

7. Adição e subtração

Habilidades da BNCC: **EF06MA10** e **EF06MA11**.

Este tópico desenvolve as habilidades (EF06MA10) e (EF06MA11), pois aborda a adição e a subtração envolvendo números racionais na forma de fração e na forma decimal. É interessante mostrar aos estudantes que existem maneiras diferentes de abordar e resolver um problema, assim como no caso do que foi proposto para Ana, Luiz e Carlos, na situação que inicia este tópico. Discuta com eles as três resoluções apresentadas.

- Ana fez a representação de cada número em frações decimais, efetuou a adição e expressou o resultado com a representação decimal para indicar a resposta.

Se julgar necessário, retome a adição e a subtração de números racionais na forma de fração.

- Luiz efetuou a adição diretamente, com os números racionais na forma decimal. Reproduza na lousa o cálculo de Luiz, destacando cada passo do procedimento.
- Carlos usou a calculadora.

Se possível, proponha aos estudantes outros cálculos para que eles os efetuem na calculadora. Proponha também que estimem a soma antecipadamente e então avaliem o resultado obtido na calculadora.

Todos os procedimentos são válidos; não existe apenas um correto. É importante estar atento às diversas estratégias que podem surgir.

Adição e subtração

Discuta com os estudantes os procedimentos de cada operação exemplificada. Pode-se sugerir a estudantes diferentes que expliquem o procedimento de cada uma das operações.

Situações envolvendo o uso de valores do sistema monetário brasileiro para abordar números racionais na forma decimal possibilitam aos estudantes atribuírem significado aos números racionais na forma decimal.

Sugira que compartilhem com os colegas diferentes situações de compra e venda em que se utilizam valores em reais. Proponha aos estudantes que contem um pouco dessas experiências e comentem como lidam com o dinheiro nessas situações.

Uma sugestão de atividade a ser explorada é a simulação de uma feira ou mercado, na qual os estudantes usam dinheiro fictício para lidar com situações de compra e venda. Aproveite para explorar o registro de centavos e efetuar operações com quantias que os envolvam. Por exemplo: cada lápis custa R$ 1,50; um caderno custa R$ 13,35; entre outros.

Analise outros exemplos de adição com números na forma decimal.

a) 3,28 + 2,1 + 0,023

$$\begin{array}{r} 3{,}280 \\ +\ 2{,}100 \\ 0{,}023 \\ \hline 5{,}403 \end{array}$$

b) 5 + 0,5 + 24,365

$$\begin{array}{r} 5{,}000 \\ +\ 0{,}500 \\ 24{,}365 \\ \hline 29{,}865 \end{array}$$

c) 0,04 + 7

$$\begin{array}{r} 0{,}04 \\ +\ 7{,}00 \\ \hline 7{,}04 \end{array}$$

Observe agora algumas subtrações.

a) 12,5 – 4,825

$$\begin{array}{r} 12{,}500 \\ -\ 4{,}825 \\ \hline 7{,}675 \end{array}$$

b) 4 – 2,351

$$\begin{array}{r} 4{,}000 \\ -\ 2{,}351 \\ \hline 1{,}649 \end{array}$$

c) 8,4215 – 3

$$\begin{array}{r} 8{,}4215 \\ -\ 3{,}0000 \\ \hline 5{,}4215 \end{array}$$

Efetuar operações com números na forma decimal nos auxilia a resolver problemas que enfrentamos no dia a dia.

A situação a seguir é um exemplo.

Por meio de uma expressão numérica, é possível representar com quantos reais Marcos ficou após ganhar o troco da mãe.

$$\underbrace{20{,}50}_{\text{Quantia que Marcos tinha.}} + \underbrace{(20{,}00 - 18{,}75)}_{\text{Troco que Marcos vai juntar ao que tinha.}}$$

Sabemos que os parênteses indicam a operação a ser feita em primeiro lugar.

Então, calculamos o valor dessa expressão da seguinte maneira:

$$20{,}50 + (20{,}00 - 18{,}75) =$$

$$= 20{,}50 + 1{,}25 =$$

$$= \underbrace{21{,}75}_{\text{Quantia com que Marcos ficou.}}$$

Cálculos

$$\begin{array}{r} 20{,}00 \\ -\ 18{,}75 \\ \hline 1{,}25 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20{,}50 \\ +\ 1{,}25 \\ \hline 21{,}75 \end{array}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

28 (Saresp) A temperatura normal de Carlos é 37 graus. Ele ficou com gripe e observou que estava com 37,8 graus de temperatura. Tomando um analgésico, sua temperatura baixou 0,5 grau, chegando ao valor de: **28.** Alternativa **a.**

a) 37,3 graus.
b) 37,4 graus.
c) 37,5 graus.
d) 37,6 graus.

CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

29 Determine as diferenças.

a) 0,4 – 0,325 **29. a)** 0,075
b) 1 – 0,275 **29. b)** 0,725
c) 5,6 – 4 **29. c)** 1,6
d) 12,36 – 8,634 **29. d)** 3,726

30 Calcule:

a) 0,075 + 0,325 **30. a)** 0,4
b) 0,725 + 0,275 **30. b)** 1
c) 1,6 + 4 **30. c)** 5,6
d) 3,726 + 8,634 **30. d)** 12,36
e) 0,4 – 0,075 **30. e)** 0,325
f) 1 – 0,725 **30. f)** 0,275
g) 5,6 – 1,6 **30. g)** 4
h) 12,36 – 3,726 **30. h)** 8,634

31 Compare os quatro primeiros itens do exercício **30** com os quatro itens do **29**. Depois, considere os quatro últimos itens do exercício **30** para escrever uma conclusão sobre as suas observações.

32 Ganhei da minha avó R$ 100,00 na sexta-feira. No sábado, comprei uma camiseta de R$ 37,50 e uma bermuda de R$ 36,25. Além disso, tomei um lanche de R$ 7,75.

a) Quanto sobrou da quantia que ganhei? **32. a)** R$ 18,50.
b) Como seria uma expressão numérica que representasse essa situação?
32. b) 100,00 – (37,50 + 36,25 + 7,75)

33 Verifique se as somas em cada linha, cada coluna e cada diagonal são iguais.

0,6	1,4	1,6
2,2	1,2	0,2
0,8	1	1,8

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

33. A soma dos números de cada diagonal, de cada linha e de cada coluna dá sempre 3,6.

34 Ana comprou o conjunto de malas do anúncio. Quanto ela pagou? **34.** R$ 652,65.

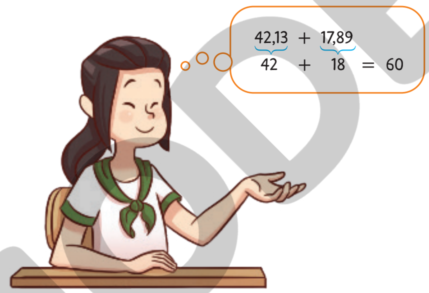
JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

IGORXIII/SHUTTERSTOCK

35 Entre as expressões, qual tem o maior valor? E o menor? **35.** Item **a)** menor valor; Item **d)** maior valor.

a) 2,4 – (1,3 + 0,2)
b) 2,4 – 1,3 + 0,2
c) 2,4 + (1,3 – 0,2)
d) 2,4 + 1,3 + 0,2

36 Débora quer calcular mentalmente o valor aproximado de 42,13 + 17,89. Para isso, ela arredondou cada parcela para a casa das unidades mais próxima e, em seguida, efetuou o cálculo. Observe.



MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

Calcule mentalmente o resultado aproximado de cada item. Faça o registro e, com uma calculadora, verifique se os resultados arredondados são próximos aos exatos.

a) 2,86 + 4,95 **36. a)** 8; 7,81
b) 11,24 + 5,67 **36. b)** 17; 16,91
c) 9,11 + 31,74 **36. c)** 41; 40,85
d) 12,12 – 6,43 **36. d)** 6; 5,69
e) 32,77 – 9,64 **36. e)** 23; 23,13
f) 53,42 – 10,38 **36. f)** 43; 43,04

31. Espera-se que o estudante perceba a relação fundamental entre a adição e a subtração.

Exercícios propostos

No **exercício 28**, uma boa prática é incentivar os estudantes a responderem sem fazer nenhum cálculo escrito, pois essa é uma situação comum do cotidiano deles, na qual o cálculo mental lhes prestará grande auxílio. No caso, precisam efetuar a subtração 37,8 – 0,5, obtendo 37,3 graus.

Nos **exercícios 29** e **30**, verifique se os estudantes efetuam corretamente as adições e subtrações indicadas e se dispõem os números decimais de maneira apropriada, ou seja, de acordo com a ordem dos algarismos.

No **exercício 31**, explore a relação entre a adição e a subtração, possibilitando aos estudantes perceberem, por exemplo, que, se 1,5 + 0,3 = 1,8, então 1,8 – 0,3 = 1,5 e 1,8 – 1,5 = 0,3.

No **exercício 32**, é importante destacar que a resolução, em um primeiro momento, pode ser feita sem cálculos escritos. Isso porque muitos jovens já vivenciaram situações de compra e venda nas quais são comuns pagamentos em dinheiro com a devolução de troco. Incentive os estudantes a realizarem cálculos mentais (especialmente aqueles relacionados com um problema contextualizado) antes de resolverem o problema por meio de cálculos escritos.

Esse tipo de cálculo (chamado de mental exato) deve ser valorizado em sala de aula, pois é um instrumento para aprimorar o cálculo escrito exato.

No **exercício 33**, adicionando os 3 valores em cada linha, em cada coluna e em cada diagonal, obtemos:

- 1ª linha: 0,6 + 1,4 + 1,6 = 3,6
- 2ª linha: 2,2 + 1,2 + 0,2 = 3,6
- 3ª linha: 0,8 + 1 + 1,8 = 3,6
- 1ª coluna: 0,6 + 2,2 + 0,8 = 3,6
- 2ª coluna: 1,4 + 1,2 + 1 = 3,6
- 3ª coluna: 1,6 + 0,2 + 1,8 = 3,6
- Diagonal principal: 0,6 + 1,2 + + 1,8 = 3,6
- Diagonal secundária: 1,6 + 1,2 + + 0,8 = 3,6

Assim, as somas são iguais.

No **exercício 34**, os estudantes podem efetuar a adição 154,60 + 214,90 + 283,15 = 652,65 para determinar a resposta.

As resoluções dos **exercícios 35** e **36** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

Exercícios propostos

No **exercício 37**, com a intenção de aprofundar a interpretação dos dados representados em um gráfico, uma atividade de ampliação é reunir os estudantes em duplas e propor-lhes que escrevam duas afirmações a respeito do gráfico de barras apresentado – uma verdadeira e outra falsa.

Eles devem escrever e entregar as afirmações ao professor. Em seguida, distribua duas afirmações a cada dupla (tendo o cuidado de não terem sido criadas pela própria dupla) e solicite aos estudantes que identifiquem a afirmação verdadeira e corrijam a falsa.

Para o **exercício 38**, os estudantes podem ser incentivados a elaborar uma tabela para apresentar os números racionais no contexto considerado. Depois, com os dados da tabela, eles podem compor um gráfico utilizando os recursos de um *software* de planilha eletrônica. Apresentamos o seguinte exemplo de problema que pode ser elaborado. Em determinado dia, a temperatura máxima em uma cidade foi de 32,7 °C e a temperatura mínima, 19,8 °C. Qual foi a amplitude térmica nesse dia? (Resposta: Como $32{,}7 - 19{,}8 = 12{,}9$, a amplitude foi 12,9 °C).

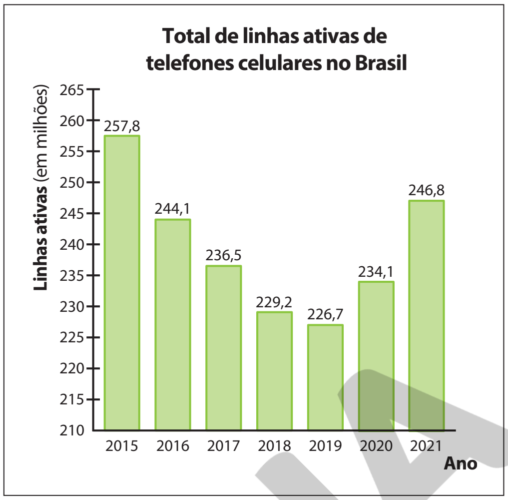
37. a) 257,8 milhões de linhas ativas.
37. b) 10 milhões de linhas ativas.

37 Com o avanço da tecnologia no setor de telecomunicação, o número de linhas ativas de telefones celulares no Brasil aumentou bastante entre os anos 2020 e 2021. Observe o gráfico e responda.

a) Em 2015, existiam quantos milhões de linhas ativas de telefones celulares?

b) De 2016 a 2020 houve diminuição de quantos milhões de linhas ativas de telefones celulares?

c) De acordo com o gráfico, em que ano o número de linhas ativas de telefones celulares foi maior? E em que ano foi menor? **37. c)** 2015; 2019, respectivamente.



Dados obtidos em: ANATEL. [Brasília-DF]: Ministério das Comunicações. Disponível em: https://informacoes.anatel.gov.br/paineis/acessos/telefonia-movel. Acesso em: 3 fev. 2022.

38 ***Hora de criar*** – Utilize uma situação cotidiana na qual você usa números racionais para elaborar um problema e troque-o com um colega. Depois de cada um resolver o problema elaborado pelo outro, destroquem para corrigi-los. **38.** Resposta pessoal.

8 Multiplicação por potências de 10

Ao observar este anúncio, Plínio e Marta imediatamente calcularam o total a ser pago pela bicicleta.

Observe como cada um fez.

- Plínio

$75{,}99 + 75{,}99 + 75{,}99 + 75{,}99 + 75{,}99 + 75{,}99 + 75{,}99 + 75{,}99 + 75{,}99 + 75{,}99 = 759{,}90$

- Marta

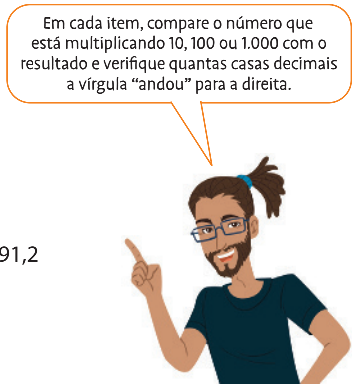
$10 \cdot 75{,}99 = 10 \cdot \dfrac{7\,599}{100} = \dfrac{75\,990}{100} = 759{,}90$

Note que, embora os dois modos sejam equivalentes, Marta realizou menos cálculos para encontrar esse valor fazendo uma multiplicação.

Usando uma calculadora, esse cálculo poderia ser feito da seguinte maneira:

NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Observe outros exemplos, nos quais multiplicamos um número na forma decimal por 10, 100 ou 1.000.



ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

a) $5{,}32 \cdot 10 = \frac{532}{100} \cdot 10 = \frac{5\,320}{100} = 53{,}20$

b) $4{,}3 \cdot 100 = \frac{43}{10} \cdot 100 = \frac{4\,300}{10} = 430$ ou $430{,}0$

c) $10{,}5912 \cdot 1\,000 = \frac{105\,912}{10\,000} \cdot 1\,000 = \frac{105\,912\,000}{10\,000} = 10\,591{,}2$

d) $0{,}0451 \cdot 100 = \frac{451}{10\,000} \cdot 100 = \frac{45\,100}{10\,000} = 4{,}5100$ ou $4{,}51$

e) $9{,}06 \cdot 1\,000 = \frac{906}{100} \cdot 1\,000 = \frac{906\,000}{100} = 9\,060{,}00$ ou 9.060

Na prática, para multiplicar um número na forma decimal por 10, 100, 1 000, 10 000, e assim por diante, deslocamos a vírgula para a direita, respectivamente, uma, duas, três, quatro, … casas decimais.

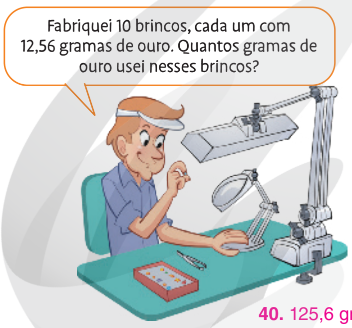
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

39 Resolva mentalmente.

a) $3{,}18 \cdot 10$ **39. a)** 31,8
b) $3{,}18 \cdot 100$ **39. b)** 318
c) $3{,}18 \cdot 1\,000$ **39. c)** 3 180
d) $10 \cdot 9{,}5$ **39. d)** 95
e) $100 \cdot 0{,}0075$ **39. e)** 0,75
f) $10\,000 \cdot 0{,}0456$ **39. f)** 456

40 Resolva.



CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

40. 125,6 gramas.

41 Em um supermercado, cada garrafa com 0,5 litro de água custa R$ 1,97. **41. a)** 5 litros.

a) Miranda comprou 10 dessas garrafas de água. Quantos litros de água ela comprou?
b) Para pagar as garrafas de água, Miranda usou esta cédula:

BANCO CENTRAL DO BRASIL

41. b) R$ 0,30.
Que quantia ela recebeu de troco?
c) Um comerciante comprou 1.000 dessas garrafas de água. Quanto ele gastou? **41. c)** R$ 1 970,00.

8. Multiplicação por potências de 10

Neste momento, uma atividade de ampliação e enriquecimento é utilizar a calculadora para efetuar multiplicações por 10, 100, 1 000, e assim por diante. Após cada cálculo, os estudantes podem verificar o que acontece com a vírgula no número que aparece no visor da calculadora. Essa atividade pode ser usada como motivação para iniciar o assunto ou para validar o que já foi estudado.

Exercícios propostos

Se julgar conveniente, proponha aos estudantes que realizem esse bloco de exercícios em duplas. Depois, um representante de cada dupla pode apresentar a resolução de algum exercício na lousa.

Os **exercícios 39** e **40** podem ser resolvidos por meio de cálculo mental, considerando a multiplicação por potências de 10 e a regra do deslocamento da vírgula nesses casos. O **exercício 40** pode ser resolvido por meio da multiplicação $10 \times 12{,}56 = 125{,}6$.

No **exercício 41**, o **item a** pode ser sistematizado pela multiplicação $10 \cdot 0{,}5 = 5$. No **item b**, o total da compra é dado por $10 \cdot 1{,}97 = 19{,}70$ e o troco por $20{,}00 - 19{,}70 = 0{,}30$. Para o **item c**, obtém-se o total gasto pela multiplicação $1000 \cdot 1{,}97 = 1970{,}00$.

9. Multiplicação

Habilidade da BNCC:
EF06MA11.

Este tópico possibilita o desenvolvimento da habilidade (EF06MA11), pois retoma com os estudantes a multiplicação de números racionais na forma de fração. Proponha a eles outras multiplicações de dois números na forma decimal para resolverem com base na multiplicação de frações. Sugira aos estudantes que efetuem essas multiplicações considerando os números naturais que se obtêm ao eliminar as vírgulas dos fatores de cada multiplicação. Em seguida, peça a eles que comparem o resultado obtido por meio da multiplicação de frações e das multiplicações de números naturais, como é o caso de 8,250 e 8 250.

Espera-se que os estudantes percebam que a única diferença entre os resultados é a posição da vírgula (lembrando que podemos entender o número natural 8 250 como 8 250,0, ou seja, a vírgula está no final do número). Peça a eles que observem também a quantidade de casas decimais de cada fator e o total de casas. No caso, 2,2 tem uma casa decimal e 3,75 tem duas, ao todo são três casas decimais, a mesma quantidade do produto 8,250 obtido pela multiplicação das frações.

Reproduza na lousa a multiplicação envolvendo os dois números racionais na forma decimal e discuta com os estudantes cada passo, para que compreendam a colocação da vírgula no produto.

9 Multiplicação

Laura quer comprar uma fita para fazer um laço para seu vestido.

DANILLO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

Laura tinha de saber o preço a ser pago por essa fita. Para isso, multiplicou 2,2 por 3,75. Observe como ela fez.

$$2{,}2 \cdot 3{,}75 = \frac{22}{10} \cdot \frac{375}{100} = \frac{8\,250}{1\,000} = 8{,}250 = 8{,}25$$

Então, o valor a ser pago por Laura em 2,2 metros de fita é de R$ 8,25.

Repare que transformamos os números dados em frações. Com isso, o cálculo da multiplicação foi feito apenas entre números naturais (22 · 375 e 10 · 100). Entretanto, o produto dos denominadores (1.000) indica que no resultado devem ser consideradas as casas decimais até milésimos.

ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

$$\begin{array}{r} 375 \\ \times\ 22 \\ \hline 750 \\ +\ 750 \\ \hline 8\,250 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} 3{,}75 & \leftarrow \text{duas casas decimais (2)} \\ \times\ 2{,}2 & \leftarrow \text{uma casa decimal (1)} \\ \hline 750 & \\ =\ 750 & \\ \hline 8{,}250 & \leftarrow \text{três casas decimais } (2 + 1 = 3) \end{array}$$

Para multiplicar números na forma decimal, procedemos como se eles fossem números naturais e damos ao produto um número de casas decimais igual à soma das casas decimais dos fatores.

Com o auxílio de uma calculadora, fazemos esse cálculo do seguinte modo:

3 · 7 5 × 2 · 2 = 8.25

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Acompanhe mais alguns exemplos.

a) $0{,}75 \cdot 4$

$$\begin{array}{r l}
0{,}75 & \leftarrow \text{duas casas decimais} \\
\times \; 4 & \\
\hline
3{,}00 & \leftarrow \text{duas casas decimais}
\end{array}$$

c) $7{,}32 \cdot 0{,}23$

$$\begin{array}{r l}
7{,}32 & \leftarrow \text{duas casas decimais} \\
\times \; 0{,}23 & \leftarrow \text{duas casas decimais} \\
\hline
2196 & \\
+\,1464 & \\
\hline
1{,}6836 & \leftarrow \text{quatro casas decimais}
\end{array}$$

b) $4{,}5 \cdot 7{,}6$

$$\begin{array}{r l}
4{,}5 & \leftarrow \text{uma casa decimal} \\
\times \; 7{,}6 & \leftarrow \text{uma casa decimal} \\
\hline
270 & \\
+\,315 & \\
\hline
34{,}20 & \leftarrow \text{duas casas decimais}
\end{array}$$

d) $0{,}3 \cdot 0{,}02$

$$\begin{array}{r l}
0{,}3 & \leftarrow \text{uma casa decimal} \\
\times \; 0{,}02 & \leftarrow \text{duas casas decimais} \\
\hline
0{,}006 & \leftarrow \text{três casas decimais}
\end{array}$$

Na situação apresentada anteriormente, sabendo que Laura pagou a fita com uma nota de R$ 10,00, quanto de troco a vendedora, Ana, lhe devolverá?

Para saber, Ana deverá calcular o valor da expressão $10 - 3{,}75 \cdot 2{,}2$.

$$10 - \underbrace{3{,}75 \cdot 2{,}2} = 10 - 8{,}25 = 1{,}75$$

Ana também poderá calcular o troco de Laura usando teclas de memória de uma calculadora. Observe as teclas que ela apertou após "limpar" a memória da calculadora.

3 . 7 5 × 2 . 2 M+ 1 0 − MRC = → 1.75

Portanto, Laura receberá R$ 1,75 de troco.

Observação

- Há calculadoras com recursos nos quais esse cálculo pode ser feito de maneira diferente. Por exemplo, incluindo a tecla "=" antes da "**M+**" e a tecla "**AC**" após a "**M+**".

Observe agora outros exemplos de expressões numéricas.

a) $10{,}5 - 7{,}3 \cdot 0{,}5 =$

$= 10{,}5 - 3{,}65 =$

$= 6{,}85$

b) $4{,}3 \cdot (6 - 4{,}75) =$

$= 4{,}3 \cdot 1{,}25 =$

$= 5{,}375$

Usando a calculadora para esses exemplos, temos:

a) 1 0 . 5 M+ 7 . 3 × . 5 M− MRC → 6.85

b) 4 . 3 M+ 6 − 4 . 7 5 × MRC = → 5.375

Multiplicação

Se julgar necessário, escreva na lousa outras multiplicações de números racionais na forma decimal para alguns estudantes efetuarem, discutindo com a turma cada procedimento.

Outra atividade de ampliação que pode ser feita é organizar os estudantes em duplas, propor-lhes que escrevam algumas multiplicações com números na forma decimal e entreguem a outras duplas. Depois das resoluções, as duplas destrocam para a correção, que será feita com o uso de calculadora. Ao final, promova uma discussão sobre as multiplicações cujo resultado na calculadora não conferiu com o que foi obtido no papel, já que o equívoco também pode ter ocorrido no uso da calculadora.

Comente com os estudantes que há calculadoras em que a sequência de teclas digitadas difere da sequência apresentada. Essa observação deve ser feita sempre que for usada a calculadora.

225

Exercícios propostos

No **exercício 42**, verifique se os estudantes compreendem como multiplicar números na forma decimal.

a) Como $27 \cdot 39 = 1053$, então $2{,}7 \cdot 3{,}9 = 10{,}53$

b) Como $575 \cdot 7 = 4025$, então $5{,}75 \cdot 7 = 40{,}25$

c) $0{,}45 \cdot 0{,}82 = \frac{45}{100} \cdot \frac{82}{100} = \frac{45 \cdot 82}{10000} = \frac{3690}{10000} = 0{,}369$

d) $24 \cdot 3{,}14 = 24 \cdot \frac{314}{100} = \frac{24 \cdot 314}{100} = \frac{7536}{100} = 75{,}36$

e) $4{,}5 \cdot 7{,}6 = \frac{45 \cdot 76}{100} = \frac{3420}{100} = 34{,}2$

f) $0{,}125 \cdot 48 = \frac{125 \cdot 48}{1000} = \frac{6000}{1000} = 6$

No **exercício 43**, ressalte com os estudantes que calcular o dobro de uma quantidade é o mesmo que multiplicar por 2; portanto, obtêm-se:

a) $2 \cdot 7{,}5 = \frac{2 \cdot 75}{10} = \frac{150}{10} = 15$

b) $2 \cdot 1{,}25 = \frac{2 \cdot 125}{100} = \frac{250}{100} = 2{,}5$

c) $2 \cdot 0{,}5 = \frac{2 \cdot 5}{10} = 1$

Semelhantemente, no **exercício 44**, verifique se os estudantes compreendem como calcular o triplo e se associam que equivale a multiplicar por 3. Portanto:

a) $3 \cdot 15{,}2 = \frac{3 \cdot 152}{10} = \frac{456}{10} = 45{,}6$

b) $3 \cdot \frac{178}{10} = \frac{3 \cdot 178}{10} = \frac{534}{10} = 53{,}4$

c) $3 \cdot \frac{105}{10} = \frac{315}{10} = 31{,}5$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

42 Efetue cada uma das multiplicações.

a) $2{,}7 \cdot 3{,}9$ **42. a)** 10,53
b) $5{,}75 \cdot 7$ **42. b)** 40,25
c) $0{,}45 \cdot 0{,}82$ **42. c)** 0,369
d) $24 \cdot 3{,}14$ **42. d)** 75,36
e) $4{,}5 \cdot 7{,}6$ **42. e)** 34,2
f) $0{,}125 \cdot 48$ **42. f)** 6

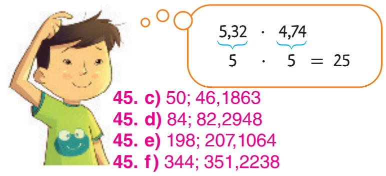
43 Calcule o dobro de:

a) 7,5; **43. a)** 15
b) 1,25; **43. b)** 2,5
c) 0,5. **43. c)** 1

44 Calcule o triplo de:

a) 15,20; **44. a)** 45,6
b) 17,8; **44. b)** 53,4
c) 10,5. **44. c)** 31,5

45 Pedro quer calcular mentalmente o valor aproximado de $5{,}32 \cdot 4{,}74$. Para isso, ele arredondou cada fator para a casa das unidades mais próxima e, em seguida, efetuou o cálculo. **45. a)** 49; 48,919 **45. b)** 16; 17,1508



SIDNEY MEIRELES/ ARQUIVO DA EDITORA

45. c) 50; 46,1863
45. d) 84; 82,2948
45. e) 198; 207,1064
45. f) 344; 351,2238

Calcule mentalmente o resultado aproximado de cada item. Faça o registro e, com uma calculadora, verifique se os resultados arredondados são próximos aos exatos.

a) $6{,}89 \cdot 7{,}10$
b) $2{,}12 \cdot 8{,}09$
c) $4{,}67 \cdot 9{,}89$
d) $6{,}79 \cdot 12{,}12$
e) $32{,}77 \cdot 6{,}32$
f) $42{,}78 \cdot 8{,}21$

46. a) 60 **46. b)** 0,896 **46. c)** 3

46 Determine o valor das expressões.

a) $6{,}9 \cdot 8{,}7 - 0{,}03$
b) $14 - 15{,}6 \cdot 0{,}84$
c) $2{,}4 \cdot (5 - 3{,}75)$
d) $4{,}6 \cdot 5 - 12{,}36$
e) $3{,}4 \cdot 0{,}5 - 0{,}8 \cdot 1{,}6$
f) $12{,}78 - 4{,}3 \cdot 2{,}6$

46. d) 10,64 **46. e)** 0,42 **46. f)** 1,6

47 Confira os resultados do exercício **46** refazendo os cálculos com uma calculadora.
47. Respostas iguais às do exercício **46**.

48 De acordo com a Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis, o preço médio do etanol em São Luís, no Maranhão, em fevereiro de 2022, era de R$ 5,670.

a) Que quantia em real seria necessária para encher o tanque de um carro que comporta 45 litros? **48. a)** R$ 255,15.
b) Calcule mentalmente. João colocou 10 litros de etanol no tanque do carro. Que quantia em real ele gastou? **48. b)** R$ 56,70.

49 Calcule mentalmente.

Sandra comprou em uma loja 10 metros de fita dourada e pagou R$ 0,85 cada metro. Em outra loja, ela comprou 8 metros de fita prateada por R$ 0,90 cada metro.
Estime em qual dessas compras Sandra gastou menos de 8 reais. **49.** Na compra da fita prateada.

50. a) Poderia dar mais 30 centavos e receberia R$ 40,00 de troco.

50 No comércio, muitas vezes enfrentamos o problema da falta de troco. Observe as situações e responda às questões.

a) Mário comprou três livros que custaram R$ 20,10 cada um. Para pagar, deu uma nota de R$ 100,00. Quanto a mais ele poderia dar para facilitar o troco? Com isso, quanto receberia de troco?
b) No mercado, Maria gastou R$ 169,30. Deu quatro notas de 50 reais para o caixa. Qual é a menor quantia que ela poderia dar a mais para facilitar o troco, uma vez que o caixa só tinha notas de 10 e de 5 reais? E qual seria seu troco? **50. b)** R$ 4,30; R$ 35,00.

51 Os valores das moedas que circulam hoje no Brasil são:

BANCO CENTRAL DO BRASIL

51. a) 20 moedas de 5 centavos; 10 moedas de 10 centavos

a) Quantas moedas de 5 centavos são necessárias para obter 1 real? E de 10 centavos?
b) Usando apenas três moedas, de quantos modos diferentes posso ter R$ 1,50?
c) De quantas moedas de 25 centavos preciso para ter 1 real? **51. c)** 4 moedas.
d) Descreva pelo menos seis modos diferentes pelos quais, reunindo moedas, conseguimos obter R$ 1,00.

51. b) 2 modos: 3 moedas de 50 centavos; 1 moeda de 1 real e 2 de 25 centavos

52 No final de um mês, Jonas tinha 58 moedas.

a) Calcule quanto Jonas possuía sabendo que ele tinha 4 moedas de 25 centavos, 12 moedas de 5 centavos, 9 moedas de 50 centavos, 22 moedas de 1 real e 11 moedas de 10 centavos. **52. a)** R$ 29,20.
b) Com esse dinheiro, Jonas foi ao cinema e comprou um pacote de pipoca por R$ 5,50. Quanto sobrou se o ingresso do cinema foi R$ 22,00? **52. b)** R$ 1,70.

51. d) Resposta possível: 1 moeda de 1 real; 2 moedas de 50 centavos; 1 moeda de 50 centavos e 2 de 25 centavos; 4 moedas de 25 centavos; 1 moeda de 50, 1 de 25, 2 de 10 e 1 de 5 centavos; 1 moeda de 50 e 5 de 10 centavos.

No **exercício 45**, calculando das duas maneiras, por arredondamento e usando a calculadora, obtêm-se:

a) $6{,}89 \cdot 7{,}1 \simeq 7 \cdot 7 = 49$ e $6{,}89 \cdot 7{,}1 = 48{,}919$
b) $2{,}12 \cdot 8{,}09 \simeq 2 \cdot 8 = 16$ e $2{,}12 \cdot 8{,}09 = 17{,}1508$
c) $4{,}67 \cdot 9{,}89 \simeq 5 \cdot 10 = 50$ e $4{,}67 \cdot 9{,}89 = 46{,}1863$
d) $6{,}79 \cdot 12{,}12 \simeq 7 \cdot 12 = 84$ e $6{,}79 \cdot 12{,}12 = 82{,}2948$
e) $32{,}77 \cdot 6{,}32 \simeq 33 \cdot 6 = 198$ e $32{,}77 \cdot 6{,}32 = 207{,}1064$
f) $42{,}78 \cdot 8{,}21 \simeq 43 \cdot 8 = 344$ e $42{,}78 \cdot 8{,}21 = 351{,}2238$

No **exercício 46**, efetuando as operações, obtêm-se:

a) $6{,}9 \cdot 8{,}7 - 0{,}03 = 60{,}03 - 0{,}03 = 60$
b) $14 - 15{,}6 \cdot 0{,}84 = 14 - 13{,}104 = 0{,}896$
c) $2{,}4 \cdot (5 - 3{,}75) = 2{,}4 \cdot 1{,}25 = 3$
d) $4{,}6 \cdot 5 - 12{,}36 = 23 - 12{,}36 = 10{,}64$
e) $3{,}4 \cdot 0{,}5 - 0{,}8 \cdot 1{,}6 = 1{,}7 - 1{,}28 = 0{,}42$
f) $12{,}78 - 4{,}3 \cdot 2{,}6 = 12{,}78 - 11{,}18 = 1{,}6$

As resoluções dos **exercícios 48** a **52** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

53 *Hora de criar* – Em dupla, criem um problema semelhante ao apresentado no exercício **52** atualizando os valores do local de divertimento (cinema, teatro etc.) e do acompanhamento (alimento etc.) cobrados na cidade onde moram. Troquem de exercício com outra dupla para resolverem o problema elaborado por ela. Depois destroquem para corrigir. **53.** Resposta pessoal.

Pense mais um pouco...

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Pense mais um pouco...:

Junte-se a um colega e considerem os resultados destas multiplicações:
$38{,}2 \cdot 4 = 152{,}8$ e $38{,}2 \cdot 7 = 267{,}4$

1 Calculem mentalmente os produtos de:

a) $38{,}2 \cdot 40$ e $38{,}2 \cdot 70$ **1. a)** 1 528 e 2 674
b) $38{,}2 \cdot 400$ e $38{,}2 \cdot 700$ **1. b)** 15 280 e 26 740
c) $38{,}2 \cdot 4\,000$ e $38{,}2 \cdot 7\,000$ **1. c)** 152 800 e 267 400

2 Calculem os produtos efetuando uma adição ou uma subtração.

a) $38{,}2 \cdot 11$ **2. a)** 420,2
b) $38{,}2 \cdot 3$ **2. b)** 114,6
c) $38{,}2 \cdot 14$ **2. c)** 534,8
d) $38{,}2 \cdot 8$ **2. d)** 305,6
e) $38{,}2 \cdot 47$ **2. e)** 1 795,4
f) $38{,}2 \cdot 74$ **2. f)** 2 826,8

10 Divisão por uma potência de 10


ALAN CARVALHO/ARQUIVO DA EDITORA

Uma mesa de pingue-pongue é vendida em 10 prestações iguais. O preço total a prazo é de R$ 829,90.

Para saber o valor de cada prestação, podemos efetuar:

$$829{,}90 : 10 = \frac{82\,990}{100} : 10 = \frac{82\,990}{100} \cdot \frac{1}{10} =$$

$$= \frac{82\,990}{1\,000} = 82{,}990 = 82{,}99$$

Então, o valor de cada prestação é de R$ 82,99.

Usando a calculadora, podemos fazer esses cálculos da seguinte maneira:

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Acompanhe estas divisões:

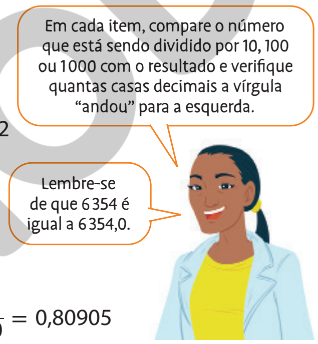
a) $12{,}5 : 10 = \frac{125}{10} : \frac{10}{1} = \frac{125}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{125}{100} = 1{,}25$

b) $54{,}62 : 100 = \frac{5\,462}{100} : \frac{100}{1} = \frac{5\,462}{100} \cdot \frac{1}{100} = \frac{5\,462}{10\,000} = 0{,}5462$

c) $6.354 : 1\,000 = 6\,354 \cdot \frac{1}{1\,000} = \frac{6\,354}{1\,000} = 6{,}354$

d) $419{,}2 : 100 = \frac{4\,192}{10} : \frac{100}{1} = \frac{4\,192}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{4\,192}{1\,000} = 4{,}192$

e) $809{,}05 : 1\,000 = \frac{80\,905}{100} : \frac{1.000}{1} = \frac{80\,905}{100} \cdot \frac{1}{1\,000} = \frac{80\,905}{100\,000} = 0{,}80905$



ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Na prática, para dividir um número na forma decimal por 10, 100, 1 000, 10 000, e assim por diante, deslocamos a vírgula para a esquerda, respectivamente, uma, duas, três, quatro, ... casas decimais.

Exercícios propostos

Para o **exercício 53**, incentive os estudantes a pesquisarem o preço praticado em cinemas, teatros ou outros eventos que ocorrem no município. Se necessário, disponibilize esses valores e incentive-os a criarem diferentes problemas similares envolvendo adição e subtração de números racionais na forma decimal.

Pense mais um pouco...

Nesta seção, os estudantes podem ser agrupados em duplas ou trios para realizar os cálculos solicitados e comparar suas respostas. Primeiro, deverão encontrar a relação entre as multiplicações apresentadas no início da atividade e aquelas apresentadas na **atividade 1**.

Oriente-os de modo que percebam que, para encontrar os resultados, podem considerar os produtos dados previamente e a multiplicação por 10, 100 e 1 000. Em seguida, precisam relacionar as multiplicações da **atividade 2** com as multiplicações iniciais, aproveitando a dica de que devem efetuar alguma adição ou subtração, sempre utilizando os resultados anteriores. Um dos caminhos possíveis para a resolução é:

a) $38{,}2 \cdot 11 = 38{,}2 \cdot 4 + 38{,}2 \cdot 7$
b) $38{,}2 \cdot 3 = 38{,}2 \cdot 4 - 38{,}2$
c) $38{,}2 \cdot 14 = 38{,}2 \cdot 7 + 38{,}2 \cdot 7$
d) $38{,}2 \cdot 8 = 38{,}2 \cdot 7 + 38{,}2$
e) $38{,}2 \cdot 47 = 38{,}2 \cdot 40 + 38{,}2 \cdot 7$
f) $38{,}2 \cdot 74 = 38{,}2 \cdot 70 + 38{,}2 \cdot 4$

10. Divisão por uma potência de 10

Habilidade da BNCC: **EF06MA11.**

Este tópico aborda a habilidade (EF06MA11), pois os estudantes poderão explorar propriedades da divisão envolvendo números racionais. Do mesmo modo que foi feito nas multiplicações por 10, 100, 1 000, podemos proceder aqui utilizando a calculadora para efetuar as divisões por 10, 100, 1000 e assim por diante. Após cada cálculo, os estudantes podem verificar o que acontece com a vírgula no número que aparece no visor da calculadora.

Exercícios propostos

Se julgar conveniente, este bloco de exercícios também pode ser feito em duplas e, depois, um representante de cada dupla pode apresentar na lousa a resolução de algum exercício.

No **exercício 54**, o bolo custou R$ 110,00 ($2 \cdot 55 = 110$), e cada pedaço custa R$ 11,00 ($110 : 10 = 11$).

No **exercício 55**, aproveite a oportunidade para verificar se os estudantes ampliaram suas observações e encontraram regularidades nas divisões de números racionais escritos na forma decimal por números naturais que são potências de 10.

No **exercício 56**, verifique se eles associam a divisão e a multiplicação por 1000 para obter as respostas obtidas, respectivamente, por meio de $12\,560 : 1000$ e $4{,}3 \cdot 1000$.

11. Divisão

Habilidades da BNCC:
EF06MA08 e **EF06MA11**.

O uso do material dourado também pode auxiliar a dar significado para as divisões entre dois números naturais (com divisor não nulo) com quociente na forma decimal, considerando como inteiro o cubo grande.

Por exemplo, pode-se propor aos estudantes que efetuem a divisão de maneira exata (com resto zero) de 3 inteiros por 2. Eles devem representar os 3 inteiros com 3 cubos grandes e perceber que, para reparti-los em duas partes iguais, precisam distribuir um cubo grande em cada parte e trocar o cubo grande que restou por 10 placas, que distribuídas igualmente resultam em 5 placas para cada parte. Ou seja, obtêm-se 1 cubo grande e 5 placas em cada parte. Assim, podem concluir que 3 inteiros dividido por 2 resulta em 1 inteiro e 5 décimos, isto é, 1,5.

Em seguida, apresente aos estudantes a **situação 1** para discussão com a turma. Reproduza a divisão na lousa, destacando todos os passos.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

54 Em uma confeitaria, o quilograma do bolo de chocolate custa R$ 55,00. Comprei um bolo com 2 quilogramas e o dividi em 10 partes iguais. Quanto custa cada pedaço desse bolo? **54.** R$ 11,00.

55 Efetue mentalmente as divisões.

a) 54,6 : 10 **55. a)** 5,46
b) 54,6 : 100 **55. b)** 0,546
c) 214,3 : 100 **55. c)** 2,143
d) 214,3 : 1.000 **55. d)** 0,2143
e) 35 : 10 **55. e)** 3,5
f) 35 : 100 **55. f)** 0,35

56 Sabendo que 1000 quilogramas equivalem a 1 tonelada, quantas toneladas correspondem a 12560 quilogramas? E quantos quilogramas correspondem a 4,3 toneladas?
56. 12,560 toneladas; 4300 quilogramas.

11 Divisão

Agora, vamos estudar em várias etapas a divisão que envolve números na forma decimal.

Divisão de números naturais com quociente na forma decimal

Considere as situações.

Situação 1

Bárbara pagou 26 reais pela compra de 8 canetas coloridas, de mesmo valor. Para saber o preço de cada caneta, devemos dividir 26 por 8. Sabemos que o quociente dessa divisão é $\frac{26}{8}$. Observe como podemos encontrar a forma decimal desse quociente.


HOMESTUDIO/SHUTTERSTOCK

Dividimos 26 por 8 para encontrar sua parte inteira:

26 | 8
2   3

quociente: 3 inteiros ou 3 unidades
resto: 2 unidades ou 20 décimos

Dividimos 20 décimos por 8 para encontrar os décimos do quociente:

20 décimos | 8
4 décimos   2 décimos

quociente: 2 décimos
resto: 4 décimos ou 40 centésimos

Dividimos 40 centésimos por 8 para encontrar os centésimos do quociente:

40 centésimos | 8
0   5 centésimos

quociente: 5 centésimos
resto: 0

Desse modo, obtemos o quociente de 26 por 8 na forma decimal: 3,25. Portanto, o preço de cada caneta é de R$ 3,25.

As três etapas da divisão anterior podem ser reunidas em uma só. Acompanhe.

26 reais
– 24 reais
2 reais ou → 20 décimos de real
– 16 décimos de real
4 décimos de real ou → 40 centésimos de real
– 40 centésimos de real
0

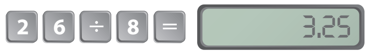
8		
3 reais	2 décimos de real	5 centésimos de real

$\underbrace{\text{3 reais} \quad \text{2 décimos de real} \quad \text{5 centésimos de real}}_{\text{R\$ 3,25}}$

Na prática, procedemos assim:

26	8
20	3,25
40	
0	

Para fazer esse cálculo usando a calculadora, apertamos as seguintes teclas:



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Situação 2

Vamos calcular o quociente decimal da divisão de 9 por 16.

Ao dividir 9 inteiros em 16 partes iguais, não obtemos nenhum inteiro em cada parte; dessa forma, a parte inteira no quociente é zero.

9 inteiros	16	quociente: 0 inteiro
9 inteiros	0	resto: 9 inteiros

Depois, transformamos os 9 inteiros em 90 décimos e dividimos por 16. Sobram 10 décimos.

90 décimos	16	quociente: 5 décimos
10 décimos	0,5	resto: 10 décimos

Transformamos os 10 décimos em 100 centésimos e dividimos por 16. Sobram 4 centésimos.

90	16	quociente: 56 centésimos
100 centésimos	0,56	resto: 4 centésimos
4 centésimos		

Transformamos os 4 centésimos em 40 milésimos e dividimos por 16. Sobram 8 milésimos.

90	16	quociente: 562 milésimos
100	0,562	resto: 8 milésimos
40 milésimos		
8 milésimos		

Transformamos os 8 milésimos em 80 décimos de milésimos e dividimos por 16. Não sobra nada.

90	16	quociente: 5.625 décimos de milésimos
100	0,5625	resto: 0
40		
80 décimos de milésimos		
0		

Logo, o quociente da divisão de 9 por 16 na sua forma decimal é 0,5625.

Divisão de números naturais com quociente na forma decimal

Ainda com o uso do material dourado, pode-se propor aos estudantes a divisão de 1 por 5. Nesse caso, desejamos repartir igualmente 1 cubo grande em 5 partes. Já de início, é necessário fazer trocas, concluindo que não haverá inteiros no resultado dessa divisão (por isso aparece no quociente o "zero vírgula"). Trocando-se 1 cubo grande por 10 placas e dividindo-se por 5, obtêm-se 2 placas em cada parte, ou seja, 2 décimos, ou ainda, 0,2.

Se julgar necessário, proponha a eles outras divisões para serem efetuadas com o uso do material dourado como apoio.

Em seguida, apresente aos estudantes a **situação 2** para discussão com a turma. Reproduza a divisão na lousa, destacando todos os passos.

Divisão de números naturais com quociente na forma decimal

Proponha aos estudantes algumas divisões para eles trabalharem com a calculadora, sugerindo sempre que estimem o quociente (se haverá inteiros, décimos etc.) para poderem avaliar o resultado obtido no visor da calculadora. Eles podem registrar o quociente estimado no caderno para comprovar também se fizeram uma boa estimativa.

Comente com os estudantes que há calculadoras em que a sequência de teclas digitadas difere da sequência apresentada no livro. Essa observação deve ser feita sempre que for usada a calculadora.

Exercícios propostos

No **exercício 57**, verifique se os estudantes compreendem como utilizar a divisão para determinar o número que multiplicado por 4 resulta em 25. Se necessário, explore exemplos com números naturais para que percebam a divisão como uma operação que pode ser utilizada no contexto desse exercício. Por exemplo, se é preciso determinar um número que multiplicado por 4 resulta em 60, deve-se dividir 60 por 4. Semelhantemente, obtêm-se $25 : 4 = 6{,}25$; portanto $6{,}25 \cdot 4 = 25$ e, ainda, $4 : 25 = 0{,}16$, portanto, $0{,}16 \cdot 25 = 4$.

No **exercício 58**, deve-se efetuar $15 : 20 = 0{,}75$, ou seja, cada morango custou R$ 0,75.

No **exercício 59**, instrua os estudantes no uso da calculadora e relembre-os, se necessário, sobre a ordem das operações em expressões numéricas. A resolução deste exercício está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

No **exercício 60**, como sugestão de ampliação, os estudantes podem pedir a um adulto de seu convívio que use carro com frequência que faça o mesmo experimento de Paula, coletando dados reais em diferentes momentos de abastecimento. Inicialmente o hodômetro indicava 12 349 km e, depois, indicava 12 805 km. No **item a**, como o litro do combustível custa R$ 5,605, o total pago por Paula foi de R$ 269,04 ($5{,}605 \cdot 48 = 269{,}04$).

Agora, observe alguns exemplos de expressões numéricas que envolvem divisões de números naturais com quociente na forma decimal.

a) $10 : 25 + 125 : 100 = 0{,}4 + 1{,}25 = 1{,}65$

b) $4 + 5 : 2 - 8 : 10 = 4 + 2{,}5 - 0{,}8 = 5{,}7$

Calculamos o valor numérico dessas expressões na calculadora, apertando as seguintes teclas:

a) 1 0 ÷ 2 5 M+ 1 2 5 ÷ 1 0 0 M+ MRC → 1.65

b) 4 M+ 5 ÷ 2 M+ 8 ÷ 1 0 M− MRC → 5.7

Observação

- Há calculadoras com outros recursos com os quais esse cálculo pode ser feito de maneira diferente.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

57 Qual é o número que, multiplicado por 4, resulta 25? E o número que, multiplicado por 25, resulta 4? **57.** 6,25; 0,16

58 Resolva. **58.** R$ 0,75.

59 Usando uma calculadora, encontre o valor de cada expressão.

a) 10 : 16 + 16 : 10 **59. a)** 2,225
b) 100 : 25 + 25 : 10 **59. b)** 6,5
c) 10 : 8 − 2 : 5 + 4 **59. c)** 4,85

60 Paula encheu o tanque de combustível do carro e anotou o número 12 349, que correspondia, no hodômetro (marcador de quilometragem) do painel do carro, aos quilômetros rodados. Após alguns dias, ela retornou ao posto e voltou a encher o tanque do carro. Verificou que a bomba de etanol indicava 48 litros e que o número mostrado no hodômetro de seu carro era 12 805.

a) Quanto Paula pagou pelos 48 litros de combustível, sabendo que, nesse dia, o litro do etanol custava R$ 5,605 naquele posto? **60. a)** R$ 269,04.
b) Quantos quilômetros o carro de Paula roda com 1 litro de etanol? **60. b)** 9,5 quilômetros.

61 Para a compra de uma TV, com preço à vista de R$ 1 774,40, uma loja oferece dois planos de pagamento:

Usando uma calculadora, responda:

a) Se uma pessoa optar pelo plano 1, qual será o valor de cada prestação? **61. a)** R$ 443,60.
b) Se optar pelo plano 2, quanto ela pagará a mais em relação ao preço à vista? **61. b)** R$ 186,40.

62 Faça uma estimativa. Subi os 8 degraus iguais de uma escada. Quando pisei no último degrau, estava a 2,15 metros do chão. A altura de cada degrau é maior ou menor que 25 centímetros?

62. Espera-se que o estudante estime que a altura de cada degrau é maior que 25 cm.

230

No **item b**, como Paula rodou 456 km ($12\,805 - 12\,349 = 456$) com 48 L de etanol, isso significa que o carro percorreu 9,5 km com cada litro ($456 : 48 = 9{,}5$).

No **exercício 61**, verifique se os estudantes utilizam corretamente a calculadora para efetuar as operações $1774{,}40 : 4$ e $1774{,}40 : 5$.

No **exercício 62**, discuta com a turma que um caminho para a resolução é verificar que o produto de 8 por 25 cm (2,0 m) é menor que 2,15 m.

Divisão de números naturais com quociente aproximado

Juliana e cinco amigas foram a uma sorveteria e gastaram R$ 53,00. No momento de pagar a conta, fizeram os cálculos para dividi-la em partes iguais.

Elas perceberam que cada uma deveria pagar mais que R$ 8,00 e menos que R$ 9,00. Prosseguiram, então, com a divisão:

MARCIO GUERRA/ ARQUIVO DA EDITORA

```
53 |6          53 |6
 5  8          50  8,8
                2
```

Cada uma deveria pagar mais que R$ 8,80 e menos que R$ 8,90. Isso ocorre porque o quociente dessa divisão é maior que 8,8 e menor que 8,9.

Continuando a divisão, Juliana e suas amigas notaram que deveriam pagar mais que R$ 8,83 e menos que R$ 8,84.

```
53 |6
50  8,83
 20
  2
```

Então, resolveram **arredondar** o valor para R$ 9,00. Assim, pagariam a despesa de R$ 53,00 e sobraria R$ 1,00, que seria usado para complementar uma gorjeta de R$ 7,00 que deixariam para o atendente.

Para fazer arredondamentos com números representados na forma decimal, usamos as mesmas regras válidas para os números naturais:

8,**8** → 9,0 ou 9

8,8**6** → 8,90 ou 8,9

15,78**5** → 15,790 ou 15,79

Arredondamos "para cima" se o algarismo à direita do da ordem que vai ser arredondada é 5, 6, 7, 8 ou 9.

8,8**3** → 8,80 ou 8,8

8,83**3** → 8,830 ou 8,83

23,**4** → 23,0 ou 23

Arredondamos "para baixo" se o algarismo à direita do da ordem que vai ser arredondada é 0, 1, 2, 3 ou 4.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

63 Pelos critérios matemáticos de arredondamento já estudados, Juliana e suas amigas deveriam arrendondar o resultado 8,83 para 8,80. Em uma situação real como a delas, isso seria possível?

64 Calcule, com uma casa decimal, o quociente de cada divisão.

a) 8 : 3 **64. a)** 2,7
b) 142 : 21 **64. b)** 6,8
c) 158 : 6 **64. c)** 26,3
d) 53 : 9 **64. d)** 5,9

65 Calcule, com duas casas decimais, o quociente de cada divisão.

a) 76 : 3 **65. a)** 25,33
b) 58 : 6 **65. b)** 9,67
c) 45 : 8 **65. c)** 5,63
d) 243 : 17 **65. d)** 14,29

63. Resposta possível: Normalmente não, pois o valor da conta é de R$ 53,00, e não de R$ 52,80. Só seria possível se o proprietário do estabelecimento aceitasse receber R$ 0,20 a menos.

66. Duas clientes entraram em uma loja. A primeira fez uma compra no valor de R$ 135,00, e a segunda, no valor de R$ 200,00.

Sabendo que as duas clientes optaram pelo pagamento de 3 parcelas sem acréscimo, responda:

a) Qual foi o valor de cada parcela paga pela primeira cliente? **66. a)** R$ 45,00

b) Calcule o valor de cada parcela paga pela segunda cliente, sabendo que nenhum deles apresentava centavos e que não tinham valores iguais.

66. b) Resposta possível: um pagamento de R$ 66,00 e dois de R$ 67,00.

67 ***Hora de criar*** – Troque com um colega um problema sobre divisão com números racionais criado por vocês. Depois de cada um resolver o problema elaborado pelo outro, destroquem para corrigi-los. **67.** Resposta pessoal.

No **exercício 67**, incentive os estudantes a criarem problemas relacionados ao seu dia a dia envolvendo, por exemplo, preço de produtos ou unidades de medida (de comprimento, de massa ou de capacidade).

Divisão de números naturais com quociente aproximado

Converse com os estudantes sobre a situação da conta da sorveteria, que propõe arredondamento do quociente. Proponha a eles outros números racionais na forma decimal para fazerem arredondamentos, indicando qual número se pretende obter ou deixando que eles escolham.

Exercícios propostos

No **exercício 63**, espera-se que os estudantes respondam que 8,83 pode ser arredondado para 8,8 e, ainda, que justifiquem que em uma situação real, não seria possível arredondar o valor para um valor menor, pois, desta maneira, não seria possível quitar a dívida.

As resoluções dos **exercícios 64** e **65** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

Se julgar adequado, aproveite o **exercício 66** para conversar com os estudantes sobre hábitos de consumo e algumas práticas comuns no comércio que acabam lesando os consumidores. Observe dois exemplos comuns.

- Muitos preços são exibidos dando ênfase à parte inteira de real e com menos destaque aos centavos (como R$ 13,99 e R$ 149,99), pois assim o consumidor pode ter a falsa sensação de estar pagando mais barato do que se estivessem registrados os valores redondos (como R$ 14,00 e R$ 150,00).
- Há situações em que os mesmos valores são arredondados por falta de troco, levando o consumidor a perder centavos em diversos estabelecimentos.

No **item b** do **exercício 66**, ao efetuar 200 dividido por 3, notamos que não é possível conseguir um quociente exato, obtendo o quociente 66,66666... Um exemplo de resposta pode ser:

```
  200,00        134 |2
 – 66,00         14  67
  134,00          0
```

Uma parcela de R$ 66,00 e duas de R$ 67,00.

Pense mais um pouco...

Nesta seção, o uso da calculadora tem papel fundamental nas atividades de investigação. É importante ressaltar o uso da calculadora como instrumento de pesquisa, que possibilita aos estudantes focar no estudo e na conclusão sobre a conservação do quociente mediante a multiplicação do dividendo e do divisor por um mesmo número não nulo.

Divisão de dois números na forma decimal

Este tópico possibilita desenvolver as habilidades (EF06MA08) e (EF06MA11) ao trabalhar a divisão com números na forma decimal. Retome com os estudantes a divisão de números racionais na forma de fração. Se julgar necessário, proponha a eles outras divisões desse tipo para efetuarem.

Proponha também outras divisões de números na forma decimal para os estudantes resolverem com base na divisão de frações e comprovarem o resultado efetuando com a calculadora a divisão dada.

Pense mais um pouco... FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Pense mais um pouco...:

Reúna-se com um colega, usem uma calculadora e façam o que se pede.

1 Efetuem as divisões:

a) 85 : 4 **1. a)** 21,25
b) 850 : 40 **1. b)** 21,25
c) 8 500 : 400 **1. c)** 21,25
d) 170 : 8 **1. d)** 21,25
e) 255 : 12 **1. e)** 21,25
f) 340 : 16 **1. f)** 21,25
g) (5 · 85) : (5 · 4) **1. g)** 21,25
h) (11 · 85) : (11 · 4) **1. h)** 21,25
i) (19 · 85) : (19 · 4) **1. i)** 21,25

2 Escolham dois números racionais, *a* e *b*, não nulos, isto é, diferentes de zero, na forma decimal, e dividam *a* por *b*. Em seguida, efetuem as divisões entre:

a) o dobro de *a* e o dobro de *b*;
b) o triplo de *a* e o triplo de *b*;
c) o quíntuplo de *a* e o quíntuplo de *b*;
d) o sêxtuplo de *a* e o sêxtuplo de *b*.

2. Os estudantes devem obter o mesmo quociente de *a* por *b*.

3 Discutam e escrevam uma conclusão sobre esta questão:

"Multiplicando-se o dividendo e o divisor por um mesmo número, diferente de zero, o quociente se altera?" **3.** Não.

Divisão de dois números na forma decimal

Para encher um aquário, Eduardo está usando um copo com medida de capacidade de 0,25 litro. Nesse aquário, cabem 12,5 litros. Para determinar quantos copos cheios de água Eduardo precisará despejar no aquário, vamos dividir 12,5 por 0,25.

DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

$$\underbrace{125 : 0{,}25} = \frac{125}{10} : \frac{25}{100} = \frac{125}{10} \cdot \frac{100}{25} = \frac{12\,500}{250} = \frac{1\,250}{25} = \underbrace{1\,250 : 25}$$

Então, 12,5 : 25 = 1 250 : 25 = 50.

Portanto, Eduardo precisará despejar 50 copos de água no aquário para enchê-lo.

Usando uma calculadora, fazemos esse cálculo assim:

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

No cálculo da divisão de números na forma decimal, vamos aplicar o seguinte:

> Multiplicando-se o dividendo e o divisor por um mesmo número, diferente de zero, o quociente não se altera.

Acompanhe o cálculo de 15,2 : 0,38.

Multiplicando 15,2 e 0,38 por 100, obtemos os números naturais 1 520 e 38. O quociente de 15,2 por 0,38 é igual ao quociente de 1 520 por 38. Observe.

$$\begin{array}{r|l} 1520 & 38 \\ \cline{2-2} 000 & 40 \end{array} \qquad 15{,}2 : 0{,}38 = 1\,520 : 38 = 40$$

Portanto, o quociente de 15,2 por 0,38 é 40.

Observe outros exemplos.

a) 5,4 : 0,12 = 45

$$\begin{array}{r|l} 540 & 12 \\ \cline{2-2} 060 & 45 \\ 00 & \end{array}$$

b) 12 : 0,3 = 40

$$\begin{array}{r|l} 120 & 3 \\ \cline{2-2} 00 & 40 \end{array}$$

c) 22,016 : 4,3 = 5,12

$$\begin{array}{r|l} 22016 & 4300 \\ \cline{2-2} 05160 & 5{,}12 \\ 8600 & \\ 0000 & \end{array}$$

Estudamos que, em uma divisão, o quociente não se altera quando o dividendo e o divisor são multiplicados por um mesmo número diferente de zero.

Observe mais um exemplo.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & 1 \end{array} \nearrow \begin{array}{r|l} 30 & 20 \\ \cline{2-2} 10 & 1 \end{array}$$

Multiplicamos o dividendo e o divisor por 10.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & 1 \end{array} \searrow \begin{array}{r|l} 300 & 200 \\ \cline{2-2} 100 & 1 \end{array}$$

Multiplicamos o dividendo e o divisor por 100.

Nessas divisões, o quociente se mantém igual, mas o resto não permanece o mesmo.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & 1 \end{array} \xrightarrow{\times 10} \begin{array}{r|l} 30 & 20 \\ \cline{2-2} 10 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & 1 \end{array} \xrightarrow{\times 100} \begin{array}{r|l} 300 & 200 \\ \cline{2-2} 100 & 1 \end{array}$$

> Multiplicando-se o dividendo e o divisor por um mesmo número, diferente de zero, o resto também fica multiplicado por esse número.

Divisão de dois números na forma decimal

Proponha aos estudantes outras divisões de números na forma decimal para que decidam por que potência de 10 devem multiplicar o dividendo e o divisor a fim de obter uma divisão entre dois números naturais, obtendo os quocientes dessas divisões.

Em seguida, peça a eles que efetuem as divisões originais (entre dois números na forma decimal) com a calculadora e, depois, comparem o resultado obtido na calculadora com os quocientes obtidos anteriormente. Espera-se que percebam que esses quocientes são iguais, pois, por exemplo, divisões como 5,4 : 0,12 e 540 : 12 são equivalentes.

Reproduza na lousa as divisões apresentadas nesta página, ressaltando as duas conclusões sobre o quociente e sobre o resto dessas divisões, que são a base para a divisão envolvendo números racionais na forma decimal: multiplicando-se o dividendo e o divisor por um mesmo número não nulo, o quociente não se altera e o resto também fica multiplicado por esse número.

Divisão de dois números na forma decimal

Como atividade de ampliação, é possível organizar os estudantes em duplas, propor-lhes que escrevam algumas divisões exatas envolvendo números na forma decimal no dividendo, no divisor ou em ambos (isso pode ser feito com o uso da calculadora) e entreguem-nas a outras duplas.

Depois de efetuar as divisões, as duplas destrocam as divisões para a correção, que será feita com o uso de calculadora.

Ao final, promova uma discussão sobre as divisões cujo quociente obtido na calculadora não conferiu com o que foi obtido no papel, já que o equívoco também pode ter ocorrido no uso da calculadora.

Exercícios propostos

No **exercício 68**, ao dividir 50 metros por 2,75 metros, é possível que os estudantes multipliquem esses dois números por 100, tornando-os inteiros, o que não vai alterar o quociente. Entretanto, o resto não será dado em metro, mas em centímetro, já que 50 m e 2,75 m passaram a ser 5 000 cm e 275 cm, respectivamente, quando foram igualadas as casas para efetuar a divisão.

Se houver necessidade, retome a equivalência 1 m = 100 cm. Como 50 : 2,75 = 18,1818... conclui-se que o máximo de túnicas que é possível confeccionar é 18. Logo, para saber o total de tecido que sobra, conclui-se que 18 · 2,75 = 49,50, e como 50 − 49,50 = 0,5, sobram 50 cm de tecido.

As resoluções dos **exercícios 69** a **71** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

No exercício 72, obtêm-se:

a) $10 \cdot 0{,}1 = 10 \cdot \frac{1}{10} = \frac{10 \cdot 1}{10} = 1$

b) $10 : 0{,}1 = 10 : \frac{1}{10} =$

$= \frac{10 \cdot 10}{1} = 100$

Observe outro exemplo.

$$\begin{array}{r|l} 5{,}2 & 1{,}2 \\ \hline -\,4{,}8 & 4 \text{ unidades} \\ \hline 0{,}4 = 4 \text{ décimos} & \end{array} \quad \xrightarrow{\times 10} \quad \begin{array}{r|l} 52 & 12 \\ \hline -\,48 & 4 \text{ unidades} \\ \hline 4 = 4 \text{ unidades} & \end{array}$$

Considere agora a situação a seguir, que mostra uma aplicação dessa importante propriedade da divisão.

Uma peça de tecido com 12,2 metros de medida de comprimento é dividida em retalhos iguais de 1,3 metro de medida de comprimento. Quantos retalhos são obtidos e quanto tecido sobra nessa divisão?

Para resolver esse problema, basta dividir 12,2 por 1,3 e verificar o quociente e o resto obtidos.

$$\begin{array}{l|l} 12{,}2 \text{ metros} & 1{,}3 \text{ metro por retalho} \\ \hline \text{resto} & ? \text{ retalhos} \end{array} \quad \xrightarrow{\times 10} \quad \begin{array}{r|l} 122 & 13 \\ \hline 05 & 9 \end{array}$$

quantidade de retalhos

Para saber o resto, em metro, basta dividir 5 por 10, ou seja, 5 : 10 = 0,5. Assim, obtêm-se 9 retalhos e ainda sobra 0,5 metro de tecido.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

68 Uma costureira usou 2 metros e 75 centímetros de cetim em cada túnica dos participantes de um coral.

TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Quantos participantes há nesse coral? Quanto sobrou de tecido? **68.** 18 participantes; 50 cm.

69 Calcule os quocientes.

a) 25,46 : 6,7 **69. a)** 3,8
b) 1,6632 : 0,924 **69. b)** 1,8
c) 124,976 : 8,56 **69. c)** 14,6
d) 0,09 : 0,36 **69. d)** 0,25
e) 203,82 : 15,8 **69. e)** 12,9
f) 93,4656 : 9,736 **69. f)** 9,6

70 Determine os quocientes aproximados com uma casa decimal.

a) 7,4 : 6 **70. a)** 1,2
b) 12,5 : 0,3 **70. b)** 41,7
c) 9,4 : 2,1 **70. c)** 4,5
d) 85,6 : 9,6 **70. d)** 8,9

71 Calcule os quocientes aproximados com duas casas decimais.

a) 0,58 : 7 **71. a)** 0,08
b) 10 : 0,9 **71. b)** 11,11
c) 0,25 : 0,7 **71. c)** 0,36
d) 45,6 : 9,2 **71. d)** 4,96

72 Calcule:

a) 10 · 0,1 **72. a)** 1
b) 10 : 0,1 **72. b)** 100
c) 20 · 0,5 **72. c)** 10
d) 20 : 0,5 **72. d)** 40
e) 0,2 · 0,001 **72. e)** 0,0002
f) 0,2 : 0,001 **72. f)** 200

c) $20 \cdot 0{,}5 = 20 \cdot \frac{5}{10} = \frac{20 \cdot 5}{10} = \frac{2 \cdot 5}{1} = 10$

d) $20 : 0{,}5 = 20 : \frac{5}{10} = \frac{20 \cdot 10}{5} = \frac{20 \cdot 2}{1} = 40$

e) $0{,}2 \cdot 0{,}001 = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{1\,000} = \frac{2 \cdot 1}{10 \cdot 1\,000} = \frac{2}{10\,000} = 0{,}0002$

f) $0{,}2 : 0{,}001 = \frac{2}{10} : \frac{1}{1\,000} = \frac{2 \cdot 1\,000}{10 \cdot 1} = \frac{2 \cdot 100}{1} = 200$

73. a) Resposta possível: o divisor, o dividendo e o resto da 1ª divisão foram multiplicados por 10 e por 100 nas divisões seguintes. O resto da 1ª divisão fica multiplicado por 10 e, depois, por 100. O quociente não muda.

73 Observe as divisões e faça o que se pede.

43	9	430	90	4 300	900
7	4	70	4	700	4

a) Identifique o que muda e o que não muda de uma divisão para a outra.

b) Calcule mentalmente o quociente e o resto da divisão de 43 000 por 9 000.
73. b) quociente: 4; resto: 7 000

74 Sabendo que 43 : 8 = 5,375 e que 25 : 4 = 6,25, calcule mentalmente e escreva os quocientes na forma decimal.

a) 430 : 80 **74. a)** 5,375
b) 4,3 : 0,8 **74. b)** 5,375
c) 4 300 : 800 **74. c)** 5,375
d) 0,43 : 0,08 **74. d)** 5,375
e) 250 : 40 **74. e)** 6,25
f) 2,5 : 0,4 **74. f)** 6,25
g) 2 500 : 400 **74. g)** 6,25
h) 0,25 : 0,04 **74. h)** 6,25

75 Um garrafão tem 30 litros de água mineral.

Quantas garrafas de 0,5 litro poderão ser enchidas com a água desse garrafão?
75. 60 garrafas.

BETO CELLI

76 Uma agência de turismo está oferecendo um plano de hospedagem em um hotel do Pantanal Mato-Grossense ao preço de R$ 1 021,00 à vista ou em 3 prestações de R$ 346,00. Paula e Renata vão fazer essa viagem. Paula pagou à vista, e Renata, a prazo.

Responda:

a) Quanto Renata pagou a mais que Paula? **76. a)** R$ 17,00.

b) Como Renata ficará hospedada durante 7 dias, qual é o valor aproximado que ela pagará por dia? **76. b)** R$ 148,29.

HANS VON MANTEUFFEL/PULSAR IMAGENS

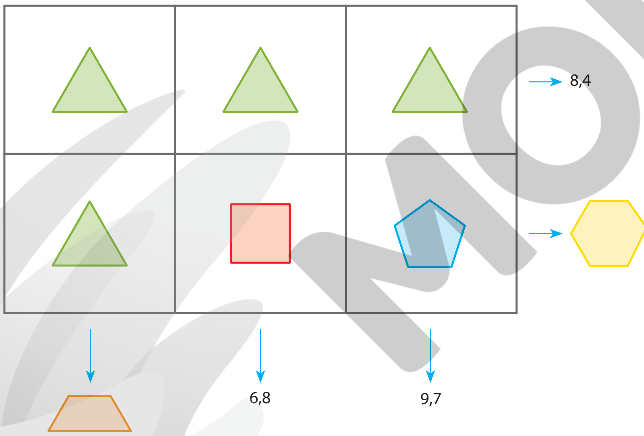
Paisagem do Pantanal, em Poconé (MT). (Fotografia de 2019.)

Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

No quadro a seguir, as figuras iguais representam o mesmo número. As flechas apontam para a soma dos números de cada linha ou coluna. Descubra o valor que cada figura representa.

Pense mais um pouco...:
triângulo: 2,8
quadrado: 4
pentágono: 6,9
trapézio: 5,6
hexágono: 13,7



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Exercícios propostos

O **exercício 73** possibilita que os estudantes comparem as três divisões, tendo em vista não apenas o quociente encontrado em cada uma, mas também o resto obtido. Após algumas discussões e trocas de ideias, é importante incentivar os estudantes a relatarem o que perceberam, a fim de se apropriarem das conclusões. Podem-se fazer algumas observações interessantes nesse caso:

- Todas as divisões têm o mesmo resultado, apesar de os números envolvidos (dividendo e divisor) serem distintos nas três divisões.
- De uma divisão para outra, multiplicamos por 10 o dividendo e o divisor (43 · 10 = 430, assim como 9 · 10 = 90 e também 430 · 10 = 4 300 e 90 · 10 = 900), mas o quociente continua o mesmo. O que muda de uma divisão para outra é o resto, que também fica multiplicado por 10.

As resoluções dos **exercícios 74** a **76** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

No **exercício 76**, cujo contexto é o turismo no Brasil, outras informações interessantes sobre o assunto podem ser consultadas no *site* do Ministério do Turismo (disponível em: http://www.turismo.gov.br. Acesso em: 24 maio 2022), no qual há dados atuais sobre destinos e roteiros nacionais, apontando diferentes opções para jovens, adultos e crianças conhecerem melhor o país.

Se julgar conveniente, discuta com os estudantes o fato de o turismo representar um campo de forte potencial econômico no Brasil, embora careça ainda de desenvolvimento mais consistente.

Pense mais um pouco...

Esta seção traz um desafio que pode ser feito em duplas. A discussão de opiniões e a verbalização de ideias contribuem para um aprendizado mais significativo e enriquecedor. Para determinar o número representado pelo triângulo, basta considerar que 3 dessas figuras equivalem a 8,4; portanto, o triângulo representa 2,8 (pois 8,4 : 3 = 2,8). Assim o número representado pelo quadrado é dado por 6,8 – 2,8 = 4 e pelo pentágono por 9,7 – 2,8 = 6,9.

Trabalhando a informação

Habilidades da BNCC: **EF06MA11** e **EF06MA32**.

Esta seção trabalha o conceito de média aritmética e possibilita desenvolver as habilidades (EF06MA11) e (EF06MA32) ao explorar números racionais positivos em contextos envolvendo informações dadas em tabelas. É provável que alguns estudantes já tenham vivenciado situações em que houve necessidade de calcular a média aritmética de uma amostra de dados. Além dos cálculos envolvidos nessa discussão, eles poderão compreender o significado de média e avaliar se as respostas obtidas estão dentro do esperado.

Uma atividade que pode ser proposta aos estudantes é que obtenham dados biométricos dos colegas, como altura, e determinem a altura média dos estudantes da turma, por exemplo.

Comente com os estudantes que vendedores costumam receber bonificações de acordo com o montante vendido. E que o profissional que exerce essa função, além de negociar a venda de um produto, deve atender bem o cliente, deixando-o satisfeito. Ao conversar com os estudantes sobre essa temática, contribui-se para o desenvolvimento da **competência geral 6** e do Tema Contemporâneo Transversal **trabalho**.

Na **atividade 1**, considerando-se o acréscimo de R$ 40,00, relativo à diferença no total de vendas de Carlos indicado na tabela e considerado pelo enunciado, a média aumentaria em cerca de R$ 6,67 (pois 40 : 6 é aproximadamente 6,67). Assim, a nova média seria dada por $23\,035 + 6{,}67 = 23\,041{,}67$.

Na **atividade 2**, o gasto médio de Tiago é dado por

$(42 + 43 + 22 + 80) : 4 =$
$= 187 : 4 = 46{,}75$

E o de Clara é dado por:

$(53 + 52 + 50 + 40) : 4 =$
$= 195 : 4 = 48{,}75$

Para determinar a altura média dos jogadores de cada equipe, na **atividade 3**, calculam-se:

- Média das alturas dos jogadores da equipe A:
  $(2{,}04 + 2{,}01 + 2{,}08 + 1{,}90 + 1{,}82) : 5 = 9{,}85 : 5 = 1{,}97$
- Média das alturas dos jogadores da equipe B:
  $(2{,}02 + 2{,}01 + 1{,}98 + 1{,}96 + 1{,}93) : 5 = 9{,}9 : 5 = 1{,}98$

Assim, conclui-se que 3 jogadores da equipe A têm altura abaixo da média de alturas dos jogadores dessa equipe e que 2 da equipe B têm altura abaixo da média de alturas dos jogadores dessa equipe.

A **atividade 4** pode ser feita de modo coletivo com os estudantes organizando os dados e, depois, individualmente eles determinam as médias e comparam os resultados com os dos demais colegas do grupo e da turma.

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

Trabalhando com média

Antônio resolveu premiar os vendedores de sua loja de calçados pagando um adicional de R$ 500,00 àqueles que vendessem acima da média no mês de julho. Ele organizou uma tabela que mostra as vendas de cada um dos vendedores.

Faturamento do vendedor	
Vendedor	**Valor total de vendas**
Carlos	R$ 23 000,00
Fernanda	R$ 33 500,00
Fábia	R$ 13 500,00
Geraldo	R$ 21 000,00
Marcela	R$ 18 810,00
Pedro	R$ 28 400,00

Dados obtidos por Antônio.

Para saber quais vendedores têm direito ao prêmio, Antônio precisa calcular a média de vendas de todos eles. Para isso, ele adicionou o valor das vendas de cada vendedor e, em seguida, dividiu o total obtido por 6, pois foram considerados 6 vendedores:

$$(23\,000 + 33\,500 + 13\,500 + 21\,000 + 18\,810 + 28\,400) : 6 = 138\,210 : 6 = 23\,035$$

Ao adicionar o valor das vendas de cada vendedor e dividir o total obtido pela quantidade de vendedores, Antônio obteve o **valor médio** de vendas do mês de julho, ou seja, ele calculou a **média aritmética** dos valores de vendas do mês.

Observe que, nesse caso, o valor médio de vendas obtido (R$ 23 035,00) é diferente dos valores das vendas de todos os vendedores.

Assim, Antônio percebeu que deve pagar um adicional de R$ 500,00 aos vendedores Fernanda e Pedro.

Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Reúna-se em grupo de 4 a 6 integrantes e façam o que se pede.

1 Com relação aos dados coletados por Antônio, se Carlos tivesse vendido um total de R$ 23 040,00, e os outros vendedores permanecessem com os mesmos valores de vendas, ele passaria a receber o adicional de R$ 500,00 em seu salário? **1.** Não, pois a média das vendas no mês passaria a ser R$ 23 041,70; logo, ele estaria abaixo da média.

2 Joana, mãe de Tiago e de Clara, ficou assustada ao ver a conta de celular do filho referente ao mês de abril. Ele gastou o dobro da conta de Clara.

Muito esperto, Tiago provou à mãe que Clara havia gasto, em média, mais do que ele, considerando as contas desde o início do ano.

Tiago	Clara
Janeiro: R$ 42,00	Janeiro: R$ 53,00
Fevereiro: R$ 43,00	Fevereiro: R$ 52,00
Março: R$ 22,00	Março: R$ 50,00
Abril: R$ 80,00	Abril: R$ 40,00

LIGIA DUQUE/ARQUIVO DA EDITORA

Calculem o gasto médio das contas de Tiago e de Clara, referentes aos 4 meses considerados, para verificar se ele tinha razão.
2. Gasto médio de Tiago: R$ 46,75; gasto médio de Clara: R$ 48,75.

3 Em determinado jogo de basquete entre as equipes A e B, os jogadores que estavam na quadra tinham como medidas de altura os valores registrados no quadro, em metro.

Equipe A	2,04; 2,01; 2,08; 1,90 e 1,82
Equipe B	2,02; 2,01; 1,98; 1,96 e 1,93

a) Qual é a média da medida da altura dos jogadores de cada equipe?
b) Na equipe A, quantos jogadores têm medida de altura acima da média? **3. b)** 3 jogadores.
c) Na equipe B, quantos jogadores têm medida de altura abaixo da média? **3. c)** 2 jogadores.
3. a) Equipe A: 1,97 m; equipe B: 1,98 m.

4 Elaborem uma tabela com a medida da altura (em metro), da massa (em quilograma) e a idade (em mês) de cada estudante do grupo que formaram e, em seguida, calculem a média do grupo para cada um desses itens. **4.** Resposta pessoal.

236

12 Potenciação

Ao trabalhar com números naturais, aprendemos que potenciação é a multiplicação de fatores iguais.

Também podemos efetuar potenciação com números racionais na forma decimal. Observe.

a) $(0,2)^2 = 0,2 \cdot 0,2 = 0,04$

b) $(0,3)^3 = 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,027$

c) $(1,35)^5 = 1,35 \cdot 1,35 \cdot 1,35 \cdot 1,35 \cdot 1,35 = 4,48403$

d) $(1,04)^2 = 1,04 \cdot 1,04 = 1,0816$

Para obter o valor de $(5,2)^4$, por exemplo, usando a calculadora, devemos apertar as seguintes teclas:

5 · 2 × = = = → 731.1616

Observe outros exemplos.

a) $(48,6)^2$ → 4 8 · 6 × = → 2361.96

b) $(3,3)^3$ → 3 · 3 × = = → 35.937

Observações

- As definições adotadas para as potências de números naturais com expoente 1 e expoente 0 também são válidas para os números representados na forma decimal, ou seja:
  - toda potência de expoente 1 é igual à própria base;
  - toda potência de expoente 0 e base diferente de 0 é igual a 1.

  Observe os exemplos:

  a) $(0,6)^1 = 0,6$ **b)** $(1,4)^1 = 1,4$ **c)** $(2,4)^0 = 1$ **d)** $(7,35)^0 = 1$

- Quando o expoente é um número natural maior que 1, usando uma calculadora, obtemos a potência apertando as teclas dos algarismos da parte inteira, a tecla ·, as teclas dos algarismos da parte decimal, a tecla × e a tecla = tantas vezes, menos uma, quantas indicar o expoente.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

77 Calcule o valor de cada uma das potências.

a) $(0,5)^2$ **77. a)** 0,25
b) $(1,2)^3$ **77. b)** 1,728
c) $(2,5)^2$ **77. c)** 6,25
d) $(12,5)^1$ **77. d)** 12,5
e) $(19,6)^0$ **77. e)** 1
f) $(0,01)^1$ **77. f)** 0,01

78 Com uma calculadora, obtenha cada uma das potências.

a) $(0,4)^4$ **78. a)** 0,0256
b) $(3,1)^2$ **78. b)** 9,61
c) $(0,3)^4$ **78. c)** 0,0081
d) $(1,8)^3$ **78. d)** 5,832
e) $(0,03)^2$ **78. e)** 0,0009
f) $(1,5)^4$ **78. f)** 5,0625

12. Potenciação

Habilidade da BNCC: **EF06MA11**.

Com base na potenciação de números naturais e de frações, desenvolva a potenciação cuja base envolve números racionais na forma decimal e o expoente é um número natural.

Conforme abordamos nessa página, explore o cálculo de potências em uma calculadora simples. No entanto, esse estudo pode ser ampliado para calculadoras científicas, contidas em celulares ou computadores, de modo que os estudantes percebam a existência de teclas especiais para o cálculo de algumas potências, como a tecla x^2. Se possível, proponha a eles atividades em que utilizem essas teclas.

Comente com eles que, em algumas calculadoras, não é possível efetuar os cálculos da maneira apresentada. Há calculadoras em que a sequência de teclas pode diferir da apresentada no livro. Essa observação deve ser feita sempre que for usada a calculadora.

Exercícios propostos

No **exercício 77**, em cada item, efetuando a potenciação como multiplicação de fatores iguais, obtêm-se:

a) $(0,5)^2 = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$

b) $(1,2)^3 = 1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 =$
$= 1,44 \cdot 1,2 = 1,728$

c) $(2,5)^2 = 2,5 \cdot 2,5 = 6,25$

d) $(12,5)^1 = 12,5$

e) $(19,6)^0 = 1$

f) $(0,01)^1 = 0,01$

No **exercício 78**, auxilie os estudantes a utilizar a calculadora e a obter as potências indicadas. Se possível, eles podem utilizar uma calculadora científica.

13. Expressões numéricas e problemas

Habilidade da BNCC: **EF06MA11**.

Este tópico possibilita desenvolver a habilidade (EF06MA11), pois poderão ser retomadas as operações com números racionais na forma decimal já estudadas. Converse com os estudantes sobre o problema apresentado. Proponha a eles, inicialmente, que o resolvam organizados em duplas, utilizando estratégias pessoais. Para isso, espera-se que mobilizem os conhecimentos construídos no estudo dos números naturais.

Em seguida, compartilhe os diferentes procedimentos, validando-os com a turma, de modo que as duplas possam reorganizar suas estratégias com base nessa discussão. Para finalizar, retome a resolução da expressão obtida, reproduzindo todas as etapas na lousa.

Amplie a discussão introduzindo a operação da potenciação, de modo que os estudantes percebam a necessidade de efetuar essa operação antes das demais.

13 Expressões numéricas e problemas

As expressões numéricas são úteis para solucionar problemas. Para resolvê-las, há certa ordem a ser seguida nas operações:

- efetuam-se primeiro potenciações, depois multiplicações e divisões e, em seguida, adições e subtrações;
- onde houver sinais de associação, efetuam-se primeiro as operações indicadas entre parênteses, em seguida as indicadas entre colchetes e, finalmente, as indicadas entre chaves.

Observe um exemplo.

Problema	Expressão
Depois de ter comprado 2 embalagens de 1,2 quilograma cada uma de seu chocolate preferido, Júlia ganhou de uma amiga 3 embalagens pequenas do mesmo chocolate, com 0,4 quilograma cada uma, e de sua mãe, outras 3 embalagens grandes, com 2,1 quilogramas desse chocolate. Com quantos quilogramas de chocolate Júlia ficou?	$2 \cdot 1{,}2 + 3 \cdot 0{,}4 + 3 \cdot 2{,}1$ **ou** $(2 \cdot 1{,}2) + 3 \cdot (0{,}4 + 2{,}1)$ **ou** $2 \cdot 1{,}2 + 3 \cdot (0{,}4 + 2{,}1)$ Como a multiplicação deve ser feita em primeiro lugar, não há necessidade de indicá-la entre parênteses.

Resolvendo a expressão, temos:

$2 \cdot 1{,}2 + 3 \cdot 0{,}4 + 3 \cdot 2{,}1 =$

$= 2{,}4 + 1{,}2 + 6{,}3 =$

$= 3{,}6 + 6{,}3 =$

$= 9{,}9$

Cálculos

$$\begin{array}{r} 1{,}2 \\ \times\ 2 \\ \hline 2{,}4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1} \\ 0{,}4 \\ \times\ 3 \\ \hline 1{,}2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2{,}1 \\ \times\ 3 \\ \hline 6{,}3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2{,}4 \\ +\ 1{,}2 \\ \hline 3{,}6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3{,}6 \\ +\ 6{,}3 \\ \hline 9{,}9 \end{array}$$

Portanto, Júlia ficou com 9,9 quilogramas de chocolate.

Agora, observemos exemplos de expressões numéricas que envolvem potenciação.

a) $(5{,}1)^2 - (3{,}4)^2 =$

$= 26{,}01 - 11{,}56 =$

$= 14{,}45$

b) $(1 - 0{,}5)^2 : (3{,}5 - 2{,}3)^0 =$

$= (0{,}5)^2 : 1 =$

$= 0{,}25 : 1 = 0{,}25$

Usando uma calculadora, nesses exemplos, temos:

a) 5 · 1 × = M+ 3 · 4 × = M− MRC — 14.45

b) 1 − 0 · 5 = × = ÷ 1 = — 0.25

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Observação

- Há calculadoras com outros recursos em que esse cálculo pode ser feito de maneira diferente.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

79 Calcule o valor das expressões.

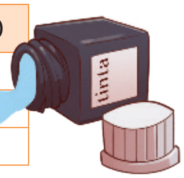
a) $(3,5)^2 - (2,1)^3$ **79. a)** 2,989 b) $(14,4)^2 : 1,8$ **79. b)** 115,2 c) $(5,2 - 3,75)^2$ **79. c)** 2,1025 d) $(2 - 1,2)^3 : 0,32$
79. d) 1,6

80 Com uma calculadora, obtenha o valor das expressões.

a) $(2 - 0,6)^2 + (0,1 + 0,7)^2$ **80. a)** 2,6 b) $(6,2 + 2,3)^3 - (0,5)^3$ **80. b)** 614

81 Mário completou o quadro, mas, por acidente, derrubou tinta em cima dele. Recupere os resultados e refaça o quadro, seguindo a orientação da primeira linha.
81. Resposta:

	a	b	c	$a + b \cdot c$	$(a + b) \cdot c$	$a^2 \cdot (b - c)$
4,7; 5,33; 3,087	2,1	2	1,3			
8,6; 11,05; 15,925	3,5	3	1,7			
4,46; 1,26; 33,6	4	2,3	0,2			



MARCIO GUERRA/ ARQUIVO DA EDITORA

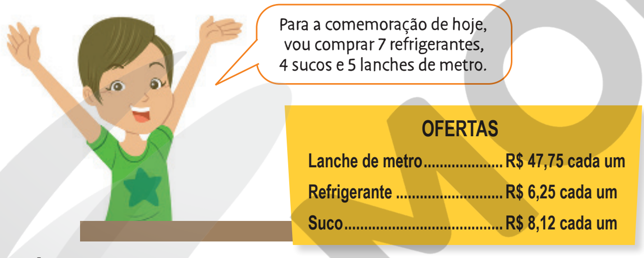
82 Represente a resolução do problema com uma expressão numérica e, depois, resolva-a. **82.** Resposta possível: $120 \cdot (0,20 + 2,5)$; 324 metros.
Um alfaiate recebeu um pedido de 120 uniformes. Para fazer cada uniforme, ele usou 0,20 metro de um tecido e 2,5 metros de outro. No total, quantos metros de tecido o alfaiate usou?


DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

83 Resolva cada uma das expressões.

a) $6,4 \cdot 0,25 + 12,6 \cdot 0,15$ **83. a)** 3,49
b) $1,5 \cdot (3,4 - 1,8)$ **83. b)** 2,4
c) $(18,13 + 7,6) : (5,6 - 2,5)$ **83. c)** 8,3
d) $32 \cdot 0,8 - 0,2 \cdot 0,12$ **83. d)** 25,576

84 Para comemorar seu aniversário, Bruno resolveu chamar alguns amigos para uma festa em sua casa.



ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Faça o que se pede. **84. a)** $7 \cdot 6,25 + 4 \cdot 8,12 + 5 \cdot 47,75$
a) Escreva uma expressão numérica que represente quanto Bruno irá gastar.
b) Calcule o valor da expressão numérica que você escreveu, indicando quanto Bruno irá gastar.
84. b) R$ 314,98.

85 ***Hora de criar*** – Escreva um problema que possa ser resolvido pela expressão:

$3 \cdot 1,75 + 2 \cdot 2,40$ **85.** Resposta pessoal.

Desse modo, poderão apresentar sugestões aos colegas ou solicitar orientação do professor nos casos em que houver muitas divergências ou dúvidas. Assim, o trabalho dos estudantes é feito de maneira mais autônoma, possibilitando perceberem quanto podem contribuir para o aprendizado dos demais colegas, e vice-versa.

Exercícios propostos

No **exercício 79**, de acordo com a ordem das operações que deve ser seguida na expressão, obtêm-se:

a) $(3,5)^2 - (2,1)^3 =$
$= 12,25 - 9,261 = 2,989$

b) $(14,4)^2 : 1,8 =$
$= 207,36 : 1,8 = 115,2$

c) $(5,2 - 3,75)^2 = 1,45^2 = 2,1025$

d) $(2 - 1,2)^3 : 0,32 =$
$= 0,8^3 : 0,32 =$
$= 0,512 : 0,32 = 1,6$

De forma semelhante, no **exercício 80** obtêm-se:

a) $(2 - 0,6)^2 + (0,1 + 0,7)^2 =$
$= 1,4^2 + 0,8^2 =$
$= 1,96 + 0,64 = 2,6$

b) $(6,2 + 2,3)^3 - (0,5)^3 =$
$= 8,5^3 - 0,5^3 =$
$= 614,125 - 0,125 = 614$

No **exercício 81**, é interessante incentivar os estudantes a registrarem na lousa as respostas, para que toda a turma possa acompanhar não apenas o resultado obtido para cada expressão, mas também os procedimentos de resolução, permitindo identificar dúvidas, erros e, consequentemente, fazer interferências para corrigi-los. A resolução do **exercício 81** encontra-se no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

No **exercício 82**, o total de tecido utilizado em um uniforme é a soma do comprimento de cada tecido utilizado. Como são 120 uniformes, conclui-se que foram utilizados 324 m, pois:

$(0,2 + 2,5) \cdot 120 =$
$= 2,7 \cdot 120 = 324$

No **exercício 83**, resolvendo cada item, obtêm-se:

a) $6,4 \cdot 0,25 + 12,6 \cdot 0,15 =$
$= 1,6 + 1,89 = 3,49$

b) $1,5 \cdot (3,4 - 1,8) =$
$= 1,5 \cdot 1,6 = 2,4$

c) $(18,13 + 7,6) : (5,6 - 2,5) =$
$= 25,73 : 3,1 = 8,3$

d) $32 \cdot 0,8 - 0,2 \cdot 0,12 =$
$= 25,6 - 0,024 = 25,576$

A resolução do **exercício 84** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

Para enriquecer o trabalho com o **exercício 85**, solicite aos estudantes que, além de mostrarem sua proposta, troquem-na com outros dois estudantes (ou seja, o problema criado por um estudante será lido por pelo menos dois colegas).

14. Representação decimal de frações

Habilidade da BNCC: **EF06MA08**.

Este tópico favorece o desenvolvimento da habilidade (EF06MA08), pois associa a representação de racionais na forma de fração à forma decimal. Com base no conceito de **dízima periódica**, os estudantes podem verificar que toda fração (decimal ou não) pode ser representada na forma decimal.

Proponha aos estudantes outras frações (contemplando frações decimais, frações equivalentes a frações decimais e frações não decimais nem equivalentes a alguma fração decimal) para que determinem a sua forma decimal. Em seguida, peça a alguns estudantes que apresentem na lousa o que fizeram e valide as respostas com a turma.

14 Representação decimal de frações

Sabemos que toda fração pode indicar o quociente de uma divisão; por exemplo:

$$\frac{9}{4} = 9 : 4$$

Assim, é possível representar qualquer fração na forma decimal. Para isso, basta efetuar os seguintes cálculos:

$$\begin{array}{l|l} 9 & 4 \\ \hline 10 & 2{,}25 \\ \ \ 20 & \\ \ \ \ \ 0 & \end{array}$$

Portanto, a representação na forma decimal de $\frac{9}{4}$ é 2,25.

Acompanhe outros exemplos.

a) Vamos representar na forma decimal a fração $\frac{7}{3}$.

$$\begin{array}{l|l} 7 & 3 \\ \hline 10 & 2{,}333... \\ \ \ 10 & \\ \ \ \ \ 10 & \\ \ \ \ \ \ \ 1 & \end{array}$$

Observe que, na representação na forma decimal de $\frac{7}{3}$, usamos reticências. Com isso, queremos dizer que o número 2,333... tem infinitas casas decimais.

Portanto, a representação na forma decimal de $\frac{7}{3}$ é 2,333…

Nela, o algarismo 3, chamado de **período**, se repete indefinidamente. O número 2,333… é um exemplo de **dízima periódica**.

Uma dízima periódica pode ser indicada de maneira abreviada, colocando-se um traço sobre o período. Assim:

- o número 2,333… pode ser indicado por $2{,}\overline{3}$;
- o número 0,787878… pode ser indicado por $0{,}\overline{78}$;
- o número 3,2555… pode ser indicado por $3{,}2\overline{5}$.

b) Vamos representar na forma decimal a fração $\frac{4}{15}$.

$$\begin{array}{l|l} 40 & 15 \\ \hline 100 & 0{,}2666... \\ \ \ 100 & \\ \ \ \ \ 100 & \\ \ \ \ \ \ \ 10 & \end{array}$$

Portanto, a representação na forma decimal de $\frac{4}{15}$ é 0,2666… ou $0{,}2\overline{6}$.

Observe que $\frac{4}{15}$ não é uma fração decimal nem pode ser transformada em uma fração decimal equivalente.

$$\underbrace{\frac{4}{15} = \frac{8}{30} = \frac{12}{45} = \frac{16}{60} = \frac{20}{75} = \frac{24}{90} = \frac{28}{105}}_{\text{Não são frações decimais.}} = \ldots$$

No entanto, o número 0,2666… é um número racional, pois pode ser representado pela fração $\frac{4}{15}$, por exemplo.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

86 Junte-se a um colega e façam o que se pede.

Considerem as frações: $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{11}{9}$ e $\frac{12}{9}$.

a) Realizem divisões para obter a representação decimal desses números. **86. a)** $0{,}\overline{5}$; $0{,}\overline{6}$; $0{,}\overline{7}$; $0{,}\overline{8}$; $1{,}\overline{1}$; $1{,}\overline{2}$; e $1{,}\overline{3}$

b) Agora, observando os resultados do item **a** e sem efetuar cálculos, deem a representação decimal de $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{13}{9}$, $\frac{14}{9}$ e $\frac{15}{9}$. **86. b)** $0{,}\overline{4}$; $0{,}\overline{3}$; $1{,}\overline{4}$; $1{,}\overline{5}$ e $1{,}\overline{6}$

c) Com o auxílio dos resultados obtidos nos itens **a** e **b**, deem a representação na forma de fração dos números $0{,}\overline{2}$; $0{,}\overline{1}$; $1{,}\overline{7}$ e $1{,}\overline{8}$. **86. c)** $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{16}{9}$ e $\frac{17}{9}$

87 Escreva a forma abreviada das dízimas periódicas.

a) 0,222… **87. a)** $0{,}\overline{2}$

b) 0,531531531… **87. b)** $0{,}\overline{531}$

c) 2,353535… **87. c)** $2{,}\overline{35}$

d) 0,0222… **87. d)** $0{,}0\overline{2}$

e) 0,56444… **87. e)** $0{,}56\overline{4}$

f) 2,7212121… **87. f)** $2{,}7\overline{21}$

88 Identifique o período de cada dízima periódica.

a) 0,744… **88. a)** 4

b) 2,45666… **88. b)** 6

c) 0,2343434… **88. c)** 34

d) 1,7525252… **88. d)** 52

89 (Fatec-SP) Efetuando as operações indicadas e simplificando a expressão

$\left\{\left[(1{,}25) \times \frac{4}{25}\right] : 0{,}08\right\} : \left(\frac{16}{25} - 0{,}04\right)$, temos: **89.** Alternativa **a**.

a) $\frac{25}{6}$.

b) $\frac{3}{2}$.

c) $\frac{6}{5}$.

d) $\frac{16}{9}$.

e) 1.

90 O preço pago por uma corrida de táxi, em determinado município, inclui uma parcela fixa, denominada bandeirada, e uma parcela que depende da distância percorrida. Nesse município, a bandeirada custa R$ 5,00, e cada quilômetro rodado custa R$ 2,75.

Qual é a distância percorrida, em quilômetro, por um passageiro que pagou R$ 43,50 pela corrida? **90.** 14 quilômetros.

Exercícios propostos

Com o **exercício 86**, pode-se proporcionar aos estudantes que descubram uma regra prática para representar alguns números na forma decimal para a forma de fração e vice-versa. Considerando que:

5 : 9 = 0,555...

6 : 9 = 0,666...

7 : 9 = 0,777...

8 : 9 = 0,888...

9 : 9 = 1

Obtêm-se:

10 : 9 = (9 : 9) + (1 : 9) = = 1 + 0,111... = 1,111...

11 : 9 = (9 : 9) + 2 : 9 = = 1 + 0,222... = 1,222...

12 : 9 = 1,333...

13 : 9 = 1,444...

14 : 9 = 1,555...

15 : 9 = 1,666...

No item **c**, espera-se que os estudantes concluam que 2 : 9 = = 0,222... e que 1 : 9 = 0,111... Além disso, que:

- 16 : 9 = (9 : 9) + (7 : 9) = = 1,777...
- 17 : 9 = (9 : 9) + (8 : 9) = = 1,888...

No **exercício 87**, verifique se os estudantes compreendem que a forma abreviada troca a repetição dos algarismos e as reticências por um traço para indicar a dízima. Já no **exercício 88**, avalie se eles percebem que o período é formado pelos algarismos que se repetem na parte decimal de uma dízima periódica.

A resolução do **exercício 89** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9,

No **exercício 90** deve-se considerar que o passageiro pagou R$ 43,50, sendo que a bandeirada custa R$ 5,00. Então o preço pago apenas pelos quilômetros rodados foi R$ 38,50 (43,50 − 5 = 38,50). Como cada quilômetro custa R$ 2,75, a distância percorrida é dada por 38,50 : 2,75 = 14,14 km.

O **exercício 90** pode ser ampliado propondo aos estudantes uma pesquisa acerca de preços atualizados das tarifas praticadas em táxis (bandeirada e quilômetro rodado) de diferentes lugares do Brasil. Eles poderão reunir os dados em uma tabela comparativa, indicando: cidade, bandeirada, preço do quilômetro rodado (em reais), preço de uma corrida de 25 km (em reais), distância percorrida (em km) com R$ 50,00.

241

15. Porcentagem

Habilidades da BNCC: **EF06MA11**, **EF06MA12** e **EF06MA13**.

Este tópico possibilita desenvolver as habilidades (EF06MA11), (EF06MA12) e (EF06MA13). Retome o conceito e o cálculo de porcentagens já desenvolvidos no estudo dos números racionais na forma de fração. Apresente aos estudantes outros exemplos de cálculos para realizarem ainda com base no cálculo com fração.

Em seguida, proponha aos estudantes outras porcentagens para expressarem na forma de fração de denominador 100 e, depois, escreverem a forma decimal dessas frações, associando as porcentagens dadas a números racionais na forma decimal. Por exemplo:

- $35\% = \frac{35}{100} = 0{,}35$
- $50\% = \frac{50}{100} = 0{,}50$
- $2\% = \frac{2}{100} = 0{,}02$
- $120\% = \frac{120}{100} = 1{,}20$

15 Porcentagem

Já aprendemos que as frações de denominador 100 podem ser representadas na **forma percentual**; por exemplo, $\frac{3}{100} = 3\%$.

Agora, vamos aprender a resolver alguns problemas usando a **porcentagem**. Para isso, considere a notícia a seguir.

Produção de petróleo pode aumentar no Brasil

A Empresa de Pesquisa Energética (EPE) divulgou um plano de expansão de energia, em novembro de 2021, estimando um crescimento de 65% na produção brasileira de petróleo até 2031. Quando o estudo foi realizado, a produção era de 3,13 milhões de barris por dia.

Fonte: SUPERINTENDÊNCIA de Petróleo e Gás Natural. **Estudos do Plano Decenal de Expansão de Energia 2031**: Previsão da Produção de Petróleo e Gás Natural. [Brasília] Ministério de Minas e Energia. nov. 2021. Disponível em: https://www.gov.br/mme/pt-br/assuntos/noticias/copy_of_CadernodePrevisodaProduodePetrleoeGsNaturalPDE20311.pdf. Acesso em: 24 maio 2022.

RENATOPMEIRELES/SHUTTERSTOCK

Plataforma de petróleo na baía de Guanabara, Niterói (Rio de Janeiro). (Fotografia de 2021.)

Para determinar o acréscimo citado, devemos calcular 65% de 3,13 milhões de barris.

Vamos fazer esse cálculo de dois modos:

- Usando números na forma de fração.

Sabemos que $65\% = \frac{65}{100}$. Então, fazemos:

$$65\% \text{ de } 3{,}13 = \frac{65}{100} \text{ de } 3{,}13 = \frac{65}{100} \cdot \frac{313}{100} = \frac{20\,345}{10\,000} = 2{,}0345$$

Com uma calculadora, fazemos:

6 5 × 3 . 1 3 % = 2,0345

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

- Usando números na forma decimal.

Sabemos que $65\% = \frac{65}{100}$ e que $\frac{65}{100} = 0{,}65$.

Então, fazemos:

65% de $3{,}13 = 0{,}65$ de $3{,}13 = 0{,}65 \cdot 3{,}13 = 2{,}0345$

Com uma calculadora, fazemos: . 6 5 × 3 . 1 3 = 2,0345

Portanto, 2,0345 milhões de barris correspondem ao acréscimo estimado na produção de gás e petróleo no Brasil para 2031.

Acompanhe mais um exemplo de cálculo envolvendo porcentagem.

Marcelo e seus pais foram a um rodízio de *pizzas* que cobra R$ 39,90 por pessoa. Eles pediram três sucos, a R$ 6,00 cada um, e três sobremesas, a R$ 8,50 cada uma. Ao receber a conta, Marcelo observou que havia um acréscimo de 10% sobre o valor total consumido como taxa de serviços dos garçons. Qual foi o valor dessa taxa de serviços?

Para resolver esse problema, precisamos calcular 10% do valor total consumido.

Primeiro, calculamos o valor total consumido:

$$3 \cdot 39{,}90 + 3 \cdot 6{,}00 + 3 \cdot 8{,}50 = 3 \cdot (39{,}90 + 6{,}00 + 8{,}50) = 3 \cdot (54{,}40) = 163{,}20$$

Assim, o valor total consumido foi de R$ 163,20.

Sabemos que $10\% = \frac{10}{100}$ e que $\frac{10}{100} = 0{,}1$. Logo:

$$10\% \text{ de } 163{,}20 = 0{,}1 \text{ de } 163{,}20 = 0{,}1 \cdot 163{,}20 = 16{,}32$$

Com uma calculadora, fazemos: . 1 0 × 1 6 3 . 2 0 = 16,32

Portanto, o valor da taxa de serviços dos garçons foi de R$ 16,32.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

91 Leia o texto e, em seguida, responda às questões.

Em tempos de incertezas política e econômica no Brasil, uma alternativa é a busca de trabalho e moradia no exterior, e Portugal tem recebido a cada ano mais pedidos de cidadania por brasileiros.
O Ministério da Justiça recebe os pedidos e o Serviço de Estrangeiros e Fronteiras (SEF) emite o parecer positivo. Em 2010, o SEF recebeu 24 mil pedidos de cidadania, em 2020 houve aumento de 141% em relação a 2010.

MIGUEL COUTO/SHUTTERSTOCK

Vista aérea da Praça do Comércio, em Lisboa, Portugal. (Fotografia de 2022.)

a) Quantos brasileiros solicitaram cidadania a Portugal em 2020? **91. a)** 57,84 mil brasileiros.
b) Quantas cidadanias foram solicitadas a mais em 2020 do que em 2010? **91. b)** 33,84 mil brasileiros.
c) Na sua família há alguém com cidadania diferente da brasileira? Em caso afirmativo, qual? **91. c)** Resposta pessoal.

Porcentagem

Verifique se os estudantes observam que, para expressar a forma percentual na forma decimal, devem efetuar uma divisão por 100, por exemplo:

- $55\% = 55 : 100 = 0{,}55$
- $12\% = 12 : 100 = 0{,}12$
- $5\% = 5 : 100 = 0{,}05$
- $237\% = 237 : 100 = 2{,}37$
- $10\% = 10 : 100 = 0{,}10 = 0{,}1$

O cálculo de porcentagens de um valor é feito do seguinte modo:

- 55% de $90 = 0{,}55 \cdot 90 = 49{,}5$
- 12% de $20 = 0{,}12 \cdot 20 = 2{,}4$

Incentive os estudantes a fazer cálculos mentais, destacando alguns procedimentos:

- Obter 10% de um valor equivale a dividir esse valor por 10:
  10% de $90 = 0{,}1 \cdot 90 = 9{,}0 = 9$
  (que é $90 : 10$)
  10% de $45 = 0{,}1 \cdot 45 = 4{,}5$
  (que é $45 : 10$)
  10% de $2{,}5 = 0{,}1 \cdot 2{,}5 = 0{,}25$
  (que é $2{,}5 : 10$)
- Obter 50% de um valor equivale a obter a metade desse valor:
  50% de $90 = 0{,}5 \cdot 90 = 45$
  (que é metade de 90)
  50% de $45 = 0{,}5 \cdot 45 = 22{,}5$
  (que é metade de 45)
  50% de $2{,}5 = 0{,}5 \cdot 2{,}5 = 1{,}25$
  (que é metade de 2,5)
- Obter 5% de um valor equivale a tomar metade de 10% desse valor:
  10% de $70 = 70 : 10 = 7$
  5% de $70 = 0{,}05 \cdot 70 = 3{,}5$
  (que é metade de 10% de 70)
  10% de $1\,200 = 1\,200 : 10 = 120$
  5% de $1\,200 = 0{,}05 \cdot 1\,200 = 60$
  (que é metade de 10% de 1 200)

Exercícios propostos

A resolução do **exercício 91** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

Exercícios propostos

A resolução do **exercício 92** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9. Esse exercício explora o trabalho com porcentagens associado a informações apresentadas por meio de um gráfico de colunas triplas, ampliando também os conhecimentos que os estudantes já construíram.

Explore os elementos e as informações do gráfico, fazendo alguns questionamentos como:

- O que significam as cores diferenciadas nas colunas? (Resposta esperada: As colunas azuis indicam a população do Brasil em 2010, as colunas amarelas indicam a população do Brasil em 2020, e as colunas laranjas representam a projeção da população brasileira em 2030, todas distribuídas por faixa etária.)
- Quantos milhões de habitantes havia no Brasil, em 2010, na faixa de mais de 60 anos? (20,9 milhões de habitantes)
- Quantos milhões de habitantes foram projetados para 2030 no Brasil, na faixa etária de 20 a 39 anos? (64 milhões de habitantes)
- Qual foi o aumento previsto da população brasileira de 0 a 19 anos no período de 2010 para 2030? (Resposta esperada: Nenhum, a previsão é de diminuição de 8,1 milhões de habitantes nessa faixa etária.)

Exercícios complementares

Este bloco de exercícios propicia aos estudantes revisitarem o trabalho com números racionais na forma decimal desenvolvido neste capítulo, ampliando os conhecimentos que já construíram. Além disso, permite perceberem possíveis dúvidas que ainda persistam e elucidá-las com o auxílio do professor e dos colegas.

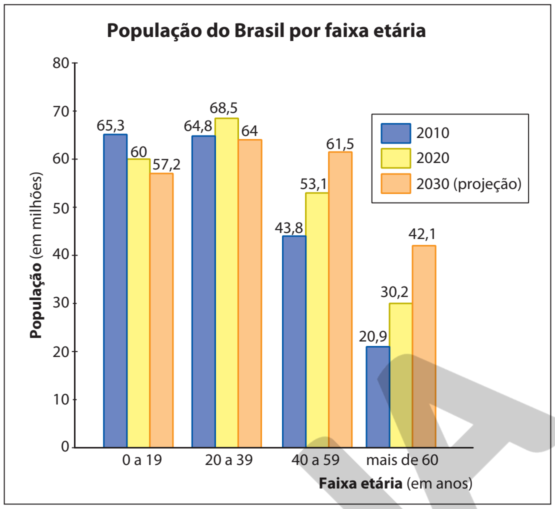
No **exercício 1**, verifique se os estudantes associam os números apresentados no termômetro a um intervalo de números de 35 a 42. Se necessário, pode-se propor a eles que representem a reta numérica e os números apresentados nos itens dessa atividade.

As resoluções dos **exercícios 2** a **4** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

92 A população brasileira segue os passos das populações europeias quanto à distribuição em faixas etárias.

Dizemos que ela está envelhecendo, pois a quantidade de pessoas das faixas com maior idade tem aumentado em relação à quantidade de pessoas mais jovens.

O estudo desse fenômeno é importante para que os governos federal, estaduais e municipais planejarem políticas que atendam às necessidades desse novo perfil de população.



WLAMIR MIASIRO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: AGÊNCIA de notícias IBGE. Disponível em: https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-detalhe-de-midia.html?view=mediaibge&catid=2103&id=2188. Acesso em: 4 fev. 2022.

Observe o gráfico e responda às questões. **92. c)** 2010: 194,8; 2020: 211,8; e 2030: 224,8 milhões. De 2010 a 2020: 8,7%; de 2020 a 2030: 6,1%.

a) Qual é o aumento previsto, em porcentagem, da população brasileira com mais de 60 anos entre 2020 e 2030? **92. a)** 39,4%

b) É possível que haja diminuição da população, entre 2020 e 2030, em alguma faixa etária? Em quais faixas e qual seria a diminuição em porcentagem? **92. b)** Sim; de 0 a 19 anos: 4,7%; de 20 a 39 anos: 6,6%.

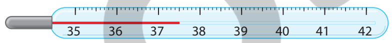
c) Qual era, em milhão, a população brasileira em 2010 e em 2020? Qual é a estimada para 2030? E qual é o aumento percentual entre elas?

d) Na sua opinião, que tipos de ação os governos deveriam planejar para atender o novo perfil dos brasileiros em 2030? **92. d)** Resposta pessoal.

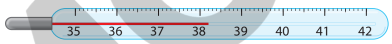
EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

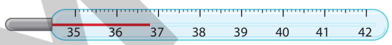
1 Indique a medida da temperatura registrada, em grau Celsius, pelo termômetro nos casos a seguir.

a) 

1. a) 37,5 °C

b) 

1. b) 38,2 °C

c) 

1. c) 36,8 °C

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

2 Escreva como lemos:

a) os números 3,79; 1,102; e 0,003;

b) o número $\frac{1\,251}{100}$, quando escrito na forma decimal;

c) o maior número na forma decimal menor do que 1, formado pelos algarismos 8, 0 e 1, sem repetição; **2. c)** Oitenta e um centésimos.

d) o maior número na forma decimal entre 6 e 7, formado pelos algarismos 5, 6 e 8, sem repetição. **2. d)** Seis inteiros e oitenta e cinco centésimos.

3 Escreva com algarismos os números:

a) quatro inteiros e cinco décimos **3. a)** 4,5

b) trinta e nove centésimos **3. b)** 0,39

c) quatro inteiros e oitenta e dois centésimos

d) seis inteiros e quarenta e cinco milésimos

e) dois inteiros e dois milésimos **3. e)** 2,002

f) cento e vinte e cinco décimos de milésimos

3. c) 4,82 **3. d)** 6,045 **3. f)** 0,0125

4 Escreva cada fração na forma decimal.

a) $\frac{32}{10}$ **4. a)** 3,2

b) $\frac{475}{100}$ **4. b)** 4,75

c) $\frac{21}{1\,000}$ **4. c)** 0,021

d) $\frac{135}{10}$ **4. d)** 13,5

e) $\frac{28}{100}$ **4. e)** 0,28

f) $\frac{5}{1\,000}$ **4. f)** 0,005

2. a) Respostas possíveis: três inteiros e setenta e nove centésimos; um inteiro e cento e dois milésimos; três milésimos.

2. b) Resposta possível: doze inteiros e cinquenta e um centésimos.

5. a) $\frac{25}{10}$ 5. b) $\frac{15}{100}$ 5. c) $\frac{237}{100}$ 5. d) $\frac{4\,125}{1\,000}$

5 Registre na forma de fração decimal cada número a seguir.

a) 2,5 5. e) $\frac{275}{10}$
b) 0,15 5. f) $\frac{3\,628}{10\,000}$
c) 2,37
d) 4,125
e) 27,5 5. g) $\frac{312}{10}$
f) 0,3628 5. h) $\frac{2}{100}$
g) 31,2
h) 0,02

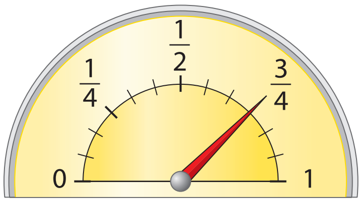
6 Copie as sentenças verdadeiras.

a) 4,2 = 4,20 **6. a)** Verdadeira.
b) 5,0 = 5 **6. b)** Verdadeira.
c) 5,4 = 5,40 = 5,400 **6. c)** Verdadeira.
d) 3,05 = 3,50 **6. d)** Falsa.
e) 0,4 = 4,0 **6. d)** Falsa.
f) 10,00 = 10,0 **6. f)** Verdadeira.

7 Qual é o menor número natural maior que 11,7? E o maior número natural menor que 9,02?
7. 12; 9

8 Coloque em ordem crescente os números 0,61; 1,3; 1,45; 0,2; 3,0; e 0,99. Em seguida, represente-os de forma aproximada na reta numérica.

9 O tanque de combustível de um automóvel comporta 75 litros. A figura mostra quantos litros restam nele. Quantos litros há nesse tanque? **8.** 56,25 litros.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

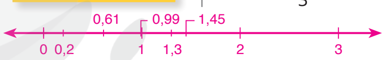
10 Calcule:

a) 12,5 : 4,5, com uma casa decimal; **10. a)** 2,8
b) 15 : 7, com duas casas decimais; **10. b)** 2,14
c) 45,6 : 13, com uma casa decimal; **10. c)** 3,5
d) 18 : 2,3, com três casas decimais. **10. d)** 7,826

11 Observe o anúncio e determine o valor de cada unidade de chocolate. **11.** R$ 0,75.

MARCIO GUERRA/ARQUIVO DA EDITORA

8. 0,2; 0,61; 0,99; 1,3; 1,45; 3,0



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

12 Observe este anúncio:

JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

12. a) R$ 609,90.
Agora, responda às questões: **12. b)** R$ 883,68.

a) Qual é o preço do fogão em 6 vezes?
b) Qual é o preço do fogão em 16 vezes?
c) Qual é a diferença entre os preços pagos em 16 vezes e em 6 vezes? **12. c)** R$ 273,78.
d) Qual é a diferença entre os preços pagos em 16 vezes e à vista? **12. d)** R$ 273,78.

13 De acordo com as indicações, determine os valores de X, Y e Z em cada caso.

a) $5{,}6 \xrightarrow{\cdot 10} \boxed{X} \xrightarrow{\cdot 10} \boxed{Y} \xrightarrow{\cdot 10} \boxed{Z}$
13. a) $X = 56$, $Y = 560$ e $Z = 5\,600$

b) $0{,}075 \xrightarrow{\cdot 100} \boxed{X} \xrightarrow{\cdot 10} \boxed{Y} \xrightarrow{\cdot 10} \boxed{Z}$
13. b) $X = 7{,}5$, $Y = 75$ e $Z = 750$

c) $538{,}5 \xrightarrow{:10} \boxed{X} \xrightarrow{:10} \boxed{Y} \xrightarrow{\cdot 1000} \boxed{Z}$
13. c) $X = 53{,}85$, $Y = 5{,}385$ e $Z = 5\,385$

d) $17.289 \xrightarrow{:1000} \boxed{X} \xrightarrow{\cdot 100} \boxed{Y} \xrightarrow{\cdot 10} \boxed{Z}$
13. d) $X = 17{,}289$, $Y = 1\,728{,}9$ e $Z = 17\,289$

14 Efetue: **14. a)** 10,52 **14. d)** 5,64 **14. e)** 0,1

a) 3,91 + 6,03 + 0,58
b) 5,2 − 3,216 **14. b)** 1,984
c) 6,3 · 4,8 **14. c)** 30,24
d) 10 − 4,36
e) 0,025 · 4
f) 25,44 : 5,3 **14. f)** 4,8

15 Resolva cada expressão.

a) 3 · 1,36 + 12,22 **15. a)** 16,3
b) (12 − 9,2) · (6 − 4,5 : 6) **15. b)** 14,7
c) $(3{,}1 - 2{,}8)^3 \cdot (4{,}5 - 2) : (4{,}25 - 3)$ **15. c)** 0,054

16 Qual é a representação na forma decimal de $\frac{23}{9}$? Esse número é uma dízima periódica?
16. 2,555...; sim.

17 Com o auxílio de uma calculadora, represente as frações na forma decimal.

a) $\frac{20}{9}$ **17. a)** $2,\overline{2}$
b) $\frac{2}{3}$ **17. b)** $0,\overline{6}$
c) $2\frac{1}{6}$ **17. c)** $2,1\overline{6}$
d) $1\frac{1}{4}$ **17. d)** 1,25
e) $\frac{82}{45}$ **17. e)** $1,8\overline{2}$
f) $\frac{17}{8}$ **17. f)** 2,125

Exercícios complementares

As resoluções dos **exercícios 5** a **17** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

No **exercício 6**, se considerar adequado, solicite aos estudantes que reescrevam as afirmações falsas, corrigindo-as, lembrando que deverão encontrar representações equivalentes.

No **exercício 7**, reforce a importância das informações contidas nos enunciados. Amplie a discussão com a variação deles para ver o que acontece com as respostas.

Ao substituir "Qual é o menor número natural maior que 11,7?" por:

- "Qual é o **maior** número natural maior que 11,7?", não haverá resposta, porque não existe um "maior" número natural, pois o conjunto dos naturais é infinito;
- "Qual é o número natural maior que 11,7?", haverá infinitas respostas: 12, 13, 14, ...

E ao substituir "Qual é o maior número natural menor que 9,02?" por:

- "Qual é o **menor** número natural menor que 9,02?", a resposta será zero;
- "Qual é o número natural menor que 9,02?", haverá mais de uma resposta: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9.

No **exercício 13**, os estudantes precisam retomar alguns aspectos e regularidades importantes das multiplicações e divisões por potências de base 10. É também uma oportunidade para revelarem dúvidas sobre o assunto.

Verificando

Nessa seção, os estudantes poderão verificar o seu grau de entendimento sobre os conteúdos trabalhados no capítulo.

No **teste 1**, destaque que a ordem crescente é do menor para o maior, verificando:

a) Não é, pois $1{,}01 > 1{,}001$, uma vez que $0{,}01 > 0{,}001$.

b) Não é, pois analisando a parte inteira dos dois primeiros números, vê-se que $23 > 2$.

c) Não é, pois analisando os dois últimos números, $0{,}7 > 0{,}007$ então não está em ordem crescente.

d) É crescente, pois $0{,}048 < 0{,}408 < 0{,}480$; então, $5{,}048 < 5{,}408 < 5{,}48$.

Alternativa **d**.

No **teste 2**, considera-se que, para encher um tanque de 45 L, serão gastos $45 \cdot 7{,}459 = 335{,}655$. Logo, são gastos R$ 335,655.

No **teste 3**, resolvendo a expressão, obtém-se:

$2{,}01 + 8{,}1 \cdot 0{,}4 - (1{,}2)^2 =$
$= 2{,}01 + 3{,}24 - 1{,}44 =$
$= 5{,}25 - 1{,}44 = 3{,}81$

No **teste 4**, dentre os números indicados nas alternativas, o único que é menor do que 9,01 é 9,001.

No **teste 6**, a média é calculada por:

$$\frac{(\text{soma das notas})}{(\text{total de notas})} = \frac{(7{,}2 + 7{,}7 + 4{,}2 + 5{,}3)}{4} = \frac{24{,}4}{4} = 6{,}1$$

No **teste 7**, o IMC é calculado por:

$$\frac{(\text{medida da massa})}{(\text{medida da altura})^2}$$

No caso de uma pessoa de 1,6 m e 60 kg, o IMC será:

$$\frac{60}{1{,}6^2} = \frac{60}{2{,}56} = 60 : 2{,}56 = 23{,}4375$$

No **teste 8**, a medida da diagonal, em cm, será dada por: $5{,}5 \cdot 1{,}4142 = 7{,}7781$.

No **teste 9**, para saber qual número está mais próximo, deve-se determinar a diferença entre os números indicados em cada alternativa. Assim:

a) $4{,}001 - 3{,}999 = 0{,}002$

b) $4{,}001 - 3{,}009 = 0{,}992$

c) $4{,}001 - 4{,}0009 = 0{,}0001$

d) $4{,}02 - 4{,}001 = 0{,}019$

Como 0,0001 é a menor diferença, 4,0009 está mais próximo de 4,001.

VERIFICANDO

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Em qual alternativa os números decimais estão escritos em ordem crescente? **1.** Alternativa **d**.

a) 1,01; 1,0010; 1,1001
b) 23,1; 2,31; 0,231
c) 0,07; 0,7; 0,007
d) 5,048; 5,408; 5,48

2 Em um posto de combustível, o preço do litro da gasolina é R$ 7,459. Quanto custa para encher com gasolina, nesse posto, o tanque de um carro cuja capacidade é 45 litros? **2.** Alternativa **d**.

a) R$ 3356,550
b) R$ 337, 414
c) R$ 352,555
d) R$ 335,655

3 Qual é o valor da expressão $2{,}01 + 8{,}1 \cdot 0{,}4 - (1{,}2)^2$? **3.** Alternativa **b**.

a) 2,604
b) 3,81
c) 2,85
d) 9,07

4 Qual dos números não está entre 9,01 e 9,201? **4.** Alternativa **c**.

a) 9,2
b) 9,101
c) 9,001
d) 9,199

5 Um vendedor recebeu 10% de comissão após uma venda mensal de R$ 8589,00. O valor recebido por esse vendedor é: **5.** Alternativa **d**.

a) R$ 85,89.
b) R$ 858,00.
c) R$ 858,89.
d) R$ 858,90.

6 As notas bimestrais de uma estudante foram: 7,2 no primeiro bimestre, 7,7 no segundo, 4,2 no terceiro e 5,3 no quarto. Qual foi a média final dela? **6.** Alternativa **a**.

a) 6,1
b) 5,05
c) 6,6
d) 5,85

7 O índice de massa corpórea (IMC) é um indicador utilizado para avaliação física, relacionando peso e altura de uma pessoa. Para calculá-lo, basta dividir a medida da massa da pessoa pelo quadrado da medida da altura dela. Qual é o IMC de quem tem 1,60 m (altura) e 60 kg (massa)? **7.** Alternativa **d**.

a) 23,325
b) 23,6105
c) 23,5255
d) 23,4375

8 Um modo de calcular a medida aproximada da diagonal de um quadrado é multiplicar a medida do seu lado por 1,4142. Qual é o valor aproximado da medida da diagonal de um quadrado de lado medindo 5,5 cm? **8.** Alternativa **a**.

a) 7,7781
b) 7,8081
c) 7,7001
d) 7,7795

9 Qual dos números está mais próximo de 4,001? **9.** Alternativa **a**.

a) 3,999
b) 3,009
c) 4,0009
d) 4,02

10 O número 2,666... pode ser indicado por: **10.** Alternativa **b**.

a) $\frac{7}{3}$.
b) $\frac{8}{3}$.
c) $\frac{11}{5}$.
d) $\frac{12}{5}$.

11 Em fevereiro de 2022, o índice oficial que mede a inflação anual no Brasil foi igual a 10,38%. Para repor o poder de compra, os salários devem ter tido um reajuste de 10,38%. De quantos reais deve ter sido o reajuste de um salário de 2500 reais? **11.** Alternativa **b**.

a) 2759,50
b) 259,50
c) 2500,00
d) 2240,50

Organizando

Organizando: **a)** Espera-se que os estudantes indiquem que a vírgula é usada para separar a parte inteira da parte decimal de um número. **b)** Sim, algumas frações expressam um número decimal exato, e outras, dízimas periódicas. **c)** Primeiro devemos ler a parte inteira, se houver e, depois, a parte decimal acompanhada da palavra milésimo(s). **d)** Resposta possível: 2,1; 2,11; 2,111; 2,1111; e 2,11111. **e)** Resposta possível: O zero na casa dos centésimos representa que não há centésimos nesse número; como esta seria a última casa, não é preciso representá-lo. **f)** Deslocamos a vírgula para a direita, respectivamente, uma, duas, três, ..., casas decimais. **g)** Não é possível, visto que com 49 moedas teríamos R$ 12,25 e com 50 moedas teríamos R$ 12,50. **h)** Sim. O quociente não se altera. O resto fica multiplicado pelo número.

Vamos organizar o que você aprendeu neste capítulo? Para isso, faça o que se pede e responda às questões à seguir:

a) Explique qual é a função da vírgula na representação de números na forma decimal.

b) Toda fração pode ser expressa como número na forma decimal?

c) Explique como podemos fazer a leitura de um número com 3 casas decimais.

d) Escreva 5 números decimais entre 2 e 3, dos quais o primeiro tenha somente uma casa decimal, o segundo duas, o terceiro três e o quarto quatro casas decimais.

e) Explique, com suas palavras, por que 3,2 = 3,20.

f) Explique como você pode multiplicar, na prática, um número na forma decimal por 10, 100, 1000, e assim por diante.

g) É possível pagar uma conta de R$ 12,40 apenas com moedas de R$ 0,25, sem que haja troco?

h) Para o cálculo da divisão de números naturais, podemos multiplicar o dividendo e o divisor por um mesmo número? O que acontece com o quociente neste caso? E com o resto?

246

Para a realização do **teste 11**, os estudantes devem compreender o significado da palavra **reajuste**, para não confundir com o valor total recebido após o reajuste. Tendo isso em vista, pergunte a eles se precisam realizar o cálculo para responder a essa questão. O ideal é que determinem mentalmente que 10% de 2500 é 250, e o número que mais se aproxima de 250 está na alternativa **b**.

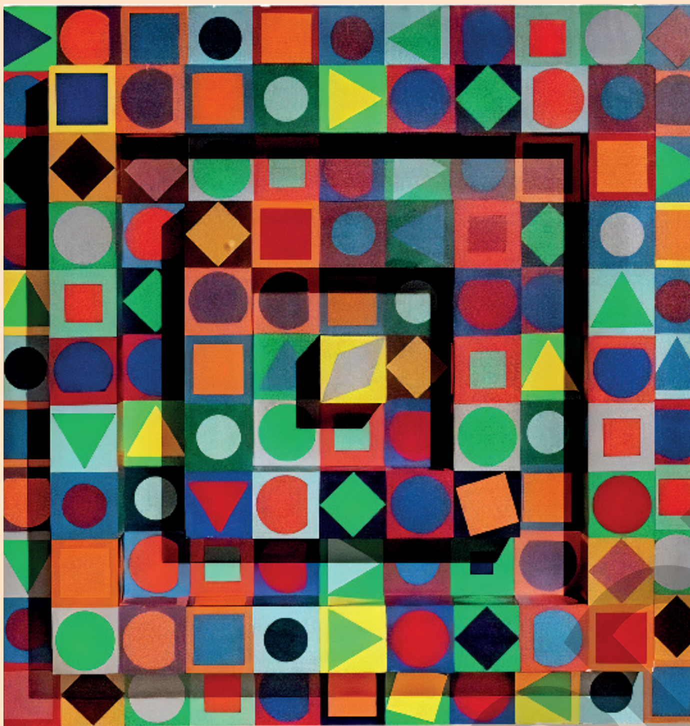
As resoluções dos **testes 5**, **8** e **10** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 9.

Organizando

Se julgar oportuno, proponha aos estudantes que se reúnam em duplas ou trios a fim de conversarem sobre as questões propostas.

Capítulo

10 Polígonos e poliedros



© VASARELY, VICTOR/AUTVIS, BRASIL, 2022 – COLEÇÃO PARTICULAR

VASARELY, V. **Folklore**. 1963. Acrílica sobre madeira em relevo. 110,49 × 110,49 × 19,99 cm.

Observe, leia e responda no caderno.

a) Que figuras geométricas você identifica na obra de Victor Vasarely? **a)** Quadriláteros, triângulos e círculos.

b) A obra foi produzida, em relevo, sobre madeira. Que efeitos, da imagem da obra, indicam sua tridimensionalidade? Explique.

c) Faça uma pesquisa sobre um artista que utilizou a Geometria em obras de arte. Apresente o resultado de sua pesquisa ao professor e aos colegas de turma. **c)** Resposta pessoal.

b) Espera-se que os estudantes indiquem que as sombras e as luzes presentes na imagem, permitem essa observação.

Victor Vasarely se destacou na arte contemporânea ao criar uma nova tendência: a arte óptica. O artista nasceu em Pécs, Hungria, em 1906, e faleceu em Paris, França, em 1997.

A arte óptica ou *op art*, como é mais conhecida, tem como principal característica o uso de diferentes figuras geométricas, como polígonos, e em repetição exaustiva, passando a sensação de movimento, que resulta em um efeito ilusório para quem vê, dando a ideia de volume e de movimento.

Capítulo 10 - Polígonos e poliedros

Os objetivos deste capítulo e suas justificativas, as indicações das habilidades e competências específicas da Matemática (BNCC), além de outras informações, estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas.

Para complementar o estudo da Unidade Temática **Geometria** neste volume e ampliar os conhecimentos construídos em capítulos anteriores, tratamos de polígonos e poliedros associando essas figuras geométricas abstratas a objetos do cotidiano. Dessa maneira, os estudantes podem construir os conceitos com mais significado.

Na abertura, apresentamos uma obra de Victor Vasarely, conhecido como o pai da arte óptica ou Op Art e um dos fundadores da arte cinética. O seu fascínio por padrões lineares levou-o a desenhar diversos motivos por meio da utilização de linhas bicolores (pretas e brancas) e das deformações ondulantes, em que a sensação de profundidade e a multidimensionalidade dos objetos foram sempre uma preocupação constante. A introdução da cor nos seus trabalhos permitiu maior dinamismo, por meio do qual pretendeu retratar o universo inatingível das galáxias, a gigante pulsação cósmica e a mutação biológica das células. Os seus trabalhos são, então, essencialmente geométricos, policromáticos, multidimensionais, totalmente abstratos e intimamente ligados às ciências. Esta é uma boa oportunidade de mostrar aos estudantes como as figuras geométricas permitem essa sensação de multidimensionalidade.

As questões propostas permitem aos estudantes um olhar analítico sobre a produção artística apresentada, contribuindo para o desenvolvimento da **competência geral 3**, que propõe a valorização de manifestações artísticas. No **item a**, os estudantes devem identificar as diferentes figuras geométricas que o artista usou em sua obra. Neste caso, devem identificar o uso de círculos, triângulos e quadriláteros.

Para responder ao **item b**, espera-se que os estudantes relatem que as sombras identificadas em diferentes partes da imagem dessa obra indicam essa tridimensionalidade. Comente que há obras em que o efeito de luz e sombras é usado para dar a impressão de tridimensionalidade em superfícies planas.

Oriente os estudantes na pesquisa proposta no **item c**. Alguns artistas brasileiros, como Tarsila do Amaral, Luis Sacilotto e Rubem Valentim, fizeram uso de figuras geométricas em suas obras e podem fazer parte da pesquisa proposta.

1. Linhas poligonais

Habilidade da BNCC: **EF06MA18**.

Neste item, tratamos do conceito de linha poligonal, que será utilizado na conceituação de polígono contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA18). Aproveite a pergunta proposta para verificar se os estudantes reconhecem, com base no estudo em anos anteriores, círculos e quadriláteros como figuras geométricas. A proposta do trabalho com Arte pode ser ampliada ao comentar com os estudantes um pouco sobre a arte abstrata geométrica:

> A arte abstrata tende a suprimir toda a relação entre a realidade e o quadro, entre as linhas e os planos, as cores e a significação que esses elementos podem sugerir ao espírito. Quando a significação de um quadro depende essencialmente da cor e da forma, quando o pintor rompe os últimos laços que ligam a sua obra à realidade visível, ela passa a ser abstrata.
>
> IMBROISI, M.; MARTINS, S. Abstracionismo Geométrico. **História das Artes**, 2022. Disponível em: https://www.historiadasartes.com/nomundo/arte-seculo-20/abstracionismo-informal/. Acesso em: 13 mar. 2022.

Aproveite esse momento para propor à turma um trabalho interdisciplinar com o professor de Arte. Com base na pesquisa proposta na abertura deste capítulo, que servirá de referência, solicite aos estudantes que confeccionem uma representação artística utilizando linhas poligonais e não poligonais. Sob a orientação do professor de Arte, os estudantes poderão utilizar diferentes técnicas nessa produção.

1 Linhas poligonais

Observe agora a obra **Curva dominante**, do artista Wassily Kandinsky.

Para compor essa obra, que foi uma das mais representativas de sua fase parisiense, o artista usou diversas linhas.

- Você identifica alguma figura geométrica representada nesta obra de arte?

Alguns estudantes podem identificar o uso de círculos e quadriláteros.

WASSILY KANDINSKY – MUSEU SOLOMON R. GUGGENHEIM, NOVA YORK

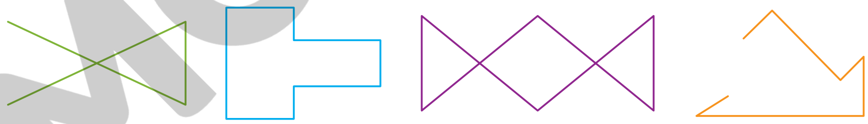
KANDINSKY, W. **Curva dominante**. 1936. Óleo sobre tela, 129,3 × 194,3 cm.

Vamos destacar algumas das linhas utilizadas pelo artista em sua obra.

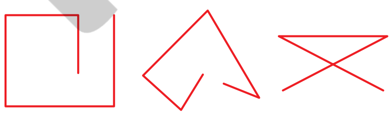
ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Quando uma linha é formada apenas por segmentos de reta consecutivos e não colineares, ela é chamada de **linha poligonal**.

Observe alguns exemplos.



As linhas poligonais podem ser **abertas** ou **fechadas**:

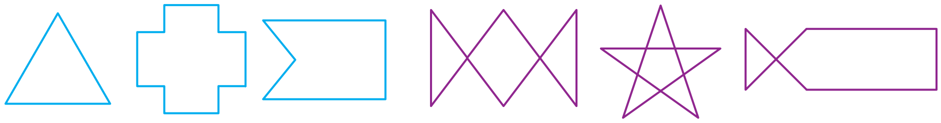


Linhas poligonais abertas

Linhas poligonais fechadas

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

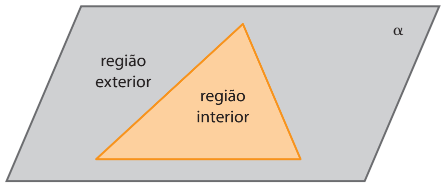
Entre as linhas poligonais fechadas, há as linhas poligonais **simples** e as **não simples**:



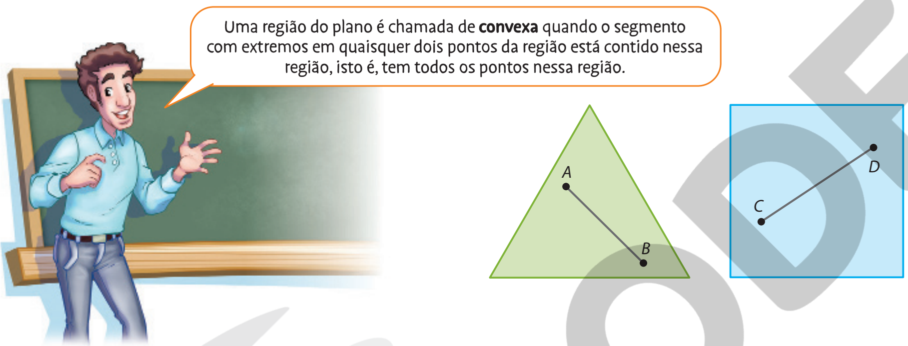
Linhas poligonais simples **Linhas poligonais não simples**

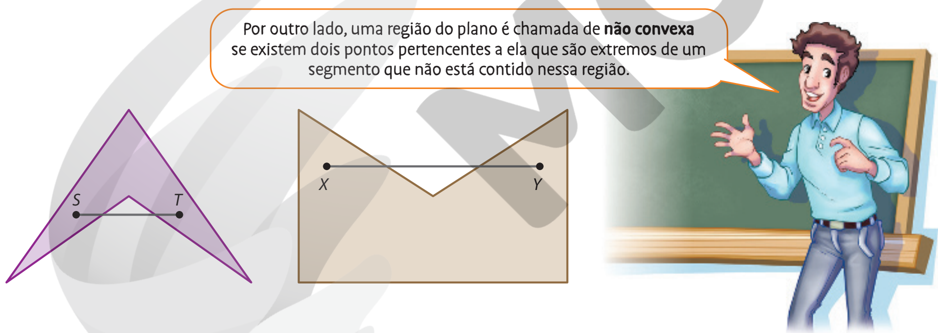
Interior, exterior e convexidade

O plano α representado a seguir é dividido pela linha poligonal fechada simples em duas regiões sem pontos comuns. Tais regiões são chamadas de **região interior** e **região exterior**.



As regiões interiores, determinadas por uma linha poligonal fechada simples, podem ser classificadas em convexas ou não convexas.





Interior, exterior e convexidade

Após a apresentação dos conteúdos, proponha aos estudantes uma dinâmica em que eles tenham de fazer algumas representações na lousa com base em algumas características predefinidas:

a) desenhe uma linha poligonal fechada e simples.

b) desenhe uma linha não poligonal aberta.

c) desenhe uma linha poligonal fechada e não simples.

d) desenhe uma região do plano não convexa.

e) desenhe uma região do plano convexa.

Esse tipo de atividade possibilitará aos estudantes refletir sobre os conceitos estudados.

Exercícios propostos

Neste bloco de exercícios, os estudantes podem aplicar os conceitos e as classificações vistos nas páginas anteriores.

As resoluções dos **exercícios 1** a **3** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

Como ampliação do **exercício 3**, entregue uma folha quadriculada aos estudantes e peça a eles que desenhem as figuras desse exercício nessa malha, apenas mantendo o formato delas, podendo variar o tamanho e marcando os extremos de cada segmento de reta que delimita cada figura nos cruzamentos das linhas da malha. Em seguida, que escolham dois pontos distintos do interior de cada figura e tracem o segmento de reta que tem esses pontos como extremos, de modo que parte desse segmento fique na região externa da figura.

Então, questione: "Você traçou tal segmento de reta em todas as figuras? Por quê?". Espera-se que os estudantes percebam que só conseguem traçar um segmento dessa maneira nas figuras dos itens **a** e **c**, pelo fato de elas serem regiões não convexas. Nas figuras que são regiões convexas, como nos itens **b** e **d**, não é possível traçar um segmento de reta com essas características.

No **exercício 4**, não esperamos que os estudantes elaborem definições formais. Consideramos, nesse caso, que a redação é importante para promover a capacidade de argumentação, apreensão, caracterização e identificação das propriedades depreendidas visualmente.

2. Polígonos

Habilidade da BNCC: **EF06MA18**.

Neste tópico apresentamos o conceito de polígonos, seus elementos e sua classificação quanto ao número de lados ou de ângulos internos, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA18).

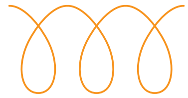
Nesta coleção, assumimos a definição de polígono como linha poligonal fechada simples, em concordância com a definição de ângulo como reunião de duas semirretas de mesma origem.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

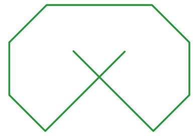
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Das figuras a seguir, verifique quais são linhas poligonais. **1.** Alternativas **b**, **c**.

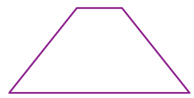
a)



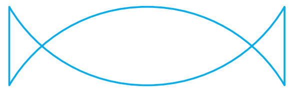
b)



c)



d)



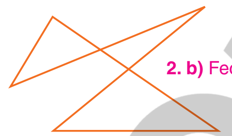
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

2 Classifique as linhas poligonais em aberta ou fechada. Entre as linhas poligonais fechadas, identifique a simples e a não simples.

a)

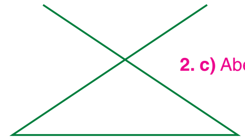
2. a) Fechada simples.

b)



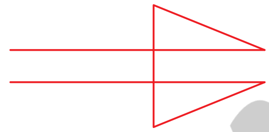
2. b) Fechada não simples.

c)



2. c) Aberta.

d)



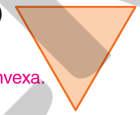
2. d) Aberta.

3 Classifique a região interior das linhas poligonais em convexa ou não convexa.

a)

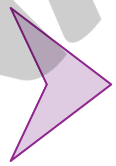
3. a) Não convexa.

b)



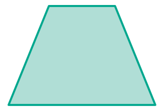
3. b) Convexa.

c)



3. c) Não convexa.

d)



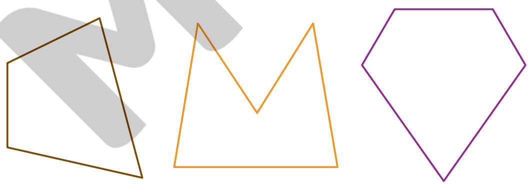
3. d) Convexa.

4 ***Hora de criar*** – Elabore um texto caracterizando as linhas poligonais abertas, fechadas, simples e não simples. Em seguida, compare seu texto com o de um colega e conversem sobre as diferenças entre eles.

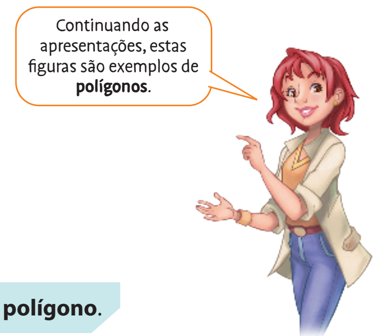
4. Resposta pessoal.

2 Polígonos

Observe estas figuras.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA



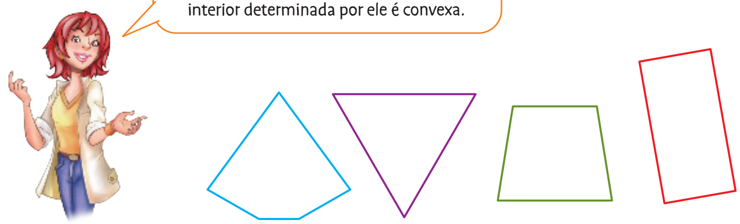
ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

Toda linha poligonal fechada simples é denominada **polígono**.

No entanto, para simplificar, podemos utilizar materiais manipuláveis como modelos, referindo-nos a uma região poligonal simplesmente como **polígono**. Combine essa linguagem com os estudantes, quando for o caso.

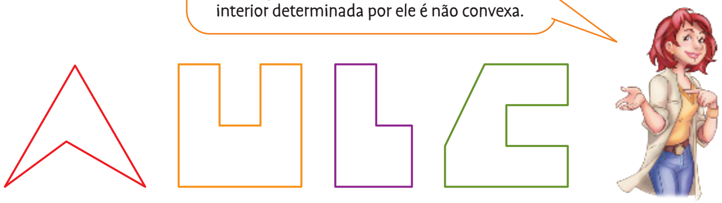
Vale destacar ainda que a classificação em polígono convexo ou polígono não convexo também toma por base a região plana por ele delimitada.

Os polígonos podem ser **convexos** ou **não convexos**.



ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA



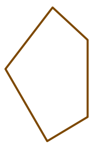
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

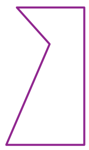
ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

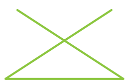
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

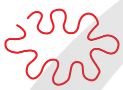
5 Entre as figuras representadas, verifique quais são polígonos. **5.** Alternativas **a**, **d**, **e**.

a) 

d) 

b) 

e) 

c) 

f) 

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

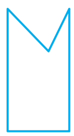
6 Classifique os polígonos a seguir em convexo ou não convexo.

a) 

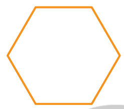
6. a) Não convexo.

b) 

6. b) Não convexo.

c) 

6. c) Não convexo.

d) 

6. d) Convexo.

e) 

6. e) Convexo.

f) 

6. f) Não convexo.

7 Logotipo é um símbolo que serve para identificar uma empresa, uma instituição, um produto, uma marca etc. Observe um exemplo.

ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Pesquise em jornais, revistas ou na internet logotipos em que seja possível identificar formas que lembram polígonos e reproduza seis deles. **7. a)** Resposta pessoal.

b) Crie um logotipo para um brinquedo em que apareça uma figura que lembre um polígono. **7. b)** Resposta pessoal.

Exercícios propostos

As alternativas **a**, **d** e **e** do **exercício 5** apresentam polígonos, pois apresentam linhas poligonais simples e fechadas. Após a resolução desse exercício, para complementar a discussão a respeito da definição de polígono, pergunte aos estudantes por que as figuras **b**, **c** e **f** não são polígonos. Espera-se que eles identifiquem que a figura **b** é uma linha não simples e aberta, a figura **c** não é linha poligonal (além de ser aberta) e a figura **f**, apesar de ser uma linha poligonal fechada, é não simples.

No **exercício 6**, se considerar adequado, solicite aos estudantes que representem os polígonos em uma folha de papel quadriculado. Depois, peça-lhes que unam os vértices com segmentos de reta. Com base nessas representações, devem concluir que:

a) O polígono é não convexo.
b) O polígono é não convexo.
c) O polígono é não convexo.
d) O polígono é convexo.
e) O polígono é convexo.
f) O polígono é não convexo.

A pesquisa e a produção do **exercício 7** é pessoal. Auxilie os estudantes nesse momento. Se possível, leve jornais e revistas para eles fazerem a pesquisa. Após as produções realizadas pelos estudantes, proponha a eles uma exposição com os logotipos criados e peça-lhes que falem sobre suas criações.

Sugestão de leitura

Para enriquecer o trabalho com o tema do capítulo, indicamos:

PEREIRA, M. D. Número de diagonais de um polígono: relato de uma experiência. **Educação Matemática em Revista**. SBEM, Ano. 15, n. 29, p. 43-50, 2010.

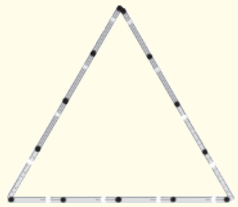
O autor apresentou uma possibilidade para a contagem das diagonais de um polígono, utilizando essa metodologia para desenvolver estratégias para resolver situações desafiadoras.

Exercícios propostos

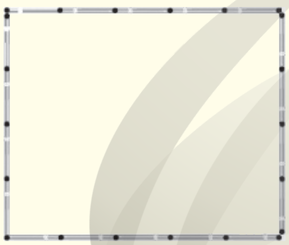
O **exercício 8** é uma oportunidade para a observação de regularidades em uma sequência de figuras. Para maior compreensão da regra que "gera" cada uma das sequências, incentive os estudantes a escrever a regra observada. Algumas explicações possíveis:

a) O número de canudinhos vai aumentando de 1 em 1; assim, a 4ª figura (um hexágono) pode ser composta de 6 canudinhos.

b) O número de canudinhos vai aumentando de 3 em 3; assim, a 4ª figura (um triângulo) pode ser composta de 12 canudinhos (9 + 3).



c) O número de canudinhos vai aumentando de 4 em 4; assim, a 4ª figura (um retângulo) pode ser composta de 18 canudinhos (14 + 4), sendo 5 no comprimento (ou base) e 4 na largura (ou altura).



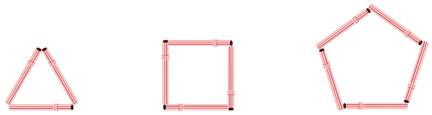
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Caso algum estudante apresente outra alternativa de resposta, cabe analisar também a justificativa, pois existem outras respostas possíveis.

Como ampliação prática desse exercício, podem-se levar para a sala de aula canudinhos de papel ou biodegradáveis, e montar as estruturas apresentadas nos itens com os estudantes.

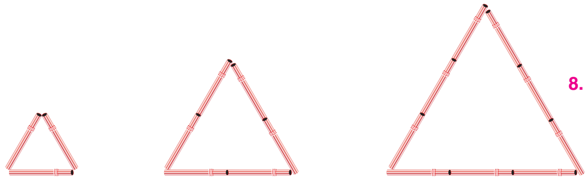
8 Cada sequência a seguir obedece a uma regra quanto ao número de canudinhos que formam um polígono. Descubra essa regra e, supondo que ela continue valendo, desenhe em seu caderno o próximo polígono, escrevendo o número de canudinhos que o formaram. **8.** Respostas possíveis:

a)



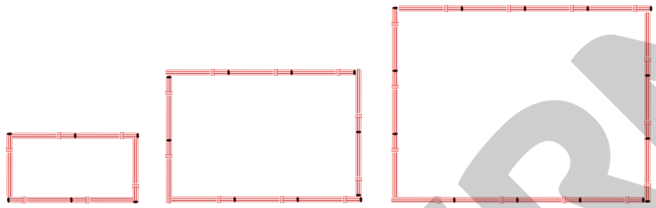
8. a) $a_n = n + 2$; construção de figura; 6.

b)



8. b) $a_n = 3n$; construção de figura; 12.

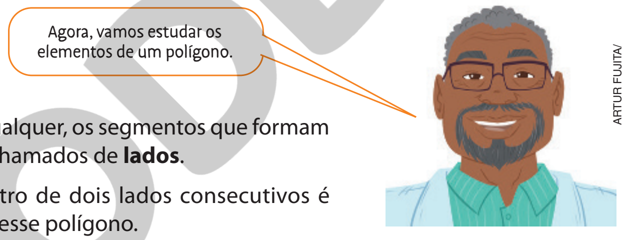
c)



8. c) $a_n = 4n + 2$; construção de figura; 18.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Elementos de um polígono

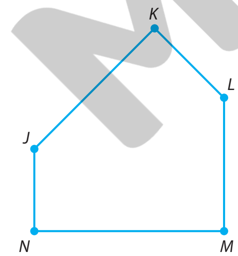


ARTUR FUJITA/ ARQUIVO DA EDITORA

Em um polígono qualquer, os segmentos que formam a linha poligonal são chamados de **lados**.

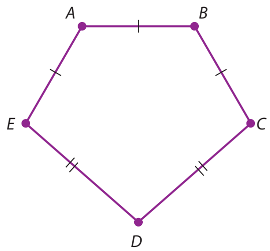
O ponto de encontro de dois lados consecutivos é chamado de **vértice** desse polígono.

Acompanhe um exemplo.



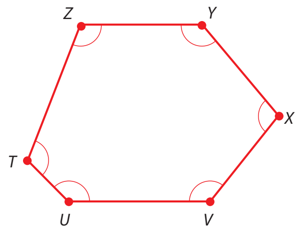
NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

- Os vértices desse polígono são os pontos *J*, *K*, *L*, *M* e *N*.
- Os lados do polígono são os segmentos $\overline{JK}$, $\overline{KL}$, $\overline{LM}$, $\overline{MN}$ e $\overline{NJ}$.
- Indicamos assim: polígono *JKLMN*.
- Os vértices *J* e *K*, *K* e *L*, *L* e *M*, *M* e *N*, *N* e *J* são consecutivos.
- Os vértices *J* e *L*, *J* e *M*, *K* e *M*, *K* e *N*, *L* e *N* são não consecutivos.



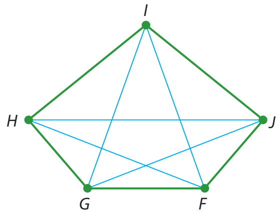
Para indicar os lados de mesma medida (**lados congruentes**) em um polígono, marcamos esses lados com o mesmo número de tracinhos.

No polígono *ABCDE*, os lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AE}$ são congruentes entre si. Os lados $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$ também são congruentes entre si, mas têm medida diferente dos outros três lados.



Dois lados consecutivos de um polígono determinam um **ângulo interno** desse polígono.

No polígono *ZYXVUT*, estão assinalados os ângulos internos, que indicamos por $\hat{Z}$, $\hat{Y}$, $\hat{X}$, $\hat{V}$, $\hat{U}$ e $\hat{T}$.



Os segmentos com extremos em dois vértices não consecutivos são chamados de **diagonais** do polígono.

Os segmentos $\overline{FI}$, $\overline{FH}$, $\overline{JG}$, $\overline{JH}$ e $\overline{IG}$ são as diagonais do polígono *FGHIJ*.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

9. b) Resposta pessoal.

9 Desenhe um polígono de 7 lados, nomeie seus vértices e trace suas diagonais.

9. a) 7 vértices.

a) Quantos vértices tem esse polígono?
b) Identifique os lados desse polígono.
c) Quantos ângulos internos tem esse polígono? Identifique-os. 9. c) 7 ângulos internos; Resposta pessoal.
d) Quantas diagonais tem esse polígono? Identifique-as. 9. d) 14 diagonais; Resposta pessoal.

10 Desenhe um polígono que tenha 4 ângulos internos e nomeie seus vértices.

10. a) 4 vértices. 10. b) Resposta pessoal.

a) Quantos vértices tem esse polígono?
b) Identifique seus ângulos internos.
c) Quantos lados tem esse polígono? Identifique-os. 10. c) 4 lados; Resposta pessoal.

11 Desenhe um polígono de 3 lados e trace todas as suas diagonais. Quantas diagonais tem esse polígono? 11. Nenhuma.

12 Quantos vértices tem um polígono de 12 lados? E quantos ângulos internos?
12. 12 vértices; 12 ângulos internos.

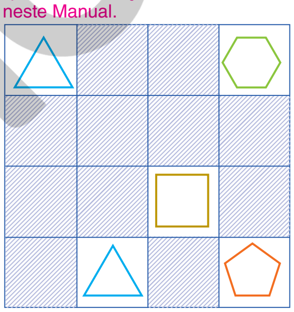
Uma resposta possível da seção *Pense mais um pouco*... está neste Manual.

Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Copie o quadro e termine de preenchê-lo usando polígonos com a mesma forma dos polígonos a seguir.

Mas atenção: não pode haver repetição de polígono em uma mesma linha nem em uma mesma coluna.



ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Elementos de um polígono

Os estudantes já viram em outro momento os elementos dos polígonos (lados, vértices, ângulos internos e diagonais) e suas representações. Para reforçar esse assunto desenhe na lousa alguns polígonos e peça a eles que localizem e identifiquem seus elementos.

Exercícios propostos

No **exercício 9**, os estudantes podem desenhar qualquer polígono de 7 lados. Eles devem perceber que, seja qual for o desenho desse polígono, ele deverá ter:

- 7 vértices;
- 7 lados;
- 7 ângulos internos;
- 14 diagonais.

A identificação (por meio de letras maiúsculas) dos vértices do polígono pode variar, pois é uma escolha pessoal. Para perceberem as semelhanças e diferenças em suas respostas, incentive os estudantes a trocá-las com pelo menos dois colegas.

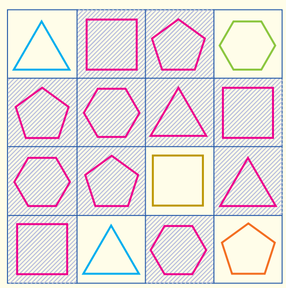
As resoluções dos **exercícios 10** e **12** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

Após a resolução do **exercício 11**, é possível reforçar que, seja qual for o triângulo, nunca haverá diagonais. É importante que, após testarem em diferentes triângulos, os estudantes percebam que, ao unir dois de seus vértices, sempre estarão traçando um lado, nunca uma diagonal.

Pense mais um pouco...

O desafio proposto nesta seção pode ser realizado experimentalmente pelos estudantes. Organizados em duplas, eles podem recortar modelos desses polígonos feitos em papel sulfite e tentar montar o quadro. Oriente-os no manuseio da tesoura de ponta arredondada para a obtenção dos modelos de polígonos.

Uma possível solução seria:



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Classificação dos polígonos

Essa é uma ótima oportunidade para incentivar os estudantes a usar o dicionário, para pesquisar sobre os prefixos **penta-**, **hexa-**, **hepta-** e as palavras **pentágono**, **hexágono**, **heptágono**, entre outras, usadas para nomear os polígonos.

Verifique quais polígonos os estudantes já conheciam pelo nome. Peça a eles que desenhem no caderno dois exemplares diferentes de cada polígono do quadro.

Exercícios propostos

Em um polígono, o número de lados é igual ao número de ângulos internos. Alguns polígonos recebem nomes especiais, de acordo com o número de lados ou de ângulos internos. Dessa maneira, no **exercício 13**, verificamos:

a) Tem 4 lados e 4 ângulos internos, é um quadrilátero.
b) Tem 4 lados e 4 ângulos internos, é um quadrilátero.
c) Tem 6 lados e 6 ângulos internos, é um hexágono.
d) Tem 3 lados e 3 ângulos internos, é um triângulo.
e) Tem 8 lados e 8 ângulos internos, é um octógono.
f) Tem 7 lados e 7 ângulos internos, é um heptágono.

As resoluções dos **exercícios 14** e **15** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

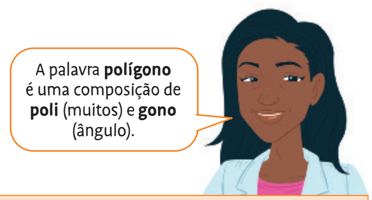
No **exercício 15**, espera-se que os estudantes observem a relação entre as combinações possíveis das cinco equipes de tênis de mesa com a situação do polígono e suas diagonais. Antes que estabeleçam qualquer relação, pode-se simular a situação com a participação de cinco estudantes, cada um representando uma equipe. À medida que se formarem os pares de equipes para representar as partidas, registre na lousa e, em seguida, faça um paralelo com o estudo das diagonais.

A título de exemplo, podemos acrescentar a clássica situação do encontro de um grupo de pessoas que trocam apertos de mãos, de maneira que ninguém deixe de cumprimentar ninguém e cada pessoa seja cumprimentada uma única vez.

O número total de cumprimentos, nessas ocasiões, é calculado de modo similar ao exercício em questão. Esta atividade permite aos estudantes relacionar duas diferentes unidades temáticas da Matemática: Números e Geometria, trabalhando com as habilidades (EF06MA18) e (EF06MA03).

Classificação dos polígonos

Em um polígono, o número de lados é igual ao número de ângulos internos. Alguns polígonos recebem nomes especiais, de acordo com o número de lados ou de ângulos internos. Observe.



ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

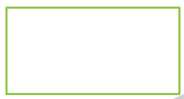
Número de lados	Número de ângulos	Nome do polígono
3	3	triângulo
4	4	quadrilátero
5	5	pentágono
6	6	hexágono
7	7	heptágono
8	8	octógono
9	9	eneágono
10	10	decágono
11	11	undecágono
12	12	dodecágono
15	15	pentadecágono
20	20	icoságono

15. b) Construção de figura; pentágono.
c) As diagonais e os lados.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

13 Escreva o nome de cada polígono.

a)

13. a) Quadrilátero.

b)

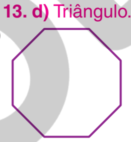
13. b) Quadrilátero.

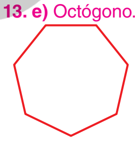
c)

13. c) Hexágono.

d)

13. d) Triângulo.

e)

13. e) Octógono.

f)

13. f) Heptágono.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

14 Responda às questões. **14. a)** 6 ângulos internos.
a) Quantos ângulos internos tem um hexágono?
b) Qual é o polígono que tem 12 vértices?
c) Quantos vértices, lados e ângulos internos tem o icoságono? **14. c)** 20 vértices; 20 lados; 20 ângulos internos.
14. b) dodecágono.

15 Em um colégio, foi disputado um torneio de tênis de mesa entre classes. Foram formadas 5 equipes e cada equipe jogou contra todas as outras uma única vez.

ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

15. a) 10 partidas.
a) Quantas partidas foram disputadas ao todo?
b) Represente essa situação por meio de um polígono, dispondo cada equipe em um vértice do polígono. Que polígono você formou?
c) Que elementos desse polígono podem representar os jogos entre as equipes?
d) O que você precisa fazer para obter o total de partidas por meio do seu desenho?
15. d) Adicionar o número de diagonais com o número de lados.

3 Triângulos

Diariamente nos deparamos com diversos objetos que nos dão a ideia de triângulo. Observe alguns objetos que podem ser relacionados a esse polígono de três lados.


SENK/SHUTTERSTOCK


AGE FOTOSTOCK/EASYPIX BRASIL

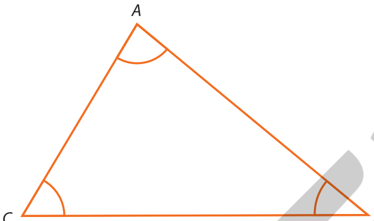

PAUL KENNEDY/ALAMY/FOTOARENA

(As imagens não respeitam as proporções reais entre os objetos.)

Elementos de um triângulo

No triângulo *ABC*, destacamos seus elementos:

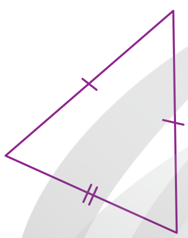
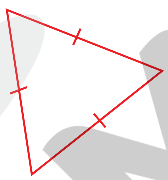
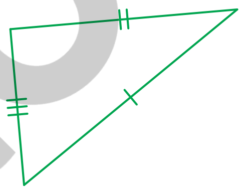
- *A*, *B* e *C* são os **vértices**.
- $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, e $\overline{CA}$ são os **lados**.
- $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$ são os **ângulos internos**.



Classificação dos triângulos

Os triângulos podem ser classificados quanto às medidas de seus lados e quanto às medidas de seus ângulos internos. Observe a seguir os dois tipos de classificação.

Classificação quanto às medidas dos lados

Triângulo isósceles	Triângulo equilátero	Triângulo escaleno
		
É aquele que tem pelo menos **dois lados congruentes**.	É aquele que tem os **três lados congruentes**.	É aquele que tem os **três lados de medidas diferentes**.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Observe que, para ser classificado como isósceles, o triângulo deve ter pelo menos dois lados congruentes. Como os triângulos equiláteros têm três lados congruentes, eles também são classificados como triângulos isósceles.

3. Triângulos

Habilidades da BNCC: **EF06MA19, EF06MA22** e **EF06MA23**.

Os estudantes já devem conhecer o triângulo como um polígono de 3 lados. Neste estudo, pretendemos ampliar e aprofundar os conhecimentos já construídos acerca dessa figura, como conhecer e nomear todos os seus elementos: os 3 vértices, os 3 lados e os 3 ângulos internos.

Além disso, estudaremos dois tipos de classificação de triângulos: quanto às medidas de seus lados (tratada nesta página) e quanto às medidas de seus ângulos internos (tratada na página seguinte), contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA19).

Ao estudar a medida de segmento de reta, no **capítulo 6** deste volume, os estudantes tiveram contato com a noção de segmentos congruentes. A classificação dos triângulos quanto às medidas de seus lados é feita com base nesse conceito: ter ou não lados congruentes e quantos. Espera-se que eles reconheçam:

- um triângulo que tem os três lados de medidas diferentes (aquele que não tem lados congruentes) como triângulo escaleno e aquele que tem pelo menos dois lados congruentes (de medidas iguais) como triângulo isósceles;
- um triângulo que tem todos os três lados congruentes como um caso particular de triângulo isósceles, ou seja, como triângulo equilátero.

Classificação quanto às medidas dos ângulos internos

Ao classificar os triângulos de acordo com as medidas de seus ângulos internos, obtemos três classes: a dos triângulos que têm todos os ângulos internos agudos (triângulos acutângulos), a dos triângulos que têm um ângulo interno reto (triângulos retângulos), e a dos triângulos que têm um ângulo obtuso (triângulos obtusângulos).

Proponha aos estudantes uma atividade, em duplas, na qual cada integrante da dupla monta um triângulo com canudinhos de papel e, depois, faz a classificação do triângulo do outro. Mexendo na abertura e no tamanho dos canudinhos, eles podem perceber os vários tipos de triângulos.

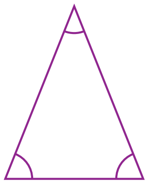
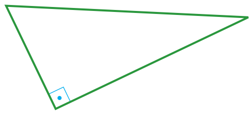
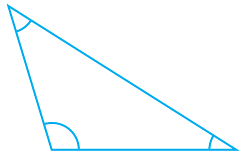
Por meio dessa experimentação, os estudantes poderão verificar que, se o triângulo é equilátero, ele também será equiângulo, ou seja, tem os três ângulos internos de mesma medida.

Em seguida, proponha a eles que façam a combinação dessas duas classificações, registrando as conclusões no caderno. Espera-se que, ao combinar esses dois tipos de classificação, percebam que:

- triângulos acutângulos podem ser triângulos escalenos, isósceles ou, em particular, equiláteros (caso em que todos os ângulos internos medem 60°);
- triângulos retângulos podem ser triângulos escalenos ou triângulos isósceles, mas não podem ser triângulos equiláteros, pois deveriam ter os três ângulos de mesma medida e não é possível um triângulo ter mais de um ângulo reto;
- triângulos obtusângulos podem ser triângulos escalenos ou triângulos isósceles, mas não podem ser triângulos equiláteros, já que um triângulo não pode ter mais do que um ângulo obtuso (entre 90° e 180°).

Discuta com os estudantes cada situação. Eles podem exemplificá-las construindo triângulos com os canudinhos e comparando os ângulos internos com um ângulo reto feito de papel.

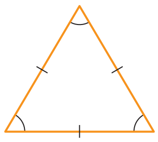
Classificação quanto às medidas dos ângulos internos

Triângulo acutângulo	Triângulo retângulo	Triângulo obtusângulo
		
É aquele que tem os **três ângulos agudos**.	É aquele que tem **um ângulo reto e dois agudos**.	É aquele que tem **um ângulo obtuso e dois agudos**.

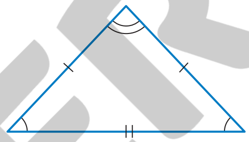
Um triângulo muito especial

Todo triângulo equilátero (que tem três lados congruentes) também é um **triângulo equiângulo** (com três ângulos congruentes, ou seja, de mesma medida). Um polígono com essas características, lados congruentes e ângulos congruentes, é um **polígono regular**; neste caso, temos um **triângulo regular**.

Caso um lado tenha medida diferente dos outros ou um ângulo tenha medida diferente dos outros ângulos, o triângulo é não regular.



Triângulo regular



Triângulo não regular

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

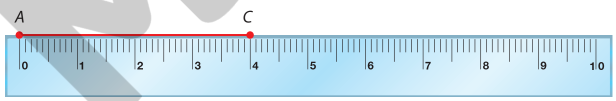
Construção de triângulos

Já aprendemos a construir ângulos usando o transferidor. Agora, vamos aprender a construir triângulos usando régua, compasso e transferidor.

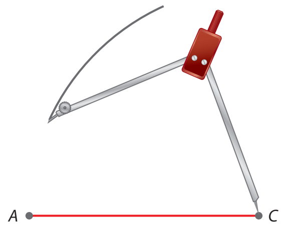
Conhecendo a medida dos três lados de um triângulo, é possível construí-lo usando régua e compasso. Acompanhe o exemplo a seguir.

- Vamos construir o triângulo *ABC*, sabendo que as medidas de seus lados, em centímetro, são: $m(\overline{AC}) = 4$, $m(\overline{BC}) = 4$ e $m(\overline{AB}) = 3$.

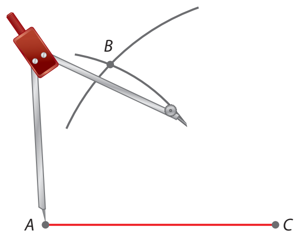
1º) Com o auxílio da régua, traçamos um segmento $\overline{AC}$.



2º) Abrimos o compasso com a medida do segmento $\overline{BC}$ (4 centímetros) e traçamos um arco com a ponta-seca do compasso centrada em *C*.



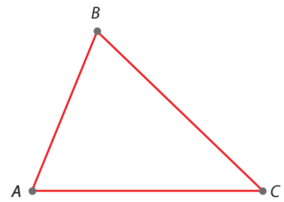
Outro conceito que apresentamos é o de polígono regular. Peça a eles que identifiquem que tipo de triângulo pode ser um polígono regular. Espera-se que percebam que apenas o triângulo equilátero é um triângulo regular, pois é equiângulo também, ou seja, tem os três lados congruentes e os três ângulos internos de mesma medida.



3º) Repetimos o passo anterior para traçar outro arco, porém agora com a medida do segmento $\overline{AB}$ (3 centímetros) e a ponta-seca do compasso centrada em *A*. No encontro dos arcos, marcamos o ponto *B*.

(Ao usar o compasso, atenção para não se machucar com a ponta-seca!)

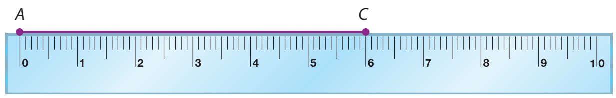
4º) Com o auxílio da régua, traçamos os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{AB}$.



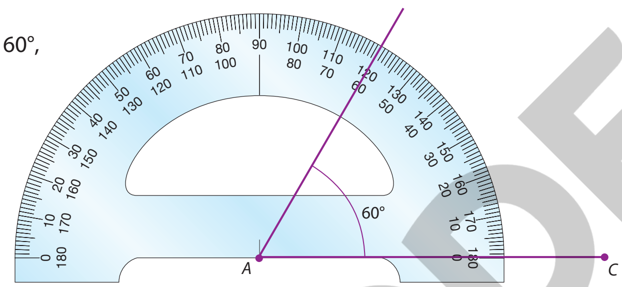
Também podemos construir um triângulo com régua, transferidor e compasso. Para isso, basta ter as medidas de dois lados e de um ângulo interno. Acompanhe o exemplo a seguir.

- Vamos construir o triângulo *ABC*, conhecendo as medidas de dois lados (em centímetro) e de um ângulo: $m(\overline{AC}) = 6$, $m(\overline{AB}) = 5$ e $m(\hat{A}) = 60°$.

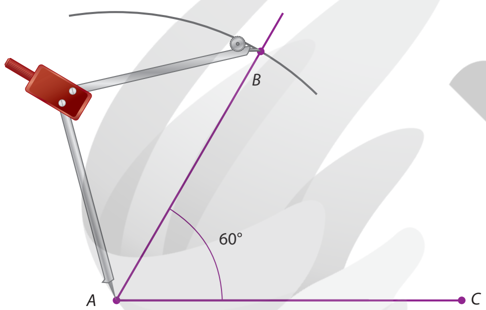
1º) Com o auxílio da régua, traçamos um segmento $\overline{AC}$ de 6 centímetros.



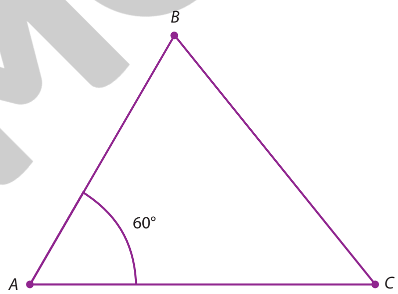
2º) Construímos um ângulo de 60°, com lado $\overrightarrow{AB}$.



3º) Abrimos o compasso com a medida do segmento $\overline{AB}$ (5 centímetros) e, com a ponta-seca em *A*, traçamos o arco para determinar o segmento $\overline{AB}$.



4º) Com o auxílio da régua, traçamos o segmento $\overline{BC}$.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Construção de triângulos

Apresentamos, neste momento, algumas construções de triângulos com o uso de instrumentos como régua, compasso e transferidor, o que contribui para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA22) e (EF06MA23).

Utilizando os instrumentos de desenho (régua, compasso e transferidor) para a lousa, solicite aos estudantes que construam triângulos seguindo passo a passo as etapas iniciadas na página anterior. Peça-lhes que registrem ao lado da figura o que foi feito, de modo que possam consultar como guia de estudo para construções propostas em outros momentos. Oriente-os sobre o uso do compasso para que tomem cuidado com a ponta-seca.

Proponha a eles que façam construções, caso seja possível, com base em alguns elementos dados (medidas dos três lados; medidas dos três ângulos internos, entre outros). Converse sobre alguns casos nos quais não é possível construir o triângulo indicado por falta de dados ou pela inexistência de um triângulo dessa natureza, como é o caso de um triângulo retângulo equilátero, que não existe.

Se tiver oportunidade, leve os estudantes à sala de informática para que possam fazer as construções por meio de um *software*. Para isso, podem usar ferramentas como as indicadas no capítulo 6 deste volume, em que foi apresentada a construção de retas paralelas e perpendiculares com o uso de um *software*. Deste modo, contribui-se para o desenvolvimento da **competência geral 5**.

257

Para saber mais

Esta seção aborda algumas experimentações com triângulos, como as propostas na **atividade 1**, na tentativa de mostrar uma importante propriedade: a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é (sempre) 180°, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA19).

O principal objetivo aqui é despertar a atenção dos estudantes e oferecer a eles condições de responderem à **atividade 2**.

a) Com uma medição precisa em qualquer triângulo é possível concluir que a soma dos ângulos internos dessa maneira é sempre 180°.

b) A experimentação permite concluir de maneira visual que a soma das medidas dos ângulos é 180° pois o recorte de todos os ângulos, quando unidos, sempre se apoia em uma reta, formando um ângulo raso.

Acompanhe os estudantes durante a resolução da atividade orientando-os no manuseio do arame ou fio de cobre e da tesoura de ponta arredondada.

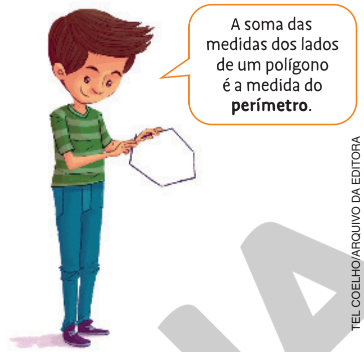
PARA SABER MAIS

Uma propriedade importante dos triângulos

Estudamos que, em um polígono, o número de lados é igual ao número de ângulos.

Também é fato que as medidas dos lados, ou a soma das medidas dos lados, de um polígono não tem relação com o número de lados dele.

Com um mesmo pedaço de arame de um tamanho qualquer, podemos moldar um triângulo, ou um quadrilátero, ou um heptágono etc. A única relação que podemos estabelecer é que, quanto maior for o número de lados, menor será, em média, o tamanho dos lados.



TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Com esse arame, também podemos moldar vários tipos de triângulo. Neles, as medidas dos lados podem mudar, mas a soma das medidas não. Você saberia dizer por quê?

E a soma das medidas dos ângulos desses triângulos, será sempre a mesma?

Resposta: Espera-se que o estudante conclua que a soma das medidas dos lados é a mesma porque o comprimento do fio permanece inalterado.

Agora é com você! FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Pegue um pedaço de arame ou fio de cobre e experimente formar um triângulo com ele. Depois desmanche e forme outro, e outro, e outro...

a) Com uma régua, meça os lados de cada triângulo que você construiu com o fio e adicione essas medidas. As medidas dos perímetros deles são iguais? **1. a)** Descontadas imprecisões nas medidas, os perímetros são iguais.

b) Com um transferidor, meça também os ângulos desses triângulos e adicione essas medidas. As somas obtidas são iguais? Quantos graus? **1. b)** Descontadas imprecisões nas medidas, sim; 180°.

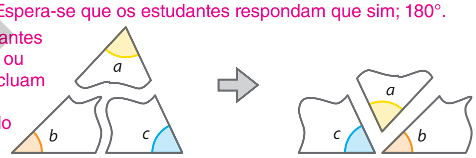
(Faça a atividade com o auxílio de um adulto.)

2. Reúnam-se em dupla e façam o que se pede.

a) Em uma folha de papel sulfite, cada um deverá desenhar quatro triângulos quaisquer. Em seguida, trocarão as folhas para que meçam os ângulos internos e calculem, para cada triângulo, a soma dessas medidas. Mesmo sem ver os triângulos que seu colega desenhou, você pode prever a soma das medidas dos ângulos internos que ele obteve? Qual é essa soma?

b) Agora, desenhem outro triângulo, recortem-no e denominem as medidas dos ângulos internos de a, b e c. Depois, recortem o triângulo em três partes, de modo que cada parte fique com um dos vértices. Em seguida, juntem as partes, fazendo os três vértices coincidirem e os lados de um dos ângulos encostarem nos lados dos outros ângulos. Observem o esquema. **2. a)** Espera-se que os estudantes respondam que sim; 180°.

2. b) Espera-se que os estudantes obtenham somas iguais ou próximas de 180° e concluam que os demais colegas também devem ter obtido esse valor.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Vocês acham que a soma dos três ângulos assim obtida resulta em um ângulo de 180°? Façam uma estimativa para o valor de $a + b + c$.

(Use tesoura com ponta arredondada e a manuseie com cuidado!)

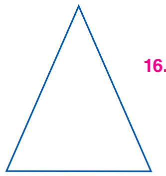
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

21. e) Os triângulos *ABC* e *ACD* são escalenos e retângulos, e o triângulo *ABD* é isósceles e obtusângulo.

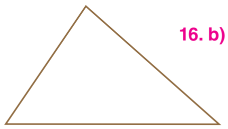
16 Com um compasso, compare as medidas dos lados e, com um transferidor, verifique se os ângulos internos são agudos, retos ou obtusos. Em seguida, classifique cada triângulo quanto aos lados e quanto aos ângulos.

a)



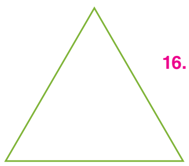
16. a) Isósceles e acutângulo.

b)



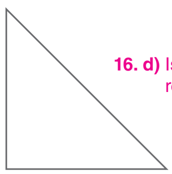
16. b) Escaleno e acutângulo.

c)



16. c) Equilátero e acutângulo.

d)



16. d) Isósceles e retângulo.

e)

16. e) Isósceles e obtusângulo.

f)

16. f) Escaleno e retângulo.

(Ao usar o compasso, atenção para não se machucar com a ponta-seca!)

17 Com três palitos iguais de sorvete, você pode construir um triângulo. Ele será um triângulo escaleno, isósceles ou equilátero? Justifique sua resposta. 17. O triângulo será equilátero, pois terá os três lados de mesma medida.

18 Com 33 centímetros de um fio de arame, Renato construiu um triângulo equilátero. Com quantos centímetros ficou cada lado?
18. 11 centímetros.

19 Construa triângulos (*ABC*) em seu caderno usando régua e compasso. (As medidas dos lados são dadas em centímetro.)

a) m($\overline{AB}$) = 8, m($\overline{AC}$) = 6, m($\overline{CB}$) = 10

b) m($\overline{AB}$) = 8, m($\overline{AC}$) = 6, m($\overline{CB}$) = 6

c) m($\overline{AB}$) = 8, m($\overline{AC}$) = 5, m($\overline{CB}$) = 5

19. Construção de figuras.

20 Classifique os triângulos dos itens **a**, **b** e **c** da atividade **19** quanto aos lados e, também, quanto aos ângulos internos. 20. Escaleno e retângulo; isósceles e acutângulo; isósceles e obtusângulo.

21 Usando régua, transferidor e compasso, faça o que se pede. (As medidas dos lados são dadas em centímetro.) 21. a) Construção de figura.

a) Construa um triângulo *ABC* em que: m($\overline{AB}$) = 12, m($\overline{AC}$) = 6, m($B\hat{A}C$) = 60°.

b) No triângulo obtido no item **a**, construa o ângulo $B\hat{A}D$ de 30°, sendo *D* um ponto pertencente ao segmento $\overline{BC}$. 21. b) Construção de figura.

c) A medida do lado $\overline{CD}$ é metade da medida do lado $\overline{AD}$? E a do lado $\overline{AC}$ é metade da medida do lado $\overline{AB}$? 21. c) Sim; sim.

d) Meça os ângulos $A\hat{C}B$, $A\hat{B}C$, $C\hat{A}D$, $C\hat{D}A$ e $A\hat{D}B$. 21. d) 90°; 30°; 30°; 60°; 120°

e) Classifique os triângulos *ABC*, *ACD* e *ABD* quanto aos lados e quanto aos ângulos internos.

22 Construa triângulos (*ABC*) usando régua, transferidor e compasso. Se alguma das construções for impossível, explique o porquê. (As medidas dos lados são dadas em centímetro.) 22. Construção de figuras.

a) m($\overline{AB}$) = 7, m($B\hat{A}C$) = 40°, m($A\hat{B}C$) = 80°.

b) m($\overline{AB}$) = 7, m($B\hat{A}C$) = 40°, m($A\hat{B}C$) = 120°.

c) m($\overline{AB}$) = 7, m($B\hat{A}C$) = 40°, = m($A\hat{B}C$) = 140°.

23 *Hora de criar* – Crie um fluxograma com os passos que devem ser seguidos para a construção de um triângulo usando régua e compasso.

Compare seu fluxograma com o de um colega. É possível simplificar ou complementar seu fluxograma? 23. Resposta pessoal.

22. No item **c** a construção é impossível, pois um lado é paralelo ao outro.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Exercícios propostos

No **exercício 16**, circule pela sala de aula, verificando se os estudantes usam corretamente o compasso, tomando cuidado com a ponta-seca, para compararem as medidas dos lados dos triângulos, e o transferidor para fazer as medições dos ângulos.

Os estudantes deverão concluir para cada item a seguinte classificação:

a) Isósceles e acutângulo.

b) Escaleno e acutângulo.

c) Equilátero e acutângulo.

d) Isósceles e retângulo.

e) Isósceles e obtusângulo.

f) Escaleno e retângulo.

No **exercício 17**, a intenção é que os estudantes imaginem a figura formada e concluam que, se os palitos têm mesma medida de comprimento, o triângulo resultante é equilátero.

No **exercício 18**, o triângulo construído é equilátero. Logo, ele tem todos os lados congruentes. Assim, cada lado do triângulo mede 11 cm, pois 33 : 3 = 11.

No **exercício 19**, é essencial que os estudantes disponham de material adequado para a construção de cada triângulo e sigam as orientações apresentadas e as recomendações sobre o manuseio do compasso. É importante compararem suas construções, em pequenos grupos, para identificar possíveis erros.

As construções dos itens **a**, **b** e **c**, estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

Ao classificar, no **exercício 20**, quanto às medidas dos lados e dos ângulos os triângulos construídos no **exercício 19**, obtemos:

a) Escaleno e retângulo.

b) Isósceles e acutângulo.

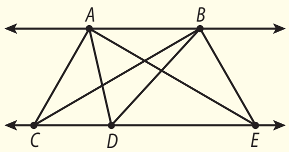
c) Isósceles e obtusângulo.

As resoluções dos **exercícios 21** a **23** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

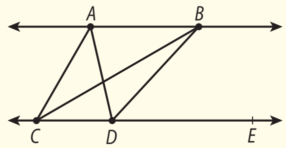
Pense mais um pouco...

Nesta seção, o maior desafio é encontrar uma maneira organizada de traçar e contar os triângulos possíveis. Um possível procedimento é:

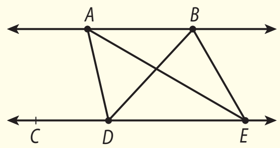
- Para facilitar a identificação, nomeamos os pontos. Primeiro, traçamos todos os triângulos possíveis de base $\overline{AB}$. Como o terceiro vértice deve ser um dos três pontos da outra reta, obteremos três triângulos: *ABC*, *ABD* e *ABE*.



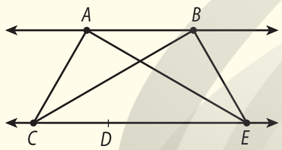
- Depois, traçamos todos os triângulos de base $\overline{CD}$: *CDA* e *CDB*, pois o terceiro vértice deve ser um dos dois pontos da outra reta.



- Traçamos os dois triângulos de base $\overline{DE}$: *DEA* e *DEB*.



- Por fim, traçamos os dois triângulos de base $\overline{CE}$: *CEA* e *CEB*.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Logo, o total de triângulos é: $3 + 2 + 2 + 2 = 9$.

4. Quadriláteros

Habilidades da BNCC: **EF06MA20** e **EF06MA22**.

Assim como nos triângulos, no estudo dos quadriláteros, destacamos a classificação quanto ao paralelismo dos lados e a verificação da presença de lados congruentes e de ângulos internos retos, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA20).

Pense mais um pouco... FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Pense mais um pouco...:

Desenhe duas retas paralelas, marque sobre uma delas dois pontos e, sobre a outra, três pontos.

a) É possível construir quantos triângulos tendo como vértices três desses pontos? **a)** 9 triângulos.

b) Explique o procedimento que você utilizou para contar os triângulos. **b)** Resposta pessoal.

c) Compare sua resposta com a de um colega. Vocês encontraram a mesma quantidade de triângulos? Comparem os procedimentos adotados.
c) Resposta pessoal. Espera-se que as quantidades encontradas sejam as mesmas.

ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

4 Quadriláteros

ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Vimos que os polígonos de 4 lados são chamados de **quadriláteros**. Observe nas imagens a seguir, objetos que dão a ideia de quadrilátero. Que outros objetos dão ideia de quadriláteros? Cite dois exemplos.

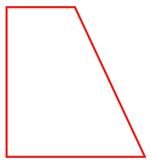
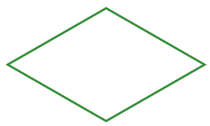
Resposta possível: Superfícies do livro e do caderno.

AFRICA STUDIO/SHUTTERSTOCK

INKAONE/SHUTTERSTOCK

Classificação dos quadriláteros

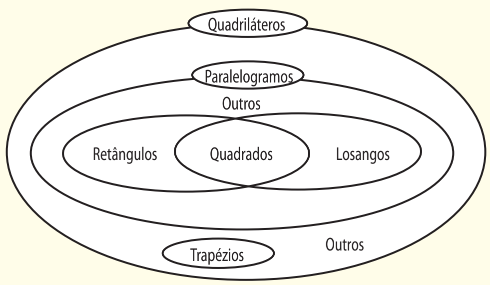
Os quadriláteros podem ser classificados quanto ao paralelismo de seus lados: podem não apresentar lados paralelos, podem apresentar apenas um par de lados paralelos ou, ainda, dois pares de lados paralelos.

Nenhum par de lados paralelos	Somente um par de lados paralelos	Dois pares de lados paralelos
 Quadriláteros como esse não recebem nome especial.	 Quadriláteros que têm apenas um par de lados paralelos são chamados de **trapézios**.	 Quadriláteros que têm dois pares de lados paralelos são chamados de **paralelogramos**.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Após estudarem as classificações dos quadriláteros, proponha aos estudantes que, no caderno, organizem os tipos de quadriláteros em um diagrama de Venn. Ao final, verifique se todos organizaram corretamente.

Segue um exemplo:

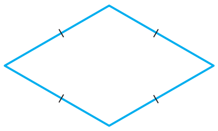


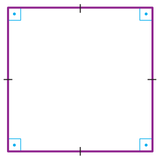
NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Entre os paralelogramos, vamos destacar o retângulo, o losango e o quadrado.

- **Retângulo** é um paralelogramo que tem os 4 ângulos internos retos.
- **Losango** é um paralelogramo que tem os 4 lados congruentes.
- **Quadrado** é um paralelogramo que tem os 4 ângulos internos retos e os 4 lados congruentes. Portanto, o quadrado é um **polígono regular**.


Retângulo


Losango


Quadrado

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Observação

▶ O quadrado é ao mesmo tempo um retângulo e um losango, visto que tem os 4 ângulos internos retos e os 4 lados congruentes.

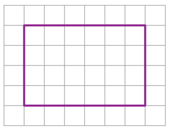
26. a) Falsa, pois há losangos cujos ângulos internos não são ângulos retos.
26. b) Falsa, pois um paralelogramo que não é retângulo tem diagonais com medidas diferentes.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

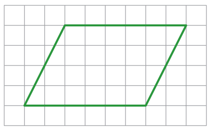
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

24 Classifique os quadriláteros em trapézio ou paralelogramo.

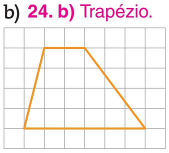
a) **24. a)** Paralelogramo.



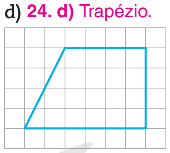
c) **24. c)** Paralelogramo.



b) **24. b)** Trapézio.



d) **24. d)** Trapézio.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

25 Desenhe em uma folha de papel quadriculado: **25.** Construção de figuras.

a) um losango que não seja quadrado;
b) um losango que seja quadrado;
c) um retângulo que não seja quadrado;
d) um retângulo que seja quadrado.
e) um paralelogramo que tenha diagonais de mesma medida;
f) um paralelogramo que não tenha diagonais de mesma medida.

26 Indique as afirmações verdadeiras. Depois, diga por que as demais são falsas.

a) Todo losango é um retângulo.
b) Todas as diagonais de um paralelogramo têm medidas iguais.
c) Todo quadrado é um losango. **26. c)** Verdadeira.
d) Existem paralelogramos que têm todas as diagonais congruentes. **26. d)** Verdadeira.

27 Reúna-se com um colega e construam um ângulo de 75° e vértice B. Marquem um ponto A que diste 7 centímetros de B em um de seus lados e um ponto C que esteja a 4 centímetros de B no outro lado. Depois, tracem com o compasso dois arcos: um com a ponta-seca em A e 4 centímetros de abertura, outro com a ponta-seca em C e 7 centímetros de abertura, cortando o primeiro arco em um só ponto (D), de modo que $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$ não tenham ponto comum. **27. a)** Paralelogramo.

a) Que polígono vocês obtiveram?
b) Que polígono obteriam se substituíssem as medidas 4 e 7 centímetros por 6 centímetros?
c) E se substituíssem a medida 75° por 90°?
d) E se substituíssem as medidas 4 e 7 centímetros por 6 centímetros e 75° por 90°?

(Ao usar o compasso, atenção para não se machucar com a ponta-seca!)

27. b) Losango.
27. c) Retângulo.
27. d) Quadrado.

28 ***Hora de criar*** – Escolha um quadrilátero e elabore uma afirmação verdadeira e uma falsa sobre ele. Depois, troque suas afirmações com um colega para que cada um possa identificar uma afirmação como verdadeira. **28.** Resposta pessoal.

É importante comparar respostas entre colegas, para detectar equívocos e fazer ajustes.

No **exercício 27**, as duplas podem expor sua construção aos colegas para compararem as soluções. Por abordar a construção de quadriláteros, essa atividade permite o desenvolvimento da habilidade (EF06MA22). Se tiver oportunidade, pode-se propor aos estudantes que a construção seja realizada com o uso de um *software*, o que propicia o trabalho com a **competência geral 5**. Durante o desenvolvimento da atividade oriente os estudantes no manuseio do compasso para que tomem cuidado com a ponta-seca.

Classificação dos quadriláteros

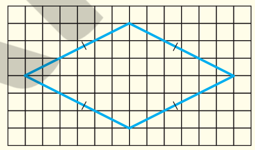
Se julgar conveniente, retome o conceito de polígono regular. Peça aos estudantes que identifiquem, dentre os quadriláteros estudados, que tipo de quadrilátero pode ser um polígono regular. Espera-se que percebam que apenas o quadrado é regular, pois é um quadrilátero equilátero e é um quadrilátero equiângulo também.

Exercícios propostos

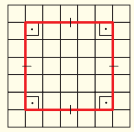
As resoluções dos **exercícios 24** e **26** a **28** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

O **exercício 25** propicia um momento para avaliar se os estudantes realmente compreenderam a classificação de quadriláteros. Seguem exemplos de resposta.

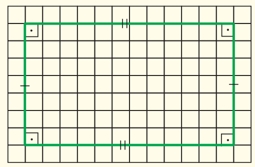
a)



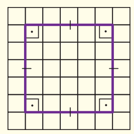
b)



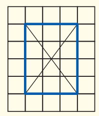
c)



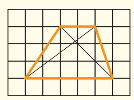
d)



e)



f)



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Proponha aos estudantes que respondam:

- Por que a figura **a** é um losango, mas não é um quadrado?
- Por que a figura **b** é um losango e também um quadrado?
- Por que a figura **c** é um retângulo, mas não é um quadrado?
- Por que a figura **d** é um retângulo e também um quadrado?

5. O conceito de par ordenado

Habilidades da BNCC: **EF06MA16** e **EF06MA21**.

Noções do conceito de par ordenado são abordadas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Neste momento, pretendemos ampliar, consolidar e aprofundar essas noções, mas não esgotá-las, já que o assunto será retomado e aprofundado nos demais anos deste ciclo e no Ensino Médio. Deste modo, apresentamos situações e propomos atividades que contribuem para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA16). O trabalho com a habilidade (EF06MA21) será realizado em duas propostas de exercícios, na seção de exercícios propostos.

Antes de ler a **situação 1**, explore com os estudantes apenas a ilustração do condomínio residencial. Peça-lhes opiniões sobre o modo como fariam para registrar as localizações dos apartamentos destacados. Aproveite para verificar conhecimentos que já construíram acerca desse tema.

Após essa atividade inicial, converse, com os estudantes, sobre o quadro apresentado e a maneira de registrar as localizações dos apartamentos do condomínio residencial, indicadas nele, por meio de pares ordenados. É fundamental que os estudantes percebam que pares do tipo (1, 3) e (3, 1) são diferentes e comunicam informações diferentes.

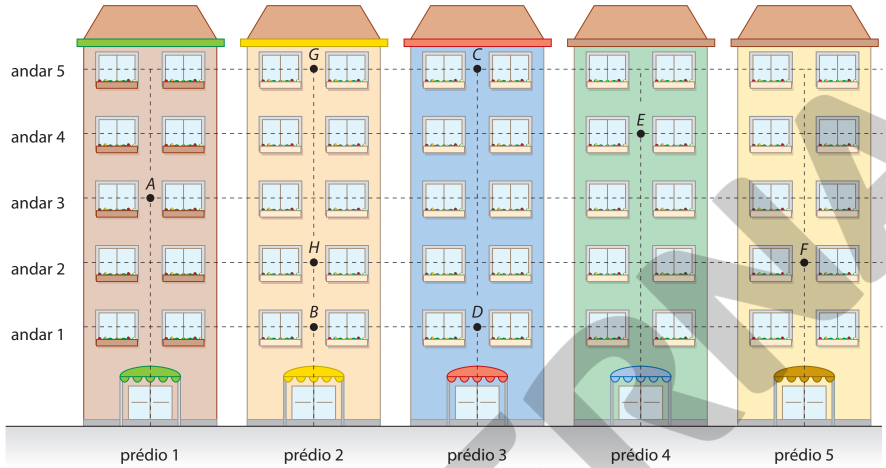
Se julgar conveniente, elabore questões nas quais é fornecido o par de números, e os estudantes têm de dizer, de acordo com a ilustração da **situação 1**, em que prédio e andar se localiza o apartamento.

5 O conceito de par ordenado

Considere as situações a seguir.

Situação 1

A figura abaixo representa um condomínio residencial formado por cinco prédios de apartamentos, cada um com cinco andares, sendo um apartamento por andar.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Podemos usar pares de números para identificar ou localizar cada apartamento do condomínio representado. Um dos números do par indicará o prédio, e o outro, o andar. Observe alguns exemplos no quadro.

Apartamento	Prédio/Andar	Par de números
A	prédio 1/andar 3	(1, 3)
B	prédio 2/andar 1	(2, 1)
C	prédio 3/andar 5	(3, 5)
D	prédio 3/andar 1	(3, 1)
H	prédio 2/andar 2	(2, 2)

Observe que:

- os pares (1, 3) e (3, 1) indicam apartamentos diferentes: o primeiro par corresponde ao apartamento *A*, enquanto o outro par corresponde ao apartamento *D*, o que nos faz perceber a importância da ordem nesses pares de números;
- os apartamentos *B* e *H*, que pertencem a um mesmo prédio, estão associados a pares de números em que o primeiro número é o mesmo (no caso, o número 2);
- os apartamentos *B* e *D*, situados no mesmo andar, estão associados a pares de números em que o segundo número é o mesmo (no caso, o número 1).

Os pares de números associados a situações em que a ordem dos elementos deve ser respeitada são chamados de **pares ordenados**.

Situação 2

Cruzando palavras

Horizontais

1. Unidade de medida de massa
2. Por dois pontos passa uma só
3. Socorro
4. Osso do esqueleto humano
5. Caminhar
6. Lodo

Verticais

1. Unidade de medida de ângulo
2. Nota musical/Dez centenas
3. Todo cubo tem (palavra invertida)
4. Faltou o **i** para ser maior
5. Parte do sapato em contato com o solo

	1	2	3	4	5
1	G	R	A	M	A
2	R	E	T	A	
3	A		S	O	S
4	U	M	E	R	O
5		I	R		L
6		L	A	M	A

CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

Considerando o quadro completo, podemos fazer algumas associações:

(2, 3) ⟶ T (4, 1) ⟶ U (5, 5) ⟶ L

Observações

- Dado o par ordenado (a, b), dizemos que a é o primeiro elemento do par e b, o segundo elemento. Exemplos:
  - No par ordenado (4, 3), o primeiro elemento é 4 e o segundo é 3.
  - No par ordenado (3, 4), o primeiro elemento é 3 e o segundo é 4.
- Dois pares ordenados (a, b) e (c, d) são iguais se $a = c$ **e** $b = d$. Exemplos:
  - Se $(a, b) = (4, 5)$, temos $a = 4$ e $b = 5$.
  - Se $(x, y) = (0, 3)$, temos $x = 0$ e $y = 3$.
- Dois pares ordenados (a, b) e (c, d) são diferentes se $a \neq c$ **ou** $b \neq d$. Exemplos:
  - O par ordenado (7, 1) é diferente do par ordenado (1, 7).
  - O par ordenado (2, 6) é diferente do par ordenado (6, 2).

Representação geométrica de pares ordenados

Para fazer a representação geométrica de pares ordenados, traçamos, em um plano, duas retas numéricas perpendiculares. Ao **ponto de intersecção** entre elas atribuímos o par ordenado (0, 0) e damos o nome de **origem**.

Chamamos a reta horizontal de **eixo *x*** e a reta vertical de **eixo *y***.

O conceito de par ordenado

Analise com os estudantes a **situação 2** e ressalte as noções de linha e coluna. Pergunte a eles qual foi a regra adotada para associar cada letra do quadro a um par de números. Com base nos exemplos, eles devem concluir que o primeiro número do par corresponde à linha em que a letra está no quadro, e o segundo número corresponde à coluna.

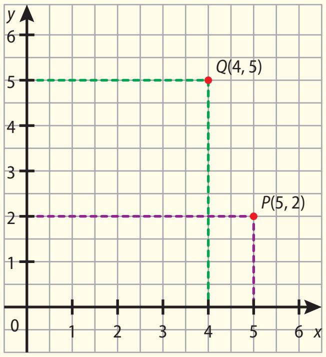
Ao trabalhar a representação geométrica de pares ordenados, explore a transposição das linhas e colunas de uma malha quadriculada para a ideia de plano cartesiano. Como os estudantes já têm trabalhado com a reta numérica, espera-se que associem cada eixo do plano cartesiano a uma reta numérica e, assim como já associaram números (naturais ou racionais positivos na forma de fração ou na forma decimal) a pontos de uma reta numérica, compreendam a associação de pares ordenados a pontos do plano cartesiano.

Cada par ordenado determina as coordenadas de um ponto do plano cartesiano, e cada ponto desse plano é a representação geométrica do par ordenado a ele associado. Nesse sentido, articulam-se duas Unidades Temáticas: **Geometria** e **Álgebra**, desenvolvendo noções de Geometria Analítica.

263

Representação geométrica de pares ordenados

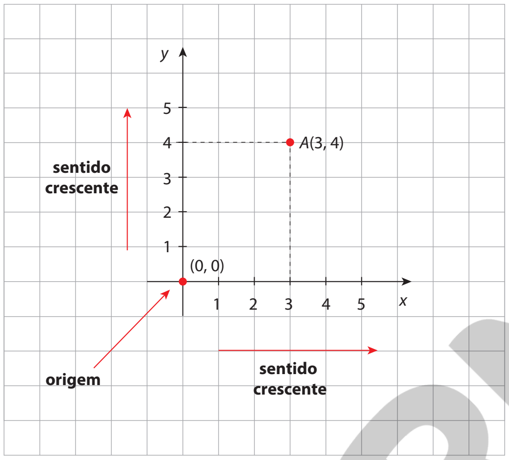
Providencie previamente planos cartesianos desenhados em malha quadriculada (considerando apenas o 1º quadrante) para que, em duplas, os estudantes explorem seus elementos, representem alguns pares ordenados neles (ou seja, localizem os pontos que têm essas coordenadas) e determinem as coordenadas de pontos destacados nesses planos cartesianos, como exemplifica a figura a seguir.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Nessa representação, os pares ordenados são associados a pontos; por isso, esses pares são chamados de **coordenadas dos pontos**, e a representação recebe o nome de **sistema de coordenadas no plano cartesiano**.

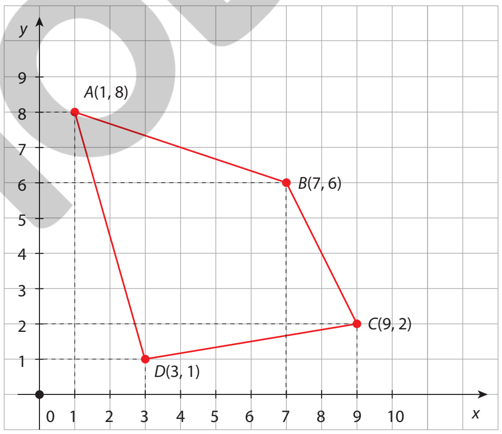
Observe a representação do ponto $A(3, 4)$.



O primeiro elemento do par ordenado indica a posição em relação ao eixo horizontal, e o segundo elemento indica a posição em relação ao eixo vertical.

Acompanhe como podemos associar os pares ordenados $A(1, 8)$, $B(7, 6)$, $C(9, 2)$ e $D(3, 1)$ com os vértices de um polígono.

Traçando os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$, obtemos o quadrilátero $ABCD$.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

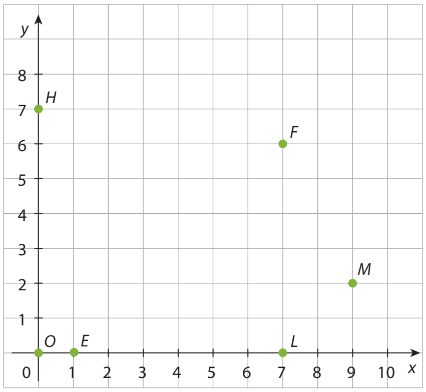
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

29 Volte a observar a ilustração do condomínio residencial representado na situação 1. Usando um par de números em que o primeiro número indica o prédio e o segundo, o andar, dê a posição dos apartamentos:

a) E; **29. a)** (4, 4) b) F; **29. b)** (5, 2) c) G. **29. c)** (2, 5)

30 Observe o sistema de coordenadas com alguns pontos indicados.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, determine as coordenadas desses pontos. **30.** $H(0, 7)$; $O(0, 0)$; $F(7, 6)$; $L(7, 0)$; $E(1, 0)$; $M(9, 2)$

31 Indique o valor de a e de b nos pares ordenados.

a) $(3, 7) = (a, 7)$ **31. a)** $a = 3$

b) $(a, b) = (0, 1)$ **31. b)** $a = 0$ e $b = 1$

c) $(a, 2) = (3, b)$ **31. c)** $a = 3$ e $b = 2$

d) $(a + 3, 8) = (5, b)$ **31. d)** $a = 2$ e $b = 8$

e) $(3a, b + 4) = (9, 6)$ **31. e)** $a = 3$ e $b = 2$

32 Construa um sistema de coordenadas em uma folha de papel quadriculado e represente os seguintes pontos:

- $A(0, 3)$ • $B(3, 0)$ • $C(6, 3)$ • $D(3, 6)$

Se unirmos os pontos A, B, C, D e A, nessa ordem, por segmentos, obteremos um polígono. Que polígono é esse? **32.** Construção de sistema; um quadrado.

33 Em uma folha de papel quadriculado, construa um sistema de coordenadas e marque nele pontos que sejam vértices de um:

a) retângulo; c) losango; e) hexágono.
b) trapézio; d) pentágono;

- Após a escolha dos pontos, construa para cada item o respectivo polígono.

33. Respostas pessoais.

34. Construção de figuras.

34 Construa um sistema de coordenadas em uma folha de papel quadriculado e represente em um plano cartesiano três quadriláteros:

I) $ABCD$, com vértices de coordenadas $A(2, 4)$, $B(4, 4)$, $C(4, 2)$ e $D(2, 2)$.

II) $EFGH$, que deve corresponder a uma redução do quadrilátero $ABCD$, com lados medindo a metade das respectivas medidas dos lados de $ABCD$.

III) $IJKL$, que deve corresponder a uma ampliação do quadrilátero $ABCD$, com lados medindo o dobro das respectivas medidas dos lados de $ABCD$.

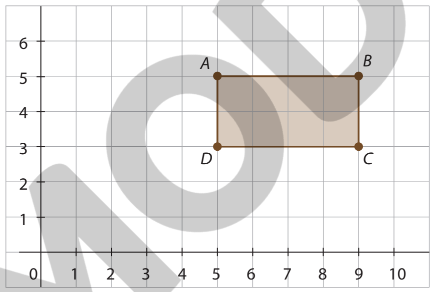
Depois, responda às questões: **34. a)** Resposta pessoal.

a) Quais são as coordenadas dos vértices dos quadriláteros $EFGH$ e $IJKL$?

b) O quadrilátero de vértices de coordenadas $A(2, 4)$, $B'(3, 4)$, $C'(3, 3)$ e $D'(2, 3)$ corresponde a uma ampliação ou a uma redução do quadrilátero $ABCD$? **34. b)** Uma redução.

c) Como podemos classificar os quadriláteros representados quanto às medidas de seus lados e de seus ângulos? Justifique sua resposta. **34. c)** Quadrados, pois têm lados de mesma medida e ângulos internos retos.

35 Usando um programa de computador, Renato desenhou um retângulo em um plano cartesiano, conforme demonstrado na figura a seguir:



WLAMIR MIASIRO/ARQUIVO DA EDITORA

Renato queria ampliar esse retângulo e, então, deslocou o vértice B para B'(10, 5).

Para que Renato obtenha uma ampliação do retângulo $ABCD$, de modo que as medidas dos segmentos $\overline{A'B'}$, $\overline{B'C'}$, $\overline{C'D'}$ e $\overline{A'D'}$ sejam, respectivamente, o dobro das medidas dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$, quais podem ser as coordenadas dos vértices A', C' e D'?

35. Resposta possível: $A'(2, 5)$, $C'(10, 1)$ e $D'(2, 1)$.

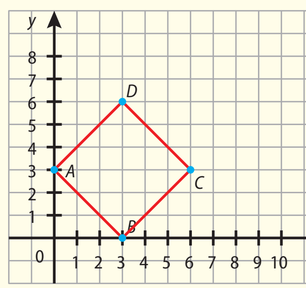
265

Exercícios propostos

No **exercício 29**, deve-se retomar a ilustração do condomínio residencial para responder ao que se pede. No **item a**, pede-se a localização do apartamento *E*; ele está no 4º andar do prédio 4; então, o par ordenado é (4, 4). No **item b**, pede-se a localização do apartamento *F*; ele está no 2º andar do prédio 5; então, o par ordenado é (5, 2). Por fim, no **item c**, pede-se a localização do apartamento *G*; ele está no 5º andar do prédio 2; logo, o par ordenado é (2, 5).

No **exercício 30**, os estudantes deverão indicar as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano. Se considerar adequado, faça a representação deste plano na lousa e faça a identificação dessas coordenadas junto com os estudantes. Depois, proponha a eles a localização de outros pontos e coordenadas de modo a fazer com que compreendam o funcionamento de um sistema de coordenadas. Ao resolver o exercício, eles devem perceber que o ponto *M* está 9 unidades à direita e 2 unidades acima da origem; então, suas coordenadas são $M(9, 2)$. De maneira semelhante, devem identificar as outras coordenadas: $H(0, 7)$; $O(0, 0)$; $F(7, 6)$; $L(7, 0)$; $E(1, 0)$.

Para o **exercício 32** sugerimos a construção de um sistema de coordenadas em uma malha quadriculada para facilitar a representação dos pontos e a identificação do polígono. Caso os estudantes tenham que fazer essa construção em outro tipo de folha, oriente-os no traçado dos eixos, que devem ser perpendiculares, e no posicionamento dos números, que devem ser equidistantes. Assim, conseguirão localizar os números e identificar corretamente o quadrado como o polígono a ser obtido, conforme indica a figura a seguir:



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Nos **exercícios 34** e **35**, os estudantes deverão construir figuras planas semelhantes em situação de ampliação ou redução utilizando malha quadriculada e o sistema de coordenadas, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA21). Caso eles tenham dificuldades, oriente-os na realização das cosntruções propostas.

As resoluções dos **exercícios 31** e **33** a **35** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

6. Planificação da superfície dos poliedros

Habilidade da BNCC: **EF06MA17**.

Neste tópico, vamos retomar e ampliar o estudo dos sólidos geométricos iniciado no **capítulo 3**, contribuindo para o trabalho com a habilidade (EF06MA17). Como trataremos apenas dos poliedros, se julgar necessário, retome as características desse grupo de sólidos, solicitando aos estudantes que refaçam algumas das atividades estudadas anteriormente.

Se possível, providencie antecipadamente modelos dos poliedros e moldes da planificação de sua superfície apresentados neste estudo, para que os estudantes possam manipulá-los, perceber seus elementos e contá-los (faces, vértices e arestas), decalcar suas faces e associá-las a regiões poligonais, montar e desmontar embalagens etc.

Sugerimos também que sejam fornecidos aos estudantes moldes de planificações de superfície de alguns poliedros (reproduzidas em tamanho grande), de modo que eles possam remontar esses sólidos.

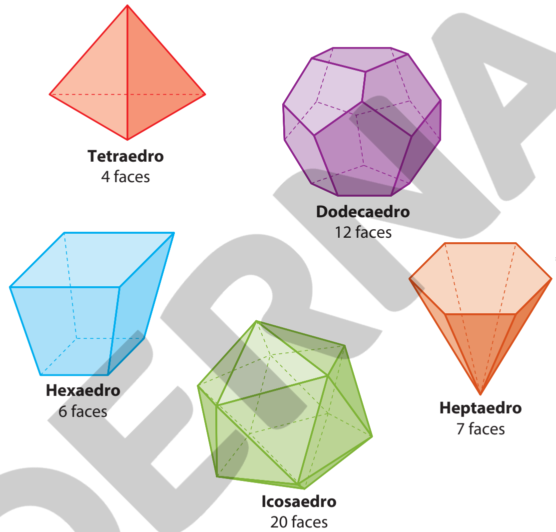
6 Planificação da superfície dos poliedros

Você já estudou que cada região plana da superfície de um poliedro é uma **face** do poliedro. Também viu que o encontro de duas faces determina um segmento de reta chamado **aresta** do poliedro e que o ponto de encontro de três ou mais arestas é denominado **vértice** do poliedro.

Classificação dos poliedros

Enquanto os polígonos podem ser nomeados de acordo com o número de lados, os poliedros recebem um nome de acordo com o número de faces. Observe o quadro a seguir.

Número de faces	Nome do poliedro
4	tetraedro
5	pentaedro
6	hexaedro
7	heptaedro
8	octaedro
9	eneaedro
10	decaedro
12	dodecaedro
15	pentadecaedro
20	icosaedro



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Planificações

Considere a situação.

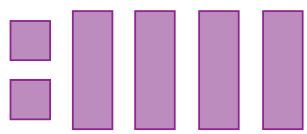
Antônio pegou um objeto com o formato de um poliedro e, apoiando-o sobre uma folha de papel em uma mesa, desenhou o contorno de todas as suas faces.

Depois, pintou a região interior desses contornos, obtendo 6 figuras.

As figuras obtidas por Antônio são regiões planas que representam as faces do poliedro, também denominadas **regiões poligonais**. Uma região poligonal é formada pelo polígono que a delimita e pela região interior desse polígono.

Nesse caso, Antônio obteve 6 regiões poligonais retangulares.

ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA/ARQUIVO DA EDITORA



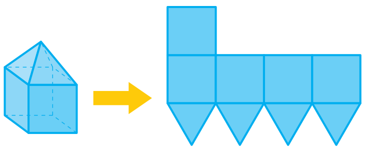
NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Antônio recortou, com o auxílio de uma tesoura de pontas arredondadas, as figuras e uniu-as por um dos lados com fita adesiva, formando uma nova figura.

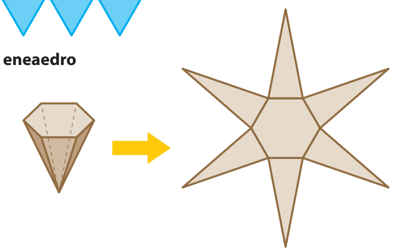
A figura obtida é chamada de **planificação da superfície do poliedro** ou, simplesmente, **planificação do poliedro**.

Com a planificação, é mais fácil visualizar quantas faces o poliedro tem. Observe alguns exemplos.

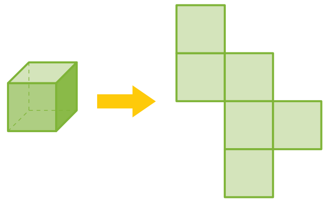
ANDRÉ LUIZ DA SILVA PEREIRA/ ARQUIVO DA EDITORA



Planificação de um eneaedro



Planificação de um heptaedro



Planificação de um hexaedro

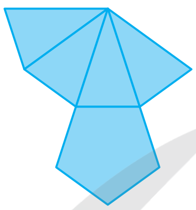
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

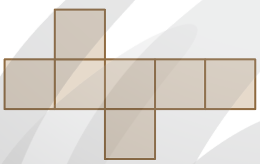
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

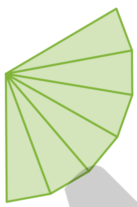
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

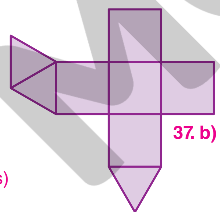
36 Observe as planificações de alguns poliedros. Em cada uma delas há um erro: há face a menos ou face a mais, ou então uma face errada ou fora de lugar que não possibilita montar o poliedro com ela. Copie as planificações, corrigindo-as. Há só uma maneira de corrigi-las? Compare sua resolução com a dos colegas.

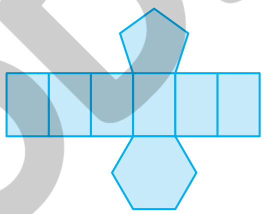
36. Construção de figuras; não.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

37. b) Espera-se que o estudante conclua que a soma dos números de vértices e de faces é igual ao número de arestas mais 2.

37. a) Respostas possíveis, sendo f (faces), a (arestas) e v (vértices):
figura a: 6 f, 10 a, 6 v; **figura b**: 6 f, 12 a, 8 v; **figura c**: 7 f, 12 a, 7 v; **figura d**: 9 f, 16 a, 9 v; **figura e**: 8 f, 18 a, 12 v.

37 Considere os poliedros das planificações corrigidas na atividade anterior.

a) Quantas faces, arestas e vértices há em cada um deles?

b) Compare a soma dos números de vértices e faces com o número de arestas. O que você conclui?

Sugestão de leitura

Para enriquecer o assunto, sugerimos o seguinte artigo:

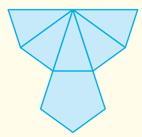
SANTOS, K. S.; ARAÚJO, L. S. Uma breve abordagem histórica: Platão e os poliedros platônicos. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais**... São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. Disponível em: http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6769_3900_ID.pdf. Acesso em: 27 maio 2022.

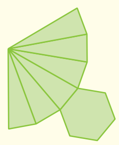
Este trabalho tem como objetivo apresentar, por meio da História da Matemática, uma evolução do tema Sólidos de Platão associada a personagens que contribuíram para seu desenvolvimento, associando Pitágoras, Teeteto, Euclides, Johannes Kepler e Euler, sendo Platão considerado aqui o protagonista.

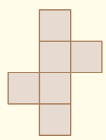
Exercícios propostos

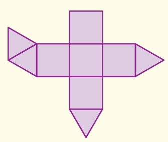
Neste bloco de exercícios, os estudantes poderão ampliar seus conhecimentos acerca das planificações da superfície de poliedros.

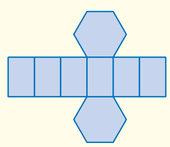
No **exercício 36**, antes de reproduzirem as planificações no caderno, proponha a eles que tentem resolver o exercício apenas visualizando os poliedros montados, sem desenhá-los. Respostas possíveis para esse exercício:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

A resolução do **exercício 37** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

Para saber mais

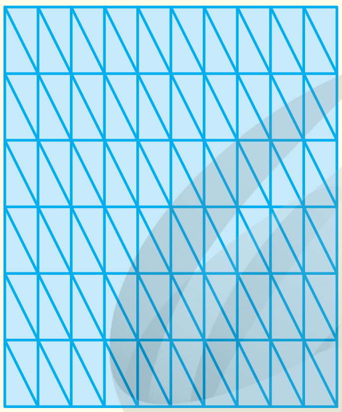
Nesta seção, os estudantes devem mobilizar os conhecimentos já construídos sobre polígonos e desenvolver noções de área (utilizando conhecimentos de estudos anteriores, nos anos iniciais do Ensino Fundamental), assunto que será tratado no próximo capítulo. Desse modo, é possível avaliar o perfil de cada estudante com relação a esse aprendizado.

Agora é com você!

Veja possíveis figuras para as **atividades 1** e **2**.

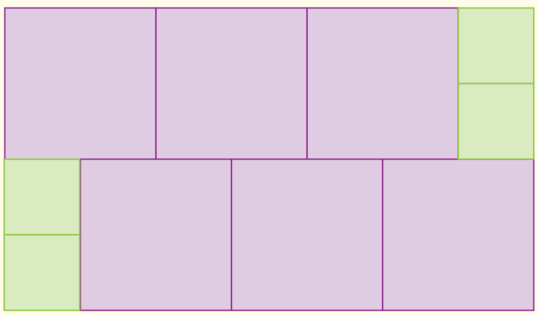
Na **atividade 1**, há um retângulo de 5 cm de medida de largura por 6 cm de medida de altura composto de 6 retângulos menores, de 0,5 cm de medida de largura por 1 cm de medida de altura, idênticos (formados por dois triângulos azuis) na altura e 10 desses retângulos menores na base. Então, a superfície retangular tem lados de medidas 5 cm por 6 cm, utilizando cada triângulo azul com os dois lados menores medindo 1 cm e 0,5 cm.

A seguir, indicamos como a ilustração pode ser elaborada pelos estudantes. Nesta representação usamos medidas proporcionais a 5 e 6 cm.



Na **atividade 2**, os estudantes deverão cobrir uma superfície retangular, de lados medindo 7 cm por 4 cm, com figuras quadradas de lados medindo 2 cm (figura 1) e 1 cm (figura 2). Para isso, há diferentes possibilidades. Usando somente a figura 2, é possível cobrir toda a superfície maior com 7 figuras na base e 4 na altura, totalizando 28 figuras de 1 cm de medida de lado. Como cada grupo de 2 figuras (2) na base e 2 figuras (2) na altura formam uma figura 1, uma possível resposta seria a figura a seguir:

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA



As resoluções das **atividades 3** e **4** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

PARA SABER MAIS

Ladrilhamento

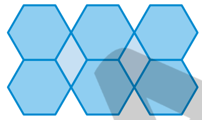
Quando revestimos uma superfície plana com regiões poligonais sem deixar falhas ou sobrepô-las, dizemos que houve um ladrilhamento dessa superfície. Podemos ladrilhar uma superfície com um ou mais tipos de região poligonal.

MAUVRIES/SHUTTERSTOCK

Piso quadriculado em preto, branco e cinza.

KK STONE/SHUTTERSTOCK

Parede revestida com ladrilhos triangulares.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Superfície ladrilhada por dois tipos de região poligonal: em forma de hexágono e em forma de losango.

Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Reproduza esta superfície poligonal na forma de triângulo  e ladrilhe uma superfície retangular de 5 cm por 6 cm.
1. Construção de figura.

2 Ladrilhe uma superfície retangular de 7 cm por 4 cm, utilizando apenas superfícies quadrangulares iguais às apresentadas como figuras 1 e 2. **2.** Construção de figura.

Figura 1

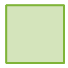
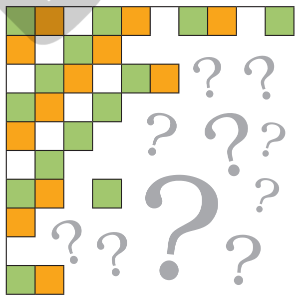


Figura 2

3 Copie em papel quadriculado o padrão a seguir e descubra quantas figuras quadradas verdes e quantas figuras alaranjadas faltam para completar uma superfície quadrada.

3. Construção de figura;
20 verdes e 21 alaranjadas.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

4 Utilizando uma superfície poligonal qualquer e uma única região poligonal por vez, descubra se é possível fazer um ladrilhamento utilizando regiões poligonais com a forma de:
4. Respostas:
- triângulos equiláteros; sim;
- hexágonos; sim;
- pentágonos. não.
- octógonos; não;
- quadrados; sim;

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

A probabilidade das cores

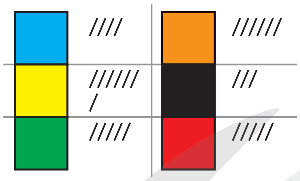
As irmãs Neusa e Júlia fizeram uma experiência de jogar um dado cúbico e anotar a cor que ficava na face superior. Cada face é de uma cor diferente e elas sabem que a probabilidade de cada uma das cores estar na face superior é sempre a mesma, isto é, $\frac{1}{6}$.

Enquanto uma delas jogava o dado, a outra anotava a cor da face superior, que podia ser azul, amarela, verde, laranja, preta ou vermelha, e colocava em um saquinho uma ficha colorida correspondente a cada jogada.

TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Depois de Júlia jogar o dado 30 vezes, Neusa verificou a **frequência** de cada cor, ou seja, quantas vezes cada cor ficou na face voltada para cima e organizou essas informações em uma tabela.

Observe as anotações e a tabela de frequência que ela fez:



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Tabela de frequência das cores do dado

Cor	azul	amarela	verde	laranja	preta	vermelha
Frequência	4	7	5	6	3	5

Dados obtidos por Neusa.

Neusa pediu à irmã que calculasse a probabilidade de retirar do saquinho uma ficha:

a) verde; **b)** amarela; **c)** preta.

Lembrando que a probabilidade é dada pela razão entre a frequência da cor e o total de jogadas do dado, Júlia calculou:

a) Probabilidade $= \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ **b)** Probabilidade $= \frac{7}{30}$ **c)** Probabilidade $= \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$

Concluíram, então, que a probabilidade esperada, que seria $\frac{1}{6}$, se confirmou para a cor verde, mas não para a cor amarela nem para a preta.

Trabalhando a informação

Habilidades da BNCC: **EF06MA17** e **EF06MA30**.

Esta seção trata da observação de um experimento aleatório (lançar um dado de faces coloridas e observar a cor da face que fica voltada para cima), do levantamento da frequência de cores que saíram nesses lançamentos (registro em tabela de frequências) e do cálculo de probabilidade de eventos associados a esse experimento. Por explorar as características de um objeto que lembra a forma de um poliedro e o cálculo de probabilidade, contribuímos para relacionar as Unidades Temáticas: Geometria e Probabilidade e estatística e as habilidades (EF06MA17) e (EF06MA30).

Converse com os estudantes a situação e o que as irmãs Neusa e Júlia fizeram para obter as probabilidades, ressaltando o significado da "frequência de cada cor" registrada na tabela. Proponha a eles alguns questionamentos em relação à interpretação dos dados da tabela feita por Neusa, por exemplo:

- "Qual é a frequência da cor verde? O que essa frequência significa?" (Espera-se que os estudantes identifiquem que a frequência da cor verde é 5, o que significa que, das 30 vezes que o dado foi lançado, em 5 vezes apareceu a face verde voltada para cima, 5 em 30.);
- "Que valor se obtém adicionando todas as frequências?" (Espera-se que os estudantes percebam que adicionando-se as frequências de cada cor deve-se obter o total de jogadas do dado, ou seja, 30. Verifique se eles respondem diretamente ou se fazem efetivamente a adição.).

Para o cálculo de cada probabilidade, os estudantes devem compreender que é preciso considerar a fração obtida da comparação entre a frequência da cor e o total de jogadas.

Agora quem trabalha é você!

As respostas das **atividades 1** e **2** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

Na **atividade 3**, é possível pensar em diversos argumentos. A princípio, o aumento da quantidade de lançamentos tende a tornar a diferença entre as frequências cada vez menos significativa, tornando as probabilidades bem próximas.

Não seria a mesma probabilidade na **atividade 4**, pois o dado teria apenas 3 cores diferentes; então, cada um terá probabilidade $\frac{1}{3}$.

Na **atividade 5**, a probabilidade de sair cara é a relação $\frac{\text{face cara}}{\text{total de faces}}$ que é igual a $\frac{1}{2}$. Isso não significa que essa será a frequência observada em um número pequeno de repetições, como em duas rodadas, mas essa é a tendência.

7. Prismas

Habilidade da BNCC: **EF06MA17**.

Para finalizar o desenvolvimento da Unidade Temática **Geometria** no 6º ano, aprofundamos o estudo de poliedros abordando as características de dois grupos importantes desse tipo de sólido: os **prismas** e as **pirâmides**, ampliando o trabalho com a habilidade (EF06MA17). No entanto, não temos a pretensão de esgotar o assunto, que será revisitado em outros anos do Ensino Fundamental e aprofundado no Ensino Médio.

Inicialmente, caracterizamos prismas e destacamos dentre suas faces aquelas que são suas duas **bases** e as demais que são as **faces laterais**.

Se possível, providencie modelos desses poliedros, de modo que os estudantes possam manuseá-los observando suas particularidades, identificar seus elementos (faces, vértices e arestas), suas bases e faces laterais.

É importante perceberem que, ao apoiar um prisma por uma de suas bases, observamos que metade de seus vértices fica sobre a superfície de apoio e metade deles fica fora. Na manipulação dos modelos de prismas, é possível os estudantes comprovarem tal fato.

1. Azul: $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$; laranja: $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$; vermelha: $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$.

Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Calcule as probabilidades das outras cores no experimento das irmãs Neusa e Júlia.

2 Junte-se a um colega, construam um dado a partir da planificação de um hexaedro e pintem as faces com as mesmas cores do dado das irmãs. Depois, façam 60 lançamentos do dado e construam uma tabela de frequência. Para finalizar, calculem a probabilidade de cada cor ficar na face superior.

3 Discutam entre si se o aumento da quantidade de lançamentos favorece a possibilidade de as probabilidades das cores serem iguais.

4 Se as faces opostas do dado de Neusa e Júlia tivessem a mesma cor, a probabilidade de sair uma das cores continuaria igual a $\frac{1}{6}$? Justifique sua resposta.

5 Ao lançar uma moeda, qual é a probabilidade de sair cara? E de sair coroa? Com base no experimento de Júlia e Neusa e no resultado obtido por você na atividade **2**, é correto afirmar que em dois lançamentos de uma moeda sairá cara em uma das vezes e coroa na outra vez? Justifique sua resposta.

2. Resposta pessoal.

3. Resposta pessoal.

4. Não, pois há 3 possibilidades de cores e, desse modo, a probabilidade de sair uma dessas cores será de $\frac{1}{3}$.

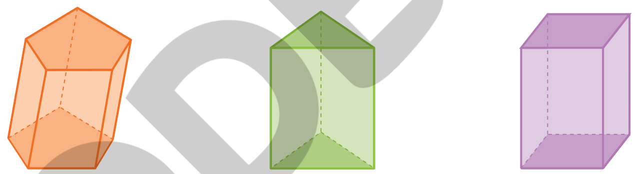
5. A probabilidade de sair cara ou coroa é de $\frac{1}{2}$. Não é correto afirmar que sairá cara em um lançamento e coroa no outro, pois, em cada lançamento, ambas as faces têm a mesma probabilidade de sair.

7 Prismas

Nós já estudamos alguns poliedros. Agora, vamos conhecer melhor um grupo deles, fazendo novas apresentações.

Nos poliedros a seguir, estão destacadas duas **faces**. Essas duas faces são opostas, paralelas e idênticas. As demais têm forma de paralelogramo.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

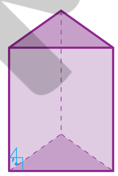


Esses poliedros são classificados como **prismas**. As duas faces opostas idênticas são chamadas de **bases**, e as outras, em forma de paralelogramo, são as **faces laterais**.

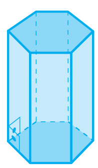
Classificação dos prismas

Os prismas podem ser nomeados de acordo com as bases e com a inclinação das arestas laterais em relação às bases.

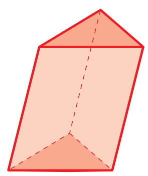
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA



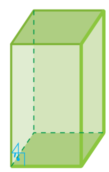
Prisma triangular reto



Prisma hexagonal reto



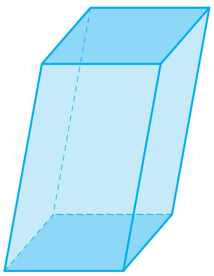
Prisma triangular oblíquo

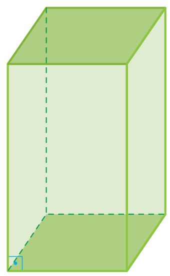


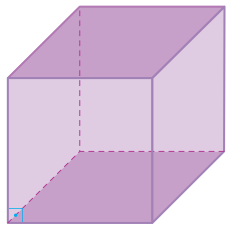
Prisma quadrangular reto

Observações

- Em um **prisma reto**, todas as faces laterais têm forma de retângulo.
- Em um **prisma oblíquo**, nem todas as faces laterais têm forma de retângulo.
- Quando um prisma tem **todas as faces** em forma de **paralelogramos**, ele é denominado **paralelepípedo**. Observe alguns exemplos de paralelepípedos:


Paralelepípedo oblíquo


Paralelepípedo reto-retângulo

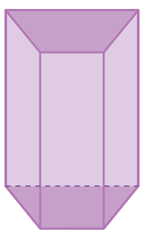

Cubo

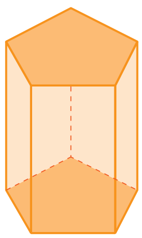
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

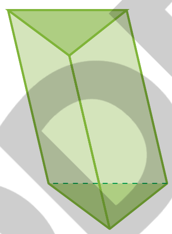
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

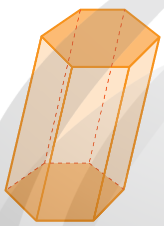
38 Classifique os prismas a seguir em relação às bases.

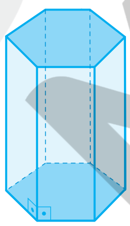
a)

38. a) Prisma quadrangular.

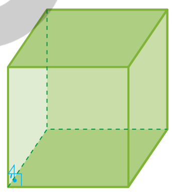
b)

38. b) Prisma pentagonal.

c)

38. c) Prisma triangular.

39 Classifique os prismas a seguir como prisma oblíquo ou prisma reto.

a)

39. a) Oblíquo.

b)

39. b) Reto.

c)

39. c) Reto.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

40 Quantas faces tem um prisma com 15 arestas? E um prisma com 21 arestas? **40.** 7 faces; 9 faces.

41 Existe prisma com 39 arestas? E prisma com 22 arestas? Justifique a sua resposta.
41. Sim, pois 39 é múltiplo de 3. Não, pois 22 não é múltiplo de 3.

Classificação dos prismas

Abordamos a classificação quanto à inclinação das arestas laterais do prisma. Para isso, usando alguns modelos de prismas, destaque as arestas laterais e as arestas das bases. Espera-se que os estudantes percebam que um **prisma** é **reto** quando todas as suas arestas laterais são perpendiculares às arestas da base. Desse modo, todas as faces laterais de um prisma reto são retangulares. Caso contrário, o **prisma** é **oblíquo**, pois nem todas as faces laterais são retangulares.

Um tipo de prisma a destacar, provavelmente o mais comum que aparece nos formatos de objetos do cotidiano, é o paralelepípedo.

Os paralelepípedos são uma classe especial de prismas que têm todas as faces determinadas por paralelogramos. O sólido conhecido como bloco retangular, que é um prisma reto e tem todas as faces retangulares, é denominado **paralelepípedo reto-retângulo**. Um dos exemplares de paralelepípedo reto-retângulo é o cubo, com a particularidade de que todas as suas faces são quadradas.

Exercícios propostos

No **exercício 38**, os estudantes devem identificar a base do prisma para classificá-lo. No **item a**, o prisma é quadrangular, pois a base tem o formato de um quadrilátero; no **item b**, o prisma é pentagonal, pois a base tem o formato de um pentágono; no **item c**, o prisma é triangular, porque a base tem o formato de um triângulo. Pode-se ampliar a atividade solicitando aos estudantes que identifiquem o prisma oblíquo.

No **exercício 39**, caso algum estudante ainda tenha dúvida em classificar um prisma em oblíquo ou reto, diga-lhe que as faces laterais dos prismas retos têm o formato de retângulos. No **item a**, o prisma é oblíquo; no **item b**, o prisma é reto; no **item c**, o prisma é reto.

Como complemento ao **exercício 40**, questione os estudantes se faz diferença o prisma ser reto ou oblíquo, justificando a resposta.

As resoluções dos **exercícios 40** e **41** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

Paralelepípedo reto-retângulo: um sólido especial

Neste tópico, ampliamos o olhar para conhecer melhor os paralelepípedos reto-retângulos. Nesse momento, proponha aos estudantes que citem alguns exemplos de objetos ou estruturas que representam um paralelepípedo reto-retângulo. Eles podem citar vários tipos de embalagens e caixas, objetos de decoração, construções arquitetônicas famosas no mundo etc.

Pode ser interessante propor-lhes a observação de modelos de diferentes blocos retangulares. Organize a turma em grupos, distribua alguns modelos para cada grupo (é importante que os grupos tenham alguns modelos diferentes uns dos outros) e peça aos estudantes que determinem a quantidade de faces, de vértices e de arestas de cada modelo.

Ao final, cada grupo pode expor o que apurou, contribuindo para que todos percebam que os paralelepípedos reto-retângulos que têm em mãos têm 6 faces, 8 vértices e 12 arestas, independentemente do modelo considerado.

Paralelepípedo reto-retângulo: um sólido especial

No dia a dia, é possível observar objetos que possuem a forma de prisma, com todas as faces retangulares, como é o caso de muitas embalagens, de muitos edifícios e de alguns objetos pessoais e utensílios, por exemplo.

FOTOGRAFIAS: ①: POLRYAZ/SHUTTERSTOCK; ②: ALEKS.K/SHUTTERSTOCK; ③: CTR PHOTOS/SHUTTERSTOCK; ④: KAMIRA/SHUTTERSTOCK; ⑤: RAFASTOCKBR/SHUTTERSTOCK

①


②


③


④

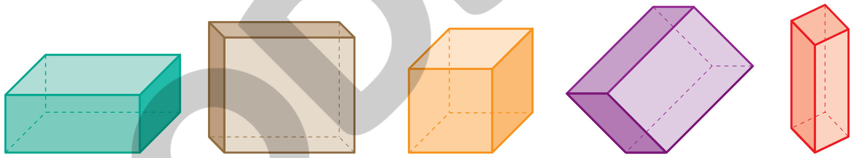

⑤


(As imagens não respeitam as proporções reais entre os objetos.)

Congresso Nacional. Brasília, Distrito Federal, Brasil. (Fotografia de 2020.)

Quando um prisma tem todas as faces retangulares, ele é denominado **paralelepípedo reto-retângulo** ou **bloco retangular**.

Observe os exemplos.



Em todos eles, podemos contar: 6 faces, 8 vértices e 12 arestas.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Nos paralelepípedos da figura 1, observe que todas as faces são idênticas e têm a forma de um quadrado.

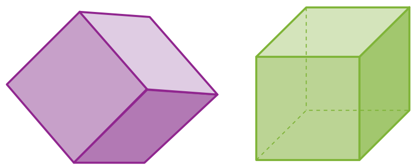


Figura 1.

Um paralelepípedo reto-retângulo é denominado **cubo** quando tem todas as faces na forma de quadrado.

43. Resposta possível: Embalagens com forma de bloco retangular são mais fáceis de empilhar, armazenar e manusear.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

42 Observe como uma parede pode ser construída com o empilhamento de tijolos:

DJA65/SHUTTERSTOCK

Muitos objetos que usamos diariamente têm a forma de paralelepípedo reto-retângulo. A que você atribui esse fato?

42. Resposta possível: É fácil de manusear e empilhar.

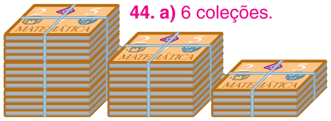
43 Grande parte das embalagens utilizadas atualmente tem a forma de bloco retangular. Na sua opinião, por que isso ocorre?

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

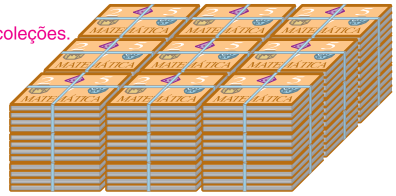
44 Uma editora vai distribuir sua nova coleção de Matemática, composta de 4 volumes. Cada coleção foi amarrada conforme demonstrado na figura.

Quantas coleções há em cada um dos itens a seguir?

a) **44. a)** 6 coleções.

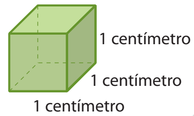


b) **44. b)** 27 coleções.



ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

45 Tiago construiu vários cubos de cartolina com arestas de 1 centímetro.



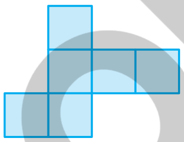
NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quantos cubos iguais a esse Tiago precisa construir para formar um cubo com arestas de 2 centímetros? **45. a)** 8 cubos.

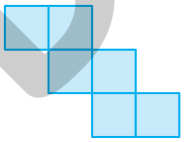
b) Quantos desses cubos Tiago precisa construir para formar um cubo com arestas de 3 centímetros? **45. a)** 27 cubos.

46 Reúna-se com um colega para copiar as planificações em uma cartolina. Após recortá-las e dobrá-las, com quais delas vocês conseguem montar um cubo? **46.** Alternativas **a** e **c**.

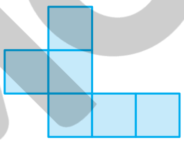
a)



c)



b)

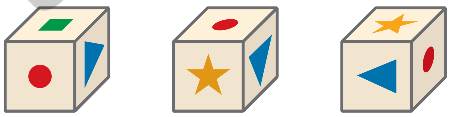


(Use tesoura com ponta arredondada e a manuseie com cuidado!)

Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

As figuras mostram o mesmo dado em três posições diferentes. Qual é o símbolo que está na face oposta da ★ ? *Pense mais um pouco...*: A figura que tem a forma de um quadrado verde.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

273

Exercícios propostos

Uma possibilidade de resposta para o **exercício 42** é que os paralelepípedos reto-retângulos são muito comuns no dia a dia, pois seus ângulos retos e faces facilitam o armazenamento, o empilhamento e a padronização de construções, por exemplo.

Para o **exercício 43**, combine antecipadamente com os estudantes que levem para a escola, no dia estipulado, embalagens vazias ou objetos que não tenham o formato de **paralelepípedo**. A intenção é experimentarem empilhar essas embalagens e verificar a dificuldade de fazer isso.

Uma possibilidade de resposta para esse exercício é que os paralelepípedos reto-retângulos são utilizados em embalagens, pois suas características facilitam o transporte e o armazenamento, nas fábricas e nos estabelecimentos comerciais.

As resoluções dos **exercícios 44** a **46** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

No **exercício 45**, vale destacar que a oportunidade de relacionar o volume de um recipiente com a contagem de cubos que cabem em seu interior dá mais significado à ideia de volume, o que contribuirá para outras situações relacionadas a esse conceito.

No **exercício 46** oriente os estudantes na confecção das planificações para que tomem cuidado com o manuseio da tesoura de ponta arredondada.

Pense mais um pouco...

Neste desafio, estabeleça um tempo para os estudantes interpretarem e resolverem a situação individualmente. Em seguida, proponha a eles que, em duplas, cada um explique ao outro como obteve a resposta observando cada vista. Uma possível explicação:

Ao analisar apenas a primeira vista, podemos afirmar que qualquer um dos outros símbolos (círculo, quadrado ou triângulo) poderia estar na face oposta à da estrela. Ao analisar a segunda vista, podemos afirmar que o círculo e o triângulo não podem estar na face oposta à da estrela. Logo, só resta o quadrado como opção.

8. Pirâmides

Habilidade da BNCC: **EF06MA17**.

Neste tópico, também é importante a utilização de modelos variados de pirâmides, de modo que, ao manuseá-los, os estudantes observem suas particularidades, identifiquem seus elementos (faces, vértices e arestas), sua base e faces laterais.

Eles devem perceber que, ao apoiar uma pirâmide por sua base, observamos que apenas um vértice fica fora da superfície de apoio na qual estão os demais vértices. Na manipulação dos modelos de pirâmides, é possível os estudantes comprovarem tal fato.

Do mesmo modo que fizemos para os prismas, para as pirâmides, também abordamos a classificação em reta ou oblíqua, ampliando o trabalho com a habilidade (EF06MA17). Para isso, novamente utilize alguns modelos de pirâmides e destaque as arestas laterais e as arestas da base. Espera-se que os estudantes percebam que uma **pirâmide** é **reta** quando todas as suas arestas laterais são congruentes entre si. Desse modo, todas as faces laterais de uma pirâmide reta são delimitadas por triângulos isósceles. Caso contrário, a **pirâmide** é **oblíqua**, pois nem todas as faces laterais são delimitadas por triângulos isósceles.

Exercícios propostos

No **exercício 47**, os estudantes devem verificar se as arestas laterais da pirâmide são congruentes e contar a quantidade de lados da base dela para responder à questão.

a) A pirâmide é reta e tem base em formato de triângulo. É triangular reta.

b) A pirâmide é reta e tem base em formato de quadrado. É quadrangular reta.

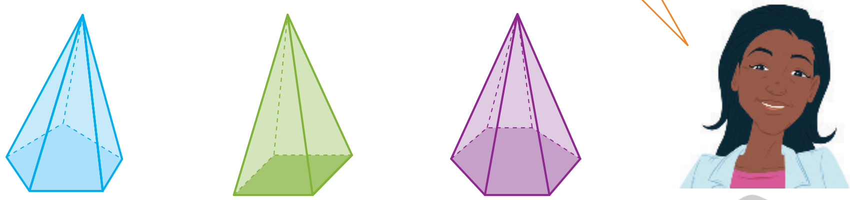
c) A pirâmide é oblíqua e tem base em formato de hexágono. É hexagonal oblíqua.

d) A pirâmide é oblíqua e tem base em formato de pentágono. É pentagonal oblíqua.

e) A pirâmide é reta e tem base em formato de hexágono. É hexagonal reta.

8 Pirâmides

Além dos prismas, apresentamos as pirâmides, que formam outro grupo importante de poliedros. Para começar nosso estudo sobre elas, considere os poliedros a seguir.

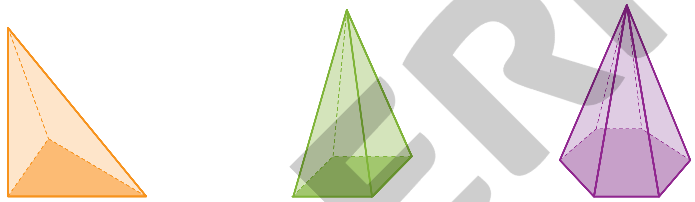


Todos são exemplos de **pirâmides**, possuem uma face que é uma região poligonal qualquer, chamada de **base**, e as demais faces são triangulares com um vértice comum, chamadas de **faces laterais**.

As arestas das faces laterais de uma pirâmide são chamadas de **arestas laterais**.

Classificação das pirâmides

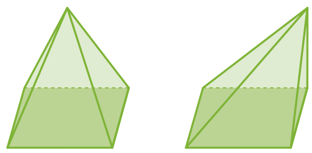
As pirâmides podem ser nomeadas de acordo com a base. Observe.



Pirâmide triangular **Pirâmide quadrangular** **Pirâmide hexagonal**

As pirâmides também podem ser classificadas como reta ou oblíqua:

- **pirâmide reta** – quando todas as arestas laterais são congruentes;
- **pirâmide oblíqua** – quando não é uma pirâmide reta.



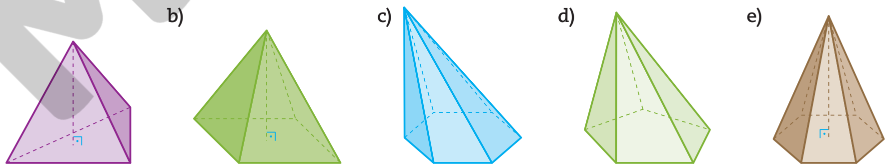
Pirâmide reta **Pirâmide oblíqua**

47. a) Pirâmide triangular reta. **47. b)** Pirâmide quadrangular reta. **47. c)** Pirâmide hexagonal oblíqua. **47. d)** Pirâmide pentagonal oblíqua. **47. e)** Pirâmide hexagonal reta.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

47 Classifique as pirâmides abaixo em relação à base e como pirâmide oblíqua ou pirâmide reta.



48 Quantos vértices tem uma pirâmide octogonal? E quantas arestas? **48.** 9 vértices; 16 arestas.

49 Quantas arestas e faces tem uma pirâmide de 10 vértices? **49.** 18 arestas e 10 faces.

274

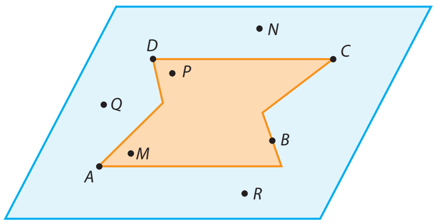
Como complemento ao **exercício 48**, pergunte aos estudantes se faz diferença a pirâmide ser reta ou oblíqua, justificando a resposta.

As resoluções dos **exercícios 48** e **49** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Observe esta figura e responda às questões a seguir.



1. a) Linha poligonal: *A*, *B*, *C*, *D*; região interior: *P*, *M*.

a) Dos pontos assinalados, quais pertencem à linha poligonal? E quais pertencem à sua região interior?

b) A região interior determinada pela linha poligonal é convexa ou não convexa? Justifique sua resposta. **1. b)** É não convexa, pois nem todo ponto do segmento $\overline{PM}$ pertence à região interior.

2 Desenhe um polígono convexo com 4 lados e nomeie seus vértices.

a) Quantos ângulos internos tem esse polígono? Quais são? **2. a)** 4 ângulos; Resposta pessoal.

b) Dê nome ao polígono que você desenhou. **2. b)** Resposta pessoal.

3 Corrija as afirmações a seguir.

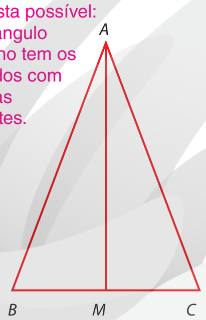
a) Quadriláteros que têm apenas um par de lados paralelos são chamados paralelogramos.

b) Um triângulo escaleno tem os três lados de mesma medida.

3. a) Resposta possível: Quadriláteros que têm apenas um par de lados paralelos são chamados trapézios.

4 Copie a figura abaixo em uma folha de papel à parte e recorte-a. Em seguida, dobre-a no segmento $\overline{AM}$, fazendo o vértice *C* coincidir com o vértice *B*.

3. b) Resposta possível: Um triângulo escaleno tem os três lados com medidas diferentes.



(Use tesoura com ponta arredondada e a manuseie com cuidado!)

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

4. b) Eles têm a mesma medida. **4. c)** Isósceles.

a) O que se verifica em relação aos lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$? **4. a)** Eles têm a mesma medida.

b) E em relação aos ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$?

c) Como é classificado o triângulo *ABC*?

d) O que se verifica em relação aos segmentos $\overline{BM}$ e $\overline{MC}$? **4. d)** Eles têm a mesma medida.

e) E em relação aos ângulos $B\hat{M}A$ e $C\hat{M}A$? **4. e)** Eles são ângulos retos.

5 Responda:

a) Quantas arestas tem um prisma cuja base tem 9 lados? E se a base tiver 10 lados? E 11 lados? E se a base tiver um número *n* de lados? **5. a)** 27 arestas; 30 arestas; 33 arestas; 3*n* arestas.

b) Quantas arestas tem uma pirâmide cuja base tem 9 lados? E se a base tiver 10 lados? E 11 lados? E se a base tiver um número *n* de lados? **5. b)** 18 arestas; 20 arestas; 22 arestas; 2*n* arestas.

6. Construção de figura.

6 Represente em seu caderno um plano cartesiano e identifique os pontos:

6. a) Um trapézio; tem um par de lados paralelos.

6. b) Resposta possível: *A*, *B* e *E*.

A(3, 7) *B*(9, 7) *C*(11, 3)

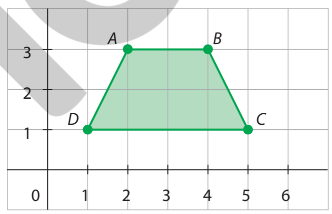
D(1, 3) *E*(6, 5) *F*(6, 1)

a) Ao traçar segmentos unindo os pontos *A*, *B*, *C* e *D* forma-se o quadrilátero *ABCD*. Identifique esse quadrilátero e responda: Quais são suas características?

b) Considerando que três desses pontos correspondem aos vértices de um triângulo isósceles, quais são esses possíveis pontos?

c) Que pontos correspondem aos vértices de um losango? **6. c)** *C*, *F*, *D* e *E*.

7 Considere o trapézio representado no plano cartesiano a seguir.



WLAMIR MIASIRO/ARQUIVO DA EDITORA

Otávio vai representar uma ampliação desse trapézio. Se ele pretende dobrar o tamanho dos lados desse polígono, quais devem ser as coordenadas de *B*′, sabendo que *A*′(3, 5). **7.** *B*′(7, 5)

Exercícios complementares

Neste bloco de exercícios, os estudantes têm a oportunidade de revisitar os principais conceitos tratados no capítulo. Verifique se ainda apresentam dificuldade em algum e, se for o caso, sugira a eles que refaçam algumas atividades referentes a tais assuntos.

No **exercício 1**, os estudantes deverão usar os conceitos aprendidos sobre região interior e exterior de uma linha poligonal, além do conceito de convexidade. Se tiverem dificuldades, retome o conteúdo com exemplos diferenciados para cada caso.

Após resolverem individualmente o **exercício 2**, peça a eles que respondam oralmente:

- Como cada um pode desenhar livremente o polígono?
- Que respostas podem ser diferentes e quais devem ser necessariamente iguais, de modo que estejam todas corretas?

Espera-se que os estudantes observem que, seja qual for o desenho, todos devem ter encontrado necessariamente 4 vértices e 4 ângulos internos. Porém, os vértices podem ter sido nomeados de maneiras diferentes, escolhendo-se quaisquer quatro letras maiúsculas. Além disso, o polígono desenhado é certamente um quadrilátero, mas, dependendo do desenho, poderá ser losango, retângulo etc.

O **exécício 3** propõe aos estudantes que analisem informações e apresentem argumentos para corrigi-las. No caso do **item a**, devem considerar que, para ser um paralelogramo, conforme definição apresentada, é preciso haver dois pares de lados paralelos. Quando há somente um par de lados paralelos, o quadrilátero é classificado como trapézio.

Para o **item b**, deverão considerar que o triângulo que tem os três lados de mesma medida é o equilátero. O triângulo escaleno tem os três lados de medidas diferentes.

Ao propor a resolução do **exercício 4** oriente os estudantes no manuseio da tesoura de ponta arredondada ao recortarem a figura desenhada.

As resoluções dos **exercícios 4** a **7** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

Verificando

Essas atividades, propostas na forma de testes, são mais uma oportunidade para o estudante consolidar a compreensão do conteúdo estudado neste capítulo. Instrua-os a retornarem às páginas anteriores caso alguma dúvida persista.

As resoluções dos **testes 1** a **10** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

Organizando

Incentive os estudantes a organizarem no caderno seu aprendizado, fazendo resumos, mapas conceituais ou aplicando destaques para conceitos importantes.

As questões propostas têm como objetivo fazer com que eles retomem os conteúdos aprendidos no capítulo e que reflitam sobre algumas temáticas. Após sua correção é importante pedir aos estudantes que compartilhem suas respostas; essa estratégia permitirá o compartilhamento de dúvidas e percepções, contribuindo para o aprendizado de todos.

a) Linha formada apenas por segmentos de reta consecutivos e não colineares.

e) Os polígonos podem ser classificados de acordo com o número de lados ou de ângulos internos. Exemplos: 4 lados e 4 ângulos internos: quadriláteros; 6 lados e 6 ângulos internos: hexágonos.

f) Lados:

- O triângulo isósceles tem pelo menos dois lados congruentes.
- O triângulo equilátero tem três lados congruentes.
- O triângulo escaleno tem três lados de medidas diferentes.

Ângulos:

- O triângulo acutângulo tem três ângulos agudos.
- O triângulo retângulo tem um ângulo reto e dois agudos.
- O triângulo obtusângulo tem um ângulo obtuso e dois ângulos agudos.

VERIFICANDO

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 O ponto de encontro de dois lados consecutivos de um polígono é chamado de: **1.** Alternativa **a.**

a) vértice. **b)** lado. **c)** diagonal. **d)** ângulo interno.

2 Um polígono de 6 lados é denominado: **2.** Alternativa **b.**

a) pentágono. **b)** hexágono. **c)** heptágono. **d)** octógono.

3 Como é denominado um triângulo que tem os três lados de mesma medida? **3.** Alternativa **b.**

a) escaleno **b)** equilátero **c)** isósceles **d)** retângulo

4 Um trapézio é todo quadrilátero que tem: **4.** Alternativa **c.**

a) dois pares de lados paralelos.
b) dois lados de mesma medida.
c) só um par de lados paralelos.
d) quatro ângulos retos.

5 Quantas diagonais tem um quadrilátero? **5.** Alternativa **b.**

a) 1 diagonal. **b)** 2 diagonais. **c)** 3 diagonais. **d)** 4 diagonais.

6 Em relação ao par ordenado (2, 6), podemos afirmar que: **6.** Alternativa **b.**

a) é igual ao par ordenado (6, 2).
b) o 2 indica a posição em relação ao eixo horizontal.
c) o 2 indica a posição em relação ao eixo vertical.
d) corresponde à origem.

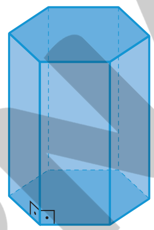
7 Um decaedro tem quantas faces? **7.** Alternativa **c.**

a) 8 faces **b)** 9 faces **c)** 10 faces **d)** 12 faces

8 Um dado com o formato de dodecaedro tem suas faces numeradas. Qual é a probabilidade de sair a face 2 no lançamento desse dado? **8.** Alternativa **d.**

a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{6}$ **c)** $\frac{1}{10}$ **d)** $\frac{1}{12}$

9 O prisma da imagem a seguir é denominado: **9.** Alternativa **c.**



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

a) prisma pentagonal reto.
b) prisma pentagonal oblíquo.
c) prisma hexagonal reto.
d) prisma hexagonal oblíquo.

10 Uma pirâmide de base quadrangular tem quantas faces formadas por regiões triangulares? **10.** Alternativa **b.**

a) 3 faces **b)** 4 faces **c)** 5 faces **d)** 6 faces

Organizando

Vamos organizar o que você aprendeu neste capítulo? Para isso, responda às questões a seguir.

Organizando: As respostas a estas questões estão neste *Manual*.

a) O que é uma linha poligonal?
b) Qual é a definição de polígono?
c) Todo polígono é convexo? Justifique sua resposta.
d) Desenhe um polígono de 7 lados e identifique seus elementos.
e) Como os polígonos podem ser classificados? Dê dois exemplos.
f) Como os triângulos podem ser classificados em relação às medidas dos lados e em relação às medidas dos ângulos?
g) Com o auxílio de régua, compasso e esquadro, é possível desenhar um triângulo retângulo? Em caso afirmativo, descreva os passos para a construção.
h) Como os quadriláteros podem ser classificados em relação ao paralelismo de seus lados?
i) Quais são as características dos retângulos, quadrados e losangos?
j) Quais são as características dos prismas e das pirâmides?

(Ao usar o compasso, atenção para não se machucar com a ponta-seca!)

h) Nenhum par de lados paralelos: não recebe nome especial.
Somente um par de lados paralelos: trapézios.
Dois pares de lados paralelos: paralelogramos.

i) Retângulos: 4 ângulos retos.
Quadrados: 4 ângulos retos e 4 lados congruentes.
Losangos: 4 lados congruentes.

j) Os prismas têm duas faces opostas idênticas, que são chamadas de **bases**, e as outras, em formato de paralelogramo.
As pirâmides têm uma face que é uma região poligonal qualquer, chamada de **base**, e as demais faces são triangulares com um vértice comum, chamadas de **faces laterais**.

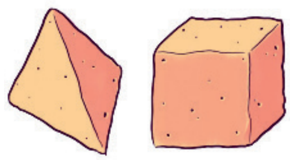
As resoluções das questões **b**, **c**, **d** e **g** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

DIVERSIFICANDO

Poliedros com massinha

Giovanna e Gabriela gostam de fazer modelos de poliedros usando massa de modelar.

Observe o modelo de tetraedro que uma fez e o de hexaedro (cubo) feito pela outra.



BRUNO MOTA/ARQUIVO DA EDITORA

Receita de massa de modelar

Ingredientes:

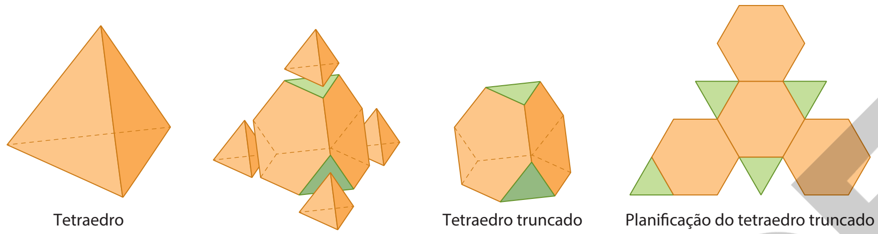
- 4 xícaras de farinha de trigo
- 1 xícara de sal
- 1 colher de sopa de óleo
- 1 xícara e meia de água
- Anilina suficiente para colorir

Misture tudo em uma vasilha.

TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Depois de terminado seu tetraedro, Giovanna construiu um tetraedro truncado, cortando com planos seus quatro "bicos". Ela obteve um poliedro com quatro faces triangulares e quatro faces hexagonais.

Observe o tetraedro truncado e sua planificação.



Tetraedro — Tetraedro truncado — Planificação do tetraedro truncado

ILUSTRAÇÕES: RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

No dicionário *Houaiss* da língua portuguesa, encontramos alguns significados para o verbo **truncar**:

> **1.** separar do tronco, cortar;
> **2.** retirar uma parte de, mutilar;
> **3.** (rubrica: geometria) cortar (sólido geométrico) com um plano secante.

Agora é com você!

3. b) o 1º: 4 faces triangulares e 1 face quadrangular; o 2º: 6 faces quadrangulares.

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Construção do modelo.

1 Em uma folha de papel sulfite, copie a planificação do tetraedro truncado acima e monte um modelo desse poliedro.

2. 8 faces triangulares e 6 faces octogonais

2 Se Gabriela truncar o modelo de seu hexaedro do mesmo modo que Giovanna fez, quantas faces e que tipo ela obterá no novo modelo de poliedro? (Se quiser, antes de responder, você pode fazer sua própria massinha, construir um modelo de cubo e truncá-lo.)

3. a) Sim; uma pirâmide quadrangular.

3 Com massa de modelar, construa um modelo de pirâmide quadrangular reta e trunque-o com um só plano, de modo que obtenha um modelo de poliedro que contenha o vértice e outro que contenha a base da pirâmide.

a) O poliedro que contém o vértice é uma pirâmide? Em caso afirmativo, de que tipo?

b) Quantas faces terá o poliedro que contém o vértice? E o outro poliedro? Classifique essas faces.

(Faça a atividade com o auxílio de um adulto.)

Diversificando

Nesta seção, a referência ao trabalho com massa de modelar, independentemente da faixa etária, enriquece o aprendizado, pois requer mobilização dos conhecimentos já construídos sobre as características do sólido que se quer modelar e, assim, consolida e amplia esses conhecimentos.

Oriente os estudantes na execução da receita. Com a massinha, solicite-lhes que construam modelos de prismas e pirâmides. Ao manipular os moldes construídos, elabore duas tabelas, uma para prismas e outra para pirâmides, que organizem os nomes, os números de vértices, de arestas e de faces. Analisando as tabelas, eles devem estabelecer uma relação entre os elementos de cada uma delas.

As atividades do **Agora é com você!** podem ser feitas em duplas ou trios. A troca de experiências e a necessidade de expor o que pensa favorecem o aprendizado e promovem uma ampliação do repertório dos estudantes acerca do assunto.

Na **atividade 1** oriente os estudantes a ampliarem o molde, com base na figura do livro, de modo proporcional. Para isso, oriente-os nesta tarefa.

Ao propor a tarefa, oriente os estudantes sobre o uso de tesouras de pontas arredondadas, que poderão ser utilizadas para o recorte da planificação do tetraedro truncado.

O uso de massinha poderá ser uma ferramenta para responderem às **atividades 2** e **3**. Oriente os estudantes no manuseio do material utilizado para a confecção da massinha e para modelar e truncar o tetraedro. Por ser um material maleável, não há necessidade de uso de objetos cortantes que possam oferecer algum risco aos estudantes.

As resoluções das **atividades 2** e **3** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 10.

Capítulo 11 - Comprimentos e áreas

Os objetivos deste capítulo e suas justificativas, as indicações das habilidades e competências específicas da Matemática (BNCC), além de outras informações, estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas.

Este capítulo resgata, amplia e aprofunda os conhecimentos que os estudantes já construíram sobre comprimentos e áreas.

No decorrer do capítulo, podem-se tomar como base partes do corpo dos estudantes como unidades de medida a fim de aprofundar e exemplificar os assuntos abordados. Nesses momentos, é importante ficar atento para não ocorrerem situações que possam resultar em *bullying*. É importante enfatizar que as pessoas têm características e tipos físicos diferentes. Desse modo, contribuímos para o desenvolvimento da **competência geral 9** e do Tema Contemporâneo Transversal **vida familiar e social**, exercitando a empatia, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito.

A abertura propicia aos estudantes algumas reflexões sobre a importância de conhecer a região em que moram, e como é importante o uso de ferramentas matemáticas para calcular as medidas de área, de perímetro e de densidade demográfica para promover políticas públicas e para solucionar problemas do cotidiano.

Essas reflexões e as discussões sobre a Lei de Perímetro Urbano contribuem para o desenvolvimento da **competência geral 1** e do Tema Contemporâneo Transversal ciência e tecnologia.

Comente com os estudantes sobre a imagem da abertura, que é uma imagem de satélite de um município. As imagens de satélite têm uma ampla variedade de usos, tais como cartografia, inteligência militar, meteorologia, gestão de recursos naturais, mapeamentos temáticos, gestão ambiental, detecção de desastres naturais e desmatamentos florestais, previsões de safras, cadastro multifinalitário, agricultura de precisão, dentre outras.

a) Ajuda a identificar as necessidades da população e a garantir qualidade de vida, ajuda no planejamento e no desenvolvimento de ações de assistência à saúde e à educação, de geração de trabalho e renda e da utilização de recursos.

Capítulo 11 Comprimentos e áreas

REPRODUÇÃO/PREFEITURA MUNICIPAL DE CAIBATÉ – © 2016 GOOGLE/IMAGE © 2016 DIGITAL GLOBE

Município de Caibaté (RS)
População estimada em 2021: 4 802 habitantes
Perímetro urbano aproximado: 8,3 km
Área aproximada da unidade territorial em 2021: 261 km²

Fonte: **IBGE Cidades**. Disponível em: https://cidades.ibge.gov.br/brasil/rs/caibate/panorama. Acesso em: 19 abr. 2022.

Observe, leia e responda no caderno.

a) Cada município delimita seu próprio perímetro urbano, de acordo com suas leis, dividindo suas regiões em urbana e rural. Por que a delimitação do perímetro urbano é importante?

b) Identifique os diferentes dados apresentados sobre o município de Caibaté. O que esses dados representam?

c) Quais são as medidas aproximadas do perímetro e da área de Caibaté? E o número de habitantes?

d) Qual é a medida da área e o número de habitantes da cidade onde você mora? Faça uma pesquisa para responder a essa questão. **d)** Resposta pessoal.

Vista aérea do município de Caibaté, localizado no Rio Grande do Sul. Na imagem é possível identificar a demarcação do perímetro urbano delimitado pela prefeitura. (Fotografia de 2016.)

b) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes respondam que representam medidas de área, perímetro, comprimento e o número de habitantes.

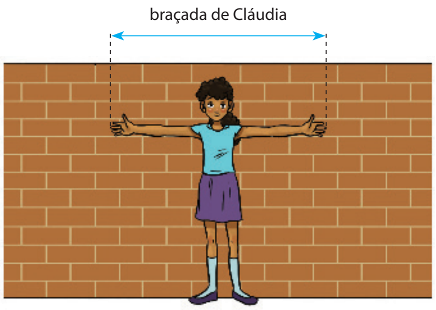
O perímetro urbano divide um município em zonas rural e urbana, ou seja, delimita a área urbana de um município. A delimitação da área urbana tem grande impacto no desenvolvimento da cidade e do campo, ajudando a identificar as necessidades da população e a garantir qualidade de vida. Mais de 90% dos 5 570 municípios brasileiros utilizam a Lei de Perímetro Urbano para o planejamento e o desenvolvimento de ações de assistência à saúde e à educação, de geração de trabalho e renda e da utilização de recursos.

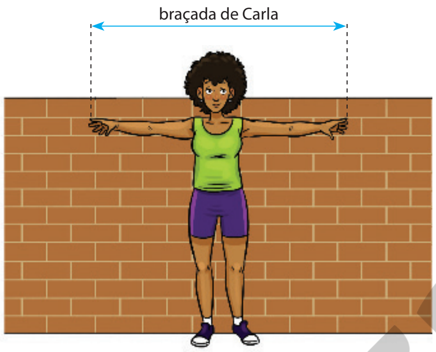
c) Medida aproximada do perímetro: 8,3 km; medida aproximada da área: 261 km²; número de habitantes: 4 802 habitantes. Espera-se que os estudantes notem que as medidas aproximadas do perímetro de um território são determinadas por suas fronteiras, considerando suas sinuosidades.

1 Conhecendo algumas unidades de medida de comprimento

Cláudia aprendeu que, para medir um comprimento, precisa compará-lo com outro adotado como **unidade de medida**.

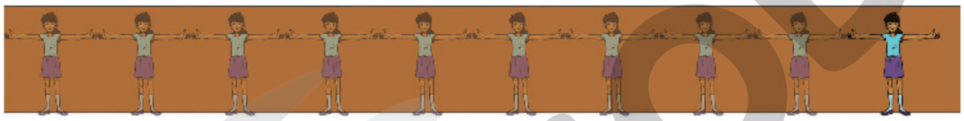
Em uma atividade, o professor de Cláudia pediu aos estudantes que medissem o comprimento de um muro da escola sem usar instrumentos de medida. Ao fazer a atividade, ela adotou como unidade de medida o que chamou de "braçada": a medida da distância da ponta do dedo médio de uma de suas mãos à ponta do dedo médio da outra mão, mantendo os braços abertos, como mostram as figuras.



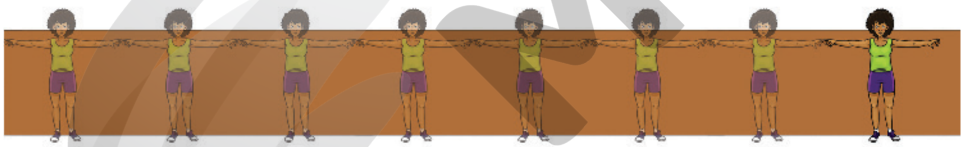


Cláudia percebeu que, após 10 braçadas, sobrava uma parte do muro em que não cabia uma braçada inteira. Então, chamou Carla para medir o comprimento do muro do mesmo jeito que ela tinha feito. Carla notou que, após 8 braçadas, ainda restava uma parte do muro em que não cabia uma braçada completa.

Observe os esquemas.



10 braçadas de Cláudia



8 braçadas de Carla

ILUSTRAÇÕES: DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

Ao fazer isso, elas notaram que, por coincidência, 10 braçadas de Cláudia correspondiam a 8 braçadas de Carla.

1. Conhecendo algumas unidades de medida de comprimento

Habilidade da BNCC: **EF06MA24**.

Neste tópico favorecemos o trabalho com a habilidade (EF06MA24), ao trabalhar com medidas em uma situação contextualizada. Analise essa situação com os estudantes. Eles devem perceber que, quando a unidade de medida adotada for alguma parte do corpo, ela é variável, pois depende do tamanho de cada pessoa. Por exemplo, nas medições do comprimento do muro da escola, verificamos que 10 braçadas de Cláudia correspondiam a 8 braçadas de Carla.

Aproveite a situação e proponha aos estudantes que meçam em palmos, pés e passos, além das braçadas, o comprimento da sala de aula, o comprimento da lousa, a largura da porta, entre outros. Organize-os em grupos para fazerem as medições e discutirem os resultados obtidos.

Conhecendo algumas unidades de medida de comprimento

Na sequência da medição do muro foi adotado o palmo, que é uma unidade de medida menor do que a braçada, adotada anteriormente. Esse fato continuou resultando em valores diferentes devido à diferença entre as medidas de comprimento dos palmos de Cláudia e Carla. Isso acontecia também na Antiguidade, sempre que as medidas de comprimento eram relacionadas com partes do corpo, os valores obtidos nas medições não eram iguais para todos. Converse com os estudantes sobre isso e sobre a necessidade de usarmos unidades de medida padronizadas.

Para ampliar, proponha aos estudantes uma pesquisa sobre unidades não padronizadas, como o cúbito, a jarda e a polegada.

Sugestões de leitura

Para ampliar seu trabalho com esse tema, sugerimos:

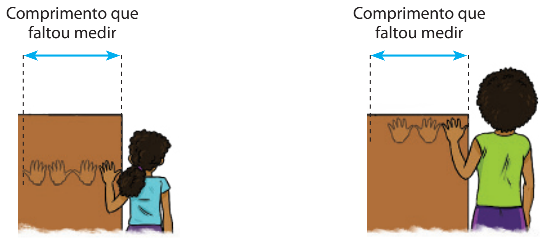
SILVA, N. S. M. **Medida de comprimento**: uma sequência didática na perspectiva da grandeza e medida. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2017. Disponível em: http://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/10501. Acesso em: 6 maio 2022.

Neste trabalho, a autora propõe uma sequência didática que tem como objetivo favorecer o ensino de medida de comprimento a partir da noção de grandeza e medida.

CREASE, R. P. A. **Medida do mundo**: a busca por um sistema universal de pesos e medidas. Rio de Janeiro, Zahar, 2013.

Nesta obra, o autor conta a história da invenção de uma rede mundial de medidas. Atravessando séculos, povos e medidas as mais diversas – o metro, o quilograma, a libra, a milha, o pé –, o autor mostra como os seres humanos improvisaram os meios de medição desde o início da civilização até hoje em dia e de que modo passamos a ter o Sistema Internacional de Unidades (SI).

Para medir a parte restante do muro, Cláudia e Carla resolveram, então, usar o palmo como unidade de medida de comprimento, ou seja, a medida da distância entre a extremidade do dedo polegar e a ponta do dedo mínimo, com a mão aberta. Cláudia mediu 4 palmos e Carla mediu 3 palmos.



ILUSTRAÇÕES: DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

Assim, Cláudia disse que a medida do comprimento do muro era de 10 braçadas e 4 palmos, enquanto Carla afirmou que a medida do comprimento era de 8 braçadas e 3 palmos.

Durante essa tarefa, Cláudia e Carla escolheram uma unidade de medida de comprimento – a braçada – e, em seguida, outra unidade de medida menor – o palmo. Elas notaram que essas unidades de medida não são muito precisas, porque variam de pessoa para pessoa, e que por isso elas obtiveram resultados diferentes ao medir o mesmo comprimento, uma vez que suas braçadas e seus palmos não são iguais.

Na Antiguidade, isso também acontecia. Existiam diversas unidades de medida de comprimento, relacionadas com partes do corpo humano, que variavam de um povo para outro. Observe uma delas.

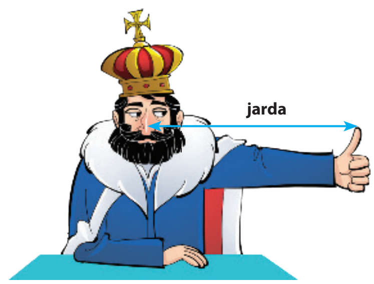
O **cúbito** era uma unidade de medida de comprimento utilizada pelos sumérios e pelos egípcios há mais de 4000 anos. Essa unidade de medida tinha comprimentos diferentes para esses dois povos.

O cúbito real egípcio era definido como a distância do cotovelo até a ponta do dedo médio do faraó. O símbolo do sistema egípcio representa o cúbito.

ILUSTRAÇÕES: CLÁUDIO CHIYO E RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

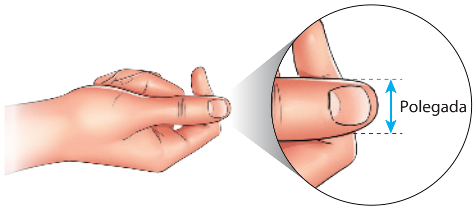
Alguns países, como a Inglaterra e os Estados Unidos, ainda hoje empregam a **jarda** como unidade de medida de comprimento. Em determinadas situações, a jarda também é utilizada em outros países, como o Brasil: na cobrança de falta em uma partida de futebol (jogo de origem inglesa), a medida da distância da bola até a barreira é dada em jarda; são cerca de 10 jardas. Essa distância, muitas vezes, é medida pelo árbitro com passos (1 passo de um adulto equivale a, aproximadamente, 1 jarda).

Conta-se que a jarda teve seu uso oficializado a partir do século XII e que foi estabelecida como a distância entre a ponta do nariz e o polegar de Henrique I, rei da Inglaterra na época, com o braço esticado.

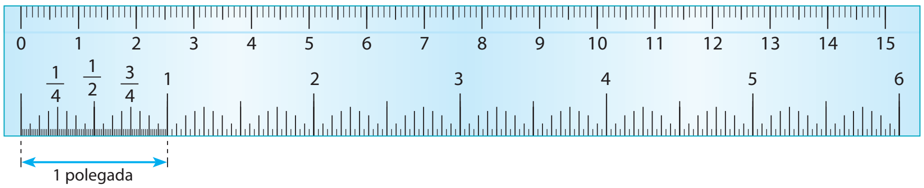


CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

Outra unidade de medida de comprimento bastante usada na Inglaterra e nos Estados Unidos é a **polegada**. Hoje 1 polegada equivale a 2,54 centímetros, mas, inicialmente, equivalia à medida da largura do polegar que pode variar de uma pessoa para outra.



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

No Brasil, utilizamos a polegada em algumas situações do cotidiano, como para especificar o tamanho de um televisor, de monitores de computador e de telas de telefones celulares. Quando, por exemplo, falamos de uma TV de 42 polegadas, essa medida se refere ao comprimento da diagonal da tela, conforme representado na imagem.

MTKANG/SHUTTERSTOCK

Com as unidades de medida variando entre os diferentes países e até entre regiões de um mesmo país, as dificuldades nas transações comerciais eram grandes. Surgiu, então, a ideia de padronizar essas unidades de medida.

Em 1795, em Paris, uma comissão da Academia de Ciências da França criou um sistema de medidas chamado de **Sistema Métrico Decimal**, com o objetivo de padronizar as unidades de medida para diferentes **grandezas físicas**. Por exemplo, o metro, que deu nome ao sistema, foi definido como a unidade de medida padrão da grandeza comprimento; o litro, a unidade de medida padrão da grandeza volume; e o grama, a unidade de medida padrão da grandeza massa.

Em 1960, o Sistema Métrico Decimal foi substituído pelo **Sistema Internacional de Unidades** (**SI**), utilizado até hoje. Esse novo sistema passou a compreender não somente essas unidades que interessavam diretamente ao comércio, mas também se estendeu a tudo o que diz respeito à ciência da medição.

Grandeza física: propriedade de um corpo que pode ser medida e representada por um número seguido de uma unidade de medida.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

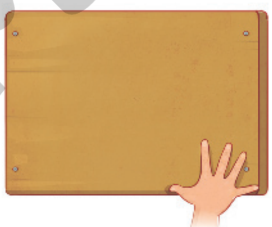
FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Use seu palmo para medir o comprimento do tampo de sua carteira na sala de aula. **1.** Respostas pessoais.

a) Quantos palmos você obteve?

b) Sobrou uma parte do comprimento da carteira em que não coube um palmo inteiro? Em caso afirmativo, use uma unidade de medida menor (como a polegada) e meça essa parte.

c) Qual foi a medida que você obteve para o comprimento do tampo de sua carteira?



FABIO EUGÊNIO/ARQUIVO DA EDITORA

Exercícios propostos

O **exercício 1** trabalha com uma unidade não padronizada de comprimento (o palmo) e pode ser complementado com questões como:

- Se você comparar seu palmo com o de um colega – colocando um palmo sobre o outro – e observar que o palmo do colega é maior, que conclusão você extrai dos resultados obtidos por ambos?
- Se, ao contrário, seu palmo for maior que o do colega, o que se alteraria na conclusão?

Essas questões são complementares ao **exercício 2** proposto na página seguinte.

Espera-se que, com esses questionamentos, os estudantes reflitam sobre uma das ideias fundamentais para a compreensão do conceito de **medir**: quanto menor a unidade de medida utilizada, mais vezes ela caberá no comprimento (ou em outra grandeza) a ser medido. Essa relação é mais bem compreendida quando os estudantes realizam experimentos.

Exercícios propostos

O **exercício 3** pode levantar uma questão interessante: em que situações a exatidão das medidas é absolutamente necessária? É viável, em contextos cotidianos e até científicos, lidar com unidades não padronizadas e medidas aproximadas? Embora pareça contraditório à natureza da Matemática – ou ao senso comum em relação a ela –, o estudo de grandezas e medidas passa pelo aspecto da utilidade, conforme a situação, de medidas não exatas.

Essa consideração pode até desmistificar que tudo na área das ciências é exato e predeterminado. Nas experiências que envolvem medidas, no estudo da evolução desse campo na história do conhecimento e mesmo em várias situações cotidianas, os estudantes deverão observar que muitos problemas de medição podem ser resolvidos com uma abordagem não exata, isto é, por unidades não padronizadas ou por medidas estimadas.

Peça aos estudantes que releiam as definições de jarda, cúbito e polegada antes de responderem ao **exercício 4**.

Enquanto os estudantes fazem o **exercício 5**, circule pela sala de aula observando se eles usam corretamente a borracha para medir o comprimento e a largura do caderno.

2. Metro, seus múltiplos e submúltiplos

Habilidade da BNCC: **EF06MA24**.

Neste tópico vamos trabalhar com a unidade padrão de medida de comprimento, o metro, e com seus múltiplos e submúltiplos, com o objetivo de ampliar o trabalho com a habilidade (EF06MA24). É possível que os estudantes já tenham conhecimento de algumas dessas unidades de medida, como o metro, o centímetro e o quilômetro. Incentive-os a compartilhar esses conhecimentos perguntando sobre as diferentes situações em que essas unidades são empregadas.

2. Respostas pessoais. Se os números obtidos são iguais é porque as medidas do comprimento dos palmos e da polegada dos dois são iguais. Caso contrário, quem obteve mais ou menos palmos (ou polegadas) é porque tem o palmo (ou a polegada) maior ou menor.

2 Compare a medida que você obteve na atividade 1 com a medida obtida por um colega. Elas são iguais ou diferentes? Por quê?

3 Usando o comprimento de seu cúbito, de seu palmo e de sua polegada, estime:

a) quantas polegadas cabem em um cúbito;
b) quantos palmos cabem em um cúbito;
c) quantas polegadas cabem em um palmo.

3. Respostas pessoais.

4 Entre as unidades de medida jarda, cúbito e polegada, qual indica o menor comprimento?

4. A polegada.

5 Usando o comprimento de sua borracha como unidade de medida, responda: quanto mede o comprimento de seu caderno? E a largura?

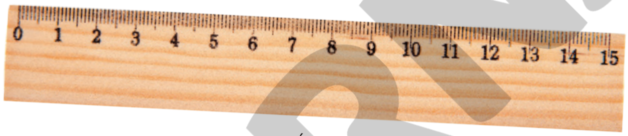

JOSÉ LUÍS JUHAS/ ARQUIVO DA EDITORA

5. Respostas pessoais.

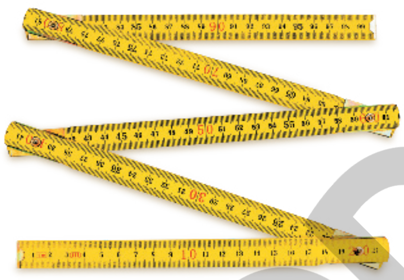
2 Metro, seus múltiplos e submúltiplos

O Sistema Internacional de Unidades (SI) tem o **metro** como unidade padrão (ou fundamental) de medida de comprimento, cujo símbolo é a letra **m**.

Entre os instrumentos empregados para medir comprimento, os mais comuns são os apresentados a seguir.



VALZAN/ SHUTTERSTOCK
régua


SERGEJ RAZVODOVSKIJ/SHUTTERSTOCK
metro de carpinteiro


GRAJA/ SHUTTERSTOCK
fita métrica


WINSTON LINK/ SHUTTERSTOCK
trena

Para fazer medições que exigem mais precisão, ou para medir espessuras muito finas, utilizam-se instrumentos como o paquímetro e o micrômetro.


HANS VON MANTEUFFEL/PULSAR IMAGENS
paquímetro


RINKU DUA/SHUTTERSTOCK
micrômetro

- Entre os instrumentos utilizados, quais você utilizaria para medir sua altura?

Resposta possível: Trena, fita métrica ou metro de carpinteiro.

282

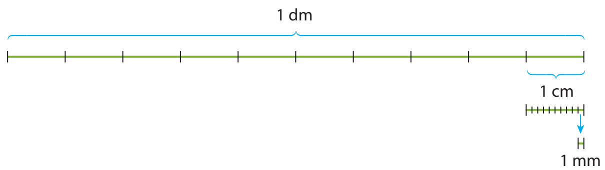
Se possível, providencie diferentes instrumentos de medição de comprimento para os estudantes conhecerem, manusearem e verificarem como funcionam, como no caso do paquímetro e do micrômetro.

O paquímetro é um instrumento utilizado para medir a distância entre dois lados opostos de um objeto. O micrômetro é um instrumento usado para aferir as medidas das dimensões lineares de um objeto (como espessura, altura, largura, profundidade, diâmetro etc.).

Dependendo do comprimento que vamos medir, o metro pode não ser a unidade de medida mais conveniente. Por exemplo, ele não é conveniente para medir o comprimento do pé de uma pessoa ou para medir a distância entre duas cidades. Em situações como essas, podemos usar os chamados múltiplos e submúltiplos do metro.

Quando precisamos medir um comprimento menor que o metro, utilizamos seus submúltiplos: **decímetro** (**dm**), **centímetro** (**cm**) ou **milímetro** (**mm**).

Observe a representação desses submúltiplos em um segmento de reta.



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Quando precisamos medir um comprimento muito maior, utilizamos seus múltiplos: **quilômetro** (**km**), **hectômetro** (**hm**) ou **decâmetro** (**dam**).

Observe o quadro com os múltiplos e os submúltiplos do metro. Na linha lilás estão os nomes dessas unidades de medida de comprimento; na linha verde, os símbolos correspondentes; e, na linha amarela, os valores de cada unidade de medida em relação ao metro.

Múltiplos			**Unidade padrão**	**Submúltiplos**		
quilômetro	hectômetro	decâmetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1 000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

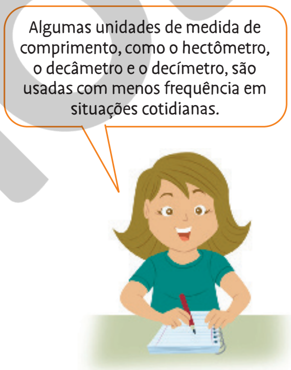
No quadro, podemos observar:

- Cada unidade de medida corresponde à décima parte da unidade imediatamente superior (à esquerda). Acompanhe alguns exemplos.

  a) $1 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ dm} = 0{,}1 \text{ dm}$

  b) $1 \text{ dam} = \frac{1}{10} \text{ hm} = \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{1}{10} \text{ km}\right) = \frac{1}{100} \text{ km} = 0{,}01 \text{ km}$

  c) $1 \text{ dm} = \frac{1}{10} \text{ m} = 0{,}1 \text{ m} = 0{,}1 \cdot (0{,}1 \text{ dam}) = 0{,}01 \text{ dam}$



ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

- Cada unidade de medida corresponde a 10 vezes a unidade imediatamente inferior (à direita). Observe alguns exemplos.

  a) $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$

  b) $3 \text{ m} = 3 \cdot (10 \text{ dm}) = 3 \cdot (10 \cdot 10 \text{ cm}) = 300 \text{ cm}$

  c) $2{,}6 \text{ km} = 2{,}6 \cdot (10 \text{ hm}) = 2{,}6 \cdot (10 \cdot 10 \text{ dam}) = 2{,}6 \cdot (10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ m}) = 2600 \text{ m}$

Metro, seus múltiplos e submúltiplos

Para uma melhor compreensão sobre as relações entre o metro e seus submúltiplos, solicite aos estudantes que levem dois pedaços de barbante com 1 metro de comprimento cada. Na sala de aula, eles devem cortar um deles em dez partes iguais, obtendo dez pedaços de 1 dm cada um. Então, devem cortar um dos pedaços de 1 dm em dez partes iguais, obtendo dez pedaços de 1 cm cada. Em seguida, devem comparar os pedaços de barbante de 1 m, 1 dm e 1 cm, colocando-os lado a lado no chão. Oriente os estudantes para a realização dos cortes em pedaços de mesmo comprimento. Explique os cuidados que devem ter ao manusear a tesoura com pontas arredondadas.

Espera-se que os estudantes visualizem esses comprimentos para melhor compreenderem a relação entre eles. É possível explorar também as diferentes estratégias para cortar os barbantes em 10 partes de mesma medida.

Exercícios propostos

Para resolver o **exercício 6**, os estudantes devem ler as medidas e representá-las por algarismos e pelos símbolos que indicam as unidades de medida. Sabemos que milímetro, centímetro, quilômetro e metro são indicados, respectivamente, por mm, cm, km e m; logo, as respostas são:

a) 3 mm
b) 30 cm
c) 23 km
d) 42 m

No **exercício 7**, vale debater com os estudantes o que acontece quando não usamos uma unidade de medida adequada à situação. Isso não nos impede de chegar a uma resposta, mas, se selecionarmos uma unidade menor que a adequada (por exemplo, o milímetro em lugar do metro), a medida será representada por um número muito grande; já se selecionarmos uma unidade maior que a adequada (por exemplo, o quilômetro em lugar do centímetro), obteremos uma medida expressa por um número extremamente pequeno. Essas escolhas podem trazer dificuldades na comunicação, tanto para ler como para interpretar as medidas obtidas.

As respostas do **exercício 8** são pessoais. Observe se algum estudante tem dificuldade com estimativas. Caso, algum ainda tenha, ajude-o com mais exemplos.

O **exercício 9** também pede para representar com algarismos e símbolos as medidas indicadas. Porém, nesse caso, em cada item, as informações aparecem com duas unidades de medida. No **item a**, o estudante deve representar a resposta em decímetro: 2,5 dm; no **item b**, em quilômetro: 1 110 km; e, no **item c**, em metro: 32,05 m.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

6 Represente com algarismos e símbolos as medidas de comprimento a seguir.

a) Três milímetros. **6. a)** 3 mm
b) Trinta centímetros. **6. b)** 30 cm
c) Vinte e três quilômetros. **6. c)** 23 km
d) Quarenta e dois metros. **6. d)** 42 m

7 Indique o múltiplo ou submúltiplo do metro que você usaria para determinar:

a) a medida da distância entre duas cidades;
b) a medida do comprimento de seu caderno;
c) a medida da espessura de um celular.

7. a) km **7. b)** cm **7. c)** mm

8 Estime quantos centímetros tem:

8. Respostas pessoais.

a) seu pé;
b) seu palmo;
c) sua polegada;
d) seu passo.

9 Represente, com algarismos e símbolos, as medidas de comprimento a seguir.

a) Dois decímetros e cinco centímetros.
b) Um quilômetro, cento e dez metros.
c) Trinta e dois metros e cinco centímetros.

9. a) 2,5 dm **9. b)** 1,110 km **9. c)** 32,05 m

Transformação de unidades de medida

Em muitas situações, precisamos transformar unidades de medida de comprimento para obter a unidade mais adequada para o que estamos medindo. Vamos analisar algumas dessas transformações.

Situação 1

Para que os animais de sua fazenda não fujam, Eduardo vai colocar arame liso em uma área reservada para eles.

ILUSTRAÇÕES: ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Acompanhe como Eduardo pode fazer essa transformação.

Como cada unidade de medida de comprimento, em relação ao metro, corresponde a 10 vezes a unidade imediatamente inferior, as transformações dos múltiplos e submúltiplos do metro podem ser feitas segundo demonstrado no esquema a seguir.

$$\text{km} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{hm} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{dam} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{m} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{dm} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{cm} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{mm}$$

284

Transformação de unidades de medida

Existem situações do dia a dia em que são necessárias conversões de uma unidade de medida de comprimento para outra, como na **situação 1**, na qual Eduardo precisou expressar em metro uma medida de comprimento dada em quilômetro. Explore a situação com os estudantes e proponha a eles outras conversões, de modo que percebam a relação decimal de uma unidade de medida de comprimento para a unidade imediatamente inferior:

1 km = 10 hm   1 m = 10 dm
1 hm = 10 dam   1 dm = 10 cm
1 dam = 10 m   1 cm = 10 mm

Com base nessas relações, os estudantes podem concluir outras, por exemplo:

1 km = 1 000 m   1 m = 100 cm
1 km = 100 000 cm   1 m = 1 000 mm

Então, para obter o comprimento, em metro, do arame que Eduardo deverá comprar, fazemos:

$$\text{km} \xrightarrow{\times 10} \text{hm} \xrightarrow{\times 10} \text{dam} \xrightarrow{\times 10} \text{m}$$

$$\text{km} \xrightarrow{\times 1.000} \text{m}$$

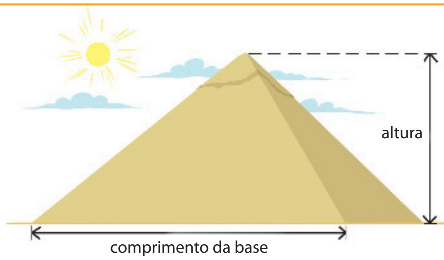
Assim: 1,5 km = 1 500 m (1,5 · 1 000)

Portanto, Eduardo deverá comprar 1 500 m de arame liso para cercar o terreno.

Observe que na transformação de uma unidade de medida em outra realizamos um conjunto de operações para que possamos representar a mesma medida usando unidades de medida diferentes.

Situação 2

O cúbito foi uma das unidades de medida utilizadas pelos antigos egípcios na construção das pirâmides para medir a altura e o comprimento da base delas. A pirâmide de Quéops foi construída com altura medindo 280 cúbitos. Sabendo que 1 cúbito real egípcio equivale a 525 mm, vamos determinar, em metro, a medida da altura dessa pirâmide.



ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Como cada cúbito tem 525 mm, 280 cúbitos terão:

280 cúbitos = 147 000 mm (280 · 525)

Agora, precisamos transformar 147 000 milímetros em metro:

$$\text{m} \xleftarrow{:10} \text{dm} \xleftarrow{:10} \text{cm} \xleftarrow{:10} \text{mm}$$

$$\text{m} \xleftarrow{:1000} \text{mm}$$

Assim: 147 000 mm = 147 m (147 000 : 1 000)

Portanto, a altura da pirâmide de Quéops tem medida igual a 147 metros.

ILUSTRAÇÕES: FABIO EUGÊNIO/ARQUIVO DA EDITORA

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

10 O passo de Luís tem 70 cm de medida de comprimento. Para ir de sua casa à escola, ele caminha sem parar durante 20 minutos, dando um passo por segundo (1 minuto = 60 segundos). Quantos metros separam a casa de Luís da escola? **10.** 840 m

11 Telma usou o palmo para medir o comprimento da janela de sua casa e encontrou 9 palmos. Sabendo que o palmo de Telma mede 195 mm, qual é, em metro, a medida do comprimento dessa janela? **11.** 1,755 m

Transformação de unidades de medida

Na **situação 2**, além de conhecer mais uma unidade de medida antiga – o cúbito –, os estudantes se deparam com a conversão entre unidades de medida de comprimento padronizadas.

Nesse caso, destaque a relação entre uma unidade de medida de comprimento e outra unidade imediatamente superior, em que a primeira sempre é a décima parte da última:

$1 \text{ mm} = \frac{1}{10} \text{ cm}$

$1 \text{ cm} = \frac{1}{10} \text{ dm}$

$1 \text{ dm} = \frac{1}{10} \text{ m}$

$1 \text{ m} = \frac{1}{10} \text{ dam}$

$1 \text{ dam} = \frac{1}{10} \text{ hm}$

$1 \text{ hm} = \frac{1}{10} \text{ km}$

Com base nessas relações, os estudantes podem concluir outras, por exemplo:

$1 \text{ mm} = \frac{1}{1\,000} \text{ m}$ ou

$1 \text{ mm} = 0{,}001 \text{ m}$

$1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}$ ou

$1 \text{ cm} = 0{,}01 \text{ m}$

$1 \text{ m} = \frac{1}{1\,000} \text{ km}$ ou

$1 \text{ m} = 0{,}001 \text{ km}$

Para complementar, dê a eles um exemplo prático de conversões de alguma unidade de medida de comprimento em outra imediatamente inferior. Peça aos estudantes que convertam de metro para centímetro as medidas de sua altura.

Exercícios propostos

Este bloco de exercícios propicia a ampliação dos conhecimentos sobre unidades de medida de comprimento (padronizadas ou não), suas relações e conversões entre essas unidades.

As resoluções dos **exercícios 10** e **11** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 11.

Exercícios propostos

Se julgar conveniente, explore o **exercício 12** pedindo aos estudantes que pesquisem a distância entre a cidade onde moram e as demais cidades da região. Com esses dados, formule uma situação semelhante à apresentada.

Acompanhe a resolução desse exercício:

a) 135 km − 106 km = 29 km
Logo, Marcos percorre 29 km quando vai de Itanhaém a Peruíbe.

b) Vamos transformar 600 m em km:
600 m = 0,6 km
71 km + 0,6 km = 71,6 km
Logo, o pneu furou a 71,6 km de São Paulo.

c) 106 km − 65 km = 41 km
Transformando em metro, obtemos:
41 km = 41 000 m
Logo, foram utilizados 41 000 metros de cabo.

No **exercício 13**, se possível, providencie embalagens em forma de paralelepípedo e de cubo para problematizar a situação, propondo aos estudantes que observem as dimensões das faces e respondam às questões:

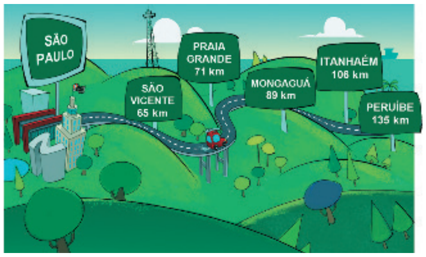
- Qual é o formato das faces do cubo?
- O que se pode concluir sobre as medidas das dimensões das faces de uma caixa no formato de um cubo?
- Qual seria a quantidade de fita usada para contornar todas as faces da caixa no formato de cubo, como mostra a figura?
- O que vamos obter, se acrescentarmos o tamanho do laço?

Faça explorações semelhantes para a caixa em formato de paralelepípedo. O principal objetivo dessa proposta é levar os estudantes a perceberem o formato e as medidas das dimensões das faces opostas em cada uma das embalagens. Para cada caixa, temos a a seguinte resolução:

a) $8 \cdot 15 + 50 = 170$ (170 cm)
Logo, nesse pacote foram usados 170 cm de fita, ou seja, 1,70 m.

b) $50 + 2 \cdot (20 + 12) + 2 \cdot (35 + 12) =$
$= 208$ (208 cm)
Logo, nesse pacote foram usados 208 cm de fita, ou seja, 2,08 m.

12 A figura representa um esquema ilustrativo da estrada que liga a cidade de São Paulo (considerada como quilômetro zero) a Peruíbe (litoral sul do estado de São Paulo).



CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

(Representação sem escala.)
Dados obtidos em: DEPARTAMENTO de Estradas de Rodagem do Estado de São Paulo (DER-SP), Web Rotas. Disponível em: http://www.der.sp.gov.br/WebSite/Servicos/ServicosOnline/WebRotas.aspx#. Acesso em: 11 fev. 2022.

Uma vez por semana, Marcos sai de São Paulo, passa por todas as cidades do caminho e vai até Peruíbe entregar mercadorias.

a) Quantos quilômetros Marcos percorre quando vai de Itanhaém a Peruíbe? **12. a)** 29 km

b) Em uma ocasião, o pneu do automóvel de Marcos furou entre Praia Grande e Mongaguá, a 600 m de Praia Grande. A quantos quilômetros de São Paulo estava Marcos quando seu pneu furou? **12. b)** 71,6 km

c) De São Vicente a Itanhaém, Marcos notou que a companhia telefônica estendeu um cabo para a instalação de linhas telefônicas. Quantos metros de cabo foram utilizados, no mínimo? **12. c)** 41 000 m

13 Quantos metros de fita foram usados em cada pacote de presente se o laço foi feito com 50 cm de fita?

a)


13. a) 1,7 m

b)


13. b) 2,08 m

ILUSTRAÇÕES: CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

14 O Pico da Neblina, que fica na Serra do Imeri (AM), tem 2 995,30 m de medida de altitude, e o Pico dos Três Estados, na Serra da Mantiqueira (SP/MG/RJ), tem 2,665 km. Qual é a diferença, em metro, entre as medidas de altitude dos dois picos? **14.** 330,30 m

15 Pedro precisa transformar 4,2 m em centímetro. Para isso, ele criou um esquema de relações mentalmente. Observe.

× 4,2

1 m	4,2 m
100 cm	420 cm

× 4,2

Como 1 m = 100 cm, sei que para transformar 4,2 m em centímetro só preciso multiplicar 4,2 por 100.


DANILLO SOUZA/ARQUIVO DA EDITORA

15. a) 200 cm **15. c)** 2 400 m
15. b) 4,5 mm **15. d)** 0,3 m

Mentalmente, utilizando esquemas de relações, faça as transformações pedidas.

a) 2 m em cm
b) 0,45 cm em mm
c) 2,4 km em m
d) 3 dm em m
e) 4,5 cm em dm
f) 38,2 m em km

15. e) 0,45 dm **15. f)** 0,0382 km

16 Quanto devo pagar por 380 cm de uma fita que custa R$ 2,50 o metro? **16.** R$ 9,50.

17 Um navio cargueiro percorreu 930 milhas marítimas. Sabendo que uma milha marítima equivale a 1 852 m, quantos quilômetros o navio percorreu? **17.** 1 722,36 km


CRISTIAN BORREGO SALA/SHUTTERSTOCK

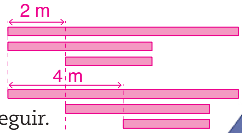
18 O triatlo olímpico é uma modalidade esportiva na qual o atleta participa de três etapas: 1 500 m de natação, 400 hm de ciclismo e 10 km de corrida. Quanto mede, em quilômetro, todo o percurso da prova? **18.** 51,5 km

19 ***Hora de criar*** – Com um colega, liste as unidades de medida de comprimento que vocês mais utilizam diariamente. Criem um problema, cada um de vocês, para a transformação de algumas dessas unidades de medida. Troquem os problemas e, depois de cada um resolver o problema do outro, destroquem para corrigi-los. **19.** Resposta pessoal.

As resoluções dos **exercícios 14** a **18** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 11.

O **exercício 19** apresenta uma proposta de elaboração de problemas, oportunidade para valorizar a expressão escrita. A escrita na aula de Matemática tem um papel importante na aprendizagem, pois dá aos estudantes a oportunidade de repensar e aprofundar os textos que produziram, registrar suas reflexões, percepções e o que descobriram sobre um conceito ou mesmo sobre uma situação vivida. Para o professor, a produção escrita dá não apenas uma boa noção do que o grupo aprendeu sobre o que foi desenvolvido nas aulas, mas também permite avaliar como os estudantes expressam suas ideias.

Pense mais um pouco...:
Resposta possível: 1ª marcação



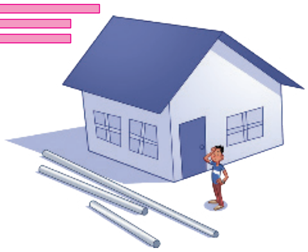
2ª marcação

Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Junte-se a um colega e resolvam a questão a seguir.

Para instalar um encanamento em sua casa, Vitório comprou três canos: um de 8 m, um de 5 m e outro de 3 m de medida de comprimento. Chegando em casa, notou que precisava dividir o cano de 8 m ao meio. Como não tinha um instrumento de medida, usou os canos de comprimentos 5 m e de 3 m como referência e, assim, dividiu o cano de 8 m exatamente ao meio.



Como Vitório fez isso? Façam desenhos para exemplificar a resposta de vocês.

3 Perímetro

Pensando em presentear uma amiga, Zenaide fez uma toalha de mesa com formato retangular. Para ficar mais bonita, ela colocará renda em todo o contorno da toalha. Observe as medidas da toalha no esquema.

Para saber quantos metros de renda precisará comprar, Zenaide terá de calcular a medida do **perímetro** da toalha, ou seja, deverá encontrar a soma das medidas dos lados da toalha. Mas, antes de calcular a medida do perímetro, ela precisará de todas as medidas na mesma unidade de medida de comprimento. Ou seja, as medidas dadas em centímetro terão de ser transformadas em metro.

Vamos, então, transformar centímetro em metro:

$$\text{m} \xleftarrow{:10} \text{dm} \xleftarrow{:10} \text{cm} \qquad (\text{cm} \xrightarrow{:100} \text{m})$$

90 cm = 0,9 m (90 : 100)

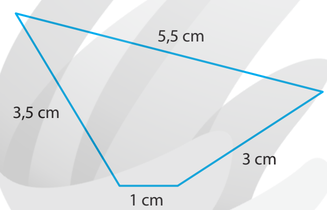
Agora, somamos as medidas dos lados da toalha para determinar a medida do perímetro, que indicaremos por *P*:

$P = 0{,}9 \text{ m} + 1{,}5 \text{ m} + 0{,}9 \text{ m} + 1{,}5 \text{ m} = 4{,}8 \text{ m}$

Portanto, Zenaide precisará comprar 4,8 m de renda para colocar em todo o contorno da toalha.

A medida do **perímetro** de um polígono é a soma das medidas dos seus lados.

Indicando por *P* a medida do perímetro do polígono a seguir, temos:



$P = 1 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 5{,}5 \text{ cm} + 3{,}5 \text{ cm} = 13 \text{ cm}$

Observações

- O cálculo da medida do perímetro pode ser feito não somente para polígonos, mas também para qualquer outra figura plana. A medida do comprimento do contorno de uma figura plana corresponde à medida do seu perímetro.

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA
CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

Pense mais um pouco...

Proponha aos estudantes que resolvam a atividade em duplas. Dê um tempo para eles se organizarem e promova uma discussão coletiva para ver as diferentes possibilidades sugeridas. Uma opção pode ser: Vitório usou o cano de 3 m para medir o cano de 5 m. Fez uma marca no cano de 5 m para obter 2 m. Com essa medida de 2 m, dividiu o cano de 8 m ao meio.

3. Perímetro

Habilidade da BNCC: **EF06MA24**.

Apresentamos o conceito de perímetro, ampliando e aprofundando os conhecimentos que os estudantes já têm sobre essa grandeza e sobre o trabalho com a habilidade (EF06MA24). Leve modelos de polígonos recortados em cartolina ou EVA para que eles possam medir os comprimentos de seus lados e calcular a medida do perímetro. Essas regiões poligonais podem ser convexas ou não. Aproveite para retomar os conceitos de Geometria já abordados em capítulos anteriores.

Exercícios propostos

No **item a** do **exercício 20**, os estudantes devem obter as seguintes medidas para os perímetros dos polígonos: 7,2 cm para o triângulo; 9,6 cm para o quadrado; 12,5 cm para o pentágono; 9 cm para o hexágono.

Vejamos um exemplo de possível quadro para o **item b**:

Polígono	Perímetro	Medida de cada lado
triângulo	7,2 cm	2,4 cm
quadrado	9,6 cm	2,4 cm
pentágono	12,5 cm	2,5 cm
hexágono	9 cm	1,5 cm

No **item c** é importante que os estudantes percebam que se deve usar cm ou mm para as medições, já que a régua apresenta essas unidades de medida.

A resolução do **exercício 21** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 11.

No **exercício 22**, espera-se que os estudantes apresentem uma resolução utilizando estratégias pessoais. Apresentamos a seguir uma possibilidade. Incentive-os a fazer primeiro uma leitura de todo o enunciado e, em um segundo momento, reler registrando no caderno as informações dadas para serem utilizadas na resolução após estabelecerem uma estratégia.

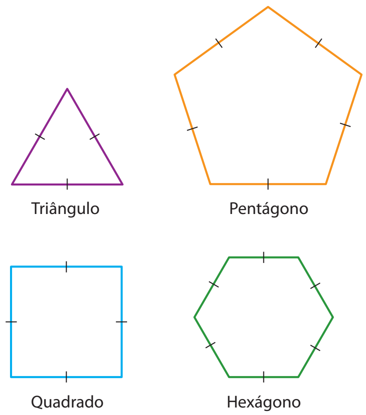
- Como a medida do comprimento do terreno equivale ao triplo da medida de sua largura (que é 10,8 m), obtém-se:
  $3 \cdot 10{,}8 = 32{,}4$ (32,4 m)
- Daí, o perímetro do terreno medirá:
  $2 \cdot 10{,}8 + 2 \cdot 32{,}4 =$
  $= 86{,}4$ (86,4 m)
- Como o pedreiro disse que deveriam ser 130 tijolos por metro de muro, serão necessários:
  $86{,}4 \cdot 130 = 11\,232$
  (11 232 tijolos)
- Como comprei 10 000 tijolos e são necessários 11 232, faltaram 1 232 tijolos.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

20 Observe os polígonos a seguir e depois faça o que se pede.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA



a) Com o auxílio de uma régua, meça os lados de cada polígono e determine a medida de seu perímetro.
20. a) triângulo: 7,2 cm; quadrado: 9,6 cm; pentágono: 12,5 cm; hexágono: 9 cm.

20. b) Construção de quadro.

b) Construa um quadro apresentando o nome de cada polígono, a medida do lado e a medida do perímetro (obtida no item **a**).

c) Que unidade de medida você usou para fazer essas medições? **20. c)** cm ou mm

21 A medida do perímetro de um triângulo isósceles é igual ao de um triângulo equilátero cujo lado mede 7 cm. Determine a medida dos lados do triângulo isósceles sabendo que um deles mede 8 cm. **21.** 8 cm, 6,5 cm e 6,5 cm ou 8 cm, 8 cm e 5 cm.

22 Tenho um terreno retangular cuja medida do comprimento é igual ao triplo da medida da largura. Pensando em colocar um muro ao redor desse terreno, consultei um pedreiro para saber quantos tijolos deveria comprar. Ele me disse que, para cada metro de muro, ao longo do comprimento, seriam necessários 130 tijolos. Então, comprei 10 000 tijolos. Sabendo que a largura desse terreno mede 10,8 m, sobraram ou faltaram tijolos? Quantos? **22.** Faltaram 1 232 tijolos.

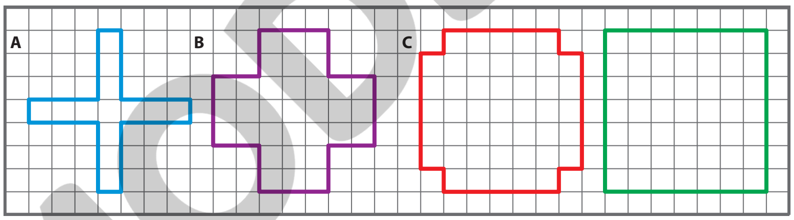
Pense mais um pouco...

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Pense mais um pouco...:
1. Todos têm perímetro de medida igual à do quadrado.

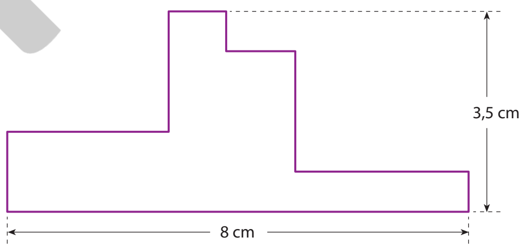
Junte-se a um colega e resolvam as questões a seguir.

1 Entre os dodecágonos **A**, **B** e **C**, qual tem perímetro de maior medida que a do quadrado verde?



2 Observem atentamente o polígono e determinem a medida de seu perímetro. **2.** 23 cm

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA



Pense mais um pouco...

Proponha aos estudantes que resolvam esta seção em duplas. As atividades em dupla, promovem a troca de experiências entre os estudantes, e isso, contribui para o desenvolvimento das **competências gerais 4** e **9**.

Resolução da **atividade 1**:

- Considerando o lado do quadradinho da malha como unidade de medida de comprimento, concluímos que todos os dodecágonos têm medida de perímetro igual à medida de perímetro do quadrado verde.

Resolução da **atividade 2**:

$2 \times 8 + 2 \times 3{,}5 = 23$

Logo, o perímetro do polígono mede 23 cm.

4 Medindo a área de superfícies planas


CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

Quando estudamos poliedros, aprendemos que as faces dessas figuras são superfícies planas. Podemos ter ideia do que seja uma superfície passando a mão no tampo de uma mesa, por exemplo.

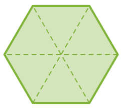
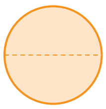
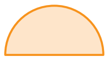
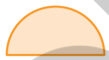
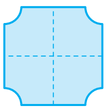
A região da mesa que nossa mão toca é denominada **superfície** da mesa.

Muitas vezes precisamos medir superfícies: quando, por exemplo, queremos saber a quantidade de papel necessária para decorar a superfície de uma caixa de presente, ou quantos azulejos são necessários para recobrir as paredes de uma cozinha. A grandeza que expressa a medida de uma superfície plana é chamada de **área**.

Vamos aprender como medir a área de superfícies planas.

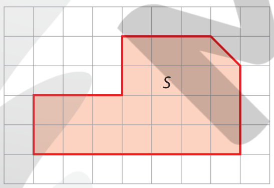
Para medir a área de uma superfície, podemos compará-la com a área de outra superfície, tomada como unidade de medida. Acompanhe os exemplos.

a) Quando medimos a superfície de cada figura com as unidades de medida apresentadas em cada caso, obtemos uma medida da área da figura.

Figura	Unidade de medida	Medida da área da figura
		6 
		2 
		4 

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

b) Vamos medir a superfície da figura *S*, ou seja, vamos determinar a medida de sua área. Para isso, vamos usar como unidade de medida de área a medida da área da superfície do quadradinho da malha quadriculada, que chamaremos de *u*: 



Observando o desenho, verificamos que a unidade *u* cabe 21,5 vezes na superfície da figura *S*. Portanto, a medida da área da figura *S* é igual a 21,5 *u*.

4. Medindo a área de superfícies planas

Habilidade da BNCC: **EF06MA24**.

Provavelmente, os estudantes já têm a noção de área como medida de uma superfície. Ao ampliar e aprofundar esse assunto, espera-se que eles consolidem esses conhecimentos, ampliando o trabalho com a habilidade (EF06MA24). No entanto, nosso objetivo não é esgotar o tema, que ainda será tratado em outros volumes desta coleção e aplicado no Ensino Médio.

Se possível, providencie modelos das figuras e das partes tomadas como unidade de medida de área apresentadas no quadro do exemplo **a**, para que os estudantes concretizem as medições.

Analise com eles o que acontece com o valor da medida de uma superfície utilizando diferentes unidades de medida. Proponha a eles que meçam a superfície do tampo da mesa do professor, a superfície da lousa e a da capa de um caderno usando como unidade de medida a área delimitada por triângulos equiláteros, retângulos e quadrados previamente recortados.

Amplie o exemplo **b** apresentando aos estudantes outras regiões poligonais desenhadas em malhas quadriculadas para determinarem a medida da área de cada uma delas, usando a área do quadradinho da malha como unidade de medida.

Depois, peça a eles que utilizem como unidade de medida metade da região delimitada pelo quadradinho da malha. Verifique se refazem a medição ou se partem da área encontrada anteriormente. Espera-se que os estudantes mobilizem os conhecimentos que já construíram sobre frações.

Para saber mais

Nesta seção, inicialmente, peça aos estudantes que representem de maneira simplificada ambientes da escola: a sala de aula, o pátio, a biblioteca, entre outros. Discuta com a turma cada representação, comparando-as com o ambiente real, levantando com eles possíveis elementos importantes faltantes ou inadequações.

Desse modo, é possível verificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre planta baixa, além de fortalecer e ampliar esses conhecimentos. Em seguida, trabalhe o texto e as atividades propostas na seção.

Em um contexto acessível à compreensão e ao interesse dos estudantes, esta atividade objetiva levá-los à ideia pragmática do conceito de planta baixa simples e de vista aérea.

Ao interpretar, descrever e desenhar uma planta baixa simples de uma residência, favorecemos o desenvolvimento da habilidade (EF06MA28).

Na **atividade 1** da seção **Agora é com você!**, a resposta correta é a figura da alternativa **b**. Os estudantes podem ficar em dúvida entre as figuras das alternativas **b** e **c**; porém, eles devem perceber que a chaminé não está colada na parede da residência.

As respostas das **atividades 2** e **3** são produções pessoais. Circule pela sala de aula verificando se os estudantes estão conseguindo fazer os desenhos.

PARA SABER MAIS

Planta baixa de uma casa


JOHN KASAWA/SHUTTERSTOCK

Você já viu bloquinhos de construção ou brincou com eles?

Em geral, esses blocos só nos dão a vista frontal (de frente) da construção, e a nossa imaginação completa o que seriam a vista lateral e a vista superior (de cima).

Para a construção de casas reais, os arquitetos fazem projetos detalhados, que contêm todas as informações da obra que será executada. Esses projetos incluem a planta baixa.

Na arquitetura, a planta baixa é um desenho técnico esquemático, com escala, da construção vista de cima, como se ela tivesse sido cortada por um plano paralelo ao chão na altura de 1,5 metro. Ao fazer um corte com a altura 1,5 m, é possível indicar não só as paredes, passagens e portas, mas também janelas e vitrôs. Com uma planta baixa podemos, por exemplo, ter uma ideia da distribuição dos cômodos de uma casa, ou da posição das construções de um terreno.

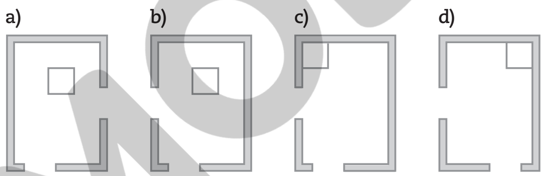
PLANTA BAIXA
Escala 1:100
Área de 50,00 m²

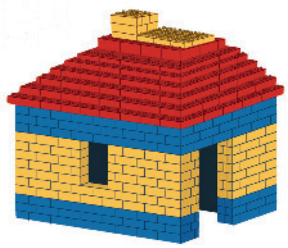
RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Observe a casinha e verifique qual das alternativas mais se aproxima da planta baixa dela. **1.** Alternativa **b**.





ILUSTRAÇÕES: TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

2 Recolha folhetos promocionais de empreendimentos imobiliários que tenham plantas baixas e verifique a distribuição e as medidas dos cômodos. Observe as passagens, se tem escala ou se há alguma informação de que a imagem é meramente ilustrativa. Escolha uma delas e reproduza-a no caderno. **2.** Resposta pessoal.

3 Crie uma planta baixa de uma casa ou um apartamento do jeito que você imaginar. Escolha a disposição de cada cômodo e desenhe seus formatos. Identifique as portas e janelas deixando espaços em branco nas paredes, como na planta baixa da atividade 1. Você também pode desenhar alguns móveis vistos de cima. Uma folha quadriculada pode ajudar no desenho de sua planta baixa. **3.** Resposta pessoal.

5 Metro quadrado, seus múltiplos e submúltiplos

É comum encontrarmos em alguns *sites* anúncios como estes:

ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Observe as medidas 633 m², 272 m², 54 m² e 1 500 m² que aparecem nos anúncios. Elas indicam a medida da área de uma superfície em **metro quadrado**.

O Sistema Internacional de Unidades adota como unidade de medida padrão para a grandeza área o **metro quadrado**, representado por **m²**, ou seja, cada metro quadrado corresponde a 1 unidade de área.

1 **metro quadrado** é a medida da área de uma superfície quadrada que tem 1 metro de lado.


CARLOS CARRARO

Cada lado do tapete desta fotografia mede 1 metro, portanto a área da superfície do tapete mede 1 metro quadrado.

Dependendo da área que vamos medir, o metro quadrado pode não ser a unidade mais conveniente. Por exemplo, ele não é conveniente para medir a área da superfície de uma das páginas deste livro nem para determinar a área de uma fazenda. Para situações como essas, podemos usar os múltiplos e submúltiplos do metro quadrado.

Quando precisamos medir uma área menor que o metro quadrado, utilizamos seus submúltiplos: **decímetro quadrado** (**dm²**), **centímetro quadrado** (**cm²**) ou **milímetro quadrado** (**mm²**).

5. Metro quadrado, seus múltiplos e submúltiplos

Habilidade da BNCC: **EF06MA24**.

Com o objetivo de ampliar o trabalho com a habilidade (EF06MA24) exploramos a relação entre o metro quadrado, seus múltiplos e submúltiplos.

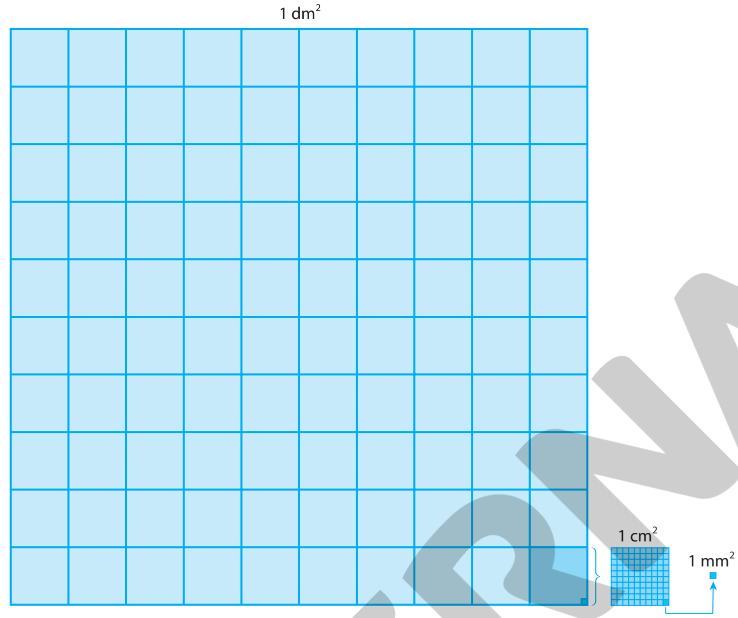
Vale a pena dar destaque à fotografia em que aparece um menino sentado sobre um tapete, pois esse tapete ilustra o "tamanho" do metro quadrado, o que pode favorecer a construção de um referencial mais concreto para o significado dessa medida tão usada no dia a dia.

Metro quadrado, seus múltiplos e submúltiplos

Destacamos os submúltiplos do metro quadrado e as relações entre eles e com o metro quadrado. Proponha aos estudantes uma atividade na qual consigam folhas de jornal e colem-nas de modo a construir uma região quadrada medindo 1 m de lado. A área dessa superfície quadrada mede 1 m².

Depois, os estudantes devem construir, ainda com jornal, uma região quadrada medindo 1 cm de lado. Assim, eles podem comparar por sobreposição as duas superfícies construídas e concretizar a relação entre 1 cm² e 1 m². Após a comparação, os estudantes podem medir a área do piso da sala de aula e a área da quadra da escola com o metro quadrado construído.

Observe a representação dos submúltiplos do metro quadrado na figura.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Observe que a superfície quadrada cuja área mede 1 dm² é formada por 10 fileiras com 10 regiões quadradas de 1 cm² em cada uma. Assim, temos: $1\ dm^2 = 10 \cdot (10\ cm^2) = 100\ cm^2$.

Do mesmo modo, em 1 cm² cabem 10 fileiras com 10 regiões quadradas de 1 mm² em cada uma. Logo: $1\ cm^2 = 10 \cdot (10\ mm^2) = 100\ mm^2$.

Podemos construir com folhas de jornal uma placa quadrada com 1 m² de área, isto é, com 1 m de lado. Preenchendo essa placa com regiões quadradas de 1 dm de lado (com 1 dm² de área), verificamos que $1\ m^2 = 100\ dm^2$.

Em resumo:

$1\ m^2 = 100\ dm^2$
$1\ dm^2 = 100\ cm^2$
$1\ cm^2 = 100\ mm^2$

$1\ m^2 = 10\,000\ cm^2$
$1\ m^2 = 1\,000\,000\ mm^2$

ou

$1\ dm^2 = \frac{1}{100}\ m^2 = 0{,}01\ m^2$

$1\ cm^2 = \frac{1}{100}\ dm^2 = 0{,}01\ dm^2$

$1\ mm^2 = \frac{1}{100}\ cm^2 = 0{,}01\ cm^2$

ou

$1\ cm^2 = \frac{1}{10\,000}\ m^2 = 0{,}0001\ m^2$

$1\ mm^2 = \frac{1}{1\,000\,000}\ m^2 = 0{,}000001\ m^2$

Quando precisamos medir uma área maior que o metro quadrado, utilizamos seus múltiplos: **quilômetro quadrado** (**km²**), **hectômetro quadrado** (**hm²**) ou **decâmetro quadrado** (**dam²**).

Também entre os múltiplos do metro quadrado existe uma "relação centesimal". Assim, temos:

$$1\ dam^2 = 100\ m^2 \quad e \quad 1\ m^2 = \frac{1}{100}\ dam^2 = 0{,}01\ dam^2$$

$$1\ hm^2 = 100\ dam^2 \quad e \quad 1\ dam^2 = \frac{1}{100}\ hm^2 = 0{,}01\ hm^2$$

$$1\ km^2 = 100\ hm^2 \quad e \quad 1\ hm^2 = \frac{1}{100}\ km^2 = 0{,}01\ km^2$$

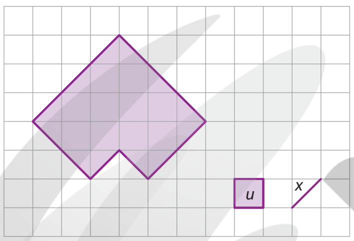
Observe o quadro. Nele, colocamos os múltiplos e os submúltiplos do metro quadrado. Na linha lilás, estão os nomes das unidades de medida de área; na verde, os símbolos correspondentes; e, na amarela, os valores de cada unidade de medida em relação ao metro quadrado.

Múltiplos			Unidade padrão	Submúltiplos		
quilômetro quadrado	hectômetro quadrado	decâmetro quadrado	metro quadrado	decímetro quadrado	centímetro quadrado	milímetro quadrado
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1 000 000 m^2	10 000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001 m^2

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

23 Meça o perímetro da figura desenhada na malha quadriculada usando a unidade de medida *x* e a área usando a unidade de medida *u*, ambas representadas na mesma malha. **23.** 12 *x* e 16 *u*.



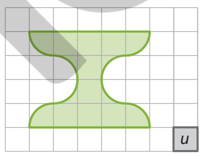
24 Em uma folha de papel quadriculado, desenhe três retângulos de perímetros de medidas diferentes que delimitem superfícies com 20 *u* de medida de área, em que *u* é a medida da área da superfície de um quadradinho do quadriculado. Em seguida, compare suas respostas com as de um colega e verifique se há alguma diferença entre as duas respostas. **24.** Construção de figura.

25 Duas figuras com mesma medida de perímetro têm necessariamente a mesma medida de área? Por quê?

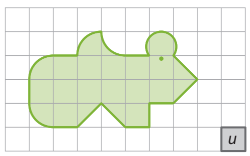
26 Calcule a medida aproximada da área das figuras considerando $\boxed{u}$ a unidade de medida de área.

25. Não. Porque, por exemplo, um quadrado de lado medindo 2 cm tem perímetro medindo 8 cm e área medindo 4 cm², e um retângulo de lados medindo 1 cm e 3 cm tem perímetro medindo 8 cm e área medindo 3 cm².

a)



b)



26. a) 12 *u*
26. b) 19 *u*

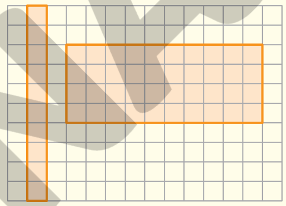
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Exercícios propostos

No bloco de exercícios, os estudantes aplicarão as relações estudadas entre as unidades de medida de área.

Usando a unidade de medida *x* para a medida do perímetro, e a unidade de medida *u* para a medida da área da figura, obtemos como resposta do **exercício 23**, 12 *x* e 16 *u*.

Apresentamos um exemplo de construção de figuras para o **exercício 24**. Espera-se que os estudantes concluam que há outras possibilidades de resposta.



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

No **exercício 25**, espera-se que os estudantes respondam que duas figuras de mesma unidade de perímetro não têm necessariamente a mesma medida de área, já que, por exemplo, um quadrado de lado medindo 2 cm tem perímetro medindo 8 cm e área medindo 4 cm², e um retângulo de lados medindo 1 cm e 3 cm tem perímetro medindo 8 cm e área medindo 3 cm².

No **exercício 26**, os estudantes devem fazer aproximações para calcular as medidas das áreas das figuras. No **item a** devem contar 8 quadradinhos inteiros e considerar que aproximadamente 4 quadradinhos serão formados pela composição de outras figuras. Logo, sua medida de área é de aproximadamente 12 *u*.

Já no **item b**, deverão considerar 13 quadradinhos inteiros e aproximadamente 6 que se formarão pela composição de figuras. Logo, sua medida de área é de aproximadamente 19 *u*.

Exercícios propostos

No **exercício 27**, proponha aos estudantes que identifiquem a figura de maior área. Espera-se que eles observem que, como *u* é menor que *v*, a figura do item **b** tem maior área que a do item **a**. Isso ajudará os estudantes a perceberem, posteriormente, a diferença entre outras unidades de medida padronizadas, como 22 cm² < 22 m².

O **exercício 28** é um ótimo exercício para verificar se os estudantes entenderam a ordem de grandeza das unidades de medida.

No **exercício 29**, as alternativas com sentenças falsas são **b** e **d**. As respostas possíveis são:

b) $1\ cm^2 = 0{,}01\ dm^2$

d) $1\ m^2 = 100\ dm^2$

No **exercício 30**, vale explicar aos estudantes que comparações desse tipo ("no Parque Nacional de Ubajara caberia 1 vez e meia a Floresta da Tijuca"), em que recorremos à relação de proporcionalidade entre locais ou objetos distintos, são muito comuns em situações nas quais a ordem de grandeza está relacionada a medidas de grandes ou pequenos valores. Este exercício favorece o desenvolvimento da habilidade (EF06MA12).

Segue uma possível resolução:

Área do Parque Nacional de Ubajara (A_U): 60 km²

Nesse parque cabe 1 vez e meia a Floresta da Tijuca.

A área do Parque Nacional do Iguaçu (A_I) corresponde a 46 vezes a área da Floresta da Tijuca (A_T).

Assim, obtemos:

$A_U = 60\ km^2$, $A_U = 1{,}5 \times A_T$ e

$A_I = 46 \times A_T$.

Portanto:

$60\ km^2 = 1{,}5 \times A_T \Rightarrow$

$\Rightarrow A_T = 40\ km^2$

$A_I = 46 \times A_T \Rightarrow$

$\Rightarrow AI = 46 \times 40\ km^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 1840\ km^2$

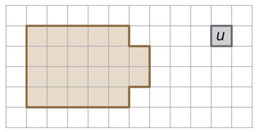
Pense mais um pouco...

Na **atividade 1**, considerando o quadradinho da malha a unidade de medida de área, obtemos: 4 *u*, 9 *u*, 16 *u* e 25 *u*.

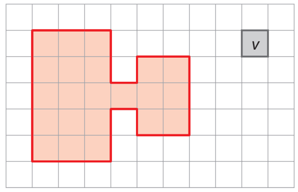
---

27 Determine a medida da área das figuras usando as unidades de medida indicadas.

a) **27. a)** 22 *u*



b) **27. b)** 22 *v*



• As duas figuras têm a mesma área? Justifique.
27. Não, pois as unidades de medida são diferentes.

28 Considerando o Sistema Internacional de Unidades, indique a unidade de medida mais adequada para expressar:

a) a medida da área de Pernambuco; **28. a)** km²
b) a medida da área de uma das páginas deste livro de Matemática; **28. b)** cm² **28. c)** m²
c) a medida da área de um campo de futebol;
d) a medida da área da superfície do chão de sua sala de aula. **28. d)** m²

29. b) Falsa; resposta possível: $1\ cm^2 = 0{,}01\ dm^2$

29 Alterando apenas uma das medidas nas sentenças, corrija aquelas que são falsas.

a) $1\ m^2 = 100\ dm^2$ **29. d)** Falsa; resposta possível: $1\ m^2 = 100\ dm^2$
b) $1\ cm^2 = 100\ dm^2$
c) $1\ cm^2 = 0{,}0001\ m^2$
d) $1\ m^2 = 10\ dm^2$

29. a) Verdadeira. **29. c)** Verdadeira.

30 O Parque Nacional de Ubajara (CE) tem área de aproximadamente 60 quilômetros quadrados de medida, nos quais caberia cerca de uma vez e meia a Floresta da Tijuca (RJ). Porém seriam necessárias aproximadamente 46 vezes a área da Floresta da Tijuca para se ter a área do Parque Nacional do Iguaçu (PR). Qual é a medida da área aproximada do Parque Nacional do Iguaçu e a da Floresta da Tijuca? **30.** 1 840 km² e 40 km².

LUIS SALVATORE/PULSAR IMAGENS

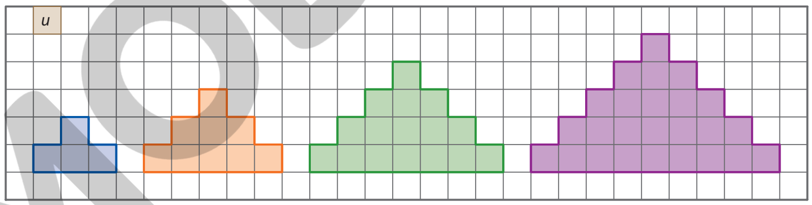
Vista do Parque Nacional de Ubajara (Serra da Ibiapaba, Ceará). (Fotografia de 2017.)

Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Pense mais um pouco...:

1 Determine a medida da área de cada figura a seguir, considerando [u] como unidade de medida de área. **1.** 4 *u*; 9 *u*; 16 *u*; 25 *u*.



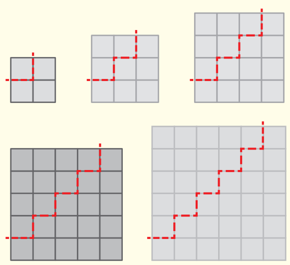
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

2 Considerando que essas figuras formam uma sequência que mantém um padrão de crescimento, desenhe em um papel quadriculado a próxima figura da sequência. Qual é a medida da sua área? **2.** Construção de figura; 36 *u*.

3 Desenhe em uma folha de papel quadriculado as figuras das atividades **1** e **2** e recorte-as com uma tesoura com pontas arredondadas. Em seguida, corte cada uma em duas partes de modo que formem uma superfície quadrada quando juntas novamente. As novas figuras de superfície quadrada têm a mesma medida de área das figuras das atividades **1** e **2** correspondentes? As medidas de seus perímetros são as mesmas das figuras correspondentes? **3.** Construção de figura.
(Use tesoura com ponta arredondada e a manuseie com cuidado!)

Na **atividade 2**, cada figura, a partir da segunda, é obtida acrescentando-se à figura anterior uma linha na parte de baixo com 2 quadradinhos a mais que a linha anterior. Assim, a próxima figura teria 6 linhas, com a última linha contendo 11 quadradinhos. Contando o número de quadradinhos dessa figura, sua área mede 36 *u*.

Na **atividade 3**, oriente os estudantes ao manipular a tesoura e depois das figuras recortadas, observe se as figuras montadas correspondem às figuras a seguir:



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

Os estudantes podem observar que essa sequência é a dos números quadrados (por isso foi possível formar cada superfície quadrada).

Transformação de unidades de medida

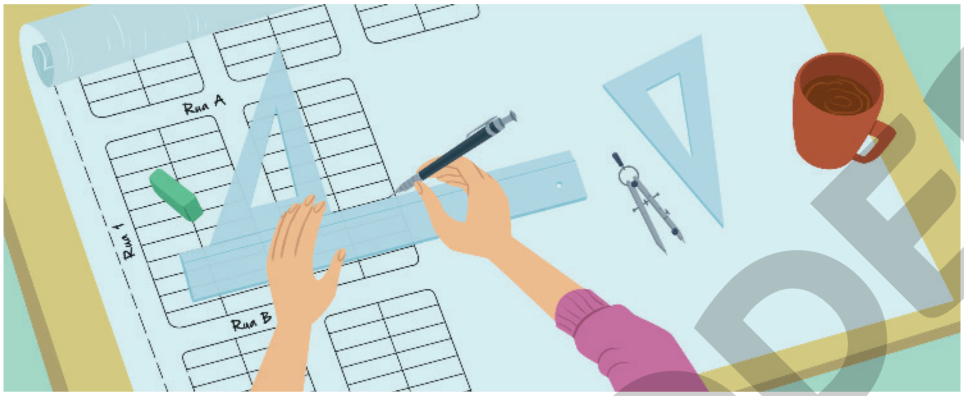
No dia a dia, é comum transformar unidades de medida de área. Cada unidade de medida de área é 100 vezes maior que a unidade imediatamente inferior; por isso, as transformações de unidades de medida de área podem ser feitas de acordo com o esquema a seguir.

$$\text{km}^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\leftrightarrows}} \text{hm}^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\leftrightarrows}} \text{dam}^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\leftrightarrows}} \text{m}^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\leftrightarrows}} \text{dm}^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\leftrightarrows}} \text{cm}^2 \underset{\times 100}{\overset{:100}{\leftrightarrows}} \text{mm}^2$$

Vamos analisar algumas situações.

Situação 1

Carla é a engenheira responsável por um loteamento de 1,1 km² de medida de área, que deverá ter um *camping* de 100 000 m² e chácaras de 5 000 m² cada uma. Carla precisa fazer os cálculos para definir quantas chácaras serão colocadas à venda.



ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Antes de calcular a quantidade de chácaras, Carla precisou transformar a medida dada em quilômetro quadrado para metro quadrado, pois, considerando a grandeza área, os cálculos devem ser feitos sempre com as mesmas unidades de medida.

$$\text{km}^2 \xrightarrow{\times 100} \text{hm}^2 \xrightarrow{\times 100} \text{dam}^2 \xrightarrow{\times 100} \text{m}^2$$

Para isso, ela multiplicou 1,1 por 100 · 100 · 100, ou seja, multiplicou 1,1 por 1 000 000. Assim:

$$1{,}1\ \text{km}^2 = (1{,}1 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100)\ \text{m}^2 = (1{,}1 \cdot 1\,000\,000)\ \text{m}^2 = 1\,100\,000\ \text{m}^2$$

Em seguida, Carla subtraiu a medida da área destinada ao *camping*:

$$1\,100\,000\ \text{m}^2 - 100\,000\ \text{m}^2 = 1\,000\,000\ \text{m}^2$$

Finalmente, ela dividiu os 1 000 000 m² pelos 5 000 m² (medida da área de cada chácara), encontrando como resultado 200 chácaras.

Transformação de unidades de medida

Analise a **situação 1** com os estudantes, que mostra um exemplo de conversão de km² para m². Ressalte que agora a relação entre uma unidade de medida de área e a unidade imediatamente inferior é de 100 vezes uma da outra, ou seja:

1 km² = 100 hm²
1 hm² = 100 dam²
1 dam² = 100 m²
1 m² = 100 dm²
1 dm² = 100 cm²
1 cm² = 100 mm²

Com base nessas relações, os estudantes podem concluir outras, por exemplo:

1 km² = 1 000 000 m²
1 m² = 10 000 cm²
1 m² = 1 000 000 mm²

Transformação de unidades de medida

Analise a **situação 2** com os estudantes, que mostra um exemplo de conversão de cm^2 para m^2. Destaque a relação entre uma unidade de medida de área e outra unidade imediatamente superior, em que a primeira sempre é a centésima parte desta última:

$$1\ mm^2 = \frac{1}{100}\ cm^2$$

$$1\ cm^2 = \frac{1}{100}\ dm^2$$

$$1\ dm^2 = \frac{1}{100}\ m^2$$

$$1\ m^2 = \frac{1}{100}\ dam^2$$

$$1\ dam^2 = \frac{1}{100}\ hm^2$$

$$1\ hm^2 = \frac{1}{100}\ km^2$$

Com base nessas relações, os estudantes podem concluir outras, por exemplo:

$$1\ mm^2 = \frac{1}{1\,000\,000}\ m^2 \text{ ou}$$

$$1\ mm^2 = 0{,}000001\ m^2$$

$$1\ cm^2 = \frac{1}{10\,000}\ m^2 \text{ ou}$$

$$1\ cm^2 = 0{,}0001\ m^2$$

Exercícios propostos

Neste bloco de exercícios, os estudantes poderão ampliar seus conhecimentos sobre unidades de medida de área, suas relações e fazer conversões entre essas unidades.

Ao resolver o **exercício 31**, eles devem saber que:

$1\ km^2 = 1\,000\,000\ m^2$

$1\ m^2 = 10\,000\ cm^2$

$1\ cm^2 = 0{,}0001\ m^2$

$1\ mm^2 = 0{,}01\ cm^2$

Assim:

a) $0{,}5\ km^2 = 500\,000\ m^2$

b) $0{,}25\ m^2 = 2\,500\ cm^2$

c) $4\,230\ cm^2 = 0{,}423\ m^2$

d) $125\ mm^2 = 1{,}25\ cm^2$

No **exercício 32**, podemos, inicialmente, fazer a transformação $10{,}8\ m^2 = 108\,000\ cm^2$ e, depois, o seguinte cálculo $108\,000 : 900 = 120$. Logo, serão necessárias 120 lajotas.

A resolução do **exercício 33** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 11.

Situação 2

Para homenagear os estudantes de sua escola, Neide, a coordenadora pedagógica, quer fazer um painel colando as fotografias de seus 1 500 estudantes, uma ao lado da outra sem espaço e sem remonte. As fotografias são do tipo 3×4 e têm 12 centímetros quadrados cada uma. Para isso, Neide deverá comprar um painel de, no mínimo, quantos metros quadrados?

SIDNEY MEIRELES/ARQUIVO DA EDITORA

Vamos transformar $12\ cm^2$ em m^2.

$$m^2 \xleftarrow{:100} dm^2 \xleftarrow{:100} cm^2$$

Dividimos 12 por $100 \cdot 100$, ou seja, dividimos 12 por 10 000. Assim:

$$12\ cm^2 = (12 : 10\,000)\ m^2 = 0{,}0012\ m^2$$

Para saber a medida da área que as 1 500 fotografias irão cobrir, devemos multiplicar 1 500 por $0{,}0012\ m^2$.

$$1\,500 \cdot 0{,}0012\ m^2 = 1{,}8\ m^2$$

Portanto, Neide deve comprar um painel de, no mínimo, $1{,}8\ m^2$.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

31 Transforme:

a) $0{,}5\ km^2$ em metro quadrado; **31. a)** $500\,000\ m^2$

b) $0{,}25\ m^2$ em centímetro quadrado; **31. b)** $2\,500\ cm^2$

c) $4\,230\ cm^2$ em metro quadrado; **31. c)** $0{,}423\ m^2$

d) $125\ mm^2$ em centímetro quadrado. **31. d)** $1{,}25\ cm^2$

32 Um pedreiro irá revestir o piso de um banheiro, cuja área tem medida igual a $10{,}8\ m^2$, com lajotas de $900\ cm^2$. De quantas lajotas, no mínimo, ele precisará? **32.** 120 lajotas.

33 Em uma atividade, Ana precisava transformar $2{,}3\ dm^2$ em centímetro quadrado. Para isso, mentalmente, ela construiu um esquema de relações. Observe o balão de pensamento.

Construa, mentalmente esquemas de relações e faça as transformações pedidas.

a) $3\ cm^2$ em mm^2 **33. a)** $300\ mm^2$

b) $0{,}45\ dm^2$ em cm^2 **33. b)** $45\ cm^2$

c) $42{,}1\ km^2$ em m^2 **33. c)** $42\,100\,000\ m^2$

d) $32\ cm^2$ em m^2 **33. d)** $0{,}0032\ m^2$

e) $23{,}5\ dm^2$ em m^2 **33. e)** $0{,}235\ m^2$

f) $235\ m^2$ em km^2 **33. f)** $0{,}000235\ km^2$

$\times 2{,}3$

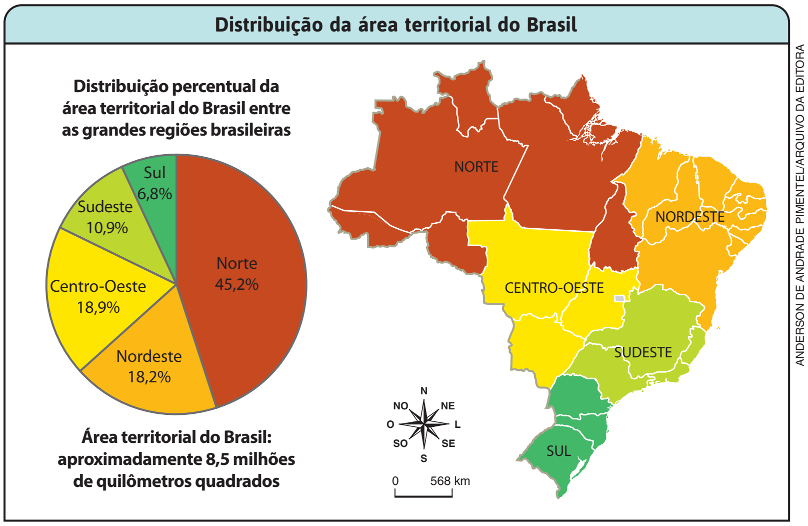
$1\ dm^2$	$2{,}3\ dm^2$
$100\ cm^2$	$230\ cm^2$

$\times 2{,}3$

Sei que $1\ dm^2 = 100\ cm^2$. Assim, para transformar $2{,}3\ dm^2$ em cm^2, só preciso multiplicar 2,3 por 100.

DANIEL ZEPPO/ARQUIVO DA EDITORA

34 Observe a distribuição percentual, por região, da área territorial do Brasil.



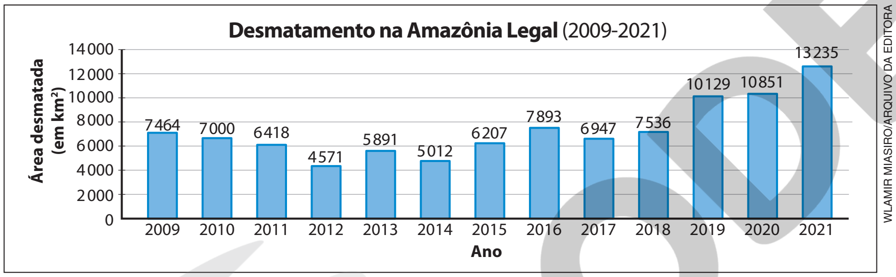
Elaborado com base em: **Almanaque Abril 2015**. São Paulo: Abril, 2015. p. 654.

34. Norte: ≃ 3,8 milhões km²; Centro-Oeste: ≃ 1,6 milhão km²; Nordeste: ≃ 1,5 milhão km²;

• Calcule, em quilômetro quadrado, a medida aproximada da área de cada região.

Sudeste: ≃ 0,9 milhão km²; Sul: ≃ 0,6 milhão km².

35 O gráfico apresenta dados sobre o desmatamento na Amazônia desde 2009 até 2021. Observe-o com atenção.



Dados obtidos em: **INPE. PRODES – Amazônia. Monitoramento do Desmatamento da Floresta Amazônica Brasileira por Satélite**. Disponível em: http://www.obt.inpe.br/OBT/assuntos/programas/amazonia/prodes. Acesso em: 7 fev. 2022.

Analisando essas informações, responda às questões.

a) Em qual desses anos a Amazônia Legal teve a maior área desmatada? E a menor? **35. a)** 2021; 2012.

b) Entre quais dois anos consecutivos ocorreu a maior diminuição no desmatamento? E o maior aumento? **35. b)** Entre 2011 e 2012; entre 2020 e 2021.

c) A média do desmatamento ocorrido em um período é calculada dividindo-se a soma dos desmatamentos do período pela quantidade de anos desse período. O desmatamento ocorrido de 2009 a 2013 foi em média maior que o de 2017 a 2021?

d) O desmatamento pode ser o passo inicial para a desertificação. Em um dos lugares mais quentes da Terra, o deserto de Lut, no Irã, não há registro de vegetação em nenhum ponto dos seus cerca de 52 mil quilômetros quadrados de medida de área.
Calcule a medida da área de desmatamento da Amazônia do ano em que você nasceu até 2021. Ela é menor do que a área do deserto de Lut? **35. d)** As respostas dependem do ano de nascimento do estudante.

35. c) A média do desmatamento de 2009 a 2013 (≃ 6 269 km²) foi menor que a de 2017 a 2021 (≃ 9 740 km²).

297

Exercícios propostos

O **exercício 34** propicia uma articulação com a interpretação de gráfico de setores e mapa com cálculos de porcentagem e medidas de área. Aproveite esse momento para fazer a leitura do mapa e do gráfico junto com os estudantes. Se considerar adequado, peça-lhes que localizem no mapa a região geográfica ou o estado em que moram.

Aproveite o contexto do **exercício 35** para ouvir a opinião dos estudantes sobre o desmatamento na Amazônia Legal, assim como sobre as possíveis ações para modificar o alarmante problema do desmatamento no Brasil. No **item d**, apresentamos uma relação entre o desmatamento e o processo de desertificação, resultando na perda da qualidade do solo. E no **item f**, que está na página seguinte, propomos uma pesquisa sobre essa temática. Comente com os estudantes que esse processo pode inviabilizar o plantio de alimentos, causar mortes dos animais, influenciar o clima da região, entre outros prejuízos. Ao trabalhar com essa temática, contribuímos para o desenvolvimento da **competência geral 7** e dos Temas Contemporâneos Transversais **meio ambiente** e **vida familiar e social**.

Os **exercícios 34** e **35** favorecem o desenvolvimento das habilidades (EF06MA12), (EF06MA13) e (EF06MA32). As resoluções destes exercícios estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 11.

Sugestão de leitura

Para enriquecer a discussão proposta, sugerimos o livro:

CGEE. **Desertificação, degradação da terra e secas no Brasil**. Brasília: Centro de Gestão e Estudos Estratégicos, 2016. Disponível em: https://www.cgee.org.br/documents/10195/734063/DesertificacaoWeb.pdf. Acesso em: 31 maio 2022.

Este livro, que reúne contribuições de vários pesquisadores brasileiros, pretende lançar luzes sobre a situação particular do Semiárido brasileiro, uma região tradicionalmente sujeita a secas e a processos de degradação da terra e desertificação.

Exercícios propostos

O **exercício 36** apresenta uma proposta de elaboração de problemas. Oriente os estudantes nessa elaboração e se possível, forme uma lista com os exercícios elaborados, que podem servir como material para estudo e aplicação do conteúdo estudado.

Pense mais um pouco...

É importante observar que o cálculo do número de azulejos do piso da piscina pode ser feito apenas com a noção de área (sem fórmula). A ideia é mostrar que basta utilizar os conceitos de divisão e de contagem.

Como faltarão apenas as laterais menores para serem revestidas, calculamos apenas quantos azulejos precisamos para elas. As laterais menores dessa piscina têm forma retangular medindo 1,5 m (ou 150 cm) de altura e 4 m (ou 400 cm) de largura. Para saber quantos 25 cm cabem em 150 cm e quantos 25 cm cabem em 400 cm, basta efetuar: $150 : 25 = 6$ e $400 : 25 = 16$.

Assim, para cobrir uma dessas paredes necessitamos de 6 fileiras de 16 azulejos como esse em cada uma, ou seja, 96 azulejos ($6 \cdot 16$). Como são duas dessas paredes, totalizam 192 azulejos ($6 \cdot 16 \cdot 2$).

Os estudantes devem perceber que não é necessário saber a quantidade inicial de azulejos comprada por Nei. É preciso saber apenas a quantidade de azulejos para essa parede da piscina.

Para resolver um problema, temos de, inicialmente, entendê-lo. Depois de ler atentamente o enunciado, escrevemos o que é dado, o que é pedido e verificamos se a construção de um desenho ajuda na compreensão do problema.

Devemos ter uma estratégia para a resolução: verificar que relações existem entre o que é dado e o que é pedido, se é melhor separar a resolução em etapas, por onde começar, se há informações a mais ou a menos. É necessário executar a estratégia passo a passo até chegar a uma conclusão. Finalmente, é preciso conferir essa conclusão substituindo o que foi pedido pelo resultado obtido, além de verificar se esse resultado satisfaz as condições do problema. Ao trabalhar com essa seção é favorecido o desenvolvimento da habilidade (EF06MA24).

35. e) Depende da medida da área que o estudante calculou, mas provavelmente não, pois o Atacama tem área medindo aproximadamente 105 000 km².

e) Pesquise a medida da área do maior deserto da América do Sul, o Atacama, no Chile. A área que você calculou no item **d** é maior que a medida da área do deserto do Atacama?

f) Pesquise em livros, revistas, na internet ou com seus professores as causas para a resposta que encontrou no item **c** e possíveis soluções para o problema do desmatamento.

36 ***Hora de criar*** – Troque com um colega um problema sobre a transformação de unidades de medida de área criado por cada um de vocês. Depois de cada um resolver o problema elaborado pelo outro, destroquem para corrigi-los. **36.** Resposta pessoal.

35. f) O desmatamento da Amazônia Legal pode diminuir com políticas federais como o Plano de Ação para a Prevenção e o Controle do Desmatamento na Amazônia Legal (PPCDAm), com o incentivo a uma nova economia verde, com a delimitação de áreas para as atividades agropecuárias e de mineração. Para mais informações, acesse o *site* do Ministério do Meio Ambiente. Disponível em: http://redd.mma.gov.br/images/central-de-midia/pdf/artigos/enredd-ppcdam.pdf. Acesso em: 13 fev. 2022.

Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Junte-se a um colega e leiam as orientações a seguir.

- Quando precisamos resolver um problema, inicialmente temos de entendê-lo. Depois de ler atentamente o enunciado, podemos escrever no caderno o que é dado, o que é pedido e verificar se a construção de um desenho com essas informações ajuda na compreensão do problema.
- É indispensável ter uma estratégia, um caminho para a resolução: devemos verificar que relações existem entre o que é dado e o que é pedido, se é melhor separar a resolução em etapas, por onde começar, se há informações a mais ou a menos, se há algum problema que já conhecemos e que seja parecido com esse.
- É necessário traçar o caminho imaginado para a resolução, isto é, executar a estratégia passo a passo até chegar a uma conclusão.
- Finalmente, é preciso conferir essa conclusão substituindo o que foi pedido pelo resultado obtido, além de verificar se esse resultado satisfaz as condições do problema.

Agora, considerando o que acabaram de ler, resolvam o problema apresentado a seguir.

Nei comprou azulejos quadrados, com 25 cm de lado, para revestir uma piscina como a ilustrada.

FABIO EUGÊNIO/ARQUIVO DA EDITORA

Essa piscina tem 5,25 m de medida de comprimento, 4 m de medida de largura e 1,50 m de medida de profundidade.

No meio do trabalho, Nei percebeu que a quantidade comprada era suficiente para revestir apenas o piso da piscina e as duas paredes maiores. Quantos azulejos estavam faltando?

Pense mais um pouco...: 192 azulejos.

6 Medidas agrárias

Observe estas notícias:

A produção de grãos no Brasil poderá chegar a 269,3 milhões de toneladas na safra 2021/22. [...] O levantamento estima que a área plantada total no país é de 72,9 milhões de hectares, o que representa crescimento de 4,4% na comparação com a safra 2020/21.

Dados obtidos em: Produção agrícola deve atingir 269,3 milhões de toneladas, diz Conab. **Agência Brasil**. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2022-04/producao-agricola-deve-chegar-2693-milhoes-de-toneladas-diz-conab#:%7E:text=A%20produ%C3%A7%C3%A3o%20de%20gr%C3%A3os%20no,Nacional%20de%20Abastecimento%20(Conab). Acesso em: 9 ago. 2022.

LOURENCOLF/SHUTTERSTOCK

Lavoura de milho, em Chapadão do Sul, Mato Grosso do Sul. (Fotografia de 2020.)

Produtor rural colhe mais de 170 sacas de soja por alqueire sem usar agrotóxicos no PR [Paraná].

Dados obtidos em: Produtor rural colhe mais de 170 sacas de soja por alqueire sem usar agrotóxicos no PR. **Foco Rural.** Disponível em: https://www.focorural.com/produtor-rural-colhe-mais-de-170-sacas-de-soja-por-alqueire-sem-usar-agrotoxicos-no-pr/. Acesso em: 13 fev. 2022.

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Como você pode perceber, nas notícias foram usadas duas unidades de medida de área: **alqueire** e **hectare**. Essas são algumas **unidades de medidas agrárias**, duas unidades de medida de área utilizadas em medições de grandes extensões de terras.

Vamos comparar essas duas unidades de medida mencionadas nas notícias com o metro quadrado.

O **hectare** (**ha**) equivale a 10 000 m^2.

6. Medidas agrárias

Habilidade da BNCC: **EF06MA24**.

Medidas como alqueire e hectare – as medidas agrárias – são empregadas no meio rural para expressar áreas de grandes extensões de terras, tema que será estudado nessa sequência de páginas com o objetivo de ampliar o trabalho com a habilidade (EF06MA24). Para ampliar essas noções, proponha aos estudantes outras comparações do hectare, do are e do alqueire com o metro quadrado.

Aproveite a oportunidade para trabalhar com eles a importância do agricultor e da tecnologia que colabora para que ele tenha menos perda na colheita; a questão do uso dos agrotóxicos e do mal que eles causam à saúde e ao meio ambiente. Promova um trabalho integrado com Ciências e Geografia. Esse trabalho contribui para o desenvolvimento das **competências gerais 2** e **10**.

Proponha aos estudantes que encontrem notícias que apresentem medidas agrárias. Eles podem encontrar informações também em livros de Geografia.

Exercícios propostos

Para resolver o **exercício 37**, os estudantes devem considerar que 1 hectare corresponde a 10 000 m². Desse modo, 260 hectares correspondem a 2 600 000 m².

Como 20% dessa área serão usados para ruas e praças, então 80% serão usados para loteamento:

80% de 2 600 000 m² =
= 0,80 × 2 600 000 m² =
= 2 080 000 m²

Como cada lote medirá 400 m², obtemos:

2 080 000 m² : 400 m² = 5 200

Portanto, o loteamento terá 5 200 lotes de área medindo 400 m².

Como ampliação dessa atividade sugerimos que, sem fazer cálculo algum, os estudantes digam se a resposta seria maior ou menor que 5 200 lotes, caso fizéssemos as seguintes substituições no enunciado original:

- "260 hectares" por "250 hectares" (menor)
- "20%" por "25%" (menor)
- "400 m²" por "450 m²" (menor)
- "20%" por "10%" (maior)
- "260 hectares" por "500 hectares" (maior)

As resoluções dos **exercícios 38** a **42** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 11.

No **exercício 42** exploramos o conceito de lavoura permanente. Comente com os estudantes que há dois tipos de lavoura: a permanente, aquela que pode produzir frutos por anos seguidos, uma vez plantada, e a temporária, que é anual ou sazonal. Solicite a eles que deem exemplos de culturas de cada um desses tipos.

Essa temática permite um trabalho em conjunto com os professores de Geografia, explorando as diferentes regiões geográficas e as atividades agropecuárias de cada região, e de Ciências da Natureza, explorando as características das plantas cultivadas em cada tipo de lavoura e o uso de diferentes produtos usados nessas lavouras.

Como ampliação dessa atividade, a partir da proposta do **item d**, solicite aos estudantes que pesquisem as áreas das demais regiões do país. Ao analisar as informações da tabela e as pesquisadas, é importante que percebam que a área plantada não é proporcional à área da região correspondente.

O **alqueire** apresenta um inconveniente: sua medida, em m², não é a mesma em todas as regiões do Brasil, ou seja, 1 alqueire não corresponde a uma área de mesma medida em metro quadrado em todos os estados brasileiros. Observe o quadro.

Alqueire paulista	Alqueire mineiro	Alqueire goiano	Alqueire baiano
24 200 m²	48 400 m²	48 400 m²	96 800 m²

Por causa disso, o alqueire geralmente é substituído pelo hectare.

Outra unidade de medida agrária utilizada no Brasil é o **are**, cujo símbolo é **a**. O are é uma unidade de medida agrária pouco utilizada atualmente, mas é uma unidade importante porque serve como base para outras unidades de medidas agrárias, como o hectare.

1 are equivale a 1 dam², ou seja, a 100 m², e 1 hectare equivale a 100 ares.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

37 Uma fazenda com 260 hectares será transformada em um loteamento. Dessa área, 20% serão usados para ruas e praças. Quantos lotes de 400 m² terá o loteamento?
37. 5 200 lotes.

38 A medida da área de um sítio é 300 a. Qual é a medida da área desse sítio em hectare?
38. 3 ha

39 Uma fazenda em Maracás, no estado da Bahia, tem 100 alqueires baianos. Quantos hectares tem essa fazenda? **39.** 968 ha

40 Alcides plantou arroz em uma área medindo 35 000 m² e colheu na safra deste ano, em média, 2 760 quilogramas por hectare. Qual foi sua produção de arroz nessa safra?

GERSON SOBREIRA/TERRASTOCK

Colheita de arroz em Quaraí, Rio Grande do Sul. (Fotografia de 2020.)

40. 9 660 quilogramas.

41 Um fazendeiro tem uma parte de suas terras em São Paulo com 84 alqueires paulistas e outra parte em Minas Gerais com 48 alqueires mineiros. Qual parte é maior: a mineira ou a paulista? **41.** A parte mineira.

42 Lavoura permanente é o nome que se dá às culturas agrícolas de longo ciclo vegetativo, que possibilitam colheitas sucessivas, sem necessidade de novo plantio. Observe a tabela, que contém informações sobre a área total plantada referente à lavoura permanente de cada região brasileira.

Área plantada de lavoura permanente em 2020

Região	Medida de área (em hectare)
Norte	3 924 343
Nordeste	9 458 502
Sudeste	12 864 432
Sul	21 550 516
Centro-Oeste	30 167 264

Dados obtidos em: IBGE PAM – Produção Agrícola Municipal. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/agricultura-e-pecuaria/9117-producao-agricola-municipal-culturas-temporarias-e-permanentes.html?=&t=resultados. Acesso em: 13 fev. 2022.

42. a) 77 965 057 ha

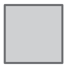
Agora, com base nos dados da tabela, responda às questões. **42. b)** Centro-Oeste; Norte.

a) Qual é a medida da área total plantada em todo o território brasileiro?
b) Qual região tem a maior medida de área plantada? E a menor?
c) Qual é a medida da área total plantada, em quilômetro quadrado, na região Nordeste?
d) A região Norte, com 3 851 560 km² é a região de maior medida de área do território brasileiro. Em sua opinião, o que explicaria elas terem áreas de lavoura permanente menores que a região Sul?

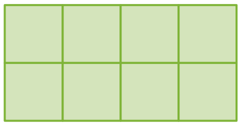
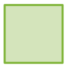
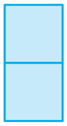
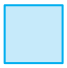
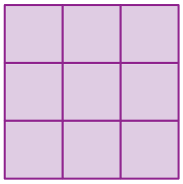
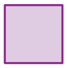
42. c) 94 585,02 km² **42. d)** Resposta possível: Grande parte da região Norte é ocupada pela Floresta Amazônica.

7 Área da superfície retangular

Vamos encontrar a medida de área de algumas **superfícies retangulares**, empregando também uma superfície retangular como unidade de medida.

A unidade que escolhemos é a superfície de um quadrado com 1 cm de lado, representada por: 

Essa superfície tem área de 1 cm^2, portanto nossa unidade de medida é o centímetro quadrado (cm^2).

Superfície retangular	Unidade de medida: cm^2	Medida da área da superfície
		8 cm^2
		2 cm^2
		9 cm^2

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Observe que, ao contar as superfícies quadradas de cada figura, obtemos a medida de sua área em centímetro quadrado. Entretanto, nem sempre é conveniente fazer essa contagem uma a uma, principalmente quando o número de superfícies quadradas da figura é muito grande.

Acompanhe como podemos proceder nesse caso.

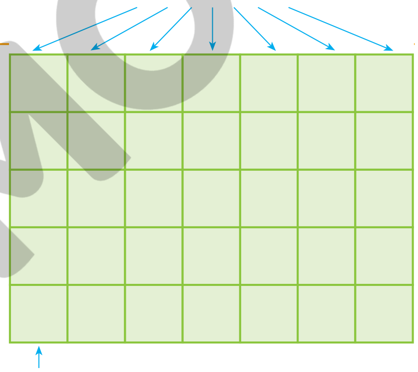
Situação 1

A figura 1 é formada por 7 colunas com 5 superfícies quadradas em cada uma. Cada superfície tem 1 cm de medida de lado, ou seja, 1 cm^2 de medida de área.

Então, ao todo, a região apresenta 35 superfícies quadradas ($7 \cdot 5$), isto é, sua medida de área é igual a 35 cm^2.

CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

7 colunas



5 superfícies quadradas de 1 cm^2 por coluna

Figura 1

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

7. Área da superfície retangular

Habilidade da BNCC: **EF06MA24**.

Neste tópico, ampliamos o trabalho com a habilidade (EF06MA24) ao trabalhar o cálculo da medida de área de superfícies retangulares. Para isso, é importante que tenham compreendido a características dos polígonos estudados, como quadrado e retângulo.

Retome os conceitos de Geometria que tratam dos quadriláteros, ressaltando que todo quadrado é um retângulo. Ou seja, ao estudar a área de uma superfície retangular, também estamos estudando a área de superfícies quadradas. Explore o quadro que apresenta alguns exemplos com os estudantes.

Para auxiliar na exploração da **situação 1**, é interessante reproduzir a superfície retangular da figura 1 em cartolina ou na lousa. Os estudantes podem usar papel quadriculado para desenhar as figuras 1 e 2 e comparar os dois procedimentos mostrados.

Área da superfície retangular

Analise a **situação 2** propondo aos estudantes que representem também as figuras mostradas.

Neste momento, deverão mobilizar seus conhecimentos sobre frações. Peça a eles que identifiquem a base e a altura das regiões retangulares que forem desenhadas.

Observe na figura 2 que:

- 7 é o número que indica a medida do comprimento da superfície retangular (7 cm);
- 5 é o número que indica a medida da largura dessa superfície (5 cm).

Então, conhecendo as medidas dos lados de uma superfície retangular em uma mesma unidade de medida, podemos determinar a medida de sua área, multiplicando os números que indicam as medidas do comprimento e da largura, e a unidade de medida considerada.

Assim, a medida da área da figura 2 é dada por: $7 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 35 \text{ cm}^2$.

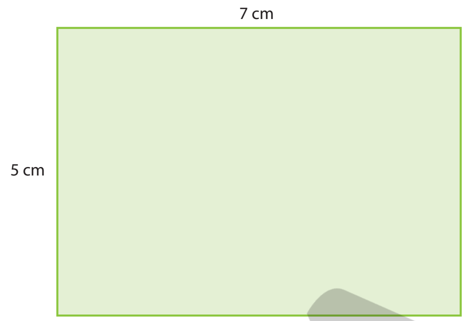


Figura 2

NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Observações

- No estudo que faremos em toda a coleção, vamos nos referir à área da superfície poligonal simplesmente por **área do polígono**. Por exemplo, a área de uma superfície retangular será denominada área do retângulo.
- O comprimento e a largura de um retângulo podem ser chamados de **base** e **altura**, respectivamente.

Situação 2

Agora, acompanhe um caso em que as medidas dos lados do retângulo da figura são números racionais não inteiros (figura 3).

Para calcular a medida da área, podemos utilizar a figura dada para fazer uma outra figura e, em seguida, dividimos a medida da base da figura dada por 4 e a da altura por 2.

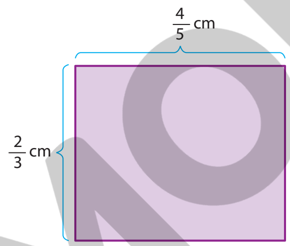


Figura 3

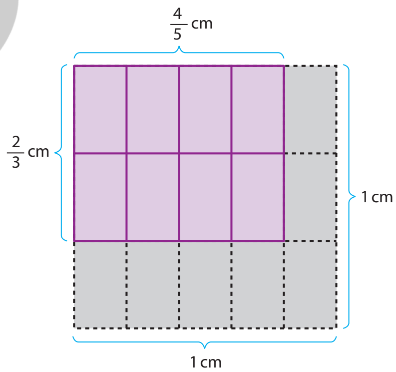


Figura 4

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Cada parte obtida nessa divisão é $\frac{1}{15}$ da área de um quadrado de lados medindo 1 cm (figura 4).

Como o retângulo tem 8 dessas partes, a medida de sua área é $\frac{8}{15}$ cm^2.

Também podemos obter a medida da área do retângulo multiplicando as medidas da base e da altura:

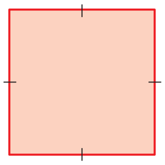
$$\frac{4}{5}\text{ cm} \cdot \frac{2}{3}\text{ cm} = \frac{8}{15}\text{ cm}^2$$

medida da área do retângulo = (medida da base) · (medida da altura)

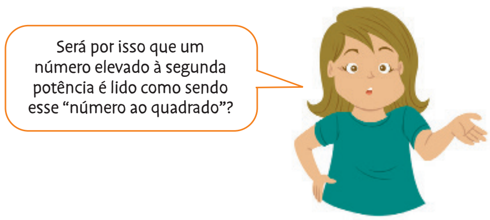
Área de um quadrado

Como o quadrado é um retângulo cujos lados têm a mesma medida, para determinar a medida de sua área procedemos do mesmo modo:

medida da área do quadrado = (medida do lado) · (medida do lado) = (medida do lado)^2



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA



ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Observemos alguns exemplos.

a) Vamos calcular a medida da área de um terreno quadrado com 41,6 m de lado.
A medida da área do terreno, em metro quadrado, é dada por: 41,6 m · 41,6 m = 1 730,56 m^2.
Logo, a medida da área desse terreno é 1 730,56 m^2.

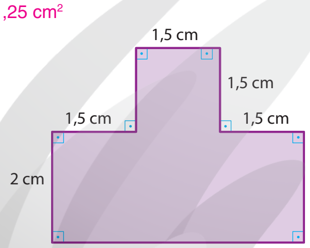
b) Vamos encontrar a medida do lado de um quadrado cuja área mede 121 cm^2.
Para isso, basta procurar um número que, elevado ao quadrado, dê 121. Esse número é 11. Assim, como a medida da área foi dada em centímetro quadrado, a medida do lado será em centímetro, ou seja, o lado desse quadrado mede 11 cm.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

46. a) Medida dos perímetros: 16 cm e 32 cm; medidas das áreas: 16 cm^2 e 64 cm^2.

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

43 Calcule a medida da área da figura.
43. 11,25 cm^2



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

44 Quantos azulejos quadrados de 20 cm de medida de lado são necessários para recobrir uma parede de 3,6 m por 3 m?
44. 270 azulejos.

45 Um terreno retangular tem 12,60 m de frente e 20 m de fundo. **45. a)** 252 m^2
a) Determine a medida da área desse terreno.
b) Determine o valor desse terreno, sabendo que cada metro quadrado vale R$ 320,00. **45. b)** R$ 80 640,00.

46 Desenhe dois quadrados, um de 4 cm de medida de lado e outro de 8 cm de medida de lado. **46.** Construção de figura.
a) Calcule a medida do perímetro e da área dos dois quadrados.
b) Quantas vezes o quadrado menor cabe no maior? **46. b)** 4 vezes.
c) Ao duplicar a medida dos lados de um quadrado, a medida de seu perímetro também duplica? E de sua área? **46. c)** A medida de seu perímetro duplica e de sua área quadruplica.

Área de um quadrado

Proponha aos estudantes que refaçam os passos da **situação 1** apresentada anteriormente, desenhando agora uma região quadrada. Eles devem perceber que, nesse caso, a base e a altura têm medidas iguais; portanto, obtemos um produto de um número por ele mesmo, resultando na notação de potência.

Exercícios propostos

Os estudantes devem decompor a figura dada no **exercício 43** em um quadrado e um retângulo, para, assim, calcularem a medida da área da figura.

Área da figura = Área do quadrado + Área do retângulo
Medida da área do quadrado:
1,5 cm × 1,5 cm = 2,25 cm^2
Medida da área do retângulo:
2 cm × (1,5 + 1,5 + 1,5) cm =
= 9 cm^2
Medida da área da figura:
2,25 cm^2 + 9 cm^2 = 11,25 cm^2

Logo, a figura tem 11,25 cm^2 de medida de área.

Após a resolução do **exercício 44**, caso considere conveniente, desafie os estudantes a encontrarem outros tamanhos de azulejo quadrado que possam recobrir a mesma parede, mas com encaixe perfeito, sem a necessidade de corte de azulejos. Para determinar a quantidade de azulejos, os estudantes podem inicialmente determinar a medida da área da parede.
Medida da área da parede:
3,6 m × 3 m = 10,8 m^2
Depois, a medida da área do azulejo:
20 cm × 20 cm =
= 400 cm^2 = 0,04 m^2
Em seguida, determinar quantas vezes uma medida cabe na outra:
10,8 m^2 : 0,04 m^2 = 270

Logo, serão necessários 270 azulejos quadrados de 20 cm de medida de lado.

As resoluções dos **exercícios 45** e **46** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 11.

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 47** e **51** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 11.

Depois de resolvido o **exercício 48**, reúna os estudantes em duplas ou trios para que comparem suas resoluções e respostas. Questione-os sobre a importância da informação "a espessura da parede mede 0,15 m" e quais seriam os resultados se essa informação não fizesse parte do enunciado. O trabalho com este exercício contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF06MA28).

Uma possível resolução para cada item dessa atividade é apresentada a seguir:

a) $11{,}75 - 2{,}40 - 1{,}80 - 3{,}40 - 5 \times 0{,}15 = 3{,}4$

Logo, a largura da sala mede 3,4 m.

b) $2 \times 3{,}40 + 2 \times (5{,}55 - 0{,}30) = 17{,}3$

Logo, o perímetro do dormitório mede 17,3 m.

c) Medida da largura da cozinha: 2,40 m

Medida do comprimento da cozinha: $5{,}55\ \text{m} - 2 \times 0{,}15\ \text{m} = 5{,}25\ \text{m}$

$2{,}40 \times 5{,}25 = 12{,}60$

Logo, a área da cozinha mede $12{,}60\ \text{m}^2$.

d) Medida da largura da sala: 3,4 m

Medida do comprimento da sala: $5{,}55\ \text{m} - 2 \times 0{,}15\ \text{m} = 5{,}25\ \text{m}$

$3{,}4 \times 5{,}25 = 17{,}85$

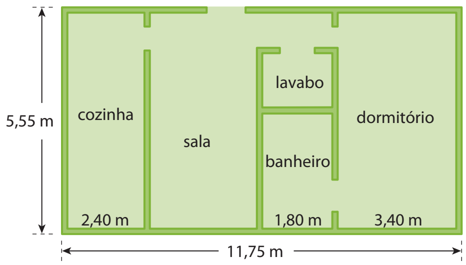
Logo, serão necessários $17{,}85\ \text{m}^2$ de carpete.

O **exercício 49** propicia retomar as características de um cubo. Ao questionar qual é a medida da área de uma face lateral desse cubo (item **a**), espera-se que os estudantes percebam que, como em um cubo todas as faces são quadradas e idênticas, cada face lateral também tem área medindo $144\ \text{cm}^2$.

Pergunte a eles qual é a soma das medidas das áreas laterais desse cubo, que é $576\ \text{cm}^2$. Verifique como procedem nesse caso: eles podem contar quantas são as faces laterais (4) e multiplicar pela medida da área de uma delas ($4 \cdot 144$) ou podem do total ($864\ \text{cm}^2$, pelo item **b**) retirar as medidas das áreas referentes às duas bases ($864 - 2 \cdot 144$).

47 Considere uma mesa que tem o tampo em forma de um quadrado. Uma formiga, partindo de um dos cantos do tampo, contornou-o até voltar ao ponto inicial. Andou 5,20 m. Qual é a medida da área do tampo dessa mesa? **47.** $1{,}69\ \text{m}^2$

48 Esta é a planta do apartamento de Eduardo.



Sabendo que a espessura da parede mede 0,15 m, calcule: **48. b)** 17,3 m

a) a medida da largura da sala; **48. a)** 3,40 m

b) a medida do perímetro do dormitório;

c) a medida da área da cozinha; **48. c)** $12{,}60\ \text{m}^2$

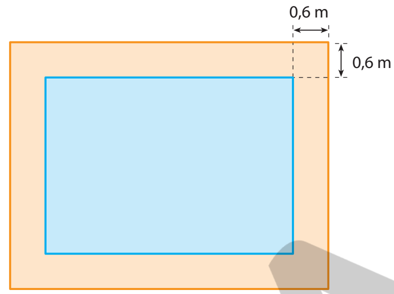
d) quantos metros quadrados de carpete são necessários para forrar o chão da sala. **48. d)** $17{,}85\ \text{m}^2$

49 Um cubo tem aresta medindo 12 cm.

a) Calcule a medida da área de uma de suas faces. **49. a)** $144\ \text{cm}^2$

b) Determine a soma das medidas das áreas de todas as suas faces. **49. b)** $864\ \text{cm}^2$

50 (Uneb-BA) Deseja-se fazer uma calçada de 0,6 m de medida de largura em volta de uma piscina, como mostra a figura a seguir.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

A pedra a ser utilizada é vendida em blocos medindo $0{,}2\ \text{m} \times 0{,}3\ \text{m}$ cada um. Se a piscina tem 4,2 m de medida de comprimento por 3 m de medida de largura, o menor número de blocos de pedras a ser utilizado é: **50.** Alternativa **b**.

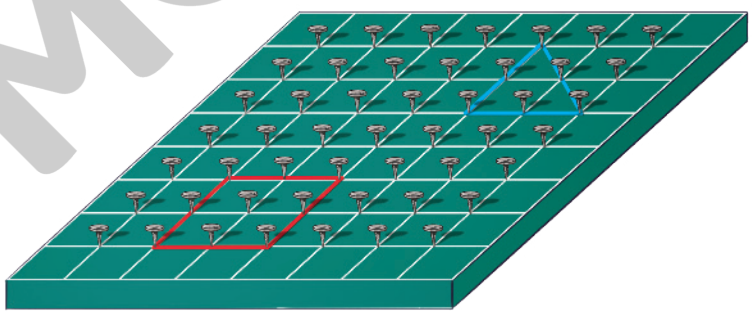
a) 192. b) 168. c) 126. d) 108. e) 84.

51 *Hora de criar* – Em duplas, desenhem em seus cadernos a planta baixa de um dos cômodos de suas casas. Indiquem as medidas aproximadas de todas as paredes e façam a representação dos móveis. Depois, troquem as plantas desenhadas e cada um deve calcular a medida do perímetro e da área do cômodo que o outro desenhou. Comparem as medidas obtidas. Se as medidas dos perímetros dos cômodos fossem iguais, as medidas das suas áreas seriam necessariamente iguais? **51.** Resposta pessoal.

PARA SABER MAIS

Pesquisando no geoplano

Um geoplano pode ser construído em uma chapa de madeira compensada na qual se cola um papel quadriculado. Nos pontos de encontro das linhas desse quadriculado são fixados pregos. Com uma linha ou com um elástico, podemos contornar esses pregos e emoldurar figuras.



IZAAC BRITO/ARQUIVO DA EDITORA

No **exercício 50**, uma opção para os estudantes exporem de modo mais compreensível suas ideias é, em grupos, fazerem cartazes reproduzindo a figura apresentada e explicando todo o percurso de resolução. Eles devem identificar se um caminho similar ao seu já foi exposto e acrescentar apenas aquilo que for diferente.

Uma possível resolução para esse problema é apresentada a seguir:

Área do bloco: $0{,}2\ \text{m} \times 0{,}3\ \text{m} = 0{,}06\ \text{m}^2$

Vamos calcular a medida da área da calçada: $4{,}2\ \text{m} \times 0{,}6\ \text{m} = 2{,}52\ \text{m}^2$

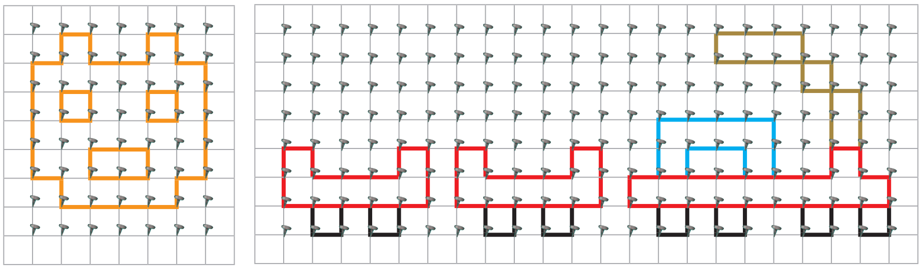
$3\ \text{m} \times 0{,}6\ \text{m} = 1{,}8\ \text{m}^2$

Medida da área da calçada: $2 \times 2{,}52\ \text{m}^2 + 2 \times 1{,}8\ \text{m}^2 + 4 \times (0{,}6 \times 0{,}6) = 5{,}04\ \text{m}^2 + 3{,}6\ \text{m}^2 + 1{,}44\ \text{m}^2 = 10{,}08\ \text{m}^2$

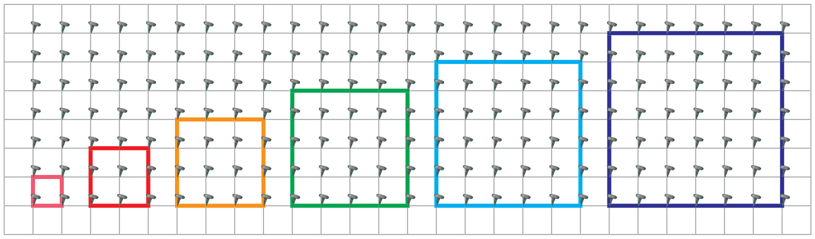
Cálculo da quantidade de blocos: $10{,}08\ \text{m}^2 : 0{,}06\ \text{m}^2 = 168$

Alternativa **b**.

Inês gosta de brincar no seu geoplano fazendo máscaras, trenzinhos...



...e também polígonos.



ILUSTRAÇÕES: MÁRIO MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1. Construção de tabela. **1. a)** Sim; não. **1. b)** Sim; não.

1 Observando os quadrados feitos por Inês, construa uma tabela com três colunas: lado, perímetro e área. Considerando como unidade de medida de comprimento (*u*) o lado do quadradinho da malha e como unidade de medida de área (u^2) a área desse quadradinho, preencha a tabela com as medidas dos lados, do perímetro e da área dos quadrados. Não se esqueça de dar um título para a tabela e de indicar as unidades de medida utilizadas. Depois, responda às questões.

a) Duplicando a medida dos lados, duplica-se também a medida do perímetro? E da área?

b) Triplicando a medida dos lados, triplica-se também a medida do perímetro? E da área?

c) Quadruplicando a medida dos lados, quadruplica-se também a medida do perímetro? E da área? **1. c)** Sim; não.

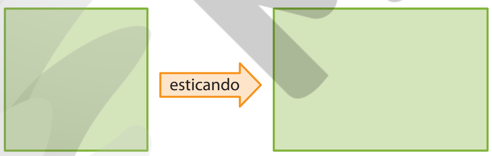
d) Sextuplicando a medida dos lados, sextuplica-se também a medida do perímetro? E da área? **1. d)** Sim; não.

2 Um retângulo tem 4 cm de medida de base e 12 cm de medida de altura.

a) Aumentando a medida da base em 100%, em quantos por cento aumenta a medida da área desse retângulo? **2. a)** 100%

b) Aumentando a medida da base e da altura em 100%, em quantos por cento aumenta a medida da área desse retângulo? **2. b)** 300%

3 João recortou um quadrado em uma folha de "borracha" e depois esticou essa folha só no sentido do comprimento.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Verificou que o quadrado que tinha 4 cm de medida de lado se transformou em um retângulo com área 50% maior que a do quadrado. Qual é a medida da área do novo retângulo? E do perímetro? **3.** 24 cm^2; 20 cm.

305

Na **atividade 3**, o retângulo obtido tem área de medida 24 cm^2 (16 + 50% de 16 = 16 + 8 = 24). Como a altura se manteve e o comprimento passou a medir 6 cm, o perímetro do novo retângulo passou a medir 20 cm (6 + 6 + 4 + 4 = 20).

Para saber mais

Nesta seção, exploramos o que ocorre com o perímetro e a área ao ampliar ou reduzir a medida do lado de um quadrado (ou com base nele).

O trabalho com essa seção contribui para o desenvolvimento das habilidades (EF06MA13) e (EF06MA29).

Agora é com você!

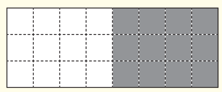
Vejamos um exemplo de tabela para a **atividade 1**. Os dados se referem do 1º para o 6º quadrado de cima para baixo na tabela, considerando como unidade de comprimento (*u*) o lado do quadradinho da malha e como unidade de área (u^2) a área desse quadradinho.

Observando quadrados		
Medida de cada lado	**Medida do perímetro**	**Medida da área**
1 *u*	4 *u*	1 u^2
2 *u*	8 *u*	4 u^2
3 *u*	12 *u*	9 u^2
4 *u*	16 *u*	16 u^2
5 *u*	20 *u*	25 u^2
6 *u*	24 *u*	36 u^2

Fonte: Desenhos de Inês.

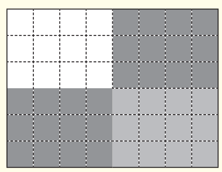
Na **atividade 2**, os estudantes podem ampliar esse estudo para retângulos não quadrados. Nessa resolução, é importante que visualizem aumentos em ilustrações do tipo a seguir.

a) Se o retângulo original for a parte pintada de branco e aumentarmos a medida de sua base em 100%, obteremos:



Isso equivale a dois retângulos originais ou a 100% de aumento na medida da área.

b) Se o retângulo original for a parte pintada de branco e aumentarmos em 100% a medida de sua base e de sua altura, obteremos:



Isso equivale a quatro retângulos originais ou a 300% de aumento na medida da área.

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Exercícios complementares

Este bloco de exercícios propicia aos estudantes retomarem os principais conceitos estudados neste capítulo, revisitando problemas envolvendo medidas de comprimento e medidas de área.

No **exercício 4**, podemos explorar com os estudantes outra proposta. Caso a pergunta do problema fosse "Quantos metros ainda estão sem asfalto?", quais seriam as possibilidades de resolução? Vejamos algumas.

I. Podemos aproveitar os cálculos feitos no exercício original e efetuar uma subtração:

$1\,200 - 360 = 840$ (840 m)

II. Podemos calcular por meio de porcentagem. Sabendo que 30% da rua já estão asfaltados, calculamos os 70% que estão sem asfalto:

70% de $1\,200$ m $=$

$= \frac{70}{100} \cdot 1\,200 =$

$= 0{,}7 \cdot 1\,200 = 840$ (840 m)

Na resolução do **exercício 5**, procure circular entre os estudantes e observar quais são os procedimentos e as dúvidas que surgem com maior frequência. Se necessário, faça pausas na resolução para que tirem dúvidas, oferecendo dicas e sugestões de como proceder para chegar à resposta esperada. Lembramos que a intenção aqui não é os estudantes desenvolverem uma resposta em linguagem algébrica, mas que eles façam tentativas para solucionar o exercício.

Se considerar adequado, antes da resolução do **exercício 8**, proponha aos estudantes que façam alguns desenhos de figuras fechadas irregulares no quadriculado, sem ocupar todos os quadradinhos, e que depois calculem a área dessas figuras em quadradinhos. Os questionamentos que surgirem nesse exercício preliminar possibilitarão a discussão de modos de arredondar e determinar medidas de área aproximadas.

As resoluções dos **exercícios 1** a **11** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 11.

5. A resposta depende do valor proposto. Espera-se que os estudantes cheguem à conclusão de que $0 < \blacksquare < 330$.

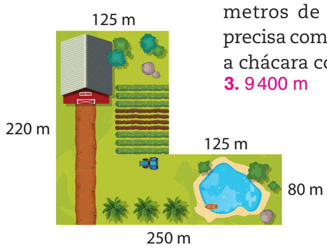
EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 O contorno médio do crânio de um bebê, ao nascer, em determinada população, tem comprimento medindo 35 cm. Sabendo que a medida do comprimento desse contorno aumenta 2 cm por mês, nos três primeiros meses, e 1 cm por mês, nos três meses seguintes, quanto deve medir o crânio de um bebê aos 5 meses? **1.** 43 cm

2 Um triângulo equilátero tem 10,5 cm de medida de perímetro. Quanto mede cada lado desse triângulo? **2.** 3,5 cm

3 A chácara do senhor Luís tem o formato e as medidas indicadas na figura a seguir. Quantos metros de arame liso ele precisa comprar para cercar a chácara com 10 voltas? **3.** 9 400 m



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

4 Uma empresa já asfaltou 30% de uma rua que tem 1,2 km de medida de comprimento. Quantos metros já foram asfaltados? **4.** 360 m

5 Reúna-se com um colega e façam o que se pede. Cada um de vocês deve indicar um valor para $\blacksquare$, propondo ao colega que resolva o problema, se possível, com o valor indicado. Em seguida, ao analisarem o enunciado, ambos determinam para quais valores de $\blacksquare$ a situação-problema é possível.

Um terreno retangular tem $\blacksquare$ m de medida de comprimento. O perímetro dele tem medida igual ao de um outro terreno quadrado cujo lado mede 165 m. Calcule a medida da largura desse terreno retangular.

6 (Saresp) Um campo de futebol tem forma retangular e mede 110 m por 75 m. Com 10 sacos de grama, podemos gramar 50 m² de campo. Então, o número de sacos de grama de que vamos precisar para gramar esse campo é:

a) 1 000. b) 1 650. c) 2 000. d) 2 200.

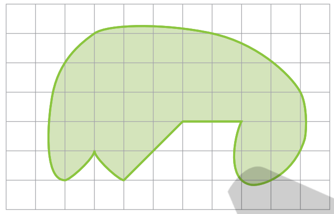
6. Alternativa **b**.

7 (Saresp) Uma folha de papel de seda tem 40 cm de medida de perímetro. Ela tem a forma de um retângulo e um de seus lados tem 4 cm de medida de comprimento. Então, os outros lados medem:

a) 6 cm, 6 cm, 4 cm.
b) 9 cm, 4 cm, 9 cm.
c) 12 cm, 4 cm, 12 cm.
d) 16 cm, 4 cm, 16 cm.

7. Alternativa **d**.

8 Calcule a área aproximada da figura, considerando $\boxed{u}$ como unidade de medida de área. **8.** 33 *u*



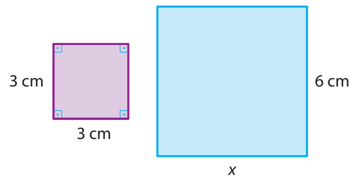
NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

9 A rua onde moro tem largura medindo 14 m. Todos os terrenos da rua medem 11 m de frente. A prefeitura está asfaltando a rua e cobrando R$ 12,60 o metro quadrado. Quanto gastarei com o asfalto? **9.** R$ 970,20.

CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

10 Júlia quer recobrir um piso de 48 m² de medida de área. Ela pretende aproveitar a oferta da loja de material para construção e economizar o máximo possível. Observe qual é a oferta: lajota lisa de 20 cm × 20 cm por R$ 0,50 cada uma, lajota decorada de 10 cm × 12 cm por R$ 0,20 cada uma. Que tipo de lajota ela deve comprar? Quanto Júlia gastará para recobrir o piso? **10.** A lajota lisa; R$ 600,00.

11 Observe as figuras e responda às perguntas.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Sabendo que a medida da área total das duas figuras é 45 cm², determine a medida do comprimento *x*. **11. a)** 6 cm

b) Calcule a medida do perímetro de cada figura. A medida do perímetro da figura azul é o dobro da medida do perímetro da figura lilás? **11. b)** 12 cm; 24 cm; sim.

c) Calcule a medida da área de cada figura. A medida da área da figura azul é o dobro da medida da área da figura lilás? **11. c)** 9 cm²; 36 cm²; não.

VERIFICANDO

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 A polegada é a unidade de medida utilizada para indicar o tamanho da tela de aparelhos eletrônicos, como *tablets* e telefones celulares. Um telefone celular com 5,5 polegadas tem aproximadamente quantos centímetros de medida de diagonal? **1.** Alternativa **c**.

a) 3 b) 11 c) 14 d) 16

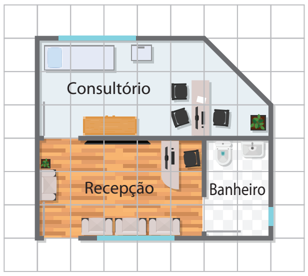
2 Um dos submúltiplos do metro é o centímetro (cm). Das situações a seguir, aquela em que é mais adequado o uso dessa unidade de medida é a medição: **2.** Alternativa **d**.

a) da distância entre duas cidades.
b) da altura de um prédio.
c) do tamanho de uma joaninha.
d) do comprimento de um lápis.

3 Com a pandemia em decorrência da covid-19, os estabelecimentos comerciais passaram a organizar filas mantendo 1,5 m de medida de distância entre as pessoas. Essa medida equivale a: **3.** Alternativa **b**.

a) 15 cm c) 150 dm
b) 1 500 mm d) 0,15 km

4 Observe a planta baixa de uma clínica médica.



RENAN ORACIC/ ARQUIVO DA EDITORA

Considerando *u* como unidade de medida de área, equivalente à área de 1 quadradinho da malha, qual é a medida da área do consultório?

a) 19 *u* b) 40 *u* c) 19,5 *u* d) 49 *u*

4. Alternativa **a**.

5 Para emoldurar um espelho com formato hexagonal regular, com 25 centímetros de medida de lado, um marceneiro precisará de quantos centímetros de madeira? **5.** Alternativa **b**.

a) 175 cm c) 100 cm
b) 150 cm d) 50 cm

6 Um dos múltiplos do metro quadrado é o quilômetro quadrado (km²). Das situações a seguir, aquela em que é mais adequado o uso dessa unidade de medida é a medição: **6.** Alternativa **a**.

a) da área territorial de um país.
b) da área da superfície de uma mesa.
c) da área de um apartamento.
d) da área de uma tela de computador.

7 Uma folha de papel sulfite A4 tem dimensões 210 mm × 297 mm e área medindo 62 370 mm². A medida da área da superfície dessa folha, em cm², é igual a: **7.** Alternativa **c**.

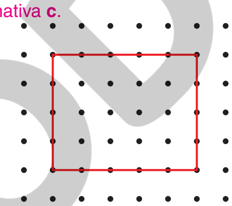
a) 6,237 c) 623,7
b) 62,37 d) 6 237

8 Uma região de reflorestamento tem área medindo 435,6 ha. Qual é a medida da área dessa região em alqueire goiano? **8.** Alternativa **d**.

a) 80 b) 111 c) 2 108 d) 90

9 Os pregos de um geoplano são enfileirados mantendo-se 3,5 cm de distância entre eles. A medida da área da superfície retangular desenhada nesse geoplano, ilustrado a seguir, é igual a: **9.** Alternativa **c**.

a) 196 cm².
b) 225 cm².
c) 245 cm².
d) 306,25 cm².



WLAMIR MIASIRO/ ARQUIVO DA EDITORA

Organizando

Organizando: As respostas para estas questões estão no *Manual*.

Vamos organizar o que você aprendeu neste capítulo? Para isso, responda às questões a seguir.

a) Cite duas unidades de medida de comprimento que você estudou, além do metro, e indique duas situações cotidianas em que cada uma delas pode ser utilizada.
b) Monte um esquema com a relação entre os múltiplos e os submúltiplos do metro e um esquema com a relação entre os múltiplos e os submúltiplos do metro quadrado.
c) Como você explicaria para um colega a diferença entre as grandezas perímetro e área?
d) Se triplicarmos as medidas dos lados de um quadrado, seu perímetro e sua área vão aumentar proporcionalmente?
e) Qual é o método prático para calcular a área de superfícies retangulares?

Verificando

Esses exercícios são mais uma oportunidade para o estudante validar o entendimento do conteúdo estudado neste capítulo. Instrua-os a retornarem às páginas anteriores caso alguma dúvida persista.

As resoluções dos **testes 1** a **9** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 11.

Organizando

Incentive os estudantes a organizarem seu aprendizado no caderno, fazendo resumos, mapas conceituais ou aplicando destaques para conceitos importantes.

As questões propostas têm como objetivo fazer com que eles retomem os conteúdos aprendidos no capítulo e que reflitam sobre algumas temáticas. Após sua correção é importante pedir aos estudantes que compartilhem suas respostas; essa estratégia permitirá o compartilhamento de dúvidas e percepções, contribuindo para o aprendizado de todos.

a) Resposta possível: quilômetro, utilizado na medição da distância entre dois pontos da cidade; polegada, utilizada na medição do comprimento da diagonal de telas de aparelhos eletrônicos.

b) Respostas possíveis:

$$\text{km} \underset{\div 10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{hm} \underset{\div 10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{dam} \underset{\div 10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{m} \underset{\div 10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{dm} \underset{\div 10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{cm} \underset{\div 10}{\overset{\times 10}{\rightleftarrows}} \text{mm}$$

$$\text{km}^2 \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} \text{hm}^2 \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} \text{dam}^2 \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} \text{m}^2 \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} \text{dm}^2 \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} \text{cm}^2 \underset{\div 100}{\overset{\times 100}{\rightleftarrows}} \text{mm}^2$$

c) Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes considerem que o perímetro está relacionado à medida do comprimento do contorno de uma figura plana e à soma das medidas dos comprimentos dos seus lados, enquanto a medida da área está relacionada à medida de uma superfície.

d) A medida do perímetro de um quadrado aumenta proporcionalmente quando as medidas dos comprimentos dos seus lados são triplicadas; a medida de sua área não, pois aumenta nove vezes.

e) Se soubermos as medidas dos comprimentos dos lados de uma superfície retangular plana, basta multiplicarmos a medida da base pela medida da altura do retângulo.

Diversificando

Esta seção aborda a composição de figuras com as peças do Tangram e áreas. Essas atividades com Tangram permitem que os estudantes desenvolvam, de forma lúdica, os conceitos de unidades de medida de superfície e equidecomponibilidade de figuras de mesma medida de área. Além disso, estimulam a criatividade e a cooperação, favorecendo o desenvolvimento das **competências gerais 2** e **9**.

Acompanhe a resolução da **atividade 1**:

Considerando o triângulo pequeno como unidade de medida de área, obtemos:

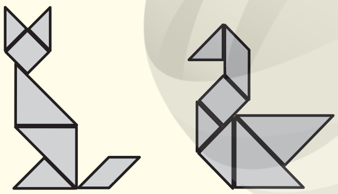
- 1 triângulo grande corresponde a 4 triângulos pequenos;
- 1 quadrado corresponde a 2 triângulos pequenos;
- 1 paralelogramo corresponde a 2 triângulos pequenos;
- 1 triângulo médio corresponde a 2 triângulos pequenos.

Portanto, o quadrado formado pelas sete peças tem medida de área igual a 16 triângulos menores.

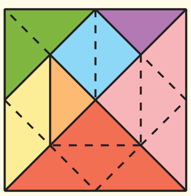
Como as figuras ao lado do quadrado maior são compostas por todas as 7 peças do Tangram, elas também têm 16 triângulos menores de medida de área.

Se a unidade de medida de área fosse o quadrado menor (**atividade 2**), a medida da área de uma figura construída com as 7 peças do Tangram seria igual a 8 quadrados menores.

Acompanhe uma solução para a **atividade 3**.



Acompanhe um possível esquema de composição para a **atividade 4**.

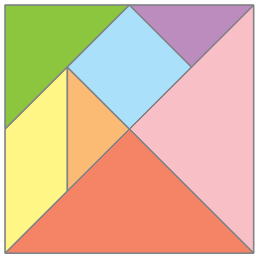


DIVERSIFICANDO

Tangram

O tangram é um antigo quebra-cabeça de origem chinesa composto de sete peças: cinco triângulos retângulos isósceles (dois triângulos pequenos, um médio e dois grandes), um quadrado e um paralelogramo.

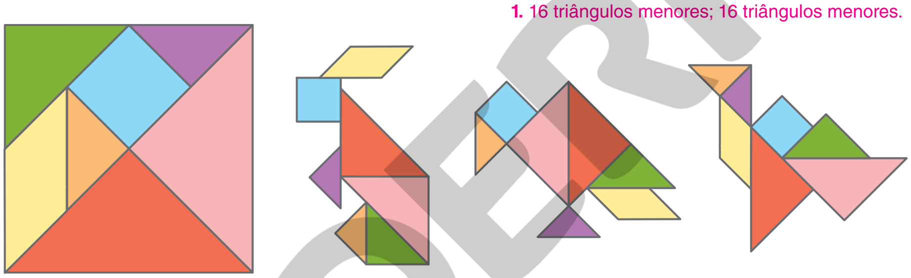
Com esse quebra-cabeça, é possível formar milhares de figuras diferentes.



Agora é com você! FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 No tangram, são necessários quatro triângulos pequenos para compor um triângulo grande. Já para compor o quadrado, o paralelogramo ou o triângulo médio, são necessários dois triângulos pequenos. Sabendo disso e tomando como unidade de medida de área o triângulo menor, qual é a medida da área do quadrado formado pelas sete peças? E a medida da área das figuras ao lado desse quadrado?

1. 16 triângulos menores; 16 triângulos menores.



2 Se a unidade de medida de área fosse o quadrado menor, qual seria a medida da área de uma figura construída com as sete peças do tangram? **2.** 8 quadrados menores.

3 Forme um grupo com três colegas. Em uma cartolina, desenhem as peças do tangram, recortem-nas e formem uma das figuras abaixo. Utilizem todas as peças sem sobrepor nenhuma.

3. Construção de figura.

(Use tesoura com ponta arredondada e a manuseie com cuidado!)

4 Ainda em grupo, usem a imaginação, inventem uma figura para ser formada com as peças do tangram e troquem com outro grupo. Não se esqueçam de fazer um esquema da composição da figura que vocês inventaram. **4.** Resposta pessoal.

Capítulo 12 Outras unidades de medida

CLAUDIA NEWLAND/AGE FOTOSOTOCK/EASYPIX BRASIL

Observe, leia e responda no caderno.

A sua sombra, projetada pelo Sol, com o passar do tempo:

a) tem sempre a mesma medida de comprimento?

b) está sempre na mesma posição em relação ao seu corpo?

c) pode ter comprimento de medida zero? Se sim, aproximadamente em qual hora do dia?

a) Espera-se que a resposta seja não.
b) Espera-se que a resposta seja não.
c) Espera-se que as respostas sejam sim e por volta do meio-dia.

Relógio de sol na Nova Zelândia. (Fotografia de 2012.)

Podemos dizer que uma das coisas que diferencia o ser humano de outros animais é a sua habilidade para medir. Medir implica comparar objetos da mesma grandeza.

De fato, estamos o tempo todo medindo. E, por falar em tempo, podemos obter as horas do dia por meio do comprimento da sombra na superfície de um relógio de sol.

309

Para responder ao **item c**, é importante que eles façam, em alguns dias, a medição do comprimento da sombra ao meio-dia e verifiquem que aproximadamente nesse horário ela assume o menor comprimento (podendo ser "zero" dependendo da região e da época do ano em que a medição é realizada).

Sugestão de leitura

Para enriquecer o trabalho, sugerimos o artigo:

ROMEY, K. Descoberto relógio de Sol feito para celebrar vitória em eleição romana. **National Geographic**, nov. 2017. Disponível em: https://www.nationalgeographicbrasil.com/historia/2017/11/descoberto-relogio-de-sol-feito-para-celebrar-vitoria-em-eleicao-romana. Acesso em: 10 maio 2022.

O artigo traz informações sobre a descoberta de um relógio de Sol em uma antiga cidade romana.

Capítulo 12 - Outras unidades de medida

Os objetivos deste capítulo e suas justificativas, as indicações das habilidades e competências específicas da Matemática (BNCC), além de outras informações, estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas.

Complementando o trabalho com **Grandezas e Medidas**, abordamos as grandezas tempo, volume, capacidade e massa, ampliando e aprofundando os conhecimentos que os estudantes construíram nos anos anteriores acerca desse tema.

Sempre que possível, recorra a materiais manipuláveis e modelos concretos, a fim de facilitar a compreensão pelos estudantes e tornar o aprendizado mais significativo.

Aproveite o tema da abertura e amplie a discussão sobre o relógio de Sol.

É possível realizar um trabalho interdisciplinar com Ciências explorando atividades em que os estudantes possam inferir que as mudanças na sombra de uma vara ao longo do dia são uma evidência dos movimentos relativos entre a Terra e o Sol. Sugerimos explorar com eles o fato de que essas mudanças podem ser explicadas por meio dos movimentos de rotação e translação da Terra em torno do Sol.

É importante que os estudantes realizem experimentos e meçam o comprimento da sombra de um objeto em diferentes dias e horários antes da discussão proposta nesta abertura. A realização desse experimento possibilita aos estudantes exercitarem a curiosidade intelectual desenvolvendo, assim, a **competência geral 2**. Além disso, por terem de argumentar e justificar os resultados e explicações sobre o experimento, podem desenvolver a **competência geral 7**.

Com base nos dados coletados na observação, eles poderão responder às questões indicadas em cada item.

No **item a**, espera-se que os estudantes percebam que a sombra tem diferentes medidas de comprimento, dependendo do horário em que a medição é feita.

No **item b**, espera-se que eles percebam que a posição da sombra em relação ao próprio corpo muda durante o dia.

1. Unidades de medida de tempo

Habilidade da BNCC: **EF06MA24**.

Nesta página, iniciamos o estudo da grandeza tempo e de suas principais unidades de medida: hora, minuto e segundo. Este conteúdo favorece o desenvolvimento da habilidade (EF06MA24), pois trabalha contextos relacionados a situações do dia a dia em que são utilizadas medidas de tempo.

Se possível, providencie diferentes modelos de relógios e cronômetros para que os estudantes percebam as diferenças entre eles. Aproveite o uso da tecnologia para observar esses instrumentos de medição em um celular. Converse com os estudantes sobre o registro de horários em relógios de ponteiros (analógicos) e em relógios digitais. Essa pode ser uma oportunidade para verificar os conhecimentos prévios dos estudantes na leitura das horas nesses dois tipos de relógio.

Ressalte o fato de a relação entre as unidades de tempo (hora, minuto e segundo) não ser decimal, mas sexagesimal.

1 Unidades de medida de tempo

No dia a dia, usamos diversos objetos para registrar o tempo. Vejamos alguns.

RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Com o calendário, medimos o dia, a semana, o mês e o ano.


IN GREEN/SHUTTERSTOCK

Com o relógio, medimos a hora, o minuto e o segundo.


GARSYA/SHUTTERSTOCK

Com o cronômetro, medimos tempos menores que 1 segundo.

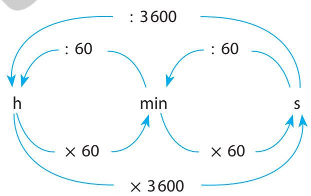
- Você conhece os objetos representados acima? Costuma usá-los? Em caso afirmativo, em quais situações? Resposta pessoal.

O Sistema Internacional de Unidades (SI) adota como unidade-padrão de medida de tempo o **segundo**, representado por **s**.

Dependendo do período que pretendemos medir, podemos usar outras unidades:

- **minuto** (**min**), que corresponde a 60 segundos;
- **hora** (**h**), que corresponde a 60 minutos, ou a 3 600 segundos ($60 \cdot 60$).

No esquema, mostramos como essas três unidades de medida de tempo se relacionam.



Observe como essas relações nos ajudam a resolver problemas do cotidiano.

Situação 1

O triatlo olímpico é uma modalidade esportiva composta de três provas: natação, ciclismo e corrida. Magda está treinando bastante para participar do campeonato estadual de triatlo olímpico. Em seu último treino, ela obteve os seguintes tempos: 22 min e 32 s na natação, 1 h 14 min e 43 s no ciclismo e 40 min e 13 s na corrida. Qual foi o tempo total de Magda nesse treino?

O tempo total de Magda é a soma dos tempos das provas:

$$\begin{array}{r} \text{22 min 32 s} \\ +\ \text{1 h 14 min 43 s} \\ \text{40 min 13 s} \\ \hline \text{1 h 76 min 88 s} \end{array}$$

Para converter os segundos em minutos e os minutos em horas, devemos responder às seguintes questões.

- Quantos minutos há em 88 segundos?

$$\begin{array}{r|l} 88 & 60 \\ \hline \underbrace{28}_{\text{segundos}} & \underbrace{1}_{\text{minuto}} \end{array} \longrightarrow 88\text{ s} = \underbrace{1\text{ min}}_{\text{Deve ser adicionado a 76 minutos.}}\ 28\text{ s}$$

- Quantas horas há em (76 + 1) minutos?

$$\begin{array}{r|l} 77 & 60 \\ \hline \underbrace{17}_{\text{minutos}} & \underbrace{1}_{\text{hora}} \end{array} \longrightarrow 77\text{ min} = \underbrace{1\text{ h}}_{\text{Deve ser adicionado a 1 h.}}\ 17\text{ min}$$

Assim, temos: $1\text{ h } 76\text{ min } 88\text{ s} = 1\text{ h } \underbrace{77}_{76\,+\,1}\text{ min } 28\text{ s} = \underbrace{2}_{1\,+\,1}\text{ h } 17\text{ min } 28\text{ s}$

Logo, o tempo total de Magda foi 2 h 17 min 28 s.

Situação 2

A 96ª edição da corrida de São Silvestre ocorreu em 31/12/2021, em São Paulo, com flexibilização do uso de máscaras durante a prova e sem a participação do público na Avenida Paulista. O etíope Belay Bezabh foi o campeão masculino da São Silvestre 2021, com o tempo de 44 min 54 s, e o brasileiro Daniel Nascimento foi o vice, com o tempo de 45 min 09 s.

Para calcular quanto tempo o etíope foi mais rápido do que o brasileiro, subtraímos o tempo de Bezabh do tempo de Daniel. Acompanhe.

$$\begin{array}{r} 45\text{ min } 09\text{ s} \\ -\ 44\text{ min } 54\text{ s} \\ \hline ? \end{array}$$

JOYCE CURY/PHOTOPRESS/GAZETA PRESS

Daniel e Bezabh na 96ª Corrida de São Silvestre, em São Paulo (SP). (Fotografia de 2021).

Como não conseguimos subtrair 54 de 09, pois 09 é menor que 54, devemos transformar o tempo de Daniel. Como 1 minuto = 60 segundos, temos:

$$45\text{ min } 09\text{ s} = 44\text{ min } 60\text{ s} + 09\text{ s} = 44\text{ min } 69\text{ s}$$

Assim, podemos escrever o tempo de Daniel como 44 min 69 s e resolver a subtração:

$$\begin{array}{r} 44\text{ min } 69\text{ s} \\ -\ 44\text{ min } 54\text{ s} \\ \hline 0\text{ min } 15\text{ s} \end{array}$$

Logo, o etíope foi 15 s mais rápido que o brasileiro.

Unidades de medida de tempo

Converse com os estudantes sobre o procedimento associado à realização de cada operação com as medidas de tempo. Na adição e na subtração, embora o sistema não seja decimal, a ideia é a mesma do algoritmo usual para os números naturais:

- adicionamos os segundos, transformando em minutos a partir de 60 segundos; e adicionamos os minutos, transformando em horas a partir de 60 minutos;
- diminuímos os segundos, trocando minutos por segundos caso seja necessário; diminuímos os minutos, trocando horas por minutos caso seja necessário, o suficiente para efetuar a subtração, desde que a medida do minuendo seja maior ou igual à medida do subtraendo.

Apresente aos estudantes mais exemplos dessas operações e explore com eles também os procedimentos da multiplicação de um número natural por uma medida de tempo, da divisão de uma medida de tempo por um número natural não nulo e da divisão de duas medidas de tempo em uma mesma unidade (por meio da comparação, ou seja, quantas vezes cabe).

Trabalhando a informação

Habilidade da BNCC: **EF06MA34**.

Essa seção desenvolve a habilidade (EF06MA34), pois são trabalhados diferentes fluxogramas simples.

Converse com os estudantes sobre as etapas da fabricação de um produto, indicadas no primeiro fluxograma da página. Incentive-os a descrever a ordem das etapas e o que acontece se alguma delas não for concluída. Pergunte a eles também qual é o resultado esperado para o processo indicado no fluxograma da fabricação de um produto.

Semelhantemente, explore o fluxograma que indica realização de um trabalho escolar em grupo. Além disso, para valorizar e explorar as culturas juvenis, podem ser propostos outros contextos do interesse dos estudantes em que eles descrevam situações que sejam realizadas em etapas (por exemplo, as regras de um jogo e o modo de jogar), organizem e registrem o texto de cada etapa e, depois, o representem por meio de um fluxograma.

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

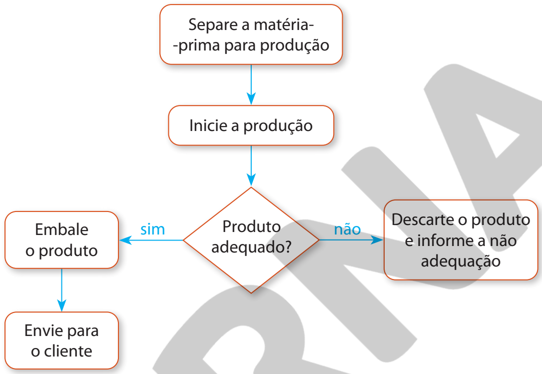
Fluxogramas como organizadores de tarefas

Em diferentes momentos, neste livro, você interpretou ou construiu fluxogramas que organizavam um conjunto de passos a ser seguido.

Muitas empresas elaboram fluxogramas que indicam as etapas de produção, desde a fabricação de um produto até o envio a um cliente. Observe um exemplo simplificado.

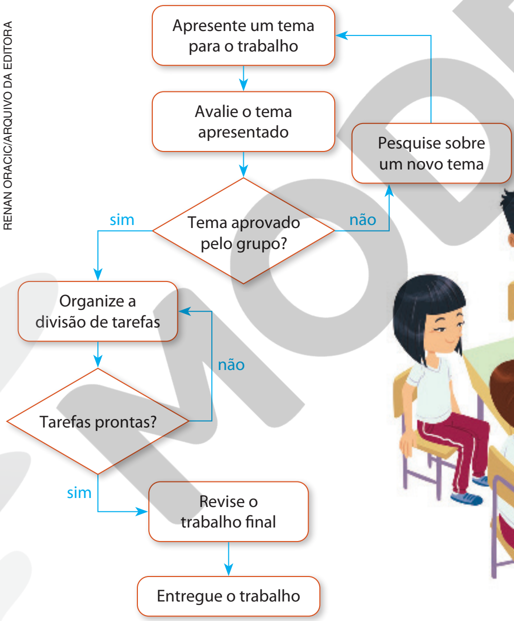

INDUSTRYVIEWS/SHUTTERSTOCK

Funcionária de uma empresa de alimentos conferindo a adequação do produto.



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

Fluxogramas também podem auxiliar na organização de um trabalho escolar a ser realizado em grupo, como no exemplo a seguir:



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA


ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Considerando o fluxograma da empresa, responda:

a) Quais foram as etapas indicadas?

1. a) Separar a matéria prima, iniciar a produção, verificar a adequação do produto produzido; em caso afirmativo, embalar e enviar o produto ao cliente. Em caso negativo, descartar e informar a inadequação do produto.

b) Qual é a importância de verificar a adequação do produto, como indicado em uma das etapas do fluxograma? **1. b)** Para descartar produtos impróprios para uso do cliente.

c) Suponha que cada uma dessas etapas tenha etapas intermediárias. Elabore um fluxograma com as etapas que possam fazer parte do processo de envio do produto ao cliente.

1. c) Resposta pessoal.

2 Observe o fluxograma sobre as etapas do trabalho escolar e responda:

a) O que ocorrerá se o tema proposto não for aprovado pelo grupo? **2. a)** Os estudantes devem fazer uma nova pesquisa de tema.

b) E o que deve ocorrer se as tarefas não estiverem prontas? **2. b)** Os estudantes devem retomar a etapa de organização das tarefas.

c) Considerando que faltou uma etapa de desenvolvimento das tarefas, em que momento você indicaria essa etapa no fluxograma? **2. c)** Resposta possível: após a divisão de tarefas.

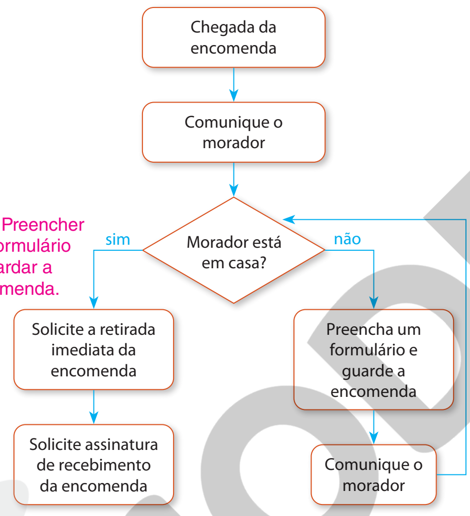
3 A síndica de um prédio fez um fluxograma com os passos a serem seguidos pelos funcionários após o recebimento de uma entrega.

a) Segundo o fluxograma, qual é a primeira ação a ser realizada pelo funcionário que receber a encomenda? **3. a)** Comunicar o morador.

b) O que o funcionário deve fazer se o morador não estiver em casa? **3. b)** Preencher um formulário e guardar a encomenda.

c) Alguma representação nesse fluxograma poderia ser suprimida? Qual seria essa indicação e porque você a retiraria?

3. c) Resposta possível: seria possível retirar a representação de comunicar o morador após o preenchimento do formulário, pois já há a representação de uma etapa com esse comando, após a chegada da encomenda.



RENAN ORACIC/ARQUIVO DA EDITORA

4 Bruno vai fazer a programação de um sistema eletrônico de atendimento ao cliente por telefonia e, para isso, deve considerar as seguintes etapas:

- Inicialmente o cliente deverá se identificar digitando o número de um documento ou o número do pedido.
- Depois, deverá ser direcionado para diferentes grupos de atendimento, conforme a opção desejada: Reclamações, Trocas e devoluções, Entrega ou Financeiro.
- Em Trocas e devoluções, deverá escolher entre trocar um produto ou devolvê-lo.
- O atendimento deve ser finalizado atribuindo-se uma nota de 1 a 5. **4. a)** Construção de figura.

a) Elabore um fluxograma com as etapas de atendimento a partir da identificação do cliente.

b) Compare seu fluxograma com o de um colega e verifique se há mais de uma forma de construí-lo.

4. b) Resposta pessoal.

5 Pense em uma tarefa que costuma fazer com certa frequência, por exemplo, ir à escola. Elabore um fluxograma com as etapas que executa para a realização da tarefa. **5.** Resposta pessoal.

313

Agora quem trabalha é você!

Retome o uso de fluxogramas simples para representar a fabricação de um produto ou a realização de um trabalho escolar em grupo.

Na **atividade 1**, verifique se os estudantes compreendem e listam as cinco etapas indicadas no fluxograma e se percebem a importância da etapa de verificação do produto. A resolução do **item c** está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 12.

Na **atividade 2**, deve-se considerar que há duas perguntas que condicionam o avanço para uma nova etapa ou o retorno para uma etapa anterior. Verifique se os estudantes compreendem como respostas afirmativas ou negativas a essas perguntas alteram o fluxo dos processos indicados.

Na **atividade 3**, os estudantes devem considerar as etapas de recebimento da encomenda e de comunicar o morador e, ainda, compreender para qual etapa a seta “não” para “Morador está em casa?” indica no fluxograma.

Para a **atividade 4**, auxilie os estudantes na elaboração do fluxograma e a compararem seu fluxograma com o dos colegas. Oriente-os, após essa comparação, a realizar ajustes nas etapas se acharem conveniente. Um exemplo de resolução para esta atividade está no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 12.

Em relação à **atividade 5**, incentive os estudantes a escolherem um contexto significativo para a realidade deles, mas auxilie-os a simplificar as etapas, caso necessário.

Exercícios propostos

O **exercício 1** possibilita trabalhar o calendário e o calendário escolar. Analise as datas comemorativas do ano escolar ou do município.

Para resolver o **exercício 2**, deve-se considerar que das 17h à 1h há 8 horas. Assim, o descanso foi de 30 min a partir das 20h, e de 30 min a partir das 23h30. Assim, no total, foram trabalhadas 7 horas. Como 1 hora corresponde a 60 min, então 7 horas equivalem a 420 min ($7 \cdot 60 = 420$). Logo, o tempo destinado a cada história é dado por 420 : 30, ou seja, 14 min.

No **exercício 3**, elabore uma só tabela com todos os estudantes da classe, que pode resultar em um instrumento de discussão e de orientação para o bom uso do tempo dos estudantes em casa e na escola.

No **exercício 4**, pode-se propor a elaboração coletiva para um tema em comum e, depois, solicitar aos estudantes que escolham outro contexto para elaborar o próprio problema e trocar com um colega. Proponha que alguns dos problemas elaborados sejam resolvidos na lousa por alguns estudantes.

Após a elaboração proposta no **exercício 5**, oriente os estudantes a compartilhar os fluxogramas elaborados e as receitas pesquisadas. Caso tenha possibilidade, uma das receitas pode ser a escolhida para ser realizada com o auxílio dos estudantes.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Ano escolar é o período em que são realizadas todas as atividades escolares. Verifique o calendário da escola onde você estuda e responda às questões a seguir.

a) Que dias marcam o início e o fim do ano escolar? Quantos dias tem o ano escolar?

b) Dia letivo é o dia em que há aula. Quantos dias letivos o calendário escolar registra para cada bimestre? E para cada semestre?

c) Verifique se o calendário da escola onde você estuda está de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), que estabelece um mínimo de 200 dias letivos para o ano escolar.

d) Em que horário começa e termina o recreio? E cada uma das aulas? Quantos minutos tem o recreio? E cada aula? **1.** Respostas pessoais. As respostas aos itens **a** a **c** dependem do calendário da escola.

2 (UPM-SP)

HAGAR, O HORRÍVEL, DIK BROWNE © 2006 CHRIS BROWNE-KING FEATURES/DISTR. BULLS

Se, durante o seu turno de trabalho, das 17 h à 1 h, o dono do bar decidiu ouvir 30 histórias, descansando 30 minutos a cada 3 horas, o tempo que ele destinou a cada história, em minuto, foi: **2.** Alternativa **c**.

a) 12. **b)** 18. **c)** 14. **d)** 16. **e)** 15.

3 Faça uma pesquisa com 8 colegas da classe sobre a distribuição do tempo de cada um no dia a dia: quantas horas e minutos gastam por dia com cuidados pessoais (sono, descanso, higiene), com trabalhos escolares, com lazer e outras atividades.

Organize os dados em uma tabela como esta, com 5 colunas e 9 linhas. Não se esqueça de dar um título e uma fonte à tabela.

MODELO

Nome	Cuidados pessoais	Trabalhos escolares	Lazer	Outras atividades

• Calcule a média aritmética das 8 pessoas para cada atividade. **3.** As respostas dependem dos dados coletados.

4 *Hora de criar* – Elabore um problema sobre medida de tempo, por exemplo, sobre a duração de um percurso, um filme etc. Troque com um colega. Depois de cada um resolver o problema elaborado pelo outro e avaliar se esse problema foi interessante, destroquem para corrigi-los. **4.** Resposta pessoal.

5 *Hora de criar* – Pesquise na internet ou com um de seus familiares o passo a passo a ser seguido para fazer um bolo. Considere os ingredientes e o tempo em que o bolo deve ficar no forno. Elabore um fluxograma que indique esses passos e, depois, compartilhe-o com um colega. Comparem para identificar as semelhanças e diferenças. Depois, façam uma análise para verificar se as etapas foram devidamente representadas. **5.** Construção de figura.

314

2 Volume

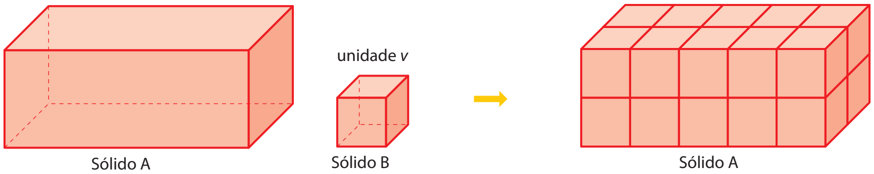
Mochilas volumosas, em geral, não são adequadas, pois, quando cheias, podem ultrapassar 10% do peso corporal de quem a carrega, o que não é recomendado para se ter uma coluna saudável.

ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Volume é uma grandeza associada ao espaço ocupado por um sólido, por um líquido ou por um gás.

Para calcular a medida do volume de um sólido, devemos comparar seu volume com o volume de outro sólido, tomado como unidade de medida.

Considere, por exemplo, o sólido A, a seguir. Vamos obter a medida do volume desse sólido, empregando como unidade de medida o volume do sólido B.

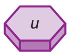


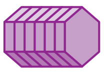
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

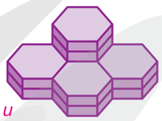
Observando as figuras, verificamos que o sólido B cabe 20 vezes no sólido A. Então, considerando o volume do sólido B igual a 1 unidade de medida *v*, dizemos que a medida do volume do sólido A é 20 na unidade *v*. **Comentário:** Nesta abordagem sobre medição, consideramos três componentes: a grandeza (volume), o objeto geométrico (sólido) e a medida (número).

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

6 Determine a medida do volume dos sólidos a seguir considerando  como unidade de medida.

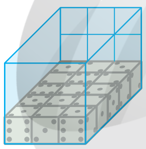
a) 

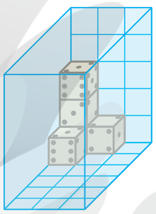
b) 

6. a) 6 *u*

6. b) 10 *u*

7 Estime quantos dados ainda cabem em cada caixa.

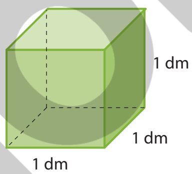
a) 

b) 

7. a) 30 dados.

7. b) 85 dados.

8 Tiago construiu com cartolina vários cubos com arestas medindo 1 dm.



ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quantos cubos iguais a esse Tiago precisa construir para, empilhando, formar um cubo de aresta medindo 2 dm? **8. a)** 8 cubos.

b) E para formar um cubo de aresta medindo 3 dm? **8. b)** 27 cubos.

c) E um cubo de aresta medindo 5 dm? **8. c)** 125 cubos.

9 Tenho 400 cubinhos de aresta medindo 1 cm para montar o maior cubo possível. Quantos cubinhos devo desprezar? Quantos centímetros terá a medida de sua aresta?

9. 57 cubinhos; 7 cm.

Já no **exercício 9**, os estudantes precisam determinar intuitivamente a maior raiz cúbica natural menor do que 400. Podem resolver por tentativa e erro, ao perceber, por exemplo, que $6^3 = 216$ e $8^3 = 512$; portanto, o número de cubinhos deve ser 7, pois $7^3 = 343$. Assim, são desprezados 57 cubinhos $(400 - 343 = 57)$, e as arestas medirão 7 cm $(7 \cdot 1 = 7)$.

2. Volume

Habilidade da BNCC: **EF06MA24**.

Nesta página, tratamos da noção de volume por meio da associação com o espaço ocupado por blocos retangulares, ampliando e aprofundando os conhecimentos que os estudantes já têm sobre esse tema, desenvolvido em anos anteriores e possibilitando o desenvolvimento da habilidade (EF06MA24). O contexto trabalhado neste tópico, possibilita desenvolver atividades envolvendo o Tema Contemporâneo Transversal **saúde**. Pode-se incentivar os estudantes a determinarem aproximadamente o volume das mochilas escolares e a verificar a quantidade de massa média que eles levam diariamente para a escola.

Exercícios propostos

No **exercício 6**, explique aos estudantes que, no **item a**, todos os sólidos que compõem a figura têm uma parte visível e, no entanto, o mesmo não ocorre no **item b**, pois há figuras "escondidas" correspondentes a 2 sólidos utilizados como unidade de medida de volume.

As resoluções dos **exercícios 7** e **8** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 12.

Após a resolução do **exercício 7**, se julgar adequado, reúna os estudantes em grupos, para observarem diferentes resoluções e justificativas.

No **exercício 8**, incentive os estudantes a justificarem as respostas e a representar com o material dourado os cubos pretendidos em cada item. Os cubinhos deste material podem representar o cubo de arestas de medida 1 dm. Questione-os, por exemplo, se com apenas 4 cubinhos é possível representar um cubo de arestas de medida 2 dm como proposto no **item a**, conduzindo-os a perceber a relação entre a medida da aresta e o volume de cubos.

Exercícios propostos

Com o **exercício 10**, incentive os estudantes a utilizarem um contexto relevante para elaborar os problemas. Possibilite que alguns problemas sejam resolvidos na lousa, incluindo-se a correção do enunciado elaborado, se for necessário.

Pense mais um pouco...

Nesta seção, sugerimos que os estudantes utilizem os cubinhos do material dourado para representar as caixinhas cúbicas e fazer algumas investigações concretamente. Essas atividades propiciam o desenvolvimento da habilidade (EF06MA12), à medida que os estudantes precisam fazer estimativas e utilizar potências de 10 para responder ao que é proposto.

No **item a**, como cada caixinha tem 1 cm de comprimento, são necessárias 1 000 caixinhas (pois 10 m = 1 000 cm e 1 000 : 1 = 1 000). Assim, são necessárias 10^3 caixinhas ($1\,000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$). A resolução do **item b** é análoga à do **item a**.

No **item c**, como são 10^3 caixinhas na largura e 10^3 no comprimento da sala, o total é dado por $10^3 \cdot 10^3$, ou seja, é igual a 10^6 caixinhas.

Para resolver o **item d**, devemos considerar que, para que a medida da altura de um empilhamento das caixinhas equivalha a 1 m, é necessário empilhar 100 caixinhas (pois 1 m = 100 cm e 100 : 1 = 100). Como $100 = 10 \cdot 10 = 10^2$, são necessárias 10^2 caixinhas.

Para resolver o **item e**, basta multiplicar os totais de caixinhas correspondentes à medida da largura, do comprimento e da altura.

No **item f**, como na atividade o espaço ocupado por uma bolinha de gude é equivalente ao ocupado por uma caixinha de arestas de medida 1 cm, e como na sala de aula considerada cabem 108 caixinhas, logo, cabem 108 bolinhas de gude.

10 *Hora de criar* – Troque com um colega um problema, criado por vocês, sobre, por exemplo, volumes de uma caixa de sapatos e da carroceria tipo baú de um caminhão. Depois de cada um resolver o problema elaborado pelo outro e avaliar se esse problema foi pertinente, destroquem para corrigi-los. **10.** Resposta pessoal.

Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Quantas bolinhas de gude cabem na sala de aula em que você estuda?

Fica difícil responder prontamente a uma pergunta como essa com exatidão, não é? Mas podemos fazer alguns cálculos aproximados usando potências de dez.

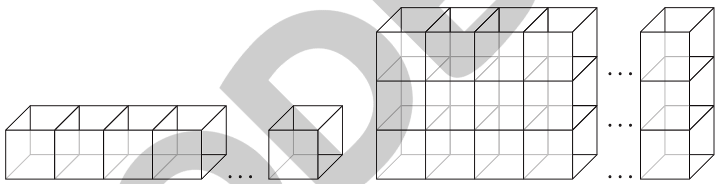
ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

$$1 = 10^0,\ 10 = 10^1,\ 100 = 10^2,\ 1\,000 = 10^3 \text{ etc.}$$

Para começo de conversa, algumas considerações:

- Ao juntar muitas bolinhas, ficam espaços entre elas, assim elas ocupam o mesmo espaço de caixinhas cúbicas. Então vamos pensar em caixinhas.
- Uma caixinha com uma bolinha de gude é um cubo com aresta de medida mais próxima de 1 cm ou de 10 cm? Vamos considerar que seja mais próxima de 1 cm.
- A medida do comprimento da sala está mais perto de 1 m ou de 10 m? E a da largura? E a da altura? Vamos considerar as medidas 10 m, 10 m e 1 m, respectivamente para comprimento, largura e altura. E vamos lembrar:

$$10 \text{ m} = 10 \cdot 100 \text{ cm} = 1\,000 \text{ cm} = 10^3 \text{ cm};\ 1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}.$$



fileira de caixinhas

placa de caixinhas

ILUSTRAÇÕES: SIDNEY MEIRELES/ARQUIVO DA EDITORA

Agora, usando potência de 10, responda às perguntas a seguir. *Pense mais um pouco...:*

a) Quantas caixinhas são necessárias para fazer uma fileira considerada de 10 m e, assim, ter a medida do comprimento da sala? **a)** 10^3 caixinhas.

b) Quantas dessas fileiras de caixinhas são necessárias para cobrir a largura da sala considerada, que tem medida de 10 m? **b)** 10^3 fileiras.

c) Todas as caixinhas das fileiras do item **b** formam uma camada (placa) que cobre todo o chão da sala. Quantas caixinhas são? **c)** $10^3 \cdot 10^3 = 10^6$ (10^6 caixinhas).

d) Quantas camadas iguais às do item **b** são necessárias para que, uma camada sobre a outra, tenham uma altura de medida 1 m ou 10^2 cm? **d)** 10^2 camadas.

e) As camadas de caixinhas, umas sobre as outras, formam um bloco. Esse bloco tem 10^3 caixinhas por 10^3 caixinhas por 10^2 caixinhas. Quantas caixinhas são ao todo?

f) Quantas bolinhas de gude cabem na sala de aula considerada? **f)** 10^8 bolinhas de gude.

e) $10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^2 = 10^8$ (10^8 caixinhas).

3 Unidades de medida de capacidade

Um líquido, quando colocado em um recipiente, toma a forma desse recipiente.

ELENA ELISSEEVA/SHUTTERSTOCK ADISA/SHUTTERSTOCK EVGENY KARANDAEV/SHUTTERSTOCK SERGIEIEV/SHUTTERSTOCK AFRICA STUDIO/SHUTTERSTOCK

Chamamos capacidade o volume do interior de um recipiente.

> **Capacidade** é a grandeza associada ao espaço interno de um recipiente que pode ser preenchido, por exemplo, por um líquido ou um gás.

O Sistema Internacional de Unidades adota como unidade padrão de medida de capacidade o **litro**, representado por (L).

Para medir capacidades maiores que o litro, empregamos seus múltiplos: **quilolitro** (**kL**), **hectolitro** (**hL**) ou **decalitro** (**daL**).

Para medir capacidades menores que o litro, empregamos seus submúltiplos: **decilitro** (**dL**), **centilitro** (**cL**) ou **mililitro** (**mL**).

ILUSTRAÇÕES: ARTUR FUJITA/ ARQUIVO DA EDITORA

Você já deve ter percebido que muitos produtos são comercializados em embalagens de 1 litro.

Mas, no dia a dia, é mais comum usar o mililitro para medir pequenas capacidades, como no caso de garrafas de água de 500 mL ou de frascos de remédios.

ILUSTRAÇÕES: CLÁUDIO CHIYO/ ARQUIVO DA EDITORA

3. Unidades de medida de capacidade

Habilidade da BNCC: **EF06MA24**.

Este tópico possibilita desenvolver a habilidade (EF06MA24), ao trabalhar unidades de medida de capacidade. Para tratar do conceito de capacidade apresentado nesta página, promova uma roda de conversa com os estudantes para que exponham o que conhecem dessa grandeza. Peça a eles que exemplifiquem produtos que são vendidos em litros e que identifiquem outras situações de uso de unidades de medida de capacidade. Espera-se que reconheçam também o mililitro.

317

Unidades de medida de capacidade

Discuta com os estudantes o quadro das unidades de medida de capacidade apresentado e as relações dessas unidades (múltiplos e submúltiplos do litro) com o litro (unidade padrão de medida de capacidade). Para isso, espera-se que os estudantes mobilizem os conhecimentos sobre números racionais na forma decimal (ou mesmo fracionária). Como ampliação, proponha a eles questões como:

- Quanto é um quarto de 1 litro? (Resposta: 0,25 litro)
- Quanto é metade de 1 litro? (Resposta: 0,5 litro)
- Quanto é três quartos de 1 litro? (Resposta: 0,75 litro) Nesse caso, verifique se os estudantes percebem que três quartos correspondem à adição de um quarto com a metade.
- Quanto é um oitavo de 1 litro? (Resposta: 0,125 litro)
- Quanto é dois oitavos de 1 litro? (Resposta: 0,25 litro) Nesse caso, verifique se os estudantes percebem que dois oitavos correspondem a um quarto.

Exercícios propostos

Com o **exercício 11**, retome com os estudantes a leitura de unidades de medida de capacidade relacionando os símbolos do litro e de seus múltiplos e submúltiplos em contextos do cotidiano.

Para o **exercício 12**, possibilite aos estudantes trocar as informações e comparar as medidas de capacidade da caixa-d'água do lugar onde moram com a da escola, por exemplo.

Se possível, proponha aos estudantes que levem embalagens limpas e vazias e com o rótulo, a fim de comparar os diferentes formatos dessas embalagens com sua capacidade.

No **exercício 13**, oriente-os a fazer a tarefa externa previamente e com a supervisão de um adulto responsável; na sala, organizados em grupos, proponha aos estudantes que comparem suas listas com as dos colegas e elaborem uma lista comum do grupo para apresentar a toda a turma. Valide as pesquisas dos estudantes na apresentação dos grupos.

O quadro a seguir apresenta o nome das unidades de medida de capacidade (linha lilás), os símbolos correspondentes (linha verde) e os valores em relação ao litro (linha amarela).

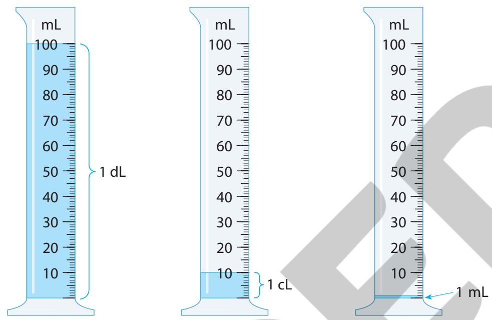
Múltiplos			Unidade padrão	Submúltiplos		
quilolitro	hectolitro	decalitro	litro	decilitro	centilitro	mililitro
kL	hL	daL	L	dL	cL	mL
1 000 L	100 L	10 L	1 L	0,1 L	0,01 L	0,001 L

Observe que o litro, seus múltiplos e submúltiplos mantêm uma relação decimal, do mesmo modo que o metro e os respectivos múltiplos e submúltiplos: cada 10 unidades equivalem a 1 unidade da medida de capacidade imediatamente superior. Por exemplo: 10 cL = 1 dL e 10 hL = 1 kL.

Existem recipientes próprios para medir capacidades. Um exemplo é a proveta, que é feita de vidro ou de plástico e é bastante usada em laboratórios químicos e farmacêuticos.

Nas provetas representadas, é possível perceber a relação entre os submúltiplos do litro:

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA



DAVID J. GREEN – STUDIO/ALAMY/FOTOARENA

Proveta com 90 mL de água com corante.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

11 Represente as medidas de capacidade usando algarismos e símbolos.

a) Oito litros. **11. a)** 8 L

b) Cinco quilolitros. **11. b)** 5 kL

c) Oitenta mililitros. **11. c)** 80 mL

12 Descubra a medida da capacidade da caixa-d'água da casa ou do prédio em que você mora.

12. Resposta pessoal.

13 Vá a um comércio próximo da casa em que você mora (supermercado, por exemplo) e faça uma lista de 10 produtos que tenham embalagens cuja unidade de medida seja de capacidade.

13. Resposta pessoal.

Transformação de unidades de medida

Em algumas situações, é conveniente transformar uma medida de capacidade em outra.

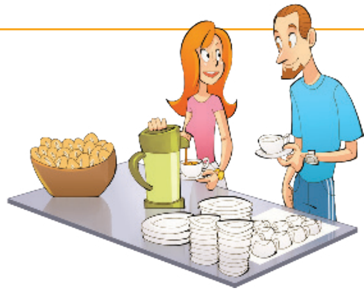
Sabemos que cada unidade de medida de capacidade corresponde a 10 vezes a unidade imediatamente inferior. Isso possibilita montar o seguinte esquema para a conversão de unidades de medida de capacidade:

$$kL \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} hL \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} daL \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} L \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} dL \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} cL \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} mL$$

318

Acompanhe situações em que aplicamos a transformação de unidades de medida de capacidade.

Situação 1



CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

Uma garrafa térmica com 1,20 L de medida de capacidade está cheia de chá. Quantas xícaras de 150 mL é possível servir?

De início, transformamos 1,20 L em mililitros:

$$\text{L} \xrightarrow{\times 10} \text{dL} \xrightarrow{\times 10} \text{cL} \xrightarrow{\times 10} \text{mL}$$

Para isso, multiplicamos 1,20 por $10 \cdot 10 \cdot 10$, ou seja, multiplicamos 1,20 por 1 000.

Assim, 1,20 L = 1 200 mL $(1{,}20 \cdot 1\,000)$

Em seguida, dividimos 1 200 por 150, para obter o número de xícaras: $1\,200 : 150 = 8$.

Portanto, com uma garrafa de 1,20 L é possível servir 8 xícaras de chá cheias.

Situação 2

Vamos calcular agora a medida da capacidade, em litro, de uma garrafa térmica que pode conter, no máximo, 10 xícaras de chá cheias com 200 mL cada uma.

A quantidade, em mililitro, de 10 xícaras cheias é dada por: $(10 \cdot 200) = 2\,000$ (2 000 mL).

Precisamos transformar 2 000 mL em litros:

$$\text{L} \xleftarrow{:\,10} \text{dL} \xleftarrow{:\,10} \text{cL} \xleftarrow{:\,10} \text{mL}$$

Para isso, dividimos 2 000 por 10, novamente por 10 e mais uma vez por 10, ou seja, dividimos 2 000 por 1 000 $(10 \cdot 10 \cdot 10)$.

Assim: 2 000 mL = 2 L (2 000 : 1 000).

Portanto, a medida da capacidade dessa garrafa térmica é igual a 2 L.

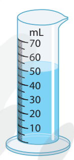
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

14 Considerando o líquido contido na proveta, dê sua medida em:

a) decilitro; **14. a)** 0,5 dL

b) centilitro. **14. b)** 5,0 cL



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

15 Um médico receitou a Amanda que tomasse diariamente 10 mL de um xarope durante 8 dias, 4 vezes ao dia. Esse xarope é vendido em frascos de 240 mL. Um frasco será suficiente para Amanda fazer esse tratamento? Sobrará xarope? Em caso afirmativo, quanto? **15.** Sim; sim; 160 mL.

Transformação de unidades de medida

Converse com os estudantes sobre as situações propostas, verificando se compreenderam o processo de cada transformação.

Sugira na lousa outras conversões entre as unidades de medida de capacidade mais usuais. Se julgar conveniente, sorteie estudantes para apresentar como fizeram cada uma das transformações.

Aproveite o contexto destas situações e proponha aos estudantes que realizem a leitura das medidas de capacidade indicadas de diferentes maneiras. Por exemplo, 1,20 L pode ser lido como "um litro e 20 decilitro" ou como "um litro e 200 mililitros". Neste último tipo de leitura, mais próxima daquela utilizada no dia a dia, os estudantes podem compreender como realizar de outras maneiras as transformações de litro para outra medida como o mililitro.

Exercícios propostos

Para responder ao **exercício 14**, os estudantes devem interpretar a medida indicada na proveta e fazer a conversão correta para cada caso. Assim:

a) 50 mL = (50 : 100) dL = 0,5 dL

b) 50 mL = (50 : 10) cL = 5,0 cL

Considerando a quantidade de xarope a ser tomado diariamente (5 mL), a quantidade de dias (8 dias) e a quantidade de vezes ao dia (4 vezes), os estudantes devem realizar a seguinte operação para resolver o **exercício 15**:

$5 \cdot 8 \cdot 4 = 160$

Logo, Amanda tomará 160 mL de xarope.

Como no frasco há 240 mL, sobrarão 80 mL de xarope (240 – 160 = 80).

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 16** a **19** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 12.

No **exercício 16**, procure conversar antecipadamente com o professor de Ciências para saber que outros assuntos poderão ser discutidos com os estudantes. Devemos estar atentos para que essa interdisciplinaridade seja frequente e interessante.

Ao resolver esse exercício, espera-se que os estudantes mobilizem seus conhecimentos acerca da interpretação e da construção de gráficos de barras feitas em capítulos anteriores. Proponha a elaboração de outras perguntas com base no gráfico construído e faça uma correção coletiva dessas questões.

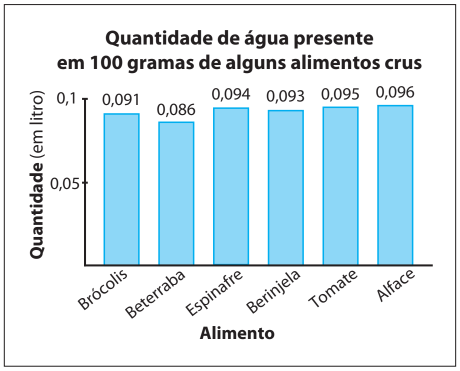
No **exercício 17**, espera-se que os estudantes utilizem a relação 1 L = 1 000 mL. Desse modo, sabendo que em cada colher de sopa cheia cabem 10 mL, basta que eles determinem quantas colheres de sopa cheias equivalem a 1 000 mL, ou seja, quantas vezes 10 mL cabem em 1 000 mL (1 000 : 10 = 100). Portanto, 100 colheres de sopa cheias equivalem a 1 000 mL, isto é, a 1 L.

O **exercício 18** possibilita uma boa oportunidade para conversar com os estudantes sobre o papel deles como cidadãos ao refletirem sobre a temática sustentabilidade. É importante explicar como os dados numéricos e estatísticos se refletem no cotidiano e o que pode e deve ser feito para minimizar os danos ao meio ambiente e, consequentemente, para a preservação da vida no planeta. Comente com os estudantes que evitar desperdícios e reduzir o consumo de água sempre que possível são algumas atitudes que podem ser tomadas para ter um consumo consciente da água. Ao trabalhar a importância dessas atitudes, contribui-se para o desenvolvimento da **competência geral 7** e dos Temas Contemporâneos Transversais **educação ambiental** e **vida familiar e social**.

16. d) Não. O quilolitro é utilizado para medir grandes volumes.

16 Observe o gráfico a seguir.

ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA



Dados obtidos em: TABELA Brasileira de Composição de Alimentos. 4. ed. Disponível em: http://www.tbca.net.br/base-dados/composicao_estatistica.php. Acesso em: 13 fev. 2022.

16. b) 0,002 litro.
16. c) Construção de gráfico.

Considerando o gráfico, faça o que se pede.

a) Indique o alimento que tem maior quantidade de água. 16. a) Alface.
b) Encontre a diferença entre as quantidades de água presentes em 100 gramas de alface e em 100 gramas de espinafre.
c) Construa um gráfico de barras mostrando a quantidade de água, em mililitro, existente em 100 gramas dos alimentos que constam no gráfico de colunas.
d) O quilolitro é uma unidade de medida adequada para medir a quantidade de água existente nesses alimentos? Justifique sua resposta.
e) Quantos mililitros de água estão presentes em 100 gramas de brócolis? 16. e) 91 mililitros.

17 Em uma colher de sopa (cheia) cabem 10 mL. Quantas dessas colheres de sopa (cheias) equivalem a 1 L? 17. 100 colheres.

18 Você sabe o que é **sustentabilidade**?

É uma proposta de todos os que se preocupam com o destino de nosso planeta para que a atuação humana use os recursos naturais com consciência, de modo que as futuras gerações também possam usufruir desses recursos.

A Organização das Nações Unidas (ONU) considera suficiente um consumo diário de 110 litros de água por pessoa. Acompanhe algumas informações dadas pela Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (Sabesp) em seu *site* http://www.sabesp.com.br. Acesso em: 13 fev. 2022.

18. b) 150 L; 4 500 L; 54 750 L.
18. d) Quase 23 caixas d'água.

Gotejando, uma torneira chega a desperdiçar 46 litros de água por dia.

No banho com chuveiro elétrico, em 15 minutos com o registro meio aberto, são gastos 45 litros de água. Se fecharmos o registro ao nos ensaboar e reduzirmos o tempo para 5 minutos, o consumo cairá para 15 litros.

Lavar calçada com a mangueira (a chamada "vassoura hidráulica") traz grandes prejuízos. Em 15 minutos são perdidos 279 litros de água.

Se uma pessoa escova os dentes em 5 minutos com a torneira não muito aberta, gasta 12 litros de água. Mas, se molhar a escova e fechar a torneira enquanto escova os dentes e, ainda, enxaguar a boca com um copo de água, conseguirá economizar mais de 11,5 litros de água.

ILUSTRAÇÕES: JOSÉ LUÍS JUHAS/ARQUIVO DA EDITORA

a) Quantos litros de água por mês de 30 dias uma torneira gotejando desperdiça? E por ano de 365 dias? 18. a) 1 380 L; 16 790 L.
b) Se uma família de 5 pessoas seguir a orientação em relação a 1 banho diário por pessoa, quantos litros de água ela economizará por dia? E por mês? E por ano?
c) Se na escovação dos dentes você fechar a torneira e usar um copo com água para enxaguar a boca, quantos mililitros de água serão gastos? 18. c) 500 mL
d) Se, em vez da "vassoura hidráulica" por 15 minutos na lavagem semanal de uma calçada, for usada uma vassoura comum e três baldes de água, isto é, cerca de 60 litros de água, quantas caixas-d'água de 500 litros deixarão de ser consumidas nas 52 semanas do ano?
e) Se houver desperdício de água em sua casa, você acha que, argumentando com os dados acima, conseguirá fazer as pessoas mudarem de atitude? 18. e) Resposta pessoal.
f) Pesquise outras maneiras de contribuir com a sustentabilidade do planeta. 18. f) Resposta pessoal.

19 No rótulo de uma garrafa de suco concentrado de 350 mL há orientação de como preparar um refresco: 8 copos de água para cada copo de suco concentrado.

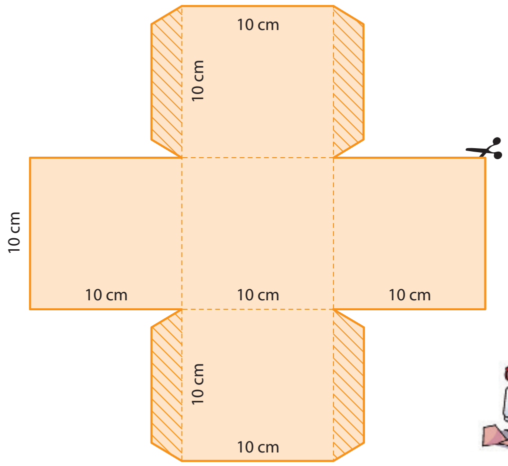
a) Usando uma dessas garrafas de suco concentrado, quantas garrafas de refresco obtemos? E quantos litros de refresco podemos preparar? 19. a) 9 garrafas; 3,15 L.
b) Faça uma estimativa. Se você quiser preparar 1,5 litro de refresco, deve usar mais da metade de 1 garrafa de suco concentrado? E se quiser preparar 2 litros? 19. b) Menos da metade; mais da metade.

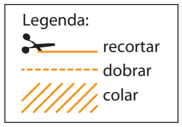
Pense mais um pouco... FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Pense mais um pouco...:

A caixa de leite e o cubo de aresta 1 decímetro

A figura a seguir representa o molde da superfície de uma caixa.
Reproduza em papel-cartão esse molde, com as dimensões indicadas.





NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

ENÁGIO COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Recorte o molde reproduzido e monte a caixa seguindo as instruções da legenda. Depois de montada, encha a caixa com areia.
Pegue uma caixa de leite vazia de 1 litro e retire a tampa. Despeje na caixa de leite a areia que está na caixa montada.

a) Quantos cubos de aresta com medida 1 decímetro cabem na caixa de leite? **a)** 1 cubo.
b) A capacidade de 1 cubo de aresta com medida 1 dm é equivalente à capacidade da caixa de leite de 1 litro? **b)** Sim.
c) Escreva em seu caderno o que você observou. **c)** Resposta pessoal.
(Use tesoura com ponta arredondada e a manuseie com cuidado!)

4 Medindo a massa de um corpo

O instrumento empregado para medir a massa de um corpo é a **balança**.
Existem diversos tipos de balança. Observe alguns exemplos.

KITCH BAIN/SHUTTERSTOCK

Balança analógica

DIMITAR SOTIROV/SHUTTERSTOCK

Balança de dois pratos

FERNANDO FAVORETTO/CRIAR IMAGEM

Balança eletrônica

Observe a balança de dois pratos. Ela mostra que, para medir a massa de um corpo, basta compará-la com a massa do(s) objeto(s) que está(ão) no outro prato.

Pense mais um pouco...

Ao propor a construção do molde oriente os estudantes a fazer os traçados conforme indicação na imagem e depois, explique os cuidados que devem ter ao manipular a tesoura para o recorte.

Nesta seção, espera-se que os estudantes utilizem o fato de que 10 cm = 1 dm e, após a montagem da caixa, percebam que montaram uma representação de um cubo de aresta medindo 1 dm. Depois de despejar na caixa de leite a areia que estava na caixa montada, eles devem observar que as capacidades de um recipiente cúbico cujas arestas internas medem 1 dm e de um recipiente medindo 1 L de capacidade se equivalem, ou seja, que a caixa montada tem medida de volume equivalente a 1 litro.

4. Medindo a massa de um corpo

Habilidade da BNCC: **EF06MA24**.

Neste tópico, a habilidade (EF06MA24) será desenvolvida à medida que é explorada a grandeza massa e suas principais unidades de medida padronizadas.

O estudo da medida de massa pode ser introduzido, se possível, providenciando diferentes balanças para os estudantes perceberem em que situações um tipo é mais adequado que outro e como elas funcionam. Pretendemos ampliar e aprofundar os conhecimentos construídos pelos estudantes em anos anteriores sobre essa grandeza.

Peça a eles que exemplifiquem produtos que são comercializados de acordo com a massa, como o quilograma e o grama. Verifique se conhecem a relação entre essas duas unidades: 1 kg = 1000 g, ou seja, que o grama é a milésima parte do quilograma.

Unidades de medida de massa

Converse com os estudantes sobre o quadro com as unidades de medida de massa e explique-lhes que, embora o quilograma seja a unidade padrão de medida de massa, as relações das unidades nesse quadro (múltiplos e submúltiplos do grama) consideram o grama a unidade de referência de medida de massa.

Assim como foi feito no estudo de outras grandezas, espera-se que os estudantes mobilizem seus conhecimentos sobre os números racionais na forma decimal (ou mesmo fracionária). Para ampliar, proponha a eles questões como:

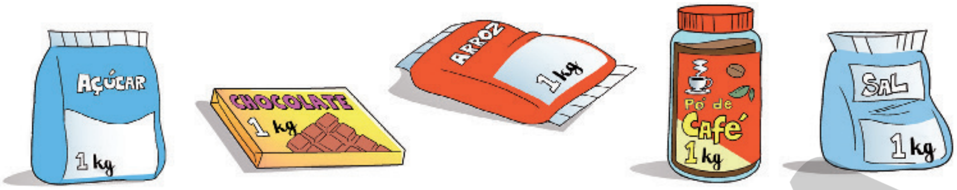
- Quanto é um quarto de 1 quilograma? (Resposta: 0,25 kg)
- Quantos gramas equivalem a um quarto de 1 quilograma? (Resposta: 250 g, ou seja, 0,25 kg = 250 g)
- Quanto é metade de 1 quilograma? (Resposta: 0,5 kg)
- Quantos gramas equivalem à metade de 1 quilograma? (Resposta: 500 g, ou seja, 0,5 kg = 500 g)
- Quantos miligramas equivalem à metade de 1 grama? (Resposta: 500 mg, ou seja, 0,5 g = 500 mg)

Explore também a relação 1 tonelada = 1 000 kg, ou seja, o quilograma é a milésima parte da tonelada.

Unidades de medida de massa

O Sistema Internacional de Unidades adota o **quilograma** como unidade padrão de medida de massa. Representamos o quilograma por **kg**.

Muitos produtos são vendidos em quilograma. Observe.



ILUSTRAÇÕES: ENÁGIO COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Apesar de o quilograma ser a unidade padrão de medida de massa, na prática usamos o **grama** como referência para formar os múltiplos e os submúltiplos. O grama é a milésima parte do quilograma e é representado por **g**.

Para medir massas menores que o grama, empregamos seus submúltiplos: **decigrama** (**dg**), **centigrama** (**cg**) ou **miligrama** (**mg**).

Para medir massas maiores que o grama, empregamos seus múltiplos: **quilograma** (**kg**), **hectograma** (**hg**) ou **decagrama** (**dag**).

O quadro a seguir apresenta o nome das unidades de medida de massa (linha lilás), os símbolos correspondentes (linha verde) e os valores em relação ao grama (linha amarela).

Múltiplos			Unidade de referência	Submúltiplos		
quilograma	hectograma	decagrama	grama	decigrama	centigrama	miligrama
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1 000 g	100 g	10 g	1 g	0,1 g	0,01 g	0,001 g

Assim como o metro e o litro, a relação decimal se repete: cada unidade de medida corresponde a 10 vezes a unidade imediatamente inferior. Por exemplo: 1 g = 10 dg; 0,1 dag = 0,01 hg.

O miligrama (mg) é um submúltiplo do grama muito empregado em situações em que se tem de medir massas bem pequenas.

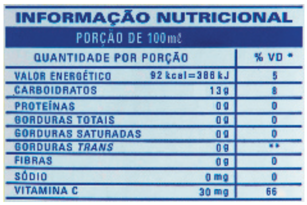
Observe alguns produtos que contêm substâncias cuja medida de massa é dada em miligrama.

Cada 200 mL de leite integral contém **220 mg** de cálcio.

INFORMAÇÃO NUTRICIONAL
Porção de 200 ml (1 copo)

Quantidade por porção		%VD(*)
Valor Energético	116 kcal=484 kJ	6%
Carboidratos	9,2 g	3%
Proteínas	6,2 g	8%
Gorduras Totais	6g, das quais:	11%
gorduras saturadas	3,5 g	16%
gorduras trans	0 g	(**)
gorduras monoinsaturadas	1,5 g	(**)
gorduras poliinsaturadas	0,2 g	(**)
colesterol	35 mg	12%
Fibra Alimentar	0 g	0%
Sódio	129 mg	5%
Cálcio	220 mg	25%

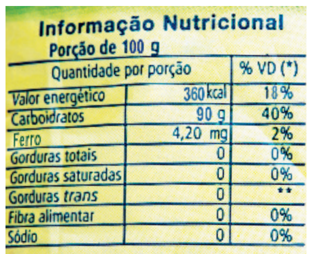
Cada 100 mL de suco de laranja contém **30 mg** de vitamina C.



INFORMAÇÃO NUTRICIONAL
PORÇÃO DE 100 ml

QUANTIDADE POR PORÇÃO		% VD *
VALOR ENERGÉTICO	92 kcal=386 kJ	5
CARBOIDRATOS	13 g	8
PROTEÍNAS	0 g	0
GORDURAS TOTAIS	0 g	0
GORDURAS SATURADAS	0 g	0
GORDURAS *TRANS*	0 g	**
FIBRAS	0 g	0
SÓDIO	0 mg	0
VITAMINA C	30 mg	66

Cada 100 g de açúcar mascavo tem **4,20 mg** de ferro.



Informação Nutricional
Porção de 100 g

Quantidade por porção		% VD (*)
Valor energético	360 kcal	18%
Carboidratos	90 g	40%
Ferro	4,20 mg	2%
Gorduras totais	0	0%
Gorduras saturadas	0	0%
Gorduras *trans*	0	**
Fibra alimentar	0	0%
Sódio	0	0%

FOTOGRAFIAS: DOTTA2

Também utilizamos a **tonelada** (**t**), para medir grandes massas, e o **quilate** (**q**), para medir a massa de pedras e metais preciosos, equivalentes a 1 000 kg e a 0,2 g, respectivamente.


JOHAN SWANEPOEL/SHUTTERSTOCK

Um elefante africano adulto tem cerca de 7,5 t (7 500 kg).


CHRIS RATCLIFFE/BLOOMBERG/GETTY IMAGES

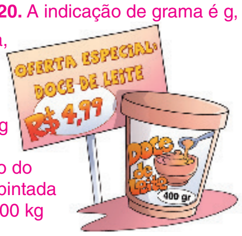
Esse diamante tem 9 quilates, ou seja, 1,8 grama.

21. Respostas possíveis:
21. a) O cérebro humano tem medida aproximada de massa de 1 400 g. A medida aproximada de massa do cérebro humano é de 1 400 g.
21. b) Em uma banana há 20 mg de vitamina C. Uma banana contém 20 mg de vitamina C.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

20 Responda: o que está errado na embalagem abaixo? **20.** A indicação de grama é g, e não gr.



ENÁGIO COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

21. c) A onça-pintada, o maior carnívoro do Brasil, tem cerca de 100 kg de massa. Maior carnívoro do Brasil, a onça-pintada tem cerca de 100 kg de massa.

21 Com base nas informações de cada quadro, escreva frases usando a unidade de medida de massa adequada para cada caso.

a) cérebro humano massa aproximada 1 400

b) 20 vitamina C uma banana

c) onça-pintada; massa cerca de 100 maior carnívoro do Brasil

22 Nos caminhões geralmente há uma placa indicando sua tara, ou seja, a medida da massa do caminhão sem a carga. Um caminhão com tara medindo 2 t, ao passar por uma pesagem em uma estrada, acusou uma massa medindo 6 580 kg. Qual é a medida da massa da carga que ele estava transportando?
22. 4,58 t ou 4 580 kg.

23 A turmalina paraíba é a pedra preciosa mais rara que existe, mais rara até que o diamante. Ela só é encontrada em 5 minas no mundo, e 3 delas estão no Brasil. Sabendo que o preço médio do quilate dessa pedra preciosa é 35 mil reais, qual é o valor de uma pedra com 0,8 grama?
23. R$ 140 000,00.


DORLING KINDERSLEY LTD/ALAMY/FOTOARENA

Turmalina paraíba.

24 Leia o texto a seguir.

Aumento da produção de lixo no Brasil requer ação coordenada entre governos e cooperativas de catadores

Segundo dados do Panorama dos Resíduos Sólidos no Brasil 2020, a geração saiu de 66,7 milhões de toneladas em 2010 para 79,1 milhões em 2019, uma diferença de 12,4 milhões de toneladas. O mesmo estudo diz ainda que cada brasileiro produz, em média, 379,2 kg de lixo por ano, o que corresponde a mais de 1 kg por dia. As informações foram coletadas e publicadas pela Associação Brasileira das Empresas de Limpeza Pública e Resíduos Especiais (Abrelpe).

Fonte: AGÊNCIA Senado. Disponível em: https://www12.senado.leg.br/noticias/infomaterias/2021/06/aumento-da-producao-de-lixo-no-brasil-requer-acao-coordenada-entre-governos-e-cooperativas-de-catadores. Acesso em: 13 fev. 2022.

24. a) Aproximadamente 1 039 g.
24. b) 208 597 046 pessoas.
24. d) Depende da população no ano em que o exercício for realizado.

Com base no texto, responda às questões; use a calculadora quando necessário.

a) Quantos gramas de lixo cada brasileiro gerou, em média, diariamente, em 2019?

b) Sabendo que, em 2019, foram gerados 79,1 milhões de toneladas de resíduos no total e 379,2 quilogramas por pessoa em média, calcule a população do Brasil nesse ano.

c) Em atlas, livros ou internet, pesquise informações sobre a população do Brasil em 2019 e verifique se o valor obtido no item **b** é compatível com os dados da pesquisa. Se não for, a que você atribui a diferença?

d) Supondo que o brasileiro mantenha em média essa geração de lixo, qual seria o total de lixo gerado no ano passado no Brasil?

24. c) Sim, é compatível com a população de 2019, que era de 211 milhões.

Exercícios propostos

Com o **exercício 20**, retome os símbolos das unidades de medida de massa. No **exercício 21**, atente para o fato de que todas as informações fornecidas em cada item devem constar das respectivas sentenças. Caso haja dificuldade, explicite isso para os estudantes.

Além desse exercício, é possível solicitar a eles que criem outros quadros informativos, pesquisando dados em livros e na internet, e troquem-nos com um colega para cada um escrever frases no quadro do outro.

No **exercício 22**, verifique se os estudantes compreenderam o significado de tara e como utilizar a subtração para resolvê-lo. Considerando que 2 t = 2 000 kg, obtém-se a massa da carga, que é 4 580 kg, ou seja, 4,58 t, pois:

6 580 − 2000 = 4 580

Para resolver o **exercício 23**, os estudantes precisam saber que 1 quilate equivale a 200 mg. Assim, 0,8 grama corresponde a 4 quilates (0,8 : 0,2 = 4). Portanto, como 4 · 35 000 = 140 000, a pedra vale R$ 140 000,00.

No **exercício 24**, proponha aos estudantes que façam coletivamente a leitura do texto para, depois, resolverem os itens dessa atividade. No **item a**, devem efetuar 379,2 : 365, que resulta em, aproximadamente, 1,039. Logo, a média de lixo diário é 1 039 g. Para determinar a população brasileira, no **item b**, basta efetuar 79 100 000 : 379,2, que equivale aproximadamente a 208 597 046, ou seja, cerca de 208 milhões de habitantes.

No **item c**, verifique se os estudantes consideram a taxa de crescimento da população, por exemplo. Para resolver o **item d**, pode-se pesquisar no *site* do IBGE, indicado a seguir, a população brasileira no ano requerido.

Brasil – População total, homens e mulheres 2010-2060. **IBGE**. Disponível em: https://www.ibge.gov.br/apps/populacao/projecao/index.html?utm_source=portal&utm_medium=popclock&utm_campaign=novo_popclock. Acesso em: 10 maio 2022.

Após a realização do **exercício 24**, converse com os estudantes sobre o lixo. Explique que o lixo é fonte de poluição e agravos à saúde, mas também de lucros. Para orientar essa conversa, sugerimos a leitura do texto:

ANTUNES, A. O que fazer com o lixo? **EPSJV/Fiocruz**, 2016. Disponível em: https://www.epsjv.fiocruz.br/noticias/reportagem/o-que-fazer-com-o-lixo. Acesso em: 15 jun. 2022.

Ao promover essa conversa, contribui-se para o desenvolvimento das **competências gerais 6** e **7** e dos Temas Contemporâneos Transversais **educação ambiental** e **trabalho**.

Pense mais um pouco...

Esta seção explora medidas de massa e frações. Uma possível resolução é dada a seguir.

a) Como nos 500 gramas dessa mistura há quantidades iguais de feijão e farinha de mandioca, então há 250 gramas de cada ingrediente. Para o tutu, Áurea precisa de $\frac{2}{5}$ de feijão e $\frac{3}{5}$ de farinha de mandioca. Logo, ela precisa adicionar mais farinha de mandioca.

b) Os 250 gramas de feijão correspondem aos $\frac{2}{5}$ do total de tutu. Então, 125 gramas correspondem a $\frac{1}{5}$. A quantidade de farinha de mandioca, que deve corresponder a $\frac{3}{5}$, será de 375 gramas ($3 \cdot 125 = 375$). Assim, aos 500 gramas iniciais da mistura, Áurea ainda deve acrescentar 125 gramas ($375 - 250 = 125$) de farinha de mandioca.

Transformação de unidades de medida

Ainda nesta página, apresentamos transformações de unidades de medida de massa. Discuta com os estudantes a **situação 1**, solicitando a alguns deles que expliquem o que entenderam desse processo e mostrem outro exemplo.

Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

Pense mais um pouco...:

Áurea dispõe de 500 gramas de uma mistura de feijão cozido e farinha de mandioca, que estão presentes em quantidades iguais. Ela, no entanto, quer preparar um tutu com $\frac{2}{5}$ de feijão cozido e $\frac{3}{5}$ de farinha de mandioca.

a) Qual desses dois ingredientes está faltando para Áurea fazer o tutu do jeito que ela quer? **a)** Farinha de mandioca.

b) Quantos gramas desse ingrediente Áurea ainda deve acrescentar aos 500 gramas iniciais da mistura? **b)** 125 gramas.

TEL COELHO/ARQUIVO DA EDITORA

Transformação de unidades de medida

Há situações em que convém converter uma unidade de medida de massa em outra.

Conforme vimos, cada unidade de medida de massa também é 10 vezes maior que a unidade de medida imediatamente inferior. Isso possibilita montar o esquema a seguir para a conversão de unidades de medida de massa:

$$\text{kg} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{hg} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{dag} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{g} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{dg} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{cg} \underset{\times 10}{\overset{:10}{\rightleftarrows}} \text{mg}$$

Acompanhe as situações.

Situação 1

Atendendo à prescrição de uma receita médica, uma farmácia de manipulação usou 3,6 g de certa substância para produzir comprimidos de 150 mg cada um. Quantos comprimidos foram produzidos?

Inicialmente, devemos transformar 3,6 g em mg:

$$\text{g} \xrightarrow{\times 10} \text{dg} \xrightarrow{\times 10} \text{cg} \xrightarrow{\times 10} \text{mg}$$

Para isso, multiplicamos 3,6 por $10 \cdot 10 \cdot 10$, ou seja, multiplicamos 3,6 por 1 000. Assim:

$$3{,}6 \text{ g} = 3\,600 \text{ mg} \quad (3{,}6 \cdot 1\,000)$$

Dividindo 3 600 por 150, obtemos 24, que é a quantidade de comprimidos produzidos.

Situação 2


MIRASWONDERLAND/SHUTTERSTOCK

Isabel precisa saber a quantidade correta de vermífugo que deve dar à sua gatinha. Na embalagem, ela verificou que seria 1 comprimido para animais de até 3 kg e 1 comprimido e meio para animais de até 4,5 kg. Ao pesar a gatinha em uma balança digital, Isabel leu 3 750 g. Qual a dosagem correta para a gatinha de Isabel?

Vamos transformar 3 750 g em kg.

Nesse caso, estamos querendo transformar uma unidade menor em outra maior.

$$\text{kg} \xleftarrow{:\,10} \text{hg} \xleftarrow{:\,10} \text{dag} \xleftarrow{:\,10} \text{g}$$

Devemos dividir 3 750 por 10, novamente por 10 e mais uma vez por 10, ou seja, dividimos 3 750 por 1 000 $(10 \cdot 10 \cdot 10)$. Então, 3 750 g = 3,750 kg.

Como 3,750 kg > 3 kg e 3,750 < 4,5 kg, Isabel deve dar 1 comprimido e meio para a gatinha.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

25 Quantos quilogramas há em 1,5 t?
25. 1 500 kg

26 Calcule em grama:

a) $\frac{1}{4}$ de 1 kg; **26. a)** 250 g

b) $\frac{3}{4}$ de 1 kg. **26. b)** 750 g

27 Uma caixa contém 20 pastilhas de 250 mg. Quantos gramas têm, juntas, essas pastilhas?
27. 5 g

28 Certo caminhão transporta até 9,6 t de carga.

a) Esse caminhão pode transportar 240 sacos de cimento de 50 kg cada um? **28. a)** Não.

b) Quantos desses sacos de cimento o caminhão pode transportar no máximo?
28. b) 192 sacos de cimento.

29 A quantidade de analgésico que um paciente pode ingerir é 3 mg por kg de massa corporal, desde que não exceda a 200 mg. Se cada gota do analgésico contém 5 mg, qual é a dose máxima a ser receitada a um paciente de 60 kg? **29.** 36 gotas.

30 Em um restaurante, o cliente se serve, pesa o prato e paga R$ 44,00 por quilograma. Andréa foi almoçar nesse restaurante. Para seu prato, a balança marcou 0,875 kg. O prato vazio pesa 350 g. Quanto custou esse almoço?
30. R$ 23,10; Para evitar problemas na comunicação com o estudante, optamos por dizer que "o prato pesa 350 g" em vez de "a medida da massa do prato é 350 g".

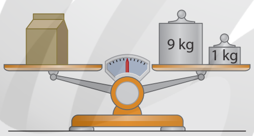
Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO

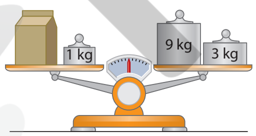
Junte-se a um colega e façam o que se pede.

Odair tem uma balança de dois pratos e três pesos: de 1 kg, 3 kg e 9 kg. Com essa balança e esses pesos, ele consegue saber a medida da massa de pacotes que têm 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg, ..., 13 kg.

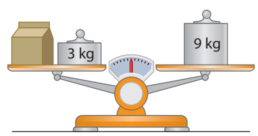
Observem alguns esquemas que exemplificam o procedimento de Odair.



O pacote tem 10 kg.



O pacote tem 11 kg.

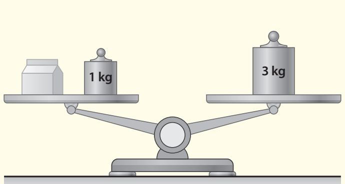


O pacote tem 6 kg.

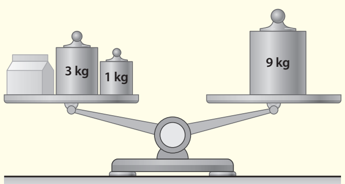
ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Desenhem os esquemas que mostram como saber a medida da massa dos outros pacotes.
Pense mais um pouco...: Construção de figura.

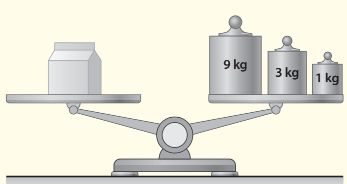
A seguir, alguns possíveis exemplos de respostas.



O pacote tem 2 kg



O pacote tem 5 kg



O pacote tem 13 kg

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Transformação de unidades de medida

Explore com os estudantes a **situação 2** proposta nessa página, verificando se compreenderam o processo de cada transformação. Sugira na lousa outras conversões entre as unidades de medida de massa mais usuais e, caso julgue adequado, sorteie estudantes para mostrar como fizeram cada uma delas.

Exercícios propostos

As resoluções dos **exercícios 25** a **30** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 12.

Aproveite o contexto do **exercício 29** para conversar com os estudantes sobre os perigos da automedicação. É importante que saibam que todo remédio possui efeitos colaterais e, quando ingerido de forma incorreta, pode causar problemas, como: intoxicação, reação alérgica, resistência ao medicamento, entre outros. Para saber mais, sugerimos a leitura do texto:

Automedicação. **Revista da Associação Médica Brasileira**. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ramb/a/TnxgvK9rywfMjXqYnHVdf6L/?lang=pt. Acesso em: 15 jun. 2022. Ao refletir sobre esses cuidados, contribui-se para o desenvolvimento da **competência geral 8** e do Tema Contemporâneo Transversal **saúde**.

Pense mais um pouco...

Durante a resolução do desafio proposto, procure circular entre os estudantes para verificar se as representações feitas são adequadas. Se notar hipóteses incorretas, observe se compreenderam o sentido do que é proposto e auxilie-os na reformulação das hipóteses.

Explore com os estudantes que a ideia da balança de dois pratos é obter o equilíbrio (pratos na mesma altura) e, para tanto, a massa nos dois pratos deve ser equivalente. Comente que não há necessidade de o pacote ficar em um dos pratos e os pesos em outro. Ressalte que o objetivo é estabelecer o equilíbrio entre os pratos.

É válido investir tempo em sua realização e, se possível, chamar alguns estudantes na lousa para apresentarem suas soluções, discutindo o raciocínio utilizado.

Unidades de medida de massa usadas no comércio atacadista

Aprofundamos o estudo das medidas de massa apresentando aos estudantes unidades de medida usadas no comércio atacadista, em especial a arroba.

Explore com eles as situações apresentadas. Verifique se eles já conheciam algumas dessas unidades. Em caso afirmativo, peça-lhes que contem o que sabem para o restante da turma.

Unidades de medida de massa usadas no comércio atacadista

Observe os preços de alguns produtos que foram comercializados para revendedores em 2022.


ALIKEYOU/SHUTTERSTOCK

- A cotação média do café arábica era de R$ 1 519,43 a **saca de 60 kg**.


GILLMAR/SHUTTERSTOCK

- O trigo estava cotado pelo preço médio de R$ 102,36 a **saca de 60 kg**.


AMMIT JACK/SHUTTERSTOCK

- O cacau estava cotado pelo preço médio de R$ 212,50 a **arroba**.

- O boi gordo estava cotado pelo preço médio de R$ 337,34 a **arroba**.


ALF RIBEIRO/SHUTTERSTOCK


MANEE_MEENA/SHUTTERSTOCK

- O preço médio do farelo de soja era R$ 2 750,00 a **tonelada**.

Note que, dependendo do produto, usam-se unidades de medida diferentes das estudadas até aqui.

O arroz, o trigo, o café, a soja e o feijão costumam ser comercializados no atacado em quilograma (alguns em sacas de 60 kg). A cana-de-açúcar e o farelo de soja, por sua vez, são comercializados em tonelada. O algodão e o cacau, assim como os bois, os cavalos e os porcos, por exemplo, são negociados em arroba.

E quanto é uma arroba?

Uma arroba, cujo símbolo é @, equivale a 15 kg, ou seja:

$$1\ @ = 15\ \text{kg}$$

Dizer que um boi tem 18 arrobas é o mesmo que dizer que ele tem 270 quilogramas, pois $18 \cdot 15 = 270$.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

31 No início de 2022, a arroba do boi gordo estava sendo vendida pelo preço médio de R$ 337,34. Quanto se pagou por um boi de 360 kg? **31.** R$ 8 096,16.

32 Se 1 arroba de porco custava R$ 98,60, qual era o preço do quilograma do porco?
32. Aproximadamente R$ 6,57.

33 Uma empresa comprou 20 sacas de 60 kg de café arábica para ser **beneficiado**. Se a empresa pagou R$ 531,85 por saca, qual foi o preço pago por quilograma? **33.** Aproximadamente R$ 8,86.

> **Café beneficiado:** processo de preparação do fruto do café para consumo. Nesse processo, retiram-se impurezas e separam-se os grãos de café da polpa seca, deixando-o pronto para a comercialização.

Pense mais um pouco...

FAÇA A ATIVIDADE NO CADERNO *Pense mais um pouco...*:

O cubo de aresta 1 dm e o quilograma

a) Explique por que a medida da capacidade da caixa cúbica é de 1 litro. **a)** Porque o cubo de aresta medindo 1 dm tem medida de volume equivalente ao da caixa de leite de 1 litro.

b) Agora, acompanhe a experiência feita com a caixa cúbica construída. Oberve as etapas a seguir.

- Coloca-se a caixa cúbica em uma balança e verifica-se a medida de sua massa (figura 1).
- Derrama-se água destilada bem gelada no interior da caixa cúbica até que ela fique totalmente cheia (figuras 2 e 3).

Comentário: O quilograma é aproximadamente a massa de água destilada que cabe na caixa cúbica de aresta medindo 1 dm (1 L) à temperatura de 4 °C.

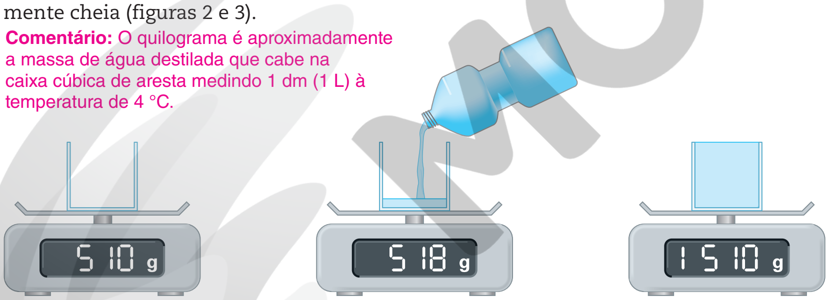


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Observando as figuras, o que você conclui? **b)** Pela figura 1, notamos que a medida da massa da caixa cúbica é de 510 gramas. Depois de colocada a água, a medida da massa do conjunto "caixa com água" é de 1 510 gramas (figura 3). Logo, houve um acréscimo de 1 quilograma, ou seja, a água destilada contida na caixa tem medida da massa de 1 quilograma.

Exercícios propostos

No **exercício 31**, caso os estudantes se confundam ao efetuarem as operações de divisão, é interessante propor a eles uma pausa para discutirem os procedimentos utilizados nesses cálculos.

Os **exercícios 31**, **32** e **33** permitem discutir um pouco mais sobre unidades de medida utilizadas no comércio atacadista, como é o caso da arroba, da saca e da tonelada.

Lembrando que 1 arroba equivale a 15 kg, para resolver o **exercício 31**, conclui-se que 360 kg equivalem a 24 arrobas ($360 : 15 = 24$), logo, pagou-se R$ 8 096,16 (pois $24 \cdot 337{,}34 = 8\,096{,}16$).

Já no **exercício 32**, conclui-se que 15 kg custavam R$ 98,60, logo, cada quilograma da carne suína custava, aproximadamente, R$ 6,57 (pois $98{,}6 : 15 = 6{,}57333...$).

No **exercício 33**, como cada saca equivale a 60 kg, conclui-se que a divisão 531,85 : 60 resolve o problema. Portanto, cada quilograma custou cerca de R$ 8,86.

Pense mais um pouco...

Vale destacar que, desde cedo, os estudantes têm contato com situações nas quais estão presentes unidades de medida ou instrumentos de medição. A relação aqui apresentada, entre a massa de água destilada que cabe em uma caixa cúbica de 1 dm de aresta e o quilograma, é mais um referencial interessante que pode ser utilizado em diferentes situações. No entanto, evidencie que essa relação é válida para a água destilada e não é correto comparar grandezas diferentes.

Trabalhando a informação

Habilidade da BNCC: **EF06MA33**.

Converse com os estudantes sobre a pesquisa estatística e, com base no texto apresentado nessa página, explique-lhes as etapas de pesquisa.

Depois, auxilie-os a se organizarem para realizar a pesquisa e, se possível, proponha a eles a utilização de planilhas eletrônicas, orientando-os a apresentar em tabelas e gráficos os dados coletados.

Se necessário, auxilie os estudantes na definição do tema de pesquisa, valorizando as culturas juvenis e incentivando-os a pesquisar sobre um tema do interesse deles e que seja relevante.

Incentive-os a explorar os resultados de pesquisa, divulgando-os oralmente aos colegas da turma e realizando uma exposição com cartazes contendo um resumo das conclusões e os dados apresentados em tabelas e gráficos. Esse trabalho articula diferentes linguagens e favorece o desenvolvimento da **competência geral 4**.

TRABALHANDO A INFORMAÇÃO

Comentário: A pesquisa estatística é um tema muito abrangente, que não cabe todo nesta seção. Abordamos aqui apenas alguns de seus aspectos (amostras e seus critérios, por exemplo, não foram tratados), relacionando-os com as várias atividades desta seção ao longo dos capítulos.

Um projeto de pesquisa estatística

Vamos conversar um pouco?

Vivemos em uma época em que as informações chegam a nós em tamanha quantidade, velocidade e de tantas maneiras que fica difícil absorver e entender muitas delas.

Desde o primeiro capítulo deste volume, nesta seção, você tem estudado algumas maneiras de lidar com as informações de modo que possa compreender as ideias que elas representam e a aprender o que fazer com elas. Essas maneiras vão desde saber ler o rótulo de uma embalagem de café até calcular probabilidades, passando por leitura, interpretação e construção de tabelas e de gráficos, além de calcular porcentagens e médias. Essa é a parte inicial da Estatística, ramo da Matemática que auxilia na elaboração de **pesquisas estatísticas**.

Para fazer uma pesquisa estatística, inicialmente, é necessário **planejar**. Deve-se determinar qual é o **objetivo** da pesquisa, isto é, o que se quer saber com ela. Por exemplo, "Qual é o esporte preferido". É necessário também definir onde ou com quem obter os dados a serem coletados: "Qual é o esporte preferido dos estudantes da escola em que estudo". Então, os dados serão coletados com os estudantes da escola em que estudo, mas será com todos os estudantes ou só com os da minha classe, ou de certo ano ou determinado período? Assim, define-se o que chamamos **população** da pesquisa. No planejamento, decide-se para que a pesquisa servirá. No exemplo, os dados obtidos podem ser usados para organizar aulas extras com os esportes que mais interessam àquela população de estudantes. Ainda, é necessário saber como será feita a coleta dos dados: anotando em cédula ou questionário, ou será por entrevista pessoal ou pela internet?

Uma vez coletados os dados, é essencial fazer a sua **organização**. Em geral, uma tabela e/ou um gráfico são bons auxiliares para isso e devem indicar a **fonte**, isto é, de onde os dados vêm, quem os coletou. Com base nessas informações, é importante interpretar essas tabelas/esses gráficos por meio da elaboração de questões sobre o que se quer obter da pesquisa.

ARTUR FUJITA/ARQUIVO DA EDITORA

Agora quem trabalha é você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Forme uma equipe com mais três colegas e planejem uma pesquisa estatística. Para isso, conversem sobre:

a) a organização da equipe, ou seja, quem fará o quê;
b) os objetivos da pesquisa e a elaboração de possíveis teses sobre o tema da pesquisa;
c) a população a ser pesquisada;
d) de que maneira os dados serão obtidos;
e) quais serão os recursos de organização dos dados mais adequados à pesquisa;
f) onde devem ser construídos: em caderno, lousa, cartaz, mídia eletrônica. Não se esqueçam de que as tabelas e os gráficos devem apresentar título e fonte.

Antes de passarem à parte prática, consultem o professor.

Após a coleta e a organização dos dados, discutam o que eles revelam sobre os objetivos da pesquisa e elaborem um texto com as conclusões a que chegaram. Respostas pessoais.

PARA SABER MAIS

Estimativas e medidas

Há situações do dia a dia que geram problemas envolvendo medidas. Em alguns casos, não precisamos ter as medidas exatas para resolver esses problemas, ou seja, as medidas podem ser **estimadas**.

Por exemplo, para embrulhar um presente, o funcionário de uma loja faz uma estimativa do tamanho do papel que deverá usar.

Em outros casos, é necessário saber as medidas exatas. Por exemplo, quando um vidraceiro precisa cortar um vidro para instalar em uma janela, ele tem de conhecer exatamente as medidas de suas dimensões.

ILUSTRAÇÕES: CLÁUDIO CHIYO/ARQUIVO DA EDITORA

Agora é com você!

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

Junte-se a um colega e façam o que se pede.

1 Das situações a seguir, identifiquem aquelas em que podemos usar estimativas e aquelas em que precisamos das medidas exatas. **1.** Estimativa: **a**, **b**, **c**, **e**; medida exata: **d**.

a) Comprar refrigerante para uma festa com 20 convidados.
b) Comprar revestimento para o piso de uma sala.
c) Calcular dinheiro que deve ser levado em uma viagem.
d) Transferir dinheiro para as contas bancárias dos funcionários de uma empresa.
e) Comprar um tecido para fazer uma calça.

2 Respondam às questões sem fazer cálculos.

a) É possível que um cachorro tenha massa medindo 10 dg? **2. a)** Não.
b) É possível que a medida da massa de um abacate seja igual a meio milhão de miligramas? **2. b)** Sim.
c) É possível que um adulto consiga nadar em uma piscina que tenha medidas de profundidade, de largura e de comprimento iguais a 1 m? **2. c)** Não.
d) A medida da altura de um prédio de 5 andares pode ser igual a 150 m? **2. d)** Não.
e) A medida da capacidade de um balde pode ser igual a 10 mL? **2. e)** Não.
f) A medida da área de um país pode ser igual ou menor que 20 000 hm^2? **2. f)** Sim, Vaticano e Mônaco, por exemplo.

329

Para saber mais

Nesta seção, explore com os estudantes as questões propostas no **Agora é com você!**. Na **atividade 1**, espera-se que eles identifiquem os itens **b**, **d** e **e** como aqueles em que são necessárias medidas exatas, pois não podemos desperdiçar material na compra do revestimento de um piso ou do tecido para uma calça, nem sacar menos dinheiro para pagar os funcionários.

Para a **atividade 2**, reúna os estudantes em grupos para enriquecer a discussão. Depois, cada grupo apresenta as conclusões para os demais, promovendo um debate. Ao final, registre na lousa as conclusões a que a turma chegou, validando cada uma com os estudantes.

Para os itens dessa atividade, eles podem realizar as conversões para medidas de massa mais usuais e fazer as comparações. Assim:

a) Como 1 dg = 0,1 g, 10 dg = 1 g.

b) Como 1 mg = 0,001 g, 1 000 000 mg = 1000 g = 1 kg.

c) Como a medida da altura média dos adultos é maior do que 1 m, é impossível nadar em uma piscina com tais dimensões.

d) Um prédio com altura medindo 150 m e 5 andares teria andares de altura média medindo 30 m, o que é 10 vezes maior do que a medida de altura usualmente utilizada na engenharia.

e) 10 mL é um volume pequeno, se comparado à medida de capacidade de um balde, equivalendo a pouco menos do que a medida de capacidade de uma colher de sopa (usualmente de medida 15 mL).

f) Como 1 hm = 0,1 km, 100 hm = = 1 km. Como $200 \cdot 100 =$ $= 20\,000$, 20 000 hm^2 equivalem, por exemplo, à medida da área de um retângulo de 2 km por 1 km, ou seja, a 2 km^2.

Para saber mais

Ainda na seção **Para saber mais**, se possível, seria interessante que os estudantes comprovassem se suas estimativas na **atividade 3** foram boas ou não. Se possível, deixe que eles utilizem instrumentos de medição, como trena, balança e jarras medidoras para determinar a medida de alguns objetos.

Exercícios complementares

Este bloco de exercícios explora as grandezas e medidas estudadas no capítulo. Espera-se que os estudantes mobilizem os conhecimentos construídos, percebendo se ainda têm alguma dificuldade.

Para resolver o **exercício 1**, pode-se considerar que o paralelepípedo B contém $3 \cdot 3 \cdot 6$ cubos iguais a A, ou seja, 54 cubos iguais a A.

No **exercício 2**, no **item a**, deve-se considerar que o revestimento será no chão e nas paredes da piscina; logo, é dado, em m², por:

$2 \cdot (1{,}4 \cdot 4) + 2 \cdot (1{,}4 \,.\, 8) +$
$+ 4 \cdot 8 = 65{,}60$

Já no **item b**, sabendo que 1 dm = 10 m, determina-se que o volume da piscina, em dm³, é dado por:

$80 \cdot 40 \cdot 14 = 44\,800$

No **item c**, como a piscina mede 44 800 dm³, a capacidade dela é de 44 800 L.

As resoluções dos **exercícios 3** a **7** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 12.

Na discussão sobre a solução do **exercício 4**, solicite aos estudantes que ilustrem cada um dos itens à medida que forem resolvidos, para evidenciar o que estão calculando e que medidas são necessárias ao fazer cada cálculo.

Para saber mais:

3 Estimem as medidas: **3.** Respostas pessoais.

a) da altura de uma árvore;
b) da massa de uma mochila de um estudante do 6º ano;
c) do comprimento, em centímetro, da sala de aula;
d) da espessura deste livro.

Comparem suas respostas com as de outros colegas. Houve muita diferença nas medidas estimadas? Na opinião de vocês, por que isso aconteceu?

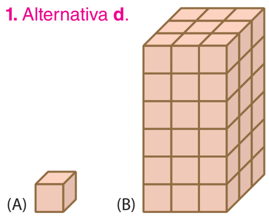
3. a) 6,0 kg
3. b) Aproximadamente 6,16 kg.
3. c) Aumentou; 0,10 kg.
3. d) 446 400 kg

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

1 Quantos cubos iguais a **A** preciso empilhar para formar uma figura igual ao paralelepípedo **B**?

a) 12 **1.** Alternativa **d**.
b) 36
c) 45
d) 54

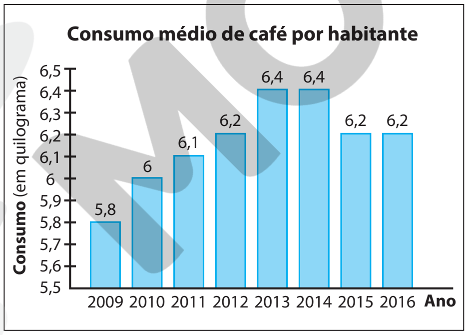


FERNANDO JOSÉ FERREIRA/ARQUIVO DA EDITORA

2 Uma piscina mede 8 m de comprimento, 4 m de largura e 1,40 m de profundidade. **2. a)** 65,60 m²

a) Quantos metros quadrados de azulejo são necessários para revestir essa piscina?
b) Quantos cubinhos de aresta medindo 1 dm cabem nessa piscina? **2. b)** 44 800 cubinhos.
c) Qual é a medida da capacidade da piscina em litro? **2. c)** 44 800 litros.

3 O gráfico mostra o consumo médio de café (torrado e moído) por habitante do Brasil ao ano, em quilograma.



ADILSON SECCO/ARQUIVO DA EDITORA

Dados obtidos em: ASSOCIAÇÃO Brasileira da Indústria de Café. Disponível em: https://estatisticas.abic.com.br/estatisticas/desempenho-do-setor-2/. Acesso em: 14 fev. 2022.

Observando o gráfico, responda às questões:

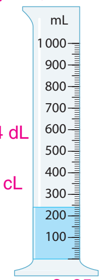
a) Quantos quilogramas de café foram consumidos, em média, por habitante em 2010?
b) Qual foi a média de consumo de café no período de 2009 a 2016?
c) A média de consumo de café de 2011 para 2012 aumentou ou diminuiu? Quanto?
d) Pela média de 2015, quantos quilogramas de café teriam sido consumidos por 72 000 habitantes?

4 Construíram-se três cubos de mesma medida de volume. A soma das medidas de todas as arestas de cada cubo é 64,8 cm. Foi colocado um cubo sobre o outro, obtendo-se um paralelepípedo.

a) Qual é a soma das medidas de todas as arestas do paralelepípedo? **4. a)** 108 cm
b) Qual é a soma das medidas das áreas das faces de cada cubo? **4. b)** 174,96 cm²
c) Qual é a soma das medidas das áreas das faces do paralelepípedo? **4. c)** 408,24 cm²

5 Considerando a proveta da imagem, responda às questões.

a) Quantos decilitros mede o líquido nela contido? **5. a)** 2,4 dL
b) Quantos centilitros mede o líquido nela contido? **5. b)** 24 cL
c) Quantos mililitros mede o líquido nela contido? **5. c)** 240 mL



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

6. 25 mL

6 A medida da capacidade de um conta-gotas é 2,5 cL. Qual é essa medida em mililitro?

7. a) 54,756 kg **7. b)** 2 300 kg **7. c)** 500 000 g

7 Faça as conversões.

a) 54 756 g em kg
b) 2,3 t em kg
c) $\frac{1}{2}$ t em g
d) 80 g em mg
e) 15 g em kg
f) $\frac{3}{5}$ kg em g

7. d) 80 000 mg **7. e)** 0,015 kg **7. f)** 600 g

VERIFICANDO

FAÇA AS ATIVIDADES NO CADERNO

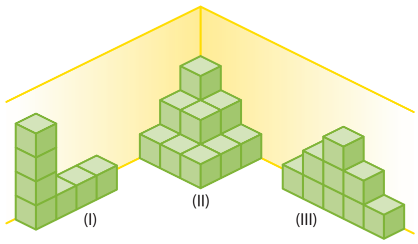
1 Aproximadamente, quantos minutos há em 565 segundos? 1. Alternativa **a**.

a) 9,42 minutos
b) 33,9 minutos
c) 56,5 minutos
d) 33 900 minutos

2 Rafaela foi trabalhar em um evento e recebeu R$ 25,90 por hora trabalhada. Sabendo que ela trabalhou das 8 horas da manhã às 9 horas e 45 minutos da noite, quanto Rafaela recebeu por esse dia de trabalho? 2. Alternativa **d**.

a) R$ 284,90
b) R$ 296,56
c) R$ 304,3
d) R$ 356,12

3 Alguns sólidos foram encostados nas paredes de uma sala. Eles são constituídos de cubinhos idênticos. Empregando como unidade de volume o cubinho, cujo volume é v, qual é o volume de cada sólido? 3. Alternativa **d**.



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

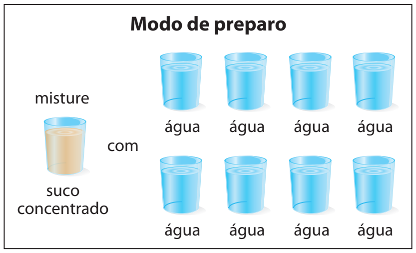
a) (I) 7 v; (II) 9 v; (III) 9 v
b) (I) 7 v; (II) 9 v; (III) 14 v
c) (I) 7 v; (II) 13 v; (III) 9 v
d) (I) 7 v; (II) 14 v; (III) 9 v

4 Uma empresa alimentícia produz 2,5 mil litros de sucos por semana. Ela vende esses produtos em embalagens de 1 litro e de 330 mL. Sabendo que metade dessa produção é destinada para as embalagens com menor medida de capacidade, aproximadamente, quantas dessas embalagens são produzidas por semana?

a) 378 embalagens.
b) 379 embalagens.
c) 3 787 embalagens.
d) 3 788 embalagens.

4. Alternativa **c**.

5 Em uma embalagem de suco há a seguinte instrução para o preparo:



NELSON MATSUDA/ARQUIVO DA EDITORA

Ao usar um copo com 220 mL de suco concentrado para preparação, quantos litros de suco serão obtidos? 5. Alternativa **b**.

a) 1,76 litro.
b) 1,98 litro.
c) 17,6 litros.
d) 19,8 litros.

6 Um caminhão pode transportar até 14 toneladas de carga. Quantas embalagens de 50 kg podem ser transportadas neste caminhão? 6. Alternativa **c**.

a) 28 000 embalagens.
b) 2 800 embalagens.
c) 280 embalagens.
d) 28 embalagens.

7 Uma unidade de determinado fármaco contém 3 mg da substância A em sua composição. Quantas unidades desse fármaco podem ser produzidas com 360 g dessa substância? 7. Alternativa **d**.

a) 120 unidades.
b) 1 200 unidades.
c) 12 000 unidades.
d) 120 000 unidades.

8 No preparo de 1,5 kg de ravióli, Lúcio usa 400 g de queijo. Quantos quilogramas de queijo são necessários para produzir 7,5 kg de ravióli?

a) 20 kg.
b) 2 kg.
c) 0,2 kg.
d) 0,20 kg.

8. Alternativa **b**.

Organizando

Organizando: As respostas dessas questões estão neste *Manual*.

Vamos organizar o que você aprendeu neste capítulo? Para isso, responda às questões.

a) Quantos minutos e quantos segundos há em 1 hora?
b) Faça um esquema indicando a relação entre as unidades de medida de tempo: hora, minuto e segundo.
c) Como você definiria a grandeza volume?
d) Em que situações se usam as unidades de medida litro e mililitro? Qual é a relação entre essas unidades de medida?
e) Escreva a relação entre as unidades de medida de massa quilograma e grama e entre miligrama e grama.
f) Quantos quilogramas há em 1 tonelada?

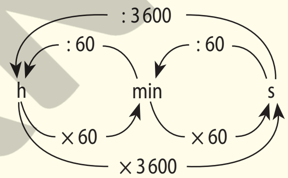
Verificando

As resoluções dos **exercícios 1** a **8** estão no início deste *Manual*, nas orientações específicas do capítulo 12.

Organizando

Verifique se os estudantes conseguem sistematizar as informações referentes às questões propostas nessa seção. Caso apresentem dúvidas, retome os conteúdos e explore situações do contexto deles em que possam utilizar unidades de medida de massa, de capacidade, de volume e de tempo.

a) Há 60 minutos ou 3 600 segundos em 1 hora.
b) Resposta possível:



NELSON MATSUDA/ ARQUIVO DA EDITORA

c) Volume é uma grandeza associada ao espaço ocupado por um sólido, por um líquido ou por um gás.
d) Resposta possível: para medir a capacidade interna de um recipiente. 1 L = 1000 mL.
e) 1 kg = 1000 g e 1 g = 1000 mg
f) 1 t = 1000 kg

LISTA DE SIGLAS

Enem — Exame Nacional do Ensino Médio

Fatec - SP — Faculdade de Tecnologia de São Paulo

Saresp — Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo

Uece — Universidade Estadual do Ceará

Uneb-BA — Universidade do Estado da Bahia

Unifor-CE — Universidade de Fortaleza

UPM - SP — Universidade Presbiteriana Mackenzie

Vunesp — Fundação para o Vestibular da Universidade Estadual Paulista

SUGESTÕES DE LEITURA PARA O ESTUDANTE

A seguir indicamos alguns livros para você. Faça uma boa leitura!

O mistério dos números perdidos

Michael Thomson, com ilustrações de Bryony Jacklin. Editora Melhoramentos, 2010.

Esse livro apresenta uma história de aventura em que você é o herói. Durante a leitura, são apresentados problemas numéricos que você terá de resolver para avançar.

Frações sem mistérios

Luzia Faraco Ramos, Editora Ática, 2002. (Coleção A descoberta da Matemática).

Com um método muito divertido, um professor de Matemática ensina como entender as frações e usá-las no cotidiano.

Como encontrar a medida certa?

Carlos Marcondes, Editora Ática, 2019. (Coleção A descoberta da Matemática).

Em uma olimpíada estudantil, Beto e seus amigos precisam exercitar seus conhecimentos para realizar uma tarefa que envolve os cálculos de medidas de área, perímetro e volume.

A aranha e a loja de balas

Yu Yeong So, com ilustrações de Han Ji Hye. Editora Callis, 2011. (Coleção Tan Tan).

Aprenda probabilidade e estatística em situações do dia a dia com a ajuda da aranha na loja de balas. A esperta aranha é descoberta pela dona da loja de balas e, para não ser expulsa, diz conseguir adivinhar qual doce cada cliente vai pedir. Agora, ela terá de provar isso para poder continuar vivendo lá. A cada cliente, a dona do estabelecimento e os leitores descobrem como a probabilidade pode ajudar a prever o futuro.

BIBLIOGRAFIA COMENTADA

AABOE, A. **Episódios da história antiga da Matemática**. 3. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013.

Essa obra está dividida em 4 capítulos. O primeiro é sobre o sistema numérico e a aritmética na Babilônia. O segundo é sobre a matemática desenvolvida na Grécia em dois momentos: a matemática antes e depois de Euclides, com as suas contribuições para a construção do pentágono regular. O penúltimo é sobre o trabalho de Arquimedes, como as construções de polígonos regulares, a trissecção do ângulo e a construção do heptágono regular. No último, conhecemos a tabela trigonométrica de Ptolomeu.

BARBOSA, R. M. **Descobrindo padrões em mosaicos**. 3. ed. São Paulo: Atual, 2001.

A obra convida a descobrir e criar padrões, particularmente no campo da Geometria euclidiana, relativos à pavimentação de superfícies planas.

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas**: uma estratégia para as aulas de Matemática. 5. ed. São Paulo: CAEM/IME - USP, 2004.

A autora disserta sobre a importância de trabalhar com jogos nas aulas de Matemática. Apresenta ainda alguns exemplos de jogos e como fazer a avaliação dos estudantes.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da Matemática**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012.

Edição dividida em 24 capítulos que contemplam desde os vestígios matemáticos encontrados nas culturas primitivas até as tendências recentes e perspectivas futuras para a matemática. Apresenta uma cobertura atualizada de tópicos como o último teorema de Fermat e a conjectura de Poincaré, além de avanços recentes em áreas como a teoria dos grupos finitos e demonstrações com o auxílio do computador.

BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do Pensamento Computacional Através de Atividades Desplugadas na Educação Básica**. 2017. Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, RS, Brasil, 2017. (Tese de doutorado no Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação do Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação). Disponível em: https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/172208. Acesso em: 25 abr. 2022.

Essa pesquisa teve como objetivo verificar a possibilidade de desenvolver o pensamento computacional na Educação Básica utilizando exclusivamente atividades desplugadas (sem o uso de computadores).

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 2018. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25 abr. 2022.

Documento oficial do Ministério da Educação que apresenta as competências e habilidades a serem desenvolvidas em cada área do conhecimento na Educação Infantil, no Ensino Fundamental e no Ensino Médio de todo o país.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/julho-2013-pdf/13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf/file. Acesso em: 25 abr. 2022.

Documento do Ministério da Educação que define as diretrizes curriculares da Educação Básica no país.

BRASIL. Ministério da Educação. **Temas contemporâneos transversais na BNCC**: proposta de práticas de implementação, 2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/guia_pratico_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 13 maio 2022.

Elaborado pelo Ministério da Educação, guia prático com explicações e orientações a respeito dos temas contemporâneos transversais.

CASTRUCCI, B. **Fundamentos da Geometria**: estudo axiomático do plano euclidiano. Rio de Janeiro: LTC, 1978.

Apresenta um estudo axiomático da Geometria inspirado nas ideias de David Hilbert e em cursos ministrados em universidades.

CENTURION, M. **Conteúdo e metodologia da Matemática**: números e operações. 2. ed. São Paulo: Scipione, 1995.

A obra baseia-se na ideia de que o aluno constrói seu próprio conhecimento por meio de suas ações e problematizações. Aborda as principais dúvidas tanto do aluno de pedagogia quanto do professor das séries iniciais do ensino fundamental.

COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1994.

Essa obra apresenta uma coleção de artigos relacionados a diferentes temáticas relacionadas com o ensino de Álgebra, como equações, expressões, resolução de problemas e uso da calculadora.

CRESPO, A. A. **Estatística fácil**. 19. ed. São Paulo: Saraiva, 2009.

Com uma linguagem objetiva, esse livro traz uma abordagem introdutória de Estatística.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de Matemática**. 12. ed. São Paulo: Ática, 1999.

Abordando a resolução de problemas matemáticos e sua importância no ensino, esse livro representa uma valiosa contribuição para a melhoria da prática de educação matemática. Propõe uma discussão dos fatores que atuam de forma negativa no aprendizado, por meio da classificação dos tipos de problemas e das etapas envolvidas na resolução.

DOMINGUES, H. H. **Fundamentos de Aritmética**. 3. ed. São Carlos: Edufsc, 2021.

Esse livro é uma introdução à teoria dos números. Apresenta um estudo da divisibilidade relacionada aos números naturais e, depois, ampliada para os números inteiros. Apresenta, também, o desenvolvimento de algumas partes da análise matemática como pré-requisito para o estudo da teoria da representação decimal dos números reais.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

Apresentado de forma cronológica, o livro inicia com uma abordagem sobre a história dos números, passando por diferentes sistemas de numeração e relatando diferentes temáticas da história da Matemática até o século XX.

HOUAISS, A. **Minidicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. 3. ed. Rio de Janeiro: Objetiva, 2008.

Dicionário da Língua Portuguesa.

IFRAH, G. **História universal dos algarismos**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. Tomo 1.

Livro sobre a história dos sistemas de numeração de diferentes civilizações desde a pré-história, passando por civilizações como a dos egípcios, babilônios, fenícios, gregos, romanos, hebreus, maias, chineses, hindus e árabes.

KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na Matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1994.

Essa obra apresenta uma coleção de 22 artigos de especialistas em educação matemática que poderá ajudar os professores de Matemática a lidar com a resolução de problemas. Os 19 primeiros artigos abordam a resolução de problemas por variados ângulos, sempre com a preocupação de não fugir da realidade da sala de aula. O vigésimo e o vigésimo primeiro artigos se ocupam de medições. O último é uma bibliografia comentada, muito útil para orientar o leitor na busca de mais material sobre o assunto.

LIMA, A. C. P.; MAGALHÃES, M. N. **Noções de Probabilidade e Estatística**. 3. ed. São Paulo: IME-USP, 2001.

Voltado a estudantes de cursos superiores, esse livro apresenta uma introdução à Probabilidade e à Estatística.

LIMA, E. L. **Medida e forma em Geometria:** comprimento, área, volume e semelhança. 4. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2011. (Coleção do professor de Matemática).

Nesse livro o autor selecionou curiosidades históricas que revelam que a determinação de áreas e volumes está entre as primeiras noções geométricas que despertaram o interesse do homem. Sua opção por introduzir a Geometria situando-a no contexto histórico do seu surgimento, torna o livro mais fascinante e facilita o estudo da noção de medida em geometria sob aspectos uni, bi e tridimensional, ou seja, a medida de segmentos de reta (comprimento), de figuras planas (área) e de figuras sólidas (volume).

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (org.). **Aprendendo e ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 2005.

Uma das maiores contribuições desse livro é mostrar a importância da Geometria no ensino e na aprendizagem de Matemática. Merece destaque o capítulo que trata do desenvolvimento do pensar geométrico sob a perspectiva das pesquisas do casal Van Hiele, segundo a qual se pode compreender que um trabalho planejado e consistente em aulas especialmente definidas para o estudo de Geometria, baseadas na problematização, é essencial para que os estudantes desenvolvam o pensar geométrico.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

Esse livro considera a Álgebra e a Aritmética como duas faces da mesma atividade, lidando com relações quantitativas e explorando a inter-relação da aprendizagem de uma e de outra. Diante disso, busca identificar de que modo isso sugere mudanças na educação matemática escolar.

335

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

Nesse livro, são apresentados passos para a resolução de problemas. No final, alguns problemas são propostos ao leitor, seguidos por suas respectivas soluções.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

Nessa obra são apresentadas algumas vantagens em se trabalhar com investigações matemáticas em sala de aula, destacando o estabelecimento de conjecturas, reflexões e formalização do conhecimento matemático pelos estudantes.

ROQUE, T. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

Apresenta um olhar crítico de como a história da Matemática tem sido contada ao longo do tempo.

RUSSELL, M. K.; AIRASIAN, P. W. **Avaliação em sala de aula**: conceitos e aplicações. Porto Alegre: Penso, 2014.

Esse livro apresenta a avaliação como um componente-chave para o processo de ensino e aprendizagem. Apresenta ferramentas e abordagens de avaliação que decorrem da introdução das tecnologias computacionais nas escolas.

SOUZA, E. R.; DINIZ, M. I. S. V. **Álgebra**: das variáveis às equações e funções. São Paulo: CAEM/IME - USP, 1996.

Apresenta uma reflexão sobre ensino de Álgebra com propostas de atividades.

SOUZA, E. R. *et al*. **A Matemática das sete peças do tangram**. São Paulo: CAEM/IME - USP, 1997.

Apresenta diferentes atividades que trabalham com a construção do *tangram* com régua e compasso, semelhança dos triângulos do *tangram*, entre outros temas.

TINOCO, L. A. A. *et.al.* **Álgebra**: pensar, calcular, comunicar... 2. ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ/Projeto Fundão, 2011.

Nesse livro são apresentadas atividades que exploram os papéis da Álgebra na Escola Básica e suas possíveis abordagens, para propiciar uma aprendizagem significativa do tema e a construção do sentido do símbolo pelos estudantes.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M. **Didática de Matemática**: como dois e dois – a construção da Matemática. São Paulo: FTD, 1997.

Esse livro traz atividades que possibilitam despertar a intuição matemática, relacionando-as à teoria formal da Matemática.

336

ISBN 978-85-16-13564-5

9 788516 135645